شمیرپوهنه (رياضي)

د نهم ټولګي له پاره

ليکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردۍ (دایره) ۸

کردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمۍ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردۍ ټوټه، - ګردۍ برخه، ګردۍ کړۍ، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردۍ لینده،د ګردۍ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسي یا هګۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې څیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه......................... ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت............... ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر.............۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوڅی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون........................۲۲۳

د مربع توابعومحوررونووغڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سريزه

دا نړدې څلوېښت کاله کيږي، چې زموږ هيواد هراړخيزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هيوادوالو!

د نورو نيمګړتياو په څير زموږ درسي نصاب - په تيره شميرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلورديوالي ونه شو، نو زه به وهڅيږم، چې دا ما ليکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شريک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتيستيک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تيريږم او د ښوونځي د تيرو کتابونو څخه هم هيله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې يا سمې يا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه ليکونکی بوهيږي او نه بل لوستونکی پرې پوهيدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پيدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتيستيک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شميرنه راوړي او د ستاتيستيک يو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به يې په مناسبوخت کې د ليدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شميرپوهنې سم اند يا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتيستيک او ... د پوهيدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پيچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هيله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبي(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنی سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دي، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولي، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

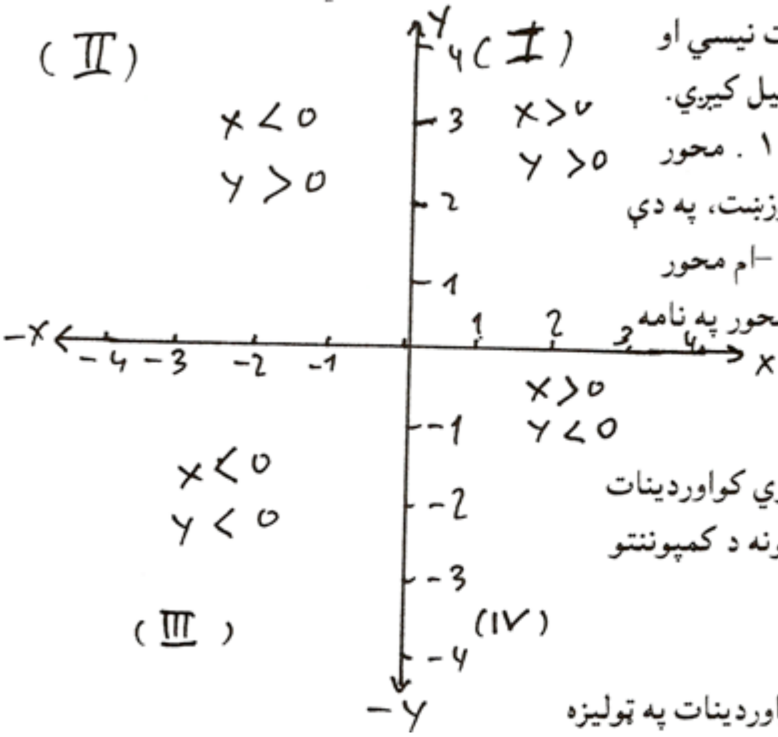
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دی، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځمونږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شي.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ : ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په خټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چی بدل شي، څکه چی دا کیمونتتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د څل یا ضرب لمړنی کیمونت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کیمونت د x– محور څخه. که لمړی کمپونت منفي وي، نو ټکی د y–محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دایرې د چاپیریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.

تنجنت: خطي که به محیط دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته میشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.

مثال: در یک نقطه به خط منحني دایره یک مماس رسم کنید.

به خط در نقطه یک عمود رسم شود. این عمود مماس مطلوب میباشد.

از یک نقطه که بیرون دایره واقع باشد، مماسي را رسم نمایید.

خط و به ان دایره تالس را رسم میکنیم. نقاط و به دایره تالس به منحني دایره نقاط تماس تانجنت هستند.

یوه زاویه جي د دایرې په چاپېریال کې د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل کیږي.

د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویې سره برابرې دي

د منځټکي هغه زاویه له کومې چې وتر بریښي منځټکي زاویه بلل کیږي.

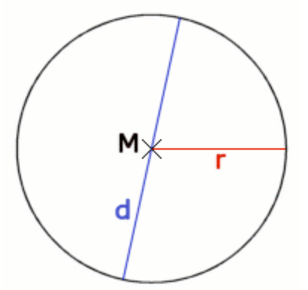
هغه زاویه چې په یوه پایټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردی (دایره)

یادونه: ولې ګردۍ؟ موږبه چې په هسکه مينه شينوارو کې غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده کربنه مو وېستله او هغې ته مو ګردۍ ويل. دا نومونه د افغانستان په ټولو يا زياتو ځايونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالې غاړه که رنګ کړې او هغه په يوه کاغذ کېږدې، څيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايې؟
د يوې افغانۍ ژۍ، څه شکل لري؟

پيژند ياتعريف د يوې سطحې يا هوارې ټول هغه ټکې، کوم چې له يوه ټکی داسې په نامه منځټکي Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، ګردی لاين يا لنډ: ګردی بلل کيږي (مخامخ څيره)	

ليکندود يې (دا ليکندود په پيل کې ورځنی يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{X \in E|\ |\overline{MX}| = r\right\}$

لوستل يې: ګردی ک د ټولوټکو ايکس چې ايکس د اي توکی دی، ډيری ده، داسې چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپيرۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېری یا سټ، چی له M څخه واټن (فاصله)یې له r څخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دايرې سطحه بلل کيږي. (موخه يې ګردی منځهواره ده یا ټيك : ګرديتوټه)

د وړانګي (شعاع) پيژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دايرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د دايرې وړانګه يا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کيږي، چي په r سره يې ښايو (پورته څيره وګورئ)٠

د نيمی يا قطر پيژند: هغه کرښه، چي دايره په دننه کي نيموي د دايرې نيمی (قطر) بلل کيږي او په d سره يې په نخښه کوو (پورته څيره دې وکتل شي)٠

پيژند
د دايرې (ګردی) دننه کونج يا ټول کونج يا پوره کونج 360درجي لري.

ګرديچاپيريال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- يا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کيږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دايرې عدد بلل کيږي
: $\pi = 3{,}14159265$

يادونه: دا چي ما کله هواره يا سطحه په A يا F او π مي په Pi نخښه کړي، هيله ده چي دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځي پېښي نه کړي.
په پورته کي ورکړ شوی د دايرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چي بيرته راګرځيدونی دی٠ له دې امله يو ايراشنل عدد دی او د مات په څير نه ليکل کيږي، بلکه له لسميز (عشاريه) وروستی پريودي يا تل بېرته راګرځېدونی څيفر پرلپسی دی. په کارونه کي يی موږ نږدې شمرني يعني راکردوني ته اړ يا مجبور يو، ځکه چه د جبشميرې د عددونوځايونو له امله، چي پای دي يا پوله لري يا رابند(محدود) دي.

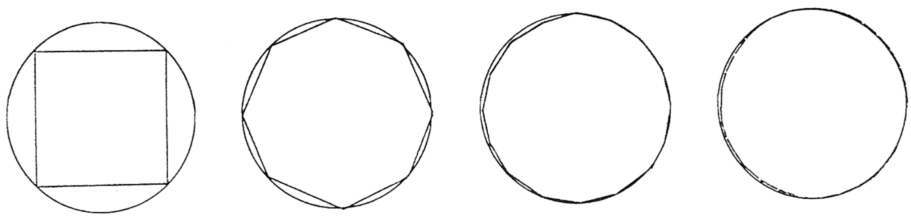
(c) ketabton.com: The Digital Library

څنګه سرى په دې برياڵى شو چې دا عدد π پيدا كړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

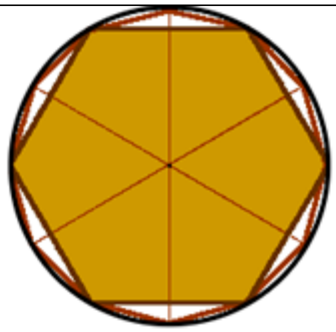
دا له ارښيمدس څخه پيل کارونه (عمليه) يا تکلار داسی پيل کيږي، چې په دايره کی يو ه مربع راګيروي يا رابنده وي او بالاخره يی په منځنيو ولاړو يا عمودونو سوکڅيسيف يا يو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ يا جګ کړي يعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

خيره ۱۱۹



يوي ګردی ته د يوه n –ګوڼي له لاري نزديونه (نزدي کيدنه)

خيري ۱۱۹ بنا ی جی

	په مخامخ خيرو کي نهه ضلعي وريسي شپږضلعي کښل شوي، دي ته ګورو، چي څنګه ګردی ته نزدي کيږي مخامخ خيره څو څوګوډيز برينبي او ستره تری راتاو ګردی**مخامخ** خيرو کي يوي دايري ته د يوه n -ضلعي له لاري نزديونه (نزدي کيدنه) **کتل کيږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چي ګورو نزدي يا تيک دايره ده)**

د زياتيدونکي n سره کانتی يا ژی يا اړخونه (ضلعی) تل کوچني کيږي، چي پخپله له ۱۰۰ يا ۱۵۰ ور رسونو ته په يوه پاڼه کی د کښلو يا رسمولو څخه وځي يا نه کښل کيږي، په همدې وخت کی د منځکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زياتيږي (يعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پيلدايري سره دا څيره تل نزدې کيږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نژدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې ځخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کې د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کې نه راځي) پيژندوړ دئ:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې ځنګه د ګردى چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېکوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدى شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلى سپين غواړي د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يى ۸ کسان ځاي نيولى شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمى(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ ځخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

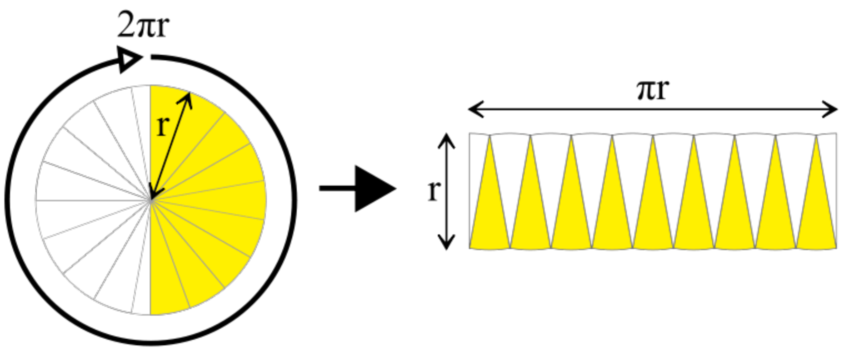
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دميز محيط (چاپيريال) دی   pi.1m=6,248m² = U   په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محيط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتيمتره ځاي د نفر په سر   80.8 = 640cm . قيمت وسطي يا منځ ارښت يې 6,2m دی. پس د ني‌کو هيلو سره تول کسان په ميز خاي نيولی شي
ميز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ **او له دې امله 3,142.250=785,40 ياني افغانی ارزښت لري..**

په لاندې څيره کي کتل کيږي، چي د ګردی منځهواره نزدي

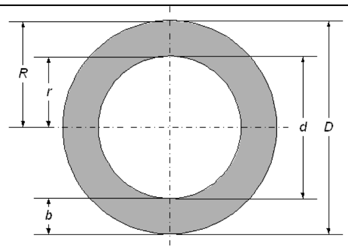
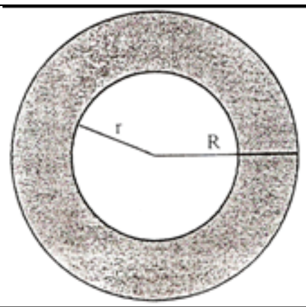


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څيره کي د څيري کوچنيوالي له امله د ګردی څيره لړ تخريب شوه، خو دا ستونځي پوهوړ دي٠

ګردنيوټه ، ګردبيرخه او ګرديکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډير وخت دننه- يا خونديګردی له چاپيرياڵګردی کوچنی وي. نو له دې امله د دوي په منځ کې يوه کړی منځ ته راځي، چې د هغي منځهواره د دواړو ګرديو د کمون، کمښت يا توپير څخه شميرل کيږي .	
جمله : **موږ دوه دايرې لرو، چې د محاطي دايرې وړانګه R او د محيطي دايرې وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi (R^2 - r^2)$ $F_K = \pi (R - r)(R + r)$	

بل ډول يې: يوې د دايرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسې کيدی شي، چې د دايرې محيط د دايرې فطاع (د دايرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نيميو څخه هم وشميرل شي، چې په لاندې کې يې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پيلبيلګه:

د سپين ميز درز پيداکړ. چې له غاړې يا ژی يې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که داميز په پنځه سانتيمتره کوچنی کړی . کومه ميز سطحه پاتي کيږي او د دايرې کړی چې له منځه ځي څومره لويه ده؟

او د همغه ميل نيونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په ميز ځاي نيولی شي ؟

F = (0,9m)².Pi = 2,835m²

د دايرې کړی سطحه او محيط چاپيريا په لاندې ډول دي

F = 1,95m.0,05m.Pi = 0,30m²

(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

د داسې لړ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي۰

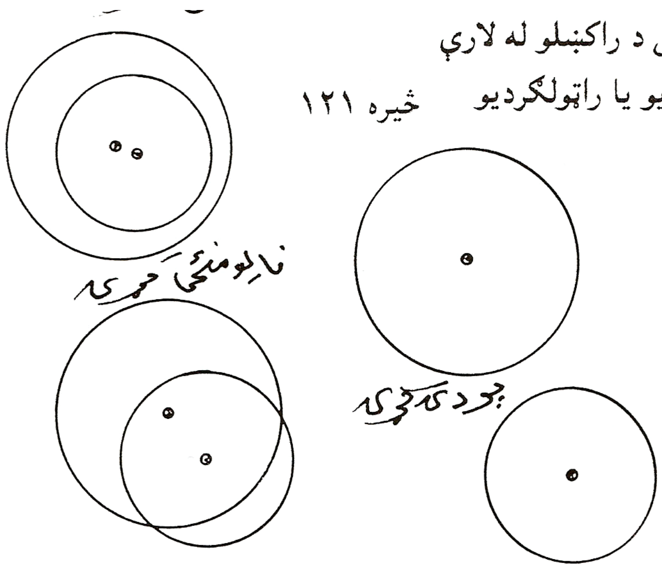
د ګردیوپروتځایونه یوبل ته:

هغه دایرې، چې منځټکي یې یو په بل پرېوزي کونځنتري یا راټول او په غیر له دې اکسځنتري یا ناراټولې بلل کیږي.

یو منځي کړی یا دایرې   **نا یومنځي دایرې یا کړی**

ددې لپاره. چې یوه دایره ټوله په بله پریوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري یا راټول دایرو واړول شي.

وي کیدی شي چي د راکښلو له لارې
په کونځینتریګردیو یا راټولګردیو خیره ۱۲۱
بدلی شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردۍ چی منځ ټکي يې یو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په غیر له دي اکسځینتري Exzentrie یا ناراتولي بلل کیږي . که یوه ګردۍ تولة په بله کی پرته وي کیدی شي چی د راکښلو له لاري په کونځینتري ګرديو یا راتولګرديو بدلی شي.

که ګردۍ یوبل پوره پټي نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډیریو(یا ګډو پاتي یا باقي شمیرنه له ستونځو سره مخامخ کیږي .که ګردۍ یو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ یو دبل سره پردی بلل کیږي. د دي ګردیو ځیرې مو نه کښلي، دا کار دي ګران لوستونکي په غاړه واخلي.

ځو پیژندونه یا تعریفونه:

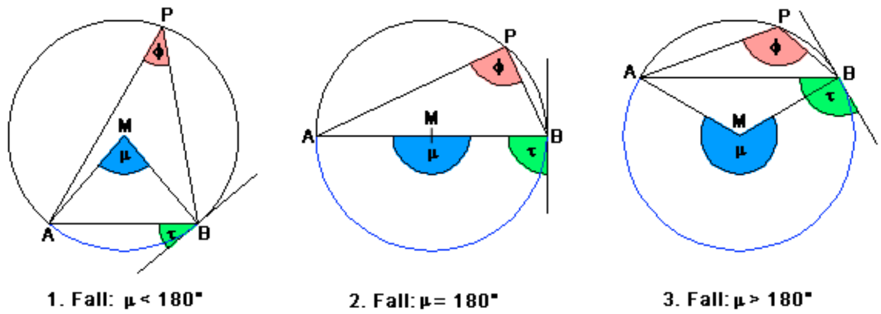
د ګردۍ هغه برخه ګردیوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کیږي، که چیرې یوه دایره (ګردۍ) د یوې کرښی له لاري یا کرښه باندې غوځه شي . داسی یوه کرښه غوځکرښه یاغوځوونی (سیکانت) Sekante بلل کیږي. غوځکرښه ګردۍ په دوه توټو ویش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ ځخه تیره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ویشي، چی دا بیا ګردۍ نیمووني بلل کیږ. هغه غوځوني چی له منځ ټکي تیره شي، د ګردۍ نیمی یا لنډ: نیمی بلل کیږي. که ګردۍ په یوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کیږي او که له ګردۍ ځخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونی کرښه بلل کیږي .په ګردۍ د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني (Sehne) یا وتر بلل کیږي .ټوټونی یا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوځی ، تنجنت او تیریدونکی ناپاي کرښي یا ـلکه، چي ورسره بلد یو - کرښي دي .د یوه ګردۍ ځخه د دوه ورانګو په مرسته کیدی شی یوه برخه راغوځه شي دا برخه ګردیبرخه یا سکتور Sektor بلل کیږي. د منځټکیکونج یامنځني کونج او لیندي (Bogen) b سره. مخامخ ځیره ده

په لاندي ځیرو کي د نومونو له الماني ځخه په پښتو کوونه له کین وښی لورته:

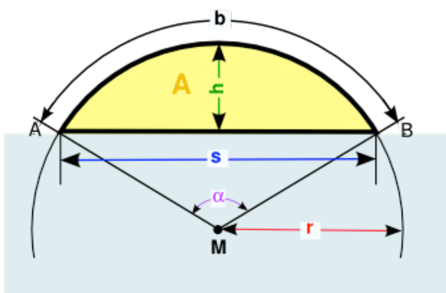
ګردیلینده Kreisbogen د ګردۍ ټوټه ووني(ټوټووني) Kreissehne ، ګردۍ برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په گردی کې د کونجونو ډولونه:



د گردی توټه (د ځیرنې پوهیدوله پاره دالاندې ځیره پوره په پام کې ولرى)



گردی توټه Kreissegment ,
د گردی توټی لویې:

- α = منځټکیکونج Mittelpunktswinkel
- b = گردیلینده Kreisbogen
- h = د توټې جگوالی Segmenthöhe

(c) ketabton.com: The Digital Library

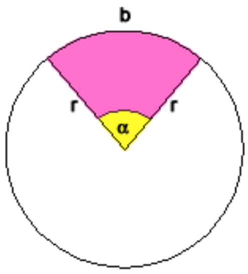
- **Radius وړانکه= r**
- **Kreissehne (وتر) توته وونې = s**
- **Segmentfläche توتي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځتکی = M**
- **Verbindungتړنه A-M-B = برابرپښيز درپکودی**

Formel zum Kreissegment د ګرديتوتي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانکه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توته وونې (وتر) د وروسته لپاره دې په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توتي جګوالی يا قطعې جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلیندي اوږدوالی Bogenlänge
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه کچ(Gradmaß)()
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	ګرديکڼKreiszahl

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګردی برخي یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهواره
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	**د ګردی لیندي اوږدوالی یا د قوس--**
r	Radiusوړانګه
α	Mittelpunktswinkel(Gradmaß)منځتکیکونج (په درجه کچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahl کردیکن یا د داېري عدد

د یوې کردی او کرښو پروتځایونه یوبل ته:

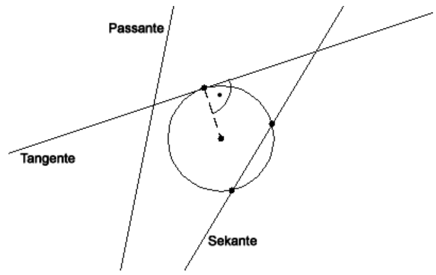
کرښه، چې کردی غوڅوي، غوڅوني بلل کیږي.

کرښه، چې کردی لمسوي یا د کردی مماس دی، د کردی لمسوني یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له کردی تیریږي، له کردی تیرېدونکې بلل کیږي.

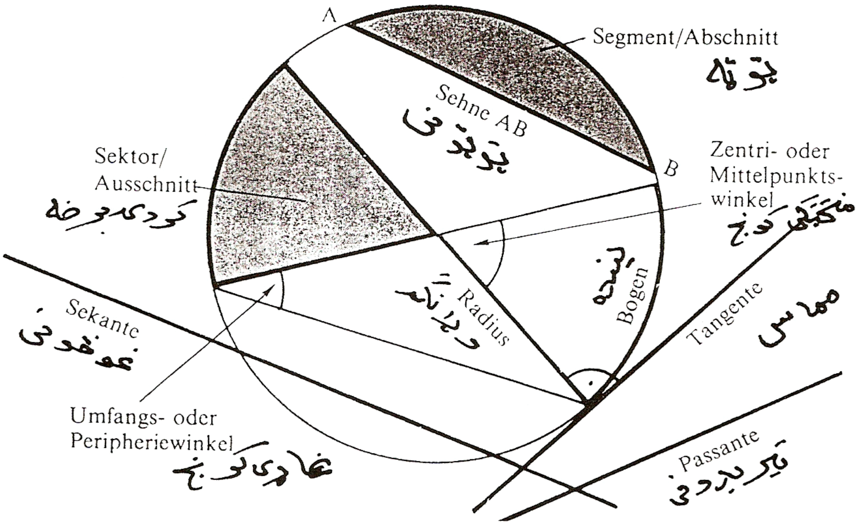
د کرښوپروتځایونه د کردۍته:

په لاندې څیره کې د کرښو نومونه: تیریدوني Passante ، تانجنت Tangente، غوڅوني Sekante ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي٠



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوې دي

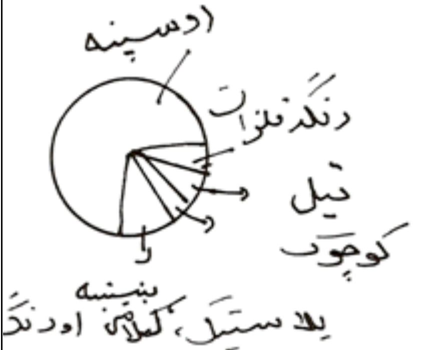
(c) ketabton.com: The Digital Library



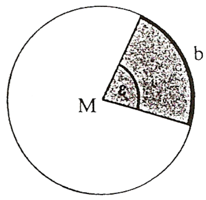
شیره ۱۲۲

پیلبیلګه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

	د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کي (د جوړموادو برخه د ګردبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° خیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي یا لاندي د کردۍ برخي خیره خرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لینده b تغیر خوري او لاندی باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360°}$	ε لويوالي b ده  خیره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دویمي برخي څخه باوري دي:

جمله : د کردۍ برخي د لیندي اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360°}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r\varepsilon}{180°}$$

د لومړی برخي څخه د سیکتور یا کردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله : د سیکتور یا د کردیبرخی منځهواره په لاندي ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°}=\frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخي (بیلګه مخ) هواره څومره لویه ده، که د کردۍ دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات = F ریږ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

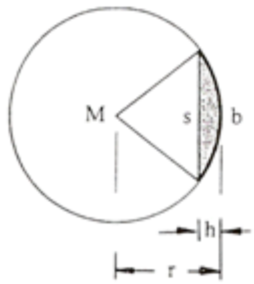
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

شیره ۱۲۵

ګردی ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2.\sin \varepsilon$

(تریکونومتري دی وکتل شي ....) او ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon / 180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره ګټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه: مدیر کړاو له ځان ځخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبی جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندې لاس ته راځي:

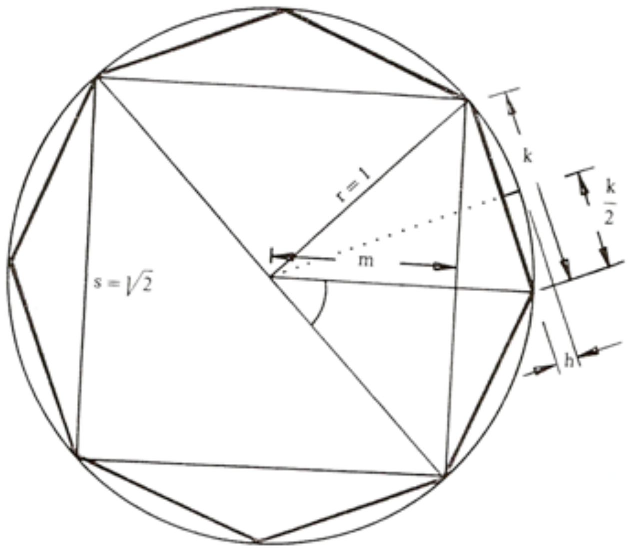
$$s = \sqrt{2} \,.\, 1 = 1{,}414 \text{ m} \;;\; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393$ m دی./و له د ېسوه

$F_{\text{ټوټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$



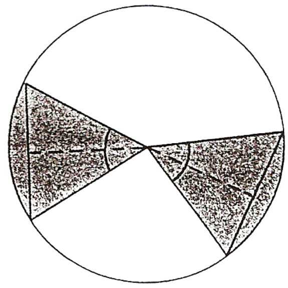
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې ځخه په هرصورت د ښیښې میز جوړیږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.میز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچنې شوې ګردیهواره د وړانګې $r = 95\ cm$ سره. د کیناستلوځای سور (k) حتی زیات شوی ، چاپیری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

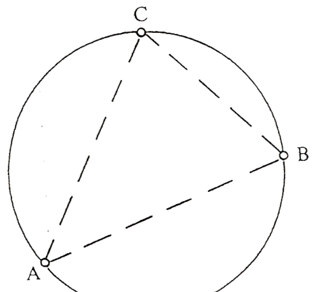
د مساوي ټوټوونو جمله



خیره ۱۳۱

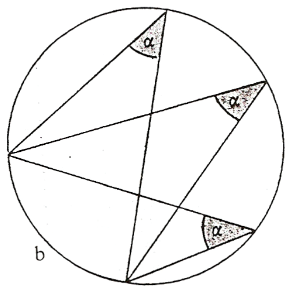
مساي اوږدې ګردیټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلې لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټې او مساوي ګردیبرخې لري .

د چاپیرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چې د دریواړو ټکو ځخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
خیره

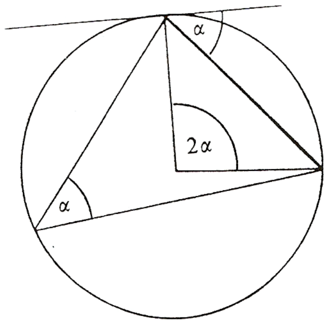
د پریفري – یا ژیکونج جمله



خیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

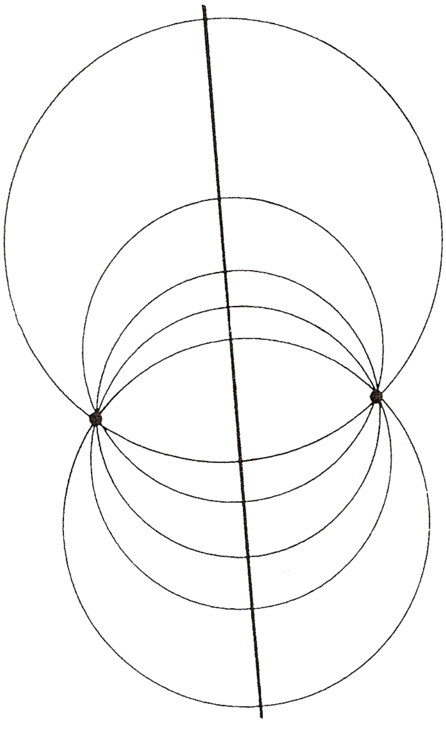


د منځټکیکونج او پریفریکونج یا ژیکونج جمله:

یو منځټکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

څېره ۱۳۴

د منځټکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



د منځټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

دګردیوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پريکوي

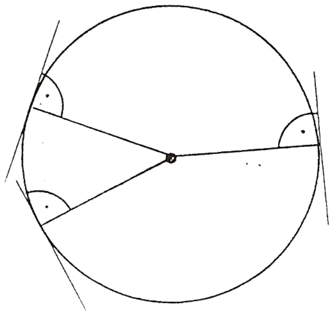
د ټولو ګرديو منځټکی چې يو بل په
دوه ټکو A او B کی غوځوي يو
ناپايکرښه باندې چې ځايلاين
(ځايکرښه) ورته وايي پراته دي.

څېره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله

په لمستکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

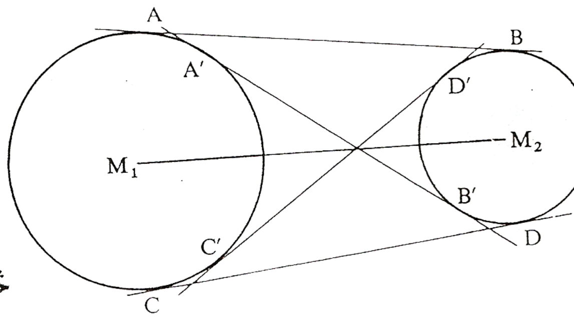


څیره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننی (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي. که چیرې دوه ګردي ګډ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅټوټې همغه اوږدوالی لري.

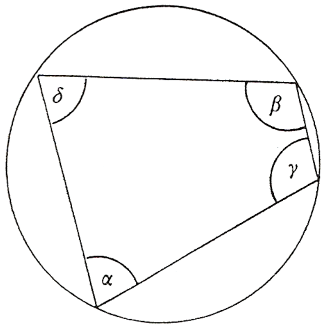
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



څیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وتـرونـو جملـه: د وتـرونـو زاويـې، چې مـخـامـخ پـرتـې دي,يـو بـل سره 180° تـه پـوره کـوي

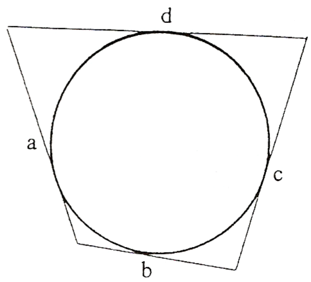


خيره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180°$$

د تـنجنتونـو څلورضلعيو جملـه:

د تـنجنتونـو پـه څلورضلعي کې د مـخامـخو ضلعو لـويـوالـی د نـورو ضلعولـويـوالـي سره بـرابـر دی



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

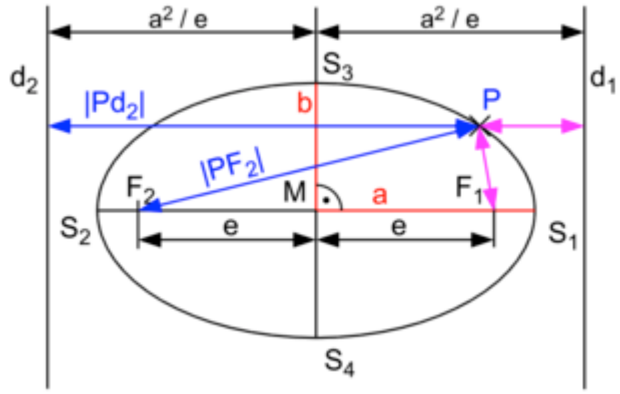
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایـلـیـپـسی (بـیـضوي یـا هـګـۍ) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیـلـبـیـلـګـه :

د کړاو میز جوړښت بـانـدې موږ پـه اتـه کـونـجي اوبـی یـا حل کـی تـم کـړی وو. دا چې پـه دې ډول یـو مـیـز سره تـل د زخمي کـیـدو خطر مـوجـود دی‌پـوښـتـنـه رامـنـځ تـه کـیـږي چې : داسی یـو را ګـرډشوی شـکـلـی شکل ، چې ګـرډی نـه وي او منظم غوڅ وي، شته، چې د کړاو اړتـیـا پـوره کـړي؟ پـه ریـښـتـونـی ، داسی یـو اوبـی یـا حل مـوجـود دی، لـکـه چې لانـدي ځیـره ښایـي، چې هر د غاړې ټـکـی دوه ټـکـو واټـنـونـو تـه یـو ثـابـت واټن لـري



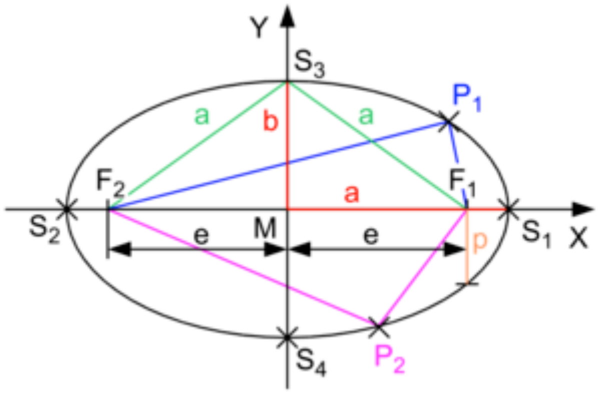
پـیـژنـد یـا تـعـریـف:

د ټـولـو مـغـوټـکـو **P** ډیـري تـه چې لـه دوه ځاي پـه ځاي ټـکـو **F1** او **F2**) سوزېـدـټـکـی یـا بـهـتـره سـوزونـټـکـو) ځخه ثـابـتـه یـا همغه واټـن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومـیـږي

لانـدي واټـنـونـو یـا فـاصلـو تـه سـوزونـوړانـګـی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ایلیپسی منځ ټکی وای، eته د سوزونواټن یا فاصله یا لاینی ایکسڅنتریڅیتایت (lineare Exzentrizität)یا لاینی ناراټوله وایي .ددې لویو لپاره لاندې اړیکي باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کی a او b د ایلیپسی لوی او ووړ نیممحورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په اخر کی وټاکل شي، IIد پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د Pټکی د b نیممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپاکرښی چی د سوزونټکي تیریږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کي هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي.

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

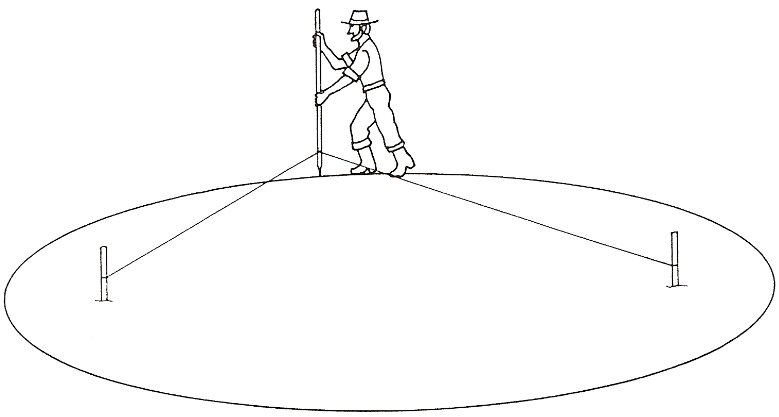
دا څیره دې ګران لوستونکي د تمرین په توګه وباسي٠ د یوې رسی، چې په 2aاوږده وي، په داوړو سرونو کي موږي وتړی او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موږي یا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړی یا راکاږی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چي پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونـو ټـکي چې مـوړي پـرې وهل شوي سوزونـټکي دي. ښيـره پـه
هر کـواوردينـات سيسم او يـا پـه يـوه مـيلي مـتر کـاغذد
کونځينـتري يـا راټـولـو ګرديـو پـه مرستـه بـل جوړښت امکـان
پيـدا کيـږي، چې سړی د يـوه ټـکي دوه ګردی د a او b وړانـګي
ووهي او هره د خوښي وړانـګه د ننـنی ګردی پـه Pb او دبـانـدنـی
ګردی پـه Pa کی غوڅوي. کـه د Pb څخه يـوه پـرتـه کـرښه وويـستل شي
او د همغه تـر Pa دوام، نـو هرچيرتـه يـو د ايـليـپسی يـا هګی يـا
بـيضوي ټـکی لاس تـه راځي. د ايـليـپسی هر ټـکی داسی پـيدا کيـدی
شي .پـيـژنـدل کيـږي چې هر 2 bتـه غبـرګ ټـوټـونـی

د k= a / b فـاکـتـور سره لـنـډ شوی دی. لـه دې سره د هواري دنـنـه
هم تـغيـر خوري ددې فـاکـتـور k پـه انـدازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$

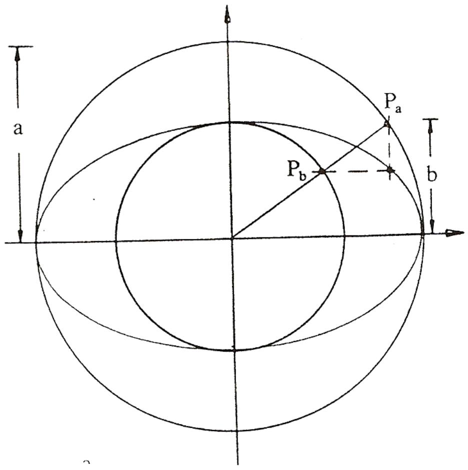


ښيره ۱۴۱

او لـه دې چې r = a او k.r =b) د r لـتـه د ګردی « لـويـه نـيمه
اکسی(مـحور) ده

جـمـلـه : د ايـلـيـپسی هـواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۱۴۲

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi (1,5 . [a+ b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2 \pi a = 2\pi \Leftrightarrow$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2 \pi r$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي ځیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوخ شي. نو له دې امله هواره ده:

$F = \pi .1.0,95 = 2,985m^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim \quad 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad \Leftrightarrow$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیڅیرې ته نږدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیڅیره د میز لپاره مساعد اوبې یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نږدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی ؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پیری غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړای شي؟

۵ – د غوڅهواره به یی د ځمکي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

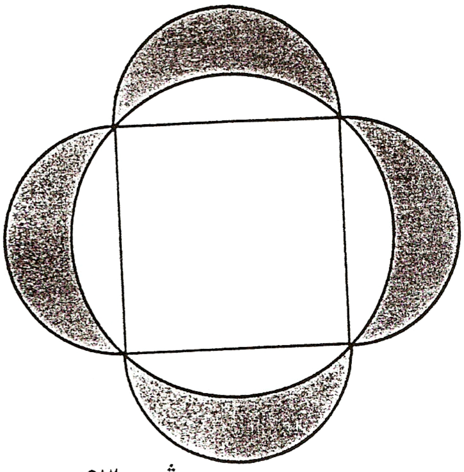
۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

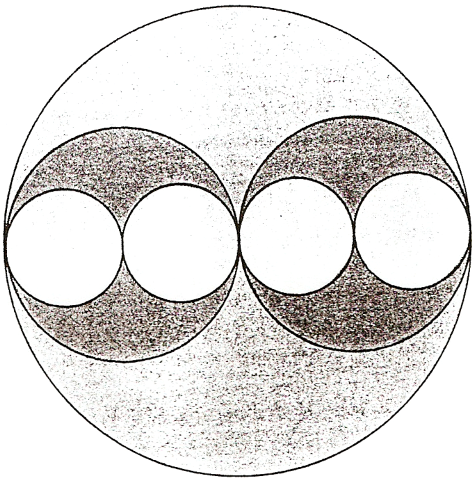
۷ – د ګردۍ چاپیرۍ څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (څیره ۱۴۳).



څیره ۱۴۳

۹ – د څیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لویي ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښایي چی د څلورواړو ګردیو چاپیری د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردۍ چاپیری.



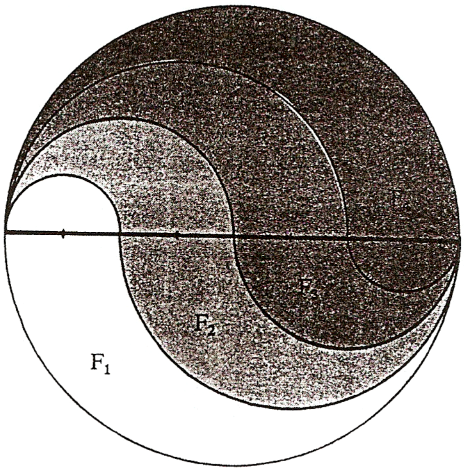
څیره۱۴۴

۱۰ – د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګې $r = 7,2$ cm سره، یو له بل دومره لرې دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چې څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردۍ ، چې وړانګه یې $r = 10$ cm ده، که یوه ګردیکړۍ کېښنول شي، چې هواره یې دومره لویه ده لکه د دننه ګردۍ هواره. د دباندې ګردۍ وړانګه به څومره وي؟



څیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردۍ برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په څیره ۱۴۵ کې چې ورکړ شوي، وښایې، چې وړانګه یې $r = 4$ cm وي. وښایي چې هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (څیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردۍ وړانګه وښایې ، کوم چې همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چې داړخ اوږدوالی یې ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چې نیمي یې ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

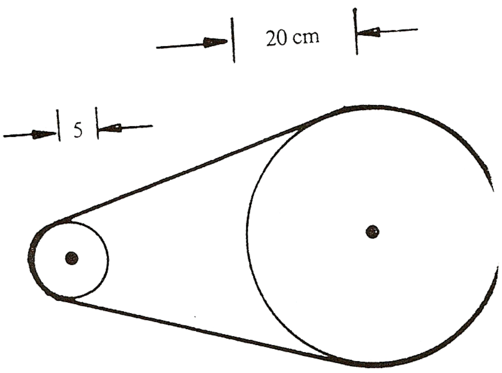
۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردۍ وهل کیږي، چې دننی وړانګه یې ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړۍ ده. د دې ګردیکړۍ هواره وشمیرۍ.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمۍ، له ځمکې په یوه ګردۍ راڅرخي، چې سرعت یې په سانیه کې ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتليت يا جوړه سپوږمۍ يا مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې څخه په کوم جګوالي الوزي؟

۱۷ – د يوه څرخونکړي يا بهتره څرخونېټې په مرسته کېدی شي څرخونحرکت يا څرخونخوزون د يوې څپې په بلې څپي راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کې يوه دقيقه يعنې ډېره ټيك اره په برېښنا ماشين چلول کيږي يا په حرکت راوړل کيږي. د ارې خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخي يا ګاډيل (r = 20 cm) په ثانيه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟



شیره ۱۴۶

۱۸ – کوم چاپيری او هواره اليپسی يا بيضوي يا هګيڅيره لري که ولر:

a) $a = 40$ cm, $b = =12$ cm, b) $a = 6$ cm, $e = 1$ cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , $w(r_1, r_2) = 90°$

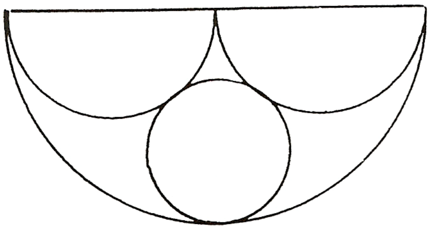
۱۹ – وښايي: په يو په بل پرتو اليپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1/2$ ، نو دننی ايلپس بيضوي همدومره لويه ده، لکه په دې دپاسه ايليپسي يا هګيڅيرې غاړه.

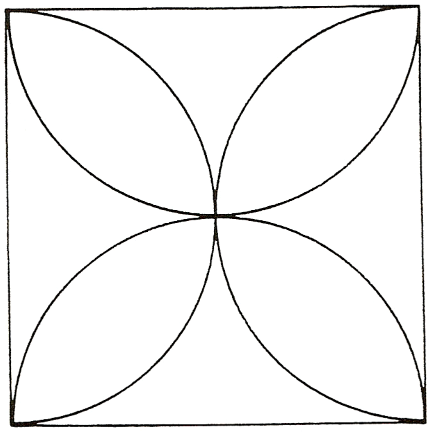
۲۰ – ځمکه په يوه کال د لمر څخه نزدې د يوې ګردی په څير راڅرخي. ددې چاپيري وړانګه نزدې ۱۵۰ ميليونه کيلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟
پ) په ورځ کی ځمکه نزدې ځومره واټن تی کوي ؟
ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.
۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





ځیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف– منځنۍکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځنۍکي کونج په لیندۍ پورۍ اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیټموټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمی ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کربښیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښیزو (لاینې) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کرښیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبې اړیکې یا تناسب ټولګې یا ا ړیکې د کرښی په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهې پلورونکې سره g 1000 ماهې 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی g 3000 واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین g 5000 اخلی او باید: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په تولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکې سټ(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېرۍ یوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکې څخه تیرېدونکې یوه کرښه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یې € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

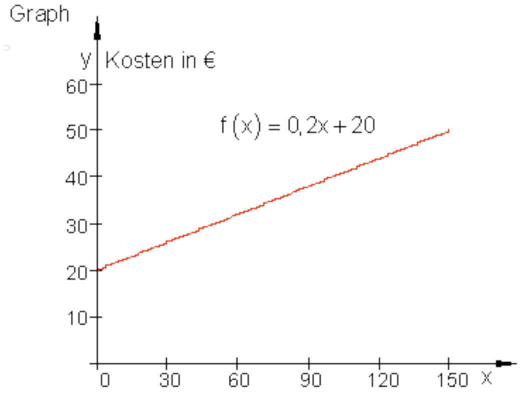
ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یې ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یې د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونی یا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چي x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقیقو	0	30	60	90	120
قیمت په €	20	26	32	38	44

اوبي یا حل و ب ته: ګراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي میاشتي د تول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده . په لاندي شمیرنه کي یوونونه(واحدونه) دقیقی او€ یورو نه لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0\ \text{min}: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \text{min}: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \text{min}: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x\ \text{min}: y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

بيلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بيلګې:

يو د اوبو ډنډ 1000 ليتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 ليتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرى يا - سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسين هره مياشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € يورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دى: $f(x) = 1300 \cdot x$

يو ټانک 4000ليتره ډيزل لري. يو موټر هره روځ 500 ليتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړيکي برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړين دى:

ايا يو پيل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغير ارزښت څومره دى (د بيلګې په توګه هره روځ، دقيقه يا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا کميز يا منفي دی(مثبت = زياتيدنه، منفي = کميدنه)

کرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چې کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$: سره n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوه ووني) بلل کيږي.

دا چې دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره   او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې x ($= x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b   يا   n لپاره ليکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ١ :

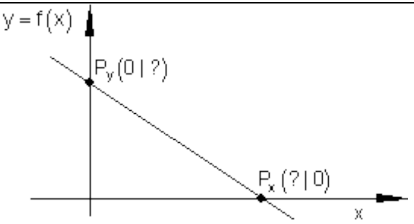
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت   لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يي وکاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د   تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

٣.١ - .د محور غوښتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوښتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه   لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او یا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي یا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- یا غوڅټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاینیزو (کرښیزو) توابعو عمومي مساوات یا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرایط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 | a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - یا سره ټاکلی.

بیلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_y کواوردینات (0,-3) لري. د دې لپاره لیکو: $P_y(0,-3)$

په یاد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼې د ټولو کرښیزو توابعو لپاره کیدی شي مستقیماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0,a_0)$

P_x د x محور یا پراه محور سره غوڅټکی یا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x | f(x))$ له امله لرو: $P_x(x | 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف یې رسم کړی.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

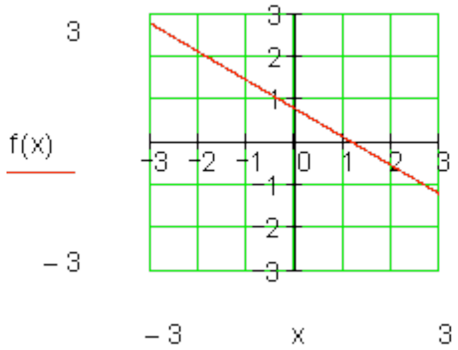
$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردینات (پروت سیستم) هم صفرځای بلل کیږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرین ۲ :

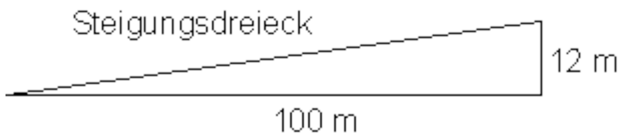
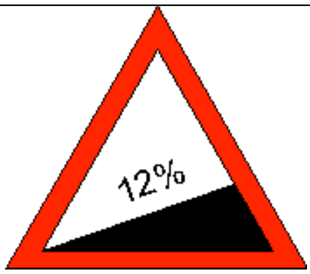
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اینوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کېښول کیږي یا نسبیږي یا غزېږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدني درېګوډی 	

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

پیژند(تعریف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

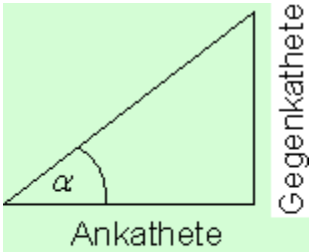
(c) ketabton.com: The Digital Library

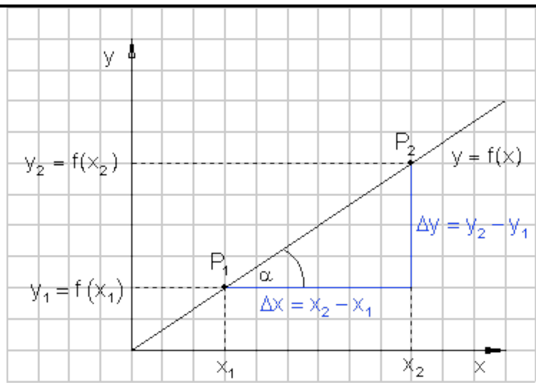
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

كونج α د جګوالي كونج هم بلل كيږي.

پروت اړخ





په ښنګ كې تشكيل ګراف كې يوه سرچينه يزه كرښه جوړه ده، چې له ټكو P_1اوP_2 ښخه تيرېږي.

د كرښي جګوالی دې د ټكو او كواوردیناتو په مرسته پيدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټكو د كواوردیناتو دكمښت(تفريق) له لارې كره شوی.

د كمښت يا توپير لپاره ليكو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسي $\Delta y = y_2 - y_1$

قضيه:

د جګيدني مثلث ښخه د كرښي جګوالی شميرل كيدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه کواوردیناتسیستمم کې د کرښي جګوالی د یوه په خوښنه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضریب د کرښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کرښمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د یوه کرښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د یوې کرښي دوه ټکي د کواورردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

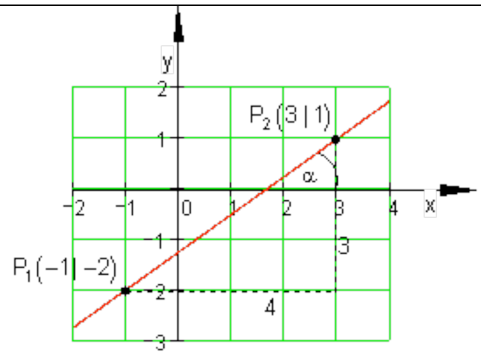
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مخ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميری

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوي کرښي ټکي وي، چي جګوالی يي ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده.   د يوي کرښي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لاري لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

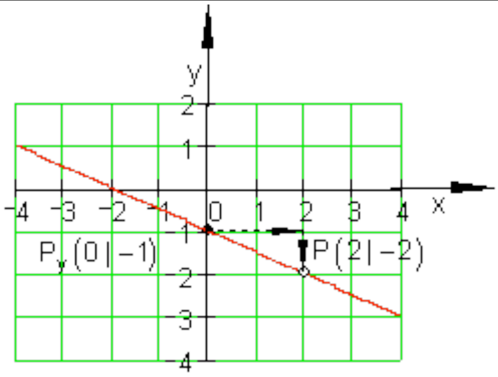
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کي غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کي رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښي له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کي ونیسو:

په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مخنخښي په واک یا تابعیت کي پورته یا کښته لور ته.

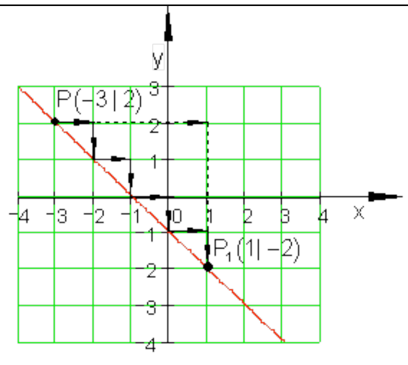
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چي هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

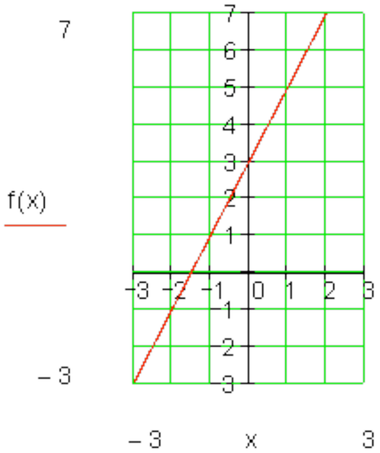
بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چي جګوالی یې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که ځلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چي یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له P څخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتیجې ته بیایي.	
بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ $a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کې غوځوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع ګراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښي مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $b = a_0 \quad \wedge \quad m = a_1$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بېلګه:
$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شميرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه يا پيژندل شوی بڼه راوړو:

y= $f(x) = a_1x + a_0$ يا $y = f(x) = mx + b$

تمرينونه۳:

K_fد f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدخيره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

الف – ايا ټکی $P(2,5 | 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A | 4)$ او $B(-2 | y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشميری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو يا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4 | 0)$. تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

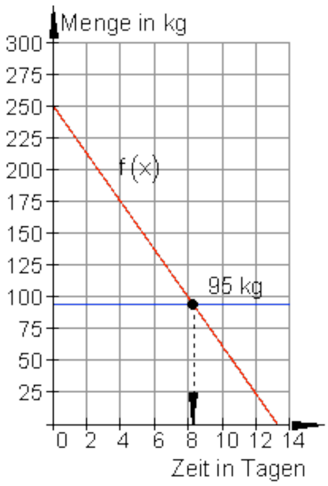
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې یې ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کې د95 kg پاتې غوړیو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو. بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتې سټ (ډېرى) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده. پیل ارزښت 250 kg دی. د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده. دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي $f(x) = -19x + 250$	ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام  وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندي باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \,|:19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوختکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \,|:19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسیږي.

2.1.7.د تمرینونو حل :

تمرین ۱ : تمرین ۱ : د D ټول ګنیز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکئ او د ګراف رسم یي وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعریف سټ $D = \{x \,|\, -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعریفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3,75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2,25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$$

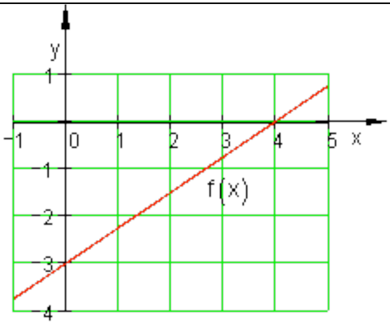
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W=\{y \mid -3,75\le y\le 0,75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

تمرين ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اینسوولو سره صفرځایونه و ازمایی.

حل :

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع یا غوښتکی:

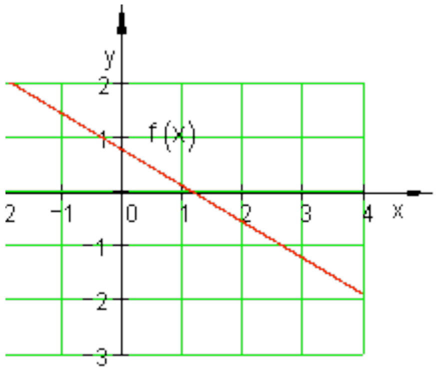
$$f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \left| \frac{3}{4}\right.\right)$$

د x– محور سره غوښتکی:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} \,\Big|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,\Big|\, \cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \left| 0\right.\right)$$



ازمایینت

$$f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{18}{24} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

دK_f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x) = 1{,}5x - 2;\ x \in \mathbb{R}.$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدښېره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5 | 1,75)$ ؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A | 4)$ او $B(-2 | y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A | 4):\quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow\quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow\quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|\, : 1,5$

$\Leftrightarrow\quad x_A = 4$

$B(-2 | y_B):\quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و2- g(x) =(3/2)x ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات| .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دويم - و ازمايی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچينه ييزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دريم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښيزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محوررونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښيز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ايا $P\left(\sqrt{7}\,|-1,54\right)$ يا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعريع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

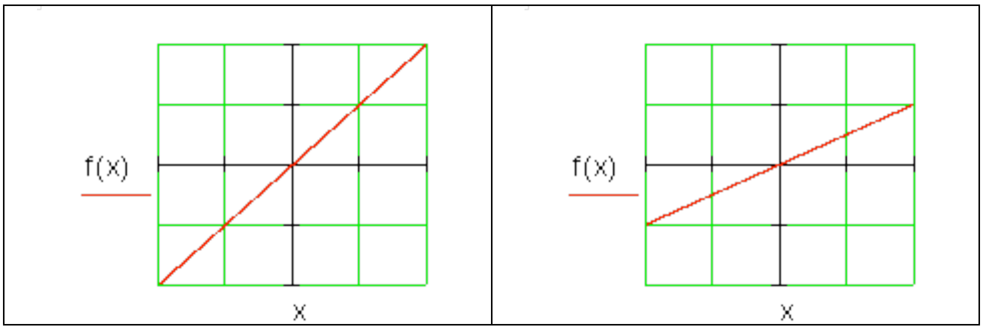
$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6?$ دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(يا دې داسې تغير ورکړ شي)، چې g او تغير خوړلي کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.
د تغير خوړلي کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی يا پيدا کړی.
اوم - کيدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلايل يې راوړی

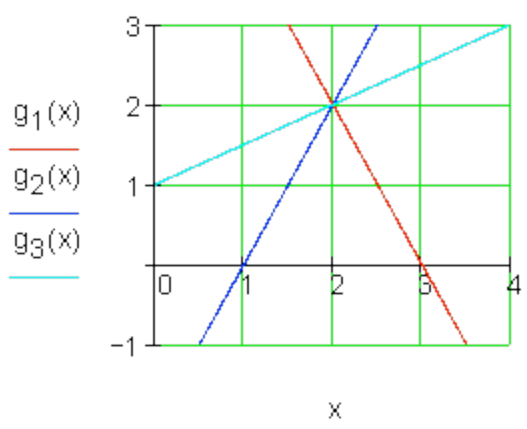
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتني

کرښيز مساوات يا - برابرونه II

لومړی –

	د لاندي برابرون له لاري کرښه g ورکړ شوي g(x) = 2x + 8,2 د څنګ څيري کرښه وټاکی، چي د g(x) سره غبرګه له ټکي(2 | 2)P تيريږي. د دي کرښي تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.

دويم –

ټکی (3- ;P(4,5 په کرښه چي صفر(سرچينه بيزه کرښه) پروت دی.

ټکی ((P(3;f(3 هم په دي کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

ټکي $A(1;3), B(-1;-7), C(2;-2)$ او $D(8;7)$ د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکی.

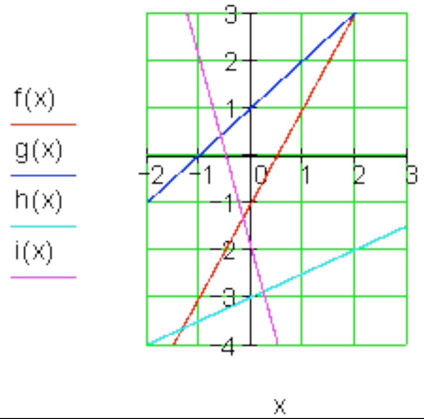
الف – $a_1 = -\frac{3}{4};$ له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5;$ له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او $f(0,25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېرې.

<table>
<tr>
<td>شپږم-
له ځنګ ځيرې ځخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي خخه تيرې کرښي د a_1 جګوالي سره

بيلګه:

يوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پيدا شي.

جګوالی: $a_1 = 1,5$ تکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشميرل شي.

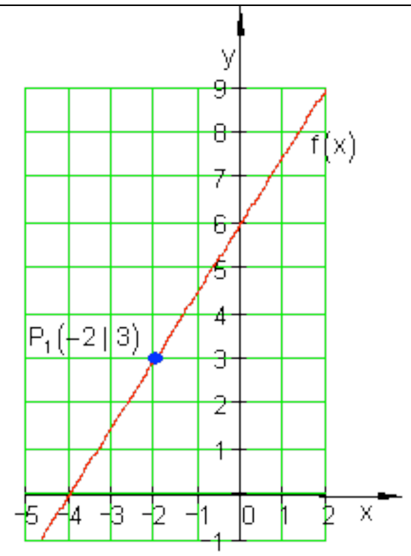
د $P_1(-2|3)$ لپاره ازمايښت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازمايښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$



بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځي 7,5 kg خوراک شته. دولس روځي، وروسته له هغي چي زيرمه له غذايي موادو ډکه شوي وه، هلته نور 250 kg پاتي دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چي دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره ستړ يا ډيری به دا د وښو زيرمه دولس ورځي د مخه ډکه شوي وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځي د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کي چي د يوې کرښي جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسي حالت کي شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربښوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د$P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3 | 4)$ $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

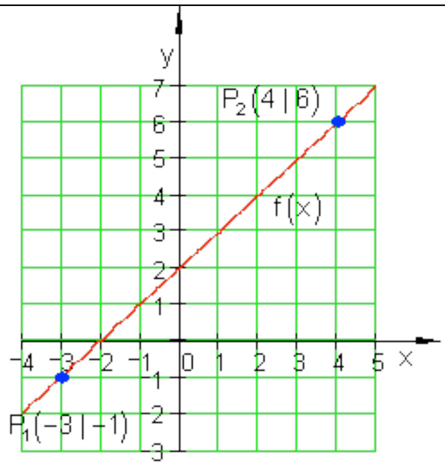
د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.

<table>
<tr>
<td>$P_1(-3 | -1)$ $P_2(4 | 6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:
$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګیدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازمایښت لپاره بې پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چي</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمايښت د $P_2(4|6)$ يا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بيلګه:

د فزيک څخه پوهيږو چې د حرارت معلومولو (تودوخۍ کچوني) لپاره مختلفې د تودوخۍ يا حرارت سکالا کارول کيږي. د څلزيوس سکالاCelsiusskala او د فارنهايټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزې اړيکې موجود دي.

$100\ ^0C$ برابرى دي د $212\ ^0F$ سره . $0\ ^0C$ برابر د ى په $32\ ^0F$ سره.

د يوه تابع مساوات غواړو پيداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کيږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه يا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

ځګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوى تابع x په C° کې کيږدى نتيجه يې ده.

د بيلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 \mid -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کي د کرښيزړومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کي په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$ چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکئ

۳.۸-تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د(f(x تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوڅټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تیریږي.

د(f(x تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \,\middle|\, 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه:

$f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$

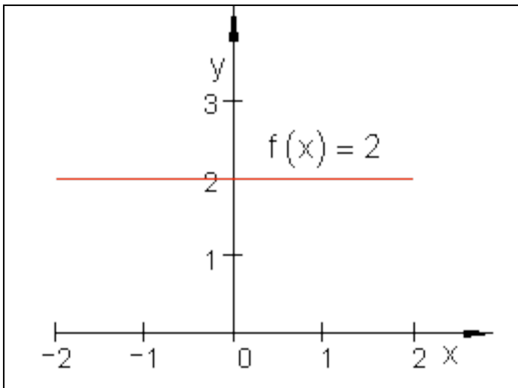
يو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کيږي.

x- محور هم يوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات f(x) = 0 سره.

د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.

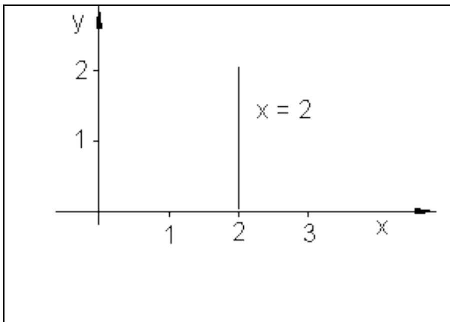


د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$

کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د يوه تابع مساوات سره نه شي ليکل کيدی، ځکه چې يواځنی تنظيم نه شته يعني تابع نه ده. د x = 0

y- محور مساوات دي.



بيلګه:

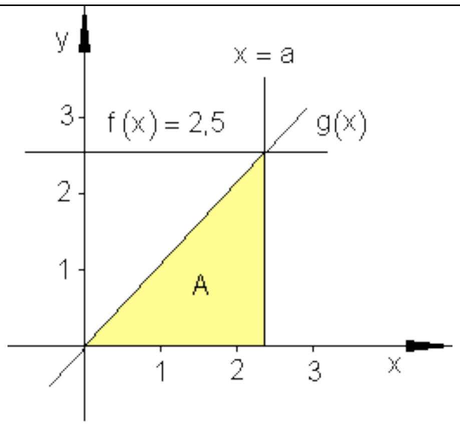
يو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د a > 0 سره.

يوه سرچينييزه کرښه g د(P(a | f(x تکي څخه تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کربښې سره يو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د g = a او

h=f(x) = 2,5 سره

د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2{,}5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \,|\, \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چې د سرچينې $g(x) = a_1 x$ $(a_0 = 0$ کربنه

د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چې د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 اوP_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بڼه په دې ډول ده:.$f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|- \frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږئ او د ارزښت سټ یا – ډېرئ W و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2;\ D = \{x | -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4};\ D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3;\ D = \{x | -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6;\ D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4);\ P_2(7 \mid -1);\ D = \{x | 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1);\ P_2(2 \mid -3);\ D = \{x | -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3);\ P_2(-7 \mid -1);\ D = \{x | -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4);\ P_2(4 \mid 2);\ D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېری پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = x - 5$ ب - $25 = x + 8$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېرى W.

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} \text{I} & 5y-3x=1 \\ \text{II} & x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} \text{I} & 4x+5y=32 \\ \text{II} & y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} \text{I} & 15y-4x=-50 \\ \text{II} & x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} \text{I} & 3x=y+15 \\ \text{II} & 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} \text{I} & 2y=2x-40 \\ \text{II} & 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} \text{I} & x+y=a+b \\ \text{II} & x-y=a-b \end{cases}$

پوښتنې

کرښیز توابع **XI**

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې د تابع$f_2(x)$ سره غوځیږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوځټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوځټکې د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په -7 کې غوڅوي، غوڅیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع f_1 (x) سره د دویمې کرښې څخه د تابع f_2 (x) سره ، چې له ټکيP_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د(f_2 (x جګوالی m_2 .

ب- تابع f_2 (x) .

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزي توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6);\ C(-1|5);\ D=\{x\,|\,-8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1\ ;\ [BC] = f_2\ ;\ [AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1);\ B(2|-4);\ D=\{x\,|\,-4 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

درېيم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 | 5)$کې غوځوي.

د$h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په يوه وضيه قيمتسيستم کې دريواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}; f_2(x) = -4x - 2; D = \{x \mid -10 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$$

د$f_1(x)$ تابع سره کرښه د دويمې کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودينات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پيدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 | 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په يوه وضعيه قيمت سيستم(پروت ولاړ سيستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف يې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\, f_2(x) = -4x - 2\,;\, D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x) = -2x + 2\,;\, f_2(x) = 3x - 6\,;\, D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4\,;\, f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}\,;\, D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

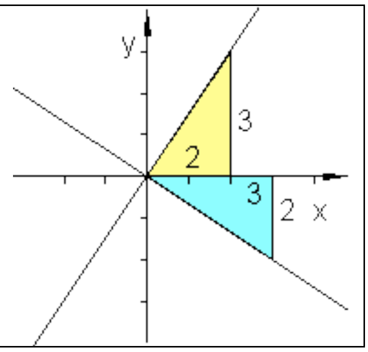
ت - $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1\,;\, f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}\,;\, D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوڅیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

له مخه تمرین: :Vorübung

د $f(x) = \frac{3}{2}x$ تابع ګراف په وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسی او جګوالی یې ولولی یا په ګوته کړی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کربښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کربښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسي $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کربښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسي $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

کربښي یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$a_{1g}=\frac{q}{h}$ او $a_{1h}=-\frac{p}{h}$

$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot(-\frac{p}{h})=-\frac{q\cdot p}{h^2}$ (1)

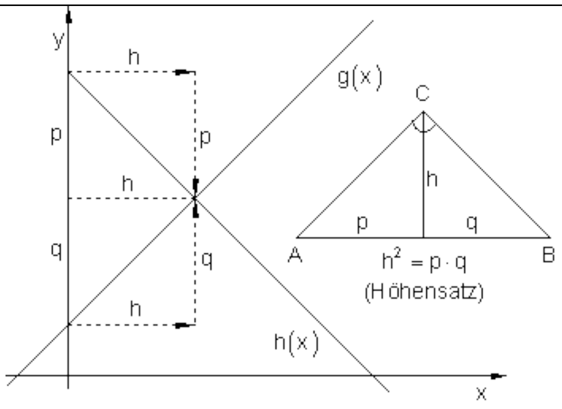
د جګجملي له مخي دی

$h^2 = p.q$

په (1)کي کیږدی

$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$

$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کرښي g او h غوځټکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی. د لاندي الماني پینتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g}=\frac{1}{2}$ wegen $g(x)\perp h(x)$ folgt $a_{1h}=-2$ $g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ und $h(x)=-2x+a_{0h}$ $S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$ $S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$ $\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ und $h(x)=-2x+7$	غوښتنه:دg کرښ تابعمساوات g(x) . د h کرښي تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D=\{\,x\mid -5\le x\le 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

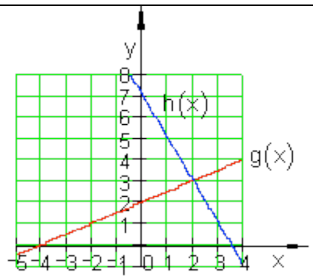
د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کرښوg او h غوځټکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کرښ تابعمساوات g(x) د h کرښي تابعمساوات(h(x) . د g او h ګراف د $D=\{\,x\mid -5\le x\le 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

له $a_{1g}=\frac{1}{2}$ $g(x)\perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h}=-2$

$g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ او $h(x)=-2x+a_{0h}$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$$

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوښتکی (د قطعه کيدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او) $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوښيدو) ټکی و ښايی او کرښي په يوه افقی-عمودي سيستم کي وښاياست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دويم - $g_1(x)=2x-1 \qquad g_2(x)=-2x+1$

دريم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

يا دا لاندي
د دوه کرښو غوښتکیډ دوه کرښو د $g_1(x)$ او) $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوښتکی وشميری او کرښي په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کي وکاړی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوڅتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید ستڼ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره د$K(x)$ مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

تول لګښت = $K(x)$ دK تولید ستڼ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x)=k\cdot x+K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهK_f هغه قیمتونه دي، چې که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسې(E(x= قیمتP . ډېرىx یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرې یا سټ د لاس ته راوړنې ډېرې هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x)=E(x)-K(x)$

پام (یادونه) :ږکه د(G(x نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که(G(x زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښت(K(x همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه(E(x .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپځیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېرۍ یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېرۍ سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړئ.

الف - تابع مساوات ولیکئ:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېرۍ فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

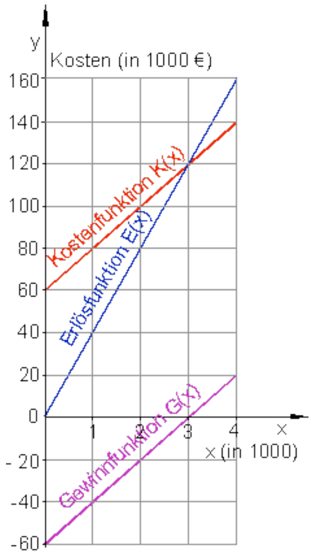
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرى يا – سټ کې د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ،، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولېيا پوله کيدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوځتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړای شي. د غوځتکی x کواورډينات د ګټې شولې يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواورډينات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه په يوه فابريکه کې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې .1000 000 Cd- Rohlinge
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميليونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستوواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کې سره راټول کړو، چيرته چې د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 000 100 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (GE 9).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلې پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټې په پولې Break-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرې یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښیزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښایی، چې له $P_1\left(\sqrt{k} \mid k\right)$ او $P_2\left(1 \mid 1\right)$ تیریږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k} + 1$ لري او د y محور په $P_y\left(0 \mid -\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم –

وښایئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کرښه چې له (P (2,5 | 0 تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0.5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکئ.

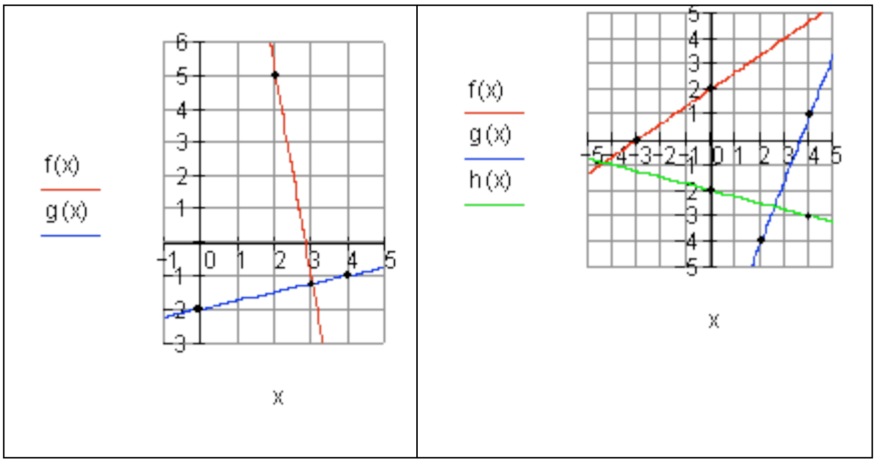
شپږم –

لاندې څیرې د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دواړو کرښو غوڅتکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x)=-3x+\frac{5}{4};\ g(x)=-x-1$ ب - $f: 2y-x=3;\ g(x)=-\frac{1}{2}x+4$

پ - $f(x)=-\frac{2}{3}x-1;\ g(x)=\frac{1}{6}x-4$ ت - $f: x=2;\ g(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x-4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x-4) = 2x-8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمايئ چې ايا کرښې g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف ـ $g(x) = x + 1 \;;\; h: 2y + x + 4 = 0 \;;\; i: 3y - 5x = 7$

ب ـ $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \;;\; h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \;;\; i: 2x - y = 3$

دويم ــ

د دوه کرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړې شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي $f(x) < g(x)$ ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

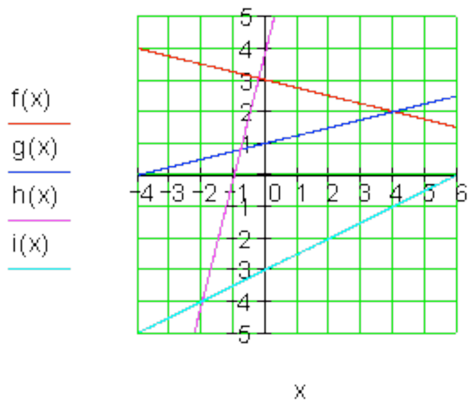
دريم ــ

د دواړو توابعو غوڅټکی وښايئ او په کواوردينات سيستم کې يې ګراف انځور کړئ.
$f(x) = 0{,}04x + 20 \;;\; g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم ــ

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکئ. ب- د f(x) او g(x) غوځتکي وشميرئ ، همداسي د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښې د کښلی شکل دباندي غوځوي. د قطع کېدو ټکي پيداکړئ ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زيات له زياته څومره غوځتکي لري؟	

پنځم –

دوه يو په بل نيغي ولاړې کرښې يو بل په S(-2 \| -1) کې غوځوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړئ.

شپږم –

کرښه h په کرښه g نيغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکئ.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

يوه مجله، چي د اخستلو € 2,20 قيمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپيږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چي د€ 0,20 نرخ کميدو په اساس مجله په5000 پوښه زياته خرځيدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو يې کميږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قيمت وښايې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتي په اخر کي دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کي ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسي وښایی.

د زیات کار وخت: x   اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$$P_2(27 \mid 3223) \quad \text{او} \quad P_1(43 \mid 3559)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسي   a0=   بتسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) = 21x + 2656 & \end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته بریښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh   کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh   پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

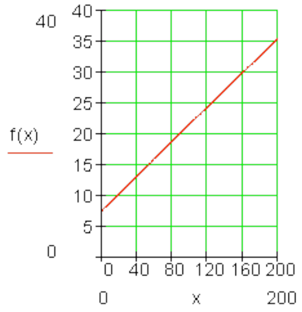
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو مياشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – يو دويم پلورونکی برېښنا په € 0,10 وړاندې کوي د مياشتې په € 10 بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اينبوونه:

$1\ kWh:\ 0,14 \cdot 1 + 7,50$

$2\ kWh:\ 0,14 \cdot 2 + 7,50$

....

$x\ kWh:\ 0,14 \cdot x + 7,50$

$$\underline{\underline{f(x) = 0,14 \cdot x + 7,50}}$$

د تابع ترم: $x \triangleq kWh\ ;\ f(x) \triangleq €$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-اينبوونه: f(x) = 0,14x+7,50 د مياشتنی شميرنې لپاره باور لري.

د ځلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 \quad P(x \mid 150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 = 150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 30 = 150,4 \mid -30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x = 120,4 \mid : 0,14$$
$$\Leftrightarrow x = 860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو مياشتو کې860kWh وو.

پ-

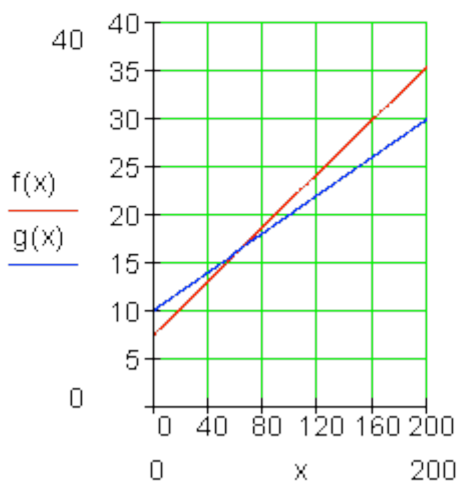
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x)
0,14x+7,50

دویم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوښتکي کې S نرخبرابر دي.

$$\begin{aligned} & f(x) = g(x) \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}04x + 7{,}50 = 10 ;\ -7{,}5 \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}04x = 2{,}5 \mid :0{,}04 \\ \Leftrightarrow\ & x = 62{,}5 \end{aligned}$$



بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} & f(x) = -7,5x + a_0 \\ & P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250 \\ & \qquad \Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90 \\ & \qquad \Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}} \end{aligned}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت $x = 0$ دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$\begin{aligned} & f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340 \\ & \qquad \Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid : (-7,5) \\ & \qquad \Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7 \end{aligned}$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخيره بيرته ډکه شوې.

بيلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، د مياشتې بنسټيز قيمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرايط دي :

هر د خبرو دقيقه € 0,08 قيمت لري، د مياشتې بنسټ قيمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0,08x + 5 \qquad HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | - 0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | - 5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HP:

$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | - 5 \\ &\Leftrightarrow 0,08x = 20 | : 0,08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

HB:

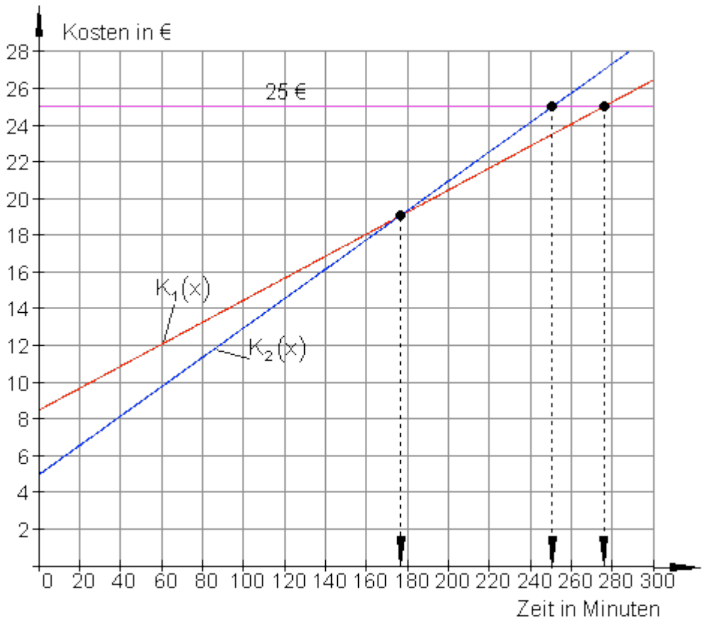
$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | - 8,5 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښځ د HP € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ $k_v = 300$ دی.

یخوونې هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع$K(x)$ پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې $E(x)$ده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره $G(x)$ ده.

ب – د کوم تولیدېږی سره به د ګټې پولې یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000\,€$
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300\,€$
د خرڅلو قیمت:	$p = 375\,€$
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نه‌کیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 تولیدډیری سره فابریکه‌ګټه کوي.

د ګټې پولې کي لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د میاشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکۍ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړۍ.

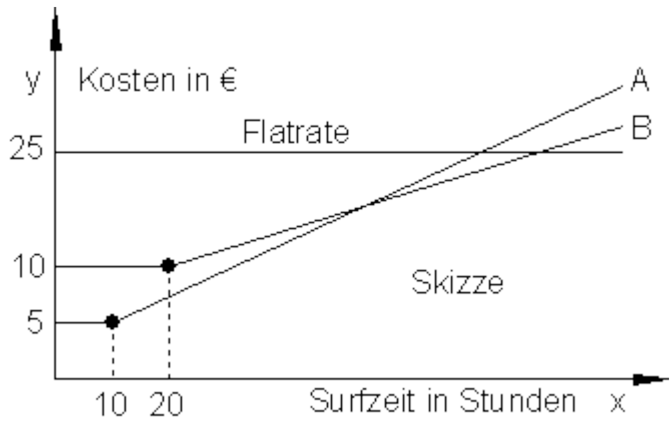
پ – روښانه کړۍ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرۍ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلیت ریټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائځې 5€د بنستلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنستپيسې راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10 | -4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

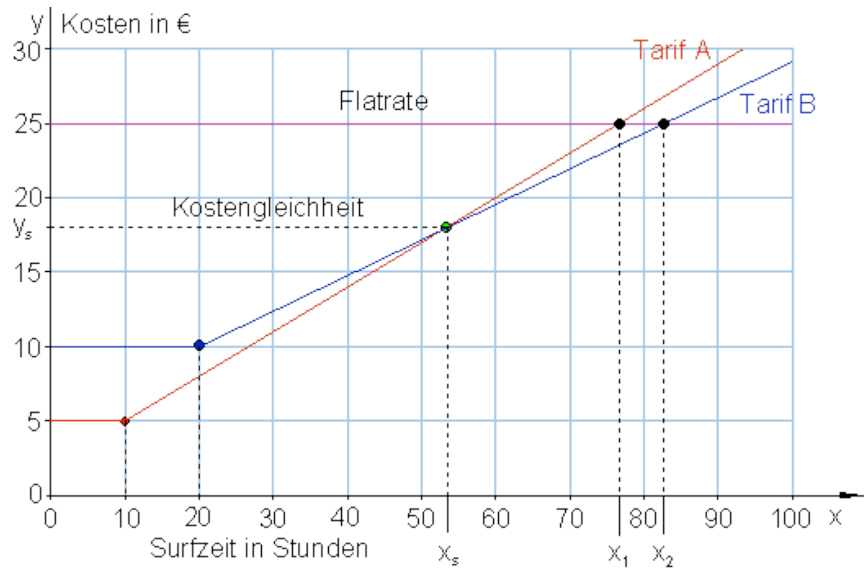
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکې کې لګښت برابر دی.

تر 53 پورې د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کرښو کې دي دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x)=K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x+2=0,24x+5,2 \,|\, -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x+2=5,2 \,|\, -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x=3,2 \,|:0,06$$
$$\Leftrightarrow x=x_s=\frac{320}{100}:\frac{6}{100}=\frac{320\cdot 100}{100\cdot 6}=\frac{320}{6}=\frac{160}{3}$$
$$=53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right)=\frac{3}{10}\cdot\frac{160}{3}+2=16+2=18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x)=F(x) \Leftrightarrow 0,24x+5,2=25 \,|\, -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x=19,8 \,|:0,24$$
$$\Leftrightarrow x=x_2=82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –

د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –

په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $x - 5 = 9$ پ - $8 + x = 25$ ت - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ټ - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.

پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کي موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنی چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنی چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چي توتهینه د$1\ m^2$ بنسټ سطحي سره لري په ساعت کي 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې دکچګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب يي هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومي د مارکي ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چي دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسي باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتي ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کي د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغرني روغتون کي کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کي باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتي په اخر کي دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کي43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت تول معاش.

دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند گراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

ب- کومه ډېری يا سټ باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتي بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لگښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتي € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپر غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د گرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلگرمی ماشين ايښرل شوی. € 25000 د نرژی کلني لگښت راځي. د لرگرمی له لارې يوځلي € 50000لگښت راځي. په دې پسي د رنژی لگښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسي ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لگښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوږې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: f (100); f (250); f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښيز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ځښاک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ځښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګټون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کي د سپماتوان تشریح کوي. تابعK اوS ګرافيکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دريم –

يو اوسپنه وړونکی اوږد دی او د پړسېدني ضريب يې $l_0 = 85\ m$

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. يو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني بارووړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغير سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شميرئ.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی بايد څومره اوږدوي، چې د25 K تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغير 25 mm وکړي؟

پوښتني

کرښيز توابع برخه XVII

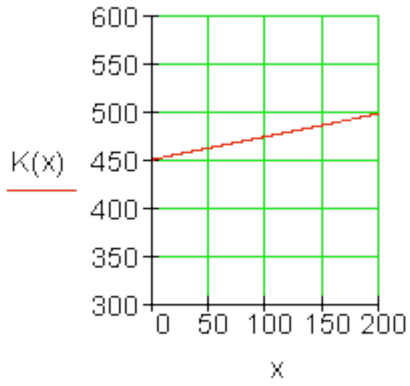
لومړی: څيره د يوه کرښيز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا سټ واحدونو(ME) توليد سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستڼ واحدونو(ME) تولید سره تول لګښتK ورکړئ.

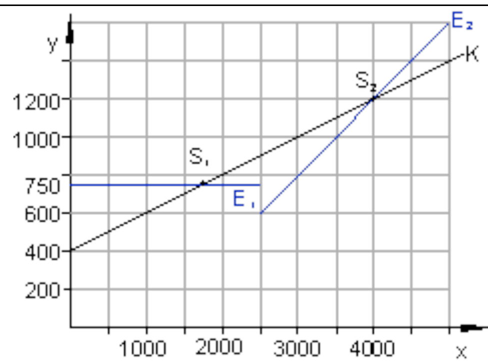
ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راورل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.



دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کربنیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولیدد څومره ګران دی؟ د لبنت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پوري یو تول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کربنیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندي کومنتار ورکړئ.



دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(ښکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

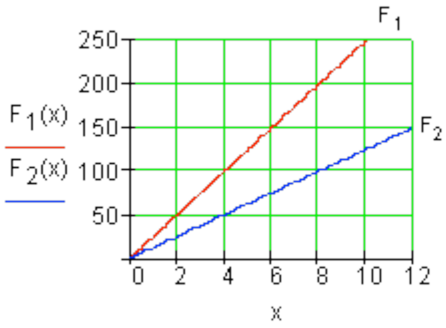
الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالى تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلى زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟



ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دى؟

پوښتنې

کربنيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې 2,5 m^3 سره ټولیږي. ډېران یو د 17 m^3 ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات 50 m^3 سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنئ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشريح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کيږي(Interpretation).

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپيته دقيقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د مياشتې اتيا دقيقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لګښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

يو کيلوواټ قيمت په يورو	د مياشتنی لګښت په يورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلړواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کي د کرښو غوځتکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړشوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښي تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)ځنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لاري ورکړ شوي ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کي وکاږئ.

الف ـ $K_f : 2x - 3y = 7$ ب ـ $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ ـ $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f: \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f: -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ــ $K_f: y=\sqrt{3}(x-2)$

دويم: کرښيز تابع $f(x)$ د $f(x)=1{,}25x+1{,}5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشميرئ: $f(0); f(-1{,}5); f(0{,}7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قيمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتيز) دي؟

ت- وښايئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دريم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په يوه کواورديناتسيستم کې يې گرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3{,}5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1{,}25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرگو مساوات و کرښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(1|3-)P له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواورديناتسيستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندويو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1{,}5(x-2)\ ;\ h(x)=1{,}5x-2\ ;\ i(x)=1{,}5(-x)\ ;\ j(x)=1{,}5(2x)$

شپږم: فيرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"توليدوي. دا په توليد کې منځ ته راغلي لګښونه د د توليد شوو دانوتعداد پې واک کې يا تابع دي. د x = 100 دانو په توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په توليد سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډیرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د K(x) (دلګښت تابع) او E(x) (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکربښه اړه لري؟

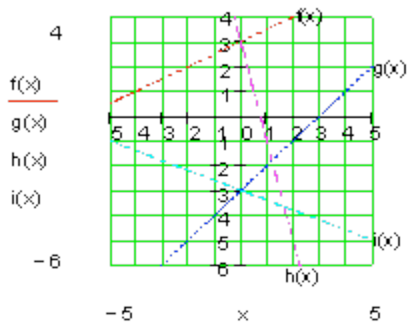
خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1: \quad f(x) = -4x + 3$

$g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3: \quad f(x) = x - 3$

$g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$



کربښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کربښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرى يا ــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و ګښوئ، چې ګښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) اوh(x) ورکړى. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکئ، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right) ; P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0{,}25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1{,}5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالى $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3 . د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وےټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنۍ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کرښنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسي سیستم له دوه برابرونونو یا مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سرى حل ته ورسيږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي اینبوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم: $5x - 2y = 1$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
(I) $5x - 2y = 1 \mid \cdot 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$ (I) $7,5x - 3y = 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضریبونه (ترمخ عددونه یا څلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
(I) $7,5x - 3y = 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$ \} + $10,5x = 10,5 \mid : 10,5$ $\Leftrightarrow$ $x = 1$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي يي حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي اینبوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow y = 2$	دریم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کي کیږدئ او **y** پسي يي حل کړي. څلورم: حلسټ یا حلډېرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$L=\{(1\mid 2)\}$	

پنځم:

ازماېښت د اېښوونې له لارې

$$(I)\quad 5x-2y=1 \Rightarrow 5\cdot 1-2\cdot 2=1 \Leftrightarrow 5-4=1 \Leftrightarrow 1=1 \quad (w)$$

$$(II)\quad 3x+3y=9 \Rightarrow 3\cdot 1+3\cdot 2=9 \Leftrightarrow 3+6=9 \Leftrightarrow 9=9 \quad (w)$$

مساواتسیستم	د اېښوونې تلنلار: د اېښوونې تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارینت 1
$(I)\quad 5x-2y=1$ $(II)\quad 3x+3y=9$	
$(I)\ 5x-2y=1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x=2y+1 \mid :5$ $\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}$	لومړی: مساوات**(I)** د **x** پسې حل کیږي.
$x=\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x+3y=9$ $3\left(\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}\right)+3y=9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y+\frac{3}{5}+3y=9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y+3y=9-\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y=\frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y=42 \mid :21$ $\Leftrightarrow y=2$	دویم: د بنې اړخ مېندل شوی ترم په مساوات **(II)** کې اېښول کیږي او د **y** پسې حل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینسول کیږي، دا بیاپه **x** پسې حل کیږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in } (II): 3x + 3y = 9$$

$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$\underline{\underline{L = \{(1 \mid 2)\}}}$$

پنځم: د اینسولو له لارې حل

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسید ستم د حل پلونه(قدمونه) د اینسولو تلنلار لپاره

واریانت 2

$$x - 2y = 1$$

$$x + 3y = 9$$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل کیږي.

$$9 \mid -3x$$

$$9 - 3x \mid : 3$$

$$3 - x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دښي لور ميندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کيږدئ او په **x** پسې يې حل کړئ.

3.

$x + 3y = 9$

دريم: د **x** لپاره ميندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساوتو کې اېښوول کيږي، او دا بيا د متحولې **y** پسې حل کيږي.

$= \{(1|2)\}$

څلورم: جلسټ وليکئ

پنځم: ازماېښت د اېښوولو له لارې

$$\text{(I)}\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$\text{(II)}\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنلارې د هغه د واريانتو سره په يوه ټکلي مساوتسيستم وکارول شو. که څوک يوګونې تلنلارې ټيک وګورې، پيژني، چې په واريانت ۲ کې لږ د شميرلو کار غوښتونی دی.

په يوه ټاکلې تلنلار د شميرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسيستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسيدی شي. د دې لپاره نو يو څو بيلګو ته اړ يو. لاندې بيګې دې د دې لپاره يوه کوچنئ مرسته وي، چې مناسب د حل – يا ځواب تلنلار پيداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینښوونه$y=7x+8$ $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 1}}$ حل: $L=\{(-1\|1)\}$ ازمایښت $(I)\ \ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$	$(I)\ \ y = 7x+8$ $(II)\ y = -2x-1$ د برابر اینښوونې لار $7x+8 = -2x-1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = -1}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

y=3 ایښوونه په (1) کې 2x+4y=8 $2x-12=8 \mid +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \mid : 2$ $\Leftrightarrow x = 10$ حل: $L=\{(10\mid -3)\}$ ازمايښت $(I)\ 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$ $\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\ (w)$ $(II)\ 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$ $\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\ (w)$	$(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35$ د جمعي لار: $(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35 \mid \cdot(-1)$ $(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ -2x+5y=-35$ + $9y=-27 \mid 9$ $\Leftrightarrow y=-3$

بیلګه ۳ :

X=1 په (1) کې کيږدئ x+2y=5 $1+2y=5 \mid -1$ $\Leftrightarrow 2y=4 \mid : 2$ $\Leftrightarrow y=2$ حل: L= {(1|2)}	$(I)\ x+2y=5$ $(II)\ -x+y=1$ د ایښوونې لار; (II) په y پسې حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کي کيږدئ x+2y=5 $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2=5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x=1}}$	ازمايښت $(I) \quad x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5 \ (w)$ $(II) \quad -x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1 \ (w)$ wد رښتيا لپاره

بيلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

5- = y اینوونه په کې $(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ حل: ازمايښت	$(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ $(II)\ \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زياتون يا جمعي لار: $(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$ $(II)\ \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid : (-2)$ $(I)\ \frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ $(II)\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) $-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\;|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\;|:(-2)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=-2\end{aligned}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\;|\cdot y$$

$$-10=2y\;|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\;|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\;|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\;|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2\,|-5)\}\quad x,y\neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\;(w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\;(w)$$

دا پورته پهورپورته ځاى كېرځي. كښته هم همدا دى.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\} \quad x, y \neq 0$

Probe:

$$(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

یادونه:

مساواتسیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفسټ باید ورکړ شي. داسئ مساواتسیستم کربنیز نه دی.

د رسموني لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} &(\mathrm{I}) && x - y = -2 && L_{I} = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);\ldots\} \\ &(\mathrm{II}) \wedge && -2x - y = 1 && L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);\ldots\} \end{aligned}$$

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{aligned} &(\mathrm{I}) && x - y = -2 \,|\, +y \\ &(\mathrm{II}) && -2x - y = 1 \,|\, +y \\ \hline &(\mathrm{I}) && x = -2 + y \,|\, +2 \\ &(\mathrm{II}) && -2x = 1 + y \,|\, -1 \\ \hline &(\mathrm{I}) && x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ &(\mathrm{II}) && -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \end{aligned}$$

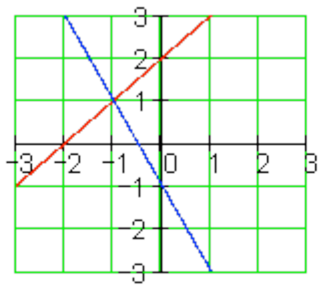
په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اينبوول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_{I}	0	1	2	3
y_{II}	3	1	−1	−3

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړي د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-ډېرئ: L={(-1|1)}



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزي) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوځې کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعنې کټمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناتیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	(I) $10x+4y=4$ (II) $5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ (I) $10x+4y=4$ (II) $-10x-4y=-2 \mid$ + $0=2$ نو دا ناتیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي $L=\{\}$

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	(I) $10x+4y=2$ (II) $5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ (I) $10x+4y=2$ (II) $-10x-4y=-2 \mid$ + $0=0$ له دې لاس ته راځي ربښتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{cases} (I) & 5y - 3x = 1 \\ (II) & x = y + 1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} (I) & 4x + 5y = 32 \\ (II) & y = 5x - 11 \end{cases}$

پ- $\begin{cases} (I) & 15y - 4x = -50 \\ (II) & x = y + 7 \end{cases}$ ت - $\begin{cases} (I) & 3x = y + 15 \\ (II) & 2y - 10 = 2x \end{cases}$

د ويم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{cases} (I) & 2y = 2x - 40 \\ (II) & 3x = 10 - 2y \end{cases}$ b) $\begin{cases} (I) & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ (II) & \frac{x}{4} + y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (I) & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \\ (II) & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \end{cases}$ d) $\begin{cases} (I) & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \\ (II) & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \end{cases}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستیپل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

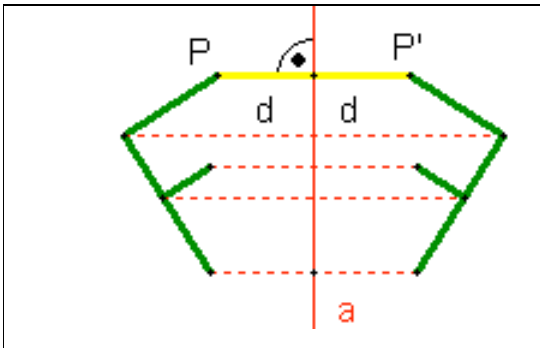
۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځیره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي ’P داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محورa منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

دا لاندي ځیره په محورa د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په ’P د a په محور داسي منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او ’P له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي



په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي ’P د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښي نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

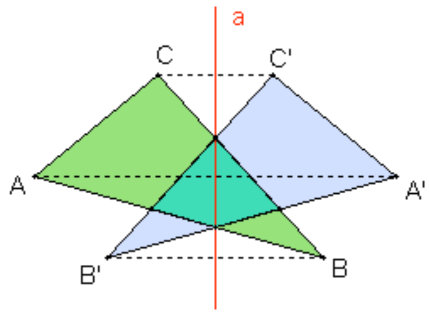
۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کیږي

۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

<table>
<tr>
<td>په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی.

گورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A'B'C' منعکس شوی دی يا مثلث A'B'C' د مثلث ABC انعکاس دی .</td>
<td></td>
</tr>
</table>

فعاليت ۱ :

په پورته شکل کې دې شاگردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکي دې وښايي.

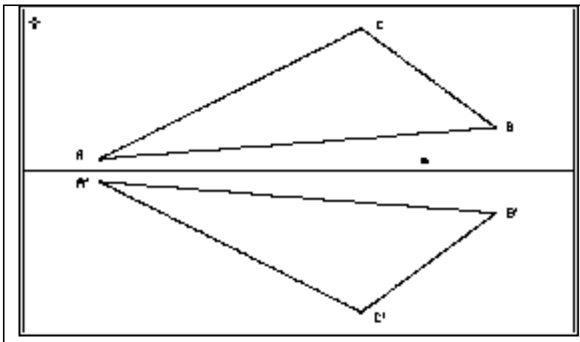
تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت ۲ :

۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ.
دا په محور m انعکاس دئ او
وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي
منعکس شوی.



۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خویونه وښايي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

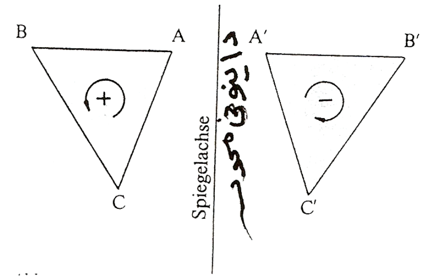
الف) په x محور منعکس کړئ

ب) په y محور منعکس کړئ.

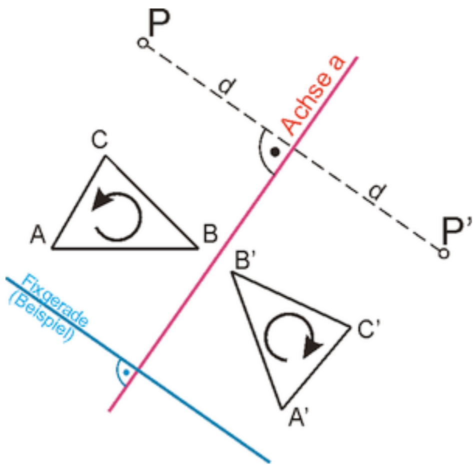
۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکئ.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

که مخامخ شکل ته ځیر شو، گورو چي مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه یې صورت نیولی - تشریح کړئ.

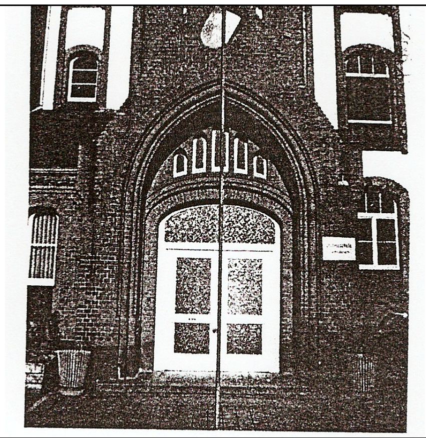


۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتريSymetry

لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي



پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسې انعکاس منځ ته راشي، چې دا شکل په خبل ځان منعکس کړي.

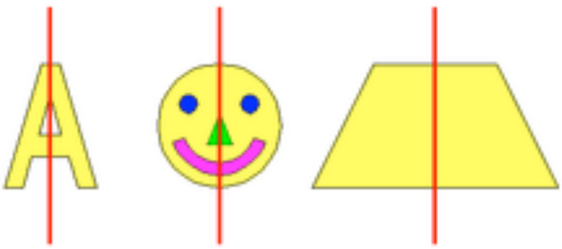
فعالیت۱ :

په مخامخ شکلونو کې څه ګورئ؟

ایا دا شکلونه متناظر دي؟

که هو ، نو دلایل یې راوړئ.

نور خویونه یې هم وڅیړئ.



فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چې سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشريح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

١) محوري متناظر :

تعريف :

يو مسطح شکل محوري متناظر بلل کيږي، که په يوه محور s داسي انعکاس صورت ونيسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ١ :

الف: مستطيل جي ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: يو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

٢) مرکزي متناظر:

تعريف :

يو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کيږي، که يو ټکيS داسي موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

٥ . ٢ ـ مرکزي متناظر شکلونه

بيلګه ٢ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشريح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا ځېره زده کوونکو ته د کربښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

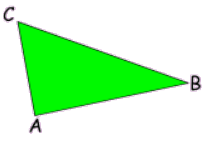
۱) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

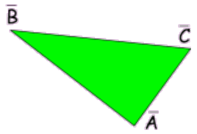
۲) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه يا وحور دئ؟

۳) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطيل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې ځېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





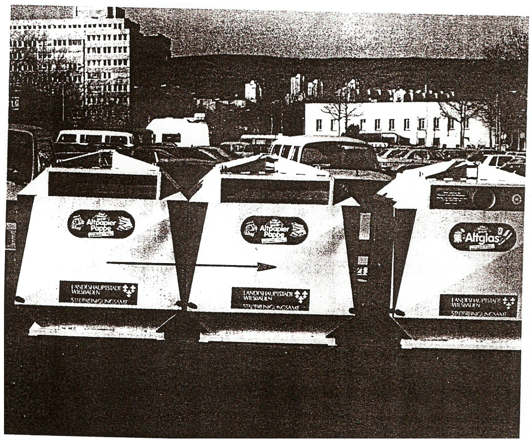
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



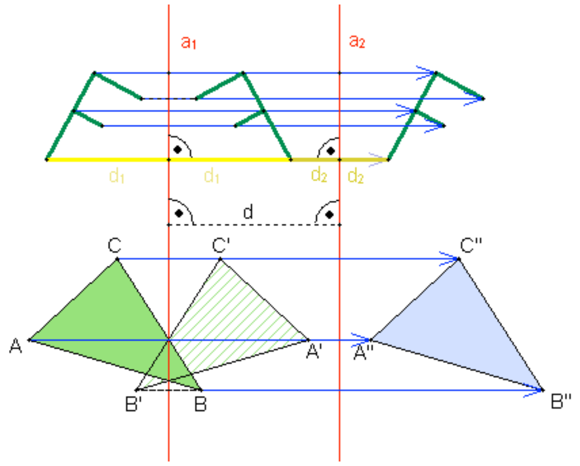
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



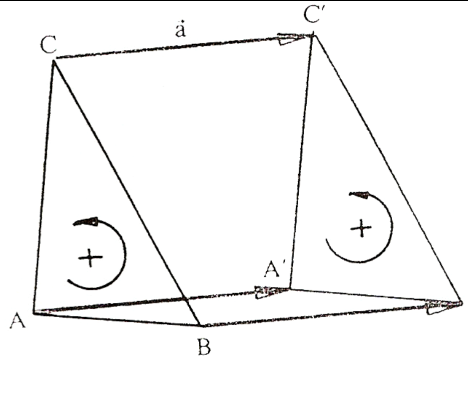
په پورته شکل کي په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني يا انتقال خويونه:

دوه واره هنداروته په غبرگ محور د d فاصلي سره همغه فاصله (قيمت) لري، لکه د يوي 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کي روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرگ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دي مانا، چي په غير له دي بل داسي انتقال نه شته.

په لاندي شکل کي د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې ad په اندازه انتقال دی، چي په نتيجه کي يي مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کي د شکل لور هم همغه ده. ياني گورو، چي په انتقال کي شکل نه په ځټ کيږي

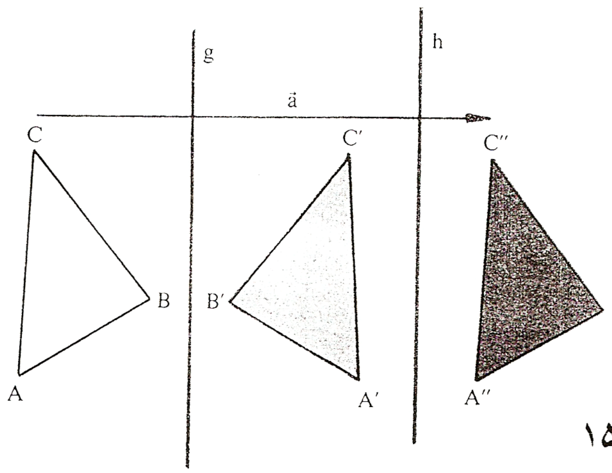


(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- کميت سيستم کې دې زده کوونکي يومثلث ABC رسم کړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدى شي، چې د زده کوونکو په مينه يو کل او يا يوه بله بڼه ځېره هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه څومره انتقال کيږي.

۵ . ۴ - د وړنې يا انتقال د جوړولو څيرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کى رأس الزاويي او په دايرو کې مرکزونه په يو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړى (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرگ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنى نقطي د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوى. (د دايرې په انتقالولو کى : په اخر ټکي د r وړانگي په اندازه دايره ووهى)
انتقال ځاي په ځاى ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا کتمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)



څيره ۱۵۶

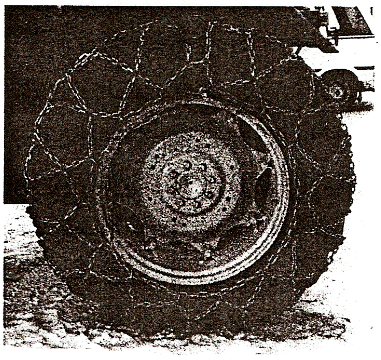
په يوه ځانگړي ډول يو په بل پسي په ډېرو محورونو انعکاس دې په دې ځاى کې ياد شوى وي.

۵ . ۵ - څرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند :

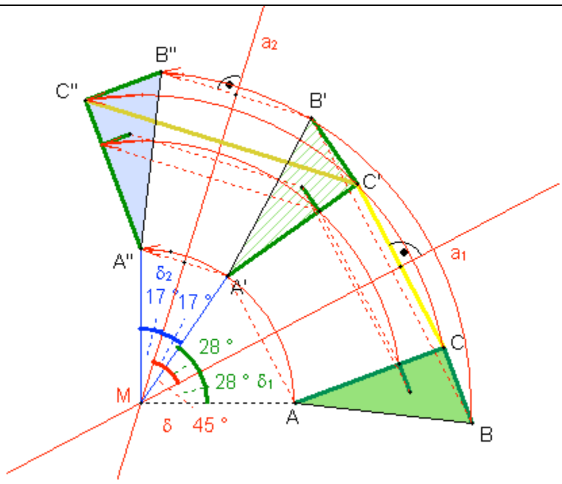
که د يو ه شکل هر ټکی P په يوي
دايرې په ځاي په ځای ټکي M په
کونج ✈ په ورانګه $\overline{MP}$
وڅرخي يا دوران وخوري ، نو يو
شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په
څرخو نټکي M څرخون بلل
کيږي.



په لاندي ځېره کې يو دربګوډی په دوه زاويو او له دې امله په دوه محوررونو څرخي.

د دوران خويونه

په محوررونو دوه واره هندارونه،
چې په 🛡 کونج په ټکي M
کې يو بل قطع کړي، په ټکي M
باندې د يوه دوران سره
مساوي دي، که د دوران زاويه
🛡🗗 ● ✈ وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کې که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس
په څومره لوي وي؟

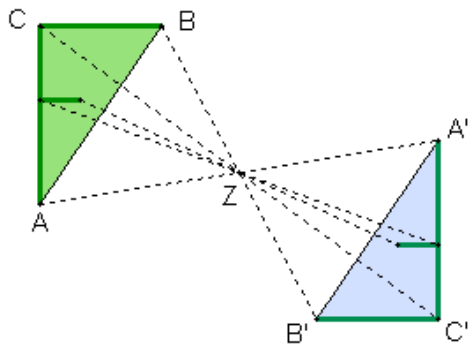
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او ''C تر منځ شعاع او همداسي د قوس لويوالی به د وران کې د B او ''B د قوس سره تفاوت ولری؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پيژند:

په ټکي Z يو دوران د دوران د زاويې °180 سره يو مرکزي انعکاس دی. Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کيږي. .



په ټکي د منعکسوني يا په ځټکوني خوي

يوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه يو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نيميږي.

فعاليت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښايی

(c) ketabton.com: The Digital Library

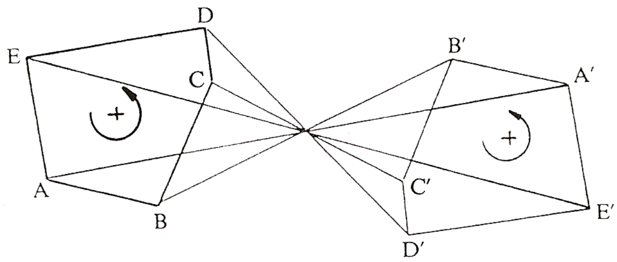
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېړه دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تېر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي P' داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

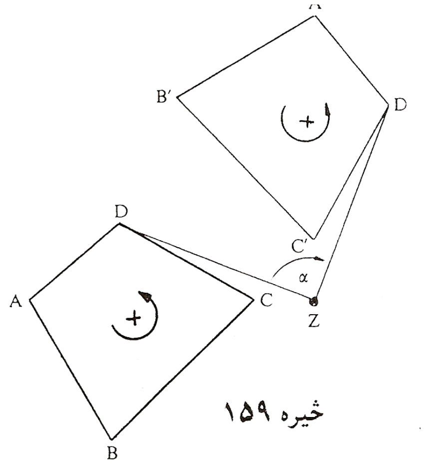
(c) ketabton.com: The Digital Library

$W(PZP')=\mu$، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دئ. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوې(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

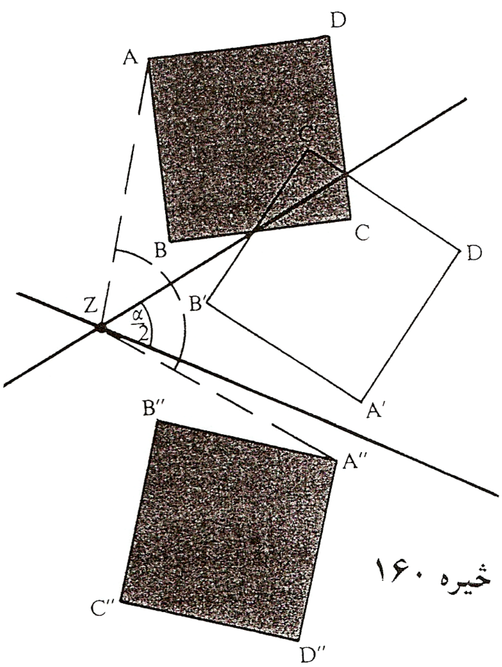
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ – په ټولو په نخښنه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوئ (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهئ). دوران په همغه لور کونګروانیڅ څېره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

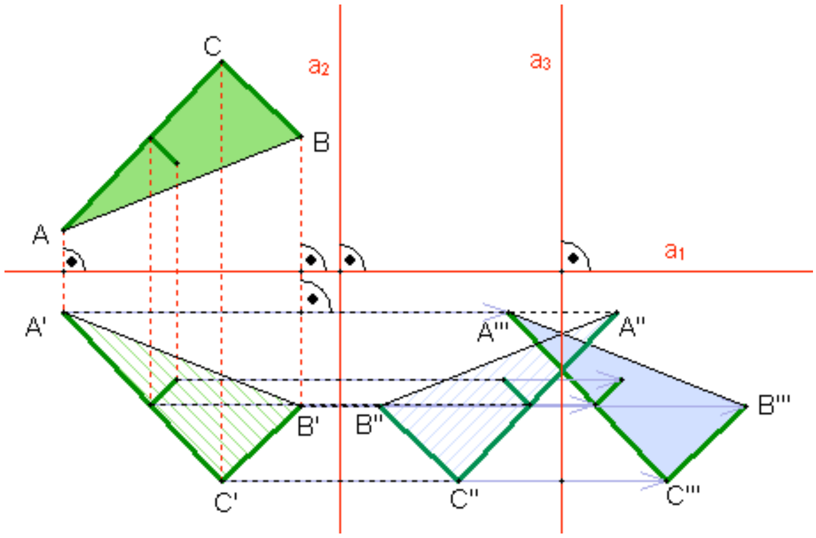
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هنداورنه د محورهنداروني یوه یو پربل پسي هنداورنه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندې ځېره دې وکتل شي.



د خوی هنداروني خوې:

یوه خوی هنداورنه کېدی شي، چي په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هنداروني له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

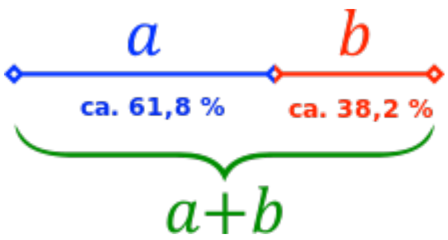
موړ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وخېږل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅې

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ښانګړی د وېشني نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته سره شایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلايي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته ځان و لوي توتې ته داسي نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتې ته داسي ده، لکه لویه توته د لوی توتې او کوچنی توتې جمعې ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د كينې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1| \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M}| \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau}| \ .\tau$$

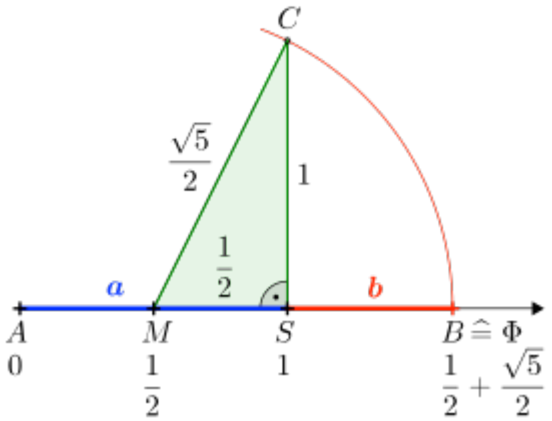
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

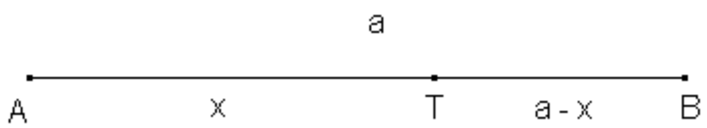
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1,61803398874989484820$



ټوټه کرښه a دې وركړ شوې وي



د [AB]ځخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

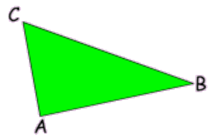
(c) ketabton.com: The Digital Library

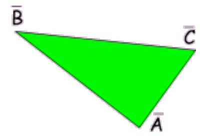
$$\frac{x}{a} = \frac{a - x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

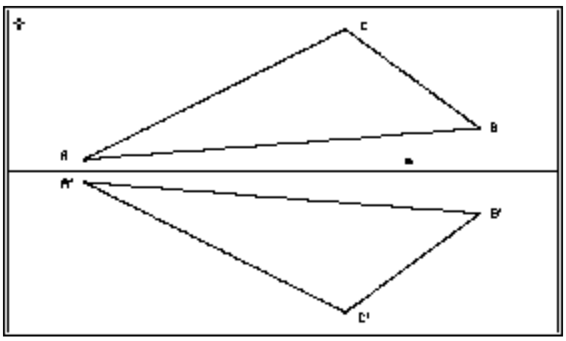
د حل سټ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a - x}{a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي







(c) ketabton.com: The Digital Library

خيره ۱۴۹

پيژند : هندسي شکلونه کونگروينخ (برابر) بلل کيږي، که په فورم ، بڼه (څيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروانیخ څیرونه د کرښې اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیخ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیخ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیخ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیخ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیخ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروانیخ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیخ بیرته راګرځیدلی یا په شټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیخ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوشیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیخ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوړ ی کونګروانیخ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

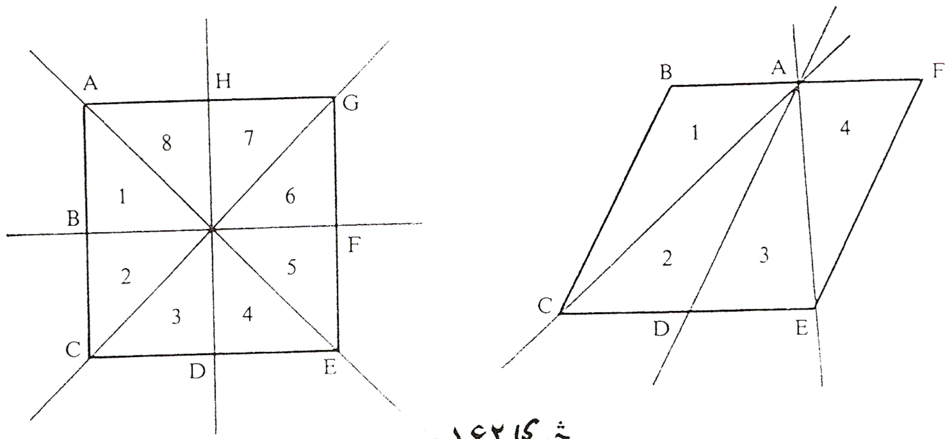
کونګروانیخجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونګروانیځ جملو په مرسته وښایي، چی غوڅکرښی پیلځیږ په کونګروانیځ برخو ټوټه کوي.



شکل ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅېټکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښايي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګروراینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅېټکي دي).

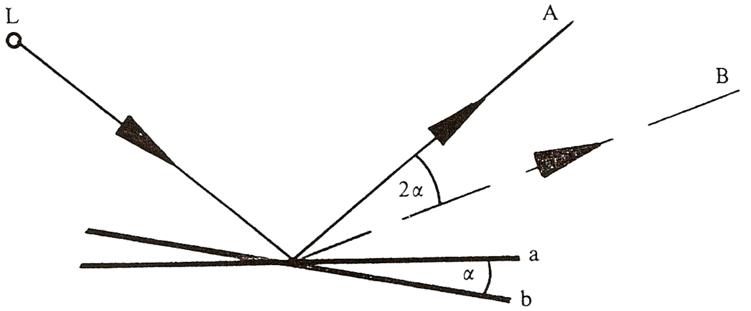
۶ – څومره کورونتځیرونی موجود دی چی لاندې ځیرې یی په خپل ځان ځیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کټمټځیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په ځیره کی له پورته لور انځوریږي.

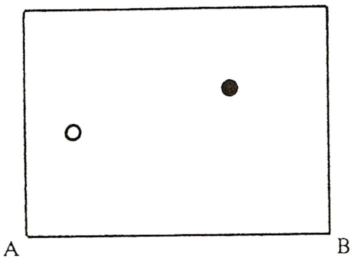
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هندارونی یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول– یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

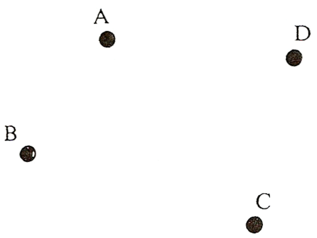


څیره ۱۶۳



څیره ۱۶۴

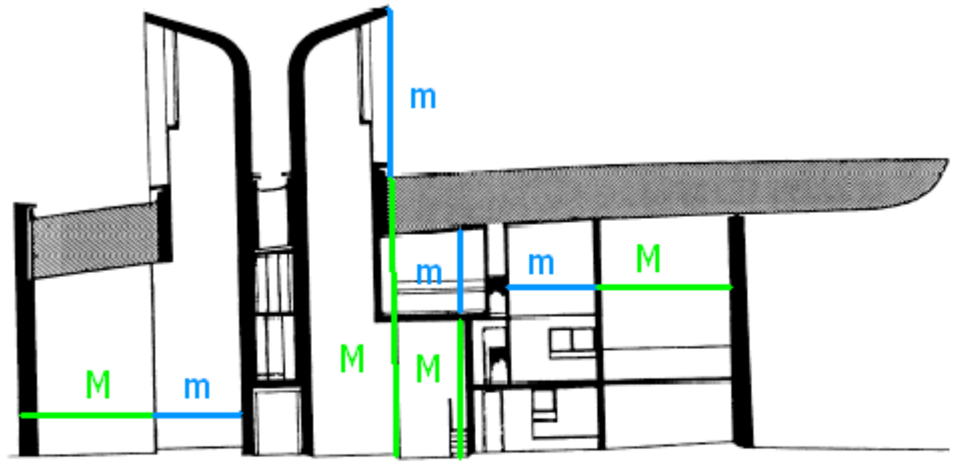
۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول
شوي يو سپين او بل تور. د کوټې له
ديوالونو څخه توپ بلې لور ته نه
شي تللی سپين توپ دې داسې ووهل
شي چې تور توپ ووهي.دا د اينه ونی
یا انعکاس د قانون سره سم په ديوال AB
لګيږي. (څيره) د کرښو لار وکاږی
« تورتوپ – اينه ټکی یاانعکاسټکی –
سپين توپ»



څیره ۱۶۵

۹ – دا د يوه کور څلور برجونه دي، چې
په A,B,C,D سره يې ښايو (څيره)
داسې يو ځاي S شته ، له کوم چې برج A
د برج C څخه يا سره پټ شي او برسيره پر دې له
دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په څير ښکاره شي يا ځان وښايي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

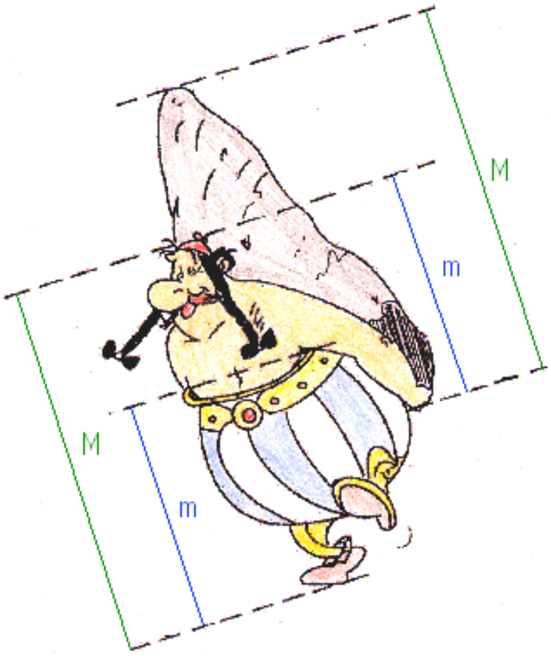


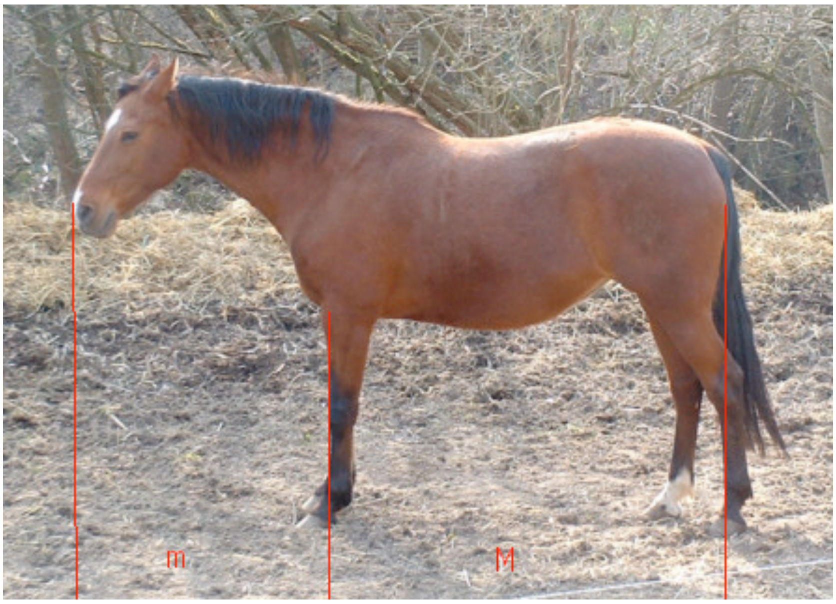
د يوه کور پروت غوڅې يا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اينجنير لو کوربوسير (1887 – 1965) *Le Corbusier* په ډېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولې

دا لاندې شکل هم د يوه طلايي غوڅي دسټ لپاره يوه بله بيلګه ده، چې پيدابښتي يا په طبيعت کې يې لرو ستاسو سرګرمۍ له پاره

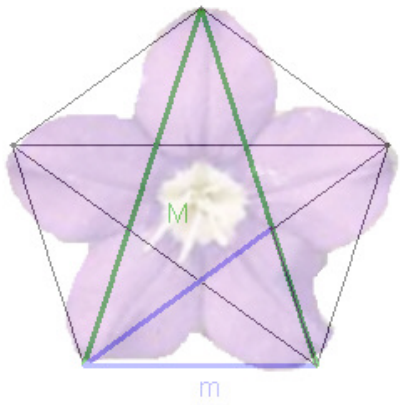
(c) ketabton.com: The Digital Library





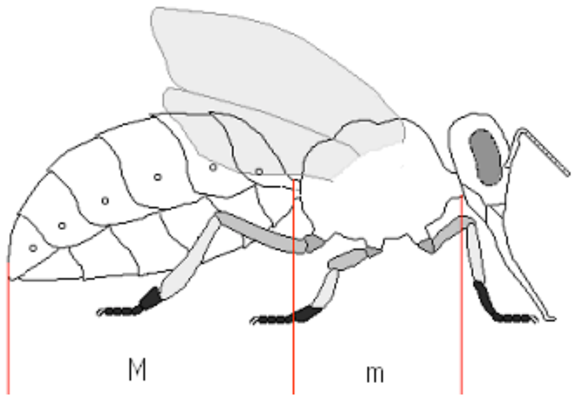
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوټي یا مخمس کې طلایي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د ا لانـدې د دریـګوډیـکچبرخه پـه نـهم، لـسم، اویـولـسم ټـولـګي لـوستل کـیږي. زه دا ټـول پـه هره بـرخه راوړم، چې ګران لـوستونـکي ورڅخه اړونـدګـټه واخستل شي

۶ - دریـګوډي کچ یا تـریـګونـومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنې په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(موږ یې تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پورې تعقیبیدې شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونې، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې ربښتینوالی یا واقعیت کې نغښتې، چې د دې په مرسته د پایکربښلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحې یا په بله عبارت د زوړي او پیچومې لیکتختې(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمې هر چیرې د زوړي او پیچومې په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چی په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چی په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانیونه و هواري فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

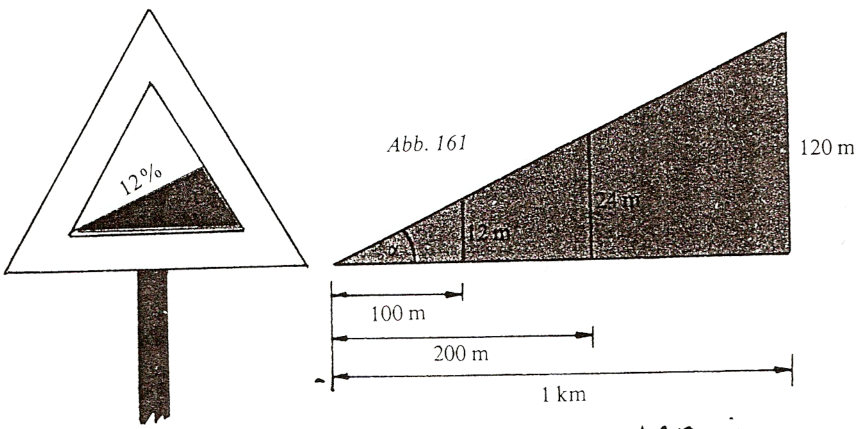


Abb. 161

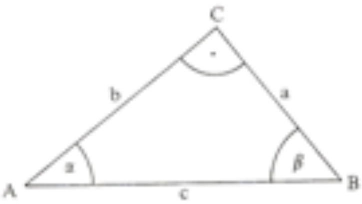
ذخیره۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسې زوږی یا لویدون. په داسې حالت کې هم بیا نوري لوحې هم زوږندي وي.

په همدې ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کې، د کونج له لارې هم ورکړشي، چې د سرك ټوټه یې د پرتون سره جوړوي.

تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په ځرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چې سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دې ډول په سلو کې ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

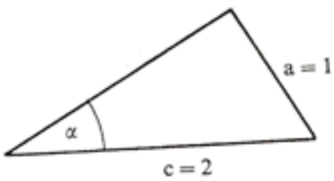


ځیره ۱۹۵

په پیلبیلګه کې ځرګندیږي چې دا پایکرښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انځوروي، چې د دوه دریګوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوټینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نورې دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

اوس نو لاندې جملې باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:



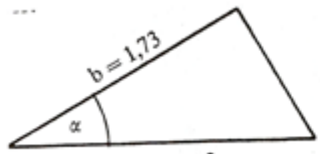
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوټینوزي}}$$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$

ځیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسايبلوك Cosinusfunktion بيلګه:

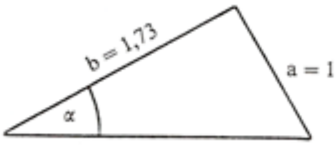


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$$

شيره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بيلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

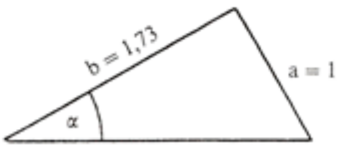
شيره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$$

يادونه : پام دې وي چې د مخامخ كاتيت لاندې د دريګوډي هغه اړخ پوهيږو، چې په هيپوتينوزې پراته كونج ته، چې څمور موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې كونج پروت وي ، هغه ته په كونج پروت اړخ چې مور يې لنډ پروت كاتيت بولو.

دا لاندې نور كونجبلواك دي، چې كم كارول كيږي

كوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بيلګه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

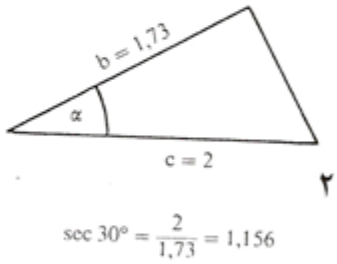
شيره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك کارول کیږي

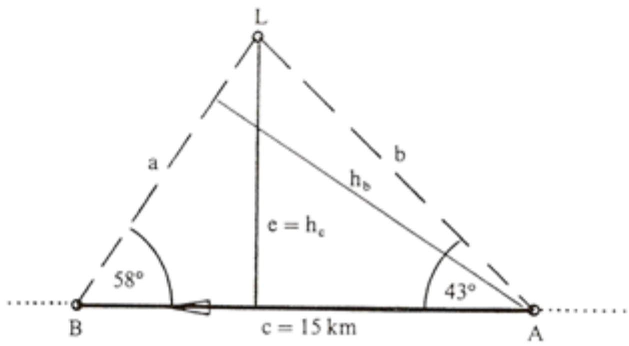
سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه



$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$

شیره ۲۰۰

یوه تک پایکربښي c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کیښتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



شیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$
$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کی

د ساین جمله :

په خوبنه دریګوډي کی د اړخونو څاننیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین څاننیونه یا تناسب دی.

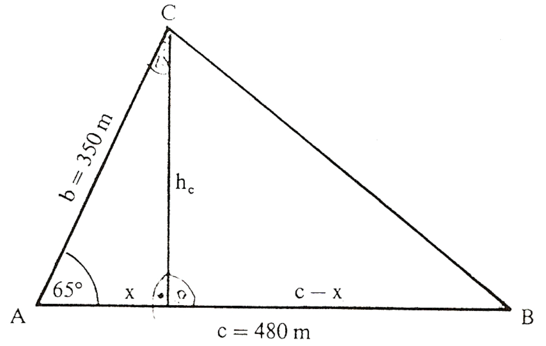
$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کي هم باورلري(تمرین دي وکتل شي). ددي سره په یوه دریګوډي کی نه موجودي ټوټي هلته شمیرل کیږي، چیرته چی دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$
او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B څخه و C ته به د نبنلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څيره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کربنه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb \cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی
(ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch)
یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره تري کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ   دې وکتل شي)
د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر ځو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی ځرګند وي، پیدا شو.
د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

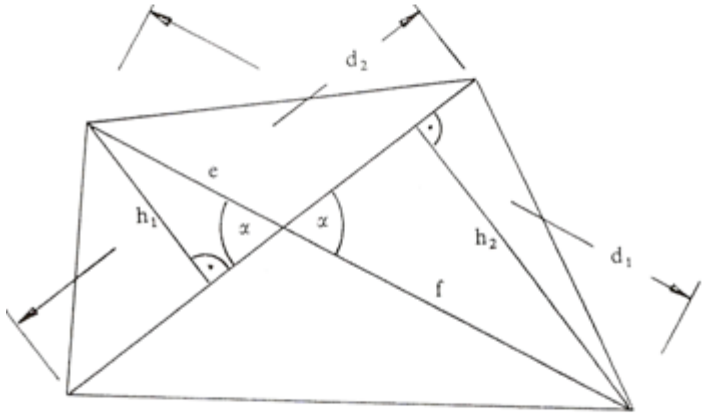
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

$$h_1 = e \cdot \sin\alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2(e + f)\sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2\, d_1 \sin\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریگونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو درېکوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنگه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

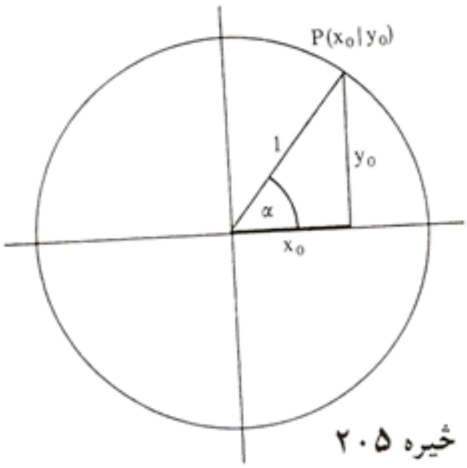
په ښه توگه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه گردی ووهي چی وړانگه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونگردی ویل کیږي، ځکه چی وړانگه یی یو یوون دی) او د گردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریکوډی، چی د هغی یو کونج د گردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د گردې په منځ یا څنتر پروت دی، (ځیره۱۳۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریکوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چې په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتګی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 ,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرخونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

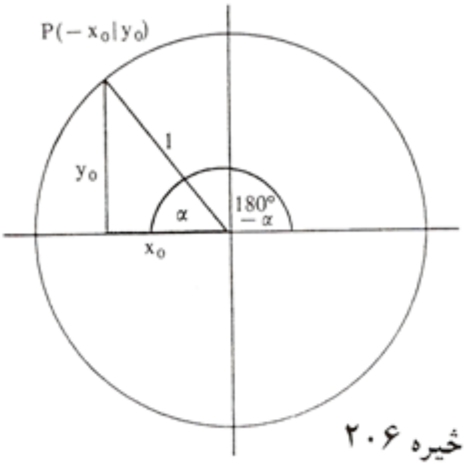
کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج ییα- 180° وي.
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.



خیره ۲۰۶

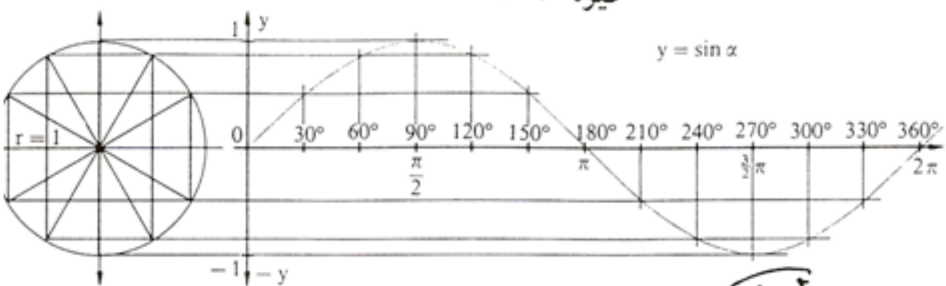
په ورته توګه لاس ته راځي :

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواک تعریف دي.

د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵ا) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

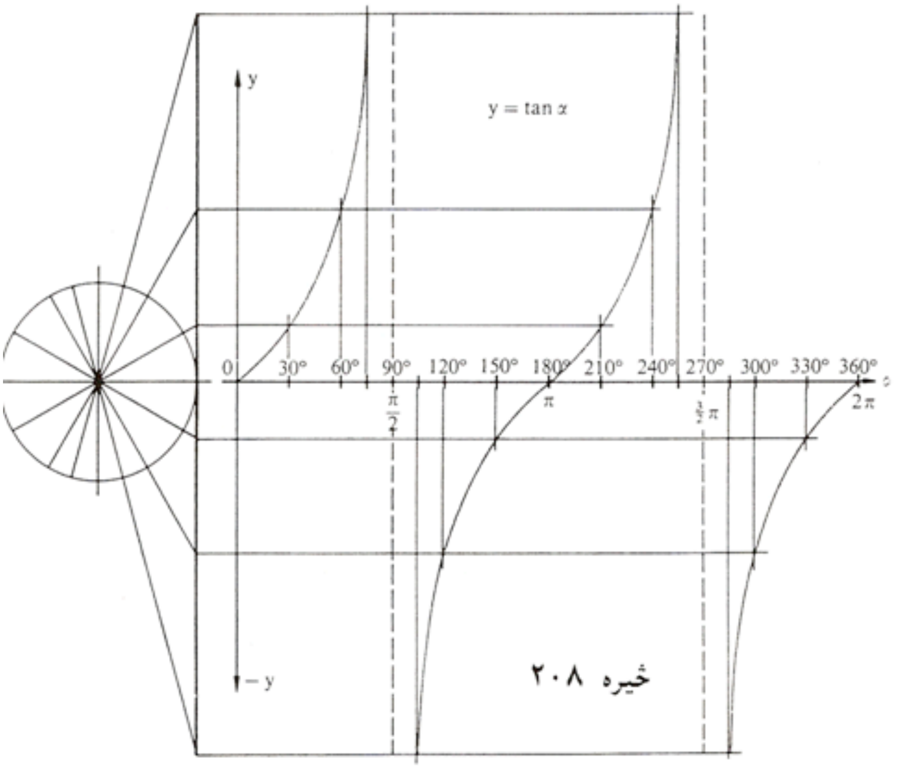
خیره ۲۰۷



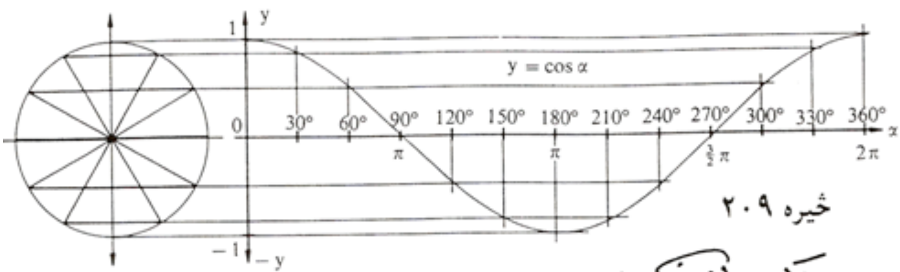
Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

د ساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library



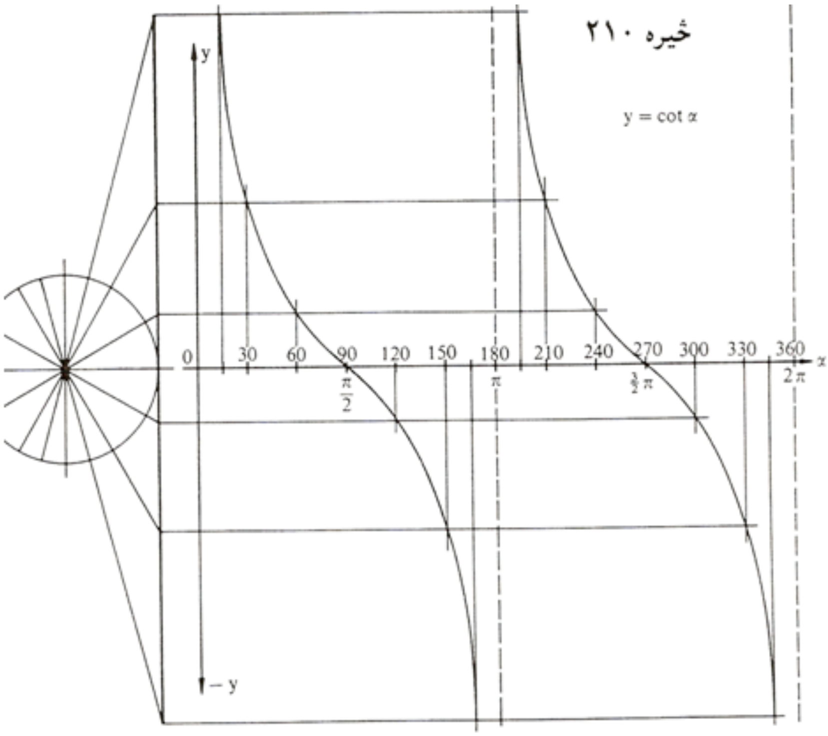
Die **Tangenskurve**: $y = \tan x$; $x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\}$; $y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x$; $x \in \mathbb{R}$; $y \in [-1; 1]$

د کوساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

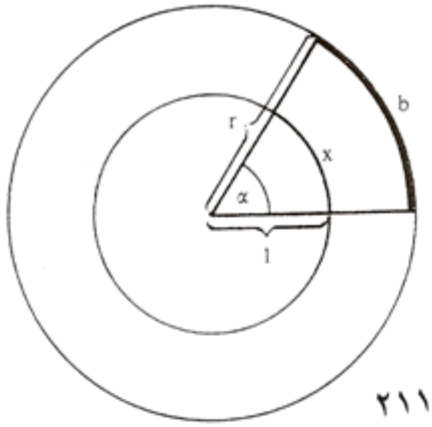


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ دکوتنجنت کوږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره ګردی ښایي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چی په ګڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون؛ ارزښتدیری رییلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندي کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کې یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کې کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهځوي. دا کونجکچونه چې د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کې اینبودل کیږي (د بیلګي په توګه sin) ارګومنت (Argument تعریفډیري) بلل کیږي. په تعریفډیري کې کیدی شي چې نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چې په جبشمیري کې همغه مودوس په کار اچول شوي دي(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګرديبرخوکې وښوول شو (ګرديبرخې د مخه څېړل شوي دي) چې هر کونج پورې يوه ګردبرخه يا ګردې لينده اړه لري، نو ټولې ګردې پورې ۳۶۰ درجې کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج ∝ پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چې په چاپېرې کې ځانهمداسې نيسي لکه په پيل کې∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګرديګڼ دی: $\pi = 3{,}14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $60° = \propto$ له ګردی د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردۍ لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10{,}47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردی چاپيری دی: $U = 20\pi = 62{,}83$ cm

همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګرديلينده

$b = 10\pi . 60° : 360° = 5{,}236$ cm

غوځوي. دا ګردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31{,}416$ cm .

له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څټ يا برعکس کونج ګرديلينده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1{,}047$ cm

غوځوي» د دې ګردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6{,}283$ دی .

له بيلګي څرګنديږي، چې لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديليندی اوږدوالي کچګڼ، چې په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لینده کښ بلل کیږي. لاندې شمیراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°) . \pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\, 180° = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړیدی شي، نو له دې امله د لینده کچ لپاره په خوښه ریبلګښونه پرېښوول شوي.

بیلګی :

$$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)} \qquad \alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236 \qquad \alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \qquad \alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708 \qquad \alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زیات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کیږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځاننیونو راپیداشوې کونجونه څنګه معلومیږي یا څنګه راڅرګندیږی یا بهتره څنګه ځانونه نیسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، باید امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بیرته کونج یا په همدې توګه د هغه تعریفډیري ته، په لینده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پریودیکی یا تل بیرته راګرځیدونکي بلواك دی، دا په دې مانا ، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره یا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

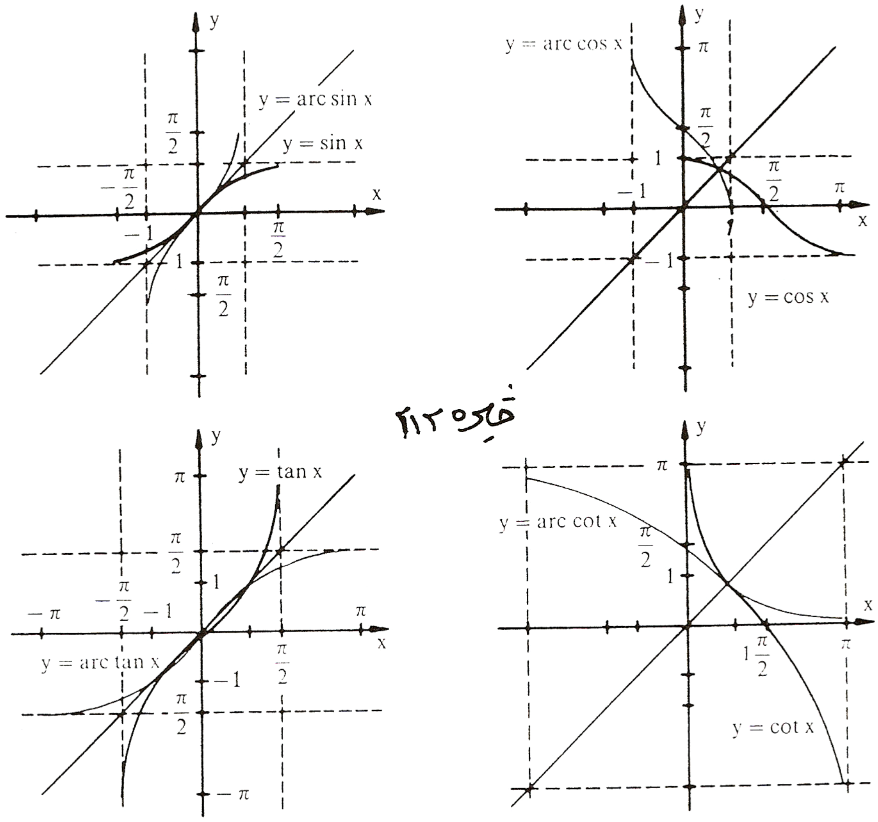
مختلفو واټنونو وروسته، بلواک ارزښتونه تکرارېږي. د دې لپاره چې په ځنګېدنه ممکن شي، نو باید د خپل تعریف ډېرى په یوه برخه ډېري رابند یا محدود شي.

تعریف : د یوه (رابند یا محدود) تریګونومتریکي بلواک په ځټ بلواکونه ارکوس بلواک Arcusfunktion بلل کیږي یا ځیکلومتریکي بلواک (لاتین ارکوس: Arcus = Bogen = لینده)

دلته (arc sin(x لوستل کیږي »د x ارکوس ساین. د کونجبلواک تعریفډېری دلته اړونده ارکوسبلواک ارزښتډېری دی او په ځټ ارګومنت یا تعریفډېری دلته تل یو ریيلګڼ دی.

Trigonometrische Funktion ترېګونومتريکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \leq y \leq 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \leq x \leq 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 \leq x \leq \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \leq y \leq 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \leq x \leq 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 \leq y \leq \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°
2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°
3. arctan (−100) = −1,5608 (rad) = −89,43°
4. arccot (−70) = −0,0143 (rad) = −0,82°

۵ – دا چې کونجبلواك و ارکوسبلاك يو د بل په ځت بلواك دي نو باور لري:

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$
$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$
$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$
$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنی په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$
$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$
$\tan(\arctan(-40) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$
$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چې کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چې یوه کونج بلواك تعریفېږی یا α او یا x وي. ددې لپاره چې د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړۍ ډله یواځې له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\dfrac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\dfrac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben وردي / gesucht غوښتونې	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	cot x

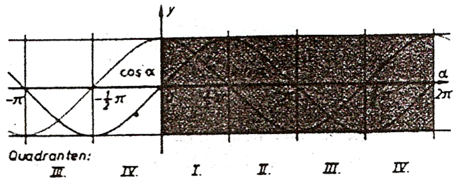
لکه چی د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چی تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

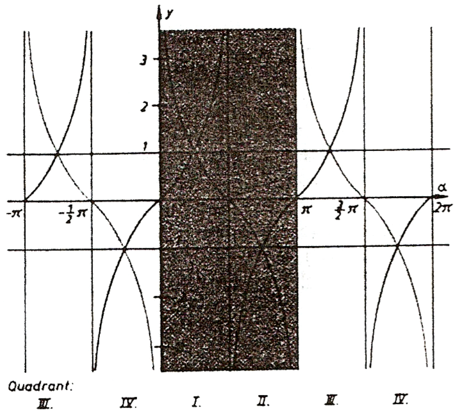
تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چی د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

$$\left.\begin{array}{l}\sin(x \pm 2k\pi) = \sin x \\ \tan(x \pm k\pi) = \tan x\end{array}\right\} \quad k \in N$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos(x \pm 2k\pi) = \cos x \\ \cot(x \pm k\pi) = \cot x\end{array}\right\} \quad k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library





خیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن
پریود د پاسن راګرځېدنه

د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود
ښیکي :

sin 50°	= sin (50° + 360°)	= sin (50° − 720°)	= 0,76604	
cos − 30°	= cos (− 30° − 360°)	= cos (− 30° + 1080°)	= 0,86603	
tan 2,5	= tan (2,5 − π)	= tan (2,5 + 5π)	= − 0,74702	
cot 10	= cot (10 + π)	= cot (10 − π)	= 1,54235	
sin 35°	= sin (180° − 35°)	= − sin (180° + 35°)	= − sin (360° − 35°)	= 0,573576
cos 35°	= − cos 145°	= − cos 215°	= cos 325°	= 0,81952
tan 0,6109	= − tan 2,5307	= tan 3,7525	= − tan 5,6723	= 0,700208
cot 0,6109	= − cot 2,5307	= cot 3,7525	= − cot 5,6723	= 1,428042

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ټینګه روښانیږي :

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یوائې د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه جدول د عددونو په مانا دي او کیدای شي ژر یاد کړو .

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کېدی شي په خيال کې يا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x)   cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x)   cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کېدی شي په ولاړکونجيز دريګوډي کې د تعريف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – ß = 90° له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس
ته راتلی شي.

دا له ځيرو څخه هم لاس ته راوړل کېدی شي، څکه د ساين او کوساين بلواکو يا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2 = x کرښې ته يو بل سره محورسيومتري ځغلي :

له ځيرو او بيلګو څخه په دې برسيره لاس ته راځي:

تعريف: د کوساين بلواک جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساين – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواک ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

يادونه : په دې نلواکو کې کېدی شي چې x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0{,}86603$

$\cos 0{,}75 = \cos(-0{,}75) = -0{,}70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0{,}57735$

$\cot 1{,}3 = -\cot(-1{,}3) = o{,}27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینی نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفېدیرې پورې ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$\sin 30° = 0{,}5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x . \cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $\text{cis}(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

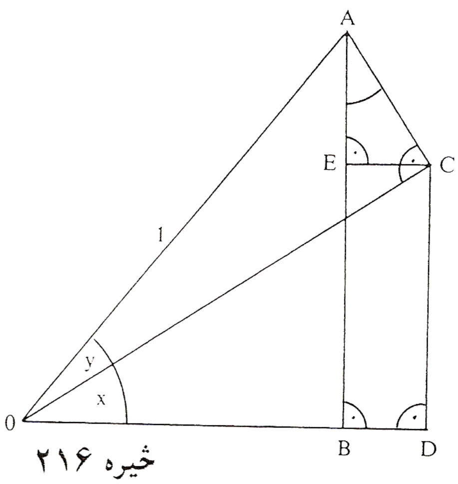
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x+y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x-y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



ذخیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y$; $|OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x+y)$; $|OB| = \cos(x+y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسبېره پر دې لرو :

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. **2′.**:

3. **4.**: $x = y$. ځای پر ځای کړه

5.: Setze $z + t = x$; $z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2}$; $t = \frac{x-y}{2}$ کېږدو

پس لرو $\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه پورتنۍ توګه څخه راځي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د دې لپاره چې ښوونه لاس ته راوړو

8.: (*) $\sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$. په (*) کې ولیکه او کېږده

9-10: دا پوښتنې د 1 او 2 او ښکنت د تعریف څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لکه چي په پيل کی مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيري پيښني شته دی چي تل بيرته راکرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديکي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه کوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د کونج په واك کی نه دي بلکه د وخت په واك کي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولکيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې کارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه کی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو کونجبلواکو لپاره باور لري په عمل کي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د کوسائين بلواك چي په $\pi/2$ سره راکښل شوی وي) د مانا ډك دي. (کوسائن: له کیڼې لور څخه)

بیلګی	دکارونی ساحه	تاثیر	بلواك
څېره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		$y = \sin (x)$
څېره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شیپالونډ یو په بل پرلوټل	د y - لور ر بانډې راکښنه	$y = \sin(x) +d$

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = sin(x+c)	د فاز تغیر یا ځای بدلون	په بدل پوښتنا جریان کې د پوښتنا او ښیالونګ تخنیکي دوبنسالونه	ځېره ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیټود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	دیوه پندل ځوزېدنه	ځېره ۲۲۰
y = sin(bx)	د پریود تغیر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کرار کیدل b <0 په شپه ګرځېدنه کله مخور ده	دیو بستیتنې ګړدي ځېرونه په یوه وخت داد پړنه له ډهغې پوړ لمزه لکه په دغونډ الوپه اوازونو کې	ځېره ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	ځېره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره څېره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44" =

۲ – په درجه کچ ي ولیکی

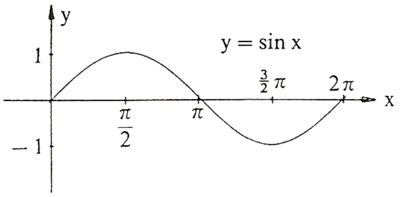
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x\ (2/3)\pi$

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

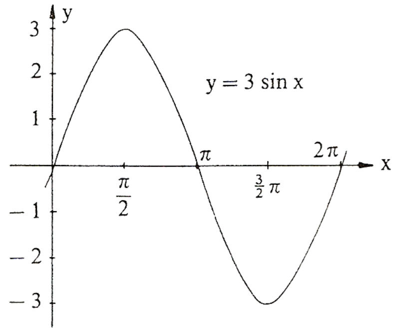
۳ – په لینده کچ یی ولیکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

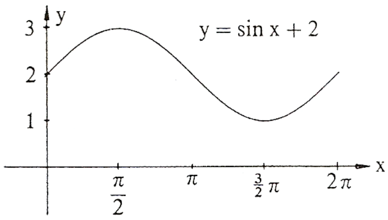
(c) ketabton.com: The Digital Library



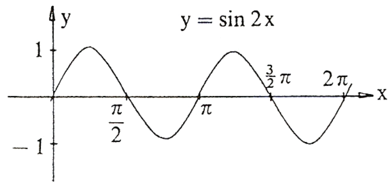
څیره ۲۱۷



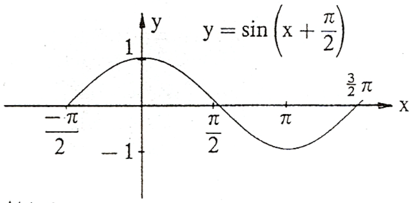
څیره ۲۲۰



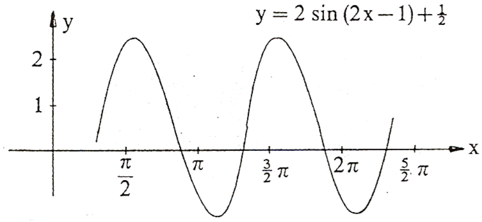
څیره ۲۱۸



څیره ۲۲۱



څیره ۲۱۹



څیره ۲۲۲

د دي بلواك ګراف د ساين کرښي $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کيدل

۲ – د نيمی راګرځيد اوږدوالی باندې پرسيدنه

۳ – په يوه يوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8 s) cos α= 0,9 t) tan α= 2,5

u) cot α =-1 v) sin φ = 0,3 w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4 y) cot φ= 0,3 z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو γ = 90° او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټی وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوډي

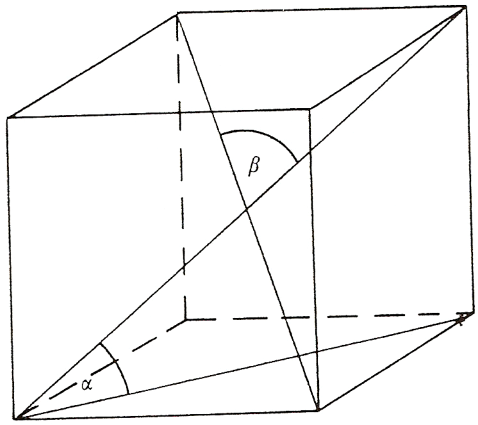
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز (α < 90°)

دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز

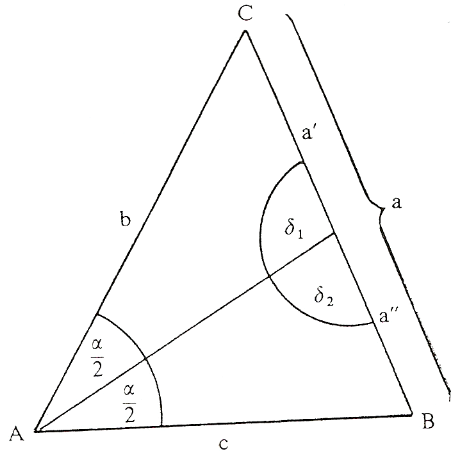
دریګوډي لپاره وشمیری (α> 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوړي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ - په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستېهوارې ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟
څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ - د دوه ګردیو وړانګی
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm
دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.
دد دواړو ګردیو د تماس
مماسونو غوڅکونجی وټاکی
او د کړې غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ - په یوه دریګوړي کی د یوه
کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی
ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه
په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د
ساین جملی په مرسته حل
(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ - که یوه بار ځاي ته،
چي ۱،۵۰ متره جګ دی،
یوه زینه ورجګه شي
میلانکونج ∠ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ - الف)د یوې پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا
کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندې پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره
لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج ∡ = 25° لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یی ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چی جګیدونکوج یی ∡ = 18,5° او پښیتټکی یی β=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د پښی ټکي څخه ۵۰ ،۴ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چی ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنستټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چی د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

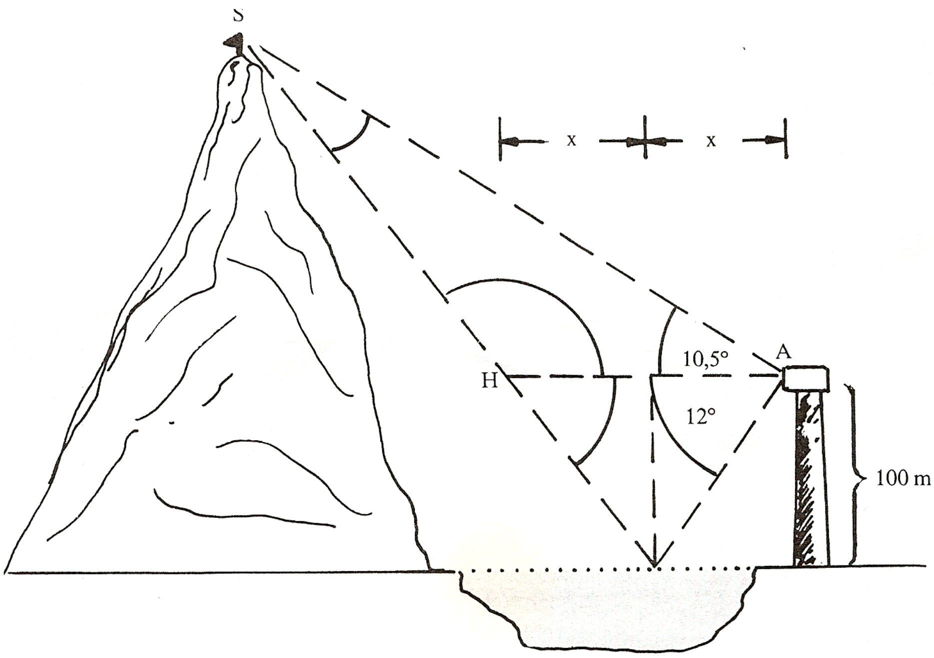
– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

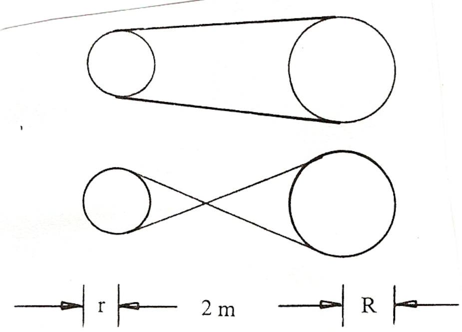
– د بل برج څوکه ښکاریږي چی جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټپسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره



شیره ۲۲۵



شیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چې په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

$r = 22\ cm$, $R = 35\ cm$,

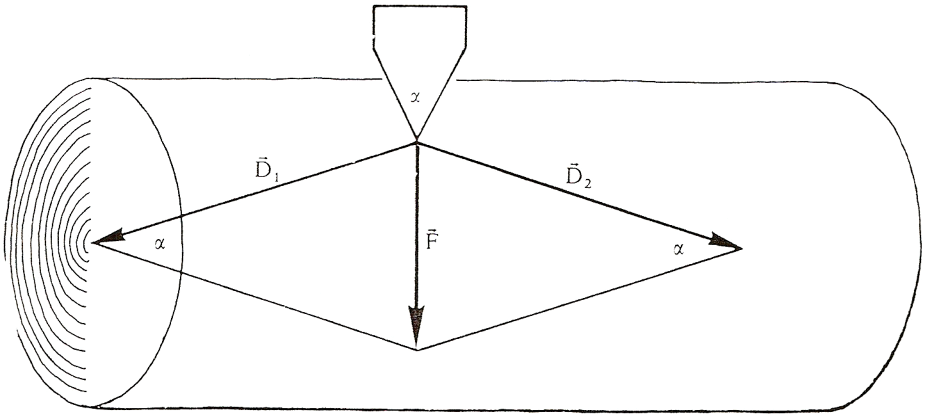
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو راکې څېدلې وي ؟

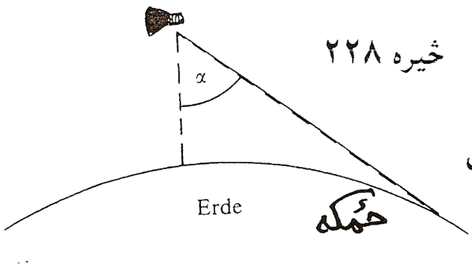
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونې په ستنه يو کايل)موړی) په څټك د D زور سره وهل کيږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د سټې درځونه ، که د کايل يا تبرګي کونج $6° = \alpha$ وي. (حيره ۱۹۴)؟

ب) په کومکايلکونج يا تبرګيکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څيره ۲۲۷

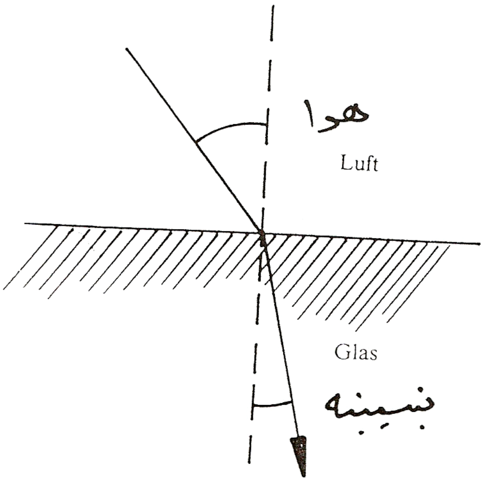


څيره ۲۲۸

۲۵ – د يوه الوتماشين څخه ځمکه د يوه α کونج لاندې ليدل کيږي (څيره) دا الوتماشين څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کيلومتره)

۲۶ – يو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په $115° =$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
تیر یا ګاډیل دی) مخامخ څغلي.
له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وايي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

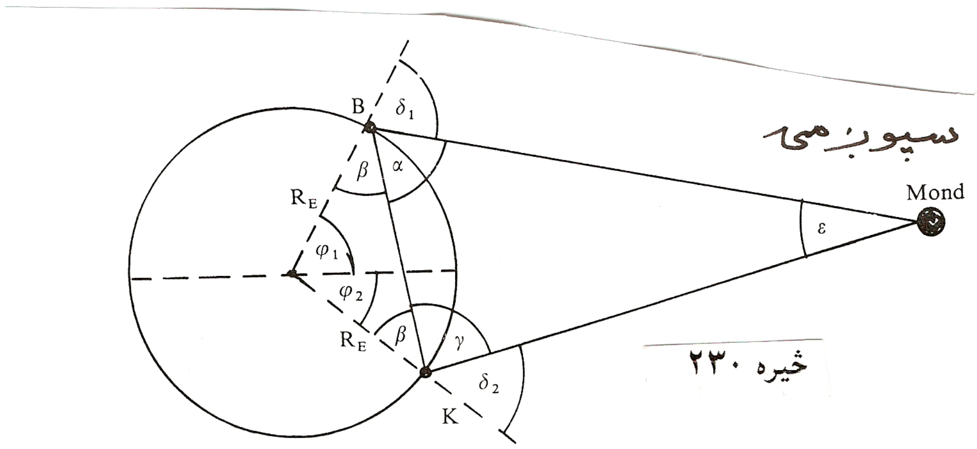
$$\sin \alpha \; / \; \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو n = 1,5 (1,33) دی وښايي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52, 52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
$\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$.
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t ترواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2\pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- - مربع مساوات (څلورئ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورئ‌برابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړئ

د ازماېښت سره حل $x1=5$ یا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ یا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کیږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو رېښه ونیسئ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادې تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$\|4\| = 4$	$\|5,12\| = 5,12$	$\|\sqrt{3}\| = \sqrt{3}$	$\|\pi\| = \pi$
$\|-4\| = 4$	$\|-5,12\| = 5,12$	$\|-\sqrt{3}\| = \sqrt{3}$	$\|-\pi\| = \pi$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتوني x ارزښت غواړو وټاکوx = | x | تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

گومان $|x| = x$ فقط هلته تیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $|x| = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بنې $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بنه بدلون وروسته د ریښه نیوني له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 \quad | +8 \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 \quad | : 2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow |x| &= 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad | \cdot 2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 18 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad | \\ \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو :   x1=1يا   x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x\cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بڼې   يا مساوات سيستم تل کيدی شي د   اووښتوني يا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$\begin{array}{llcll} & 3x^2+2x & = & 0 & |\,x \text{ ausklammern} \\ \Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & |\,\text{Nullprodukt} \\ \text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1=0}} \\ \text{Fall 2:} & 3x+2 & = & 0 & |-2 \\ \Leftrightarrow & 3x & = & -2 & |:3 \\ \Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2=-\frac{2}{3}}} \end{array}$$

بېلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$\begin{array}{llcll} & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & |-\frac{3}{4}x \\ \Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2-\frac{3}{4}x & = & 0 & |\,x \text{ ausklammern} \\ \Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}\right) & = & 0 & |\,\text{Nullprodukt} \\ \text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1=0}} \\ \text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x-\frac{3}{4} & = & 0 & |+\frac{3}{4} \\ \Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & |\cdot\frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2=\frac{9}{8}}} \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} \text{Probe:} & \text{mit} & & x=\frac{9}{8} \\ & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\ \Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\ \Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\ \Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32} \end{array}$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بېلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمېرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلونې په مرسته د حل تلنلار

بېلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow && \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{2.\ \text{binomische Formel}} - 4^2 - 20 && = 0 && | + 4^2 + 20 \\
&\Leftrightarrow && (x-4)^2 && = 36 && | \sqrt{\ } \\
&\Leftrightarrow && |x-4| && = 6 && \\
&\text{Fall 1:} && (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 && = 6 && | + 4 \\
&\Leftrightarrow && x && = 10 && \Rightarrow x_1 = 10 \\
&\text{Fall 2:} && (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) && = 6 && | \cdot (-1) \\
&\Leftrightarrow && x - 4 && = -6 && | + 4 \\
&\Leftrightarrow && x && = -2 && \Rightarrow x_2 = -2
\end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

د x ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q - فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \quad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{oder} \quad \underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

يا په لنډه بڼه ليكو:

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

دلته د ريښې لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسكريمينانتD بلل كيږي

له دې سره كېدى شي د حل فرمول په لنډ ډول وليكل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D}$$

يا

$$x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	یو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ـــیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \quad \left| \begin{aligned} &\Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنټرول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسي کنټرول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنټرول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ايښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2-(-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2\cdot(-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس یا په ښټ د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو ځلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرۍ {1;2- } = L وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2)\cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرۍ(حلسټ) $L = \{-2 ; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2)\cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه:دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتځله یا هم همدا حلډېرئ لري.

کرښیز ضریبونه(ځلوونې) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو شرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$
ضریب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښیزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بیلګه:

$L=\{x_1;x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حلېدونکي وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x-x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x-x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلګه: $x_1=3$ یا $x_2=-2$ دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښیزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 6 = 6{,}25$$
$$x_1 = 0{,}5 + \sqrt{6{,}25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0{,}5 - \sqrt{6{,}25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتونې يا ماحولې x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروئ.

دريمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وييتا د ريښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د يوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

يا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې يې و ازمايی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 ($$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2 - 32x + 28 = 0 | : 4 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow p = -8 \quad q = 7 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{matrix} x_1 = 4 + 3 = 7 \\ x_2 = 4 - 3 = 1 \end{matrix} \right. \quad Probe: \begin{matrix} 4 \cdot 49 - 32 \cdot 7 + 28 = 0 \\ 4 \cdot 1 - 32 \cdot 1 + 28 = 0 \end{matrix}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2 = 32 | : 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 | \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2| = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x + 2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = 2 \\ x + 2 = -4 \Leftrightarrow x_2 = -6 \end{matrix} \quad Probe: \begin{matrix} 2(2+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \\ 2(-6+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \end{matrix}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4 - x^2 = 0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2 - 3\right) = 0$ پ- $\frac{5}{4} - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2 + 8 = 5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2 - 2t^2 = 0$ ث- $x^2 - \frac{a^2}{2} = 0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه بايد څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باکترياګانې په دوه ساعته کې 450 باکترياو ته زياتوي.

دا باکترياوې په ساعت کې څو په سلو يعنې % کې زياتيږي.
څلورم –

د يوه مربع دوه کونجتړې يا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

يو ولاړکوډيز يا مستطيل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – يو اړخ دريواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه يې په 3 m يو له بل توپير لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 يو له بل توپير لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی.   اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زياتون يا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون يا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0 ; t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0 ; t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ - $x(x+t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x+2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a+1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1 ; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ - $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2-3t} ; 1 - \sqrt{2-3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره x = t د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}(x^2 - 4x) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: دa په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير x = 3 راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه وني (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2 + 8x + 16 = 0$ ب - $x^2 + 5x - 24 = 0$ پ- $-2x^2 + 4x + 30 = 0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5) = 0$ ب- $(2x+7)(4x-1) = 0$ پ- $(x+t)(x-2t) = 0$

ت - $0,5x^2 - 3x + 4 = 0$ ټ - $-0,5x^2 - x + 1,5 = 0$ ث - $\frac{1}{3a}\left(2x - x^2\right) = 0 ;\ a \neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2 = 49$ ب - $(3x+4)^2 = 1$ پ - $9 - (2x+5)^2 = 0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2 = 12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2 = x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t + x) = 0 ;\ t \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0;\ t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0;\ t \neq 1$ ح - $1{,}5(x-0{,}5a)^2 = 0$

دویم: لاندې برابرونونه یا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ **ب -** $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ **پ -** $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$ دریم: د a

د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټیک یو حل لري؟

څلورم: د جبشمیري سره د ټیک دوه لسمیزو سره حلډیرئ وشمیرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ **ب -** $x^2 + 6x - 1024 = 0$ **پ -** $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0{,}025x^2 + 2x - 0{,}254 = 0$ **ټ -** $119{,}6\pi + 9{,}6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ **ث-** $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښایئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د ټول $a, b \neq 0$ لپاره یو ناټیک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ **ب -** $73 - 52s + 14s^2 = 25$ **پ -** $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8{,}5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ **ټ -** $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ **ث -** $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دویم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يي وټاکئ.

د مساوت په ښي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومي سره چي دا ناتغيره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومي تاکنی لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-2,5\}$ سره، ب - له حل $L = \{-5;3\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چي د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډيز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډيز

الف- یو چاپیرپال د $U = 38$ m او یو مساحت د $A = 88$ m^2 ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16$ m^2 ولري او د سور اوږدوالی يي 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقيقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سړی د دواړو حقيقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډيز پټي د $A = 800$ m^2 سطحي سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټي باید تولید شي، چي د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$(د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه 65 € دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا داني باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د 1500 € لاس ته راځي.

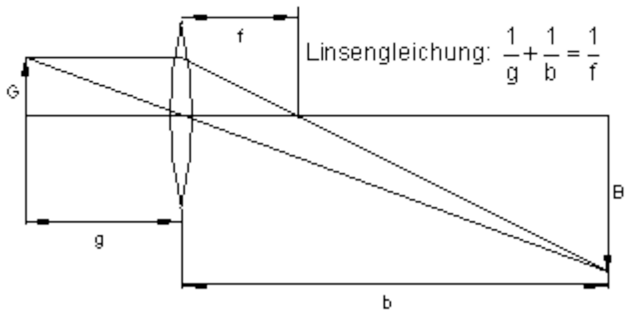
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې $f = 0,2$ m دی په یو اوپټیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کیږي. د شي او څیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه يا اوبيونه

کسر مساوات ـــلکه کرښيز مساوات- د ورته ښه بدلون له لارې حل کيدی شي. مګر مخ ته له دې دې تعريف-يا پيژندورشو وټاکل شي. بنسټيزې IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعريفيزې اووښتون ارزښتونه يا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعريفورشو لپاره دې تر څيرنې لاندې ونيول شي، چې ماتلاندې يا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کيږي. ټيک دا ارزښتونه تعريف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بيلګه:

$\frac{4+x}{x-2} = 6$ له دې لاس ته راځي: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

ځکه چې ويش په صفر اجازه نه لري.

$$
\begin{aligned}
& \frac{4+x}{x-2} &=& \ 6 && | \cdot (x-2) \\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=& \ 6\cdot(x-2) && \\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=& \ 6x-12 && | -6x \\
\Leftrightarrow\ & 4-5x &=& \ -12 && | -4 \\
\Leftrightarrow\ & -5x &=& \ -16 && | : (-5) \\
\Leftrightarrow\ & x &=& \ \frac{16}{5} && \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}
$$

بيلګه:

$$\frac{5}{x+3} + \frac{1}{x-1} = 0 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-3 ; 1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دويم مخرج صفر کيږي.

اسلي ماهلاندې يا ـــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
&\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &&= 0 && \mid\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\quad & 5(x-1)+(x+3) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\quad & 5x-5+x+3 &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\quad & 6x-2 &&= 0 && \mid +2\\
\Leftrightarrow\quad & 6x &&= 2 && \mid :6\\
\Leftrightarrow\quad & x &&= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{1}{3}\right\}}}
\end{aligned}$$

بېلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې يا مخرج په معنا

$$\begin{aligned}
&\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)\\
&\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &&= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} && \mid\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\quad & x^2-x+4x+4 &&= x^2+x &&\\
\Leftrightarrow\quad & 3x+4 &&= x && -x\\
\Leftrightarrow\quad & 2x+4 &&= 0 && \mid -4\\
\Leftrightarrow\quad & 2x &&= -4 && \mid :2\\
\Leftrightarrow\quad & x &&= -2 && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\}}}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو يا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو يا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دی ته بيايي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \qquad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \qquad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \qquad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \quad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لارښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دي ونیول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دي اړونده صورت یا ماتباندي په یوه منفي نوک کې کینوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کیدی شي شمیرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \qquad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

دا په ځانګړې توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتیران(صلیب) له لارې:

شمیرنه کیدی شي
د Multiplikation über Kreuz
چلیپا یا اتیران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات یا کسر مخرج(ماتلاندي) د دویم کسر له صورت سره ضربیږي او د دویم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربیږي.

مګر دا تیک هلته شونی دی، چي کسرمساوات دا ترخنګ بڼه ولري.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتیرا – یا چلیپا ضرب د باوریوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه یا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د یوه ساده ورته بڼېط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چې د ښوولو وو

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \,\Big|\, -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \,\Big|\, \text{Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \,\Big|\, \cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \,|\, +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \,|\, :3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

$$\text{Hauptnenner}: x+3$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \,\Big|\, \cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \,|\, -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \,|\, -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \,|\, -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \,|\, :3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجې ته بیايي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وايي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بينوم دريمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زيات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرايط د تعريفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعريفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ **ب -** $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ **پ -** $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ **ټ -** $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ **ث -** $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ **چ -** $x+\frac{2x}{x-1}=0$ **ح -** $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ **څ –** $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ **ځ -** $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ **ډ -** $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ **ذ -** $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$ بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلډېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0\Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکیږي.

بیلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0\Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|+4\Leftrightarrow 5x=4\,|:5\Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کیږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندې صفر کیږي.

په صلیب یا اتیران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اتیران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|\,-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کمیز ګڼ یا عدد سره د ضرب له لارې یا د وېش له لارې اړیک نخښه بدلیږي یا معکوسه کیږي. که چېرې یو نامساوات د یو عدد سره ضربیږي،نو باید د حالت توپیر وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني یا متحولي ارزښت زیاتیز وي، دویم حالت که د متحولي ارزښت کمیز وي.

بیلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1\,|-2 \Leftrightarrow -x>-1\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4\,|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x\,|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4\,|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x\,|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x\,|\,x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرایطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرایطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوڅتکي

د محورونو غوڅتکي

	په څنګ څېره کې د ګراف کتلو کې یوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**

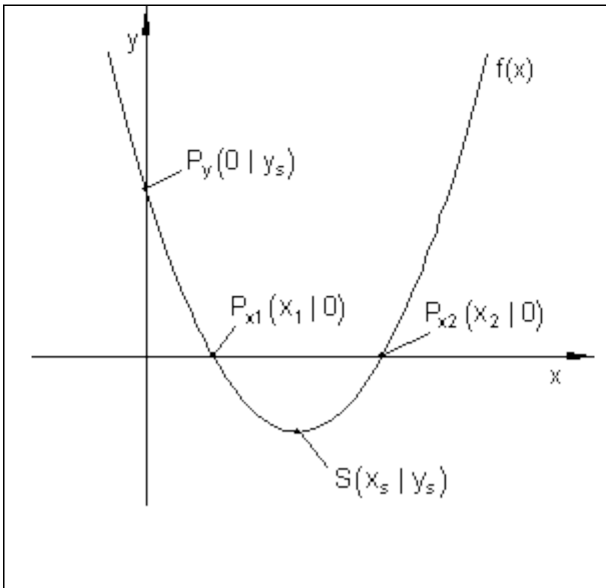
(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتکی $P_y(0 \mid y_2)$

د x - محور سره غوښتکي $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او**

$P_{x2}(x_2 \mid 0)$

ککرتکی $S(x_s \mid y_s)$



ځیرنبیلګه:

د ځیرنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

د **y** -محور سره غوښتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کي غوښوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

په دې حالت کي به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات ځخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرټکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اینونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیایي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0); P_{x2}(1|0)}}$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز
پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دويم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دريم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

يادونه:

يو کس € 120 ګټي، موږ هم وايو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. يو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کميز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د يوې متحولې ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو:	
$\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بيلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $\lvert x+2\rvert=\sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شميرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2\rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

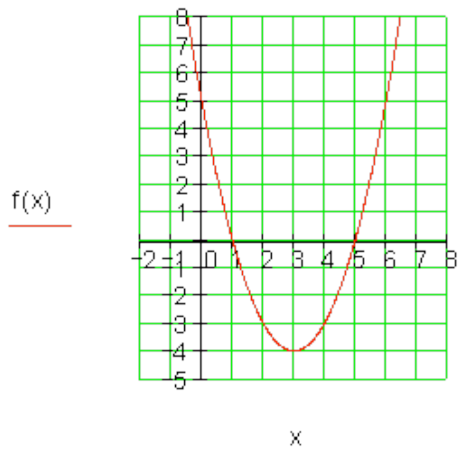
$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-2+\sqrt{3}}}$$

دویم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2=-2-\sqrt{3}}}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2\rvert=\sqrt{3} \Rightarrow x+2=\pm\sqrt{3}$ د نورو څېړنو لپاره د بیلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککرټکی یې په ټکی S (3 | - 4) راکښل شوی دی. د y محور سره یې عوښتټکی P_y (0 | 5) دی. د x محور سره یې غوښتکي P_{x1} (1 | 0) او P_{x2} (5 | 0) دي. د محور سره غوښتکي یې د تابع f(x) صفرځایونه بولو، ځکه چې هلته باور لري: f(1) = او f (5) = 0	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعریف او ارزښت سټ(ډېرى)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کې تر څېړنې نیول کیږي.

دا مو تعریفډېرۍ او ارزښت ډېرى ته لاربنودوي.

څمور د بیلګي تابع دي فقط له x = -1 تر x = +6 د x ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وځېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېرى): $D=\{x\,|\,-1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له$x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انټروال پولې $x=-1$ او$x=6$ څېړل کیږي.

$$f(-1)=(-1)^2-6\cdot(-1)+5=1+6+5=12$$
$$f(6)=6^2-6\cdot 6+5=36-36+5=5$$

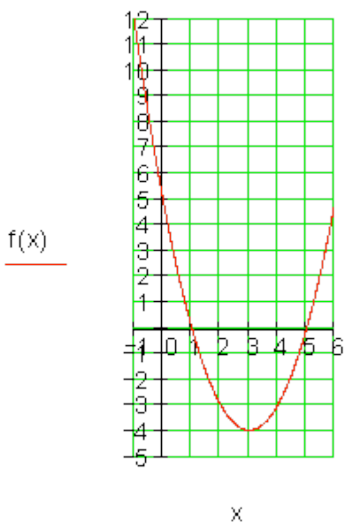
له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W=\{y\,|\,-4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.

د نورې څېړنې لپاره څمورږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېرنې لاندې نیسو.

<table>
<tr>
<td>دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورړ شوې ده.

$D=\{x\,|\,-1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$
$W=\{y\,|\,-4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$</td>
<td>$f(x):=x^2-6x+5$

</td>
</tr>
</table>

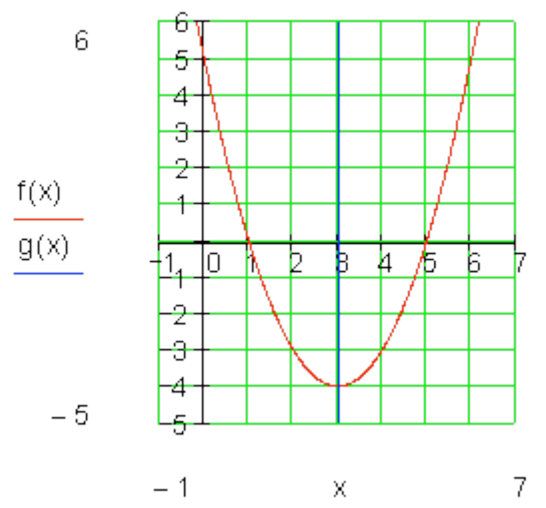
د سیومتري څېرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ځيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرگ د ککرټکي ځخه تيرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي ځخه تېرېږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو ځخه د ککرځ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.



له صفرځايونو ځخه د ککرېټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرگندي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلگې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرځ ټکي د x کواورديناټ دی.

د _p - q- فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}} \qquad \underline{\underline{x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}}$$

د ريښې لاندې افاده(وييڼه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

د p-q -فرمول: $\underline{\underline{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}}}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}} \vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow \wr$$

:

حل نه لري.

که دېسکريمينات منفی(کميزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې ريښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط يو حل.

ټولګه:

دېسکريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \vee \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

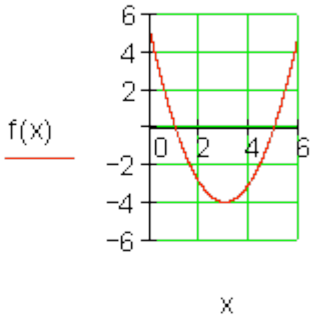
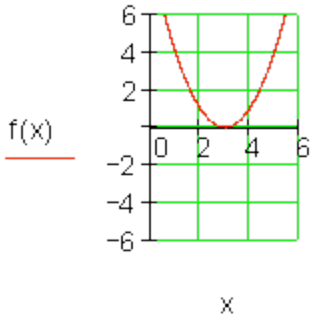
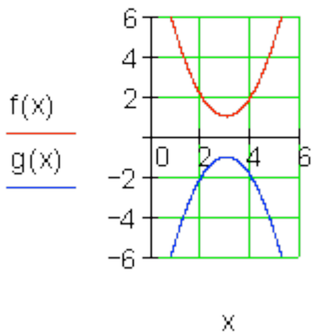
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د دوه حلونو دېرى(سټ) د يوه حل سټ د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندې څه معنا لري؟
زموږ په بېلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور
پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته
پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښې جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیږده شمیرنې له لارې صورت نیسي:

x1 او x2 سره جمعه کړی	x1 او x2 سره ضرب کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\therefore x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدئ

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:
د صفرضرب جمله:
يو ضرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.
دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:
يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

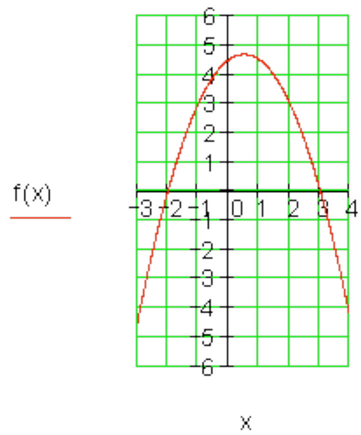
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,\Big|\,\frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بنه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

په نورمال بنه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وېستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت دويم حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$ $x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسې $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅټکی: $\boxed{P_{x1}(2 \mid 0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6 \mid 0)}$

دy محور سره غوڅټکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0 \mid 6)}$$

پوښتني

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم – د f(x) او g(x) برعكس ځايونه د x په واكوالي (تابعيت) كې و ښيرئ، كه باور ولري:

$$f(x) = -x^2 + 1; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = ax^2 - a; x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^*$$

دريم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه وركړ شوي دي:

$$f(x) = -x^2 - 3x; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = 0,5x(x+3); x \in \mathbb{R}$$

الف – په كواوردينات – يا پروتولاړ سيستم كې د f(x) او g(x) ګرافونه و كاږئ. بې له شميرنې دليل رواړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ككره (رأس) دی.

د g(x) ككره وركړئ.

ب – كرښه د x=u سره د 0> u <-3 لپاره f(x) په ټكي P او g(x) په ټكي Q كې غوڅوي.

د P او Q كواوردیناتونه و ټاكئ.

پ – د PQ بنده كرښه د يوه مستطيل يا ولاړګوديز يو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو كې دننه ده. د مستطيل منځ يا سطحه د u = -1 لپاره او چاپيرياڵ U د u په واكوالي كې وټاكئ.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و كښوئ، چې دا راكښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس كړي. د لمسټكي كواوردينات وشميرئ.

ټ - a داسې وټاكئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – يو مربع تابع f(x) وركړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a   داسي وټاکئ، چي پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چي دa داسي ارزښت نه شته، چي د f(x) ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کي يوه ککره لري او د x محور په ټکي $t\ P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$ کي غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

اوم – د ويمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0);P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کي غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضريبونه a1 اوa2   داسي پيدا کړئ، چی تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځايونو کي همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

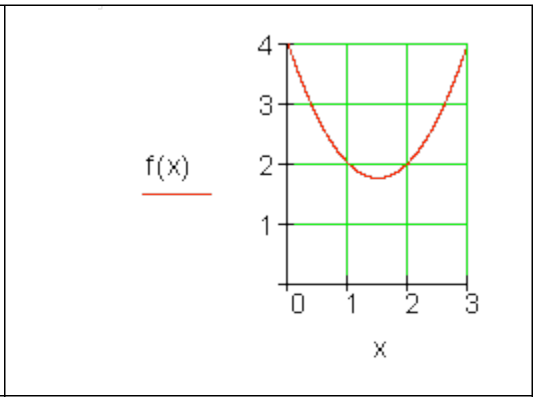
پوښتني

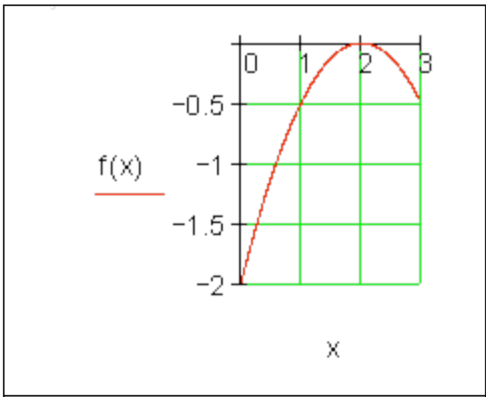
پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ښيرنو ښخه د تابع مساوات و ټاکئ..

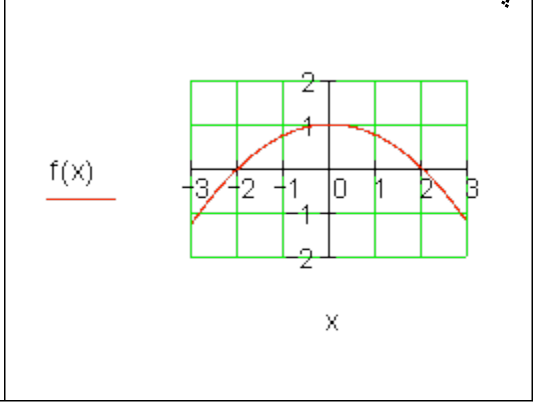
الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

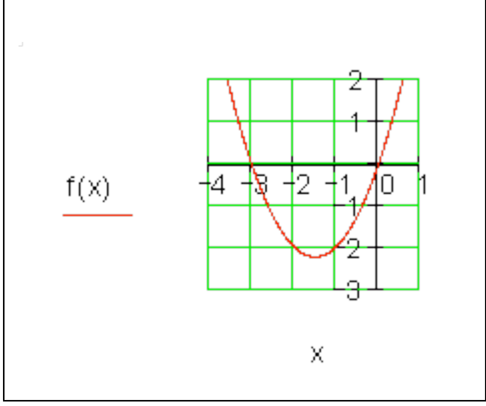




پ



ت



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ ګراف د x محور په $x=-3$کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه -2 او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت -1 لري. $f(x)$ وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې وېناوې (د ریاضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – $f(x)$یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د $f(x)$ صفرځایونه په مختښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د a_2 او a_1 ترمنځ کومې اړيکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرايطو له اړخه

الف – د شميرنې له لارې وښايی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1{,}5x + 2$ سره پارابول د x محور سره غوځېکی نه لري.

ب – د a_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات $f(x) = a_2x^2 - 1{,}5x + 2$ سره يو ټکی، نه کوم ټکی يا دوه ټکي د x محور سره لري؟

اوم – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې $f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع $f(x)$ خورالوی يا همداسې خورا کوچنې ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0{,}5x^2 + 0{,}5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوی ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې   انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرږي،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو يې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویپونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميړي شينواری د اروابښادې پستو او اروابښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کې د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مينې د لومړنې ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پيل او د دويم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library