شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (رياضي)

د نهم ټولګي لپاره

ليکونکی:

ډاکتر ماخان (ميرې) شينواري

بريښناپته:

smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردۍ (دایره) ۸

کردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمۍ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردۍ ټوټه، - ګردۍ برخه، ګردۍ کړۍ، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردۍ لینده،د ګردۍ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسې یا هګۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې څیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت............... ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر.............۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوڅی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول.............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون.........................۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِوڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅېږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دئ، چې زه ترې دلته تیرېږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړئ، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځني کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دئ، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دئ، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لرې. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځې له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنی سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

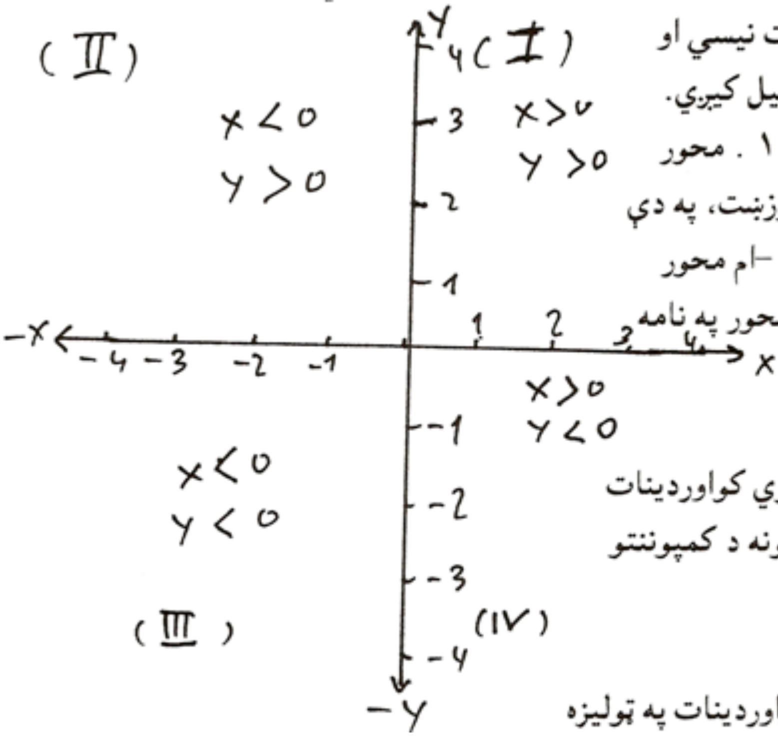
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځمونږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چې بدل شي، څکه چې دا کیمونتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د څل یا ضرب لمړنی کیمونتت د y− محور څخه فاصله ټاکي دوم کیمونتت د x− محور څخه. که لمړی کمپوننت منفي وي، نو ټکی د y−محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دایرې د چاپیریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محیط دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته میشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در یک نقطه به خط منحني دایره یک مماس رسم کنید.
به خط در نقطه یک عمود رسم شود. این عمود مماس مطلوب میباشد.
از یک نقطه که بیرون دایره واقع باشد، مماسي را رسم نمایید.
خط و به ان دایره تالس را رسم میکنیم. نقاط و به دایره تالس به منحني دایره نقاط تماس تانجنت هستند.
یوه زاویه جي د دایرې په چاپېریال کي د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل کیږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویې سره برابرې دي

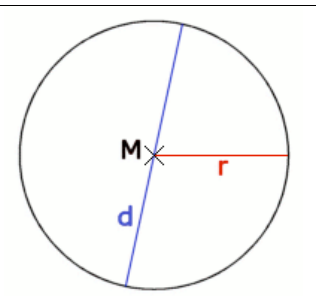
د منځټکي هغه زاویه له کومې چې وتر برېښي منځټکي زاویه بلل کیږي.
هغه زاویه چې په یوه پایټکي کی

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردی (دايره)

يادونه: ولې ګردی؟ موږ به چې په هسكه مينه شينوارو كې غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده كرښه مو وېستله او هغې ته مو ګردی ويل. دا نومونه د افغانستان په ټولو يا زياتو ځايونوكې شته، خو پښتانه كله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالې غاړه كه رنګ كړی او هغه په يوه كاغذ كيږدی، څيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايی؟
د يوې افغانی ژی، څه شكل لري؟

پيژند ياتعريف د يوې سطحي يا هوارې ټول هغه ټكی، كوم چې له يوه ټكی داسی په نامه منځټكي Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، ګردی لاين يا لنډ: ګردی بلل كيږي (مخامخ څيره)	

ليكندود يې (دا ليكندود په پيل كې ورځنی يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه كې راځي، خو دلته كه وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{X \in E \mid |\overline{MX}| = r\right\}$

لوستل يې: ګردی ک د ټولوټكو ايكس چې ايكس د اي توكی دی، ډيری ده، داسي چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپيری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کې دی وي، چې د ټولو هغو ټکو ډېرى يا سټ، چې له M څخه واټن (فاصله)يې له r څخه کوچنى يا د r سره برابر وي د دايرې سطحه بلل کيږي. (موخه يي ګردى منځهواره ده يا ټيك : ګرديټوټه)

د وړانګي (شعاع) پيژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دايرې ژۍ يو ټکى د منځ ټکى سره ترې، هغه د دايرې وړانګه يا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کيږي، چې په r سره يي ښايو (پورته څيره وګورى)۰

د نيمى يا قطر پيژند: هغه کرښه، چي دايره په دننه کي نيموي د دايرې نيمى (قطر) بلل کيږي او په d سره يي په نخښه کوو (پورته څيره دي وکتل شي)۰

پيژند
د دايرې (ګردى) دننه کونج يا ټول کونج يا پوره کونج 360درجي لري.

ګرديچاپيريال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوى دى

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسى ګردىمنځ- يا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کيږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوى عدد ،، پي π ،، د دايرې عدد بلل کيږي
: $\pi = 3,14159265$

يادونه: دا چي ما کله هواره يا سطحه په A يا F او π مي په Pi نخښنه کړي، هيله ده چي دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځي پيښي نه کړي.
په پورته کي ورکړ شوى د دايرې عدد (ګردى ګڼ) « π پي » ګورو، چي بيرته راګرځيدونى دى۰ له دې امله يو ايراشنل عدد دى او د مات په څير نه ليکل کيږي، بلکه له لسميز (عشاريه) وروستى پريودي يا تل بېرته راګرځېدونى څيفر پرليسى دى. په کارونه کي يى موږ نږدې شمرني يعني راکردوني ته اړ يا مجبور يو، ځکه چه د جبشميرې د عددونوځايونو له امله، چي پاى دي يا پوله لري يا رابند(محدود) دي.

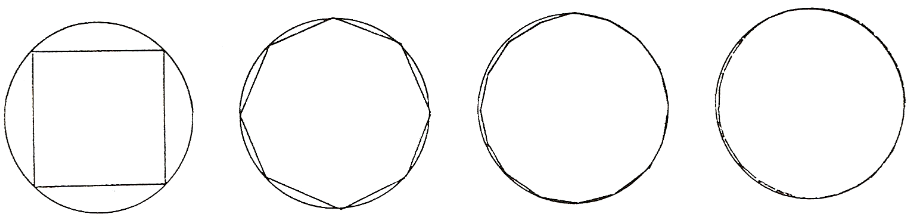
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګه سړی په دې بریالی شو چي دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندي کی لنډه ورکړ شي:

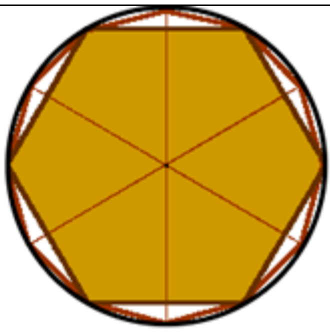
دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تکلار   داسی پیل کیږي، چی په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکڅیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

خیره ۱۱۹



یوي ګردی ته د   یوه   n –ګوڼي له لاري نزديونه (نزدي کيدنه)

خیري ۹ ۱۱ بنا ی ځی

	په مخامخ څیرو کې نهه ضلعي وریسي شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چي ځنګه ګردی ته نزدي کيږي مخامخ څیره څو څوګوډیز بریښي او ستره تری راتاو ګردی**مخامخ** څیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نزدیونه (نزدي کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چي ګورو نزدې یا تیک دایره ده)**

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعی) تل کوچني کیږي، چي پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځټکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد).   د مربع پیلدایرې سره دا څیره تل نزدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نزدي کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کی د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کی نه راځي) پيژندوړ دئ:

nپيدايښتي ګڼ	Unچاپريال	Fnمنځهواره
4	5,656854	2
8	6,122934	2, 828427
16	6,242890	3,061467
32	6,273096	3,121445
64	6,280662	3,136548
128	6,282554	3,140331
256	6,283027	3,141277
512	6,283145	3,141572
1024	6,283175	3,141572
2048	6,283182	3,141587
4096	6,283184	3,141591

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېکوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلى سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړې چې په هره لور يی ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمی(قطر) ولرې بسيا کوې، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

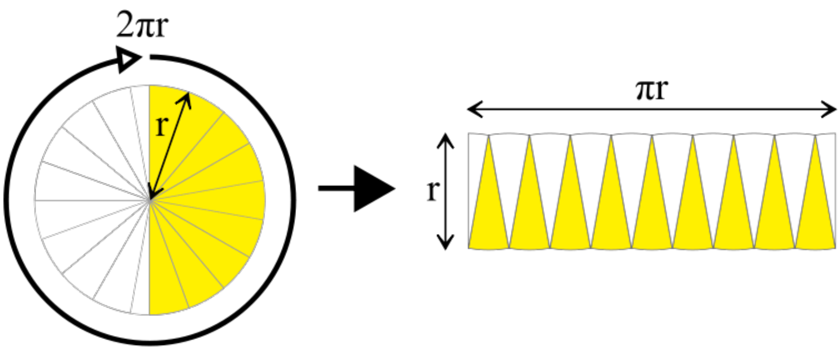
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی   pi.1m=6,248m² = U   په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر   80.8 = 640cm . قیمت وسطي یا منځ ارښت يي 6,2m دی. پس د نيکو هيلو سره ټول کسان په ميز خاي نیولی شي
ميز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ **او له دی امله 3,142.250=785,40 ياني افغانی ارزښت لري..**

په لاندې څيره کي کتل کيږي، چي د ګردی منځهواره نزدي

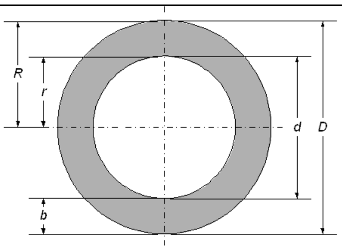
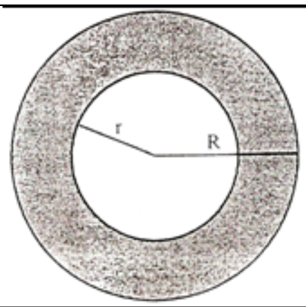


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کې د څيرې کوچنيوالي له امله د ګردی څيره لږ تخريب شوه، خو دا ستونځي پوهوړ دي٠

ګردنیوټه ، ګردیبرخه او ګرديکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر وخت دننه- یا خوندیکړدی له چاپیریالکړدی کوچنی وي. نو له دې امله د دوي په منځ کې یوه کړی منځ ته راځي، چی د هغې منځهواره د دوارو ګردیو د کمون، کمښت یا توپیر څخه شمیرل کیږي ،	
جمله : موږ دوه دایرې لرو، چې د محاطي دایرې وړانګه **R** او د محیطي دایرې وړانګه **r** ده، نو د $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi (R^2 - r^2)$ $F_K = \pi (R - r)(R + r)$	

بل ډول یې: یوې د دایرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسې کیدی شي، چې د دایرې محیط د دایرې فطاع (د دایرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چی له غاړې یا ژۍ یې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کومه میز سطحه پاتې کیږي او د دایرې کړی چی له منځه ځي څومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

$$F = (0{,}9m)^2 . Pi = 2{,}835 m^2$$

د دایرې کړی سطحه او محیط چاپیریا په لاندې ډول دي

$$F = 1{,}95m . 0{,}05m . Pi = 0{,}30 m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

د داسې لږ ستونځو سره بيا هم ټول کسان پر ميز ځاي نيولی شي٠

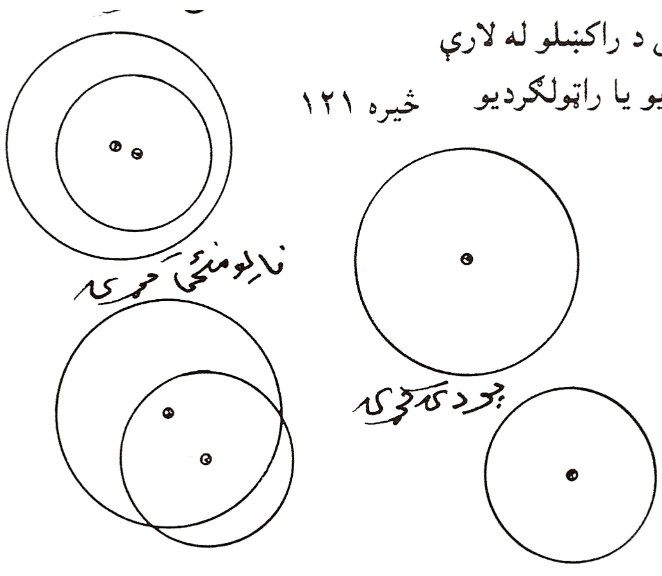
د ګرديوپروتځايونه يوبل ته:

هغه دايرې، چې منځتکي يې يو په بل پرېوزي کونځنتري يا راټول او په غير له دې اکسځنتري يا ناراټولي بلل کيږي.

يو منځي کړی يا دايرې   **نا يومنځي دايرې يا کړی**

ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري يا راټول دايرو واړول شي.

وي کيدی شي چی د راکښلو له لارې
په کونځينتريګرديو يا راټولګرديو   ځيره ۱۲۱
بدلی شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه يا زياتې ګردۍ چې منځ ټکي يې يو په بل پريوځي کونځنتري Konzentrie يا راتولي او په غير له دې اکسځينتري Exzentrie يا ناراتولي بلل کيږي . که يوه ګردۍ تو له په بله کې پرته وي کيدی شي چې د راکښلو له لارې په کونځينتري ګرديو يا راتولګرديو بدلی شي.

که ګردۍ يوبل پوره پټې نه کړې، نو د ګډو هوارو) = غوځډيريو(يا ګډو پاتې يا باقي شميرنه له ستونځو سره مخامخ کيږي .که ګردۍ يو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ يو دبل سره پردۍ بلل کيږي٠ د دې ګرديو ځيرې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي٠

څو پيژندونه يا تعريفونه:

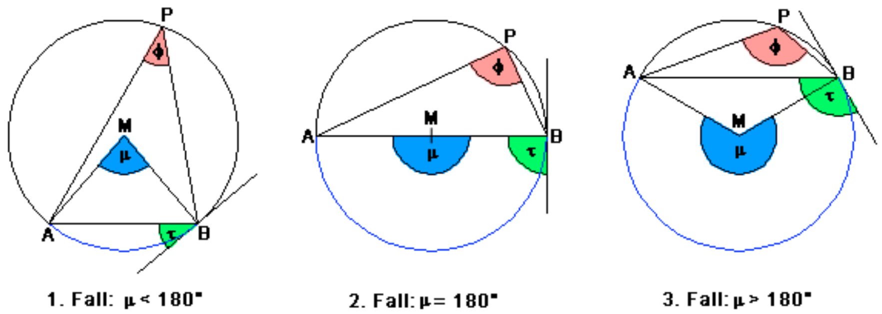
د ګردۍ هغه برخه ګرديوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کيږي، که چيرې يوه دايره (ګردۍ) د يوې کرښې له لارې يا کرښه باندې غوځه شي . داسی يوه کرښه غوځکرښه ياغوځووني (سيکانت) Sekante بلل کيږي. غوځکرښه ګردۍ په دوه توټو ويش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ ځخه تيره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ويشي، چې دا بيا ګردۍ نيمووني بلل کيږ. هغه غوځوني چې له منځ ټکي تيره شي، د ګردۍ نيمی يا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردۍ په يوه ټکي کې لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردۍ ځخه دا کرښه دباندې تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردۍ د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ توټوني (Sehne) يا وتر بلل کيږي .توټونی يا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چې غوځی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاي کرښي يا ـلکه، چې ورسره بلد يو - کرښې دي .د يوه ګردۍ ځخه د دوه ورانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوځه شي دا برخه ګرديبرخه يا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج او ليندې (Bogen) b سره. مخامخ ځيره ده

په لاندې ځيرو کې د نومونو له الماني ځخه په پښتو کوونه له کين وښی لورته:

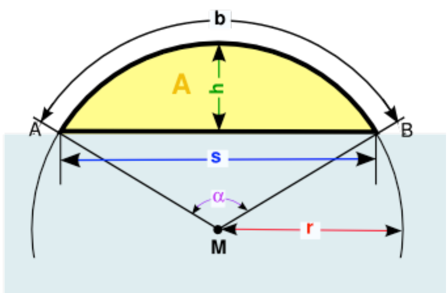
ګرديلينده Kreisbogen د ګردۍ توټه ووني(توټووني) Kreissehne ، ګردۍ برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردۍ کې د کونجونو ډولونه:



د ګردۍ ټوټه (د څیرنې پوهیدوله پاره دالاندې څیره پوره په پام کې ولرۍ)



ګردۍ ټوټهKreissegment ,
د ګردۍ ټوټې لوېي:

- Mittelpunktswinkel منځټکیکونج = α
- Kreisbogen ګردۍلینده = b
- Segmenthöhe د ټوټې جګوالی = h

(c) ketabton.com: The Digital Library

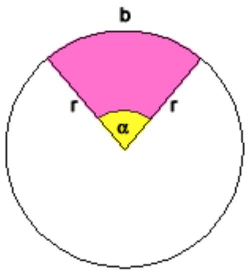
- **Radius وړانګه= r**
- **Kreissehne (وتر) توټه ووني = s**
- **Segmentfläche توټي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M**
- **ترنهVerbindung A-M-B = برابرپښیز دربګودی**

Formel zum Kreissegment د ګردیتوټي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توټه ووني (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توټي جګوالی یا قطعې جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلیندي اوږدوالی Bogenlänge
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه کچ(Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahl ګردیګڼ

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګردی برخي یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهواره
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لیندي اوږدوالی یا د قوس--
r	Radius وړانګه
α	Mittelpunktswinkel (Gradmaß) منځتکیکونج (په درجه کچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahlګرديکڼ يا د داېري عدد

د يوې ګردۍ او کرښو پروتڅايونه يوبل ته:

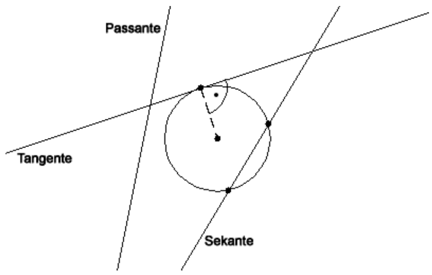
کرښه، چې ګردۍ غوڅوي، غوڅونې بلل کيږي.

کرښه، چې ګردۍ لمسوي يا د ګردۍ مماس دی، د ګردۍ لمسونې يا مماس بلل کيږي.

کرښه چې له ګردۍ تيريږي، له ګردۍ تيرېدونکې بلل کيږي.

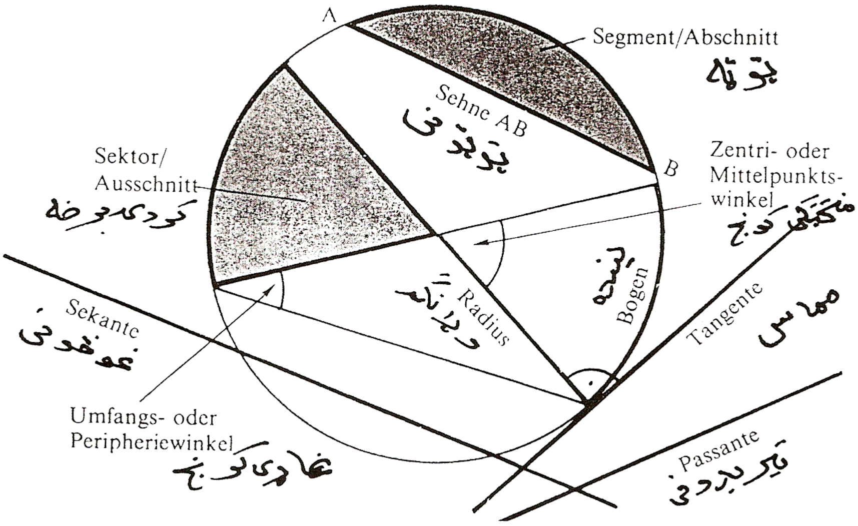
د کرښوپروتڅايونه د ګردۍته:

په لاندې څيره کې د کرښو نومونه: تيريدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅونېSekante ، لاندې څيره کې خو هرڅه روښانه دي٠



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په يوه څېره کې ورکړل شوې دي

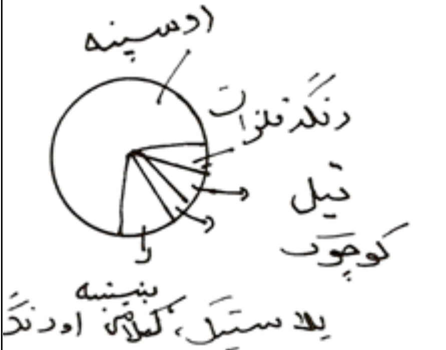
(c) ketabton.com: The Digital Library



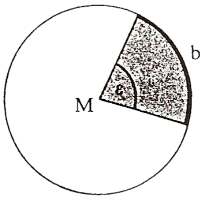
شیره ۱۲۲

پـیـلـبـیـلـکـه :

د یـوه بـنس مـوټـر جوړولـو لـپاره ۱۷۵۰ کیـلوګرامـه اومه(خام) مواد پـه خرڅ رسیږي یـامصرفیږي. پـه دې کې اوسپنه او فـولاد ۷۵ پـه سلو کي ، پـه پـالستي، ښیښي او رنګ ټـول ۹ پـه سلو کې رسیږي، پـه رنـګه فـلزونـو او ربـړ ۶ پـه سلو کې رسیږي، او تـیـل ۴ پـه سلو کې . یـو ګردیـدیـاګرام وکـاږی چې هره بـرخه پـه کې ورکړ شوي وي .

د ګردي ټـولـه هواره د ټـولـو موادو سره مساوي دهٔ (۱۰۰ پـه سلو کي) د جوړموادو بـرخـه د ګردیـبرخې څخه عبـارت دی. یـوه د یـو پـه سلو کې بـرخـه بـه یـوه ګردیبـرخه وي د منځکونـج سره 360°:100=3,6° وی . یـعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° شیره دی، چې د هرڅه بـرخه کې ورنـزدې ښوول شوې وي پـه یـوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي يا لاندي د کردی برخي خیره ځرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره يې په نخښه کوو لويوالي په تناسب برخهواره **Fsk** او هم لینده **b** تغیر خوري او لاندي باوري دي: $$\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360^{\circ}}$$	ε لويوالي b ده  ۱۲۴ خیره

د ډبل برابرون د دويمي برخي څخه باوري دي:

جمله : د کردی برخي د لیندي اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360^{\circ}}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360^{\circ}}=\frac{\pi r\varepsilon}{180^{\circ}}$$

د لومړی برخي څخه د سيکتور يا کرديبرخی لپاره باوري کيږي

جمله : د سيکتور يا د کرديبرخی منځهواره په لاندي ډول ده :

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360^{\circ}}=\frac{\pi r^{2}.\varepsilon}{360^{\circ}}=\frac{rb}{2}$$

اړيکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^{2}b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بيلګه: د خام موادو برخي (بيلګه مخ) هواره خومره لويه ده، که د کردی دياګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360^\circ).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستيك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F$ ريړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تيل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

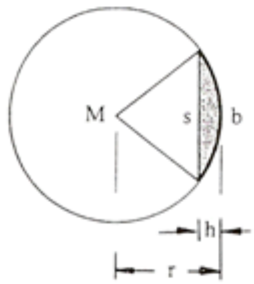
د ټولو ټولګه يا د ټولو زياتون بايد د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شميرلو لپاره هم کوم جنجال يا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بيا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښيز دريکوډي کمون دی.

شېره ۱۲۵

ګردۍ ټوټه



د دريکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varepsilon$$

(تريګونومتري دی وکتل شي ....) او

ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګرديټوټی يا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360^\circ) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon / 180^\circ - \sin \varepsilon]$$

په کارونه يا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره ګټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه: مدیر کړاو له ځان څخه پوښتي چې ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبی جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندې لاس ته راځي:

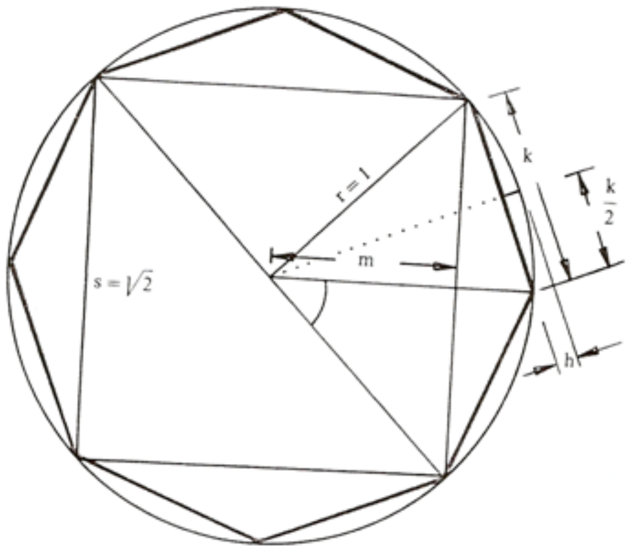
$$s = \sqrt{2} \cdot 1 = 1{,}414 \text{ m}\ ;\ \ m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s/2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393$ m دی./و له د ې سوه

F توټه $= 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$



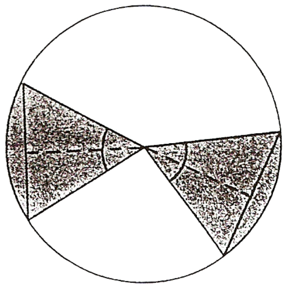
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د بنيښې ميز جوړيږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.ميز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوي}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګرديهواره د وړانګي $r = 95\ cm$ سره. د کيناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيرى اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

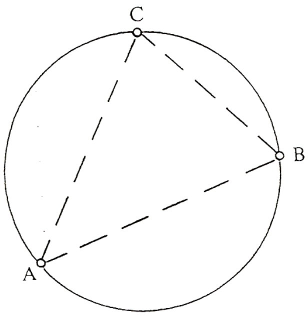
د مساوي ټوټوونو جمله



خيره ۱۳۱

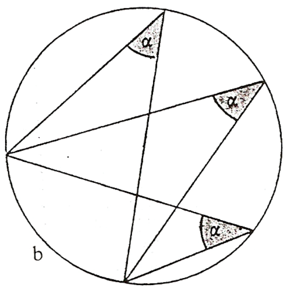
مساي اوږدې ګرديټوټی د ګردي له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګرديلينده، او مساوي ګرديټوټی او مساوي ګرديبرخی لري .

د چاپيرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره يوه ګردی موجود ده چی د دريواړو ټکو څخه تيريږي:
دا د دريکونجي ABC چاپيرګردی بلل کيږي
خيره

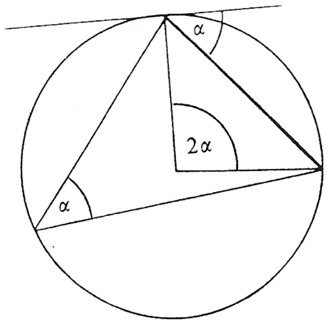
د پريفري – يا ژيکونج جمله



خيره ۱۳۳

په همغه لينده باندې ټول پريفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



د منځنۍکيکونج او پريفريکونج يا ژېکونج جمله:

يو منځنۍکيکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پريفري کونج. (چاپيرکونج)

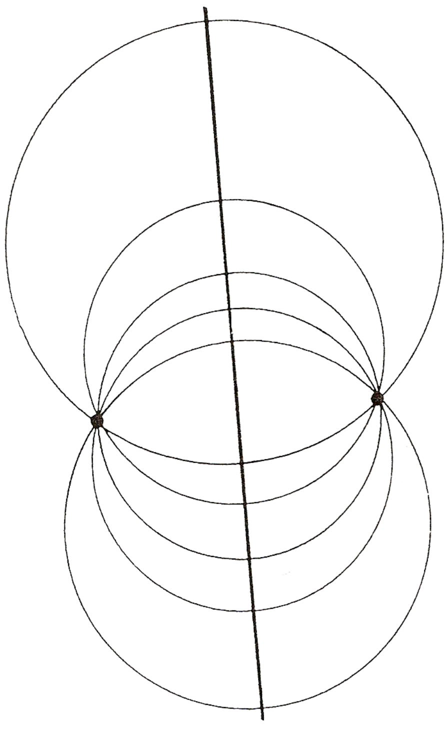
څېره ۱۳۴

د منځنۍکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:

د منځنۍکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

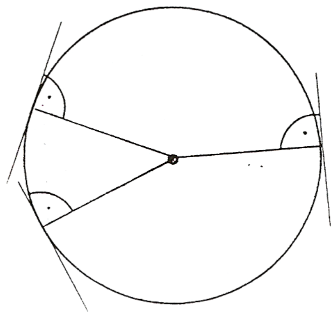
دګرديوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پريکوي

د ټولو ګرديو منځنۍکی چې يو بل په
دوه ټکو A او B کې غوڅوي يو
ناپايکرښه باندې چې ځايلاين
(ځايکرښه) ورته وايي پراته دي.



څېره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۳۶

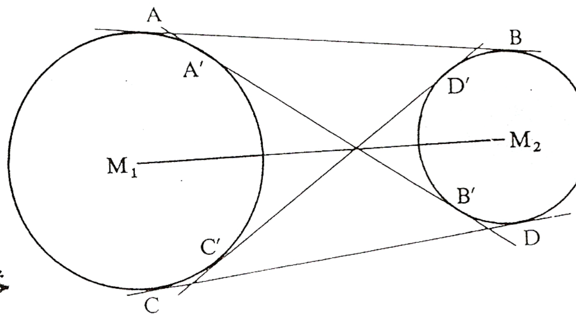
د وړانګې او تنجنت جمله

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دنننی (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي. که چیرې دوه ګردي ګډ دنننی او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅېوټې همغه اوږدوالی لري.

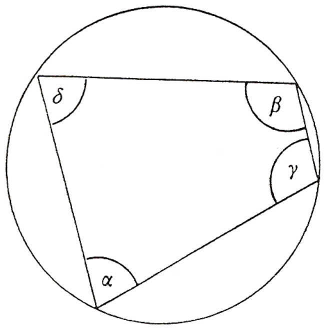
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



خیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

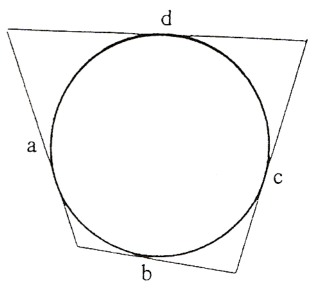


خيره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

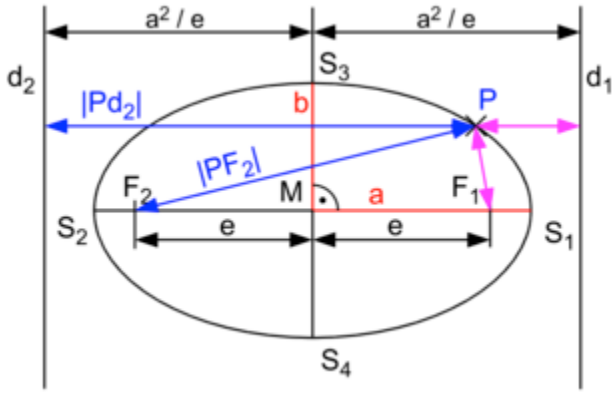
(c) ketabton.com: The Digital Library

٢ – ایـلـیـپـسی (بـیـضوي یـا هـکۍ) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیـلـبـیـلـګـه :

د کړاو میز جوړښت بـانـدې موږ پـه اتـه کونـجي اوبـی یـا حل کـی تـم کـړی وو. دا چي پـه دي ډول یـو میز سره تـل د زخمي کـیـدو خطر موجود دۍپـوښتـنـه رامـنـځ تـه کـیـږي چي : داسی یـو را ګرډشوی شکلـی شکل ، چي ګردی نـه وي او منظم غوښ وي، شتـه، چي د کړاو اړتـیـا پـوره کـړي؟ پـه ریښتـونـی ، داسی یـو اوبـی یـا حل موجود دی، لـکـه چي لانـدي څیره ښایـي، چي هر د غاړې ټـکـی دوه ټـکو واټـنـونـو تـه یـو ثـابـت واټـن لـري



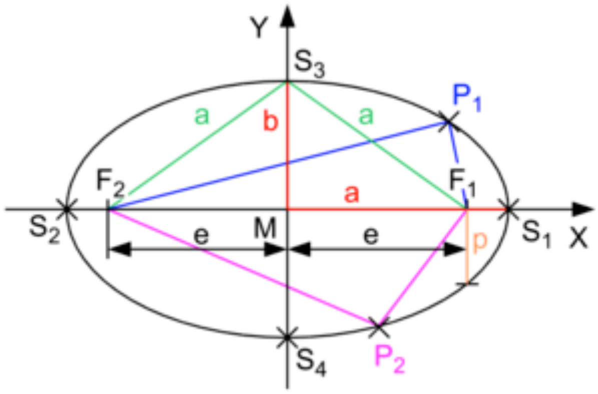
پـیـژنـد یـا تـعـریـف:

د ټـولـو مـغـوټـکـو **P** ډیـري تـه چي لـه دوه ځاي پـه ځاي ټـکو **F1** او **F2**) سوزېـدټـکـی یـا بـهـتـره سوزونـټـکو (څخه ثـابـتـه یـا همـغـه واټـن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومـیـږي

لانـدي واټـنـونـو یـا فـاصلـو تـه سوزونـوړانـګـی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټكي) واړوى **M** په (**O**ته د ايليپسى منځ ټكى واى، **e**ته د سوزونواټن يا فاصله يا لاينى ايكسځنتريڅيتايت (**lineare** **Exzentrizität**)يا لاينى ناراټوله وايي .ددې لويو لپاره لاندې اړيكي باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې كى **a** او **b** د ايليپسى لوي او ووړ نيممحورونه دي. اړيكه **I** روښانوي، كه چيرې د ايليپسى ټكى **P** د نيممحور **a** په اخر كى وټاكل شي، **II**د پيوتاګوراس له جملى لاس ته راځي كه د **P**ټكى د **b** نيممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپاكرښى چى د سوزونټكي تيريږي او په دې په **O** كى ولاړه ناپاى كرښه د ايليپسى سيوميتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټكى **P** كي هره په تانجنت ولاړه كرښه د سوزونوړانګو ترمنځ كونج نيموي.

د ايليپسى جوړول د باغوان لخوا يا د ايليپسي باغواني جوړښت:

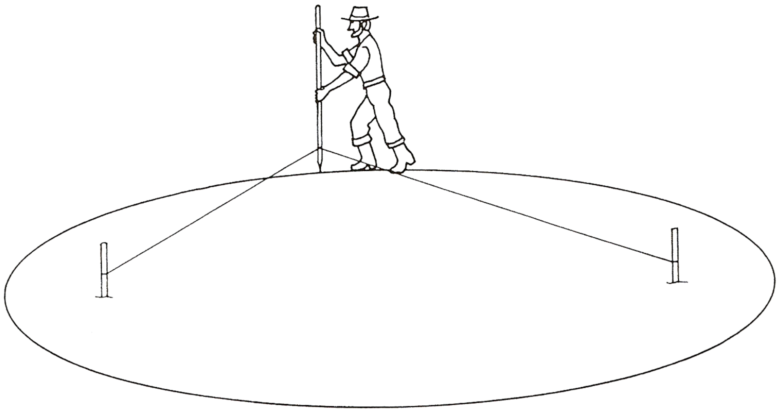
دا څيره دي ګران لوستونكي د تمرين په توګه وباسې٠ د يوې رسى، چي په **2a**اوږده وي، په داوړو سرونو كي موړي وتړى او دا بپا په ځمكه ټكوهي، د يو بل)خوزيدونكى (موړي يا لرګي په مرسته دا پړى راكښ كړى يا راكاږى او وګرځوى ، دلته كوم شكل چي پيداكيږي ايليپسى ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونـو ټـکي چی مـوږي پـرې وهل شوي سوزونـټـکي دي. څـيـره پـه هر کـواوردیـنـات سیسم او یـا پـه یـوه مـيـلي مـتـر کـاغذد کونـځیـنـتـري یـا راټـولـو ګردیـو پـه مرسـته بـل جوړښت امکـان پـیـدا کیـږي، چی سرې د یـوه ټـکي دوه ګـردی د a او b وړانـګي ووهي او هره د خوښي وړانـګه د ننـنی ګردی پـه Pb او دبـانـدنـی ګـردی پـه Pa کی غوڅوي. کـه د Pb څخه یـوه پـرتـه کرښه وویـسـتـل شي او د همغه تـر Pa دوام، نـو هرچيـرتـه یـو د ایـلـیـپـسی یـا هګی یـا بـیضوي ټـکی لاس تـه راځي. د ایـلـیـپـسی هر ټـکی داسی پـیـدا کـیـدی شي .پـیـژنـدل کـیږي چی هر 2 bتـه غبرګ ټـوټـونـی

د k= a / b فـاکـتـور سره لـنـډ شوی دی. لـه دې سره د هـواري دنـنـه هم تـغیـر خوري ددې فـاکـتـور k پـه انـدازه

$$F(Kreis(gardai))=\pi r.r\Rightarrow \pi r.(k.r)=F(hagai,baizawy)$$

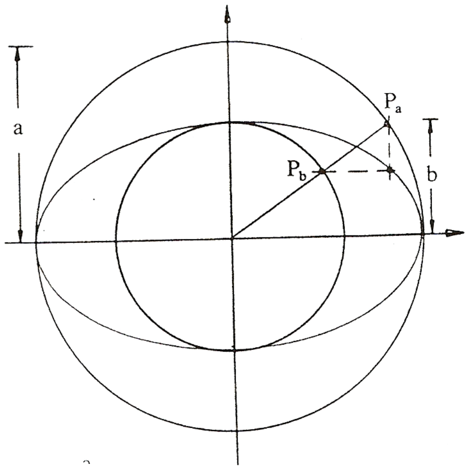


څیره ۱۴۱

او لـه دې چی a = r او k.r =b) د r لـتـه د r ګـردی » لـویـه نـیـمـه اکسی(مـحـور) ده

جـمـلـه : د ایـلـیـپـسی هـواره ده $F=\pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۴۲

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1{,}5 \,.\, [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi \,.\, \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1{,}5 \,.\, [a+a] - \sqrt{a^2}\,) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi \,.\, \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi.\sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي څیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوښ شي. نو له دې امله هواره ده:

$F = \pi \,.1.0{,}95 = 2{,}985m^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیرى کیږي:

U ~ 1(1,5.1.95 - $\sqrt{0,95}$) 6,127 m <=>

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیځیږې ته نږدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبې یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیرى یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نږدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیرى یی څومره دی؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پیرى غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړاى شي؟

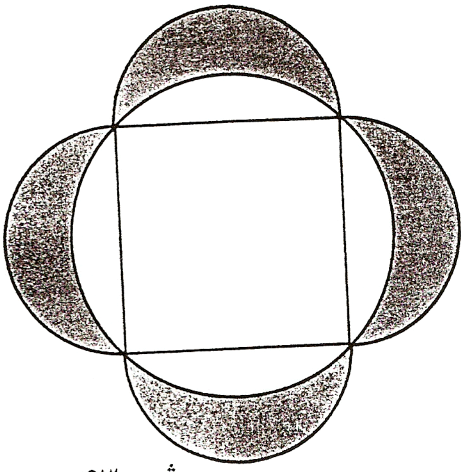
۵ – د غوځهواره به یی د ځمکي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

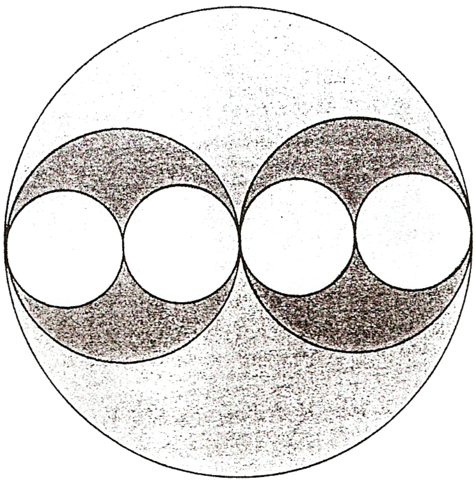
۷ - د ګردۍ چاپیرۍ څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟



څیره ۱۴۳

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (څیره ۱۴۳).

۹ - د څیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لویي ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښايي چی د څلوروواړو ګردیو چاپیرۍ د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردۍ چاپیرۍ.



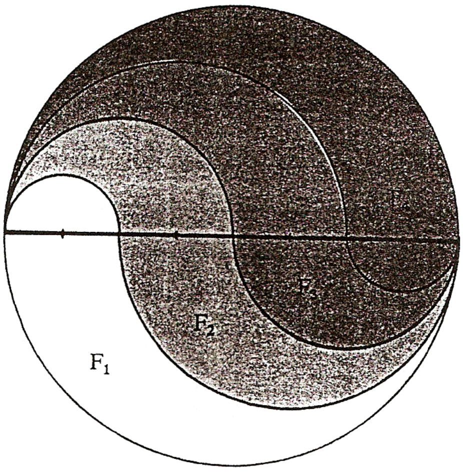
څیره۱۴۴

۱۰ - د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي r = 7,2 cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چی وړانګه یی r = 10 cm ده، که یوه ګردیکړی کیښول شي، چی هواره یی دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



څیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په څیره ۱۴۵ کي چی ورکړ شوي، وښایي، چی وړانګه یي r = 4 cm وي. وښایي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (څیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چی داړخ اوږدوالی یی ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چی نیمي یی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

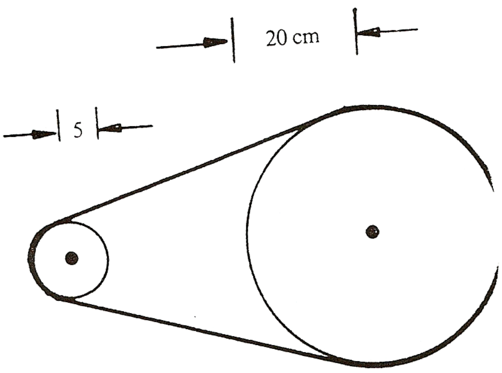
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چی دننی وړانګه یی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چی سرعت یی په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتلیت یا جوړه سپوږمی یا مصنوعي سپوږمی له ځمکې څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څیره ۱۴۶

۱۷ – د یوه څرخونکړي یا بهتره څرخونېټې په مرسته کیدی شي څرخونحرکت یا څرخونخوزون د یوې څپې په بلې څپي راوړل یا واړول شي. په یوه ورکشاپ کې یوه دقیقه یعنې ډیره ټیك اره په برېښنا ماشین چلول کیږي یا په حرکت راوړل کیږي. د ارې خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدی یا چټك دی، که د ماشینڅرخونڅرخی یا ګاډیل (r = 20 cm) په ثانیه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپیرې او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیڅیره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) r_1 = 4 cm , r_2 = 3 cm , w(r_1,r_2) = 90°

۱۹ – وښايي: په یو په بل پرتو الیپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1/2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیڅیرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردی په څیر راڅرخي. ددې چاپیرې وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

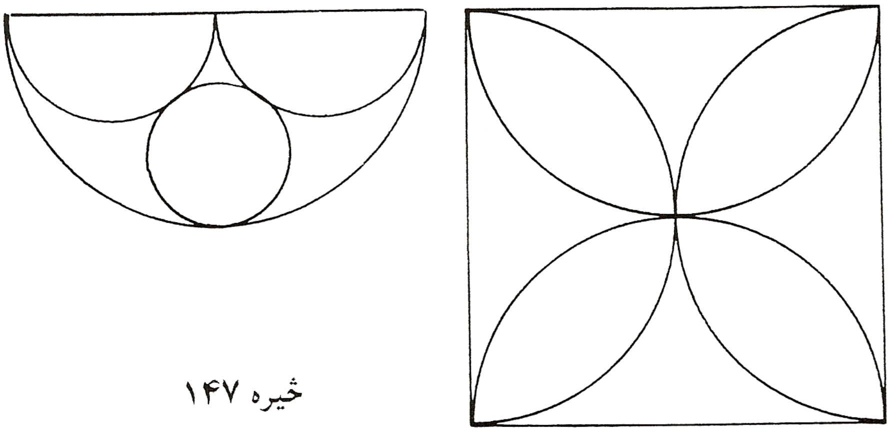
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په رینښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟



ځیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 8 : 5 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځښکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځښکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیتېوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښيزو (لايني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د کرښيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبې اړيکي يا تناسب ټولګې يا ا ړيکي د کرښې په څير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا بايد 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپين 5000 g اخلی او بايد: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټوليزه توګه ويلای شو: دK ارزښت د ثابت قيمت p سره د رانيونکې سټ(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

يعني قيمت K دx په واک کې دی يا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره ليکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع يا فنکشن هم بلل کيږي

د ماهی لپاره د قيمت تابع (يا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېرۍ يوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمير دی .

که دK(x) په ځای y وليکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کيږي. دا په کواوردينات سيستم (د وضعيه قيمت سيستم يا پروت ولاړ سيستم) کې د صفر له ټکي څخه تيرېدونکې يوه کرښه ده.

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یې € 0,2 دی. پوښتني.

الف: خومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کې انځور کړی.

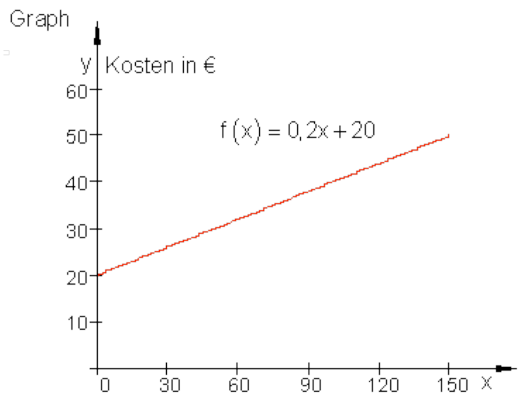
ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کې یې ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یې د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونی یا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چې x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقیقو	0	30	60	90	120
قیمت په €	20	26	32	38	44

اوبي یا حل و ب ته: ګراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي میاشتي د ټول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده . په لاندې شمیرنه کې یوونونه(واحدونه) دقیقی او€ یورو نه لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پیسي باید تادیه شي د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0\ \text{min}: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \text{min}: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \text{min}: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x\ \text{min}: y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرې یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسي دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکې برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا كميز يا منفي ډی(مثبت = زياتيدنه، منفي = كميدنه)

كرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چې كرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو كورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع f(x) د $: f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ سره n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل كيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (څلوهووني) بلل كيږي.

دا چې دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په كرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره   او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل كيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اكسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځكه چې x $= x^1$) ټاكل كيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b يا n لپاره ليكل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

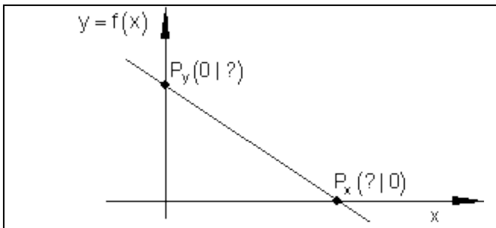
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکی او د ګراف رسم يي وکاږی.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - د محور غوښتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوښتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دي لاس ته راځي چي : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅتکی يا د تقاطع ټکی (Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

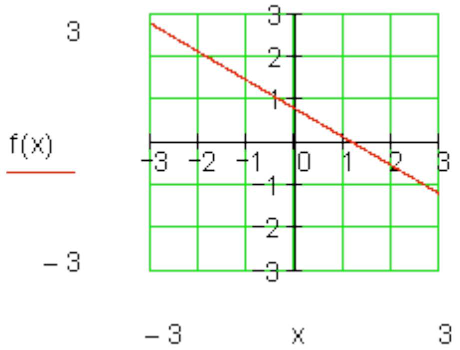
$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

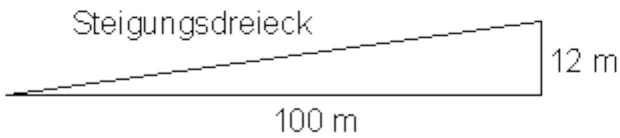
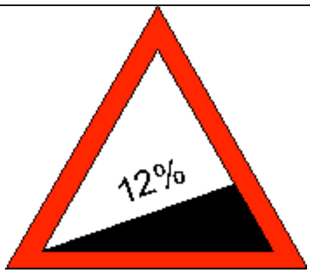
۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کینسول کیږي یا نسبیږي یا غزېږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

<table>
<tr>
<td>د سرکتخته باندې ،، %12جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي.

په لاندې کې

Steigungsdreieck = د جګیدنې درېګوډی


</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: 12 m : 100 m = 0,12 ≙ 12%

پېژند(تعریف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

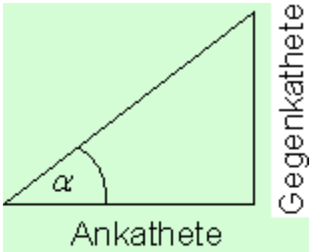
(c) ketabton.com: The Digital Library

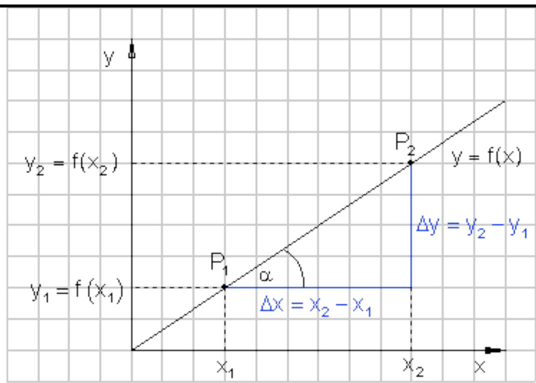
اړخ برابر تانجنت

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = \tan\alpha$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په څنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 څخه تیریږي.

د کرښي جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسي $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدنې مثلث څخه د کرښي جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه کواورديناتسيستمم کې د کربښي جګوالى د يوه په خوښنه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز دربېګوډى) د پراته اړخ په مخامخ اړخ   تناسب دى ، چې اوږد اړخ يا نيمى يا قطر Hypotenuse يې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دى، چې د a_1 ضريب د کربښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي   دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالى m د کربښمساواتو   ضريب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د يوه کربښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالى چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تيريږي د ضريب a_1 لخوا ټاکل کيږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د يوې کربښي دوه ټکي د کواوررديناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کيدى شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

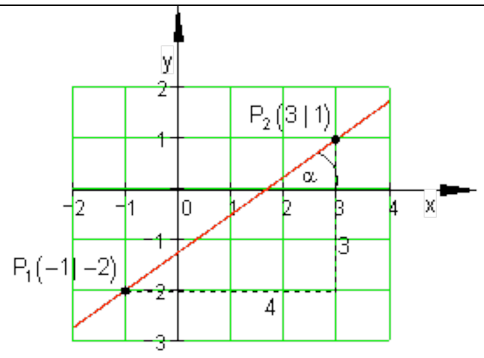
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميری

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوې کرښي ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزي تابع ګراف تل کرښه ده. د يوې کرښي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لاري لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

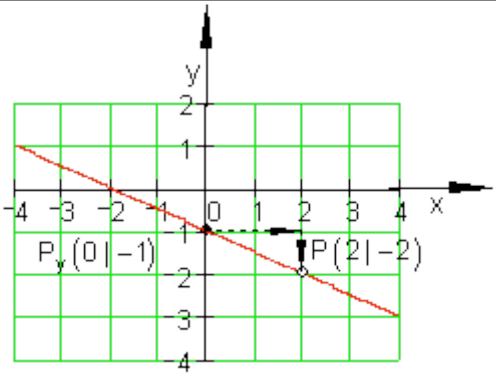
(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوځوي يا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردينات سيستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده يا يونونه ښي لورته ځو او يو واحد يا يوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښې له يوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکي ته راشو، کېدی شي دا لاندی لنډه بڼه په ياد کې ونيسو:

په ياد ولرئ: د مخرج واحدونه يا يوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه يا يوونونه د مخنښې په واک يا تابعيت کې پورته يا کښته لور ته.

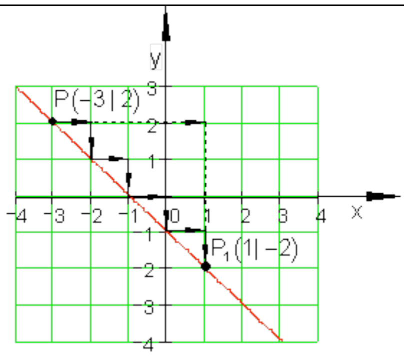
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کېدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو ټول(تام) ګڼ يا عدد هم وي، دويم ټکی په ډېر ډول ټاکل کېدی شي، ځکه چې هر ګڼ يا عدد کېدی شي په کسر بدل شي.

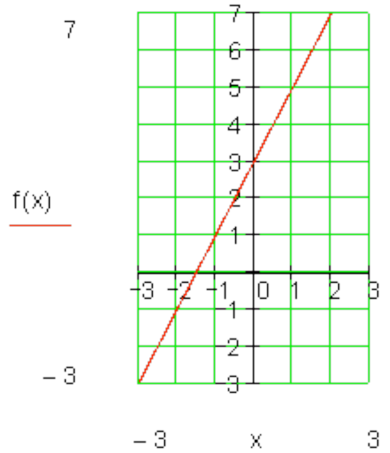
بېلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی يې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که ځلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چې يوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

	له P څخه هر ځل څلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغي برابرې نتیجې ته بیایي.
	بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوځوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښي رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بي له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

څلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع ګراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $b = a_0 \wedge m = a_1$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: 3x + 2y + 4 = 0

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

بیلګه:
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوی بڼه راوړو:

y= $f(x)=a_1x+a_0$ یا y = f(x) = mx + b

تمرینونه۳:

K_fد f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د یوې f تابع د کرښيز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا تکی $P(\,2,5\,|\,1,75\,)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - تکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D=R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0). تیرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

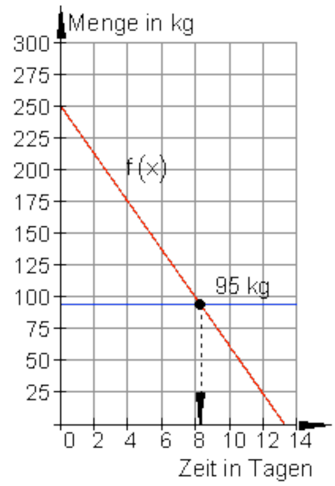
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر يا زخيره ځای کي 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په يوه مناسب کواوردیناتسيست (پروتولاړ سيستم) کي يي ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کي د95 kg پاتي غوړيو ورسته بايد د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمايش ورکړي). له څو ورځو ورسته بايد دا فرمايش صورت ونيسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووبنتوني يا متحوله x د وخت لپاره ده چي په ورځو يي ښايو. بلواکه متحوله يا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېرى) په کيلوګرام غوړيو لپاره ده. پيل ارزښت 250 kg دی. د تغيرکچه منفي(کميزه) ده او 19kg/Tag يا ورځ / ۱۹ کيلوګرام ده. دا چي کرښيزي اړيکي شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کيږي $f(x) = -19x + 250$	ولاړ: ډېرئ يا سټ په کيلوګرام  وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندي باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوښتکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسیږي.

2.1.7.د تمرینونو حل :

تمرین ۱ : تمرین ۱ : د D ټول ګنېز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکئ او د ګراف رسم یي وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعریف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعریفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = \frac{3}{4}\cdot(-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3{,}75$$

$$f(0) = \frac{3}{4}\cdot 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = \frac{3}{4}\cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25$$

$$f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 - 3 = \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

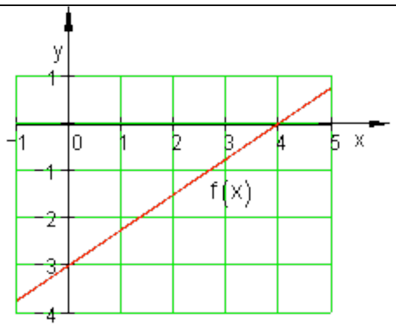
$$f(3) = \frac{3}{4}\cdot 3 - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

$$f(4) = \frac{3}{4}\cdot 4 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$f(5) = \frac{3}{4}\cdot 5 - 3 = \frac{15}{4} - 3 = \frac{15}{4} - \frac{12}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$W = \{y \mid -3{,}75 \le y \le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

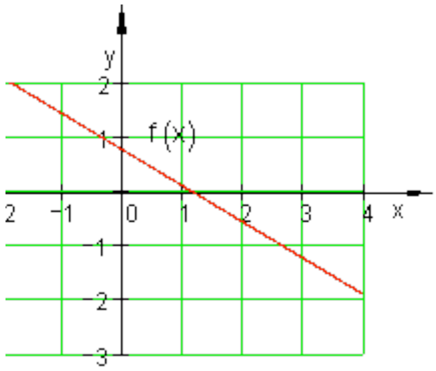
تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کي د اینسوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

حل :

$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ د y- محور سره د تقاطع یا غوڅټکی: $f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\left\vert\frac{3}{4}\right.\right)$ د x– محور سره غوڅټکی: $f(x)=0\Leftrightarrow-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\vert-\frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow-\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\vert\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$ $\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\vert 0\right)$	 ازماییښت $f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

د K_f کربښیزي تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$ سره .

د یوي f تابع د کربښز لیدښره K_f د تابع ګراف هم بللکیري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ايا ټکی $P(2,5|1,75)$ ؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو يا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تيرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی يا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4):\quad f(x_A) = 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A = 6 \,|\, :1{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B):\quad f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازمايښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تيريږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات**ا** .

لومړی - د لاندې تواپعو ګرافونه هر يو په يوه کواوردينات سيستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه پیژه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښيزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښيز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(1-) f په ګوته کړی

ب = ایا $P\left(\sqrt{7} \mid -1,54\right)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y \mid 1 \leq y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

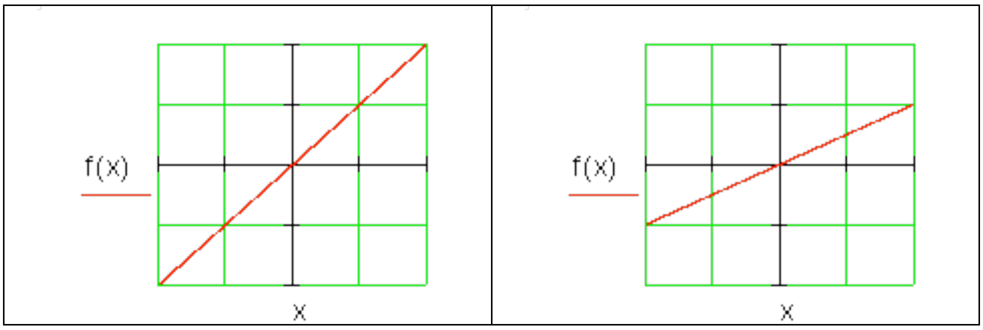
ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلي کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.
د تغیر خوړلي کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.

اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

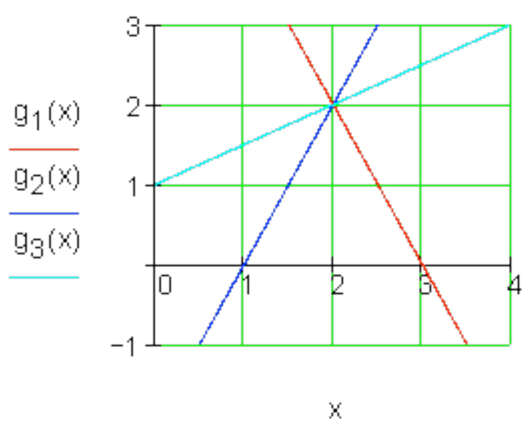
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتنې

کرښیز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې g(x) = 2x + 8,2 د ځنګ ځیرې کرښه وټاکی، چې د g(x) سره غبرګه له ټکې P(2 | 2) تیریږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دلیل ودانه کړی.	

دویم –

ټکی P(4,5; -3) په کرښه چې صفر(سرچینه ییزه کرښه) پروت دی.

ټکی P(3;f(3)) هم په دې کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

تيکي$A(1;3), B(-1;-7), C\ (2;-2)$ او $D(8;7)$ د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکی.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1{,}5$; له $P(-1|-0{,}5)$

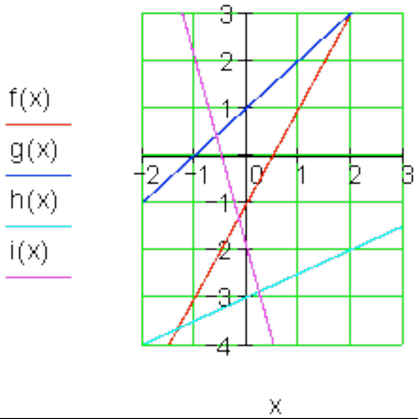
پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچینې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د یوه کرښیز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او$f(0{,}25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېرئ.

شپږم-
له څنګ څېرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې یې نتیجې و ازمایئ.



۳.۷- کرښیز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

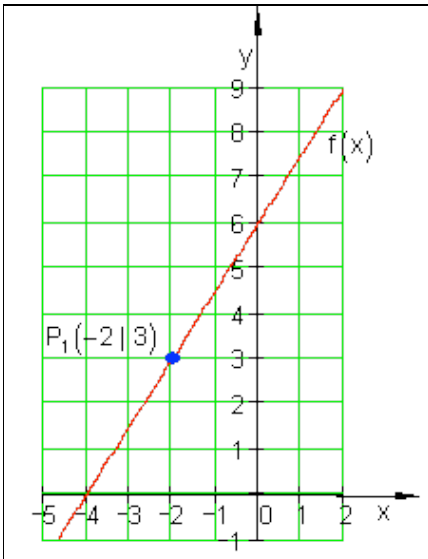
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي خخه تيرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

يوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په تکي کې څغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پيدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$ تکی $P_1(-2\mid 3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5\cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2\mid 3)$ لپاره ازماینت

$$\begin{aligned} f(-2) = 3 \quad &\Leftrightarrow \quad 1,5\cdot(-2) + a_0 = 3 \\ &\Leftrightarrow \quad -3 + a_0 = 3 \mid +3 \\ &\Leftrightarrow \quad a_0 = 6 \end{aligned}$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5\cdot x + 6$

ازماینت:

$P_1(-2\mid 3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$

$f(-2) = 1,5\cdot(-2) + 6 = -3 + 6 = 3$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات ځخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زیرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکئ، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره ستړ يا ډېرئ به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربنوده وي.

يوه کرښه دa₁ جګوالي سره د(P₁(x₁ | y₁ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کې ځا په ځای کړی

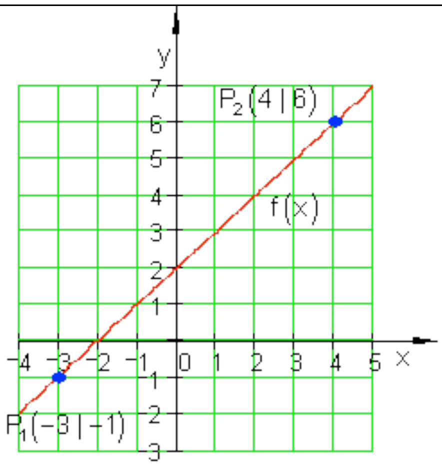
$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.



$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ وروسته له دي چي جګیدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازماینت لپاره بې پروا ده چي د دې لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چي

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمايښت د $P_2(4|6)$ يا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بيلګه:

د فزيک څخه پوهيږو چې د حرارت معلومولو (تودوخی کچوني) لپاره مختلفي د تودوخی يا حرارت سکالا کارول کيږي. د څلزيوس سکالاCelsiusskala او د فارنهايټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزې اړيکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابری دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د يوه تابع مساوات غواړو پيداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کيږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه يا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

ځګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کيږدی نتيجه يې ده.

د بيلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شي:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$
$$, = y_1 \mid - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزږومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$ چيرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

۳.۸-تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوځټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_1\left(-3 \middle| \frac{9}{2}\right)$ $P_2(4 \mid -1)$

لسم - $P_1(-4 \mid -2)$ $P_2\left(\frac{7}{2} \middle| 4\right)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه:

$f(x) = a_0 \, ; \, a_0 \in \mathbb{R}$

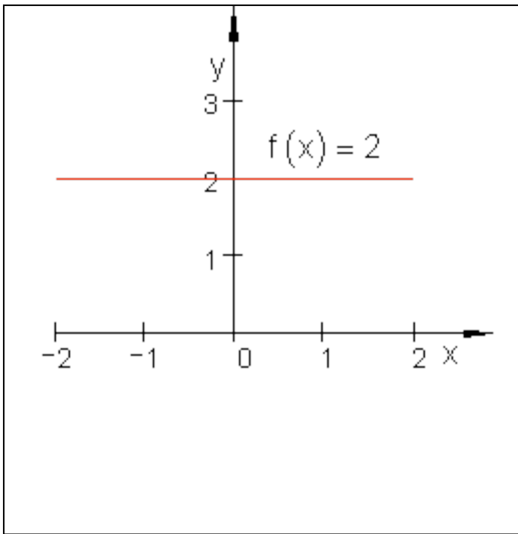
یو د 0 درجي تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کیږي.

x- محور هم یوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات $f(x) = 0$ سره.

د ثابتي تابع جګوالی تل صفر دی.



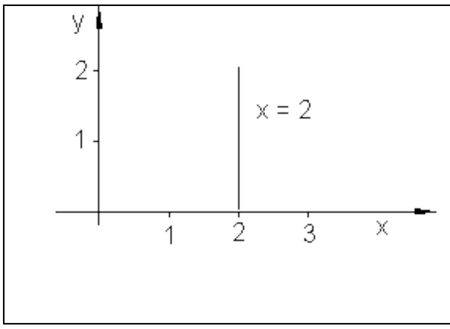
د y- محور سره غبرګه. $x = a \, ; \, a \in \mathbb{R}$

کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چي یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده.

د $x = 0$

y- محور مساوات دي.



بیلګه:

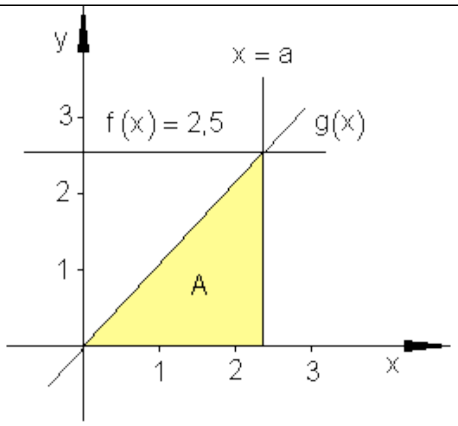
یو $f(x) = 2{,}5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د $a > 0$ سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د$(P(a \mid f(x)$ ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کرښې سره یو مثلث جوړوي.

a داسې وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د $g = a$ او

$h=f(x) = 2,5$ سره

د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \,|\, \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چې د سرچینې کرښه $g(x) = a_1 x \; (a_0 = 0$

د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرین: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 اوP_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بڼه په دي ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمايينت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|- \frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندي کرښيزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ یا – ډېری W و ټاکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2; D = \{x | -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}; D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3; D = \{x | -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6; D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 | 4); P_2(7 | -1); D = \{x | 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 | 1); P_2(2 | -3); D = \{x | -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 | 3); P_2(-7 | -1); D = \{x | -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 | -4); P_2(4 | 2); D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = x - 5$ ب - $25 = x + 8$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

ځ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

څ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د یوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدنې ضریب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} \text{I} & 5y-3x=1 \\ \text{II} & x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} \text{I} & 4x+5y=32 \\ \text{II} & y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} \text{I} & 15y-4x=-50 \\ \text{II} & x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} \text{I} & 3x=y+15 \\ \text{II} & 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} \text{I} & 2y=2x-40 \\ \text{II} & 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} \text{I} & x+y=a+b \\ \text{II} & x-y=a-b \end{cases}$

پوښتنې

کرښیز توابع XI

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\,|\,-9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع f_1 (x) سره د دویمې کرښې د تابع(x) f_2 سره غوځېږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوځټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوځټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

الف-
$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -
$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښيزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6);C(-1|5);D=\{x|-8\leq x\leq 2\}_{\mathbb{R}}$
له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردينات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودينات یا وضعيه قيمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1);B(2|-4);D=\{x|-4\leq x\leq 5\}_{\mathbb{R}}$
د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کي غوځوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوځوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعيه قيمتونه

ټ - د D ټکي وضعيه قيمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$ کې غوځوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په يوه وضيه قيمتسيستم کې دريواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دويمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودينات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پيدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په يوه وضعيه قيمت سيستم(پروت ولاړ سيستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف يې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x) = -2x + 2;\ f_2(x) = 3x - 6;\ D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2};\ D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

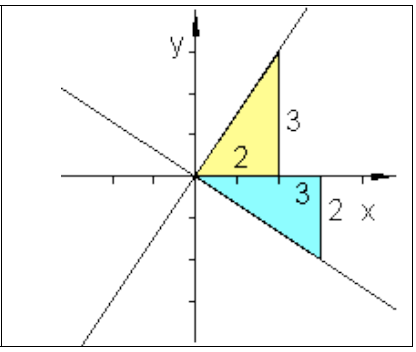
ت - $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6};\ D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

Vorübung:له مخه تمرين:

د $f(x) = \frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسئ او جګوالی یې ولولئ یا په ګوته کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دي معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسي $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسي} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{یا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کرښي یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

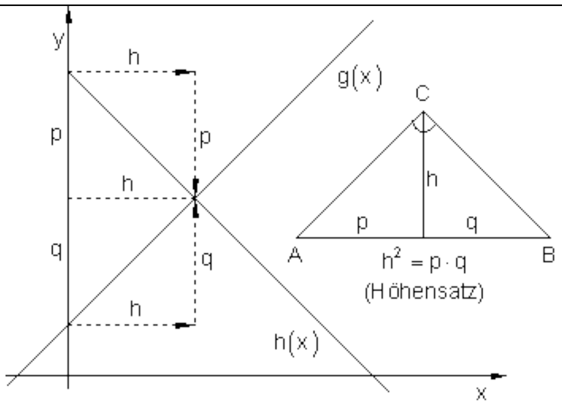
د جګجملي له مخي دی

$h^2 = p.q$

په (1)کي کیږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه يو بل ته ولاړګونجيز يا قام الزاويه يي څغلندو کربښي g او h غوځټکی يا د قطعه کيدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چيرته چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی. د لاندي الماني پينتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g}=\frac{1}{2}$ wegen $g(x)\perp h(x)$ folgt $a_{1h}=-2$ $g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ und $h(x)=-2x+a_{0h}$ $S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$ $S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$ $\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ und $h(x)=-2x+7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښي تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D=\{\,x \mid -5\leq x\leq 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه يو بل سره عمود څغليدونکو کربښوg او h غوځټکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D=\{\,x \mid -5\leq x\leq 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

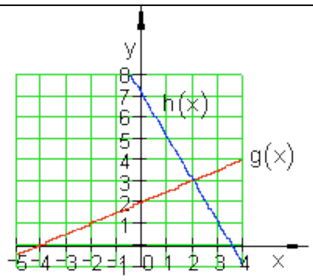
له $a_{1g}=\frac{1}{2}$ $g(x)\perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h}=-2$

$g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ او d $h(x)=-2x+a_{0h}$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$	

2.3.3تمرینونه:

د دوه کرښو غوښتکی (د قطعه کیدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او ($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کیدو(غوښیدو) ټکی و ښایی او کرښي په یوه افقی-عمودي سیستم کي وښایاست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دویم - $g_1(x)=2x-1 \quad g_2(x)=-2x+1$

دریم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

یا دا لاندي
د دوه کرښو غوښتکیډ دوه کرښو د $g_1(x)$ او($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوښتکی وشمیری او کرښي په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کي وکاږی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دريم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې $g_1(x)$ كرښې تابع مساوات ور كړ شوي دي.
و $g_1(x)$ كرښې ته د عمود كرښې تابع مساوات وټاكئ، كه دا كرښه له P_1 ټكي تيره شي. د دواړو كرښو د قاطع ټكى يا غوځتكى وشميرئ او دواړه كرښې په افقى-عمودى سيستم قيمت وضعيه سيستم كې رسم كړئ.

اوم — $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيدا كړو، چې له $P_1(3|-2)$ تيريږي.

اتم — $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداكړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تيريږي.

نهم — $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداكړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تيريږي.

لسم — $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تيريږي.

د قيمتشميرنې څخه کار اخستنه يا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه يوه جنس توليد ستې x وپيژني ، کوم چې په توليد کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعريف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK توليد ستې x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفيکس يا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

يادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع K(x) دي چې په يوه فابريکه کې دx توليد د ډېرئ يوونونو يا سټ واحدونو(ME) يوه ضرب ځخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يې قيمت k ټول قيمت دی د داني په سر(دا اووښتوني يا متحول دانه قيمتونه هم بلل کيږي) .

ځای په ځای يا فيکس قيمتونهK_f هغه قيمتونه دي، چې که توليد ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرايه، بيمه، معاشونه او داسې نور).

پيژند (تعريف):

د لاس ته راغلو پيسو تابع E(x) په ثابت قيمت باور لري:

دخرڅلاو پيسې E(x)= قيمتP . ډېرئx يعني E(x) = P.x

پام (يادونه) :.

هغه په نرخ يا قيمت p خرڅه شوې ډېرئ يا سټ د لاس ته راوړني ډېرئ هم بلل کيږي.

تعريف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (يادونه) :ږکه دG(x) نتيجه کميزه يا منفي وي، فابريکه زيان کوي، کهG(x) زياتيزه يا مثبت وي، نو فابريکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښتK(x) همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنهE(x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپڅیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : $K(x) = 20+60000$

خرڅلاوتابع: $E(x) = 40x$

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000 = 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: $G(x) > 0$

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له $x= 3000$ پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېری فابریکه ګټه کوي.

په $x = 3000$ تولید سره ګټه$E(x)$ دومره ده لکه لګښت$K(x)$.

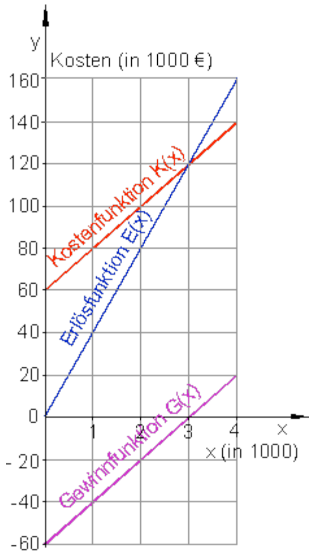
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرى يا – سټ کي د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 ، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله کيدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوځتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړای شي. د غوځتکی x کواوردينات د ګټې شولي يا هغه ورشو چي ګټه به کي صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دي ځای کي لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه په يوه فابريکه کي د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګي په توګه د ورځي .1000 000 Cd- Rohlinge
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميلينونو وي.

داسي ستر ګڼونه تل داسي ساده نه ګڼل کيږي. له دي امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګي په توګه کيدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کي سره راټول کړو، چيرته چي د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 000 100 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (GE 9).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلې پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټې په پولېBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \,|\, +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \,|\, : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرى یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښیزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7\,;\, f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0\,;\, f(0) = a$ پ - $f(a) = 1;\, f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښایی، چې له $P_1\left(\sqrt{k} \mid k\right)$ او $P_2\left(1 \mid 1\right)$ تیریږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k}+1$ لري او د y محور په $P_y\left(0 \mid -\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم –

وښایئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوټی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0{,}5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

$h(0) = f(0)$ او $h(-2) = f(-2)$. h(x) و ټاکئ.

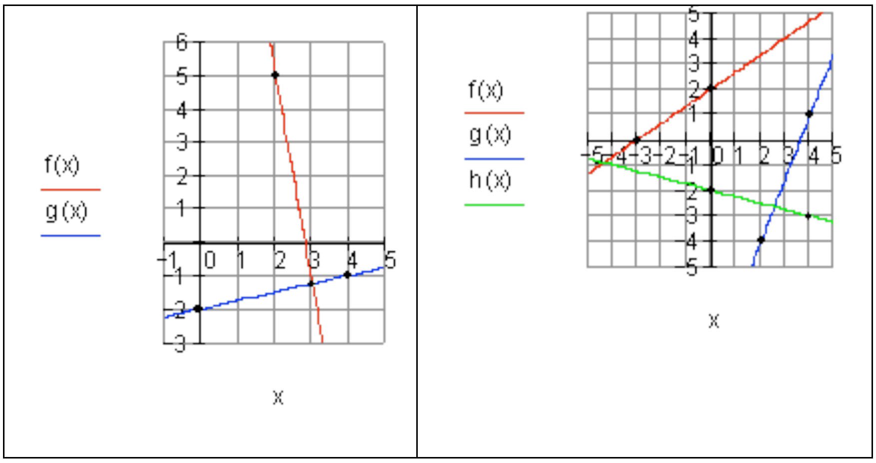
شپږم –

لاندې څیرې د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکئ.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دواړو كرښو غوڅتكي وټاكئ او دا په يوه پروتولاړسيستم كې رسم كړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه كرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 كې غوڅوي .

ممكنه تابع ترمونه وټاكئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

كرښيزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمایئ چي ایا کرښي g, h, i د یوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h : 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i : 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i : 2x - y = 3$

دویم –

د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړ شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	1,5	3	4,5
$g(x)$	−1	1	3	5

دریم –

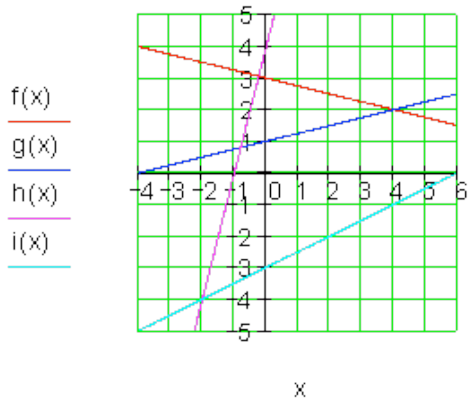
د دواړو توابعو غوڅټکی وښایئ او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړئ.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- ټول توابع مساوات وټاکی.

ب- د f(x) او g(x)   غوځتکي وشميری ، همداسې د h(x) او i(x) .

پ- دوه کربښي د کبنلی شکل دباندي غوځوي. د قطع کېدو ټکي پيداکړی

ت- د څلورو نه جوړه موازي کربښو زيات له زياته څومره غوځتکي لري؟

پنځم –

دوه يو په بل نيغي ولاړي کربښي يو بل په (1- | 2-)S کي غوځوي .

ممکنه کربش مساوات ورکړی.

شپږم –

کربښه h په کربښه g نيغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

يوه مجله، چي د اخستلو € 2,20 قيمت لري.، 000 120 جلده (پوښه) چاپيږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چي د€ 0,20 نرخ کميدو په اساس مجله په5000 پوښه زياته خرڅيدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو يې کميږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قيمت وښايی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ ځومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په يوه بيارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې بايد دواړه زيات کار وکړي. د مياشتي په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپين .€ 3223 . ملک په روانه مياشت کې ۴۳ ساعته زيات کار کړی او سپين فقط ۲۷ ساعته زيات کار کړی. بنسټ معاش او د زيات کار پيسې وښايی.

د زيات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27 | 3223)$ او $P_1(43 | 3559)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زيات کار پيسې a0= بنسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43 | 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) = 21x + 2656 & \end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زياتکار € 21 .

بيلګهII

يو انرژی پلورونکی خپلو مشتريانو ته برېښنا په لاندې شرايطو وړاندې کوي:

يو kWh کيلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د مياشتي په € 7,50 بنسټ پيسو .

الف – يو تابع ترم وليکی.په يوه مناسب کواوردينات سيسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

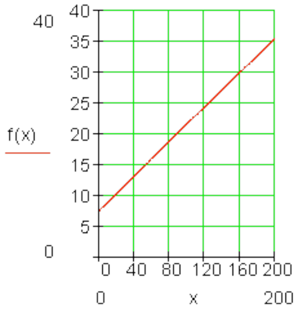
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د څلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اینوونه:

$$1\ kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$$
$$2\ kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$x\ kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$$

د تابع ترم:

$$f(x)=0,14\cdot x+7,50$$
$$x \triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$$

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینوونه: f(x) = 0,14x+7,50 د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

د څلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په څلورو میاشتو کې860kWh وو.

پ-

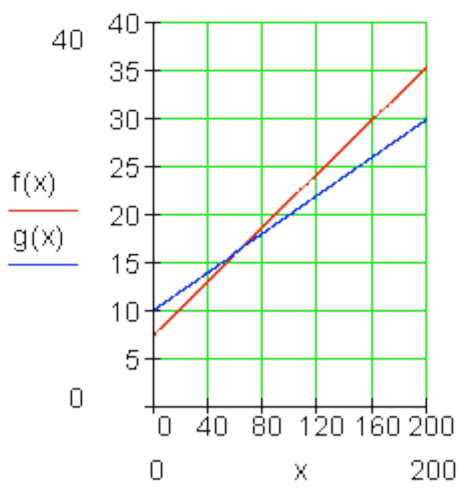
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x) 0,14x+7,50

دويم پلورونکی: $g(x) = 0,1x+10$

په غوڅتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x$$
$$\Leftrightarrow 0,04x + 7,50 = 10 \;;\; -7,5$$
$$\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04$$
$$\Leftrightarrow x = 62,5$$



بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابییر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت   دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP)   شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP : K_2(x) = 0,08x + 5 \qquad HB : K_1(x) = 0,06x + 8,5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | - 0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | - 5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HP:

$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | - 5 \\ &\Leftrightarrow 0,08x = 20 | : 0,08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

HB:

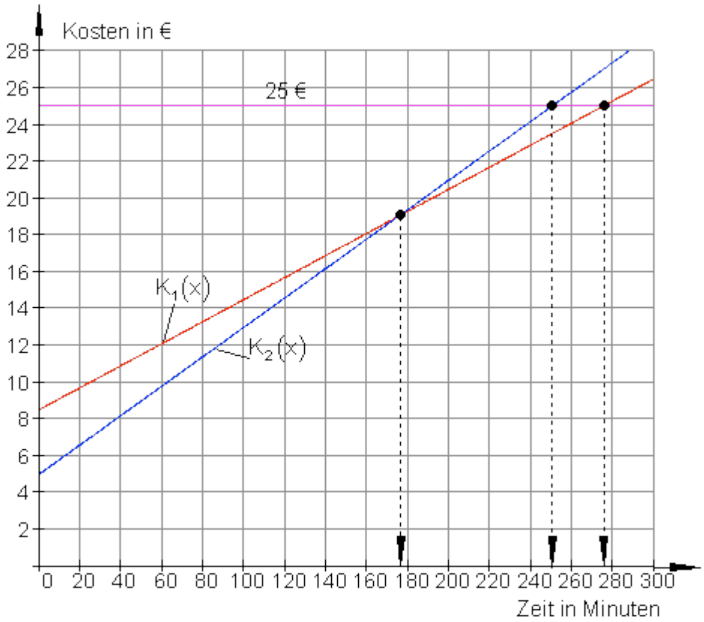
$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | - 8,5 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP فقط € 25 د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او $k_v = 300$ €. دی.

یخووني هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع$K(x)$ پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې $E(x)$ده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره $G(x)$ ده.

ب – د کوم تولیدډېری سره به د ګټې پولې یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسي لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لويه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000\ €$
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300\ €$
د خرڅلو قيمت:	$p = 375\ €$
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټي تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکيږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د   1200 توليدډيرۍ سره فابريکهګټه کوي.

د ګټي پولي کي لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه   .€ 22 500 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د مياشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

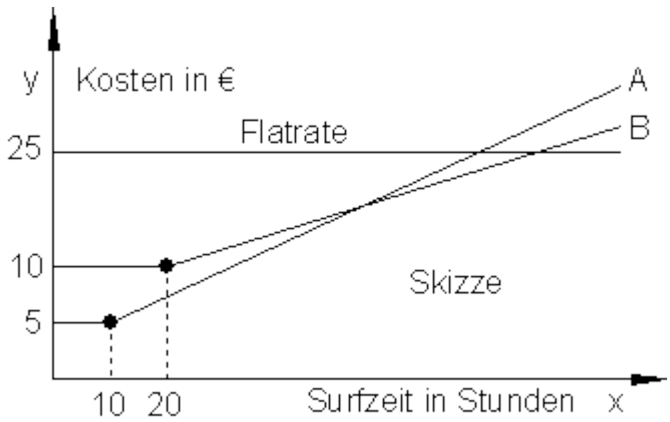
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکې کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېت رېټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنسټپيسې راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 | -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

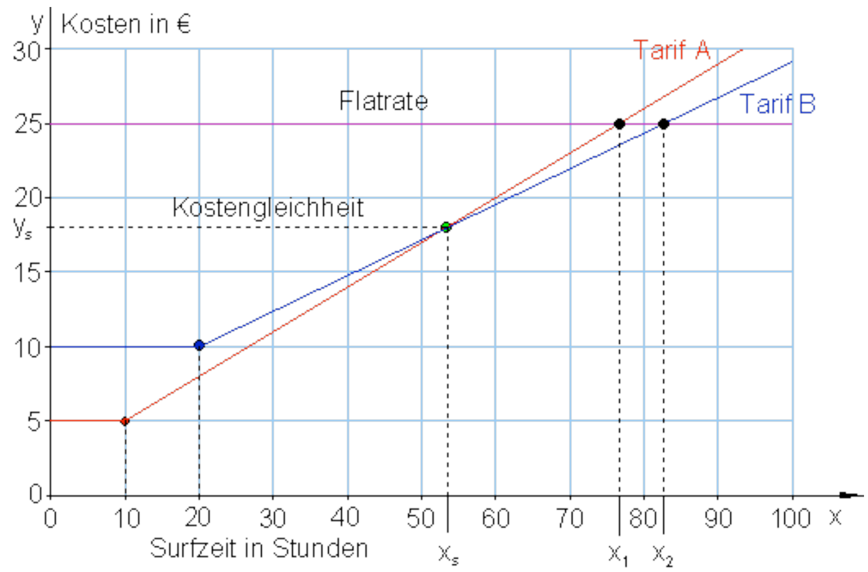
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کربنې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ ېټ واړول شي.

پوښتنې

کربنیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کربنیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –
د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږۍ.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –
په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږۍ

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -
لاندې مساوات په x پسې حل کړۍ.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –
د وړوکتون ښوونکې او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونۍ 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکۍ، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړۍ.
شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهبنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکځګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومي د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغړني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

ب- کومه ډېرى يا ستې باندې دا ذخيرهځاى دولس ورځې د مخه ډک شوى وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنستزنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين ايښرل شوی. € 25000 د نرژی کلنې لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسي ځاى نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنيو څخه پوره يا ګوړه جوړيږي(د ګنيو او خوړې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم f (x) تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. په المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکې په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^0F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^0F 212 تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شميربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شميربدلون اجازه ورکوي.

پ – په يوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د يوه تنتودوخئ^{0}C 40 تبه ټيټبدونکي کار بايد سر ته ورسيږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ښناک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښناک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا ـتعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې €2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووټې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووټو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشريح کوي. تابعK او S
ګرافيکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی اوږد $l_0 = 85\ m$ دی او د پړسېدني ضريب يي

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني باروړونکي اوږدوالی په ګوته
کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دي اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندي تودوخی تغير سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شميری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی بايد څومره اوږدوي، چي دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی
تغير 25 mm وکړي؟

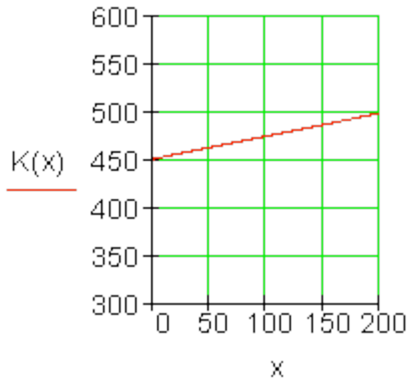
پوښتني

کرښيز توابع برخه XVII

لومړی: څيره د يوه کرښيز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره
ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا سټ واحدونو(ME) توليد سره ټول لګښتK
ورکړئ.

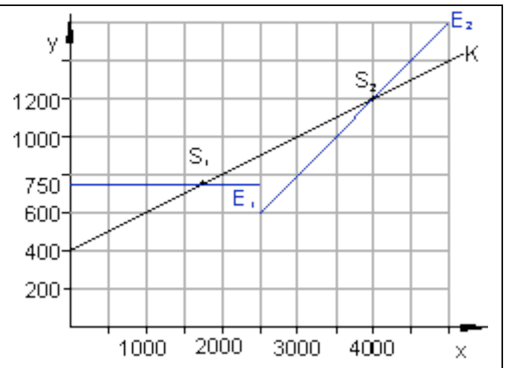
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستږ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان تري منځ ته را نه شي.

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

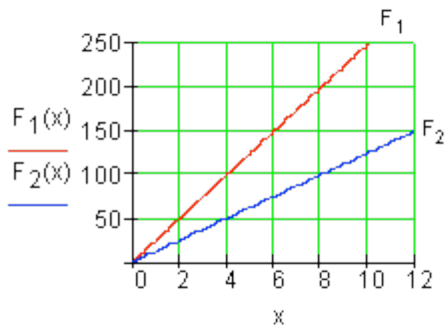


الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولیدد څومره ګران دی؟ د لبنت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لرې. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(بنګه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا تاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

 	الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟ ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوي يا زور F په واکوالی تشريح کوي. ايا شوني ده، چې د دي فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟ پ-ايا شوني ده،چې د دي فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟ ت- د فنر F_1 همداسي F_2 لپاره مختلف فنر ثابتي څه معنا لري؟

ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتني

کربنيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې 2,5 m^3 سره ټولیږي. ډېران یو د 17 m^3 ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات 50 m^3 سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې گرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشريح کړئ، چې له گرافونو څخه لوستل کيږي(Interpretation).

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوگر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، چې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپيته دقيقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د مياشتې اتيا دقيقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه گرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لگښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

يو کيلوواټ قيمت په يورو	د مياشتنی لگښت په يورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوځتکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړیدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f: \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f: -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ـ $K_f: y=\sqrt{3}(x-2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x)=1{,}25x+1{,}5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1{,}5); f(0{,}7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3{,}5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1{,}25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښې د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(1|3-)P له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1{,}5(x-2)$; $h(x)=1{,}5x-2$; $i(x)=1{,}5(-x)$; $j(x)=1{,}5(2x)$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د x = 100 دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډیرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د(K(x (دلګښت تابع) او(E(x) د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کي وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکربنه اړه لري؟

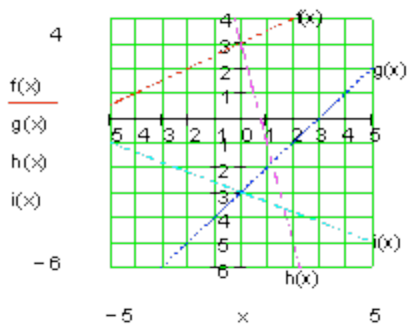
خیله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1: \quad f(x) = -4x + 3$

$g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3: \quad f(x) = x - 3$

$g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$



کربنیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کربنیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرى يا ـــسټ وټاكئ، كه $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و كښوئ، چې كښول شوې كرښه د x -محور په x=-2كې غوڅه كړي.

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) وركړى. د كرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاكئ، كه h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د كرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاكئ، كه لاندط اړيكې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټكي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه كرښه پراته دي.

پنځم: كرښه g داسې راكابنل كيږي، چې راكښلې كرښه h له ټكي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاكئ.

$$g(x) = -0{,}25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د كومو ارزښتونو لپاره كرښه په ټكو $P_1(0 \mid 1{,}5k)$ او $P_2(\sqrt{3k} \mid 2k)$ كې جګوالى $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل كړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاكئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټكى وےټاكئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع گراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنۍ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کرښنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسي سيستم له دوه برابرونونو يا مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سری حل ته ورسيږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي اينښول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسيستم: $5x - 2y = 1$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان يا واريانت
$5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II) $7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضريبونه (ترمخ عددونه يا ځلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$\left.\begin{array}{l}(I)\ 7{,}5x - 3y = 1{,}5\\(II)\ \ 3x + 3y = 9\end{array}\right\} +$ $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دويم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي يې حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي اينبوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دريم: د **x** لپاره ميندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په يوه مساوات کي کيږدئ او **y** پسي يې حل کړئ. څلورم: حلسټ يا حلډيرئ وليکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$L = \{(1 \mid 2)\}$	

پنځم:

ازمايښت د اينووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسيستم	د اينووني تلنلار: د اينووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارينت 1
$(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid :5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$	لومړی: مساوات(I) د x پسي حل کيږي.
$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid :21$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دويم: د بني اړخ ميندل شوی ترم په مساوات **(II)** کې اينسول کيږي او د **y** پسي حل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره مینډل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینوول کیږي، دا بیاپه **x** پسې حل کیږي.

$$
\begin{aligned}
&y = 2 \text{ eingesetzt in } (II):\ 3x + 3y = 9 \\
&3x + 3 \cdot 2 = 9 \\
\Leftrightarrow\ & 3x + 6 = 9 \,|\, -6 \\
\Leftrightarrow\ & 3x = 3 \,|\, :3 \\
\Leftrightarrow\ & \underline{\underline{x = 1}}
\end{aligned}
$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$\underline{\underline{L = \{(1|\,2)\}}}$$

پنځم: د اینوولو له لارې حل

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسید ستم د حل پلونه(قدمونه) د اینوولو تلنلار لپاره

واریانت 2

$$x - 2y = 1$$
$$x + 3y = 9$$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل کیږي.

$$9 \,|\, -3x$$
$$9 - 3x \,|\, :3$$
$$3 - x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دښی لور ميندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کيږدئ او په **x** پسې يې حل کړئ.

3.

$x + 3y = 9$

دريم: د **x** لپاره ميندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساوتو کې اينسوول کيږي، او دا بيا د متحولي **y** پسې حل کيږي.

خلورم: جلسټ وليکئ

$= \{(1|2)\}$

پنځم: ازمايښت د اينسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \;\Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \;\Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې ټلنلارې د هغه د واريانتو سره په يوه ټکلي مساوتسيستم وکارول شو. که څوک يوګوني ټلنلارې ټيک وګوري، پيژني، چې په واريانت ۲ کې لږ د شميرلو کار غوښتونی دی.

په يوه ټاکلي ټلنلار د شميرلو کار د دې حل کوونکي مساوتسيستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه ټلنلار د لږ کار سره سرته رسيدی شي. د دې لپاره نو يو څو بيلګو ته اړ يو. لاندې بيګې دې د دې لپاره يوه کوچنئ مرسته وي، چې مناسب د حل – يا څواب ټلنلار پيداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بيلګې

بيلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینسوونه y=7x+8 $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow y = 1$ حل: $L=\{(-1\|1)\}$ ازماېښت $(I)\ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$	$(I)\ y = 7x+8$ $(II)\ y = -2x-1$ د برابر اینسووني لار $7x+8 = -2x-1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow x = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

<table>
<tr>
<td>y=3 ایښوونه په (1) کي
2x+4y=8
$2x-12=8 \;|+12$
$\Leftrightarrow 2x = 20 |:2$
$\Leftrightarrow \underline{x=10}$
حل: $L=\{(10|-3)\}$
ازماېښت
$(I)\;\; 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$
$\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\;\;(w)$
$(II)\;\; 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$
$\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\;\;(w)$</td>
<td>$(I)\;\; 2x+4y=8$
$(II)\;\; 2x-5y=35$
د جمعي لار:
$(I)\;\; 2x+4y=8$
$(II)\;\; 2x-5y=35 |\cdot(-1)$
$(I)\;\; 2x+4y=8$
$(II)\;\; -2x+5y=-35$ (+)
$9y=-27 | 9$
$\Leftrightarrow \underline{\underline{y=-3}}$</td>
</tr>
</table>

بیلګه ۳ :

<table>
<tr>
<td>X=1 په (1) کي کیږدئ x+2y=5
$1+2y=5 |-1$
$\Leftrightarrow 2y=4 |:2$
$\Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}}$
حل: L= {(1|2)}</td>
<td>$(I)\;\; x+2y=5$
$(II)\;\; -x+y=1$
د ایښوونې لار;
(II) په y پسي حل کړئ</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت (I) $x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 4 = 5$ $\Leftrightarrow 5 = 5\ (w)$ (II) $-x + y = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 = 35$ $\Leftrightarrow 1 = 1\ (w)$ wد ربنتيا لپاره	$-x + y = 1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y = x + 1$ په (I) کې کيږدئ x+2y=5 $x + 2(x + 1) = 5$ $\Leftrightarrow x + 2x + 2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x = 3 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 1}}$

بيلگه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ $(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زياتون يا جمعي لار: $(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$ $(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid :(-2)$ ——— $(I)\quad \frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ $(II)\quad -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) ——— $-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y \mid :2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-5}}$	$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ 5- = y ايښوونه په کې حل: ازمايښت

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren :

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2} x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\} \quad x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)} \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم
همدا دی......................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$

…ditionsverfahren:

$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$

$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$

$-10 = 2y \mid : 2$

$-5 = y$

$\underline{\underline{y = -5}}$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$

$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$

$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

(I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2$ (w)

(II) $\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$

$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4$ (w)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2|-5)\}\quad x,y\neq 0$

Probe:

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow\frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow\frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

يادونه:

مساواتسیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کيدی، تعریفسټ باید ورکړ شي. داسئ مساواتسیستم کربنيز نه دی.

د رسمونې لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$(I)\quad x-y=-2 \quad L_I=\{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);...\}$$
$$(II)\ \wedge\ -2x-y=1 \quad L_{II}=\{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);...\}$$

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$(I)\quad x-y=-2\,|+y$$
$$(II)\quad -2x-y=1\,|+y$$
$$(I)\quad x=-2+y\,|+2$$
$$(II)\quad -2x=1+y\,|-1$$
$$(I)\quad x+2=y \Leftrightarrow y=x+2$$
$$(II)\quad -2x-1=y \Leftrightarrow y=-2x-1$$

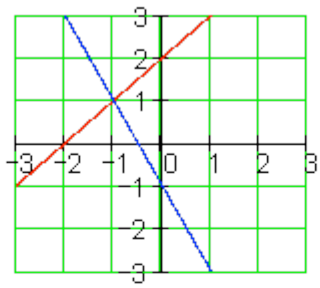
د هر مساوات لپاره ارزښتجوړې د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-ډيرئ: L={(-1|1)}

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اينيوول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(څمککچيزې) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوځي کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعنې کټمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناتیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	(I) $10x + 4y = 4$ (II) $5x + 2y = 1 \mid \cdot (-2)$ (I) $10x + 4y = 4$ (II) $-10x - 4y = -2 \mid$ + 0=2 نو دا ناتیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي L={}

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کونې یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	(I) $10x + 4y = 2$ (II) $5x + 2y = 1 \mid \cdot (-2)$ (I) $10x + 4y = 2$ (II) $-10x - 4y = -2 \mid$ + 0=0 له دې لاس ته راځي ربښتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسيستم I

مساوات سيستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښيزمساواتسيستم، سيستم د كسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{cases} (I) & 5y - 3x = 1 \\ (II) & x = y + 1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} (I) & 4x + 5y = 32 \\ (II) & y = 5x - 11 \end{cases}$

پ- $\begin{cases} (I) & 15y - 4x = -50 \\ (II) & x = y + 7 \end{cases}$ ت - $\begin{cases} (I) & 3x = y + 15 \\ (II) & 2y - 10 = 2x \end{cases}$

د ويم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{cases} (I) & 2y = 2x - 40 \\ (II) & 3x = 10 - 2y \end{cases}$

b) $\begin{cases} (I) & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ (II) & \frac{x}{4} + y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (I) & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \\ (II) & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \end{cases}$

d) $\begin{cases} (I) & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \\ (II) & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \end{cases}$

دريم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: يو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به يو (اوبه) ساتونی (بيلر؟) له دوه نلونو څخه نيمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقيقې اودويم د دې لپاره ۲۲ دقيقو ته اړتيا ولري يا په کار ولري؟

اوم: د يوه مستېيل يا ولاړکونجيزچاپيريال يا محيط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاييزه پرته جمعه يا پروت زياتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد   لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

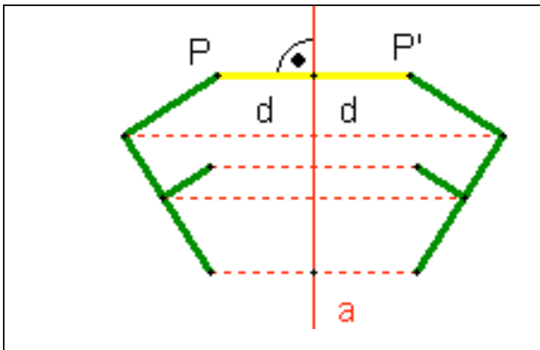
۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هنداروِنه)

Reflection

یوه ځیره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي ’P داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محورa منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هنداروِنه) بلل کیږي.

دا لاندي ځیره په محور a د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په ’P د a په محور داسي منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او ’P له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي



په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي ’P د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

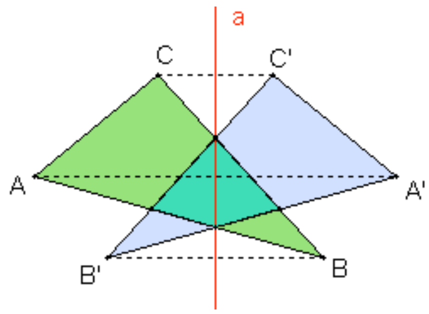
(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کیږي

۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کیږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محورa و ښي لور ته منعکس شوی.

ګورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A’B’C’ منعکس شوی دی يا مثلث A’B’C’ د مثلث ABC انعکاس دی .</td>
</tr>
</table>

فعاليت ۱ :

په پورته شکل کې دې شاګردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکي دې وښايي.

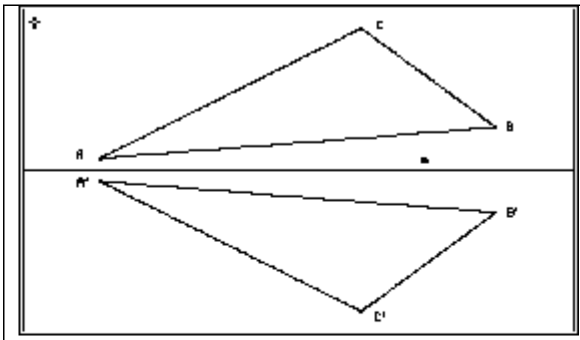
تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعكاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت ۲ :

۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ.
دا په محور m انعکاس دئ او
وښایی، چې کوم ټکی په کوم ټکي
منعکس شوی.



۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خویونه وښايي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

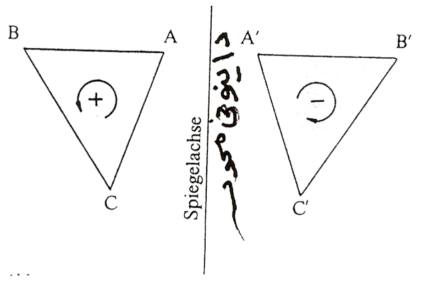
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

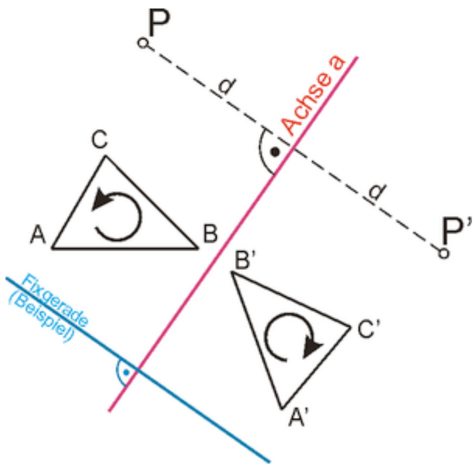
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

	که مخامخ شکل ته ځیر شو، ګورو چې مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه یې صورت نیولی - تشریح کړی.

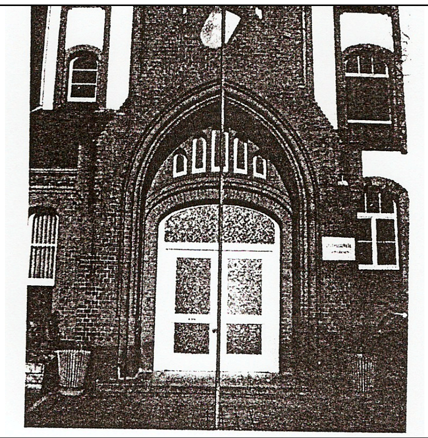


۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتري Symetry

لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي



پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسې انعکاس منځ ته راشي، چې دا شکل په خپل ځان منعکس کړي.

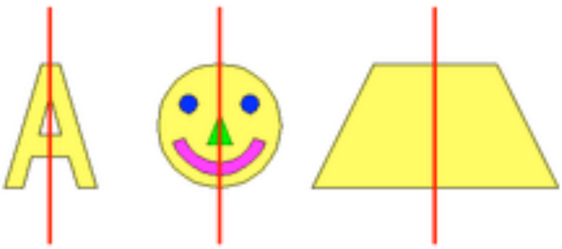
فعالیت ۱ :

په مخامخ شکلونو کې څه ګورئ؟

ایا دا شکلونه متناظر دي؟

که هو ، نو دلایل یې راوړئ.

نور خویونه یې هم وښیېږئ.



فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چې سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشريح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

١) محوري متناظر :

تعريف :

يو مسطح شکل محوري متناظر بلل کيږي، که په يوه محور s داسي انعکاس صورت ونيسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ١ :

الف: مستطيل چې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: يو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

٢) مرکزي متناظر:

تعريف :

يو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کيږي، که يو ټکيS داسې موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

٥ . ٢ ـ مرکزي متناظر شکلونه

بيلګه ٢ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشريح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا ځېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

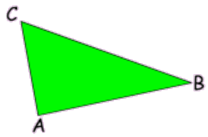
١) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

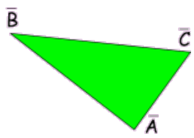
٢) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه يا وحور دئ؟

٣) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

٤) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطيل کې محورونه نه دي؟

٥) په لاندې ځېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





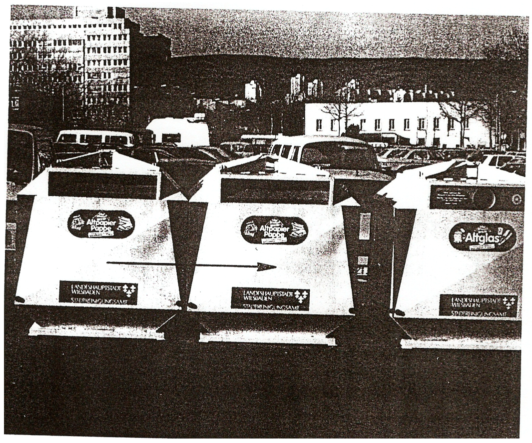
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

٧) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځېدنه

الف - انتقال (Translation)



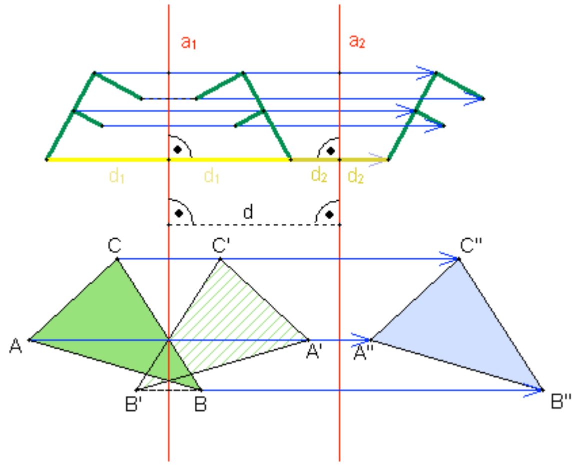
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



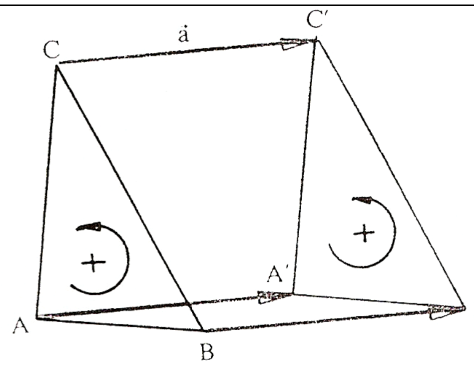
په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د ورڼي يا انتقال خويونه:

دوه واره هندارونه په غبرگ محور د d فاصلي سره همغه فاصله (قيمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرگ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسي انتقال نه شته.

په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې aد په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني گورو، چې په انتقال کې شکل نه په څټ کيږي

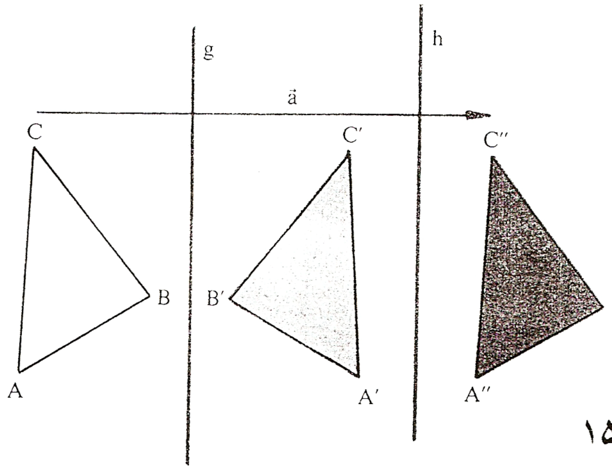


(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- كميت سيستم كې دې زده كوونكي يومثلث ABC رسم كړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال كړي.(دا كېدی شي، چې د زده كوونكو په مينه يو كل او يا يوه بله بڼه ځېږه هم وي).
په انتقال كې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه خومره انتقال كيږي.

۵ . ۴ - د وړنې يا انتقال د جوړولو څيرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټكي (په مثلثونو كی رأس الزاويي او په دايرو كې مركزونه په يو ټاكلې اندازه (د ټاكلې انتقال په اندازه) انتقال كړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاكلو خطونو اخرنی نقطې د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو كی : په اخر ټكې د r وړانګې په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټكې نه لري(كه د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا كتمټ منعكسوني څخه صرف نظر شو)

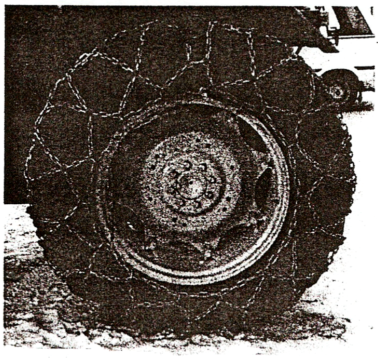


څيره ۱۵۶

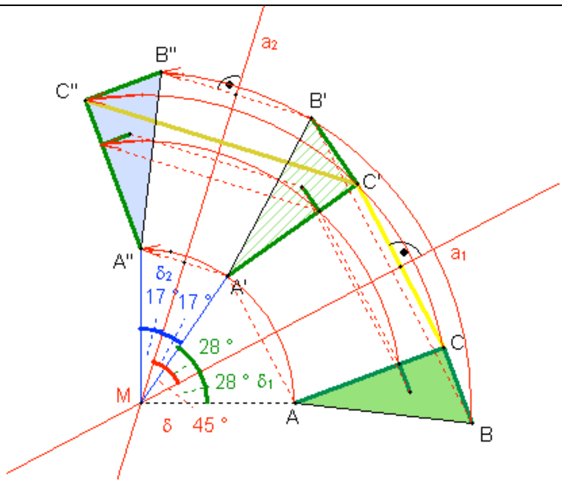
په يوه ځانګړي ډول يو په بل پسې په دېرو محوررونو انعكاس دې په دې ځای كې ياد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند : که د یو ه شکل هر تکی P په یوې دایرې په ځای په ځای تکي M په کونج په ورانګه $\overline{MP}$ وڅرخي یا دوران وخوري ، نو یو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نتکي M څرخون بلل کیږي.	

په لاندي ځېره کي یو درېګوټی په دوه زاویو او له دې امله په دوه محورونو څرخي.

د دوران خویونه په محورونو دوه واره هنداروبه، چې په کونج په تکي M کي یو بل قطع کړي، په تکي M باندي د یوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاویه وي.	

پوښتنه

- که په پورته شکل کي که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

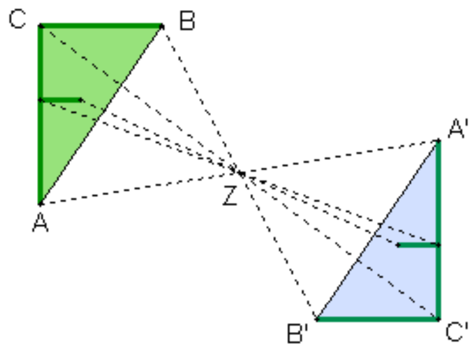
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C'' تر منځ شعاع او همداسي د قوس لویوالی به د وران کې د B او B'' د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې 180° سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

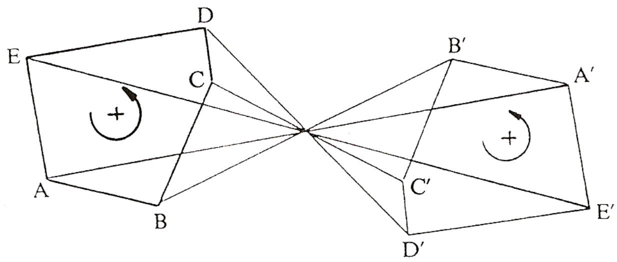
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېره

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي P' داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

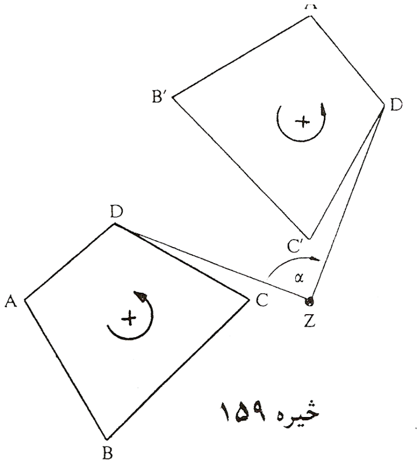
(c) ketabton.com: The Digital Library

W(PZP')=μ، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاويي څخه يواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

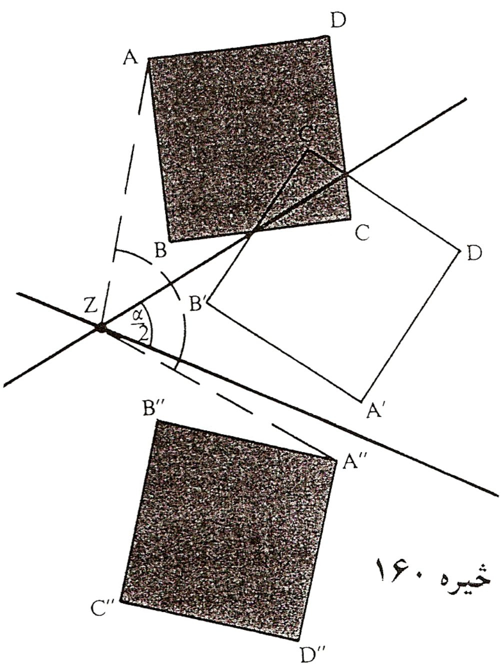
د دوران د جوړښت تحليل:

۱ – په ټولو په نخښنه ټکو (د مضلعو د زاويو د رأس ټکي، په دايره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z يوه وړانګه کيږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاويه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په يو په بل پسې په ترتيب ونښلوی (په همدې ترتيب په يوه دايره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروانيځ ځيره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

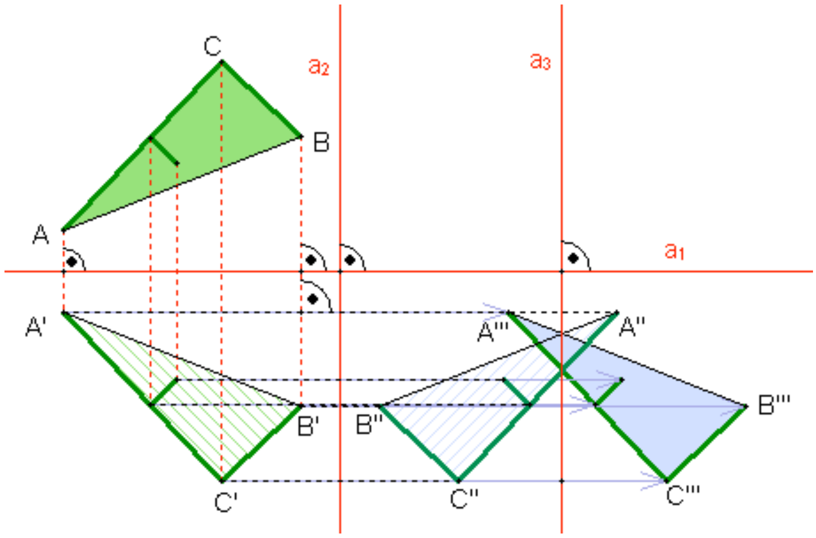
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هنداروِنه د محورهنداروني یوه یو پربل پسي هنداروِنه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندي ځېړه دي وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هنداروِنه کېدی شي، چي په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندي د دریواره هنداروني له لاري منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

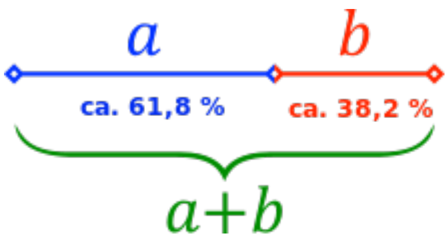
موږ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وڅېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلایي غوڅی

طلایي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ځانګړی د وېشني نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته   سره ښایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلایي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته ځان و لوي توتې ته داسې نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتې ته داسې ده، لکه لویه توته د لوی توتې او کوچنی توتې جمعې ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د کينې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 | \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

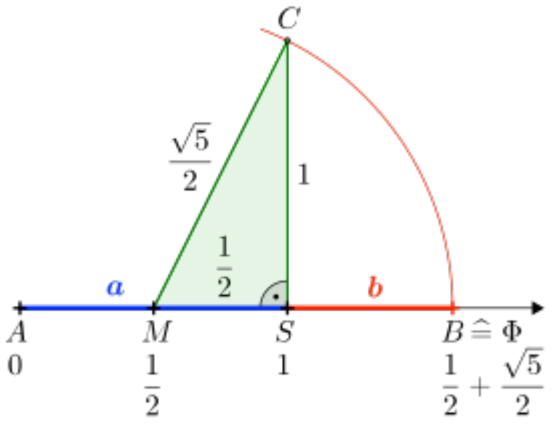
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

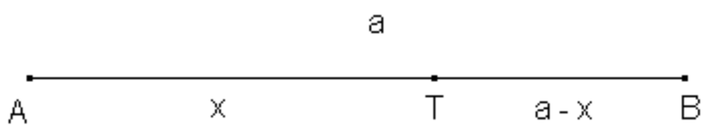
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1,6180339887498948482$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]څخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

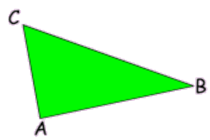
(c) ketabton.com: The Digital Library

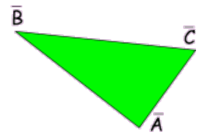
$$\frac{x}{a} = \frac{a - x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

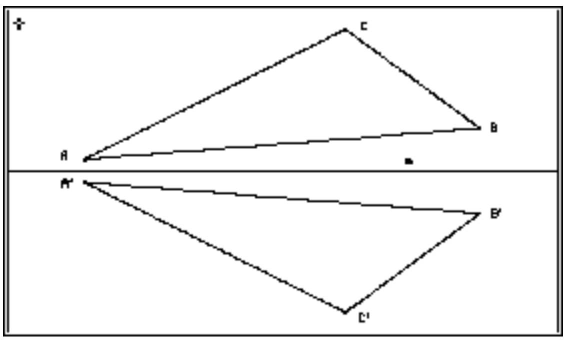
د حل ستڼ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a - x}{a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي







(c) ketabton.com: The Digital Library

خيره ۱۴۹

پیژند :   هندسي شکلونه کونګروينخ (برابر) بلل کيږي، که په فورم ، بنه (څيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروانیځ څیرونه د کربښی اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کربښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کربښ اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کربښ اینونو (کربښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیځ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیځ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیځ کربښ اینونه ده نو د پای کونګروانیځ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیځ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیځ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوشیاتیو را یوځاي کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیځ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټ ی کونګروانیځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

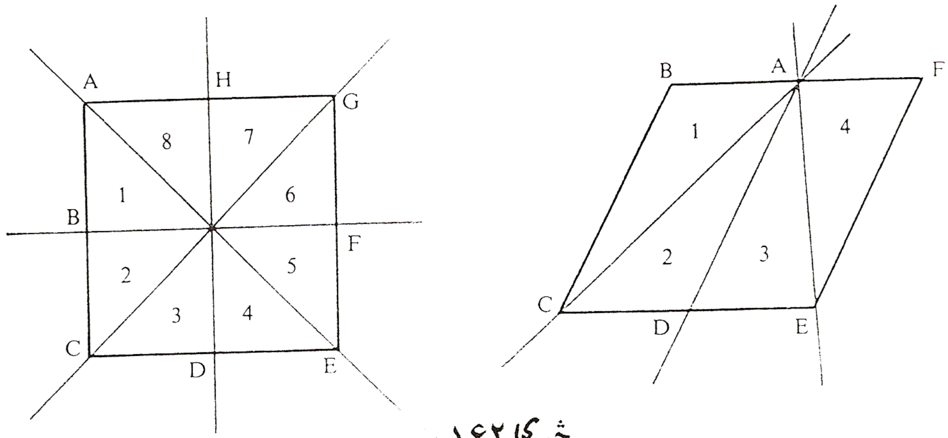
کونګروانیځجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونګروااینخ جملو په مرسته وښایي، چی غوڅکرښی پیلځیرې په کونګروااینخ برخو توټه کوي.



ځیرۍ ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری » لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلگولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختيز لپاره ده، ليدل کيږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لارې يو بل غوڅوي ؟
ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC يو مساوي پښيز دريگوړی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنيمي دي. وښايي چی دريگوړي ABP اوABQ کونگروااينت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅټکي دي).

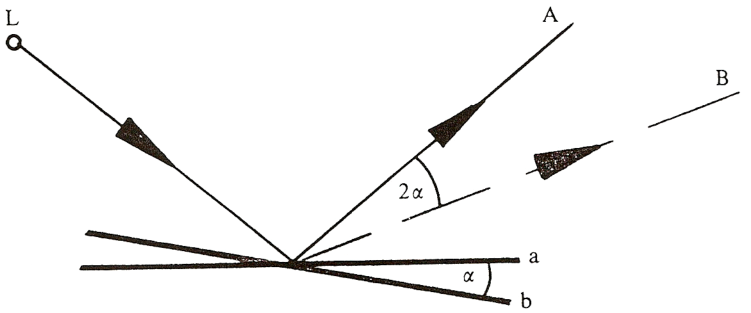
۶ – څومره کورونتڅيرونی موجود دی چی لاندې څيرې يی په خپل ځان ځيره کوي: کرښی ، گردی، غبرگ اړخي، مساوي پښيز دريگوړي ، ولاړ گوړی، راوتی، مربع، مساوي اړخيز دريگوړي ؟ کټمټڅيرونه دې نه په کی شميرل کيږي.

۷ – يو څرخيدونکی هنداره ، يوه هنداره ده ، چی په يوه خپله اېښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ اېښوول شوي. ترتيب په څيره کی له پورته لور انځوريږي.

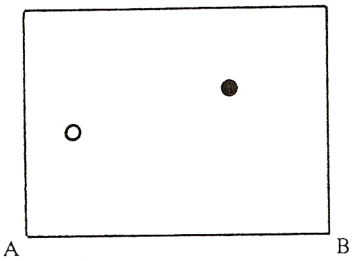
د نور له چينی L څخه يوه وړانگه په هنداره د (a) په ځاي يا ځاينيوون کی پريوزي او د هنداروني يا انعکاس قانون سره سم(پريووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بيرته غورځول- يا اينه کيږي يا منعکس کيږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي يا ځاينوون ته راوړل کيږي يا راڅرخيږي. دلته نو د نوروړانگه د $\overline{OB}$ په لور هحينداره کيږي يا غورځول کيږي يامنعکس کيږي. وښايی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

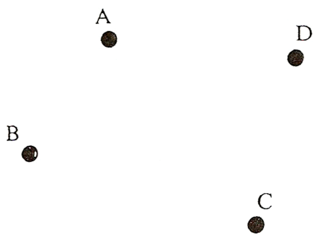
(c) ketabton.com: The Digital Library



څيره ۱۶۳



څيره ۱۶۴

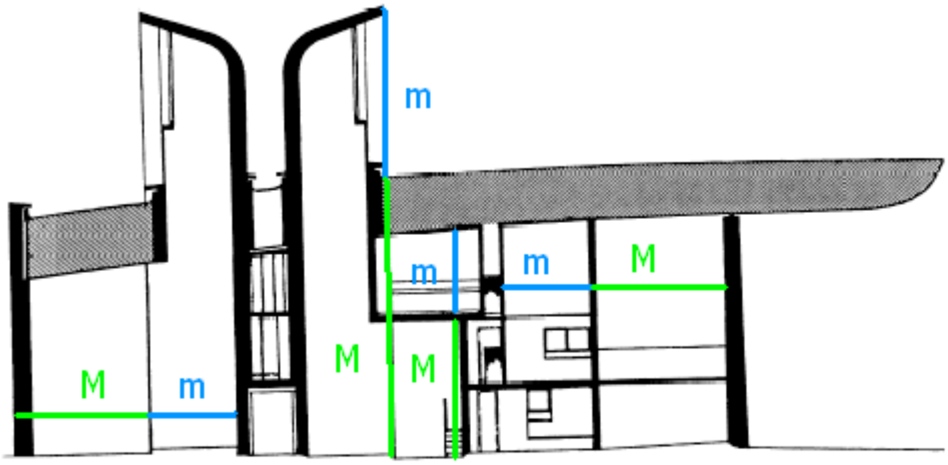


څيره ۱۶۵

۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ايښول
شوي يو سپين او بل تور. د کوټې له
ديوالونو څخه توپ بلې لور ته نه
شي تللی سپين توپ دې داسې ووهل
شي چي تور توپ ووهي.دا د اينه ونی
يا انعکاس د قانون سره سم په ديوال AB
لګيږي. (حيره) د کرښو لار وکاږی
« تورتوپ – اينه ټکی يا انعکاسټکی –
سپين توپ»

۹ – دا د يوه کور څلور برجونه دي، چي
په A,B,C,D سره يې ښايو (څيره)
داسې يو ځاي S شته ، له کوم چي برج A
د برج C څخه يا سره پټ شي او برسيره پر دې له
دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په څير ښکاره شي يا ځان وښايي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

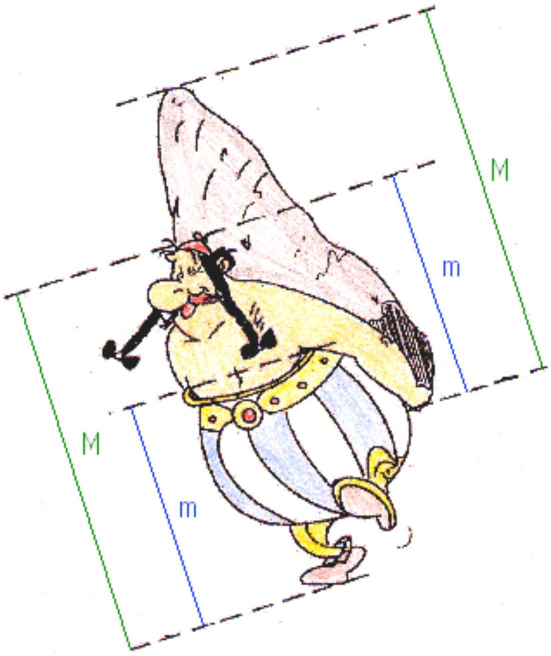


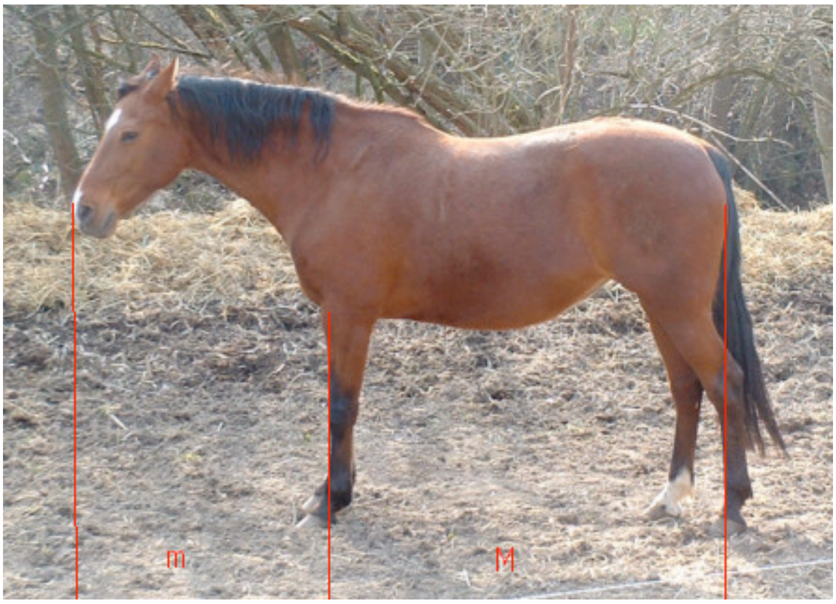
د یوه کور پروت غوڅې یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اينجنير لو کوربوسير Le Corbusier (1887 – 1965) په دېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د يوه طلايي غوڅي دستې لپاره يوه بنه بېلګه ده، چې پيدايښتي يا په طبيعت کې يې لرو ستاسو سرګرمۍ له پاره

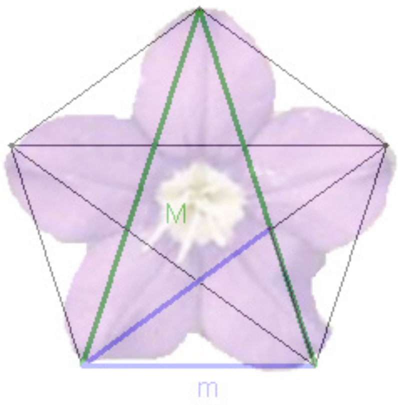
(c) ketabton.com: The Digital Library





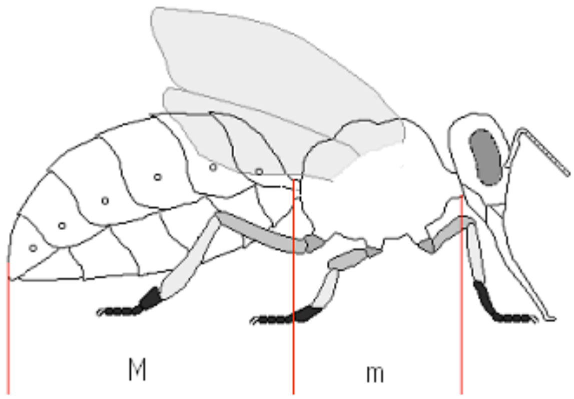
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي یا مخمس کې طلایي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د لاندې د دریکوډیکچبرخه په نهم، لسم، اویولسم ټولګي لوستل کیږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم، چې ګران لوستونکي ورڅخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - دریکوډي کچ یا تریکونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریګوډي کچ کړي ، د څانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنې په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(موږ یې تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پورې تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندي او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیک، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونې، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په څانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کې نغښتی، چې د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحې یا په بله عبارت د زوړي او پیچومې لیکتختې(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمې هر چیرې د زوړي او پیچومې په نامه نه دي بللی، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چی په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چی په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

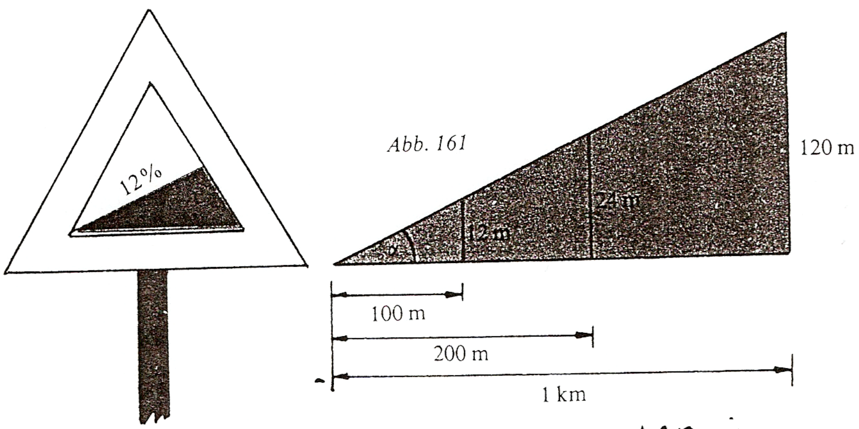


Abb. 161

ذخیره۱۹۴

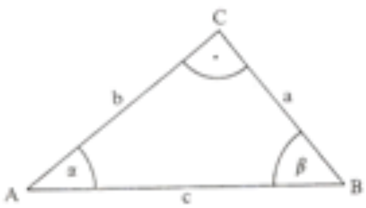
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زوړندي وي.

په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.

تریکونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جکوالي تناسب) د پیچومي یا جکوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جکوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جکوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

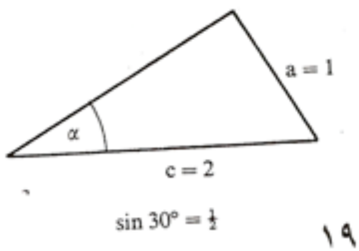
په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریکوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریکوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیوپوتینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.



څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:

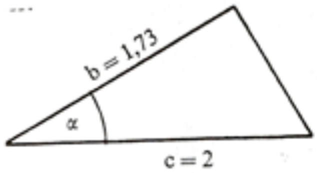


$\sin \alpha = \frac{a}{c}$ = مخامخ کاتیت / هیپوتینوزي

څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسايبلوك Cosinusfunktion بیلګه:

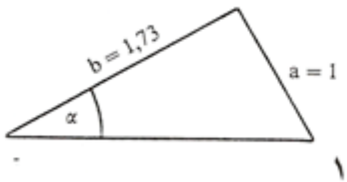


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$$

شیره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بیلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

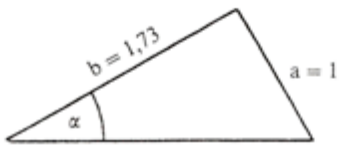
شیره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$$

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بیلګه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

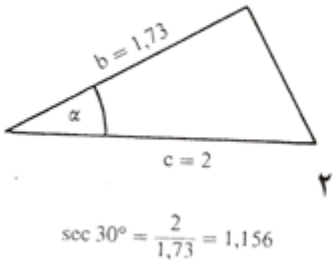
شیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك كارول کیږي

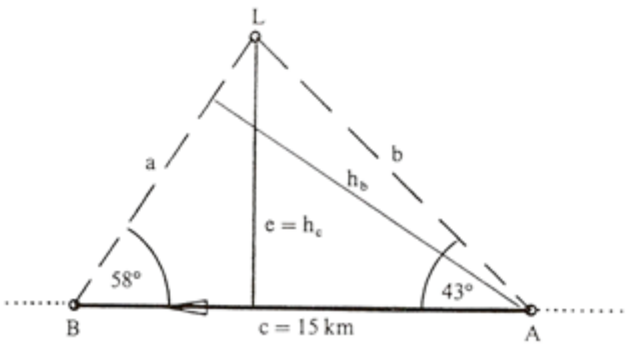
سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه



خیره ۲۰۰

$Sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$

یوه تک پایکربنی c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کیبنتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیبنتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin \gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$
$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریکوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

په خوښه دریکوډي کې د اړخونو ځانیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانیونه یا تناسب دی.

$\sin\alpha / \sin\beta = a / b$ $\qquad$ $\sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریکوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریکوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.

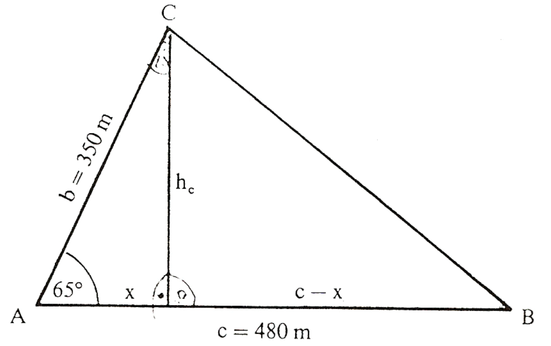
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350$ m

او $c = 480$ m دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.

د B ځخه و C ته به د نبنلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



خیره ۲۰۳

اوبی یا حل :

جګوالی یا جګی h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او c-x ویشي.

دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،

ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی

لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$

او

$$a^2 = h_c^{\,2} + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb \cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (څیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوټي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره تړې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)
د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوټي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوټیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.
د دې ټولو سره د څلورګوټي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

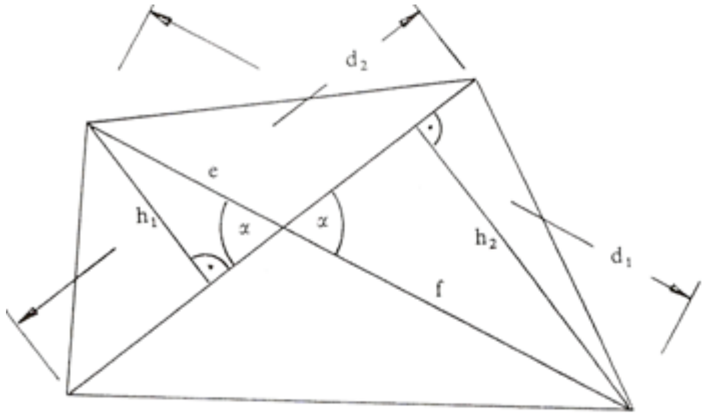
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2(e + f) \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2\, d_1 \sin \alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره۲۰۴

د په ښه کونجونو تریگونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو درېکوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنگه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

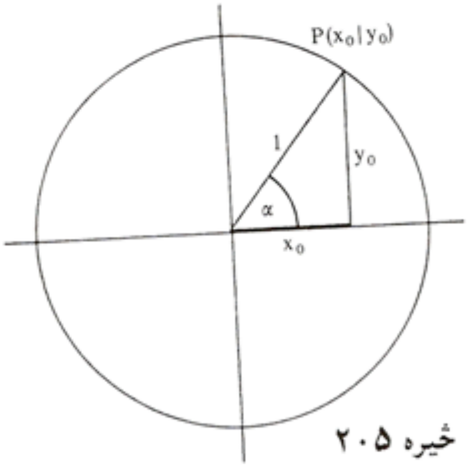
په ښه توگه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه گردی ووهي چی وړانگه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونگردی ویل کیږي، ځکه چی وړانگه یی یو یوون دی) او د گردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریکوډی، چی د هغی یو کونج د گردی ځنتریکونج دی، یعنی کونج یی د گردې په منځ یا ځنتر پروت دی، (ځیره۱۴۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریکوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چې په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتکی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرخونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چې د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي. دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.

د « سیوروڅیرو» څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

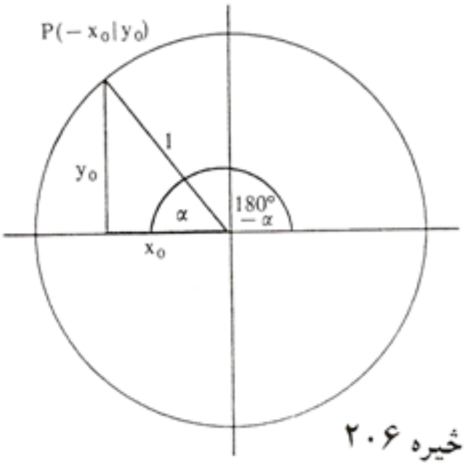
$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.

په ورته توګه لاس ته راځی :

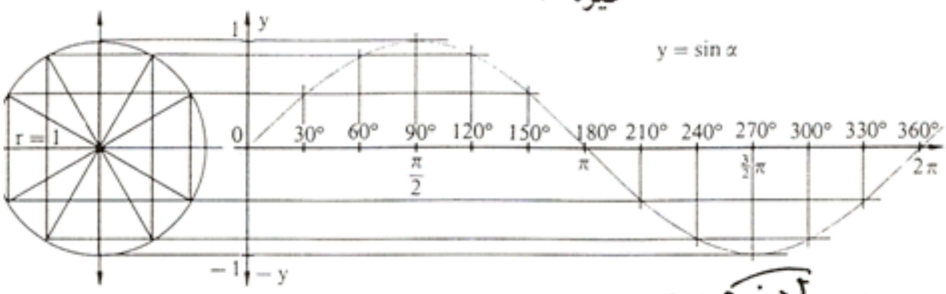
$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$



شیره ۲۰۶

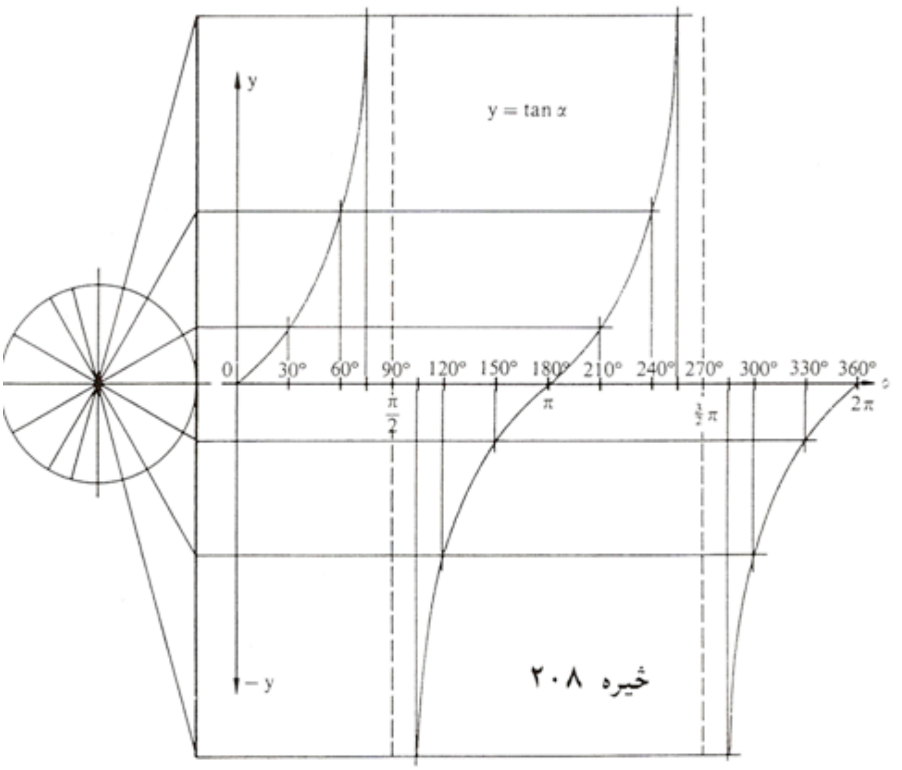
د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواك تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۶۵) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

شیره ۲۰۷

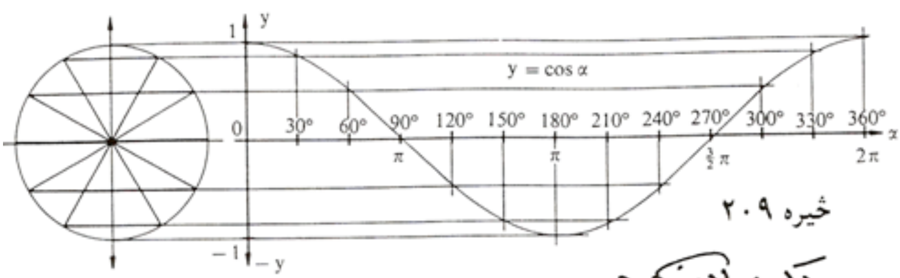


Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

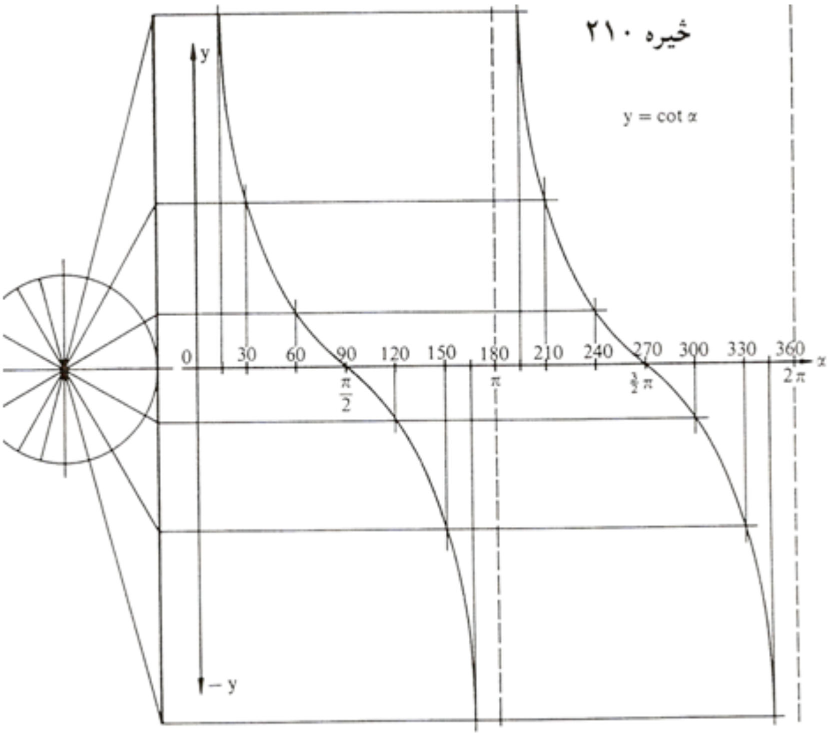


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$ د کوساین کښه

(c) ketabton.com: The Digital Library

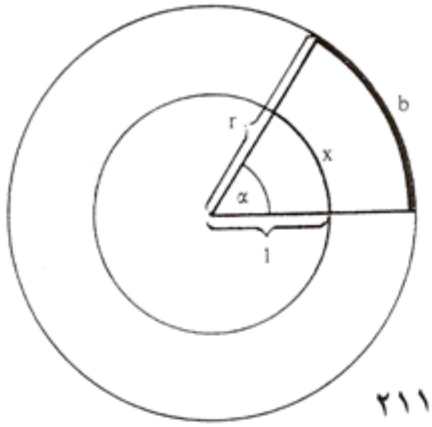


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

لينده اندازه (لينده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ يا – اندازې سره بلد يو (دمخه وليدل، چې ۳۶۰ درجې پوره ګردۍ ښايي. هغه، چې لږ ورسره بلد يو يا زيات ورسره بلد نه يو، هغه نوې درجه ده ، چې ګردۍ په ۴۰۰ مساوي برخو ويشل کيږي. دا په دواړو کچيوونونو يا کچواحدونو کې ګډ دي، چې په ګڼونو اندازه کيږي، بې له کچ يوون، ارزښتډيرى ريبلګڼونه دي، په داسې حال کي چې وتل ګڼونه (= د تعريف ډيري ګڼونه) يو يوون يا واحد (درجه يا ګون) لري. دا په کارونه يا عمل کې موږ زيات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لېندې کچ سره د کونجکچ لپاره يو ور زيات امکان پيدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهځوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کی اینبودل کیږی (د بیلګي په توګه sin) ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګردیبرخوکی وښوول شو (ګردیبرخی د مخه څېرل شوي دي) چی هر کونج پورې یوه ګردبرخه یا ګردی لینده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج یا $2\pi r$ اړه لري، یوه کونج ∝ پورې بیا یوه لینده b اړه لري، کومه چی په چاپېری کی ځانهمداسی نیسي لکه په پیل کی∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګردیګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلګه:

کونج $60° = \propto$ له ګردی د ۱۰ سانتیمتره وړانګي سره یوه په لاندې ډول ګردی لینده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي یا بیلوي. د ګردی چاپیری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګردیلینده

$b = 10\pi .60° : 360° = 5,236$ cm

غوځوي. دا ګردی لاندې چاپیری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څټ یا برعکس کونج ګردیلینده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm

غوځوي» د دې ګردي چاپیری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بیلګي څرګندیږي، چی لینده اندازه په همغه اندازه زیاتیږي لکه وړانګه. له دې امله کیدی شي خپله شمیرنه په یوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده یا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعریف: په یوونګردي د ګردیلیندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتریکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لینده کچ بلل کیږي. لاندې شمیراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°) . \pi \quad <=> \quad \alpha = (x/\pi)\ 180° = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړیدی شي، نو له دې امله د لینده کچ لپاره په خوښه ریبلګڼونه پرېښوول شوي.
بیلګی :

$$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175\ (rad) \qquad \alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236 \qquad \alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \qquad \alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708 \qquad \alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زیات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کیږي ، چې لکه په ورکړشوو کرښځاننیونو راپیداشوې کونجونه څنګه معلومیږي یا څنګه راځرګندیږی یا بهتره څنګه ځانونه نیسی. ددې لپاره چې دا پوښتنه ځواب شي، باید امکانات ولټول شي، چې د کونجبلواک ارزښتونو څخه څنګه بیرته کونج یا په همدې توګه د هغه تعریفډیري ته، په لینده کچ راتلی شو. دا کونجبلواک پریودیکی یا تل بیرته راګرځیدونکي بلواک دی، دا په دې مانا، چې د بلواک ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره یا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

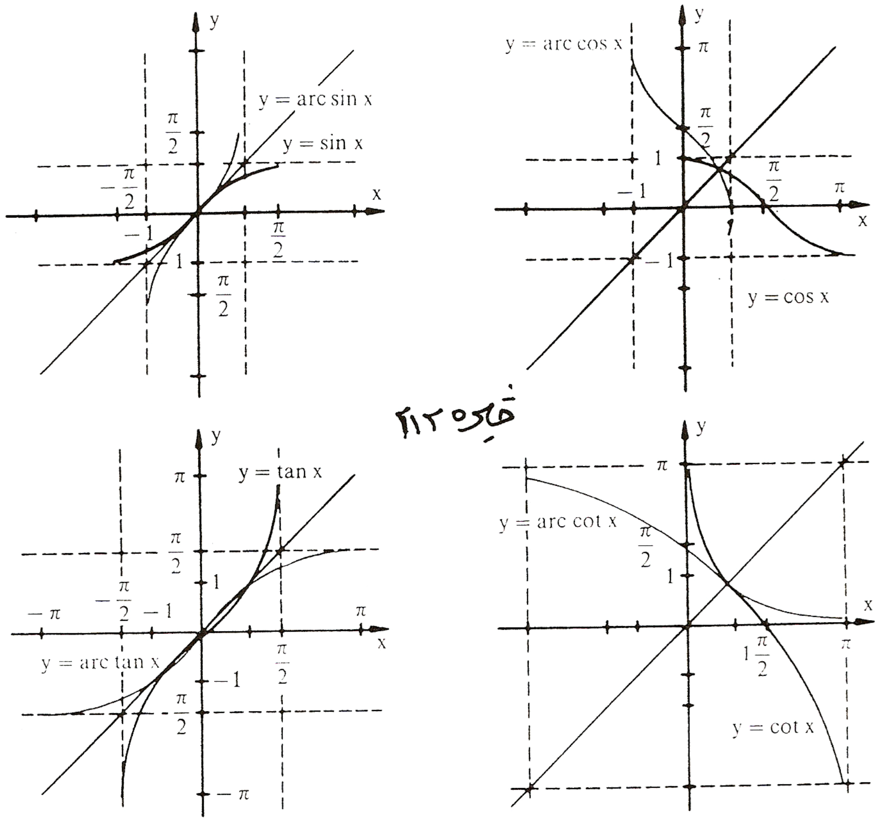
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكراريږي. د دې لپاره چې په ځېكيدنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډيرى په يوه برخه ډيري رابند يا محدود شي.

تعريف : د يوه (رابند يا محدود) تريگونومتريكي بلواك په ځټ بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا ځيكلومتريكي بلواك (لاتين :اركوس Arcus = Bogen = لينده)

دلته (arc sin(x لوستل كيږي »دx اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډيرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډيرى دى او په ځټ ارگومنت يا تعريفډيرى دلته تل يو رييلگڼ دى.

Trigonometrische Funktion ترېگونومترېکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \text{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بیلګی :

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°
2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°
3. arctan (−100) = −1,5608 (rad) = −89,43°
4. arccot (−70) = −0,0143 (rad) = −0,82°

۵ – دا چې کونجبلواک و ارکوسبلاک یو د بل په څټ بلواک دي نو باور لري·

sin (arcsin (y)) = y; arcsin (sin (x)) = x
cos (arccos (y)) = y; arccos (cos (x)) = x
tan (arctan (y)) = y; arctan (tan (x)) = x
cot (arccot (y)) = y; arccot (cot (x)) = x

یعنې په لاندې توګه هم

sin (arcsin (0,4)) = sin (23,58°) = 0,4
arccos (cos (π/3)) = arccos (0,5) = 1,0472
tan (arctan (−40) = tan (−88,5679°) = −39,9999
arccot (cot (60°)) = arccot (0,5774) = 1,0472

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریگونومتریکي بلواکو خویونه

دا چې کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چې
یوه کونج بلواك تعریفدیری یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چې د یوه بلواك خوي
باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړی ډله یواځې له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د
پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \;; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړې / gesucht غوښتونې	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\frac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\frac{1}{\tan x}$	cot x

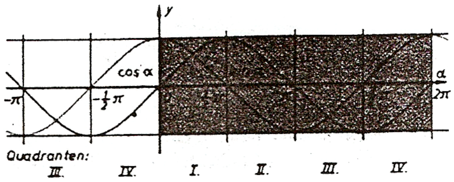
لکه چی د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چی تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چی د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

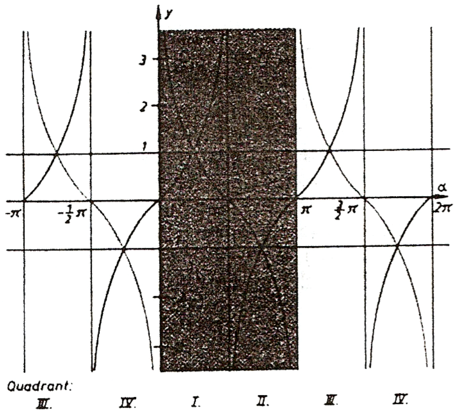
$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن
پریود د پاس راګرځېدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود
ښکلي :

$\sin 50°$	$= \sin(50° + 360°)$	$= \sin(50° - 720°)$	$= 0{,}76604$	
$\cos -30°$	$= \cos(-30° - 360°)$	$= \cos(-30° + 1080°)$	$= 0{,}86603$	
$\tan 2{,}5$	$= \tan(2{,}5 - \pi)$	$= \tan(2{,}5 + 5\pi)$	$= -0{,}74702$	
$\cot 10$	$= \cot(10 + \pi)$	$= \cot(10 - \pi)$	$= 1{,}54235$	
$\sin 35°$	$= \sin(180° - 35°)$	$= -\sin(180° + 35°)$	$= -\sin(360° - 35°)$	$= 0{,}573576$
$\cos 35°$	$= -\cos 145°$	$= -\cos 215°$	$= \cos 325°$	$= 0{,}81952$
$\tan 0{,}6109$	$= -\tan 2{,}5307$	$= \tan 3{,}7525$	$= -\tan 5{,}6723$	$= 0{,}700208$
$\cot 0{,}6109$	$= -\cot 2{,}5307$	$= \cot 3{,}7525$	$= -\cot 5{,}6723$	$= 1{,}428042$

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ټینګه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یوائی د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چی یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه جدول د جداول په مانا دی او یادول یی ژر یا هم ول.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x) cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x) cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – 90° = ß له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس
ته راتلی شي.

دا له څیرو څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د 2/ =x کرښی ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له څیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0,86603$

$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0,57735$

$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لایني نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډېل تعریفېدیرې پورې ساده ډېل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x .\cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $\text{cis}(x- y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

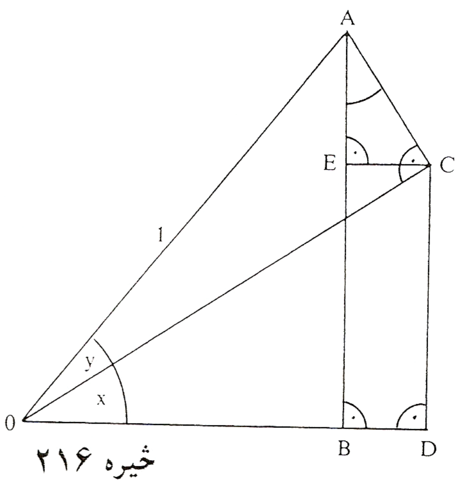
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



ذخیره ۲۱۶

1. und 2.:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y); \quad |OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

بر سبیره پر دې لرو :

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. **2′.:**

3. **4.:** $x = y$. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x$; $z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2}$; $t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

$$t \; \sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه پورته توګه مخته ځي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د دوهمې ښوونې له لارې ښوونه لرو

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$. په (*) کې ولیکه یا کېږده

9-10: دا د پوښتنې له ۱ او ۲ او ښوونې د تعریف څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) + d$

لكه چي په پيل كی مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيري پيښي شته دی چي تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ١- او ١ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د كونج په واك كی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه كی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوسائين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بیلګی	دكارونی ساحه	تاثير	بلواك
ځیره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		$y = \sin(x)$
ځیره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل ښپیلونو یو په بل پر لوری	د y- لور باندې راکښنه	$y = \sin(x) + d$

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = sin(x+c)	د فاز تغیر یا ځای بدلون	په بدل بڼې ښا جریان کې د برښنا او شیانو تګ تعقیب دوبنسالونه	ځیره ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیټود د ځای بدلون فکتور- 1 د 180° فاز ځای بدلون دی	دیوه پندول خوځیدنه	ځیره ۲۲۰
y = sin(bx)	دیو پړاو تغیر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کراره کیدل b <0 په شا ګرځیدنه له محور دی	دیو بنسټیزې پړاوې څیړنه په یوه وخت دا د زړه د ضربانو لړزه له کله په د فشارونو الو په او ازولونو	ځیره ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پړاوې جریان یا عمل	ځیره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره ښيره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44" =

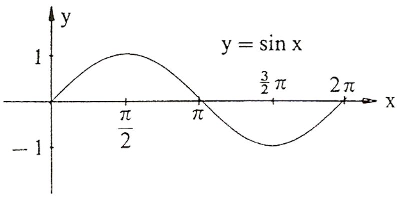
۲ – په درجه کچ ي ولیکی

a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x (2/3)\pi$

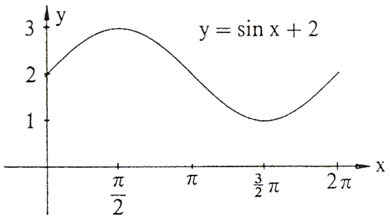
d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

۳ – په لینده کچ یی ولیکي

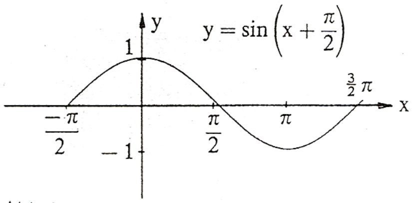
a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°



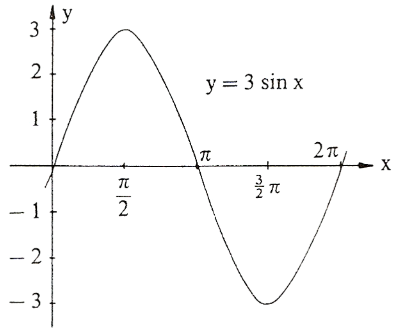
خیره ۲۱۷



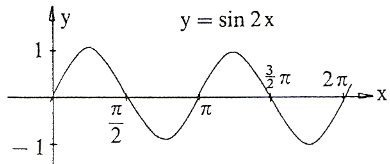
خیره ۲۱۸



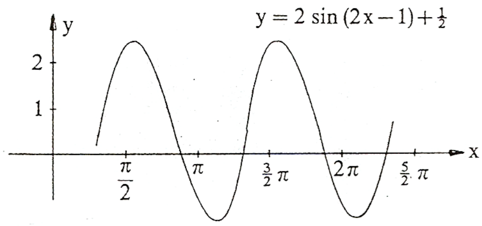
خیره ۲۱۹



خیره ۲۲۰



خیره ۲۲۱



خیره ۲۲۲

د دې بلواك گراف د ساین کږې $y = \sin x$ څخه لکه چې گورو لاس ته راځي:

١ – د ارزښت دوه ځله کیدل

٢ – د نیمې راگرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

٣ – په یوه یوون د ښې لور ته راکښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20°　b) sin(-30°)　c) sin 172°　d) din1°4'

e) cos 35°　f) cos 380°　g) cos(-27°)　h) cos47,9°

i) tan 11°　k) tan (-15°)　l) tan 33,33°　m) tan 13°13'

n) cot 870°　o) cot (-11°)　p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin ∝ =0,8　s) cos ∝= 0,9　t) tan ∝= 2,5

u) cot ∝ =-1　v) sin φ = 0,3　w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4　y) cot φ= 0,3　z) arcsin(x) = π /2

۵ – په يوه ولاړکونجيز دريګوډي کی لرو γ = 90° او په دې برسيره :

a) a = 7 cm;　b = 6cm

b) a = 16cm;　= 66°45'

c) c = 5cm;　a = 3cm

پاتی ټوټې وشميری

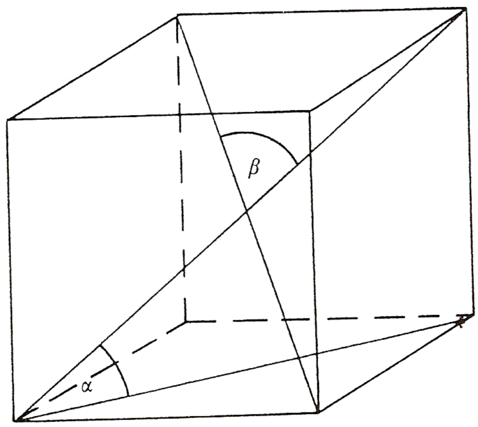
۶ – په مساوي پښيز دريګوډي کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; ∝ =80°40'

b) a= 12 cm ;　h = 8cm

c) ß = 40°;　a = 7cm

پاتې ټوټې وشميري



خيره ۲۲۳

۷ – د يوه پڅکونجيز (∝ < 90°) دريګوډي لپاره ساين وشميری

۸ الف) کوساين د يوه پڅ کونجيز دريګوډي لپاره وشميری (∝> 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ - په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ - د دوه ګردیو وړانګی

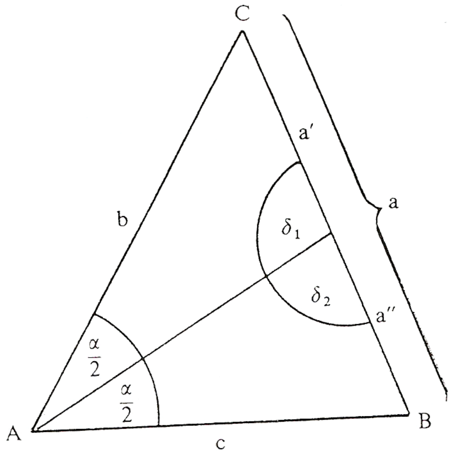
$r_1 = 5\ cm \quad , r_2 = 4\ cm$

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8cm$ ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کډي غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ - په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ - که یوه بار ځاي ته،

چي ۱،۵۰ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج ے دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ - الف)د یوې پورته ختلی کوځي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوځه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لاري وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج $\measuredangle = 25°$ لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹، ۸۱ نیوټن $1\ kg = 9{,}81N$).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج $60°$ دی په ښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یی $\measuredangle = 18{,}5°$ او ښبیټکی یی $ß=8°$ لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د ښبی ټکي څخه ۵۰ ،۴ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنستټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

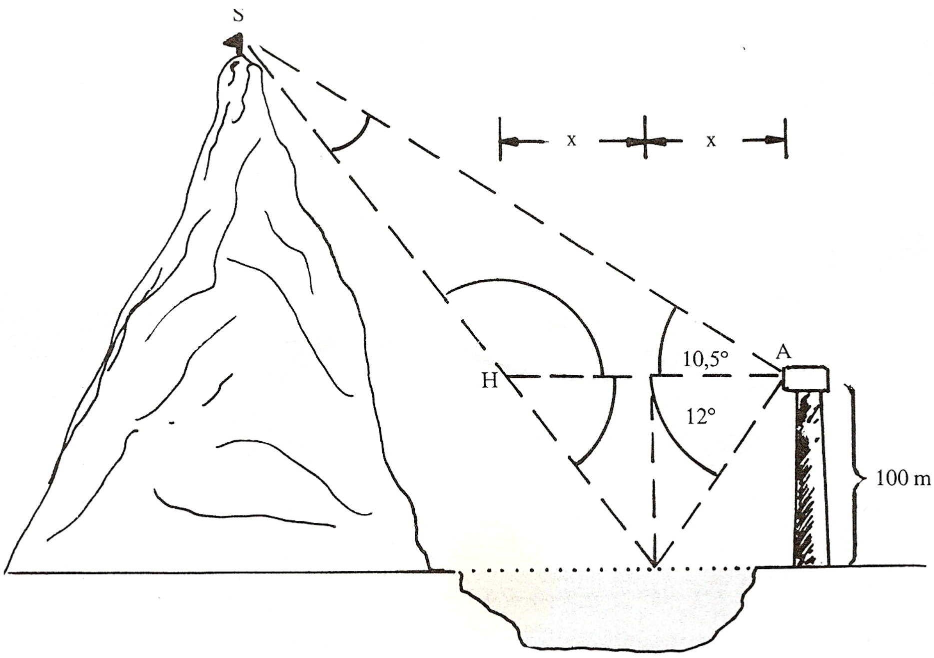
– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

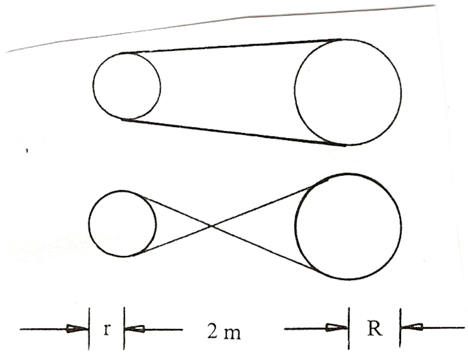
– د بل برج څوکه ښکاریږي چی جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکارېږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټپسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره



څیره ۲۲۵



څیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

r = 22 cm , R = 35 cm ,

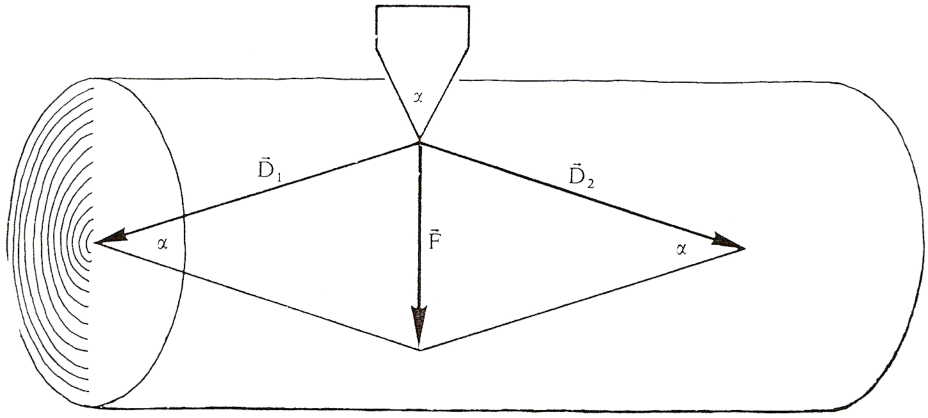
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو راکی ځیدلی وي ؟

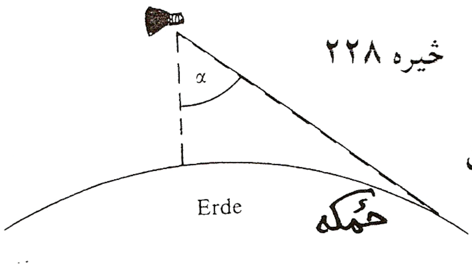
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په ستنه یو کایل)موږی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستنې درځونه ، که د کایل یا تېرګي کونج $6° = \alpha$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

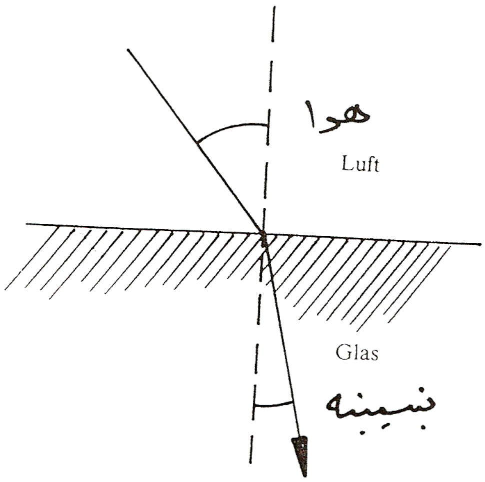


څیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پتلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
ټير يا ګاډيل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو
د لويدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولويږي، نو خپلی لور ته تغير يا بدلون ورکوي. د سنيليوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کيدی شي چی د ماتيدو قانون وشميرل شي. دا قانون وايي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه يا عمود په بيليدونکی هوارې په يوه هواره پراته دي او برسيره پر دې لاندې اړيکي باور لري يا صدق کوي:

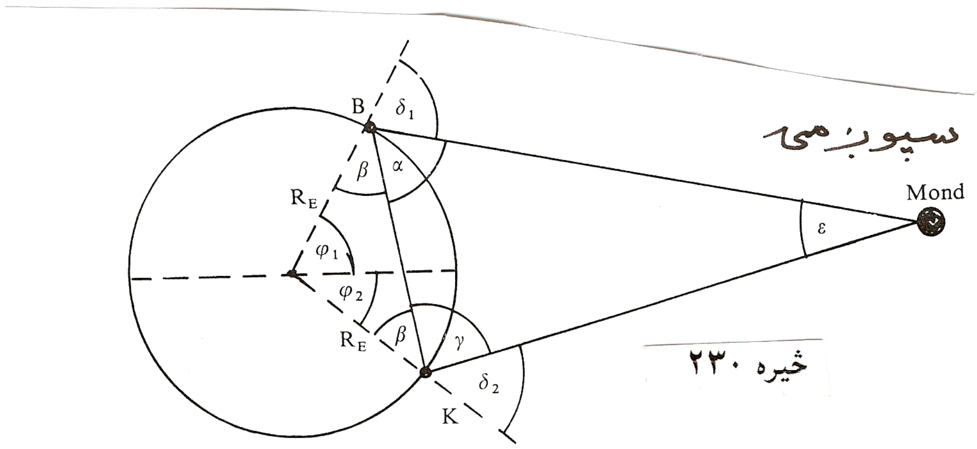
$$\sin \alpha \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په يوه ښيښه (اوبو) پريوزي، نو n = 1,5 (1,33) دی وښايي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ – په ۱۸ ا–مه ميلادي پيړی کی د سپوږمی لريوالی تريګومتريکي وټاکل شو. په برلين کی (جغرافيوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52, 52°$) او لکه د ښو هيلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33{,}93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کيږي. له دې لاس ته راغلل:
. $\delta_2 = 55{,}72°$ او $\delta_1 = 32{,}08°$
وشميری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



۲۹ – لړځیدنیSchwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك ($y = a . (\sin (2π /T)) .t + k$) له لارې ورکړ شوي. دلته $(2π / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- - مربع مساوات (څلورۍ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورۍبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړئ

د ازمايښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسئ

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د   ,€ 120   جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه   € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$$|4| = 4 \qquad |5{,}12| = 5{,}12 \qquad |\sqrt{3}| = \sqrt{3} \qquad |\pi| = \pi$$
$$|-4| = 4 \qquad |-5{,}12| = 5{,}12 \qquad |-\sqrt{3}| = \sqrt{3} \qquad |-\pi| = \pi$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکوx = | x | تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

گومان $x = | x |$ فقط هلته تیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $| x | = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بڼي $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ریښه نیوني له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 \quad | +8 \\ \Leftrightarrow \quad 2x^2 &= 8 \quad |:2 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 &= 4 \quad |\sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \quad \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow \quad |x| &= 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad | \cdot 2 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 &= 18 \quad |\sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \quad \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad | \\ \Leftrightarrow \quad |x| &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو : x1=1يا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x\cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بنې يا مساوات سيستم تل کيدی شي د اووبنتوني يا متحولي له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت   mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2 + 2x & = & 0 & |\ x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & |\text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x+2 & = & 0 & |-2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & |:3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بیلګه:

Probeازماېښت   mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & |-\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = & 0 & |\ x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = & 0 & |\text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = & 0 & |+\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & |\cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & & x = \frac{9}{8} \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Leftrightarrow x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \Leftrightarrow x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلوني په مرسته د حل تلنلار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1: } (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | +4$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow x_1 = 10$$

$$\text{Fall 2: } (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = -6 \quad | +4$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴. ۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

یا په لنډه بڼه ليکو:

$$x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

دلته د ريښي لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانتD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	یو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ـیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2-5x+2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \qquad \Rightarrow p=-\frac{5}{3};\ q=\frac{2}{3} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$

$$\text{also } D=\left(-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{2}{3}=\frac{25}{36}-\frac{2\cdot 12}{3\cdot 12}=\frac{25}{36}-\frac{24}{36}=\frac{1}{36}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=\frac{5}{6}\pm\frac{1}{6}\ \left|\ \begin{aligned} &\Rightarrow x_1=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=\underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned}\right.$$

د مربع توابعو صفرځایونه

د دې لپاره چې د یوه مربع تابع صفرځایونه پیدا کړو، تل باید یو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که یو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په یوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته یا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسي کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچینیز مساوات کې ځاپه ځای شي، یعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ویتا د ریښي جملې سره.

د ویتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول اېښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$
\begin{aligned}
& x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
& \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D} \\
& \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p \\
& \Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}
\end{aligned}
$$

X1او x2 سره   ضرب کړئ

$$
\begin{aligned}
& x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \\
& \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}
\end{aligned}
$$

بيلګه:

غوښتنه يا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس یا په ښتې د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو ځلوریز یا مربع مساوات ښنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرى $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې ښنګه وي، که د هغه حلډېرئ(حلسټ) $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

يادونه:دا فقط يو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زياتځله يا هم همدا حلډېرئ لري.

کرښيز ضريبونه(ځلوونې) يا فاکتورونه:

يد بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د يو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو شرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو له دې دوه ضريبونو څخه صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضريب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کربنيز ضريبونه:

يو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بيلګه:

L={x1;x2} دې د يوه مربع مساوات حلېږئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضريب)

دا د يوه مربع مساوات کربنيزه بڼه ده.

يو ضرب تيک هله صفر دی، که لږ تر لږه يو له دواړو ضريبونو صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضريب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بيلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وي.

کربنيزه بڼه: (x-3)(x+2)=0

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$
$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووبشتوني يا ماحولي x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروئ.

دريمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښي جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلگه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلگه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{vmatrix} \quad Probe: \quad \begin{matrix} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{matrix}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{matrix} \quad Probe: \quad \begin{matrix} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{matrix}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآیی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه باید څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دریم –

200 باکتریاګانې په دوه ساعته کې 450 باکتریاو ته زیاتوي.

دا باکتریاوې په ساعت کې څو په سلو یعنې % کې زیاتیږي.
څلورم –

د یوه مربع دوه کونجتړې یا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

یو ولاړکوډیز یا مستطیل $60{,}75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – یو اړخ درېواره دومره اوږد وي لکه دا بل.

ب – اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی.   اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زیاتون یا جمع یې4,1 او ضرب یې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون یا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0\,;\ t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0\,;\ t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ ـ $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ ځ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم —

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a + 1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم —

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ 1 د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم —

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ ـ $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم —

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره x = t د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير x = 3 راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزیې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2 + 8x + 16 = 0$ ب - $x^2 + 5x - 24 = 0$ پ- $-2x^2 + 4x + 30 = 0$

دویم:

الف - $(x+4)(x-5) = 0$ ب- $(2x+7)(4x-1) = 0$ پ- $(x+t)(x-2t) = 0$

ت - $0,5x^2 - 3x + 4 = 0$ ټ - $-0,5x^2 - x + 1,5 = 0$ ث -

$\frac{1}{3a}(2x - x^2) = 0;\ a \neq 0$

مربع - یا څلوریزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه یې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2 = 49$ ب - $(3x+4)^2 = 1$ پ - $9-(2x+5)^2 = 0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2 = 12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2 = x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x) = 0;\ t \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0 ; t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0 ; t \neq 1$ ح - $1,5(x-0,5a)^2 = 0$

دویم: لاندې برابرونونه یا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ پ - $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$ دریم: د a

د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټیک یو حل لري؟

څلورم: د جبشمیري سره د ټیک دوه لسمیزو سره حلډېرئ وشمیرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ ب - $x^2 + 6x - 1024 = 0$ پ - $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0,025x^2 + 2x - 0,254 = 0$ ټ - $119,6\pi + 9,6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ ث- $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښایئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د تول $a, b \neq 0$ لپاره یو ناټیک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ ب - $73 - 52s + 14s^2 = 25$ پ - $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8,5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ ټ - $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ ث - $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دویم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يې وټاکئ.

د مساوت په بڼې لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5; 3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x + 1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډېز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډېز

الف- یو چاپیریال د $U = 38$ m او یو مساحت د $A = 88\ m^2$ ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16\ m^2$ ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سرې د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډېز پټي د $A = 800\ m^2$ سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$ (د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا داني باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

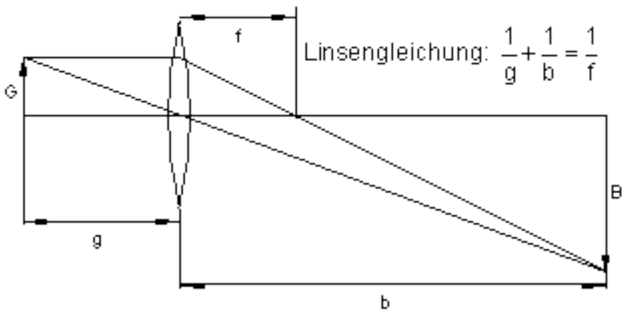
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي ځیره B باندې پریوځي یا ځیره کیږي. د شي او ځیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې ځیره B یې د عدسې څخه څومره لري دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې ځیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ـــلکه کرښیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پيژندورشو وټاکل شي. بنسټډیرئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفډیرئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دي تر څیرنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
&\frac{4+x}{x-2} &=\ & 6 && |\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=\ & 6\cdot(x-2) &&\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=\ & 6x-12 && |-6x\\
\Leftrightarrow\ & 4-5x &=\ & -12 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & -5x &=\ & -16 && |:(-5)\\
\Leftrightarrow\ & x &=\ & \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3\,;\,1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ـــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
&\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &=&\ 0 && |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ & 5(x-1)+(x+3) &=&\ 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 5x-5+x+3 &=&\ 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 6x-2 &=&\ 0 && |+2\\
\Leftrightarrow\ & 6x &=&\ 2 && |:6\\
\Leftrightarrow\ & x &=&\ \frac{2}{6}=\frac{1}{3} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{1}{3}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې یا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &=&\ \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} && |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ & x^2-x+4x+4 &=&\ x^2+x &&\\
\Leftrightarrow\ & 3x+4 &=&\ x && -x\\
\Leftrightarrow\ & 2x+4 &=&\ 0 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & 2x &=&\ -4 && |:2\\
\Leftrightarrow\ & x &=&\ -2 && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\}}}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بیایي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} &&= 0 && \mid\cdot(b-x)(a+b)\\
\Leftrightarrow\ & (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2-2bx+b^2 &&= 0 && \mid -a^2-b^2\\
\Leftrightarrow\ & -2bx &&= -a^2-b^2 && \mid :(-2b)\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{a^2+b^2}{2b} && \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0
\end{aligned}$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دې ته لاړښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دې ونیول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت یا ماتباندې په یوه منفي نوک کې کینوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه،   HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کیدی شي شمیرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

$$\begin{aligned}
&\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad \mid \text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4\\
\Leftrightarrow\ &\frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \mid\cdot 4\\
\Leftrightarrow\ &2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D
\end{aligned}$$

دا په ځانګړي توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتيران(صليب) له لارې:

شميرنه کيدی شي
|Multiplikation über Kreuz له

چليپا يا اتيران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات يا کسر مخرج(ماتلاندي) د دويم کسر له صورت سره ضربيږي او د دويم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضربيږي.

مګر دا تيک هلته شونی دی، چي کسرمساوات دا ترخنګ بڼه ولري.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |\ 17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتيرا – يا چليپا ضرب د باوريوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه يا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د يوه ساده ورته بڼيط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چي د ښوولو وو

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \mid \text{ Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{2}{3}\right\}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

Hauptnenner : $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \mid :3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow L=\{\ \}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په ربنتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick: } \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\,\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتنې

ماتمساوات

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ **ب -** $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ **پ -** $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ **ټ -** $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ **ث -** $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ **چ -** $x+\frac{2x}{x-1}=0$ **ح -** $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ **څ –** $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ **ځ -** $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ **ډ -** $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ **ذ -** $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ايا غوښتنه ټيک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دريم: تعريفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښايئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسيستم حل کړئ:

$$I: \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II: \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: يوه لارئ $405\ m^3$ بار زخيره ځای ته په x تلنو وړي. يوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتيا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتيا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتيا لري او هره يوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبيعي عدد(عددونه) کيدی شي د صورت ته ورزيات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعريف ورشو او حلورشو يا حلدېرئ يې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې وليکې، چې پرته له دې دا بې تغيره يا تغير نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعريفورشو لپاره بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3:$ له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بيلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعريف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0\Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکيږي.

بيلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0\Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|\,+4\Leftrightarrow 5x=4\,|:5\Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کيږي.

په دويم کسر يا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج يا ماتلاندې صفر کيږي.

په صليب يا اتيران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اتيران يا چليپا يا صليب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\mid -3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\mid 17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوی وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u>0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u}>4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د ويش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني يا متحولي ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولي ارزښت کميز وي.

بيلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1|-2 \Leftrightarrow -x>-1|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$	Fall II: $x<0$
$\frac{1}{x}<4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1<4x \mid :4$	$\frac{1}{x}<4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1>4x \mid :4$
$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$	$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو	له شرايطو
$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$	$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$

په پورته کې und د او په معنا دی.

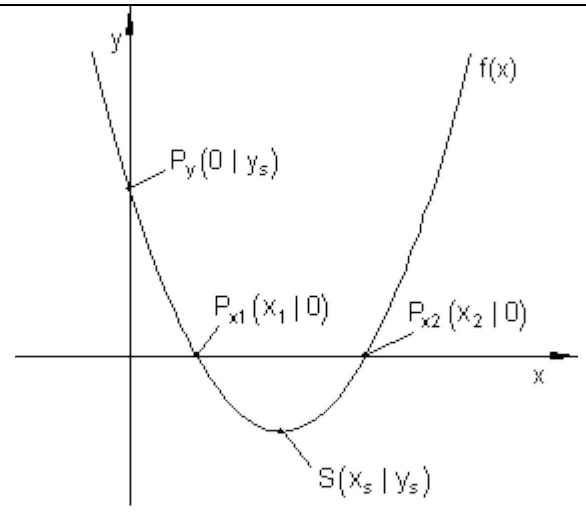
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوځتکي

د محورونو غوځتکي

	په څنګ ځېره کې د ګراف کتلو کې یوځو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**

(c) ketabton.com: The Digital Library



غوښتکی $P_y(0|y_2)$

د x - محور سره غوښتکي $P_{x1}(x_1|0)$ **او**

$P_{x2}(x_2|0)$

ککرټکی $S(x_s|y_s)$

خیرنبیلګه:

د ځیرنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپرکي لرو.

د **y** -محور سره غوښتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کي غوښوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کي به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات ځخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرټکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0 \mid y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اینبونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیایي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(1 \mid 0)}}$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز
پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x) = -x^2 - x + 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x) = -x^2 - 4x - 4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x) = 4x^2 + x - 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

يادونه:

يو کس € 120 ګټي، موږ هم وايو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. يو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کميز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د يوې متحولې ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو:	
$\lvert x \rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بيلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x + 2| = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شميرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2 \rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

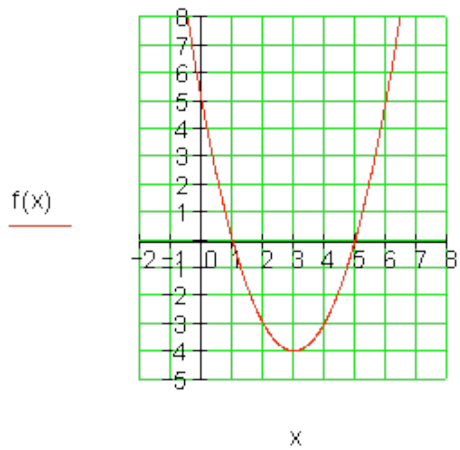
$$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -2+\sqrt{3}}}$$

دویم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = -2-\sqrt{3}}}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2 \rvert = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څېړنو لپاره د بیلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرتېکی یې په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره یې عوښتېکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره یې غوښتېکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوښتېکي یې د تابع f(x) صفرځایونه بولو، ځکه چي هلته باور لري: $f(1) =$ او $f(5) = 0$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعریف او ارزښت سټ(ډېرۍ)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کي تر څېړني نیول کیږي.

دا مو تعریفډېرۍ او ارزښت ډېرۍ ته لاربنودوي.

ځموږ د بیلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

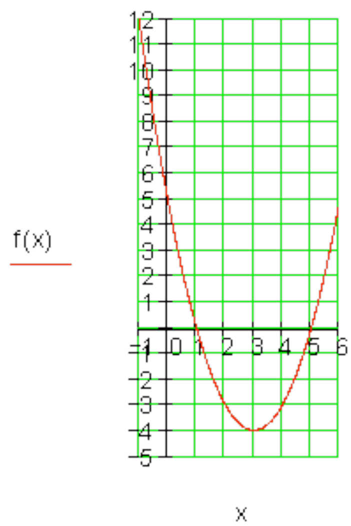
تعریف سټ(-دېری): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې
دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.
اوس د انټروال پولې $x=-1$ او $x=6$ څېړل کیږي.

$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت دېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.
د نورې څیړنې لپاره ځمونږ د بیلګې تاب ګراف ترڅیرنې لاندې نیسو.

دا ترڅنګ څیړه ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورړ شوې ده. $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

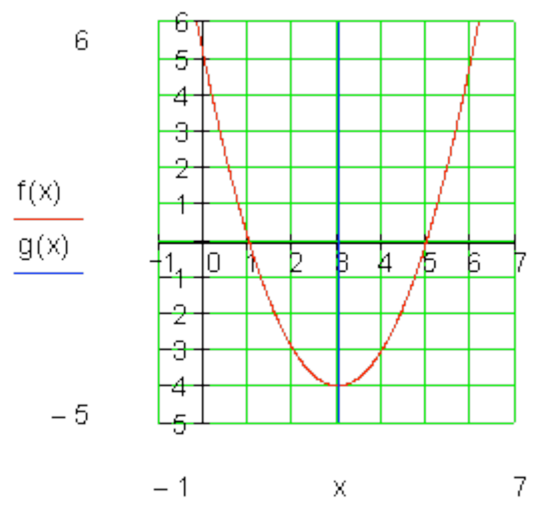
د سیومتري څیړنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ښيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرټکي څخه تيرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(\ x_s \mid y_s\ )$ ککرټکي څخه تېر يږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککرځ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.



له صفرځايونو څخه د ککرځټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 ځرګندي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرځ ټکي د x کواوردينات دی.

د **-p - q_** فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2\text{-}6x\text{+}5\text{=}0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بیایي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکمیلیدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ریښي لاندي افاده(ویینه) دېسکریمینانت بلل کیږي.

دېسکریمینات = $\text{Diskriminante}=D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بیلګي تابع صفرځایونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشمیرل شي.

$$x^2-6x+5=0\Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دې دېسکریمینات وشمیرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}}\vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکریمینانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow l$$
:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې رینښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \vee \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

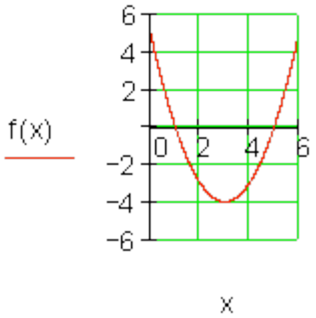
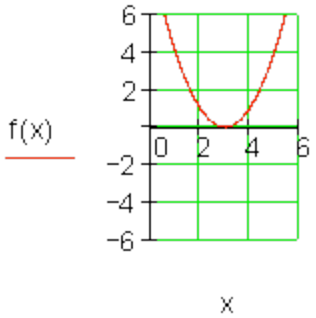
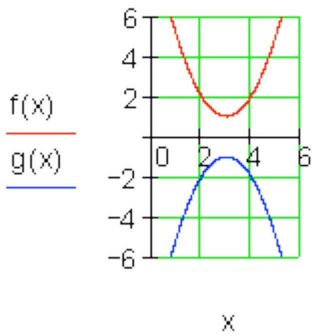
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د دوه حلونو ډېرې(سټ) د یوه حل سټ د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندې څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لرودو د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سيډه شميرني له لارې صورت نيسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$
$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره بڼه د کار (استعمال) وړ ده.

بيلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 \,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5 \,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p \ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q \ (w)$$

صفرځايونه او کرښيز ضريبونه(فاکتورونه)

د ويتا جملي له مخې باور لري:

$$\therefore x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه يې د $p = -x_1 - x_2$ سره کيږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښيز ضريبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

يو ضرب تېک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:

يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

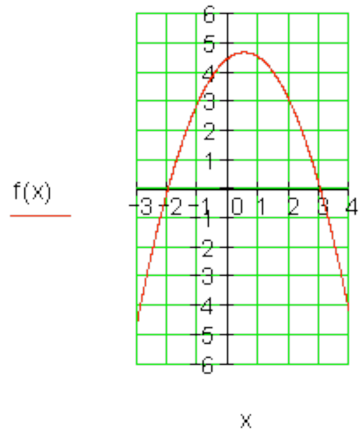
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$	نورمالمربع مساوات
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$	مربع تکمیلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ریښه وېستنه یا ریښه نیونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$
دویم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $x_1 = 2$ همداسې $x_2 = -6$

د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}(2 \mid 0)$ همداسې $P_{x2}(-6 \mid 0)$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د(f(x او(g(x برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و څېړی، که باور ولري:

$$g(x) = ax^2 - a \; ; \; x \in \mathbb{R} \; ; \; a \in \mathbb{R}^* \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 + 1 \; ; \; x \in \mathbb{R}$$

دریم – د(f(x او(g(x مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$g(x) = 0,5x(x+3) \; ; \; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 - 3x \; ; \; x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د(f(x او (g(x ګرافونه و کاږې. بې له شمیرنې دلیل رواړی، چې ولې (f(x او (g(x د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د (f(x ککره (رأس) دی.

د(g(x ککره ورکړی.

ب – کرښه دx=u سره د 0> u <3- لپاره (f(x په ټکي P او (g(x په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – دPQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د 1- = u لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکی.

ت – پارابول (g(x دy په لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د (f(x ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیرئ.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع (f(x ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a   داسي وټاکئ، چې پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چې د a داسي ارزښت نه شته، چې د f(x)   ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کې يوه ککره لري او د x محور په ټکي $t\ P_x(2\sqrt{3}\,|\,0)$. کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

اوم – د ويمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کې غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضريبونه a_1 اوa_2 داسي پيدا کړئ، چې تابع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځايونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

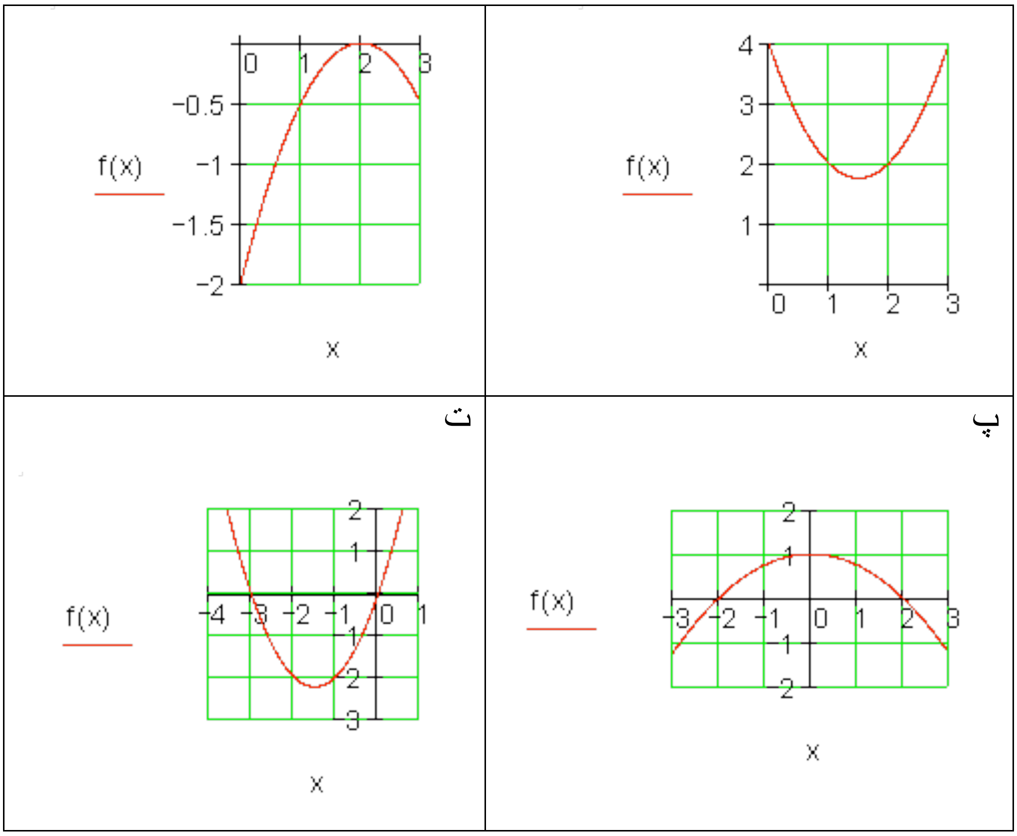
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړئ- د ځيرنو څخه د تابع مساوات و ټاکئ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په $x=-3$ کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه -2 او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت -1 لري. f(x) وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ویناوي (د ریاضي منطق وګورى) کېدی شي؟

الف – f(x)یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د f(x) صفرځایونه په مختښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د a_2 او a_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول د x محور سره غوځېکی نه لري.

ب – د a_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي د x محور سره لري؟

اوم – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې $f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع $f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچنې ارزښتونه وټاکی.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوتول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شميرپوهنې   انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شميرپوهني الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځيال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې يو پيل   دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپيني خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښيز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner گنونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره گټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - څمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرئ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې گډې وډې لیکنې

۲۲-   داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انگریزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ ــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میړي شینواری د اروابښادي پستو او اروابښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګي پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library