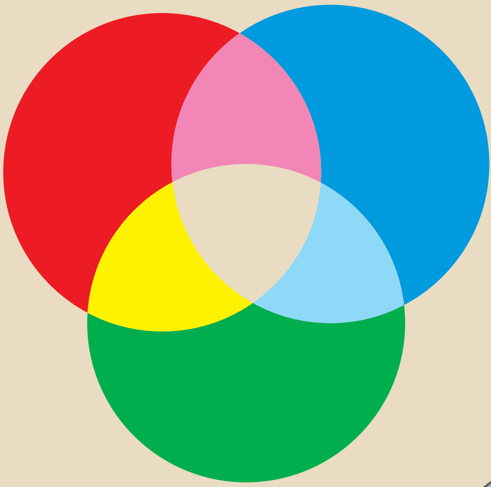
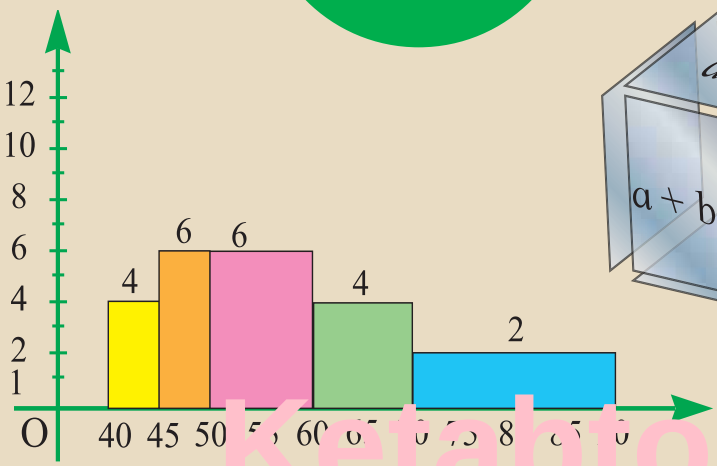
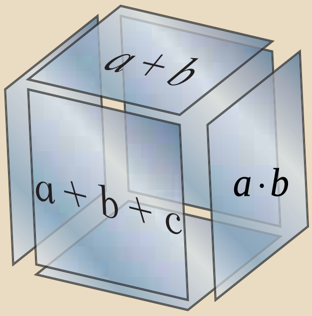
د پوهنې وزارت
د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساينس د مرکز معينيت
د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي
کتابونو د تاليف رياست

رياضي

نهم ټولګی







نهم ټولګی

ISBN 978-9936-25-068-0
9 789936 250680

۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

رياضي
نهم ټولګی

۱۳۹۰
هـ.ش

(c) ketabton.com: The Digital Library

مولفين

- پوهيالی حمدالله شيرزی ورډګ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبيب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فيروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شينواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی
- سرمولف ميرنقيب الله د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف رياست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهيالی حمدالله شيرزی ورډګ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی
- استاد مختار نويد د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف رياست علمي غړی

علمی اډيټور

- پوهنمل طلاباز حبيب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی

د ژبې اډيټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی

ديني، سياسي او فرهنګي کميټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد يوسف نيازی
- حبيب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعليمي نصاب په رياست کې.

د څارنې کميټه:

_ دکتور اسدالله محقق د تعليمي نصاب د پراختيا، د ښوونکو د روزنې او د ساينس مرکز معين.

_ دکتور شېرعلي ظريفي د تعليمي نصاب د پراختيا د پروژې مسؤول.

_ د سرمؤلف مرستيال عبدالظاهر ګلستاني د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف لوی رئيس.

کمپوز او ډيزاين

- وليد نويد نسيمي
- محمد اشرف امين

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی
دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې
هر بچی یې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی
د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو
د ترکمنو د تاجکو
ورسره عرب، گوجر دي
پامیریان، نورستانیان
براهوي دي، قزلباش دي
هم ایماق، هم پشه یان
دا هیواد به تل ځلیږي
لکه لمر پر شنه اسمان
په سینه کې د اسیا به
لکه زړه وي جاویدان
نوم د حق مو دی رهبر
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزير پيغام

ګرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختيا او پرمختګ بنسټ جوړوي. تعليمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختګ او ټولنې د اړتياوو له مخې رامنځته کېږي. څرګنده ده چې علمي پرمختګ او ټولنيزې اړتياوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعليمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښايي چې تعليمي نصاب د سياسي بدلونونو او د اشخاصو د نظريو او هيلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتيب شوی دی. علمي ګټورې موضوعګانې پکې زياتې شوې دي. د زده کړې په بهير کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدريسي پلان برخه ګرځېدلې ده.

هيله من يم دا کتاب له لارښوونو او تعليمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د ميتودونو د کارولو له لارې تدريس شي او د زده کوونکو ميندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکيفيته ښوونه او روزنه کې پرله پسې ګډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هيلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې برياوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ ګران ښوونکي د تعليمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤوليت په ريښتوني توګه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زيار کاږي چې د پوهنې تعليمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دين له بنسټونو، دوطن دوستۍ د پاک حس په ساتلو او علمي معيارونو سره سم د ټولنې د څرګندو اړتياوو له مخې پراختيا ومومي.

په دې ډګر کې د هېواد له ټولو علمي شخصيتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له ميندو او پلرونو څخه هيله لرم چې د خپلو نظريو او رغنده وړانديزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تاليف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتيب کې يې مرسته کړې، له ملي او نړيوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعليمي نصاب په چمتو کولو او تدوين او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې يې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفيق

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست

مــخ

لومړی څپرکی: دايره ۱

- د دايرې عناصر، د يوې مستقيمې کرښې حالتونه، دايرې موقعيت نظر يو بل ته
- په دايره پورې اړوند زاويې
- د دايرې د وتر او شعاع ځانګړتياوې
- د دايرې محيطي او مماسي زاويې

دويم څپرکی: په يوه دايره کې د اوږدوالی اړيکې
۲۷

- د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته
- دايرې مماس کرښه، د دايرې داخلي او خارجي زاويه
- محيطي او محاطي دايره
- په دايره کی د مرسوم څلور ضلعی ځانګړتياوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسيم، د د ايرې مساحت او محيط

دريم څپرکی: تحليلي هندسه ۵۵

- د دوو ټکو تر منځ فاصله يا واټن
- د يوې قطعه خط د منځنی ټکي مختصات
- د مستقيمې کرښې ميل، د موازي او عمود کرښو ميلونه
- د مستقيمې کرښې معادله، د هغې مستقيمې کرښې معادله چې ميل او يو ټکی يې معلوم وي
- د مستقيمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سيستم
- د خطي معادلاتو د سيستم حل د تعويضي او افنا په لاره (طريقه)
- تغيير مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵

د تالس قضيه

- د حاده زاويې ساين، کوساين او تانجنت
- د ځينو خاصو زاويومثلثاتي نسبتونه، د ميل او تانجنت تر منځ اړيکې
- مثلثاتي جدول، د قايم الزاويو مثلثونو حل

- مثلثاتي معادلې

فهرست — مــخ

پنځم څپرکی: خو جمله یي ګانې ۱۲۷
- په فکتورونو تجزیه
- د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل
- کوچنی ګډ مشترک مضرب
- د الجبري افادو ویش
- په الجبري افادوکې د عملیو د سرته رسولو ترتیب

شپږم څپرکی: نامساوات ۱۵۱
- د خطي غیر مساواتو حل
- فاصله یا انتروالونه
- د بینوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل
- کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات
- د نامساواتو سیستمونه

اووم څپرکی: یو مجهوله دویمه درجه معادلې ۱۷۵
- د دویمې درجې معادلو حل
- غیر خطي اړیکې
- په هندسي لاره د دویمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکمیل مربع

اتم څپرکی: احصائیه ۱۹۵
- د data د دسته بندۍ لاره، د نبنتو یا پیوسته data ګانو دسته بندي او وزني اوسط
- مستطیلي او دایروي ګرافونه
- میانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط

نهم څپرکی: احتمالات ۲۲۱
- د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع
- کلي او مکمله سټ
- په ستونو مدل جوړول

(c) ketabton.com: The Digital Library

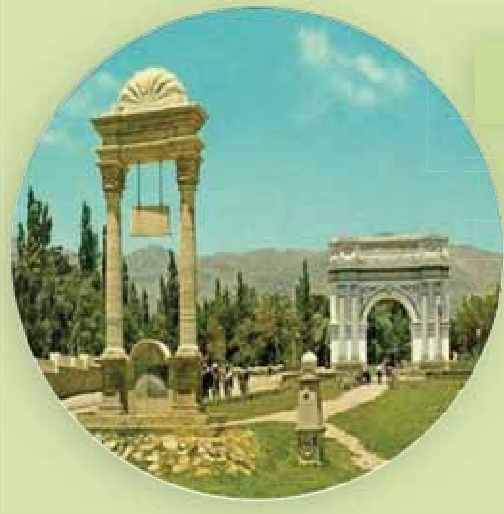
(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

دایره

(c) ketabton.com: The Digital Library

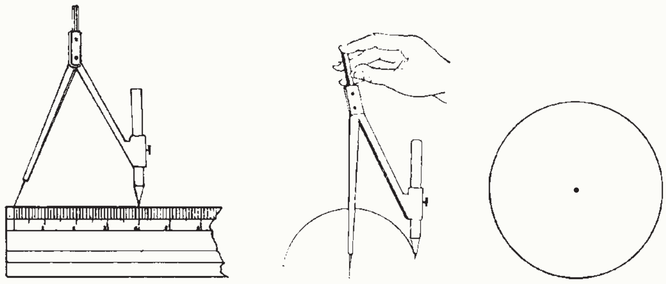
دایره
CIRCLE



شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په تصویر کې وینئ نومونه یې واخلئ.

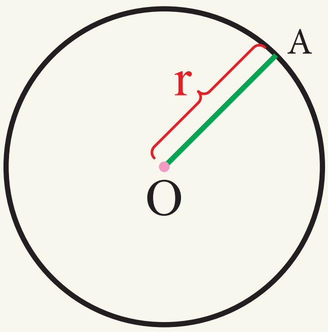
فعالیت

یوه ټکی دکاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخواته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته یو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نومیږي؟



تعریف

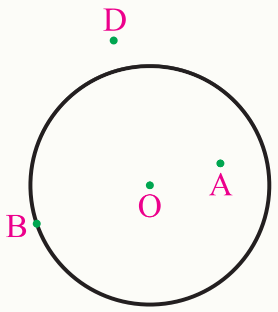
په یو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن(فاصله) ولري دایره نومیږي، یا په بل عبارت دایره دیوې تړلي منحني څخه عبارت ده چې له یوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.
تړلي منحني ته د دایرې محیط او ټاکلي ټکي ته د دایرې مرکز وایي چې په $C(O,r)$ ښودل کېږي.
د دایرې مرکز په شکل کې O او شعاع یې د r په تورو ښودل کېږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت

- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځايونه(موقعيت) نظر O دايرې ته وټاکي.
- د هغو ټکو واټن د دايرې د مرکز څخه اندازه او د دايرې د شعاع له اوږدوالي سره پرتله کړي.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دايره کې دننه او له دايرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونيسئ. ايا لاسته راغلې اړيکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟



پايله:

1- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دايرې داخلي ساحه(منځ) بلل کيږي، يا $I = \{A / |\overline{OA}| < r\}$

2- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه د دايرې له شعاع سره مساوي وي، د دايرې محيط يا مخ ويل کيږي، يا $C = \{B / |\overline{OB}| = r\}$

3- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه لوی وي، د دايرې د خارجي يا باندنی ساحې په نامه يادېږي، يا $E = \{D / |\overline{OD}| > r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دايرې د محيط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوې وي، د دايرې د سطحې په نوم يادېږي.

پوښتنې

1- يوه دايره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم يو يې د دايرې په داخل، خارج او په محيط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دايرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دايرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دايرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دايرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې يو ټکی د دايرې پر محيط پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايري عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کيک مخ کوم هندسي شکل را ښيي او پرې شوې برخه يې د دايرې کوم عنصر رانښيي؟

د دايرې د عناصرو تعريف

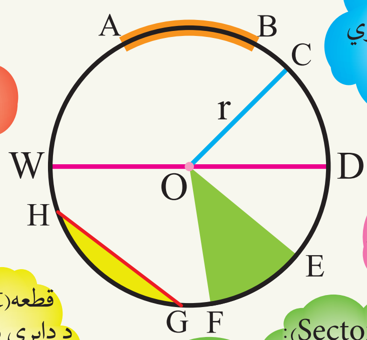
لومړی شکل او د دايرې د عناصرو تعريفونه خپلو کتابچو ته نقل او ورسته لاندې تعريفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.

قوس(Arc): د دايرې د محيط يوه برخه د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

شعاع(Radius): هغه کرښه چې د دايرې مرکز د محيط له يو ټکي سره نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard): هغه قطعه خط چې د دايرې محيط دوه ټکي ونښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.

قطر(Diameter): هغه وتر چې د دايرې د مرکز څخه تېر شي، د دايرې قطر بلل کېږي او اوږوالی يې د شعاع دوه برابر وي.



قطعه(Segment): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د وتر په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم يادېږي.

قطاع(Sector): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د دوو شعاعګانو يا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه یوه دایره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دایره داسې قات کړئ چې دواړه نیمې دایرې یو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه یادېږي.
- دا ځل دوه نیمې دایرې بیا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وینئ. هر یو د څه په نامه یادېږي؟
- څلور لاسته راغلې زاویې اندازه کړئ، او وواياست چې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د یوې دایرې د قطر او شعاع تر منځ اړیکې څه دي؟
- دایره داسې قات کړی چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه یادېږي؟ د هغې اوږدوالی د دایرې د قطر سره پرتله کړئ.

پایله:

- ومو لیدل چې په هره دایره کې که چیرې د دایرې د محیط دوه ټکي ونښلوو د دایرې وتر لاسته راځي.
- په هره دایره کې ترټولو لوی وتر، د دایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د یوې دایرې هر قطر، وتر اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچنی قوس (minor Arc) په نوم یادېږي.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- د $C(0,4)$ دایره رسم کړئ.

a) د دایرې شعاع یا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښیئ.

b) د دایرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دایرې محیط په څلور مساوي برخو وویشئ، ددې څخه پایله په لاس راځي؟

d) د دایرې داخلي ناحیه، خارجي ناحیه او د دایرې محیط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې سره د يوې مستقيمې کرښې حالتونه

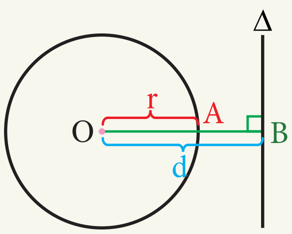
مخامخ شکل ته پام وکړئ او وواياست چه قلمونه او هندسي بکس له دايرې سره څه اړيکې لري هره يوه توضيح کړئ؟

فعاليت

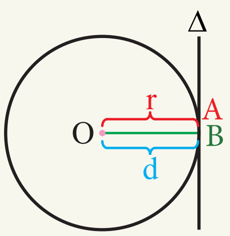
- يوه دايره او مستقيمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دايرې سره يوټکی، دوه ټکي او هيڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دايرې له مرکز څخه په هره مستقيمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دايرې د مرکز اوکرښې تر منځ واټن اندازه کړی او هر حالت د دايرې د شعاع له اوږوالی سره پرتله کړئ.

د پورتني فعاليت د کړنې څخه ليدل کېږي چې يو مستقيمه کرښه او دايره نظر يو بل ته درې لاندې حالتونه لري:

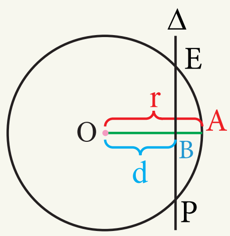
1- که چيرې مستقيمه کرښه له دايرې سره ګډ ټکی و نلري، مستقيمه کرښه له دايرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه لوی دی يعني: $d > r$



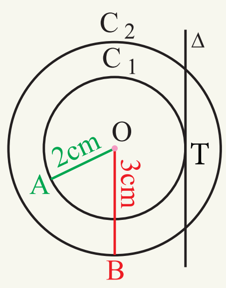
2- که چيرې مستقيمه کرښه د دايرې سره يو ګډ ټکی ولري نو مستقيمې کرښې ته پر دايره مماس وايي. په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع سره برابر ده يعني: $d = r$



(c) ketabton.com: The Digital Library



3– که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ (مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې (قاطع) وایي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع کوچنی دی، یعنې $d < r$



مثال (بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکي لري؟

حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعنې: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعنې: $d < r$

پوښتنې

د $3cm$ شعاع په اوږدوالی یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسیکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

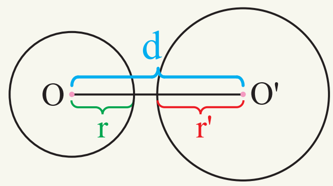
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

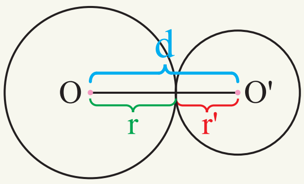
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

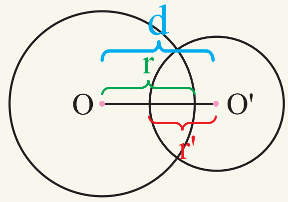
د پورتني فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:



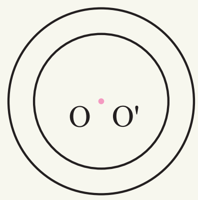
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپریکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعني $d > r + r'$



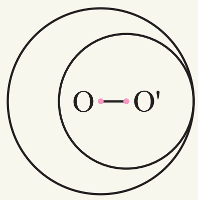
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجاً مماس وایي، یعنې $d = r + r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن، د هغو د شعاعګانو د مجموعې د اوږدوالي څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفریق د حاصل د مطلقه قیمت څخه لوی وي. دایرې یو له بل سره متقاطع دي، یعنې $|r-r'| < d < r+r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي، دایرې د متحدالمرکز په نامه سره یادیږي، یعنې $d=0$

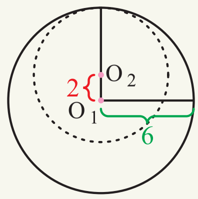


که د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن د هغو د شعاع ګانو د تفریق حاصل له مطلقه قیمت سره مساوي وي. دایرو ته له دننه مماس وایي، یعنې $d=|r-r'|$

مثال(بیلګه): دوې دایرې داسې رسم کړئ، چې د لومړۍ دایرې شعاع $6cm$ ، د دویمې دایرې او لومړۍ دایرې مرکزونو تر منځ واټن $2cm$ او د دویمې دایرې شعاع د لومړۍ دایرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دایرو موقعیت نظر یو بل ته پیدا کړئ؟

حل: که د لومړنۍ دایرې شعاع r_1 او د دویمې دایرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = 6cm \\ r_2 = \frac{2}{3} r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = \frac{2}{3} \times 6 \\ r_2 = 4cm \end{array}$$



$$d = |r_1 - r_2| = |6-4| = |2| = 2$$

څرنګه چې:
نو له دایرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

۱- دوې دایرې د $6\,cm$ او $4\,cm$ په شعاع په پام کې و نیسئ او په لاندې توګه یې رسم کړئ.

الف: دایرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.
ب: دایرې داخلاً (له دننه) سره مماس وي.
ج: دایرې سره غیر متقاطع (نا پرېکړې) وي.
د: دایرې سره غیر متقاطع (غوڅو نه) وي.
هـ: دایرې متحدالمرکزه (ګډ مرکز) وي.
و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووایئ.

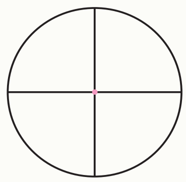
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې اړوند زاويې
Angle of a Circle

تصویر ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې ليدل کېږي نوم يې واخلئ؟

فعاليت

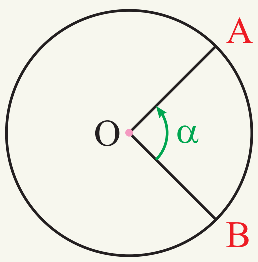


- په پورتنی شکل کې خو زاويې ليدلای شئ.
- د دې زاويو ګډ خاصيتونه کوم دي بيان يې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاويې لاسته راځي؟ د هرې زاويې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دايرې محيط څو درجې دی؟

د پورتني فعاليت له نتيجې څخه ليکلای شو چې:
د يو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاويې په پراخوالي پورې اړه لري، يعنې:

$$\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول قوس}}{\text{محيط دايره}}$$

تعريف



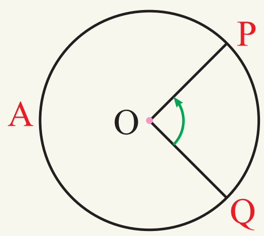
هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت، او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي لکه: د $\hat{AOB}$ يا د $\hat{\alpha}$ زاويه:

هره مرکزي زاویه له دایرې څخه یو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاویې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاویې سره مساوي دي.

د قرارداد له مخې ویلای شو چې په یوه دایره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاویې سره مساوي ده یعني: $\hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د $C(O, r)$ په دایره کې لوی قوس (major) د کوچنی قوس (minor) پنځه برابره وي نو د کوچنی قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاویو اندازه پیدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس یې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو لیکلای شو، چې:



$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

$x + 5x = 360^\circ$

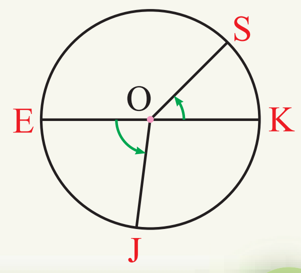
$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow P\hat{O}Q = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې که $K\hat{O}S = 31^\circ$ ، $\overline{EK}, E\hat{O}J = 82^\circ$ د دایرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پیدا کړئ.

د مرکزي زاویې مخامخ قوس .....



$\overset{\frown}{SK} = S\hat{O}K = 31^\circ \quad \Rightarrow \quad \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

$K\hat{O}J = 180^\circ - E\hat{O}J = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$K\hat{O}J = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = E\hat{O}J = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = E\hat{O}K = 180^\circ$

پوښتنې

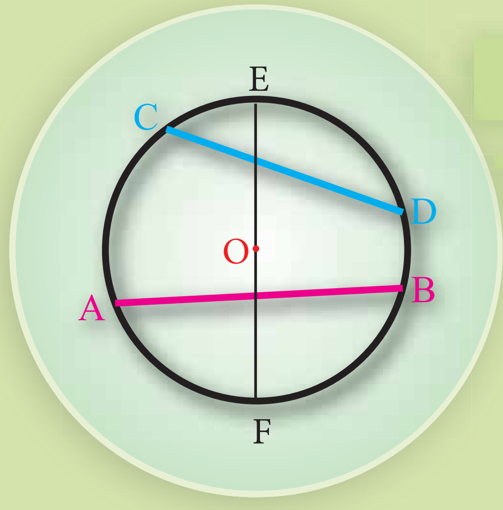
1- د B, A او C درې ټکي د $C(O,r)$ پر دایره داسې پراته دي، چې $A\hat{O}B = 75^\circ$ ، $B\hat{O}C = 136^\circ$ زاویې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2 - یوه مرکزي زاویه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ، د $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقيمې کرښې په څه نامه ياديږي د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتيا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړيکه لري؟

فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دايرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکی د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځايونو کې د ($=,<$ يا $>$) ورنښې وليکئ.

$\overline{OA}$ ☐ $\overline{OB}$, $\overset{\frown}{AE}$ ☐ $\overset{\frown}{EB}$, $\overline{AH}$ ☐ $\overline{HB}$

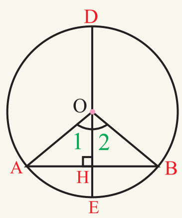
د دې فعاليت د پايلې څخه کولای شو لاندې قضيه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: په هره دايره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نيمايي.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوو مثلثونو څخه ليکلی شو چې:

$\overline{OA} = \overline{OB}$......... د دايرې شعاع
$\hat{H}_1 = \hat{H}_2$.......... قايمه
$\overline{OH} = \overline{OH}$........ مشترک

$\Rightarrow \overset{\Delta}{AOH} \cong \overset{\Delta}{OHB}$



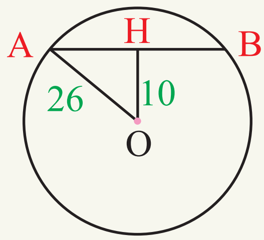
نو د دوو مثلثونو د تساوي څخه داسې پايله لاسته راځي، چې: $\overline{AH} = \overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاويې سره مساوي دي په پايله کې $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دايره راکړل شوې ده، که چيرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دايرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فیثاغورث د قضیې له مخې لرو چې:

$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$$
$$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$$
$$\overline{AH} = 24$$
$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\,\text{unit}$$



فعالیت

- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دایره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دایرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمود کرښې رسم او اوږدوالی یې معلوم کړئ.

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: په هره دایره کې د هغې مساوي وترونه، د دایرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې.

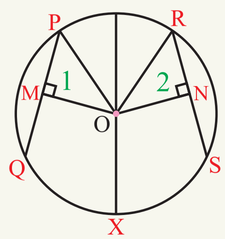
$\overline{OP} = \overline{OR}$ .... د دایرې شعاع

$\hat{1} = \hat{2}$ .... قایمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه

$\dfrac{\overline{PQ}}{2} = \dfrac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow \overline{PM} = \overline{RN}$

$\Longrightarrow \quad \overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}, \quad \overline{OM} = \overline{ON}$



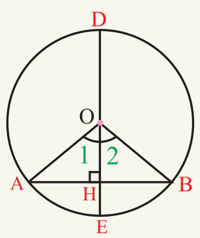
په پایله کې وبلای شو چې په هره دایره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

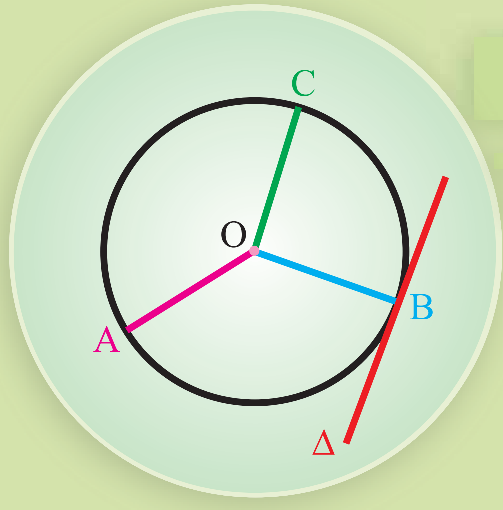
1- د $C(0,13)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر د دایرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

2- که چیرې د یوې دایرې قطر د وتر له نیمايي څخه تیر شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.

3- په یوه دایره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چیرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دایرې قطر او محیط محاسبه کړئ.

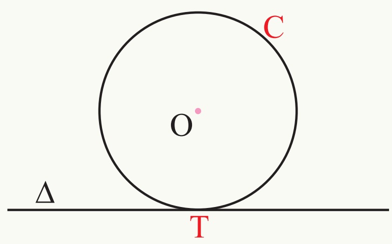


د دايرې د شعاع خواص



شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نوميږي او د Δ کرښه د دايرې او د OB ورانګې سره څه اړيکې لري؟

فعاليت



- په مخامخ شکل د (Δ) مستقيمه کرښه د $C(0,2)$ دايرې د T په ټکي کې مماس دی د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دايرې له مرکز سره يې ونښلوئ.
- ټوټه کرښې يا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دايرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښايئ.

تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او يوې مستقيمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟

- د پورتني دوو حالتونو څخه پايله لاسته راوړئ.

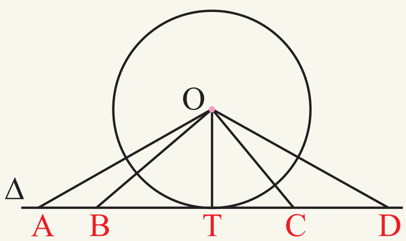
د دې فعاليت د پايلې څخه په لاندې توګه قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه: د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.

پايله: په لاندې شکل کې ليدل کيږي، چې:

$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

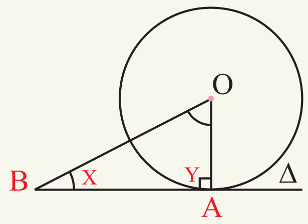
$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$



پوهيږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او مستقيم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پايله کې ويلای شو چې مستقيمې کرښې: $\Delta \perp \overline{OT}$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$

$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$

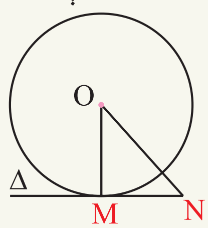
$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 150^\circ$

$x = 30^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دي، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهیږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $\overset{\Delta}{OMN}$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:



$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$

$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$

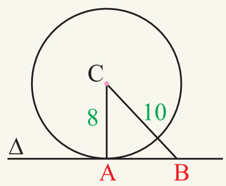
$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

$\overline{MN} = 3$

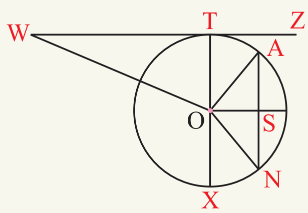
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکی څخه تېرېږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شکل کې د Δ د $P(C,r)$ پر دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

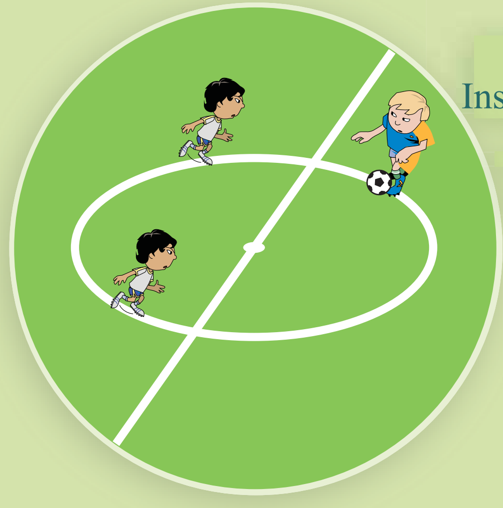


2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایرې مماس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، TW=3unit وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

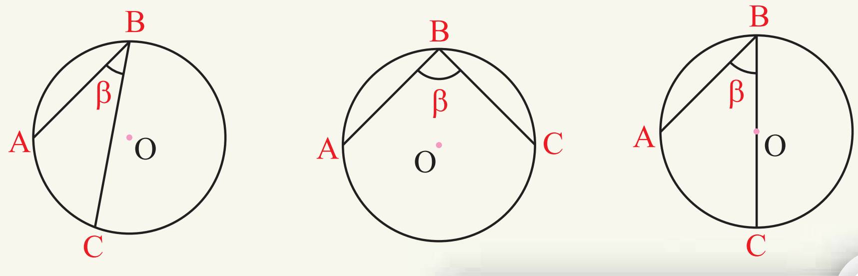
د دايرې محيطي زاويه
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د ميدان په مرکزي دايره کې حسيب الله، بلال ته او بلال الياس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسير څخه جوړيږي څه ډول دی؟

تعريف

هغه زاويه چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې دوه وترونه وي محيطي زاويه بلل کيږي. لکه: د $A\hat{B}C$ يا د $\hat{\beta}$.



فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $A\hat{B}C$ محيطي زاويه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دايرې له مرکز څخه تيره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دايرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويې د $O\hat{A}B$ په مثلث کې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- د $A\hat{O}C$ زاويه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويو سره څه اړيکې لري؟

په ياد ولرئ چې:
- د مرکزي زاويې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
- په هر مثلث کې د خارجي زاويې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاويې له مجموعې سره مساوي دی.

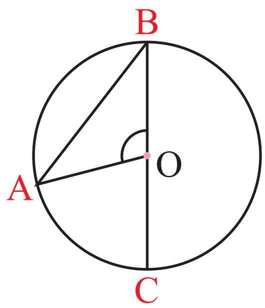
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمایي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاویې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنی دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\Delta}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



$\hat{AOC} = \overset{\frown}{AC}$ ..... مرکزي زاویه

$\hat{AOC} = 2\hat{B}$

نو: $\overset{\frown}{AC} = 2\hat{B}$

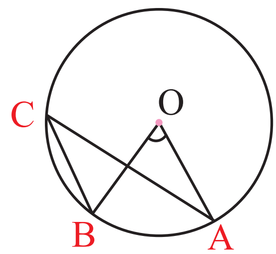
په پایله کې $\hat{ABC} = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOC} = \hat{A} + \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{B} \text{ ..... ولې} \\ \hat{AOC} = \hat{B} + \hat{B} \\ \hat{AOC} = 2\hat{B} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

د $\hat{ABC}$ د محیطي زاویې پراخوالی د $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O, r)$ په دایره کې که مرکزي زاویه $\hat{AOB} = 60^\circ$ وي د $\hat{ACB}$ محیطي زاویې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاویې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:



$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOB} = 60^\circ \\ \hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\frown}{AB} = 60^\circ \\ \hat{ACB} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{ACB} = \dfrac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

پوښتنې

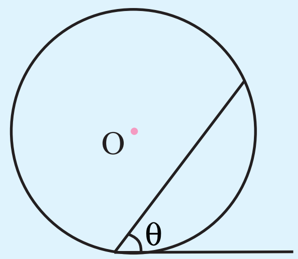
1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاویې رسمولای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

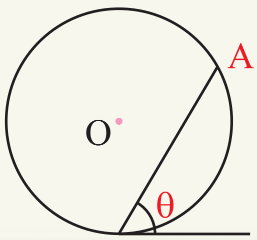
د دايرې مماسي زاويه



شکل ته پام وکړئ، هغه مستقيمې کرښې چې د θ زاويه يې جوړه کړې ده نوم واخلئ او د زاويې راس چېرته پروت دی.

تعريف

هغه زاويه چې يوه ضلع يې پر دايره مماس او دويمه ضلع يې د دايرې وتر وي او راس يې د تماس په ټکي کې پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي، لکه: د θ زاويه



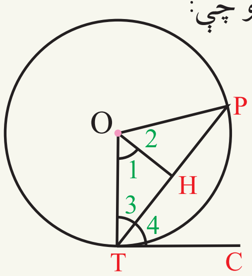
فعاليت

- د $C(0,6)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يوه مماسي زاويه رسم کړئ.
- د دايرې د وتر انجامونه د دايرې له مرکز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمود رسم کړئ.
- د $\hat{TOP}$ مرکزي زاويه او د $\hat{PTC}$ مماسي زاويې سره څه اړيکې لري.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه ثبوتولی شو.

قضيه: په يوه دايره کې د مماسي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس نيمايي په اندازه دی.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قايم الزاويه مثلث او $\hat{OTC}$ قايمې زاويې څخه لرو چې:



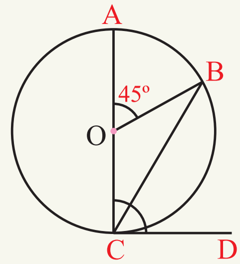
$$\left.\begin{array}{l}\hat{3}+\hat{1}=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow \hat{1}=\hat{4}$$

$$\hat{1}=\frac{\hat{POT}}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow \hat{PTC}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



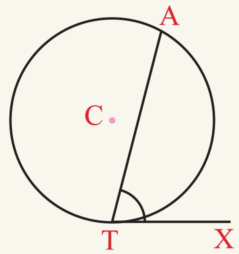
دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $A\hat{T}X$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

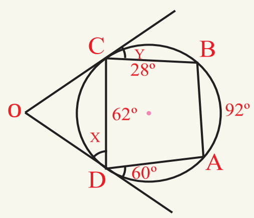
$$= (\alpha-3)^\circ$$

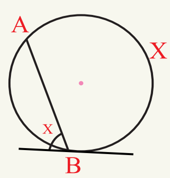


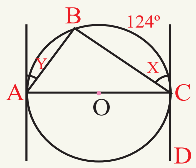
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتنې

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







د لومړي څپرکي لنډيز

- د هغو ټکو سټ یا هندسي محل چې د یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دایره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن یې د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن یې د دایرې له مرکز او د دایرې له شعاع سره مساوي وي د دایرې محیط یا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه نسبت د دایرې شعاع ته لوی وي د دایرې باندنی ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دایرې د داخلي سطحې په واسطه بېله شوې وي د دایرې سطحه بلل کېږي.
- هغه کرښه چې د دایرې مرکز او د محیط یو ټکی نښلوي د دایرې شعاع بلل کېږي.
- هغه ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي ددایرې وتر بلل کېږي.
- د دایرې هغه وتر چې له مرکز څخه تیرېږي د دایرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- د دایرې د محیط یوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته بېله شوې وي قوس بلل کېږي.
- هغه کرښه چې له دایرې سره یو ګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دایرې قطعه: د دایرې هغه برخه چې د دایرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دایرې قطعه بلل کېږي
- د دایرې یوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي.
- که یو مستقیم له یوې دایرې سره یو ګډ ټکی ولري د مماس او که چیرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم یادېږي.
- په هره دایره کې د دایرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نیمايي کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د یوې دایرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

هغه زاویه چې راس یې د دایرې په مرکز پروت او ضلعې یې د دایرې شعاعګانې وي مرکزي زاویه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاویې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاویې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\frac{A\hat{O}B}{360^\circ} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دایرې محیط}}$ څخه په لاس راځي.

هغه زاویه ده، چې راس یې د دایرې پر محیط او ضلعې یې د دایرې وترونه وي محیطي زاویه بلل کېږي.

- د هرې محیطي زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نیمایي سره مساوي دی.
- ∴ هره محیطي زاویه د هغې د مرکزي زاویې نیمایي ده، چې د عین قوس په مخامخ کې پر ته ده.

هغه زاویه ده، چې یوه ضلعه یې په دایرې مماس او بله یې د دایرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دایرې پر محیط پروت وي مماسي زاویه بلل کېږي.

- هره مماسي زاویه د هغې مرکزي زاویې نیمایي ده، چې د عین قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دایرو حالتونه یو بل ته:

_ که د دوو دایرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې څخه لوی وي دایرې غیر متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې سره مساوي وي دایرې خارجاً(د یا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفریق حاصل یې د مطلقه قیمت څخه لوی وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفریق حاصل مطلقه قیمت سره مساوي وي دایرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دایرې متحد المرکز(د یوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

• په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د يوې دايرې د قطر اوږدوالی مساوي دی په:

a) $3r$ b) π c) 2π d) $2r$

2- دايره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0 b) $(1,2)$ c) (b,a) d) $C(o,r)$

3-هغه مستقيمه کرښه چې له دايرې سره يو ګډ ټکی ولري:

a) د وتر په نوم يادېږي. b) د قوس په نوم يادېږي.

c) د مماس په نوم يادېږي. d) د محيط په نوم يادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له شعاع څخه لويه وي:

a) د دايرې مخ بلل کېږي. b) د دايرې خارج بلل کېږي.

c) دايره بلل کېږي. d) د دايرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دايرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دی. b) وړوکی وتر دی.

c) هيڅ يو. d) لوی وتر دی.

6- که يوه مستقيمه کرښه دايره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقيمه کرښه او دايره وايي. b) قاطع وايي.

c) مماس وايي. d) موازي وايي.

7- که د يوې دايرې مرکزي زاويه 80° وي د مخامخ قوس اندازه يې مساوي په:

a) 90° b) $70'$ c) $80''$ d) 80°

8- يوه مستقيمه کرښه له يوې دايرې سره څو حالتونه لري:

a) 3 b) 7 c) 4 d) 1

9- هغه زاويه چې راس يې د ايرې پر محيط او ضلعې يې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاويه ده. b) مماسي زاويه ده.

c) محاطي زاويه ده. d) محيطي زاويه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

● تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دایرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم یادېږي.

2- د دایرې تر ټولو لوی وتر .... دی.

3- د هغو ټکو سټ چې .... یې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې .... ویل کېږي.

4- که مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره هیڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دایره ویل کېږي.

5- په هره دایره کې .... قطر پر وتر، وتر نیمایي او .... قوسونه د هغې څخه بیلوي.

6- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دایره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دایرې شعاع د تماس په ټکی پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاویه هغه زاویه ده چې .... یې د دایرې په مرکز او ضلعې یې د دایرې.................. وي.

10- هغه زاویه چې یوه ضلع یې .... په دایره او بله یې د دایرې .... او راس یې د .... په ټکی پروت وي د .... زاویې په نوم یادېږي.

● په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (   ) د یوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د یو ټاکلي ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دایره بلل کېږي.

2- (   ) دایره د خپل محیط په نامه یادېږي.

3- (   ) هغه قطعه خط یا ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي د دایرې د قطر په نامه یادېږي.

4- (   ) په یوه دایره کې شعاع یا وړانګه د قطر نیمایي ده.

5- (   ) د دایرې قطعه د($\cap$) په علامه ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- (   ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دايرې خارجي ساحه بلل کېږي.

7- (   ) په يوه دايره کې عمود قطر په وتر، وتر نيمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

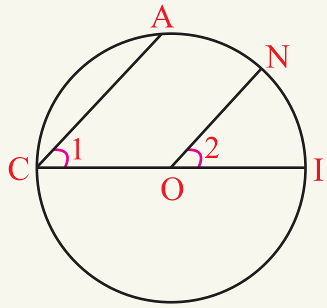
8- (   ) ټوله دايره د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

9- (   ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دايرې شعاع دی.

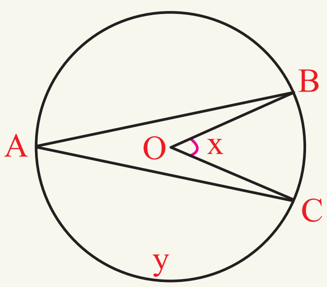
10- (   ) د يوې دايرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

- لاندې سوالونه په تفصيل سره حل کړئ.

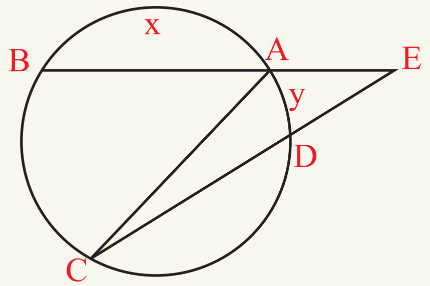
1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دايرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.



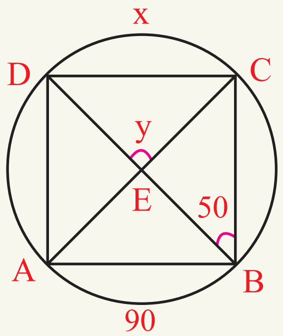
2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پيدا کړئ.

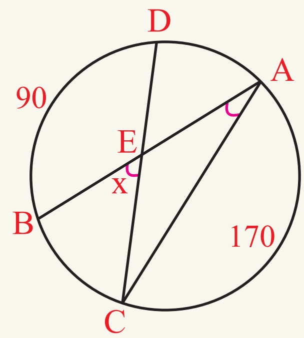


3- په لاندې شکل کې چې $\hat{E} = 40^\circ$ که او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي وي د $A\hat{C}D$ اندازه معلومه کړئ.

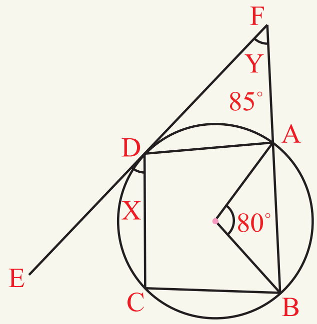


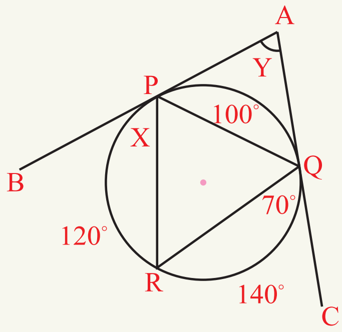
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

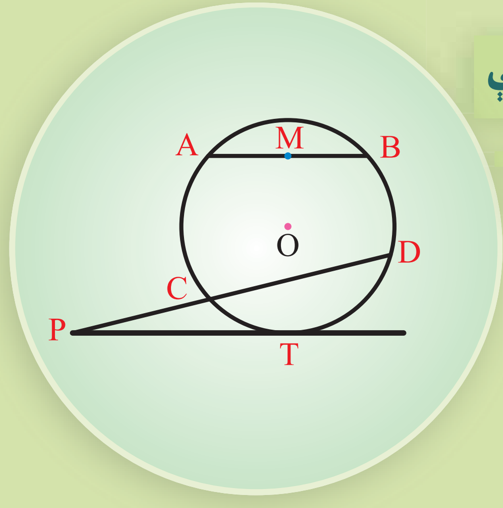
دویم څپــــرکی

په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د اوږدوالي اړیکې



هغه توټه کرښې چې په مخاخ شکل کې وینئ نوم یې واخلئ.

تعریف

د اوږدوالي اړیکې: په یو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړیکې د اوږدوالي اړیکو په نوم یادیږي.

فعالیت

- د P له ټکي څخه چې د $C(O,r)$ دایرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکي د D او B ټکي د C ټکي سره ونښلوئ.
- وښایاست چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه ولیکئ.

د دې فعالیت پایلې څخه لاندې قضیه څرګندیږي.

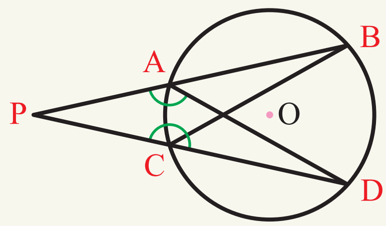
قضیه (**۱ - ۲**): که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

یعنې $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکې موجود دي دي.

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$



$\hat{D}=\hat{B}$ د عین قوس محیطي زاویې

$\hat{P}=\hat{P}$ ګډ

$\Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$

د پورتنیو دریو زاویو د تساوي څخه پوهېږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو لیکلی شو چې:

$$\overset{\Delta}{PCB}\sim\overset{\Delta}{PAD}\Rightarrow\frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB}\Rightarrow PA\cdot PB=PC\cdot PD$$

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دایرې دوه قاطع کرښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کرښې) چې د P له ټکي څخه رسمېږي او د(۱-۲) قضیې په مرسته لیکلای شو، چې:

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

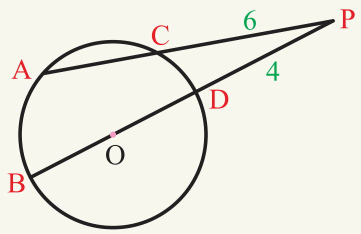
$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

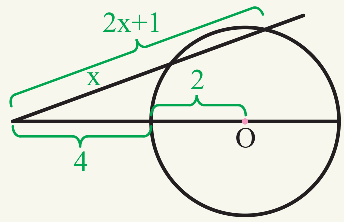
$\overline{DB}=11cm$

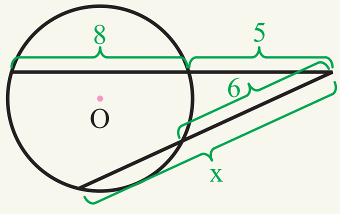


که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

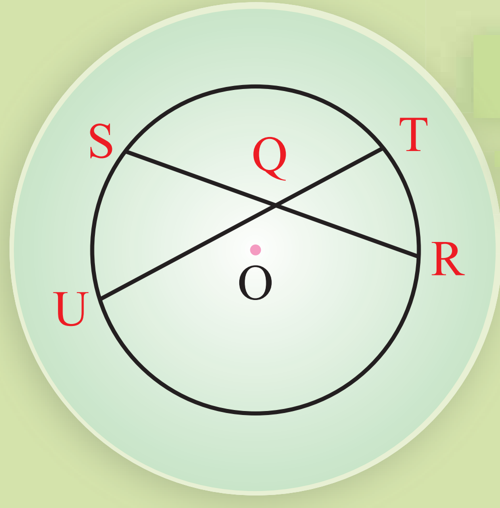
1- په لاندې شکلونو کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.





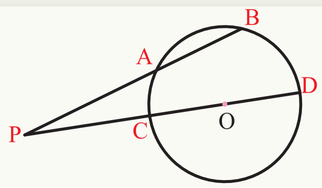
(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو ټکي طاقت نظر دايرې ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. ويلاشي شئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

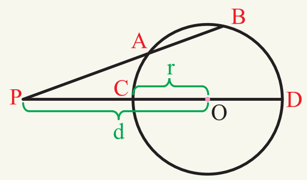
فعاليت



- د P له يو ټاکلي ټکي څخه چې $C(O,r)$ د دايرې څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرنی ټکي څخه د $\overline{PCD}$ قاطع داسې رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دايرې له مرکز څخه تېر شي.
- د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ د ټوټه کرښو ترمنځ اړيکي د (2-1) قضيې له مخې وليکئ.
- په پورتنی اړيکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالی د دايرې له مرکز څخه وليکئ.
- که د P ټکي واټن د دايرې له مرکز څخه په (d) او شعاع يا ورانګه په(r) سره وښيو، پورتنی اړيکه د d او r تر منځ وليکئ.

د پاسني فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه څرګندېږي.

قضيه(2-2): که د يو ټاکلي ټکي څخه دوې قاطع کرښې په يوه دايره داسې رسم کړئ چې، دويمه قاطع د دايرې له مرکز څخه تېره شي. د لومړی قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل د يو ټاکلی اندازې (d^2-r^2) سره مساوي دي، (d) د ټاکلي ټکي او د دايرې د مرکز تر منځ واټن او (r) د دايرې شعاع يا ورانګه ده.



لومړی حالت: که چېرې ټاکلي ټکی د دايرې په بهر کې پروت وي.

ثبوت: که چېرې د P ټکی د دايرې په بهر کې او واټن له مرکز څخه په(d) او دايرې شعاع په(r) سره وښيو، د (2-1) قضيې

له مخې لیکلای شو:
دوه نـور حالتونو چـې ټاکلی ټکی یـې د دایرې پر محیط او دننه په دایره کې پراته وي، دا د ګرانو زده کوونکو کورنی دنده ده.

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$$

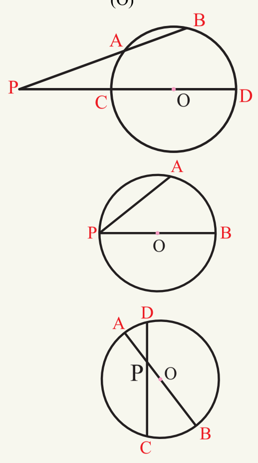
تعریف

د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د C(o,r) دایرې ته وایې چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کېږي.

لومړی مثال: که د یوې دایرې قطر $10cm$ او د P ټکی د $13cm$ په اندازه د دایرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر C(o,r) دایرې ته پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دایرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دایرې شعاع یا ورانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دایرې ته پیدا کړئ.

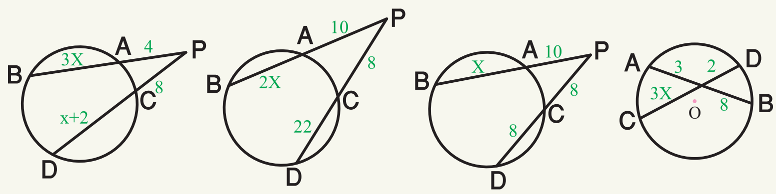
$$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5cm$$
$$P_{(O)}=d^2-r^2$$
$$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$$
$$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$$



- که د یوه ټکي طاقت نظر یوې دایرې ته مثبت وي ټکی د دایرې نه بهر پروت دی، یا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضیې شکل
- که د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر وي ټکی د دایرې پر محیط پروت دی، یعنې $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$
- که د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي وي ټکی د دایرې دننه پروت ده، یعنې $P_{(0)}=d^2-r^2<0\ \Rightarrow d^2<r^2$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x قیمتونه پیدا کړئ.



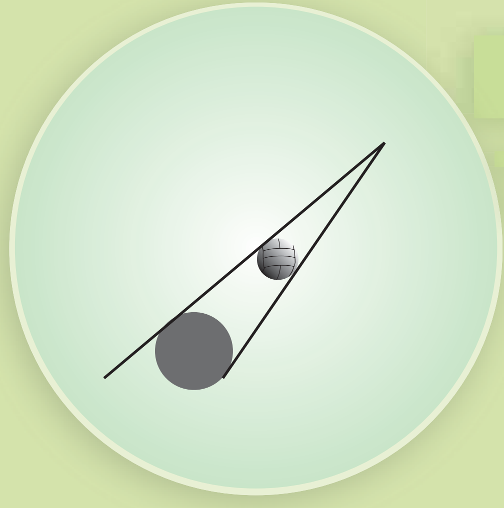
2- په لاندې حالتونو کې د یوه ټکي طاقت نظر یوې دایرې ته پیدا کړئ.

الف) که $d=7$ او $r=4$ وي. ب) که $d=3$ او $r=3$ وي. ج) که $d=3$ او $r=5$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايرې مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چیرې د نور د وړانګې حرکت مسیر مستقیمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سیورې سره څه اړیکې لري.

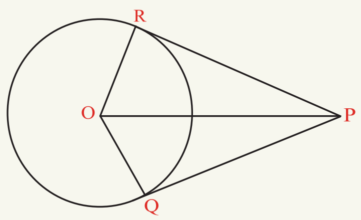
فعالیت

- د P له یوه بهرنۍ ټکي نه د $C(O,r)$ په دایره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دایره د تماس ټکي وي. ایا د P له ټکي پر دایره بل مماس رسمېدلای شي؟
- د O ټکی د Q، R او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړیکې لري؟
- ایا رسم شوی مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه خرګندېږي.

قضیه (2-3): د یوې دایرې له بهرنۍ ټکي څخه پر دایره دوه مساوي مماسونه، رسمېږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې لیکلی شو چې:



$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دایرې شعاع یا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$..............90°

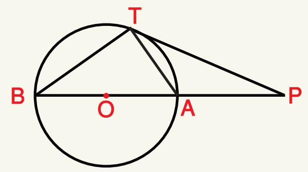
$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

$\overline{PR} = \overline{PQ}$

قضیه (2-4): که د یوې دایرې له بهرنۍ ټکي نه یو مماس او یو قاطع پر یوه دایره رسم شي ثبوت کړئ، چې د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: $C(O,r)$ په دایره کې $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه لیکلای شو چې:



$$\left.\begin{array}{l} P\hat{T}A = P\hat{B}T .....(I) \quad \text{محیطي زاويې او د عین قوس ګډ مماس} \\ \hat{P} = \hat{P} ....(II) \\ \overset{I\wedge II}{\Rightarrow} P\hat{T}B = P\hat{A}T \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$$

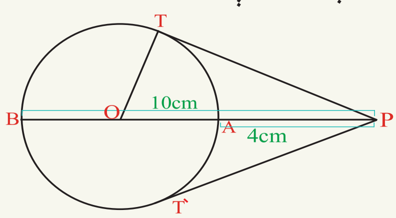
$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$$

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$$

په پایله کې لیکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:

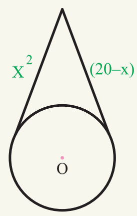


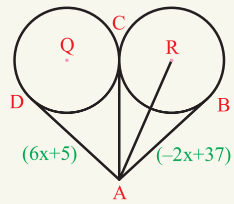
$PA = 4cm$	$PT^2 = PA \cdot PB$
$PB = 10cm$	$PT^2 = 4 \times 10 = 40$
$PT = ?$	$PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

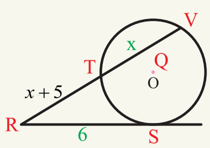
- د یوې دایرې له باندنې ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.
که چیرې د یوې دایرې له بهرنې ټکي څخه پر دایره یو قاطع او یو مماس رسم شي، د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

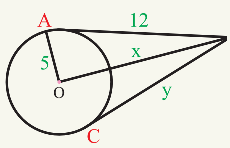
پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د x قیمت لاسته راوړئ.





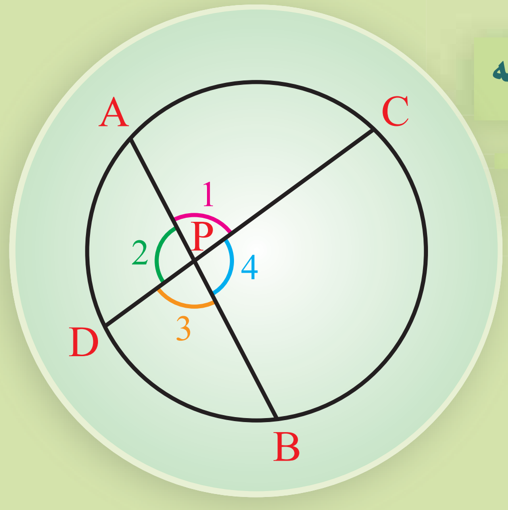




(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې دايرې دننی(داخلي) زاويه



د يوې دايرې په دننه کې دوه متقاطع وترونه رسم کړئ او ووایاست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.

تعريف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي، لکه په پورتنی شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعاليت

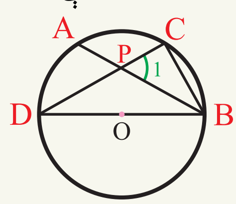
- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه د اسې رسم کړئ چې د P په ټکی که يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلي د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنی زاويه ده، د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

په ياد ولرئ:
- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- په يوه مثلث کې د هرې خارجي زاويې پراخوالی د دوو ناګاونډيو زاويو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه(2-5): د يوې دايرې د هرې دننی(داخلي) زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پرېکړې په مرسته منځ ته راغلی وي.

ثبوت: خرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:

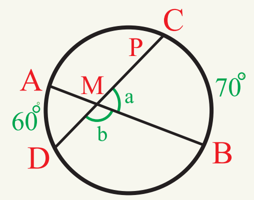


$$\left.\begin{array}{ll}\hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محيطي زاويې وسعت}\\ \hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} & \text{د محيطي زاويې وسعت}\\ \hat{CPB}=\hat{B}+\hat{D} & \text{د هر مثلث خارجي زاويه}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{CPB}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

$$\hat{CPB}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاويې پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د يوې دايرې دننی زاويې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نيمايي سره مساوي دی چې د زاويو په مخامخ کې پراته وي، يعنې:



$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دويم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاويې پراخوالی وټاکئ.

حل: د يوې دايرې دننی زاويو د اړيکو له مخې ليکلی شو چې:

$$\overset{\frown}{NM} = 9x + 17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x - 10$$

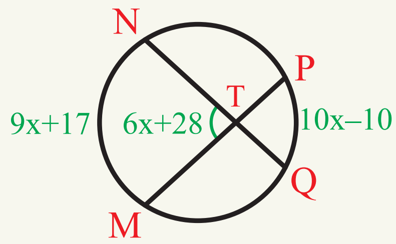
$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

$$6x + 28 = \frac{9x + 17 + 10x - 10}{2}$$

$$12x + 56 = 19x + 7$$

$$-7x = -49$$

$$x = 7$$

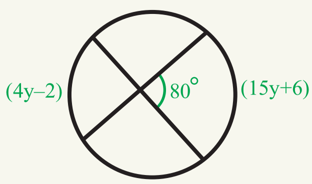


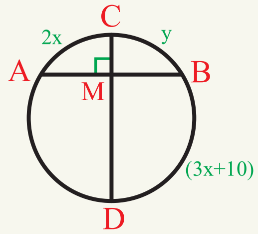
$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

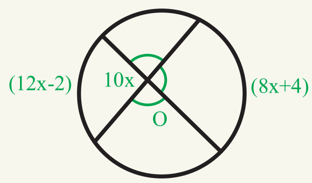
$$= 6 \times 7 + 28 = 42 + 28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.

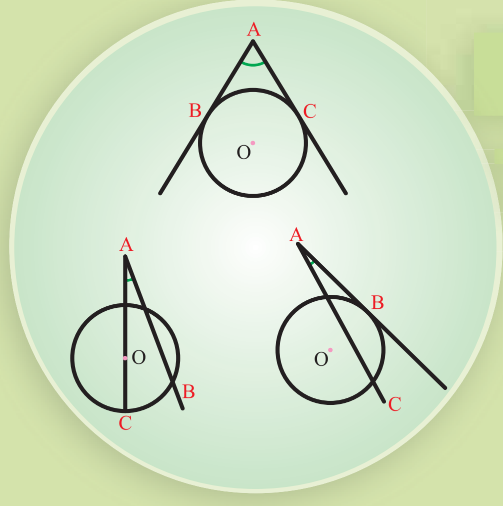






(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دایرې باندنۍ زاویه

په مخامخ شکلونو کې د توټه کرښو او د زاویو نومونه واخلئ.

تعریف

هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو یا د یو قاطع او یوه مماس د پرېکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دایرې باندنۍ زاویه بلل کېږي.

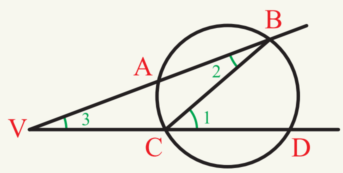
فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غیر موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاویه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $B\overset{\Delta}{V}C$ مثلث باندنۍ زاویه یعنې ($\hat{1}$) د مثلث د دوو ناګاوندیو زاویو سره څه اړیکې لري؟

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیانېږي.

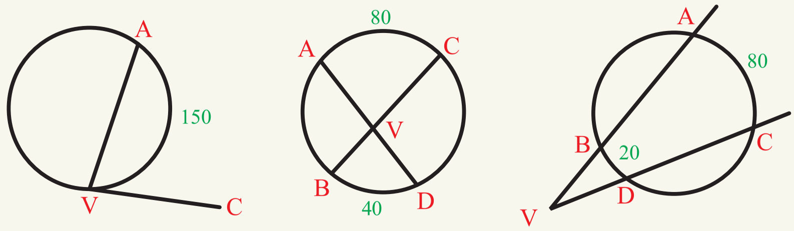
قضیه (6-2): د یوې دایرې د باندنۍ زاویې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپیر له نمایې سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع څخه منځ ته راغلي وي.

ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $V\overset{\Delta}{B}C$ مثلث کې لرو چې:



$$\left.\begin{array}{ll} \hat{1}=\hat{2}+\hat{3} & \text{د مثلث خارجي زاویې پراخوالی} \\ \hat{3}=\hat{1}-\hat{2} & \\ \hat{1}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \\ \hat{2}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{3}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}-\frac{1}{2}AC \quad B\hat{V}D=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AC})$$

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.



حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

$a)\ \hat{AVC}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AV}$ $\quad b)\ \hat{AVC}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD})$ $\quad c)\ \hat{AVC}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD})$

$=\frac{1}{2}\cdot(150)^\circ$ $\quad =\frac{1}{2}\cdot(80+40)^\circ$ $\quad =\frac{1}{2}\cdot(80-20)^\circ$

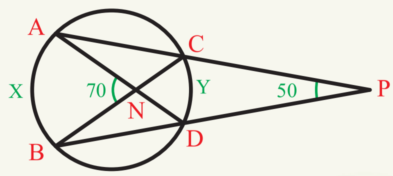
$\hat{AVC}=75^\circ$ $\quad \hat{AVC}=60^\circ$ $\quad \hat{AVC}=30^\circ$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$$\hat{ANB}=\frac{x+y}{2}\Rightarrow 70=\frac{x+y}{2}\Rightarrow x+y=140......I$$

$$\hat{APB}=\frac{x-y}{2}\Rightarrow 50=\frac{x-y}{2}\Rightarrow x-y=100......II$$

که چیرې د I او II اړیکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:



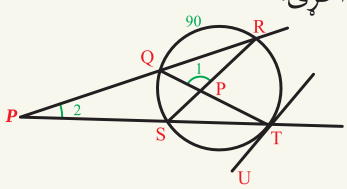
$2x=240$

$x=120^\circ$

$y=20^\circ$

پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

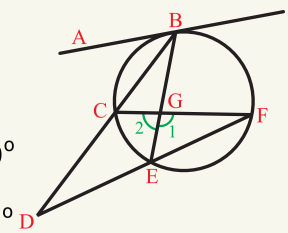


$\overset{\frown}{QR}=90^\circ$

$\overset{\frown}{RT}=150^\circ$

$\overset{\frown}{QS}=50^\circ$

$\hat{STU}=?\quad ,\quad \hat{1}=?\quad ,\quad \hat{2}=?$



$\overset{\frown}{BC}=70^\circ$

$\overset{\frown}{BF}=100^\circ$

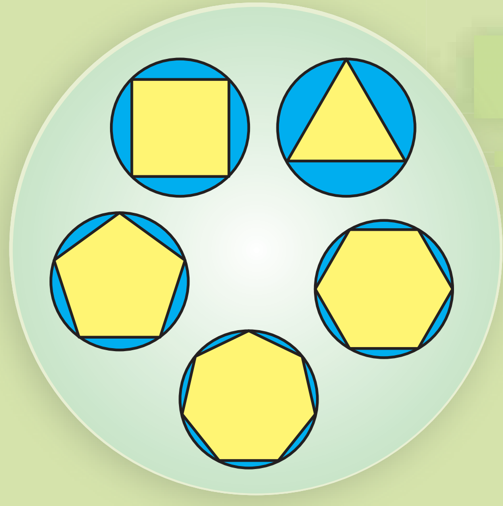
$\overset{\frown}{EF}=130^\circ$

$\hat{1}=?\ ,\ \hat{2}=?\ ,\ \hat{D}=?\ ,\ \hat{ABC}=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

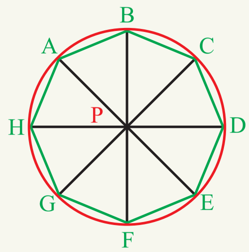
محیطي دایره



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وینئ نومونه یې واخلئ.

تعریف

هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محیطي دایره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دایره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:



د مثلث محیطي دایره: هغه دایره چې د مثلث د دریو راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محیطي دایرې په نامه یادېږي.

فعالیت

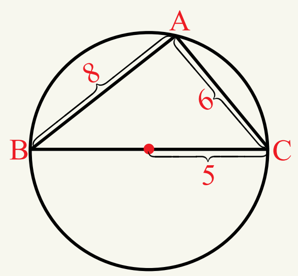
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعګانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتنی عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکی په O سره وښيئ.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالی سره پرتله کړئ.
- که چیرې یوه دایره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ایا د B او C له ټکو تیرېږي او که نه ؟
- ایا دا دایره د B او C له ټکو څخه هم تیرېږي؟ ولې؟
- رسم شوی دایره د مثلث د څه په نامه یادېږي؟

په یاد ولرئ چې: هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تیرېږي، مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

ددې فعالیت د پایلې څخه په لاندې ډول لکلای شو:
پایله: د اضلاعګانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاویې مرکز دی.

مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د قایمو څنډو اوږدوالی په ترتیب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محیطي دایرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړئ.
حل: پوهېږو چې په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې د محیطي دایرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قایم الزاویه مثلث د وتر اوږدوالی پیدا کوو چې د نیمایي ټکی یې د محیطي دایرې مرکز دی.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$
$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$
$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$
$$\overline{BC} = 10cm$$
$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



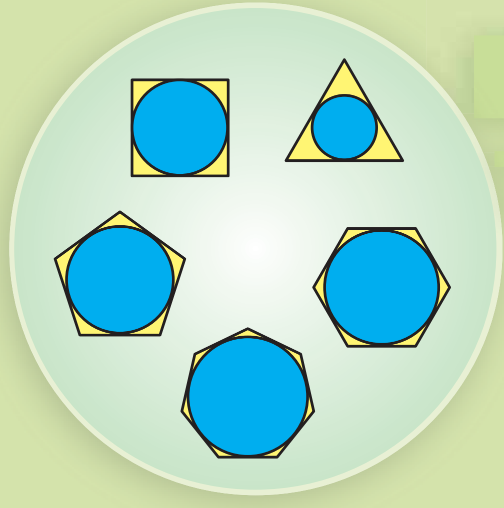
- هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېرېږي د مضلع محیطي دایرې په نامه یادېږي او مضلع ته مرسوم په دایره وایي.
- د یو مثلث داضلاعو د منځنی(وسطي) عمودونو د پریکړې ټکی د مثلث د محیطي دایرې مرکز دي.

پوښتنې

1- یو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی یې په ترتیب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محیطي دایرې شعاع یا وړانګه حساب کړئ.
2 - د قایم الزاویه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقین مثلثونو د محیطي دایرو مرکزونه په کومو ځایونو کې پراته دي په شکل کې یې وښیئ.

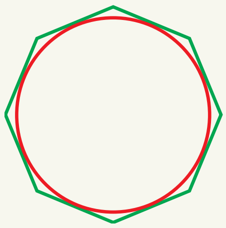
(c) ketabton.com: The Digital Library

محاطي دايره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې یې وینئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړیکې وینئ.

تعریف



هغه دایره چې د محیطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دایرې په نامه یادیږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوی دی.

د مثلث محاطي دایره: هغه دایره چې د یو مثلث په دریو ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دایره بلل کیږي.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو کیفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو ناصفونه رسم او د پریکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- د (O) له ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالي پرتله کړئ.
- ایا هغه دایره چې د(O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تیریږي؟ ولې؟
- رسم شوې دایره د څه په نامه یادیږي؟

> **مرسته:** د یوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په یوه ټکي کې پریکوي

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توگه څرگنده کړو.
د هر مثلث دننی ناصف الزاویو ترمنځ د پریکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دي.

د مثلث باندنی محاطي دایره

فعالیت

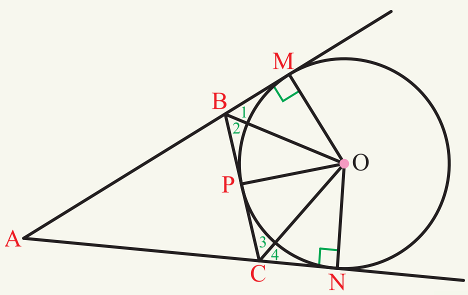
د مثلث باندنی دایره رسم کړئ.

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندنی ناصف الزاویې رسم او د پریکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندنی محاطي دایرې مرکز کیدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکی څخه د $\overline{OP}, \overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع گاني دي.

فکر او څېړنه وکړئ:
- که چیرې د یوې څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
- هر منظمه مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په لاندې توگه څرگنده کړو.
هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندنی محاطي دایره بلل کیږي.

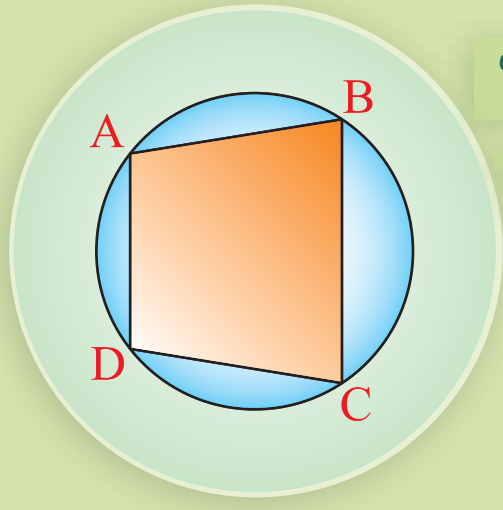


پوښتنې

1- په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړیتاوې(خواص)



په مخامخ شکل کې دایره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړیکه لري.

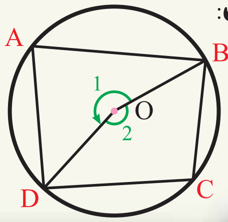
فعالیت

- د $ABCD$ یو کیفي څلور ضلعي مرسوم په دایره رسم کړئ.
- د محیطي دایرې منځ ته راغلی زاویې څه نومېږي؟
- د دایرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلی مرکزي زاویې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محیطي زاویو اړیکي چې د عین قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاویو لپاره ولیکئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه بیانولای شی:

قضیه: په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$$

$$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$$

$$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$$

$$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$$

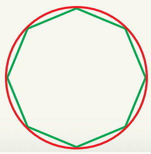
فعالیت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه یادېږي، د هرې زاویې پراخوالي څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاویې پراخوالی څو درجې دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف

هغه مضلع چې اضلاع او زاويې يې يو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کېږي.



فعاليت

- په خپله خوښه يوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- يو راس يې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننيو زاويو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننۍ زاويو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعاليت د يو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چېرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننۍ زاويو مجموعه به يې څو درجې وي؟

که چېرې د يوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننيو زاويو مجموعه په S_n وښيو نو د هر n ضلعي دننيو زاويو مجموعه $S_n=(n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د يو څلور ضلعي او لس ضلعي دننيو زاويو مجموعه پيدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننيو زاويو مجموعه د $S_n=(n-2)180^\circ$ اړيکې له مخې ټاکل کېږي.

$$S_n=(n-2)(180^\circ)$$

$$S_4=(4-2)(180^\circ)\ \Rightarrow S_4=360^\circ$$

$$S_{10}=(10-2)(180^\circ)\ \Rightarrow 8\times180\ \Rightarrow S_{10}=1440^\circ$$

په ياد ولرئ چې:

- د قطرونو تعداد د n ضلعي له يو راس څخه د n-3 اړيکې په مرسته لاس ته راځي.
- له يو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د n-2 اړيکې په مرسته لاسته راځي.
- په يوه دايره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالې يې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کېږي.

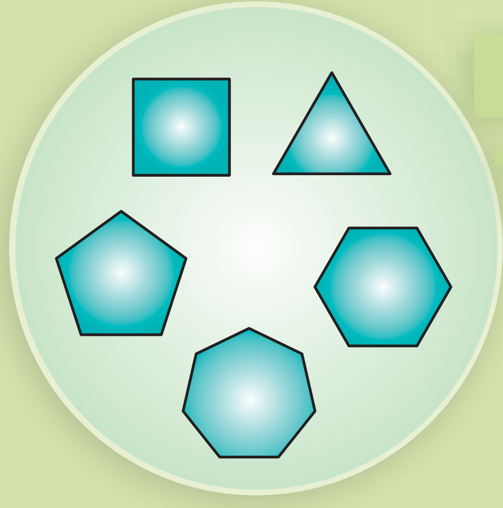
پوښتنې

1- د يوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاويو پراخوالى څو درجې دي؟
2- د يوې منظمې n ضلعي مضلع د زاويو اندازه څو درجې دي؟
3- په يوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د يوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

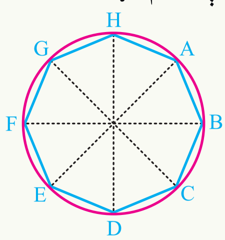
د منظمې مضلع ترسیم



- پاملرنه وکړئ.
- پــه شــکل کې څــه ډول مضلــع ګانې ګورئ.
- ستاســې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوي دي؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاویې رسم کړئ.
- که چیرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاویه وي ایا د $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ اړیکه سمه ده؟
- یو 8 ضلعي مضلع د $C(O,r)$ په دایره کې رسم کړئ.
- د دایرې محیط سره د مرکزي زاویو د ضلعو د پرېکړې ټکي ونښلوئ.
- ایا د منځ ته راغلې مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلې مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاویې پراخوالی څو درجې ده؟



د یو منظم n ضلعي مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاویې پراخلوالی مساوي په $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې یوه منظمه شپږ ضلعي رابنده ده.
- د دایرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره نښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعي د مخامخ ضلعو د مرکزي زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلي مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتنۍ فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالی د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دي.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دی، خرنګه کولی شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

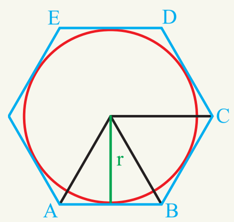
حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکی د B, A او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالی(ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دی. ولې؟
- د پورتني مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دی؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اړيکې يا رابطې څخه لاسته ته راځي. ولې؟

که چېرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دی له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتېږي:



$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

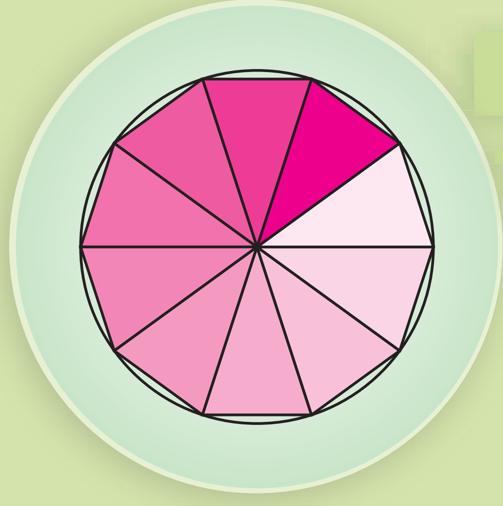
$$P = AB \cdot n \text{ د مضلع محيط } \Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$$

پوښتنې

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې محيط او مساحت



په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دايرې او د مثلثونو د يو شمېر ضلعو د مجموع اوږدوالی د دايرې محيط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دايره کې چې قطر يې (d) او محيط يې (C) په تورو وښودل شي د دايرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړيکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دايرې محيط}}{\text{د دايرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \;\; .... \; (I) \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ يا $d = 2r$ که چېرې په (I) اړيکه کې د (d) پر ځای د (2r) قيمت وليکو، د دايرې محيط د لاندې اړيکې څخه لاسته راځي:

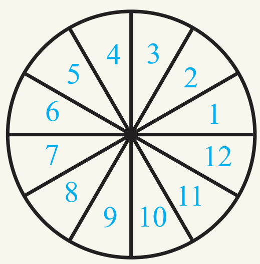
$$C = \pi d$$

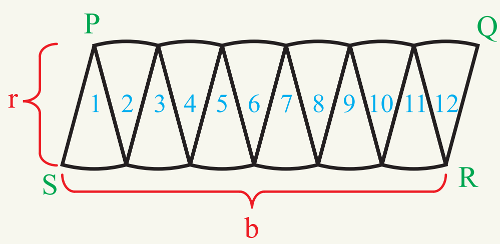
$$C = 2\pi r$$

د دايرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللې رياضي ته اړ يو، نو په دې ډول د دايرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

يوه دايره د هغې د قطرونو په مرسته په (12) مساوي برخو وېشو او هره برخه يې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره وښيو که چېرې د دايرې دغه مثلثي ټوټې غوڅ او بيا هغوی څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتيب کړو.

په روښانه ډول ليدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

جګوالی × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

$\frac{1}{2}Cr$ = د متوازي الاضلاع مساحت

له بلې خوا پوهېږو چې($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو لرو چې:

$A = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot r = \pi r^2$ = د متوازي الاضلاع مساحت

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکی او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکی په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) $14cm$ ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټو اخستو سره يعنې $A = \pi r^2$ لرو چې:

$A = \pi r^2$

$A = (3.14159)$

$A = (3.14159)\cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75\ cm^2$

دويمه مثال: که چيرې د دايرې قطر $70cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$

$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\ cm^2$

دريمه مثال: که چيرې د دايرې محيط $14\pi cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$C = 14\pi cm$

$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$

$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159)\cdot 7\cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\ cm^2$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1- که چيرې دايرې محيط $41cm$ وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.

2- د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

3- د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکي لنډيز

- هغه اړيکې چې د يو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالي د اړيکو په نامه يادېږي.
- که چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

- که چيرې د يوه ټکي څخه دوه قاطع کرښې پر يوه دايره داسې رسم شي، چې دويم قاطع د دايرې له مرکز څخه تير شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له يوې ټاکلي اندازې يعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دي.
- د يوه باندنی ټکي څخه پر يوې دايرې دوه مساوي مماسونه رسميدلای شي.
- که چيرې $d^2 - r^2 > 0$ يا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دايرې په بهر کې پراته دی.
- که چيرې $d^2 = r^2 = 0$ يا $d^2 = r^2$ يا $d = r$ وي، ټکی د دايرې پر محيط پروت وي.
- که چيرې $d^2 - r^2 < 0$ يا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دايرې په دننه کې پروت دی.

هغه زاويې چې دقاطع کرښو په مرسته د دايرې په دننه کې منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې دننی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دي. $\hat{\alpha} = \dfrac{\overset{\frown}{a} + \overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، يا يو قاطع او يو مماس د پرېکړې څخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلي وي د دايرې باندنی زاويه بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې باندنی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نيمايي سره مساوي دی، يعنې: $\hat{A} = \dfrac{\overset{\frown}{a} - \overset{\frown}{b}}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

[illegible]

- هغه شکل چې د څو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې یې یوازې په خپلو انجامونو کې سره پرېکړئ.
- دوه ګاونډی ضلعې د یوې مستقیمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاویې یې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

[illegible] هغه دایره چې د مضلع د راُسونو څخه تیره شي، د مضلع محیطي دایره بلل کېږي.

[illegible] هغه دایره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دایره بلل کېږي.

[illegible] هغه دایره چې د مثلث پر یوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرنی محاطي دایره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دایرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په ګډ وتر عمود ده.
- که چیرې یوه څلور ضلعې مرسوم په دایره وي، د هغې د مخامخ زاویو مجموعه 180° دي.
- د دایرې محیط د مخامخ اړیکی په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دایرې مساحت د مخامخ اړیکی په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتني

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دایره تاو کړئ.

1- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) 1   b) 2

c) 0   d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چیرې د P یو ټکی د دایرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر یوې دایرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی.   b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی.   d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3-که دP ټکي د دایرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نطریوې دایرې ته عبارت دی له:

a) $d-r$ b) d^2-R^2

c) $r-d$ d) R^2-d^2

4-که چیرې د یوې دایرې شعاع R او د دایرې دننی ټکی او مرکز واټن په d سره وښیو، د نوموړي ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) $R^2=d^2$ b) $d^2=R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي.   d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- یو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه واټن لرې که د دایرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړي ټکي څخه عبارت دی له:

a) 13 cm   b) 10 cm

c) 12 cm   d) 8 cm

6-که چیرې د P له ټکي څخه د یو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دایرې سره $12cm$ او قطر یې 10cm وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm   b) 12 cm

c) 10 cm   d) 5 cm

7- که چیرې د $C(O,r)$ د دایرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکي پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP}=8cm$ او $\overline{BP}=2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm   b) 8 cm

c) 2 cm   d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

● په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په وړ کلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکي .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکي طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ وي، د C, B, A او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دی.

7- که د B, A او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، B, A او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....$= \overline{PT}^2$ دی.

● د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د ټکي او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (   ) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (   ) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (   ) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

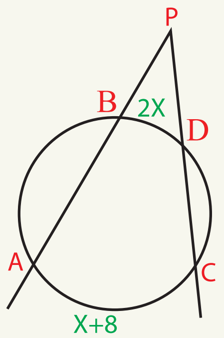
6- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

7- (   ) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

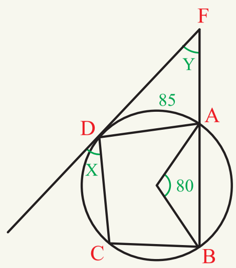
(c) ketabton.com: The Digital Library

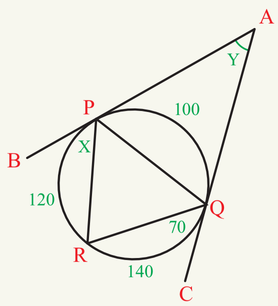
- لاندې پوښتنې په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه يې په ترتيب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاويې پراخوالى پيدا کړئ.

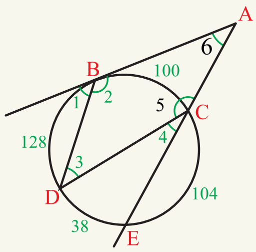


2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاويو پراخوالى په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.



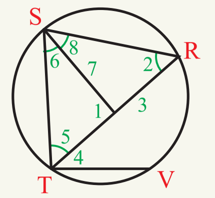


3- په لاندې شکل کې $\overline{AB}$ پر دايره مماس دى که $\overset{\frown}{DB}=128^o$ او $\overset{\frown}{CE}=104^o$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاويو پراخوالى پيدا کړئ.

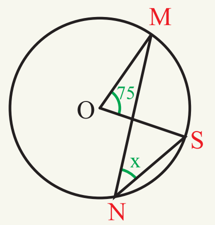


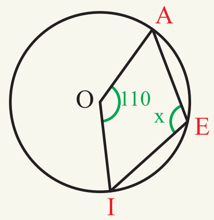
(c) ketabton.com: The Digital Library

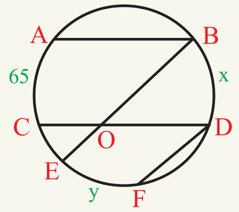
4- د $C(O,r)$ په دایره کې $\hat{RTS} = 70^\circ$, RS // TV او RT د دایرې قطر دی د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.



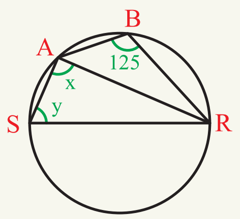
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.

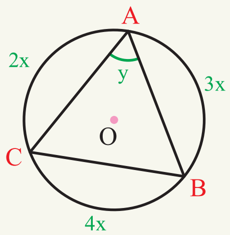


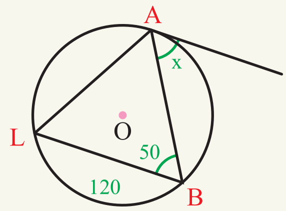




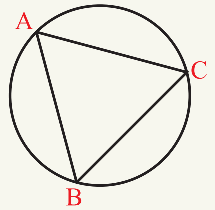
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې پیدا کړئ.



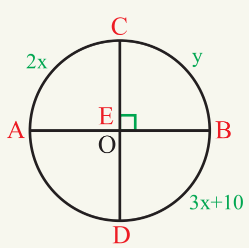


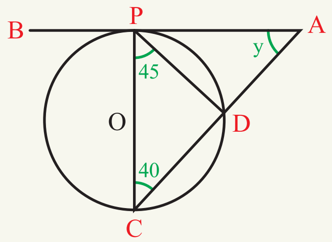


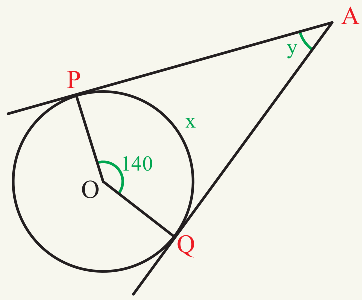
7- د محاطي دایرې د تعریف له مخې وښیئ چې د هر مثلث دننیو زاویو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی

تحلیلي هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

تحليلي هندسه

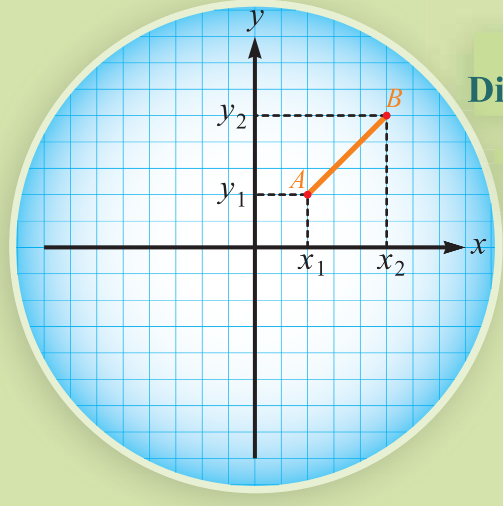
Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړيکې له تحليلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسې شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نيول کېږي، فرانسوي رياضي پوه ديکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړيکه و څېړله ويې ويل، چې ځينې الجبري معادلې يو ټاکلی هندسي شکل لري. څرنګه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوي نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړيکې تر څېړنې لاندې نيسو، ديکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړيکو د څېړنې لپاره د قايم مختصاتو د محورونو داسې يو سيستم راوپيژند چې تراوسه د دکارت په نامه يادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point

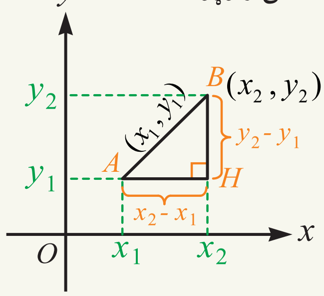


د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوه ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې د AB یوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسې په اند څرنګه کولای شوچې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښيئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راورو.
په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث یوقایم الزاویه مثلث دی. ولې؟
د فیثاغورث د قضیې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راورو.



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2 \quad \text{.......د فیثاغورث د قضیې}$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AH}=x_2-x_1\\ \overline{BH}=y_2-y_1\end{array}\right\}\Rightarrow \overline{AB}^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پیدا کړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې لیکلای شوچې:

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(4-7)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$$

$$\overline{AB}=5\ unit$$

دویم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدأ څخه حساب کړئ.

حل:پوهیږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دی نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل $\overline{0A}=\sqrt{x^2+y^2}$ څخه په لاس راځي:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}\Rightarrow\overline{OA}=5$$

د $A(x_2 y_2)$ او $B(x_2,y_2)$ واټن عبارت له: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

د $P(x,y)$ یو اختیاري ټکی واټن د قایمو کمیاتو له مبدا آ څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پیداکړئ.

2- کـه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د یوه مثلث دراسـونو مختصـات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قیمت داسـې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B\ (5K,6)$ ټوټه کرښـې اوږدوالی پنځه برابره شي.

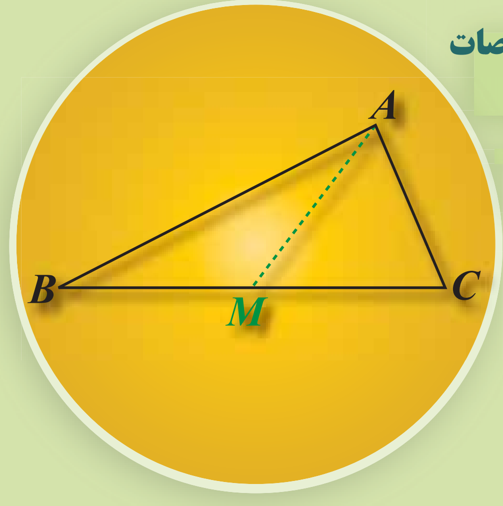
4- د $P(1,\sqrt{3})$ او $Q(-1,1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پیداکړئ.

5- کـه $A(-1,4), B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یـوه مثلث د راسـونومختصات وي د مثلث محیط حساب کړئ.

6- د هغه مثلث مسـاحت پیداکړئ، چې راسـونه یې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوبراته وي.

7- کـه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د یـوه مثلـث د څوکو(راسـونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

د یوه قطعه خط دمنځنی ټکي مختصات



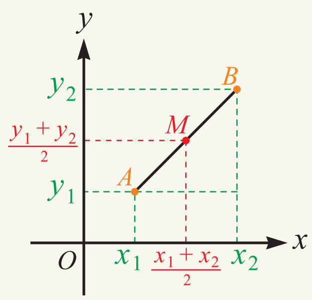
د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلـث میانـه ده،د میانـي ځانګړتیا بیان کړئ.

فعالیت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د C ټکی د $\overline{DE}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي، د هغې مختصات ولیکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړیکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د R ټکی د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت پایله کولای شـوچه په بشپړډول داسې بیان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محوروو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی دی داسې په لاس راځي : $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$

که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M د ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښه منځنی ټکی دی داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$



په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعیه کمیاتو په سیستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنی ټکی وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

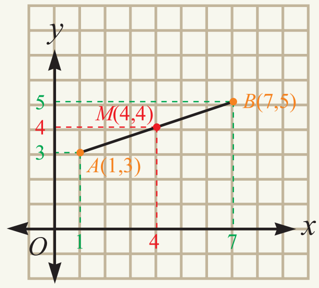
لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنی ټکي مختصات په لاس راوړئ.

حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنی ټکی د مختصاتوڅخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{1+7}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$$

$$M(4,4)$$



دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکی واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنی ټکي څخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنی ټکي د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنی ټکي مختصات په لاس راوړو، نولیکلای شوچې:

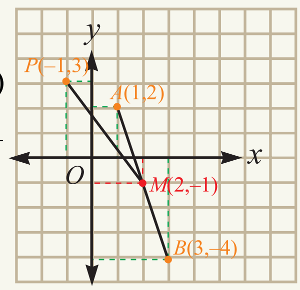
$$M_{\overline{AB}} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}\right) = (2,-1) \Rightarrow M_{\overline{AB}} = (2,-1)$$

$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$

$$\overline{PM} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$

$$\overline{PM} = 5 \text{ unit}$$



پوښتني

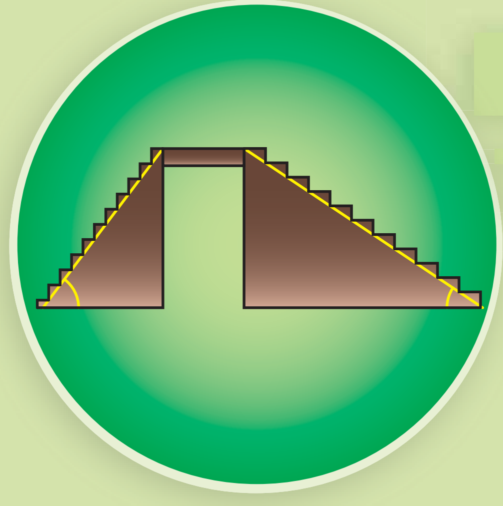
۱- د یوه مثلث دری راسونه $A(5,-2)$، $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میانې اوږدوالی پیداکړئ.

۲- که چیرې $A(2,4)$، $B(5,9)$، $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الضلاع راسونه وي د متوازي الضلاع د قطرونو د پریکړې د ټکو مختصات پیداکړئ.

۳- که چیرې $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میانې یا مینځنی کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

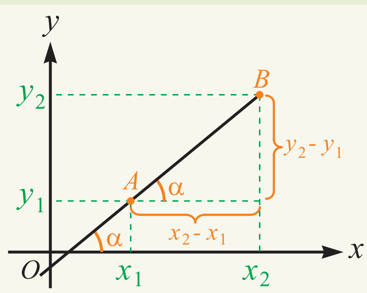
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې میل



شکل ته وګورئ په کومه زینه په اسانی سره ختلی شئ ولې؟ دلیل یې بیان کړئ.

که $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې دوه اختیاري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مستقیمې کرښې میل وایي او په لاندې ډول یې لیکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: پوهیږوچې د مستقیمې کرښې میل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دویم مثال: هغه مستقیم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تیریږی د k قیمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقیمې کرښې میل ۳ وي.

حل: د k قیمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \quad \Rightarrow k = 11$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضیعه کمیاتو له مبدا آ څخه تیرشي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د وضیعه کمیاتو له مبدا څخه تیریږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دی، نوميل یې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعالیت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښيئ.
- هغه مستقیم چې د A او B ټکوڅخه تیریږي رسم کړئ او په Δ_1 سره یې وښيئ.
- د Δ_1 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضیعه کمیاتوکې په بل رنګ وټاکئ.
- هغه مستقیم چې د M او N ټکوڅخه تیریږي هغه ته Δ_2 ووایئ.
- د Δ_2 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقیم د x محور د مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي؟
- د تشکیل شویو زاویو او کرښوترمنځ څه ډول اړیکه شته.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

د هرې مستقیمې کرښې میل په هغه زاویه پورې اړه لري، چې مستقیمه کرښه یې د x له محور سره جوړوي.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي، میل یې یومثبت عدد دی.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې یو منفي عدد دی.

پوښتنې

۱- د هغه مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تیرشي.

۲- هغه مستقیم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تیریږي، د a عددي قیمت داسې و ټاکئ چې د مستقیم میل $\sqrt{3}$ وي.

۳- که چیرې $B(3,-1), A(5,-2)$ او $C(1,5)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د میانې میل پیداکړئ.

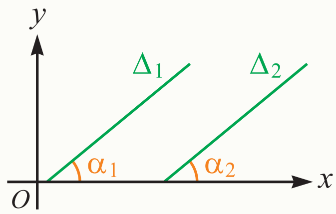
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د موازي کرښو میل

په ورکړل شوي شکل کې زینه په پام کې ونیسئ د هغې د بازوګانو تر منځ څه ډول اړیکه شتون لري.

فعالیت



- د راکړل شوېو وضیعه کمیاتو په سیستم کې د Δ_1 او Δ_2 موازی کرښې یو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښو میلونه حساب او یو بل سره یې پرتله کړئ، کرښې یوبل سره څه اړیکی لري؟
- که چیرې د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاویه د Δ_2 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاویه جوړه کړي نو α_1 او α_2 یو له بل سره څه اړیکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:
موازي کرښې د مساوي میلونو لرونکي دي.
که چیرې دوه مستقیمه کرښې مساوي میلونه ولري په پایله کې هغه زاویې چې د x محور له مثبت جهت سره یې جوړوي یو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چیرې د Δ_1 مستقیم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقیم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تیرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې یوه له بلې سره څه اړیکه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l} m_{\overline{AB}} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} = \dfrac{-11-(5)}{-6-2} = \dfrac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} = \dfrac{8+6}{3+4} = \dfrac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنگه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

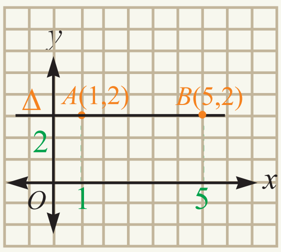
فعالیت

- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه اختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $A(x_1,a), B(x_2,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعني: $m = \dfrac{a-a}{x_2 - x_1} = 0$



(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې د M او N ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیمه کرښه د x له محور سره څه ډول زاویه جوړ وي د Δ مستقیم میل په اړه څه ویلای شئ؟

د پورتني فعالیت څخه دې پایلې ته رسیږو هغه مستقیمه کرښه چې د x له محورسره قایمه زاویه جوړه کړي نشو کولای د هغې میل حساب کړو، په دې حالت کې ویل کیږي چې د Δ مستقیم خط معین یا ټاکلی میل نه لري.

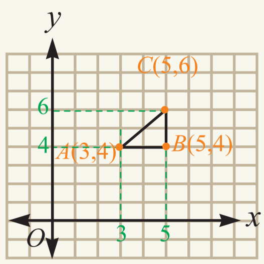
مثال: که چیرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ.

حل: څرنګه چې د AB مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو میل یې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{4-4}{5-3}=\frac{0}{2}=0$$

په همدې ډول د BC مستقیمه کرښه د y له محور سره موازي نومیل یې نامعین(نه دی تعریف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}}=\frac{6-4}{5-5}=\frac{2}{0}=\infty$$



$$\overline{AB}^2=(5-3)^2+(4-4)^2=4$$
$$\overline{BC}^2=(5-5)^2+(6-4)^2=4$$
$$\overline{AC}^2=(5-3)^2+(6-4)^2=8$$
$$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$$

په پایله کې

څرنګه چې د فیثاغورث قضیه پکې تطبیق کیږي نو د $\overline{AB}$ مستقیمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقیمې کرښې عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قایمه الزاویه دی.

هغه مستقیمه کرښه چې د x محور سره موازي او یا د y په محور عمود وي میل یې صفردی.
هغه مستقیمه کرښه چې د x په محور عمود یا د y له محور سره موازي وي میل یې نه دی تعریف شوی.(معین عدد نه دی)

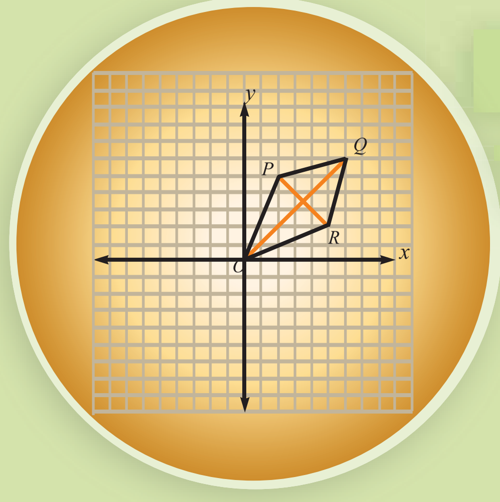
پوښتنې

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د یوې څلورضلعي راسونه وي:
الف: د څلورضلعي مخامخ ضلعې یوه له بلې سره څه اړیکې لري.
ب: د قطرونو میلونه پیدا کړئ.
۲- $A(3,4), B(-3,4), C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکي په پام کې ونیسئ.
الف: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تیریږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکې لري؟
ب: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو اوهغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکه لري؟
ج: د $ABCD$ څلورضلعي څه ډول څلور ضلعي ده؟
د: د قطرونو میل یې پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

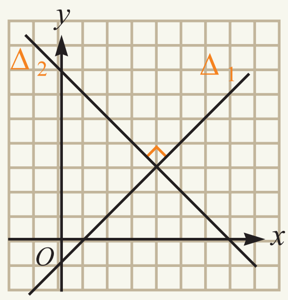
د یو پر بل عمود مستقیمو کرښو میل



$OPQR$ خلورضلعي یولوزي دی. کولای شئ د لوزی خانګړتیا د هغې د راسونو د مختصاتو په مرسته بیان کړئ.

تعریف

د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقیمې کرښې چې میلونه یې m_1 او m_2 دي هغه وخت یو پربل عمود دي چې لاندې رابطه د هغوی ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$



لومړی مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $A(7,5)$ او $B(1,1)$ او هغه چې د $C(0,5)$ او $D(2,2)$ ټکو څخه تیریږي له یوبل سره څه اړیکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پایله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقیمې کرښې یو پربل عمود دي.

فعالیت

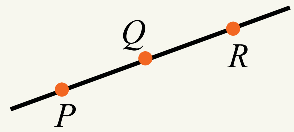
- د $C(4,4), B(1,3), 0(0,0)$ او $D(3,1)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کی وښيئ.
- د OBCD شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پیدا کړئ.

- د $\boxed{OBCD}$ خلورضلعي څه ډول خلورضلعي ده؟
- وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه يو پر بل عمود دي.

پوهيږو چې په يوه مستوي کې د دوو ټکوڅخه يوازې يو مستقيم تيريږي په کوم حالت کې له دريو ټکو څخه يومستقيم خط تيريدلای شي؟

تعريف

د Q, P او R ټکي هغه وخت پر يوه مستقيم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ ميل د $\overline{QR}$ له ميل سره مساوي وي.



دويم مثال: د $A(0,-1)$, $B(2,3)$ او $C(-1,-3)$ دريې ټکي په پام کې ونيسئ، وښيئ چې دا دري واړه ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

حل: د AB ميل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

د AC ميل عبارت ده له : $m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$

خرنګه چې د $\overline{AB}, \overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو ميلونه سره مساوی دي نوپه پايله کې د B, A او C ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

- که چيرې د دوو کرښو د ميلونو د ضرب حاصل (-1) وي نو کرښې يوپربل عمودي دي.
- درې ټکي هغه وخت په يوه کرښه پراته وي چې د توټه کرښو ميلونه سره مساوي وي.

پوښتني

۱- که د $A(6,1)$ ، $B(8,3)$ او $C(6,5)$ ټکي د يوه مثلث خوکې يا راسونه وي وښيئ چې نوموړی مثلث قايم الزاويه دی.

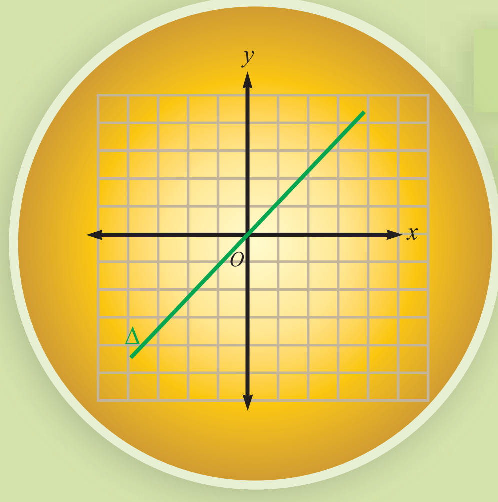
۲- هغه توټه کرښه چې د $(7,5)$ او $(1,1)$ ټکو څخه تيريږي له هغه توټه کرښې سره چې د $(0,5)$ او $(2,2)$ ټکوڅخه تيريږي، اړيکې يې يو له بل سره وڅيرئ؟

۳- يوه کرښه چې د $(2,4)$ او $(7,5)$ ټکو اوبله د $(1,-4)$ او $(-3,-5)$ ټکوڅخه تيريږي د دواړو کرښو حالت يو له بل سره بيان کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقیمې کرښې پرمخ څو ټکي وټاکئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شویو ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ څه اړیکه وینئ.

فعالیت

- د $A(1,-1)$, $B(-2,2)$, $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنی فعالیت پایله په عمومي ډول داسې بیانوو:

د $y = x$ او $y = -x$ رابطې چې د یوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ اړیکه راښیي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

پوهیږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په یوه مستوي کې پرتې وي یوازې او یوازې یوه مستقیمه کرښه تیریږي. اوس غواړو چې د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړو چې له دوو اختیاري ټکو څخه تېریږي.

فعالیت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکوڅخه تیر شي.

ددې لپاره چې د $M(x, y)$ اختیاري ټکی د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي دی؟ د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ ټوټه کرښو میلونو له مساویتوب څخه کومه اړیکه لاسته راځي.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په عمومي ډول داسې بیان کړو.

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ له دوو ټکو څخه تيره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقيمې کرښې معادله وليکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکوڅخه تيره شي.

حل: د هغې مستقيمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي يې معلوم وي ليکلای شوچې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3}=\frac{-1-4}{2-3}\Rightarrow\frac{y-4}{x-3}=\frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4=5(x-3)$$

$$y=5x-15+4=5x-11$$

دويم مثال: د هغې مستقيمې کرښې معادله وليکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتيب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنګه چې مستقيمه کرښه د x محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سيستم کې ددې ټکی د پريکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پريکړې د ټکو د مختصات د وضعيه کمياتو په سيستم کې $(0,4)$ دی، اوس ديوه مستقيم د دوو ټکو پيژندلو په مرسته کولای شو د مستقيمې کرښې معادله داسې وليکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-0}{x-(-3)}=\frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3}=\frac{4}{3}\Rightarrow 3y=4(x+3)$$

$$3y-4x=12$$

پوښتنې

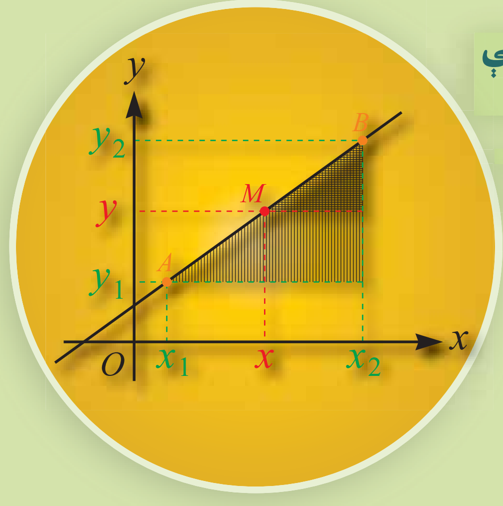
1- د هغې مستقيمې کرښې معادله وليکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تيره شي.

۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ مياني معادله وليکئ چې راسونه يې $A(1,3), B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقيمې کرښې معادله پيدا کړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقيمې کرښې معادله چې میل اویو ټکی یې معلوم وي



په مخامخ شکل کې د $\overline{AB}$ میل د $\overline{MA}$ له میل سره څه اړیکه لري؟

بله هره ټوټه کرښه چې ددې ټوټه کرښې پرمخ وټاکو د $\overline{AB}$ له میل سره برابر میل لري، ولې؟

پوهیږو چې د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي ښکاره کوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

یا

$$y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

څرنګه چې $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقیمې کرښې میل راښیي نو پورتنی معادله لاندې شکل غوره کوي. $y-y_1 = m(x-x_1)$

وروستنی معادله د هغې کرښې معادله ده چې میل ئې (m) او د $A(x_1, y_1)$ له نقطه څخه تیریږي.

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(2,3)$ ټکی څخه تیر شي او میل یې $\frac{1}{2}$ وي.

حل: څرنګه چې د مستقیمې کرښې میل اویو ټکی راکړل شوي ده نو د $y-b = m(x-a)$ معادلې څخه لیکلای شو:

$$y-3 = \frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3) = (x-2)$$

$$2y-6 = x-2$$

$$2y-x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x+2$$

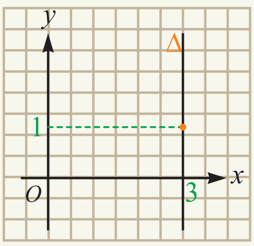
(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي ولیکئ.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده نومیل یې صفر دی. په پایله کې یې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د y له محور سره موازي وي.



حل: څرنګه چې مستقیم د y له محور سره موازي ده نومیل یې نه دی تعریف شوی (معین میل نه لري) ځکه پوهیږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکي واټن یافاصله د $(3,1)$ ټکي سره مساوي ده چې معادله یې په دې ډول $x=3$ ده.

په عمومي ډول هغه کرښه چې د(a,b) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیریږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ توټه کرښه د عمودي ناصف معادله پیدا کړئ چې د $A(2,-4)$ او $B(-2,4)$ ټکوڅخه تیره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پیدا کولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ توټه کرښې میل په لاس راوړو او بیا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځني ټکي مختصات په لاس راوړو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad \Rightarrow \quad m_\Delta=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2})=(\frac{0}{2},\frac{0}{2})=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad \Rightarrow \quad y-0=\frac{1}{2}(x-0)\Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

پوښتنې

1- د هغه مستیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې میل یې 4 او y محور د 3 په ټکي کې پرې کړي.

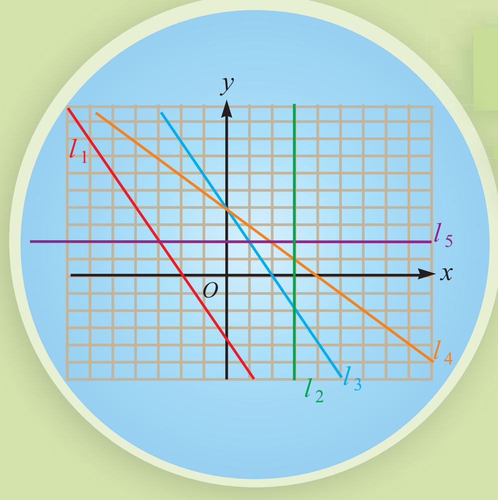
۲- د هغه مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د $P(5,-4)$ ټکي څخه تیره او میل یې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادله کې د مستقیم میل او د y له محور سره یې د غوڅوونې ټکی پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې عمومي معادله



د l_1 , l_2 , l_3 , l_4 څلور کرښې نسبت یو بل ته کوم وضعیتونه لري؟

د یوې کرښې الجبري معادله د هغه ټکي د مختصاتو اړیکه چې په مستقیمه کرښه پروت دی راښیي په عمومي ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول بیانوو:

په معیاري یا سټنډرډ ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y=\frac{-a}{b}x-\frac{c}{b}$ یا $ax+by+c=0$ ، b,a او c حقیقي عددونه او $b\neq 0$ دی.

په پورتنۍ معادله کې $\frac{-a}{b}$ د کرښې میل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی یا تقاطع ښلل کېږي.

نو ویلای شوچې د هرې کرښې معادله په یوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y=mx+h$ چې m د مستقیمې کرښې میل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی یا ترتیب دی په عمومي ډول هره خطي اړیکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان یو وي د مستقیمې کرښې معادله ښلل کېږي.

فعالیت

- د $2x+3y-6=0$ او $y-x=2$ دوې مستقیمې کرښې د وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هریوه مستقیم میل پیدا کړئ.
- دا دوې کرښې یوله بل سره څه وضعیتونه لري.

له پورتني فعالیت څخه پایله په لاندې ډول بیانوو:

که د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نوکرښو یوه بله پرې کړې دي.

په عمومي ډول که د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوې کرښې یوه بله پرې کړي. وي نو میلونه یې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پایله په لاس راځي.

$$\frac{a_1}{b_1}\neq\frac{a_2}{b_2} \quad \text{یا} \quad \frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$$

فعالیت

- د $-3x+y-5=0$ او $6x-2y+1=0$ مستقیمي کرښې د قایمو وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقیمي کرښې میل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقیمي کرښې نسبت یو بل ته څه وضعیت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوه مستقیمې کرښې هغه وخت موازي دي چې میلونه یې سره مساوي وي له دې ځایه دا پایله په لاس راځي چې د هغوی د متحولینو د ضریبونو ترمنځ لاندې اړیکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولینو د ضریبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ اړیکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې یو پر بل پرتې(منطبق) دي یاسره یو دي.

لومړی مثال: د $3x+4y=5$ او $4x-3y=-1$ د مستقیمونو اړیکې نظر یو بل ته بیان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضریبونو نه په ګټه اخیستنه لروچې:

$a_1=3$ $\quad b_1=4$ $\quad c_1=-5$

$a_2=4$ $\quad b_2=-3$ $\quad c_2=1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\neq\frac{3}{4}$ نو $\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{a_1}{a_2}$ دی په دې صورت کې کرښې یوبل غوځوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\times\frac{3}{4}=-1$ نو $\frac{b_1}{b_2}\times\frac{a_1}{a_2}=-1$ دي نو د کرښو د پریکړې په ټکی کې یوپربل عمود دي.

دویم مثال: په لاندې معادلوکې د k عددي قیمت داسې وټاکئ چې مستقیمونه یوبل سره عمودې وي $2x-6y+3=0$ او $kx+3y-1=0$

حل: د عمودیت شرط څېړو:

$kx+3y-1=0$,$2x-6y+3=0$

$a_1.a_2+b_1.b_2=0$

$2\cdot k+(-6)3=0\Rightarrow k=9$

پوښتنې

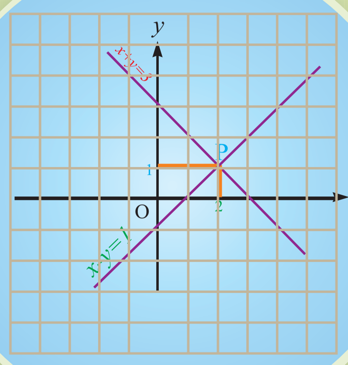
۱- د $4x+3y-1=0$ او $8x+6y+5=0$ کرښوحالت یوبل ته بیان کړئ.

۲- د $8x-4y+10=0$ او $4x-2y+5=0$ کرښو حالت یو بل ته بیان کړئ.

۳- د $(k+1)x+ky=0$ او $2x-3y+5=0$ معادلوکې د k قیمت داسې وټاکئ چې کرښې یوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکي مختصات د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y = 4x - 2$ او $y = 3x + 5$ کرښو میلونه پیدا کړئ.
- دا کرښې نظر یوبل ته څه اړیکې لري؟ ولې؟
- پورتنۍ دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کېږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کېږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پرېکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پرېکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښيو نو: $y = -3x + 5$ او $y = 4x - 2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x - 2 = -3x + 5$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y = 4x - 2 \Rightarrow y = 4(1) - 2 \Rightarrow y = 2$$

نو د پرېکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ.
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادیږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کیږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پریکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کیدای شي؟

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \quad .... \quad I \end{cases}$$

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1}x + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2}x + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پریکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښومیلونه او د y محور سره د پریکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیدل کېږي چې د پورتنیو کرښو د معادلو میلونه 1- او 2- دي څرنګه چې د دوو خطونو میلونه مساوي نه دي نو کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي، چې د پریکړې د ټکي د مختصاتو د پیدا کولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$

$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په یوه معادله کې د x پر ځای د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$

$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

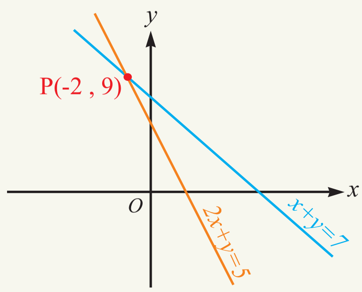
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سیستم حل او د پریکړې ځای دی، چې په شکل کې لیدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دویم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول لیکو:

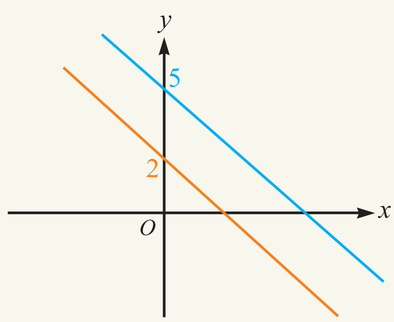
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\dfrac{6}{3}x+\dfrac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



څرنګه چې د دواړو کرښو میل 2- دی په پایله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او یو بل نه پرې کوي یعنې د موازي کرښو د معادلو سیستم حل نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

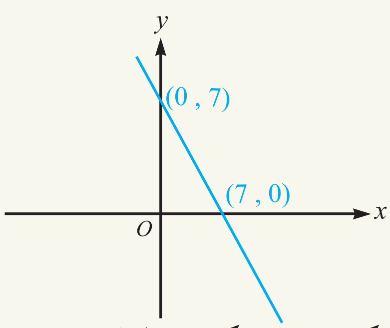
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\dfrac{-4}{4}x+\dfrac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېر ګډ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

پوښتنې

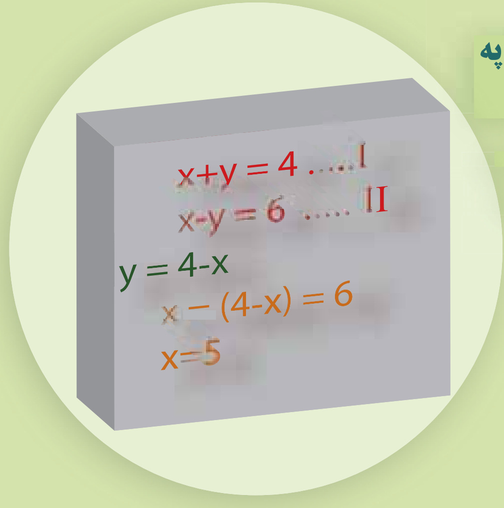
د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طریقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنی عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad ....I$$
$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad ....II$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړی معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې دی A په عوض وضع کوواو معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$

$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: لاندې د دوه مجهوله معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases}2x+3y=0\\3x+2y=10\end{cases}$$

حل: لومړی د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او په بله معادله کې یې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \Rightarrow 2x=-3y \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$\left.\begin{aligned}&3x+2y=10\\&3(-\frac{3}{2}y)+2y=10\\&-\frac{9}{2}y+2y=10\\&\frac{-9+4}{2}y=10\\&-5y=20 \Rightarrow y=-4\end{aligned}\right\}$$

$$x=-\frac{3}{2}y$$
$$x=-\frac{3}{2}(-4)$$
$$x=-3(-2)$$
$$x=6$$

د دوه مجهوله لومړی درجو معادلو د سیستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

- د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلې یو مجهوله لومړی درجه معادله حلوو او د مجهول قیمت په لاس راوړو.
- دا په لاس راغلې مجهول قیمت د سیستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قیمت په لاس راوړو.
- په لاس راغلې قیمتونه د سیستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې یې حقیقت ولري د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو حل د تعویضي په طریقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases}y=2x\\x+y=6\end{cases}$

2) $\begin{cases}7x-2y=15\\6x-y=10\end{cases}$

3) $\begin{cases}a+2b=2\\2a-3b=25\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4\\\frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3}\end{cases}$

5) $\begin{cases}\frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7\end{cases}$

6) $\begin{cases}\frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6\\\frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4\end{cases}$

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره(طریقه)

$$x+y=?$$
$$\frac{1}{3}x+y=?$$
$$x=?$$
$$y=?$$

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلې پیسې ما ته راکړې زه د 15 افغانیو ښتن کېږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو ښتنه کېږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې ښیو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases}7x+5y=41 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{I}\\5x-2y=7 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{II}\end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړی معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړی معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases}7x+5y=205 & \Rightarrow\quad 35x+25y=205\\5x-2y=7 & \Rightarrow\quad 35x-14y=49\end{cases}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r}35x+25y=205\\35x-\;\;2y=\;\;49\\-\quad\;\;+\quad\;\;-\quad\\\hline 39y=156\end{array}\qquad \Rightarrow y=\frac{156}{39}\Rightarrow\; y=4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو تر څو د بل مجهول قیمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړی یو مجهول له منځه وړو لکه y نو لومړی معادله په -3 کې او دویمه معادله په -3 کې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع کوو:

$$\begin{array}{ll} 3x+2y=4 & \Rightarrow -9x-6y=-12 \\ 2x-3y=-1 & \Rightarrow \underline{-4x\mp 6y=\mp 2} \\ & -13x+0=-10 \\ & x=\frac{10}{13} \end{array}
\left.\right\} \quad
\begin{array}{ll} 3(\frac{10}{13})+2y=4 & \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4 \\ 2y=4-\frac{30}{13} & \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13} \\ 2y=\frac{22}{13} & \Rightarrow y=\frac{11}{13} \end{array}$$

د دوه مجهوله معادلو د سیستم حل د افنا په طریقه کې په لاندې ډول عمل کوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا کړو د هغې ضریبونه په پام کې نیسو. لومړی معادله د دویمې معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې او دویمه معادله د لومړی معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې ضربوو.
- په لاس راغلی معادلې یوه له بلې څخه تفریق یا جمع کوو چې د یوه مجهول قیمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو چې د بل مجهول قیمت په لاس راځي.

پوښتنې

د معادلو لاندې سیستم د افنا پع طریقه حل کړئ.

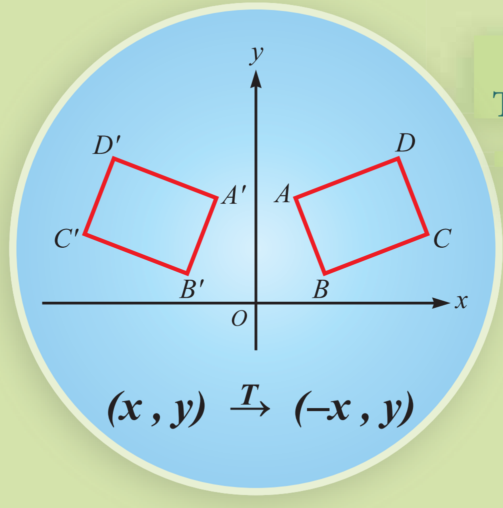
1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$ 5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$ 6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون (تغیرمکان)
Transformation



په مخامخ شکل کې څه توپیرونه اوځه یووالی وینئ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالی وینئ

- د $A(1,2)$، $B(-2,3)$ او $C(2,-4)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزیات کړئ.
- په لاس راغلی ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتنی فعالیت کې ولیدل شول چې هراختیاري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکی ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلی ټکی د راکړل شوی ټکي خیرې یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکی د وضیعه کمیاتو په مستوی کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړئ په مستوي کې د ځای یا ټکي بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د $D(1,2)$، $E(4,1)$ او $C(2,4)$ ټکو خیرې یا تصویر د لاندې بدلونې په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \quad (x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ $\qquad b: \quad (x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$

$c: \quad (x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ $\qquad d: \quad (x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$

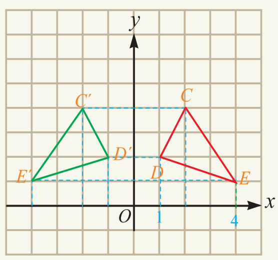
حل: لومړی راکړل شوی ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

a: د $(x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ تربدلونې لاندې لرو چې:

$T(4,1)=(-4,1)$

$T(1,2)=(-1,2)$

$T(2,4)=(-2,4)$

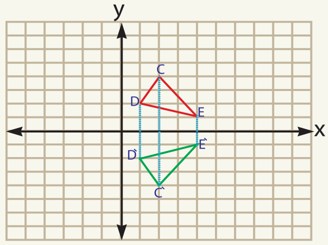


b: د $(x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$R(4,1)=(4,-1)$

$R(1,2)=(1,-2)$

$R(2,4)=(2,-4)$



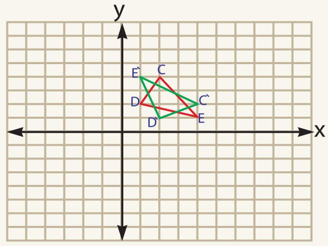
c د $(x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ تربدلون لاندې لرو چې:

(1,4)

$M(4,1)=(1,4)$

$M(1,2)=(2,1)$

$M(2,4)=(4,2)$

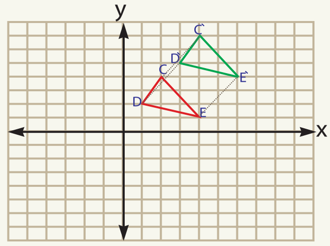


d: د $(x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$S(4,1)=(6,4)$

$S(1,2)=(3,5)$

$S(2,4)=(4,7)$



په پورتنیو مثالونوکې ښودلای شوچې د ورکړل شویو بدلونونو د ټکو فاصله تویېرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c)=c'$ او $T(E)=E'$ وي نو $EC=E'C'$ ده.
هغه بدلونونه چې د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتی، ایزومتری (*Isometry*), بلل کیږي.
که یوشکل دایزومتری په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل څیرې یا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتني

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونو په اساس د وضیعه
1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونونو په اساس د وضیعه کمیاتو په سیستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x,y)\xrightarrow{T}(x-1,y+2)$

b: $(x,y)\xrightarrow{D}(2x,y)$

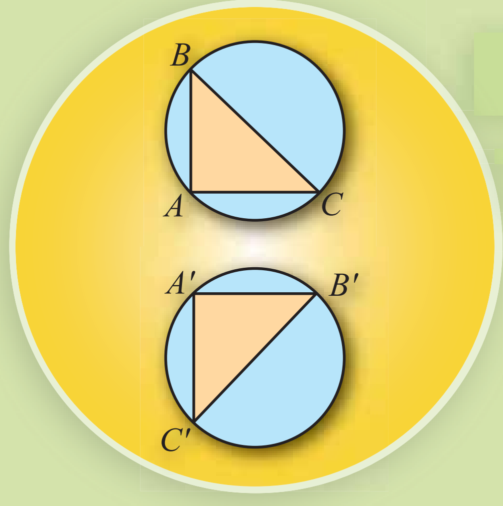
c: $(x,y)\xrightarrow{K}(x+5,0)$

d: $(x,y)\xrightarrow{R}(0,y-2)$

e: $(x,y)\xrightarrow{P}(3x-1,y+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتقال
Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې يې له لومړي حالته دوم حالت $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ غوره کړی دی، تاسوکولای شئ چې ددې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

فعاليت

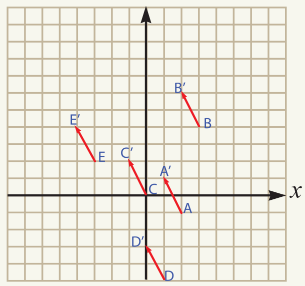
- د وضيعه کمياتو په مستوئ کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات يې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحد په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبوحاصل شوو ټکوته B', A' او C' ووايئ.
- د B', A' او C' ټکي يو له بل سره وترئ او د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالي اوظاهري شکل له مخې پرتله کړئ.

که چيرې د يوه شکل ياخيرې ټول ټکي په يوه ټاکلې جهت(لوری) او يو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړي شکل سره انطباق منونکي دي، دې حرکت ته انتقال وايي او هغه په دې ډول ښودل کېږي: $T(x,y)=(x+h,y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقيقي عددونه دي.

لومړی مثال: د $A(2,-1), B(3,4), C(0,0), D(1,-5)$ او $E(-3,2)$ ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښيئ.

حل: لومړی راکړل شوي ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وښيئ اوبيا هغه ټکي چې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ اړيکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A(2,-1), T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$

$B(3\ ,\ 4), T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$

$C(0\ ,\ 0), T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$

$D(1\ ,-5), T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,\ -3)$

$E(-3\ ,2), T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,\ 4)$

په پورتني مثال کې د ټکو د ترلوځخه د شکل څيره لاسته راځي ليدل کيږي چې د $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ يو له بل سره موازي او مساوي دي.

دويم مثال: که چيرې $A(6,1)$, $B(8,3)$, $C(6,5)$ او $D(4,3)$ د يوې مربع راسونه وي هغه د وضعيه کمياتو په سيستم کې ترديې $T(x, y) = (x-5, y-2)$ اړيکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعگانو اوږدوالی اوتصوير نظر يوبل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعگانو ميل اوڅيره يې نظر يوبل ته پرتله کړئ.

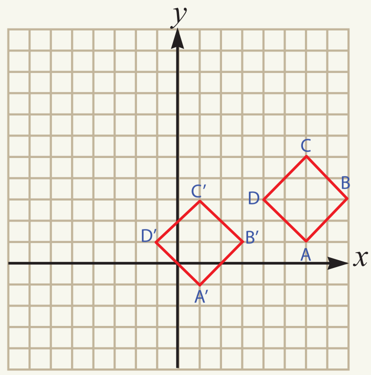
حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $\boxed{A'B'C'D'}$ څلور ضلعي ده.

$A(6,1), T_A=(6-5\ ,\ 1-2) \quad \Rightarrow A'=(1,-1)$

$B(8,3), T_B=(8-5\ ,\ 3-2) \quad \Rightarrow B'=(3,1)$

$C(6,5), T_C=(6-5, 5-2) \quad \Rightarrow C'=(1,3)$

$D(4,3), T_D=(4-5, 3-2) \quad \Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاگردانوکورنی دنده ده.

انتقال يو ايزومتري رابطه ده.

پوښتنې

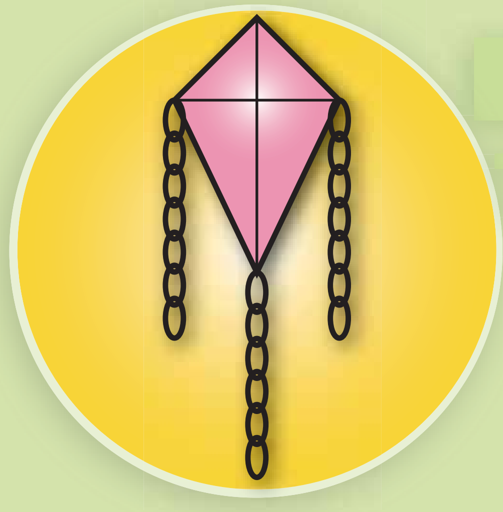
1-که د $M(1,-1)$، $N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ يوه څلور ضلعي وې څلور ضلعي او د هغې تصوير تر دې رابطې $T(x, y) = (x+9, -y)$ لاندې رسم کړئ.

۲-که $L(7,0)$, $I(5,0)$ او $0(5,3)$ د يوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصوير ياځيره د $F(x, y) = (-y+3, x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

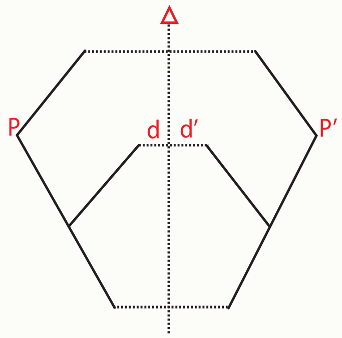
(c) ketabton.com: The Digital Library

انعکاس
Reflection



د پتنگ(کاغذ پران) خیري ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنگ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظر دی.

فعالیت



- د یوې صفحې په نمایي کې یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولې کربښې په داسې رنګ رسم کړئ، چې په کاغذ کې ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسې قات کړئ چې د قات شوې لیکې یوې خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چې کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.

تعریف

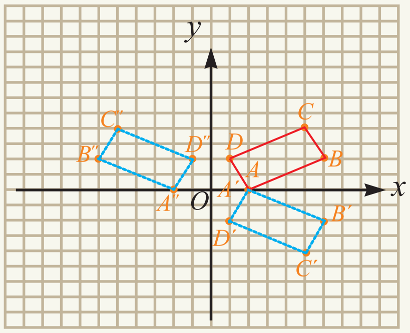
که چیرې د P شکل یا خیرې هر ټکی د p' شکل یاخیرې په هر ټکی داسې بدل شی چې د P شکل یاخیرې د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکی فاصله سره مساوي وي، دې تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایي او Δ محور ته د انعکاس محوروایي.

لومړی مثال: که چیرې د A(2,0), B(6,2), C(5,4) او D(1,2) ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې مستطیل رسم خیره او تصویر یې نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیرې د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظرد y محور ته رسم کړو په دې حالت کې یوازې د x مختصه یې په $(-x)$ بدلیږي او که چیرې خیره یا تصویر یې نسبت x محورته رسم کړو

يوازي د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي څرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي.

نظر y محور ته انعکاس $(-x, y)$	نظر x محورته انعکاس $(x, -y)$	ټکی (x, y)
$A''(-2, 0)$	$A'(2, 0)$	$A(2, 0)$
$B''(-6, 2)$	$B'(6, -2)$	$B(6, 2)$
$C''(-5, 4)$	$C'(5, -4)$	$C(5, 4)$
$D''(-1, 2)$	$D'(1, -2)$	$D(1, 2)$



د $T(x, y) = (-x, y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, -y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, y)$ ليږدونه نسبت $y = x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتنې

1- که $(A(3,1)$، $B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياځيره د لاندې ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ

$a: R_1(x, y) = (-x, y)$ $\quad$ $b: R_2(x, y) = (x, -y)$

$c: R_3(x, y) = (y, x)$ $\quad$ $d: R_4(x, y) = (-y, -x)$

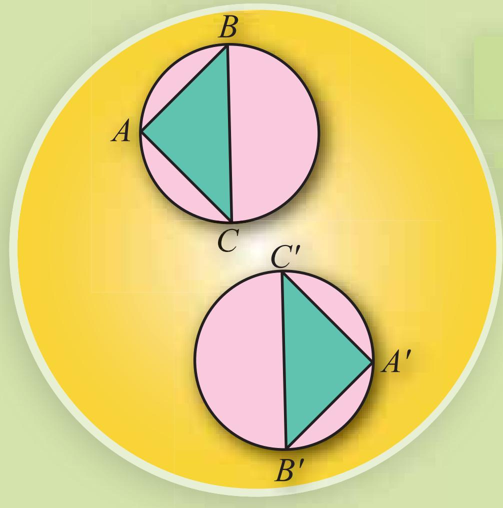
2- که چيرې $A(0,2)$، $(B(-5,0)$، $C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د يوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x, y) = (-x, -y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

۳- د $(A(1,4)$، $B(3,-2)$ او $C(5,1)$ ديوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصويرياځيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x + 2 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y + 3 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

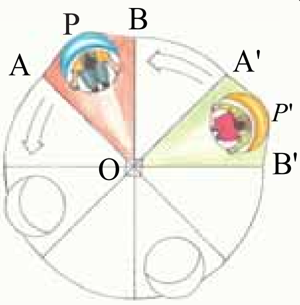
(c) ketabton.com: The Digital Library

دوران
Rotations



په مخامخ شـکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په مسـتوي کې حرکت کړی او د $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نوی ځای یې نیولی دی تاسې کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت



مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د څرخ دوه بېلابېل ځایونه راښیي.

- د شکل څخه لیدل کېږي چې A' د A ټکی متناظر او B' د B ټکی متناظر دی د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د څرخ د چوکۍ په لومړي ځای یو ټکی وټاکئ او هغه په P ونوموئ.
- د P ټکي متناظر ټکی د څوکۍ په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه p' ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

د پورتنی فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدوني په عنوان داسې تعریفوو:

که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایي.

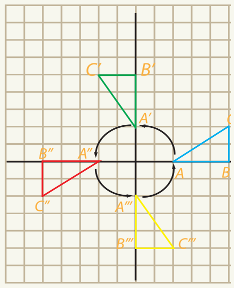
مثال: د $A(2,0)$, $B(5,0)$ او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث او د هغه څېره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شویو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

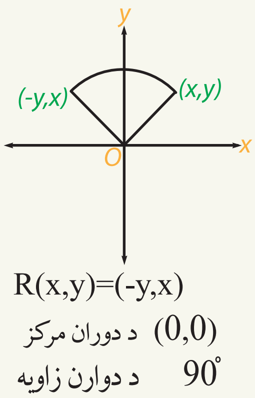
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

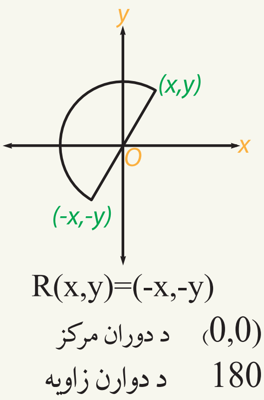
حل:

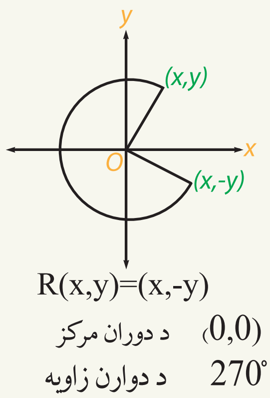


تکی	خیره(تصویر)		
(x,y)	$(-y,x)$	$(-x,-y)$	$(y,-x)$
$A(2,0)$	$A'(0,2)$	$A''(-2,0)$	$A'''(0,-2)$
$B(5,0)$	$B'(0,5)$	$B''(-5,0)$	$B'''(0,-5)$
$C(5,2)$	$C'(-2,5)$	$C''(-5,-2)$	$C'''(2,-5)$

د شکل ښخه لیدل کېږي چې د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعیه کمیاتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتیب د $90°, 180°$ او $270°$ زاویوسره دي.







پوښتنې

1- که $A(0,0)$ $B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندې د ABC مثلث شکل اوتصویر رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعګانو اوږدوالی د هغه له تصویر یا خیرې سره پرتله کړئ. ایا دا دوران یو ایزومتري دی؟

2- که $(A(-1,-2)$, $B(7,2)$, $C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د یو مستطیل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطیل او د هغه تصویریا خیره رسم کړئ.

ب: د مستطیل د اضلاع ګانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصویر یاخیرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي لنډیز

- په یوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محورونه یوبل عموداً پرې کړي د وضیعه کمیاتو د سیستم په نامه یادیږي.
- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې افقی محورته د فاصلې یا واټن محور اوعمودي محورته د ترتیب محور اود پریکړې ټکي ته یې مبدا وایي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ اړیکې څخه لاسته راځي.
- د یوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې د y مختصه یې صفروي د منځ د ټکی مختصات یې $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه یې صفر وي د منځ د ټکي مختصات یې $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$ د هرې مستقیمې کرښې میل د $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقیم خط میل په هغه زاویه پورې اړه لري چې مستقیم یې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي میل یې مثبت او که منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې منفی دی.
- موازی مستقیمونه د مساوي میلونو لرونکي دي.
- هر مستقیم خط چې له x محور سره موازي وي میل یې صفر او هر مستقیم خط چې پر x محور عمود وي میل نه دی تعریف شوی.
- دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پربل عمود دي چې د میلونو د ضرب حاصل یې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په یوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط میلونه یې سره مساوي وي.
- د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د یوه ټکي هغه اړیکه چې یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړي یوه لیږدونه یاتغیر مکان بلل کیږي.
- که چیرې د یوه شکل ټولو ټکو ته په یوه ټاکلي جهت او یوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وایی.
- که یوشکل په یوه مستوي کې د یو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دريم څپرکی پوښتنې

ټول ټکي يې په عين زاويه دوران کوي دې حرکت ته دوران وايي.

- په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دی صحيح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د ميلونو د ضرب حاصل:

a) (1) دی.　b) صفر دی.　c) ∞ دی.　d)منفي يو دی.

2- د مستقيمې کرښې معادله چې د y محور سره يې د پرېکړې ټکی او ميل يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + c$　b) $y = b$　c) $y = mx + b$　d) $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

3- د هغه کرښې معادله چې دوه ټکي يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + b$　b) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$　c) $\frac{y_2 - y_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{x_2 - x_1}$　d) $y = mx$

4- د $A(0, y_1)$ او $B(0, y_2)$ دوو ټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له:

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$　b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$　c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$　d) $M(0,0)$

٥- د $A(x_1, 0)$ او $B(x_2, 0)$ دووټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له :

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$　b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$　c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$　d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$　b) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - (y_1 + y_2)^2}$

c) $AB = \sqrt{(x_2 + y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$　d) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7- د يوه ټکی او د وضيعه کمياتو د مبدآ ترمنځ واټن يافاصله عبارت ده له:

a) $AB = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$　b) $AB = \sqrt{y_1^2 + y_1^2}$

c) $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$　d) $AB = \sqrt{x^2 - y^2}$

8- د يو مستقيمې کرښې ميل عبارت له:

a) $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$　b) $m = \frac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$　c) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$　d) $m = \frac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$

9- دوه مستقيمونه هغه وخت يو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو ميلونه سره مساوي وي.　b: ميلونه ئې مساوي نه وی.

c: د میلونو د ضرب حاصل یې منفي یو وي.　　d: ټول ځوابونه سم دی.

• خالي ځایونه په مناسبوکلماتو ډک کړئ.

۱- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وایي.

۲- په دویمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x یې .... او y یې .... دی.

۳- په دریمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاویه جوړه کړي میل یې .... دی.

٥- دوه موازي مستقیمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقیم میل .... دی.

۷- درې ټکي هغه وخت په یوه مستقیمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

۸- که د دووکرښو میلونه یوبل سره مساوي نه وي داکرښې .... دی.

• لاندې جملې کومې سمې اوکومې یې ناسمې دي د سموپه مخ کې د(س) توري اود ناسمې په مخ کی د(ن) توري ولیکئ.

1- (　) که د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کیږي.

2- (　) که د p شکل هر ټکی د 'P شکل په یوه ټکي داسې تبدیل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر یوه محورته د 'P د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وایي.

3- (　) د $T(x, y) = (-x, y)$ بدلون نسبت y محورته یوانعکاس دی.

4- (　) د $T(x, y) = (x, -y)$ بدلون نسبت x محورته یو انعکاس دی.

5- (　) د $T(x, y) = (y, x)$ بدلون نسبت $y = x$ مستقیم ته یوانعکاس دی.

6- (　) انتقال هغه تغیرمکان یالیږدونه دی چې په هغه کې د واټونو یا فاصلو جهت اود زاویو پراخوالی ثابت پاتې شي.

7- (　) که په مستوي کې یوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عین زاویه دوارن کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعیه کمیات یې ورکړ شوی دی د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.

$1:\ (0,1) \qquad 2:\ (2,3) \qquad 3:\ (0,-4) \qquad 4:\ (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضیعه کمیات یې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1:\ (0,9),(-5,4) \qquad 2:\ (4,1),(3,-2) \qquad 3:\ (-7,4),(1,-11)$

3-وښیئ چې لاندې ټکي د یوه قایم الزاویه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پیدا کړئ.

$1:\ (0,9)\ ,\ (-4,-1)\ ,\ (3,2) \qquad 2:\ (3,-2)\ ,\ (-2,3)\ ,\ (4,-4)$

4-وښیئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په یوه مستقیمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1:\ (0,4)\ ,\ (3,-2)\ ,\ (-2,8) \qquad 2:\ (1,2)\ ,\ (-3,10)\ ,\ (4,-4)$

5-د یوې مستقیمې کرښې میل اویو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1:\ (2,3)\ ,\ m=-\frac{1}{2} \qquad 2:\ (-4,1)\ ,\ m=-\frac{2}{3} \qquad 3:\ (-1,-4)\ ,\ m=-2$

6- که د یوه مستطیل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت یې پیدا کړئ.

7- که د یوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9)\ ,\ (4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی یې پیدا کړئ.

8- وښیئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د یوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(1,-3)$ د یوه مثلث راسونه وي د اضلاعگانو د منځنی ټکي کمیات وضیعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه یو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطیل قطرونه یوبل نیمايي کوي.

11- هغه مستقیم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوڅخه تیریږی د وسطي عمود معادله یې پیدا کړئ.

12- د هغه مستقیم معادله پیدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي څخه تیر شي او په ترتیب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چیرې $B(7,0),A(5,0)$ او $C(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3,x-3)$ ترتیب لاندې مثلث او د هغه تصویر یاځیره رسم کړئ.

ب: د ABC مثلث تصویر د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پیدا کړئ او هغه ته وواییځ وروسته د $T(x,y)=(x+3,y-3)$ تصویر یا ځیره د $A'B'C'$ ترانتقال یالیږدونې لاندې وټاکئ.

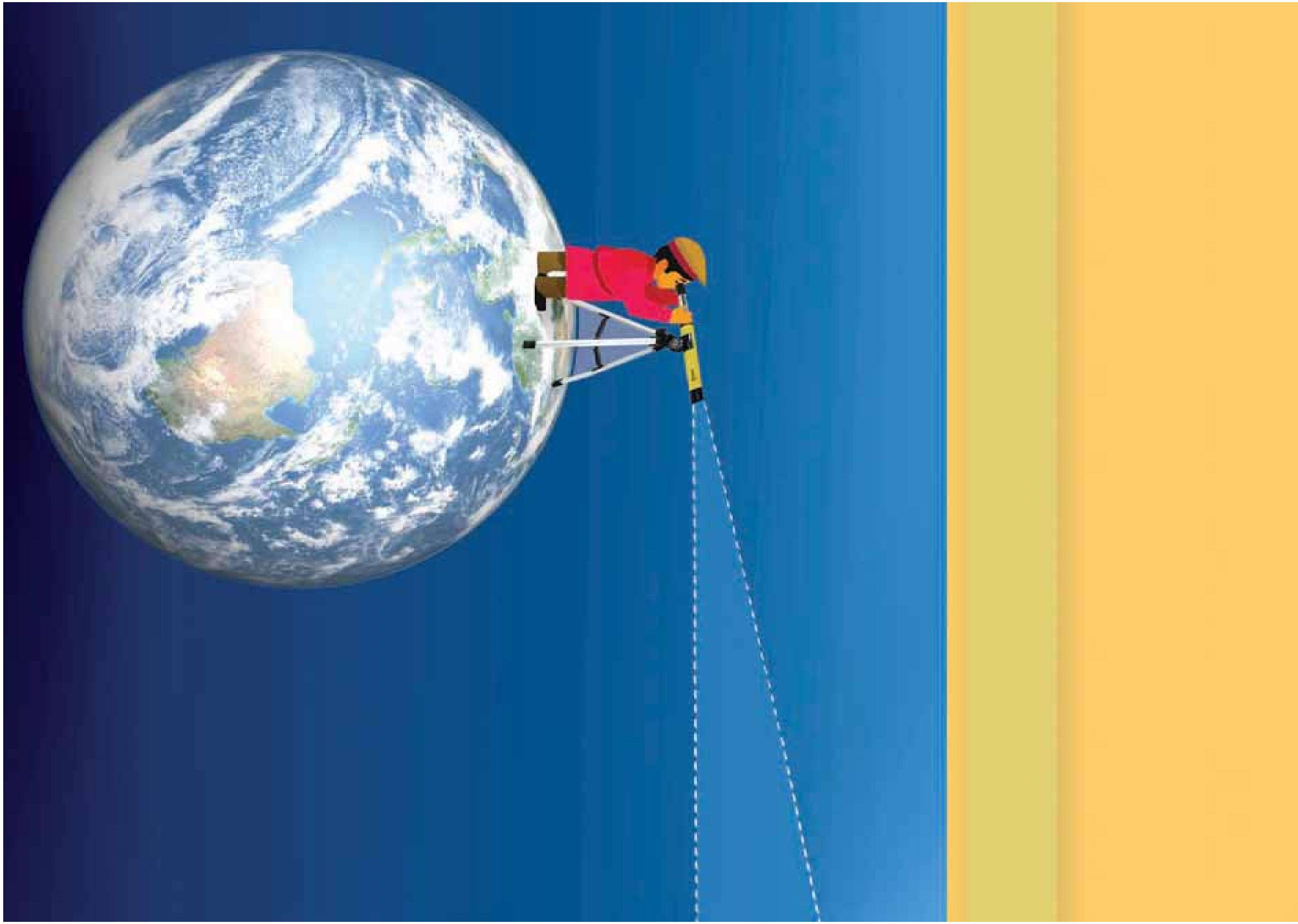
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

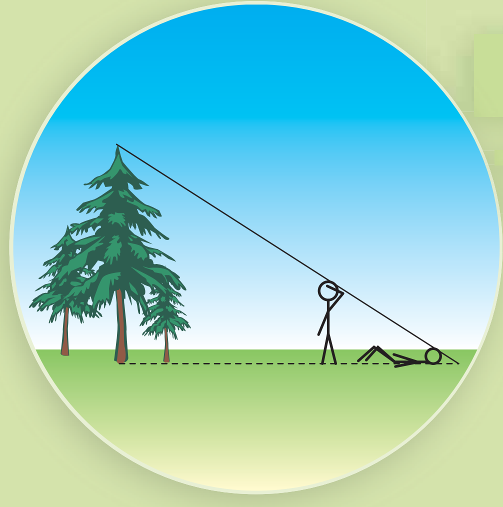
مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

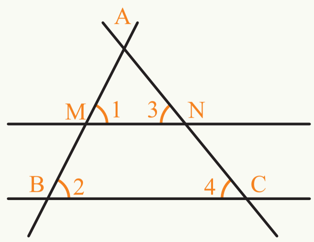
په مثلث کې د تالس قضیه



دوه زده کوونکي یو له بل سره خبرې کوي چې د یوې ونې جګ والي څنګه اندازه کړي یو بل ته داسې وړاندیز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد پریوت، هغه له خپل ملګري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په یوه مستقیمه کرښه سره ووینې. د زده کوونکي د وړاندیز په سموالي سوچ وکړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځایونو کې ولیکئ.



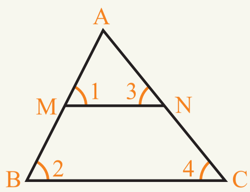
$\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \ \ \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \ \ \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} =$

- هغه زاویې چې یو له بل سره مساوي دي وښیئ.
- د $\frac{MN}{BC}$ ، $\frac{AN}{AC}$ او $\frac{AM}{AB}$ نسبتونه پیدا او یو له بل سره څه اړیکه لري؟

د پورتني فعالیت څخه د تالس قضیه داسې بیانوو؟

قضیه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په یوې ضلعې یا څنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکیل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو یو له بل سره مساوي دي. دا قضیه په مثلث کې د تالس قضیې په نامه یادیږي.

ثبوت: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\left.\begin{array}{l} \hat{1} = \hat{2} \ldots\ldots \text{ متوافقه} \\ \hat{3} = \hat{4} \ldots\ldots \text{ متوافقه} \\ \hat{A} = \hat{A} \ldots\ldots \text{ مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

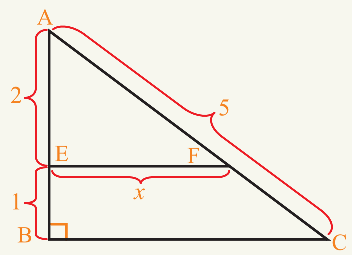
(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې که $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اود $\overline{EF}$ موازي کرښې اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF}//\overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:

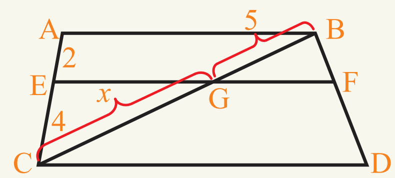
$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \qquad \frac{2}{3}=\frac{x}{3} \qquad x=2$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$
$$AC^2=BC^2+AB^2$$
$$5^2=BC^2+3^2$$
$$BC^2=25-16=9$$
$$\boxed{BC=3}$$



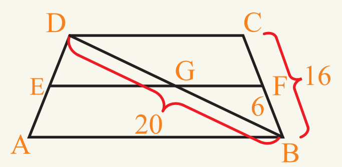
دویم مثال: په لاندې ذوذنقه کې $\overline{EF}//\overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.

$$\frac{\overline{CG}}{\overline{GB}}=\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} \quad \text{یا} \quad \frac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{GB}}{\overline{AE}}$$
$$\frac{x}{4}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}$$
$$x=10$$

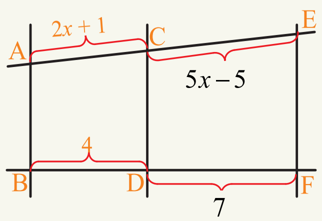


پوښتنې

1- د ذوذنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.

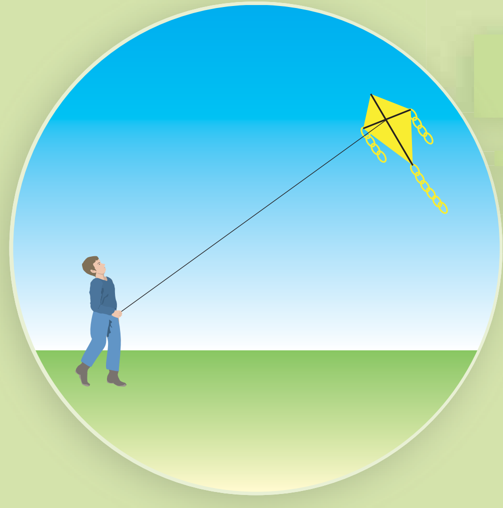


2- په لاندې شکل کې چې که $\overline{CD}//\overline{EF}$ او $\overline{AB}//\overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

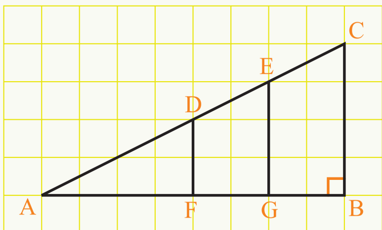
د یوې حاده زاویې ساین



که يو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واټن يې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟

فعاليت

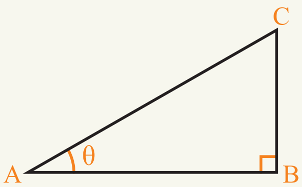
- په قايم الزاويه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکې ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پرېکړې ټکي يې په وار سره F او G نوموو.
- د خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوي اندازه او د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه محاسبه او پرتله يې کړئ.



- ايا د D او E ټکو د ځاى په بدلون سره د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ ديوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅېرئ.
- د AC د ځاى په بدلون د $\hat{A}$ زاويې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کېږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پرېږدئ او د $\hat{A}$ زاويې ته زياتوالى ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنيو مساوي نسبتونو کې څه پېښېږي؟ وې څېړئ؟

تعريف

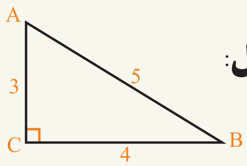
په هر قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ ځنډې يا ضلعې او ږدوالي دوتر پر اوږدوالي تل مساوي له يو ثابت مقدار سره دى چې د حاده زاويې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاويې ساين) ويل کېږي.



$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالى}}{\text{دوتر اوږدوالى}} = \frac{BC}{AC}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

حل:

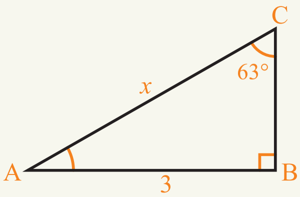


$$\sin A = \frac{\text{د } A \text{ زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{\overline{BC}}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\hat{A} = 0.8$$

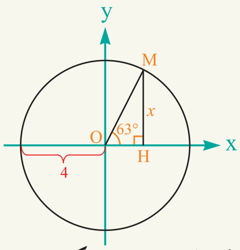
$$\sin B = \frac{\text{د } B \text{ زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

دويم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پيدا کړئ.

شکل (الف)



شکل (ب)



حل:

د الف جزء: د يوې حادې زاويې د تعريف څخه په ګټه اخيستنه کولای شو وليکو چې:

$$\sin 63^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$0.891 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.891} \quad \Rightarrow \quad x \approx 3.37$$

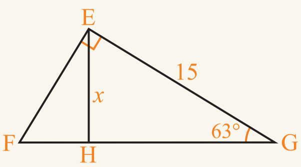
د ب جزء:

$$\sin 63^\circ = \frac{MH}{OM}$$

$$0.891 = \frac{x}{4} \Rightarrow x \approx 3.56$$

پوښتني

1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قيمت پيدا کړئ.

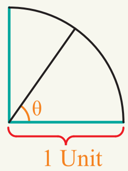


2- د دايرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونيسئ.

الف: که د θ زاويه لويه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاويه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

ج: که زاويه 90^o ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.



3- د $80^o, 40^o$ او 65^o زاويې په وار سره رسم او بيا په هره زاويه يو قايم الزاويه مثلث کې رسم کړئ د کرښې يا خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوي اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پيدا کړئ او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

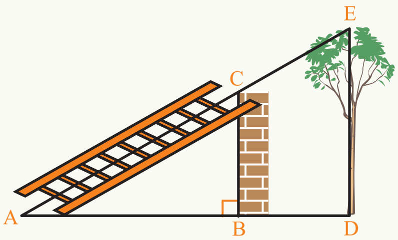
4- يو متساوي الساقين مثلث چې قاعده يې 8 واحده او $\hat{B} = 54^\circ$ وي رسم کړئ که يوه څنډه يا ضلعه يې 5 واحده وي د B زاويې Sin ساين پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې حاده زاویې کوساین

دیوه دیوال شاته د ناجو یوه ونه ولاړه ده. یو زده کوونکی غواړي و پوهیږي چې ونه له دیواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره یې یوازې یوه لنډه زینه درلوده. فکر وکړئ هغه څه سوچ کوئ؟

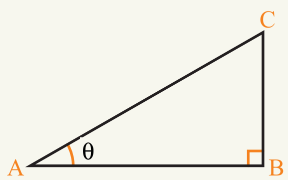
فعالیت



- په مخامخ شکل کې د تشکیل شویو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ یو له بل سره څه اړیکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه یو له بل سره څه اړیکه لري.
- د زینې واټن تر دیوال او بیا یې تر ونې پورې پیدا کړئ.
- د تالس د قضیې په مرسته لاندې مساوات تکمیل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی.

$$\frac{AB}{AC}=\frac{....}{AE}$$

په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې یوه حاده زاویه یې θ ده، د دې زاویې د ګاونډي یا مجاوري ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساین وایي.



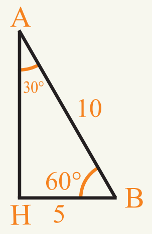
$$\cos\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ زاویې دګاونډي ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A} = 30^\circ$ او $\hat{B} = 60^o$ وي وښيئ چې $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ دی.

حل: د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د AH جګوالی کولای شو ولیکو چې:



$$\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HB}^2$$

$$10^2 = \overline{AH}^2 + 5^2 \quad \Rightarrow \overline{AH}^2 = 100 - 25 = 75$$

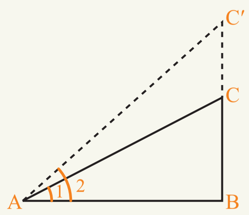
$$\overline{AH} = \sqrt{75} \Rightarrow \overline{AH} = 5\sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پوښتنې

1- که یوه حاده زاویه لویه شي، د کوساین په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟ د مخامخ مثلث او مثلثاتي دایرې په مرسته خپل نظر بیان کړئ.

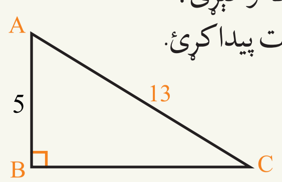


- د $CosA_1$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- د $CosA_2$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- په تشو ځایونو کې مناسبې علامې ولیکئ.

$\overline{AC}$	☐	$\overline{AC'}$
$\cos A_1$	☐	$\cos A_2$

2- د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو لپاره $Sin^2 A + Cos^2 A = 1$ اړیکه وڅېړئ؟

3- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قیمت پیدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو یا څنډو اوږدوالی یې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

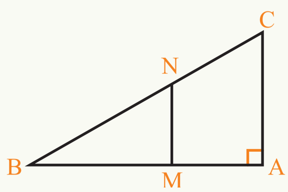
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاويې تانجنت

يو زده کوونکی د بيرغ مخکې ولاړ دی. سوچ کوي چې د بيرغ د ميلې اوږدوالی څنګه پيدا کړي؟

فعاليت

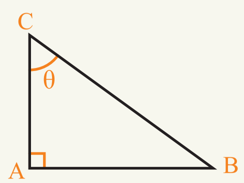
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاويه يې قايمه ده د $\hat{B}$ زاويې مثلثاتي نسبتونه $(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونيسئ چې د $\overline{MN}$ ټوټه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نيولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا د څنډو له مخې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا له مخې د $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخيستنه او داضلاعو يا څنډو له مخې $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ وليکئ.
د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.
- سوچ وکړئ که چيرې $\frac{CosB}{SinB}$ پيدا کړو نو دا نسبت د مخامخ څنډو يا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري يا يوازې د زاويې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړۍ پايله: په يوه قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالي او د هغه زاويې د ګاونډي ضلعې د اوږدوالي نسبت يو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاويې تانجنت) په نامه ياديږي.

$$\tan\theta = \frac{\overline{AB}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\overline{AC}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې د ګاونډي ضلعې اوږدوالی}}$$

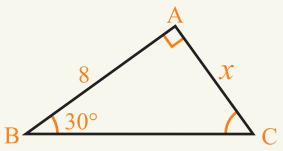


دويمه پايله: د θ حاده زاويې تانجنت د حاده زاويې ساين پر كوساين له نسبت سره مساوي دى:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دريمه پايله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ يو بل مقدار دى چې د حاده زاويې كوتانجنت (Cotangentθ) يـا د θ زاويـې دګاونډي يا مجاورې ضلعې اوږدوالـي د θ زاويې د مخامخ خنـډې يا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته كوتانجنت $Cot\theta$ وايي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان يوازې د زاويې په پراخوالي پورې اړه لري.

لومړی مثال: په لاندې مثلث كې چې كه $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ وي د $\tan 30°$ عددي قيمت په لاس راوړئ.

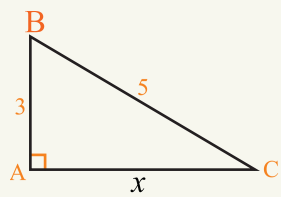


حل: د $\tan\theta$ تعريف څخه په ګټه اخيستنه كولای شو وليكو چې:

$$\tan 30° = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30° = \frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دويم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث كې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله كړئ.

حل: لومړی د فيثاغورث د قضيې په مرسته د ABC په مثلث كې د AC اوږدوالی پيدا كوو.



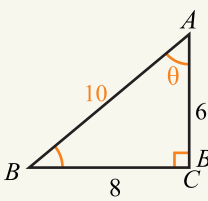
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

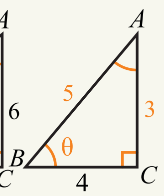
$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \qquad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan C = \frac{\text{Sin C}}{\text{Cos C}}$$

پوښتنې





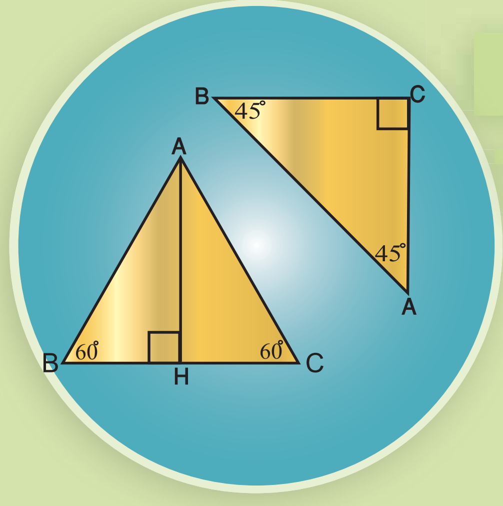
1- په مخامخ شكلونو كې $\tan\theta, Cos\theta, Sin\theta$ او $Cot\theta$ پيدا كړئ.

2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث كې چې ضلعې يې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پيدا كړئ.

3- كه د يوه قايم الزاويه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاويه يې لويه شي د $\tan\theta$ په نسبت كې څه بدلون پيښيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاويو مثلثاتي نسبتونه ($30°$، $60°$، $45°$ او $90°$)



مخامخ مثلثونه څه ډول مثلثونه دي د اضلاعګانو اوږدوالی يې وټاکئ.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع يا جګوالی رسم کړئ، په دې ډول مثلثونو کې جګوالی کومې ځانګړتياوې لري.
- د فيثاغورث د قضيې څخه په ګټه اخيستنه د جګوالي يا ارتفاع اوږدوالی يا د مثلث جګوالی پيدا کړئ.
- ايا کولای شئ چې د $30°$ او $60°$ زاويو مثلثاتي نسبتونو عددي قيمت پيدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الساقين، قايم الزاويه مثلث رسم کړئ، چې د هرې ضلعې يا څنډې اوږدوالی يې يو واحدوي.
- هره حاده زاويه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه يې حساب کړئ.
- د $45°$ زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعاليت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

زاويې / مثلثاتي نسبتونه	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	نا ټاکلی (نا معين)

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطو کې د x او y عددي قیمت پیدا کړئ.

1) $x = \sin 60^\circ + \sin 30^\circ$ 2) $y = \cos 60^\circ + \cos 30^\circ$

3) $\tan 60^\circ - \sin 30^\circ = ?$ 4) $y = \tan 30^\circ - \cos 60^\circ$

5) $\tan 45^\circ - \sin 45^\circ = ?$ 6) $y = \tan 30^\circ + \tan 60^\circ$

حل: په پورتنیو اړیکو کې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x = \sin 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y = \cos 60^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x = \tan 60^\circ - \sin 30^\circ = \sqrt{3} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

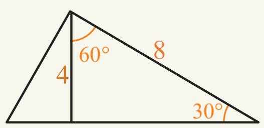
4) $y = \tan 30^\circ - \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

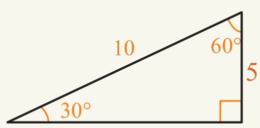
5) $x = \tan 45^\circ - \sin 45^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

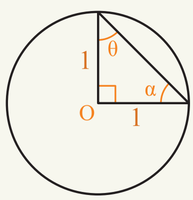
6) $y = \tan 30^\circ + \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو د $Sin, Cos, \tan$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.

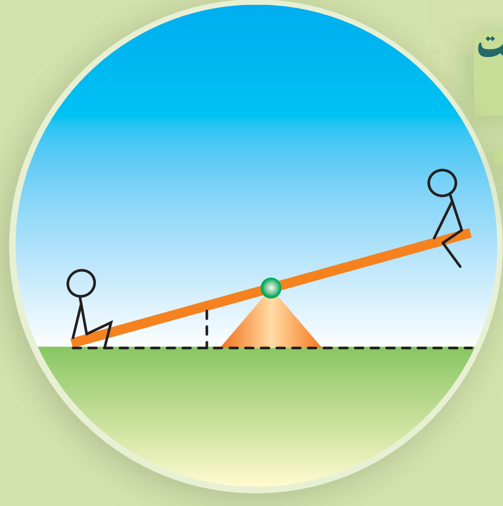






(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه مستقيم خط د ميل او تانجنت اړيکه



د رافعي ميل ښــي ياکيڼــي خوا ته په څه پورې اړه لري؟

فعاليت

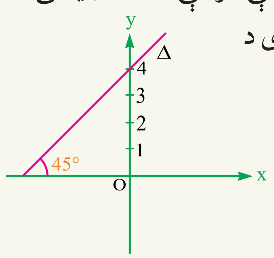
- د $A(1,3)$ او $B(0,0), C(1,0)$ ټکي د وضعيه کمياتو په مستوي کې وښيئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقيمي کرښې ميل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقيمي کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل وليکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ د $\overline{AB}$ د مستقيمي کرښې د ميل سره څه اړيکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقيم دوه اختياري ټکي په پام کې ونيسئ، د دې ټکو په لرلوسره د مستقيمي کرښې ميل پيداکړئ. ايا د $\tan B$ د مستقيمي کرښې د ميل برابرې ليدل کيږي؟

د پورتني فعاليت څخه ليدل کيږي، چې د هغې مستقيمي کرښې ميل چې د x له محور سره حاده زاويه جوړوي، د هغې زاويې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره يې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دي.

لومړی مثال: د Δ مستقيمه کرښه د y محور په 4 کې پريکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاويه جوړوي، که $\tan 45^o = 1$ وي د Δ مستقيمي کرښې معادله وليکئ.

حل: پوهيږو چې د مستقيمي کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقيمي کرښې ميل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{aligned} m &= \tan\theta \\ m &= \tan 45^o \\ m &= 1 \\ h &= 4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} y &= mx + h \\ y &= x + 4 \end{aligned}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقیمې کرښې په معادله کې د مستقیمې کرښې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پریکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقیمې کرښې معادله په ستندرد شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته یې میل او له محور سره د پریکړې ټکي په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

$$\sqrt{3}\,y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}\,y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \quad , \quad h = 2$$

ایا کولای شئ د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو قایم الزاویه مثلث چې قایمې جوړونکې ضلعې یې 6 او 8 دي رسم او قایمه زاویه یې په A وښیئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه ولیکئ څه پایله ترې اخلئ.

د پورتني فعالیت څخه ښکاري چې د یوې حاده زاویې د ساین او کوساین د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځیني وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کیږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پام لرنه وکړئ چې د 2 توان د زاویې په ساین پورې اړه لري نه په زاویه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقیمې کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60^o زاویه جوړه کړي او د y محور په $(0,5)$ ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پریکړې ټکي پیدا کړئ.

a) $\dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

b) $1 + (\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

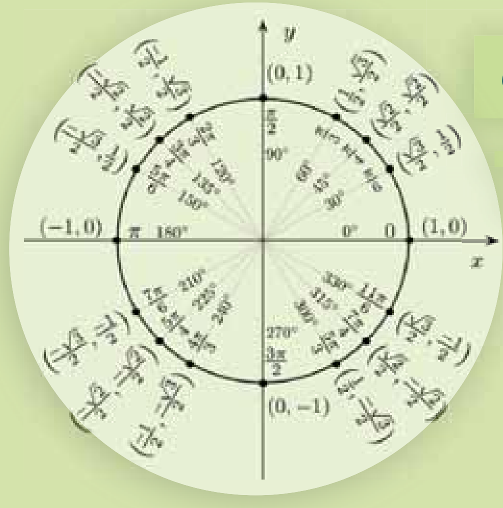
c) $\dfrac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

d) $\dfrac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي جدول او دهغې استعمال



په مخامخ مثلثاتي دایرې په شکل کې د نومورو زاویو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعالیت

- یو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاویې پراخوالی یې وټاکئ.
- په یو مثلث کې د 30° او 60° زاویو مثلثاتي نسبتونه پیداکړئ.
- د زاویې مثلثاتي نسبتونه په یوه مثلث کې وټاکئ.
- ایا د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پیداکولای شو؟

د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

پایله:

د ځینوزاویو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په أساني سره په لاس راوړو خو د یو شمېر نورو زاویو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه گران کار دی نو ددې کار لپاره د ځینو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې ددې ډوله جدول په مرسته د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه پیداکولای شو.

د یادونې وړ ده چې د جدول په ترتیب کې په یوه قایم الزاویه مثلث کې د θ او $(\theta-\frac{\pi}{2})$ یا $(90-\theta)$ زاویو د اړیکو ځخه گټه اخیستل شوې ده.

مثلثاتی جدول

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	**90°** 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	**89°** 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	**88°** 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	**87°** 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	**86°** 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	**85°** 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	**84°** 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	**83°** 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	**82°** 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	**81°** 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	**80°** 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	**79°** 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	**78°** 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	**77°** 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	**76°** 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	**75°** 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	**74°** 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	**73°** 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	**72°** 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	**71°** 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	**70°** 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	**69°** 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	**68°** 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	67° 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	66° 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	65° 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	64° 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	63° 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	62° 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	61° 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	60° 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	59° 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	58° 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	57° 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	**56°** 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	**55°** 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	**54°** 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	**53°** 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	**52°** 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	**51°** 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	**50°** 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	**49°** 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	**48°** 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	**47°** 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	**46°** 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	**45°** 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښیي؟
- د جدول د کیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوی؟
- د جدول لومړی او وروستی کرښه څه را ښیي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنی وي هغه د جدول کینه خوا کې د درجې په ستون کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنی وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړی ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې ګورو.
که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښی خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستنی پرته لیکه یا سطر کې پیداکوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاویې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیداکړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ 10')$ پیداکوو او د جدول په لومړی کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د 0,8646 عدد راکوي چې دا د $(30^\circ 10')$ زاویې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ 10') = ? \qquad 30^\circ 10' \cdots\cdots 0{,}8646$$

دویم مثال : د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښی خوا په لومړی ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیداکوو او د جدول په وروستنی کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د (0,9959) عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ 50' = ? \qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ 50'$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاویو مثلثاتي نسبتونه چې توپیر یې لس دقیقې وي رانښيي د هرې زاویې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طریقه بیان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طریقه د انټرپولیشن Interpolation په نامه یادیږي او په لاندې مثالونو کې یې ترې کار اخلو:

دریم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاویې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاویې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاویو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاویې مثلثاتي نسبت داسې پیداکوو:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\tan\ 42^\circ 40' \\ \tan\ 42^\circ 35'\end{array}\right]5 \\ \\ \tan\ 42^\circ 30'\end{array}\right] 10 \qquad \left.\begin{array}{l}= 0,9217]\ x \\ = x \\ = 0,9163\end{array}\right] 0,0054$$

د مثلثاتي نسبتونو توپیر		د دو زاویو توپیر
0.00054	:	10'
x	:	5'

لیدل کیږي چې د لومړي او دویمې زاویې فرق 5 او د لومړي او دریمې زاویې فرق 10 په همدې ترتیب سره د tan فرق یې x او 0,0054 دی یعنې که زاویه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan یې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاویه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته لیکو:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{0,0054} \Rightarrow x = 0,0027$$

د x قیمت د کوچنی زاویو له tan سره جمع کوو:

$$0,9163 + 0,0027 = 0,9190$$

$$\tan\ 42^\circ\ 35' = 0,9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخیستنې سره د $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha = 35^\circ 20'$ او $\alpha = 75^\circ 10'$ زاویو پیدا کړئ.

د قایم الزاویه مثلثونو حل

مخامخ شکل ته پام وکړئ د څلي(منار) جګوالی څنګه پیداکولی شئ.

فعالیت

- که دیوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه $30^\circ\,40'$ وي بله زاویه یې پیدا کړئ.
- که د یوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه 29° او وتر یې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پیدا کړئ.
- که د قایم الزاویه مثلث دوې ضلعې یا یوه ضلعه او یوه حاده زاویه یې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پیداکولای شو.

د پورتني فعالیت پایله داسې بیانوو:

په هر قایم الزاویه مثلث کې که یوه حاده زاویه یا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

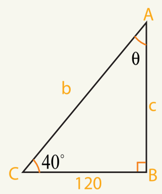
مثال: دیوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه 40° که ددې زاویې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړی مثلث حل کړئ.

حل: ځرنګه چې د مثلث یوه زاویه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاوو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:

1, $\theta = 90^\circ - \hat{c} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

2, $\tan 40^\circ = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120\tan 40^\circ = 120 \cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40^\circ = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40^\circ} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$



$$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم مثال: د يوه قايمه الزاويه مثلث وتر $49.7cm$ او يوه قايمه ضلعه يې $25cm$ وي نوموړی مثلث حل کړئ.

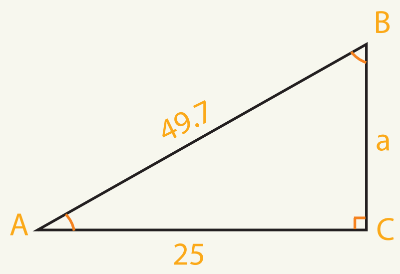
حل: ليدل کيږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر يې داسې پيدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49,7} = 0,503$$

$$\cos\hat{A} = 0,503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59,8^\circ = 59^\circ,48'$$

$$2)B = 90^\circ - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59,8^\circ = 30,2^\circ = 30^\circ 12'$$

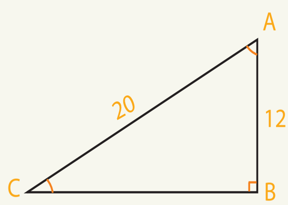
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A}\cdot 25 = 25\cdot 1,7182 = 43$$



پوښتنې

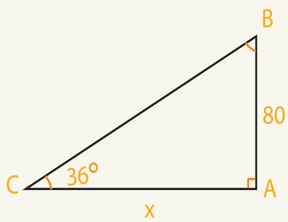
1 - د يوه قايمه الزاويه مثلث يوه حاده زاويه $38^\circ\ 50'$ او د دې زاويې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو موړی مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.



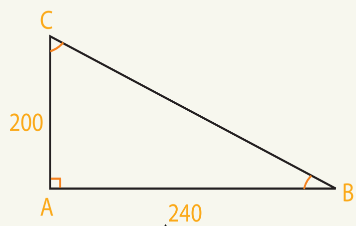
$x = ?$

$\hat{A} = ?$



$x = ?$

$\hat{B} = ?$

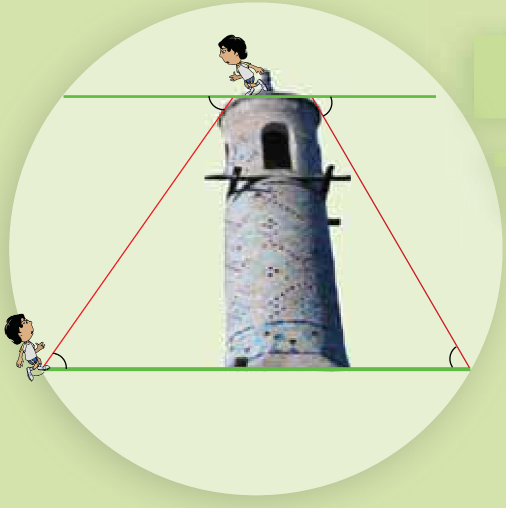


$\hat{B} = ?$

$\overline{BC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او
تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جگوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه یې کومه فاصله ده) ؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه یې په کومه فاصله ده) ؟

دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - د ارتفاع زاویه Angle of Elevation

که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جگوالي زاویه بلل کېږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - د تنزیل زاویه Angle of Depression

که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کېږي لکه په شکل کې د β زاویه.

د افق کرښه

β P_1

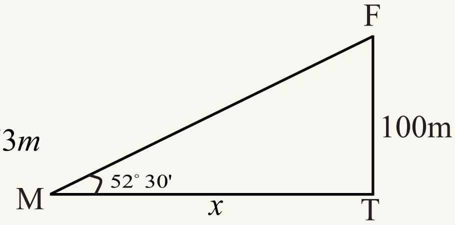
د لید کرښه

α

P_2 د افق کرښه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالی یا ارتفاع زاویه $52° \ 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده یې پیدا کړئ.



$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$

دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږ دوالی 120m وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالی یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2}m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړی(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړی له برج نه څومره فاصله لري .

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3,7 = 444\,ft$$

پوښتنې

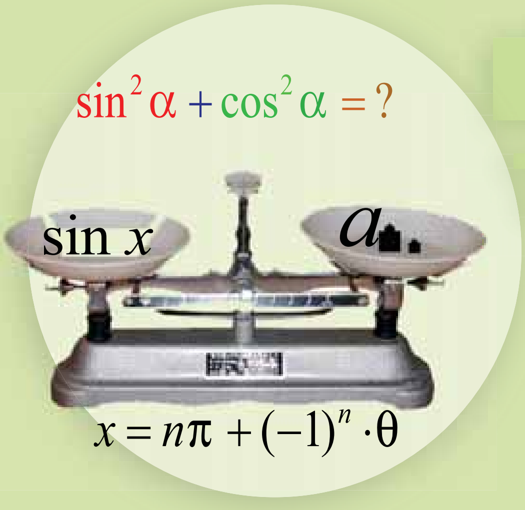
1- د هغه ونې ارتفاع پیداکړئ چې د ارتفاع زاویه یې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75\,ft$ ونې ته نږدی شي.

2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه یې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20\,ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتی معادلې

مخامخ مثلثاتي اړیکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهېږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځینې قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعالیت

- د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه وښیئ ایا دا اړیکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه تو پیر لري دا توپیر په مثلثاتي اړیکو کې وڅېړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه یا زاویې چې یو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښیئ.

د پورته فعالیت پایله په یو تعریف کې په لاندې ډول بیانوو:

تعریف:

هره معادله چې په هغې کې یو یاڅو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ یا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس یا زاویه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنیو معادلو کې x اصلي مجهول دی.

- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وايي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.

-هغه زاويې چې مثلثاتي نسبتونه يې يو شان دي پريوديک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه په

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ډول دي:

1 - د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + (-1)^n \cdot \theta ,\ n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $x = 2n\pi \pm \theta \ ,n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + \theta \ ,\ n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قیمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قیمت په لاس راوړو.

3- څرنګه چې مثلثاتي معادلې پریودیک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاویو د فورمولونو په مرسته چې یوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پیدا کړئ.

$$\cos x + \frac{1}{2} = 1 \qquad\qquad 2\sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2} \qquad\qquad 2\sin x = \sqrt{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \qquad\qquad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2n\pi \pm \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = n\pi + (-1)^2 (\frac{\pi}{4})$$

پوښتنې

دې لاندې معادلو حل پیدا کړئ.

$c)\ 2\cos 4x - \sqrt{2} = 0 \qquad b)\ 2\sin 3x + \sqrt{3} = 0 \qquad a)\ \sqrt{3}\cot x - 1 = 0$

د څلورم څپرکي لنډيز

- مثلثات له دوو يوناني کلمو څخه چې ټرايګون او متري چې د مثلث د اندازه کولو معنی لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چې د مثلث د عناصرو ترمنځ اړيکې څيړي.
- که په يوه ضلعه د مثلث يوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضيه د تالس د قضيې په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر په اوږدوالي د حاده زاويې د ساين sine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاويې د کوساين cosine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی د ګاونډې يا مجاورې څنډې يا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاويې د تانجنت tangent په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\tan\theta$ په نامه ياديږي $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\cos$ او $\sin$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\cot$ په نامه ياديږي $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاويه لکه(α)چې مستقيمه کرښه يې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د ميل زاويې په نامه ياديږي او د دې کرښې ميل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړيکه رښتياده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاويې معنا نلري.
- د $y = mx + b$, m معادله کې، m دهغه زاويې تانجنت دی چې مستقيمه کرښه يې د محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې یو یې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د یوې حاده زاویې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\frac{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$ c) $\frac{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

b) $\frac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$ d) $\frac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\frac{\sin x}{\cos x}$ b) $\frac{\cos x}{\sin x}$ c) $\frac{1}{\sin x}$ d) $\frac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقیمې کرښې میل عبارت له:

a) $\frac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) b او a

4- د هغې مستقیمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړه کړي برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هیڅ یو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قیمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\frac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قیمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو بیانونو ډک کړئ.

1- په یوه قایم الزاویه مثلث کې د دوو نورو حاده زاویو مجموعه .... ده.

2- که د یوه متساوي الضلاع مثلث یوه څنډه $10cm$ وي جګوالی یې.............. دی.

3- دیو حاده زاویې ساین عبارت له............................ .

4- Triganomitry له دوو کلمو.............. او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دي.

• د لاندې جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توري او د ناسمې په مخ کې د (ن) توري ولیکئ.

1- (   ) د $\sin x$ نسبت مساوي په   دی.

2- (   ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ یو بل سره مساوي دي.

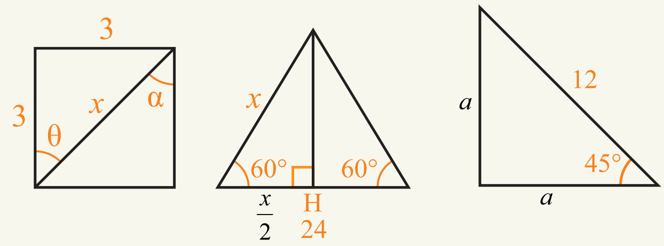
3- (   ) د $2y = 5x - 1$ معادلې د ډې کرښې میل $\frac{2}{5}$ دی.

4- (   ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

5- (   ) $1+\cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

• لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې د ورکړ شوو زاویو مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

2- په لاندې سوالونو کې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$
2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$
3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$
4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$
5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$
6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$
7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$
8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$
9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

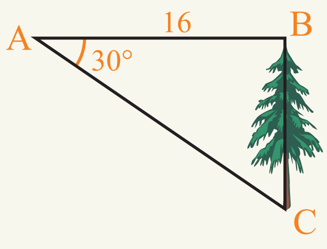
3- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

4- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

5- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

6- که چیرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$، کوم عدد ته نږدې کیږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

7- په لاندې شکل کې که $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټونه حساب کړئ.



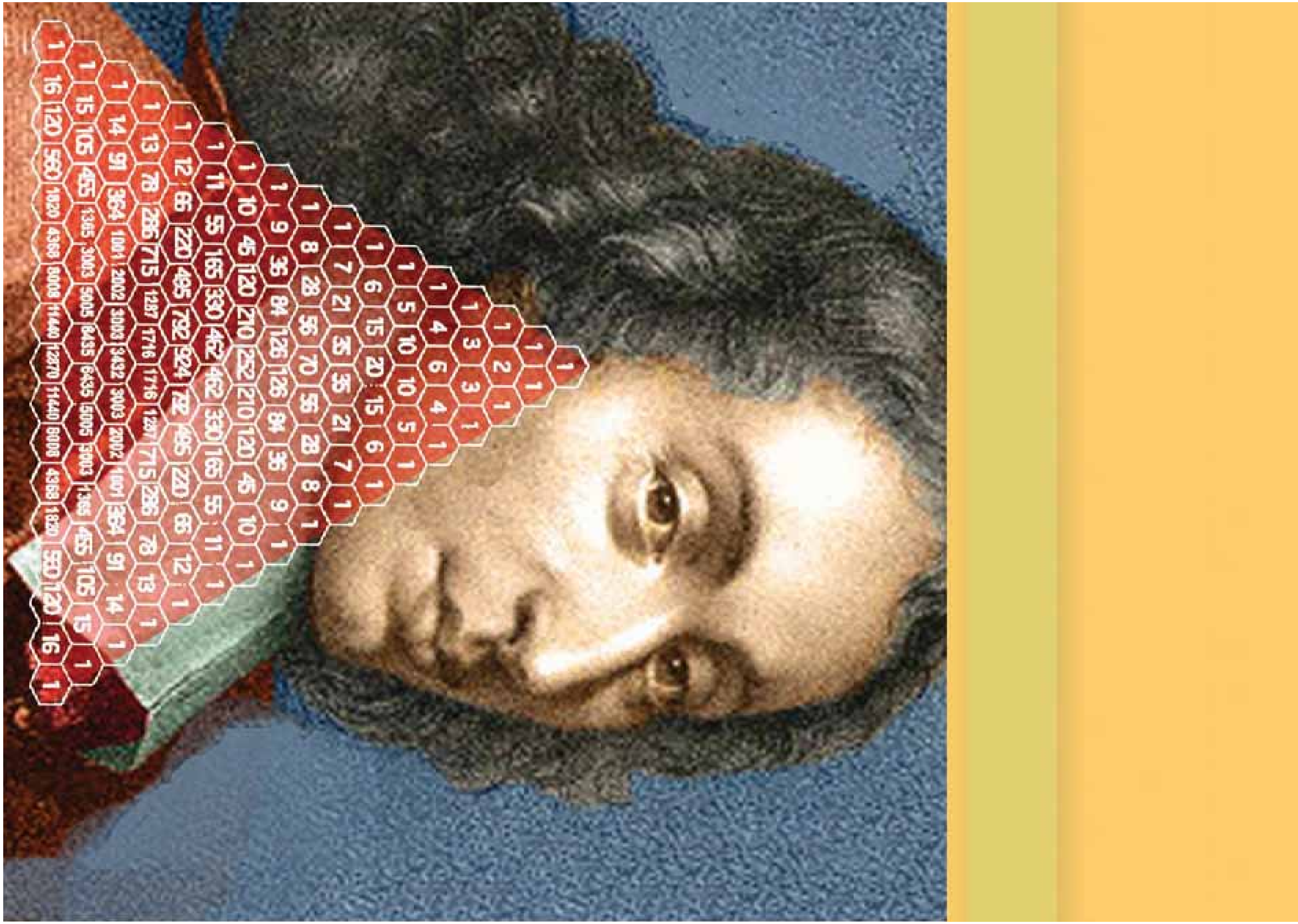
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپـــرکی

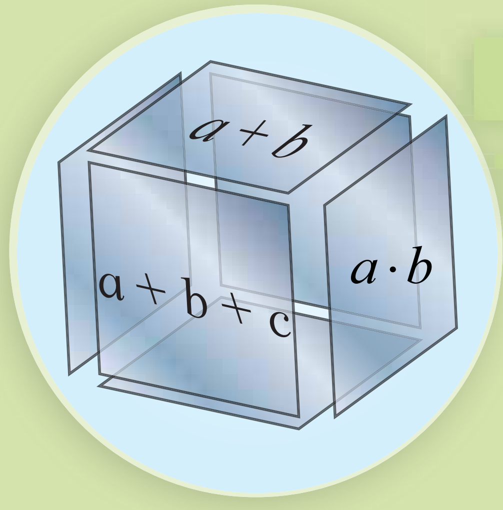
څو جمله يي

(c) ketabton.com: The Digital Library



الجبري افادې

د مخامخ شکل په سطحو ليکل شوي الجبري افادو نومونه واخلئ.



فعاليت

لاندې افادې په پام کې ونيسئ.

$a)\ 2x$ $b)\ \frac{1}{3}xy^3$ $c)\ \sqrt{2}xym'$ $d)\ 9x^2$

$e)\ 5x$ $f)\ 2xy^3$ $g)\ 3x^2$ $h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- يوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4$ $b)\ 3x^2+6x^2$ $c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x$ $d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کېداى، څنګه بايد وليکل شي، د هر يوې لپاره کوم نوم لازم ګڼئ؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتنۍ فعاليت څخه کولای شو وليکو چې:

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولو څخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده، (Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدونو ولرو هغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا (Polinomila) په نامه يادېږي په دې شرط چې د تورو توانونه ئې مکمل عدونه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړې متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندې جدول بشپړکړئ.

الجبري افادې	مناسبې نومونې				درجه	
	څو حده	درې حده	دوه حده	يوه حده	نظر y ته	نظر x ته
$\sqrt{32}y^2-3y+2y^3$						
$3x^2-7x$			✓			2
$6x^2-4x-1$						
$0.4x^2y-2x^4+16y^2$						
$13x-2y^3+6x^3y$						
$3-5+x^2-y^3-2xy$						
$4x^2-2x+6x^2-5x$						

پوښتنې

1- لاندې الجبري افادې ساده او د هرې يوې درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

$a)\ x^2-3x+6x^2-\frac{3}{2}x$ $\qquad b)\ \sqrt{2}mn^2-\frac{1}{2}m+2\sqrt{2}n^2m+3m$

$c)\ -4x^2+2x^2+14x-8+4x^3-16x-2x^2$ $\qquad d)\ 4-x^3y-2+yx^3-4xy-1$

2- لاندې الجبري افادې، څوجمله يي دي، دهرې يوې درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

$a)\ 6x^2-4x-12xy^6-2x^5$ $\qquad b)\ 8x^6-4xy^6-5x^2$

$c)\ 6x^2y^6m^9$ $\qquad d)\ \sqrt{3}x-y+6x^2y^3-2y^2$

$e)\ 3pq^3-8p^4q^3-12q^4-0.5p^6$ $\qquad f)\ \frac{4m-2n}{2m-n}$

3- د B, A او C په افادوکې ورته حدود وښيي اوافادې ساده کړئ.

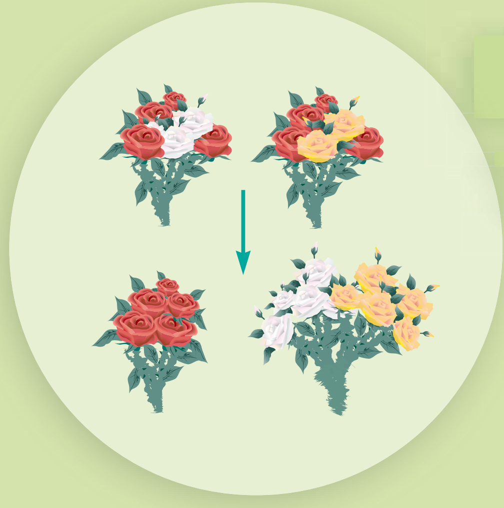
$A=4xy+2x^2y-3xy^2-\sqrt{2}xy-0.5x^2y-\frac{1}{2}xy^2$

$B=\frac{4}{3}a^2b-a^2+b^2-0.7a^2b-2a^2-3b^2+xy$

$C=2\sqrt{8x}+\sqrt{2}-3\sqrt{8x}+\sqrt{32}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په فکټورونو تجزیه(فکتور نیونه)



په مخامخ شکل کې خو غونچې ګلونه وینئ؟
کومې غونچې یو بل ته ورته دي؟ یوه غونچه څو
ګلانو څخه جوړه ده؟

فعالیت

- تش ځایونه ډک کړئ.

$5x = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)x = \ldots\ldots x + \ldots\ldots\ldots x$

$6y = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)y = \ldots\ldots y + \ldots\ldots\ldots y$

- پاسنیو اړیکو کې له کومې ځانګړتیا څخه ګټه اخیستل شوې ده.
- د ښی اړخ عددي ضریبونه د کیڼ اړخ د متحولینو له ضریبونوسره څه اړیکه لري.

$3x + 2x = (\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$

$ax + bx = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$

- ایاکولای شو چې a + b ساده کړو؟

په پور تنی فعالیت کې لیدل کېږی چې:
د ځینوالجبري افادو په تجزیه کې کولای شوچې د ضرب توزیعي خاصیت څخه پرجمع باندې ګټه واخلو. دګډعامل په پیژندلوسره په افاده کې کولای شوالجبري افادې تجزیه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ ab + ac - ad$ $\qquad b)\ x^4 - x^3y + x^2y^2$

$c)\ \frac{1}{2}m^2 - 2m$ $\qquad d)\ 3xy - 6x^2$

حل:په راکړل شویوافادوکې لومړی په ټولوحدونو کې ګډ حد پیداکوو او هغه د قوس مخکې لیکو وروسته ټول حدونه بېل بېل په جمله ویشو اوحاصل یې دقوس په منځ کې لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ ab+ac-ad = a(b+c-d)$

$b)\ x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

$c)\ \frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

$d)\ 3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دویم مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ Ax+Bx+Ay+By$

$b)\ x^2-4y^2+x+2y$

$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$

$d)\ 2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتیبوو چې ورته حدونه څنګ پر څنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پیداکوواوبیا یې تجزیه کوو.

$a)\ \underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$

$= x(A+B)+y(A+B)$

$= (A+B)(x+y)$

$b)\ x^2-4y^2+x+2y$

$= [x^2-(2y)^2]+(x+2y)$

$= (x-2y)(x+2y)+(x+2y)$

$= (x+2y)(x-2y+1)$

$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$

$= 2x(x+y)+3(x+y)$

$= (x+y)(2x+3)$

$d)\ 2x+2y+2x+2y$

$= 4x+4y$

$= 4(x+y)$

پوښتنې

لاندې افادې تجزیه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$

2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$

4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$

6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$

8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$

10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

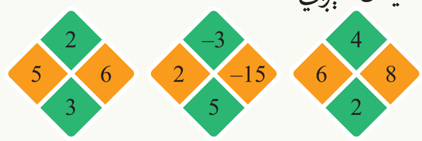
دالجبري افادوضرب چې يوه ګړه جمله ولري

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)\,x + ab$$

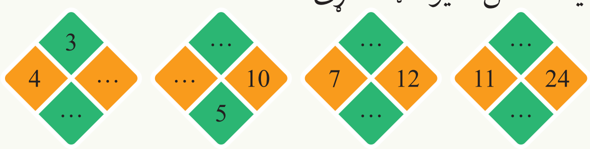
د مخامخ قوسونو له ضرب څخه وواياست چې د دوو عددونو د جمعي او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دی.

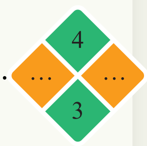
فعاليت

- په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کيږي؟

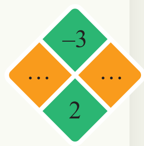


- ديورتنی اړيکي څخه په ګټه اخيستنه تش ځايونه ډک کړئ:



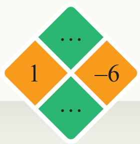


$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$

$x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$



$x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چي یوه ګڼه جمله و لري لیکلای شوچي:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

که چیري وغواړو یوه ترینوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزیه کړونولومړی باید دوه عددونه داسي پیداکړوچي دضرب حاصل یې c اود جمع حاصل یې b شي، که دي اعدادوته m او n وویل شي، لروچي:

$$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$$

مثال: د لاندې افادو ضرب اوتجزیه سرته ورسوئ:

$a)\ (t-4)(t+5)$ $\quad b)\ (a+3)(a+4)$ $\quad c)\ (x-0.4)(x+0.2)$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ $\quad e)\ x^2+12x+32$ $\quad f)\ x^2+4x+3$

$g)\ x^2-3x-28$ $\quad h)\ x^2-5x+6$

حل:

$a)\ (t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times 5)=t^2+t-20$

$b)\ (a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times 4)=a^2+7a+12$

$c)\ (x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times -2)=x^2-6x+8$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

$e)\ x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

$f)\ x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

$g)\ x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$
$\qquad =x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

$h)\ x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتني

1- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ x^2+7x+12$ $\quad b)\ m^2-6m-7$

$c)\ a^2+a-2$ $\quad d)\ x^2-x-20$

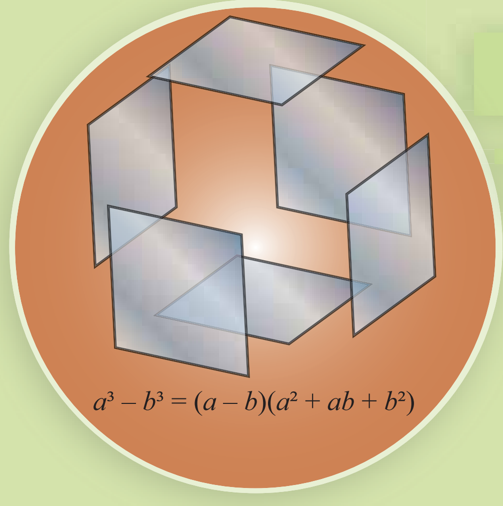
2- لاندې افادې ضرب کړئ.

$a)\ (2x-1)(x+3)$ $\quad b)\ (\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

$c)\ (a-3)(a+4)$ $\quad d)\ (0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، ووایاست چې ددې سطحو څخه که سره نږدې شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعالیت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	$a^3 + b^3$	$(a + b)$	$a^2 - ab + b^2$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
5	2				
4	1				
–3	2				
3	–2				
4	4				

- د دوو $a^3 + b^3$ او $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ولاړو لیکو ترمنځ څه اړیکې لیدل کېږي؟
- ایا کولای شئ یوه ورته رابطه د $a^3 - b^3$ لپاره ولیکئ.

دپورتنی فعالیت څخه کولای شو دا پایله ولیکو:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښیو:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2)$$
$$= a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + b^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8 \qquad b)\ a^6b^6-x^3y^3 \qquad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جګوالی $3x-\frac{1}{2}$ وی ددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

$$\text{د مکعب مستطیل حجم} = \text{د قاعدې مساحت} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{د قاعدې مساحت} = \frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{د قاعدې مساحت} = \frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})}=9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال : د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل : لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزېدلی بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال :د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$

$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3 \qquad b)\ 8+b^3 \qquad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3 \qquad e)\ 0.125x^3-1 \qquad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6 \qquad h)\ 8a^3-27b^3 \qquad i)\ b^6-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچنی ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعې د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ٦ او ٨ کوچني ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو پړاوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادې په ضربي عواملو تجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډ عوامل یې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب خودی؟هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

دوو یاڅو الجبري افادو د کوچني ګډ مضرب د پیدا کولو لپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملو تجزیه، وروسته هغه ګډ عوامل چې تر ټولولوی توان لري د ناګډ عواملو سره ضربوو چې کوچني ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$ ، $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادې جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$
$$2x+2 = 2(x+1)$$
$$x^2-1 = (x-1)(x+1)$$

ليدل کېږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل يې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب يا (L.C.M) په نامه يادېږي.

دويم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پيدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times 3(x-1)(x+1)$$

په پا يله که کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times 3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتنې

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نيولو سره يې ساده کړئ.

1) $\dfrac{2x}{3}-\dfrac{4}{5x}\div\dfrac{3}{10x}$

2) $\dfrac{3x-1}{x^2+2x-15}-\dfrac{2}{x+5}$

3) $\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{4}{x^2-1}$

4) $\dfrac{2}{x^2-1}+\dfrac{3}{x^3-1}+\dfrac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ویش

$$\frac{2xy^2-4x^2y^4}{-2xy^2}=?$$

پام وکړئ چي د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

فعالیت

- کله چي د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

$a)\ \frac{2m^2y-3x^3y^4+24xy^3}{-3xy^2}\ ,\ x\neq 0\ \wedge\ y\neq 0$

$b)\ \frac{x^2-5x+6}{x-2}\ ,\ x\neq 2$

$c)\ \frac{x^3-x^2-x-6}{x+2}\ ,\ x\neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ او توضیح کړئ چي هرګام دکوم کاربه پایله کي لاس ته راځي ولې؟

$$a)\quad \begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ \underline{-7} & 142 \\ 29 & \\ \underline{28} & \\ 15 & \\ \underline{14} & \\ 1 & \end{array}$$

$$b)\quad \begin{array}{r|l} x^3-2x^2-11x-6 & x+2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2}\qquad\qquad & x^2-4x-3 \\ -4x^2-11x\quad & \\ \underline{\mp 4x^2 \mp 8x}\quad & \\ -3x-6 & \\ \underline{\mp 3x \mp 6} & \\ 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کي موولي ویش دکیني خوا له لومړی رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کي مو ولي له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

لیکل اوترتیبول د یوي الجبري افادې د کینې لورې (خوا) نه ښي لورې (خوا) ته په ترتیب د لوېي درجې څخه کوچنی درجې ته د پولینوم نزولي ترتیب نومیږي

ددوو الجبري افادو یو پربل د ویش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم علیه په لومړي حد وویشئ چې حاصل یې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم علیه په ټولوحدونو کې ضرب حاصل یې د مقسوم له ورته حدودونه تفریق کوو.

٤- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتې افادې څنګ ته یې لیکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم علیه په لومړي حد ویشواوحاصل یې د مقسوم علیه په ټولوحدودوکې ضربوواوحاصل یې له پاتې افادې څخه تفریق کوو.

٥- وروسته ۲، ۳، ٤ پړاوونوته ترهغه ادامه ورکووچې د پاتې حدودو درجه د مقسوم علیه د حدونو له درجې څخه کوچنی شي.

لومړی مثال : د $x^3-3x^2-23x+30$ افاده په $x-6$ افاده ویشئ.

$$
\begin{array}{r|l}
x^3-3x^2-23x+30 & x-6 \\
\underline{\mp x^3 \pm 6x^2} & x^2+3x-5 \\
3x^2-23x & \\
\underline{\mp 3x^2 \pm 18x} & \\
-5x+30 & \\
\underline{\pm 5x \mp 30} & \\
0 &
\end{array}
$$

د تقسیم مراحل

$$I-\quad \frac{x^3}{x}=x^2$$

$$II-\quad \frac{3x^2}{x}=3x$$

$$III-\quad \frac{-5x}{x}=-5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادې وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$\begin{array}{r|l} x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\ \underline{-x^5\mp x^4\mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\ x^4+2x^3+x^2 & \\ \underline{-x^4\mp x^3\mp 4x^2} & \\ 3x^3+5x^2-8x & \\ \underline{-3x^3\mp 3x^2\mp 12x} & \\ 8x^2+4x+4 & \\ \underline{-8x^2\mp 8x\mp 32} & \\ 12x+36 & \end{array}$$

د تقسیم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\quad \dfrac{x^5}{x^2}=x^3 \\ II-\quad \dfrac{x^4}{x^2}=x^2 \\ III-\quad \dfrac{3x^3}{x^2}=\ 3x \\ IV-\quad \dfrac{8x^2}{x^2}=8 \end{array}\right\}$$

څرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو څیړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه څیړو.

1- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم دالجبري افادې سره باید برابره وي.

۲- د پاتې درجه د مقسوم علیه له درجې څخه باید کوچنۍ وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36$$
$$=x^5-2x^3-8x+4$$

لیدل کیږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم له افادې سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتې درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x + 3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x + 3 \\ \cline{2-2}
-x^4 \pm 3x^3 \qquad\qquad\qquad & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\ \cline{1-1}
-3x^3 + 2x^2 \qquad\qquad & \\
\mp 3x^3 \mp 9x^2 \qquad\qquad & \\ \cline{1-1}
11x^2 - 3x \qquad & \\
\pm 11x^2 \pm 33x \qquad & \\ \cline{1-1}
-36x + 1 & \\
\mp 36x \mp 108 & \\ \cline{1-1}
109 &
\end{array}
$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیدا کړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عمليو سر ته رسولو ترتيب

که چيرې په الجبري افادو کې مخامخ نښې راغلې وي په څه ډول په ترتيب سره افاده ساده کوو؟

فعاليت

- دلاندې افادو ساده کولو لپاره کومې عمليې سرته ورسوو. د عمليې د سرته رسولو ترتيب په شمير سره ونوموئ.

$3-2^4\times5+(16\div4)$

$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$

$3x^2-4x(2+x)$

$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$

په پورتنې فعاليت کې مو وليدل چې دالجبري افادو عمليو په ترتيب سره سرته رسول د عددونو قانون له ترتيب څخه پيروي کوي. د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

۲- د قوسونو په لرلو سره لومړی هغه ساده کوو.

۳- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي اړخ ته د ضرب او ويش عمليې سرته رسوو.

٤- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي اړخ ته د جمع او تفريق عمليې سرته رسوو.

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

$$1)\ \frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$$
$$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$$
$$=2m+\frac{51}{4}$$

$$2)\ 2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+x\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+5x^2$$
$$=4x+5x^2+3$$

فعاليت

- مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

b) $\sqrt{8x^3y^3}$

c) $\sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه وړلو لپاره چې مخرج گويا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ دکوم مطابقت څخه مرسته اخيستلای شئ.
- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه يوسي اوساده يې کړئ.

ديوکسرد مخرج د جذرونو د منځه ورلوعمليه د الجبري کسر دگويا کولو يا ناطق کولو په نامه يادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال : لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\frac{2}{\sqrt{x}}$ 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، وروسته د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د ويش، ضرب، جمع او تفريق عمليې له بنې څخه کيڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ.

1) $2x\times -2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپنځم څپرکی لنډیز

- هغــه الجبــري افادې چې د يوه حد څخه جوړه شــوي وي دمونوم يا يــو حده په نامه يادېږي
لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شــوې وي، دوه حده يا بينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دريو حدونو څخه جوړه شوې وي، دري حده يا ترينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+bx+c
- هغــه الجبــري افــادې چــې لــه څوحدونوڅخــه جــوړې شــوې وي او د تــورو توانونــه ئــی مکمــل عدونــه وی څوحــده يــا پولينــوم بلــل کيــږي
لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په يوه الجبري افاده کې د متحول ترټولولوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولينوم هغه ترتيب چې دکينې خوا څخه ښــې خواته له لوی توان څخه کوچنی ته ترتيب شوی وي، نزولي ترتيب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوګډوعواملوچې ترټولولوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه يادېږي.
- که چيرې په يوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عمليې راغلي وي دساده کولولپاره يې په ترتيب ســره لومړی کوچنی، منځنی او بيا لوی قوس له منځه وړو وريســې د تــوان عمليه او په پای کې په ترتيب ســره د وېش، ضرب جمــع او تفريق عمليې له کينې څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

دپنځم څپرکي پوښتني

- په لاندې سوالونوکې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوي سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $2x^2-\frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی. b) x دی. c) $2x$ دی. d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادوضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6 b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6 d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$ b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$ d) هيڅ يو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دويش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$ b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب d) هيڅ يو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو جملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ الجبري افاده یوه . . . . حده درجه . . . . افاده ده.

۲- د $x^2 + 7x + 12$ الجبري افادې ضربی عوامل . . . . .او. . . . . . . .دی.

۳- د $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ویش حاصل عبارت له . . . . دی.

٤- $a^3 + b^3 =$ (. . . . .)(. . . . .)

٥- د $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ دضرب حاصل عبارت له . . . . دی.

• په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری اوناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- (   ) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادېږي.

۲- (   ) د $x^2 + 2ax + a^2$ افادې تجزیه $(x + a)$ $(x + a)$ ده

۳- (   ) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- (   ) $a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$

5- (   ) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

• لاندې سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

$a)\ y^2 - y - 2$

$b)\ a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$c)\ 21a - 14ab + 28a^2$

$d)\ 72m^8n^6 - 98m^6n^8$

$e)\ a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

$f)\ 1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

$a)\ \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

$b)\ \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

$c)\ \frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

$a)\ \frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

$b)\ \frac{a^4 - b^4}{a - b}$

$c)\ 2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

$d)\ (x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

$e)\ x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپـــرکی

غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر مساوات
Inequality

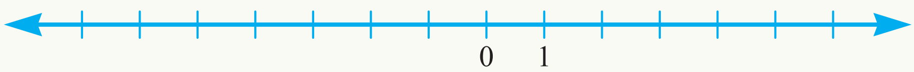
تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کړو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیي چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عدوونه دې($\geq,>,\leq,<$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي
لکه: $-3<2\ ,\ 5>4$ ...

فعالیت

• د $3,\frac{-3}{2},\sqrt{2},-4$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.



• له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.

• د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښي خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کیڼې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b,a او c درې حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a<b\ ,\ b<c\ \Rightarrow\ a<c$$

فعالیت

- دوه غیر مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامو په کار اخیستلو بیان کړئ.
- د غیر مساوي دواړو خواوو ته د ۵ عدد ورجمع کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوي له دواړو خواوو څخه د ۳ عدد تفریق کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

که $a<b$ وي نو د b,a او c اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو:

$$a+c<b+c$$
$$a-c<b-c$$

فعالیت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامې($<$) څخه په کار اخیستلو ولیکئ.
- د پورتنی غیر مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $4<7$ غیر مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

د b,a او c حقیقي عددونو لپاره لرو چې:

$$a<b \quad , \quad 0<c \Rightarrow ac<bc$$
$$a<b \quad , \quad c<0 \Rightarrow ac>bc$$
$$0<a<b \quad \Rightarrow \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$$

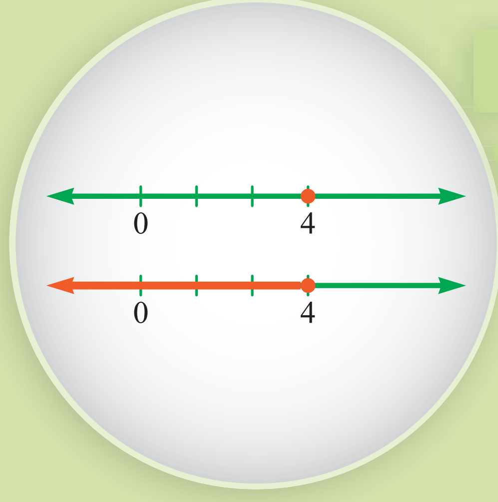
په یاد ولرئ چې د ویش عملیه د ضرب د عملیې معکوسه عملیه ده، یعني که وغواړو چې یو عدد په a وویشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غیر مساوات د ضرب د عملیې ټول خواص د ویش په عملیه کې هم حقیقت لري.

پوښتنې

د $9>-3$ په نا مساوي کې د یو اختیاري عدد په جمع او تفریق کولو سره د غیر مساوات ټول خواص وڅېړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجه خطي غیر مساوات حل



د $x = 4$ او $x \le 4$ دوه الجبري جملې په پام کې ونیسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والی او څه توپیر وینئ.

فعالیت

- د $x + 3 = 7$ معادله، د x د کوم عددي قیمت لپاره سمه ده.
- آیا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته بل قیمت x ته پیدا کولای شئ چې په معادله کې رښتینوالي ولري؟
- د x د کوم عددي قیمت لپاره د $x + 3 < 7$ نامساوي سمه ده.
- ایا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته، بل قیمت شته چې غیر مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قیمتونو لپاره پورتنی غیر مساوات صدق کوی.

د پورتنی فعالیت په لیدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د($\ge$ او $\le, <, >$) علامو په مرسته یو له بل سره اړیکې ولري او په هغه کې د متحول توان یو وي د لومړی درجه یو مجهوله یا خطي نامساوي بلل کیږي.
لاندې نامساوي د یو مجهوله لومړی درجې نامساواتو بېلګه ده.

$$x + 3 < 0 \quad , \quad 2x - \frac{1}{3} > 3 - x$$

$$6x + 7 \le 5 \quad , \quad \frac{x}{5} + \sqrt{2} \ge 12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

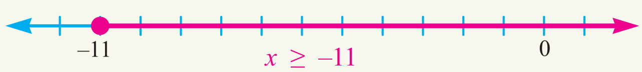
په بشپړ ډول د x د هغو قیمتونو پیداکولو لپاره چې په غیر مساوات کې حقیقت ولري د غیرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره غیر مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غیر مساوات یو اړخ ته x او بل اړخ ته یې عددونه پراته وي.
د غیر مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قیمتونه پیداکړو چې غیر مساوات په ساحه کې حقیقت ولري دا ساحه د غیر مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq -7$ غیر مساوات حل کړئ او د غیر مساوات د حل ساحه یې د عددونو په محور وښیئ.

حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د(-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$x+4-4\geq -7-4$

$x\geq -11$



دویم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.

حل: د غیر مساوات له خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره کولای شو چې معلوم د غیرمساوات علامې یو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$2x+1>5$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د(-1) عدد تفریق کوو:

$2x+1-1>5-1$

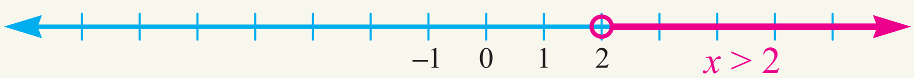
$2x>4$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ویشو یا په $\frac{1}{2}$ کې یې ضربوو:

$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times 4$

$x>2$

یعنې د ټولو هغو قیمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غیر مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(•) او دویم مثال کې د عددونو په محور 2 په(o) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غیرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax+b<cx+d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقیقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه یو مجهوله یا خطي غیرمساوات بلل کېږي.

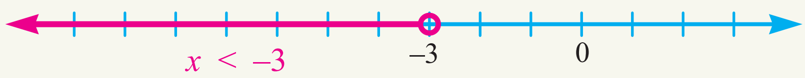
د غیرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نیسو:

- د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره معلوم یو اړخ او مجهول د غیرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قیمت دپیدا کولو لپاره د غیرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضریب د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره وېشو.

دریم مثال: د $3x+1<x-5$ نامساوي حل کړئ.

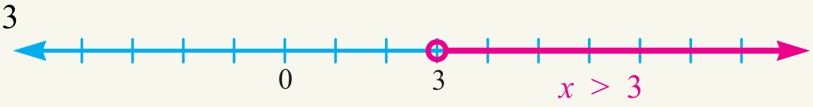
حل:

$$3x-x<-5-1$$
$$2x<-6$$
$$x<-\frac{6}{2}$$
$$x<-3$$



څلورم مثال: لاندې غیرمساوات حل کړئ.

$$x+5<3x-1$$
$$x-3x<-1-5$$
$$-2x<-6$$
$$\frac{-2x}{-2}>\frac{-6}{-2}$$
$$x>3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

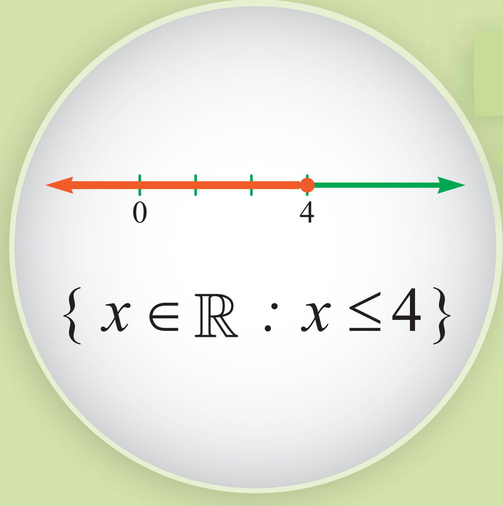
$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

$i)\ 5x + 6 > 0$

2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته وویل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لرې دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

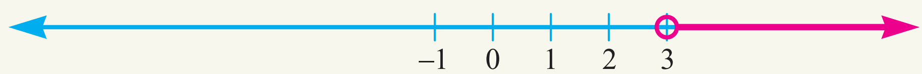
فاصلې (انټروالونه)



د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د یو سېټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سېټ ته د غیرمساوات حل وايي.

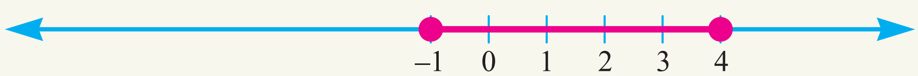
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x - 2 > 7$ نامساوي د حل سېټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 څخه لوی وي په نوموړې نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سېټ د رياضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقيقي عددونه چې له درېو(3) څخه لوی وي.



ليدل کېږي، چې د عددونو دا سېټ د عددونو د محور يوه برخه ده، چې په رياضي کې ورته واټن(فاصله) يا انټروال وايي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوې هغه فاصله(انټروال) ده، چې له 1- څخه لوی يا ورسره مساوي او له 4 څخه کوچنی يا ورسره مساوي دی.

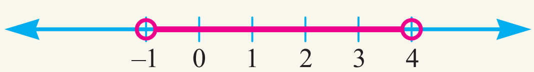


دا فاصله په $[-1,4]$ يا $\{x \in R : -1 \le x \le 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پيل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن يا فاصلې ته تړلې فاصله وايي.

نو که په پورتنۍ فاصله کې د 1- او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن يا فاصله وايي او په لاندې ډول يې ښودلای شو:

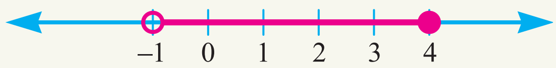
$(-1,4) = \{x \in IR : -1 < x < 4\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

که د مخکني فاصلې د پای د ټکو څخه یوازې یو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې یا واټن ته نیمه خلاصه یا نیمه تړلې واټن یا فاصله وايي، او هغه په لاندې شکل ښیو:

$(-1,4]=\{x \in IR: -1 < x \leq 4\}$



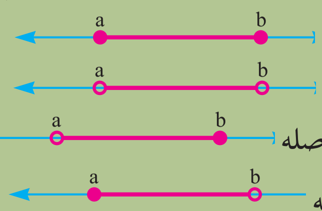
په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقیقي عددونو چې $a \leq b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله $[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$

د a او b خلاصه فاصله $(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$

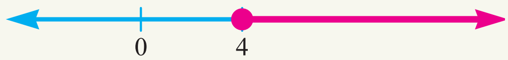
د a او b نیمه خلاصه فاصله $(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$

د a او b نیمه تړلې فاصله $[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$



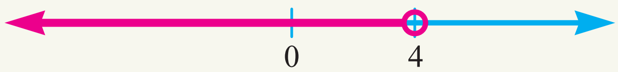
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونیسو چې له یوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله یا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخیستنه چې هغه بې نهایت لولو ښیو، لکه د هغو عددونو سټ چې د 4 څخه لوی یا ورسره مساوي وي داسې ښیو:

$\{x\in IR : 4 \leq x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچني وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR: 4 > x\} = (-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a یو حقیقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقیقي عددونه $(a,\infty)= \{x\in IR : a < x\}$

د a څخه لوی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه $[a,\infty)= \{x\in IR : a \leq x\}$

د a څخه کوچنی حقیقي عددونه وي. $(-\infty,a)= \{x\in IR : x < a\}$

د a څخه کوچنی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه. $(-\infty,a]= \{x\in IR : x \leq a\}$

پوښتنې

1- لاندې انټروالونه د سټ په شکل ولیکئ او د عددونو په محور یې وښیئ

1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

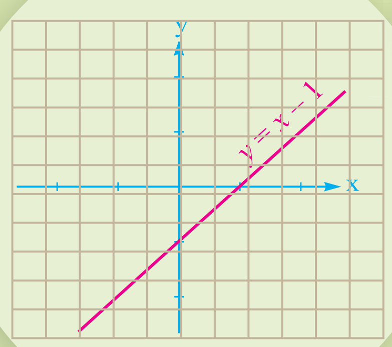
2- لاندې سټونه د انټروال په ډول ولیکئ:

1) $A=\{x \in IR: 2 < x < 6\}$ 2) $B=\{x \in IR: -3 \leq x \leq 5\}$

3) $C=\{x \in IR: 0 \leq x < 4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجې دوه حده (بینوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x د کوم قیمت لپاره د $y = x - 1$ مستقیم خط د x د محور څخه د پاسه او د x د کوم قیمت لپاره مستقیم خط د x محور نه لاندې پروت وي.

فعالیت

- د $2x - 4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قیمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره منفي ده؟

د پورتنی فعالیت ریاضي بیان په لاندې ډول په جدول کې لنډوو:

x	$x < 2$	2	$x > 2$
$2x - 4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې لیدل کېږي چې د $2x - 4$ بینوم په $x = 2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قیمتونو لپاره چې له 2 نه کوچني وي منفي علامه او په هغو قیمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بینوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بینوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قیمت پیداکوو چې بینوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x = -3 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-1}{2}x>-3 \quad\Rightarrow\quad x<6$$

په همدې ترتیب هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-1}{2}x<-3 \quad\Rightarrow\quad x>6$$

په لاس راغلی پایلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	$+$	0	$-$

یادونه: په عمومي ډول د $ax+b$ بینوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت په لاس راوړو چې بینوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول یې په لاندې ډول دی.

$a>0$ – 1

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

$a<0$ – 2

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحلیل او ټاکل

د a ، b حقیقي عددونو لپاره د $\frac{a}{b}$ کسر، څه وخت مثبت او څه وخت منفي علامه لري.

$$\frac{?}{?} = +$$

$$\frac{?}{?} = -$$

فعالیت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونیسئ.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې مثبت کېږي.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې منفي کېږي.
- د x په کوم قیمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- ایا کولای شئ په نوموړي افاده کې د x په ځای (۱) وضع کړئ. ولې؟

د نوموړي افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نوموړي کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ویش له حاصل څخه په لاس راوړو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهېږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت پیدا کوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پایله کې د $x<1$ څخه بینوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بینوم د مخرج علامه مثبت ده.

پاملرنه وکړی په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	$-$	0	$+$		$+$
$2x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{3x+5}{2x-2}$	$+$	0	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.

او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$-x+3=0 \qquad \Rightarrow x=3$

$x=0$

x		0		3	
$-x+3$	$+$		$+$	0	$-$
x	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{-x+3}{x}$	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$	0	$-$

پوښتنې

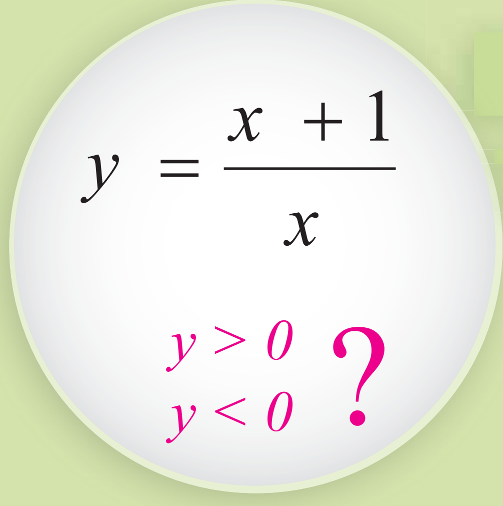
د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

a) $\frac{-x+1}{5+x}$ b) $\frac{x}{x+1}$ c) $\frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غيرمساوات



د x په کوم قيمت سره د مخامخ کسري افاده مثبت او د x په کوم قيمت سره افاده منفي ده؟

فعاليت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غيرمساوات په پام کې ونيسئ.

- د پورتنی نامساوي د رښتينوالی لپاره د کسري افادې صورت او مخرج بايد کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج منفي دی؟
- د پورتنی فعاليت د لاس ته راغلو پايلو په پام کې نيولو سره د x متحول د کومو قيمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غيرمساوات سم دی؟

د پورتنی فعاليت د سرته رسولو څخه وليدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غيرمساوات د حل لپاره بايد بيلابيل حالتونه په پام کې ونيسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پيدا کولو يوه بله

لاره د علامو د ټاکلو او تحليل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غيرمساوات د حل سټ پيدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$$
$$4+2x=0 \quad \Rightarrow \quad x=-2$$

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له(-2) ($x<-2$) او له(2) ($x>2$) وي افاده مثبت ده، او دهغو قیمتونو شخه چې له(-2) شخه لوی او له(2) کوچنی($-2<x<2$) وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R : x<-2\}\cup\{x\in R : x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \quad\Rightarrow\quad \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0\Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0\quad\Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راورو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

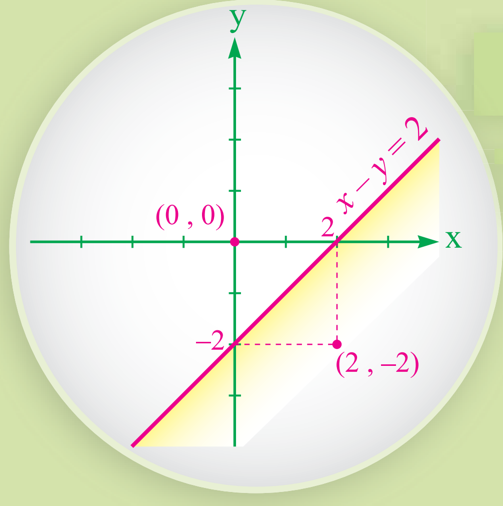
پوښتنې

د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غيرمساوات



د $x-y=2$ مستقيم خط د وضعيه کمياتو مستوي په دوه پاسني او لاندېني ناحيو ويشي.
د کومې ناحيې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غيرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولين لومړۍ درجه دی يو خطي دوه متحوله غيرمساوات بلل کېږي.

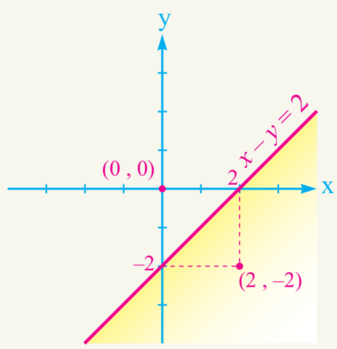
فعاليت

- د (x,y) مرتبي جوړې داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غيرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبې جوړې پيدا کولای شئ چې په پورتني غيرمساوات کې حقيقت ولري.

- ايا کولای شئ چې نورې مرتبې جوړې پيدا کړئ چې په پورتني غيرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنيو حالاتو کې ويلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b,a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ يا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غيرمساوات بلل کېږي.
د دې غيرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبې جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غيرمساوات د حل سټ پيدا کړئ.

حل: د دې غيرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعيه کمياتو په مستوي کې رسموو. ليدل کېږي چې د $x-y=2$ مستقيمه کرښه د وضعيه کمياتو مستوي په

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوو ناحيو ويشي د دې لپاره چې و پوهېږو د کومې ناحيې د عددونو مرتبې جوړې په غيرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحيې څخه يوه مرتبه جوړه ټاکو او په غيرمساوات کې يې وضع کوو.
د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غيرمساوات کې صحيح دى.

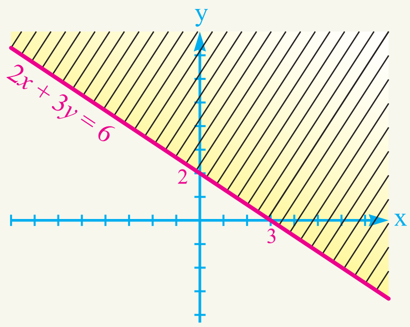
$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

نو هغه ټکی چې د مستقيمی کرښې پورته خوا ته دی د غيرمساوات حل دی.
د غيرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقيمی کرښې تورو چې په غيرمساوات کې سم والی نه لري.

پوښتنه: څو نور ټکی د مستقيمي کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکی پورتنی پايله وڅيړئ.

دويم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پيدا کړئ.

حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعيه کمياتو په مستوي کې رسموو وروسته د غيرمساوات د حل سټ پيدا کولو لپاره د مستقيم د پاسه يا ښکته خوا د يوه ټکی مختصات ټاکو او په غيرمساوات کې يې وضع کوو که حقيقت يې درلود هغه اړخ د غيرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.



لکه د $(0,0)$ د وضعيه کمياتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نيسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

څرنګه چې نوموړی ټکی مختصات په غيرمساوات کې حقيقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غيرمساوات د حل سټ دی.

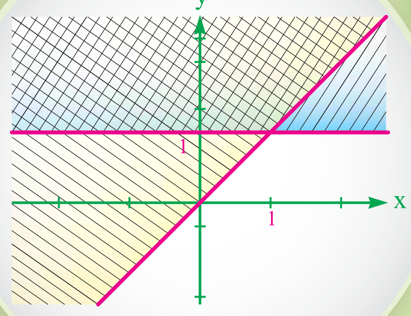
پوښتنې

1) $3x-2<5x+y$
2) $2y<3x$
3) $x+y>0$
4) $2x-6y\geq 8x+4y$
5) $x+y<0$
6) $5x-3y<-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غيرمساواتو سيستمونه

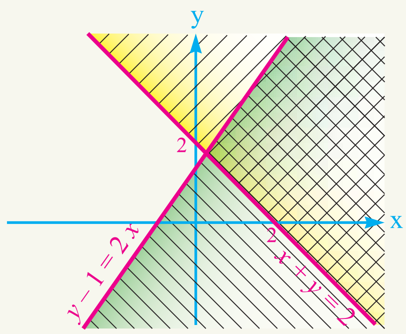


د لاندې غيرمساواتو د حل سټ پيدا کړئ.
اياکولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل دکومو نامساواتو د حل ساحه راښيي.

د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غيرمساواتو سيستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غيرمساوات دي د غيرمساوات سيستم بلل کېږي.

د غيرمساواتو سيستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پيدا کړو چې په يوه وخت کې په دواړو غيرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر يوه نامساوي حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې په لاس راوړو.
هغه ناحيه چې ګډه نه ده خط، خط شوی د غيرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګڼون لري او دا ناحيه د غيرمساوات د سيستم حل دی.



د $x+y=2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=2$ او که $y=0$ وي نو $x=2$ کېږي او د $y-1=2x$ کرښه کې که $x=0$ وي $y=1$ او که $y=0$ وي نو $x=\frac{-1}{2}$ سره کېږي.

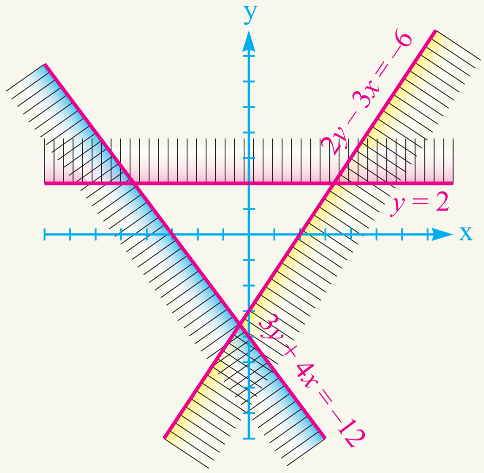
د دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو:
لومړی د هر يوه دوه متحوله خطي نامساوي د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو.
هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل دی.

مثال: د لاندې غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتني غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعني:

$$2y-3x=-6 \quad , \quad y-2=0 \quad \text{او} \quad 3y+4x=-12$$



د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ گراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نوموړو قیمتونو په مرسته یې گراف په مخامخ بڼه رسموو.

وروسته د هرې یوې غیرمساوات د حل ساحه په بېل بېل ډول ټاکو.
د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دي توري شوې ناحیې په شکل لیدل کېږي.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو د حل سټ د گراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي لنډيز

- که چيرې عددونه د دې علامو ($<, \leq, >, \geq$) په مرسته يو له بل سره اړيکه ولري د غيرمساوات په نامه يادېږي.
- که د يوه غيرمساوات دواړو خواوو ته يو حقيقي عدد ور جمع يا تفريق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه مثبت حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا تقسيم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه منفي حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا وويشل شي د غيرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انتروال	$[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$
خلاص انتروال	$(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$
نيمه خلاص انتروال	$(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$
نيمه تړلی انتروال	$[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$

- د يوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړی د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د ويش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3 \leq 5$ دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړی د هر دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل

د شپږم څپرکي پوښتنې

دی.

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{6}\le 2-\frac{1}{3}$ $b)\ \frac{3}{2}>\sqrt{2}$ $c)\ \sqrt{9+16}\ge 5$ $d)$

د b,a او c ځوابونه

2- د $x+3\le 5$ نامساوي د حل ست عبارت دی له:

$a)\ \{x\in IR: x\le 2\}$ $b)\ \{x\in IR: 2\le x\}$
$c)\ \{x\in IR: x\le 8\}$ $d)\ \{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3$ ... نامساوات د حل ست دی.

$a)\ [-2,\infty)$ $b)\ (2,\infty)$ $c)\ (1,\infty)$ $d)\ (-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده.

$a)\ \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ $b)\ \frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ $c)\ -b<-a$ $d)$ جواب های b,a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل ست دی.

$a)\ (-3,3)$ $b)\ (-\infty,3)$ $c)\ (-3,\infty)$ $d)\ (-3,3]$

- تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساوات کې د ټولو هغه .... ست چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل ست بلل کیږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادیږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادیږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونولپاره مثبت کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵- د $-x \frac{1}{5} \geq 2x+5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه یوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري ولیکئ.

1- ( ) د یوې غیرمساوات د حل سټ یو عنصر لري.

۲- ( ) د $\{x \in R : 2 \leq x < 5\}$ یو تړلی انټروال دی.

۳- ( ) د غیرمساواتو د سیستم د حل سټ د وضعیه کمیاتو د مستوي یوه برخه ده.

٤- ( ) د خطي غیرمساوات د حل ستونه بې شمیره دی.

۵- ( ) څرنګه چې $-2 < 3$ څخه دی نو له دې ځایه دا پایله $-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ اخیستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غیرمساوات ګانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4} - \frac{x-8}{3} < 0$

$b)\ x-2 < 3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3) < 0$

$d)\ \frac{3x+4}{x} - 1 < 0$

$e)\ 1 - \frac{2}{x} \leq 3$

2- لاندې انټروالونه د عددونو پر محور وښیئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- د لاندې عددونو سټونه د انټروال په بڼه ولیکئ او د عددونو پر محور یې وښیئ.

$a)\ \{x \in IR: x \leq 2\}$ $\quad b)\ \{x \in IR: x \leq 5\}$

$c)\ \{x \in IR: -1 \leq x \leq 6\}$ $\quad d)\ \{x \in IR: -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غیرمساوات د سیستم حل پیدا کړئ:

$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$

$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$

$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$

$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$

$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$

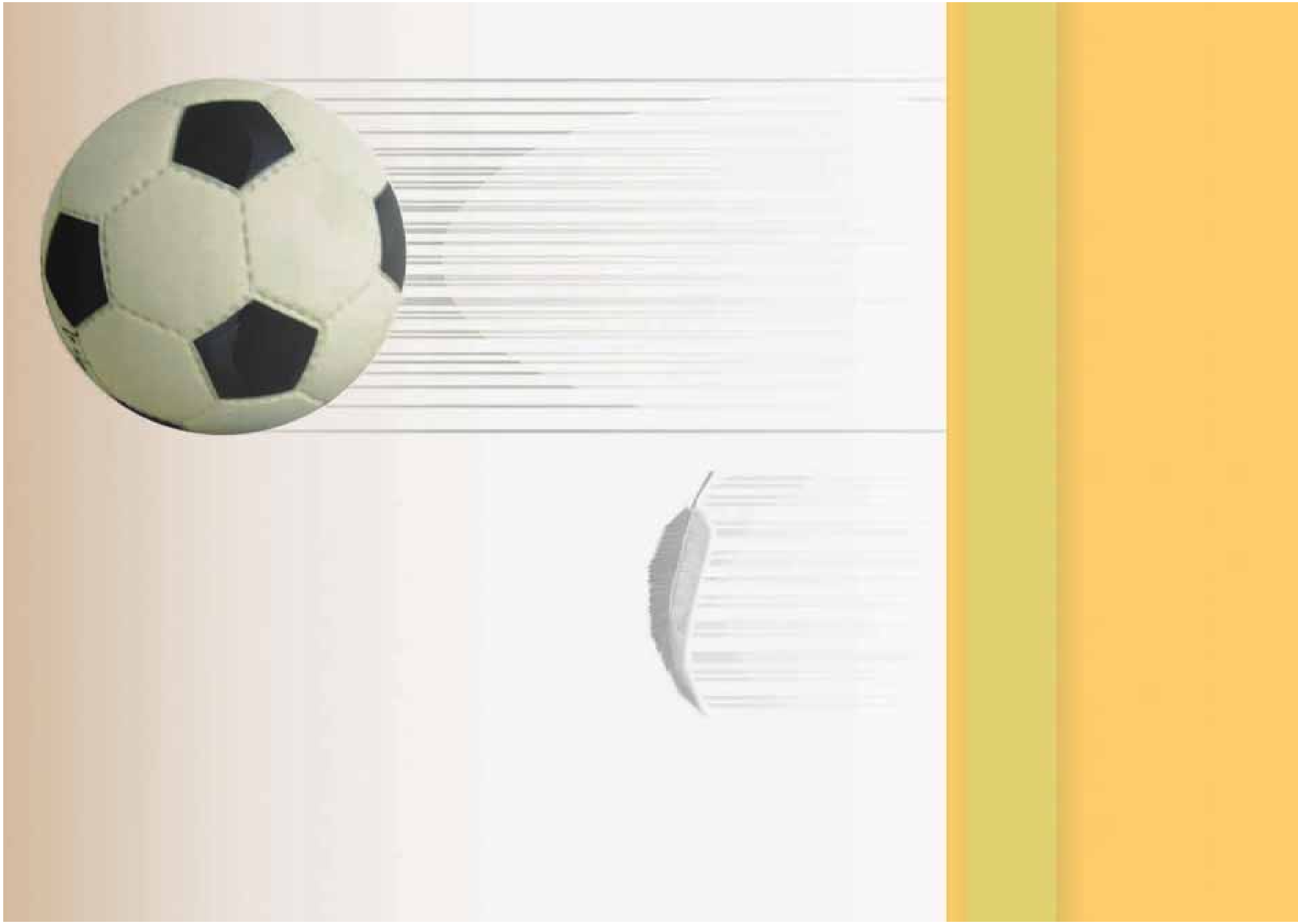
$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$

اووم څپـــرکی

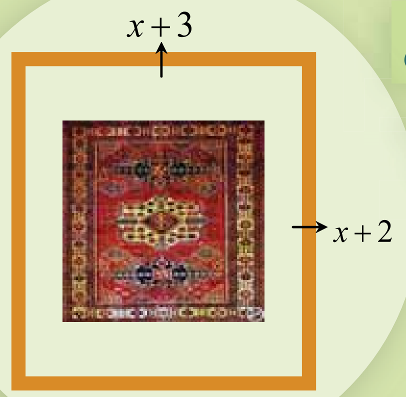
دویمه درجه یو مجهوله معادله

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويمه درجه يو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



کـه چیرې يــوه کوټه د يوې مربع شــکلې قالين په واســطه داســې فرش شي چې د کوټــې اوږدوالی $3m$ او ســور يې $2m$ په اندازه د قالين د څنډې څخه زياد وي، لکـه مخامخ شــکل، وواياســت چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعاليت

- الجبري افاده تعريف کړئ.
- معادله تعريف کړئ.
- د يو مجهوله لومړی درجې معادلې يوه بېلګه وليکئ.
- د يو مجهوله لومړی درجې معادلې عمومي شکل وليکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پيدا کړئ.
- د پورتني معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې يو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي يو مجهوله دويمه درجه معادله بلل کېږي، چې عمومي شکل يې $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ چې a, b او c حقيقي اعداد او x مجهول بلل کېږي که چيرې $b=0$ يا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نيمګړې دويمه درجه معادله وايي.

لومړی مثال: يو تار چې يو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه يو مستطيل چې مساحت يې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطيل اوږدوالی او سور څرنګه وټاکو.

حل: که د مستطيل اوږدوالی x او سور يې په y وښيو د مستطيل محيط $2(x+y)=100 \ldots I$ اړيکې او مساحت يې $x\times y=600 \ldots II$ اړيکې څخه په لاس راوړو.

$$\begin{cases}2(x+y)=100\\ x\cdot y=600\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+y=50 \quad \ldots\ldots\ldots . \quad I\\ x\cdot y=600 \quad \ldots\ldots\ldots .. \quad II\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$

$$50x-x^2=600$$

څرنګه چې په پورتنۍ معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بیلابیلې لارې شته چې هغه تر څېړنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په x ونوموو؛ نو پورتنی بیان د ریاضي په بڼه داسې لیکو:

$x^2-x-6=0$ یا $x^2=6+x$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅیړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د a, b او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x-x^2=4$ $c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $e)\ x^2-4=0$ $f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلې	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

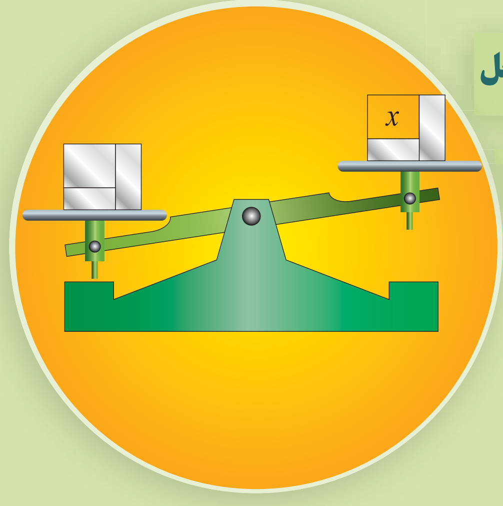
$a)\ 6-2x+x^2=0$ $b)\ 5x^2-3x+1$ $c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $d)\ -x^2=3$

2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $b)\ 3x-4=x^2$ $c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمه درجه يو مجهوله معادلې حل



آيا کولای شي چې د x لپاره داسې قيمت پيدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعاليت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پيدا کړئ.
- پورتنې مساوات د x د بيلابيلو قيمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وځيرئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنی پوښتنې په پام کې نيولو سره توضيح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پيداکول يعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قيمتونه چې په يوه دويمه درجه معادله کې برابروالی راولي د يو مجهوله دويمې درجې معادلې حل بلل کېږي.

لومړی مثال: هغه عدد پيدا کړئ چې مربع يې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډيره وي.

حل: که چيرې عدد ته x ووايو نو الجبري عبارت داسې بڼه نيسي:

$$x^2 = x+12$$

څرنګه کولای شو چې د پورتنی مساوات څخه د هغې حل پيدا کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې $x = 1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ د 13 عدد او کیڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x = 2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته 14 او کیڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x = 3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښی اړخ ته د 15 عدد او کیڼ اړخ ته د 9 عدد دی.
په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x = 4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته د 16 عدد او کیڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x = 4$ د معادلې یو حل دی.

د پورتنی لارې لنډیز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو تړې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.
ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.
حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2 + 1 = 0$
د پورتنی لارې په څیر د اټکل شویو اعداد په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتنی جدول په څیر مخامخ جدول په پام کې نیسو.
د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعني د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کیدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

x	x^2	-1
1	1	-1
2	4	-1
0	0	-1
-1	1	-1
-2	4	-1
-3	9	-1

پوښتنې

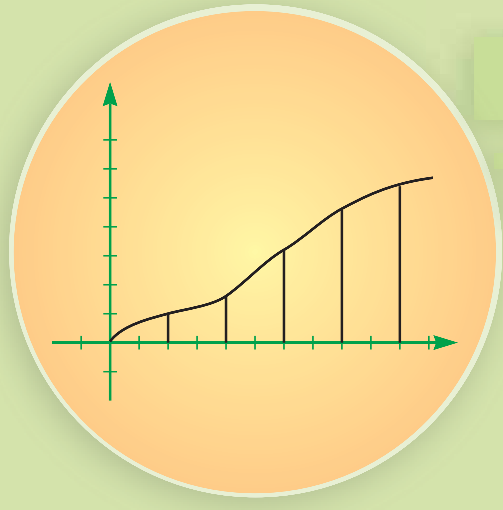
1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.
2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2 - 1 = 0 \qquad b)\ x^2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر خطي اړیکی(رابطې)



ډاکټران د یوه ماشوم د ونې(قد)اوږدوالی پــه بېلابېلو وختونو کې په مخامخ ګراف کــې څېړي. ایا تاســې تر اوســه پورې د خپلــې ونې(قــد) د اوږدوالــی بدلون ته ســوچ کړی دی چې پــه بېلابېلو وختونو کې څومره وو؟

فعالیت

- د یوې مربع د ضلعې د اوږدوالی او مساحت تر منځ اړیکه په پام کې ونیسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت یې په y ښیو.
- د x او y اړیکه په یوه معادله کې وښیئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قایمو مختصاتو په سیستم کې د پورتنیو مرتبو جوړو ټکي وټاکئ او یو بل سره یې ونښلوئ.
- د دقیق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قیمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړې د پورته په څېر ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتنی جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

- د پورتنیو جدولونو څخه په ګټه د $y = x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

پایله: په پورتنی فعالیت کې مو ولیدل چې د $y = x^2$ معادلې گراف مستقیم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 1 \end{cases}$ سیستم معادلاتو گراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ، او گډ حل یې پیدا کړئ.

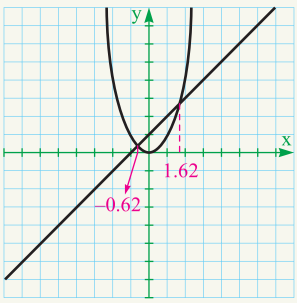
حل: د هغو لارو څخه چې مخکې مو د گراف د رسمولو لپاره ترې گټه واخیسته د پورتنیو معادلو د گرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتیب او مرتبې جوړې یې د مختصاتو په سیستم کې پس له ټاکلو د معادلو گرافونه رسموو.

- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x + 1$ لپاره:

x	0	1
$y = x + 1$	1	2



د گراف له مخې د گډ حل د ټکو ورنژدی قیمتونه یې مساوي په:

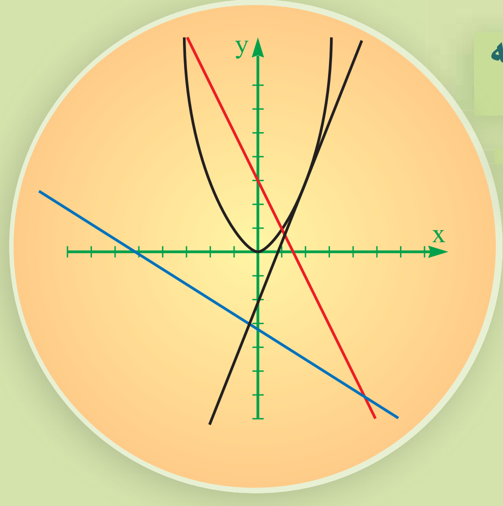
$$x_1 = 1.62 \ , \ x_2 = -0.62$$

پوښتنې

1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x - 2 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دویمـي درجې معادلــې حل په هندسي لاره(طریقه)

پــه مخامخ شــکل کې مســتقیم خط له ورکړل شــوی منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعالیت

- ایا د $x^2-6x+7=0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2=6x-7$ ولیکو؟
- کــه چیرې نوموړی مســاوات له y ســره مســاوي وي $y=x^2=6x-7$ نو $y=x^2$ او $y=6x-7$ دي.
- د $\begin{cases} y=x^2 \\ y=6x-7 \end{cases}$ معادلو د سیستم ګراف د مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ.
- د پورتنی سیستم ګرافونه یو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سیستم حل د ګرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړیکه لري.

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

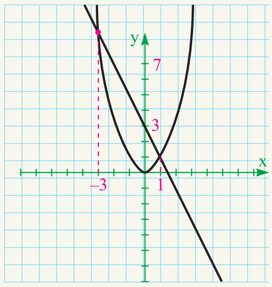
- هره دویمه درجه معادله کولای شو چې د $y=x^2$ معادلې او د $y=ax+b$ کرښه ایزو معادلو په څیر ولیکو.
- د x ټکی د پریکړې مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دویمې درجې معادلې حل دی د پورتني کړنې په مرسته د دویمه درجه معادلې حل پیداکول د هندسي حل په نامه یادیږي.

لومړی مثال: د $x^2+2x-3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پیدا کړئ.

حل: د $x^2+2x-3=0$ معادله کولای شو په لاندې ډول ولیکو او ګراف یې رسم کړو.

$$x^2=-2x+3 \Rightarrow \begin{cases} y=x^2 \\ y=-2x+3 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



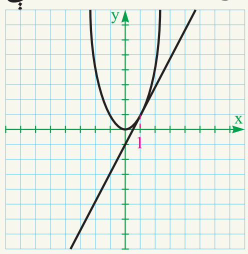
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	-3

له شکل څخه لیدل کېږي چې مستقیم خط منحني په دوو بېلو ټکو کې قطع کوي چې د پرېکړې ټکي د x مختصه د دویمه درجه معادلې حل دی یعني $x_1=-3$, $x_2=1$

دويم مثال: د $x^2+2x+3=0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پيدا کړئ.

حل: د $y=x^2$ معادلې او د $y=2x-1$ مستقيمې کرښې شکلونه رسموو.



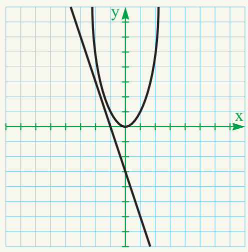
$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x-1 \end{cases}$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	-1
y	-1	-3

ليدل کېږي، چې کرښه له منحني سره په يوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قيمت) د معادلې حل دی.

دريم مثال: د $x^2+3x+3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.



$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=3x-3 \end{cases}$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	-1
y	-3	0

ليدل کېږي، چې مستقيم خط منحني نه قطع نو دويمه درجه معادله حل نه لري.

يادونه:

که چيرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.
که چيرې منحني په يوه ټکي کې پرې کړي معادله يو حل لري.
که چيرې منحني قطع يا غوڅ نه کړي، معادله حل نه لري.

پوښتني

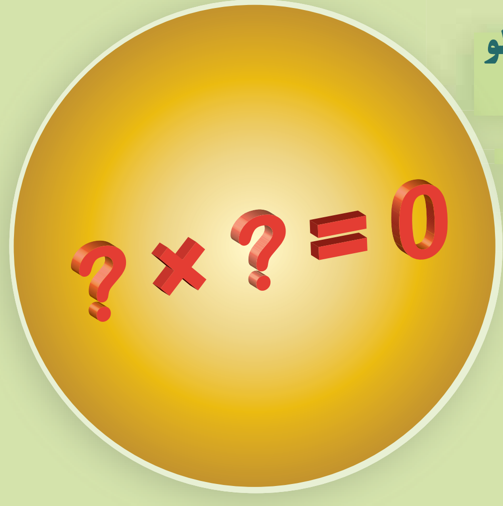
1- د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طريق) پيدا کړئ.

a) $x^2-2x+2=0$ b) $x^2-6x+8=0$ c) $x^2-5+7=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزیي په لاره(طریقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعالیت

- که a او b دوه حقیقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ کېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام کې ونیسئ، ایا ویلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړیکه لري؟
- د مخکیني لارې(طریقې) څخه په ګټه اخیستنې سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پیدا کړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره یې پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول په لاس راوړو:

پایله: که وکړای شو، چې دویمه درجه معادله د دوو خطي افادو د ضرب د حاصل په شکل واړوو نو په دې حالت کې د معادلې حل ساده کېږي، چې په لاندې ډول عمل کوو:

- د اعدادو له خاصیتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې یو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه یو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هرې خطي الجبري افادې حل چې د یوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دویمې درجه معادلې حل دی.

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيې په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيې څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نوموړې ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغو فکټورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

$$1)\quad x-1=0 \quad\Rightarrow\quad x_1=1$$

$$2)\quad x-6=0 \quad\Rightarrow\quad x_2=6$$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيې په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکټورونو تجزيه کړي، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$

$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$

$$2A=(2x+1)(2x-6)$$

$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$

$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

$$1)\quad 2x+1=0 \quad\Rightarrow\quad x_1=-\frac{1}{2}$$

$$2)\quad x-3=0 \quad\Rightarrow\quad x_2=3$$

پوښتنې

لاندې معادلې د تجزيې په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$

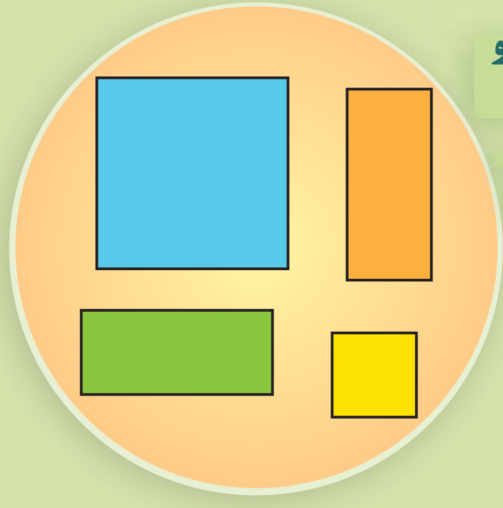
2) $x^2+x-2=0$

3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

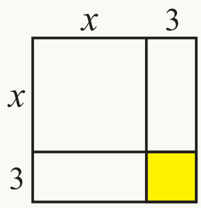
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویمې درجې یو مجهوله معادلو حل د تکمیل مربع په طریقه



هڅه وکړئ چې د دې شکلونو له یو ځای کیدو څخه یوه لویه مربع جوړه کړئ.

فعالیت



- د یوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطیل او مربع په مخ ولیکئ.
- د $x^2 + 6x - 40 = 0$ معادله داسې ترتیبوو چې متحول لرونکې حدونه یو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته چاپ شي.
- متحول لرونکې الجبري افاده څه اړیکه له رنګ شوې مساحت سره لري؟
- د مستطیلونو د مساحت عددي ضریب د دویمه درجې معادلې د x له ضریب سره څه اړیکه لري.
- د یوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکې الجبري افادې د لویې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزیات کړو.
- د په لاس راغلې اړیکې څخه د قیمت(د دویمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کیږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x+p)^2 = q^2$ بڼه بدلیږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

- لومړی p د x د ضریب د نیمایي سره وضع کوو یعنې $P = \frac{b}{2}$
- وروسته $q^2 = -c + (\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د $x + p = q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2 + 2x - 8 = 0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2 + 2x = 8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2 + 2x + 1 = 8 + 1$$

$$(x+1)^2 = 9$$

$$x + 1 = 3$$

$$x = 2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

$a)\ x^2 + 8x - 24 = 0 \quad b)\ x^2 - x - \frac{5}{4} = 0 \quad c)\ x^2 - 6x - 13 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محمد بن موسی فورمول یا د تکمیل مربع د طریقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خـواوې د x^2 پـه ضریـب وویشـو نو وواياست چې مخامخ مساوات حقیقت لري؟ که نه؟

ومو لیدل چې دویمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ لیکو چې په هغې کې b,a او c حقیقي اعداد او a د صفر خلاف یو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضریب د نیمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟
2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟
3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم یادیږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بیلابیل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي یا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقیقي اعدادو کې حل نه لري.

دویمه پایله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دویمې درجه معادلې په تجزیه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پیدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قیمت پیدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دویم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پیدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

دریم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده یعني

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پیدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډيز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړي معادلې په نامه يادېږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- که يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطو کې قطع معادله دوه حله لري.
- که يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- که مستقيمه کرښه له منحني سره پرېکړه ونه لري معادله په حقيقي عددونو کې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيکې $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ څخه او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيکې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- که چيرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set کې حل نه لري.
- د دويمه درجه معادلو د تشکيل لپاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

د اووم څپرکي پوښتني

- په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضريبونه عبارت دي له:

الف) $a = 3 \ , \ b = 4 \ , \ c = 1$ ب) $a = -3 \ , \ b = 4 \ , \ c = 1$

ج) $a = 4 \ , \ b = 3 \ , \ c = -1$ د) هيڅ يو.

2- د $3x^2 - 8x + 5 = 0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1 = 1 \ , \ x_2 = \frac{5}{3}$ ب) $x_2 = 1 \ , \ x_1 = -\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هيڅ يو.

3- د $y = x^2$ معادلې ګراف عبارت دی له:

الف) مستقيم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هيڅ يو.

4- د $x^2 - 10x + 16 = 0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1 + x_2 = 5$ ب) $x_1 + x_2 = -5$

ج) $x_1 + x_2 = 8$ د) $x_1 + x_2 = 10$

5- که $\Delta > 0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقيقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) يو حل لري

- تش ځايونه ډک کړئ.

1- د يو مجهوله دويمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2 - x + 0.25 = 0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کلیمه ولیکئ.

1 - (   ) که $b^2-4ac<0$ وي، معادله د حقیقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - (   ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - (   ) د $2x^2-4x=0$ معادلې یو حل صفر دی.

4 - (   ) د دویمې درجه معادلې د تشکیل لپاره د $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ یاد $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

5 - (   ) که چیرې په یوه دویمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله یو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې b, a او c ضریبونه و ښیئ او وواياست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x^2-1=0$ $c)\ 2x^2-6x=0$

2- د لاندې معادلو حل پیدا کړئ.

$a)\ 3x^2+x-4=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$ $c)\ 6x^2-x-2=0$

3- لاندې معادلې د تجزیې په لار(طریقه) حل کړئ.

$a)\ x^2-2\sqrt{3}\,x+3=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$

$c)\ x^2-2\sqrt{3}+3=0$ $d)\ cx^2-2acx+ca^2=0$

4- لاندې معادلې په هندسي تګ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2+7x-1=0$ $b)\ x^2-2x+1=0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزیې په طریقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2+3x-1=0$ $b)\ x^2+\dfrac{x}{5}=\dfrac{6}{5}$

$c)\ 2x^2+3x+1=0$ $d)\ x^2+3x=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د عمومي فورمول څخه په ګټه اخیستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2-8x+1=0$ $\qquad b)\ x^2-3x+2=0$

$c)\ t^2-0.27+0.6t=0$

7- که دیوه مستطیل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالی د عرض دوه برابره وي د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړئ.

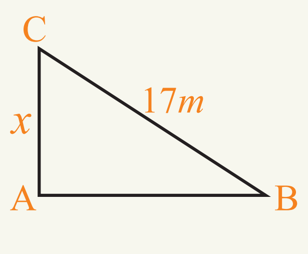
8- که د یوه قایم الزاویه مثلث د قایمو ضلعو اوږدوالی $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

9- که دیوه مستطیل مساحت $24cm^2$ او محیط یې $36cm$ وي اوږدوالی او سور یې پیدا کړئ.

10- هغه معادلې ولیکئ چې حلونه یې په لاندې ډول دي.

$a)\ -2,0.5$ $\qquad b)\ 3,-1$ $\qquad c)\ 0,2$ $\qquad d)\ \sqrt{2}-1,2$

11-دوه تنه بایسیکل چلوونکي د A ټکي څخه یو ختیځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوی تر منځ واټن $17m$ دی هغه بایسیکل چلوونکی چې ختیځ لور ته حرکت کړی دی $7m$ زیات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړی طی کړی دی. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړای شو چې وهل شوی واټن د هر یوه بایسیکل چلوونکی ولیکئ.



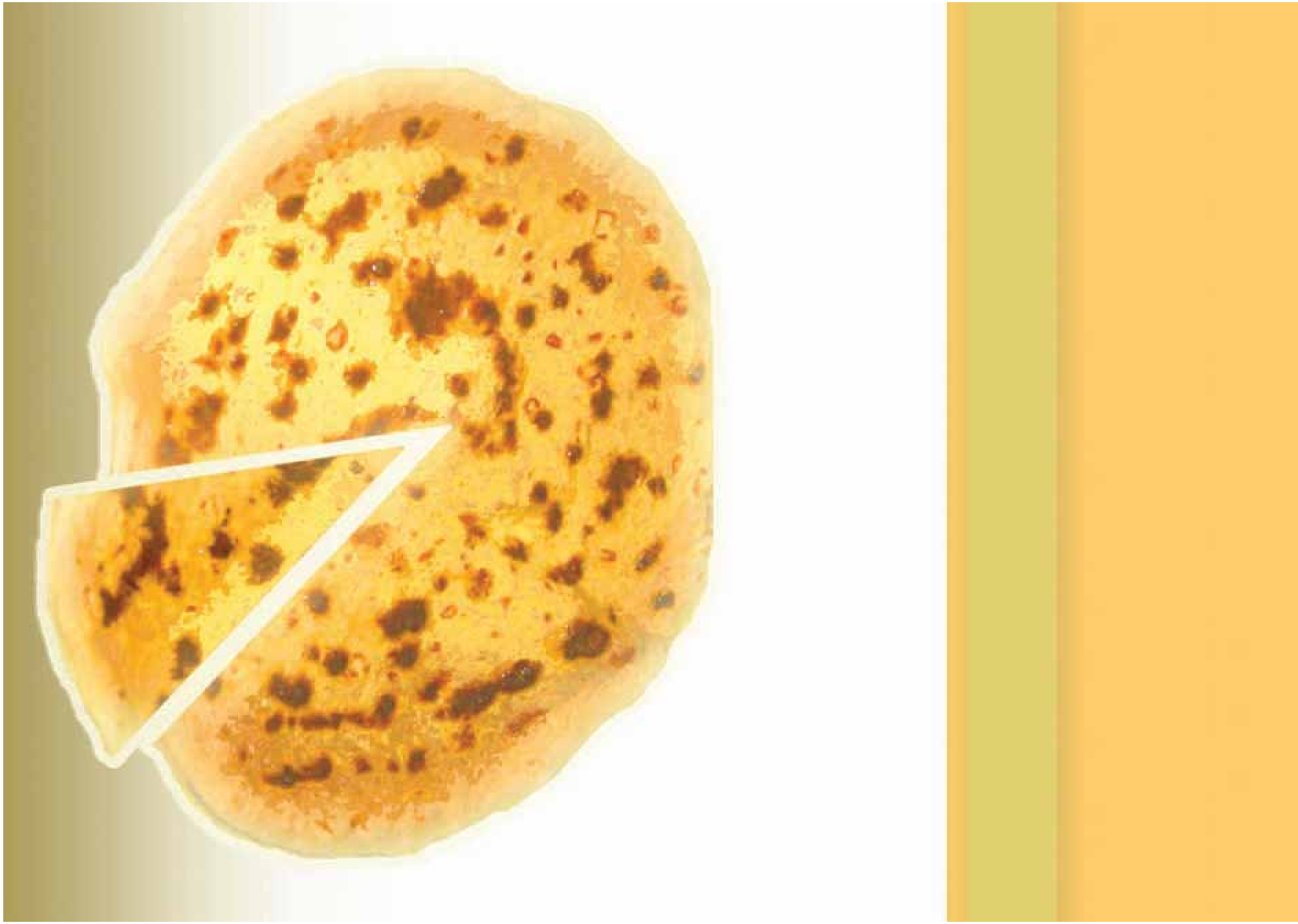
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم څپرکی

احصائیه

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دیتا (Data) د ګیډې کولو لاره

آیا تاسې په خپل ټولګی کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چیرې د فلپین او یا اندونیزیا ته ولاړ شئ څنګه؟
تاسې په کومه کچه په یوه هیواد کې جګ او په بل هیواد کې لنډ ونې شمېرل کېږي، معیارونه مو کوم دي؟

فعالیت

د یو شمېر کورنیو شمېر چې په څو کلیو کې پرتې دي، په لاندې ډول لیکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

43	40	38	35	53	45	42	40	49	52
56	50	41	46	37	44	39	38	55	51

غواړو دا راکړل شوې دیتا data په دریو ګېډیو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډېر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ایا کولای شو، چې یو یا څو ورکړل شوې دیتا data له منځه یوسئ؟
- تر ټولو لویې او تر ټولو کوچنۍ کورنۍ پیدا کړئ.
- د لږو او ډېرو دیتاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت د ګېډیو په شمېر وویشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښیي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.

د کلیو شمېر	د کورنیو شمېر
	35 - 41
	42 - 48
	49 - 56

د دیتا data د دسته بندي یاګیډی کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.
- د دیتاګانو د زیات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد وویشئ او د اوږدوالی په لاس راوړئ که چیرې حاصل یې طبیعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نیول شوی داسې راغلي دي:

152	151	152	160	157	140	161	165	163
164	166	170	172	174	154	146	153	149
172	175	165	172	170	169	146	158	177
160	165	168						

دا دیتاګانې په څلور دستو یاګیډیو کې ځای په ځای کړئ.
- که چیرې د ناروغانو شمېر په یوه روغتون کې له 175 څخه زیات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وایې. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره میله یې ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په یوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زیات او تر ټولو کم ارقام یې په لاس راوړو.

$140 =$ ترټولو ټیټ رقم

$177 =$ تر ټولو لوړ رقم

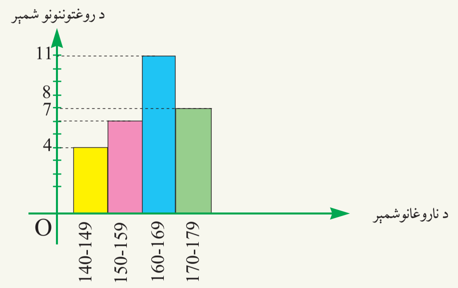
$177 - 140 = 37 =$ ټیټ رقم − لوړ رقم

د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی دپیدا کولو لپاره دا وسعت د دستو یا ګیډیو په شمېر ویشو $\frac{37}{4} = 9.25$ ددې عدد څخه د دستې یا ګیډی په اوږدوالی کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانی لپاره دا عدد رونډ ډون یا کښته خوا په پام کې نیسو چې په دې ډول د ګیډۍ اوږدوالی د(9) عددپه لاس راځي.

د ناروغانو شمېر	د روغتونو کثرت	دګیډیو وسط یا منځی	$f \cdot X$
140 – 149	4	144.5	4 × 144.5 = 575
150 – 159	7	154.5	7 × 154.5 = 1081.5
160 – 169	11	164.5	11 × 164.5 = 1809.5
170 – 179	8 n = 30	174.5	8 × 174.5 = 1396

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\overline{X} = \frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30} = \frac{4865}{30} = 162.1$$



پاملرنه وکړئ که چیرې د دستي اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعنې روند اف نه کړو، د دستو(ګیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاګاني حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.

په ځینو وختونو کې د دستو یا ګیډیو د شمېر(ګروپونو) په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا ګیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا ګیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا ګیډیو په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعنې 140 څخه پیل کوو. څرنګه چې د ګیډۍ یا دستي اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعنې د دویمې ګیډۍ یا دستي لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډیرې داتاګاني په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	دګیډیو اوسط	f · x
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X} = \frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30} = 161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې ډیټاګانې د 20 زده کوونکو د رسیدلو وخت په دقیقو له کوره تر ښوونځی راښیي:

10	50	65	33
48	5	11	23
37	26	26	32
17	7	13	19
29	43	21	22

- پورتنی ډیټاګانې په اوو ګروپو کې ګیلډی یا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګیلډی کثرت پیدا کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.
- که چیرې ډیټاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګیلډی اوږدوالی یې 10 وي کېږدو د کثرت جدول یې جوړ کړئ.

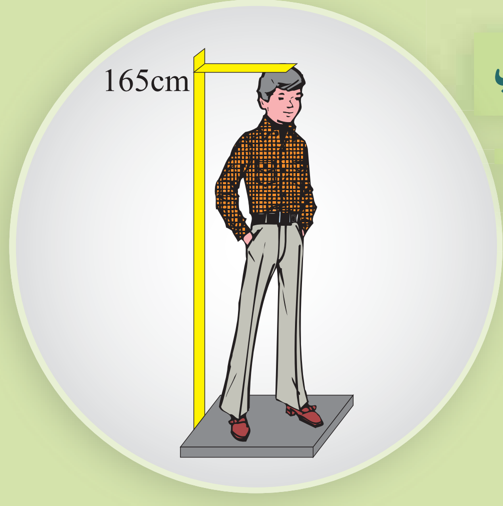
2- یو مثال راوړئ چې ډیټاګانې د دسته بندي لپاره د ګیلډیو له اوږدوالی څخه ګټه اخیستل شوی وي.

3- د موضوع د څېړلو لپاره یو مثال ورکړئ، چې د ډیټاګانو د ګیلډی کولو ګیلډیو له شمېر څخه ګټه اخیستل شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیټاګانو دسته بندي

که چیرې له تاسې څخه پوښتنه وشي چې ونه مو څومره جګه ده څه ځواب ورکوئ.
ایا تیک داسې عدد دی چې د متر له مخې یې لولئ؟



فعالیت

- که له تاسې څخه پوښتنه وشي چې څو وروڼه لرئ، څه وایئ؟ ایا کولی شئ ادعا وکړئ، چې د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چې لا تیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چې د خپلو هم صنفانو د ورونو د شمیر په تیک ډول و وایئ.
- ناخاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسې یو دوست ووایي د ونې اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متر دی. ایا تیک د ونې(قد) اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتنې څخه داسې ورکړل شوي.

136	138	151	148	153
139	141	141	131	142
146	132	139	159	152

لاندې جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د ونې جګوالی	د زده کوونکو شمیر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چې ولې د ۱٤۰ عدد یو وار د دستو یا ګیډیو د پورتنی سرحد په څیر او یو وار د دستو د لاندینی سرحد په څیر راوړل شوي دي.
- که چیرې د یوه سړي د ونې اوږدوالی ۱٤۰ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چې په کومه دسته یا ګیډۍ کې قرار لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیډۍ یا دسته بندي کې د یوې دستې یا ګیډۍ پورتنی سرحد به له کوزنی سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتنی ګیډۍ یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لوېږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

32	35	38	47	44	48	28
30	40	36	51	52	54	31
27	32	42	52	31	29	29
54	49	37	43			

- د کثرت جدول یې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلي دي.
- د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیډۍ کې او د ۴۰ عدد په دریمه ګیډۍ کې لوېږي د ګیډیو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4+9+7+5 = 25$ چې د موټرونو د شمېر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتني

1- لاندې داتاګانې چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې رانښیي په پام کې ونیسئ.

86	108	108	111	111	103	108	101	88
91	103	105	105	112	96	111	107	96
92	100	112	112	92	89	95	90	105
111	95	108	77	106	90	77		

د 4 دسته یې جدول په جوړولو سره د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل، د ګیډېو مرکز، او data منځنی قیمت پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وزني اوسط يا منځنۍ قيمت
Weighted Mean

که څوک ښه کار سرته ورسوي، انعام يې
نظر کوم عدد ته څو برابره دی.

فعاليت

اوريدلي مو دي چې هغه زده کوونکی چې دولسم ټولګی پای ته ورسوي د کانکور ازموينه په خلورو څانګو کې له خاصو ضريبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو پوهنځيو ته وېشل کيږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبري په لاندي ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبيات د 2 په ضرب	ټولنيز علوم د 2 په ضرب	طبيعي علومو د 3 په ضرب	رياضي د 4 په ضرب
ضريب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دويم زده کوونکی	61	66	62	60

مضمون	د دويم زده کوونکی نمبري	ضريب
رياضي	60	4
طبيعي علوم	62	3
ټولنيز علوم	66	2
ژبه او ادبيات	61	3

مضمون	د لومړی زده کوونکی نمبري	ضريب
رياضي	61	4
طبيعي علوم	62	3
ټولنيز علوم	66	2
ژبه او ادبيات	61	3

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنی يا وسطي قيمت پيدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځني يا وسطي قيمت ډېره اغيزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځني يا وسطي قيمت لږ اغيزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د رياضي مضمون په نمبرو ٥ نمبرې ورزياتې شي منځنی يا وسطي قيمت ډېر بدلون مومي که دې د ټولنيزو علومو په مضمون ٥ نمبرې زياتې شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې دیتاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوې وي دا په دې معنا ده چې د دیتا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره تړلې ده. په دې حالت کې د ضریبونو د کثرت جدول د دیتاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلی اوسط ته وزني اوسط وایي:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په ځینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستې دي.

مضمون	نمرې	د کریډتونو شېر
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

- د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفی نمره	د کریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
فزیک	A	3	4	$4 \times 3 = 12$
کیمیا	C	2	2	$2 \times 2 = 4$
بیولوژي	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
ژبه	A	1	4	$4 \times 1 = 4$

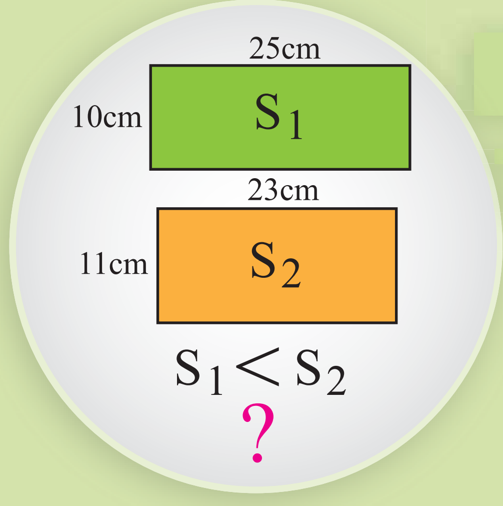
$n = 12$ د کریډتونو شمېر

وزني اوسط یا منځنی = $\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$

پوښتنې

که د کانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکی نمبرې په وار سره 70, 65, 61 او 53 او ضریبونه یې په وار سره 3, 2, 1 وي د دې زده کوونکی د نمبرو اوسط حساب کړئ.

مستطيلي ګراف
Histogram

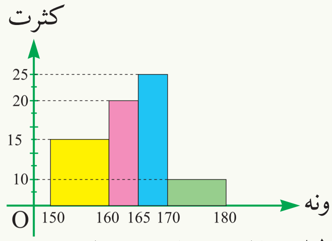


که د یوه مستطیل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور یې 10 سانتي متره او دبل مستطیل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور یې 11 سانتي متره وي. د دې دواړو مستطیلونو مساحتونه پیدا او یو له بل سره یې پرتله کړئ.

فعالیت

دیوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10



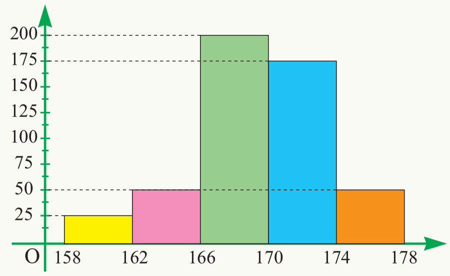
- په پورتنی ګراف کې د مستطیلونو قاعدې څه شی راښیي.
- د هر مستطیل مساحت په لاس راوړئ. د مستطیل مساحت څه شی راښیي.
- د مستطیلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی راښیي.
- پورتنی ګراف له میله یې ګراف سره څه توپیر لري.

یو ځل بیا د یوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه یې په لاندې جدول کې ورکړ شوی ده په پام کې ونیسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



- جدول ته په پاملرنې سره د مستطیل قاعده څه شی راښیي.
- د مستطیل اوږدوالی څه شی راښیي.
- میله یي ګراف له پورتني ګراف سره څه توپیر لري؟

د دیټاګانو د پیوسته یا نښتي ښودلو لپاره د مستطیلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطیل عرض د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطیلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې یا ګیډۍ کثرت راښیي.

که د دستو یا ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کیلو ګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمېر	4	6	12	8	8

دلته لیدل کېږي چې د دستو یا ګیډیو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطیلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطیلونو جګوالی (ارتفاع) یوه ګډه واټن ته په پام کې نیولو سره د ټولو دستو یا ګیډیو پیدا کړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ یا مشترک دی نو کولای شو چې ټول پنځه واړه واحده د x په محور په یوه واحد وښیو:

د 45 – 40 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 50 – 45 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 60 – 50 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 70 – 60 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 90 – 70 ګیډۍ لپاره یو واحده

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیدا کولو لپاره د دستو یاگیډیو کثرت د دستو یاگیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1}=4 \rightarrow \frac{4}{5}=0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1}=6 \rightarrow \frac{6}{5}=1.2$$

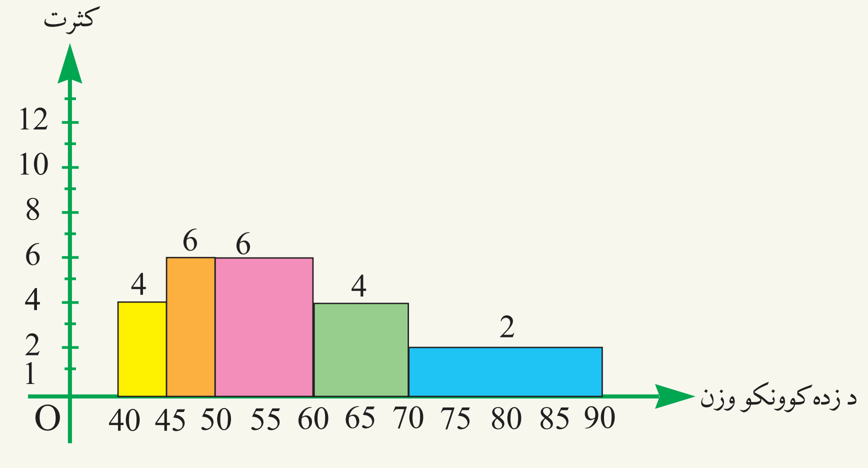
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2}=6 \rightarrow \frac{12}{10}=1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2}=4 \rightarrow \frac{8}{10}=0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4}=2 \rightarrow \frac{8}{20}=0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي گراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتني

1- لاندې جدول د يوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

ـ د پورتني جدول مستطيلي ګراف رسم کړئ.

2- د يوه ټولګی 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموينه کې ګډون کړی دی، چې پايلې يې په لاندې ډول دي.

122	117	114	112	130	92	118	109	113	115
118	116	106	111	112	124	113	108	107	127
114	100	103	115	124	110	118	118	107	121
110	116	126	121	135	104	123	116	124	104
112	117	113	107	103	102	129	98	134	94

- نومړو داتاګانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ ګروپونه داسې په پام کې ونيسئ چې د ګډيو اوږدوالی يې مساوي وي.
- د دې ډيتاګانو مستطيلي ګراف رسم کړئ.
- څه پايلې اخلئ.

دایره وي ګراف

مخامخ شکل د لرګي یوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وینئ د څه شي شکل ته ورته دی.

فعالیت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځیو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړې دي: د ابتدايي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنیو ښوونځیو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په 360° درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- یوه دایره رسم او مرکزي زاویې یې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بیلې کړئ. د هرې زاويې دننه د اړوند تحصیلي دورې نوم ولیکئ.
- یو عنوان د ګراف لپاره وټاکئ او د ګراف لاندې یې ولیکئ.
- په دایروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دایرې په کوچنی کېدو یا لوییدو سره په دایروي ګراف کې څه توپیر راځي؟

له پورتنی فعالیت څخه پوه شو چې کولای شو دیتاګانو د دایرې په مرسته وښیو. د یو ناځاپي یا اتفاقي متحول د دیتاګانو ښودل د دایرې په مرسته د دایروي ګراف په نامه یادېږي، په دایروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې یا ګیلۍ او ټولې دیتاګانو شمېر په 360° ضرب چې د ګیډیو مرکزي زاویه راښیي په لاس راوړو؛ یعني:

$$\text{له جنسه د درجې کثرت} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

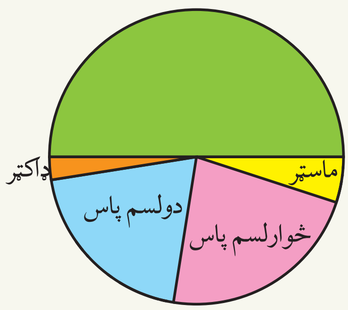
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمېر یې ۲۰۰ او د تحصیل د درجې له مخې وېشل شوی دی.

د تحصیل درجه	ډاکټر	ماسټر	لیسانس	څوارلسم پاس	دولسم پاس
د کارمندانو شمېر	5	10	100	45	40

د دې دیټا دایروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصیل درجه	کثرت	مرکزي زاویه د درجې له جنسه
ډاکټر	5	$\frac{5}{200} \times 360° = 9°$
ماسټر	10	$\frac{10}{200} \times 360° = 18°$
لیسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360° = 180°$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360° = 81°$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360° = 72°$



پوښتنې

– د لاندې جدول په پام کې نیولو سره د کورنیو دایروي ګراف د جمعیت له مخې رسم کړئ.

د کورنۍ نوع	ډېر جمعیت سره	منځنی جمعیت	لږ جمعیت	جمع
د کورنۍ شمېر	11	23	6	40

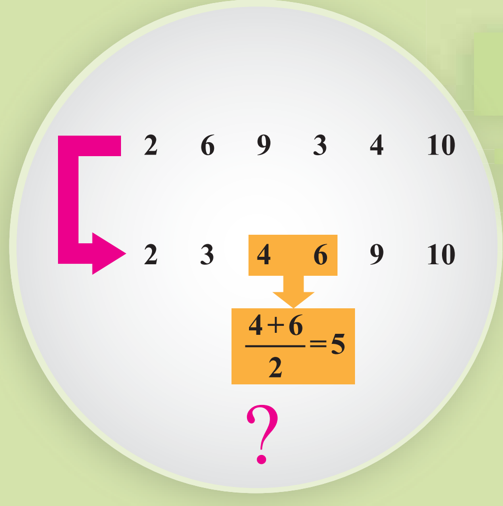
– دایروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.

- که د دیټاګانو کثرت دوه برابره کړو، ایا مرکزي زاویه یې بدلون مومي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

میانه
Median



که له تاسې څخه پوښتنه و شي، چې د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسې څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډیر څله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟

که له تاسې پوښتنه وشي، چې تاسې د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسې دې سوال ته ځواب ورکوئ.

فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعني څه؟
- که یو شمېر ډیټاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د ډیټاګانو شمېر طاق وي، ایا وسطي مقدار د ډیټاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د ډیټاګانو شمېر جفت وي، ایا وسطي مقدار د ډیټاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داتاګانو په لاس راوړو.
- که د ډیټاګانو مقدار جفت وي اټکل کولی شئ، چې څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندې ډیټاګانې په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار یې پیدا کړئ.
– د ډیټا د وسطي مقدار یې شمېر مخکښې داتا له شمېر سره څه اړیکه لري.
– لاندې ډیټا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– یو وسطي عدد پیدا کړئ، چې د ډیټا شمېر یې وروسته او د مخکښې له هغه عدد د ډیټا له شمېر سره برابر وي.

که د ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

10000 7000 4000 6000 3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000 4000 6000 7000 10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندېdata میانه وټاکئ.

2 6 9 3 4 10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2 3 4 6 9 10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $5 = \frac{4+6}{2}$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو شخه وروسته د داتا شمېر د پنځو شخه د پورته داتا سره برابر دی.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښیي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

1 , 2 , 3 او 0 , 2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 , 4 , 0 , 12 , 15 , 5 , 6 , 5 , 0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغیزه منځ ته راځي په یوه مثال کې یې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغیزه کوي په یوه مثال کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګیوالو ونې مو اندازه کړی. د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډو ونو تر منځ توپیر حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زيات توپير پيدا کړئ ايا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعاليت

د اووم ټولګی د 10 زده کوونکو او لسم ټولګی 10 زده کوونکو د ونو لوړوالی په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

د اووم ټولګی زده کوونکی : 142 ,145 ,146 ,148 ,148 ,148 ,149 ,149 ,150 , 152

د لسم ټولګی زده کوونکی : 150 ,151 ,153 ,156 ,158 ,158 ,159 ,160 ,160 , 160

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پيدا کړئ.
- أيا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت يو شان دی.
- که چيرې ديتاګانې و نه لرو، ايا د ديتا د لږو او ډيرو توپيرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله يې کړو.
- ايا د بدلون يا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د ديتا د يووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعريف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونيسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زياتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زياتوالي پايله راکوي.

د پورتني فعاليت څخه پوهېږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه يادېږي. دا معيار د جګې او ټيټې ديتاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه بايد وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په يوه ټولنه کې د توپير يا پراګندګي ډير والی دی هر څومره چې دا توپير کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د يوې ټولنې وګړي د دې څانګړتيا له مخې يو بل ته نږدې دی که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د څيړنو د ځانګړتياوې سره برابرې او يو شان وي په دې حالت کې ټولنه يوه متجانسه ټولنه بولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازمویني نمبرې په لاندې ډول دی.

الف: 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دواړو دستو یاګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- أیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یا که په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دواړو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډیره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لږلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

پوښتنې

1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

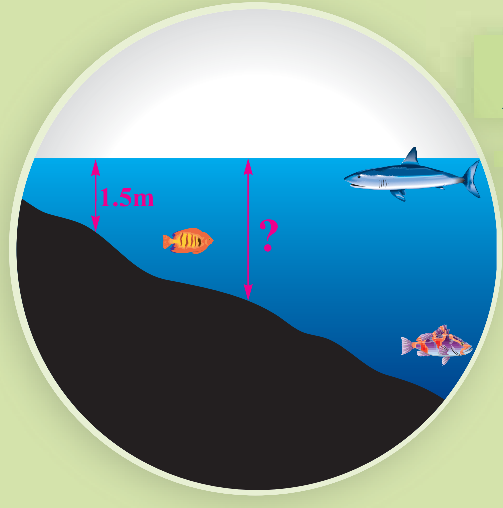
15, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 6, 5, 2, 1

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او وواياست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انحراف اوسط
Average deviation



که د يوه سيند د يوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سيند د ټولو ټکو ژوروالی يو شان دی؟

فعاليت

پنځو تنو زده کوونکو په يوه صنفي ازموينه کې لاندې نمبرې اخيستې دي.

20 18 16 14 12

- د دې نمبرو اوسط او يا منځنی قيمت پيدا کړئ.
- د ټولو ډيټاګانو د منځ يا اوسط توپير پيدا کړئ.
- د هرې ډيټاګانو د منځنيو د توپير د جمع حاصل وليکئ.
- د هرې ډيټاګانو د اوسط يا منځ د توپير د مطلقه قيمتونو د جمع حاصل پيدا کړئ.
- په لاس راغلي قيمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو ډيټاګانو تاسې پخپله يو مثال وکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتنی فعاليت څخه پوهېږو هغه توپير چې د ډيټاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ يا اوسط انحراف په نامه يادېږي.

د data د منځنی يا اوسط انحراف مجموع هميشه صفر ده. په دې دليل د data د څېرنې لپاره د انحراف د مطلقه قيمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قيمت جمع کړو او د data په شمېر يې وويشو د انحراف اوسط يا منځی ورته ويل کېږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابېږي.

$$\text{د انحراف اوسط يا منځی} = \frac{|x_1-\bar{x}|+|x_2-\bar{x}|+\ldots+|x_n-\bar{x}|}{n}$$

دلته $X_1, X_2 \dots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د دیتاګانو منځنی یا اوسط او n د دیتاګانو شمېر دی، لیدل کېږي چې هر څومره د منځنی انحراف لوی وي، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوي دي.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

د پورتنیو نمبرو د انحراف منځنی پیداکړئ.

حل: لومړی د اوسط یا منځنی مقدار په لاس راوړو.

f= کثرت	د داتاګانو اوسط	f · x	$x - \overline{x}$	$f(x - \overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
n = 40		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

لیدل کېږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعې حاصل له صفر سره مساوي دی. نو باید مطلقه قیمت یې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعیتونو انحرافونه لاندې راکړل شوي.

د A جمعیت انحرافونه :	4	2	0	0	-1	-2	-3
د B جمعیت انحرافونه :	8	1	0	0	-2	-3	-4

- د A جمعیت د انحراف منځنی پیداکړئ.
- د کوم جمعیت پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

- ګېډۍ د هغو ډيټاګانو مجموعه ده، چې د ګېډۍ ځانګړتياوې ولري. د ډيټاګانو د ګېډۍ کېدو يا لپاره لاندې پراوونه په پام کې نيسو:
  - د تحول ساحه: د ډيټاګانو د ډېر لږو او ډېر زياتو تر منځ وسعت.
  - د ګېډۍ اوږدوالی: د تحول د ساحې او د دستو د شمېر نسبت.
  - د دستو کثرت: د هغو ډيټاګانو د ګېډيو شمېر چې په هره دسته کې قرار لري.
  - د ګېډۍ مرکز: د هرې دستې د منځنی محاسبه.
- په دسته بندۍ کې که متحولونه پيوسته يا پرله پسې وي د ورپسې ګېډۍ پورتنی سرحد د مخکينی ګېډۍ يا دستې لاندې سرحد سره برابر دی. په هغه صورت کې چې ډيټاګانو د دستې د پورتنی سرحد سره برابر وي هغه ډيټاګانو په ورپسې ډيټاګانو پورې اړه لري.

  د ډيټاګانو د دستو د شمېر مجموع د ټولې ډيټاګانو د شمېر سره برابره دی.
- فرض کوو د $X_1, X_2 \dots X_n$ data په ترتيب د $W_1, W_2 \dots W_n$ ضريبونه وي دغه اطلاعات کولی شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X_1	X_2	…	X_n
د وزن ضريب	W_1	W_2	…	W_n

- په دې حالت کې د پورتنی داتاګانو منځی په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزنی اوسط} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

- هستوګرام يا مستطيلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دی، چې د کثرت توزيع يې د مستطيلونو په مرسته ښودل کېږي.

  د مستطيل جګوالی د دستې يا ګېډۍ د کثرت سره برابره ده.

  د هر مستطيل مساحت د دستې يا ګېډيو د اوږدوالی او د دستې يا ګېډۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دی.

  په مستطيلي ګراف کې مستطيلونه يو بل سره ترلې او د ترليو(پيوسته) متحولينو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

• په يوه اختياري شعاع يوه دايره د مرکز زاويې په مرسته په n برخو ويشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاويې اندازه د کثرت سره د هغې قيمت متناسبه وي په دې حالت کې يې مرکزي زاويه نظر لومړی دستې يا ګيډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د ديتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو ديتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

• د ميانې د پيدا کولو لپاره په لومړی مرحله کې ديتاګانې منظم کوو او روسته:

- که د ديتاګانې شمېر طاق وي د ديتاګانې منځۍ يا اوسط ده.

- که د ديتاګانې شمېر جفت وي ميانه د دوو ديتاګانې منځنی اوسط دی.

• د تر ټولو کوچنی ديتاګانې او تر ټولو لوی ديتاګانې توپير د تحول د ساحې څخه عبارت دی يا په بل عبارت داتاګانې په هغه ساخة کې بدلون کوي.

• د هرې ديتاګانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وايي.

د انحراف منځی يا اوسط د انحرافونو د مطلقه قيمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول يې د اړوند ديتاګانې لپاره په لاندې ډول ليکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتني

1- لاندې جدول ډک کړئ.

تجمعي کثرت	د دستې مرکز	کثرت	ګيلې(دسته)
		12	7,5-10,5
		10	10,5-13,5
		15	13,5-16,5

● پورتنی جدول د کومې دسته بندي ګراف راښيي. پيوسته يا نښتي يا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښيي.

د دستې مرکز	کثرت	ګيلې(دسته)
153	15	149,5-156,5
160	20	156,5-163,5
167	30	163,5-170,5
174	25	170,5-177,5
181	10	177,5-184,5

● مستطيلي ګراف يې رسم کړئ.

3-د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 مليونه افغانۍ سرمايه په کار اچول شوی ده داسې چې:

● د A ښار لپاره 110 مليونه افغانۍ ● د B ښار لپاره 32 مليونه افغانۍ

● د C ښار لپاره 24 مليونه افغانۍ ● د D ښار لپاره 14 مليونه افغانۍ

● د E ښار لپاره شل ميليونه افغانۍ معلومات ورکړل شوی او دايروي ګراف يې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمايې ويش په مليون	سرمايه په فيصدي	سرمايه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- يو شمېر کورنی د خپلو غړو د شمېر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوی دی.

کورنی	18	12	15	8
دکورنی غړي	2	4	5	8

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د کورنی مود پیدا کړئ.
- میانه یا منځنی پیدا کړئ.
- اوسط میانه پیدا کړئ.
- د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

د ونې اندازه	1.5-1.6	1.6-1.7	1.7-1.8	1.8-1.9	1.9-2
کثرت	5	16	9	4	1

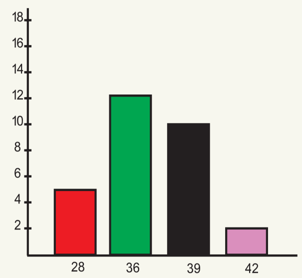
- دګیډی مود مشخص کړئ.
- دګیډ یو مرکز حساب کړئ.
- منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازموینې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$\text{د ازموینې اوسط} = \frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}$$

- د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
- څو نمبرې د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لري د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
- عمومي منځی یې څو دی.

7- لاندې میله یې ګراف د هغو کتابونو شمېر راښیي چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.



- احصائیوي جدول رسم شي.
- د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګانې څخه څه پایله اخلئ.

9- که په داتاګانې باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی:
9 7 5 1

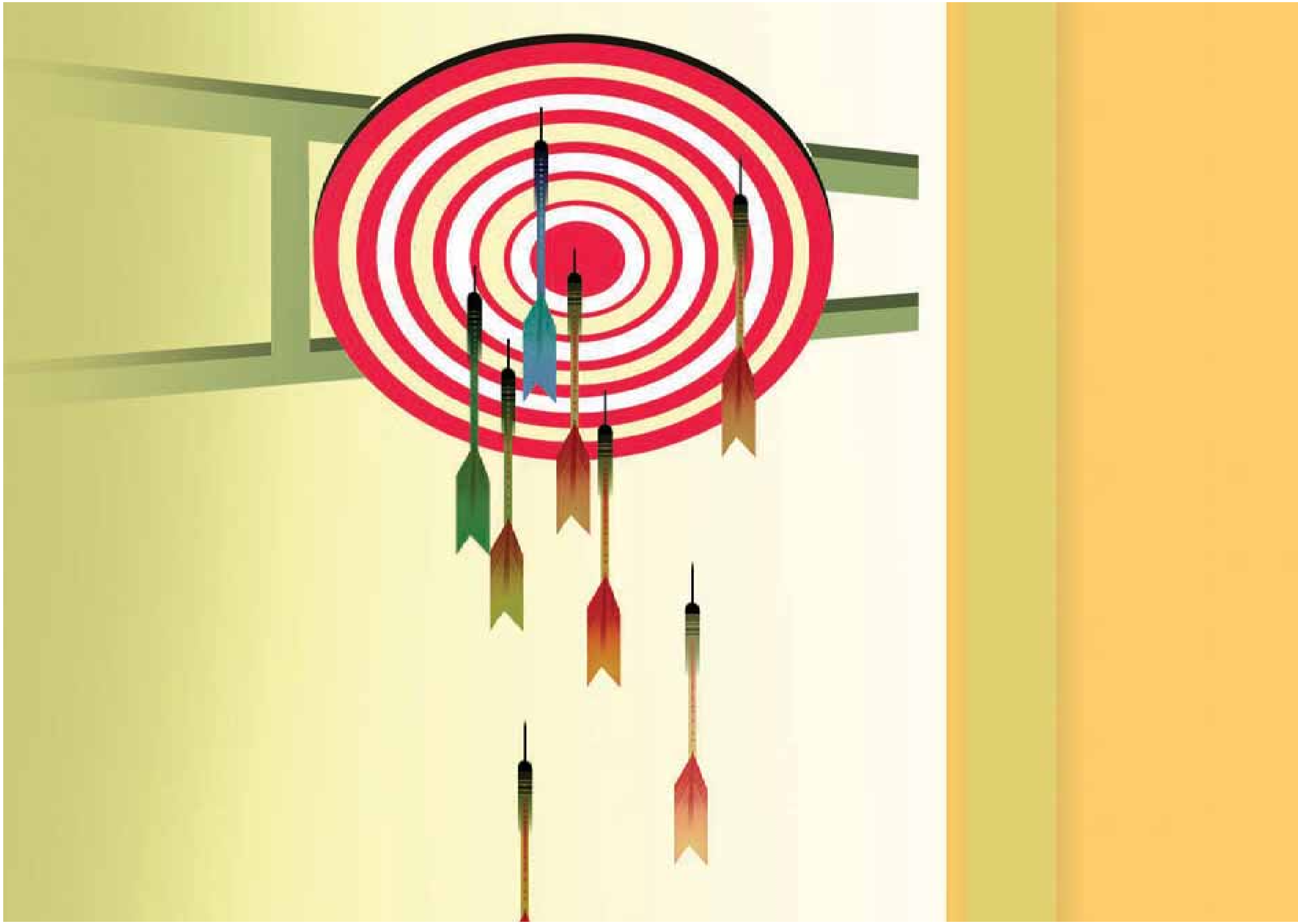
- د پورتنی داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

نهم څپرکی

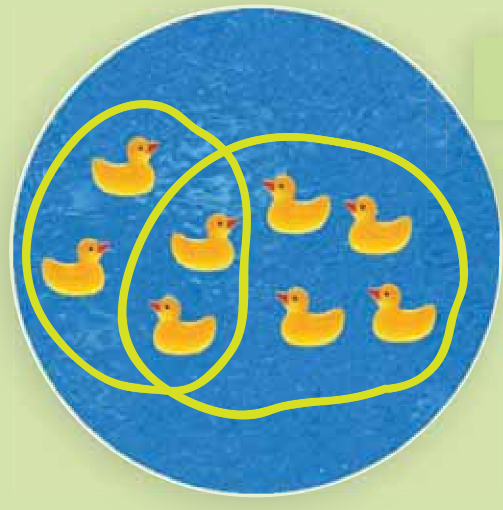
احتمالات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ناڅاپو پېښو اتحاد



په دوارو شکلونو کې يو ځاى خو هيلي وينئ.
هيلي په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعاليت

- د يوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A=\{1,2,3\}$, $B=\{4,5,6\}$ او $C=\{1,2\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نيسو.
- د A او C ناڅاپي پېښې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- که د A يا د B پېښې رامنځ ته شوې وي ايا ويلى شئ چې د $A\cup B$ پېښه شوې ده؟
- د A پېښه رامنځ ته شوې او بله کومه اختياري پېښه چې هيڅ پېښه شوې نه ده نا ممکنه يا ϕ پېښه نومول کېږي.
- ويلى شئ چې د $A\cup\phi$ او د A پېښې يو د بل سره څه توپير لري؟

د پورتني فعاليت پايلې په عمومي ډول د S په نمونې فضا کې د B, A او C ناڅاپه پېښو لپاره په لاندې ډول په لاس راورو.

پايله:

- که چېرې د S په يوه نمونه يې فضا کې د $A\subseteq B$ ناڅاپي پېښه وي، په دې صورت کې:

$$A\cup B=B$$

- که چېرې د S په يوه نمونه فضا کې د A او B ناڅاپي پېښه وي، د $A\cup B$ او $B\cup A$ پېښې يو بل سره توپير نه لري؛ يعنې:

$$A\cup B=B\cup A$$

- که چېرې د S په يوه نمونه يې فضا کې د A يا B يوه پېښه رامنځ ته شي نو د $A\cup B$

پیبنه هم رامنځ ته شوې ده، چې سربېره په دې

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{او} \quad B \subseteq A \cup B$$

• د A پیبنه د S په نمونه يي فضا کې پیبنه شوې ده او بله پیبنه چې هيڅ نه پيښيږي، يعنې ϕ، په دې معنا ده چې يوازې د A پیبنه را منځ ته شوې ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

• د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A یا B پیبنه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چیرې د C ناخاپي پیبنه د A او B دوې بېلا بیلې ناخاپي پیبنې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه هم په خپل ځان کې لري په یوه مثال کې یې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$ ، $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پیښې په پام کې نیسو لیدل کېږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دی نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د یوې نمونه يي فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پیښو لپاره د یو مثال(بیلګې) په مرسته د لاندې اړیکو سم والی وښیئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په یوه مثال کې وښیئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چیرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پیښې سره برابرې وي، په یوه ګراف کې وښیئ چې د A ناخاپي پیبنه د B ناخاپي پیبنه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناڅاپي پېښو تقاطع

د نـور اصلي رنګونـو د پرېکړې ځخه
کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعالیت

- د رمل د یوې دانې د اچولو نمونه يي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{2,4,6\}$ ، $B=\{4,6\}$ او $C=\{1,3,5\}$ ناخاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پېښې یو بل سره څه اړیکه لري.
- ایا د A او B پېښې د $A\cap B$ ناخاپي پېښه په بر کې لرلی شئ که نه؟
- وښيي چې د $C\cap B$ ناخاپي پېښه یوه ناشونې پېښه ده.
- که د B پېښه د A پېښه په ځان کې ولري، د A او $A\cap B$ ناخاپي پېښې سره پرتله کړئ.

د پورتني فعالیت ځخه کولای شو لاندې پایلې په عمومي ډول بیان کړو.

پایله:

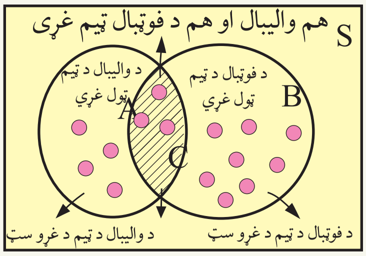
د S په یوه نمونه يي فضا کې د A, B او C ناخاپي(تصادفي) پېښو لپاره لرو.

- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پېښې یو شان دي.
- د A او B ناخاپه پېښې هره یوه يي د $A\cap B$ ناخاپه پېښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B د دوه پېښو چې تشې نه $A\cap B=\phi$ وي په دې حالت کې د A او B پېښې یوه له بله بېلې پېښې بلل کېږي.
- د A پېښې لپاره لرو:

$$A\cap S=A \text{ ، } A\cap\emptyset=\emptyset$$

- که چېرې د B پېښه د A پېښه په خپل ځان کې ولري، نو $A\cap B=A$ سره ده.

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه دري تنه د ښوونځی د واليبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د واليبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د سټونو تر منځ اړیکه د سټ د تیورۍ په بڼه ولیکئ:



$$A \cap B = C$$

ایا پوهېږئ چې د B د سټ په مکمله سټ کې یعني $\overline{B}$ کې د واليبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟

نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، څرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د واليبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډون نه لري؛ نو په دې اساس د واليبال ټیم $\overline{B}$ سټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتنې

1- د A, B ناڅاپي پېښه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پېښه د A او B پېښې په خپل ځان کې لري وښيئ او وضاحت ورکړئ.

2- په یوه مثال کې د A, B او C پېښې چې A او B په خپل ځان کې لري وښيئ چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پېښې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چيري S د افغانستان ولايات، A د شمال او B د نور پاتي ولايات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولايات رابنيي؟

فعالیت

- د يوې داني رمل د اچولو نمونه يي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پيښه په پام کې ونيسئ.
- د A د ناخاپي پيښې مکمله يعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پيښه کيدلی شي؟
- يوه ناخاپي پيښه پيداکړئ، چې A يې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- اياکولای شئ د S نمونه يي فضا څخه يو پيښه پيداکړي چې په يو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پيښو اتحاد له ډاډمني پيښې سره څه اړيکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پيښو تقاطع ناممکنې يا ناشونې پيښې سره څه اړيکه لري؟

د پورتنی فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي.

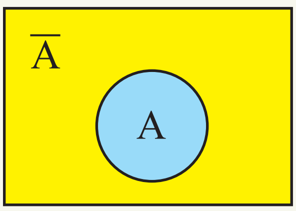
پايله: که چيري S يوه نمونه يي فضا او A يوه ناخاپي پيښه وي:

- $\overline{A}$ يوه ناخاپي پيښه ده، چې په يوه وخت د A سره نه پيښيږي.
- د A هره ناخاپي پيښه چې پيښيږي:

a) $A\cup\overline{A}=S$

b) $P(A\cup\overline{A})=P(S)=1$

c) $P(\overline{A})=1-P(A)$

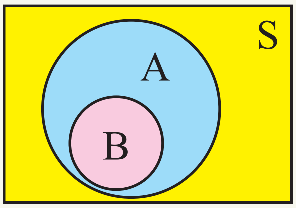


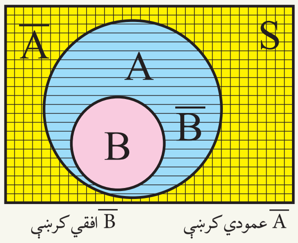
د S نمونه فضا

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناخاپي پیښه د B ناخاپي پیښه په بر کې ولري، په ګرافیکي ډول وښیئ چې د $\overline{B}$ ناخاپي پیښه د $\overline{A}$ ناخاپي پیښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنګه چې $A \supseteq B$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندې شکل څخه په پوره ښکاره لیدل کېږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$





پوښتنې

1- د یوه مثال او ګراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره وښیئ، چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{S} = \emptyset$

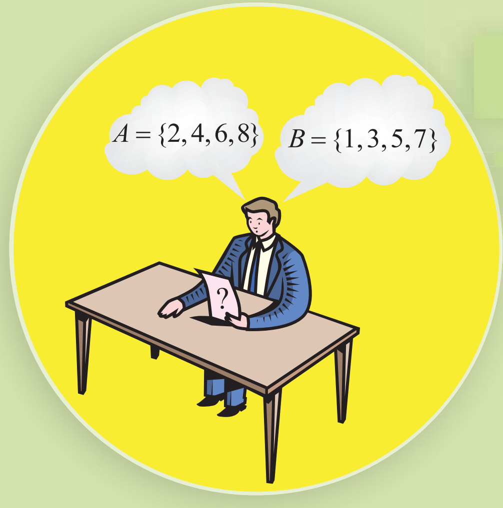
c) $S = \overline{\emptyset}$

2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره لاندې پیښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cup B)}$

په ستونو مډل جوړونه

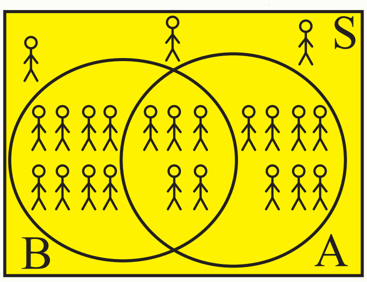


تر اوسه مو الجبري یا هندسي قوانینو څخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې ګټه اخیستله.

أیا سوچ مو کړئ، چې د ستونو څخه هم کولای شو چې د خپلو مسائلو د حل لپاره ګټه واخلو؟

فعالیت

د یوه ټولګي د 23 زده کوونکو څخه مو د خویندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائیه راټوله کړئ، چې په لاندې دیاګرام کې لیکل شوي ده.



په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خویندې لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې ورونه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.

شکل په پام کې ونیسئ د لاندې فعالیت سوالونو ته ځواب پیدا کړئ.

- څو تنه خویندې لري؟
- څو تنه ورونه لري؟
- څو تنه هم خویندې او هم ورونه لري؟
- څو تنه نه خویندې او نه ورونه لري؟
- څرنګه کولی شو دا مسأله د ریاضي په ژبه ولیکو.
- ټول هغه کسان چې خویندې نه لري څو تنه دي؟

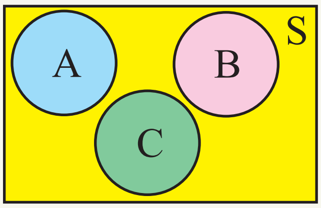
لیدل کېږي چې پورتنی ګراف کولی شي چې پورتنی ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توګه ځواب ورکړئ.

نو د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله: لیدل کېږي، چې سټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیدا کړو، او هغه و ارزوو.
د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناخاپي پېښو د پېښیدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کېدای شي.

مثال: د S نمونه یي فضا د A, B او C ناخاپه پېښې په لاندې دیاګرام کې ورکړل شوي دي په پام کې ونیسئ مطلوب دی د پېښو د پېښیدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A یا B حادثه ناخاپي پېښه شي.
b. د دې احتمال چې د A یا B پېښه، پېښه شي.
c. د دې احتمال چې د C پېښه، پېښه نه شي.

حل:
a. د A یا B احتمال په حقیقت د $A \cup B$ احتمال دی څرنګه چې د اپېښې یو د بل څخه بیلې دي، یعني $A \cap B = \phi$ دی نو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پېښه ناخاپه پېښه، پېښه شي د $\overline{A}$ مکمله پېښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پېښه نه ده پېښه شوی، په بل عبارت هغه پېښه ده چې د C یا B حادثه پېښه نه شي نو: $P(\overline{A}) = P(C \cup B)$ څرنګه چه $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
نو: $P(A) = 1 - (P(C \cup B)) = 1 - P(C) - P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پېښه ناخاپه پېښه نه شي د هغې پېښې د پېښیدو د احتمال سره برابر دی چې د A یا B پېښې، پېښې شي، او دا د $A \cup B$ دپېښې د پېښیدو څخه عبارت ده.

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

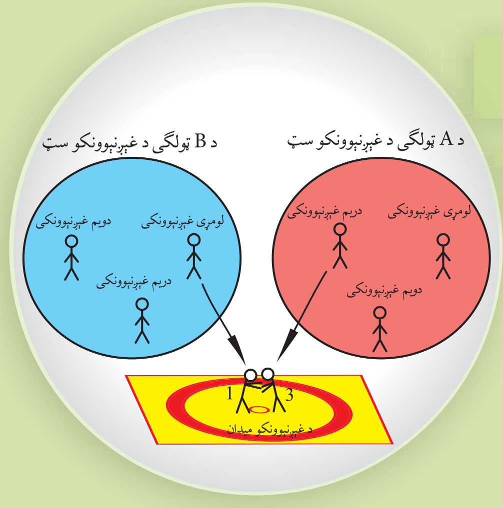
پوښتني

1- هغه مثال چې په فعالیت کې مو ترې ګټه اخیستې ده په پام کې ونیسئ:
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولګي څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناخاپي ډول وټاکل شي چې خور او ورونه لري.
b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمېرنې اصل

د A او B دوو ټولګیو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې یو له بل سره په غېږه ورشي.



فعالیت

دوه عدده تور او سرمه یي رنګه پطلونونه له درې عدده سپین، ابي او فولادي رنګه کمیسونه په پام کې نیسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتیب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کمیسونو د شمېر تر منځ څه اړیکه شته ده.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راورو.

پایله:

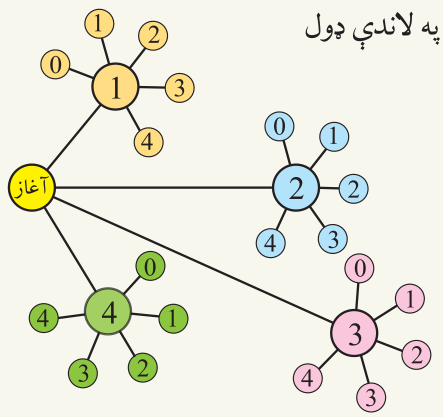
1- د دوو سټونو د عناصر په ترکیب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکیبي مجموعه د هرې یوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

2- که چیرې د امکاناتو شمېر او یا د یو سټ عناصر په m عدد او د یوه بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې یو د بل سره د $(m\times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

مثال: د 0،1،2،3 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف یې رسم کړئ او هغه احتمال پیدا کړئ، چې له دې عددونو څخه یو عدد په اتفاقي(ناځاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې کار لپاره د ذکر شوي دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځايونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نيسو.
د کيڼي خوا په تش ځای کې د راکړل شويو پنځو رقمونو څخه 4 امکانانو(پرته له صفر) د $3,2,1,0$ او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښي خوا د تش ځای لپاره $3,2,1,0$ او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتيب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنيو عددونو په وسيله موجود دي.
دا مطلب کولای شو د ونه ييز د ګراف په مرسته په لاندې ډول وښيو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ويش قابليت ولري د ښي خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه يوازې 3 امکانه د ($3,2,1,0$ او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ويش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کيدو احتمال چې پر 2 د ويش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0.6 = 60\%$$

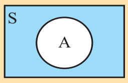
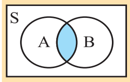
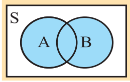
پوښتنې

1- د (م، د، ی) تورو څخه په ګټه اخيستنه څو څلور حرفي معنا لرونکي او معنا نه لرونکي کليمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ييز ګراف په مرسته تشريح کړئ.
که چيرې د دې ترکيبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول يوه کلمه وټاکو د دې احتمال پيدا کړئ، چې دا کلمه((مريم)) وي.
2- د $8,7,4,1,0$ او 9 عددونو څخه د مبايل تليفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کيڼې خوا څخه په 077 پيل شوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم څپرکي لنډيز

• د دې لپاره چې وکولای شو د ناڅاپي پیښو د ترکیب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د ستونو د تیوري په کارولو سره یو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د اتفاقي حادثې بیان	د بیان ارایه د ست په واسطه	د Venn دیاګرام او اتفاقي حادثه	د حادثې احتمال
د S هغه ټولې ناڅاپي پیښې چې د A په پیښه کې ګډون و نه لري د A پیښې عکس دی.	$\overline{A} = S - A$ یا $S = A \cup \overline{A}$		خرنګه چې $P(S) = 1$ دی نو $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
د A ناڅاپه پیښه یا د B ناڅاپه پیښه پیښېږي.	$A \cap B$		$P(A \cap B)$
لږ تر لږه یو د A یا د B د ناڅاپي پیښو څخه پیښېږي.	$A \cup B$		$P(A \cup B)$ $= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

د شمېرنې حل: د دوو ستونو د عناصرو په ترکیب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکیبي مجموعې د عناصر د ضرب د حاصل سره مساوي دی.

که د یوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی یو د بل سره د ترکیب د ټولو امکاناتو شمېر د $m \times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1–که S یوه نمونه یي فضا او A د هغې یو ناڅاپه پیښه وي وښیئ چې:

a) که $A \subseteq \phi$ وي وښیئ، چې $P(A) = 0$ دی.

b) که $S \subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A) = 1$ دی.

که چیرې د C ناڅاپي پیښه د A او B ناڅاپي پیښې په بر کې ولري، وښیئ چې همدارنګه د C ناڅاپي پیښه د $A \cup B$ ناڅاپي پېښه په بر کې ولري.

3- که چیرې S د A او B یوه نمونه یي فضا وي د B او $A \cup B$ ناڅاپي پیښې یو بل په بر کې ولري وښیئ چې د $A \cup B$ او B یو بل سره برابر دي.

4- که د S په یوه نمونه یي فضا کې د B ناڅاپه پیښه د A پیښه په بر کې ولري، وښیئ چې د A او $A \cup B$ ناڅاپه پیښې یو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناڅاپي پیښو احتمال یو د بل سره څه اړیکه لري؟

5- که چیرې S یوه نمونه یي فضا وي او B د هغې یوه ناڅاپه پیښه وي وښیئ چې: $S - B = \overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښیئ چې د A او B دوې ناڅاپي پیښې او S یوه نمونه یي فضا د $B - A$ او $\overline{A} - \overline{B}$ ناڅاپي پیښې سره برابرې دي، یعنې: $\overline{A} - \overline{B} = B - A$

7- وښیئ چې د $\overline{A} \cap \left[(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})\right]$ ناڅاپي پیښې احتمال د صفر سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library