شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – گردۍ (دایره) ۸

گردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانگه، - ، نیمۍ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - گردۍ ټوټه، - گردۍ برخه، گردۍ کړۍ، د گردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، گردۍ لینده،د گردۍ منځټکیکونج ، د کربنو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسې یا هگۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کربنیزې څیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جگیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د گراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کربنیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کربنیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانگړی حالت.............. ۶۸

۴ – کربنیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر.............۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوڅی ۱۴۹

۶ - درېگوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون........................۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِوغڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کېږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګړتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅیږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخي یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخي نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسي مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پټې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځني کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهني سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځي به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅېږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

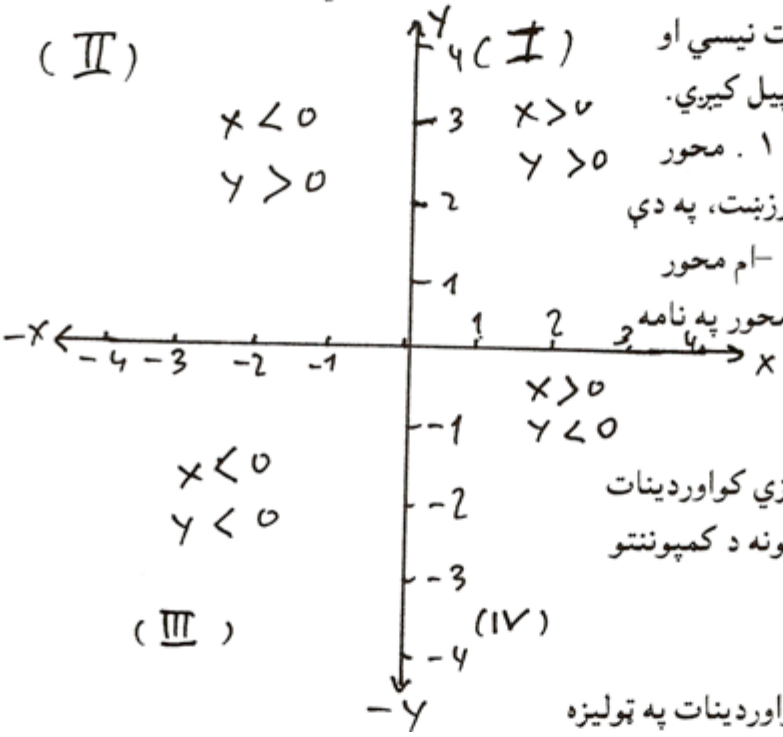
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورمور دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځموږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چې بدل شي، څکه چې دا کېمونتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه
ده. د ځل یا ضرب لمړنی کېمونټ د y− محور څخه فاصله ټاکي دوم کېمونټ
د x− محور څخه. که لمړی کمپونټ منفي وي، نو ټکی د y−محور کېڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دایرې د چاپیریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د
تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محیط دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته میشود. در
نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در یک نقطه به خط منحني دایره یک مماس رسم کنید.
به خط در نقطه یک عمود رسم شود. این عمود مماس مطلوب میباشد.
از یک نقطه که بیرون دایره واقع باشد، مماسي را رسم نمایید.
خط و به ان دایره تالس را رسم میکنیم. نقاط و به دایره تالس به منحني دایره نقاط
تماس تانجنت هستند.
یوه زاویه جي د دایرې په چاپېریال کې د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل
کیږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویې سره برابرې دي

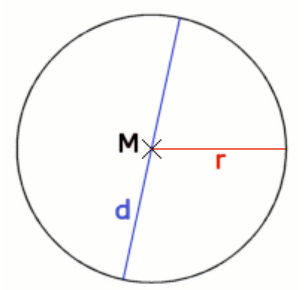
د منځتکي هغه زاویه له کومې چې وتر بریښي منځتکي زاویه بلل کیږي.
هغه زاویه چې په یوه پایتکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردی (دايره)

يادونه: ولې ګردۍ؟ موږبه چې په هسکه مينه شينوارو کې غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده کرښه مو وېستله او هغې ته مو ګردۍ ويل. دا نومونه د افغانستان په ټولو يا زياتو ځايونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالې غاړه که رنګ کړی او هغه په يوه کاغذ کيږدی، څيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايی؟
د يوې افغانی ژی، څه شکل لري؟

 	**پيژند ياتعريف** د يوې سطحي يا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چی له يوه ټکی داسی په نامه منځټکې Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، ګردی لاين يا لنډ: ګردی بلل کيږي (مخامخ څيره)

ليکندود يي (دا ليکندود په پيل کې ورځنی يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{ X \in E \middle| \, |\overline{MX}| = r \right\}$

لوستل يې: ګردی ک د ټولوټکو ايکس چې ايکس د اې توکی دی، ډيری ده، داسي چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپيرى

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کې دی وي، چې د ټولو هغو ټکو ډېرى يا سټ، چې له M څخه واټن (فاصله)يې له r څخه کوچنی يا د r سره برابر وي د دايرې سطحه بلل کيږي. (موخه يې ګردی منځهواره ده يا ټيك : ګرديتوته)

د وړانګي (شعاع) پيژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دايرې ژى يو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د دايرې وړانګه يا لند: وړانګه(شعاع) بلل کيږي، چې په r سره يې ښايو (پورته څيره وګورى)۰

د نيمی يا قطر پيژند: هغه کرښه، چې دايره په دننه کې نيموي د دايرې نيمى (قطر) بلل کيږي او په d سره يې په نخښه کوو (پورته څيره دې وکتل شي)۰

پيژند
د دايرې (ګردى) دننه کونج يا ټول کونج يا پوره کونج 360درجې لري.

ګرديچاپيريال u د وړانګې r سره په لاندې ډول ورکړ شوى دى

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- يا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کيږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دايرې عدد بلل کيږي
: $\pi = 3{,}14159265$

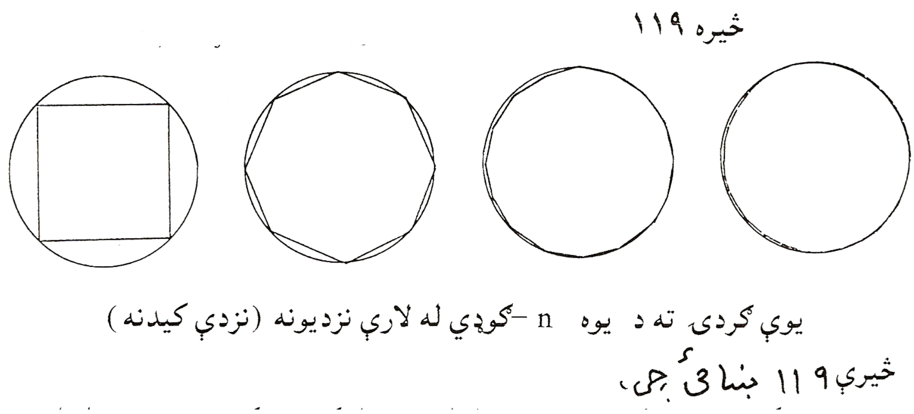
يادونه: دا چې ما کله هواره يا سطحه په A يا F او π مې په Pi نخښنه کړې، هيله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی د دايرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چې بيرته راګرځيدونی دی۰ له دې امله يو ايراشنل عدد دی او د مات په څير نه ليکل کيږي، بلکه له لسميز (عشاريه) وروستی پريودي يا تل بېرته راګرځېدونی څيفر پرلپسی دی. په کارونه کې يې موږ نژدې شمرنې يعنې راکردونې ته اړ يا مجبور يو، ځکه چه د جبشميرې د عددونوځايونو له امله، چې پای دې يا پوله لري يا رابند(محدود) دې.

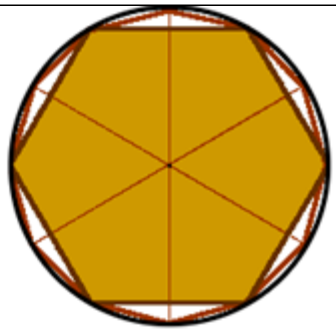
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګه سږی په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

دا له ارښیمدس ځخه پیل کارونه (عملیه) یا تکلار   داسی پیل کیږي، چی په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکځیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .



	په مخامخ خیرو کې نهه ضلعي وریسي شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې ځنګه ګردی ته نږدې کیږي مخامخ خیره څو څوګوډیز بریښي او ستره تری راتاو ګردی**مخامخ** خیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نږدیونه (نږدې کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نږدې یا ټیک دایره ده)**

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعې) تل کوچني کیږي، چي پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو ځخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځټکی ځخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا ځیره تل نږدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نزدي کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کې د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کی نه راځي) پيژندوړ دئ:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د دريکوډيو(مثلثونو) له لارې تاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلى سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يې ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمې(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

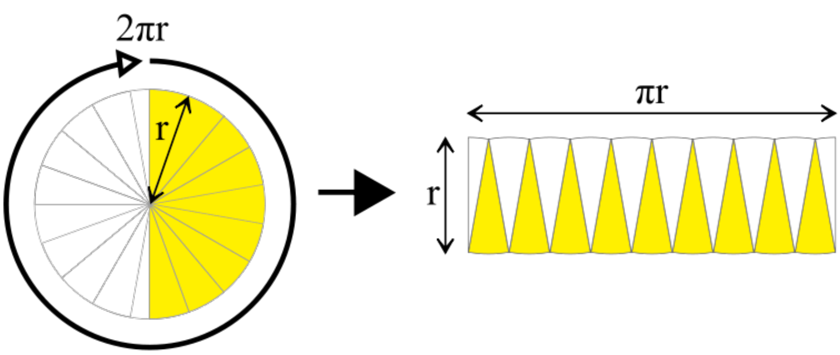
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز په څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی $U = pi.1m = 6,248m^2$ په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : $8.75 = 600cm$

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر $80.8 = 640cm$. قیمت وسطي یا منځ ارښت یې $6,2m$ دی. پس د نېکو هیلو سره ټول کسان په مېز خاي نیولی شي
مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله $3,142.250 = 785,40$ یانې افغانی ارزښت لري..

په لاندې څیره کې کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدې

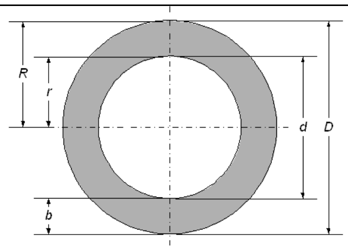
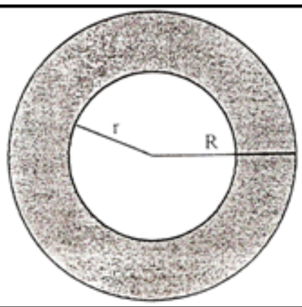


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کې د څیرې کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي۰

ګردیتوټه ، ګردیبرخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	ډېر وخت دننه- یا خوندیکړدی له چاپېریالکړدی کوچنی وي. نو له دې امله د دوي په منځ کې یوه کړی منځ ته راځي، چې د هغې منځهواره د دواړو ګرديو د کمون، کمښت یا توپیر ښخه شمیرل کیږي .
	**جمله :** موږ دوه دایرې لرو، چې د محاطي دایرې وړانګه R او د محیطي دایرې وړانګه r ده، نو د $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi (R^2 - r^2)$ $F_K = \pi (R - r)(R + r)$

بل ډول یې: یوې د دایرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسې کیدی شي، چې د دایرې محیط د دایرې فطاع (د دایرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو ښخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$A = (D - b) \cdot b\pi$

$A = (d + b) \cdot b\pi$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چې له غاړې یا ژی یې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کومه میز سطحه پاتې کیږي او د دایرې کړی چی له منځه ځي ښومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه ښومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

$F = (0,9m)^2 . Pi = 2,835m^2$

د دایرې کړی سطحه او محیط چاپیریا په لاندې ډول دي

$F = 1,95m . 0,05m . Pi = 0,30m^2$

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

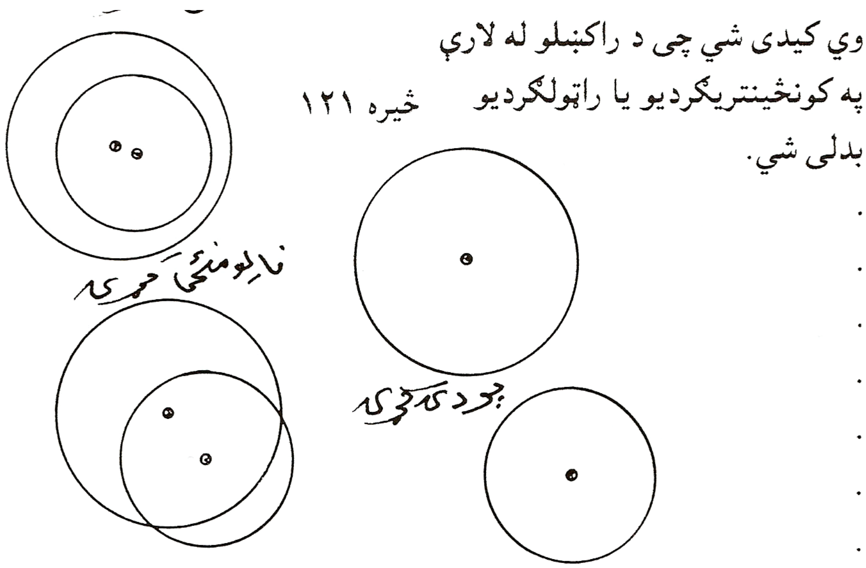
د داسې لړ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي٠

د ګردیوپروتځایونه یوبل ته:

هغه دایرې، چې منځټکي يې یو په بل پرېوزي کونځنتري یا راټول او په غیر له دې اکسځنتري یا ناراټولې بلل کیږي.

یو منځي کړی یا دایرې **نا یومنځي دایرې یا کړی**

ددې لپاره. چې یوه دایره ټوله په بله پریوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري یا راټول دایرو واړول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي کردۍ چی منځ ټکي يې يو په بل   پريوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په   غير له دې اکسځينتري Exzentrieیا ناراتولي بلل کيږي . که يوه کردۍ توله په بله کی پرته   وي کيدی شي چی د راکښلو له لارې   په کونځينتري کرديو یا راتولګرديو بدلی شي.

که ګردۍ يوبل پوره پټی نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډيريو(يا   ګډو پاتي يا باقي شميرنه له ستونځو   سره مخامخ کيږي .که ګردۍ يو له بل سره ګډ ټکي ونه   لري نو دا ګردۍ يو دبل سره پردی   بلل کيږي٠ د دې ګرديو څيرې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي٠

څو پيژندونه يا تعريفونه:

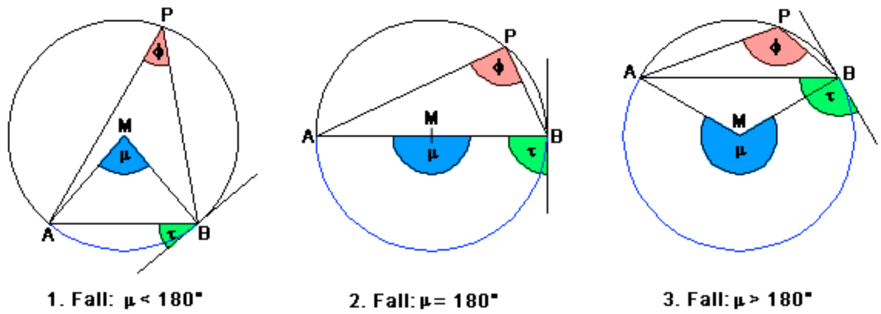
د ګردۍ هغه برخه ګرديټوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل   کيږي، که چيرې يوه دايره (ګردۍ) د يوې   کرښی له لارې يا کرښه باندې غوڅه شي . داسی يوه کرښه غوڅکرښه یاغوڅوونی (سيکانت) Sekante بلل کيږي. غوڅکرښه ګردۍ په دوه ټوټو ويش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ څخه تيره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ويشي، چی دا بيا ګردۍ نيمووني بلل کيږ. هغه غوڅوني چی له منځ ټکي تيره شي، د ګردۍ نيمی يا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردۍ په يوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردۍ څخه دا کرښه دباندې تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردۍ د غوڅکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني   (Sehne) يا وتر بلل کيږي   .ټوټونی يا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوڅی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاي کرښي يا ـلکه، چي ورسره بلد يو ـ کرښي دي .د يوه ګردۍ څخه د دوه وړانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوڅه شي دا برخه ګرديبرخه يا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج   او ليندې   (Bogen)   b سره. مخامخ څيره ده

په لاندې څيرو کې د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کين وښی لورته:

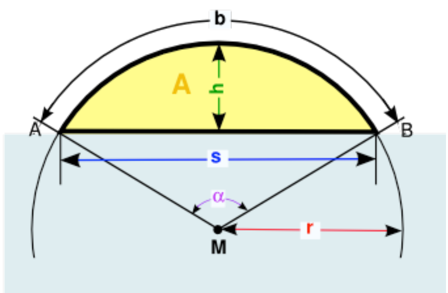
ګرديلينده Kreisbogen   د ګردۍ ټوټه ووني(ټوټووني)   Kreissehne   ، ګردۍ برخه   Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په گردی کې د کونجونو ډولونه:



د گردی توته (د ځیرني پوهیدوله پاره دالاندې ځیره پوره په پام کې ولری)



گردی توتهKreissegment ,
د گردی توتی لویې:

- Mittelpunktswinkel منځټکیکونج = α
- Kreisbogen گردیلیندہ = b
- Segmenthöhe د توتې جگوالی = h

(c) ketabton.com: The Digital Library

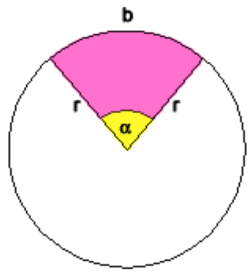
- **Radius ورانګه= r**
- **Kreissehne (وتر) توټه ووني = s**
- **Segmentfläche توټي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M**
- **Verbindungترنه A-M-B = برابرپینیز درپګوډی**

Formel zum Kreissegment د ګردیتوټي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول Flächeninhalt
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusورانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توټه ووني (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توټي جګوالی يا قطعي جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	Bogenlängeدلیندي اوږدوالی
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه کچ(Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahlګردیکې

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګردی برخې یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهوارہ
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لیندی اوږدوالی یا د قوس--
r	Radiusوړانګه
α	(Gradmaß)Mittelpunktswinkel منځتکیکونج) په درجه کچ(

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahlګردیکڼ یا د داېرې عدد

د یوې ګردۍ او کرښو پروتڅایونه یوبل ته:

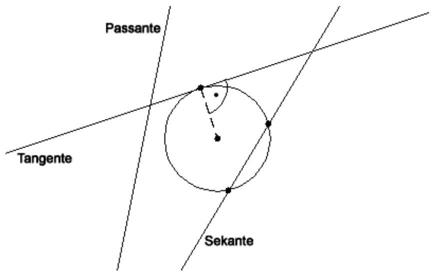
کرښه، چې ګردۍ غوڅوي، غوڅونې بلل کیږي.

کرښه، چې ګردۍ لمسوي یا د ګردۍ مماس دی، د ګردۍ لمسونې یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له ګردۍ تیریږي، له ګردۍ تیرېدونکې بلل کیږي.

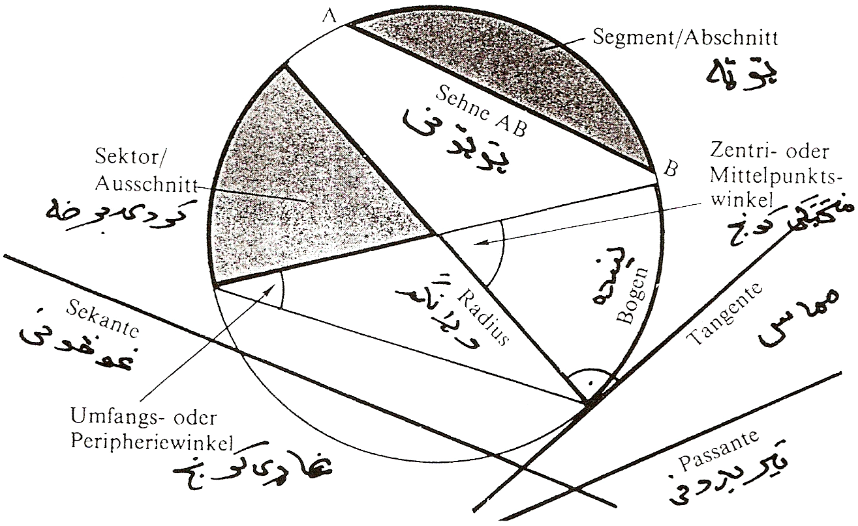
د کرښوپروتڅایونه د ګردۍته:

په لاندې څیره کې د کرښو نمونه: تیریدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅونې Sekante ، لاندې څیره کې څو مرڅه روښانه دي.



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوي دي

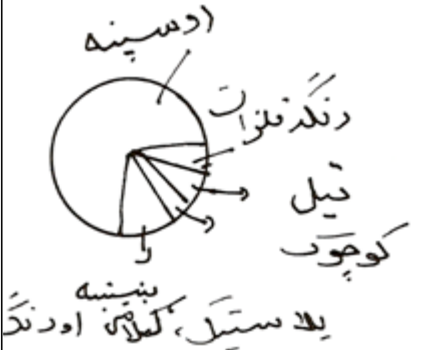
(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۱۲۲

پـيـلـبـيـلـګـه :

د يـوه بـنس مـوټـر جوړولـو لـپاره ۱۷۵۰ کيـلـوګـرامـه اومه (خـام) مواد پـه خرڅ رسيږي يـامصرفيږي. پـه دې کی اوسپنه او فـولاد ۷۵ پـه سلو کي ، پـه پـالـستي، ښيښي او رنګ تـول ۹ پـه سلو کی رسيږي، پـه رنګه فـلزونـو او ربـړ ۶ پـه سلو کی رسيږي، او تـيل ۴ پـه سـلـو کی . يـو ګـرديـديـاګـرام وکـاږی چی هره بـرخه پـه کې ورکړ شوي وي .

	د ګـردي ټـولـه هـواره د ټـولـو مـوادو سره مـساوي دهٔ) ۱۰۰ پـه سلـو کـي (د جوړمـوادو بـرخه د ګـردبـرخی څخه عبـارت دی. يـوه د يـو پـه سلـو کی بـرخه بـه يـوه ګـردیبـرخه وي د مـنـځـکـونـج سره 360°:100=3,6° وی . يـعـنـي 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° خيره دی، چې د هرڅه بـرخه کې ورنـزدې ښوول شوې وي پـه يـوې ګردی

(c) ketabton.com: The Digital Library

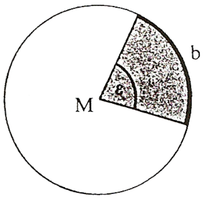
کې وکښل شي یا لاندې

د کردی برخې خیره څرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نښه کوو لویوالې په تناسب برخهواره **Fsk** او هم لینده **b** تغیر خوري او لاندې باوري دي:

$$\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360^\circ}$$

ε لویوالي
b ده

[illegible]



خیره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دویمې برخې څخه باوري دي:

جمله : د کردی برخې د لیندې اوږدوالی داسې دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r\varepsilon}{180^\circ}$$

د لومړی برخې څخه د سیکتور یا کردیبرخې لپاره باوري کیږي

جمله : د سیکتور یا د کردیبرخې منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{rb}{2}$$

اړیکې $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لندوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخې (بیلګه مخ) هواره خومره لویه ده، که د کردی دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F$ ریړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

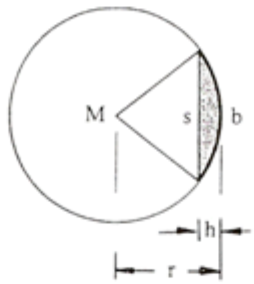
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

خیره ۱۲۵

ګردي ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2.\sin \varepsilon$$

(تریکونومتري دی وکتل شي ....) او ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon/180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره ګټور نژدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه: مدیر کړاو له ځان څخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟
لمړی ګردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.
منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبی جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.
لاندې لاس ته راځي:

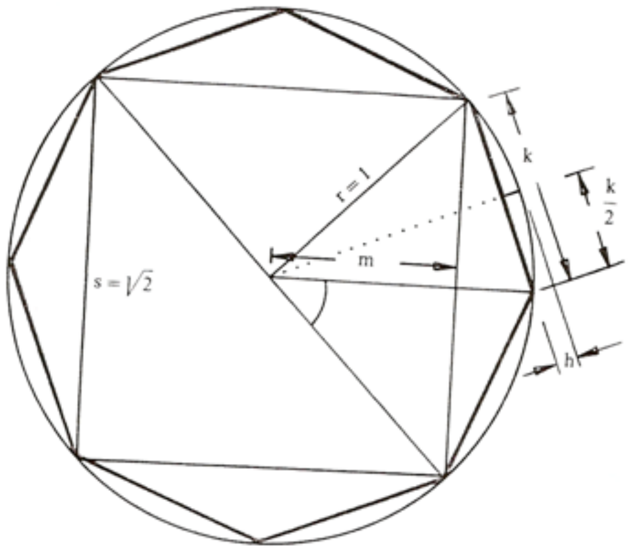
$$s = \sqrt{2} \,.\, 1 = 1{,}414\ m \;;\; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707\ m$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756\ m$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076\ m$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393\ m$ دی./و له دې سره

$$F_{\text{بوټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039\ m^2$$



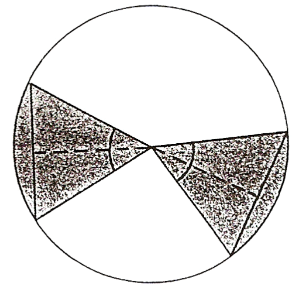
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښيښي ميز جوړيږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په
لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0{,}312\ m^2$.ميز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوي}} = 2{,}828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګرديهواره د وړانګي $r = 95\ cm$ سره. د
کيناستلوخاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيری اوس $U = 8.0{,}765 = 6{,}123\ m$

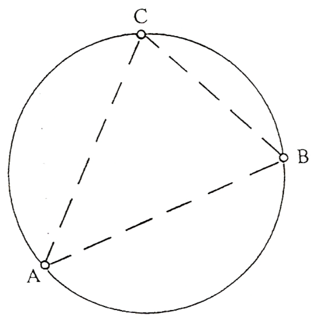
د مساوي ټوټوونو جمله



خيره ۱۳۱

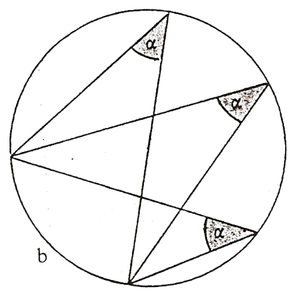
مساي اوړدې ګرديټوټې د ګردي له منځټکي
مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه،
مساوي ګرديلينده، او مساوي ګرديټوټې او
مساوي ګرديبرخی لري .

د چاپيرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره يوه ګردی موجود
ده چی د دريواړو ټکو څخه تيريږي:
دا د دريکونجي ABC چاپيرګردی بلل کيږي
خيره

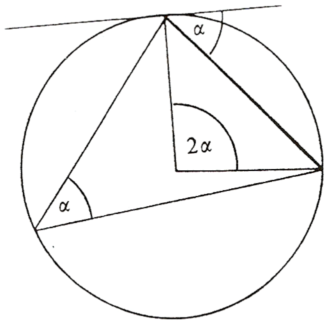
د پريفري – يا ژيکونج جمله



خيره ۱۳۳

په همغه ليند‌ه باندې ټول
پريفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

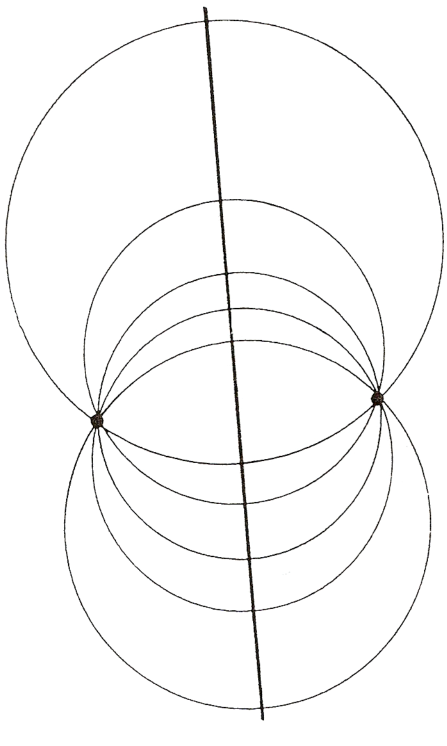


د منځنۍکیکونج او پریفریکونج یا ژیکونج جمله:

یو منځنۍکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

ځیره ۱۳۴

د منځنۍکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



د منځنۍکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

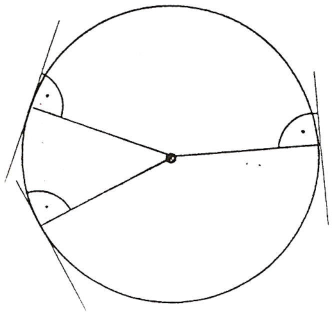
دګردیوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پریکوي

د ټولو ګردیو منځنۍکې چې یو بل په
دوه ټکو A او B کې غوڅوي یو
ناپایکرښه باندې چې ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وایې پراته دي.

ځیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله



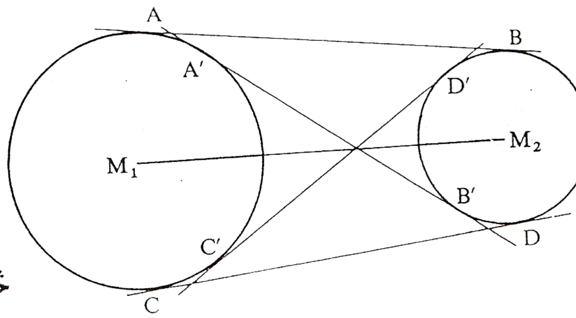
شېره ۱۳۶

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره يو په بل ولاړ يا نيغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګرديو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نوميږي که د دوه ګرديو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چيرې دوه ګردي ګډ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوځېوټي همغه اوږدوالی لري.

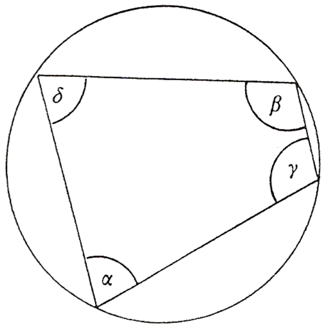
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول (<=>) $|A'B'| = |C'D'|$



شېره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

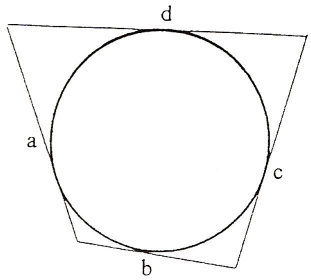


خيره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180°$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

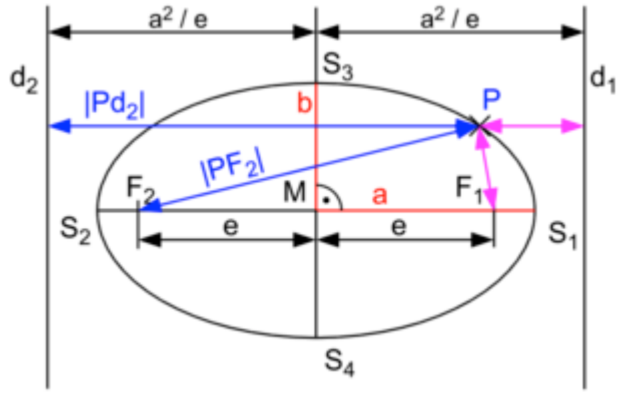
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایـلـیـپـسی (بـیـضوي یـا هـګـۍ) (دلـتـه مـوخـه هـوا ره ده)

Ellipse

پـیـلـبـیـلـګه :

د کـړاو میز جوړښت بـانـدې موړ په اتـه کـونـجي اوبـی یـا حل کـی تـم کـړی وو . دا چې پـه دې ډول یـو میز سره تـل د زخمي کـیـدو خطر مـوجـود دی‌پـوښـتـنه رامـنـځ تـه کـیـږي چې : داسې یـو را ګـردشوی شـکـلـی شکل ، چې ګـردی نـه وي او منظم غـوښ وي، شـتـه، چې د کـړاو اړتـیـا پـوره کـړي؟ پـه ریـښـتـونـی ، داسې یـو اوبـی یـا حل مـوجـود دی، لـکـه چې لانـدې ښیره ښـایـي، چې هر د غـاړې ټـکـی دوه ټـکـو واټـنـونـو تـه یـو ثـابـت واټـن لـري



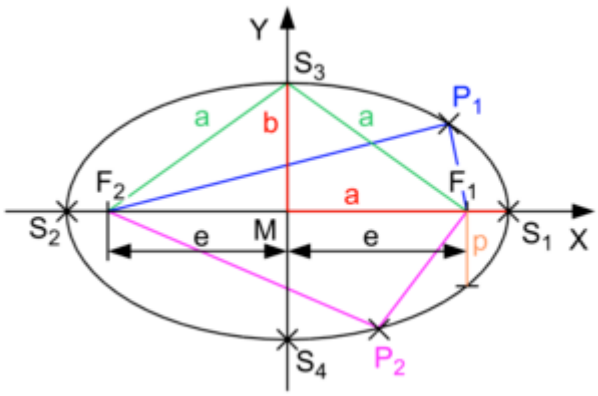
پـیـژنـد یـا تـعـریـف:

د ټـولـو مـغـوټـکـو **P** ډیـري تـه چې لـه دوه ځاي پـه ځاي ټـکـو **F1** او **F2**) سوزېـدټـکـی یـا بـهـتـره سـوزونـټـکـو) څخه ثـابـتـه یـا همغه واټن یـا فـاصـلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومـیږي

لانـدې واټـنـونـو یـا فـاصـلـو تـه سوزونـوړانـګـی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oتـه د ایـلیـپسی مـنځ ټـکی و ا ی، eتـه د سوزونـو اټـن یـا فـاصله یـا لایـني ایـکسڅنتریـڅیـتـایـت (lineare Exzentrizität) یـا لایـني نـاراټـولـه و ایـي .ددې لـویـو لـپاره لانـدې اړیـکي بـاوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

پـه دې کی a او b د ایـلیـپسی لـوي او ووړ نـیممحورونـه دي. اړیـکه I روښانـوي، کـه چیرې د ایـلیـپسی ټـکی P د نـیممحور a پـه اخر کی وټـاکل شي، IIد پـیوتـاګوراس لـه جملی لاس تـه راځي کـه د Pټـکی د b نـیممحور پـه اخر پـروت وي .دواړه نـاپـایـکرښی چی د سوزونـټکي تـیریږي او پـه دې پـه O کی ولاړه نـاپـای کـرښه د ایـلیـپسی سیـومیـتري محـورونـه جوړوي .د خوښي پـه ټـکی P کي هره پـه تـانـجنت ولاړه کرښه د سوزونـوړانـګو تـرمنځ کونـج نـیموي.

د ایـلیـپسی جوړول د بـاغوان لـخوا یـا د ایـلیـپسي بـاغوانـي جوړښت:

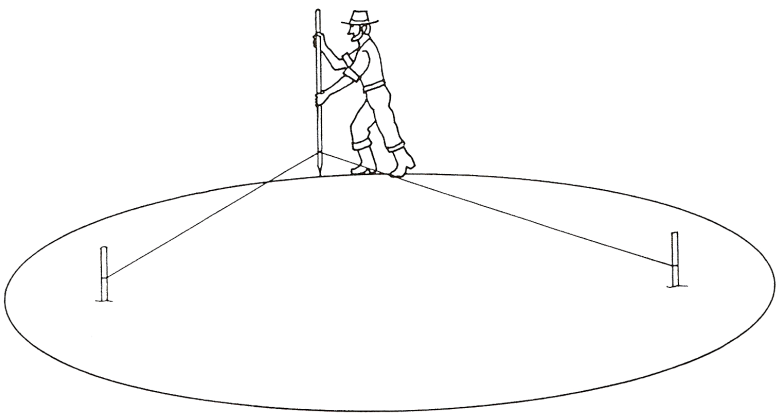
دا څیـره دي ګران لـوستونـکي د تـمرین پـه توګـه وبـاسې٠ د یـوې رسی، چی پـه 2aاوږده وي، پـه داوړو سرونـو کي موږي وتـړی او دا بـپـا پـه ځمکه ټـکوهي، د یـو بـل)خوزیـدونـکی (موږي یـا لـرګي پـه مرستـه دا پـړی راکښ کـړی یـا راکاږی او وګرځوی ، دلـتـه کوم شکل چي پـیداکیږي ایـلـیـپسی ده او دواړه د پـړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونـو ټـکي چې مـوړي پـرې وهل شوي سوزونـټـکي دي. څيـره پـه هـر كـواورديـنـات سيسم او يـا پـه يـوه مـيـلي مـتـر كـاغذد كـونـځيـنـتـري يـا راټـولـو ګـرديـو پـه مرسـتـه بـل جـوړښت امـكـان پـيـدا كـيږي، چې سرى د يـوه ټـكي دوه ګـردى د a او b وړانـګي ووهي او هره د خوښي وړانـګه د ننـنى ګـردى پـه Pb او دبـانـدنـى ګـردى پـه Pa كى غوڅوي. كـه د Pb څخه يـوه پـرتـه كـرښه وويـسـتـل شي او د همغه تـر Pa دوام، نـو هرڅيرتـه يـو د ايـلـيـپـسى يـا هګى يـا بـيـضوي ټـكى لاس تـه راځي. د ايـلـيـپـسى هر ټـكى داسى پـيـدا كـيـدى شي .پـيـژنـدل كـيږي چې هر 2 bتـه غبـرګ ټـوټـونـى

د $k = a/b$ فـاكـتـور سره لـنـډ شوى دى. لـه دې سره د هـوارې دنـنـه هم تـغيـر خورې ددې فـاكـتـور k پـه انـدازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



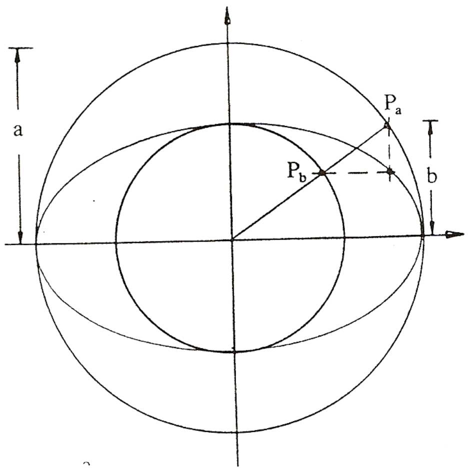
څيره ۱۴۱

او لـه دې چې $r = a$ او $k.r = b$) د r لـتـه د ګـردى » لـويـه نـيـمـه اكـسى (مـحـور) ده

جـمـلـه : د ايـلـيـپـسى هـواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



ځیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا ⟺

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي ځیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوخ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi . 1 . 0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیرى کیږي:

$$U \sim 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \iff$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیځیږې ته نږدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبى یا حل دى.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کې د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دى. کوم چاپیرى یى هغه ونه لري چې وړانګه یې ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکى ۱،۵ سانتي متره اوږد دى(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یې په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونى، یوه کال کې څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نږدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیرى یې څومره دى ؟

۴ – په خیال کې دې ولرو، چې له اکواتور یا قطب څخه یو پړى غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چې د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دى. د یوه ځانګړي تخنیکى چمتووالى له لارې په هرځاي کې د ځمکې څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دى چې سړى ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلى) پاکي وځایوولى شي یا ځاي کړاى شي؟

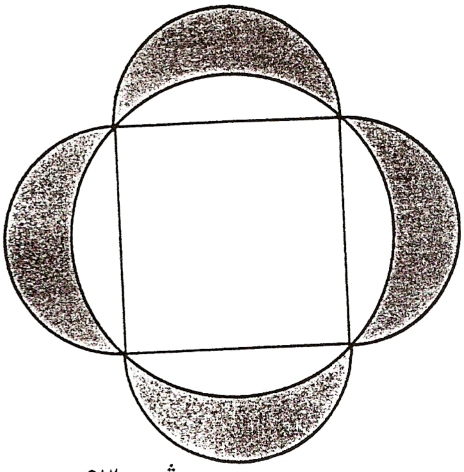
۵ – د غوځهواره به یې د ځمکي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دى، که یو له بل یوه اوږددرجې په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

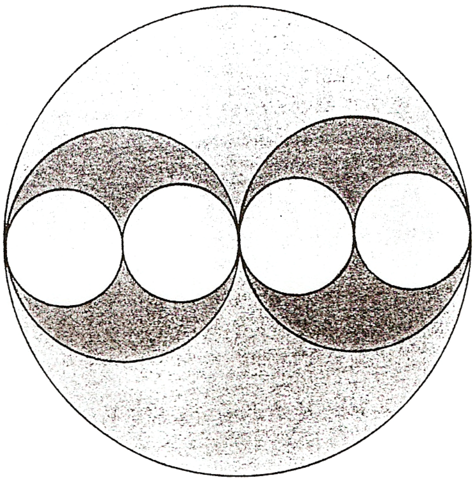
۷ - د ګردۍ چاپیرې څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟



خیره ۱۴۳

۸- وښایې : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (څیره ۱۴۳).

۹ - د څیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لویې ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښایې چی د څلورواړو ګردیو چاپیرې د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردۍ چاپیرې.



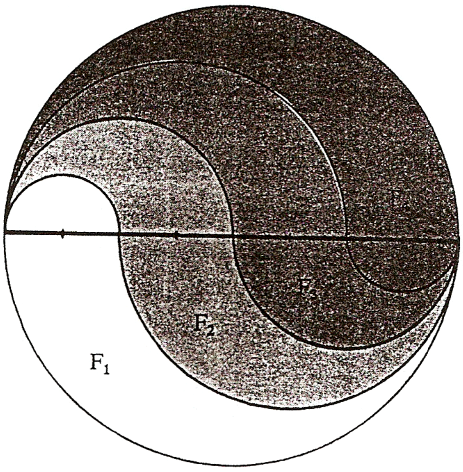
خیره۱۴۴

۱۰ - د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګرديو منځ ټکی د مساوي وړانګي $r = 7{,}2\ cm$ سره، يو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګرديو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په يوه ګردی ، چی وړانګه يی $r = 10\ cm$ ده، که يوه ګرديکړی کيښنول شي، چی هواره يی دومره لويه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



څيره ۱۴۵

۱۳ – د يوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په څيره ۱۴۵ کي چی ورکړ شوي، وښايي، چی وړانګه يي $r = 4\ cm$ وي. وښايي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (څيره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښايي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) يوه مربع، چی داړخ اوږدوالی يی ۵ سانتي متره وي.

ب) يوه روتی چی نيمي يی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

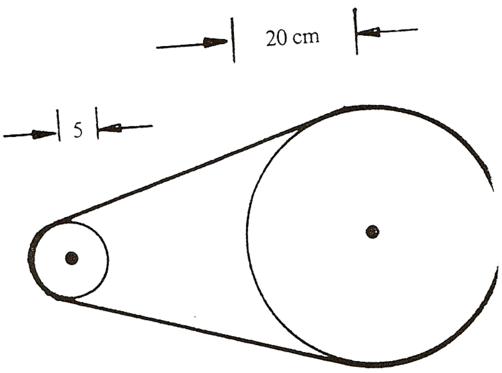
پ) يو مساوي اړخيز دريکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د يوه پنډ پينسيل سره يوه ګردی وهل کيږي، چی دننی وړانګه يی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل يو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ريښتينی يوه ګرديکړی ده. د دې ګرديکړی هواره وشميری.

۱۶ – يوه ساتليت يا جوړه، يعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په يوه ګردی راڅرخي، چی سرعت يی په سانيه کی ۸ کيلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ یا مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څېره ۱۴۶

۱۷ – د یوه څرخونکړي یا بهتره څرخونېتې په مرسته کیدی شي څرخونحرکت یا څرخونخوزون د یوې څپې په بلې څپي راوړل یا واړول شي. په یوه ورکشاپ کې یوه دقیقه یعنې ډېره تېك اره په برېښنا ماشین چلول کیږي یا په حرکت راوړل کیږي. د اړې خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدی یا چټك دی، که د ماشینڅرخونڅرخي یا ګاډیل (r = 20 cm) په ثانیه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپیري او هواره الیپسې یا بیضوي یا هګیڅیره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) r_1 = 4 cm , r_2 = 3 cm , w(r_1,r_2) = 90°

۱۹ – وښايي: په یو په بل پرتو الیپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1/2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لويه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیڅیرې غاړه.

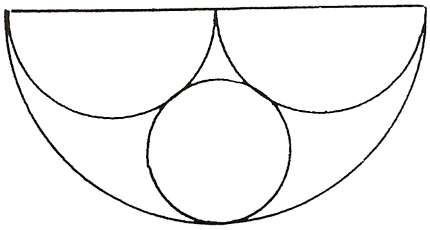
۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردۍ په څیر راڅرخي. ددې چاپیري وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

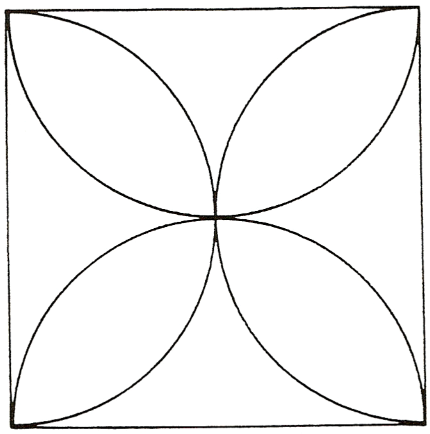
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟
پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟
ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟



خیره ۱۴۷



۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه $r = 10$ cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځښکي کونج

ب - د ګردیبرخی هواره.

۲۳ - کوم منځښکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ - د یوې ګردیتېوټونی منځ ښکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ - یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف - سرعت یی څومره لوي دی؟

ب - په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښيزو (لايني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د کرښيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبې اړيکې يا تناسب ټولګې يا ا ړيکې د کرښې په څير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره g 1000 ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی g 3000 واخلي:

دا بايد 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپين g 5000 اخلی او بايد: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټوليزه توګه ويلای شو: دK ارزښت د ثابت قيمت p سره د رانيونکې سټ(ډېرى) xلپاره K=p.x دى.

يعني قيمت K دx په واک کې دی يا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره ليکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع يا فنکشن هم بلل کيږي

د ماهی لپاره د قيمت تابع (يا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېری يوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمير دی .

که دK(x) په ځای y وليکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کيږي. دا په کواوردينات سيستم (د وضعيه قيمت سيستم يا پروت ولاړ سيستم) کې د صفر له ټکي څخه تيرېدونکي يوه کرښه ده.

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چي د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یي € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

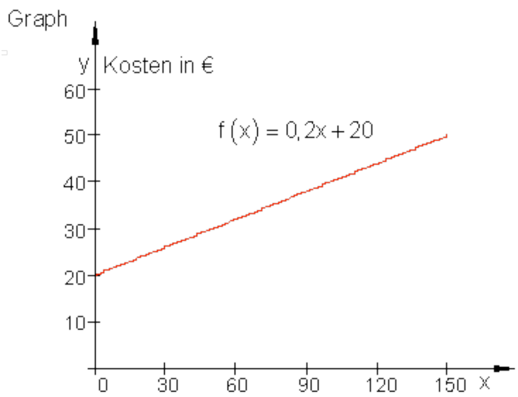
ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونی یا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چي x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقیقو	0	30	60	90	120
قیمت په €	20	26	32	38	44

اوبي یا حل و ب ته: ګراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي میاشتي د ټول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده . په لاندي شمیرنه کي یوونونه(واحدونه) دقیقی او€ یورو نه لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0\ \text{min}: y = f(0) = 0{,}2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \text{min}: y = f(30) = 0{,}2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \text{min}: y = f(60) = 0{,}2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x\ \text{min}: y = f(x) = 0{,}2 \cdot x + 20$

بيلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بيلګې:

يو د اوبو ډنډ 1000 ليتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 ليتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرى يا - سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسين هره مياشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € يورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دى: $f(x) = 1300 \cdot x$

يو ټانک 4000ليتره ډيزل لري. يو موټر هره روځ 500 ليتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړيکې برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړين دى:

ايا يو پيل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغير ارزښت ځومره دى (د بيلګې په توګه هره روځ، دقيقه يا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغیر ارزښت زیاتیز یا مثبت یا کمیز یا منفي ډی(مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کرښیز برابرون یا مساوات په لاندې بڼه پیژنو:

$y = m \cdot x + b$ یا $y = m \cdot x + n$

دا چې کرښیز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګیو موضوع ده، نو انځوریز ډول یې له پیله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعریف :

n -مه درجه ټول راشنل- یا نسبتي توابع:

یوه تابع (f(x د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ سره n -مه درجه

ټول راشنل یا ټول نسبتي تابع بلل کیږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه (ځلوه وونې) بلل کیږي.

دا چې دواړه اخرني زیاتووني یا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښیز و مساواتو اړه لري، تعریف ترې لاس ته راځي:

تعریف یا پیژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

یوه تابع (f(x د $f(x) = a_1x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کیږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت یا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې x ($= x^1$) ټاکل کیږي.

دلته ضریب a_1 د m او a_0 دb یا n لپاره لیکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دې وداني دي، چې د کرښيزې تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کې يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزې تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګې:

$$f(x) = 2x - 13 \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad f(x) = -\sqrt{3} \cdot x - \pi \quad f(x) = 5 \quad f(x) = 3x + a_0 \quad f(x) = a_1 x$$

.

تمرين ۱ :

د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

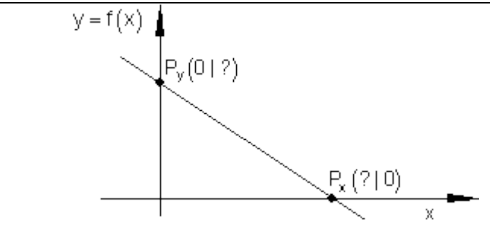
$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - د محور غوڅتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوڅټکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کې چې ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.



دا ارزښتونه لړ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1 x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_y کواورديناتٍ (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1 x + a_0$ بڼې د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅتکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

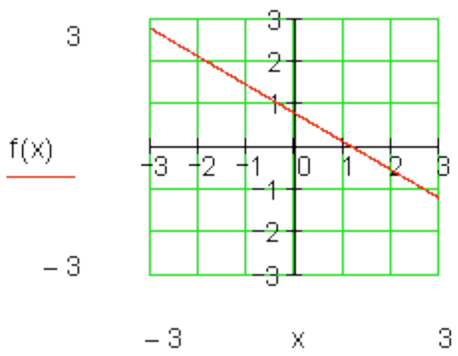
د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

 	$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ د y محور سره د تقاطع ټکی $f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$

د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

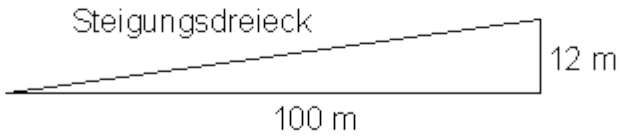
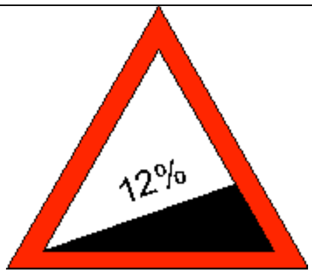
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږی.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګيدنه(جګوالی) يا میلاند :

زيات ګاډي يا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښيز ي پټلی يا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګيدن کوټې لپاره) کينسول کيږي يا نسبيږي يا غزيږي، دا هم د مايلو واټنونو لپاره.:

د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدني درېګوړی  	

دجګوالی توپير او پرتې يا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی يا ميلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

پيژند(تعريف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت يا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

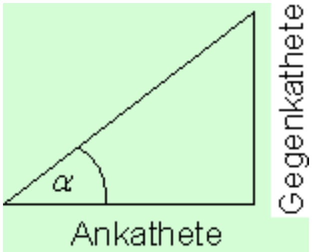
(c) ketabton.com: The Digital Library

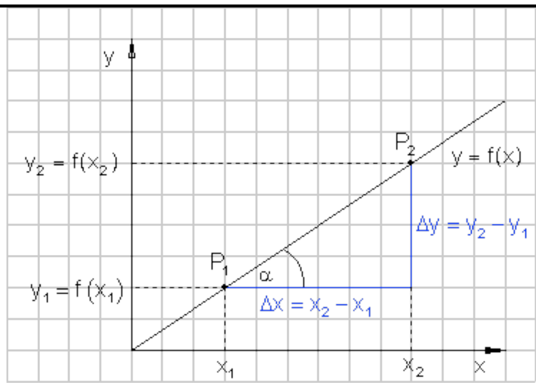
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 ښخه تیریږي.

د کرښې جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدنې مثلث ښخه د کرښې جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه کواوردیناتسیستمم کې د کرښې جګوالی د یوه په خوښه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز دربګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضریب د کرښې مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کرښمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د یوه کرښیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د یوې کرښې دوه ټکي د کواوردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

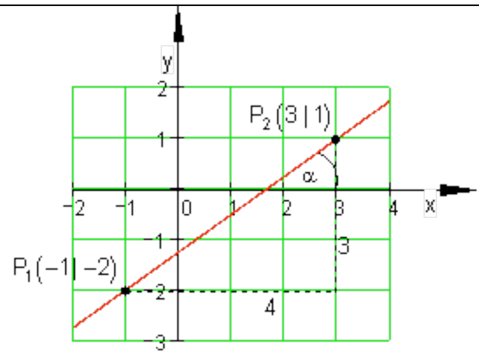
اول . كرښې رسميږي، كه دواړه ټكي سره و نښلول شي او دا داسې مخ ته راغلې كرښه له ټكو اخوا وغزوي.

دويم. د كرښې جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميرى

بيلګه :

$P_2(3|1)$ او $P_1(-1|-2)$

دي د يوې كرښې ټكي وي، چې جګوالی يې ټاكل كيږي



$$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$$ او $$y_1 = -2$$

$$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$$ او $$y_2 = 1$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

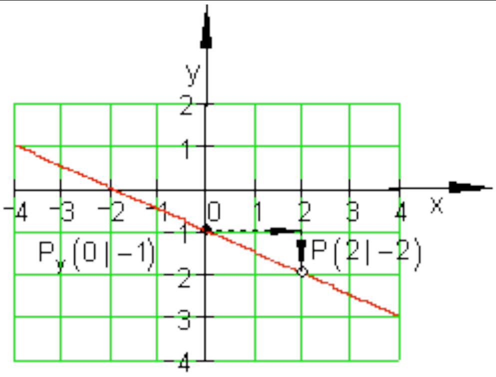
د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د كرښيزې تابع ګراف تل كرښه ده. د يوې كرښې د رسمولو لپاره دوه ټكي اړين يا ضروري دي. كه د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټكی يا د تقاطع ټكی P_y هم پيژنو. دويم ټكی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

(c) ketabton.com: The Digital Library

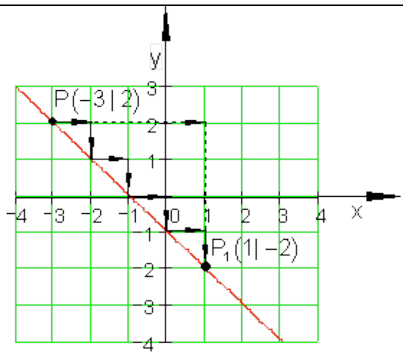
بېلګه : $$f(x) = -0,5x - 1$$ $$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$ ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.	

که غواړو د کرښې له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

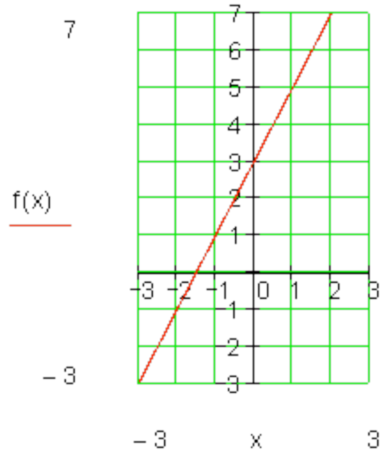
په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مخنخښي په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

بېلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی. $$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$ که ځلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

له P څخه هر ځل څلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغي برابري نتیجي ته بیایي.	
بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ $a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښي رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بي له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د ګرافونو له مخي یي و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

څلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ تم - $f(x)=-\frac{3}{4}x-1$

نهم - $f(x)=-3x+\frac{5}{10}$ لسم - $f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

۳.۴- کلیمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع ګراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $b=a_0 \quad \wedge \quad m=a_1$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: 3x + 2y + 4 = 0

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

بیلګه:
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوی بڼه راوړو:

y= $f(x)=a_1x+a_0$ یا y = f(x) = mx + b

تمرینونه۳:

K_f د f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا تکی $P(2,5\,|\,1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - تکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D=R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له تکي N(4 | 0). تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کي 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کي یي ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کي د95 kg پاتي غوړیو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چي په ورځو یي ښایو.

بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېری) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده.

پیل ارزښت 250 kg دی.

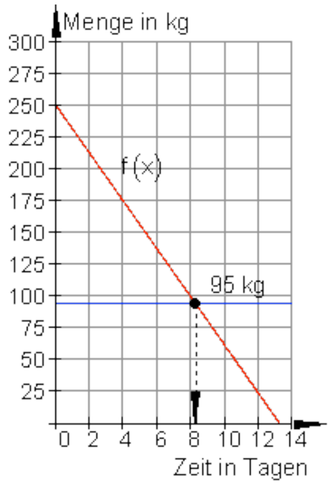
د تغیرکچه منفي(کميزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده.

دا چي کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1 x + a_0$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي

$$f(x) = -19x + 250$$

ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام



وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمايش وركولو سره لاندي باور لري:

$$f(x)=95 \Leftrightarrow -19x+250=95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=-95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x=155 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{155}{19}\approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا كي صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د گراف د تقاطع يا غوښتكى دې وټاكل شي:

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow -19x+250=0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x=250 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{250}{19}\approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ١ : تمرين ١ : د D ټول ګنيز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليكۍ او د ګراف رسم يي وكاږی.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاكى.

ګراف په كومو ټكو كي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع كوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = \frac{3}{4}\cdot(-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3{,}75$$

$$f(0) = \frac{3}{4}\cdot 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = \frac{3}{4}\cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25$$

$$f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 - 3 = \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

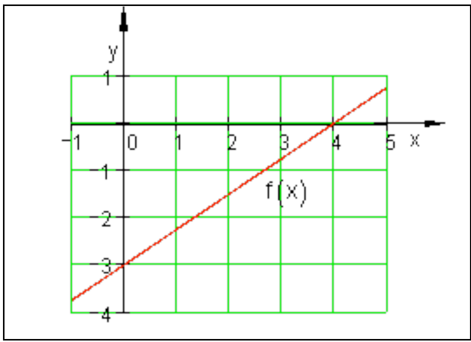
$$f(3) = \frac{3}{4}\cdot 3 - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

$$f(4) = \frac{3}{4}\cdot 4 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$f(5) = \frac{3}{4}\cdot 5 - 3 = \frac{15}{4} - 3 = \frac{15}{4} - \frac{12}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W = \{y \mid -3{,}75 \le y \le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اپسوولو سره صفرځایونه و ازمايئ.

حل :

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع يا

غوښتکی:

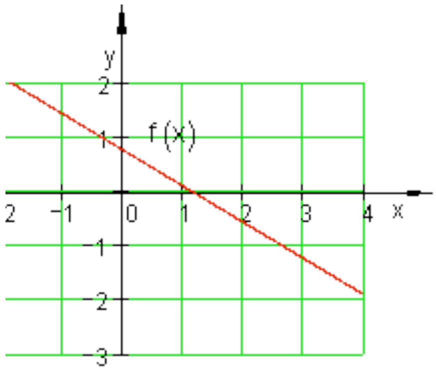
$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{3}{4}\right.\right)$$

د x– محور سره غوښتکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\Big|-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow-\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\Big|0\right)$$



ازمايښت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

K_fد f کربنیزي تابع لیدعکس دی د $f(x)=1{,}5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د يوې f تابع د کربنيز ليدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5|1,75)$ ؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4)$: $f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|+2$

$\Leftrightarrow 1,5 \cdot x_A = 6 \,|: 1,5$

$\Leftrightarrow x_A = 4$

$B(-2|y_B)$: $f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1,5x-2=0 \Leftrightarrow 1,5x-2=0 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \middle| 0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1,5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2 \mid \cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1,5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y \mid y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4 \mid 0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0 \mid -6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښیز مساوات**ا** .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$
ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دويم - و ازمايی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچينه ييزه کرښه ده.
الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دريم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟
الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښيزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محوررونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښيز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(1-) f په ګوته کړی

ب = ايا $P\left(\sqrt{7}\,|-1,54\right)$ يا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعريع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

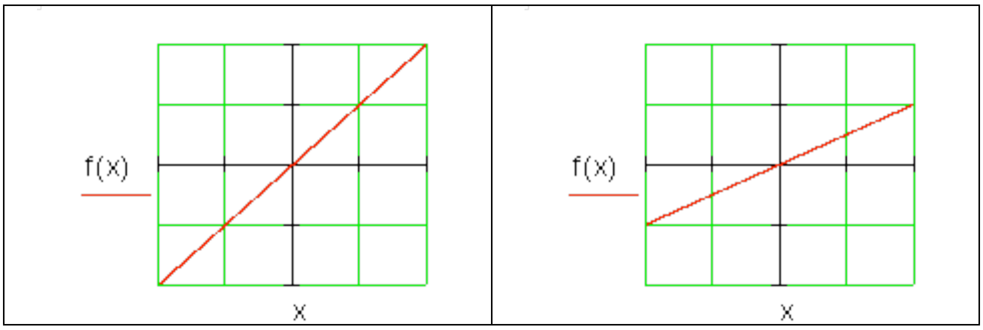
$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(يا دې داسې تغير ورکړ شي)، چې g او تغير خوړلي کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.
د تغير خوړلي کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی يا پيدا کړی.
اوم - کيدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلايل يې راوړی

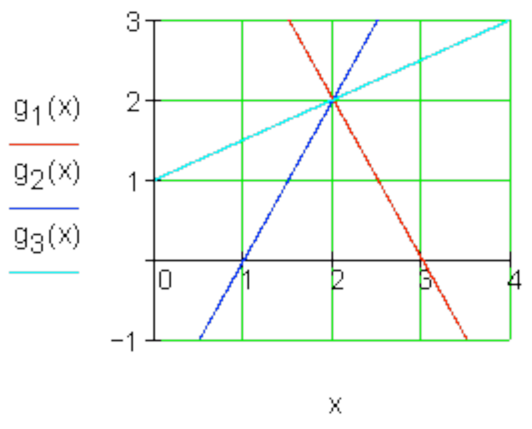
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتني

کربنيز مساوات يا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کربنه g ورکړ شوې g(x) = 2x + 8,2 د ځنګ ځيرې کربنه وټاکی، چې د g(x) سره غبرګه له ټکې P(2 | 2) تيريږي. د دې کربنې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.	

دويم –

ټکی P(4,5; -3) په کربنه چې صفر(سرچينه پېژه کربنه) پروت دی.

ټکی P(3;f(3)) هم په دې کربنه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

تکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکئ.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

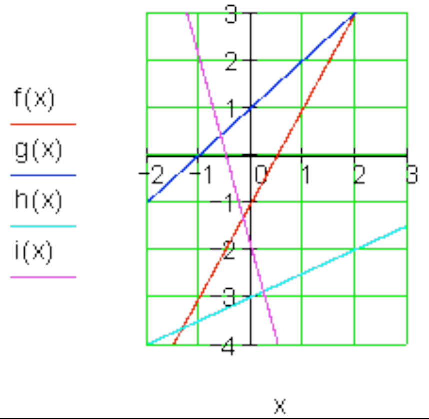
پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچینې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د یوه کرښیز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکئ او $f(0,25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېرئ.

شپږم-
له څنګ څېرې څخه د تابع ترم وټاکئ. د x مناسب ارزښتونو له لارې یې نتیجې و ازمایئ.



۳.۷- کرښیز ې توابع د ورکړشوو شرایطو سره

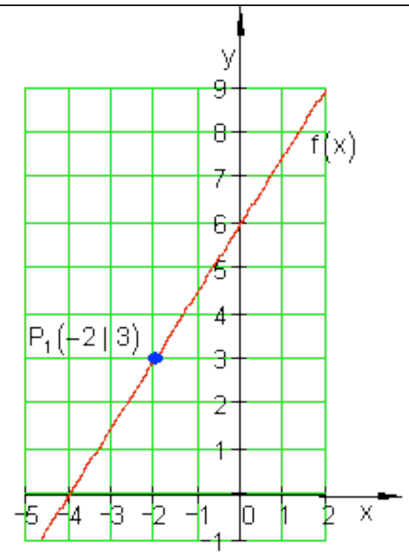
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P ټکي څخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په ټکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پیدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1{,}5$ ټکی $P_1(-2 \mid 3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1{,}5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2 \mid 3)$ لپاره ازماینت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$

ازماینت:

$$P_1(-2 \mid 3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربښوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د$P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2; P_1(-3|4)$ کې $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x+3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.

$P_1(-3 \mid -1) \qquad P_2(4 \mid 6)$

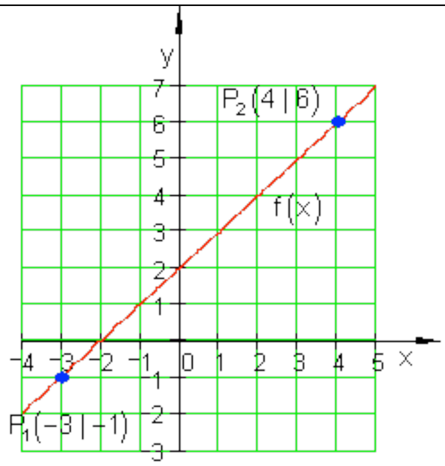
وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي تاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ وروسته له دي چي جګیدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازماینت لپاره بی پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چي



(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمایښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابری دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$= y_1 | - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزو مساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$ چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکئ

۳.۸-تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوځېټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تیریږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه:

$f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$

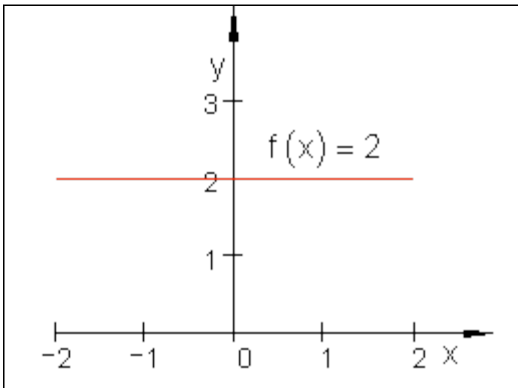
یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کیږي.

x- محور هم یوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات $f(x) = 0$ سره.

د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.

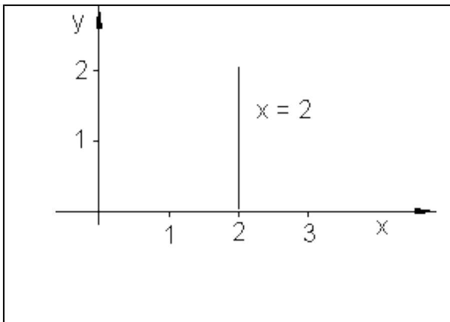


د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$

کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چې یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده. $x = 0$ د

y- محور مساوات دي.



بېلګه:

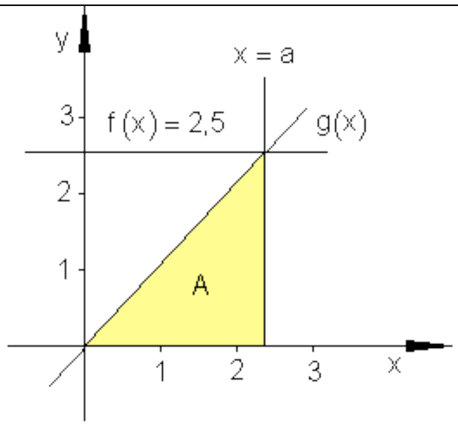
یو $f(x) = 2,5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي aده واټن د $a > 0$ سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د($P(a \mid f(x)$ ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کربښي سره يو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چي وسطحه د سطحي څلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟

$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د $g = a$ او $h=f(x) = 2,5$ سره د مثلث سطه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ $A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$ (ځکه چې د سرچينې کربنه $g(x) = a_1 x \; (a_0 = 0$ د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$ د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$	

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212\,|\,100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32\,|\,0)$

دا چې د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بنه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32\,|\,0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ یا – ډېری W و ټاکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2\,;\, D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\,;\, D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3\,;\, D = \{x \mid -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6\,;\, D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دويم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پيدا کړئ او ګراف يې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4)\,;\, P_2(7 \mid -1)\,;\, D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1)\,;\, P_2(2 \mid -3)\,;\, D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3)\,;\, P_2(-7 \mid -1)\,;\, D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4)\,;\, P_2(4 \mid 2)\,;\, D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دريم –

د لاندې مساواتو حلسټ يا حلډېرئ پيداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، بايد د هغو تعريفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = x - 5$ ب - $25 = x + 8$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کربنې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

ب - د کربنې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{array}{l} \text{I} \quad 5y - 3x = 1 \\ \text{II} \quad x = y + 1 \end{array}$ ب - $\begin{array}{l} \text{I} \quad 4x + 5y = 32 \\ \text{II} \quad y = 5x - 11 \end{array}$ پ - $\begin{array}{l} \text{I} \quad 15y - 4x = -50 \\ \text{II} \quad x = y + 7 \end{array}$

ت - $\begin{array}{l} \text{I} \quad 3x = y + 15 \\ \text{II} \quad 2y - 10 = 2x \end{array}$ ټ - $\begin{array}{l} \text{I} \quad 2y = 2x - 40 \\ \text{II} \quad 3x = 10 - 2y \end{array}$ ث - $\begin{array}{l} \text{I} \quad x + y = a + b \\ \text{II} \quad x - y = a - b \end{array}$

پوښتنې

کرښیز توابع XI

لومړی-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې د تابع$f_2(x)$ سره غوځېږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوځټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوځټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوځېټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4; D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوځیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوځېټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوځوي، غوځیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځېټکي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم –

د يوه درېکوډي يا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. ښخوا له دې يو پلان نقشه ترتيب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمې کرښې ځخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تيريږي ، په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوځيږي.

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$
له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1 ; [BC] = f_2 ; [AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$
د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$ کې غوځوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}; f_2(x) = -4x - 2; D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\,f_2(x)=-4x-2\,;\,D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\,f_2(x)=3x-6\,;\,D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\,f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\,D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

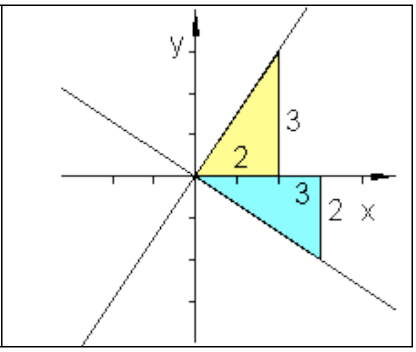
ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\,f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\,D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو ځګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کيږي، چې د دواړو ځګوالو په منځ کې اړیکې شته.

:Vorübungله مخه تمرين:

د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسئ او ځګوالی یې ولولئ یا په ګوته کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کربښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کربښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي يا انځوروي.

دلته د يوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږيږو.

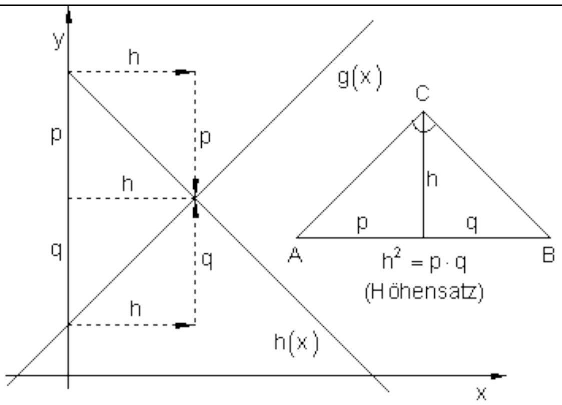
دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ يا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه يو په بل عمودو يا ولاړو کربښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسې} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{يا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کربښي يو په بل عمود دي.



(Höhensatz = جګجمله)

دg او h جګوالي ليکل کيدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

د جګجملي له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کيږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کرښې g او h غوڅښتکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پېښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g}=\frac{1}{2}$ wegen $g(x)\perp h(x)$ folgt $a_{1h}=-2$ $g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ und $h(x)=-2x+a_{0h}$ $S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$ $S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$ $\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ und $h(x)=-2x+7$	غوښتنه:دg کرښ تابعمساوات g(x) . د h کرښې تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D=\{\,x\mid -5\le x\le 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کرښوg او h غوڅښتکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کرښ تابعمساوات g(x) د h کرښې تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D=\{\,x\mid -5\le x\le 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

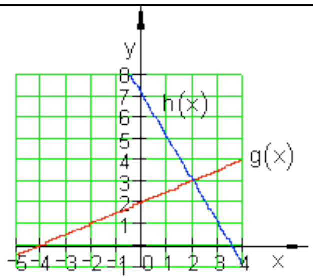
له $a_{1g}=\frac{1}{2}$ $g(x)\perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h}=-2$

$g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ او $h(x)=-2x+a_{0h}$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوڅټکي (د قطعه کيدو ټکی)

د دوه کرښو $g_1(x)$ او) $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.

د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوڅيدو) ټکی و ښايی او کرښي په يوه افقی-عمودي سيستم کي وښاياست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دويم - $g_1(x)=2x-1 \quad g_2(x)=-2x+1$

دريم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \quad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

يا دا لاندي

د دوه کرښو غوڅټکیډ دوه کرښو د $g_1(x)$ او) $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوڅټکی وشميری او کرښي په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کي وکاږی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \quad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دريم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تيره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی يا غوڅتکی وشميرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سيستم قيمت وضعيه سيستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تيريږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تيريږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تيريږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x)=k\cdot x+K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چي په یوه فابریکه کي دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهK_f هغه قیمتونه دي، چي که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(کټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع (E(x په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسې(E(x= قیمتP . ډېرېx یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرې یا سټ د لاس ته راوړني ډېرې هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټي تابع (G(x لپاره باور لري:

ګټه: $G(x)=E(x)-K(x)$

پام (یادونه) :ېرکه د(G(x نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که(G(x زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښت(K(x همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه(E(x .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کيږي.

بيلګه : يوه فابريکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابريکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قيمت په دانه دی€ 40.

فابريکه کړی شي د ورځې خورا زيات يا ماکسمال 4000،، ملفونه،، توليد کړي(د توليد توان يا کاپځيتي پوله).

الف – د کوم توليد ډېری يا سټ سره فابريکه ګټه کوي؟

ب - د کوم توليد ډېری سره فابريکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې ګرافيکې انځور کړی.

الف - تابع مساوات وليکی:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د يوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې توليدډېری فابريکه ګټه کوي.

په x = 3000 توليد سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

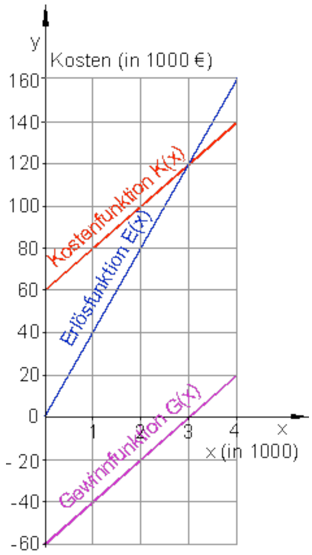
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -   په عظمي تولیدډېرى یا – سټ کې د ګټې پیداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ، ملفونو،، د تولید ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍیا پوله کیدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف   د غوښتکي له
لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پیدا کړای شي. د غوښتکی x کواوردینات د ګټې
شولې یا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نیسي).. دهو د y کواوردینات په دې ځای
کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پیسو یوونونه یا - واحدونه   په یوه فابریکه کې د تولید ډېرى د لویو دانو
د تولید پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د تولید لګښت هم زیات وخت په میلیونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل کیږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره د ډېرى
یوون یا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پیسو واحدونو لپاره.

د بیلګې په توګه کیدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه   10 ستواحدونو(ډېرى
یوونویا10 ME) کې سره راټول کړو، چیرته چې د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 000 100 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سرې په ټاکلي پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټې په پولې Break-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرې یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کربنیزې توابع برخه IV

لومړی –

د کربنیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربښه وښايې، چې له $P_1\left(\sqrt{k} \mid k\right)$ او $P_2\left(1 \mid 1\right)$ تيرېږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k}+1$ لري او دy محور په $P_y\left(0 \mid -\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم –

وښايې: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کربښه پوت دی.

د کربښې مساوات وټاکی

څلورم –

یوه کربښه چې له (P (2,5 | 0 تېرېږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوټی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0,5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د یوه کربښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکی.

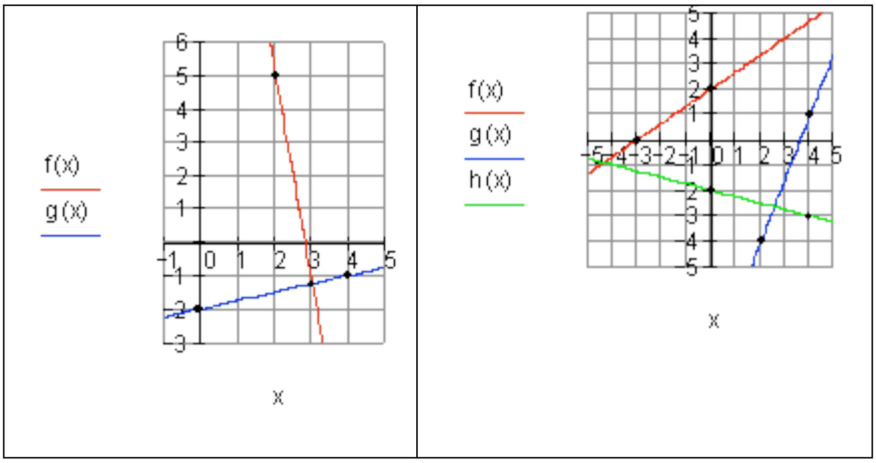
شپږم –

لاندې څیرې د کربښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دواړو کرښو غوڅتکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمايئ چي ايا کرښي g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h : 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i : 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i : 2x - y = 3$

دويم –

د دوه کرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړې شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	1,5	3	4,5
$g(x)$	-1	1	3	5

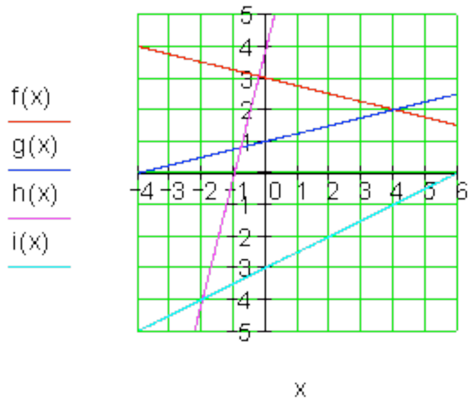
دريم –

د دواړو توابعو غوڅتکی وښايئ او په کواوردينات سيستم کې يې ګراف انځور کړئ.
$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکئ. ب- د f(x) او g(x) غوځتکي وشميرئ ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کربښي د کښلی شکل دباندي غوځوي. د قطع کېدو ټکي پيداکړئ ت- د څلورو نه جوړه موازي کربښو زيات له زياته څومره غوځتکي لري؟	

پنځم –

دوه يو په بل نيغي ولاړي کربښي يو بل په S(-2 | -1) کي غوځوي .

ممکنه کربش مساوات ورکړئ.

شپږم –

کربښه h په کربښه g نيغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکئ.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

يوه مجله، چي د اخستلو € 2,20 قيمت لري، 120 000 جلده (پوښنه) چاپيږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چي د€ 0,20 نرخ کميدو په اساس مجله په5000 پوښنه زياته خرڅيدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو يي کميږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قيمت وښايئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ ځومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپين دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په يوه بيارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې بايد دواړه زيات کار وکړي. د مياشتي په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپين .€ 3223 . ملک په روانه مياشت کې ۴۳ ساعته زيات کار کړی او سپين فقط ۲۷ ساعته زيات کار کړی. بنسټ معاش او د زيات کار پيسې وښايی.

د زيات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27|3223)$ او $P_1(43|3559)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3223-3559}{27-43}=\frac{-336}{-16}=21\Rightarrow f(x)=21x+a_0$$

(a1=زيات کار پيسې a0= بتسټ معاش)

$$\begin{aligned}P_1(43|3559)\Rightarrow f(43)=3559 &\Leftrightarrow 21\cdot 43+a_0=3559\\ &\Leftrightarrow 903+a_0=3559\,|-903\\ &\Leftrightarrow a_0=2656\\ \Rightarrow f(x)=21x+2656\end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زياتکار € 21 .

بېلګهII

يو انرژی پلورونکی خپلو مشتريانو ته برېښنا په لاندې شرايطو وړاندې کوي:

يوkWh کيلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د مياشتي په € 7,50 بنسټ پيسو .

الف – يو تابع ترم وليکی.په يوه مناسب کواوردينات سيسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

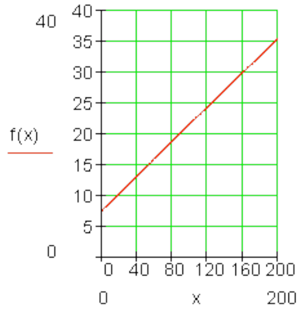
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تمامیږي؟

حل: الف-



$1\ kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$

$2\ kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$

....

اینوونه: $x\ kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$

$f(x)=0,14\cdot x+7,50$

د تابع ترم: $x \triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینوونه: f(x) = 0,14x+7,50 د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

د ځلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو میاشتو کې860kWh وو.

پ-

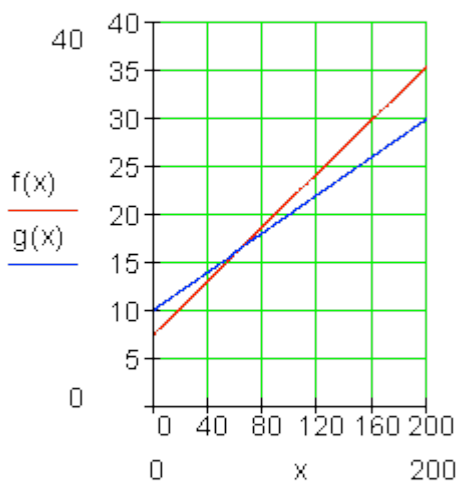
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x) 0,14x+7,50

دویم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوڅتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x + 7{,}50 = 10 ; -7{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x = 2{,}5 \mid : 0{,}04$$
$$\Leftrightarrow x = 62{,}5$$



بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid : (-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP)   شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0{,}08x + 5 \qquad HB: K_1(x) = 0{,}06x + 8{,}5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوځې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 0{,}06x + 8{,}5 \mid -0{,}06x \\ &\Leftrightarrow 0{,}02x + 5 = 8{,}5 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0{,}02x = 3{,}5 \mid : 0{,}02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0{,}06 \cdot 175 + 8{,}5 = 19$$

$$K_2(175) = 0{,}08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HB:

$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 \mid -8{,}5 \\ &\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 \mid : 0{,}06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

HP:

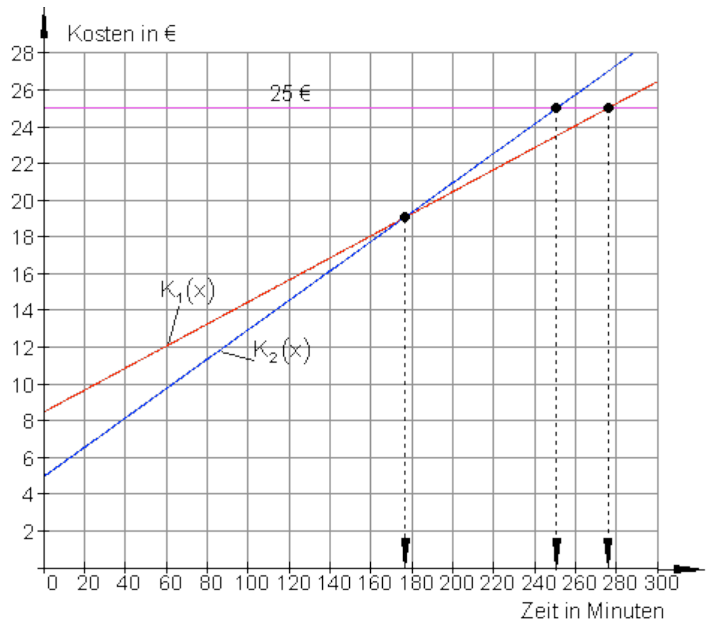
$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 \mid : 0{,}08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښځ د HP   € 25 فقط د250قيقو لپاره بسيا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقيقه، ولاړ لګښت په يورو

بيلګه V

يو ه فابريکه کړی شي خورا زيات يخوونې جوړ کړي(د کاپا ښيتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ $k_v = 300$ دی.

يخوونې هر يو د€ 375 قيمت باندې پلورل کيږي.

الف – قيمت تابع$K(x)$ پيدا کړی، چې د خرڅلاو تابع يې $E(x)$ده او د ګټې تابع يې د فابريکې لپاره $G(x)$ ده.

ب – د کوم توليدډېرۍ سره به د ګټې پولې يا ورشو Gewinnschwelle ته ورسيږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000\,€$
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300\,€$
د خرڅلو قیمت:	$p = 375\,€$
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 تولیدډېرۍ سره فابریکهګټه کوي.

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د میاشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

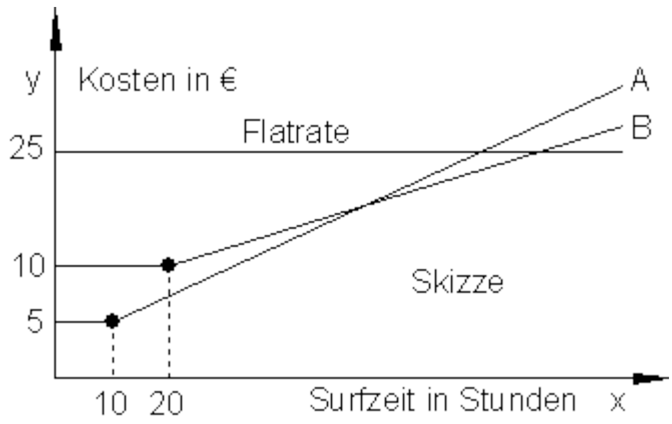
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکې کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېټ ریټ وټاکې؟

حل –



محورx : وخت په ساعت   محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min   دلته ۶۰ دقیقې دي.   0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې €5د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنسټپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 | -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

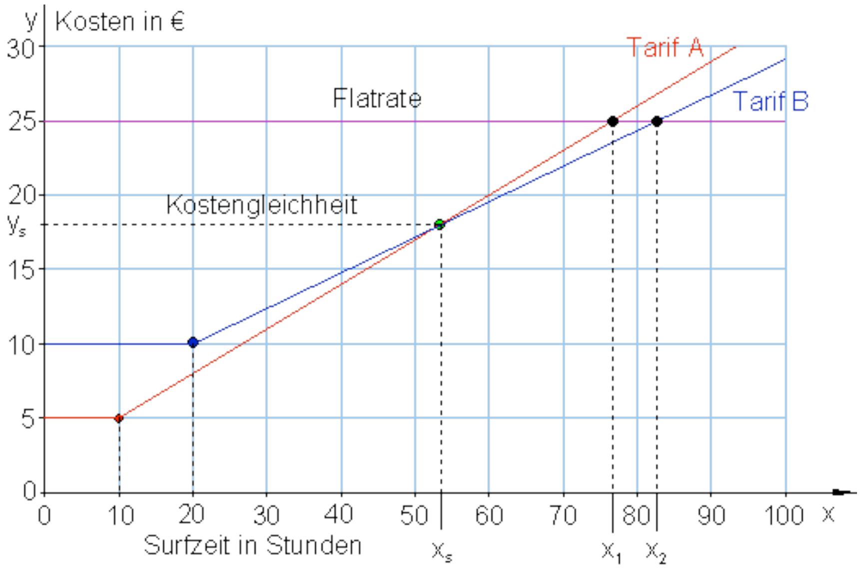
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلېټ رېټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x)=25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لگښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ رېټ گټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لگښت:	$K_A(75)=0,3\cdot75+2=24,50$
دB نرخ لگښت:	$K_B(75)=0,24\cdot75+5,2=23,20$
دC نرخ لگښت:	$F(75)=25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کرښو کې دي دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوڅتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –
د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –
په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -
لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –
د وړوکتون ښوونکې او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.
شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار ښخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار ښخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار ښخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنی چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنی چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دي حالت ښخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور   او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چي توتهبنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحي   سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh   او t ترمنځ اړیکي کرښیزي دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب يې هم شته.
د وړوکتون   ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکي ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دويم: توبي او مري په یوه بیارغرني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوي، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډيری يا ستې باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتې بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوتې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين اينبرل شوی. € 25000 د نرژی کلنی لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسي د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسي ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړېږي(د ګنیو او خوږې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: f (100); f (250); f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\ ^0$C د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^0$C د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټیټبدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ښناک کارتن د رسولو لپاره په هره کارتن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښناک موادو رسولو لپاره په هر کارتن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکئ. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکئ.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکئ. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK او S ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی اوږد دی او د پړسېدني ضریب یې $l_0 = 85\ m$

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني بارووړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

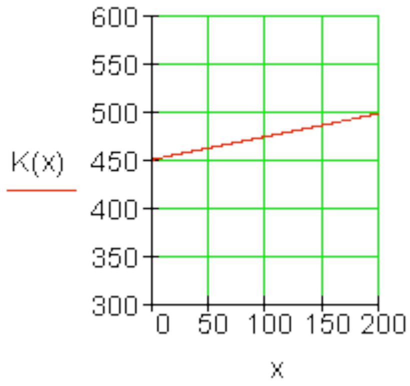
پوښتنې

کرښیز توابع برخه XVII

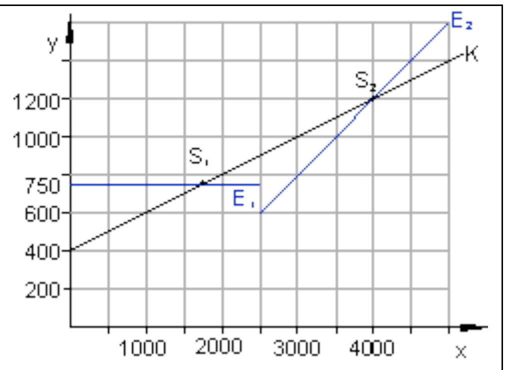
لومړی: څیره د یوه کرښیز لګښت ګراف ښایي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

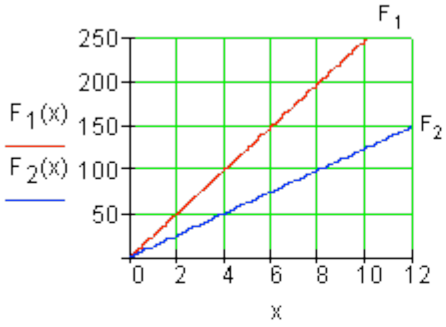
الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښت K ورکړئ. ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کي لاس ته راورل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان تري منځ ته را نه شي.	

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کي دی.

الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولید څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟ ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پوري یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$ وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندي کومنتار ورکړئ.	

دریم: د دې لپاره چي یوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څير وکارولی شو، په فنر باندي اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوي يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دي فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دي فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسي F_2 لپاره مختلف فنر ثابتي څه معنا لري؟

ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتني

کربنيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ € 5 د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ € 10 د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ € 25 د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي(Interpretation).

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

یو کیلوواټ قیمت په یورو	د میاشتنی لګښت په یورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنۍ کورنۍ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوځېدکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړشوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ــ $K_f : y=\sqrt{3}(x-2)$

دويم: کرښيز تابع $f(x)$ د $f(x)=1,25x+1,5 \quad x \in \mathbb{R}$. سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشميرئ: $f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قيمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتيز) دي؟

ت- وښايئ،چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

دريم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په يوه کواورديناتسيستم کې يې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3,5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1,25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښې د $g(x) = -2x+4$ سره د ټکي$P(-3|1)$ له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات $f(x) = 1,5x$ سره په کواورديناتسيستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندويو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1,5(x-2) \ ; \ h(x)=1,5x-2 \ ; \ i(x)=1,5(-x) \ ; \ j(x)=1,5(2x)$

شپږم: فيرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"توليدوي. دا په توليد کې منځ ته راغلي لګښونه د د توليد شوو دانوتعداد پې واک کې يا تابع دي. د x = 100 دانو په توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په توليد سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

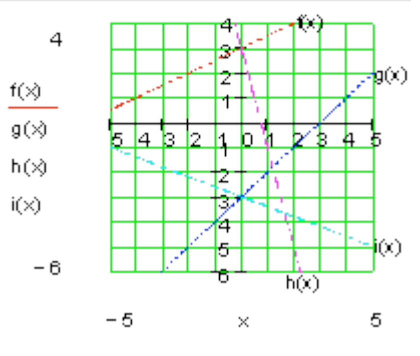
الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا ستېx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د(K(x (دلګښت تابع) او(E(x) د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ. $g_1: \; f(x) = -4x + 3$ $g_2: \; 5y - 2x + 15 = 0$ $g_3: \; f(x) = x - 3$ $g_4: \; f(x) = 0,5x + 3$	

کرښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی (A(u|-1 په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د (f(x صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرى يا ــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و ښئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2 کې غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړی. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکئ، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک ځخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع گراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A ځخه وروسته خوزي او یو منځنۍ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کرښنیز مساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسي سیستم له دوه برابرونونو یا مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سری حل ته ورسیږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي ایښوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم: $5x - 2y = 1$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
$5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II) $7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضریبونه (ترمخ عددونه یا څلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$\left.\begin{array}{ll}(I) & 7{,}5x - 3y = 1{,}5 \\ (II) & 3x + 3y = 9\end{array}\right\} +$ $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي یې حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي ایښوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دریم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کي کیږدئ او **y** پسي یې حل کړئ. څلورم: حلسټ یا حلډیرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1 \mid 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اېښوونې له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسيستم	د اېښوونې تلنلار: د اېښوونې تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارينت 1
$(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid : 5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$	لومړى: مساوات(**I**) د **x** پسې حل كيږي.
$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid : 21$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دويم: د بنې اړخ ميندل شوى ترم په مساوات **(II)** كې اېښول كيږي او د **y** پسې حل كيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: د **y** لپاره مېندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساواتو کې اينسوول کيږي، دا بياپه **x** پسې حل کيږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in (II): } 3x + 3y = 9$$
$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$
$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

څلورم: د حل سټ وليکئ

$$\underline{\underline{L = \{(1 \mid 2)\}}}$$

پنځم: د اينسوولو له لارې حل

$$\text{(I)} \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$\text{(II)} \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسيستم د حل پلونه(قدمونه) د اينسوولو تلنلار لپاره

واريانت 2

$$x - 2y = 1$$
$$x + 3y = 9$$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولې **y** پسې حل کيږي.

$$9 \mid -3x$$
$$9 - 3x \mid : 3$$
$$3 - x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دویم: دښی لور میندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کیږدئ او په **x** پسې یې حل کړئ.

3. $x + 3y = 9$

دریم: د **x** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې اینسوول کیږي، او دا بیا د متحولي **y** پسې حل کیږي.

$= \{(1 | 2)\}$

څلورم: جلسټ ولیکئ

پنځم: ازماېښت د اینسوولو له لارې

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \;\Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \;\Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنلارې د هغه د واریانتو سره په یوه ټکلې مساوتسیستم وکارول شو. که څوک یوګوني تلنلرې ټیک وګورې، پیژني، چې په واریانت ۲ کې لږ د شمیرلو کار غوښتونی دی.

په یوه ټاکلې تلنلار د شمیرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسیدی شي. د دې لپاره نو یو څو بیلګو ته اړ یو. لاندې بیګې دې د دې لپاره یوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا ځواب تلنلار پیداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینسوونه y=7x+8 $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow y = 1$ حل: L={(-1|1)} ازماېښت $(I)\ \ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$	$(I)\ \ y = 7x+8$ $(II)\ y = -2x-1$ د برابر اینسوونې لار $7x+8 = -2x-1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow x = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

y=3 ایښوونه په (1) کې 2x+4y=8 $2x - 12 = 8 \mid +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \mid : 2$ $\Leftrightarrow x = 10$ حل: $L = \{(10 \mid -3)\}$ ازمايښت $(I)\ 2x + 4y = 8 \Rightarrow 2 \cdot 10 + 4 \cdot (-3) = 8$ $\Leftrightarrow 20 - 12 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8\ (w)$ $(II)\ 2x - 5y = 35 \Rightarrow 2 \cdot 10 - 5 \cdot (-3) = 35$ $\Leftrightarrow 20 + 15 = 35 \Leftrightarrow 35 = 35\ (w)$	$(I)\ 2x + 4y = 8$ $(II)\ 2x - 5y = 35$ د جمعي لار: $(I)\ 2x + 4y = 8$ $(II)\ 2x - 5y = 35 \mid \cdot (-1)$ $(I)\ 2x + 4y = 8$ $(II)\ -2x + 5y = -35$ (+) $9y = -27 \mid 9$ $\Leftrightarrow y = -3$

بیلګه ۳ :

X=1 په (1) کې کیږدئ x+2y=5 $1 + 2y = 5 \mid -1$ $\Leftrightarrow 2y = 4 \mid : 2$ $\Leftrightarrow y = 2$ حل: L= {(1|2)}	$(I)\ x + 2y = 5$ $(II)\ -x + y = 1$ د ایښوونې لار; (II) په y پسې حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت (I) $x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 4 = 5$ $\Leftrightarrow 5 = 5\ (w)$ (II) $-x + y = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 = 35$ $\Leftrightarrow 1 = 1\ (w)$ wد رښتيا لپاره	$-x + y = 1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y = x + 1$ په (I) کې کيږدئ x+2y=5 $x + 2(x + 1) = 5$ $\Leftrightarrow x + 2x + 2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x = 3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 1}}$

بيلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

5- = y اینوونه په کې (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ حل: ازماېښت	(I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ (II) $\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$ د زیاتون یا جمعي لار: (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$ (II) $\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$ (I) $\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4$ (II) $-\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2$ (+) $-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10 = 2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5 = y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y = -5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2\ (w)$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4\ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)} \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\} \quad x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)} \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

يادونه:

مساواتسيستم د كسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر كيدو اجازه نه لري يا نه شي صفر كيدی، تعريفسټ بايد ورکړ شي. داسې مساواتسيستم کرښيز نه دی.

د رسموني لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{llll} (I) & & x - y = -2 & L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);...\} \\ (II) & \wedge & -2x - y = 1 & L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);...\} \end{array}$$

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{array}{lll} (I) & x - y = -2 & | +y \\ (II) & -2x - y = 1 & | +y \\ \hline (I) & x = -2 + y & | +2 \\ (II) & -2x = 1 + y & | -1 \\ \hline (I) & x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 & \\ (II) & -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 & \\ \hline \end{array}$$

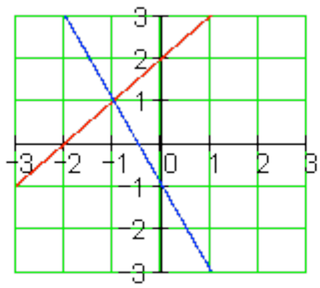
د هر مساوات لپاره ارزښتجوړي د حل سټ په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-ډېرئ: L={(-1|1)}

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اينوول کيږي.

x	−2	−1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	−1	−3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزې) اړيکې ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکې ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوڅې کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعنې کټمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناتیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	(I) $10x + 4y = 4$ (II) $5x + 2y = 1 \mid \cdot (-2)$ (I) $10x + 4y = 4$ (II) $-10x - 4y = -2$ } + 0=2 نو دا ناتیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	(I) $10x + 4y = 2$ (II) $5x + 2y = 1 \mid \cdot (-2)$ (I) $10x + 4y = 2$ (II) $-10x - 4y = -2$ } + 0=0 له دې لاس ته راځي رښتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتني

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{aligned}(I)\quad & 5y-3x=1\\(II)\quad & x=y+1\end{aligned}$ ب - $\begin{aligned}(I)\quad & 4x+5y=32\\(II)\quad & y=5x-11\end{aligned}$

پ- $\begin{aligned}(I)\quad & 15y-4x=-50\\(II)\quad & x=y+7\end{aligned}$ ت - $\begin{aligned}(I)\quad & 3x=y+15\\(II)\quad & 2y-10=2x\end{aligned}$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{aligned}(I)\quad & 2y=2x-40\\(II)\quad & 3x=10-2y\end{aligned}$

b) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x}{2}-\frac{3y}{5}=3\\(II)\quad & \frac{x}{4}+y=8\end{aligned}$

c) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{2x}{15}+\frac{7y}{12}=3\\(II)\quad & \frac{7x}{25}-\frac{5y}{16}=\frac{3}{20}\end{aligned}$

d) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x+5}{y-7}=\frac{4}{3}\\(II)\quad & \frac{x+2}{y-5}=\frac{5}{8}\end{aligned}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

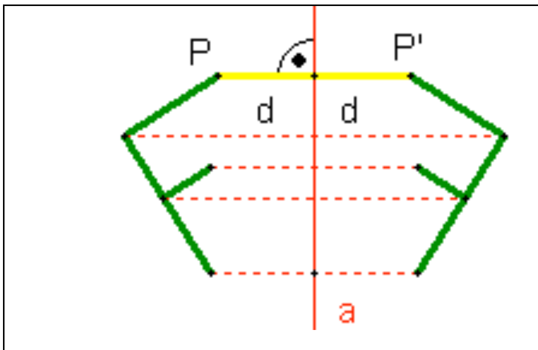
اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هنداړونه)
Reflection

یوه ځیره، چي یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي P’ داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چي و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محور a منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هنداړونه) بلل کیږي.

دا لاندي ځیره په محور a د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چي P په P’ د a په محور داسي منعکسه شوې، چي هر یو ټکی P او P’ له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي P’ د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایري په دایرو منعکس کیږي، داسي چي شعاع یې سره مساوي وي .

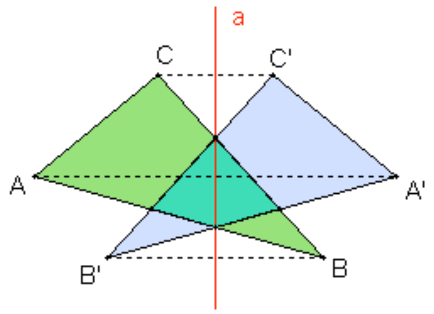
(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کیږي

۵) زاویې په مساوي لویو زاویو منعکس کیږي.

۶) د یوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي یا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خویونه ښایي

په مخامخ شکلونو کې د کیڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی. ګورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A’B’C’ منعکس شوی دی یا مثلث A’B’C’ د مثلث ABC انعکاس دی .	

فعالیت ۱ :

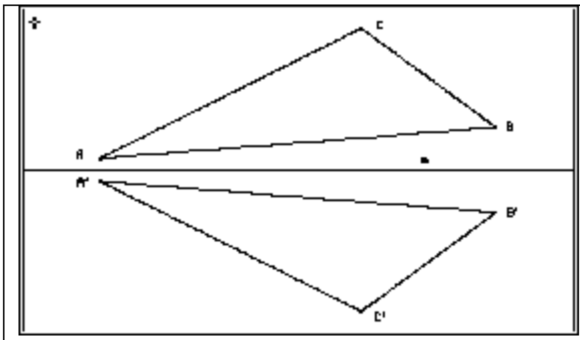
په پورته شکل کې دې شاګردان وپوهیږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقایسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړیکې دې وښایي.

تعریف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کیږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خویونه وښایي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

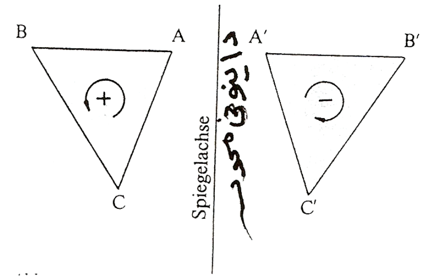
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

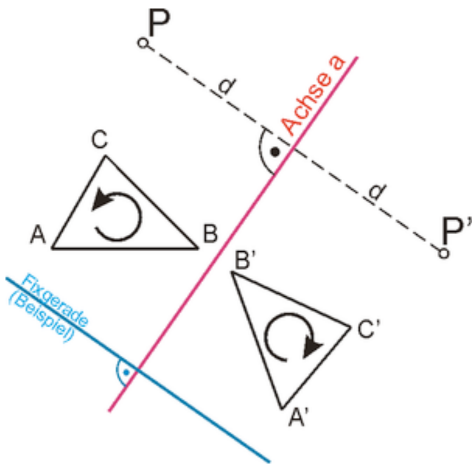
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

که مخامخ شکل ته ځیر شو، ګورو چې مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه یې صورت نیولی - تشریح کړی.

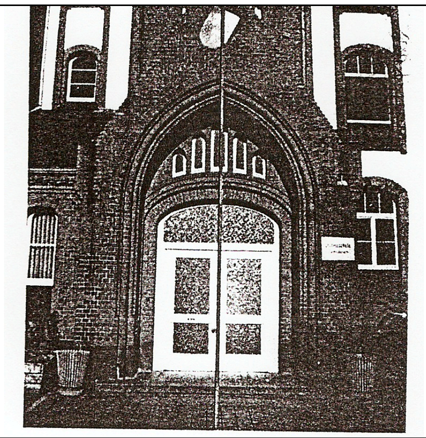


۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتري Symetry

لاندې څېره په افغاني څېره بدلیږي



پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسي انعکاس منځ ته راشي، چي دا شکل په خبل ځان منعکس کړي.

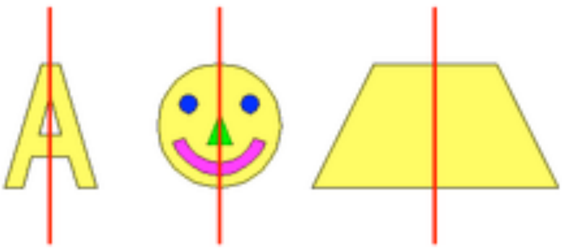
فعالیت ۱ :

په مخامخ شکلونو کي څه ګوری؟

ایا دا شکلونه متناظر دي؟

که هو ، نو دلایل یې راوړی.

نور خویونه یې هم وڅیړی.



فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چي سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشریح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعریف :

یو مسطح شکل محوري متناظر بلل کیږي، که په یوه محور s داسي انعکاس صورت ونیسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطیل چې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: یو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعریف :

یو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کیږي، که یو ټکيS داسي موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ - مرکزي متناظر شکلونه

بیلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشریح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا څېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

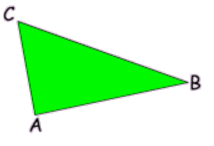
۱) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

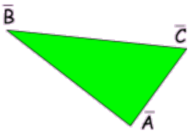
۲) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه یا وحور دئ؟

۳) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطيل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې څېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





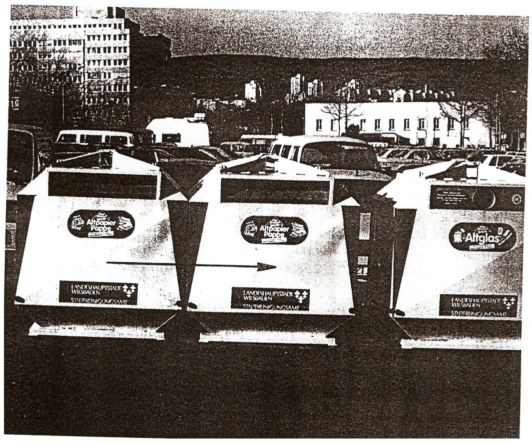
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځېدنه

الف - انتقال (Translation)



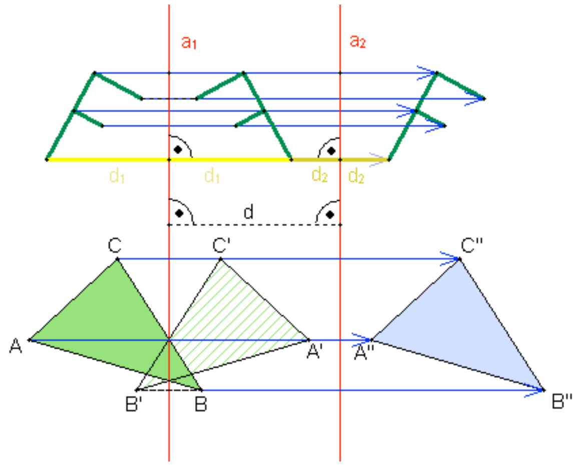
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



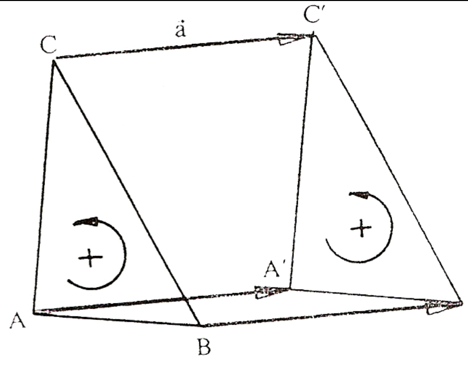
په پورته شکل کي په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني يا انتقال خويونه:

دوه واره هنداورنه په غبرګ محور د d فاصلي سره همغه فاصله (قيمت) لري، لکه د يوي 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کي روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دي مانا، چي په غير له دي بل داسي انتقال نه شته.

په لاندي شکل کي د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لاري ad په اندازه انتقال دی، چي په نتيجه کي يي مثلث A’B’C’ لاسته راځي. په انتقال کي د شکل لور هم همغه ده. ياني ګورو، چي په انتقال کي شکل نه په څټ کيږي

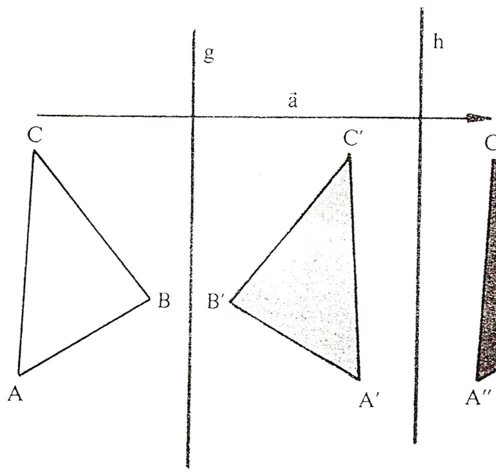


(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- کميت سيستم کې دې زده کوونکي يومثلث ABC رسم کړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مينه يو کل او يا يوه بله بڼه ځېره هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه خومره انتقال کيږي.

۵ . ۴ - د ورڼي يا انتقال د جوړولو ځيرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاويي او په دايرو کې مرکزونه په يو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنۍ نقطې د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r ورانګي په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا کټمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)



ځيره ۱۵۶

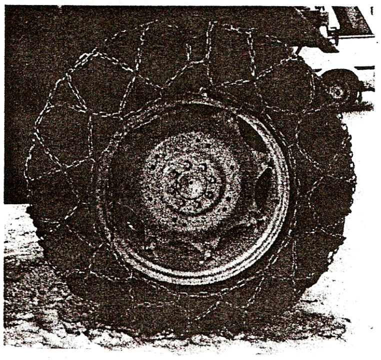
په يوه ځانګړي ډول يو په بل پسي په ډېرو محوروونو انعکاس دې په دې ځای کې ياد شوی وي.

۵ . ۵ - ځرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند :

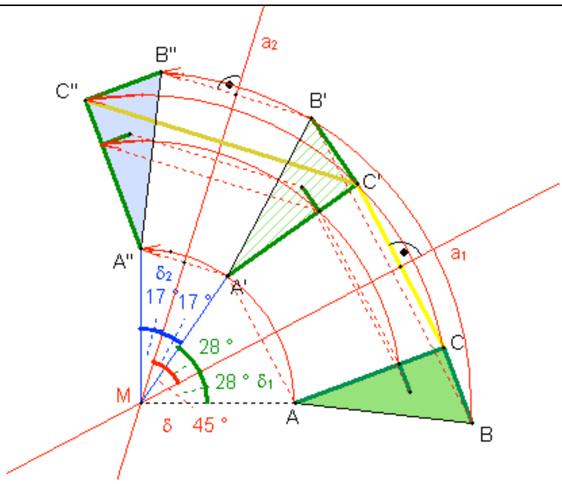
که د يو ه شکل هر ټکی P په يوې داېرې په ځاي په ځاى ټکي M په کونج ✈ په ورانګه $\overline{MP}$ وڅرخي يا دوران وخوري ، نو يو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نټکي M څرخون بلل کيږي.



په لاندې ځيره کې يو دربګوډی په دوه زاويو او له دې امله په دوه محوررونو ځرخي.

د دوران خويونه

په محوررونو دوه واره هنداروڼه، چې په ● کونج په ټکي M کې يو بل قطع کړي، په ټکي M باندې د يوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاويه ● ● ✈ وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کې که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او’’B ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

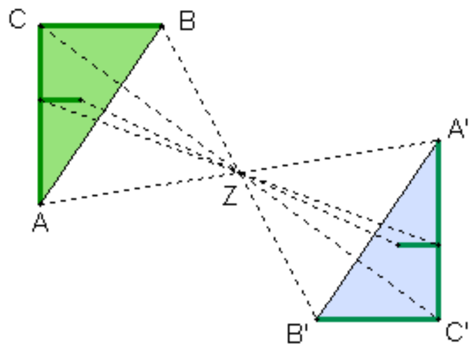
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او ''C تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او ''B د قوس سره تفاوت ولری؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې °180 سره یو مرکزي انعکاس دی . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

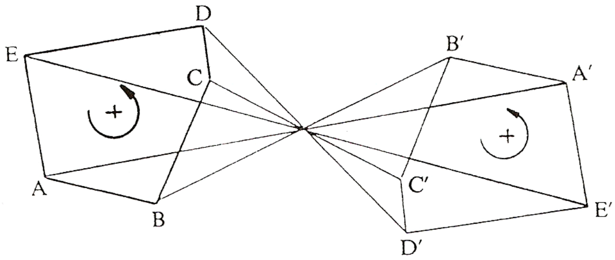
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي P' داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

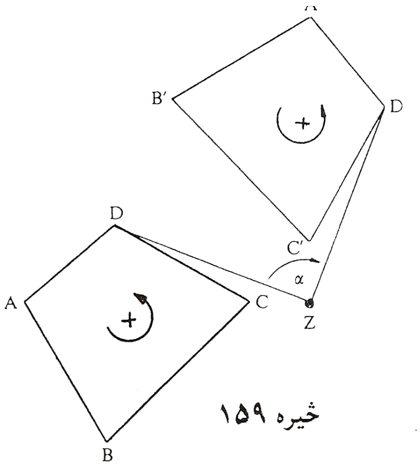
(c) ketabton.com: The Digital Library

$W(PZP')=\mu$، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویې ځخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوې(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

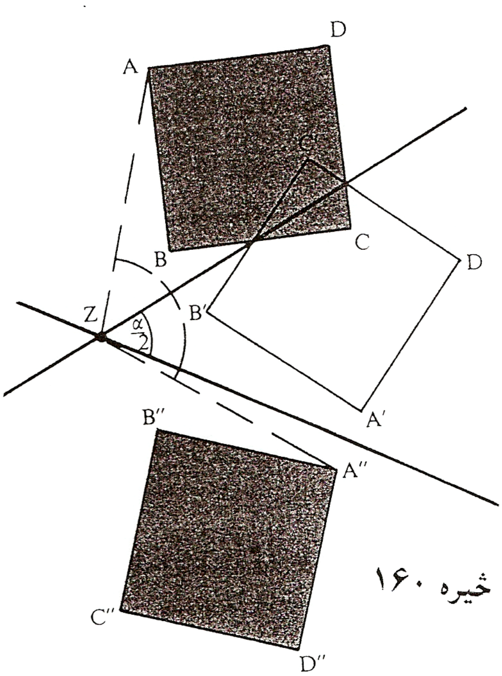
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ – په ټولو په نخښه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کېږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروانیخ ځېره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

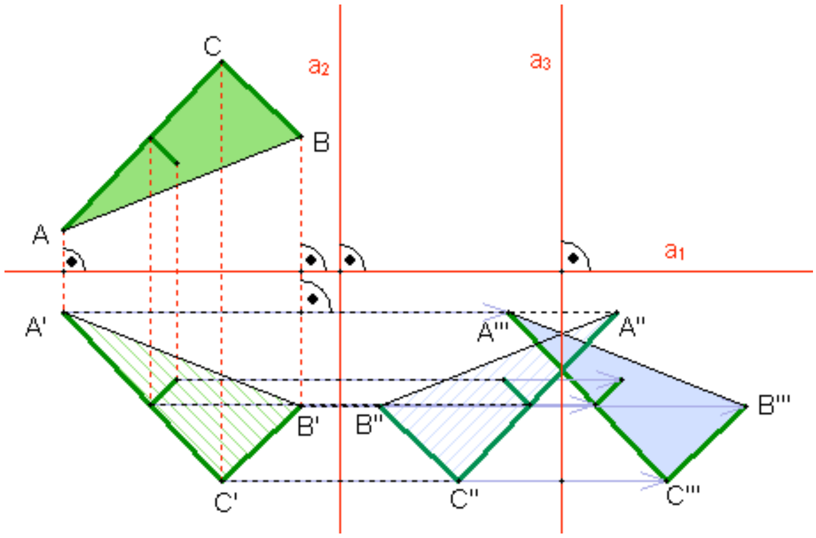
خوی انعکاس یا خوی رگرځیدنه یا بیرته راگرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هنداورنه د محورهنداورني یوه یو پربل پسي هنداورنه او محور ته غبرگه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندي ځېره دي وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هنداورنه کېدی شي، چي په دوه غبرگو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندي د دریواره هنداروني له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

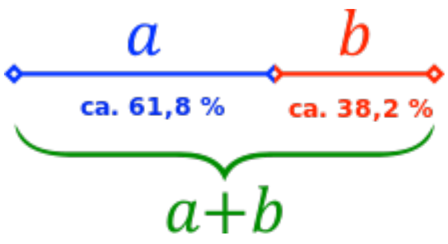
موږ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وخېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چي ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ - طلايي غوڅې

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ښانګړی د وېشنې نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توټه د Majority **Major (M)** یاني ستره توټه سره ښایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توټه د Minority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښونې سره د طلايي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توټه ځان و لوې توټې ته داسې نیسي یا لنډه توټه نسبت و لوی توټي ته داسې ده، لکه لویه توټه د لوې توټي او کوچنی توټي جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د کيني لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 | \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma\leq+\sigma-1=0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

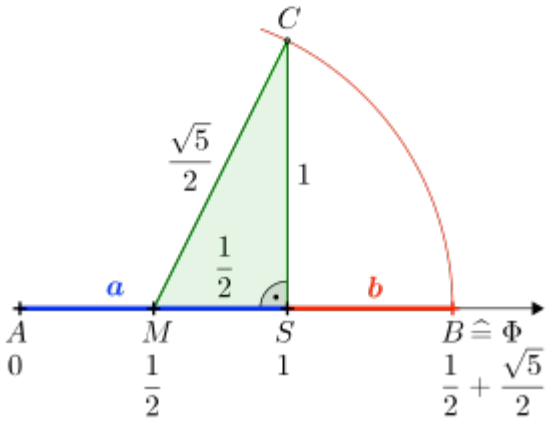
$$\tau\leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau\leq-\tau-1=0$

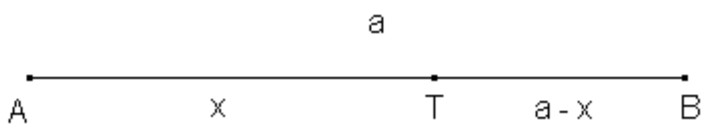
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1{,}6180339887498948482O$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]څخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

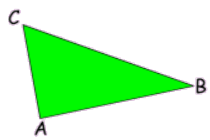
(c) ketabton.com: The Digital Library

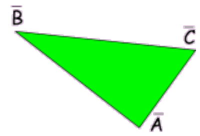
$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

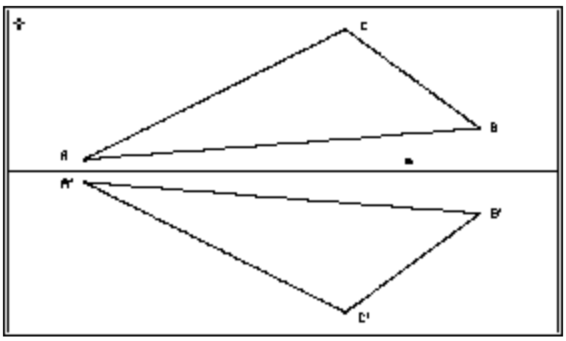
د حل ستې فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي



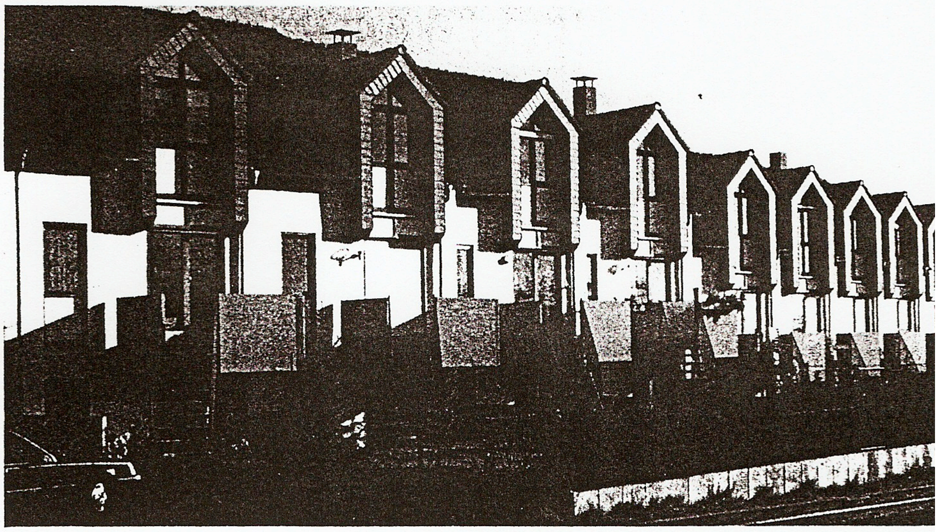




(c) ketabton.com: The Digital Library

Beispiele:

1.



ځيره ۱۴۹

پيژند :   هندسي شکلونه کونګروينځ (برابر) بلل کيږي، که په فورم ، بڼه (ځيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګرواینځ څیرونه د کرښې اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښې اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښې اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښې اینونو (کرښې اینونې یا کښنونو اینونې) یو نا همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده.

دیو په بل پسې د کونګروانیځ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیځ څیرونه لاس ته راکوي. دا چې هرکونګروانیځ کرښې اینونه ده نو د پای کونګروانیځ یو په بل پسې اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیځ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیځ څیرونې یو په بل پسې منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوشیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیځ څیرونې یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونې سره، دا په دې مانا چې ناپیلی څیرونه ، چې په کارونه کې تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونې برخه وکتل شي)

په عمل کې د دریګوټ ی کونګروانیځ جملې له پوره اهمیت ډکې دي

کونګروانیځجملې:

الف) په خپلو دري اړخونو کې (SSS) یا

ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کې(SWS) یا

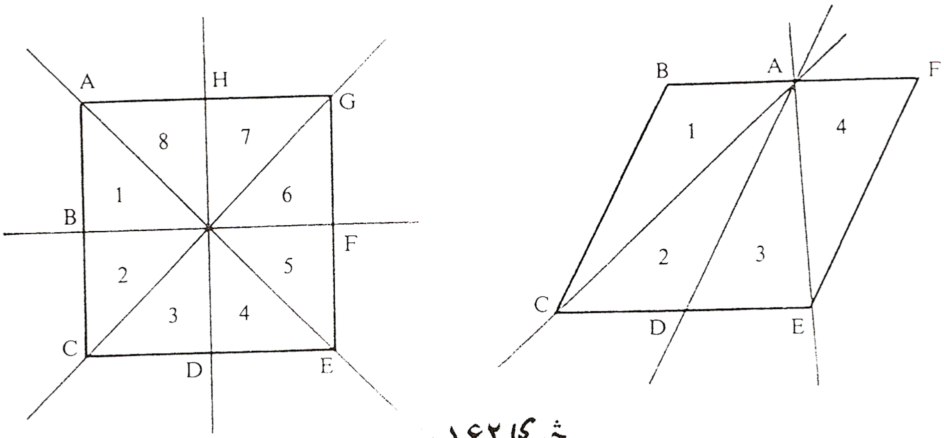
پ) په دوه اړخونو کې او د اوړداړخ مخامخ کونج کې (SSW) یا

ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کې (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC}{}^\circ S_{AB}$ وکاږی.
۲ – د کونګروالینځ جملو په مرسته وښایي، چې غوڅکرښی پیلڅیرې په کونګروالینځ برخو ټوټه کوي.



شیرۍ ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :
الف) $S_g{}^\circ S_h \;|\!=\; S_h{}^\circ S_g$
ب) $S_g{}^\circ(S_h{}^\circ V_g) = (S_g{}^\circ S_h){}^\circ V_g$
۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښنتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

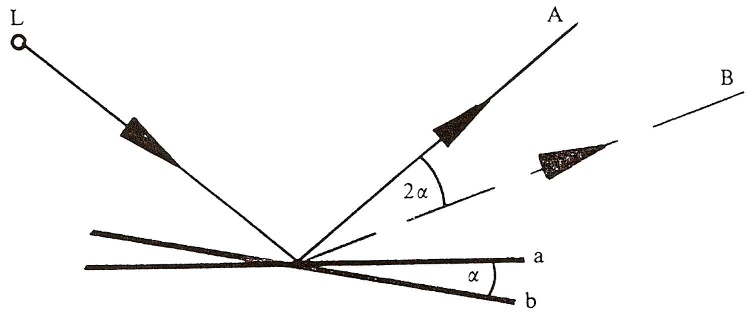
په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لاري یو بل غوڅوي ؟
ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوټی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چی دریګوټي ABP اوABQ کونګروا‌ینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅټکي دي).

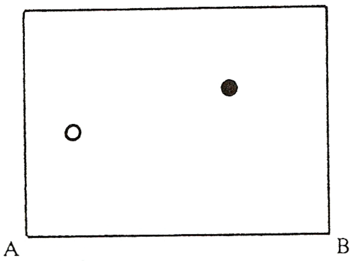
۶ – څومره کورونتڅیرونی موجود دی چی لاندې څیرې یی په خپل ځان ځیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوټي ، ولاړ ګوټی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوټي ؟ کټمټڅیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په څیره کی له پورته لور انځوریږي.
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هندارونی یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول- یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راځرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

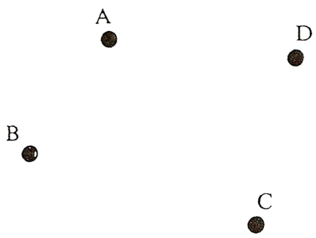


څیره ۱۶۳



څیره ۱۶۴

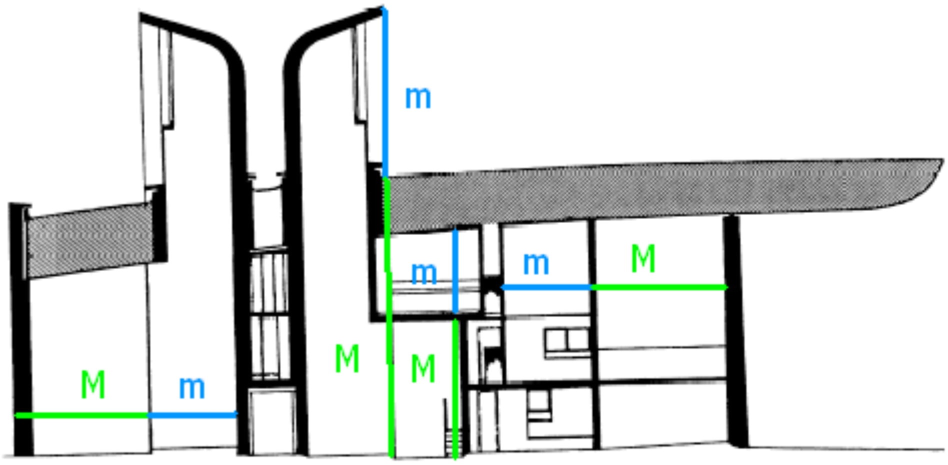
۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول
شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له
دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه
شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل
شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی
یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB
لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږی
« تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی –
سپین توپ»



څیره ۱۶۵

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې
په A,B,C,D سره یې ښایو (څیره)
داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A
د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له
دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په څیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

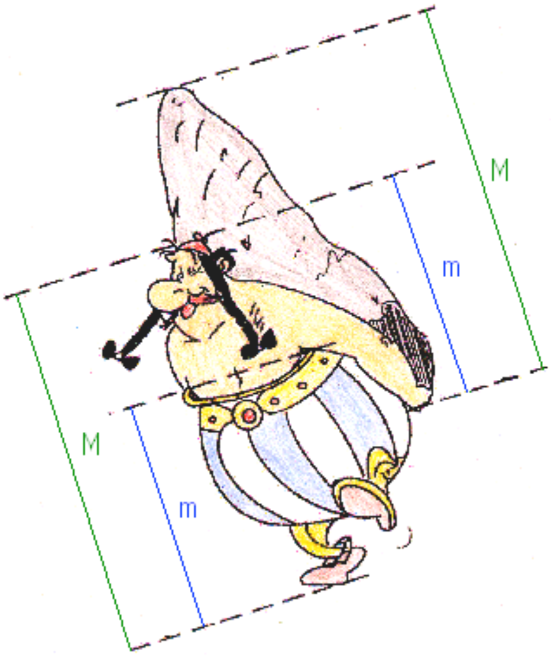


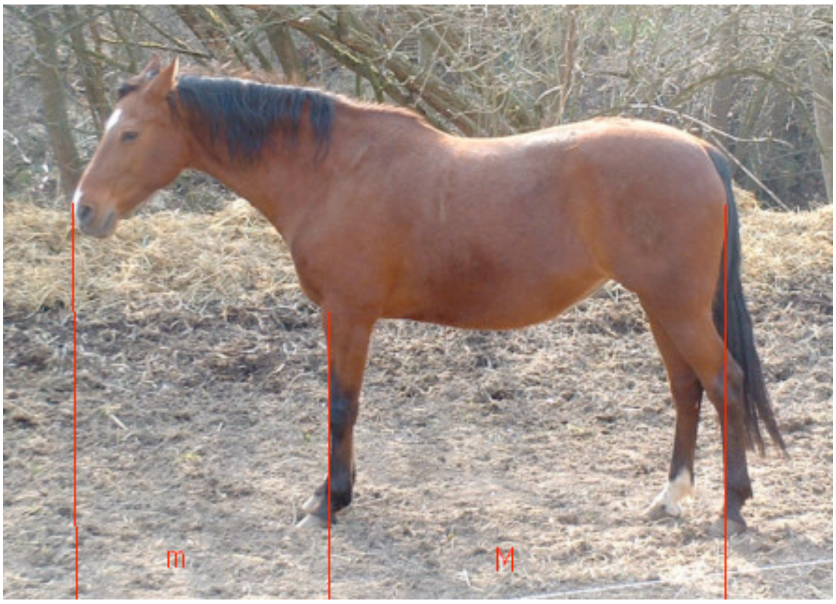
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1965 – 1887) *Le Corbusier* په ډېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوڅي دستې لپاره یوه بله بیلګه ده، چې پیداښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسو سرګرمۍ له پاره

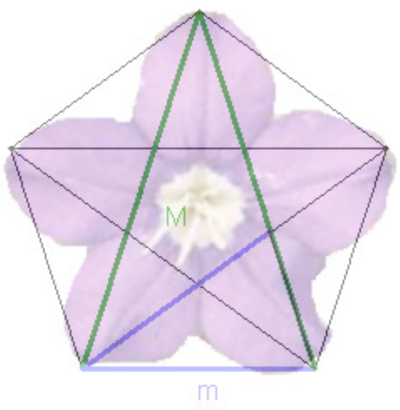
(c) ketabton.com: The Digital Library





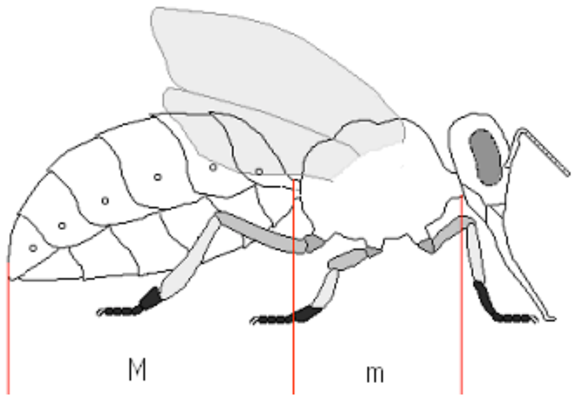
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي يا مخمس کي طلايي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د ا لانـدې د درېـکوډيـکچبرخه پـه نـهم، لـسم، اويـولـسم ټـولـکي لـوستل کـيږي. زه د ا ټـول پـه هره بـرخه را وړم، چې ګرا ن لـوستونـکي ورڅخه اړونـدګـټه و اخستل شي

۶ – درېـګوډي کچ يـا تـرېـګونـومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریکوډیکچ یا تریکونومتري Trigonometrie

تعریفونه

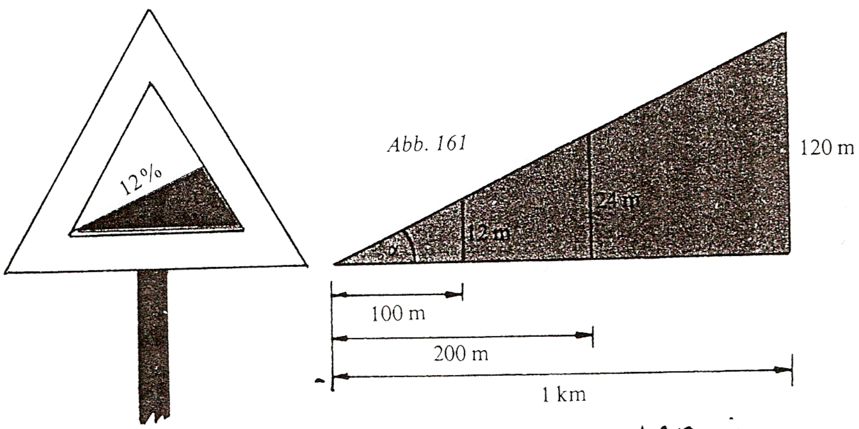
د دریکوډیکچ یا تریکونومتري دنده ده چی په هواره یا په هوا کی دریکوډي کچ کړي ، د څانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریکونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې(مور یی تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ – ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چي په ۱۶۸ م کال کی مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کاروني یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریکوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازوني، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کی مومي.
د تریکونومتري مانا یا مهموالی په څانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کی نغښتی، چی د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چی دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چی ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چی په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چی په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چی په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانښونه و هواري فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانښونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه



ذخیره ۱۹۴

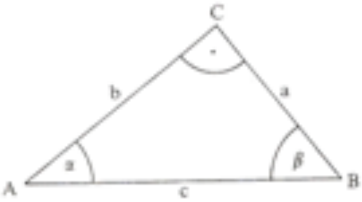
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زوړندي وي.

په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.

تریکونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

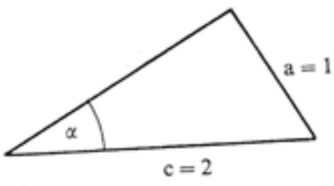
په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریکوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریکوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوتینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.



څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیکه:



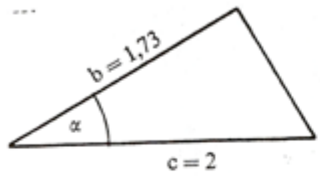
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$

څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوک Cosinusfunktion بیلگه:

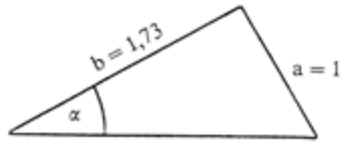


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1{,}73}{2} = 0{,}8660$$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواک Tangensfunktion بیلگه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

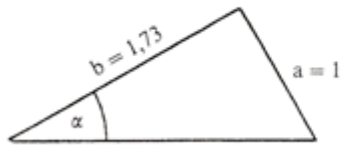
خیره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1{,}73} = 0{,}577$$

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې ځموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواک دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواک Kotangensfunktion بیلگه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

خیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1{,}73}{1} = 1{,}73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګې په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك كارول کیږي

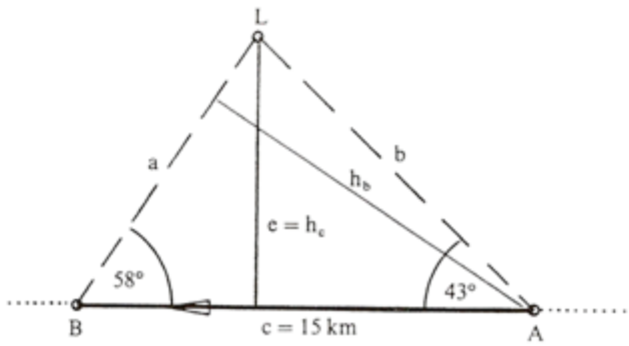
سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه

$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$$

خیره ۲۰۰

$$\sec 30° = \frac{2}{1,73} = 1,156$$

یوه تک پایکربنې c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کیښنتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښنتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin \gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

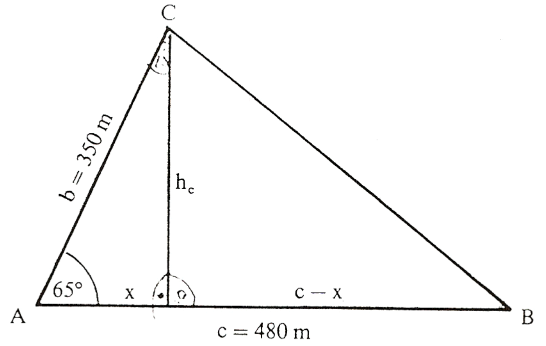
په خوښه دریګوډي کې د اړخونو ځانیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانیونه یا تناسب دی.

$\sin\alpha / \sin\beta = a / b$ $\sin\beta / \sin\gamma = b / c$
$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$
او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B څخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



شیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او c-x ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی. د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb \cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (څیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ   دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یې څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

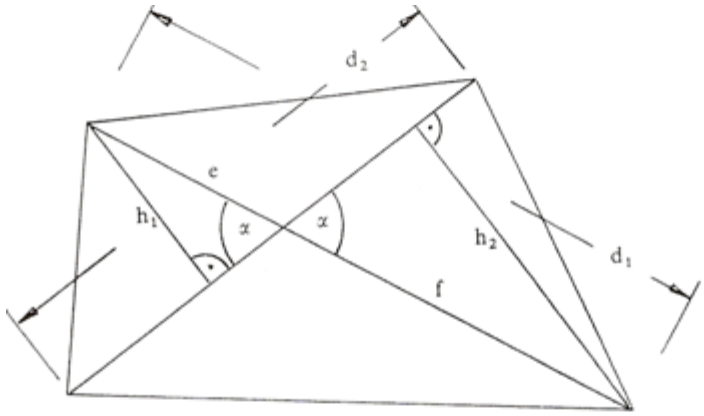
$$h_1 = e \cdot \sin\alpha$$

$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$

$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2(e+f)\sin\alpha$$

$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2\, d_1 \sin\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو دریګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

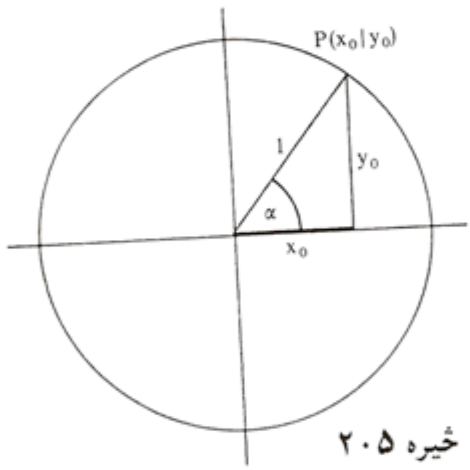
په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردی ووهي چی وړانګه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، ځکه چی وړانګه یی یو یوون دی) او د ګردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چی د هغی یو کونج د ګردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (ځیره۱۳۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی. نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتڼکی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 ,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربډرځونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha \cdot \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي. دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج ییα - $180°$ وي.

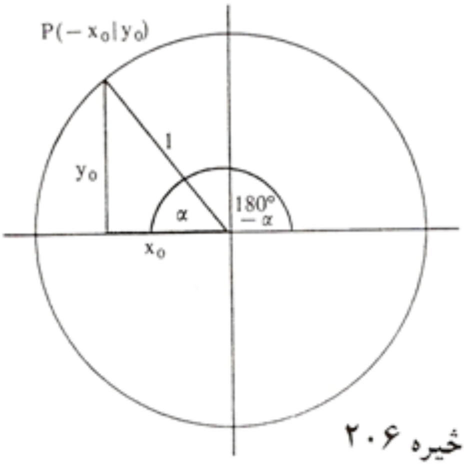
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې دا سيوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پيل مخامخ (منفی) لور ښايي.



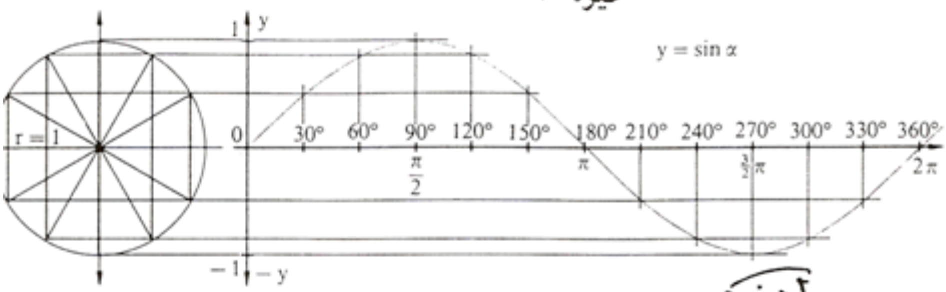
خيره ۲۰۶

په ورته توګه لاس ته راځی :

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

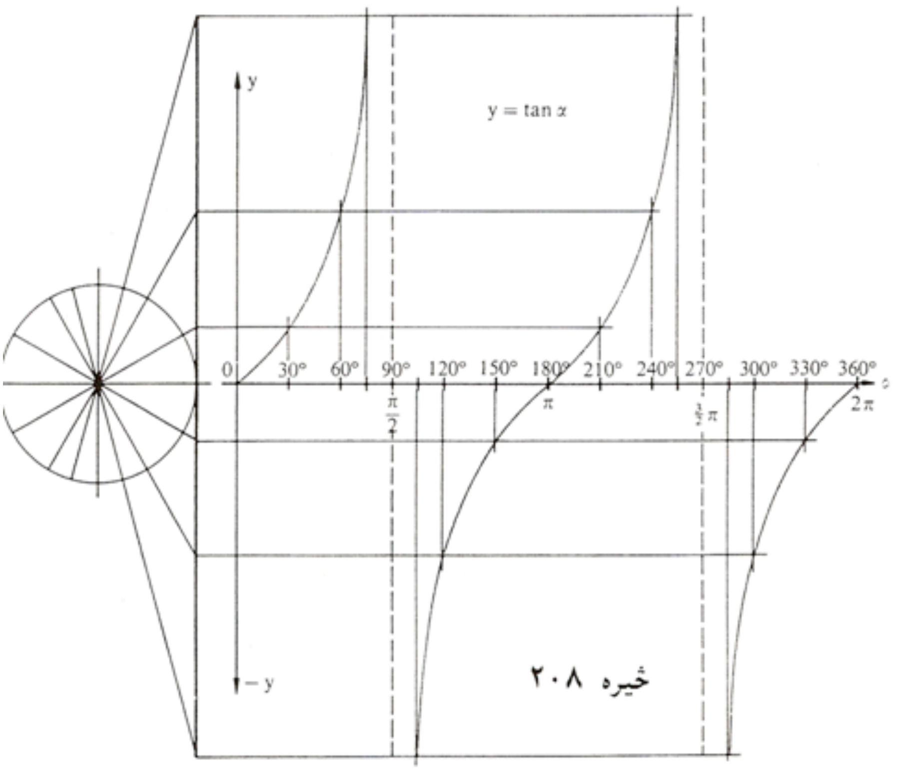
د کونج α+360° لپاره بيرته د سرچيني کونج اړيکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو يا کونجبلواکو لپاره د ساين او کوساين بلواک تعريف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقايسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

خيره ۲۰۷

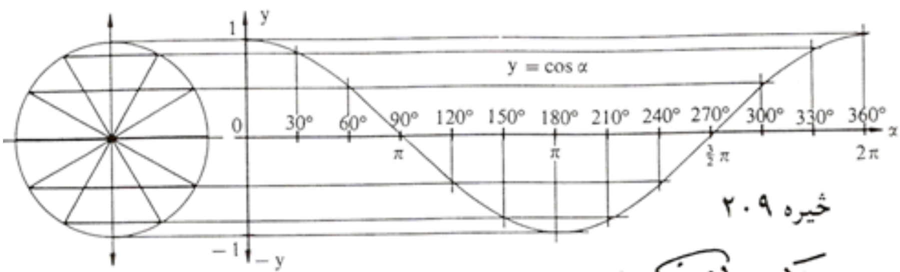


Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library



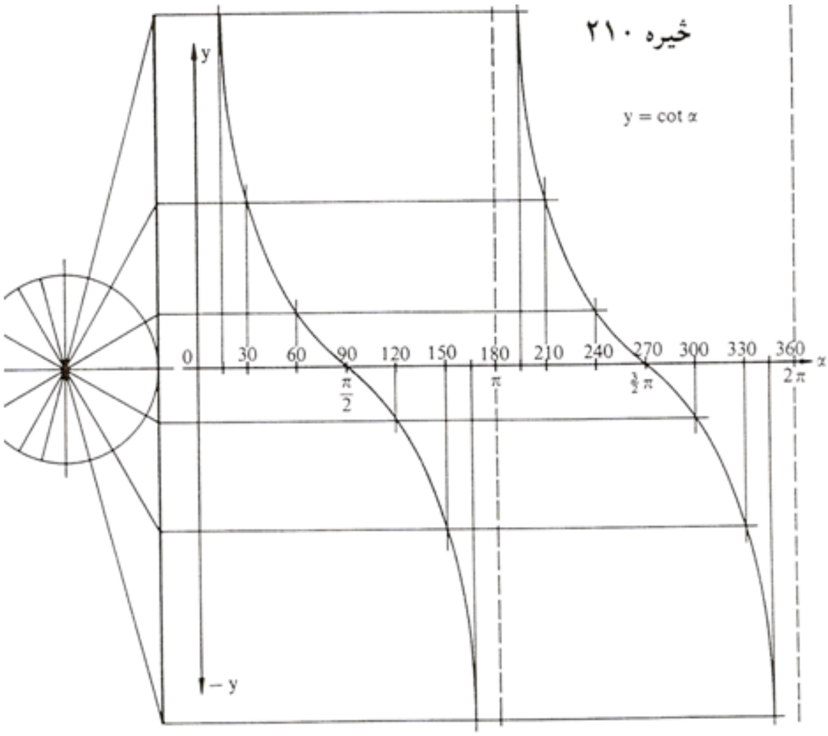
Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

دکوساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

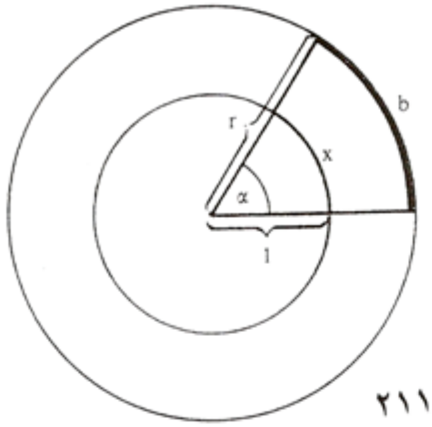


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ دکوتنجنت کوږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره گردی ښایي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی گردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی گډ دي، چی په گښونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون؛ ارزښتډیری ریبلگښونه دي، په داسی حال کي چی وتل گښونه (= د تعریف ډیري گښونه) یو یوون یا واحد (درجه یا گون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کې
یوون «راد (rad) » لري،
مګر دا په کارونه یا عمل
کې کیدی ونه لیکل شي
یا صرف نظر پرې وشي،
که بدلون ته مو نه
راهځوي. دا کونجکچونه
چې د کونج لپاره په
تریګونومتریکې بلواکو
کې اینبودل کیږی (د
بیلګي په توګه sin)
ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کې کیدی شي چې
نوې درجه ، زړه درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چې په
جبشمیري کې همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګردیبرخوکې وښوول شو (ګردیبرخې د مخه څېړل شوي دي) چې هر کونج پورې یوه ګردبرخه یا ګردۍ لینده اړه لري، نو ټولې ګردۍ پورې ۳۶۰ درجې کونج یا $2\pi r$ اړه لري، یوه کونج ∝ پورې بیا یوه لینده b اړه لري، کومه چې په چاپېرۍ کې ځانګړې همداسې نیسي لکه په پیل کې ∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګردیګڼ دی: .... $\pi = 3,14$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلګه:

کونج $\alpha = 60°$ له ګردۍ د ۱۰ سانتیمتره وړانګې سره یوه په لاندې ډول ګردۍ لینده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي یا بیلوي. د ګردۍ چاپېرۍ دی: $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګې سره ګردیلینده

$$b = 10\pi . 60° : 360° = 5,236 \text{ cm}$$

غوځوي. دا ګردۍ لاندې چاپېرۍ لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردۍ د وړانګې $r = 1$ cm سره ددې په څېر یا برعکس کونج ګردیلینده

$$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047 \text{ cm}$$

غوځوي» د دې ګردي چاپېرۍ فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بیلګې څرګندېږي، چې لینده اندازه په همغه اندازه زیاتیږي لکه وړانګه. له دې امله کیدی شي خپله شمیرنه په یوونګردي د وړانګې ۱ سره رابنده یا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعریف: په یوونګردي د ګردیلیندی اوږدوالي کچګڼ، چې په څنتریکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°) . \pi \quad <=> \quad \alpha = (x/\pi)\ 180° = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه ريېلګښونه پرېښوول شوي.

بيلګی :

$$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175\ (rad) \qquad \alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236 \qquad \alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \qquad \alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708 \qquad \alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چې لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راڅرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفهيري ته، په لينده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواك دی، دا په دې مانا ، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

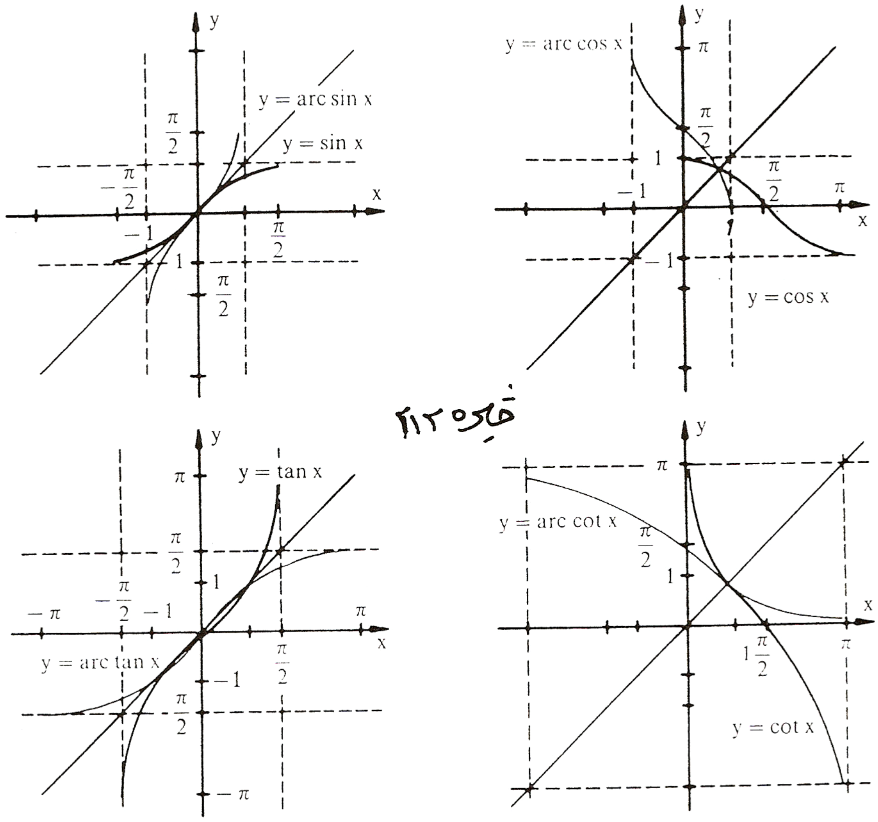
مختلفو واټنونو وروسته، بلواک ارزښتونه تکرارېږي. د دې لپاره چې په ښکېدنه ممکن شي، نو باید د خپل تعریف ډیری په یوه برخه ډیري رابند یا محدود شي.

تعریف : د یوه (رابند یا محدود) تریګونومتریکي بلواک په ښې بلواکونه ارکوس بلواک Arcusfunktion بلل کیږي یا څیکلومتریکي بلواک (لاتین ارکوس: Arcus = Bogen = لینده)

دلته (arc sin(x د x» اركوس ساين. د کونجبلواک تعریفډیری دلته اړونده ارکوسبلواک ارزښتډیری دی او په ښې ارګومنت یا تعریفډیری دلته تل یو ریېلګڼ دی.

Trigonometrische Funktion تریګونومتریکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \leq y \leq 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \leq x \leq 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 \leq x \leq \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \leq y \leq 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \leq x \leq 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 \leq y \leq \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \text{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې :

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°

2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°

3. arctan (− 100) = − 1,5608 (rad) = − 89,43°

4. arccot (− 70) = − 0,0143 (rad) = − 0,82°

۵ – دا چې کونجبلواك و ارکوسبلاك يو د بل په څټ بلواك دي نو باور لري٠

sin (arcsin (y)) = y; arcsin (sin (x)) = x
cos (arccos (y)) = y; arccos (cos (x)) = x
tan (arctan (y)) = y; arctan (tan (x)) = x
cot (arccot (y)) = y; arccot (cot (x)) = x

يعنې په لاندې توګه هم

sin (arcsin (0,4)) = sin (23,58°) = 0,4
arccos (cos (π/3)) = arccos (0,5) = 1,0472
tan (arctan (− 40) = tan (− 88,5679°) = − 39,9999
arccot (cot (60°)) = arccot (0,5774) = 1,0472

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چې کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چې یوه کونج بلواك تعریفیږی یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چې د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړۍ ډله یواځې له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\dfrac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\dfrac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) \;\; = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړی / gesucht غوښتونی	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	cot x

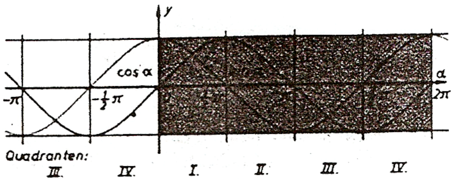
لکه چی د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چی تریګونومتریکي بلواک د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواک ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواک ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چی د بلواک ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواک او د کوساین بلواک راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواک راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

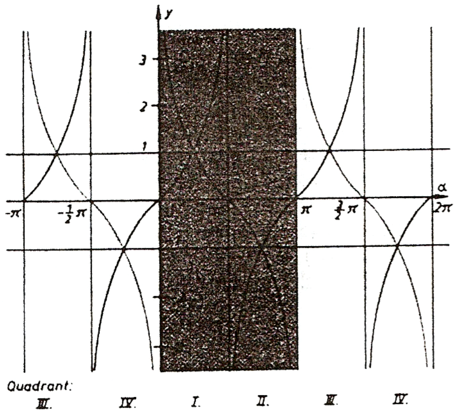
$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن
پریود د یاتن راکو ځیرنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود
ښکلي :

$\sin 50°$	$= \sin(50° + 360°)$	$= \sin(50° - 720°)$	$= 0{,}76604$	
$\cos -30°$	$= \cos(-30° - 360°)$	$= \cos(-30° + 1080°)$	$= 0{,}86603$	
$\tan 2{,}5$	$= \tan(2{,}5 - \pi)$	$= \tan(2{,}5 + 5\pi)$	$= -0{,}74702$	
$\cot 10$	$= \cot(10 + \pi)$	$= \cot(10 - \pi)$	$= 1{,}54235$	
$\sin 35°$	$= \sin(180° - 35°)$	$= -\sin(180° + 35°)$	$= -\sin(360° - 35°)$	$= 0{,}573576$
$\cos 35°$	$= -\cos 145°$	$= -\cos 215°$	$= \cos 325°$	$= 0{,}81952$
$\tan 0{,}6109$	$= -\tan 2{,}5307$	$= \tan 3{,}7525$	$= -\tan 5{,}6723$	$= 0{,}700208$
$\cot 0{,}6109$	$= -\cot 2{,}5307$	$= \cot 3{,}7525$	$= -\cot 5{,}6723$	$= 1{,}428042$

که د فنکشن ګراف ته په ځير شو نو په دې برسيره په ټينګه روښانيږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	

$\sin x = \sin(\pi - x) = -\sin(\pi + x) = -\sin(2\pi - x)$ (Abb. 179)
$\cos x = -\cos(\pi - x) = -\cos(\pi + x) = \cos(2\pi - x)$ (Abb. 179)
$\tan x = -\tan(\pi - x) = \tan(\pi + x) = -\tan(2\pi - x)$ (Abb. 180)
$\cot x = -\cot(\pi - x) = \cot(\pi + x) = -\cot(2\pi - x)$ (Abb. 180)

بیلگې:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځې د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه جدول د جداول په مانا دی او پیدا کړی تړاو یا جوړوی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کېدی شي په خيال کی يا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x)   cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x)   cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کېدی شي په ولاړکونجيز درېګوډي کي د تعريف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin   = a / c   او   cos ß = a / c

د   – 90° = ß له امله لاس ته راځي :

sin   = cos (90° -   )

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس
ته راتلی شي.
دا له څيرو   څخه هم لاس ته راوړل کېدی شي، څکه د ساين او کوساين بلواکو يا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2   = x   کرښې ته يو بل سره محورسيومتري ځغلي :
له څيرو او بيلګو څخه په دې برسيره لاس ته راځي:

تعريف: د کوساين بلواك جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساين – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

يادونه : په دې نلواکو کي کېدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0{,}86603$

$\cos 0{,}75 = \cos(-0{,}75) = -0{,}70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0{,}57735$

$\cot 1{,}3 = -\cot(-1{,}3) = o{,}27762$

د زياتون قضيي يا تيورمونه

دا چي کونجبلواک لايني نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعريفډيرې پورې ساده ډبل بلواک ارزښت اړه نه لري.

لکه

$\sin 30° = 0{,}5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زياتونمسئلی په مرسته ممکن کيږي، چی د بلواک ارزښت د کونج په دوه برابرولو يا په همدې ډول د دوه کونجونو يو په بل زياتولو د يوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بيلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x . \cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $\text{cis}(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

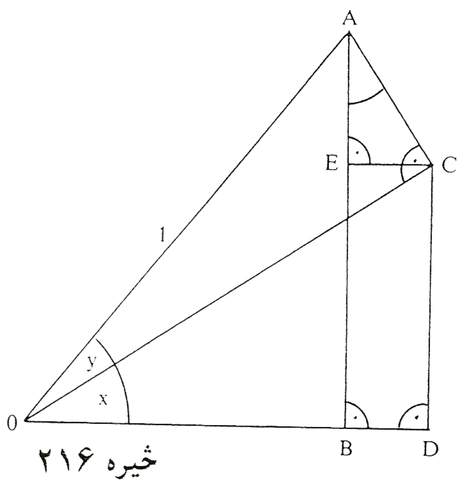
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9'. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10'. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y;\quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y);\quad |OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسیره پر دې لرو :

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x+y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. **2′.**:

3. **4.**: $x = y$. ځای پر ځای کړه

5.: Setze $z + t = x$; $z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2}$; $t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

$\sin x = \sin(z+t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$ پس لرو

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$\sin y = \sin(z-t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه ترلاسه کیږي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x+y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د دوهمې نیونې له لارې ښوونه لرو
په (*) کې و لیکو یې کېږدو

8.: $(*)$ $\sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$.

9-10: دا دواړه په ۱ او ۲ او ښکاره د تعریف څخه لاسته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لكه چي په پيل كی مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيري پيښني شته دی چي تل بيرته راكرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلي لور داواقعي د كونج په واك كی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه كی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوسائين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بيلګی	دكارونی ساحه	تاثير	بلواك
ځيره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		$y = \sin (x)$
ځيره ۲۱۸	د يوه مساوي او بدل ښټپالونو يو په بل پرلوتل	د y - لور باندې راكښنه	$y = \sin(x) +d$

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = sin(x+c)	د فاز تغير يا ځای بدلون	په بدل بریښنا جریان کې د بریښنا او شیانو تغیر ښودنه	څېره ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیتود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	د یوه پندول خوځېدنه	څېره ۲۲۰
y = sin(bx)	د یوه دوره تغیر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کرار کېدل b <0 په شا ګرځېدنه کمه محور دی	د یو سیستمونو لپاره څېړنه په یوه وخت دا دونه او دهغې پورې لېږدونکي په د موږ الو په اوازونو کې	څېره ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پدیدې جریان یا عمل	څېره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندي ورکړې سره ښيره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44'' =

۲ – په درجه کچ ي وليکی

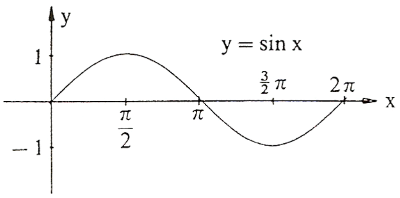
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x (2/3)\pi$

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

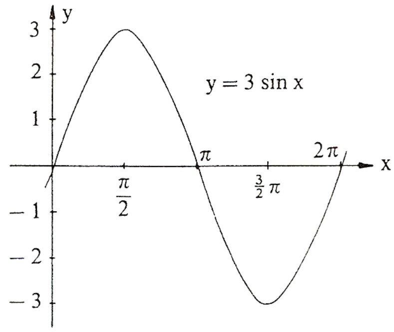
۳ – په لينده کچ یی وليکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

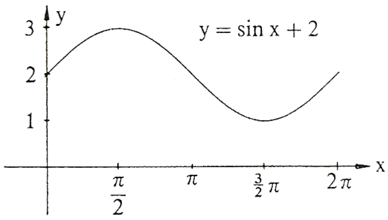
(c) ketabton.com: The Digital Library



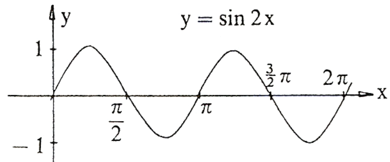
څېره ۲۱۷



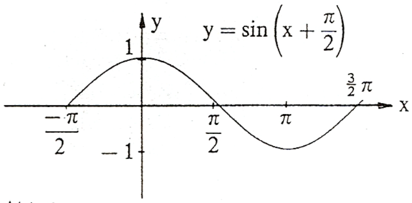
څېره ۲۲۰



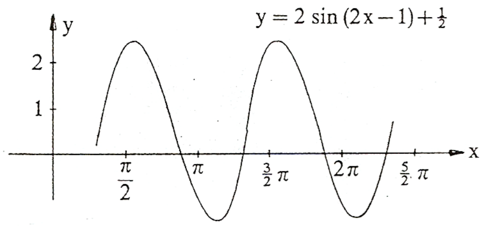
څېره ۲۱۸



څېره ۲۲۱



څېره ۲۱۹



څېره ۲۲۲

د دې بلواك ګراف د ساین کږې $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کیدل

۲ – د نیمی راګرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

۳ – په یوه یوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8 s) cos α = 0,9 t) tan α = 2,5

u) cot α =-1 v) sin φ = 0,3 w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4 y) cot φ = 0,3 z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټې وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوډي

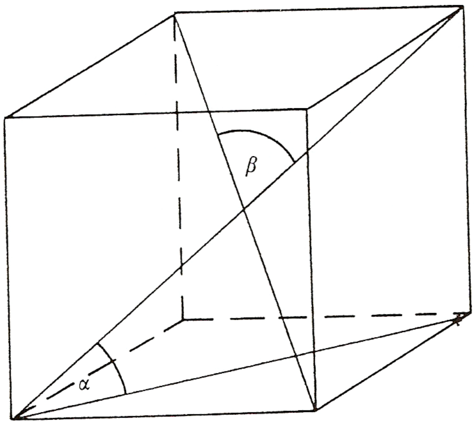
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پخکونجیز (α > 90°)

دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پخ کونجیز

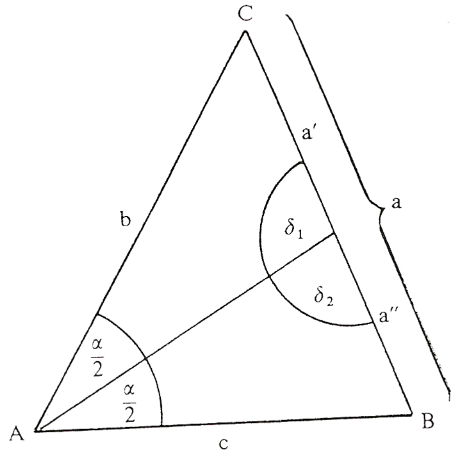
دریګوډي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواريږ ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟
څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګی
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm
دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.
دد دواړو ګردیو د تماس
مماسونو غوڅکونجی وټاکی
او د کړي غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه
کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی
ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه
په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د
ساین جملی په مرسته حل
(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته،
چي ۱،۵۰ متره جګ دی،
یوه زینه ورجګه شي
میلانکونج ئې دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوځي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا
کوځه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟
ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟
پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره
لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج $\measuredangle = 25°$ لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور(د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یی ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګي ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یی $\measuredangle = 18,5°$ او پښیټکی یی $ß=8°$ لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د پښی ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

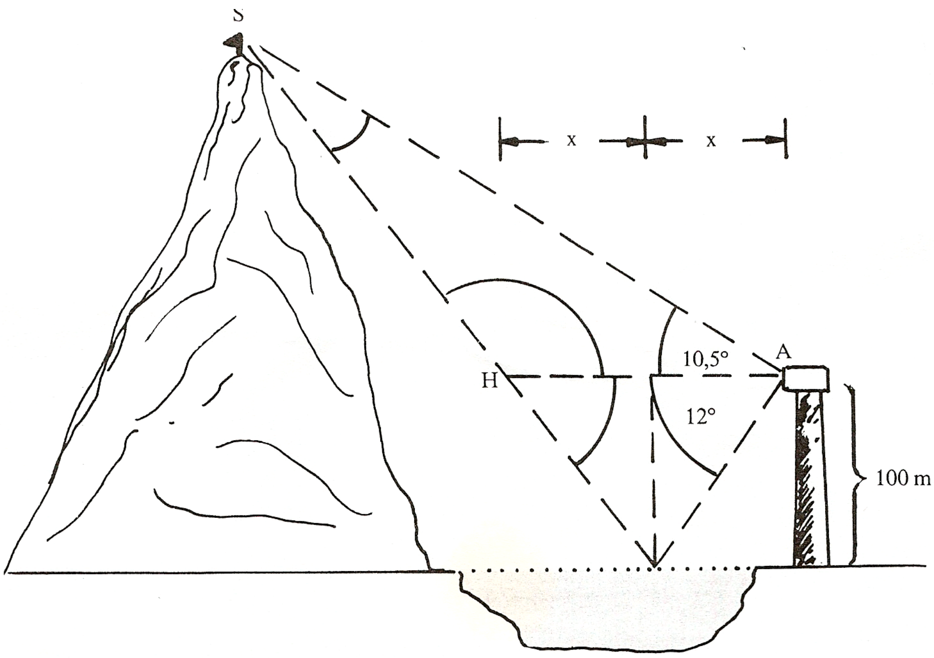
ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

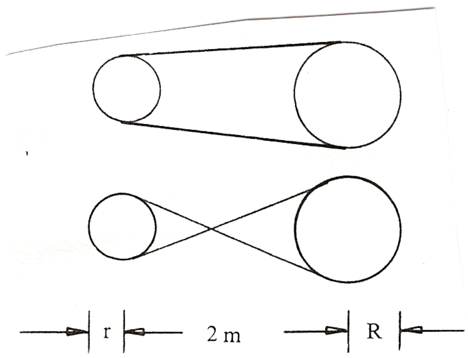
(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکارېږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټپسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته °14 میلان لري، د دننه لور ته °28 میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د °12 پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج °11 لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۲۵



شیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړی، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

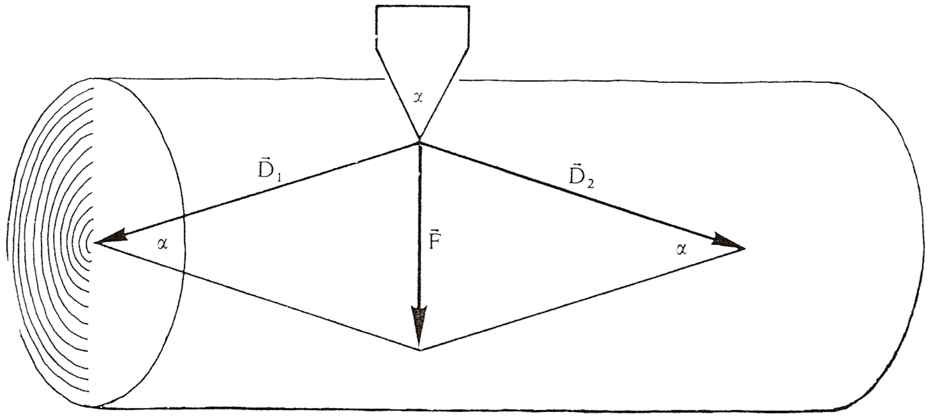
$r = 22$ cm , $R = 35$ cm ,

$|M_1M_2| = 2m$?

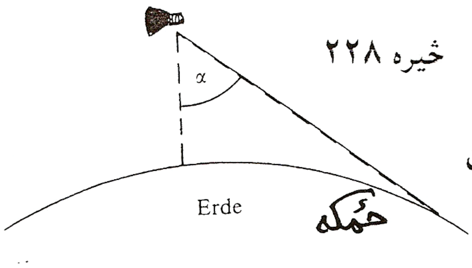
ب) دا کړی به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو راکښل شوي وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونې په ستنه یو کایل)موږی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د
فشار هغه زوررونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستنې درځونه ، که د کایل
یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟
ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

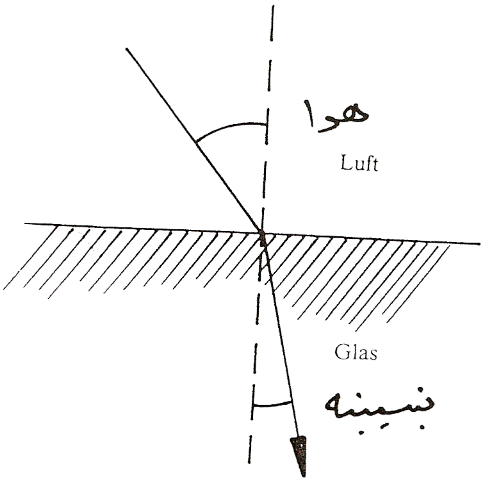


څیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه
ځمکه د یوه α کونج لاندې
لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین
څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکې
وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت
سره روان دی، نو د باران څاڅکی په
پتلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو ځخه د باران د څاڅکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمرورانګه په دوه مختلفو
طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر
یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius
د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د
ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون
وایي، چی پروتورانګه ، ماتورانګه او
ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر
دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

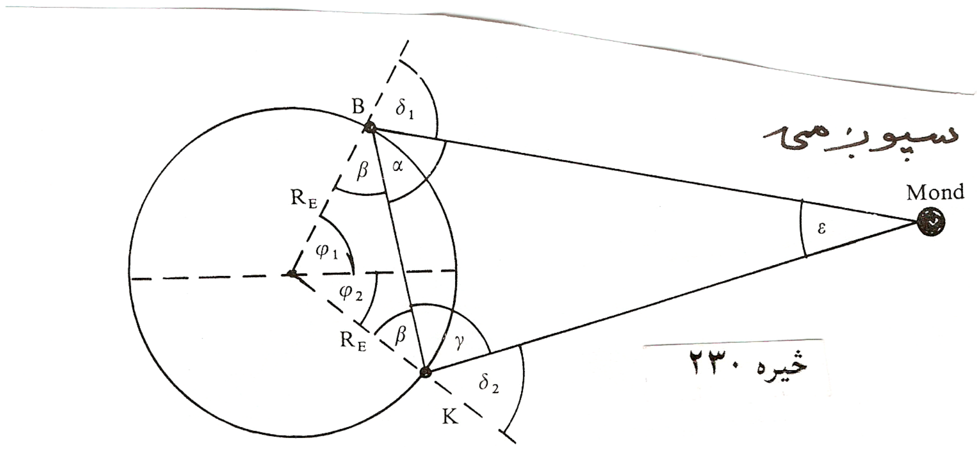
$$\sin \alpha \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاورانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو $n = 1,5$ (1,33) دی وښایي،
چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل
شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52, 52°$) او لکه د ښو هیلو
په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د
سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
. $\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM}.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t ترواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2 \pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2 \pi / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کې وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- - مربع مساوات (څلورئ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورئ برابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړئ

د ازمايښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چي $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسئ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow |x| = 5$$ ارزښت حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت یا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

یو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وایو چې یو سړی ,€ 120 د پیسو ارزښت ګټي.

یو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وایو چې دی باید د ,€ 120 پیسو ارزښت تادیه کړي یا ورکړي.

د اقتصادې تخنیک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د یوه حقیقي ګڼ یا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بیلګې:

$\lvert 4\rvert = 4$	$\lvert 5{,}12\rvert = 5{,}12$	$\lvert\sqrt{3}\rvert = \sqrt{3}$	$\lvert\pi\rvert = \pi$
$\lvert -4\rvert = 4$	$\lvert -5{,}12\rvert = 5{,}12$	$\lvert -\sqrt{3}\rvert = \sqrt{3}$	$\lvert -\pi\rvert = \pi$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د یوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکو$x = | x |$ تل د ټولو حقیقي ګڼونو یا اعدادو لپاره باور نه لري.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = | x |$ فقط هلته تیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $| x | = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بڼې $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ریښه نیونې له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 \quad | +8 \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 \quad | :2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow |x| &= 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0: \|x\| = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0: \|x\| = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad | \cdot 2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 18 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad | \\ \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0: \|x\| = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0: \|x\| = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو : x1=1يا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2 \cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0 \cdot (0+2) = 0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بنې يا مساوات سيستم تل کيدی شي د اووښتوني يا متحولي له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازمايښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2 + 2x & = & 0 & |\, x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & |\,\text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x+2 & = & 0 & |-2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & |:3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بيلګه:

Probeازمايښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & |-\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = & 0 & |\, x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = & 0 & |\,\text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = & 0 & |+\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & |\cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & x = \frac{9}{8} & \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلونې په مرسته د حل تللار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

يا په لنده بڼه ليکو:

$$x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

دلته د ريښې لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانتD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	یو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ـیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$
$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \qquad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{aligned} &\Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنټرول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنټرول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعنې کنټرول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$-x_1 - x_2 = p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول اېښوونې سره سرۍ دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بېلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = 1 = p$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = q$$

برعکس یا په ځښ د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو ځلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېری L = { -2;1} وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېری سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرئ(حلسټ) $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

يادونه:دا فقط يو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زياتځله يا هم همدا حلډېرئ لري.

کربنيز ضريبونه(ځلوونې) يا فاکتورونه:

يد بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د يو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د يوه مربع مساوات کربنيزه بڼه ده.

يو شرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو له دې دوه ضريبونو څخه صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضريب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وی.

کربنيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بیلګه:

L={x1;x2} دې د یوه مربع مساوات حلېږئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښیزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$
$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتوني يا ماحولي x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروۍ.

دريمه بڼه $ax^2 + bx + c = 0$:

مساوات په نورمال بڼه راوړۍ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړۍ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازماښت.

$$8x^2 = 2 |: 8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} |\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:} \quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \;($$

$$2x + 8 = 0 | -8 \Leftrightarrow 2x = -8 |: 2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{array} \right. \quad Probe: \begin{array}{l} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{array}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{array} \quad Probe: \begin{array}{l} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{array}$$

مربع مساوات ته پوښتني

ښلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړی

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}(x^2-3)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه باید څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باکترياګانې په دوه ساعته کې 450 باکترياو ته زياتوي.

دا باکترياوې په ساعت کې څو په سلو يعنې % کې زياتيږي.
څلورم –

د یوه مربع دوه کونجتړې یا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

یو ولاړکوډيز یا مستطیل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – یو اړخ درېواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی.   اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زياتون یا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون یا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0 ; t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0 ; t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ - $x(x+t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x+2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a+1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1 ; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ - $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2-3t} ; 1 - \sqrt{2-3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره x = t د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير x = 3 راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه وني (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0{,}5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0{,}5x^2-x+1{,}5=0$ ث - $\frac{1}{3a}\left(2x-x^2\right)=0;\ a\neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0 ; t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0 ; t \neq 1$ ح - $1,5(x-0,5a)^2 = 0$

دویم: لاندې برابرونونه يا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ پ - $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$

دريم: د a د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلډېرئ وشميرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ ب - $x^2 + 6x - 1024 = 0$ پ - $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $119,6\pi + 9,6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ ټ - $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ ث- $0,025x^2 + 2x - 0,254 = 0$

پنځم: وښايئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د ټول $a, b \neq 0$ لپاره يو ناټيک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ ب - $73 - 52s + 14s^2 = 25$ پ - $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8,5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ ټ - $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ ث - $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دويم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ یې وټاکئ.

د مساوت په بڼي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5; 3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د $U = 38$ m او یو مساحت د $A = 88$ m^2 ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16$ m^2 ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سرې د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800$ m^2 سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د € 200 یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$ (د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا داني باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

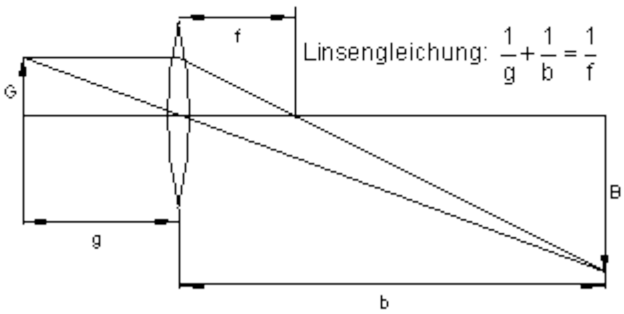
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسي له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي څېره B باندې پریوځي یا څېره کیږي. د شي او څېرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څېره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې څېره کې: Linsenglaeichung د عدسي مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ــلکه کرښیز مساوات- د ورته ښه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټېږئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفدېږئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر ځیرنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
& \frac{4+x}{x-2} &=& \; 6 & \quad | \cdot (x-2) \\
\Leftrightarrow\; & 4+x &=& \; 6\cdot(x-2) & \\
\Leftrightarrow\; & 4+x &=& \; 6x-12 & \quad | -6x \\
\Leftrightarrow\; & 4-5x &=& \; -12 & \quad | -4 \\
\Leftrightarrow\; & -5x &=& \; -16 & \quad | : (-5) \\
\Leftrightarrow\; & x &=& \; \frac{16}{5} & \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{aligned}
\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &= 0 \qquad |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\quad 5(x-1)+(x+3) &= 0\\
\Leftrightarrow\quad 5x-5+x+3 &= 0\\
\Leftrightarrow\quad 6x-2 &= 0 \qquad |+2\\
\Leftrightarrow\quad 6x &= 2 \qquad |:6\\
\Leftrightarrow\quad x &= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{1}{3}\right\}
\end{aligned}
$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې یا مخرج په معنا

$$
\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \qquad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \qquad |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\quad x^2-x+4x+4 &= x^2+x\\
\Leftrightarrow\quad 3x+4 &= x \qquad -x\\
\Leftrightarrow\quad 2x+4 &= 0 \qquad |-4\\
\Leftrightarrow\quad 2x &= -4 \qquad |:2\\
\Leftrightarrow\quad x &= -2 \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow L=\{-2\}
\end{aligned}
$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بیایي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} &&= 0 && |\cdot(b-x)(a+b)\\
\Leftrightarrow\ & (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2-2bx+b^2 &&= 0 && |-a^2-b^2\\
\Leftrightarrow\ & -2bx &&= -a^2-b^2 && |:(-2b)\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{a^2+b^2}{2b} && \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0
\end{aligned}$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دآله مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لاړښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دې ونیول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت یا ماتباندې په یوه منفي نوک کې کیښوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندي کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کیدی شي شمیرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4\\
\Leftrightarrow\ & \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4\\
\Leftrightarrow\ & 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D
\end{aligned}$$

دا په ځانګړي توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتيران(صليب) له لارې:

شميرنه کيدی شي
لMultiplikation über Kreuz
چليپا يا اتيران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات يا کسر مخرج(ماتلاندي) د دويم کسر له صورت سره ضربيږي او د دويم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربيږي.

مګر دا تيک هلته شونی دی، چې کسرمساوات دا ترخنګ بنه ولري.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |\ 17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتيرا – يا چليپا ضرب د باوريوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه يا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د يوه ساده ورته بنيېط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چې د ښوولو وو

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \mid \text{ Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

$$\text{Hauptnenner}: x+3$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \mid :3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمې جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ څ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ ځ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a \in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$I: \quad \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II: \quad \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلډېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعريف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بيلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعريف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0\Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکيږي.

بيلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0\Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|+4\Leftrightarrow 5x=4\,|:5\Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کيږي.

په دويم کسر يا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج يا ماتلاندې صفر کيږي.

په صليب يا اتيران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اتيران يا چليپا يا صليب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6 \mid -3x+16 \Leftrightarrow 17x=22 \mid 17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتني

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني يا متحولي ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولي ارزښت کميز وي.

بيلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1|-2 \Leftrightarrow -x>-1|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

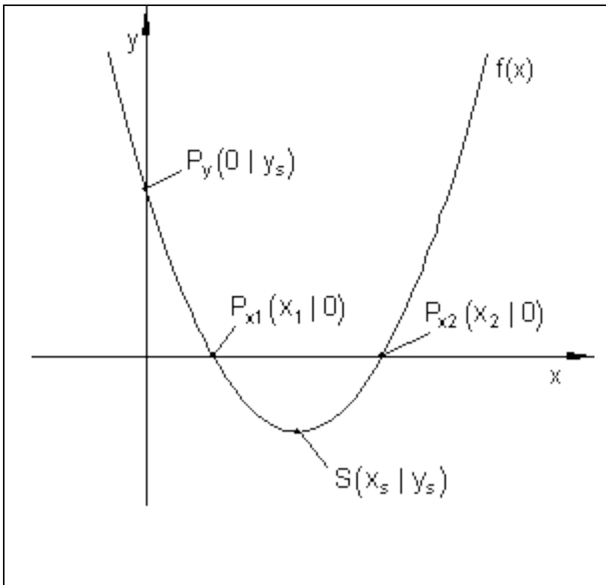
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

په څنګ څېره کې د ګراف کتلو کې یوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**غوڅېکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوڅېکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ **ککرېکی** $S(x_s \mid y_s)$

ځېرنبیلګه:

د ځېرنبیلګي په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

د **y** -محور سره غوڅېکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کي غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

په دې حالت کي به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرتکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کي غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اینونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بيايي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0); P_{x2}(1|0)}}$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الري د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\Big|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\Big|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\Big|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\Big|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\Big|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

يادونه:

يو کس € 120 گټي، موږ هم وايو چې هغه د€ 120 ارزښت گټي. يو کس د 120 €جزاپانه تر گوتو کوي، موږ وايو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې گټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د يوې متحولې ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو:	
$\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بيلگه:

د مطلقه ارزښت مساوات $\lvert x+2\rvert=\sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شميرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$|x+2| = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

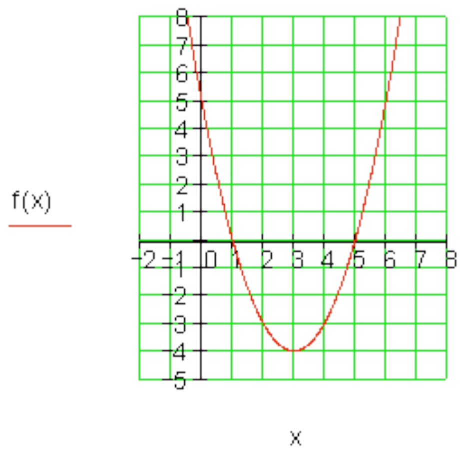
$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$

دويم حالت: که $x+2<0$ وي، نو لاس ته راځي

$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$

حل په لنده بڼه:

$|x+2|=\sqrt{3} \Rightarrow x+2=\pm\sqrt{3}$ د نورو ځيرنو لپاره د بيلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرتکی يي په ټکی $S(3\mid-4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره يي غوڅتکی $P_y(0\mid5)$ دی. دx محور سره يي غوڅتکي $P_{x1}(1\mid0)$ او $P_{x2}(5\mid0)$ دي. د محور سره غوڅتکي يي د تابع $f(x)$ صفرځايونه بولو، ځکه چي هلته باور لري: $f(1) = $ او $f(5)=0$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعريف او ارزښت سټ(ډېرى)

زيات وخت د تابع تلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کي تر ځيړني نيول کيږي.

دا مو تعريفډېرى او ارزښت ډېرى ته لاربنودوي.

ځموږ د بيلګي تابع دي فقط له $x=-1$ تر $x=+6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کيدونکو تابع ارزښتونو وځيړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېرى): $D=\{x\mid -1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انتروال پولې $x=-1$ او $x=6$ څېړل کیږي.

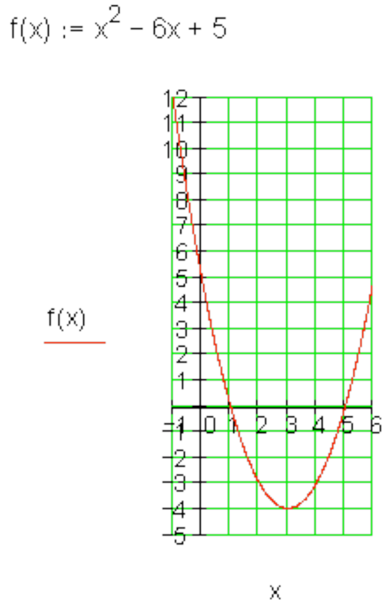
$$f(-1)=(-1)^2-6\cdot(-1)+5=1+6+5=12$$
$$f(6)=6^2-6\cdot 6+5=36-36+5=5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W=\{y\mid -4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.

د نورې څېړنې لپاره څموږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېرنې لاندې نیسو.

دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورړ شوې ده. $D=\{x\mid -1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W=\{y\mid -4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$	

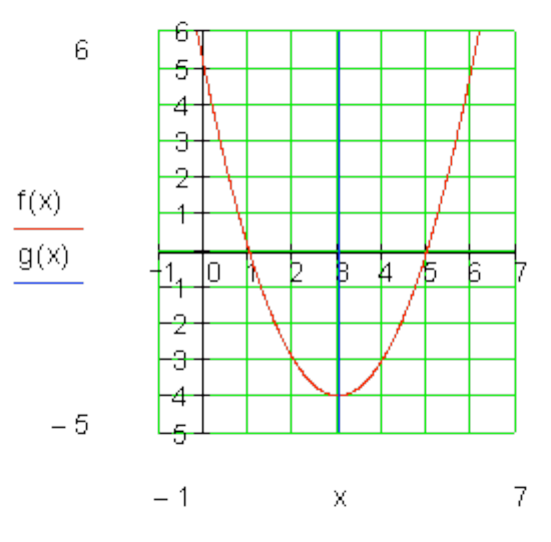
د سیومتري څېرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ځيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرتکي ځخه تيرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرتکي ځخه تيرېږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو ځخه د ککرۍ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.



له صفرځايونو ځخه د ککرۍټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 ځرګندېدي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرۍ ټکي د x کواورديناټ دی.

د _p - q_ فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تكميليدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ريښي لاندي افاده(وييږه) دېسكريمينانت بلل كيږي.

دېسكريمينات = $Diskrimin ante = D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بيلگي تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دې دېسكريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=5 \vee x_2=3-2=1$$

دېسكريمينانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوږ نه دي.

بېلگه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$

:
حل نه لري.

که دېسکريمينات منفی(کميزه) مخنخبنه ولري، نو مساوات حلوڼ نه دي، ځکه چې رينبې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط يو حل.

ټولګه:
دېسکريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

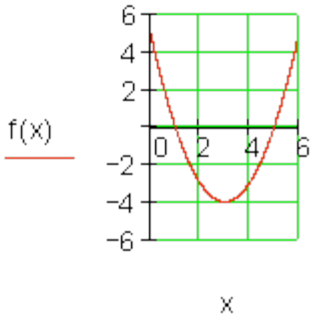
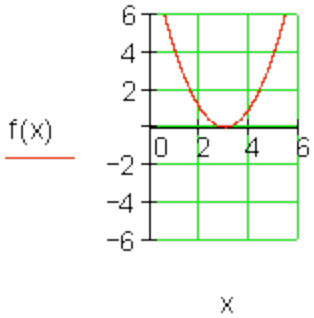
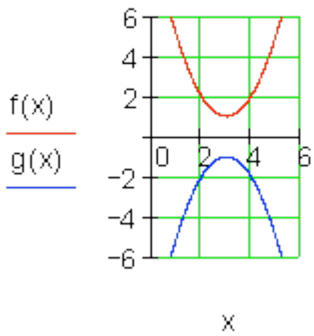
$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	د دوه حلونو دېرری(سټ)
$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	د يوه حل سټ
$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندي څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیږده شمیرني له لاري صورت نیسي:

x1 او x2 سره جمعه کړی	x1 او x2 سره ضرب کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$$
$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$$
$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$
$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښيز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملي له مخي باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدئ

$$x^2 + px + q = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښيز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کرښيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

يو ضرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 5$$

حل: $x_1 = 5 ; x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:

يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2 ; x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

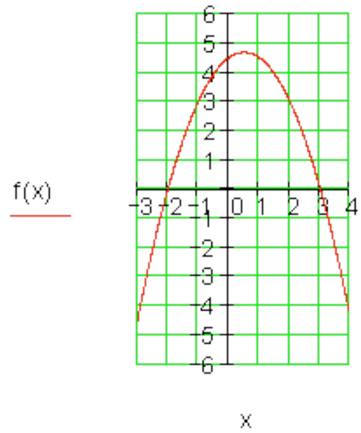
$$= -\frac{3}{4}(x^2 - x - 6) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدنې له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \,|\, \sqrt{\;}$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وبستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2 = 4 \,|\, -2 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دويم حالت	$x+2 = -4 \,|\, -2 \Leftrightarrow x = -6 \Rightarrow x_2 = -6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1 = 2}$ همداسي $\boxed{x_2 = -6}$

د x محور سره غوښتکی: $\boxed{P_{x1}(2|0)}$ همداسي $\boxed{P_{x2}(-6|0)}$

دy محور سره غوښتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0|6)}$$

پوښتني

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د f(x) اوg(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و څېړۍ، که باور ولري:

$$f(x) = -x^2 + 1; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = ax^2 - a; x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^*$$

دریم – د f(x) اوg(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$f(x) = -x^2 - 3x; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = 0,5x(x+3); x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې دf(x) او g(x) ګرافونه و کاږې. بې له شمیرنې دلیل رواړی، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

دg(x) ککره ورکړی.

ب – کرښه دx=u سره د 0> u <3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – دPQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د 1- = u لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکی.

ت – پارابول دg(x) yپه لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیری.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a   داسي وټاکئ، چې پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چې د a داسي ارزښت نه شته، چې د f(x)   ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کې يوه ککره لري او د x محور په ټکي $t\ P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$. کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

اوم – د ويمي درجې ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|-k)$ کې غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضريبونه a1 اوa2   داسي پيدا کړئ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځايونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

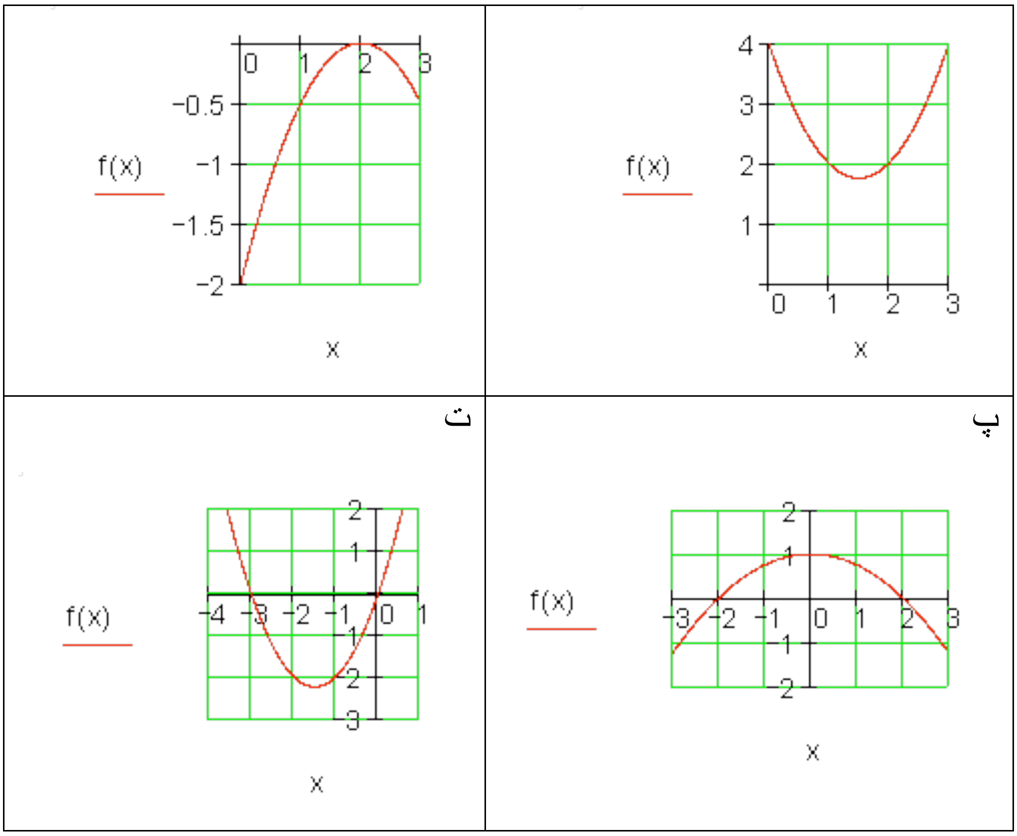
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ځيرنو ځخه د تابع مساوات و ټاکئ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم – د يوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ كراف د x محور په $x=-3$ كې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه -2 او 3 لري او خورا كوچني تابع ارزښت -1 لري. $f(x)$ وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو a_1 او a_0 په هكله كومې ويناوي (د رياضي منطق وګورى) كېدى شي؟

الف – $f(x)$يو صفرځاى $x = 0$ لري.

ب – د $f(x)$ صفرځايونه په مخښنه كې يو له بل توپير لري.

پنځم – د يوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1{,}5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوځتکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 - 1{,}5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسي خورا کوچني ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0{,}5x^2 + 0{,}5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکټر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنرۍ، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالې شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې   انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ ــ شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ ــ شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ ــ احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ ــ انالیزی ۱

۷ ــ انالیزې ۲

۸ ــ کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کربنیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner گڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انټیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ ــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرېي شینواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کي دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکي مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګي پیل او د دویم ټولګي څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته يې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کي مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرېي په ۱۹۷۲ کي له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کي کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کي د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرېي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library