شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردۍ (دایره) ۸

کردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمۍ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردۍ ټوټه، - ګردۍ برخه، ګردۍ کړۍ، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردۍ لیندهٔ،د ګردۍ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسې یا هګۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې څیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت.............. ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر............. ۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوڅی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون......................... ۲۲۳

د مربع توابعومحوررونوِڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هرا ړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څېر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅېږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پټې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موضوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له املې نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوې کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

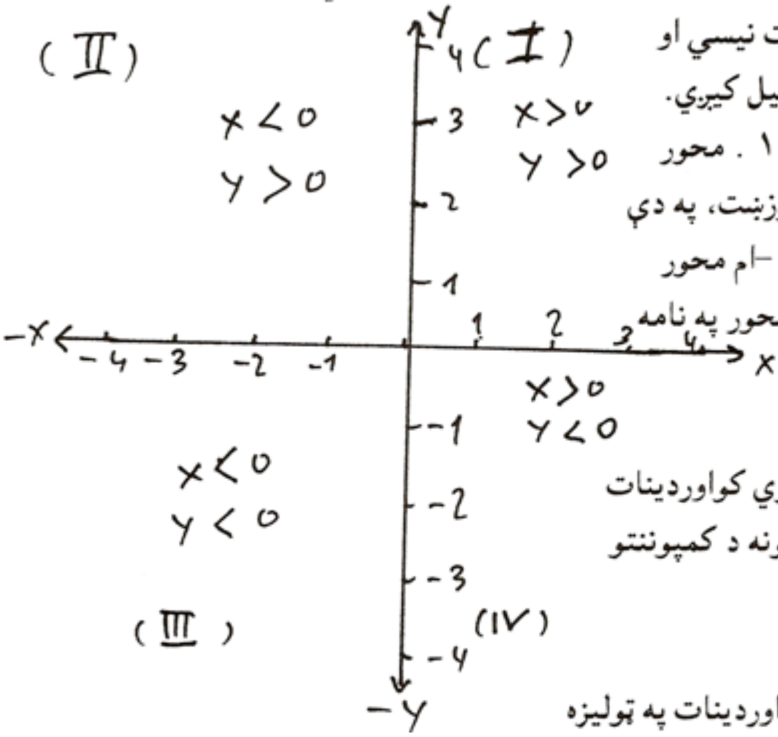
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردينات سيستم

يادونه : کواوردينات سيستم څخه ځموږ هدف پروت ولاړسيستم دی. دا په ادبياتو کی په همدې نامه ياديږي. ما کله کله همدا دواړه ترمينولوژي کارولي هيله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شميرپوهنی او همدا ډول د تخنيك په ډيرو څانګو کی د کواوردينات سيستم ډير مهم رول لوبوي. په کارتيزي کواوردينات سيستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواورديناتو(x,y) ورکولوسره کره يا ټيك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت يا ابسڅيز (Abszisse) د x –ارزښت يا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت يا اوردينات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کيږي يا ولاړارزښت. کارتيزي کواوردينات سيستم هواره د دوه يو په بل نيغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوويشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي يا نمره کول د ساعت څرخيدلو په څټ صورت نيسي او د ښي پورته لور څخه پيل کيږي. پروتنيغ پروت محور د ۱ . محور يا x–محور يا پروت ارزښت، په دې لوتنيغ ولاړ محور د ۲ –ام محور يا y– محوراو يا ولاړمحور په نامه ياديږي.



څيره ۲۰ : د کارتيزي کواوردينات سيستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د يوه ټکي P(x,y) کواوردينات په ټوليزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چې بدل شي، څکه چې دا کپمونتونه تنظيم شوي يا منظمه جوړه ده. د څل يا ضرب لمړنی کپمونټ د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونټ د x– محور څخه. که لمړی کمپونټ منفي وي، نو ټکی د y–محور کيڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دايرې د چاپيريال (محيط) سره يو ټکی شريک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نيغه ولاړه ده، يا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محيط دايره فقط يک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته ميشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در يک نقطه به خط منحني دايره يک مماس رسم کنيد.
به خط در نقطه يک عمود رسم شود. اين عمود مماس مطلوب ميباشد.
از يک نقطه که بيرون دايره واقع باشد، مماسي را رسم نماييد.
خط و به ان دايره تالس را رسم ميکنيم. نقاط و به دايره تالس به منحني دايره نقاط تماس تانجنت هستند.
يوه زاويه جي د دايرې په چاپېريال کې د يوه وتر مخامخ پرته وي د محيط زاويه بلل کيږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېريال زاويې سره برابرې دي

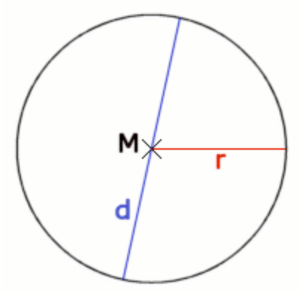
د منځټکي هغه زاويه له کومې چې وتر بريښي منځټکي زاويه بلل کيږي.
هغه زاويه چې په يوه پايټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

١ - ګردۍ (دايره)

يادونه: ولې ګردۍ؟ موږ به چې په هسکه مينه شينوارو کې غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده کړښه مو وېستله او هغې ته مو ګردۍ ويل. دا نومونه د افغانستان په ټولو يا زياتو ځايونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالې غاړه كه رنګ كړې او هغه په يوه كاغذ كيږدې، څيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايې؟
د يوې افغانۍ ژۍ، څه شكل لري؟

پيژند ياتعريف د يوې سطحې يا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چې له يوه ټکی داسې په نامه منځټکي Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، ګردۍ لاين يا لنډ: ګردۍ بلل کيږي (مخامخ څيره)	

ليکندود يې (دا ليکندود په پيل کې ورځنی يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{ X \in E |\ |\overline{MX}| = r \right\}$

لوستل يې: ګردۍ ک د ټولوټکو ايکس چې ايکس د اي توکی دی، ډېرى ده، داسې چې..... دی.

ګردۍ هواره او ګردۍ چاپيرۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کې دی وي، چې د ټولو هغو ټکو ډېرى يا سېټ، چې له M څخه واټن (فاصله)يې له r څخه کوچنی يا د r سره برابر وي د دايرې سطحه بلل کيږي. (موخه يې ګردى منځهواره ده يا ټيك : ګرديټوټه)

د ورانګي (شعاع) پيژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دايرې ژى يو ټکى د منځ ټکى سره ترې، هغه د دايرې ورانګه يا لنډ: ورانګه(شعاع) بلل کيږي، چې په r سره يې ښايو (پورته څيره وګورى)٠

د نيمى يا قطر پيژند: هغه کرښه، چې دايره په دننه کې نيموي د دايرې نيمى (قطر) بلل کيږي او په d سره يې په نخښه کوو (پورته څيره دې وکتل شي)٠

پيژند
د دايرې (ګردى) دننه کونج يا ټول کونج يا پوره کونج 360درجې لري.

ګرديچاپيريال u د ورانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوى دى

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسې ګردىمنځ- يا دننه هواره A د ورانګي r سره په لاندې توګه ورکول کيږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوى عدد ،، پي π ،، د دايرې عدد بلل کيږي
$\pi = 3{,}14159265$:

يادونه: دا چې ما کله هواره يا سطحه په A يا F او π مې په Pi نخښه کړې، هيله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوى د دايرې عدد (ګردى ګڼ) « π پي » ګورو، چې بيرته راګرځيدونى دى٠ له دې امله يو ايراشنل عدد دى او د مات په څير نه ليکل کيږي، بلکه له لسميز (عشاريه) وروستى پريودي يا تل بېړته راګرځېدونى څيفر پرليسى دى. په کارونه کې يې موږ نږدې شمرنې يعني راکردونې ته اړ يا مجبور يو، ځکه چه د جبشميرې د عددونوځايونو له امله، چې پاى دې يا پوله لري يا رابند(محدود) دي.

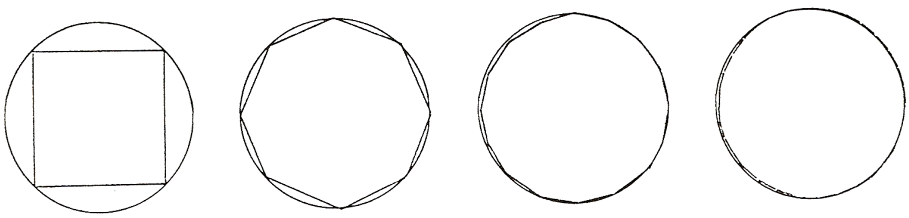
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګه سړی په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

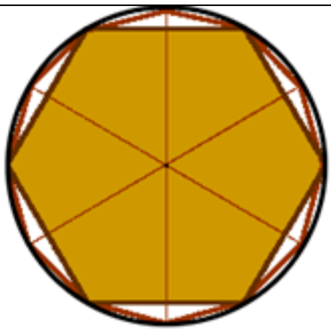
دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار داسی پیل کیږي، چی په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکځیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

خیره ۱۱۹



یوې ګردی ته د یوه n –ګوډي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه)

خیري ۱۱۹ بناڅ جی،

په مخامخ خیرو کې نهه ضلعي وریسي شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردی ته نزدې کیږي مخامخ خیره څو څوګوډیز بریښي او ستره تری راتاو ګردی**مخامخ** خیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نزدې یا تیک دایره ده)**	

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعي) تل کوچني کیږي، چي پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځټکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا څیره تل نزدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دایرې چاپیریال او منځهواره هم همغه چاپیریالدایرې ته نژدې کیږي. د اضلاعو زیاتیدو سره د دایرې ورانګه هم لوییږي. د هغو چاپیریال او منځهواره تل همغه ډیر ضلعي او په همدې توګه د چاپیریالدایرې څخه. په روښانه توګه لیدل کیږي چې د چاپیر یالدایرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپای ډیر n ضلعو سره د n - ضلعي سره یوځاي پریوځي یا یوځای کیږي.

په لاندې جدول کې د چاپیریال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زیاتیدونکي n عدد سره ستابیل (په خپل حالت، چې ډیر تغیر په کې نه راځي) پیژندور دی:

Fnمنځهواره	Unچاپریال	nپیدایښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپیرال (دایرې محیط) او د دایرې هواره (سطحه) د دریکوډیو(مثلثونو) له لارې تاکل کیدی شي

پیلبیلګه:

د بانك مدیر ښاغلی سپین غوارې د کنفرانسونو لپاره یو د ښیښې میز جوړ کړي چې په هره لور یی ۸ کسان ځاي نیولی شي. ایا ددې لپاره یو میز چې ۲ متره نیمی(قطر) ولري بسیا کوي، که د یوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتیمتره د میز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

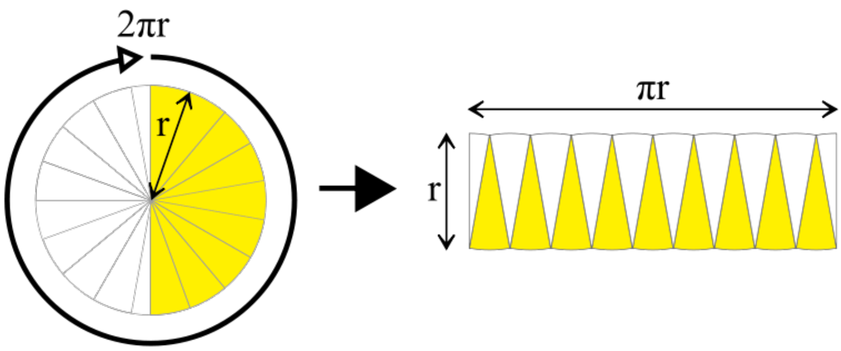
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی   U = pi.1m=6,248m² پـه د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر   80.8 = 640cm . قیمت وسطي یا منځ ارښت یې 6,2m دی. پس د نېکو هیلو سره ټول کسان په مېز ځاي نیولی شي مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ **او له دې امله 3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..**

په لاندې څیره کې کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدې

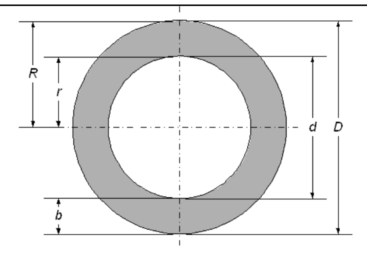
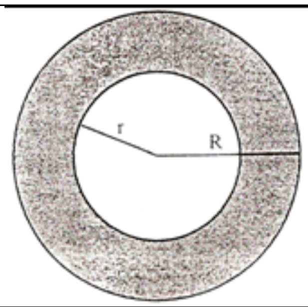


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کې د څیرې کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لړ تخریب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي٠

ګردنیوته ، ګردیبرخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**ډېر وخت دننه- یا خوندیکردی له چاپیریالکردی کوچنی وي. نو له دي امله د دوي په منځ کې یوه کړی منځ ته راځي، چی د هغي منځهواره د دواړو ګردیو د کمون، کمښت یا توپیر څخه شمیرل کیږي .**
	**جمله :** **موږ دوه دایرې لرو، چې د محاطي دایرې وړانګه R او د محیطي دایرې وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi(R^2 - r^2)$ $F_K = \pi(R-r)(R+r)$

بل ډول يې: یوې د دایرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسې کیدی شي، چې د دایرې محیط د دایرې قطاع (د دایرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې يې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چی له غاړې یا ژی یې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کومه میز سطحه پاتې کیږي او د دایرې کړی چی له منځه ځي څومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

$$F = (0{,}9m)^2 . Pi = 2{,}835m^2$$

د دایرې کړی سطحه او محیط چاپیریا په لاندې ډول دي

$$F = 1{,}95m . 0{,}05m . Pi = 0{,}30m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

د داسې لړ ستونځو سره بيا هم ټول كسان پر ميز ځاي نيولی شي٠

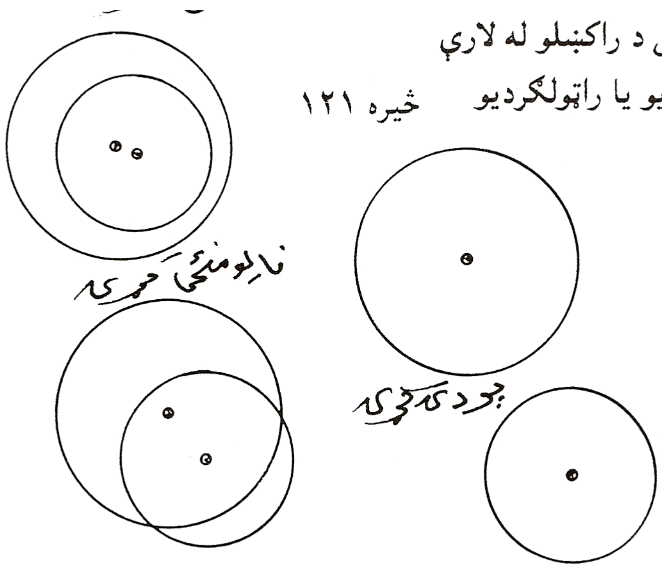
د ګرديوپروتځايونه يوبل ته:

هغه دايرې، چې منځټكي يې يو په بل پرېوزي كونځنتري يا راټول او په غير له دې اكسځنتري يا ناراټولې بلل کيږي.

يو منځي کړی يا دايرې — **نا يومنځي ډايرې يا کړی**

ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي کېدی شي دا كار د راكښلو له لارې په كونځنتري يا راټول دايرو واړول شي.

وي كيدى شي چي د راكښلو له لارې
په كونځينتريګرديو يا راټولګرديو خيره ۱۲۱
بدلى شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردۍ چی منځ ټکي يې يو په بل   پريوځي کونځنتري Konzentrie يا راتولي او په   غير له دي اکسځينتري Exzentrieيا ناراتولي بلل کيږي . که يوه ګردۍ تولـه په بله کی پرته   وي کيدی شي چی د راکښلو له لاري   په کونځينتري ګرديو يا راتولګرديو بدلی شي.

که ګردۍ يوبل پوره پټی نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډيريو(يا   ګډو پاتي يا باقي شميرنه له ستونځو   سره مخامخ کيږي .که ګردۍ يو له بل سره ګډ ټکي ونه   لري نو دا ګردۍ يو دبل سره پردۍ   بلل کيږي. د دي ګرديو څيرې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي.

څو پيژندونه يا تعريفونه:

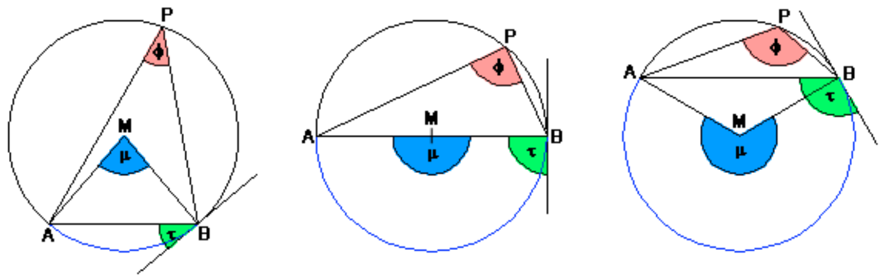
د ګردۍ هغه برخه ګرديوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل   کيږي، که چيرې يوه دايره (ګردۍ) د يوې   کرښی له لاري يا کرښه باندې غوځه شي . داسی يوه کرښه غوځکرښه ياغوځوونی (سيکانت) Sekante بلل کيږي. غوځکرښه ګردۍ په دوه توټو ويش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ څخه تيره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ويشي، چی دا بيا ګردۍ نيموونی بلل کيږ.   هغه غوځوني چی له منځ ټکي تيره شي، د ګردۍ نيمی يا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردۍ په يوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردۍ څخه دا کرښه دباندې تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردۍ د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني   (Sehne) يا وتر بلل کيږي   .ټوټونی يا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوځی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاي کرښي يا ـلکه، چي ورسره بلد يو - کرښي دي .د يوه ګردۍ څخه د دوه ورانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوځه شي دا برخه ګرديبرخه يا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج   او ليندي   (Bogen)   b سره. مخامخ څيره ده

په لاندي څيرو کي د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کين ونبی لورته:

ګرديليندە Kreisbogen   د ګردۍ ټوټه ووني(ټوټووني)   Kreissehne   ،
ګردۍ برخه   Kreissektor ،

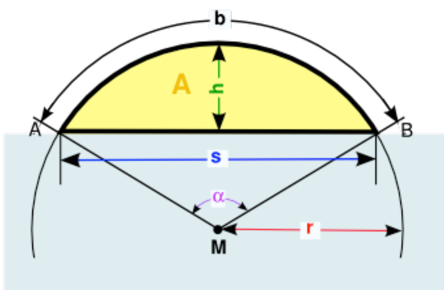
(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردۍ کې د کونجونو ډولونه:



1. Fall: $\mu < 180°$ 2. Fall: $\mu = 180°$ 3. Fall: $\mu > 180°$

د ګردۍ ټوټه (د ځيرني پوهيدوله پاره دالاندې ځيره پوره په پام کي ولرى)



ګردۍ ټوټهKreissegment ,
د ګردۍ ټوټې لويې:

- **Mittelpunktswinkel منځټکيکونج = α**
- **Kreisbogen ګردۍلينده = b**
- **Segmenthöhe د ټوټې جګوالى = h**

(c) ketabton.com: The Digital Library

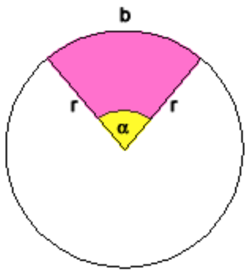
- **Radius وړانګه= r**
- **Kreissehne (وتر) توټه ووني = s**
- **Segmentfläche توټي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M**
- **Verbindungترڼه برابرپېنیز درېګودی = A-M-B**

Formel zum Kreissegmentد ګردیتوتي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توټه ووني (وتر) د) وروسته لپاره دي په پام کي وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توتي جګوالی یا قطعي جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	Bogenlängeدلـيـنـدي اوږدوالـی
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel مـنـځـتـکـيـکـونـج پـه درجه کـچ(Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahlگـرديـکې

گردی برخه Kreissektor یا د گردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د گـردی بـرخې يـا قطاع فـرمـولـونـه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** مـنـځـهـوارہ
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د گـردی لـيـنـدی اوږدوالـی يـا د قـوس--
r	Radiusوړانـګـه
α	(Gradmaß)Mittelpunktswinkel مـنـځـتـکـيـکـونـج (پـه درجه کـچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahlگردیکښ یا د دایرې عدد

د یوې ګردۍ او کرښو پروتځایونه یوبل ته:

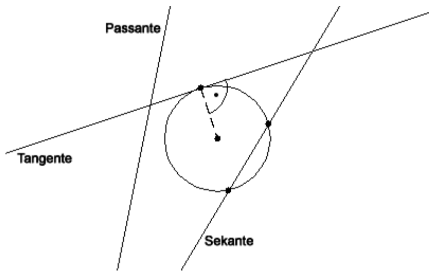
کرښه، چې ګردۍ غوڅوي، غوڅونې بلل کیږي.

کرښه، چې ګردۍ لمسوي یا د ګردۍ مماس دی، د ګردۍ لمسونې یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له ګردۍ تیریږي، له ګردۍ تیرېدونکې بلل کیږي.

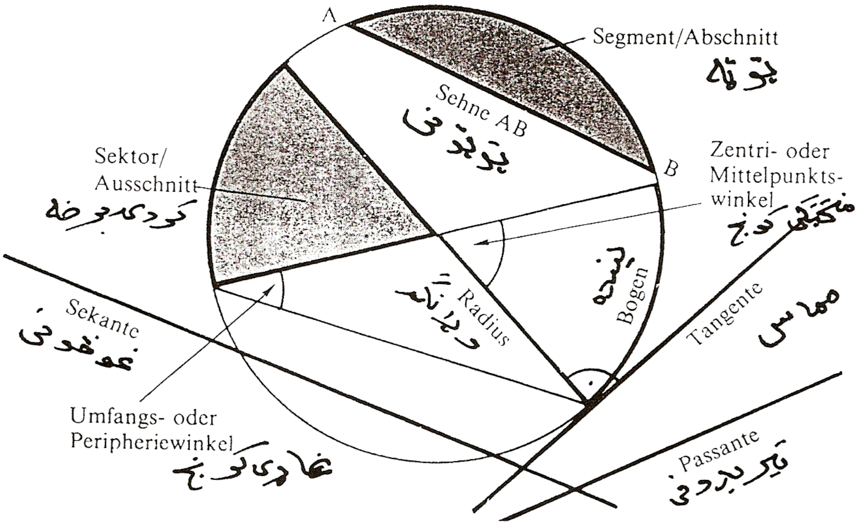
د کرښوپروتځایونه د ګردۍته:

په لاندې څیره کې د کرښو نمونه: تیریدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅونېSekante ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي٠



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوې دي

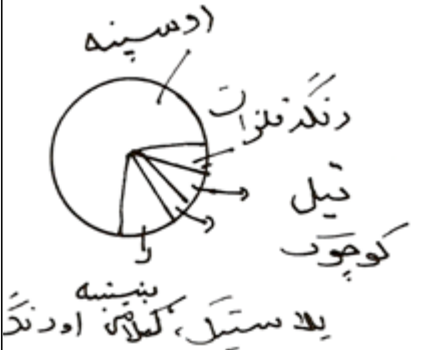
(c) ketabton.com: The Digital Library



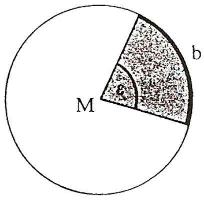
خیره ۱۲۲

پیلبیلکه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښې او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کی (د جوړموادو برخه د ګردیبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° خیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي یا لاندې د کړدی برخي خیره خرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لینده b تغیر خوري او لاندې باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F} = \frac{b}{U} = \frac{\varepsilon}{360°}$	ε لویوالي b ده کې دیموفه یا گردی را غوځي  شیره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دویمي برخي څخه باوري دي:

جمله : د کړدی برخي د لیندي اوږدوالی داسی دی:

$$b = \frac{n.\varepsilon}{360°} = \frac{2\pi r.\varepsilon}{360°} = \frac{\pi r \varepsilon}{180°}$$

د لومړی برخي څخه د سیکتور یا کردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله : د سیکتور یا د کردیبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk} = \frac{F.\varepsilon}{360°} = \frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°} = \frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk} = \frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk} = \frac{F.b}{n} = \frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لندوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخي (بیلګه مخ) هواره خومره لویه ده، که د کړدی دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات = F ربړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

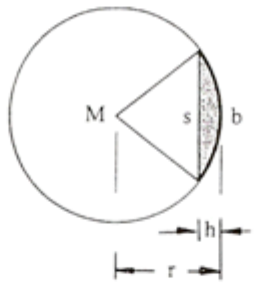
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهواري ددې فرمول سره نور د برخهواري شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهواري او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

شیره ۱۲۵

ګردی ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2. \sin \varepsilon$$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هواري په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon/180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هواري لپاره ګټور نزدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيلبيلګه: مدير کړاو له ځان ځخه پوښتي چې ايا د ګرديميز په ځاي به يو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختيار کي هواره او چاپيری به څومره لوي وي؟

لمړی ګرديتوبی شميرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شميرلو لپاره، د مربع څخه و ډيرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شميرو.

منځولاړه m، د اته کو نجيز کانتی يا ژی k او بالاخره د دګرديتوبي جګولی h د پيتاګوراس د جملی په مرسته شميرو.

لاندې لاس ته راځي:

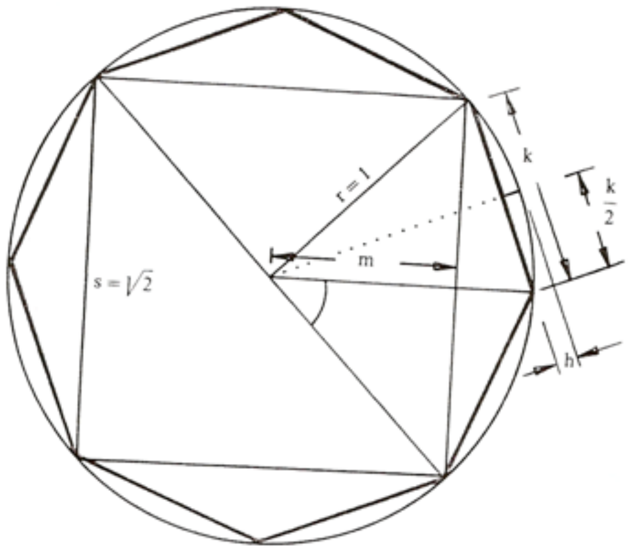
$$s = \sqrt{2} \, . \, 1 = 1{,}414 \text{ m} \; ; \; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $٤ = 45°$ له امله $b = 0{,}393$ m دی./و له دې سوه

$F_{\text{تويه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$



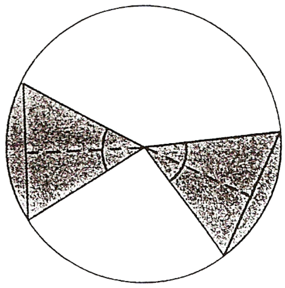
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښيښې ميز جوړيږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: 8.0.039 = 0,312 m² .ميز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګرديهواره د وړانګي r = 95 cm سره. د کيناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيری اوس U = 8.0,765 = 6,123 m

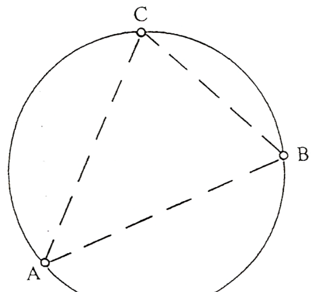
د مساوي ټوټوونو جمله



خيره ۱۳۱

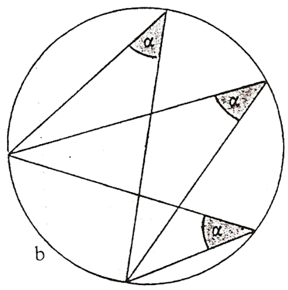
مساي اوړدې ګرديټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلې لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګرديلينده، او مساوي ګرديټوټې او مساوي ګرديبرخې لري .

د چاپيرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره يوه ګردی موجود ده چې د دريواړو ټکو څخه تيريږي:
دا د دريکونجي ABC چاپيرګردی بلل کيږي
خيره

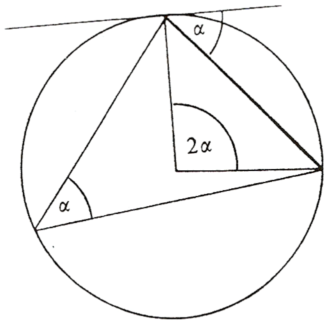
د پريفري – يا ژيکونج جمله



خيره ۱۳۳

په همغه لينده باندې ټول پريفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

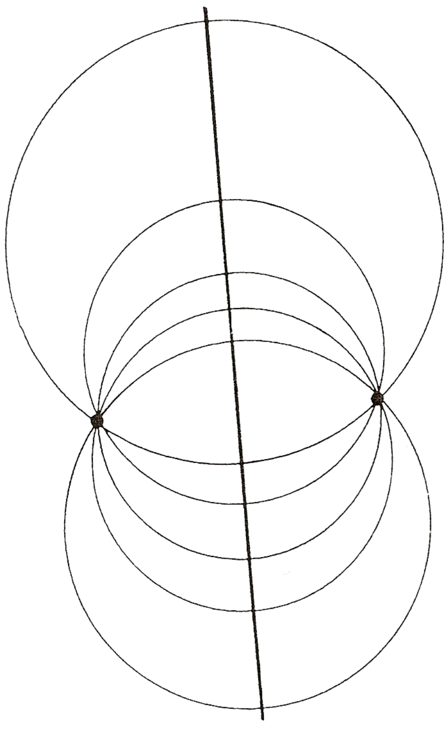


د منځټکیکونج او پریفریکونج یا ژیکونج جمله:

یو منځټکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

ځیره ۱۳۴

د منځټکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



د منځټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

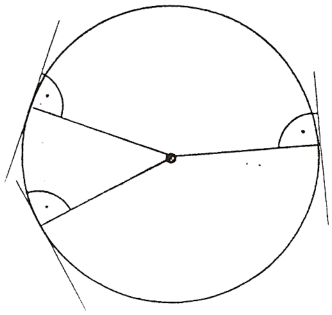
دګردیوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پریکوي

د ټولو ګردیو منځټکی چې یو بل په
دوه ټکو A او B کې غوځوي یو
ناپایکرښه باندې چې ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وایي پراته دي.

ځیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله



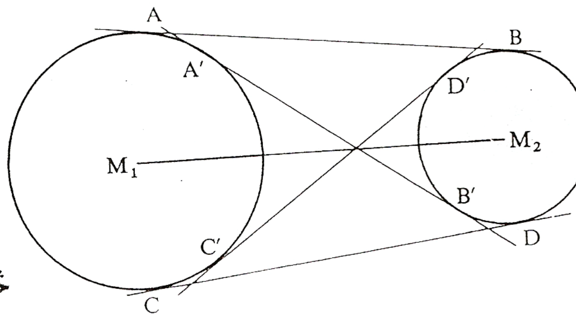
ښیره ۱۳۶

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره يو په بل ولاړ يا نيغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګرديو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نوميږي که د دوه ګرديو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چيرې دوه ګردي ګډ دننني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅېوټي همغه اوږدوالی لري.

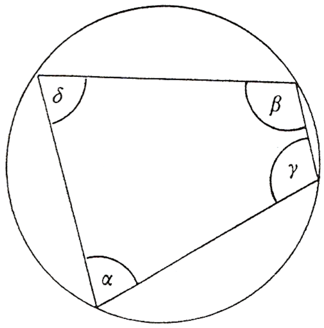
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



ښیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

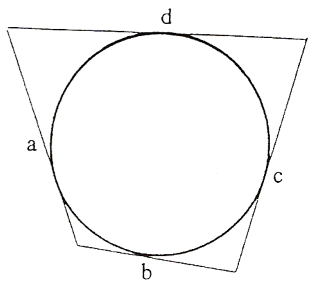


ځيره ۱۳۸

$$\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180°$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



ځيره ۱۳۹

A+c = b+d

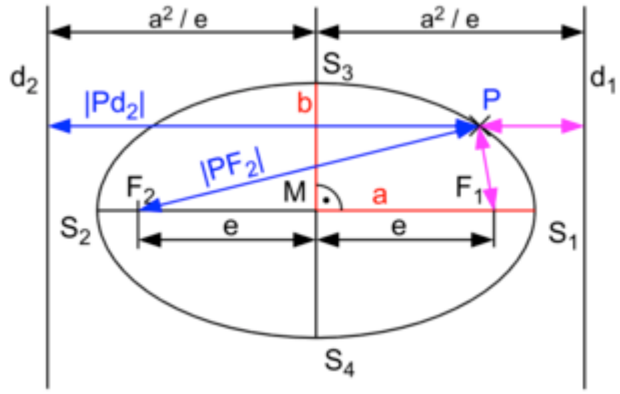
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایـلـیـپـسی (بـیـضوي یـا هـکۍ) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیلـبیـلـکه :

د کړاو میز جوړښت بانـدې موږ پـه اتـه کونـجي اوبـې یـا حل کـې تـم کړی وو. دا چې پـه دې ډول یـو میز سره تـل د زخمي کیدو خطر موجود دیپوښتنه رامنځ تـه کیږي چې : داسې یـو را ګردشوی شکلـی شکل ، چې ګردی نـه وي او منظم غوښ وي، شتـه، چې د کړاو اړتـیا پـوره کړي؟ پـه ریښتونـی ، داسې یـو اوبـې یـا حل موجود دی، لـکه چې لانـدې ښیره ښايـي، چې هر د غاړې ټـکی دوه ټـکو واټـنونـو تـه یـو ثـابـت واټن لـري



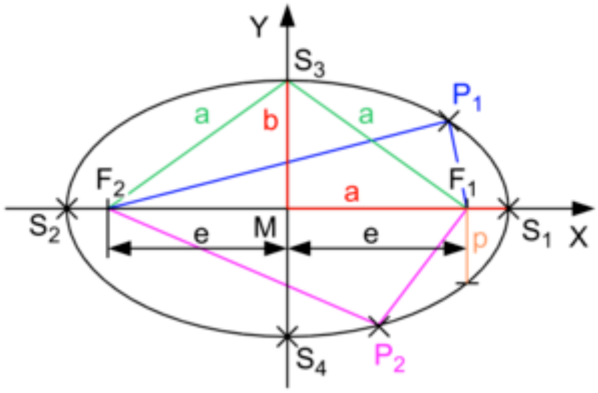
پـیژنـد یـا تـعریف:

د ټـولـو مغوټـکو P ډیـري تـه چې لـه دوه ځاي پـه ځاي ټـکو F1 او F2) سوزېـدټـکی یـا بـهتره سوزونـټـکو (ثخه ثـابـتـه یـا همغه واټن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومیږي

لانـدې واټـنونـو یـا فـاصلـو تـه سوزونـوړانـګی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (O ته د ایلیپسی منځ ټکی وای، e ته د سوزونواتن یا فاصله یا لاینی ایکسشنتریشیتایت (lineare Exzentrizität) یا لاینی نارا ټوله وایي. ددې لويو لپاره لاندې اړیکي باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کی **a** او **b** د ایلیپسی لوی او ووړ نیمحوورونه دي. اړیکه **I** روښانوي، که چیري د ایلیپسی ټکی **P** د نیمحور **a** په اخر کی وټاکل شي، **II**د پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د **P**ټکی د **b** نیمحور په اخر پروت وي. دواړه ناپاکرښی چې د سوزونټکي تیریږي او په دې په **O** کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محوورونه جوړوي. د خوښي په ټکی **P** کی هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانکو ترمنځ کونج نیموي.

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

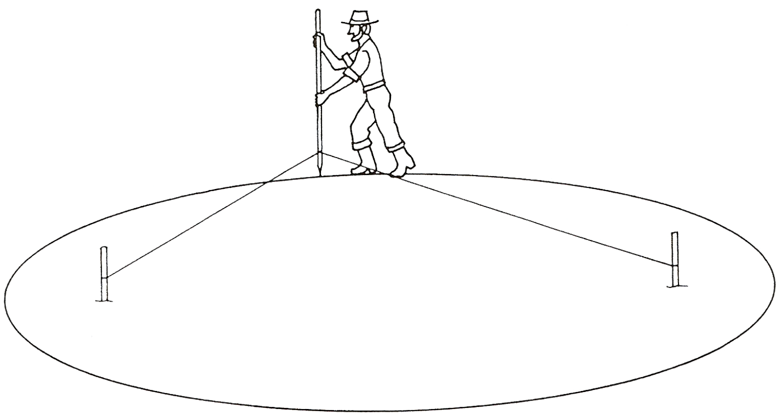
دا ځیره دي کران لوستونکي د تمرین په توګه وباسي٠ د یوی رسی، چې په 2a اوږده وي، په داوړو سرونو کې موږي وتړی او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موږي یا لرګي په مرسته دا پړی راکش کړی یا راکاږی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چې پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونو ټکي چې موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. څيره په هر کواورديناټ سيسم او يا په يوه ميلي متر کاغذد کونځينتري يا راټولو ګرديو په مرسته بل جوړښت امکان پيداکيږي، چې سرۍ د يوه ټکي دوه ګردۍ د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردۍ په Pb او دباندنۍ ګردۍ په Pa کې غوځوي. که د Pb څخه يوه پرته کرښه وويستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچيرته يو د ايليپسي يا هګۍ يا بيضوي ټکی لاس ته راځي. د ايليپسی هر ټکی داسی پيدا کيدی شي .پيژندل کيږي چې هر 2 bته غبرګ ټوټونی

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دی. له دې سره د هوارې دننه هم تغير خوري ددې فاکتور k په اندازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



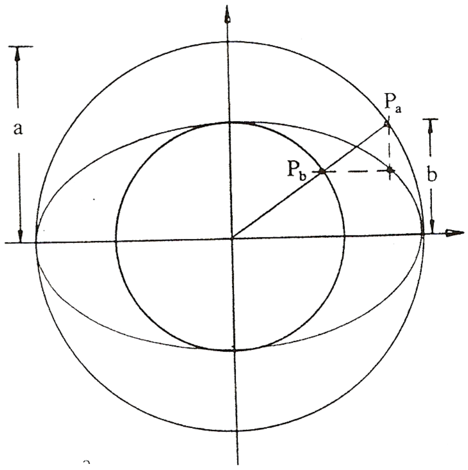
څيره ۱۴۱

او له دې چې r = a او k.r =b) د r لته د ګردی » لويه نيمه اکسی(محور) ده

جمله : دايليپسی هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ايليپسی چاپيرونی په ساده ډول
نه شي شميرل کيدی، په عمل کی
په زيات وخت کی نزديونه يا نږدې
شميرنه بسيا کوي.



څيره ۱۴۲

جمله : د ايليپسی چاپيری:

$$U \sim \pi(1{,}5 \cdot [a+b] - \sqrt{ab})$$

او يا ګردي ته ورته ايليپسی. دا
په دې مانا چی $a \sim b$:

$$U \sim \pi \cdot \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپيري ته ځي:

$$U = \pi(1{,}5 \cdot [a+a] - \sqrt{a^2}\ ) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi \Leftrightarrow$$

اويا په په همدې توګه يا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi \cdot \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi \cdot \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بيلګه:

کوم خورا لويوالی د ښاغلی کړاو ميز په ايليپسي يانيضوي يا هګي څيره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کيږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی ميز بايد د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi \cdot 1 \cdot 0{,}95 = 2{,}985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیرى کیږي:

$$U \sim 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}) 6,127 m <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیڅیرې ته نزدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیڅیره د میز لپاره مساعد اوبې یا حل دى.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کى د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دى. کوم چاپیرى یى هغه ونه لري چى وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکى ۱،۵ سانتي متره اوږد دى(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یى په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونى، یوه کال کى څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نږدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیرى یى څومره دى ؟

۴ – په خیال کى دې ولرو، چى له اکواتور یا قطب څخه یو پړى غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چى د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دى. د یوه ځانګړي تخنیکى چمتووالى له لارې په هرځاي کى د ځمکى څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دى چى سړى ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلى) پاکي وځایوولى شي یا ځاي کړاى شي؟

۵ – د غوڅهواره به یى د ځمګي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

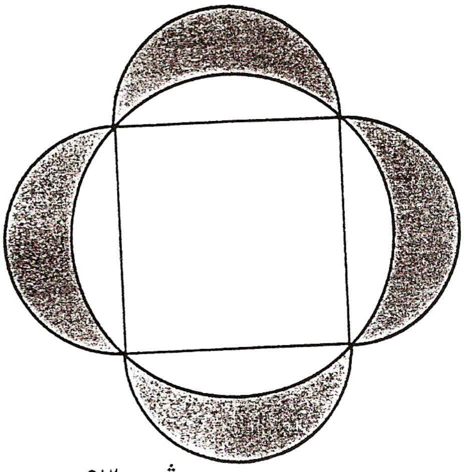
۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دى، که یو له بل یوه اوږددرجى په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

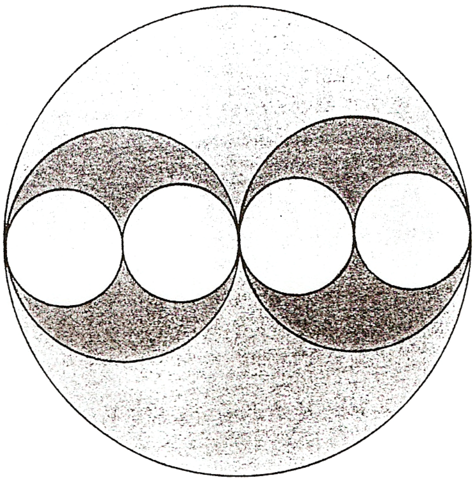
۷ - د ګردي چاپيری څنګه تغير خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي يا په همدې ډول نيمه شي؟

۸- وښايي : د مربع هواره د څلور مياشتو (سپوږميو) د هوارې سره مساوي ده (ځيره ۱۴۳).



ځيره ۱۴۳

۹ - د ځيرې سره سم د ګرديو هوارخوندي يا هوار دننه يا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره يوه د لويي ګردي په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښايي چی د څلورواړو ګرديو چاپيری د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره يا دباندې ګردي چاپيری.



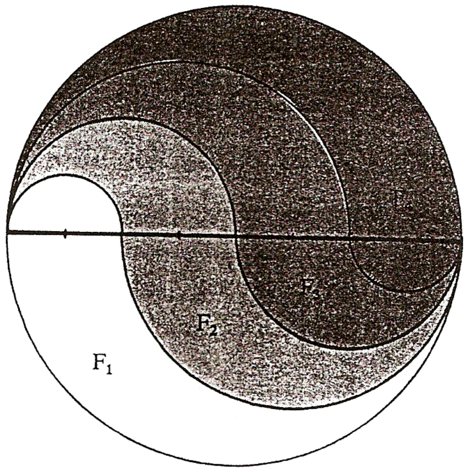
ځيره۱۴۴

۱۰ - د يوې مربع دباندې او دننه يوه ګردي راګرځيدلي. د دواړو ګرديو هوارې يو بل ته څنګه ځانونه نيسي (تناسب يا ځاننيونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي r = 7,2 cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چی وړانګه یی r = 10 cm ده، که یوه ګردیکړی کیښنول شي، چی هواره یی دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



څیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په څیره ۱۴۵کي چی ورکړ شوي، وښایي، چی وړانګه یي r = 4 cm وي. وښایي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (څیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چی داړخ اوږدوالی یی ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چی نیمي یی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

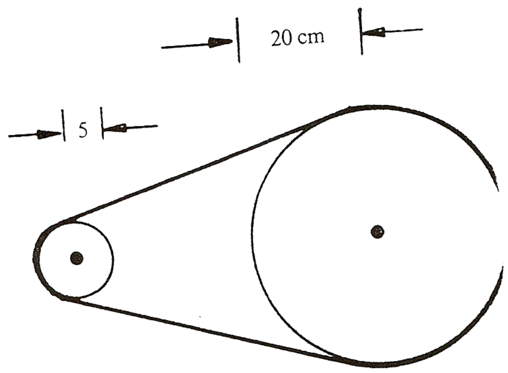
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چی دننی وړانګه یی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چی سرعت یی په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتليت يا جوړه سپوږمۍ يا مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څيره ۱۴۶

۱۷ – د يوه څرخونکړي يا بهتره څرخونېټې په مرسته کيدی شي څرخونحرکت يا څرخونخوزون د يوې څپې په بلې څپې راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کې يوه دقيقه يعنی ډيره ټيك اره په برينښنا ماشين چلول کيږي يا په حرکت راوړل کيږي. د اړې خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخی يا ګاډيل (r = 20 cm) په ثانيه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپيرې او هواره اليپسی يا بيضوي يا هګيڅيره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , w(r_1,r_2) = 90°

۱۹ – وښايي: په يو په بل پرتو اليپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1/2$ ، نو دننی ايلپس بيضوي همدومره لويه ده، لکه په دې دپاسه ايليپسي يا هګيڅيرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په يوه کال د لمر څخه نزدې د يوې ګردی په څير راڅرخي. ددې چاپيرې وړانګه نزدې ۱۵۰ ميليونه کيلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

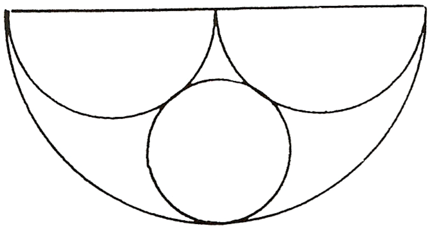
(c) ketabton.com: The Digital Library

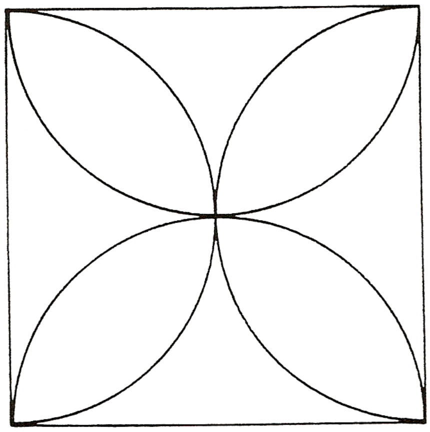
ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





خیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځښکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځښکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیټوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمی ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راځرخي. د راځرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښیزو ځیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښیزو (لاینی) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کرښیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبې اړیکي یا تناسب ټولګې یا ا ړیکي د کرښی په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکي سټ(ډېری) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کي دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېری یوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که د(K(x په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبايل يا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چي د مياشتي € 20 ورکوی او د دقيقي د تلفون قيمت يي € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره بايد غورځنګ تاديه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په يوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

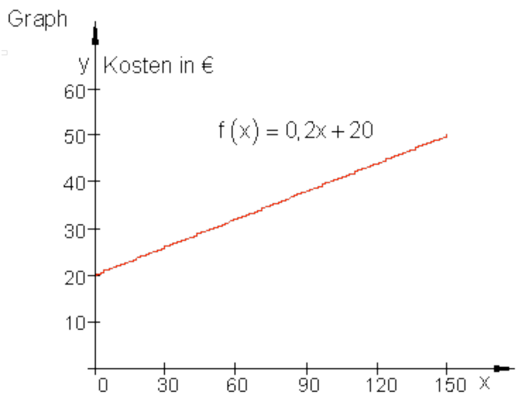
ب : په يوه مناسب وضعيه قيمت سيستم کي يي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشميرني لپاره يي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

اوبي يا حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي مياشتي د ټول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقی او€ يورو نه ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسې مخ ته ځو:

بنسټ پیسې باید تادیه شي د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0 \ \min: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30 \min: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60 \min: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x \min: \ y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرې یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منخپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکې برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا كميز يا منفي ډی(مثبت = زياتيدنه، منفي = كميدنه)

كرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چې كرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو كورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$: سره n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل كيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوه ووني) بلل كيږي.

دا چې دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په كرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړی درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل كيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اكسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځكه چې x = x^1) ټاكل كيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 دb يا n لپاره ليكل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکی او د ګراف رسم يي وکاړی.

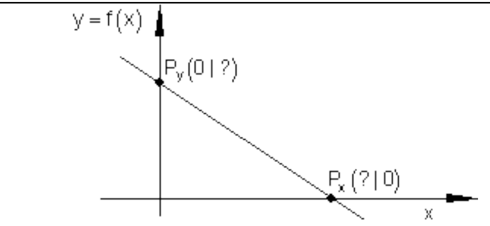
$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - د محور غوښتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوښتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.



دا ارزښتونه لړ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1 x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1 x + a_0$ بڼې د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅتکی يا د تقاطع ټکی (Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

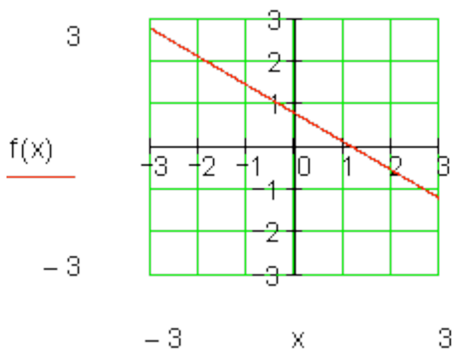
$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواورډينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

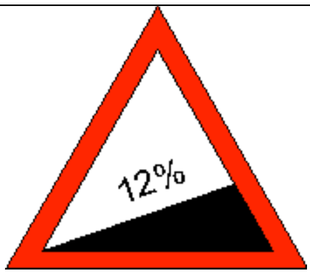
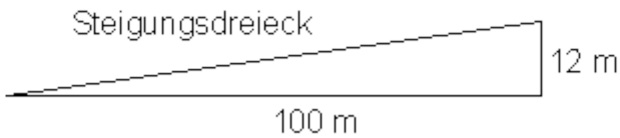
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميری او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږی.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کېښول کیږي یا نسبیږي یا غزېږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

	د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدنې درېګودی 

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

پیژند(تعریف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

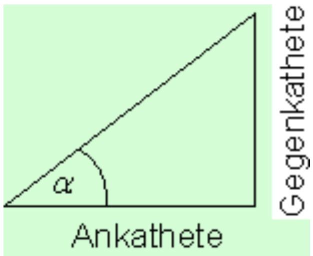
(c) ketabton.com: The Digital Library

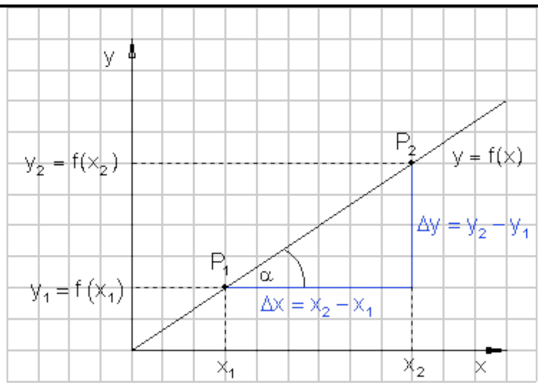
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α ا د جګوالي کونج هم بلل کيږي.

پروت اړخ





په ځنګ کې تشکيل ګراف کې يوه سرچينه يزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 ځخه تيرېږي.

د کرښې جګوالی دې د ټکو او کواورديناتو په مرسته پيدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواورديناتو دکمښت(تفريق) له لارې کره شوی.

د کمښت يا توپير لپاره ليکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضيه:

د جګيدنې مثلث ځخه د کرښې جګوالی شميرل کيدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه کواوردیناتسیستمم کې د کربښې جګوالی د یوه په خوښه قایمالزاویه مثلث (ولاړکوډیز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضریب د کربښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کربښمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د یوه کربښیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د یوې کربښي دوه ټکي د کواوررديناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

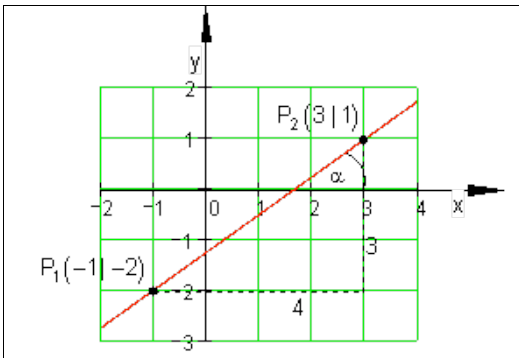
اول . کرښې رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مځ ته راغلې کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښې جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميرۍ

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوې کرښې ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده.   د يوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

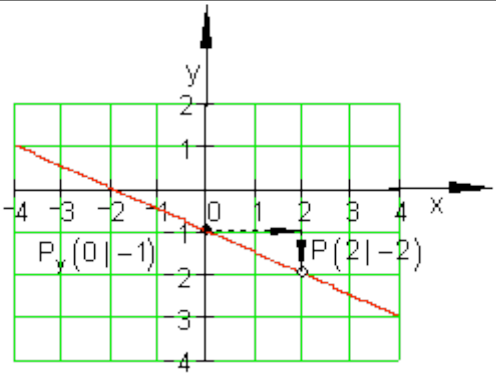
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کي غوڅوي يا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردينات سيستم کي رسموو. د P_y څخه دوه واحده يا يونونه ښي لورته ځو او يو واحد يا يوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y د P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښي له يوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکي ته راشو، کيدی شي دا لاندي لنډه ښه په ياد کي ونيسو:

په ياد ولری: د مخرج واحدونه يا يوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه يا يوونونه د مخنخښي په واک يا تابعيت کي پورته يا کښته لور ته.

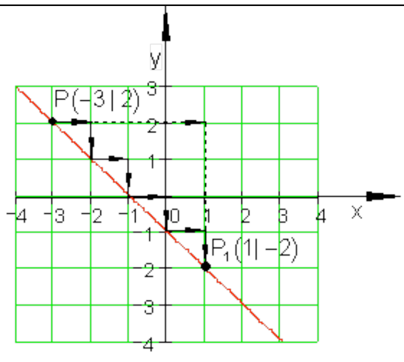
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کيدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو ټول(تام) ګڼ يا عدد هم وي، دويم ټکی په دې ډول ټاکل کيدی شي، ځکه چي هر ګڼ يا عدد کيدی شي په کسر بدل شي.

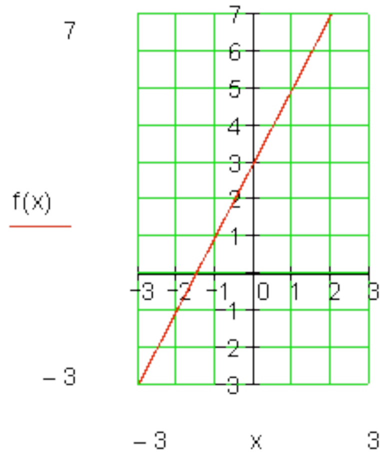
بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چي جګوالی يي a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چي يوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له P ځخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغي برابرې نتیجې ته بیایي.	
بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوځوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول ځخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د ځګوالي مثلث ځخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ تم - $f(x)=-\frac{3}{4}x-1$

نهم - $f(x)=-3x+\frac{5}{10}$ لسم - $f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

۳.۴- کلیمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع گراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يو x او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m=a_1 \wedge b=a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

Ax + By + C = 0

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بیلګه:
$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چي دا مساوات په لاندي معلومه یا پیژندل شوی بڼه راوړو:

y= $f(x) = a_1x + a_0$ یا $y = f(x) = mx + b$

تمرینونه۳:

K_fد f کرښیزي تابع لیدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}.$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.
الف – ایا ټکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A \mid 4)$ او $B(-2 \mid y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چي د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4 \mid 0)$. تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږئ او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې یې ګراف رسم کړئ.

ب – په لاګر کې د95 kg پاتې غوړیو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

<table>
<tr>
<td>خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو.

بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتې سټ (ډېرئ) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده.

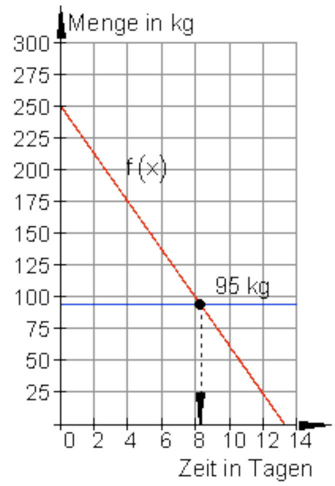
پیل ارزښت 250 kg دی.

د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده.

دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي

$f(x) = -19x + 250$</td>
<td>ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام



وخت په ورځو</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x)=95 \Leftrightarrow -19x+250=95\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=-95\,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x=155\,|:19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{155}{19}\approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوښتکی دې وټاکل شي:

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow -19x+250=0\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=0\,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x=250\,|:19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{250}{19}\approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدې تر 13 ورځو رسیږي.

2.1.7.د تمرینونو حل :

تمرین ۱ : تمرین ۱ : د D ټول ګنیز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکئ او د ګراف رسم یې وکاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعریف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعریفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3{,}75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2{,}25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

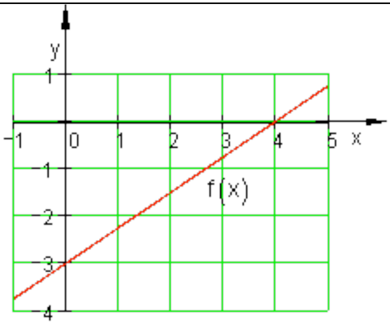
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0{,}75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

جدول او ګراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$W=\{y \mid -3{,}75\le y\le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کي د ابينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

حل :

$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

د y- محور سره د تقاطع يا غوښتکی:

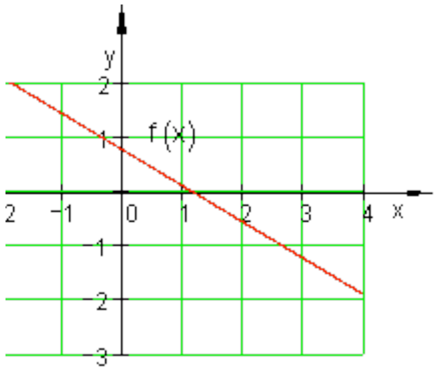
$f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \middle| \frac{3}{4}\right)$

د x– محور سره غوښتکی:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} \,\Big|\, -\frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$

$\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \middle| 0\right)$



ازمايينت

$f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{18}{24} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

K_f د f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$ سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکيرې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5 | 1,75)$؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A | 4)$ او $B(-2 | y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B، وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتونوشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A | 4): \quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|\, : 1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2 | y_B): \quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازمايښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تيريږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات| .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر يو په يوه کواوردينات سيستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4);P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5);P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محوررونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړئ او (f (-1 په ګوته کړئ

ب = ایا $P\left(\sqrt{7}\,|-1,54\right)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

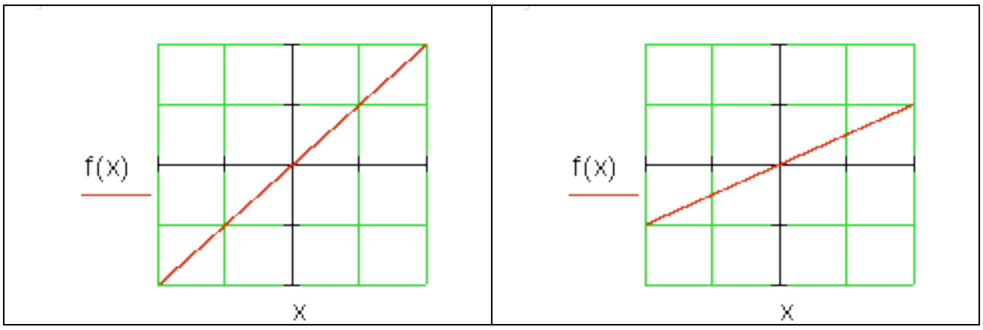
ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6?$ دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.
د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړئ.

اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړئ

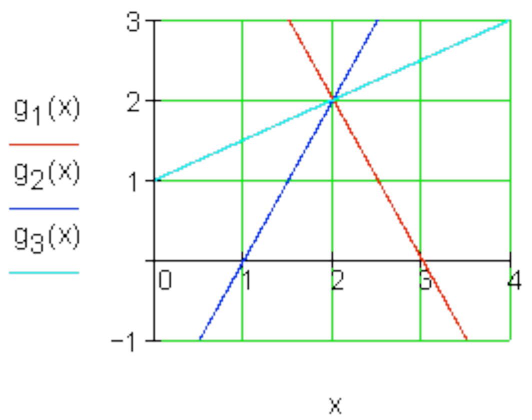
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتنې

کرښیز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –

	د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې g(x) = 2x + 8,2 د څنګ څیرې کرښه وټاکی، چې د g(x) سره غبرګه له ټکي(P(2 | 2 تیریږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دلیل ودانه کړی.

دویم –

ټکی (3- ;P(4,5 په کرښه چې صفر(سرچینه بیزه کرښه) پروت دی.

ټکی ((P(3;f(3 هم په دې کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

تېکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکئ.

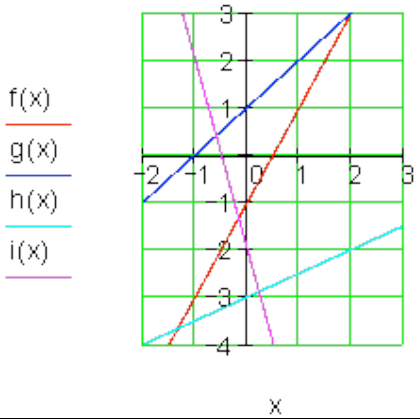
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچینې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x-5$ ته غبرګ

پنځم- د یوه کرښیز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکئ او f(0,25) او $f(\sqrt{2})$ وشمېرئ.

شپږم- له څنګ څېرې څخه د تابع ترم وټاکئ. دx مناسب ارزښتونو له لارې یې نتیجې و ازمایئ.	

۳.۷- کرښیز ي توابع د ورکړشوو شرایطو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي خخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 | y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پیدا شي.

جګوالی: $a_1 = 1,5$: تکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

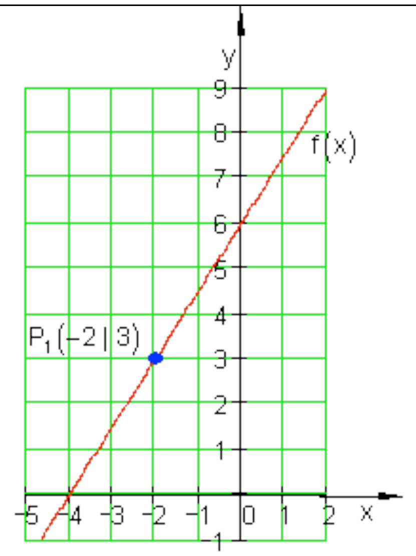
د $P_1(-2|3)$: لپاره ازماینت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 | +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازماینت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$



بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوگرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنگه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جگوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربنوده وي.

يوه کرښه دa_1 جگوالي سره د$P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جگوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کې ځا په ځای کړی

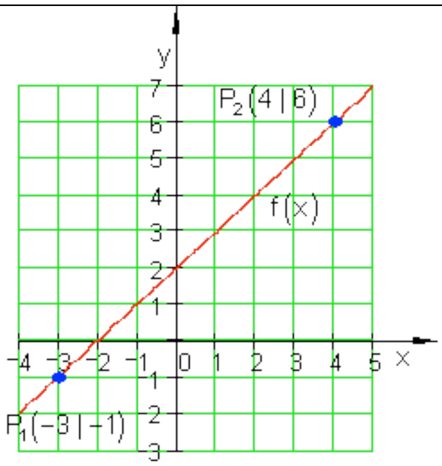
$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x+3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیرېږي

بېلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګيدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کيږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازماينت لپاره بې پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کيږي، ځکه چي
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمایښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \,|\, -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\ ^0C$ برابری دي د $212\ ^0F$ سره . $0\ ^0C$ برابر د ی په $32\ ^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 | - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$ چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندي بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

۳.۸-تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوڅټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

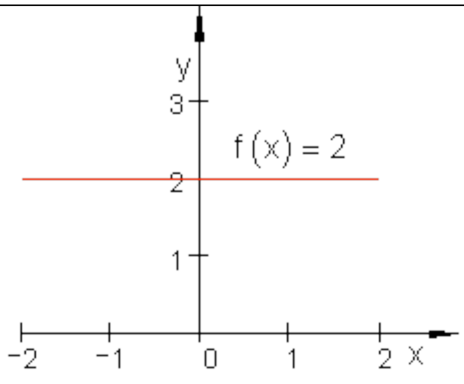
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

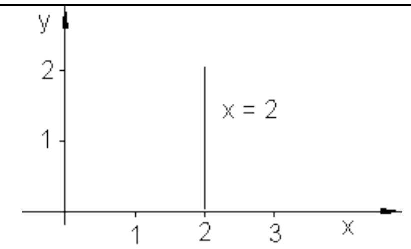
اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4\mid -1)$ $P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$ $P_1(-4\mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه: $f(x) = a_0 \,;\, a_0 \in \mathbb{R}$ یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کیږي. x- محور هم یوه ثابته تابع ده د تابع مساوات f(x) = 0 سره. د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.	

د y- محور سره غبرګه. $x = a \,;\, a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي. دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چي یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده. د x = 0 y- محور مساوات دي.	

بیلګه:

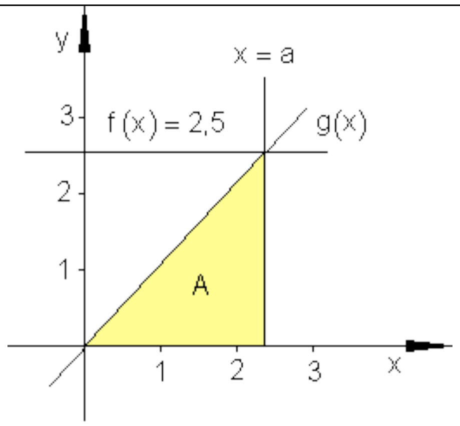
یو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي ده a واټن د a > 0 سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د(P(a \| f(x تکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کرښي سره یو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چي وسطحه د سطحي څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د$g(x)$ تابع مساوات څنګه دي؟



ا $A = \frac{g \cdot h}{2}$ د $g = a$ او

$h=f(x) = 2,5$ سره

د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \,|\, \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چي د سرچیني $g(x) = a_1 x \; (a_0 = 0$ کرښه

د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرین: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولي لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په يوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښيزه بنه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمايښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. $^0F \text{ in } ^0C \text{ gilt: } f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندي کرښيزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ يا – ډېرى W و ټاکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2; D = \{x|-3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}; D = \{x|-4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3; D = \{x|-2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6; D = \{x|-1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1); D = \{x|0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3); D = \{x|-8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1); D = \{x|-7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4); P_2(4 \mid 2); D = \{x|-4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = x - 5$ ب - $25 = x + 8$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

ځ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

څ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ — $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدنې ضریب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری W.

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} I & 5y - 3x = 1 \\ II & x = y + 1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} I & 4x + 5y = 32 \\ II & y = 5x - 11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} I & 15y - 4x = -50 \\ II & x = y + 7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} I & 3x = y + 15 \\ II & 2y - 10 = 2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} I & 2y = 2x - 40 \\ II & 3x = 10 - 2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} I & x + y = a + b \\ II & x - y = a - b \end{cases}$

پوښتې

کرښیز توابع XI

لومړی-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې د تابع$f_2(x)$ سره غوڅېږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د x محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف پہ D کې .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

الف-
$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

ب -
$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښيزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$
له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$
د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 | 5)$ کې غوځوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\ ;\ f_2(x) = -4x - 2\ ;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 | 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\,f_2(x)=-4x-2\,;\,D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

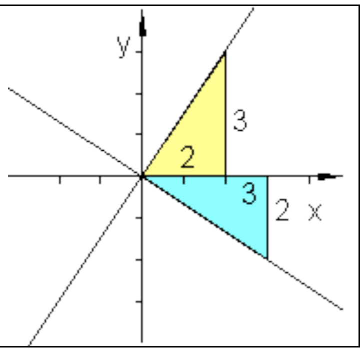
ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\,f_2(x)=3x-6\,;\,D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\,f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\,D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\,f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\,D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

Vorübung:له مخه تمرین: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف په وضعیه قیمتسیستم کې وکاږئ. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسئ او جګوالی یې ولولئ یا په ګوته کړئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسې} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{یا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کرښې یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

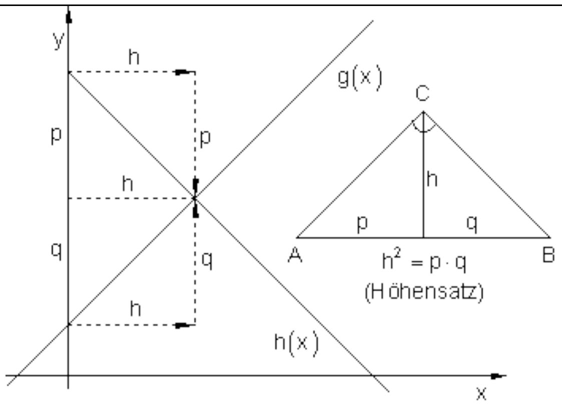
د جګجملې له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه يو بل ته ولاړګونجيز يا قام الزاويه يي ځغلندو کربښي g او h غوځټکی يا د قطعه کيدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چيرته چي د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پينتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g} = \frac{1}{2}$ wegen $g(x) \perp h(x)$ folgt $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ und $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2\|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2\|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښي تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه يو بل سره عمود ځغليدونکو کربښوg او h غوځټکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

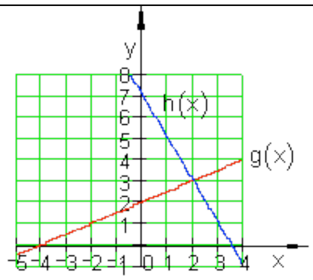
له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h} = -2$

$g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$

$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوڅټکی (د قطعه کيدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او) $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوڅيدو) ټکی و ښايی او کرښي په يوه افقی-عمودي سيستم کې وښاياست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دويم - $g_1(x)=2x-1 \qquad g_2(x)=-2x+1$

درېم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

يا دا لاندې
د دوه کرښو غوڅټکیډ دوه کرښو د $g_1(x)$ او) $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوڅټکی وشميری او کرښي په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کې وکاږی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوځتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم ــ $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم ــ $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم ــ $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم ــ $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډیره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا تل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب ښخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يې قيمت k ټول قيمت دی د داني په سر(دا اووښتوني يا متحول دانه قيمتونه هم بلل کيږي) .

ځای په ځای يا فيکس قيمتونهKf هغه قيمتونه دي، چي که توليد ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرايه، بيمه، معاشونه او داسې نور).

پيژند (تعريف):

د لاس ته راغلو پيسو تابع (E(x په ثابت قيمت باور لري:

دخرڅلاو پيسي(E(x= قيمتP . ډېرىx يعني E(x) = P.x

پام (يادونه) :.

هغه په نرخ يا قيمت p خرڅه شوې ډېرى يا سټ د لاس ته راوړني ډېرى هم بلل کيږي.

تعريف:

د ګټي تابع (G(x لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (يادونه) :ېرکه د(G(x نتيجه کميزه يا منفي وي، فابريکه زيان کوي، که(G(x زياتيزه يا مثبت وي، نو فابريکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښت(K(x همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه(E(x .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپځیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړئ.

الف - تابع مساوات ولیکئ:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid :20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېری فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

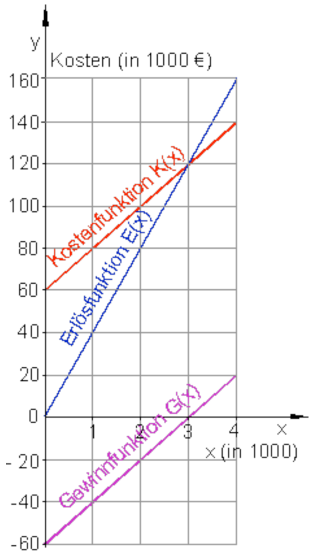
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرى يا – سټ کي د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 ، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله کيدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوځتکي له لاري هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړای شي. د غوځتکی x کواوردينات د ګټې شولي يا هغه ورشو چي ګټه به کي صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دي ځای کي لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه په يوه فابريکه کي د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځي 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميلينونو وي.

داسي ستر ګڼونه تل داسي ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګي په توګه کيدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کي سره راټول کړو، چيرته چي د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. يعني 000 100 داني يو يوون يا واحد دی. همداسي لګښتونه د پيسو واحدونو(-يوونونو) ته سره راټوليږي، د بيلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پيسو واحدونو(يوونونو(ته (GE 9).

پرته له دې د لګښت واحد(يوون) لپاره سړی په ټاکلې پيسو واحد (يوون) پورې مربوط نه دی

بيلګه:

د يوه ټاکلی توليد لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټې په پولې Break-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لږ. Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول توليد: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد يا ډېری يوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پيسو يوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښيزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښيزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښايی، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right)$ او $P_2\left(1|\,1\right)$ تيريږي، جګوالی $a_1=\sqrt{k}+1$ لري او دy محور په $P_y\left(0\,|-\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دريم –

وښايئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k\in\mathbb{R}$ لپاره په يوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

يوه کرښه چې له (0 | 2,5) P تېريږي د کواوردينات د محورونو سره يو درېګوټی يا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښيز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x)=3e^{-0.5x}$ $x\in\mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د يوه کرښيز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکئ.

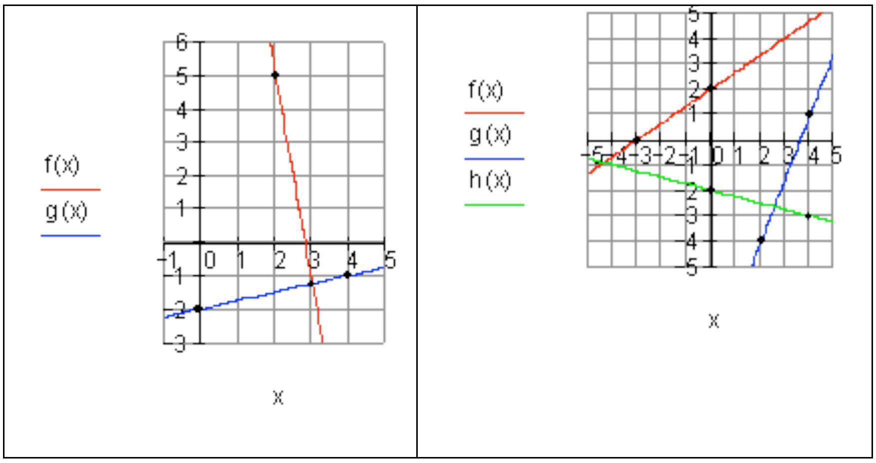
شپږم –

لاندې څيرې د کرښيزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکئ.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دوارو کرښو غوڅتکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f: 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f: x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې $f(x)$ او $g(x)$ د x محور په $x = 4$کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمایئ چي ایا کرښي g, h, i د یوه ټکي څخه تېرېږي.

الف ـ $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب ـ $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دویم –

د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړ ې شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي $f(x) < g(x)$ ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

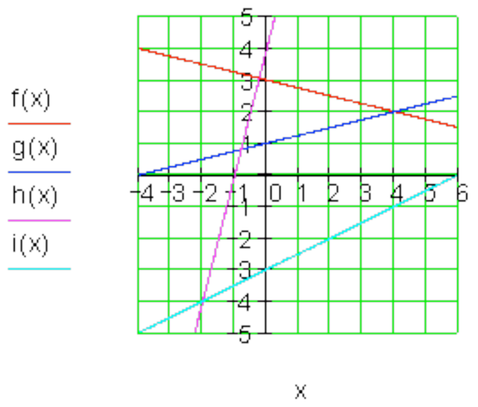
دریم –

د دواړو توابعو غوڅتکی وښایئ او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړئ.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسئ.



الف- ټول توابع مساوات وټاکی.

ب- د f(x) او g(x) غوځتکي وشمیرى ، همداسې د h(x) او i(x) .

پ- دوه کربنې د کبنلى شکل دباندي غوځوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړی

ت- د څلورو نه جوړه موازي کربنو زیات له زیاته څومره غوځتکي لري؟

پنځم –

دوه یو په بل نیغي ولاړي کربنې یو بل په (1- | 2-)S کې غوځوي .

ممکنه کربښ مساوات ورکړی.

شپږم –

کربنه h په کربنه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالى وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرسنع دوى کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرخیدى شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرخلاو یې کمیږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ ځومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په
1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کي د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x   اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27 \mid 3223)$ او $P_1(43 \mid 3559)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې   a0=   بتسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) = 21x + 2656 & \end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh   کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتي په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې دkWh 200   پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

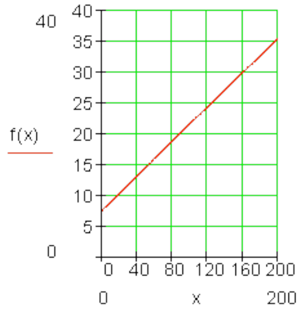
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو مياشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – يو دويم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د مياشتې په€ 10 بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اېنوونه:

$1\ kWh:\ 0{,}14\cdot 1+7{,}50$

$2\ kWh:\ 0{,}14\cdot 2+7{,}50$

....

$x\ kWh:\ 0{,}14\cdot x+7{,}50$

$$\underline{\underline{f(x)=0{,}14\cdot x+7{,}50}}$$

د تابع ترم: $x \triangleq kWh\,;\ f(x)\triangleq €$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-اېنوونه: f(x) = 0,14x+7,50 د مياشتنی شميرنې لپاره باور لري.

د ځلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0{,}14x+30 \quad P(x\,|\,150{,}4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0{,}14x+30=150{,}4$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x+30=150{,}4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x=120{,}4\,|:0{,}14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو مياشتو کې860kWh وو.

پ-

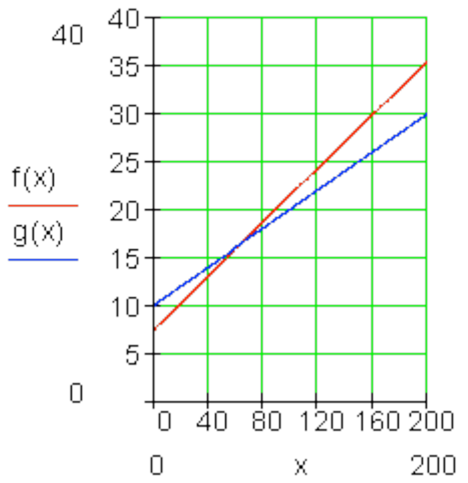
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x)
0,14x+7,50

g(x) = 0,1x+10:دویم پلورونکی

په غوښتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$\begin{aligned} & f(x) = g(x) \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}04x + 7{,}50 = 10 ;\ -7{,}5 \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}04x = 2{,}5 \mid : 0{,}04 \\ \Leftrightarrow\ & x = 62{,}5 \end{aligned}$$



بیلګه III

د وبنو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وبنو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid : (-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څږمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0,08x + 5 \qquad HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid :0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HB:

$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

HP:

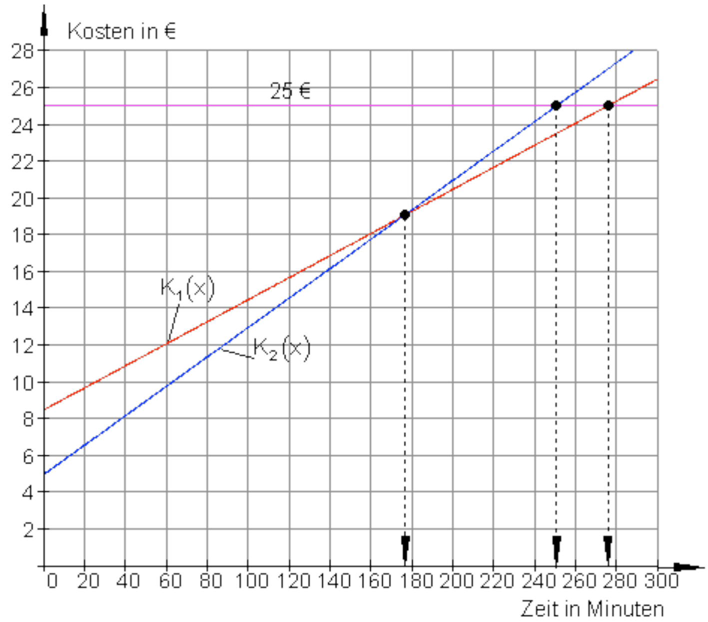
$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښځ د HP € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ځیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ k_v = 300 دی.

یخووني هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرځلاو تابع یې E(x)ده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره G(x) ده.

ب – د کوم تولیدېږی سره به د ګټې پولې یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف ځومره دې همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000\ €$
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300\ €$
د خرڅلو قیمت:	$p = 375\ €$
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټي تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټي پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 تولیدډیرئ سره فابریکهګټه کوي.

د ګټي پولي کي لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د میاشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

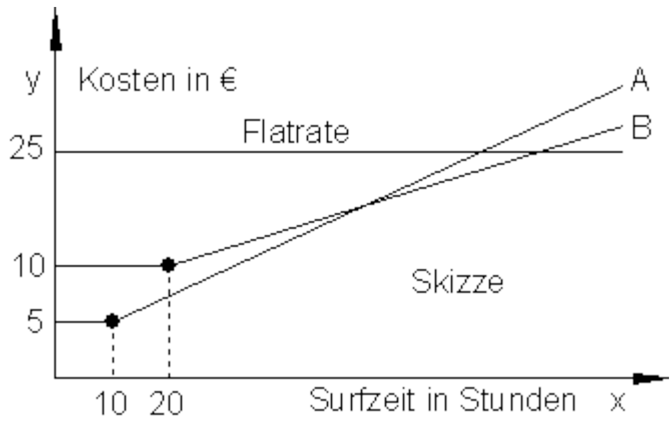
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ.

ټ – د نرخ A اوB   لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دئ؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلیټ ریټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت   محورy :   لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min   دلته ۶۰ دقیقې دي.   0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي (P(10;5

په دې ټکي کې د (KA(x ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته   60 ساعته دي $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$ (جګوالی)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنسټپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10 | -4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

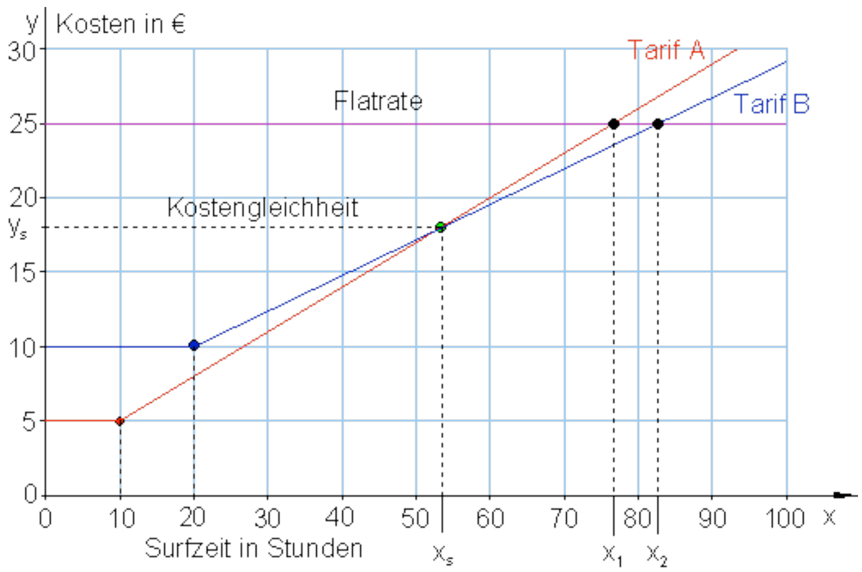
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لگښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ گټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لگښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لگښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لگښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \,|\, -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \,|\, -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \,|: 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \,|\, -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \,|: 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ ېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –

د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –

په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $x - 5 = 9$ پ - $8 + x = 25$ ت - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.

پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار ښخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار ښخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار ښخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت ښخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لاربښود: پروت =د وخت محور   او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهږنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې   سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکچګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 ($t = 0$) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزي دي، که مرتبان خیټور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب يې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومي د مارکي ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسي باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغړني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کي43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند گراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږۍ.

ب- کومه ډېرى يا ستې باندې دا ذخيرهځاى دولس ورځې د مخه ډک شوى وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونى دى؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتي بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړى).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دى؟

ب- تاسو د مياشتي € 25 په اختيار کې لرئ(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپر غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړى شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړى.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټي د ګرمو اوبو چمتووالى لپاره د بريښنايي تيلګرمى ماشين ايښرل شوى. € 25000 د نرژى کلني لګښت راځي. د لرګرمى له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسي د رنژى لګښت فقط € 5000 په کال دى.

الف – په کوم وخت کې دا پيسي ځاى نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دى؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوږې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^0F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^0F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ښنباک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیرې.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښنباک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکئ. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکئ.

ب – د مصرفونې جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکئ. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK اوS ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پرسېدني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

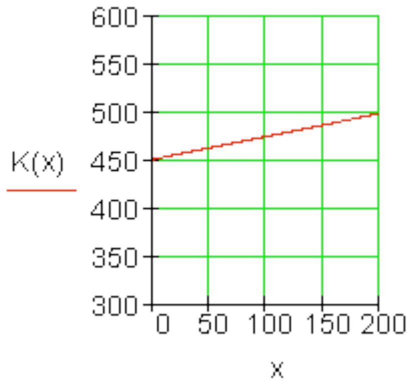
پوښتني

کرښیز توابع برخه XVII

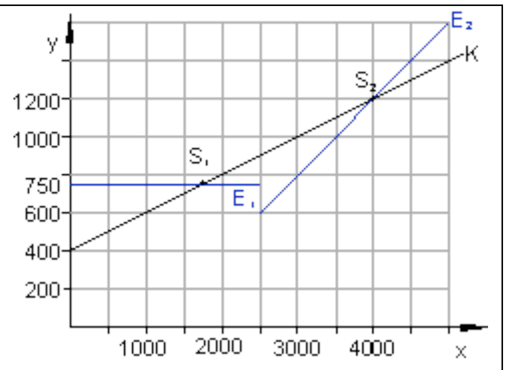
لومړی: څیره د یوه کرښیز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

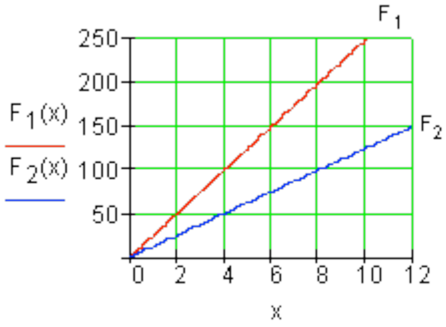
	الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډیرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره تول لګښتK ورکړئ. ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کي لاس ته راورل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان تري منځ ته را نه شي.

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کي دی.

	**الف- د 1000 همداسي3000 د توپونو یا غونډوسکو تولیدد څومره ګران دی؟ د لبنت تابع** K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟ ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پوري یو تول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ (E_2) لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوښتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندي کومنتار ورکړئ.

دریم: د دي لپاره چي یوه فنر(بنګه) د فنرتلي په څیر وکارولی شو، په فنر باندي اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوتون N) او د فنر تغیرx (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتنې

کربنيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې گرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشريح کړئ، چې له گرافونو څخه لوستل کيږي(Interpretation).

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوکر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپيته دقيقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د مياشتې اتيا دقيقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه گرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لگښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

نرخ	د مياشتنی لگښت په يورو	يو کيلوواټ قيمت په يورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوڅېکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0{,}4x - 2$ ورکړښوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f: \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f: -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ــ $K_f: y=\sqrt{3}(x-2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x)=1,25x+1,5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0)\,;\, f(-1,5)\,;\, f(0,7)\,;\, f(\pi)\,;\, f\left(\frac{\pi}{2}\right);\, f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوځټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3,5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1,25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(P(-3|1 له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1,5(x-2)\ ;\ h(x)=1,5x-2\ ;\ i(x)=1,5(-x)\ ;\ j(x)=1,5(2x)$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د x = 100 دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅيږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د$K(x)$ (دلګښت تابع) او$E(x)$ (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکربښه اړه لري؟

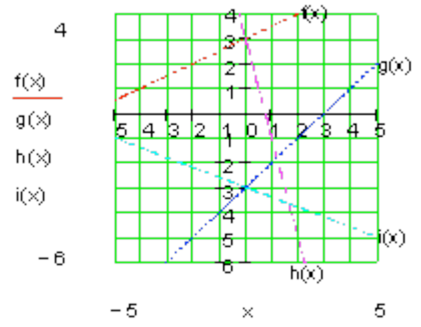
خیله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1: \quad f(x) = -4x + 3$

$g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3: \quad f(x) = x - 3$

$g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$



کربښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کربښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکئ

ب – د $f(x)$ صفرځایونه وټاکئ

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرى يا ـــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړى. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرڅايونه او وټاکئ، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وـﺌټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کي 9500 لیvته اوبه پرتي یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقي د A څخه وروسته خوزي او یو منځنئ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅي چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کربنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووبنتونو سره.

داسي سیستم له دوه برابرونونو یا مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سری حل ته ورسیږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي ایښوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم: $(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	د حل پل(قدم) غوښي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$ $(I)\quad 7{,}5x - 3y = 1{,}5$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضربیونه (ترمخ عددونه یا څلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$(I)\quad 7{,}5x - 3y = 1{,}5$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$ $\}+$ $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow\quad x = 1$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي یي حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي ایښوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow\quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow\quad y = 2$	دریم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کي کیږدئ او **y** پسي یي حل کړئ. څلورم: حلسټ یا حلډیرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1\mid 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اېښووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د اېښووني تلنلار: د اېښووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارينت 1	مساواتسيستم $(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$
لومړی: مساوات(I) د x پسې حل کيږي.	$(I)\ 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid : 5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$
دويم: د بني اړخ ميندل شوی ترم په مساوات (II) کې ايښول کيږي او د y پسې حل کيږي.	$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid : 21$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینوول کیږي، دا بیاپه **x** پسي حل کیږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in } (II): \; 3x + 3y = 9$$
$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$
$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$L = \{(1 \mid 2)\}$$

پنځم: د اینوولو له لارې حل

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسید ستم د حل پلونه(قدمونه) د اینوولو تلنلار لپاره

2 واریانت $x - 2y = 1$

$x + 3y = 9$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسي حل کیږي.

$9 \mid -3x$

$9 - 3x \mid : 3$

$3 - x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دبنی لور ميندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کيږدئ او په **x** پسې يي حل کړئ.

3. $x + 3y = 9$

دريم: د **x** لپاره ميندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساوتو کې اينسوول کيږي، او دا بيا د متحولي **y** پسې حل کيږي.

$= \{(1|2)\}$

څلورم: جلسټ وليکئ

پنځم: ازماښت د اينسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنلارې د هغه د واريانتو سره په يوه ټکلي مساوتسيستم وکارول شو. که څوک يوګونې تلنلرې ټيک وګورې، پيژني، چې په واريانت ۲ کې لږ د شميرلو کار غوښتونی دی.

په يوه ټاکلي تلنلار د شميرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسيستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسيدی شي. د دې لپاره نو يو څو بيلګو ته اړ يو. لاندې بيګې دې د دې لپاره يوه کوچنئ مرسته وي، چې مناسب د حل – يا ځواب تلنلار پيداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینسوونه y=7x+8 $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow y = 1$ حل: L={(-1|1)} ازماېښت $(I)\ \ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$	$(I)\ \ y = 7x+8$ $(II)\ y = -2x-1$ د برابر اینسووني لار $7x+8 = -2x-1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow x = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

y=3 اینوونه په (1) کې 2x+4y=8 $2x - 12 = 8 \mid +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \mid : 2$ $\Leftrightarrow \underline{x = 10}$ حل: $L = \{(10 \mid -3)\}$ ازماېښت $(I)\ 2x + 4y = 8 \Rightarrow 2 \cdot 10 + 4 \cdot (-3) = 8$ $\Leftrightarrow 20 - 12 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8\ (w)$ $(II)\ 2x - 5y = 35 \Rightarrow 2 \cdot 10 - 5 \cdot (-3) = 35$ $\Leftrightarrow 20 + 15 = 35 \Leftrightarrow 35 = 35\ (w)$	$(I)\ 2x + 4y = 8$ $(II)\ 2x - 5y = 35$ د جمعي لار: $(I)\ 2x + 4y = 8$ $(II)\ 2x - 5y = 35 \mid \cdot (-1)$ $(I)\ 2x + 4y = 8$ $(II)\ -2x + 5y = -35$ (+) $9y = -27 \mid 9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -3}}$

بیلګه ۳ :

X=1 په (1) کې کېږدئ x+2y=5 $1 + 2y = 5 \mid -1$ $\Leftrightarrow 2y = 4 \mid : 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$ حل: L= {(1|2)}	$(I)\ x + 2y = 5$ $(II)\ -x + y = 1$ د اینووني لار; (II) په y پسې حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت	
(I) $x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 4 = 5$ $\Leftrightarrow 5 = 5\ (w)$ (II) $-x + y = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 = 35$ $\Leftrightarrow 1 = 1\ (w)$ wد رښتيا لپاره	$-x + y = 1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y = x + 1$ په (I) کي کيږدئ x+2y=5 $x + 2(x+1) = 5$ $\Leftrightarrow x + 2x + 2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

بيلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = -5 اینوونه په کي $(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ حل: ازمایښت	$(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ $(II)\ \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$ د زیاتون یا جمعي لار: $(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$ $(II)\ \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$ $\left.\begin{array}{ll}(I) & \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ (II) & -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2\end{array}\right\} +$ $-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10 = 2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5 = y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y = -5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid :(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$$

$$-10=2y \mid :2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2 \mid -5)\}\ x,y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2 \Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4 \Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم

همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)} \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \,|\cdot y$$

$$-10 = 2y \,|: 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \,| -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \,|\cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

يادونه:

مساواتسيستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کيدو اجازه نه لري يا نه شي صفر کيدی، تعريفسټ بايد ورکړ شي. داسئ مساواتسيستم کربنيز نه دی.

د رسموني لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{llll} (I) & & x - y = -2 & L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);...\} \\ (II) & \wedge & -2x - y = 1 & L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);...\} \end{array}$$

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{array}{ll} (I) & x - y = -2 \mid +y \\ (II) & -2x - y = 1 \mid +y \\ \hline (I) & x = -2 + y \mid +2 \\ (II) & -2x = 1 + y \mid -1 \\ \hline (I) & x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ (II) & -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \\ \hline \end{array}$$

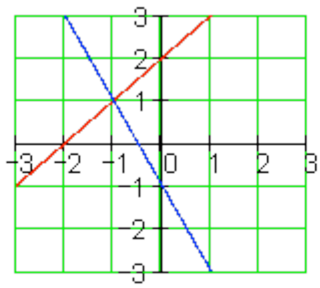
د هر مساوات لپاره ارزښتجوړې د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوښتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-ډېرئ: L={(-1|1)}

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اينوول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3



د رسمونې لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزې) اړيکې ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوښتکي کواوردينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکې ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښي کيدی شي چي نسبت يو بل ته مختلف پروتځايونه ولري.

- دا کيدی چي په يو ټکي کي سره غوڅي کړي، لکه پورته بيلګه چي ليدوړ کوي، د دواړو کرښيز مساوات لپاره ټک يو حل شتون لري.

- دا کيدی شي يو بل سره غبرګي وي، نو په دي حالت کي کوم ټکی نه شته، چي دواړه کرښي يې يو له بل سره ګډ ولري. له دي سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کيدی شي يو په بل پرتي وي، يعني کټمټ وي، نو د يوې کرښي هر ټکی به د بلي کرښي ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زيات حلونه ولري.

مساوات سيستم حل نه لري دا د حل پيل مو يوه ناټيک وينا ته بيايي. دا په دي معنا، چي مساواتسيستم ته حل شتون نه لري.. ليدوړ دا په دې معنا دی، چي دواړه کرښي يو بل ته غبرګي ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad -10x-4y=-2 \mid$ (+) 0=2 نو دا ناټيک وينا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسيستم ناپای ډېر ځوابونه يا حلونه يا اوبيونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني يو بل سره پورته کوي يا له منځه وړي، دا په دي معنا چي مساوات ورته يا ايدنتيک دي. هره د اعدادو جوړه، چي مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. ليدوړ دا په دې معنا دی، چي کرښي يو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad -10x-4y=-2 \mid$ (+) 0=0 له دې لاس ته راځي ربښتيا وينا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتني، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{array}{ll}(I) & 5y - 3x = 1\\ (II) & x = y + 1\end{array}$ ب - $\begin{array}{ll}(I) & 4x + 5y = 32\\ (II) & y = 5x - 11\end{array}$

پ- $\begin{array}{ll}(I) & 15y - 4x = -50\\ (II) & x = y + 7\end{array}$ ت - $\begin{array}{ll}(I) & 3x = y + 15\\ (II) & 2y - 10 = 2x\end{array}$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{array}{ll}(I) & 2y = 2x - 40\\ (II) & 3x = 10 - 2y\end{array}$

b) $\begin{array}{ll}(I) & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3\\ (II) & \frac{x}{4} + y = 8\end{array}$

c) $\begin{array}{ll}(I) & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3\\ (II) & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}\end{array}$

d) $\begin{array}{ll}(I) & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}\\ (II) & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}\end{array}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$
(II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$
(II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$
(II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$
(II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

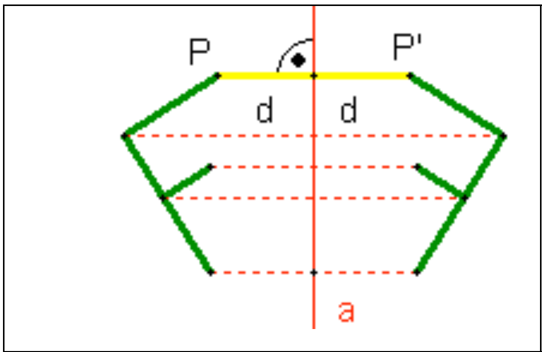
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځیره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکی P په یوه ټکي 'P داسې منعکس شي یا راوگرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محور a منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

دا لاندې ځیره په محور a د شکل F منعکسونه ده. گورو، چې P په 'P د a په محور داسې منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او 'P له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي 'P د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کربښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسې چې شعاع یې سره مساوي وي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کيږي

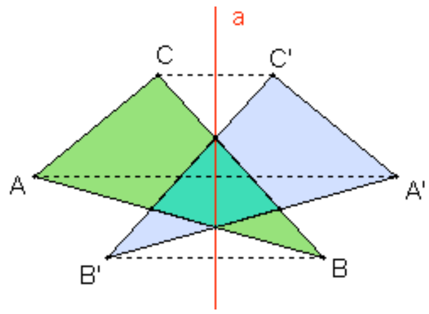
۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی.

گورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A’B’C’ منعکس شوی دی يا مثلث A’B’C’ د مثلث ABC انعکاس دی .



فعاليت ۱ :

په پورته شکل کې دې شاگردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

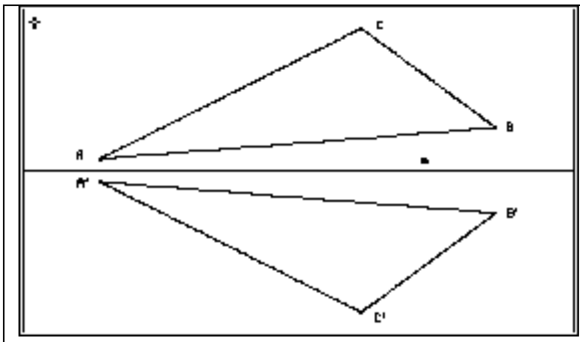
تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت ۲ :

۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ.
دا په محور m انعکاس دئ او
وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي
منعکس شوی.



۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په ځېړه کې د انعکاس خویونه وښايي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

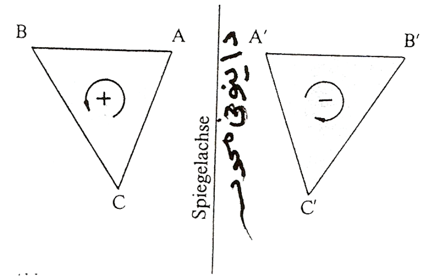
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

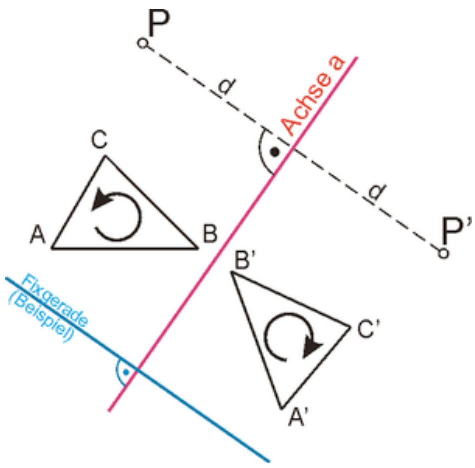
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویي لیکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

که مخامخ شکل ته ځیر شو، ګورو چي مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه یي صورت نیولی - تشریح کړی.

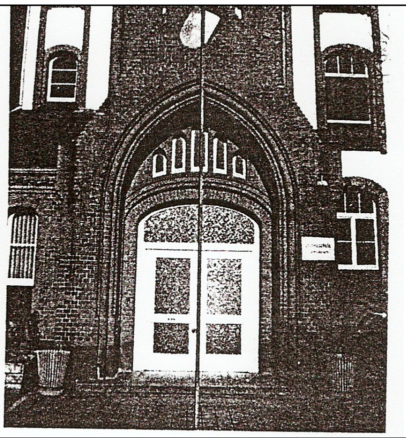


۳) زده کوونکي دی وښايي : که د دايرې او منعکسه دايرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چي په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتريSymetry

لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي



پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسې انعکاس منځ ته راشي، چې دا شکل په خپل ځان منعکس کړي.

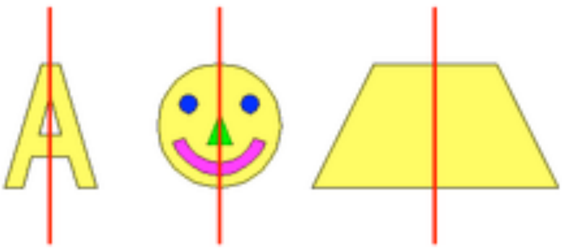
فعالیت۱ :

په مخامخ شکلونو کې څه ګورئ؟

ایا دا شکلونه متناظر دي؟

که هو ، نو دلایل یې راوړئ.

نور خویونه یې هم وښېرئ.



فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چې سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشريح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعريف :

يو مسطح شکل محوري متناظر بلل کيږي، که په يوه محور s داسي انعکاس صورت ونيسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطيل جې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: يو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعريف :

يو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کيږي، که يو ټکيS داسې موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ - مرکزي متناظر شکلونه

بيلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشريح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا ځېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلایل یې راوړئ.	

تمرینونه:

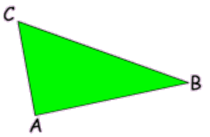
١) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

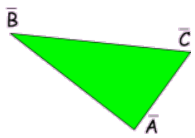
٢) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه يا وحور دئ؟

٣) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطيل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې ځېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





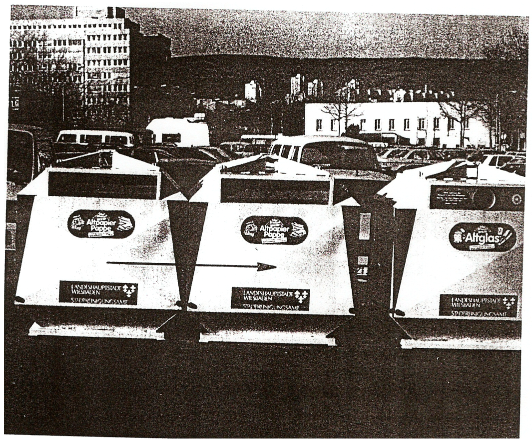
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

٧) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راگرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



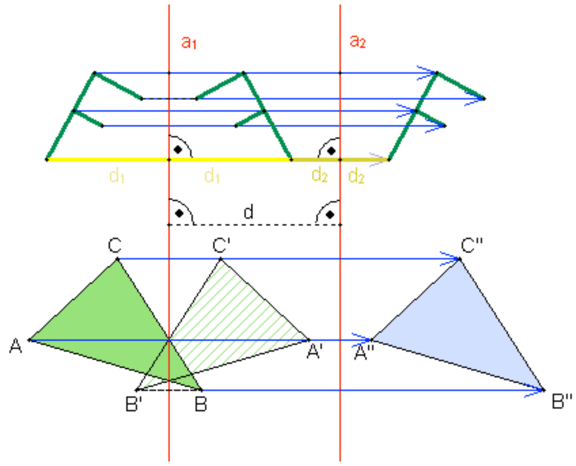
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پیژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

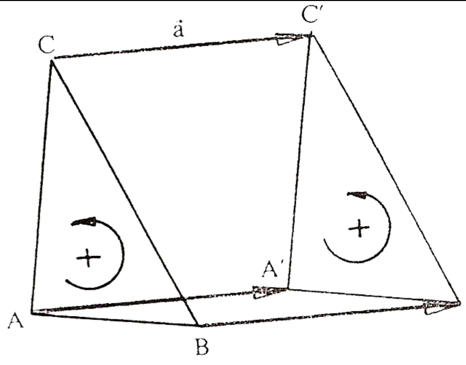


په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني يا انتقال خويونه:

دوه واره هنداورنه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قېمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دي مانا، چې په غير له دي بل داسي انتقال نه شته.

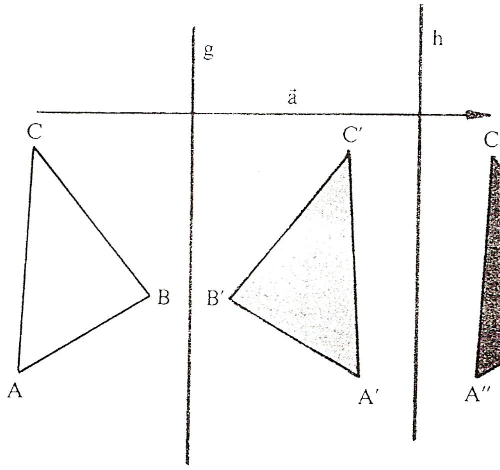
په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لاري aد په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په ځټ کيږي	

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- کميت سيستم کې دې زده کوونکي يومثلث ABC رسم کړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مينه يو کل او يا يوه بله بڼه ځېږه هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه څومره انتقال کيږي.

۵ . ۴ - د وړني يا انتقال د جوړولو څيرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاويي او په دايرو کې مرکزونه په يو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرگ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنۍ نقطې د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r وړانگي په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا کتمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)

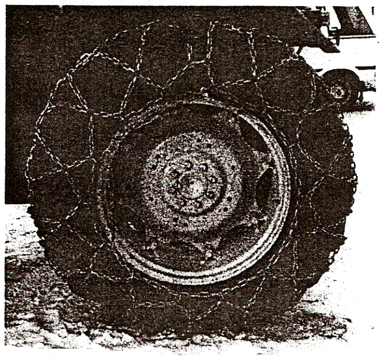


څيره ۱۵۶

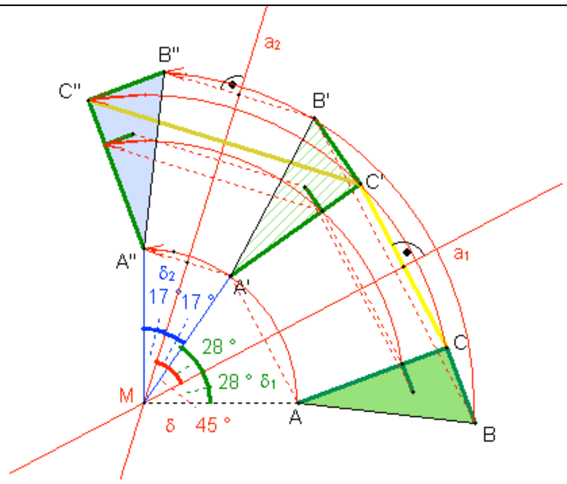
په يوه ځانگړي ډول يو په بل پسې په دېرو محورونو انعکاس دې په دې ځای کې ياد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند : که د يو ه شکل هر ټکی P په يوې دايرې په ځاي په ځای ټکي M په کونج ✈ په ورانګه $\overline{MP}$ وڅرخي يا دوران وخوري ، نو يو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په ځرخو نټکي M ځرخون بلل کيږي.	

په لاندي ځيره کي يو درېګوډی په دوه زاويو او له دي امله په دوه محوررونو ځرخي.

د دوران خويونه په محوررونو دوه واره هنداروني، چي په ♥ کونج په ټکي M کي يو بل قطع کړي، په ټکي M باندي د يوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاويه ♥🗗 ● ✈ وي.	

پوښتنه

- که په پورته شکل کي که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به ځومره لوي وي؟

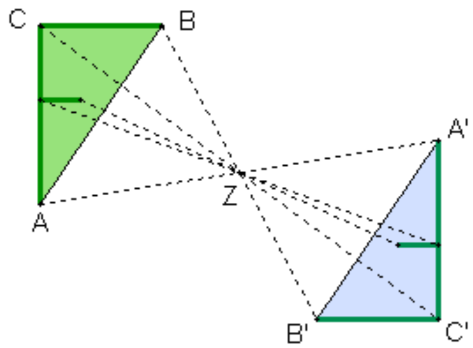
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C'' تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او B'' د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې 180° سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

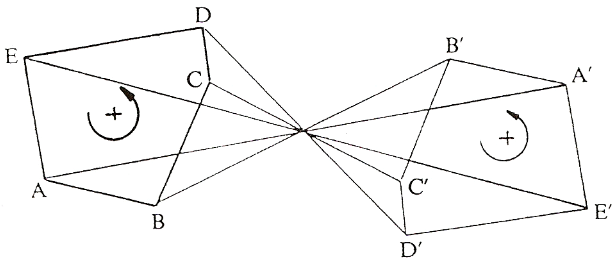
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایئ، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دئ.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږئ، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړئ(وصل کړئ)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهئ)**

دوران :

تعریف :

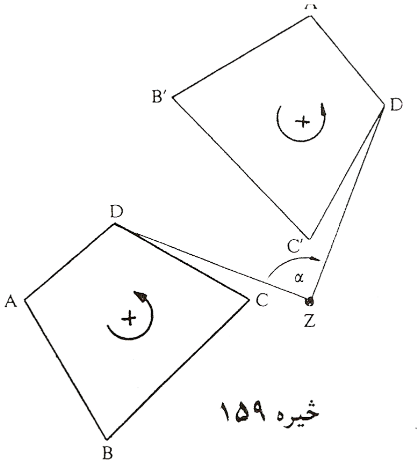
دوران یا څرخون D هغه انعکاس دئ، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي P' داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

(c) ketabton.com: The Digital Library

W(PZP')=μ، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

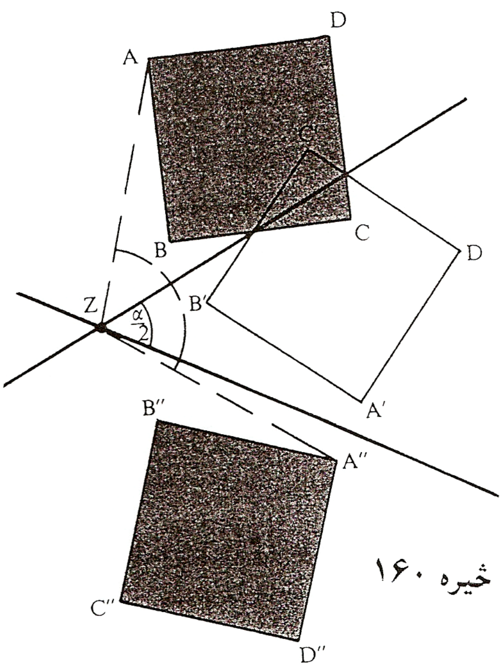
یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

د دوران د جوړښت تحلیل:



خیره ۱۵۹

۱ – په ټولو په نخښنه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۶۰

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروانیخ څیره کونه ده.

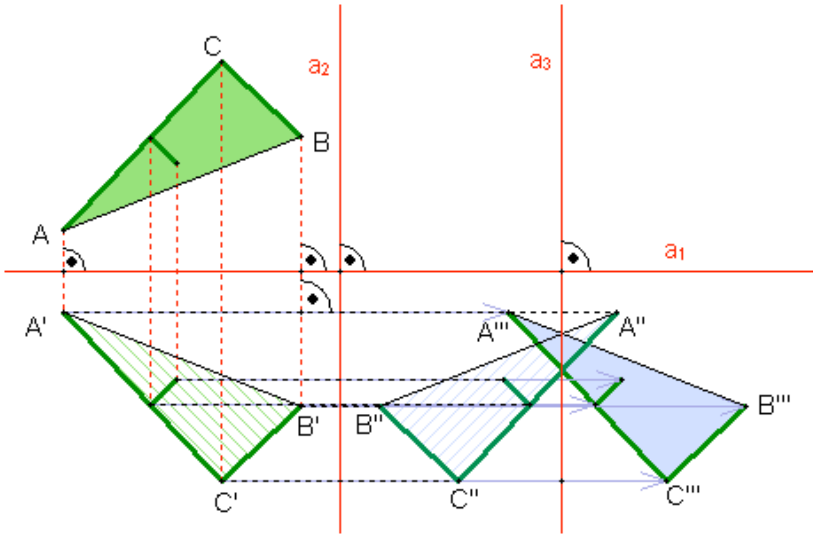
(c) ketabton.com: The Digital Library

خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung
انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هندارونه د محورهنداروني یوه یو پربل پسي هنداروني او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندې ځېره دې وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هنداروني کېدی شي، چې په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هنداروني له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

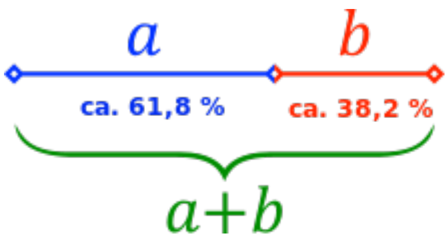
موږ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وخېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په څنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅی

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ځانګړی د وېشني نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته سره ښایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلايي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته ځان و لوي توتې ته داسې نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتې ته داسې ده، لکه لویه توته د لوې توتې او کوچنی توتې جمعې ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د كيني لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 | \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بني اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

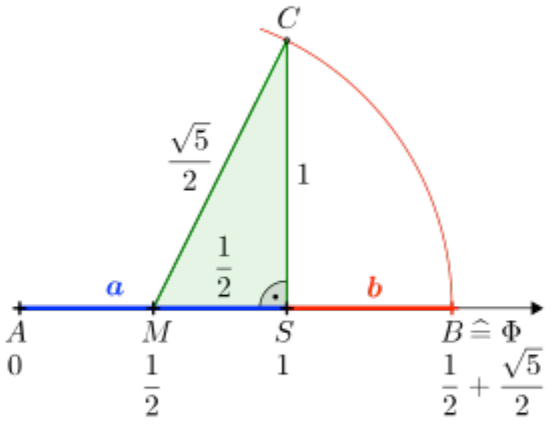
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

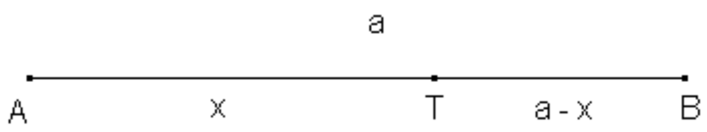
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1,6180339887498948482$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]څخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

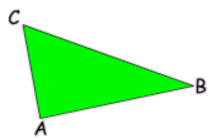
(c) ketabton.com: The Digital Library

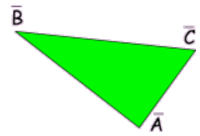
$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

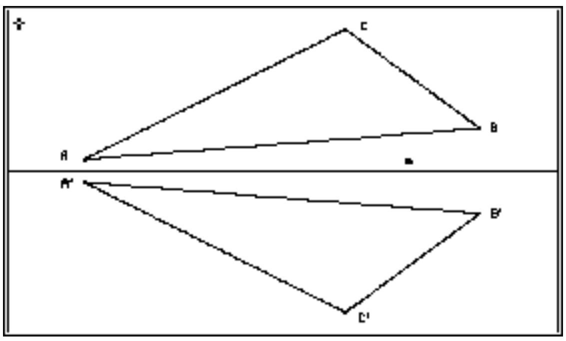
د حل ستې فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي



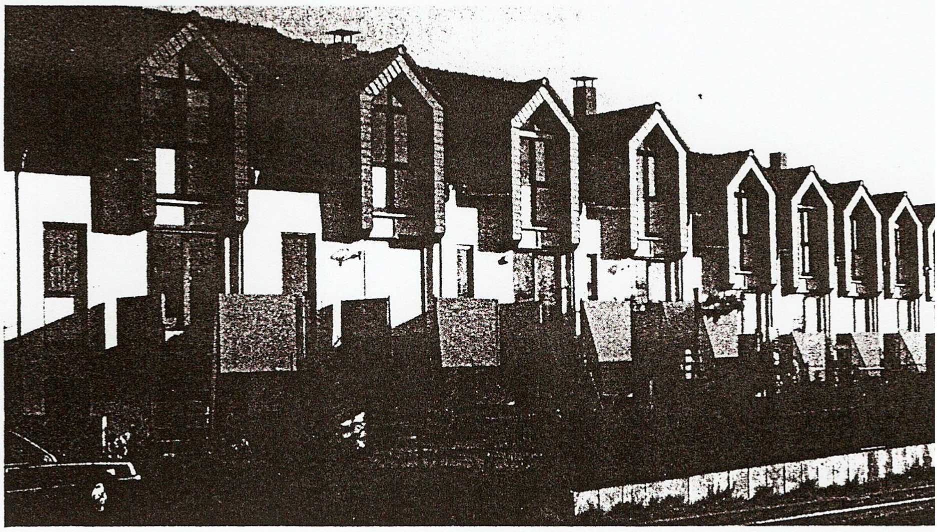




(c) ketabton.com: The Digital Library

Beispiele:

1.



خیره ۱۴۹

پيژند : هندسي شکلونه کونګروينځ (برابر) بلل کيږي، که په فورم ، بنه (خيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروا ینخ څیرونه د کرښې اینوني د ترلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروا ینخ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروا ینخ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروا ینخ څیرونو کارونه بیرته کونګروا ینخ څیرونه لاس ته راکوي. دا چې هرکونګروا ینخ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروا ینخ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروا ینخ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروا ینخ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوشیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروا ینخ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چې ناپیلی څیرونه ، چې په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټ ی کونګروا ینخ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

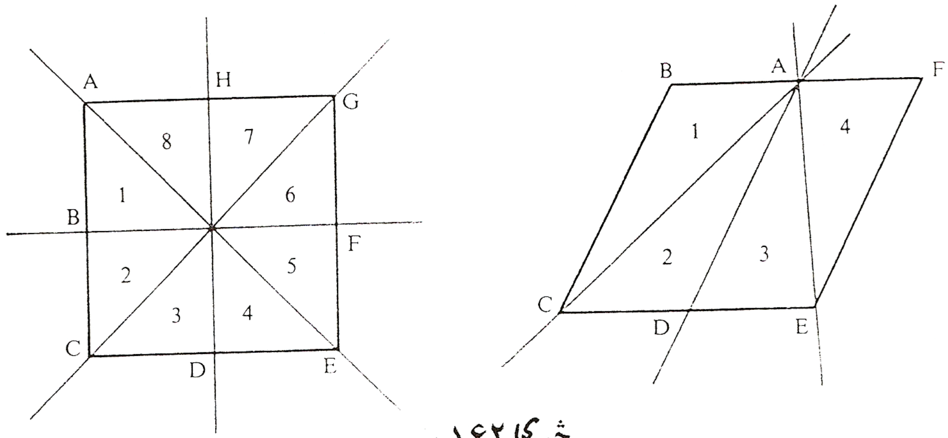
کونګروا ینخجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC}\circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونګروانیخ جملو په مرسته وښایي، چې غوڅکرښی پیلځیرې په کونګروانیخ برخو ټوټه کوي.



شکل ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g\circ S_h \neq S_h\circ S_g$

ب) $S_g\circ(S_h\circ V_g) = (S_g\circ S_h)\circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلایني حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کې د «هيلګولند» څخه « کوين ماری » په ۷۰ درجو
شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختيز لپاره ده، ليدل کيږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لارې يو بل غوڅوي ؟
ب) د دې وخت له ځای څخه به هغه غوڅنکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC يو مساوي پښيز دريګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنيمي دي. وښايي چې دريګوډي ABP اوABQ کونګروااينت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅنکي دي).

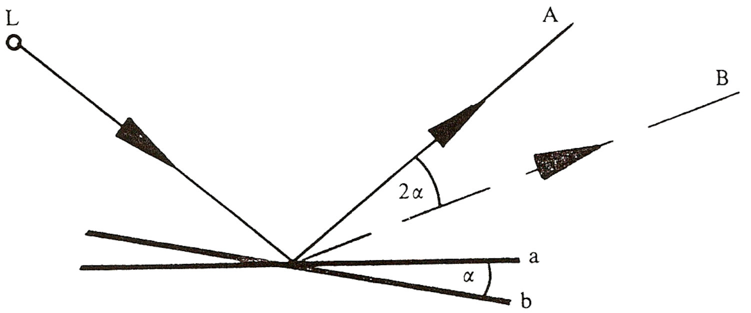
۶ – څومره کورونتځيرونی موجود دی چې لاندې څيزې يې په خپل ځان ځيره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښيز دريګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخيز دريګوډي ؟ کتمتځيرونه دې نه په کی شميرل کيږي.

۷ – يو څرخيدونکی هنداره ، يوه هنداره ده ، چې په يوه خپله ايښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ايښوول شوي. ترتيب په ځيره کی له پورته لور انځوريږي.

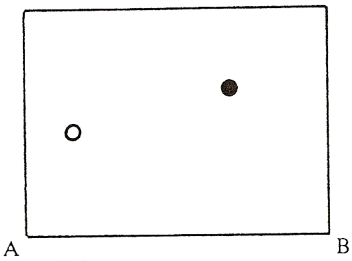
د نور له چينی L څخه يوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي يا ځاينيوون کی پريوزي او د هندارونی يا انعکاس قانون سره سم(پريووتکونج = وتلکونج) د OA لور باندې بيرته غورځول– يا اينه کيږي يا منعکس کيږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي يا ځاينوون ته راوړل کيږي يا راڅرخيږي. دلته نو د نوروړانګه د OB په لور هحينداره کيږي يا غورځول کيږي يامنعکس کيږي. وښايی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

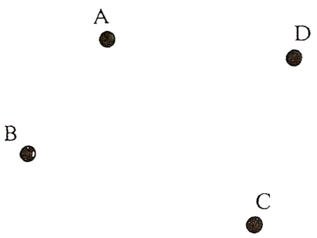
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴

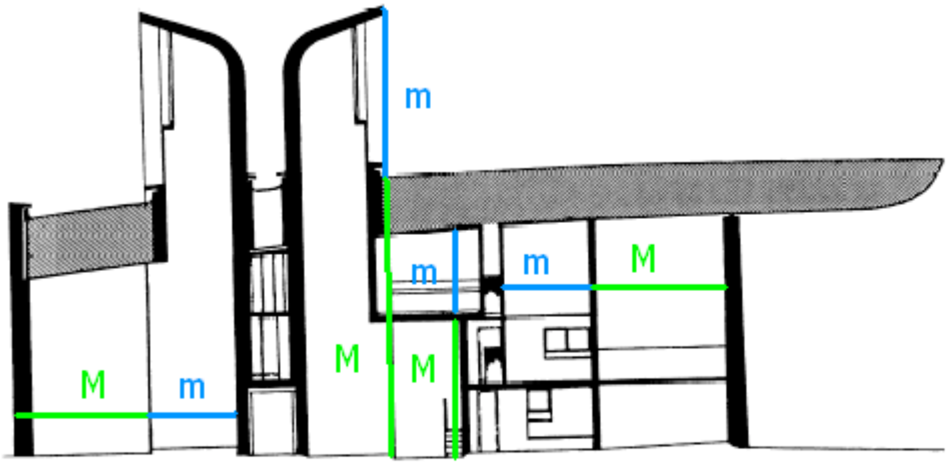


خیره ۱۶۵

۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول
شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له
دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه
شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل
شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی
یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB
لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږی
« تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی –
سپین توپ»

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې
په A,B,C,D سره یې ښایو (څیره)
داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A
د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له
دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په څیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

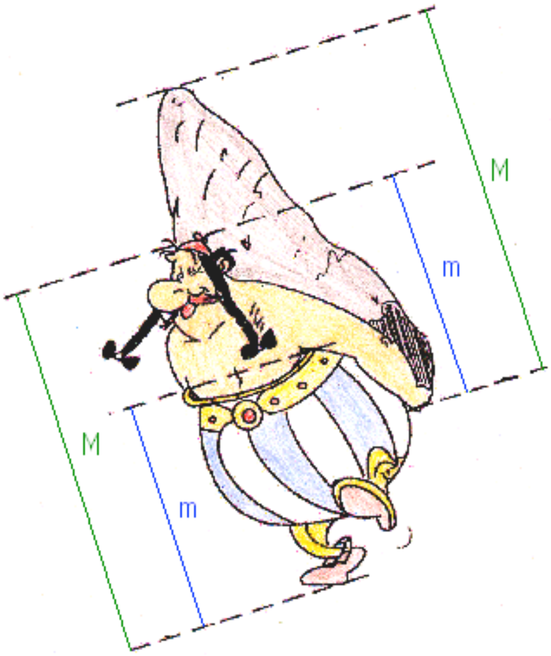


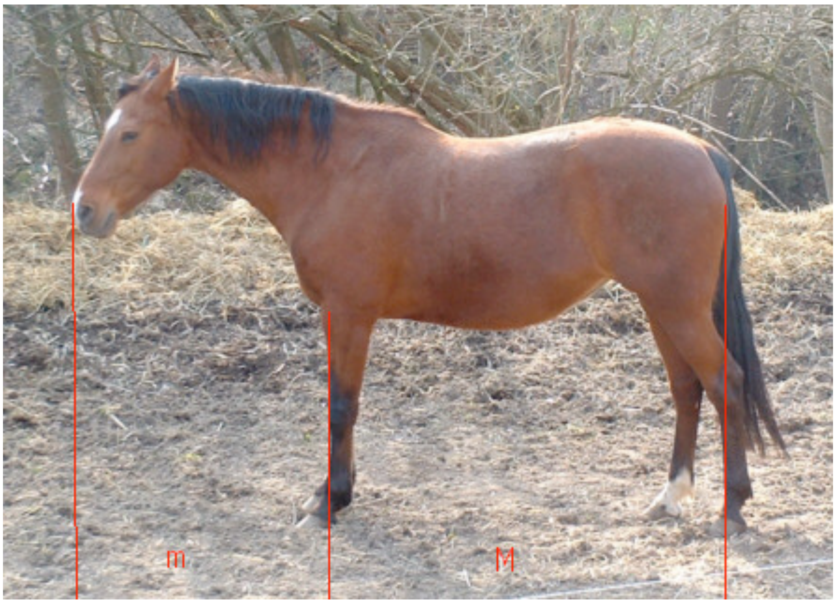
د یوه کور پروت غوښی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1887 – 1965) *Le Corbusier* په دېرو
دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوښي دستې لپاره یوه بنه
بیلګه ده، چې پیدابښتي یا په طبیعت کې يې لرو
ستاسو سرګرمۍ له پاره

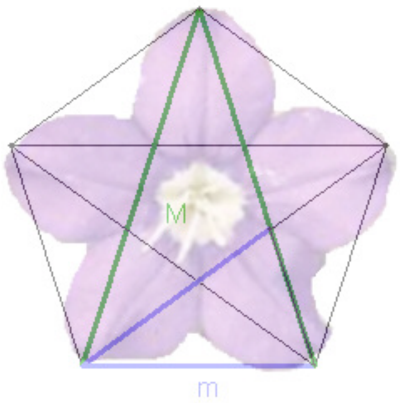
(c) ketabton.com: The Digital Library





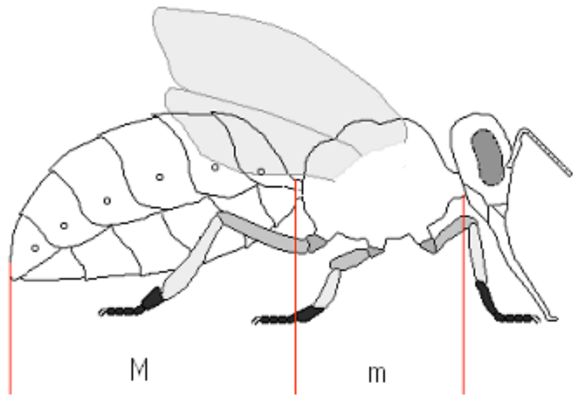
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي یا مخمس کې طلایي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د لاندې د درېکوډیکچبرخه په نهم، لسم، اویولسم
ټولګي لوستل کیږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم،
چې ګران لوستونکي ورڅخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - درېکوډي کچ یا ترېکونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

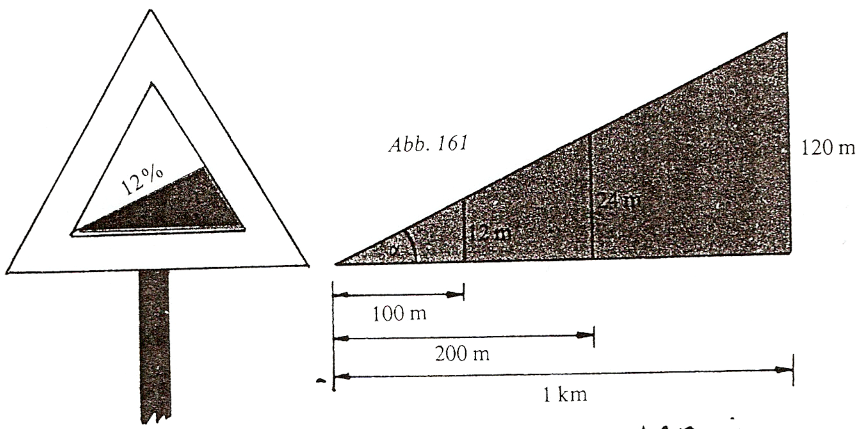
د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کی دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې(موږ یې تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیمویس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کی مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونی یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیک، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونی، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کی مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې رینښتینوالی یا واقعیت کی نغښتی، چی د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چی دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چی ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چی په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چی په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چی په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځاننیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼې په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

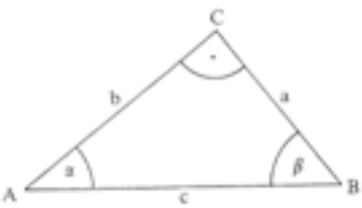


ثیره۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زوړندي وي.
په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.
تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوتینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

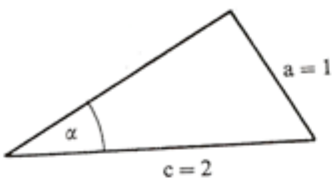


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

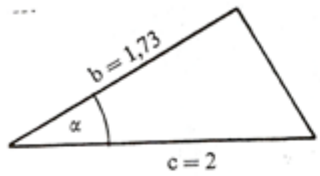


sin 30° = ½

څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسايبلوك Cosinusfunktion بيلګه:

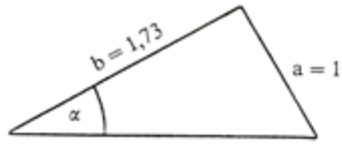


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتيت}}{\text{هيپوتينوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$$

شيره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بيلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{پروتکاتيت}}$$

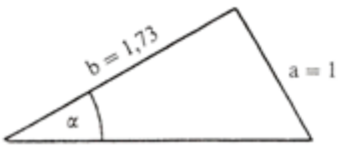
شيره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$$

يادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتيت لاندې د دريګوډي هغه اړخ پوهيږو، چې په هيپوتينوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ يې لنډ پروت کاتيت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کيږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بيلګه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتيت}}{\text{مخاخ کاتيت}}$$

شيره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك کارول کیږي

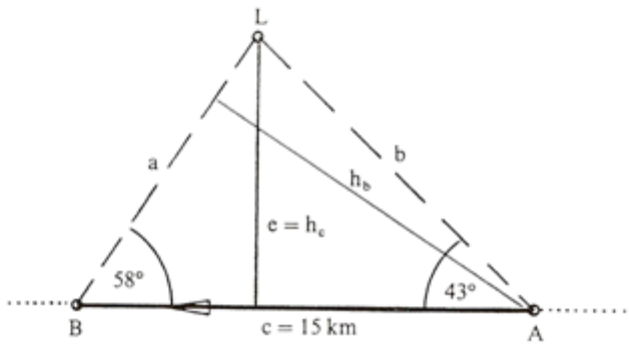
سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه

$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$$

خیره ۲۰۰

$$\sec 30° = \frac{2}{1,73} = 1,156$$

یوه تګ پایکربنې c = 15 km او کونج $ß = 58°$ وروسته.
په دوم ډز کی کیښتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin \gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

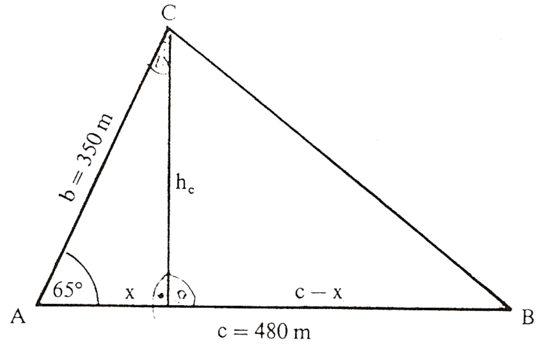
په خوښه دریګوډي کې د اړخونو ځانیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانیونه یا تناسب دی.

$\sin\alpha / \sin\beta = a / b$ $\sin\beta / \sin\gamma = b / c$
$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$
او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B څخه و C ته به د نبنلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کربنه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^{\,2} + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb \cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (څیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

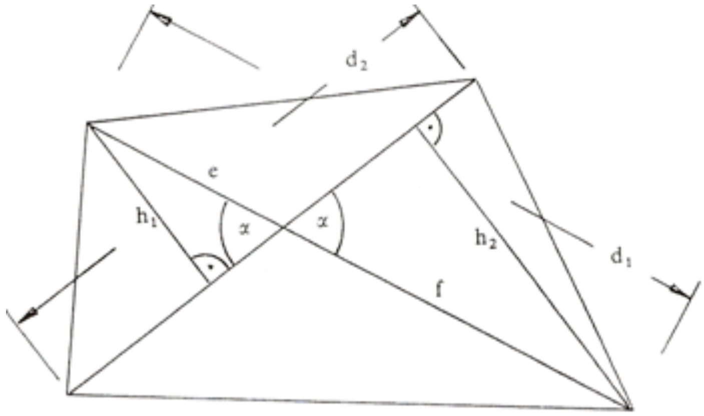
$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$

$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2(e + f) \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2\, d_1 \sin \alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریگونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو دربګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

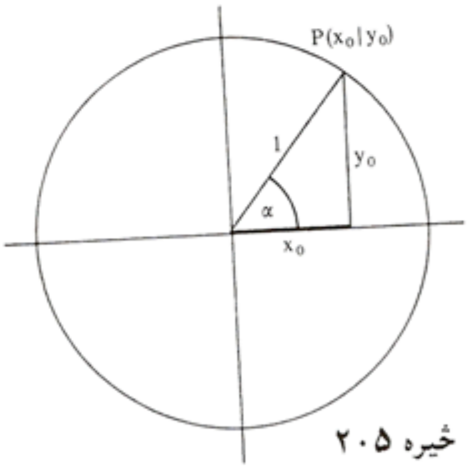
په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردی ووهي چی وړانګه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، ځکه چی وړانګه یی یو یوون دی) او د ګردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردښات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چی د هغی یو کونج د ګردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (ځیره۱۳۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوړي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتګی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0\,,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرځونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوړي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

څیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

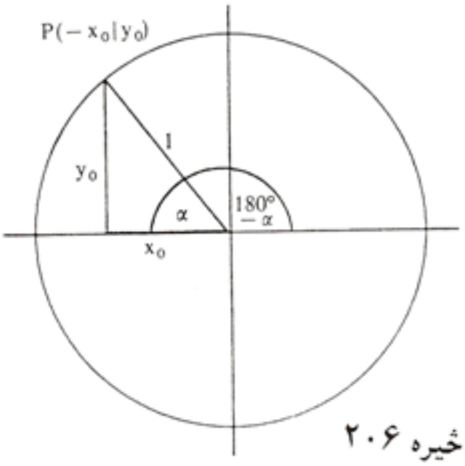
$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څکه چی دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مگر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښايي.

په ورته توګه لاس ته راځی :

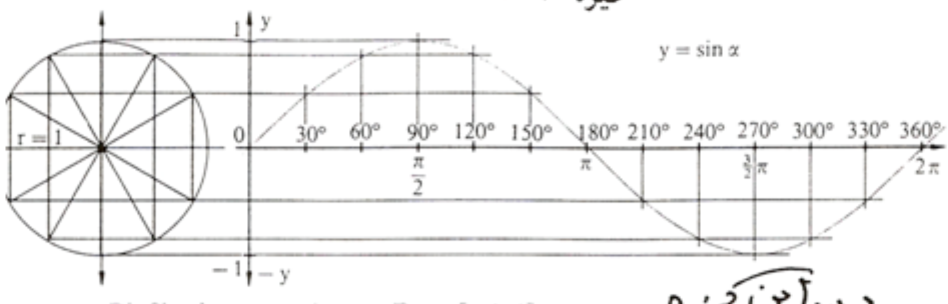


خیره ۲۰۶

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

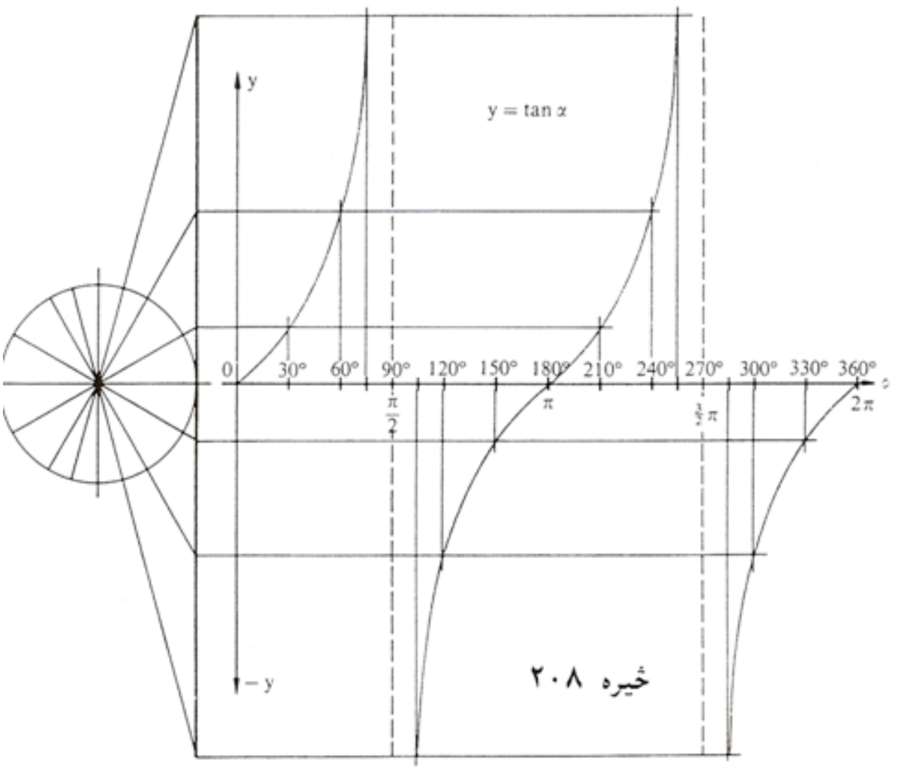
د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواک تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

خیره ۲۰۷

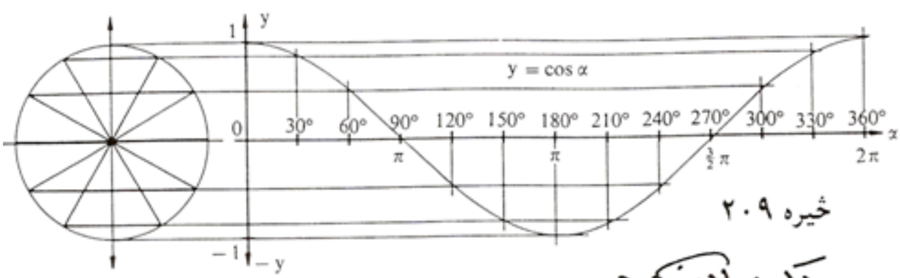


Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

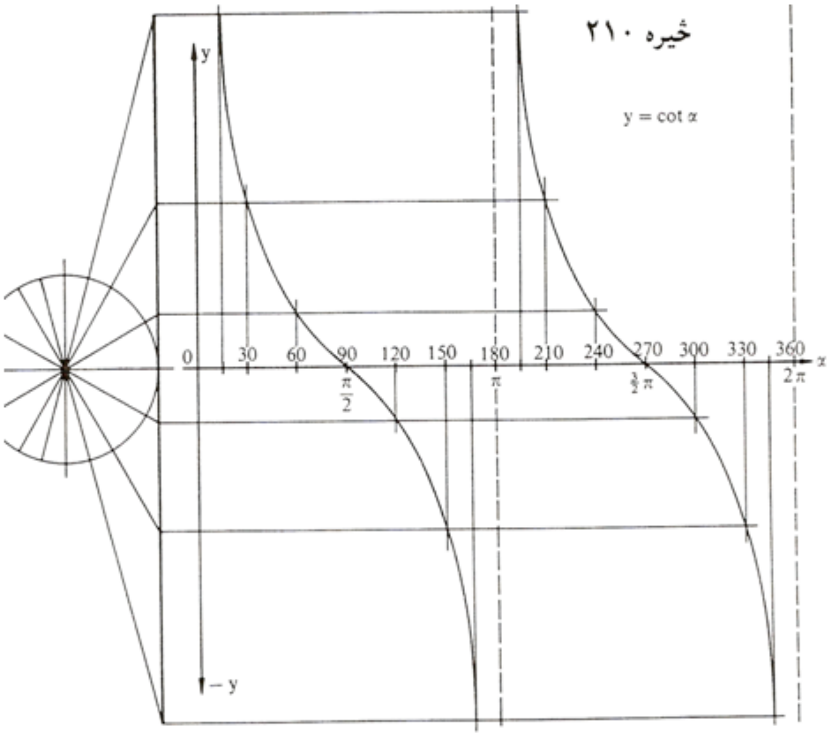


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$ دکوساین کرښه

(c) ketabton.com: The Digital Library

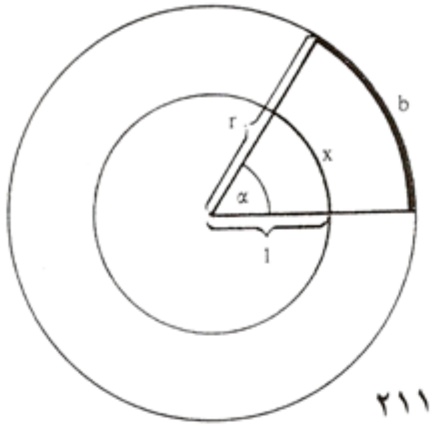


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ دکوتنجنت کوږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چې ۳۶۰ درجې پوره ګردۍ ښايي. هغه، چې لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چې ګردۍ په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کې ګډ دي، چې په ګڼونو اندازه کیږي، بې له کچ یوون، ارزښتېدیری رییلګڼونه دي، په داسې حال کې چې وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کې موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کې یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کې کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چې د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کې اینبودل کیږی (د بیلګي په توګه sin) ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کې کیدی شي چې نوې درجه ، زړه درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چې په جبشمیري کې همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګردیبرخوکی وښوول شو (ګردیبرخی د مخه څیړل شوي دي) چی هر کونج پورې یوه ګردبرخه یا ګردی لینده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج یا $2\pi r$ اړه لري، یوه کونج ∝ پورې بیا یوه لینده b اړه لري، کومه چی په چاپېری کی ځانګړهمداسی نیسي لکه په پیل کی ∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګردیګڼ دی : ....$\pi = 3,14$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلګه:

کونج $60° = \alpha$ له ګردی د ۱۰ سانتیمتره وړانګي سره یوه په لاندې ډول ګردی لینده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي یا بیلوي. د ګردی چاپیری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm
همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګردیلینده
$b = 10\pi . 60° : 360° = 5,236$ cm
غوځوي. دا ګردی لاندې چاپیری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .
له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څېر یا برعکس کونج ګردیلینده
$b = 2\pi . 60° : 360° = 1,047$ cm
غوځوي» د دې ګردي چاپیری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بیلګي څرګندیږي، چی لینده اندازه په همغه اندازه زیاتیږي لکه وړانګه. له دې امله کیدی شي خپله شمیرنه په یوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده یا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعریف: په یوونګردي د ګردیلیندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتریکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څيره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ).\pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\, 180^\circ = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ$$

دا چی د وړانګي ځرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه رييلګښونه پريښوول شوي.

بيلګی :

$$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)}$$

$$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$$

$$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$$

$$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$$

$$\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راځرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفهيري ته، په لينده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواك دی، دا په دې مانا ، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

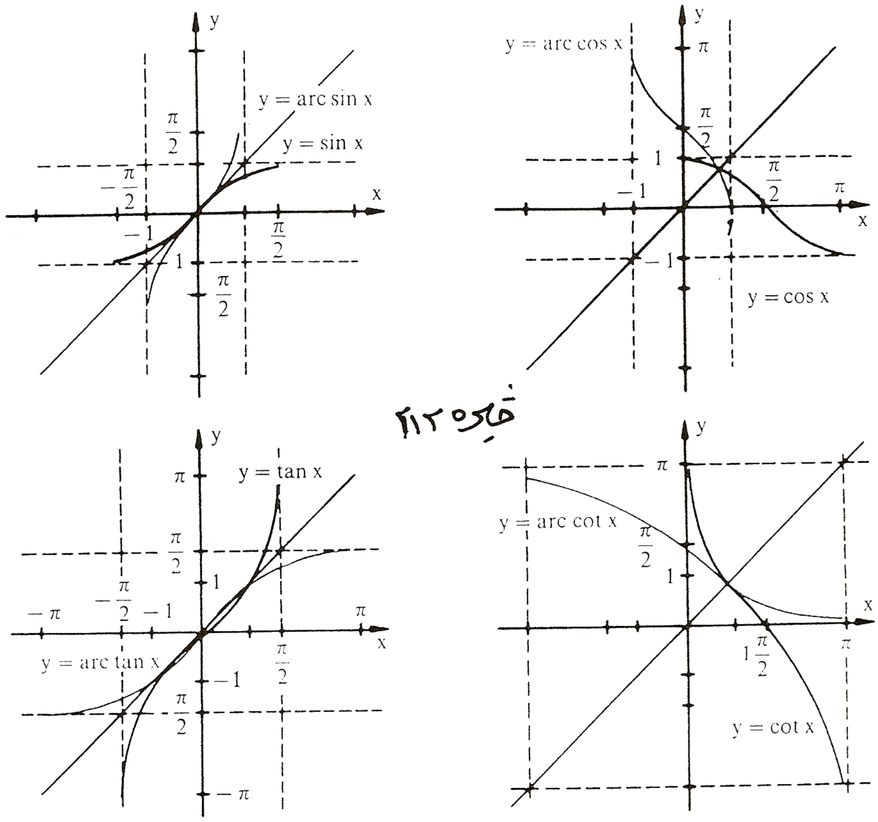
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكراريږي. د دې لپاره چې په څرګندنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډيرى په يوه برخه ډيري رابند يا محدود شي.

تعريف : د يوه (رابند يا محدود) تريګونومتريكي بلواك په څټ بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا څيكلومتريكي بلواك (لاتين اركوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته (arc sin(x لوستل كيږي »دx اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډيرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډيرى دى او په څټ ارګومنت يا تعريفډيرى دلته تل يو رييلګڼ دى.

Trigonometrische Funktion تريګونومتريكي بلواك	Arcusfunktion اركوسبلواك
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\vert -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \vert -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \vert -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\vert -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \vert 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \vert -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \vert -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \vert 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\vert -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \vert -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \vert -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\vert -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \vert 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \vert -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \vert -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \vert 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) $= 0{,}9273\,(\mathrm{rad}) = 53{,}13°$
2. arccos (1) $= 0\,(\mathrm{rad}) = 0°$
3. arctan (−100) $= -1{,}5608\,(\mathrm{rad}) = -89{,}43°$
4. arccot (−70) $= -0{,}0143\,(\mathrm{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواك و اركوسبلاك يو د بل په ځېږ بلواك دي نو باور لري·

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$
$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$
$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$
$\cot(\operatorname{arccot}(y)) = y; \quad \operatorname{arccot}(\cot(x)) = x$

يعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$
$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$
$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$
$\operatorname{arccot}(\cot(60°)) = \operatorname{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چې کونجکچ په درجه کچ او هم په لیننده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چې یوه کونج بلواك تعریفیدیری یا α او یا x وي. ددې لپاره چې د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لیننده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړی ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\dfrac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\dfrac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \;; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړی / gesucht غوښتونی	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	$\sin x$	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	$\cos x$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	$\tan x$	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	$\cot x$

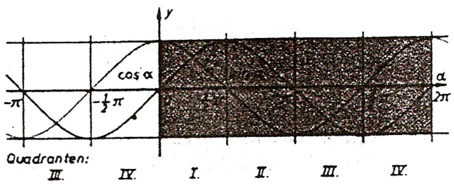
لکه چی د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چی تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چی د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري،
کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

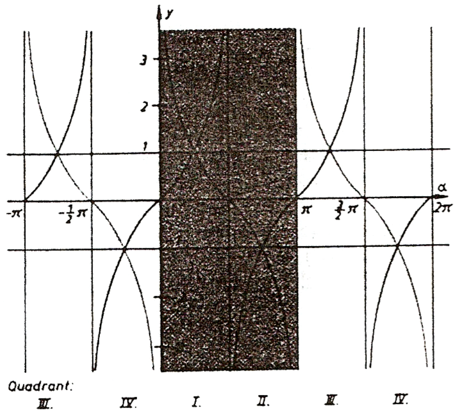
$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن
پریود د پاس راګرځېدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود
ښکاري :

sin 50°	= sin (50° + 360°)	= sin (50° − 720°)	= 0,76604	
cos − 30°	= cos (− 30° − 360°)	= cos (− 30° + 1080°)	= 0,86603	
tan 2,5	= tan (2,5 − π)	= tan (2,5 + 5 π)	= − 0,74702	
cot 10	= cot (10 + π)	= cot (10 − π)	= 1,54235	
sin 35°	= sin (180° − 35°)	= − sin (180° + 35°)	= − sin (360° − 35°)	= 0,573576
cos 35°	= − cos 145°	= − cos 215°	= cos 325°	= 0,81952
tan 0,6109	= − tan 2,5307	= tan 3,7525	= − tan 5,6723	= 0,700208
cot 0,6109	= − cot 2,5307	= cot 3,7525	= − cot 5,6723	= 1,428042

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ټینګه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	

$\sin x = \sin(\pi - x) = -\sin(\pi + x) = -\sin(2\pi - x)$ (Abb. 179)
$\cos x = -\cos(\pi - x) = -\cos(\pi + x) = \cos(2\pi - x)$ (Abb. 179)
$\tan x = -\tan(\pi - x) = \tan(\pi + x) = -\tan(2\pi - x)$ (Abb. 180)
$\cot x = -\cot(\pi - x) = \cot(\pi + x) = -\cot(2\pi - x)$ (Abb. 180)

بیلگی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یوائې د جبشمیرۍ یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه سطح د جداول په مانا دی او کیدای شي یا حروف.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دي جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا گوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x)   cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x)   cot x = tan (/2 -x)

دا گومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریگوړي کي د تعریف په مرسته په ساده توگه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – 90° = ß له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توگه نور ي غوښتني هم لاس ته راتلی شي.

دا له ځیرو څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدي ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو گرافونه د 2/ x = کرښی ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له ځیرو او بیلگو څخه په دي برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

یادونه : په دي نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندي هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګې:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0{,}86603$

$\cos 0{,}75 = \cos(-0{,}75) = -0{,}70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0{,}57735$

$\cot 1{,}3 = -\cot(-1{,}3) = o{,}27762$

د زياتون قضيي يا تيورمونه

دا چي کونجبلواک لاینی نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفېدیرې پورې ساده ډبل بلواک ارزښت اړه نه لري.

لکه

$\sin 30° = 0{,}5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زياتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواک ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بيلګې :

1 . $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

2 '. $cis(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

3 . $\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

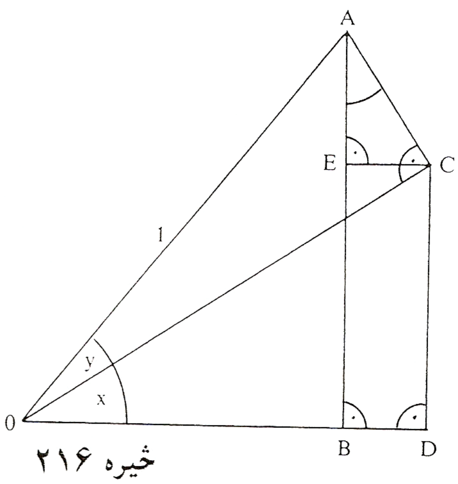
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



ذخیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y$; $|OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y)$; $|OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

بر سیره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. **2′.:**

3. **4.:** $x = y$. ځای پر ځای کړه

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کیږده

$$\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداسې

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه مخته ځي

7.: $x = y = z/2$ کیږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د دویمې ښوونې له لارې ښوونه لرو
په (*) کې و لیکه او کیږده

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$.

9-10: دا اړیکې له ۱ او ۲ او تنجنت د تعریف څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن y = a . sin(bx+c) +d

لكه چي په پيل كي مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيرې پيښي شته دی چي تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د كونج په واك كی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه كی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوسا ين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لوري څخه)

بيلګی	دكارونی ساحه	تاثير	بلواك
شیره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		y = sin (x)
شیره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شیبالونګ یو په بل پرلوتل	د y - لوري پاتې راکښنه	y = sin(x) +d

$y = \sin(x+c)$	د فاز تغییر یا ګام بدلون	په بدل برېښنا جریان کې د برېښنا او ښیالونک تغییر روښانوي	شېره ۲۱۹
$y = a . \sin(x)$	د امپلیتود د ګام بدلون فاکتور ۱- د $180°$ فاز ګام بدلون دی	د یوه پندول خوځېدنه	څېره ۲۲۰
$y = \sin(bx)$	د یو یوه تغییر بدلون $b>1$ سرعت $0<b<1$ په کراره کېدل $b<0$ په شا ګرځېدنه کم محور دی	د یو بسیط نوسان ګراف څېرونه په یوه وخت دا چې په زړه د هغې پورې لېږدونکي په دغه توګه الوېږي او ازولولي	څېره ۲۲۱
$y = a . \sin(bx+c)+d$	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	څېره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره څېره بله کړی

$4°6' = 4,1°$; $10°, 5' = 10°30$

a) $6,75° =$ b = $120,48° =$ c) $-75,65° =$

d) $52°16' =$ e) $97°13' =$ f) $44°44' 44'' =$

۲ – په درجه کچ ی ولیکی

a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x (2/3)\pi$

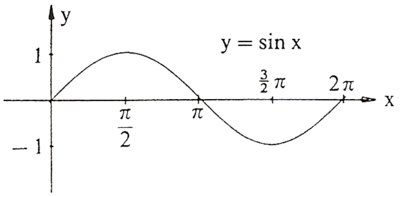
d) $x = 4$ e) $x = -3$ f) $x = 4,7$

۳ – په لینده کچ یی ولیکي

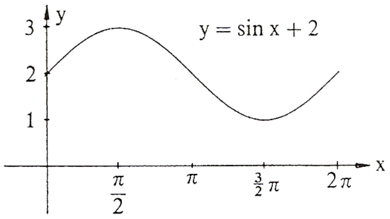
a) $15°$ b) $-60°$ c) $540°$ d) $20°15'$ e) $15,75°$

(c) ketabton.com: The Digital Library

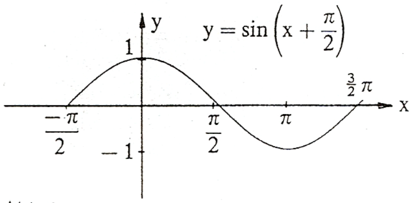
(c) ketabton.com: The Digital Library



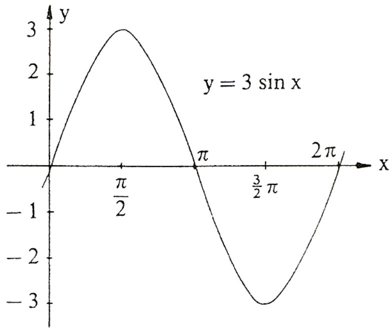
څیره ۲۱۷



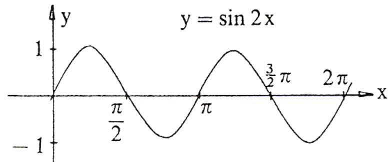
څیره ۲۱۸



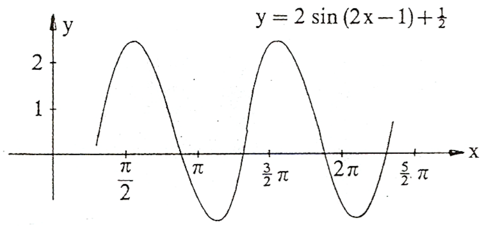
څیره ۲۱۹



څیره ۲۲۰



څیره ۲۲۱



څیره ۲۲۲

د دې بلواك ګراف د ساين کرېي $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

١ – د ارزښت دوه ځله کيدل

٢ – د نيمی راګرځيد اوږدوالی باندې پرسيدنه

٣ – په يوه يوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په 1 / 2 پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) $\sin 20°$ b) $\sin(-30°)$ c) $\sin 172°$ d) din1°4'

e) $\cos 35°$ f) $\cos 380°$ g) $\cos(-27°)$ h) $\cos 47{,}9°$

i) $\tan 11°$ k) $\tan(-15°)$ l) $\tan 33{,}33°$ m) $\tan 13°13'$

n) $\cot 870°$ o) $\cot(-11°)$ p) $\cot 14°14'$

q) $\cot(-2°2')$

r) $\sin \alpha = 0{,}8$ s) $\cos \alpha = 0{,}9$ t) $\tan \alpha = 2{,}5$

u) $\cot \alpha = -1$ v) $\sin \varphi = 0{,}3$ w) $\cos \varphi = -0{,}13$

x) $\tan \varphi = -4$ y) $\cot \varphi = 0{,}3$ z) $\arcsin(x) = \pi/2$

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) $a = 7$ cm; $b = 6$cm

b) $a = 16$cm; $= 66°45'$

c) $c = 5$cm; $a = 3$cm

پاتی ټوټی وشمیری

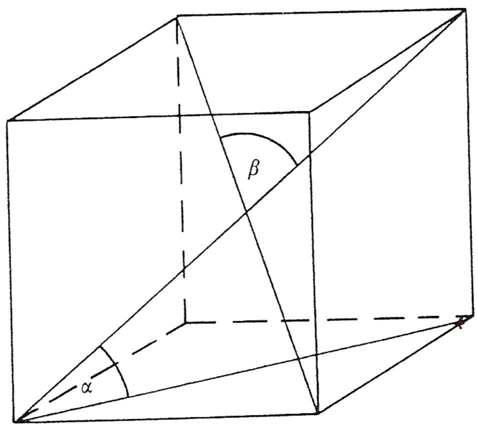
۶ – په مساوي پښیز دریګوډي کي (a = پښه ده) دی

a) $a = 10$cm ; $\alpha = 80°40'$

b) $a = 12$ cm ; $h = 8$cm

c) $\beta = 40°$; $a = 7$cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز ($\alpha < 90°$) دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز دریګوډي لپاره وشمیری ($\alpha > 90°$)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کې د یوه هوا نیمي او بنسټهوارې ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګې

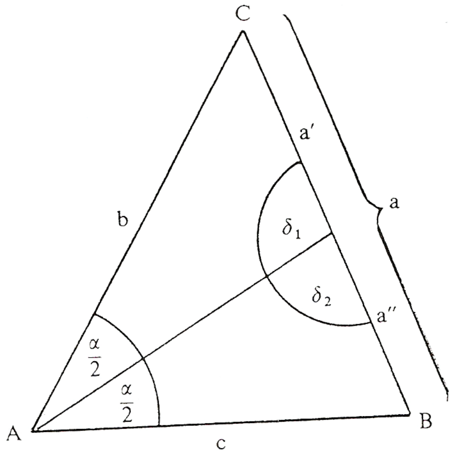
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کړې غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته،

چي ۱،۵۰ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج ∡ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج ∡ = 25° لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګې په کوم جګوالی یوبل سره مخامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یې ∡ = 18,5° او ښبیټکی یې ß=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یې پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یې د ښبی ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یې ۱۶۰ متره وي؟

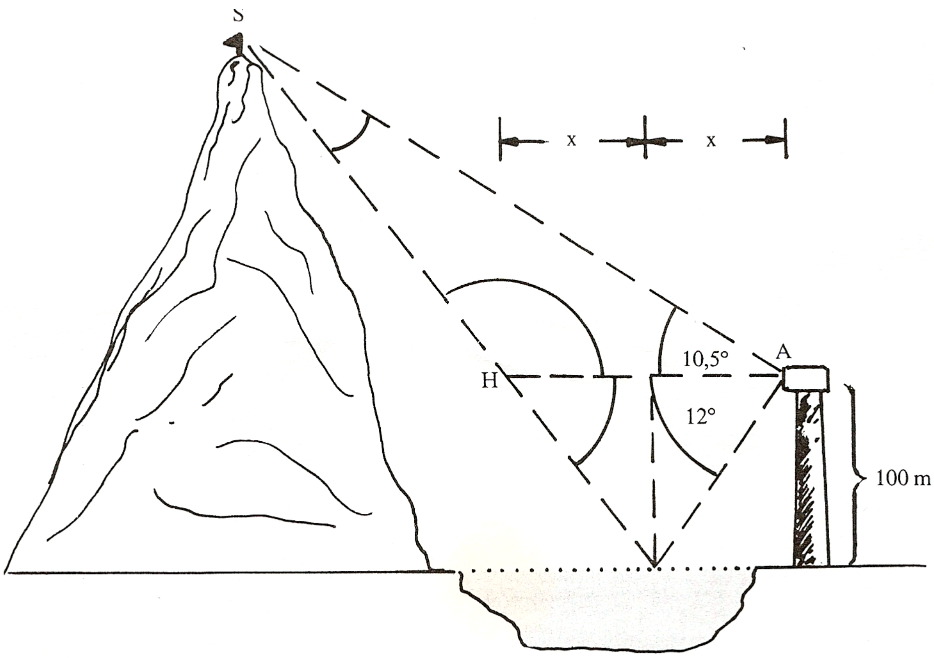
– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

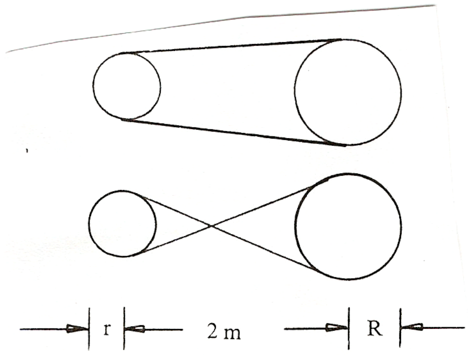
– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

-د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهواري میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهواري دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره



شیره ۲۲۵



شیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

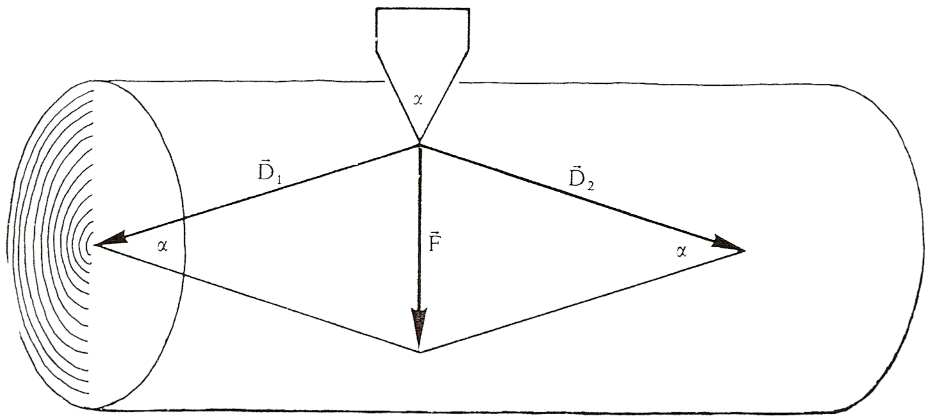
$r = 22$ cm , $R = 35$ cm ,

$|M_1M_2| = 2m$?

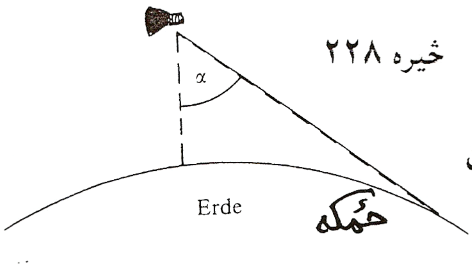
ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو راکښېدلې وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونې په سته یو کایل)موړی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د
فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستې درځونه ، که د کایل
یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟
ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

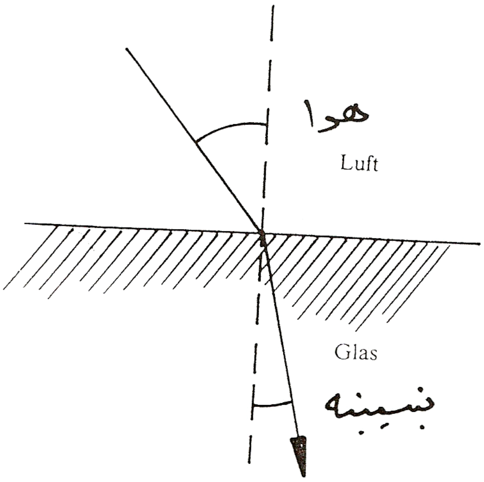


څیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه
ځمکه د یوه α کونج لاندې
لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین
څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکې
وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v = 120km/h$ سرعت
سره روان دی، نو د باران څاڅکی په
پټلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۲۲۹

د چيترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
ټير يا ګاډيل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو
د لويدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو
طبقو ولويږي، نو خپلی لور ته تغير
يا بدلون ورکوي. د سنيليوس Snellius
د ماتقاعدې له مخی کيدی شي چی د
ماتيدو قانون وشميرل شي. دا قانون
وايي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او
ولاړکرښه يا عمود په بيليدونکی هوارې په يوه هواره پراته دي او برسيره پر
دې لاندې اړيکي باور لري يا صدق کوي:

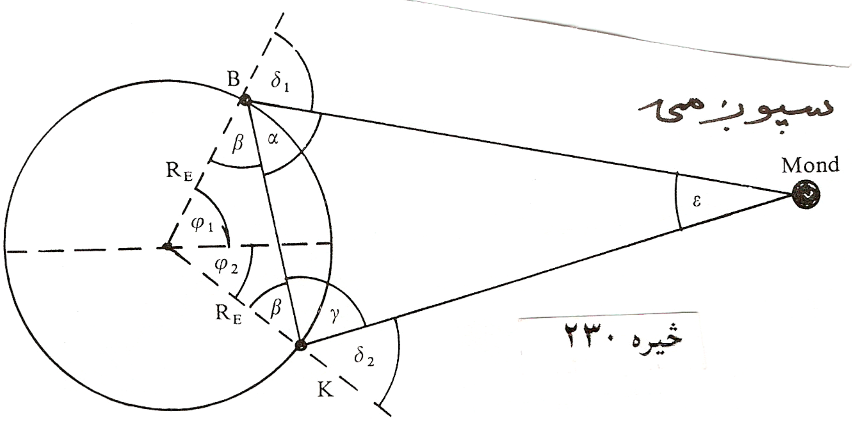
$$\sin \alpha \;/\; \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په يوه ښيښه (اوبو) پريوزي، نو n = 1,5 (1,33) دی وښايي،
چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ – په ۱۸ ا–مه ميلادي پيړی کی د سپوږمی لريوالی تريګومتريکي وټاکل
شو. په برلين کی (جغرافيوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هيلو
په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د
سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کيږي. له دې لاس ته راغلل:
$\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$.
وشميری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنیSchwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin(2\pi/T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi/T)\, t = x$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- مربع مساوات (څلورئ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورئبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړئ

د ازماېښت سره حل $x1=5$ یا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ یا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کیږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ریښه ونیسئ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow |x| = 5$$ ارزښت حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادې تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$\|4\| = 4$	$\|5{,}12\| = 5{,}12$	$\|\sqrt{3}\| = \sqrt{3}$	$\|\pi\| = \pi$
$\|-4\| = 4$	$\|-5{,}12\| = 5{,}12$	$\|-\sqrt{3}\| = \sqrt{3}$	$\|-\pi\| = \pi$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکوx = | x | تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = |x|$ فقط هلته تیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $|x| = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بنې $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بنه بدلون وروسته د ریښه نیونې له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 \quad | +8 \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 \quad | :2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow |x| &= 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : \|x\| = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0 : \|x\| = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad | \cdot 2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 18 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad | \\ \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : \|x\| = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0 : \|x\| = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازمیلو له لارې لرو : x1=1یا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

یا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتیجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتیاوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دویم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x\cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

یو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه یو ضریب صفر وي.

پام :

د بښې یا مساوات سیستم تل کیدی شي د اووښتوني یا متحولي له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازمايښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2 + 2x & = & 0 & |\, x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & |\, \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x + 2 & = & 0 & |\, -2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & |\, :3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بيلګه:

Probeازمايښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & |\, -\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = & 0 & |\, x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = & 0 & |\, \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = & 0 & |\, +\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & |\, \cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & x = \frac{9}{8} & \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بيلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شميرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Leftrightarrow x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \Leftrightarrow x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکميلونې په مرسته د حل تلنلار

بيلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکميلنه $\Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow && \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 &&= 0 && | + 4^2 + 20 \\
&\Leftrightarrow && (x-4)^2 &&= 36 && | \sqrt{\ } \\
&\Leftrightarrow && |x-4| &&= 6 && \\
&\text{Fall 1:} && (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 &&= 6 && | + 4 \\
&\Leftrightarrow && x &&= 10 && \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}} \\
&\text{Fall 2:} && (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) &&= 6 && | \cdot (-1) \\
&\Leftrightarrow && x - 4 &&= -6 && | + 4 \\
&\Leftrightarrow && x &&= -2 && \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}
\end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

Oder یا $x^2+px+q=0$

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{oder} \quad \underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

يا په لنډه بڼه ليکو:

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

دلته د ريښې لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانتD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه حلتوکي(عناصر؟)	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	که وي
یو حالتوکی(ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	که وي
حلتوکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	که وي

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ـیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$
$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \qquad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ \Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{array} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کي غوڅوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کي لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کي کېدی شي حل داسي کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کي ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کي دا ساده دی، د ويتا د ريښي جملي سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس یا په ښټ د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو ځلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرئ $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرئ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرئ(حلسټ) $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه:دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتځله یا هم همدا حلډېرئ لري.

کربنیز ضریبونه(ځلوونې) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د یوه مربع مساوات کربنیزه بڼه ده.

یو شرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضریب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کربنیزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښيز ضريبونه:

يو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بيلگه:

L={x1;x2} دې د يوه مربع مساوات حلډيرئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضريب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو ضرب تيک هله صفر دی، که لږ تر لږه يو له دواړو ضريبونو صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضريب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بيلگه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښيزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 6 = 6{,}25$$
$$x_1 = 0{,}5 + \sqrt{6{,}25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0{,}5 - \sqrt{6{,}25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتونې يا ماحولې x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروئ.

دريمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \emptyset$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وييتا د ريښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کرښيزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د يوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې يې و ازمايی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x + 2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x + 3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x - 4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلگه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلگه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \,($$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$
$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \;\left|\; \begin{matrix} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{matrix}\right. \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 4\cdot49-32\cdot7+28=0 \\ 4\cdot1-32\cdot1+28=0 \end{matrix}$$

بیلگه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$
$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{matrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 2(2+2)^2=2\cdot16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot16=32 \end{matrix}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه بايد څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باکترياګانې په دوه ساعته کې 450 باکترياو ته زياتوي.

دا باکترياوې په ساعت کې څو په سلو يعنې % کې زياتيږي.

څلورم –

د يوه مربع دوه کونجتړې يا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

يو ولاړکوډيز يا مستطيل $60{,}75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – يو اړخ درېواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه يې په 3 m يو له بل توپير لري.

شپږم –

دوه ګڼونه په 4 يو له بل توپير لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی. اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زياتون يا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.

اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون يا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0\,;\ t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0\,;\ t > 1$

نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ – $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a + 1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ 1 د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ – $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتني

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}(x^2 - 4x) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0,5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0,5x^2-x+1,5=0$ ث - $\frac{1}{3a}(2x-x^2)=0;\ a\neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0 ; t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0 ; t \neq 1$ ح - $1,5(x-0,5a)^2 = 0$

دویم: لاندې برابرونونه یا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ پ - $1-\frac{1}{(1-x)^2} = 0$ دریم: د a

د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټیک یو حل لري؟

څلورم: د جبشمیري سره د ټیک دوه لسمیزو سره حلډېرئ وشمیرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ ب - $x^2 + 6x - 1024 = 0$ پ - $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0,025x^2 + 2x - 0,254 = 0$ ټ - $119,6\pi + 9,6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ ث- $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښایئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د ټول $a, b \neq 0$ لپاره یو ناټیک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ ب - $73 - 52s + 14s^2 = 25$ پ - $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8,5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ ټ - $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ ث - $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دویم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$، ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرۍ یې وټاکئ.

د مساوت په ښي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-2,5\}$ سره، ب - له حل $L = \{-5;3\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د U = 38 m او یو مساحت د $A = 88\ m^2$ ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16\ m^2$ ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سرې د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800\ m^2$ سطحي سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$ (د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا داني باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

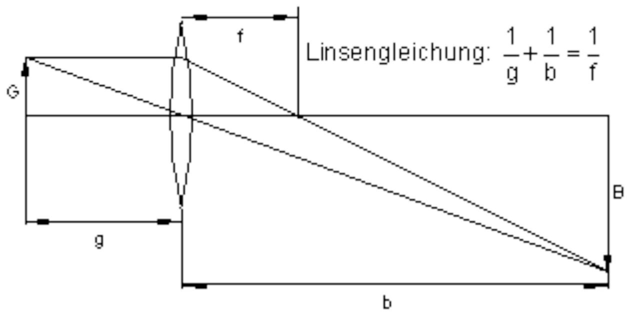
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسي له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي ځیره B باندې پریوځي یا ځیره کیږي. د شي او ځیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې ځیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې ځیره کې: Linsenglaeichung د عدسي مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ــلکه کرښیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټېږئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفډېږئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څیرنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
& \frac{4+x}{x-2} &=& \; 6 && |\cdot(x-2) \\
\Leftrightarrow\; & 4+x &=& \; 6\cdot(x-2) && \\
\Leftrightarrow\; & 4+x &=& \; 6x-12 && |-6x \\
\Leftrightarrow\; & 4-5x &=& \; -12 && |-4 \\
\Leftrightarrow\; & -5x &=& \; -16 && |:(-5) \\
\Leftrightarrow\; & x &=& \; \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{16}{5}\right\}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3\,;\,1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{lllll} & \frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} & = & 0 & |\cdot(x+3)(x-1) \\ \Leftrightarrow & 5(x-1)+(x+3) & = & 0 & \\ \Leftrightarrow & 5x-5+x+3 & = & 0 & \\ \Leftrightarrow & 6x-2 & = & 0 & |+2 \\ \Leftrightarrow & 6x & = & 2 & |:6 \\ \Leftrightarrow & x & = & \frac{2}{6}=\frac{1}{3} & \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{1}{3}\right\} \end{array}$$

بيلګه:

د Hauptnenner اصلي ماتلاندې یا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{array}{lllll} & \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} & = & \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} & |\cdot(x-1)(x+1) \\ \Leftrightarrow & x^2-x+4x+4 & = & x^2+x & \\ \Leftrightarrow & 3x+4 & = & x & -x \\ \Leftrightarrow & 2x+4 & = & 0 & |-4 \\ \Leftrightarrow & 2x & = & -4 & |:2 \\ \Leftrightarrow & x & = & -2 & \text{da } x\in D \Rightarrow L=\{-2\} \end{array}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دي ته بیایي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \qquad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \qquad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \qquad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \quad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کينه لور په اصلي مخرج راوړل کيږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لارښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دي ونيول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نيول کيږي. که د کسرکرښي يا ماتکرښي مخ ته کميزه يا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلني وروسته دې اړونده صورت يا ماتباندي په يوه منفي نوک کې کيښوی شي.

د په ښت- يا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندي کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \qquad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4}\ |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

په څنو حالتونو کيدی شي شميرنه د د په ښت – يا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

دا په ځانګړي توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتیران(صلیب) له لارې:

شمیرنه کیدی شي
د Multiplikation über Kreuz
چلیپا یا اتیران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات یا کسر مخرج(ماتلاندي) د دویم کسر له صورت سره ضربیږي او د دویم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضربیږي.

مګر دا ټیک هلته شونی دی، چې کسرمساوات دا ترخنګ بنه ولري.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\,|\,17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتیرا – یا چلیپا ضرب د باوریوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه یا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د یوه ساده ورته بنیږ بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\,|\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\,|\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\,|:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad\text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چې د ښوولو وو

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعريفورشو يا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \mid \text{ Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

Hauptnenner : $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \mid :3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بيلگه:

دا بيلگه په گوته کوي، چې د تعريفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتيا يوې نتيجې ته بيايي، مگر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعريف نه دی.

بيلگه:

Trikچلول ته وايي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick: } \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمي جملي په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\,\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1\Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1\Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ ځ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ څ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1;\ a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$ بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلدېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکيږي.

بیلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|+4 \Leftrightarrow 5x=4\,|:5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کيږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندې صفر کيږي.

په صلیب یا اتیران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اتیران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \mid -3x + 16 \Leftrightarrow 17x = 22 \mid 17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17} \Rightarrow L = \left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4} < 0$ **ب -** $\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5} \geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1} < 1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2} \geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3 - (4u+1)x^2 = 0$ حل د $u > 0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني يا متحولي ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولي ارزښت کميز وي.

بيلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1 \mid -2 \Leftrightarrow -x>-1 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1<4x \mid :4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1>4x \mid :4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

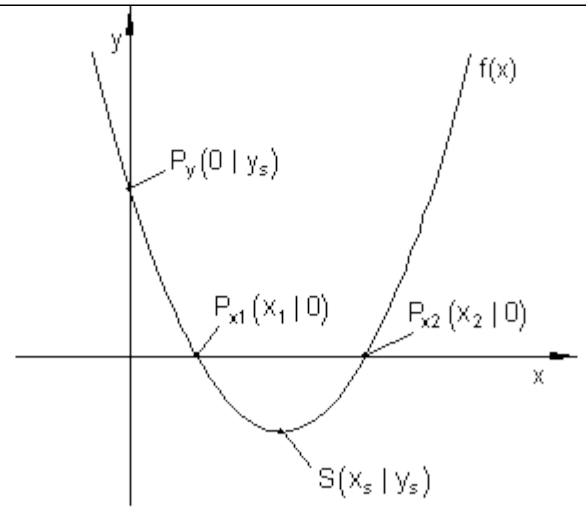
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

پـه ځنـګ ځيـره کـې د ګراف کتلو کـې يوځو ټکي پـه ځانـګړې توګه پام تـه راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**غوښتکی** $P_y(0\mid y_2)$ **د x - محور سره غوښتکي** $P_{x1}(x_1\mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2\mid 0)$ **ککرېکی** $S(x_s\mid y_s)$

خیرنبیلګه:

د خیرنبیلګي په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپرکي لرو.

د **y** -محور سره غوښتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کي غوښوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6\cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\mid 5)}}$$

په دې حالت کي به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرتکی یا د رأس تکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅتکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اینونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیایي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0);\, P_{x2}(1|0)}}$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅتکي وټاکی.
د ککرتکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad S(-2|-9)$ دويم - $f(x) = -x^2 - x + 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دريم - $f(x) = -x^2 - 4x - 4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x) = 4x^2 + x - 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

يادونه:

يو كس € 120 گټي، موږ هم وايو چې هغه د€ 120 ارزښت گټي. يو كس د 120 €جزاپانه تر گوتو كوي، موږ وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا وركړي.
په دواړو حالتونو كې مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخې گټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفى(كميز) په معنادى.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخې تل مثبت دى.

د دې لپاره چې د يوې متحولې ارزښت وشميرلى شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو:	
$\|x\| = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	كه $x \geq 0$ وي. كه $x < 0$ وي.

بيلگه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x+2| = \sqrt{3}$ دې حل كړاى شي.

د شميرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2 \rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

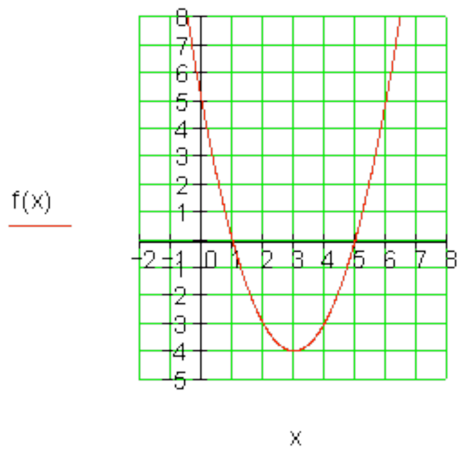
$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

دویم حالت: که $x+2<0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2=-2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2 \rvert = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څېړنو لپاره د بیلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککرټکی یې په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره یې عوښتټکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره یې غوښتکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوښتکي يې د تابع f(x) صفرځایونه بولو، چخه چې هلته باور لري: f $(1) =$ او $f(5) = 0$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعریف او ارزښت ست(ډېرى)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کې تر څېړنې نیول کیږي.

دا مو تعریفډېرئ او ارزښت ډېرى ته لاربنودوي.

ځموږ د بیلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ دx ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېرى): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنى ارزښت(مینیموم) ککرټکى دى، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دى، پس $x\ min=-4$.

اوس د انټروال پولې $x=-1$ او $x=6$ څېړل کیږي.

$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

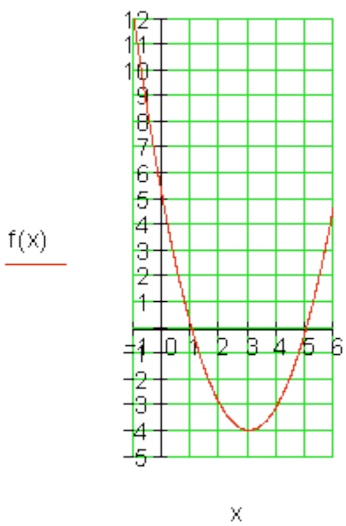
له دې سره ارزښت سټ دى:

$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږى.

د نورې څېړنې لپاره ځمونږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېرنې لاندې نیسو.

<table>
<tr>
<td>دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعريفسټ سره د مخه ورڼ شوى ده.

$D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$
$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$</td>
<td>$f(x) := x^2 - 6x + 5$

</td>
</tr>
</table>

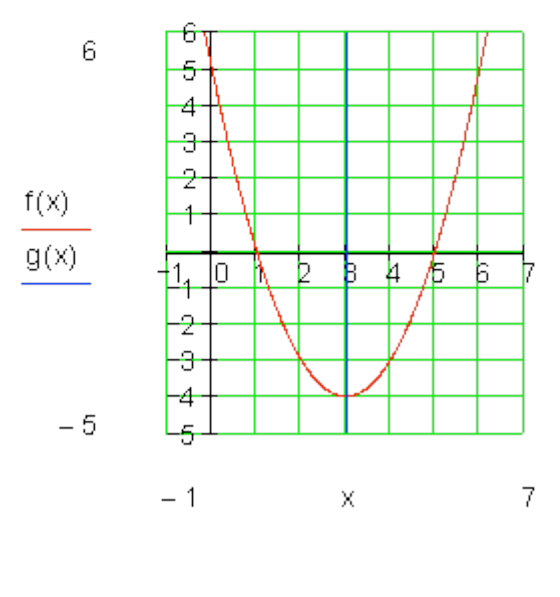
د سیومتري څېړنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ښيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرټکي څخه تيرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي څخه تېر يږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.



له صفرځايونو څخه د ککرئټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګي لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرئ ټکي د x کواورديناټ دی.

د **_p - q_** فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميلېدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ريښي لاندې افاده(وييڼه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=5 \vee x_2=3-2=1$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$

:
حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې ریښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط یو حل.

ټولګه:
دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \vee \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

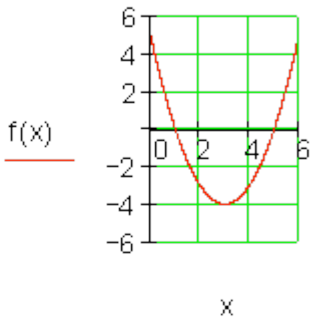
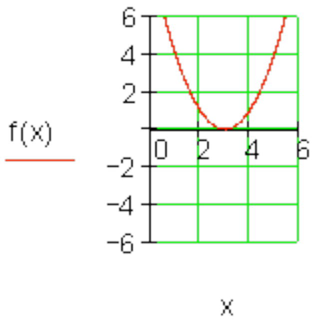
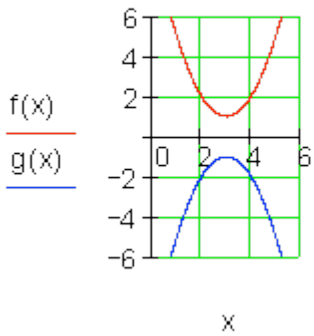
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د دوه حلونو دېری(سټ) د یوه حل سټ د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو ستې باندي څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوځوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیډه شمیرني له لاري صورت نیسي:

x1 او x2 سره جمعه کړی	x1 او x2 سره ضرب کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$
$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\because x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

يو ضرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:

يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

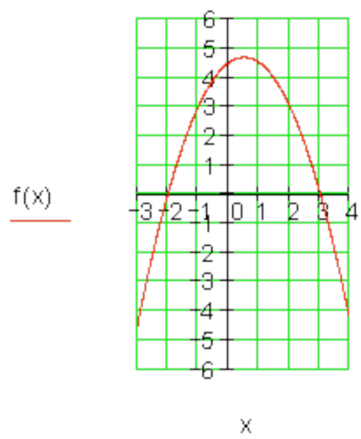
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وېستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت دويم حالت	$x+2 = 4 \mid -2 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$ $x+2 = -4 \mid -2 \Leftrightarrow x = -6 \Rightarrow x_2 = -6$

صفرځايونه: $x_1 = 2$ همداسې $x_2 = -6$

د x محور سره غوڅټکی: $P_{x1}(2 \mid 0)$ همداسې $P_{x2}(-6 \mid 0)$

دy محور سره غوڅټکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د f(x) او g(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و ښيرۍ، که باور ولري:

$$g(x) = ax^2 - a\,;\, x \in \mathbb{R}\,;\, a \in \mathbb{R}^* \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 + 1;\, x \in \mathbb{R}$$

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$g(x) = 0,5x(x+3)\,;\, x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 - 3x\,;\, x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږې. بې له شمیرنې دلیل رواړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړئ.

ب – کرښه د x=u سره د 0> u >3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکئ.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډيز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د 1- = u لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکئ.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیرئ.

ټ - a داسې وټاکئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسي وټاکی، چي پارابول $g(x)$ د $f(x)$ گراف لمس کړي.

پنځم – وښايی، چي د a داسي ارزښت نه شته، چي د $f(x)$ گراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کي يوه ککره لري او د x محور په ټکي $P_x(2\sqrt{3}|0)$ کي غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکی او گراف يې رسم کړی.

اوم – د ويمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$ کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k|0); P_{x_2}(-2|0)$ او $P_y(0|-k)$ کي غوڅوي.

د $f(x)$ تابع مساوات وټاکی.

اتم – ضريبونه $a1$ او $a2$ داسي پيدا کړی، چي تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځايونو کي همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

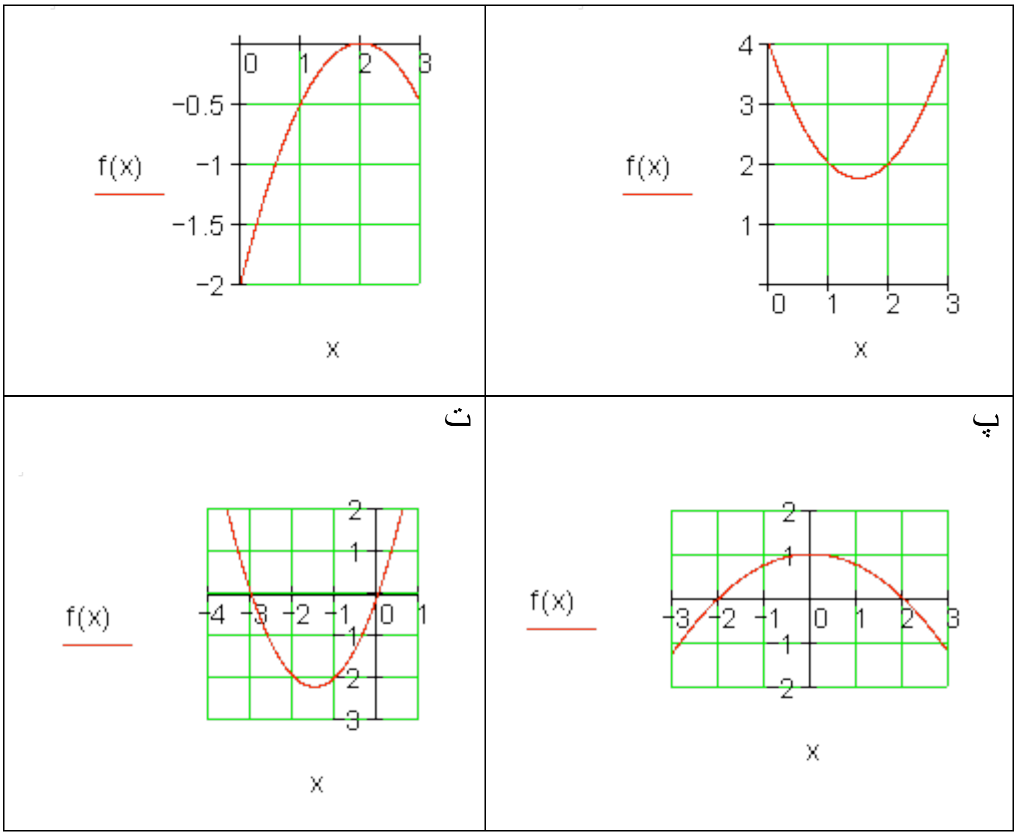
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ځيرنو څخه د تابع مساوات و ټاکی..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ ګراف د x محور په x=-3کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه 2- او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت 1- لري. $f(x)$ وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې وینااوي (د ریاضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – $f(x)$یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د $f(x)$ صفرځایونه په مختخښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرايطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوځېکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچنې ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شميرپوهنې   انګريزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شميرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځيال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې يو پيل   دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپيني خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – اناليزی ۱

۷ – اناليزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

-۲۲ داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميړي شينواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کي د شينوارو هسکه مينه کي دې نړۍ ته سترگې راغړولي.

د هسکي ميني د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولگي پيل او د دويم ټولگې څخه گام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانگه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانگه او اباسين نوميږي. څانگه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library