شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردۍ (دایره) ۸

کردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمی، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردۍ ټوټه، - ګردۍ برخه، ګردۍ کړۍ، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردۍ لینده،د ګردۍ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسي یا هګۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې خیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوځټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت.............. ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر............ ۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوځی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ.............. ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول.............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون.......................... ۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِوځټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅېږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخي یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخي نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پټې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځني کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځي به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبي(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موضوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دي، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

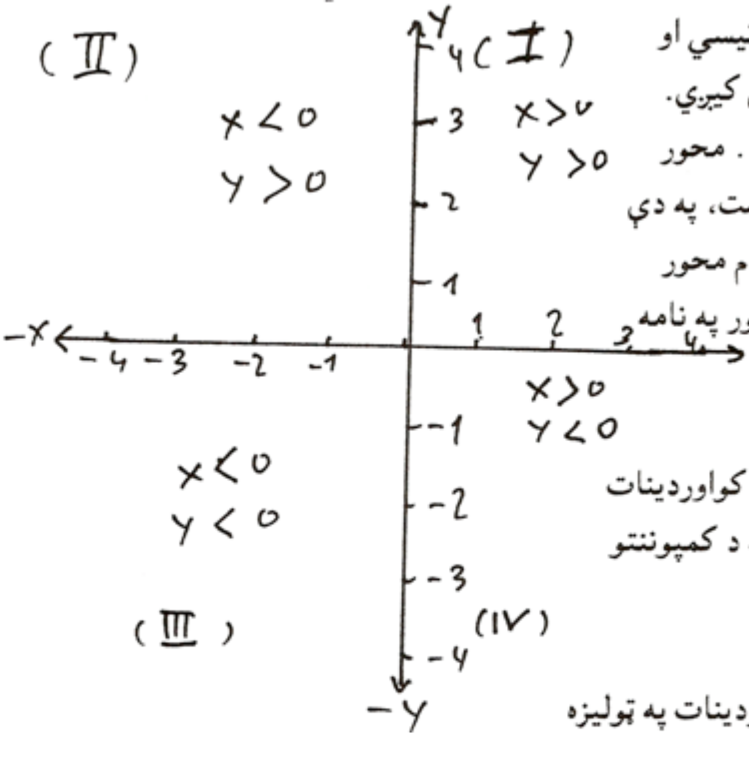
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځموږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ : ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چی بدل شي، څکه چی دا کپمونتتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د ځل یا ضرب لمړنی کپمونتت د y− محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونتت د x− محور څخه. که لمړی کمپونتت منفي وي، نو ټکی د y−محور کيڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دايرې د چاپيريال (محيط) سره يو ټکی شريک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نيغه ولاړه ده، يا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محيط دايره فقط يک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته ميشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در يک نقطه به خط منحني دايره يک مماس رسم کنيد.
به خط در نقطه يک عمود رسم شود. اين عمود مماس مطلوب ميباشد.
از يک نقطه که بيرون دايره واقع باشد، مماسي را رسم نماييد.
خط و به ان دايره تالس را رسم ميکنيم. نقاط و به دايره تالس به منحني دايره نقاط تماس تانجنت هستند.
يوه زاويه جې د دايرې په چاپېريال کې د يوه وتر مخامخ پرته وي د محيط زاويه بلل کيږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېريال زاويې سره برابرې دي

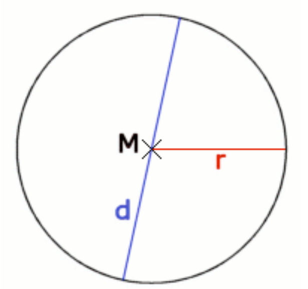
د منځټکي هغه زاويه له کومې چې وتر بريښي منځټکي زاويه بلل کيږي.
هغه زاويه چې په يوه پايټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

١ - ګردی (دایره)

یادونه: ولې ګردۍ؟ موږبه چې په هسکه مینه شینوارو کې غوزان ګټل، نویوه بنده ګرده کربنه مو وېستله او هغې ته مو ګردۍ ویل. دا نومونه د افغانستان په ټولو یا زیاتو ځایونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخریبوي.

د یوې پیالې غاړه که رنګ کړی او هغه په یوه کاغذ کېږدی، څېره چې لاس ته راځي، څه ورته وایی؟
د یوې افغانی ژی، څه شکل لري؟

پیژند یاتعریف د یوې سطحې یا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چې له یوه ټکی داسی په نامه منځټکي Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه یا شعاع) ولري، ګردی لاین یا لنډ: ګردی بلل کیږي (مخامخ څېره)	

لیکندود یې (دا لیکندود په پیل کې ورځنی یا معمول نه دی، وروسته په تحلیلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{X \in E \mid |\overline{MX}| = r\right\}$

لوستل یې: ګردی ک د ټولوټکو ایکس چې ایکس د اې توکی دی، ډېری ده، داسي چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېری یا سټ، چی له M څخه واټن (فاصله)یی له r څخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دایرې سطحه بلل کیږي. (موخه یې ګردی منځهواره ده یا ټیك : کردیتوته)

د وړانګي (شعاع) پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دایرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره ترې، هغه د دایرې وړانګه یا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو (پورته څیره وګوری)٠

د نیمی یا قطر پیژند: هغه کرښه، چې دایره په دننه کې نیموي د دایرې نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښه کوو (پورته څیره دې وکتل شي)٠

پیژند
د دایرې (ګردی) دننه کونج یا ټول کونج یا پوره کونج 360درجې لري.

ګردیچاپیریال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- یا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دایرې عدد بلل کیږي
: $\pi = 3{,}14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښه کړي، هیله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی د دایرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی٠ له دې امله یو ایراشنل عدد دی او د مات په څیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي یا تل بېرته راګرځېدونی څیفر پرلپسی دی. په کارونه کې یی موږ نږدې شمرنې یعني راکړدونې ته اړ یا مجبور یو، ځکه چه د جبشمیرې د عددونوځایونو له امله، چې پای دي یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

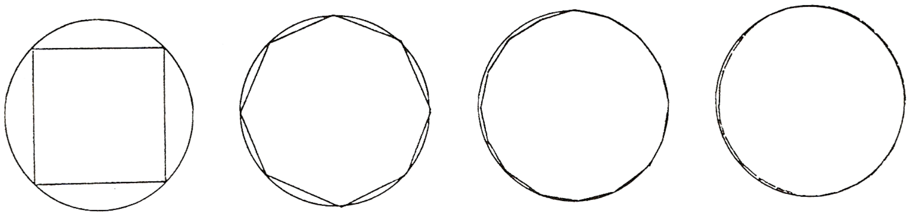
(c) ketabton.com: The Digital Library

څنګه سړی په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

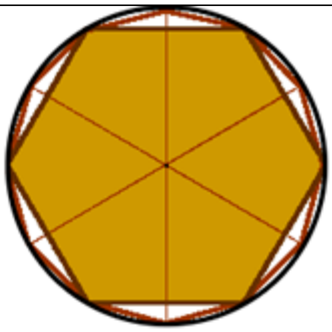
دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تکلار داسی پیل کیږي، چی په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکڅیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

ځیره ۱۱۹



یوې ګردی ته د یوه n –ګوډي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه)

ځیرې ۱۱۹ ښناۍ جې،

	په مخامخ ځیرو کې نهه ضلعي وریسي شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردی ته نزدې کیږي مخامخ ځیره څو څوګوډیز بریښي او ستره تری راتاو ګردی**مخامخ** ځیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نزدې یا تیک دایره ده)**

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعی) تل کوچني کیږي، چې پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځټکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا ځیره تل نزدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نژدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کى د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کى نه راځي) پيژندوړ دی:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېکوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلى سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يى ۸ کسان ځاي نيولى شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمى(قطر) ولرې بسيا کوې، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

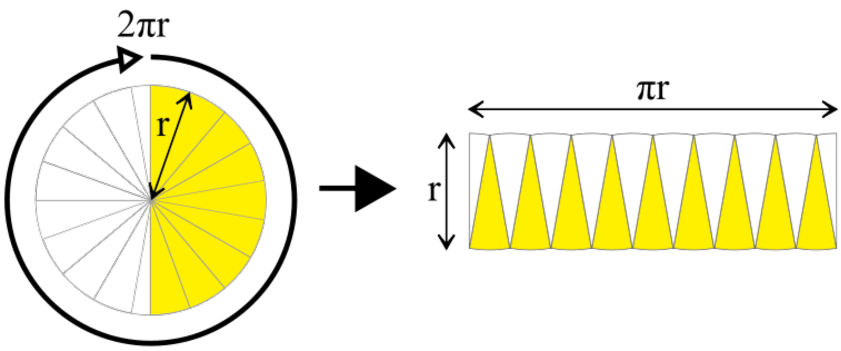
په پام کی نيول شوی وي؟

دا ميز به څومره ګران وي، که يو څلوری متر يا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي يا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دميز محيط (چاپيريال) دی $pi.1m=6,248m^2 = U$ په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محيط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتيمتره ځاي د نفر په سر   80.8 = 640cm . قيمت وسطي يا منځ ارښت يې 6,2m دی. پس د ذي‌کو هيلو سره تول کسان په مېز ځاي نيولی شي مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله 3,142.250=785,40 ياني افغانی ارزښت لري..

په لاندې څيره کې کتل کيږي، چې د ګردی منځهواره نزدې

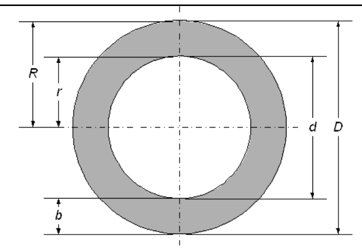
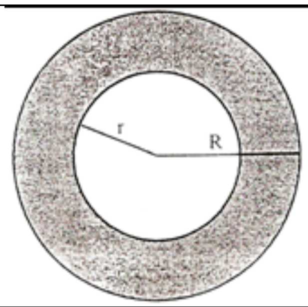


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څيره کې د څيرې کوچنيوالي له امله د ګردی څيره لړ تخريب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي۰

ګردنيوته ، ګرديبرخه او ګرديکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**ډېر وخت دننه- يا خونديکردی له چاپيرياڵکردی کوچنی وي. نو له دي امله د دوي په منځ کې يوه کړی منځ ته راځي، چی د هغي منځهواره د دواړو ګرديو د کمون، کمښت يا توپير څخه شميرل کيږي .**
	**جمله : موږ دوه دايرې لرو، چې د محاطي دايرې وړانګه R او د محيطي دايرې وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi (R^2 - r^2)$ $F_K = \pi (R - r)(R + r)$

بل ډول بې: يوې د دايرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسي کيدی شي، چې د دايرې محيط د دايرې فطاع (د دايرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نيميو څخه هم وشميرل شي، چې په لاندې کې يې ګورو:

$A = (D - b) \cdot b\pi$

$A = (d + b) \cdot b\pi$

پيلبيلګه:

د سپين ميز درز پيداکړ. چې له غاړې يا ژی يې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که داميز په پنځه سانتيمتره کوچنی کړی . کومه ميز سطحه پاتې کيږي او د دايرې کړی چې له منځه ځي څومره لويه ده؟

او د همغه پيل نيونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په ميز ځاي نيولی شي ؟

F = $(0,9m)^2$.Pi = $2,835m^2$

د دايرې کړی سطحه او محيط چاپيريا په لاندې ډول دي

F = 1,95m.0,05m.Pi = $0,30m^2$

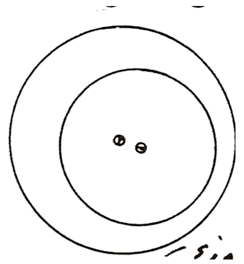
(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

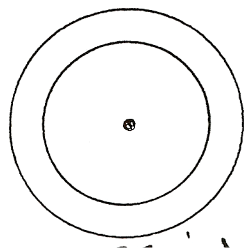
د داسې لړ ستونځو سره بيا هم ټول کسان پر ميز ځاي نيولی شي۰

د ګرديوپروتځايونه يوبل ته:

هغه دايرې، چې منځټکي يې يو په بل پرېوزي کونځنتري يا راټول او په غير له دې اکسځنتري يا ناراټولې بلل کيږي.



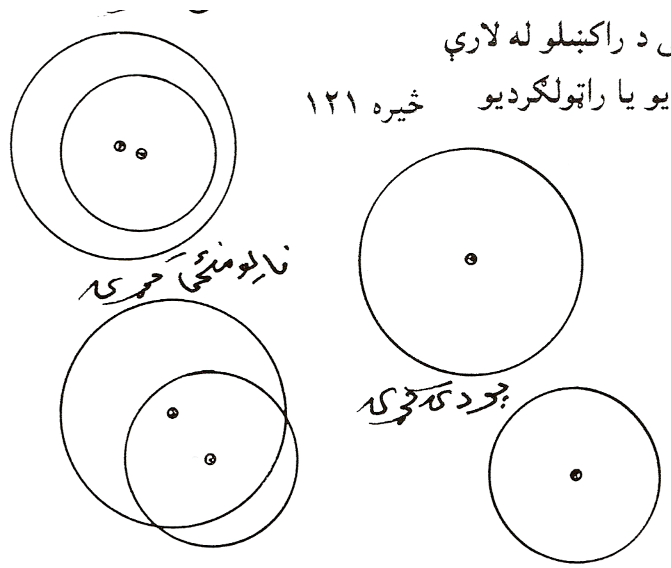
نا يومنځي دايرې يا کړی



يو منځي کړی يا دايرې

ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري يا راټول دايرو واړول شي.

وي کيدی شي چی د راکښلو له لارې
په کونځينتريګرديو يا راټولګرديو خيره ۱۲۱
بدلی شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه يا زياتي ګردۍ چې منځ ټکي يې يو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie يا راتولي او په غير له دي اکسڅينتري Exzentrieيا ناراتولي بلل کيږي . که يوه ګردۍ توله په بله کې پرته   وي کيدی شي چې د راکښلو له لاري په کونڅينتري ګرديو يا راتولګرديو بدلی شي.

که ګردۍ يوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوڅډيريو(يا ګډو پاتي يا باقي شميرنه له ستونځو   سره مخامخ کيږي .که ګردۍ يو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ يو دبل سره پردۍ   بلل کيږي۰ د دي ګرديو څيرې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي۰

څو پيژندونه يا تعريفونه:

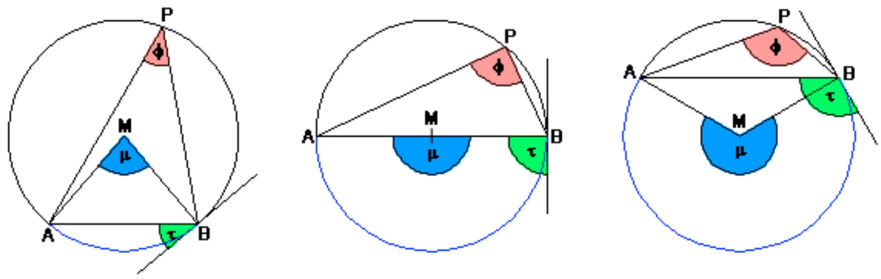
د ګردۍ هغه برخه ګرديوټه (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کيږي، که چيرې يوه دايره (ګردۍ) د يوې   کرښی له لاري يا کرښه باندې غوڅه شي . داسی يوه کرښه غوڅکرښه ياغوڅووني (سيکانت) Sekante بلل کيږي. غوڅکرښه ګردی په دوه ټوټو ويش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ څخه تيره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ويشي، چی دا بيا ګردۍ نيمووني بلل کيږ. هغه غوڅوني چې له منځ ټکي تيره شي، د ګردۍ نيمي يا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردۍ په يوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردی څخه دا کرښه دباندې تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردۍ د غوڅکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني   (Sehne) يا وتر بلل کيږي   .ټوټونی يا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چې غوڅی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاي کرښي يا ـلکه، چي ورسره بلد يو - کرښي دي .د يوه ګردۍ څخه د دوه ورانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوڅه شي دا برخه ګرديبرخه يا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج   او ليندي   (Bogen)   b سره. مخامخ څيره ده

په لاندې څيرو کې د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کين وښی لورته:

ګرديلينده Kreisbogen   د ګردۍ ټوټه ووني(ټوټووني)   Kreissehne   ، ګردۍ برخه   Kreissektor ،

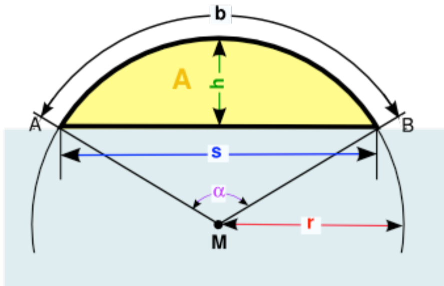
(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردۍ کې د کونجونو ډولونه:



1. Fall: μ < 180°   2. Fall: μ = 180°   3. Fall: μ > 180°

د ګردۍ توټه (د ځیرنې پوهیدوله پاره دالاندې ځیره پوره په پام کې ولرې)



ګردۍ توټه Kreissegment ,
د ګردۍ توټې لويې:

- **α = منځټکیکونج   Mittelpunktswinkel**
- **b = ګردۍلينده   Kreisbogen**
- **h = د توټې جګوالی   Segmenthöhe**

(c) ketabton.com: The Digital Library

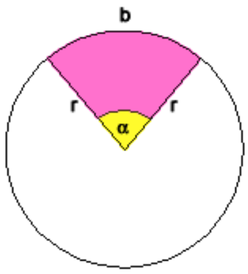
- Radius وړانګه= r
- Kreissehne (وتر) ټوټه ووني = s
- Segmentfläche ټوټي هواره = A
- Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M
- Verbindungترنه A-M-B = برابرپښیز دریګوډی

Formel zum Kreissegmentد ګردیټوټي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول Flächeninhalt
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne ټوټه ووني (وتر) د) وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د ټوټي جګوالی یا قطعي جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلیندي اوږدوالی Bogenlänge
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه کچ (Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	ګرديکڼ Kreiszahl

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګردی برخي یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهواره
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لیندی اوږدوالی یا د قوس--
r	وړانګه Radius
α	منځتکیکونج (په درجه کچ) (Gradmaß)Mittelpunktswinkel

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3,1415926536$	Kreiszahlکردیکڼ یا د داېري عدد

د یوي ګردۍ او کرښو پروتځایونه یوبل ته:

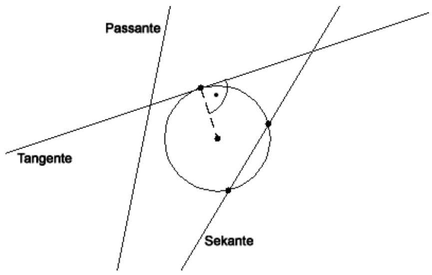
کرښه، چې ګردۍ غوڅوي، غوڅوني بلل کیږي.

کرښه، چې ګردۍ لمسوي یا د ګردۍ مماس دی، د ګردۍ لمسوني یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له ګردۍ تیریږي، له ګردۍ تیرېدونکي بلل کیږي.

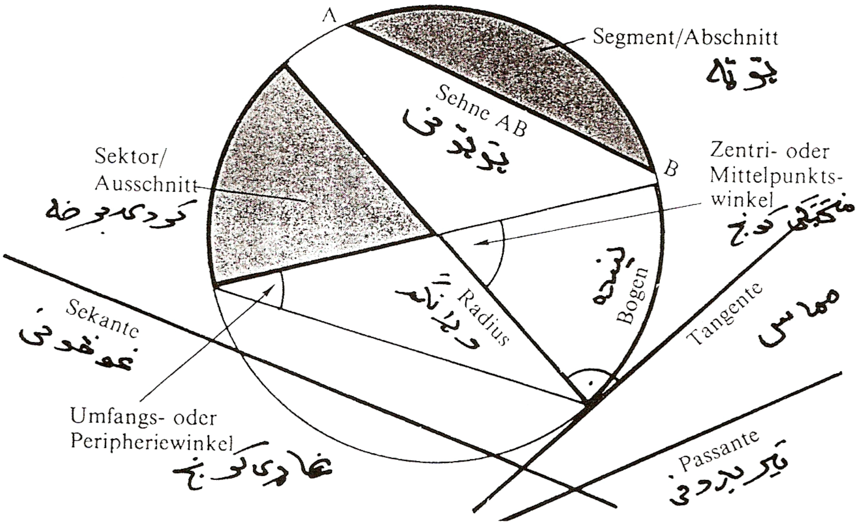
د کرښوپروتځایونه د ګردۍته:

په لاندې څیره کې د کرښو نمونه: تیریدوني **Passante** ، تانجنت **Tangente**، غوڅوونيSekante ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي.



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوي دي

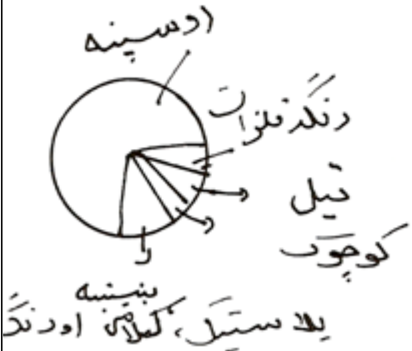
(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۱۲۲

پیلبیلګه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کې اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کې ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کې رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کې رسیږي، او تیل ۴ په سلو کې . یو ګردیدیاګرام وکاږی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

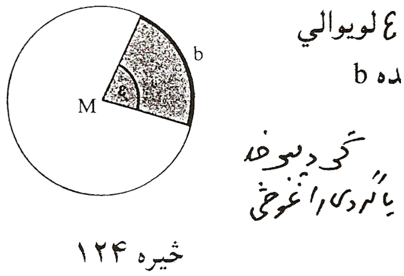
د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ (۱۰۰ په سلو کې) د جوړموادو برخه د ګردیبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° شیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي یا لاندې

د ګردی برخي خیره ځرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره يې په نخښه کوو لويوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لينده b تغير خوري او لاندې باوري دي:

$$\frac{F_{SK}}{F} = \frac{b}{U} = \frac{\varepsilon}{360^\circ}$$



د ډبل برابرون د دويمې برخي څخه باوري دي:

جمله : د ګردی برخي د ليندې اوږدوالی داسی دی:

$$b = \frac{n.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{2\pi r.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{\pi r\varepsilon}{180^\circ}$$

د لومړی برخي څخه د سيکتور يا ګرديبرخی لپاره باوري کيږي

جمله : د سيکتور يا د ګرديبرخی منځهواره په لاندې ډول ده :

$$F_{Sk} = \frac{F.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{\pi r^2.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{rb}{2}$$

اړيکي $F_{Sk} = \dfrac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk} = \dfrac{F.b}{n} = \dfrac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لندوني څخه منځ ته راغلي

بيلګه: د خام موادو برخي (بيلګه مځ) هواره خومره لويه ده، که د ګردی دياګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستيك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F$ ربړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تيل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

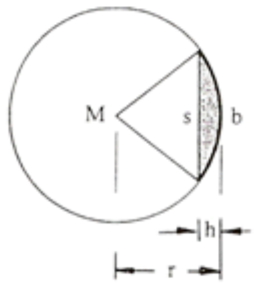
د ټولو ټولګه يا د ټولو زياتون بايد د ګردۍ هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارۍ ددې فرمول سره نور د برخهوارۍ شميرلو لپاره هم کوم جنجال يا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بيا د برخهوارۍ او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښيز دريکوډي کمون دی.

شېره ۱۲۵

ګردۍ ټوټه



د دريکوډي هوارۍ لپاره باور لري:

$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2. \sin \varepsilon$

(تريګونومتري دی وکتل شي ....) او

ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګرديټوټی يا سګمنت هوارۍ په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon/180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه يا عمل کی د ټوټه هوارۍ لپاره ګټور نژدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه: مدیر کړاو له څان څخه پوښتي چی ایا د گردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی گردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د گردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دگردیتوبي جگولی h د پیتاگوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندې لاس ته راځي:

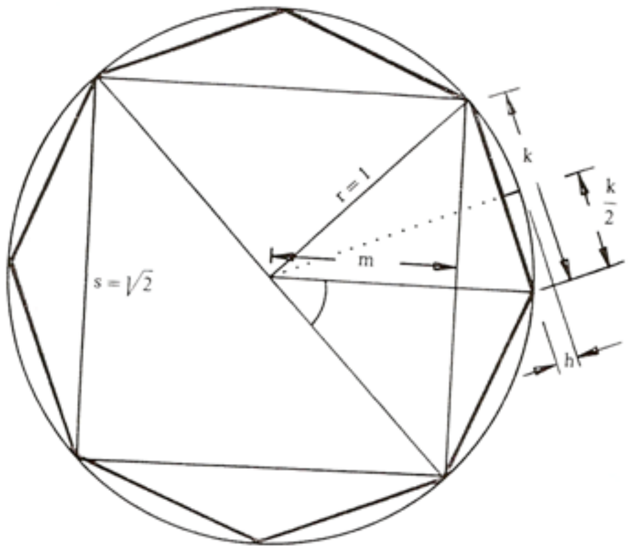
$s = \sqrt{2} . 1 = 1,414 \text{ m} ; \ m = \sqrt{a-(1,414 : 2)^2} = s / 2 = 0,707 \text{ m}$

$k = \sqrt{(1 - 0,707)^2 + 0,707^2} = 0,756 \text{ m}$

$h = 1 - \sqrt{1 - (0,765 : 2)^2} = 0,076 \text{ m}$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0,393$ m دی. او له دې سره

$F_{\text{ټوټه}} = 0,5.[0,393.1 - 1,414(1-0,076)] = 0,039 \text{ m}^2$



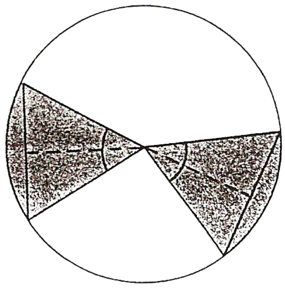
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د بنيښې ميز جوړېږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.ميز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګرديهواره د وړانګي $r = 95\ cm$ سره. د کيناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيرې اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

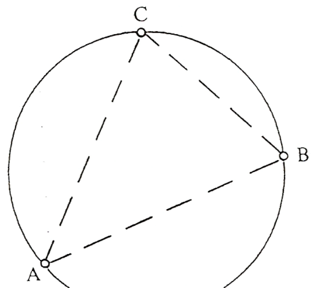
د مساوي ټوټوونو جمله



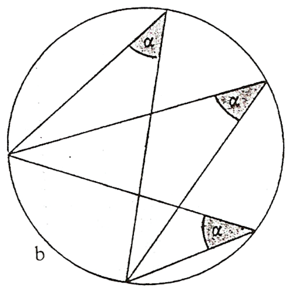
خيره ۱۳۱

مساي اوږدې ګرديټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلې لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګرديلينده، او مساوي ګرديټوټې او مساوي ګرديبرخې لري .

د چاپيرګردۍ جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره يوه ګردۍ موجود ده چې د دريواړو ټکو څخه تيرېږي:
دا د دريکونجي ABC چاپيرګردۍ بلل کيږي
خيره

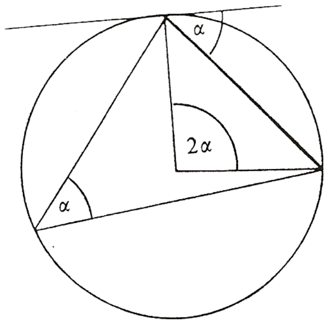


د پريفري – يا ژيکونج جمله

خيره ۱۳۳

په همغه لينده باندې ټول پريفري – ژۍ کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

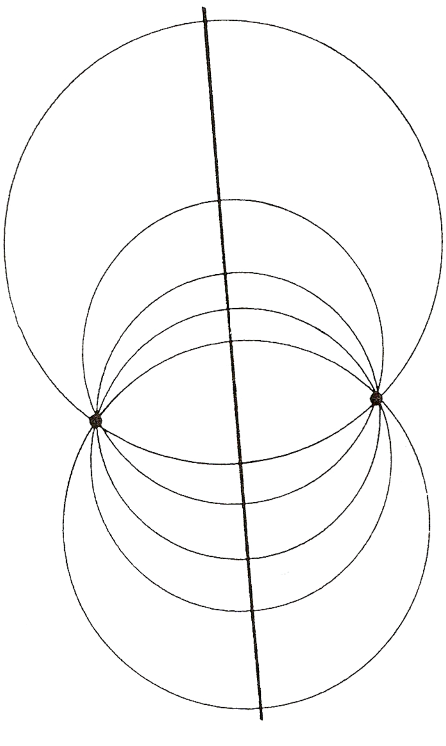


د منځټکیکونج او پریفریکونج یا ژېکونج جمله:

یو منځټکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

ځیره ۱۳۴

د منځټکي کونج او د
تانجنت-ټوټوني- کونج جمله:



د منځټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت-ټوټوني کونج.

دګردیوجمله چی په دوه ټکو کی
سره پریکوي

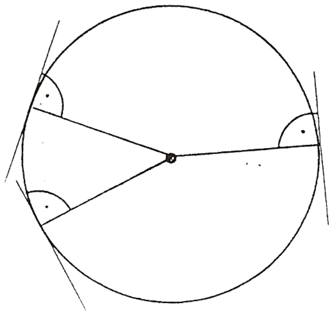
د ټولو ګردیو منځټکی چی یو بل په
دوه ټکو A او B کی غوڅوي یو
ناپایکرښه باندې چی ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وایي پراته دي.

ځیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

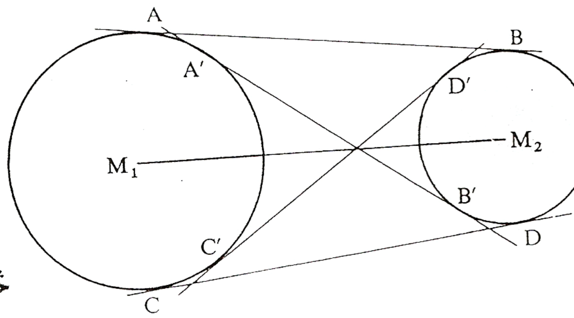


څیره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي. که چیرې دوه ګردي ګډ دننني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅټوټې همغه اوږدوالی لري.

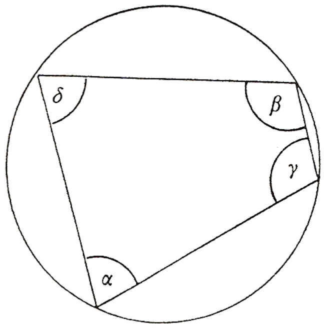
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول (<=>) $|A'B'| = |C'D'|$



څیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

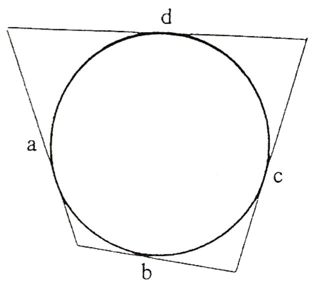


خيره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

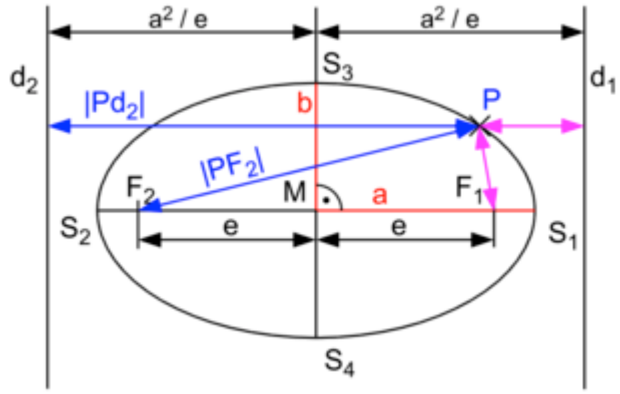
(c) ketabton.com: The Digital Library

٢ – ایـلـیـپـسی (بـیـضوي یــا هـکـۍ) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیـلـبـیـلـکـه :

د کړاو میز جوړښت بـانـدې موړ پـه اتـه کـونـجي اوبـی یـا حل کی تـم کـړی وو. دا چی پـه دي ډول یـو میز سره تـل د زخـمي کـیـدو خطر موجود دی‌پـوښـتـنـه رامـنـځ تـه کـیـږي چی : داسی یـو را ګـردشوی شـکـلـی شکل ، چی ګـردی نـه وي او مـنـظـم غوښ وي، شـتـه، چی د کړاو اړتـیـا پـوره کـړي؟ پـه ریـښـتـونـی ، داسی یـو اوبـی یـا حل مـوجـود دی، لـکـه چی لانـدي ښیـره ښـایـي، چی هر د غـاړې ټـکـی دوه ټـکـو واټـنـونـو تـه یـو ثـابـت واټـن لـري



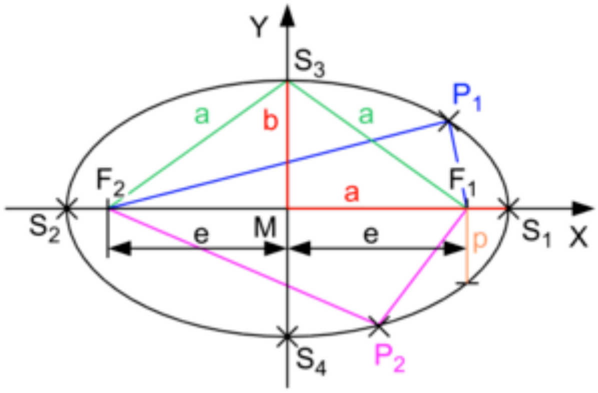
پـیـژنـد یـا تـعـریـف:

د ټـولـو مـغـوټـکـو **P** ډیـري تـه چی لـه دوه ځاي پـه ځاي ټـکـو **F1** او **F2**سوزېـدټـکـی یـا بـهـتـره سوزونـټـکـو) څخه ثـابـتـه یـا هـمـغـه (واټن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومـیـږي

لانـدي واټـنـونـو یـا فـاصلـو تـه سوزونـوړانـګـی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ایلیپسی منځ ټکی وای، eته د سوزونواتن یا فاصله یا لاینی ایکسځنتریځیتایت (lineare Exzentrizität) یا لاینی ناراتوله وایي. ددې لویو لپاره لاندې اړیکي باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کې a او b د ایلیپسی لوي او ووړ نیممحورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په اخر کی وټاکل شي، دII پیوتاګوراس له جملې لاس ته راځي که د Pټکی د b نیممحور په اخر پروت وي. دواړه ناپایکرښې چې د سوزونټکي تیریږي او په دي په O کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محورونه جوړوي. د خوښې په ټکی P کې هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي.

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

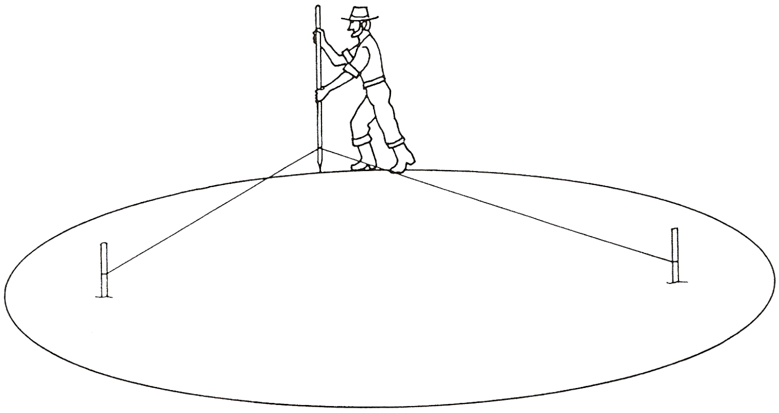
دا ځیره دي کران لوستونکي د تمرین په توګه وباسي٠ د یوې رسۍ، چې په 2a اوږده وي، په داوړو سرونو کې موږي وتړی او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موږي یا لرګي په مرسته دا پړی راکش کړی یا راکاږی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چې پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونـو ټـکي چی مـوږي پـرې وهل شوي سوزونـټکي دي. څـيره پـه هر کـواوردیـنـات سيسم او یـا پـه یـوه مـیلي مـتر کـاغذد کونـځیـنـتري یـا راټـولـو ګرديـو پـه مرستـه بـل جوړښت امکان پـیـدا کيږي، چی سرى د یـوه ټـکي دوه ګردى د a او b وړانـګي ووهي او هره د خوښي وړانـګه د ننـنی ګردی پـه Pb او دبـانـدنـی ګردی پـه Pa کی غوڅوي. کـه د Pb څخه یـوه پـرتـه کرښه وويـستل شي او د همغه تـر Pa دوام، نـو هرڅيرتـه يـو د ایـلـیپسی یـا هګی یـا بـیضوي ټـکی لاس تـه راځي. د ایـلـیپسی هر ټـکی داسی پـیـدا کيدی شي .پـیـژنـدل کیږي چی هر 2 b تـه غبرګ ټـوټـونـی

د $k = a/b$ فـاکـتـور سره لـنـډ شوی دی. لـه دې سره د هواری دننـه هم تـغیـر خوري ددې فـاکـتـور k پـه انـدازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



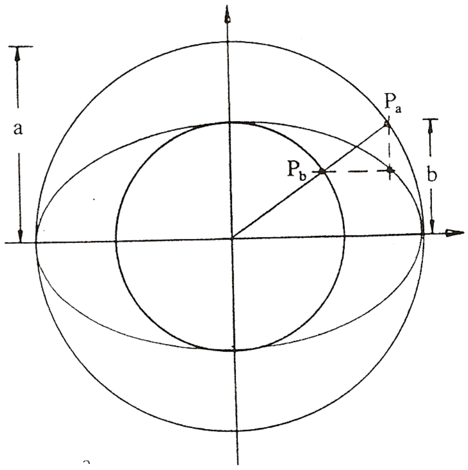
څیره ۱۴۱

او لـه دې چی $r = a$ او $k.r = b$) د r لـتـه د r ګردی » لـویـه نیمه اکسی (محور) ده

جمـلـه : د ایـلـیپسی هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



ځیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي ځیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوښ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi .1.0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیڅیرې ته نږدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیڅیره د میز لپاره مساعد اوبې یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کې د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یې هغه ونه لري چې وړانګه یې ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور–څوکه)، څوکه یې په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کې څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نږدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یې څومره دی ؟

۴ – په خیال کې دې ولرو، چې له اکواتور یا قطب څخه یو پړی غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چې د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځای کې د ځمکې څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چې سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلې) پاکي وځایوولی شي یا ځای کړای شي؟

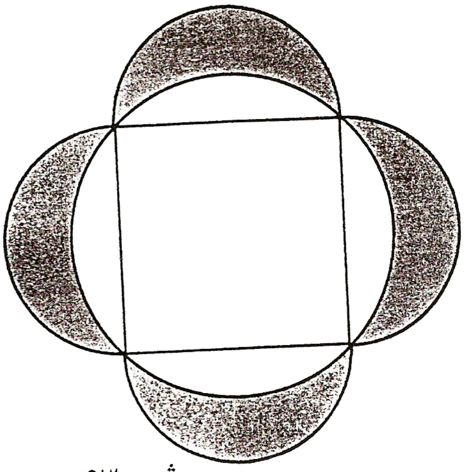
۵ – د غوڅهواره به یې د ځمکې سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجې په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

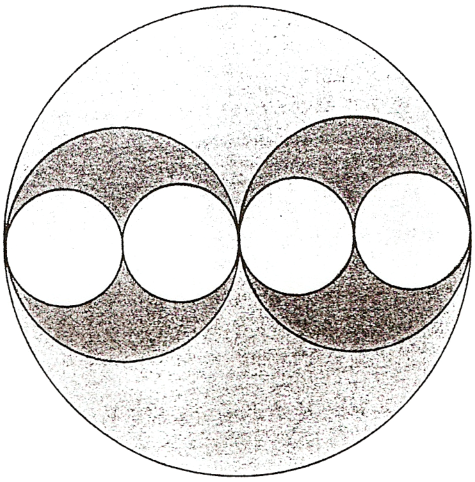
۷ - د ګردی چاپیری څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟



ځیره ۱۴۳

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (ځیره ۱۴۳).

۹ - د ځیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لویي ګردی په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښايي چی د څلورواړو ګردیو چاپیری د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردی چاپیری.



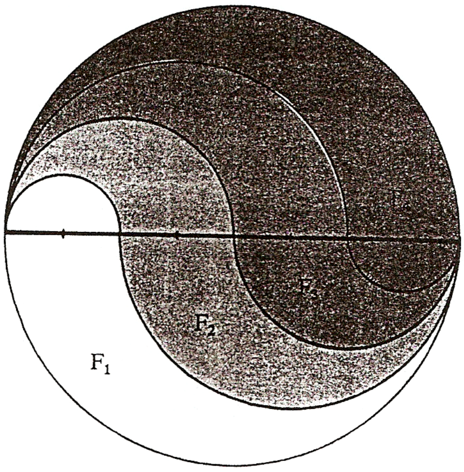
ځیره۱۴۴

۱۰ - د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردی راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګرديو منځ ټکی د مساوي وړانګي $r = 7{,}2\ cm$ سره، يو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګرديو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په يوه ګردی ، چی وړانګه يی $r = 10\ cm$ ده، که يوه ګرديکړی کيښنول شي، چی هواره يی دومره لويه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



خيره ۱۴۵

۱۳ – د يوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په خيره ۱۴۵ کي چی ورکړ شوي، وښايي، چی وړانګه يي $r = 4\ cm$ وي. وښايي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (خيره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښايي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) يوه مربع، چی داړخ اوږدوالی يی ۵ سانتي متره وي.

ب) يوه روتی چی نيمي يی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

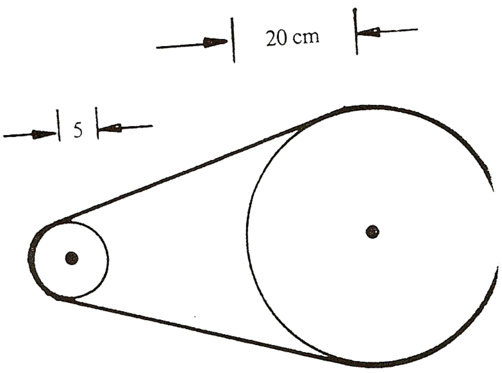
پ) يو مساوي اړخيز دريکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د يوه پنډ پينسيل سره يوه ګردی وهل کيږي، چی دننی وړانګه يی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل يو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ريښتينی يوه ګرديکړی ده. د دې ګرديکړی هواره وشميری.

۱۶ – يوه ساتليت يا جوړه، يعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په يوه ګردی راڅرخي، چی سرعت يی په سانيه کی ۸ کيلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته
ضرورت لري. وښايي چې دا
ساتليت يا جوړه سپوږمۍ يا
مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې
څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څيره ۱۴۶

۱۷ – د يوه څرخونکړي يا بهتره څرخونېتي په مرسته کيدی شي څرخونحرکت يا څرخونخوزون د يوې څپې په بلې څپې راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کې يوه دقيقه يعنی ډيره تېك اره په برېښنا ماشين چلول کيږي يا په حرکت راوړل کيږي. د اړې خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخی يا ګاډيل (r = 20 cm) په ثانيه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپيرې او هواره اليپسی يا بيضوي يا هګيڅيره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

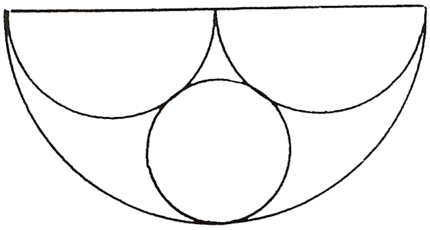
c) r_1 = 4 cm , r_2 = 3 cm , w(r_1,r_2) = 90°

۱۹ – وښايي: په يو په بل پرتو اليپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ايلپس بيضوي همدومره لويه ده، لکه په دې دپاسه ايليپسي يا هګيڅيرې غاړه.

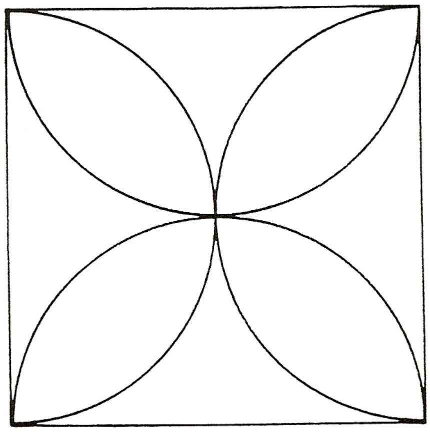
۲۰ – ځمکه په يوه کال د لمر څخه نزدې د يوې ګردی په څير راڅرخي. ددې چاپيرې وړانګه نزدې ۱۵۰ ميليونه کيلومتره ده.
الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟
پ) په ورځ کی ځمکه نزدې ځومره واټن تی کوي ؟
ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښايي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.
۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟



شیره ۱۴۷



۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف– منځتېکي کونج

ب – د ګردیبرخي هواره.

۲۳ – کوم منځتېکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیتېوېونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمی. ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښیزو (لاینی) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کرښیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبې اړیکې یا تناسب ټولګې یا ا ړیکې د کرښی په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکې سټ(ډېری) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېری یوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکې یوه کرښه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبايل يا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د مياشتې € 20 ورکوی او د دقيقې د تلفون قيمت يې € 0,2 دی. پوښتنې.

الف: څومره بايد غورځنګ تاديه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په يوه ارزښتجدول کې انځور کړی.

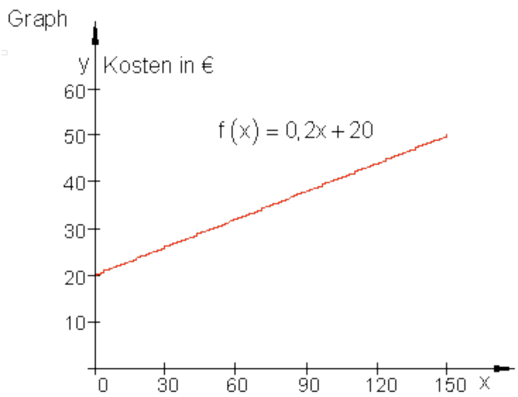
ب : په يوه مناسب وضعيه قيمت سيستم کې يې ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشميرنې لپاره يې د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعې ثابت   (€ 20) او (0,2 x) وارياېلې يا متحولې برخې څخه منځ ته راځي، چيرته چې x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

اوبې يا حل و ب ته: ګراف، y   قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده   y = f(x) په €   د ټولې مياشتې د ټول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندې شميرنه کې يوونونه(واحدونه) دقيقې او€ يورو نه ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسې مخ ته ځو:

بنسټ پیسې باید تادیه شي د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0\ \min: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \min: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \min: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x\ \min: y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرى یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت   € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره   روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکې برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغیر ارزښت زیاتیز یا مثبت یا کمیز یا منفي ډی(مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کرښیز برابرون یا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ یا $y = m \cdot x + n$

دا چې کرښیز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګیو موضوع ده، نو انځوریز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعریف :

n -مه درجه ټول راشنل- یا نسبتي توابع:

یوه تابع f(x) د $: f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ سره n -مه درجه

ټول راشنل یا ټول نسبتي تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه (ځلوه ووني) بلل کيږي.

دا چې دواړه اخرني زیاتووني یا د جمعي برخي $a_1x + a_0$ په کرښیز و مساواتو اړه لري، تعریف ترې لاس ته راځي:

تعریف یا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

یوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت یا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې x $= x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضریب a_1 د m او a_0 دb یا n لپاره لیکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ې يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزې تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرى: د کرښيزې تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

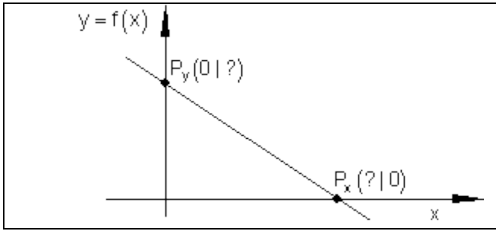
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت   لپاره ارزښتجدول وليکى او د ګراف رسم يي وکاږى.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د   تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکى.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - .د محور غوښتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوښتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه   لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدى شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدى شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او یا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي یا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- یا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت $x = 0$ لري.

د لاینیزو (کرښیزو) توابعو عمومي مساوات یا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرایط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - یا سره ټاکلی.

بیلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دي لاس ته راځي چی : P_y کواوردینات (0,-3) لري. د دې لپاره لیکو: $P_y(0,-3)$

په یاد ولری: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښیزو توابعو لپاره کیدی شي مستقیماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور یا پراه محور سره غوڅتکی یا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محوروونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

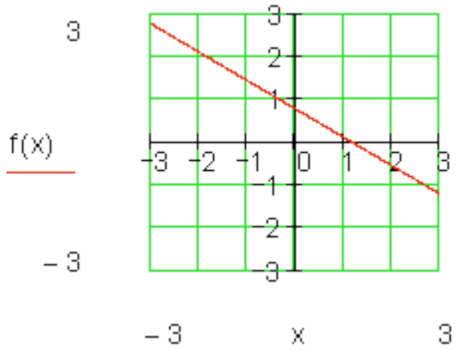
$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

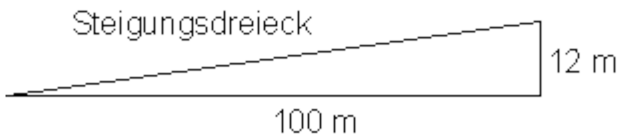
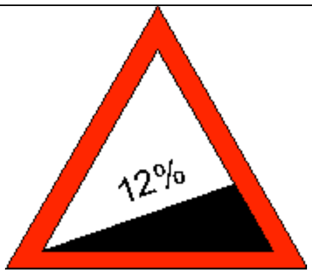
د محوروونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کېښول کیږي یا نسبیږي یا غزېږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

د سرکتخته باندې ،، %12جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدنې درېګوډی  	

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

پیژند(تعریف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

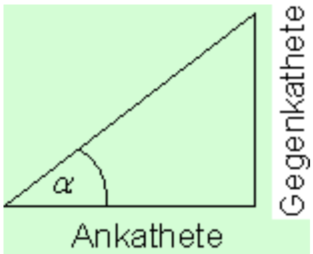
(c) ketabton.com: The Digital Library

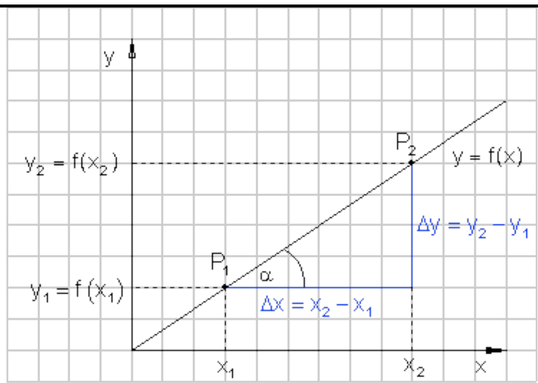
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α ا د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 ښخه تیریږي.

د کرښي جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدني مثلث ښخه د کرښې جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه كواوردیناتسیستمم كې د كربښي جګوالی د یوه په خوښه قايمالزاويه مثلث (ولاړکوډيز دربګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ   تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse يي د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضريب د كربښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي   دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د كربښمساواتو   ضريب a_1 په ګوته كوي..

$$f(x) = a_1x + a_0$$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د يوه كربښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټكو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضريب a_1 لخوا ټاكل كيږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

كه د یوې كربښي دوه ټكي د كواوررديناتي له لارې وركړ شوي وي، نو كيدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

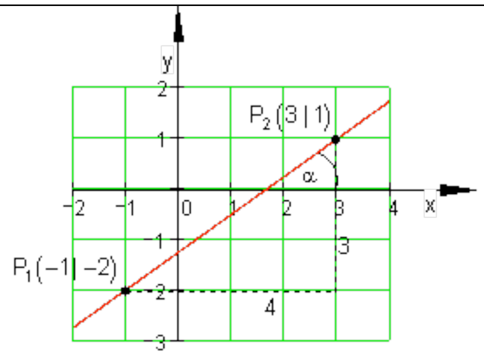
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميرى

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوې کرښي ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

٣.٣- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده.   د يوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لاري لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

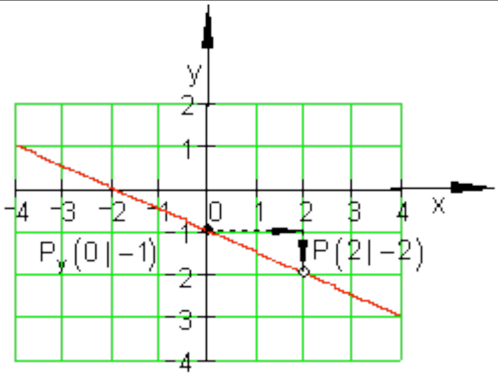
(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي يا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردينات سيستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده يا يونونه ښي لورته ځو او يو واحد يا يوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښې له يوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکي ته راشو، کيدی شي دا لاندې لنډه بڼه په ياد کې ونيسو:

په ياد ولرئ: د مخرج واحدونه يا يوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه يا يوونونه د مختښې په واک يا تابعيت کې پورته يا کښته لور ته.

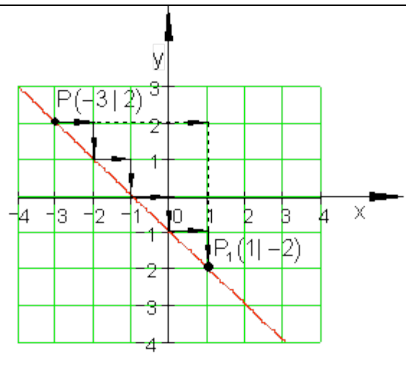
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کيدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو ټول(تام) ګڼ يا عدد هم وي، دويم ټکی په دې ډول ټاکل کيدی شي، ځکه چې هر ګڼ يا عدد کيدی شي په کسر بدل شي.

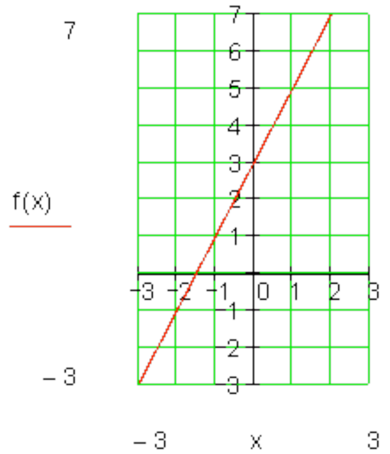
بيلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی يې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چې يوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

	له P څخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتیجې ته بیایي.
	بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ $a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کرښه دواړولورو ته غزوو.

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ تم - $f(x)=-\frac{3}{4}x-1$

نهم - $f(x)=-3x+\frac{5}{10}$ لسم - $f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

۳.۴- کلیمې او د انځورولو ډولونه یې

د f(x)تابع گراف لیدشکل K_f هم بلل کیږي.

په ولاړکونجیز - یا قایم االزاویه کواوردینات کې هر ټکی P یوx او y کواوردینات P (x | y) لري.

د x کواوردینات د f(x) تابع مستقله یا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردینات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زیات وخت د دې لپاره لیکدود y = f(x) استعمالول کیږي.

د کرښیزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې لیکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کیږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل لیکندود دی، کوم سره چې $m=a_1 \quad \wedge \quad b=a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښیز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کیدل:

د کرښیز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

بیلګه:
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوی بڼه راوړو:

y= $f(x)=a_1x+a_0$ یا $y = f(x) = mx + b$

تمرینونه۳:

K_fد f کرښیزي تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$. سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.
الف – ایا ټکی $P(2,5\,|\,1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4\,|\,0)$. تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

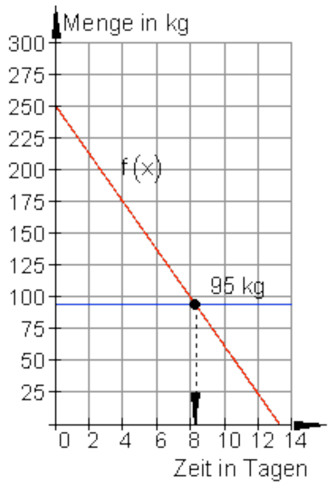
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کي 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کي يي ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کي د95 kg پاتي غوړيو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چي په ورځو يي ښایو. بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېری) په کیلوګرام غوړيو لپاره ده. پيل ارزښت 250 kg دی. د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده. دا چي کرښيزې اړيکي شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1 x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي $f(x) = -19x + 250$	ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام  وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمايش ورکولو سره لاندي باور لري:

$$f(x)=95 \Leftrightarrow -19x+250=95\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=-95\,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x=155\,|:19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{155}{19}\approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوڅتکی دې وټاکل شي:

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow -19x+250=0\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=0\,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x=250\,|:19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{250}{19}\approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول ګنيز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يي وکاړئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3{,}75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2{,}25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

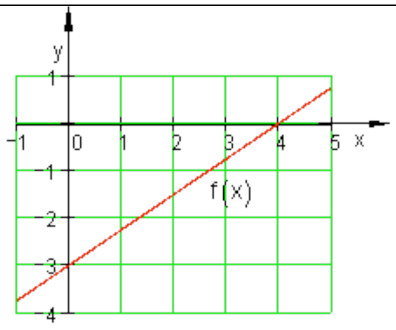
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0{,}75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W=\{y \mid -3{,}75\le y\le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کي د ايښوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

حل :

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع يا

غوڅټکی:

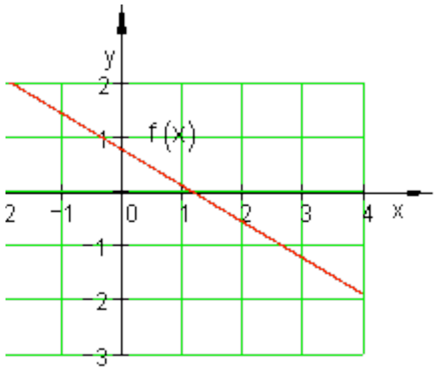
$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅټکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,\Big|-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$$



ازمايينت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

د K_f کربنيزي تابع ليدعکس دی د $f(x)=1{,}5x-2;\ x\in\mathbb{R}$. سره .

د يوي f تابع د کربنيز ليدڅېره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5|1,75)$؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g د K_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازمايښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4):\quad f(x_A) = 1,5\cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow\quad 1,5\cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow\quad 1,5\cdot x_A = 6 \,|\, :1,5$

$\Leftrightarrow\quad x_A = 4$

$B(-2|y_B):\quad f(-2) = 1,5\cdot(-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5\cdot(-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و2- g(x) =(3/2)x ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات| .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او f (-1) په ګوته کړی

ب = ایا $P\left(\sqrt{7}\,|-1,54\right)$؛ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

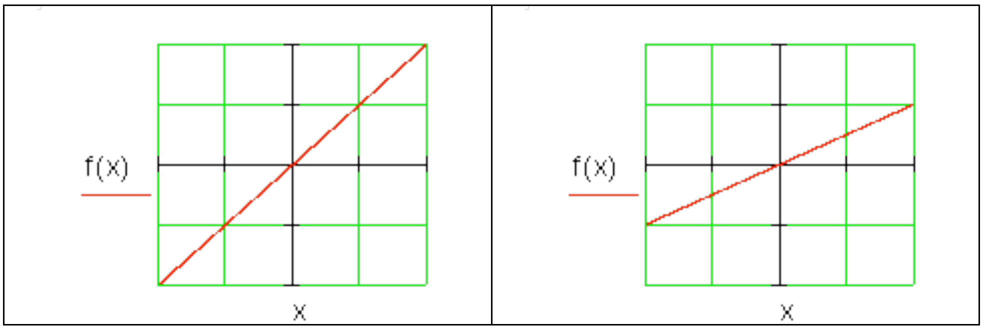
ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.
د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.

اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

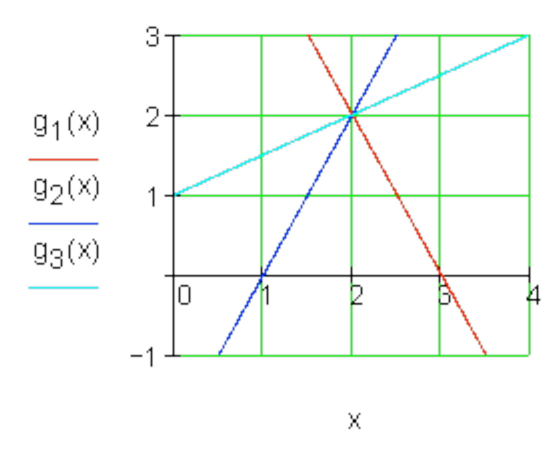
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتنې

کربنيز مساوات يا - برابرونونه II

لومړی –



د لاندي برابرون له لاري كربنه g وركړ شوي

g(x) = 2x + 8,2

د څنګ څيري كربنه وټاكی، چي د g(x) سره غبرګه له ټكي(2 | 2)P تيريږي. د دي كرښي تابع مساوات وټاكی او خپله ټاكنه په دليل ودانه کړی.

دويم –

ټکی (3- ;P(4,5 په کربنه چي صفر(سرچينه ييزه کربنه) پروت دی.

ټکی ((P(3;f(3 هم په دي کربنه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

تکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکئ.

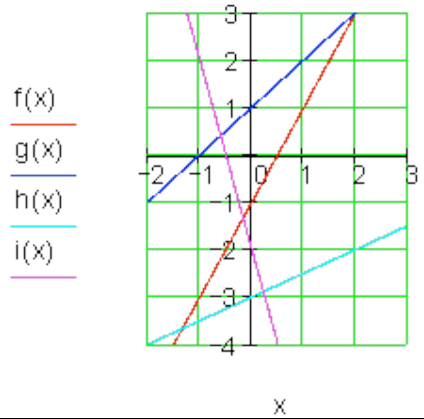
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچيني او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکئ او f(0,25) او $f(\sqrt{2})$ وشميرئ.

شپږم- له څنګ خيرې څخه د تابع ترم وټاکئ. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايئ.	

۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

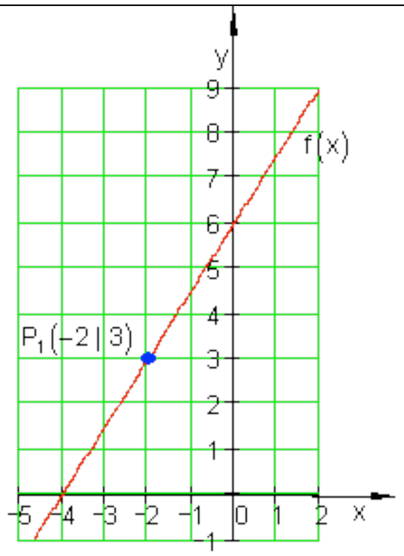
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي ځخه تيرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بيلګه:

يوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پيدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1{,}5$ تکی $P_1(-2 \mid 3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1{,}5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشميرل شي.

د $P_1(-2 \mid 3)$ لپاره ازمايښت

$$
\begin{aligned}
f(-2) = 3 \;&\Leftrightarrow\; 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 = 3 \\
&\Leftrightarrow\; -3 + a_0 = 3 \mid +3 \\
&\Leftrightarrow\; a_0 = 6
\end{aligned}
$$

د تابع مساوات $f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$

ازمايښت:

$$P_1(-2 \mid 3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$

$$f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځي 7,5 kg خوراک شته. دولس روځي، وروسته له هغي چي زيرمه له غذايي موادو ډکه شوي وه، هلته نور 250 kg پاتي دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چي دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځي د مخه ډکه شوي وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوگرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12|250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | + 90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځي د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنگه په لومړي حالت کي چي د يوې کرښي جگوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسي حالت کي شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربښوده وي.

يوه کرښه دa_1 جگوالي سره د$P_1(x_1 | y_1)$ ټکي څخه تيريږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1|y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 | -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جگوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ په $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځای کړی

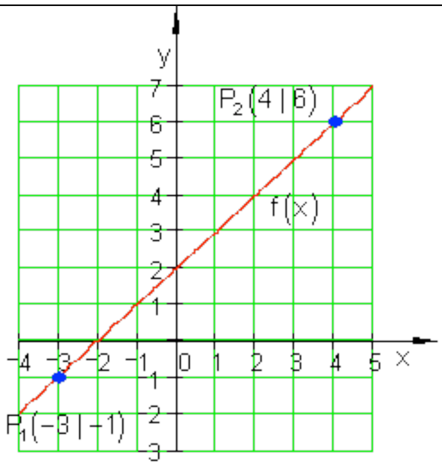
$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.



$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګیدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازماینت لپاره بی پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چي

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمایښت د $P_2(4\,|\,6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4\,|\,6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1\cdot 4 + a_0 = 6\,|\,-4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابری دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

ځګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0\,|\,32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5}\cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په $C°$ کې کیږدی نتیجه یې   ده.

د بیلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5}\cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی:
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$$

$$P_1(x_x | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$
$$, = y_1 | - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$
چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:
$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1);P_2(-3|2)$ په $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

۳.۸-تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوځټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \,\middle|\, 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه:

$f(x) = a_0 \,;\, a_0 \in \mathbb{R}$

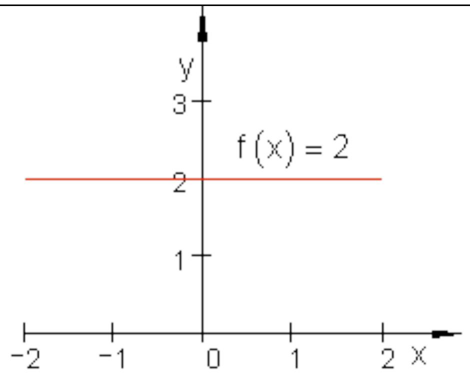
يو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کيږي.

x- محور هم يوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات f(x) = 0 سره.

د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.

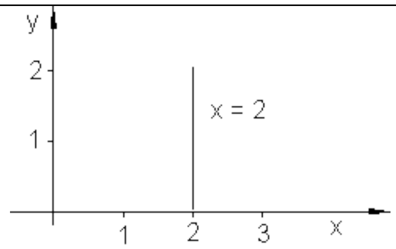


د y- محور سره غبرګه. $x = a \,;\, a \in \mathbb{R}$

کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د يوه تابع مساوات سره نه شي ليکل کيدی، ځکه چې يواځنی تنظيم نه شته يعني تابع نه ده. د x = 0 د

y- محور مساوات دي.



بيلګه:

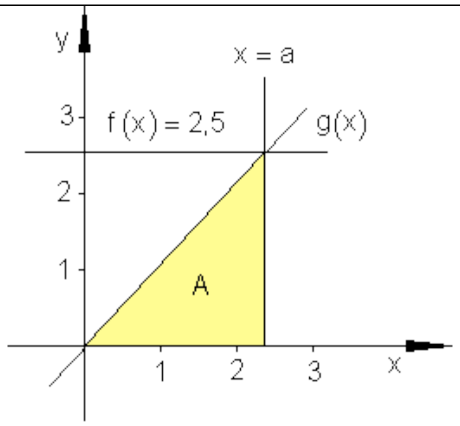
يو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د 0 < a سره.

يوه سرچينييزه کرښه g د(P(a | f(x تکي څخه تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کرښې سره یو مثلث جوړوي.

a داسې وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د g = a او
h=f(x) = 2,5 سره
د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$
$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 | \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$
(ځکه چې د سرچینې $g(x) = a_1 x$ ($a_0 = 0$ کربنه
د جګېدو له مثلث څخه
$a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$
د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$
</td>
</tr>
</table>

تمرین: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه پرته ده، نو ټکي P_1 اوP_2 په يوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښيزه بنه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمايښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|- \frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. $^0F \text{ in } ^0C \text{ gilt: } f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندي کرښيزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ يا – ډېرى W و ټاکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3;\ D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x)=3x-6;\ D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3\ |\ 4);\ P_2(7\ |\ -1);\ D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8\ |\ 1);\ P_2(2\ |\ -3);\ D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4\ |\ 3);\ P_2(-7\ |\ -1);\ D=\{x|-7\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4\ |\ -4);\ P_2(4\ |\ 2);\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9=x-5$ ب - $25=x+8$ پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ - $88=4x-16$ ث - $a+bx=3b+a$ ج - $8-(x+5)=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

ځ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

څ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د یوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدنې ضریب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری $W.$

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{array}{ll} I & 5y-3x=1 \\ II & x=y+1 \end{array}$ ب - $\begin{array}{ll} I & 4x+5y=32 \\ II & y=5x-11 \end{array}$ پ - $\begin{array}{ll} I & 15y-4x=-50 \\ II & x=y+7 \end{array}$

ت - $\begin{array}{ll} I & 3x=y+15 \\ II & 2y-10=2x \end{array}$ ټ - $\begin{array}{ll} I & 2y=2x-40 \\ II & 3x=10-2y \end{array}$ ث - $\begin{array}{ll} I & x+y=a+b \\ II & x-y=a-b \end{array}$

پوښتې

کرښیز توابع **XI**

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې د تابع$f_2(x)$ سره غوڅېږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کي .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4; D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردينات محوررونو سره.

ت-په D کي د دواړو توابعو ګراف.

دريم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودينات د محوررونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم –

د يوه درېكوډي يا مثلث ټكي P_1, P_2 او P_3 وركړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاكئ. ښخوا له دې يو پلان نقشه ترتيب كړئ.

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

الف-
$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

ب -
$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

كرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمې كرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټكي P_2 تيريږي ، په ټكي S كې ولاړكونجيزه غوځيږي.

وټاكئ:

الف - د $f_2(x)$ جګوالى m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو كرښو غوځټكى S .

ت - د دواړ كرښو محورغوځټكي.

ټ - د دواړو كرښو ګراف په D كې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښیزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$
له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1 ; [BC] = f_2 ; [AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې گراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$
د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 | 5)$ کې غوځوي.

د$h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\ f_2(x) = -4x - 2\,;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د$f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 | 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\,f_2(x)=-4x-2\,;\,D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

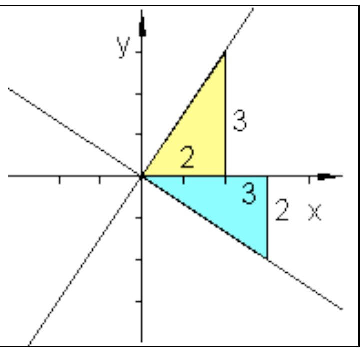
ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\,f_2(x)=3x-6\,;\,D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\,f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\,D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\,f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\,D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - يو بل سره عمود يا ولاړې ځغليدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کيدونکو (غوڅيدونکو) کرښو جګوالي پيدا کول موخه وی، نو ګومان کيږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړيکې شته.

Vorübung: له مخه تمرين: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعيه قيمتسيستم کې وکاږئ. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته يو عمود کواودينات په سرچينه وباسئ او جګوالی يې ولولئ يا په ګوته کړئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

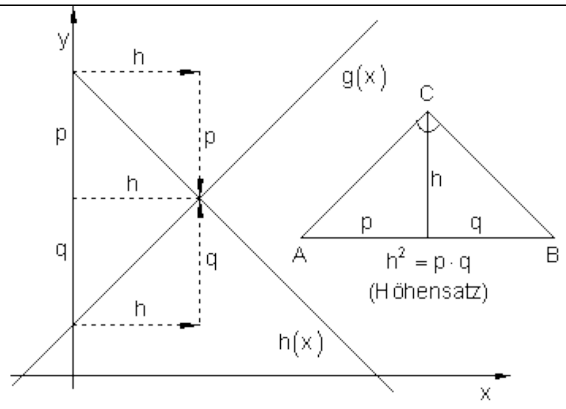
دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

کرښې یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي: $a_{1g}=\frac{q}{h}$ او $a_{1h}=-\frac{p}{h}$ $a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot(-\frac{p}{h})=-\frac{q\cdot p}{h^2}$ (1) د جګجملې له مخې دی $h^2 = p.q$ په (1)کې کیږدی $a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$ $\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$	 (Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کربښي g او h غوځښتکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چي د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. د لاندي الماني پښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g} = \frac{1}{2}$ wegen $g(x) \perp h(x)$ folgt $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ und $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښي تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کربښوg او h غوځښتکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کي چي د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

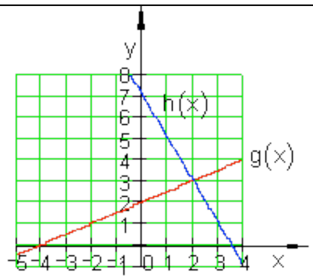
له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h} = -2$

$g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او und $h(x) = -2x + a_{0h}$

$$S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوځتکې (د قطعه کيدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوځيدو) ټکی و ښايي او کرښي په يوه افقی-عمودي سيستم کي وښاياست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دويم - $g_1(x)=2x-1 \qquad g_2(x)=-2x+1$

دريم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

يا دا لاندې
د دوه کرښو غوځتکې‌د دوه کرښو د $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوځتکی وشميرئ او کرښي په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کي وکاږئ(رسم کړئ)

لومړئ: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوڅتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډیره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x)=k\cdot x+K_f$ f که د توکو لګښت اوفیکس یا تل لرلي مصارف ثابت وي.

يادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يي قيمت k ټول قيمت دی د داني په سر(دا اووښتوني يا متحول دانه قيمتونه هم بلل کيږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهKf هغه قیمتونه دي، چې که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پيژند (تعريف):

د لاس ته راغلو پيسو تابع (E(x په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پيسي(E(x= قیمتP . ډېرېx يعني E(x) = P.x

پام (يادونه) :.

هغه په نرخ يا قيمت p خرڅه شوې ډېرې يا سټ د لاس ته راوړني ډېرې هم بلل کيږي.

تعريف:

د ګټې تابع (G(x لپاره باور لري:

ګټه: $G(x)=E(x)-K(x)$

پام (يادونه) :ړکه د(G(x نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که(G(x زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښت(K(x همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه(E(x .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپځیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع: E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېری فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

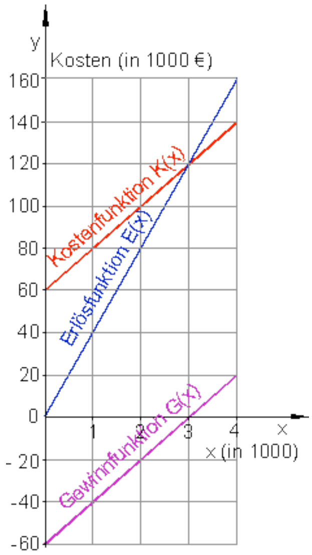
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرى يا – سټ کې د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله کيدى شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف   د غوځتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړاى شي. د غوځتکی x کواوردينات د ګټې شولې يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دې ځاى کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه   په يوه فابريکه کې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميلينونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدى شي1000 000 Cd- Rohlingeپه   10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کې سره راټول کړو، چيرته چې د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. يعني 000 100 داني يو يوون يا واحد دی. همداسي لګښتونه د پيسو واحدونو(-يوونونو) ته سره راټوليږي، د بيلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پيسو واحدونو(يوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(يوون) لپاره سړی په ټاکلې پيسو واحد (يوون) پورې مربوط نه دی

بيلګه:

د يوه ټاکلی توليد لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټې په پولې Break-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول توليد: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد يا ډېری يوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پيسو يوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښيزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښيزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1 ; f(2a) = -1$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښایی، چې له $P_1(\sqrt{k}\,|\,k)$ او $P_2(1|\,1)$ تیرېږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k} + 1$ لري او دy محور په $P_y(0\,|-\sqrt{k})$ کې غوڅوي.

دریم –

وښايي: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کرښه چې له $P(2,5\,|\,0)$ تېرېږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0.5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

$h(0) = f(0)$ او $h(-2) = f(-2)$. h(x) و ټاکئ.

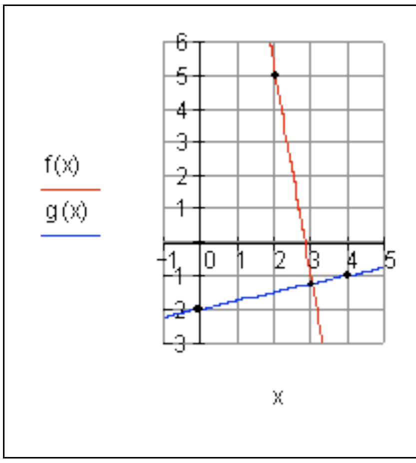
شپږم –

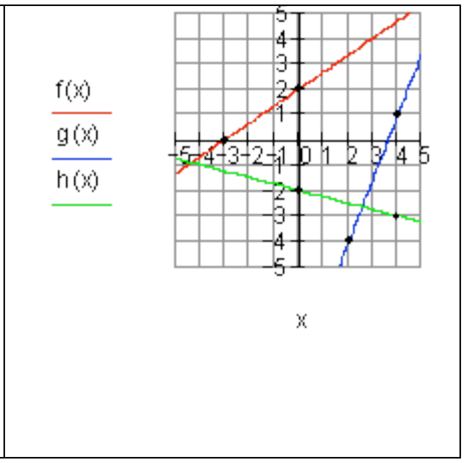
لاندې څېرې د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکئ.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library





اوم –

د دواړو کرښو غوڅتکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f: 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f: x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمايئ چې ايا کرښې g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دويم –

د دوه کرښيزو توابعو f(x) او g(x). ارزښت جدول ورکړې شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

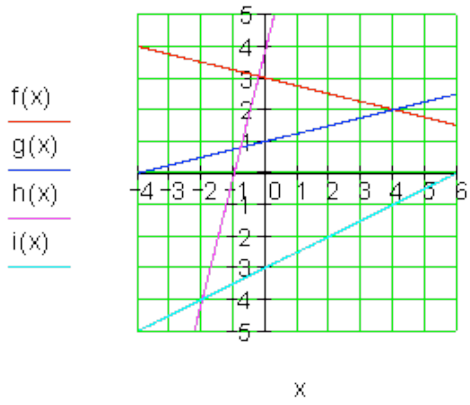
دريم –

د دواړو توابعو غوڅتکی وښايئ او په کواوردينات سيستم کې يې ګراف انځور کړئ.
$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د f(x) او g(x) غوڅتکي وشميرى ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړی ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوڅتکي لري؟	

پنځم –

دوه یو په بل نیغي ولاړې کرښې یو بل په S(-2 \| -1) کې غوڅوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړی.

شپږم –

کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ ځومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27\,|\,3223)$ او $P_1(43\,|\,3559)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بنسټ معاش)

$$P_1(43\,|\,3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

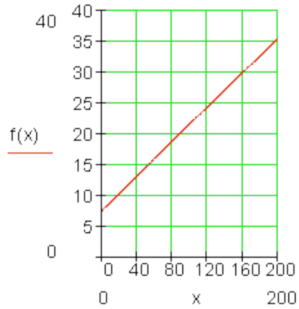
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د څلورو مياشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – يو دويم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د مياشتې په€ 10 بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اينبوونه:

$1\ kWh: 0,14 \cdot 1 + 7,50$

$2\ kWh: 0,14 \cdot 2 + 7,50$

....

$x\ kWh: 0,14 \cdot x + 7,50$

$$f(x) = 0,14 \cdot x + 7,50$$

د تابع ترم:

$x \triangleq kWh\ ;\ f(x) \triangleq €$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-اينبوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د مياشتنی شميرنې لپاره باور لري.

د څلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسي 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 = 150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 30 = 150,4\,| - 30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x = 120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x = 860$$

د برېښنا لګښت په څلورو مياشتو کې860kWh وو.

پ-

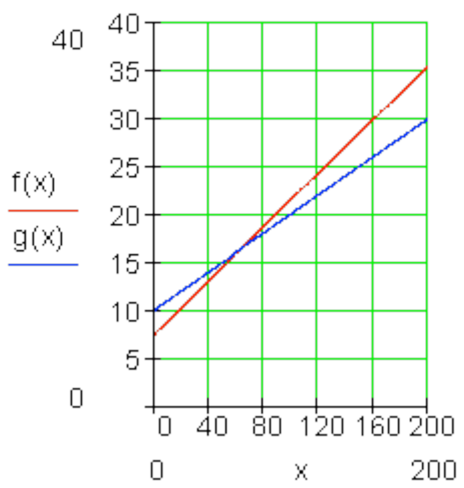
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: f(x) = 0,14x+7,50

دويم پلورونکی: g(x) = 0,1x+10

په غوڅتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$
\begin{aligned}
& f(x) = g(x) \\
\Leftrightarrow\ & 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x \\
\Leftrightarrow\ & 0,04x + 7,50 = 10 ; -7,5 \\
\Leftrightarrow\ & 0,04x = 2,5 \mid : 0,04 \\
\Leftrightarrow\ & x = 62,5
\end{aligned}
$$



بيلګه III

د وښو(د حيواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابيير،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتيا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخيره ډکه شوې وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف –

يو د تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخيره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخيره بيرته د ب - په اندازه ډکيږي . دا کله اړين کيږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو يا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت   دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسي نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څومره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0,08x + 5 \qquad HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | -0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | -5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | :0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HB:

$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | :0,06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

HP:

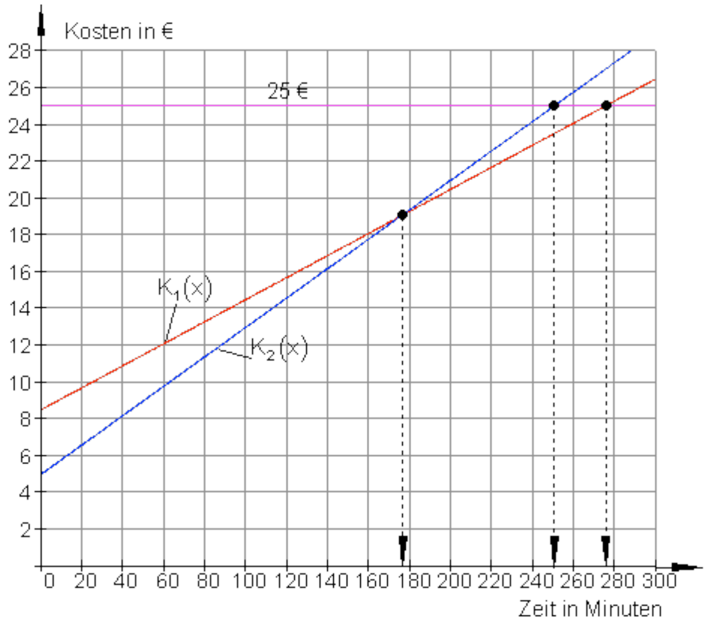
$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | -5 \\ &\Leftrightarrow 0,08x = 20 | :0,08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ 300 = k_v دی.

یخووني هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یي (E(xده او د ګټي تابع یي د فابریکي لپاره (G(x ده.

ب – د کوم تولیدډېرۍ سره به د ګټي پولي یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کي ټول مصارف ځومره دي همداسي لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قیمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټي تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټي پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکيږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 تولیدډېرۍ سره فابریکهګټه کوي.

د ګټي پولي کي لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د میاشتي لومړي لس ساعته مفت، پسي 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسي 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنی توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکی.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړی.

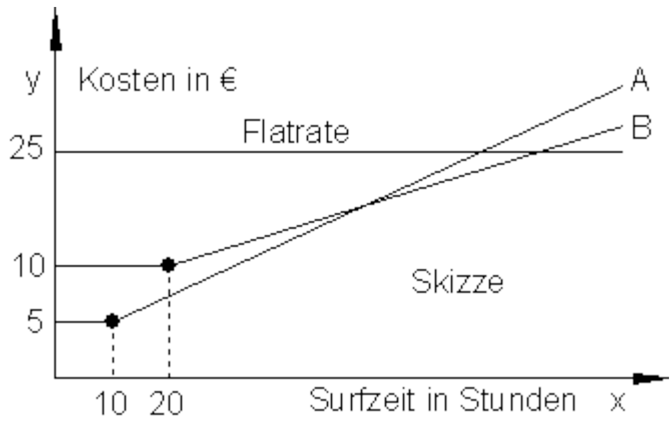
پ – روښانه کړی، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېری.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېت رېت وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يواځې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10\,|\,5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنسټپيسې راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20\,|\,10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10 \,|\, -4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

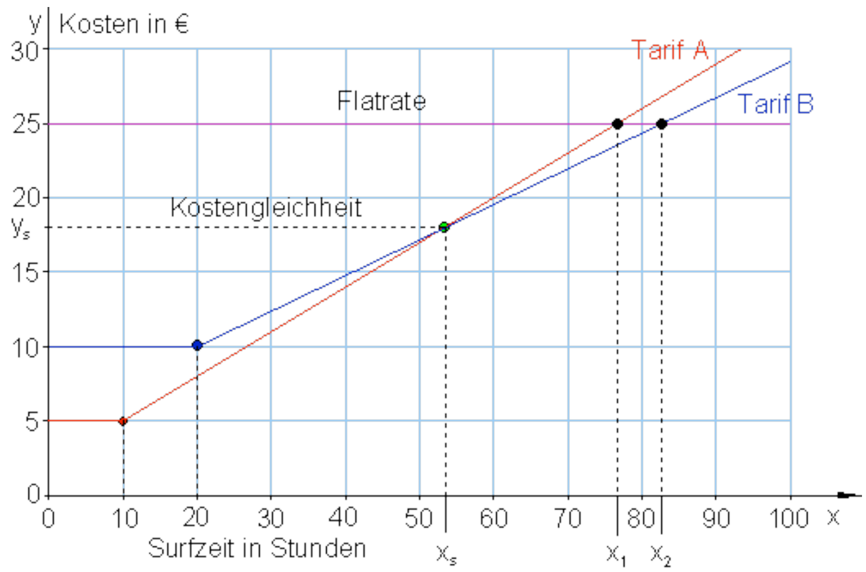
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلېټ رېټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کربنې سره غوڅوي، په دې ټکې کې لگښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلېټ رېټ گټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام. 2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لگښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لگښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لگښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کرښو کې دي دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$
\begin{aligned}
K_A(x) = K_B(x) &\Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x \\
&\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2 \\
&\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06 \\
&\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}
\end{aligned}
$$

$$
= 53\frac{1}{3}
$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$
K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18
$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$
\begin{aligned}
K_B(x) = F(x) &\Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2 \\
&\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24 \\
&\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5
\end{aligned}
$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x)=-2x+2$ b) $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}$

c) $f(x)=\frac{3}{4}x-3$ d) $f(x)=3x-6$

د ویم –

د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1=1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1=-1$

پ - $P(4|3)$ $a_1=\frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1=-\frac{1}{2}$

دریم –

په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9=5-x$ ب - $8+x=25$ پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ - $88=4x-16$ ث – $a+bx=3b+a$ ج - $8-(x+5)=2$ چ - $9+(5-x)=6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.

پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهېنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکچګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 ($t = 0$) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیټور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغرنې روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوسأ فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت تول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېرى يا سټ باندې دا ذخيرهځاى دولس ورځې د مخه ډک شوى وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوير مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتي € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپير غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين اينبرل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسې ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګڼيو څخه پوره يا ګوړه جوړيږي(د ګنيو او خوږې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم f (x) تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکې په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^0F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^0F 212 تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په يوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د يوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټيټېدونکې کار بايد سر ته ورسيږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ښښاک کارتن د رسولو لپاره په هره کارتن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکئ. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکئ.

ب – د مصرفونې جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووټې د په ب – کې معاش څخه وټاکئ. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووټو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK او S
ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\,m$ اوږد دی او د پرسېدني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني باروړونکي اوږدوالی په ګوته
کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دي اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندي تودوخی تغیر سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی
تغیر 25 mm وکړي؟

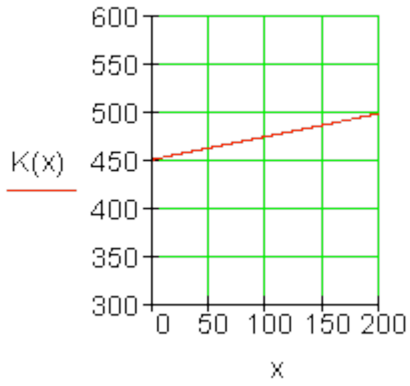
پوښتني

کربنیز توابع برخه XVII

لومړی: څیره د یوه کربنیز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره
ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK
ورکړئ.

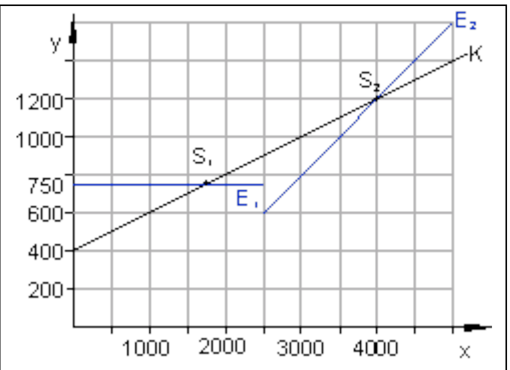
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان تري منځ ته را نه شي.

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

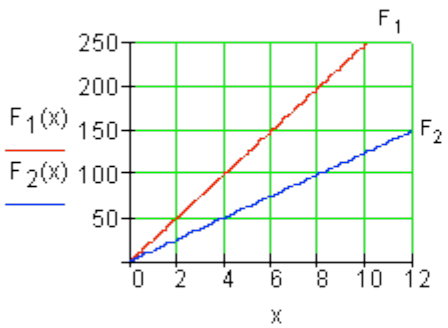


الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولید څومره ګران دی؟ د لبنت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(ښکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- یو ترم وټاکئ، چې له تغیر x څخه د قوي یا زور F په واکوالی تشریح کوي.

ایا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغیر لپاره اړینه قوهF_G کره یا معلومه شي؟

پ-ایا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغیر لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

ځلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

پوښتني

کرښیز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2{,}5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي(Interpretation).

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

یو کیلوواټ قیمت په یورو	د میاشتنی لګښت په یورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوځتکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0{,}4x - 2$ ورکړښوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتني

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f: \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f: -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث — $K_f: y=\sqrt{3}(x-2)$

دويم: کرښيز تابع $f(x)$ د $f(x)=1{,}25x+1{,}5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشميرئ: $f(0);\ f(-1{,}5);\ f(0{,}7);\ f(\pi);\ f\left(\frac{\pi}{2}\right);\ f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قيمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتيز) دي؟

ت- وښايئ،چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

دريم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په يوه کواورديناتسيستم کې يي گرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3{,}5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1{,}25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرگو مساوات و کرښي د $g(x) = -2x+4$ سره د ټکي$P(-3|1)$ له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات $f(x) = 1{,}5x$ سره په کواورديناتسيستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندويو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1{,}5(x-2)\ ;\ h(x)=1{,}5x-2\ ;\ i(x)=1{,}5(-x)\ ;\ j(x)=1{,}5(2x)$

شپږم: فيرما "Big Beauty" د شونډورنگ "Amore"توليدوي. دا په توليد کې منځ ته راغلي لگښونه د د توليد شوو دانوتعداد پع واک کې يا تابع دي. د x = 100 دانو په توليد سره € 385 لگښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په توليد سره € 410 لگښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لگښتونو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

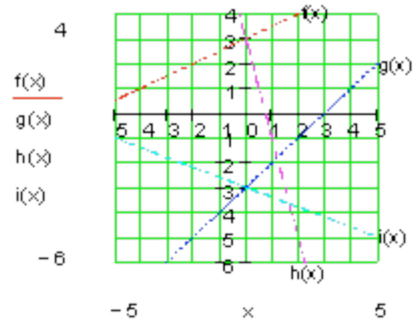
الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا ستېx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د$K(x)$ (دلګښت تابع) او$E(x)$ (د خرڅلاو تابع)   ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهګرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ. $g_1: \quad f(x) = -4x + 3$ $g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$ $g_3: \quad f(x) = x - 3$ $g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$	

کرښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د $f(x)$ صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرۍ یا ـــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

دویم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړی. د کرښیز تابع h(x)ګراف له سرچینې یا پیل څخه تیریږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x;\ x \in \mathbb{R}$ وي.

دریم: د کرښیز تابع f(x)سفرځایونه او وټاکئ، که لاندط اړیکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښایئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $\mid P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په یوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کیږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تیریږي. د h مساوات یا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3 . د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنئ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --كربنيزمساواتسيستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووبنتونو سره.

داسي سيستم له دوه برابرونونو يا مساواتو څخه جوړ دى. غوښتونى د دواړو مساواتو ګډ حل دى. مختلفي تلنلاړى شته، چي سرى حل ته ورسيږي

په لاندې einsetzen in = په ... كي ايښوول.

د جمعي تلنلاړ:

مساواتسيستم: $5x - 2y = 1$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	د حل پل(قدم) غوښي(قطاع، كه قطعه؟) د جمعي تلنلاړ ته لومړى امكان يا واريانت
$5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II) $7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	لومړى: مساوات ورته داسي بڼه بدل كړئ، چي ضريبونه (ترمخ عددونه يا ځلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (I) } + $3x + 3y = 9$ (II) $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow x = 1$	دويم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه كړي او د **x** - متحولي پسي يي حل كړئ
په $3x + 3y = 9$ كي ايښوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow y = 2$	دريم: د **x** لپاره ميندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په يوه مساوات كي كيږدئ او **y** پسي يي حل كړى. ځلورم: حلسټ يا حلډيرئ وليكئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1\mid 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اینووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسیستم $(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	د اینووني تلنلار: د اینووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارینت 1
$(I)\ 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid :5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$	لومړی: مساوات(I) د x پسي خل کیږي.
$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid :21$ $\Leftrightarrow y = 2$	دویم: د بني اړخ میندل شوی ترم په مساوات **(II)** کي اینسول کیږي او د **y** پسي حل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینوول کیږي، دا بیاپه **x** پسې حل کیږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in (II): } 3x + 3y = 9$$
$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$
$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$\underline{\underline{L = \{(1 \mid 2)\}}}$$

پنځم: د اینوولو له لارې حل

$$\text{(I)} \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$\text{(II)} \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسید ستم د حل پلونه(قدمونه) د اینوولو تلنلار لپاره

واریانت 2

$$x - 2y = 1$$
$$x + 3y = 9$$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل کیږي.

$$9 \mid -3x$$
$$9 - 3x \mid : 3$$
$$3 - x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دویم: دښی لور میندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کیږدئ او په **x** پسې یې حل کړئ.

3.

$x + 3y = 9$

دریم: د **x** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې اینسوول کیږي، او دا بیا د متحولې **y** پسې حل کیږي.

$= \{(1|\ 2)\}$

څلورم: جلسټ ولیکئ

پنځم: ازماېښت د اینسوولو له لارې

$$(\mathrm{I})\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \;\Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \;\Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(\mathrm{II})\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنلارې د هغه د واریانټو سره په یوه ټکلې مساوتسیستم وکارول شو. که څوک یوګونې تلنلرې ټیک وګوري، پیژني، چې په واریانت ۲ کې لږ د شمیرلو کار غوښتونی دی.

په یوه ټاکلې تلنلار د شمیرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسیدی شي. د دې لپاره نو یو څو بیلګو ته اړ یو. لاندې بیګې دې د دې لپاره یوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا ځواب تلنلار پیداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینسوونه y=7x+8 $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 1}}$ حل: L={(-1|1)} ازماېښت $(I)\ \ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ \ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$	$(I)\ \ y = 7x+8$ $(II)\ \ y = -2x-1$ د برابر اینسووني لار $7x+8 = -2x-1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = -1}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

<table>
<tr>
<td>

y=3 اینوونه په (1) کې

2x+4y=8

$2x - 12 = 8 \mid +12$
$\Leftrightarrow 2x = 20 \mid : 2$
$\Leftrightarrow \underline{x = 10}$

حل: $L = \{(10 \mid -3)\}$

ازمايښت

$(I)\ 2x + 4y = 8 \Rightarrow 2\cdot 10 + 4\cdot(-3) = 8$
$\Leftrightarrow 20 - 12 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8\ (w)$
$(II)\ 2x - 5y = 35 \Rightarrow 2\cdot 10 - 5\cdot(-3) = 35$
$\Leftrightarrow 20 + 15 = 35 \Leftrightarrow 35 = 35\ (w)$

</td>
<td>

$(I)\ 2x + 4y = 8$
$(II)\ 2x - 5y = 35$

د جمعي لار:

$(I)\ 2x + 4y = 8$
$(II)\ 2x - 5y = 35 \mid \cdot(-1)$

$(I)\ 2x + 4y = 8$
$(II)\ -2x + 5y = -35$ +

$9y = -27 \mid 9$
$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -3}}$

</td>
</tr>
</table>

بیلګه ۳ :

<table>
<tr>
<td>

X=1 په (1) کې کیږدئ x+2y=5

$1 + 2y = 5 \mid -1$
$\Leftrightarrow 2y = 4 \mid : 2$
$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$

حل: L= {(1|2)}

</td>
<td>

$(I)\ x + 2y = 5$
$(II)\ -x + y = 1$

د اینووني لار;

(II) په y پسې حل کړئ

</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت (I) $x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5\ (w)$ (II) $-x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1\ (w)$ wد رښتيا لپاره	$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کې کېږدئ x+2y=5 $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x=1}}$

بېلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

-5 = y اینوونه په کې $(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ حل: ازماېښت	$(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ $(II)\ \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زیاتون یا جمعي لار: $(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$ $(II)\ \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid : (-2)$ $(I)\ \frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ $(II)\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) $-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

Iditionsverfahren :

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=-2\end{aligned}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2\,|-5)\}\;x,y\neq 0$

Pr obe :

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2 \Leftrightarrow 2=2\ \text{(w)}$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4 \Leftrightarrow 4=4\ \text{(w)}$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2|-5)\}\ x,y\neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\} \quad x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)} \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \text{ (w)}$$

$$\text{(II)} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \text{ (w)}$$

يادونه:

مساواتسيستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کيدو اجازه نه لري يا نه شي صفر کيدی، تعريفسټ بايد ورکړ شي. داسئ مساواتسيستم کرښيز نه دی.

د رسمونې لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{lll} (I) & x - y = -2 & L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);...\} \\ (II) \wedge & -2x - y = 1 & L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);...\} \end{array}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړي د حل ست په گوته کوي.

کا دا په یوه کواردیناتسیستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي یا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

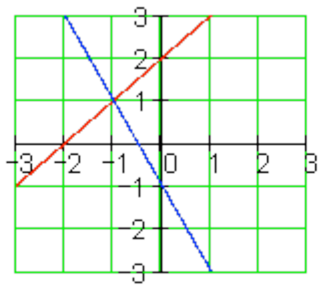
حلسټ یا-ډیرئ: L={(-1|1)}

دواړه مساوات د y پسي حل کيږي.

$$\begin{array}{ll} (I) & x - y = -2 \mid +y \\ (II) & -2x - y = 1 \mid +y \\ \hline (I) & x = -2 + y \mid +2 \\ (II) & -2x = 1 + y \mid -1 \\ \hline (I) & x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ (II) & -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \\ \hline \end{array}$$

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اېښوول کيږي.

x	−2	−1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	−1	−3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزې) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوځې کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعنې کټمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناتیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$\begin{aligned}(I)\quad & 10x+4y=4\\ (II)\quad & 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)\end{aligned}$ $\left.\begin{aligned}(I)\quad & 10x+4y=4\\ (II)\quad & -10x-4y=-2\end{aligned}\right\}+$ 0=2 نو دا ناتیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	$\begin{aligned}(I)\quad & 10x+4y=2\\ (II)\quad & 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)\end{aligned}$ $\left.\begin{aligned}(I)\quad & 10x+4y=2\\ (II)\quad & -10x-4y=-2\end{aligned}\right\}+$ 0=0 له دې لاس ته راځي ربنتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{aligned}(I)\quad & 5y-3x=1\\ (II)\quad & x=y+1\end{aligned}$ ب - $\begin{aligned}(I)\quad & 4x+5y=32\\ (II)\quad & y=5x-11\end{aligned}$

پ- $\begin{aligned}(I)\quad & 15y-4x=-50\\ (II)\quad & x=y+7\end{aligned}$ ت - $\begin{aligned}(I)\quad & 3x=y+15\\ (II)\quad & 2y-10=2x\end{aligned}$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{aligned}(I)\quad & 2y=2x-40\\ (II)\quad & 3x=10-2y\end{aligned}$

b) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x}{2}-\frac{3y}{5}=3\\ (II)\quad & \frac{x}{4}+y=8\end{aligned}$

c) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{2x}{15}+\frac{7y}{12}=3\\ (II)\quad & \frac{7x}{25}-\frac{5y}{16}=\frac{3}{20}\end{aligned}$

d) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x+5}{y-7}=\frac{4}{3}\\ (II)\quad & \frac{x+2}{y-5}=\frac{5}{8}\end{aligned}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

ځلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې ځلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېيل یا ولاړکونجیزچاپيریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

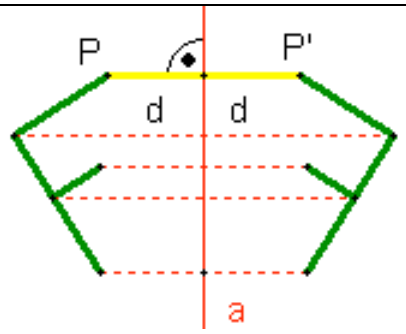
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځیره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي P’ داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محور a منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

	دا لاندي ځیره په محور a د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په P’ د a په محور داسي منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او P’ له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي P’ د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسې چې شعاع یې سره مساوي وي .

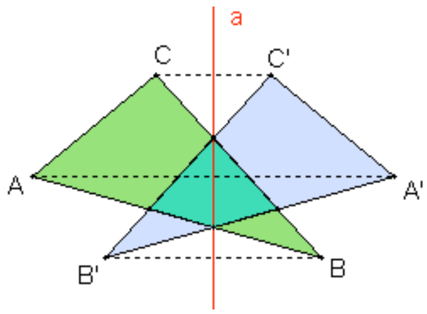
(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کیږي

۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی. گورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A'B'C' منعکس شوی دی يا مثلث A'B'C' د مثلث ABC انعکاس دی .	

فعاليت ۱ :

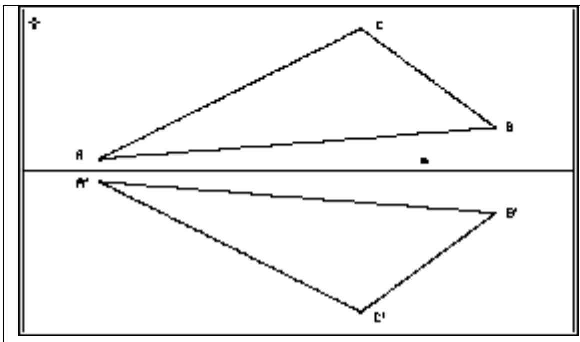
په پورته شکل کې دې شاگردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.	

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خویونه وښایي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

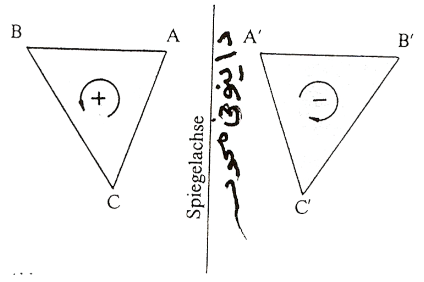
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

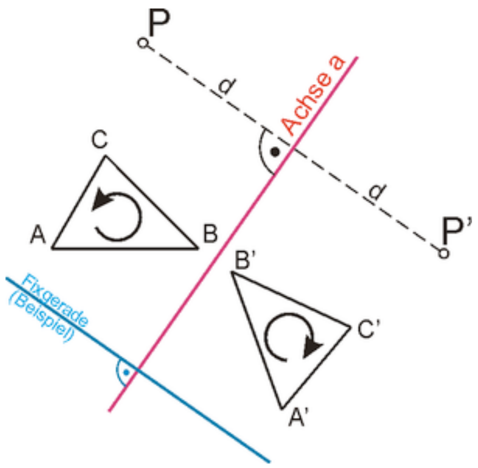
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

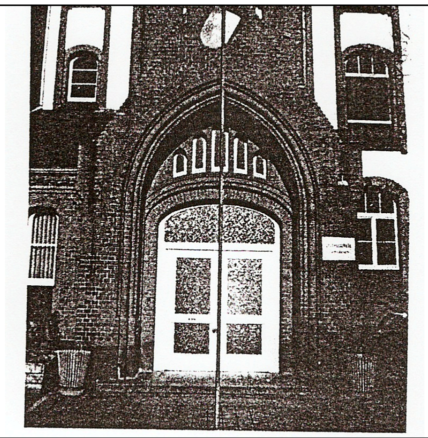
 	که مخامخ شکل ته ځیر شو، گورو چي مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه یې صورت نیولی - تشریح کړی.



۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

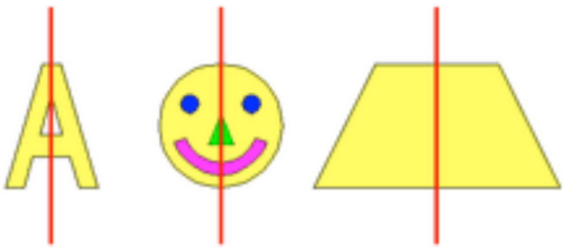
(c) ketabton.com: The Digital Library

	**۵ . ۱ - سیومتريSymetry** **لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي**

پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسي انعکاس منځ ته راشي، چې دا شکل په خپل ځان منعکس کړي.

فعالیت۱ :

	په مخامخ شکلونو کې څه ګورئ؟ ایا دا شکلونه متناظر دي؟ که هو ، نو دلایل يې راوړئ. نور خویونه يې هم وڅېړئ.

فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چې سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشريح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعريف :

يو مسطح شکل محوري متناظر بلل کيږي، که په يوه محور s داسې انعکاس صورت ونيسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطيل جي ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: يو متساوی الاضلاع مثلث ABC د ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعريف :

يو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کيږي، که يو ټکيS داسې موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ - مرکزي متناظر شکلونه

بيلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشريح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا څېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

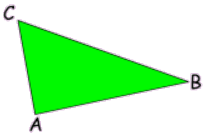
١) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محوروونه شته ؟

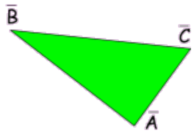
٢) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محوروونه يا وحور دئ؟

٣) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محوروونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محوروونه په مستطيل کې محوروونه نه دي؟

۵) په لاندې څېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





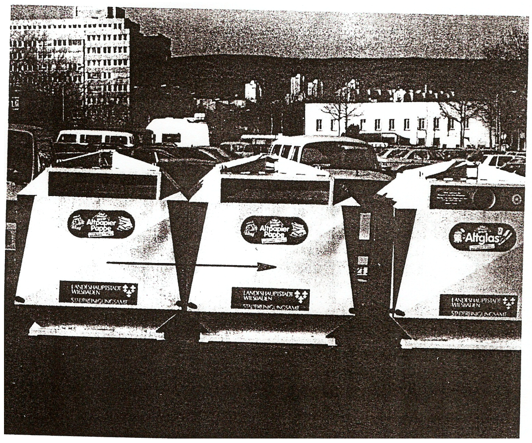
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محوروونه موجود دي؟

٧) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځېدنه

الف - انتقال (Translation)



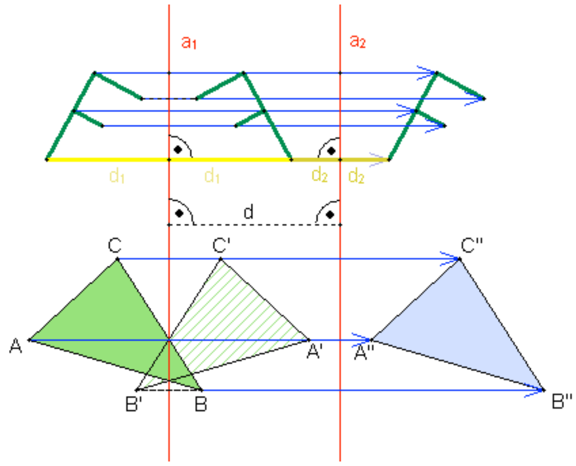
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

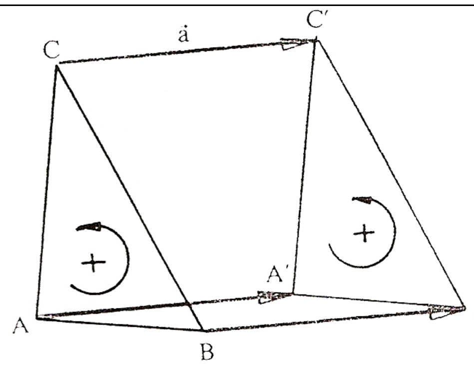


په پورته شکل کي په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني یا انتقال خویونه:

دوه واره هنداورنه په غبرګ محور د d فاصلي سره همغه فاصله (قيمت) لري، لکه د یوي 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کي روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول یا وړل) یواځنی انتقال دی. دا په دي مانا، چي په غیر له دي بل داسي انتقال نه شته.

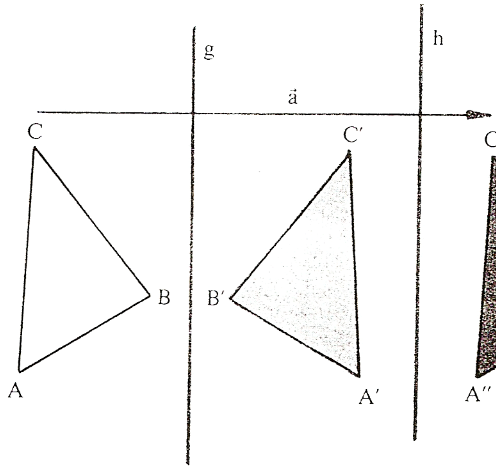
په لاندي شکل کي د یوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لاريِ aد په اندازه انتقال دی، چي په نتيجه کي یې مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کي د شکل لور هم همغه ده. یاني ګورو، چي په انتقال کي شکل نه په ځټ کيږي	

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت :
د (x,y)- کمیت سیستم کې دې زده کوونکي یومثلث ABC رسم کړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مینه یو کل او یا یوه بله بڼه ځېره هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې یو څه خومره انتقال کیږي.

۵ . ۴ - د وړني یا انتقال د جوړولو ځیرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاویي او په دایرو کې مرکزونه په یو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا باید مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنی نقطي د اصل په پرلپسي ترتیب سره ونښلوی. (د دایرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه دایره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ایدنتیتي یا کټمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)



خیره ۱۵۶

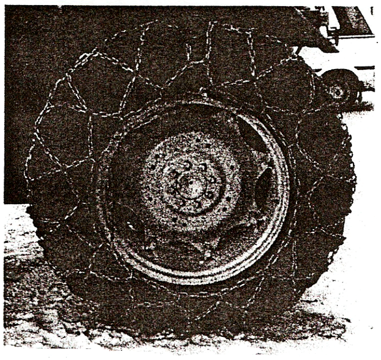
په یوه ځانګړي ډول یو په بل پسي په دېرو محوررونو انعکاس دې په دې ځای کې یاد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون یا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند :

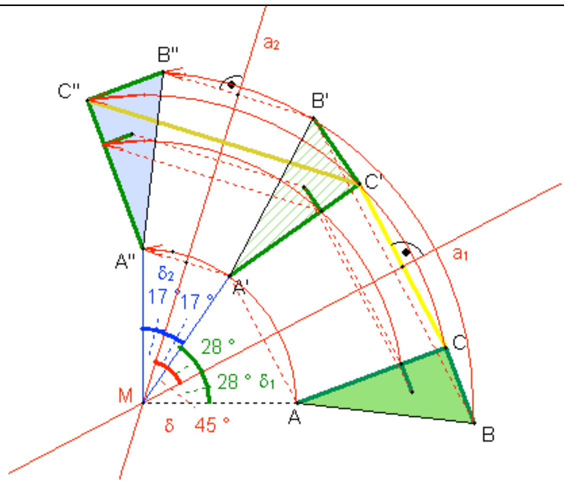
که د یو ه شکل هر تکی P په یوې دایرې په ځای په ځای تکي M په کونج ✈ په ورانگه $\overline{MP}$ وڅرخي یا دوران وخوري ، نو یو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په ځرخو نتکي M ځرخون بلل کیږي.



په لاندې ځېره کې یو درېگوډی په دوه زاویو او له دې امله په دوه محوروونو ځرخي.

د دوران خویونه

په محوروونو دوه واره هنداروونه، چې په کونج ⬟ په تکي M کې یو بل قطع کړي، په تکي M باندې د یوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاویه ⬟🗗 ● ✈ وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کې که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوی وي؟

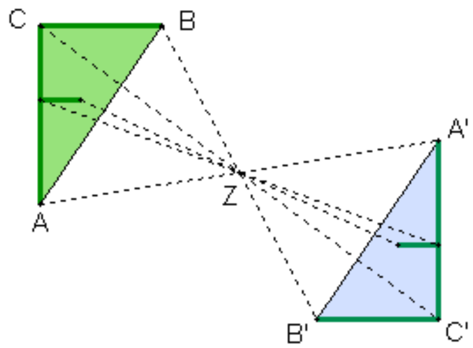
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C'' تر منځ شعاع او همداسي د قوس لويوالی به د وران کې د B او B'' د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پيژند:

په ټکي Z يو دوران د دوران د زاويې 180° سره يو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کيږي. .



په ټکي د منعکسوني يا په ځټکوني خوي

يوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه يو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نيميږي.

فعاليت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښايی

(c) ketabton.com: The Digital Library

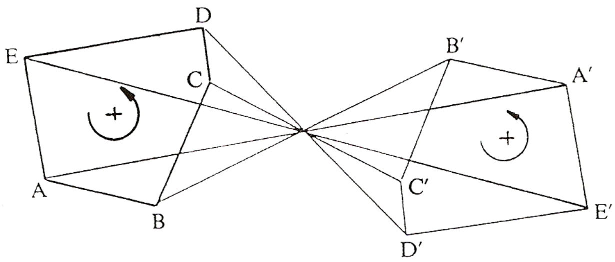
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي 'P داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

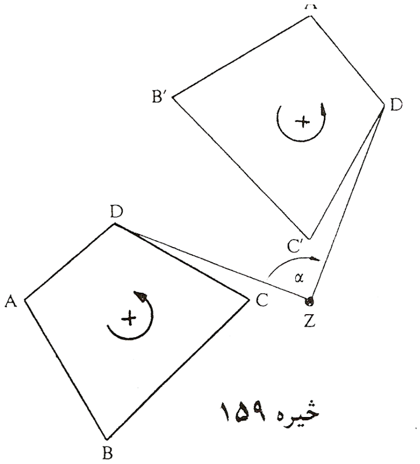
(c) ketabton.com: The Digital Library

$W(PZP')=\mu$، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

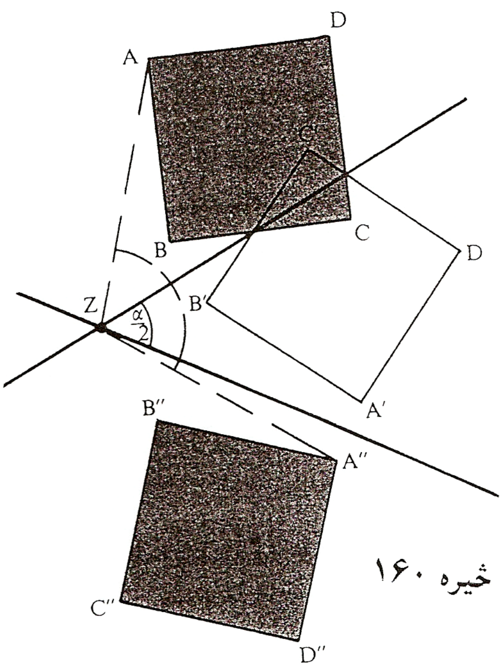
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ – په ټولو په نخښه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کېږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروانیڅ ځېره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

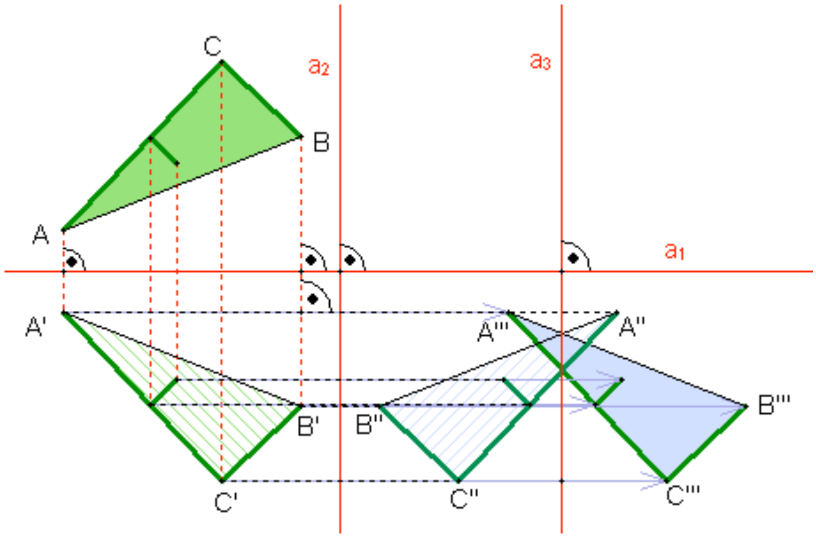
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هندارونه د محورهنداروني یوه یو پربل پسي هنداروني او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځت..

لاندي ځېږه دي وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هنداروني کېدی شي، چي په دوه غبرګو محورونو او یوه په دي ولاړ محور باندي د دریواره هنداروني له لاري منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

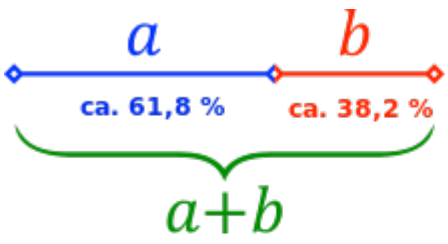
موږ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وڅېړل . ومو لیدل، چي په دې تولو کي شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځي او یواځي په ځنو عملیو کي د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چي ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅی

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ښانګړی د وېشني نسبت دی، چي د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته سره شایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلايي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته ځان و لوي توتي ته داسي نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتي ته داسي ده، لکه لویه توته د لوي توتي او کوچنی توتي جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د کينې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 | \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

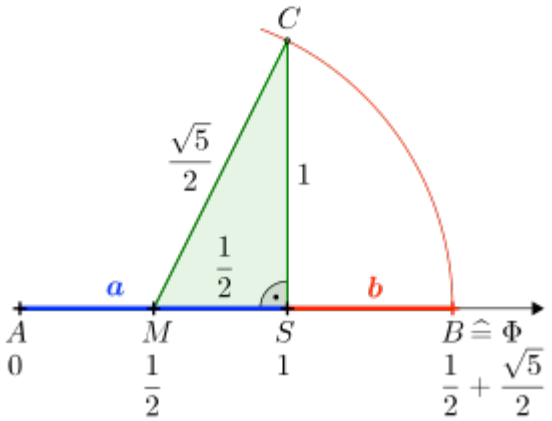
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

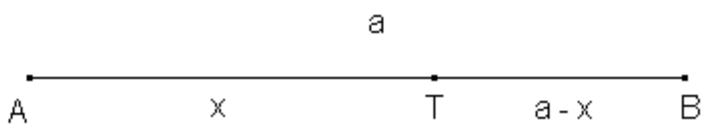
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1{,}61803398874989484820$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]څخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

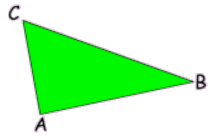
(c) ketabton.com: The Digital Library

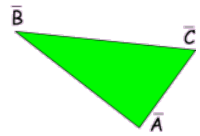
$$\frac{x}{a} = \frac{a - x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

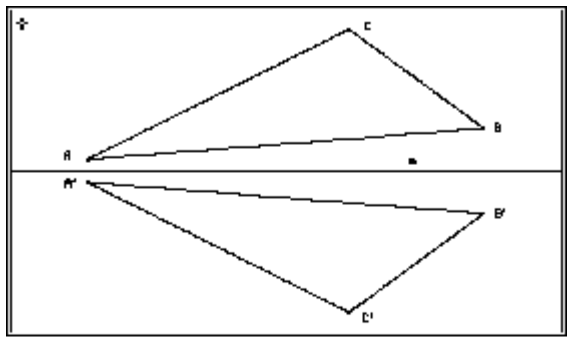
د حل ستڼ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a - x}{a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0{,}618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي







(c) ketabton.com: The Digital Library

خیره ۱۴۹

پیژند :   هندسي شکلونه کونګروینځ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بڼه (خیره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګرواینځ څیرونه د کربښی اینوني د ترلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کربښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کربښ اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کربښ اینونو (کربښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیځ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیځ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیځ کربښ اینونه ده نو د پای کونګروانیځ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیځ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیځ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځاي کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیځ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کټمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کټمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوړ ی کونګروانیځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

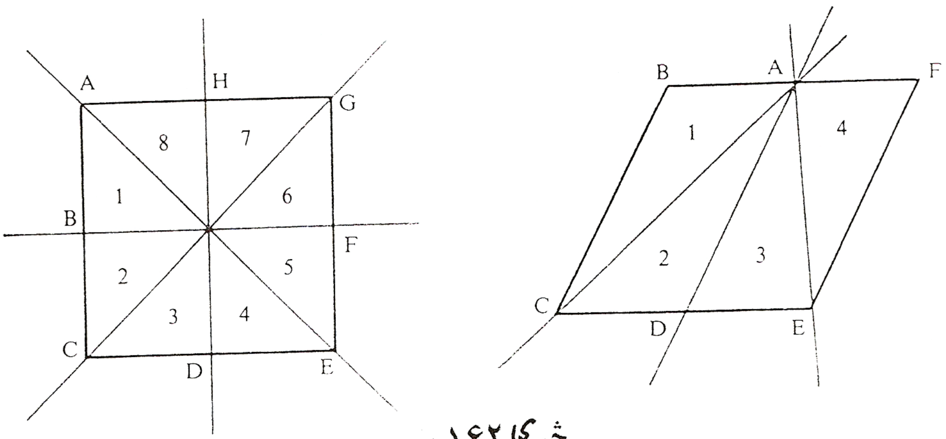
کونګروانیځجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرينونه

۱ – په يوه غبرګ اړخيز ABCD هندارونى S_{AB} °S_{BC} وکاږى.

۲ – د کونګروانېځ جملو په مرسته وښايي، چې غوڅګرښى پيلڅيرې په کونګروانېځ برخو ټوټه کوي.



څيرۍ ۱۶۲

۳ – په يوه بيلګه وښايي :

الف) $S_g°S_h \neq S_h°S_g$

ب) $S_g°(S_h°V_g) = (S_g°S_h)°V_g$

۴ – د «هيلګولند» کيشتى او د «کوين مارى» لوي کيښتى ترمنځ واټن **۵** کيلو متره دى . هيلګولند کيشتى په شمال لوديځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لوديز لپاره دى، کرښلايني حرکت کوي او «کوين ماري» په **۸۲** درجو جنوب لويديز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کې د «هیلگولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟
ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

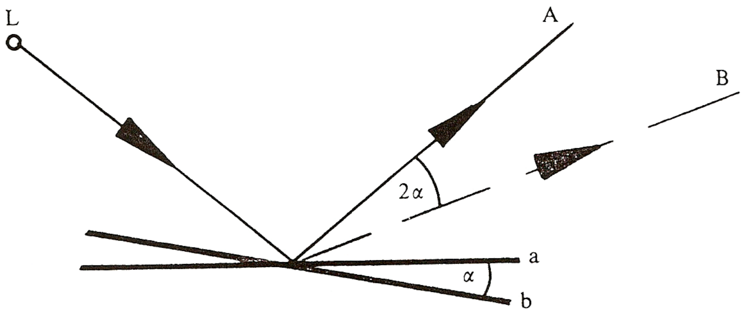
۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریگوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چې دریگوډي ABP اوABQ کونگروااینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅټکي دي).

۶ – څومره کورونتڅیرونی موجود دی چې لاندې څیرې یې په خپل ځان څیره کوي: کرښی ، گردی، غبرگ اړخي، مساوي پښیز دریگوډي ، ولاړ گوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریگوډي ؟ کېمتېڅیرونه دې نه په کې شمیرل کیږي.

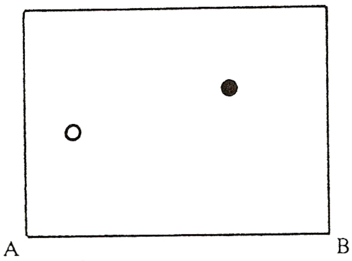
۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چې په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په څیره کی له پورته لور انځوریږي.
د نور له چینی L څخه یوه وړانگه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هنداروني یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول- یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانگه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\propto$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

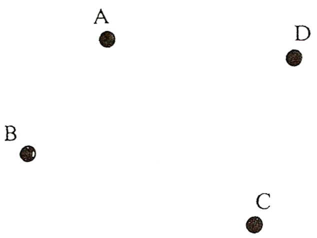


خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴

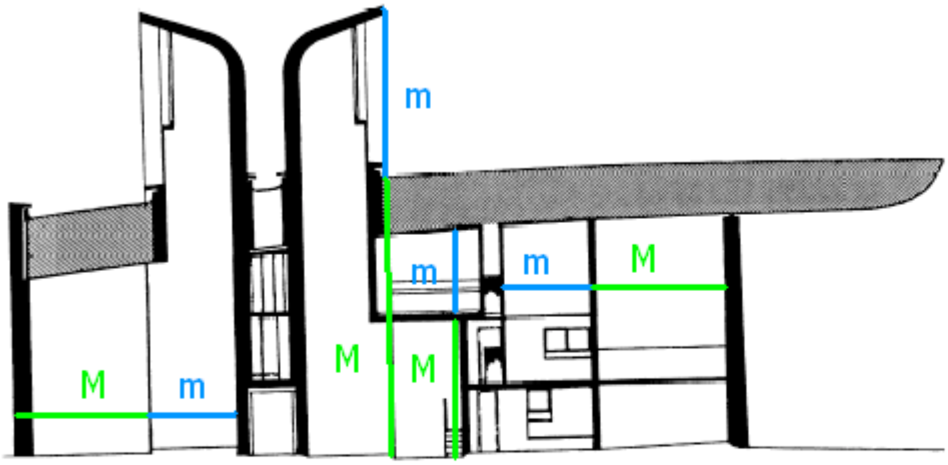
۸ – د کوټې منځ کی دوه توپونه ایښول
شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له
دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه
شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل
شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی
یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB
لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږی
« تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی –
سپین توپ»



خیره ۱۶۵

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې
په A,B,C,D سره یی ښایو (څیره)
داسی یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A
د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له
دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په څیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

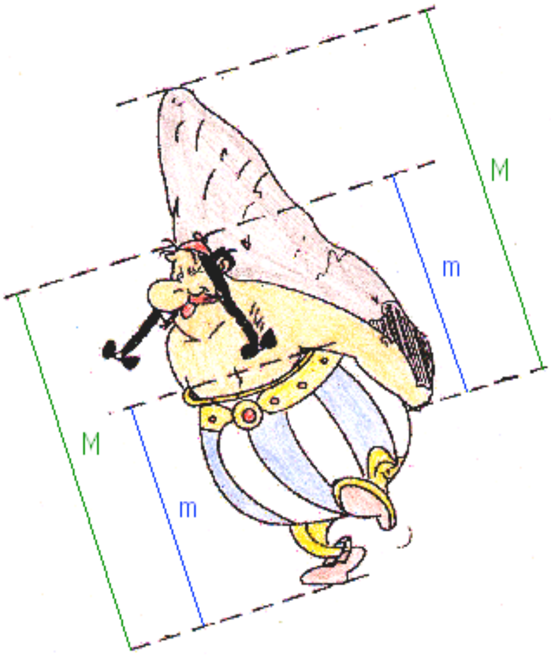


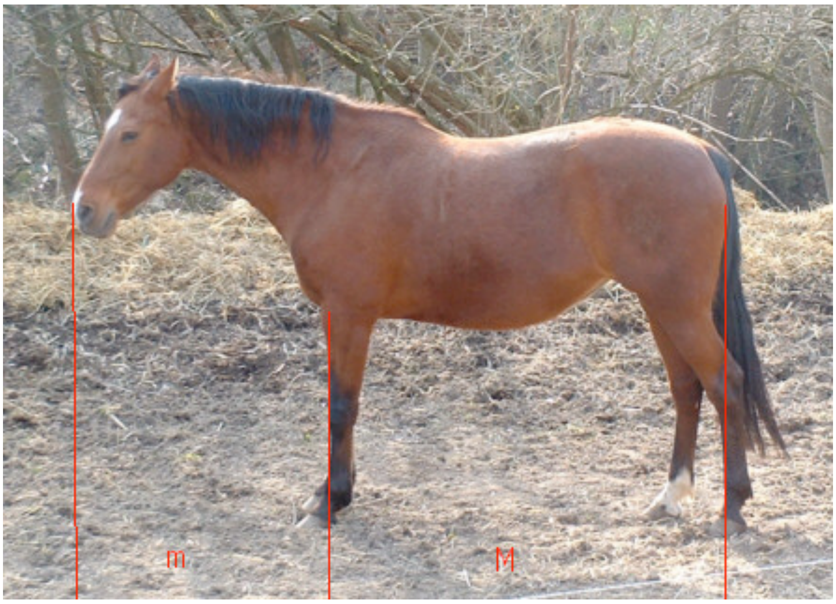
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1887 – 1965) *Le Corbusier* په دېرو
دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلایي غوڅي دستي لباره یوه بنه
بیلگه ده، چې پیداېښتي یا په طبیعت کې یې لرو
ستاسو سرگرمۍله پاره

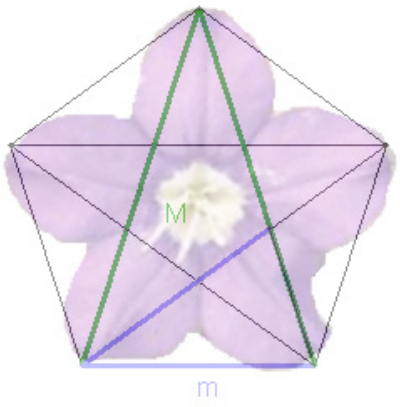
(c) ketabton.com: The Digital Library





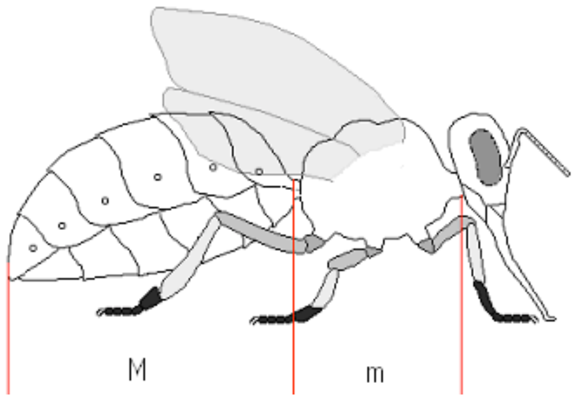
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي يا مخمس کې طلايي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



دا لاندې د درېکوډېکچېرخه په نهم، لسم، اويولسم ټولکي لوستل کيږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم، چې ګران لوستونکي ورڅخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - درېکوډي کچ يا ترېکونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریگوډیکچ یا تریگونومتري Trigonometrie

تعریفونه

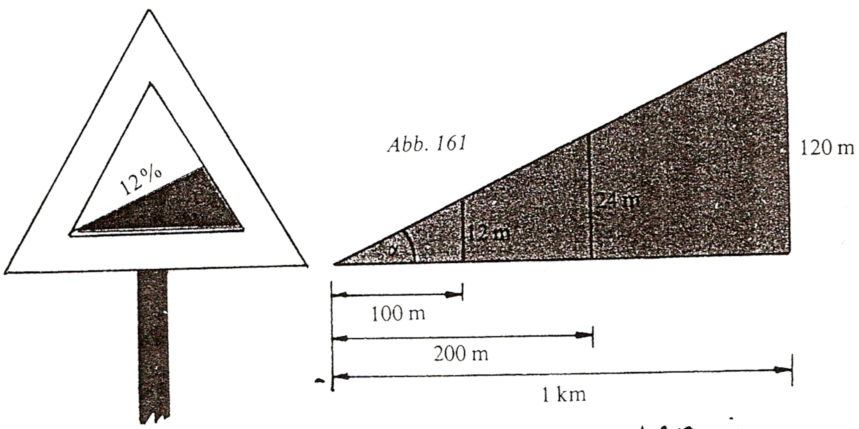
د دریگوډیکچ یا تریگونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریگوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریگونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنې په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(مور یې تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریگونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پورې تعقیبیدې شي، وروسته له مصري پتولیمویس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریگوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیک، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونې، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریگونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړې ډول په دې رینښتینوالی یا واقعیت کې نغښتی، چې د دې په مرسته د پایکربښلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحې یا په بله عبارت د زوړې او پیچومې لیکتختې(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمې هر چیرې د زوړې او پیچومې په نامه نه دې بللې، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چی په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چی په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځاننیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

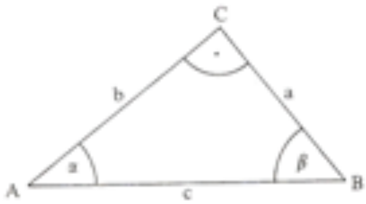


ځیره۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوري یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زوږندي وي.
په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.
تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوټینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

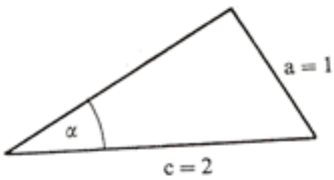


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

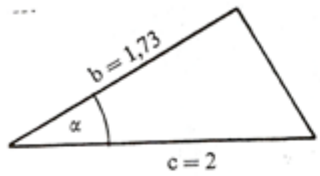


sin 30° = ½

څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوک Cosinusfunktion بیلګه:

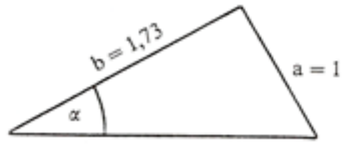


$$\cos 30^\circ = \frac{1,73}{2} = 0,8660$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}$$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواک Tangensfunktion بیلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

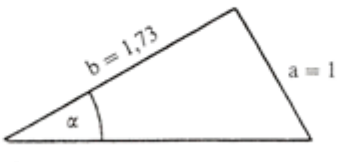
خیره ۱۹۸

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{1,73} = 0,577$$

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې خموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواک دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواک Kotangensfunktion بیلګه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

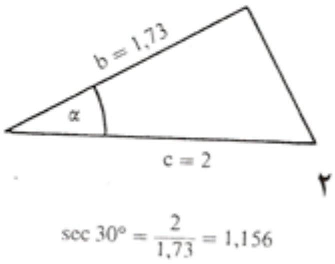
خیره ۱۹۹

$$\cot 30^\circ = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك كارول کیږي

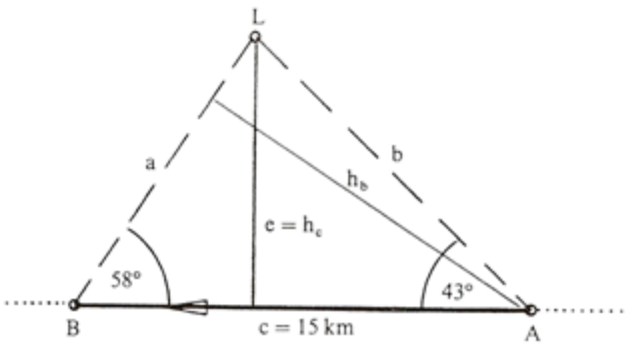
سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه



خیره ۲۰۰

$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$$

یوه تک پایکربني c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کیښتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبهول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$
$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

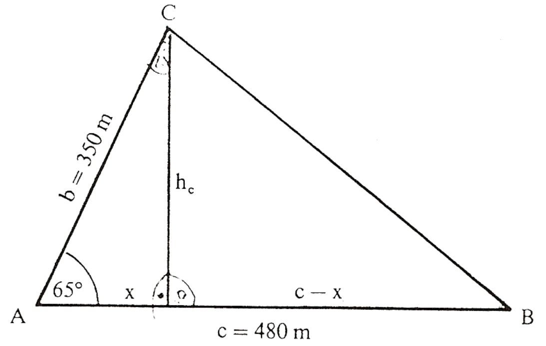
په خوښه دریګوډي کې د اړخونو څاننیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین څاننیونه یا تناسب دی.

$$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$$
$$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$
او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B ځخه و C ته به د نبنلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی
(ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch)
یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع
زیاتون سره تري کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند
شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶
مخ   دې وکتل شي)
د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په
دریګوډیو ویشل کیدی شي چي پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.
د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي.

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

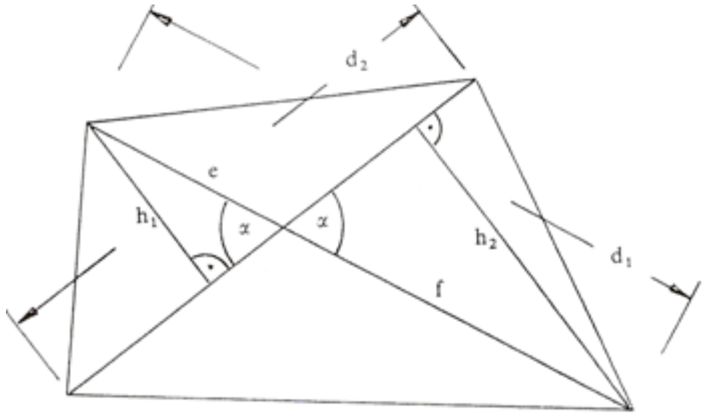
$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$

$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e + f) \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin \alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو درېګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

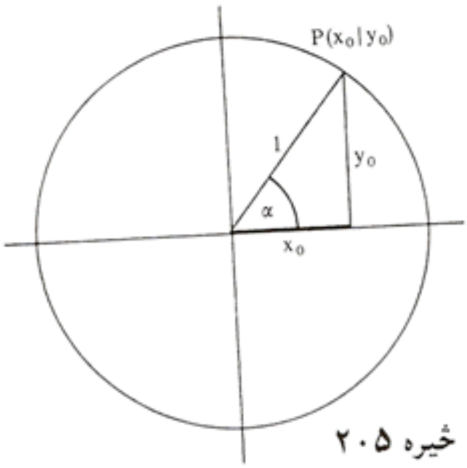
په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردی ووهي چی وړانګه يي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، ځکه چی وړانګه یی یو یوون دی) او د ګردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چی د هغی یو کونج د ګردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (څیره۱۴۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوړي څخه پیل کوو، چې په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کې پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجټکی $P(x_0|y_0)$ په پام کې نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 ,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښې د پریوستون او یا د سیوربدرځونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکي مړوند په څیر ونیسو یعنې فرض کړو، کوم چې د محورغبرګي رڼا لاندې راشي.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوړي کې کیدی شي چې د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چې $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چې پوښتنه وشي چې همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چې وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

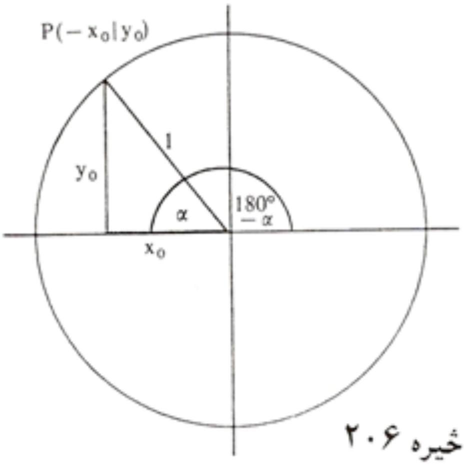
$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.

په ورته توګه لاس ته راځي :

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

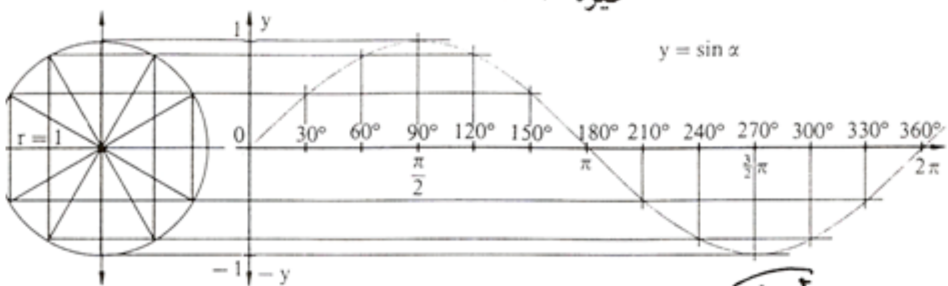


شیره ۲۰۶

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواک تعریف دي.

د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواک لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځي

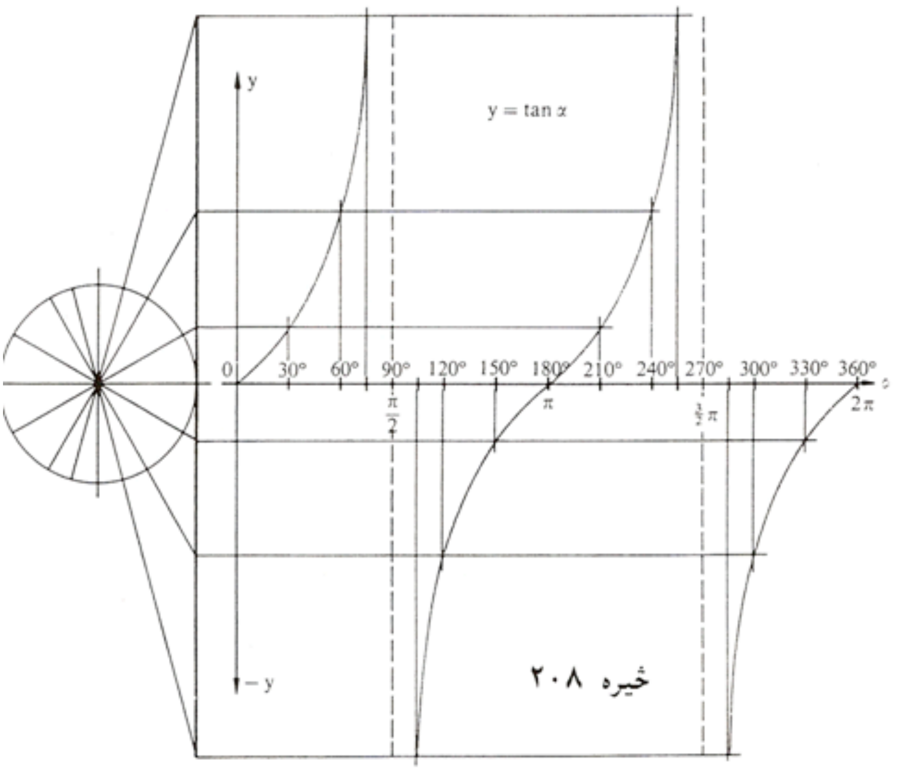
شیره ۲۰۷



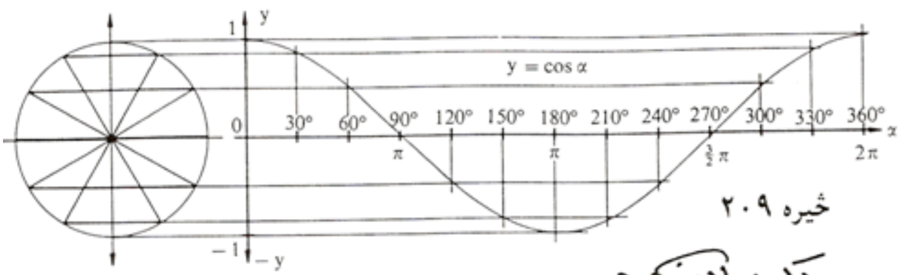
Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

د ساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

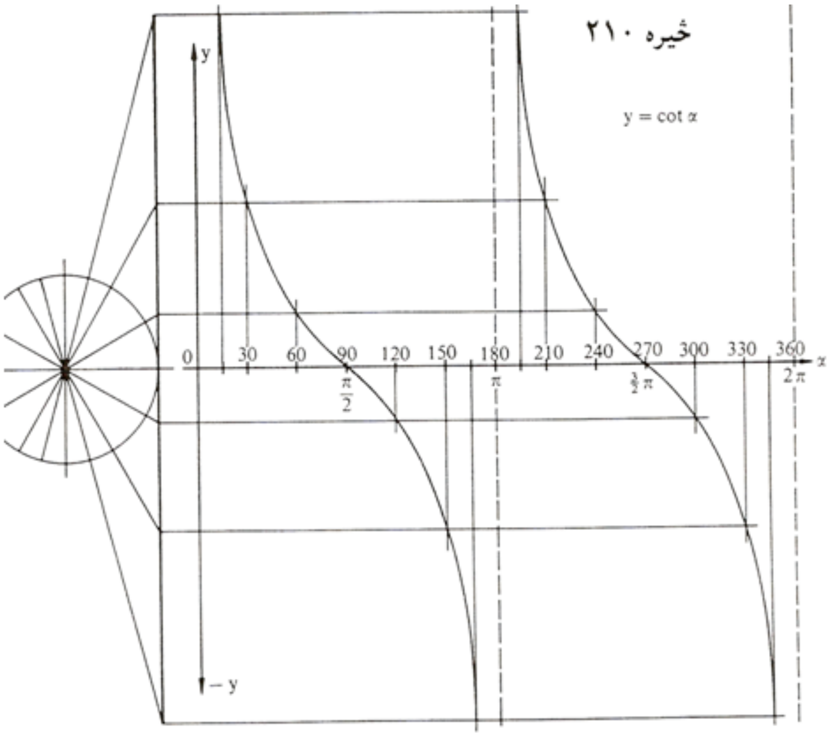


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

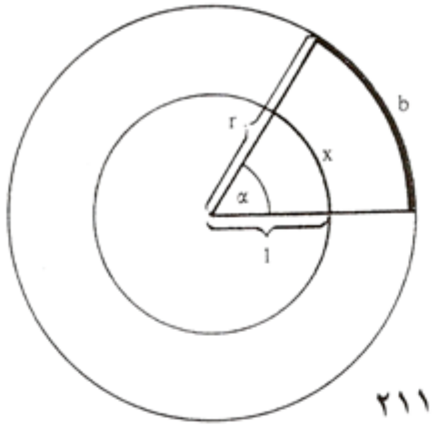


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ دکوتنجنت کرښه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چې ۳۶۰ درجې پوره گردی ښایي. هغه، چې لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوي درجه ده ، چې گردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی گډ دي، چې په گڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون، ارزښتدیری رییلگڼونه دي، په داسی حال کې چی وتل گڼونه (= د تعریف ډیري گڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا گون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کی اینبودل کیږی (د بیلګي په توګه sin)

ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګرديبرخوکی وښوول شو (ګرديبرخی د مخه څېرل شوي دي) چی هر کونج پورې يوه ګردبرخه يا ګردی لينده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج ∝ پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چی په چاپېری کی ځانئ همداسی نيسي لکه په پيل کی ∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګرديګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $60° = \alpha$ له ګردی د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردی لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردی چاپيری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm
همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګردلينده
$b = 10\pi . 60° : 360° = 5,236$ cm
غوځوي. دا ګردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .
له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څېر يا برعکس کونج ګرديلينده
$b = 2\pi . 60° : 360° = 1,047$ cm
غوځوي» د دې ګردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلګي څرګنديږي، چی لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديلیندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°) . \pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x / \pi)\, 180° = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه ريېلګښونه پرېښوول شوي.

بيلګی :

$$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)} \qquad \alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236 \qquad \alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \qquad \alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708 \qquad \alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راڅرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفډيري ته، په لينده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواك دی، دا په دې مانا ، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

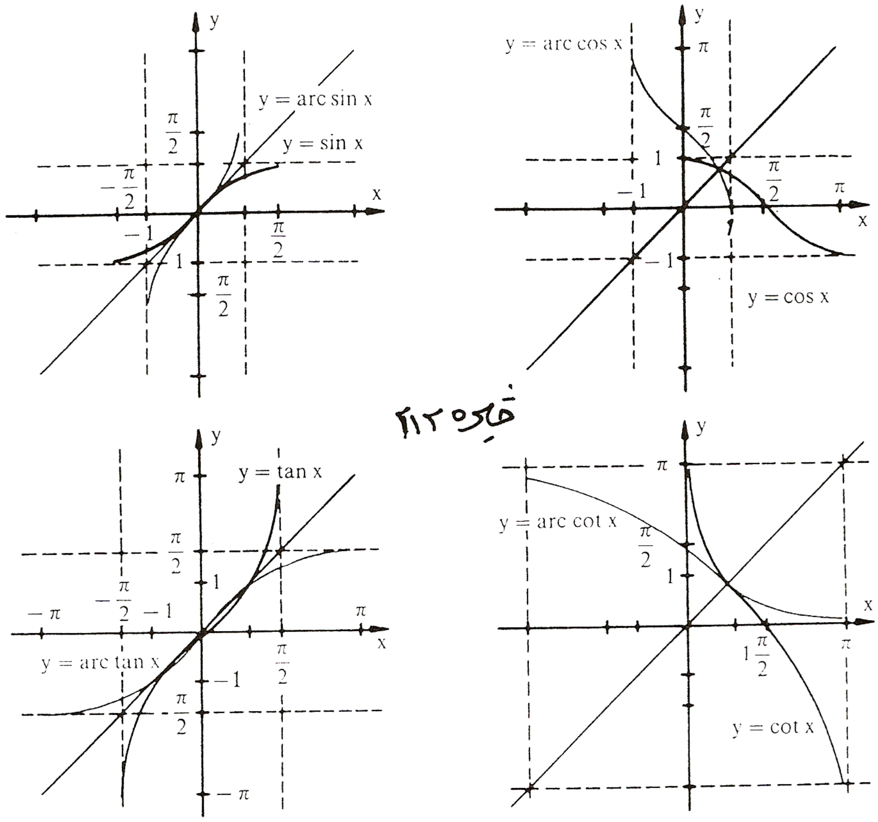
مختلفو واټنونو وروسته، بلواک ارزښتونه تکرارېږي. د دې لپاره چې په ښکېدنه ممکن شي، نو باید د خپل تعریف ډېرى په یوه برخه ډېري رابند یا محدود شي.

تعریف : د یوه (رابند یا محدود) ترېګونومترېکي بلواک په ښټ بلواکونه ارکوس بلواک Arcusfunktion بلل کېږي یا څېکلومترېکي بلواک (لاتین ارکوس: Arcus = Bogen = لینده)

دلته (arc sin(x اركوس ساین. د x «د لوستل کېږي د کونجبلواک تعریفډېرى دلته اړونده ارکوسبلواک ارزښتډېرى دى او په ښټ ارګومنت یا تعریفډېرى دلته تل یو ریېلګڼ دى.

Trigonometrische Funktion ترېګونومترېکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°
2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°
3. arctan (− 100) = − 1,5608 (rad) = − 89,43°
4. arccot (− 70) = − 0,0143 (rad) = − 0,82°

۵ – دا چې کونجبلواك و اركوسبلاك يو د بل په ځتې بلواك دي نو باور لري·

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\operatorname{arccot}(y)) = y; \quad \operatorname{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\operatorname{arccot}(\cot(60°)) = \operatorname{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریگونومتریکي بلواکو خویونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چی یوه کونج بلواك تعریفدیری یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چی د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړی ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړي / gesucht غوښتونې	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	cot x

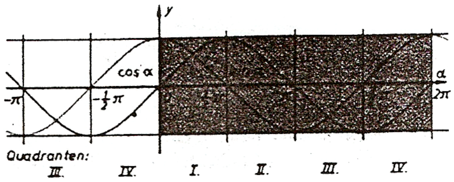
لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې ټریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : ټریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري،
کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

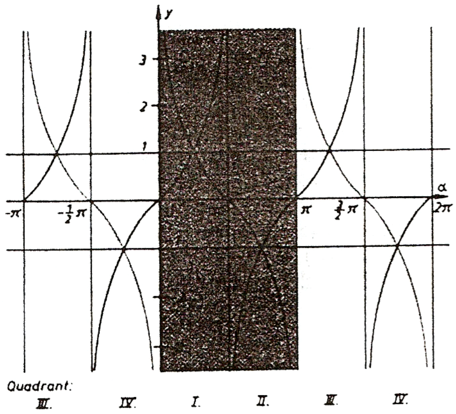
$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څېره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن پیریود دیاګرام ګرځېدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پیریود ښکاري :

sin 50°	= sin (50° + 360°)	= sin (50° − 720°)	= 0,76604	
cos − 30°	= cos (− 30° − 360°)	= cos (− 30° + 1080°)	= 0,86603	
tan 2,5	= tan (2,5 − π)	= tan (2,5 + 5π)	= − 0,74702	
cot 10	= cot (10 + π)	= cot (10 − π)	= 1,54235	
sin 35°	= sin (180° − 35°)	= − sin (180° + 35°)	= − sin (360° − 35°)	= 0,573576
cos 35°	= − cos 145°	= − cos 215°	= cos 325°	= 0,81952
tan 0,6109	= − tan 2,5307	= tan 3,7525	= − tan 5,6723	= 0,700208
cot 0,6109	= − cot 2,5307	= cot 3,7525	= − cot 5,6723	= 1,428042

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ټینګه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	π − x	π + x	2π − x	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګی:

	α	180° − α	180° + α	360° − α
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	− 0,573576	− 0,573576
cos	0,819152	− 0,819152	− 0,819152	0,819152
tan	0,700208	− 0,700208	0,700208	− 0,700208
cot	1,428148	− 1,428148	1,428148	− 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځی د جبشمیري یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چی یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	−1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	−	$-\sqrt{3}$	−1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	−	0
cot x bzw. cot α	−	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	−1	$-\sqrt{3}$	−	0	−

د دغه ساحو د جدول په مانا دی او یادی [illegible] یا [illegible].

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کېدی شي په خیال کې یا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x) cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x) cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کېدی شي په ولاړکونجیز درېګوډي کې د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – ß = 90° له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس

ته راتلی شي.

دا له څېرو څخه هم لاس ته راوړل کېدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2 x = کرښې ته یو بل سره محورسیومتري څغلي :

له څېرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواک جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

یادونه : په دې نلواکو کې کېدی شي چې x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0,86603$

$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0,57735$

$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لايني نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډېل تعریفېدیرې پورې ساده ډېل بلواك ارزښت اړه نه لري.

لکه

$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x . \cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $\mathrm{cis}(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

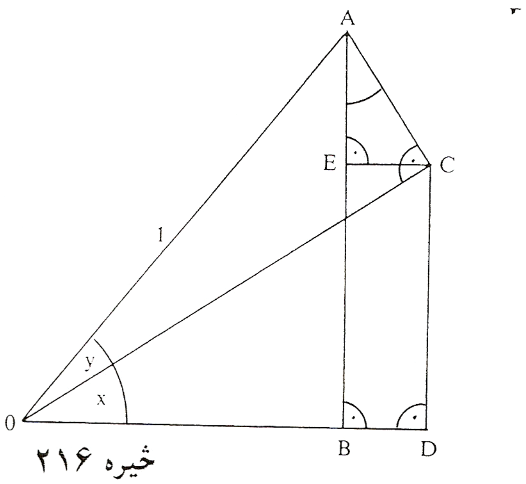
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x+y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x-y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y$; $|OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x+y)$; $|OB| = \cos(x+y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسیره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. **2′.:**

3. **4.:** $x = y$. ځای پر ځای کړه

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کیږده

$$\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه پورته توګه په لاس راځي

7.: $x = y = z/2$ کیږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د ولنبه نیوټنې له لارې ښوونه لرو

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$. په (*) کې ولیکه او کیږده

9-10: د ۱۱ پوښتنې له ۱ او ۲ او ښوونې د تعریف څخه لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لكه چي په پيل كى مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيري پيښي شته دى چي تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړى د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلي لور داواقعي د كونج په واك كى نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنى سره، چى دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدى. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يى بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغى تاثير په لاندې ليدنه كى راټول شويدي، ګراف يى ورزياتى ځيرونى لپاره دى. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يوائې د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوساين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوى وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لورته)

بیلگی	دکارونی ساحه	تاثیر	بلواك
خیره ۲۱۷	ټولی تلبیرته راګرځیدونی تعامولونه		$y = \sin (x)$
خیره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شیپالونو یو په بل بدلون	د y- لور باندې راکښنه	$y = \sin(x) +d$

$y = \sin(x+c)$	د فاز تغییر یا ځای بدلون	په بدل برښنا جریان کې د برښنا او ښیالو تګ تغییر دوښیالونه	فقره ۲۱۹
$y = a . \sin(x)$	د امپلیټود د ځای بدلون فاکتور -1 د $180°$ فاز ځای بدلون دی	دیوه پندول خوځیدنه	فقره ۲۲۰
$y = \sin(bx)$	دیره لوړه تغییر یا بدلون $b>1$ سرعت $0<b<1$ په کرار کیږي $b<0$ په شپه ګرځیږي له محور دی	دیو بستینۍ زړۍ خیژونه په یوه وخت دا دونه ره دهغې بوړۍ لمبوزه کې یکه په دغو ځنګ الو په اوازونو کې	فقره ۲۲۱
$y = a . \sin(bx+c)+d$	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	فقره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره څیره بله کړئ

$4°6' = 4{,}1°$; $10°, 5' = 10°30$

a) $6{,}75° =$ b = $120{,}48° =$ c) $-75{,}65° =$

d) $52°16' =$ e) $97°13' =$ f) $44°44'\,44'' =$

۲ – په درجه کچ ي وليکې

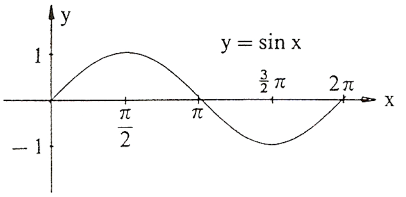
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x\,(2/3)\pi$

d) $x = 4$ e) $x = -3$ f) $x = 4{,}7$

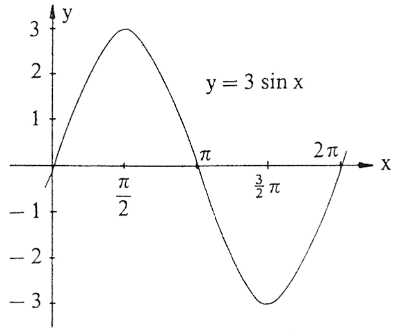
۳ – په لینده کچ یی ولیکي

a) $15°$ b) $-60°$ c) $540°$ d) $20°15'$ e) $15{,}75°$

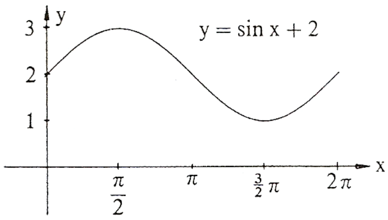
(c) ketabton.com: The Digital Library



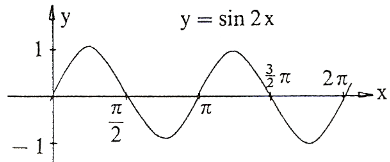
څيره ۲۱۷



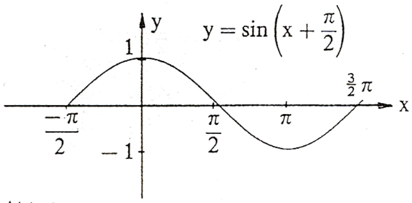
څيره ۲۲۰



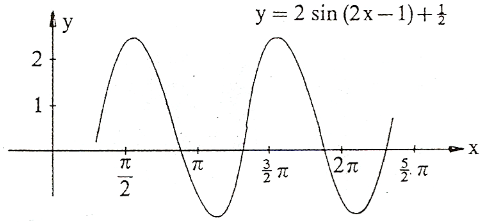
څيره ۲۱۸



څيره ۲۲۱



څيره ۲۱۹



څيره ۲۲۲

د دې بلواك ګراف د ساين كرېې $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کيدل

۲ – د نيمې راګرځيد اوږدوالی باندې پرسيدنه

۳ – په يوه يوون د ښې لور ته راکښنه

۴ – په 1 / 2 پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20°　b) sin(-30°)　c) sin 172°　d) din1°4'

e) cos 35°　f) cos 380°　g) cos(-27°)　h) cos47,9°

i) tan 11°　k) tan (-15°)　l) tan 33,33°　m) tan 13°13'

n) cot 870°　o) cot (-11°)　p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin ∝ =0,8　s) cos ∝= 0,9　t) tan ∝= 2,5

u) cot ∝ =-1　v) sin φ = 0,3　w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4　y) cot φ= 0,3　z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټې وشمیری

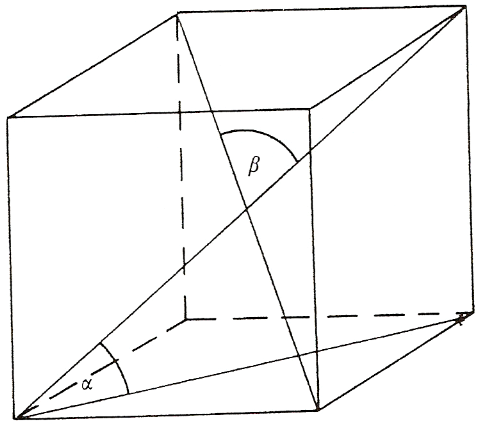
۶ – په مساوي پښیز دریګوډي کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; ∝ =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز (∝ < 90°) دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز دریګوډي لپاره وشمیری (∝> 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوړي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ - په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره   .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ - د دوه ګردیو وړانګی

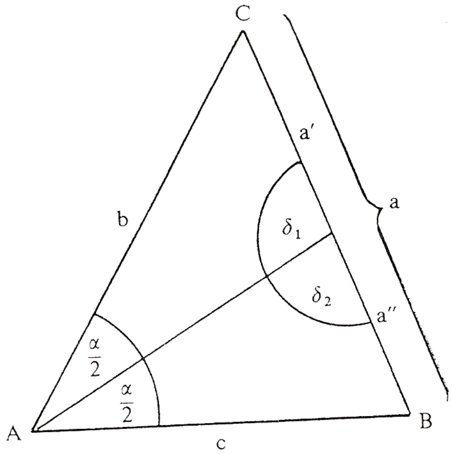
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کړې غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ - په یوه دریګوړي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ - که یوه بار ځاي ته،

چي ۱،۵۰ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج ✓ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ - الف)د یوې پورته ختلی کوځي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندې پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج $\measuredangle = 25°$ لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعني ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن $1\ kg = 9{,}81N$).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج $60°$ دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چی جګیدونکوج یی $\measuredangle = 18{,}5°$ او پښیټکی یی $\beta = 8°$ لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د پښی ټکي څخه ۵۰ ،۴ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چی ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنستټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چی د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

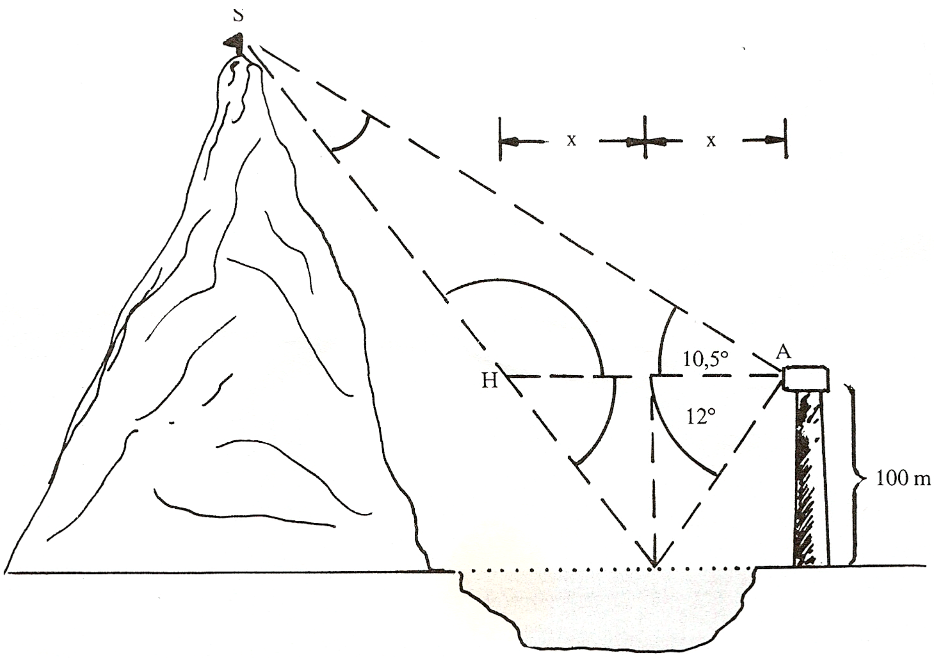
ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چی جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

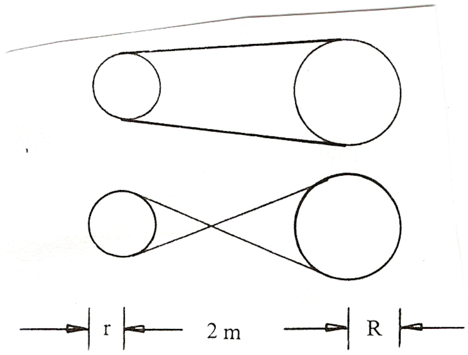
(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۲۵



شیره ۲۲۶

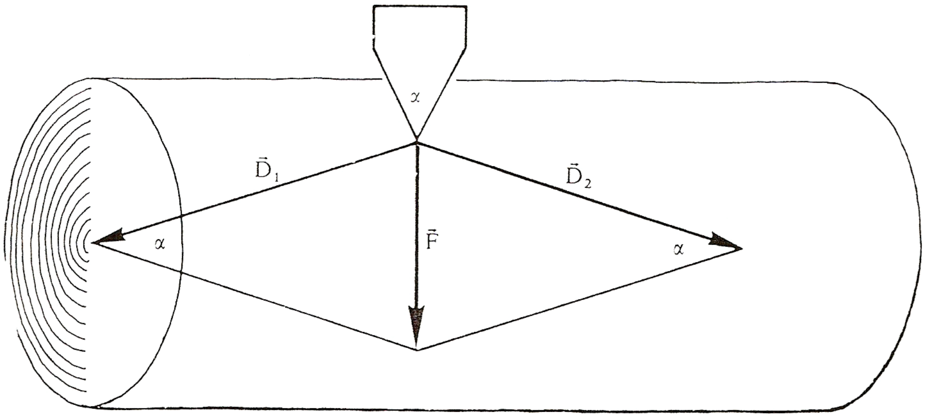
۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چې په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري
$r = 22$ cm , $R = 35$ cm ,
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو څخه تاو شوې وي ؟

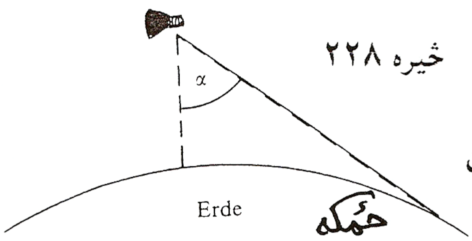
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په ستره یو کایل)موړی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چی د ستهی درځونه ، که د کایل یا تبرگي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرگیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

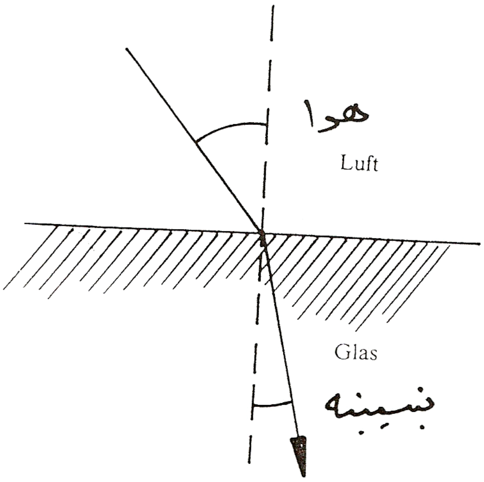


څیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین څومره جگ الوزي ؟ (د ځمکی وړانگه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو گادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پتلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
تیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو ځخه د باران د ځاځکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ - که د لمرورانګه په دوه مختلفو
طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر
یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius
د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د
ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون
وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او
ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر
دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

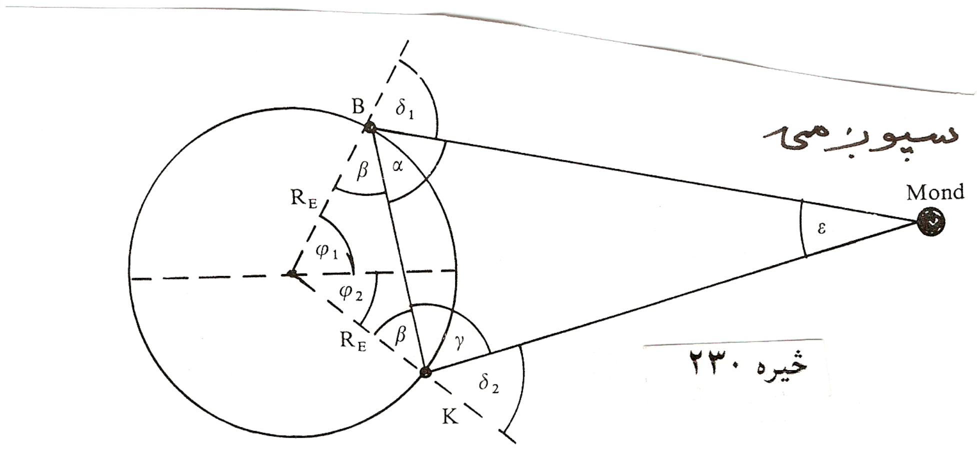
$$\sin \alpha \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو (1,33) n = 1,5 دی وښایي،
چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ - په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل
شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو
په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د
سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
. $\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې ځخه d_{EM}.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ښیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تر واک لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2\pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi / T)\, t = x$ هغه کونج دی، کوم چي په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- مربع مساوات (څلورې برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورېبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړئ

د ازماېښت سره حل $x1=5$ یا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ یا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کیږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ریښه ونیسئ

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$$|4| = 4 \qquad |5,12| = 5,12 \qquad |\sqrt{3}| = \sqrt{3} \qquad |\pi| = \pi$$
$$|-4| = 4 \qquad |-5,12| = 5,12 \qquad |-\sqrt{3}| = \sqrt{3} \qquad |-\pi| = \pi$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتوني x ارزښت غواړو وټاکو$x = | x |$ تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = |x|$ فقط هلته تیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $|x| = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بڼې $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ریښه نیونې له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$
\begin{aligned}
& 2x^2 - 8 &=& \ 0 && |+8 \\
\Leftrightarrow\ & 2x^2 &=& \ 8 && |:2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 &=& \ 4 && |\sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} &=& \ \sqrt{4} \\
\Leftrightarrow\ & |x| &=& \ 2
\end{aligned}
$$

لومړی حالت	$x \geq 0: \lvert x\rvert = x = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 2}}$
دویم حالت	$x < 0: \lvert x\rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$

بیلګه:

$$
\begin{aligned}
& \frac{1}{2}x^2 &=& \ 9 && |\cdot 2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 &=& \ 18 && |\sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} &=& \ \sqrt{18} && | \\
\Leftrightarrow\ & |x| &=& \ \sqrt{18}
\end{aligned}
$$

لومړی حالت:	$x \geq 0: \lvert x\rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \sqrt{18}}}$
دویم حالت:	$x < 0: \lvert x\rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow \underline{x_2 = -\sqrt{18}}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازمیلو له لارې لرو : x1=1یا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

یا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتیجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتیاوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دویم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x\cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

یو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه یو ضریب صفر وي.

پام :

د بنې یا مساوات سیستم تل کیدی شي د اووښتوني یا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازمايښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2 + 2x & = & 0 & \mid x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & \mid \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x+2 & = & 0 & \mid -2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & \mid :3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بيلګه:

Probeازمايښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & \mid -\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = & 0 & \mid x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = & 0 & \mid \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = & 0 & \mid +\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & \mid \cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & & x = \frac{9}{8} \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

٧ . ٣ - د مربع تکمیلونې په مرسته د حل تللار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

يا په لنده بڼه ليکو:

$$x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

دلته د ريښي لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانتD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه حلتوکي(عناصر؟)	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	که وي
يو حالتوکی(ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	که وي
حلتوکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	که وي

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ــیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \qquad \Rightarrow p = -\frac{5}{3}; q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{aligned} &\Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حلتوکى لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکى نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کې کېدى شي حل داسي کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځاى شي، يعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دى، د ويتا د رېښې جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$x_1 \cdot x_2 = q \quad \text{او} \quad -x_1 - x_2 = p$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$\begin{aligned}
& x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
& \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D} \\
& \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p \\
& \Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}
\end{aligned}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$\begin{aligned}
& x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \\
& \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2-(-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس یا په ښتې د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو ځلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرۍ {L = { -2;1 وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرۍ(حلسټ) $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

يادونه:دا فقط يو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زياتځله يا هم همدا حلډېرئ لري.

کرښيز ضريبونه(ځلووني) يا فاکتورونه:

يد بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د يو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو شرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يې له دې دوه ضريبونو څخه صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضريب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بیلګه:

L={x1;x2} دې د یوه مربع مساوات حلېږئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښیزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$
$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتوني يا ماحولې x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.

دريمه بڼه :$ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښي جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 | x_2\}$

پوښتني:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x + 2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x + 3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x - 4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 ($$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{array} \right. \quad Probe: \begin{array}{l} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{array}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{array} \quad Probe: \begin{array}{l} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{array}$$

مربع مساوات ته پوښتني

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه بايد څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باکترياګانې په دوه ساعته کې 450 باکترياو ته زياتوي.

دا باکترياوې په ساعت کې څو په سلو يعنې % کې زياتيږي.

څلورم –

د يوه مربع دوه کونجتړې يا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

يو ولاړکوډيز يا مستطيل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – يو اړخ درېواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه يې په 3 m يو له بل توپير لري.

شپږم –

دوه ګڼونه په 4 يو له بل توپير لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی. اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زياتون يا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.

اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون يا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0 ; t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0 ; t > 1$

نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات پهx پسې حل کړی.

الف- $2x^2+2x-24=0$ ب - $-3x^2-5x+8=0$ پ- $\frac{1}{2}x^2-4x+8=0$

ت - $3-2x+\frac{1}{3}x^2=0$ ټ – $x(x+t)=1$ ث- $-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}=0$

ج - $(x+2)^2-2=0$ چ - $-x^2+4ax-4a^2=0$ ح - $2tx^2+tx-t=0\,;\,t\neq 0$

خ - $x^2-2tx+6t=3x$ څ - $x^2-4tx+3t^2=0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2-t=0\,;\,t\neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2+ax-2=0\,;\,a\neq 0$ ب - $(a+1)x^2-x+a=0\,;\,a\neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2-4x=x^2-ax+1\,;\,a\neq 0$ ت - $(ax)^2-\sqrt{a}\cdot x+\frac{2}{a}=0\,;\,a>0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2+ax-1=0$ 1 د هر $a\in\mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2+2ax-a+1=0\,;\,a>0$ ب - $x^2-2ax-6a=-3x$ پ- $x^2-ax+a=x$

ت - $-ax^2+2a^2x+3a^3=0$ ټ – $ax^2+2x-3=0$ ث- $-x^2+1{,}5ax-0{,}5a^2=0$

ج - $2x^2+x-3a=0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2-5x)=0\,;\,a\neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3}-\frac{2}{3}ax-a^2=0$

دیارلسم –

وښایی چې $L=\{1+\sqrt{2-3t}\,;\,1-\sqrt{2-3t}\}$ د ټول $t\leq\frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره x = t د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتني

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: دa په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څېر 3 = x راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزیې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دویم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0,5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0,5x^2-x+1,5=0$ ث - $\frac{1}{3a}\left(2x-x^2\right)=0\,;\ a\neq 0$

مربع - یا څلوریزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه یې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0\,;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0 ; t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0 ; t \neq 1$ ح - $1,5(x-0,5a)^2 = 0$

دویم: لاندې برابرونونه یا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ پ - $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$ دریم: د a

د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټیک یو حل لري؟

څلورم: د جبشمیري سره د ټیک دوه لسمیزو سره حلډېرئ وشمیرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ ب - $x^2 + 6x - 1024 = 0$ پ - $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0,025x^2 + 2x - 0,254 = 0$ ټ - $119,6\pi + 9,6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ ث- $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښایئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د تول $a, b \neq 0$ ؛ لپاره یو ناټیک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ ب - $73 - 52s + 14s^2 = 25$ پ - $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8,5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ ټ - $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ ث - $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دویم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ؛ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلدېږئ يې وټاکئ.

د مساوت په ښي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5;3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیرپال د $U = 38\ m$ او یو مساحت د $A = 88\ m^2$ ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16\ m^2$ ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سړی د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800\ m^2$ سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د € 200 یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع يا فنكشن)

$E(x) = 160-2x$ (د خرڅلاو تابع)

لسم: يوه فابريكه مواد توليدوي، چې ارزښت يې په هره دانه € 65 دى. د x توليدولو دانو ټول قيمت يا لګښت E(x) دى. كوم تعداد دا دانې بايد توليد شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره يوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

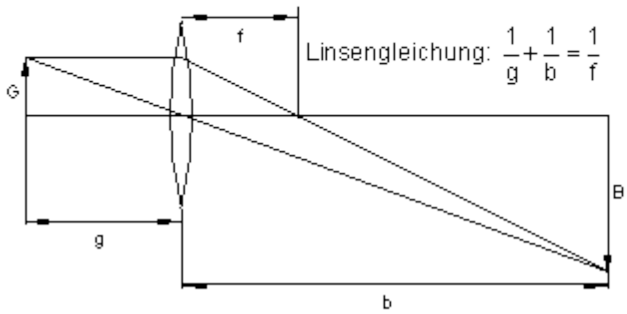
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنكشن)

يولسم: يو شى G د عدسې له لارې، چې د سوزونټكي ا وږدوالى يې f = 0,2 m دى په يو اوپټيكي ځيره B باندې پريوځي يا ځيره كيږي. د شي او ځيرې ترمنځ واټن يې 1 m دى.

الف- دا شى G او همداسې ځيره B يې د عدسې څخه څومره لري دي؟

ب – عدسه بايد ماكسيمال څومره د سوزونټكي واټن ولري؟

په لاندې ځيره كې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون يا د كسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ــلکه کرښیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټډېرئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفډېرئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څېرنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $$D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
& \frac{4+x}{x-2} &=& \ 6 && |\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=& \ 6\cdot(x-2) && \\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=& \ 6x-12 && |-6x\\
\Leftrightarrow\ & 4-5x &=& -12 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & -5x &=& -16 && |:(-5)\\
\Leftrightarrow\ & x &=& \ \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{aligned}
\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &= 0 \qquad |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ 5(x-1)+(x+3) &= 0\\
\Leftrightarrow\ 5x-5+x+3 &= 0\\
\Leftrightarrow\ 6x-2 &= 0 \qquad |+2\\
\Leftrightarrow\ 6x &= 2 \qquad |:6\\
\Leftrightarrow\ x &= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\tfrac{1}{3}\right\}}}
\end{aligned}
$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې یا مخرج په معنا

$$
\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \qquad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \qquad |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ x^2-x+4x+4 &= x^2+x\\
\Leftrightarrow\ 3x+4 &= x \qquad -x\\
\Leftrightarrow\ 2x+4 &= 0 \qquad |-4\\
\Leftrightarrow\ 2x &= -4 \qquad |:2\\
\Leftrightarrow\ x &= -2 \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\}}}
\end{aligned}
$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بیایي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \quad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \quad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \quad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \quad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کينه لور په اصلي مخرج راوړل کيږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لارښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دي ونيول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نيول کيږي. که د کسرکرښي يا ماتکرښي مخ ته کميزه يا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلني وروسته دې اړونده صورت يا ماتباندي په يوه منفي نوک کې کېښوی شي.

د په ښت- يا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندي کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

په ځنو حالتونو کيدی شي شميرنه د د په ښت – يا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

دا په ځانګړي توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتیران(صلیب) له لارې:

شمیرنه کیدی شي
د Multiplikation über Kreuz
چلیپا یا اتیران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات یا کسر مخرج(ماتلاندي) د دویم کسر له صورت سره ضربیږي او د دویم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربیږي.

مګر دا تیک هلته شونی دی، چي کسرمساوات دا ترخنګ بڼه ولري.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتیرا – یا چلیپا ضرب د باوریوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه یا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د یوه ساده ورته بڼیط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چي د ښوولو وو

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \mid \text{ Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{2}{3}\right\}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

$$\text{Hauptnenner}: x+3$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \mid :3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow L=\{\ \}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بينوم دريمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زيات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرايط د تعريفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات ا

لومړی: تعريفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ ځ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ څ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1;\ a \in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$ بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلډېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلگه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري ډ ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکیږي.

بیلگه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0 \mid +4 \Leftrightarrow 5x=4 \mid :5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کیږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندې صفر کیږي.

په صلیب یا اتیران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4} \mid$ د اتیران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$: \Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|\,-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتني

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړئ

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوی وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني يا متحولي ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولي ارزښت کميز وي.

بېلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1|-2 \Leftrightarrow -x>-1|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

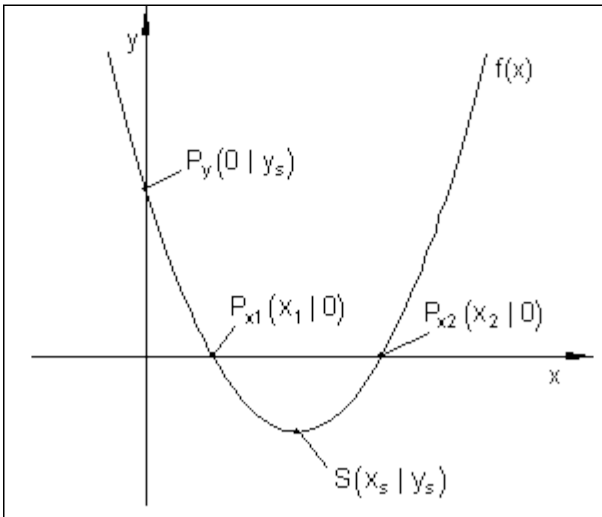
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوڅتکي

د محورونو غوڅتکي

په څنګ ځېره کې د ګراف کتلو کې یوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>غوښتکی $P_y(0|y_2)$

د x - محور سره غوښتکي $P_{x1}(x_1|0)$ او

$P_{x2}(x_2|0)$

ککرټکی $S(x_s|y_s)$</td>
</tr>
</table>

خیرنبیلګه:

د ځیرنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکې لرو.

د **y** -محور سره غوښتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوښوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرټکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوځتکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کي غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چي د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اينونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{} \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0);P_{x2}(1|0)}}$$

تمرينونه :

د مربع تکميليدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د يوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز
پارابول لپاره صفرځايونه او د محورونو غوځتکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x) = -x^2 - x + 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x) = -x^2 - 4x - 4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x) = 4x^2 + x - 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

یادونه:

یو کس € 120 ګټي، موږ هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جز اپانه تر ګوتو کوي، موږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

د شمیرلو قانو:	
$\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $\lvert x + 2\rvert = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$|x+2| = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

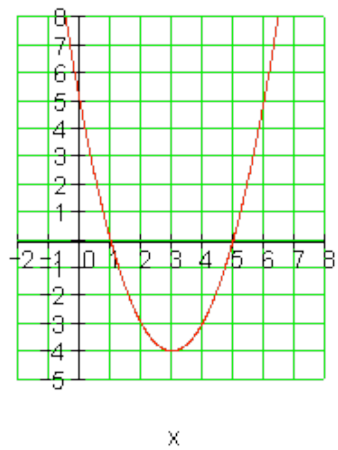
$$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

دویم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$|x+2| = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څیړنو لپاره د بیلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرټکی یي په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. د y محور سره یي عوښتټکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. د x محور سره یي غوښتکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوښتکي یي د تابع $f(x)$ صفرځایونه بولو، څخه چي هلته باور لري: $f(1) = 0$ او $f(5) = 0$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعریف او ارزښت سټ(ډېرې)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کي تر څېړني نیول کیږي.

دا مو تعریفډېرې او ارزښت ډېرې ته لاربښودوي.

څمور د بیلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ د x ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وځېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېری): $D=\{x\mid -1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له1-=x تر x=6 پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس x min=-4 .

اوس د انټروال پولې 1-=x او6=x څېړل کيږي.

$$f(-1)=(-1)^2-6\cdot(-1)+5=1+6+5=12$$

$$f(6)=6^2-6\cdot 6+5=36-36+5=5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

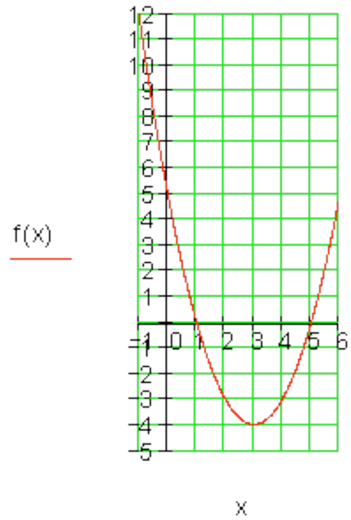
$$W=\{y\mid -4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.

د نورې څېړنې لپاره ځمونږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېرنې لاندې نیسو.

<table>
<tr>
<td>

$f(x):=x^2-6x+5$



</td>
<td>

دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورږ شوې ده.

$D=\{x\mid -1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$W=\{y\mid -4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$

</td>
</tr>
</table>

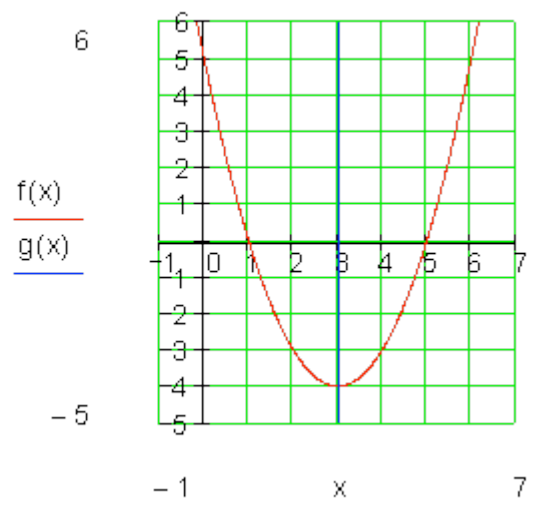
د سیومترې څېرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا خيره شوی پارابول نسبت و
محوروتو ته سيومتريک دی، چې د
y محور سره غبرګ د ککرټکي څخه
تيرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري.
د سيومتري محور مساوات چې د
$S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي څخه تېر
يږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته
سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د
معلومو صفرځايونو څخه د ککرځ
ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.



له صفرځايونو څخه د ککرځټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګندي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرځ ټکي د x کواورديناټ دی.

د -p - q- فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}} \qquad \underline{\underline{x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}}$$

د ريښي لاندې افاده(وييه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $\underline{\underline{x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}}}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}}\vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$

:

حل نه لري.

که دېسکريمينات منفی(کميزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوڼ نه دي، ځکه چې ريښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط يو حل.

ټولګه:

دېسکريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \vee \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

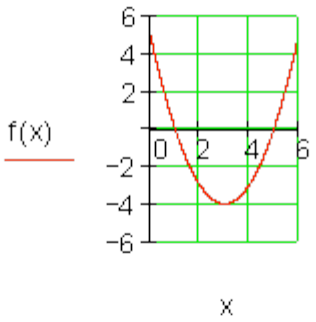
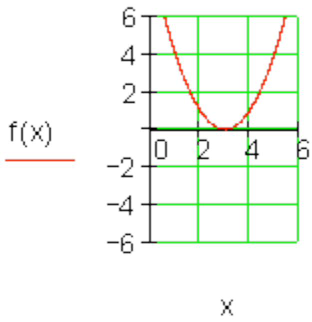
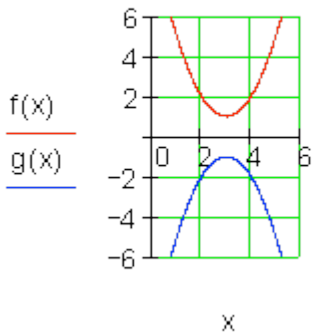
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د دوه حلونو دېرى(سټ) د يوه حل سټ د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندي څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.

ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیډه شمیرني له لاري صورت نیسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1+x_2=-\frac{p}{2}+\sqrt{D}+\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1+x_2=-\frac{p}{2}+\sqrt{D}-\frac{p}{2}-\sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1+x_2=-\frac{p}{2}-\frac{p}{2}=-p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1+x_2=-p}}$	$x_1\cdot x_2=\underbrace{\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{D}\right)\cdot\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow\left(-\frac{p}{2}\right)^2-\left(\sqrt{D}\right)^2=\left(-\frac{p}{2}\right)^2-D$ $\Leftrightarrow\left(-\frac{p}{2}\right)^2-\left[\left(\frac{p}{2}\right)^2-q\right]=q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1\cdot x_2=q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2-6x+5=0\Rightarrow p=-6\,;\,q=5$$

حل: $x_1=5\,;\,x_2=1$

$$x_1+x_2=5+1=6=-p\ (w)$$
$$x_1\cdot x_2=5\cdot 1=5=q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\therefore x_1+x_2=-p \quad\wedge\quad x_1\cdot x_2=q$$

په نورمال ښه یې د $p=-x_1-x_2$ سره کیږدی

$$x^2+px+q=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+(-x_1-x_2)\cdot x+x_1\cdot x_2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-x_1x-x_2x+x_1x_2=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-x_1)-x_2(x-x_1)=0\Leftrightarrow \underbrace{(x-x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\underbrace{(x-x_2)}_{\text{Linearfaktor}}=0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چي صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:
د صفرضرب جمله:
يو ضرب ټيک هلته صفر دی، چي لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.
دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 5$$

حل: $x_1 = 5 ; x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چي مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:
يو مربع مساوات دي د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دي منځ ته راوړل شي، چي کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2 ; x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

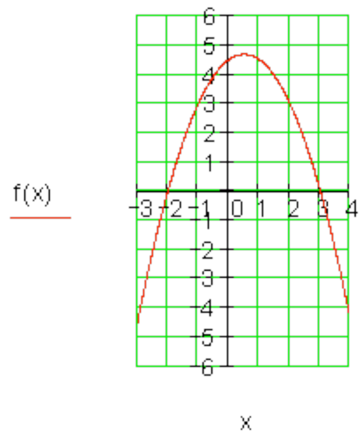
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$	نورمالمربع مساوات
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$	مربع تکمیلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وېستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$
دويم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسي $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅتکی: $\boxed{P_{x1}(2|0)}$ همداسي $\boxed{P_{x2}(-6|0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0|6)}$$

پوښتني

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم – د(f(x او(g(x برعکس ځايونه د x په واکوالي (تابعيت) کې و څيړی، که باور ولري:

$f(x) = -x^2 + 1 ; x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = ax^2 - a ; x \in \mathbb{R} ; a \in \mathbb{R}^*$

دريم – د(f(x او(g(x مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$f(x) = -x^2 - 3x ; x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = 0,5x(x+3) ; x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردينات – يا پروتولاړ سيستم کې د(f(x او (g(x ګرافونه و کاږې. بې له شميرنې دليل رواړی، چې ولې (f(x او (g(x د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د (f(x ککره (رأس) دی.

د(g(x ککره ورکړی.

ب – کرښه د x=u سره د 0> u <3- لپاره (f(x په ټکي P او (g(x په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – دPQ بنده کرښه د يوه مستطيل يا ولاړګوديز يو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطيل منځ يا سطحه د 1- = u لپاره او چاپيرياِل U د u په واکوالي کې وټاکی.

ت – پارابول (g(x دy په لور داسی و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د (f(x ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردينات وشميری.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – يو مربع تابع (f(x ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسي وټاکی، چي پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايی، چي دa داسي ارزښت نه شته، چي د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کي يوه ککره لري او د x محور په ټکي $P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$ کي غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

اوم – د ويمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کي غوڅوي.

د$f(x)$ تابع مساوات وټاکی.

اتم – ضريبونه a1 اوa2 داسي پيدا کړی، چی تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځايونو کي همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

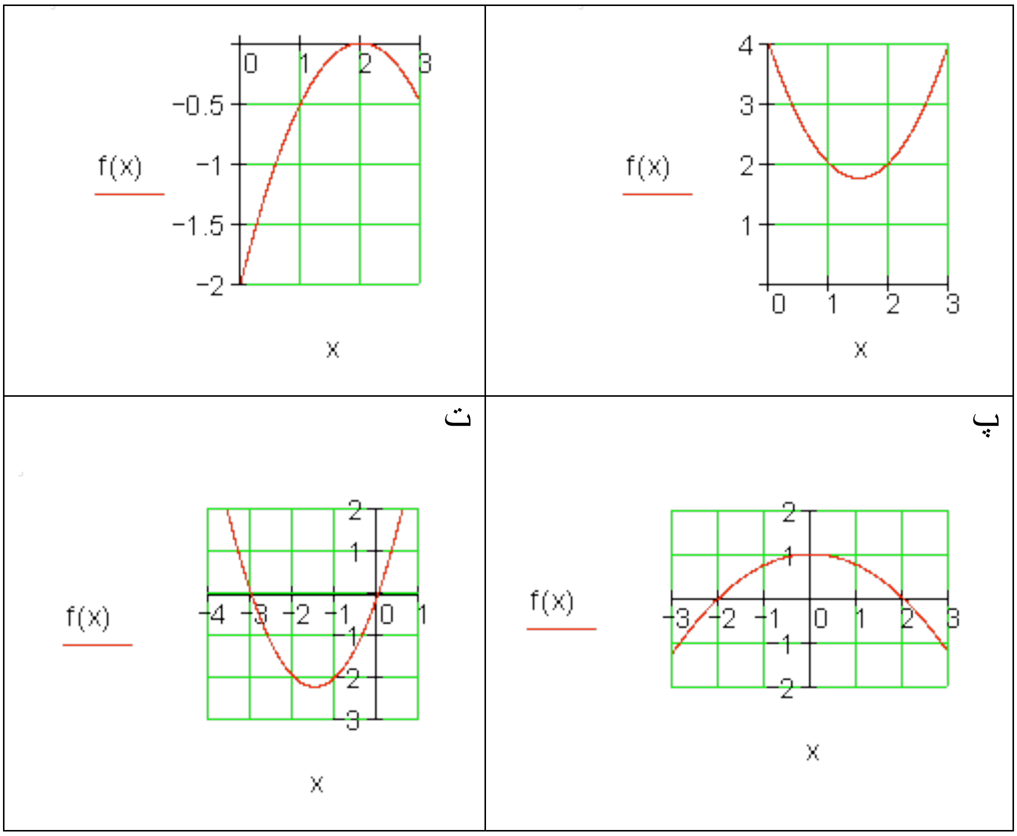
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره II

لومړی- د ځيرنو ځخه د تابع مساوات و ټاکی..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په x=-3کې غوځوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه -2 او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت -1 لري. f(x) وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ویناوې (د ریاضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – f(x)یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د f(x) صفرځایونه په مختخنه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 -1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوڅټکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچني ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکټر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې   انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنشیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میري،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کربنیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميړي شينواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کې د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترگې راغړولي.

د هسکې مينې د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولگې پيل او د دويم ټولگې څخه گام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانگه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيری سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانگه او اباسين نوميږي. څانگه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library