# د دفرنځیال ـ او انتیګرال شمیرنو تمرینونه د اوبیونو(حلونو) سره

لیکونکی:

ډاکتر ماخان (میړی ) شینواری

Ketabton.com

2016

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه:

ګرانو لوستونکو.
له ټولو د مخه مې دا                              ما دا د رابیلیدنې او انتیګرالتمرینونه راټول
کړي، چې کله کله یې ګنون هم ښه نه دی ورکړ شوی، خو دا کومې ئتونخې ځکه نه پیښوي،
چې د تمرنونو اوبیونو کې هم هغه پوښتنه باید تکرار راشي.
ما غوښتل، چې د پولې برخې د پاره هم ځنې پوښتن د اوبیونو سره راوړم، خو پرې ونخه
تونیدم.

نیولیک


۱ - د دفبرنشل شمیرنې تمرینونه................ ۳
۲ – د انتیګرالشمیرنې تمرینونه.................. ۱۸
۳ - د دف. تمرینونو اوبیونې...................... ۳۲
۴ – د انت. تمرینونو اوبیونه...................... ۴۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

# رابیلیدنه یا مشتق

گرانو هیواودوالو !
په دې لاندې کوچنی لیکنه کې تاسو ته د دفرنشل او انتیگرال شمیرنو
اصلي تمرینونه له ٦٦ تمرین څخه پیل کیږي:

٦٦ (١) کمښتویش ( د تفاضل ویش) ارزښت د P او Q په ټکو کې وټاکئ.

a ) P(3,2) , Q(5,4)   b ) P(2,4) , Q(3,1)

٦٧ (٢) د $x = x_0$ په ځای کې د f تابع د تانجنت جگوالی وټاکئ.

$a)\ f(x)=x^2\ ,\ x_0=2$   $b)\ f(x)=0.5x^2\ ,\ x_0=3$

٦٨ (٣) د کمښتویش( د تفاضل ویش) او مشتق لاندې څه پوهیږو او د دوي ترړنځ فوپیر څه دی؟

٦٩ (٤) د یوه تابع د سکانت( ) لاندې څه پوهیږو او د تانجنت جگېدو لاندې څه پوهیږو؟ او دوي ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

٧٠ (٥) د تابع مشتق د توان قانون له مخې پیداکړئ.

$a)\ f(x)=x^5$   $b)\ f(x)=x^6$

$c)\ f(x)=\dfrac{1}{x^2}$   $d)\ f(x)=\dfrac{1}{x^5}$

$e)\ f(x)=\sqrt{x}$   $f(x)=\sqrt[4]{x^3}$

$g)\ f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$   $h)\ f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

٧١ (٦) د تابع مشتق د ثابت د قانون له مخې پیداکړئ.

$a)\ f(x)=0.2x^5-3$   $b)\ f(x)2x^4+1$

$c)\ f(x)=\dfrac{4}{x^2}$   $d)\ f(x)=\dfrac{3}{x^3}+2$

$e)\ f(x)=6\sqrt{x}$   $f)\ f(x)\dfrac{8}{\sqrt{x}}-5$

٧٢ (٧) د تابع د گراف په مرسته وښایئ، چې ټول g(x) + c ترمونه همغه مشتق لري.
یاودونه: پابت عدد که هرکوم ارزښت ونیسي.

٧٣ (٨ ) وښایئ، چې د a.g(x) د مشتق سره د a ضریب ( ځله وونی) ساتلی پاتې کیږي.

٧٤ (٩) د f تابع مشتق د جمعي قانون سره وښایئ

$a)\ f(x)=4x^4-3x^3+x^2-x-1$   $b)\ f(x)=x-\sqrt{x}$

$c)\ f(x)=\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{1}{x^3}$   $d)\ f(x)=3x^2+0.4x-5$

٧٥ (١٠)د f تابع مشتق د ضرب قانون سره وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3(x^2-2x+1)$ $b)\ f(x)=(2x^2+1)(x-1)$

$c)\ f(x)=(x^2-5)(2x^3+x^2+x)$ $d)\ f(x)=(4x^2-x+4)(3x+2)$

٧٦ ( ١١ ) د f تابع مشتق د ویش قانون له مخې وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{4-x^2}$ $b)\ f(x)=\dfrac{2x^2+x+3}{x+1}$

$c)\ f(x)=\dfrac{4-x-x^3}{2x^2+3}$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3-2x^2+x}$

٧٧ (١٢) د ویش قانون له مخې په څټ ارزښت( پرعکس ارزښت) وټاکئ.

لاندې کې: د سره

$$f(x)=\frac{1}{g(x)} \Rightarrow f'(x)=\frac{-g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$$

د $g(x)\neq 0$ سره

٧٨ (١٣ ) د f تابع ارزښت د زنځیر قانون له مخې وټاکئ.

$a)\ f(x)=(4x^4-x)^2$ $b)\ f(x)=(3x^2+4x-5)^2$

$c)\ f(x)=(2x-7)^3$ $d)\ f(x)=(5-3x^3)^4$

٧٩ (١٤) د لاندې توابعو مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{(2x^2+x)^3}$ $b)\ f(x)=\dfrac{1}{(x-5)^4}$

$c)\ f(x)=(1+\sqrt{x})^2$ $d)\ f(x)=\sqrt{1-x^3}$

٨٠ (١٥) د لاندې توابعو درې واره مشتق ونیسئ.

$a)\ f(x)=x^3-2x^2+1$ $b)\ f(x)2x^4+3x^3-x^2+x-5$

$c)\ f(x)\dfrac{3x-4}{x}$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{2-x}$

٨١ ( ١٦ ) د یو n-م درجې تابع باید څو واره مشتق ونیول شي چې یوه ثابته ترې لاس ته راشي.

٨٢ (١٧) د لاندې توابعو لومړی مشتق و ټاکئ.

$a)\ f(x)=\sin 3x$ $b)\ f(x)\sin x\cdot\cos x$ $c)\ f(x)=\sin^2 x$

$d)\ f(x)=\tan x+2\sin 2x$ $e)\ f(x)=\sin x^2$ $f)\ f(x)=\sin\dfrac{x-1}{x+1}$

٨٣ (١٨) د $f(x)=\sin^n x (n\in IN)$ تابع د لومړي مشتق لپاره فرمول وښایاست یا وټاکئ.

٨٤ (١٩) د تانجنت تابع لپاره د ساین او کوساین قانون په مرسته د مشتق قانون و ښایاست.

٨٥ (٢٠) وښایاست چې د f(x) = tanx لپاره $f'(x)=1+\tan^2(x)$ هم باور لري.

٨٦ (٢١) د ویش قانون له مخې د کوتانجنت قانون پیداکړئ او هم د تانجنت قانون له مخې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۷(۲۲) ولې د ساین تابع او د کوساین تابع په خوښه زیات مشتقوړ دي.

۸۸ (۲۳) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=3\cdot e^{-2x+1}$  $b)\ f(x)=e^{x^2+2x-1}$  $c)\ f(x)=(x-1)\cdot e^{x}$

$d)\ f(x)=\sqrt{e^{x}}$  $e)\ f(x)=x^{n}\cdot e^{e}$  $f)\ f(x)=e^{kx}$

$g)\ f(x)=2^{\frac{1}{2x}}$  $h)\ f(x)=(\frac{1}{4})^{3x}$  $i)\ f(x)=x\cdot a^{\sqrt{x}}$

$k)\ f(x)=\sqrt{e^{x}+1}$  $l)\ f(x)=\frac{e^{x}}{1-e^{x}}$  $m)\ f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$

بېلګه:

د $f(x) = (x^2 + 2) \cdot \lg x \quad (x > 0).$ مشتق دې پیدا شي.

د ضرب قانون:

$u(x)=x^{2}+2$ د $u'(x)=2x$ سره، $v(x)=\lg x$ د $v'(x)=\frac{1}{x\cdot\ln 10}$ سره

$$f'(x)=2x\cdot\lg x+(x^{2}+2)\frac{1}{x\cdot\ln 10}=\frac{1}{\ln 10}\cdot(2x\cdot\ln x+x+\frac{2}{x})$$

۸۹ (۳٤) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ یا پیدا کړئ.

$a)\ f(x)=\ln\sqrt{x}$  $b)\ f(x)=\ln(x^{2}-4)$  $c)\ f(x)=\ln\frac{2}{x^{3}}$

$d)\ f(x)=\ln\frac{x+1}{x}$  $e)\ f(x)=x\cdot\log_{2}x^{2}$  $f)\ f(x)=(x^{4}-1)\cdot\log$

$g)\ f(x)=\frac{\ln}{x+2}$  $h)\ f(x)=\frac{x^{4}}{\ln x}$

۹۰ (۳۵) د لاندې توابعو لپاره خورا لویه تعریف ورشو(ساحه) ورکړئ او لومړی مشتق یې وټاکئ.

د تعریف سټ(ډېری) هغه ورشو(ساحه) ورکړئ، په کومه کې چې توابع مشتقوړ دي.

$a)\ f(x)=\sqrt{x+3}$  $b)\ f(x)=\sqrt{(x-2)(x-4)}$

$c)\ f(x)=x\sqrt{x}$  $d)\ f(x)=\sqrt{x^{2}+2}$

۹۱ (۳٦) ولې باید د تیک شمېرنې لپاره لوګاریتمي توابعو ته همداسې سوچ وشي، لکه رېښنه توابعو ته ؟

۹۲ (۳۷) ۹۰ ــمه پوښتنه د لوګاریتمي توابعو لپاره ځواب کړئ.

$a)\ f(x)=\ln(x^{4}-1)$  $b)\ f(x)=\ln(2x+4)$

۹۳(۳۸) ــ د لاندې توابعو لومړی مشتق پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \ f(x)=\frac{2}{5}x^{10}-\frac{1}{5}x^{5}$ $b)\ \ f(x)=3x^{4}-4x^{3}+11x^{2}-7x+8$

$c)\ \ f(x)=5x^{8}-3x^{6}+\frac{10}{x^{3}}-\frac{8}{x^{7}}$ $d)\ \ f(x)(2x-5)(x^{2}+11x-3)$

$e)\ \ f(x)=\cos x-2x\sin x$ $f)\ \ f(x)=\sin^{3}x$

$g)\ \ f(x)=e^{x}+\frac{1}{e^{x}}$ $h)\ \ f(x)=(x^{2}-2x+2)\cdot e^{x}$

$i)\ \ f(x)=\frac{3e^{x}+1}{2e^{x}-1}$ $j)\ \ f(x)=\frac{2e^{x}(x^{2}-3)}{x}$

$k)\ \ f(x)=\frac{1}{x^{2}}\ln x^{2}$ $l)\ \ f(x)=\frac{x\cdot\ln x}{1-x}$

$m)\ \ f(x)=\frac{\sin x}{\ln x}$ $n)\ \ f(x)=3x^{2}\cdot\lg x$

$o)\ \ f(x)=\ln(\sin)x$ $p)\ \ f(x)=\sqrt{4x^{2}+x+1}$

$q)\ \ f(x)=\sqrt[n]{ax+b}$ $r)\ \ f(x)=(x^{2}+3)e^{-2x}$

۹٤ (۳۹) - لومړی مشتق وټاکئ

$a)\ \ f(x)=\sin^{n}$ $b)\ \ f(x)=(\ln x)^{n}$

$c)\ \ f(x)=s+\frac{1}{x}$ $d)\ \ f(x)=(1+\frac{1}{x})^{n}$

۹۵ (٤۰)– د هرې تابع لومړي درې مشتقونه وټاکئ

$a)\ \ f(x)=e^{x^{2}}$ $b)\ \ f(x)=\sin x\cdot\cos x$

$c)\ \ f(x)=x+\frac{1}{x}$ $d)\ \ f(x)=x^{2}\cdot e^{x}$

۹٦ (٤۱)– په کوم تابع کې لومړی مشتق f د f سره برابر دی.

۹۷ (٤۲)–

الف: د کوم fتابع لپاره $f'(x)=2f(x)$ دی؟

ب: د کو fتابع لپاره $f'(x)=-f(x)$ دی؟

۹۸ (٤۳)- د f(x)=sinxخوم مشتق د f سره سر خوري یا برابر دی؟

۹۹ (٤٤)– د لاندې توابعو لپاره -م مشتق ته وده ورکړئ.

$a)\ \ f(x)=e^{ax}$ $b)\ \ f(x)=\ln(x+1)$

۱۰۰ (٤۵)–د لاندې توابعو صفرځایونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3$ $\quad b)\ f(x)=x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+8x$ $\quad d)\ f(x)=x^3-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{12}$

$e)\ f(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$ $\quad f)\ f(x)=x^4+6x^3-11x^2-60x+100$

(٤٦)– د دريمې درجې تام راشنل ګراف د x -محور د x1=-2 , x2 = 0 او x3=4 په ټکو کې غوڅوي.
د تابع مساوات کوم دي، که سربېره پر دې ګراف د P(2,-8) ټکي څخه هم تېر شي؟

١٠٢ (٤٧)– د يوه څلورمې درجې تام راشنل تابع د x - محور د x1=0,5 او x2=3 په ټکو کې غوڅوي.
د تابعبرابرون څنګه دی، که برسېره پردې ګراف د y - محور د P(0,9) په ټکي کې هم لمس کړي.

١٠٣ (٤٨) - د څلورمې درجې د يو تام راشنل تابع ګراف د وضعيه قيمت سيستم پيل او له $P(\frac{1}{2} / -\frac{15}{8})$ ټکي تېرېږي. د تابع مساوات څنګه دي، که ګراف د x– محور هم د x1=-1 سره لمس کړي او په x2 = 2 کې غوڅ کړي.

١٠٤ (٤٩) د لاندې توابعو صفرځايوه پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=\frac{x^2+2x-15}{x+4}$ $\quad b)\ f(x)=\frac{x^3+2x^2-4x-8}{x}$

$c)\ f(x)=\frac{x^3-x^2-5x-3}{x-0.5}$ $\quad d)\ f(x)\frac{x^4-x^3+4x^2-4x}{x+5}$

١٠٥ (٥٠) : د يوه مات راشنل f تابع د $f(x)=\frac{x^3+ax^2+bx+c}{x+d}$ سره ثابتې a,b,c اوd پيداکړئ، که د x1=-2,x2=-(1:2) او سره صفرځايونه پراته وي او تابع په x=0 کې يو تشځای ولري.

١٠٦ (٥١) : دfa تابع صفرځايونه پيداکړئ د $f_a(x)=\frac{a^3x^3-8}{ax}$ او $a>0$ سره جې د a په واک کې وي يا تابع وي. د a د کوم ارزښت لپاره fa په x1=0,5 کې صفرځاي لري.

١٠٧ (٥٢) : مات يا کسري راشنلf تابع په x1=1 کې د $f(x)=\frac{(x-1)^3}{x};(x\neq 0)$ سره درې ځله صفرځاي لري.
د يوې ساحې د ويش په مرسته وڅېړئ چې په همدې څلورمه کې صفرځاي کې ځغلي او که صفرځاي څلورمه بدلوي.

١٠٨ (٥٣) :د لاندې توابع صفرځايونه وشمېرئ.

$a)\ f(x)=(x^2-1)\cdot e^{-x}$ $\quad b)\ f(x)=\frac{x}{4}\cdot\sqrt{6-x}$

$c)\ f(x)=x\cdot\ln(x+2)$ $\quad d)\ f(x)=(x^2-2)\cdot\ln x$

$e)\ f(x)-\ln\frac{1+x}{1-x}$ $\quad f)\ f(x)=\frac{3x}{\sqrt{2+x^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۰۹(٥٤):دا سي يو ترم وټاکئ، کوم چې د لاندې پريوديکي يا تل بېرته راګرځېدوني توابعو صفر ځايونه ورکوي.
د شمېرنې له لارې صفرځايونه ونوموئ، چې په انټروال $-2\pi \le x \le 2\pi$ کې پراته وي.

$a)\ f(x)=\frac{1}{2}\sin 3x \qquad b)\ f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{4})$

$c)\ f(x)=1-\sin^2 x \qquad d)\ f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

۱۱۰ ( ٥٥ ) : ولې لاندې توابع صفرځايونه نه لري؟

$a)\ f(x)=\ln(x^2+3) \qquad b)\ f(x)=\frac{x^2+1}{x}$

$c)\ f(x)=\frac{e^x}{x+1} \qquad d)\ f(x)=1+\sin^2 x$

۱۱۱(٥٦) ولې کېدی شي چې يو تابع ډېر صفرځايونه ولري، مګر د y - محور سره يوائې يو صفرځاي ولري؟
۱۱۲(٥٧) د صفرځايونو د تعداد په هکله څه ويلاي شئ، که د يو f تابع لپاره په تعريفسټ(-ډېرۍ) کې يو $f^{-1}$ معکوس تابع هم شته وي؟
۱۱۳(٥٨): د y - محور سره د لاندې توابعو غوځټکي وشمېرۍ.

$a)\ f(x)=x^3+2x-1 \qquad b)\ f(x)=(x+1)\cdot\ln(x+1)$

$c)\ f(x)=\frac{x^4-3x^2+x}{x+2} \qquad d)\ f(x)=\frac{4}{\sqrt{x^2+9}}$

$e)\ f(x)=(x-2)\cdot e^{x-1} \qquad f)\ f(x)=e^{\frac{2}{1-x}}$

۱۱٤(٥٩): د يوه تام راشنل تابع $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ د $a_0\neq 0$ سره کېدی شي د y-محور غوځټکي د ساده لوستلو له لارې و ټاکل شي.
په دې هکله دلايل راوړۍ.

۱۱٥(٦٠): د x1=1 او x2=2 لپاره تابع ارزښتونه وشمېرئ او هم د f تابع جګېدنه د $f(x)=x^4-2x^3-x+1.$ سره.

۱۱٦(٦١)په صفرځاي کې $f(x)=x^3-x^2-2x$ تابع کومه جګېدنه لري.

۱۱۷(٦٢) : د $f(x)=0{,}5x^4-x^3+0{,}5x^2+x-4$ ګراف په کومو ټکو کې $f'(x)=1$
]ګېدنه لري.؟
۱۱۸(٦٣)د ګراف په کومو ځايونو کې پروت تانجنت لري؟

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $x_0=-1$ ځاي کې د $f(x)=\frac{x^4-8x^2+16}{x-1}, \quad (x\neq 1)$ تابع ارزښت اود ګراف جګیدنه غواړو پیاکړو.

تابع ارزښت: $f(-1)=\frac{1-8+16}{-1-1}=-4,5$

د مات راشنل تابع ۱ . مشتق د وېش قانون له مخې ټاکل کیږي.

$$f'(x)=\frac{(4x^3-16x)(x-1)-(x^4-8x^2+16)\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{3x^4-4x^3-8x^2+16x-16}{(x-1)^2}$$

جګوالی:

$$f'(-1)=\frac{3+4-8-16-16}{4}=-8,25$$

۱۱۹(٦٤) : د لاندې توابعو ارزښت او جګیدنه د $x=x_0$ په ځاي کې وشمیرئ.

Stelle $x = x_0$.

a) $f(x)=\frac{x^3-x^2+4}{x}$, $x_0=1$ b) $f(x)=\frac{x^3+2x^2-x}{-}$, $x_0=-3$

۱۲۰(٦٥) په کومو ټکو کې لاندې توابع ]ګوالی m لري؟

a) $f(x)=\frac{x^2-4}{x}$, $m=2$ b) $f(x)=\frac{x-2}{x^2}$, $m=-5$

۱۲۱ (٦٦) : د لاندې توابعو تبع ارزښت او جګوالی( میلان) د x0 په ځاي کې پیدا کړئ.

a) $f(x)=x\cdot\ln x$, $x_0=1$ b) $f(x)=\sin x^2$, $x_0=\sqrt{\pi}$

۱۲۲ (٦٧) په کومو ځایونو کې لاندې توابع پروت تانجنت لري؟

a) $f(x)=x^2e^{-x}$ b) $f(x)=\ln(x^2+1)$

۱۲۳ ( ٦٨ ) د a د کومو ارزښتونو لپاره د $f(x)=(x+a)\cdot e^x$ د ګراف د $x_0=0$ په ځاي کې ۲ جګوالی لري؟

۱۲٤(٦٩):د لاندې توابعو ټول ځایزې(لوکال) خوراجګ ټکي وښایاست.

$a)\quad f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ $\qquad b)\quad f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+1$

$c)\quad f(x)=4x^3-18x^2+15x+7$ $\qquad d)\quad f(x)=x^4-4x^2+5$

$e)\quad f(x)=x^5-5x^3-20x$ $\qquad f)\quad f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{10}{3}x^3+6x^2-2$

۱۲۵ (۷۰) په وضعیه قیمت سیستم (پروت ولاړ سیستم) د لاندې توابعو ټول خورا جګ ټکي وښایاست:

که د f تابع د x0 په ځاي کې یو نسبي خورا جګ ټکی پروت وي، نو د مشتق تابع $f^{1}$ ګرف د په xoځاي کې صفرځاي لري.

د دې لپاره د f او د $f^{1}$ګراف په همغه وضعیه قیمت سیستم کې رسم کړئ.

$a)\quad f(x)=x^3-3x$ $\qquad b)\quad f(x)=x^3+3x^2-4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۲۶(۷۱) : د n-مې درجې يو تام راشنل تابع خورا زيات څومره لوکال (ځايز) افراطي ځايونه لرودی شي؟

۱۲۷(۷۲) ولې د جګتکي لپاره شرايط $f''(x) < 0$ و اړيين نه دي؟

۱۲۸(۷۳) د لاندې توابعو لوکال(ځايز) انحرافي(افراتي) ځايونه وټاکئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{2}{3}x^3+4x^2+8x-1 \qquad b)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4+1$$

$$c)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4-2x^2+\frac{8}{3}x \qquad d)\quad f(x)=x^4-4$$

۱۲۹(۷٤): د لاندې توبعو ټول لوکال انخرافي ټکي پيداکړئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{x^2-12x+27}{x^2-4x+5} \qquad b)\quad f(x)=\frac{x^2}{1-x}$$

$$c)\quad f(x)=\frac{x^2-4}{2x^2+2} \qquad d)\quad f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

د نه راشنل توابعو افراطي ځايونه

بيلګه:

د ټول fاکسپوننشل توابعو د $f(x)=x^2e^x$ سره لوکال(ځايز) افراطي ځايونه دې پيداشي.

| | |
|---|---|
| ۱ . مشتق | $f'(x)=2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x=x(2+x)\cdot e^x$ |
| ۲ . مشتق | $f''(x)=(2+2x)\cdot e^x+(2x+x^2)\cdot e^x=(2+4x+x^2)\cdot e^x$ |

اړين شرايط

$$f'(x)=0 \;\Rightarrow x(2+x)\cdot e^x=0 \;\Rightarrow\; x_1=0\;,\; x_2=-2$$

پوره کېدونکي شرايط

$f''(-2)=(2-8+4)\cdot e^{-2}=-2\cdot e^{-2}<0$ له $e^{-2}=\dfrac{1}{e^2}>0$ او

$f''(0)=2\cdot e^0=2>0$ امله. $f''(0)=2\cdot e^0=2>0$

د تابع ارزښتونه

$$f(-2)=4\cdot e^{-2}\approx 0.54\;,\qquad f(0)=0.e^0=0$$

$$f(-2)=4\cdot e^{-2}\approx 0{,}54,\quad f(0)=0\cdot e^0=0$$

پايله:

تابع( H(-2 | 0,54جګتکي او T(0|0) ټيټتکی لري.

۱۳۰(۷۵): د لاندې توابعو ټول لوکال افراطي ټکي پيداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=e^{-4x^2}$ $\qquad b)\ f(x)=(x^2-3)\cdot e^x$

$c)\ f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ $\qquad d)\ f(x)=\ln(x^2+1)$

۱۳۱(۷٦): د تابع ټول لوکال افراطي ارزښتونه دې په دې په لاندې انتروال کې ولټول شي.
$-2\pi \le 2\pi.$

$a)\ f(x)=\sin^2 x$ $\qquad b)\ f(x)=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{2})$

۱۳۲(۷۷): لاندې توابعو ټول لوکال او ګلوبال افراطي ځايونه پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=\sqrt{x^2+x}$ $\qquad b)\ f(x)=\sqrt{x^2+3}$

$c)\ f(x)=x-\sqrt{x}$ $\qquad d)\ f(x)=3+\sqrt[3]{x^2}$

۱۳۳(۷۸) : لومړی دمطلق ارزښت وشمېرئ او پسې ټول افراطي ارزښتونه وټاکئ.

$a)\ f(x)=|x|+x^2$ $\qquad b)\ f(x)=|x^2+2x-8|$

د مات کسرې توابعو د سره د انعطاف ټکی(اوړونټکی)
بېلګه:

د fتابع د $f(x)=\frac{x^2-x-2}{(x-1)^2}, x\neq 1$ سره د انعطاف ټکي پيداکونه
د مشتق جوړښت د ويش د قاعدې سره

$$f'(x)=\frac{(2x-1)(x-1)^2-(x^2-x-2)\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$=\frac{(2x-1)(x-1)-2(x^2-x-2)}{(x-1)^3}=\frac{2x^2-2x-x+1-2x^2+2x+4}{(x-1)^3}$$

$$f'(x)=\frac{5-x}{(x-1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{-1\cdot(x-1)^3-(5-x)\cdot 3\cdot(x-1)^2}{(x-1)^6}=\frac{-1(x-1)-3(5-x)}{(x-1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{2x-14}{(x-1)^4}$$

د انعطاف ټکي لپاره اړينې شرطونه: $f''(x)=0$ $f''(x)=0$

$$\frac{2x-14}{(x-1)^4}=0 \Rightarrow 2x-14=0 \Rightarrow x_1=7$$

د $f''(x)$ د مخنښې له مخې د پوره کيدونکو شرطونو ازماينت

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(6)=\frac{12-14}{5^4}=-\frac{2}{5^4}<0\ ,\ f''(8)=\frac{16-14}{7^4}=+\frac{2}{7^4}>0$$

$$\Rightarrow W(7/\frac{10}{9})$$

$W(7/\frac{10}{9})$ د انعطاف - یا اوړونټکی دی.

۱۳۸ (۸۳): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=\frac{2x-2}{x^2}$ $\qquad b)\ f(x)=\frac{x}{x^2+3}$

$c)\ f(x)=\frac{x^3}{3(x-1)^2}$ $\qquad d)\ f(x)=\frac{x^3-8}{4x}$

۱۳۹(۸٤): و ښايئ، چې د $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ e تابع د انعطاف ټکی زينتکی دئ.

۱٤۰(۸۵): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي (اوړونټکي) پيداکړئ.

$a)\ f(x)-=x\cdot e^{-x^2}$ $\qquad b)\ f(x)=\ln\frac{1}{x^2+1}$

۱٤۱(۸٦): په انتروال $0\le x\le 2\Pi$ کې د انعطاف ځايونه پيداکړئ.

a) f(x) = x + sinx  b) f(x) = 2(1-sin2x)

۱٤۲(۸۷): لاندې کسري راشنل توابع د تعريف تشيا په اړوند وڅيړئ.
وښايئ چې ايا دا متمادي(ناپريکيدونکې ) له منځه وړونکې تعريف تشيا لري او که قطبځايونه دي.

$a)\ f(x)=\frac{x^2+x-6}{x-2}$ $\qquad b)\ f(x)=\frac{x^2+2}{x+2}$

$c)\ f(x)=\frac{x}{x^2-3}$ $\qquad d)\ f(x)=\frac{x^2-1}{1+x}$

۱٤۳(۸۸): وڅيړئ، چې ايا لاندې توابع د x0 په ځاي کې ناپريکېدونکي دي.

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) $f(x)=\begin{cases}-2x\\ \sqrt{x}\end{cases}$<br>c) $f(x)=\begin{cases}\sin x\\ e^x\end{cases}$ | $x\le 0$ لپاره د$x_0=0$<br>$x>0$ لپاره د$x_0=0$<br>$x\le 0$ لپاره د$x_0=0$<br>$x>0$ لپاره د$x_0=0$ | b) $f(x)=\begin{cases}2\\ x^2+1\end{cases}$<br>d) $f(x)=\begin{cases}-x+1\\ \ln x\end{cases}$ | $x\le 1$ د $x_0=1$ لپاره<br>$x>1$ د $x_0=1$ لپاره<br>$x\le 1$ د $x_0=1$ لپاره<br>$x>1$ د $x_0=1$ لپاره |

۱٤٤(۹۹): د تعريف سټ(تعريفېدېرئ) د کومو توکو لپاره لاندې توابع نه دي تعريف؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=|x^2-2$ $\qquad$ $b)\ f(x)=|2x-1|$

$c)\ f(x)=\sqrt{2x-4}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=x+|x+1|$

$e)\ f(x)=\sqrt{x^3+1}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\sqrt[3]{x^2}$

۱٤٥(۹۰): لاندې توابع په $x_0$ کې په مشتقوړتیا باندې وڅېړئ.

$$a)\ f(x)=\begin{cases}\cos x & x\le 0\\ x^2+1 & x>0\ ,\quad x_0=0\end{cases}\qquad b)\ f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<1\\ x^2 & x\ge 1,\ \ x_0=1\end{cases}$$

$$c)\ f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<1\\ e^{x-1} & x\ge 1\ ,\ x_0=1\end{cases}\qquad d)\ f(x)=\begin{cases}\ln x & x\le 1\\ x-1 & x>1\ ,\ x_0=1\end{cases}$$

۱٤٦(۹۱): a او ذ داسې وټاکئ، چې f تابع په $x_0$ کې مشتقوړ ده

$$a)\ f(x)=\begin{cases}ax+b & x\le 0\\ & x_0=0\ ,\\ x^2+2x & x>0\ ,\end{cases}\qquad b)\ f(x)=\begin{cases}ax^2+b & x<1\\ & x_0=1\\ x+1 & x\ge 1,\end{cases}$$

۱٤٧(۹۲ ) ولې متمادیت د مشوړتیا لپاره اړین شرط، مګر مشتقوړوالی د متمادیت لپاره پوره کېدونکی شرط دی؟

۱٤٨(۹۳) په کوم دلیل تام راشنل توابع د $x\in R$ لپاره مشتقوړ دي؟

دا لاندې توابعو مونوتوني (جګ – ټیټوالي) و څېړی.

1) $f(x)=x^3\quad 1{,}5x^2-6x-6$

2) $f(x)=x^3+4$

3) $\ln\dfrac{1}{x+1}$

۱٤۹(۹٤): لاندې تام راشنل توابع په همغږیزوالي خویونو وڅېړئ.

$a)\ f(x)=x^3-6x^2+9x+3$ $\qquad$ $b)\ f(x)=2x^3+9x^2-12x$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+1$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3+x^2+2x+2$

۱٥۰ (۹٥):د لآندې مآترآشنل توآبعو د مونوتوني حآلت د د a په واکوالي کې ورکړئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{ax+2}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{1}{ax^2+1}$

۱٥۱ (۹٦): و څېړئ، چې ایا لاندې توابع په خپله پېزند ورشو مونو ون او که په کلکه مونوتون دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\dfrac{e^x}{2+e^x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=2x^5-7$

) $f(x)=\dfrac{e^x}{2+e^x}$ $\qquad$ b) $f(x)=2x^5-7$

۱۵۲ (۹۷ ): لاندې ناراشنل توابع په يو غبرګزوالي خويونو وڅېړ.

$a)\ f(x)=e^{x^2}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$

۱۵۳ ( ۹۸): په کومه ورشو کې لاندې تام راشنل توابع يو کينې کږوالی لري او په کون کې بنی کږوالی لري.

$a)\ f(x)=x^3-6x^2+5x+2$ $\qquad$ $b)\ -2x^3+3x^2-x-4$

۱۵٤ (۹۹):د لاندې مات توابعو ګرافونه هايپاربول دي. د هاپارابول ځانګې کوم کږوالی لري؟

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{4x+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=3-\dfrac{3}{x^2}$

۱۵۵( ۱۰۰): په کومه ساحه کې لاندې ناراشنل توابع يو کينې او په کوم کې يو ښئ کږوالی لري؟

$a)\ f(x)=x\cdot e^{2-x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\ln x^2$

۱۵٦(۱۰۱): ولې د يوه دريمې درجې تام راشنل تابع ګراف په تل تلنه کې يوه ښئ انحنا( کږوالی) نه لري.

۱۵۷(۱۰۲): ولې يو څلورمه درجه تامراشنل تابع د $f(x)=ax^4+dx+e$ سره يو تلتلونی کينه انحنا(کږوالی) او ښئ انحنا لري؟

۱۵۸(۱۰۳): څنګه کېدی شي، چې د يوې f تابع د ۱ . درجې مشتق څخه د د ګراف په انحنا قضاوت وکړو؟

۱۵۹(۱۰٤): لاندې توابع په ضربځايونو وڅېړئ؟

$a)\ f(x)=\dfrac{x^2-3x-4}{x+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+4x+4}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x}{x^2-3}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^3-x^2-2x+2}{x^2-2}$

$d)\ f(x)=\dfrac{x+5}{x^2}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\dfrac{x^3-2x^2+3x-4}{x}$

۱٦۰(۱۰۵): د لاندې توابعو حالت وڅېړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي.

$a)\ f(x)=x^3-4x^2-4x-5$ $\qquad$ $b)\ f(x)=-3x^4+x^3-2x^2+x$

$c)\ f(x)=\dfrac{1}{3}x^5-x+6$ $\qquad$ $d)\ f(x)=-\dfrac{2}{5}x^2-\dfrac{1}{5}x+\dfrac{4}{5}$

$e)\ f(x)=\dfrac{1}{2}x^4-\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{5}{2}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=-x^3-x^2-x-\dfrac{1}{3}$

۱٦۱(۱۰٦): د لاندې مات راشنل توابعو حالت و څېړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي. که شتون ولري، نو د اسيمپتوت ( مجانب) همداسي د ورنږدې منحني مساوات ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\dfrac{3x^3+x^2-x}{-4x^3+2x-3}$ $\qquad b)\ f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-3}$

$c)\ f(x)=\dfrac{2x^3-x^2+7x-3}{x^2+3}$ $\qquad d)\ f(x)=\dfrac{x^3+x^2+5x+3}{x+1}$

$e)\ f9x)=\dfrac{-3x^3+4x^2+x-3}{x^2-1}$ $\qquad f)\ f(x)=\dfrac{2x^3+6x^2+5x}{x+1}$

$g)\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-5}{x^4+3x^2-2x-3}$ $\qquad h)\ f(x)=\dfrac{2x^2+4x-1}{3x^2-x+2}$

۱٦۲ (۱۰۷): د نا رئشتوني توابعو حالت و څېړئ، که $|x| \to \infty$ لاړ شي.

$a)\ f(x)=3+2^x$ $\qquad b)\ f(x)=1-\ln|x|$

$c)\ f(x)=e^{|x|}-3$ $\qquad d)\ f(x)=x+e^x$

۱٦۳(۱۰۸):ولې د $x \to +\infty$ لپاره په ساده ډول د پولې په هکله وړاند ويينه نه شي کېداي:

$a)\ f(x)=x^3\cdot\dfrac{1}{\ln x}$ $\qquad b)\ f(x)=x\cdot e^{-x}$

۱٦٤(۱۰۹): لاندې تامراشنل شوني اعداد په شيومتري وڅېړئ.

$a)\ f(x)=x^3+x^2-1$ $\qquad b)\ f(x)=-x^4+2x^2-3$

$c)\ f(x)=3x^3+x$ $\qquad d)\ f(x)=x^2+1$

۱٦٥(۱۱۰): يو و سرچېنې ټکې سره ټکی سيومتر  تام رينتونی دريمه درجه تابع H(2,5) جګټکی لري.د دې تابع  ټيټټکی کوم وضعيه ارزښتونه لري؟
۱٦٦(۱۱۱): يو د څلورمې درجې تابع د  - محور ته سيومتري تابع يو ټيټټکی په  (-3,4) کې لري.
د بل افراطي ټکي وضعيه قېمتونو په هکله څه ويلای شئ؟
۱٦۷(۱۱۲): د جوړه(جفت) جګعدد( اکسپوننت) سره تام رينتونی تابع کوم ډول سيومتري لري؟
۱٦۸(۱۱۳):  د ناجوړه(طاق) جګعدد(اکسپوننت) سره يو تام رينتونی تابع ټيک هلته د سر چينې سره ټکی سيومتري دی، چې مطلق ارزښت صفر شي؟

۱٦۹(۱۱٤) لاندې تام رينتوني اعداد په سيومتري و څېړئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3+2x}{x^2+1}$ $\qquad b)\ f(x)=\dfrac{x^5-2x^3+x}{x^3-x}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x^2+4}{x^4+2x^2-3}$ $\qquad d)\ f(x)=\dfrac{3}{x^3-1}$

۱۷۰(۱۱٥)لاندې ناريينتوني اعداد په سيومتري وڅېړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^2\cdot e^{|x|}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\sqrt{x^2+1}$

په گوته کونه(لارښود): توابع بې له بنسټ کې یادشوې سیومتري خویونو ، نور سیمتري خویونه هم ولري.

۱۷۱(۱۱۶): لاندې توابع په بنسټ کې لوستل شوي سیومتري خویونه نه لري. وښایئ چې دا سره له دې هم سیومتریک دي.

$a)\ f(x)=(x+2)^2$ $\qquad$ $b)\ f(x)=1+\dfrac{1}{x}$

$c)\ f(x)=-(x+1)^2+3$ $\qquad$ $d)\ f(x)=2+\dfrac{1}{x-4}$

۱۷۲(۱۱۷): لاندې تام ریښتوني اعداد په محدودیت وڅیړئ.

$a)\ f(x)=x^2-2x+4$ $\qquad$ $b)\ f(x)=3x^4-4x^3+12x^2-24x$

$c)\ f(x)=-(x+3)^2+1$ $\qquad$ $d)\ f(x)=x^3-2x+1$

۱۷۳(۱۱۸):لاندې کسریریښتوني اعداد په محدودیت وڅیړئ.

$a)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x+4}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x^2+4}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{1}{x^2}-5$

۱۷٤(۱۱۹): لاندې ناریښتوني اعداد په محدودیت وڅیړئ.

$a)\ f(x)=2-e^x$ $\qquad$ $b)\ f(x)=x^2+|x|+2$

$c)\ f(x)=\sqrt{4-x^2}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=2+\sin 2x$

۱۷۵(۱۲۰) لاندې پوله ارزښتونه وشمېرئ.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{2^x}$ $\qquad$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x}$ $\qquad$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^x$

e) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}}{e^x}$ $\qquad$ f) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{\sin x}{x^2}\right)$

۱۷٦(۱۲۱): د لوپیتال قاعدې په مرسته د $x\to\infty$ لپاره د لاندې مات ریښتوني توابعو پوله ارزښتونه وشمرئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{2x^3-x+4}{3x^3+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{4x^3+3x^2-2x+5}$

۱۷۷(۱۲۲): لاندې مساوات تیک یو صفرځاي لري. دا د تانجنت له لارې تر دوه لسمیزو ځایونو وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3-2x-3$ $\qquad b)\ f(x)=x^3-x^2-15$

$c)\ f(x)=x^3+6x^2+12x+5$ $\qquad d)\ f(x)=x^5+x^3-20$

۱۷۸(۱۲۳): د لاندې توابعو لپاره د x=x0 په ځاي کې د تانجنت مساوات وټاکئ

۱۷۹(۱۲٤): په کومو ټکو کې د لاندې مساواتو لپاره د تانجنت مساوات د ورکړ شوې کربنې سره غبرگ دي؟

۱۸۰(۱۲٥) : د $x=x_0$ په ځاي کې د لاندې توابعو لپاره د تانجنت مساوات وټاکئ

a) $f(x)=x^3+x^2-3x-2,\quad x_0=-1$

b) $f(x)=\frac{3-x^2}{2x-1},\quad x_0=1$ $\qquad$ c) $f(x)=\frac{1}{x}\cdot\ln x,\quad x_0=1$

۱۸۱(۱۲٦): د لاندې توابعو لپاره په کومو ټکو کې تانجنت د ورکړ شوو کربنو سره غبرگ دي؟

a) $f(x)=-x^3+3x^2+2x-5,\quad g:\ y=2x$

b) $f(x)=\frac{3x-4}{x},\quad g:\ y=x+2$

۱۸۲(۱۲۷): ټول راشنل تابع $f_t$ د $f_t(x)=x^3+tx^2+tx$ سره له سرچینې څخه تیرېږي. هلته د تانجنت مساوات پیدا کړئ د t په تابعیت کې.

۱۸۳(۱۲۸): د t د کوم ارزښت لپاره د $f_t(x)=\frac{t^2}{x^2+t}$ په گراف تانجنت په $x_0=-3$ ځای کې د $g:\ y=\frac{3}{8}x+2$ گراف سره غبرگه ده؟

۱۸٤( ۱۲۹) : په ټکي $N(x_1/0)$ کې د نه راشنل فنکشن fپه گراف د $f(x)=(x-t)\cdot e^x$. سره د تانجنت برابرون یا مساوات وټاکی.

۱۸٥(۱۳۰): په f تابع د $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2-1$. سره په ټکي P(0,-9) کې د تانجنت مساوات و ټاکئ.

۱۸٦(۱۳۱): د تام ریښتونيf تاېبع د $f(x)=x^3-3x-1$. سره تانجنت په ټکي P(-2,5) کې وټاکئ.

۱۸۷(۱۳۲): د مات ریښتونيf تابع د $f(x)=\frac{x^2-1}{3x}$ سره د تانجنت مساوات په $P(-1,-\frac{4}{3})$ ټکي و ټاکئ.

۱۸۸(۱۳۳):د لاندې تام ریښتونې توابعو د انعطاف ټکي( اوړونټکي) او د نورمالي مساوات ولیکئ.

a) $f(x)=-\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}$ $\qquad$ b) $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2+2x+10$

۱۸۹( ۱۳٤) د لاندې تابع د

$f_t(x)=\frac{4}{3}t^2x^3+3tx^2+3x\quad (t\in\mathbb{R}\setminus\{0\})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره د انعطاف – یا اوړونټکي مساوات ولیکئ.

۱۹۰( ۱۳۵) : د اکسپوننشم تابع د انعطاف ټک او په انعطاق ټکي د
$f(x) = (x - 2) \cdot e^x$ نورمال مساوات پیداکړئ.

۱۹۱(۱۳٦)
$f_t(x) = t\sin x + t\cos x \quad (t \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$
په انتروال $0 \le x \le \pi$ کې.

۱۹۲(۱۳۷): د لاندې توابعو لپاره د منحنیو شننیز بحث وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = -x^3 + x^2 + 4 \qquad b)\ f(x) = -\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^2$

$c)\ f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \qquad d)\ f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

۱۹۳ ( ۱۳۸): د لاندې توابعو لپاره د پوره منحنیو یا کږو مطالعه وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = \frac{x}{4} - \frac{2}{x^2} \qquad b)\ f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$

$c)\ f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 1} \qquad d)\ f(x) = \frac{9}{x^2 + 3}$

## انتیګرالشمیرنې ته پوښتنې

1- لاندې نااصلي پولینومونه دې د یوه ټول نسبتي- یا راشنل عدد پولینومونو او یوه اصلي پولینوم د جمعې په څېر ولیکل شي.

$a)\ \frac{x^3 + 7x^2 + 9x - 5}{x + 5} \qquad b)\ \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^2 - 2}$

$c)\ \frac{x^3 - 2x^2 + x - 5}{x^3 + 1} \qquad d)\ \frac{x^4 - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

$e)\ \frac{x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 3}{x - 2} \qquad f)\ \frac{x^5 - x^4 + 1}{x^2 + 2}$

۲ -

$a)\ \frac{2x^2 + 20x + 12}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \qquad b)\ \frac{x^2 + 1}{x^3 - x}$

$c)\ \frac{4x + 10}{x^2 + 6x + 8} \qquad d)\ \frac{-3x^2 + 19x - 10}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$

$e)\ \frac{4x^2 + 6x - 20}{x^3 - 4x} \qquad f)\ \frac{14}{x^2 + 20x + 51}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳ – د لاندې اصلي پولينومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ونه وکاروئ.

$$a)\ \frac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8} \qquad b)\ \frac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}$$

$$c)\ \frac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1} \qquad d)\ -\frac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}$$

٤ - د لاندې اصلي پولينومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ګونه ورکړئ.

$$a)\ \frac{x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5} \qquad b)\ \frac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}$$

$$c)\ \frac{8x^2-16x+10}{x^3-4x^2+5x} \qquad d)\ \frac{x}{x^3+2x^2+2x+1}$$

٥ - د لاندې پولينوم کسرونو په ټوټه کسرونو ټوټه کونه ړرکړئ.

$$a)\ \frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8} \qquad b)\ \frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}$$

$$c)\ \frac{2x^3+x^2}{x^3-1} \qquad d)\ \frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}$$

٦ – و ښايئ، چې د F تابع د f تابع لومړنی تابع ده.

$$a)\ f(x)=2x^2+4x-7 \quad , \quad f(x)=4x+4$$

$$b)\ F(x)=(x^2-x)^3 \quad , \quad f(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$$

$$c)\ F(x)=\sqrt{2x+1} \quad , \quad f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad f(x)=3x\cdot\cos 3x$$

$$e)\ F(x)=\frac{1}{3}x^3\cdot\ln x-\frac{4}{9}x^3 \quad , \quad f(x)=x^2\cdot(\ln x-1)$$

۷ - وښايئ، چې د Fاو G توابع د همغه f تابع لومړني توابع دي.

$$a)\ F(x)=x^3+x+4 \quad , \quad G(x)=x^3+x+1$$

$$b)\ F(x)=(x-3)^2 \quad , \quad G(x)=x^2-6x+4$$

$$c)\ F(x)=\frac{x+1}{x+2} \quad , \quad G(x)=\frac{3x+5}{x+2}$$

$$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad G(x)=\sin x$$

۱۳ – لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ او ټیکوالی یې و ازمایی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^3dx \qquad b)\ \int 7dx \qquad c)\ \int xdx$

$d)\ \int (1-x^2)dx \qquad e)\ \int (x+\frac{1}{x})dx \qquad f)\ \int (e^x+\cos x)dx$

$g)\ \int \frac{1}{\sin^2 x}dx \qquad h)\ \int \frac{5}{\cos^2 x}dx \qquad i)$

$i)\ \int udx \qquad k)\ \int (2+e^x)dx \qquad l)\ \int (1+\ln x)dx \qquad m)\ \int (\sqrt{x}+\sin)dx$

۱٤ ــ د لاندې ټاکلو انتيګرالونو ارزښت وشمېرئ

$a)\ \int_0^3 4dx \qquad b)\ \int_{-3}^{-1} xdx \qquad c)\ \int_1^e \frac{1}{x}dx$

$d)\ \int_1^e (2+\frac{1}{x})dx \qquad e)\ \int_{-1}^0 e^x dx \qquad f)\ \int_0^\pi \sin xdx$

$g)\ \int_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} 4dx \qquad h)\ \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \frac{1}{\sin^2 x}dx \qquad i)\ \int_{-2}^2 x^3dx$

$j)\ \int_2^6 (1+x)dx \qquad k)\ \int_1^2 (x^2-x^5)dx \qquad l)\ 0\int_{-2}^2 (\frac{x^3}{4}+\frac{x^2}{3})dx$

۱٦ = د لاندې ټاکلو انتيګرالونو ارزښت وشمېرئ او ارزښتونه يې سره پرتله کوئ.

$a)\ \int_{-3}^1 3dxund - \int_{-3}^1 3dx \qquad b)\ \int_0^1 (1+e^x)dx \ \wedge\ -\int_1^0 (1+e^x)dx$

$c)\ \int_{-\pi}^0 \sin xdx \ \wedge\ -\int_0^{-\pi} \sin xdx$

۱۷ ــ هر دوه انتيګرالونه د يوه انتيګرال سره انځور کړئ.

$a)\ \int_0^{0.5\pi} \cos xdx + \int_{0.5\pi}^{\pi} \cos xdx \quad , \quad b)\ \int_{-1}^0 (x+e^x)dx + \int_0^1 (x+e^x)dx$

$c)\ \int_2^3 3x^2dx - \int_5^3 3x^2dx \quad , \quad d)\ \int_{-2}^1 (2+x)dx - \int_4^1 (x+e^x)dx$

O - د لاندې ټاکلو انتيګرالونو لپاره ارزښت تخمين کړئ.

$a)\ \int_{-4}^{-2} e^{x+3} \qquad b)\ \int_0^8 \sqrt{1+x}\,dx$ 1

$c)\ \int_3^5 2^{4-x}dx \qquad d)\ \int_0^{0.5\pi} \sin^2 xdx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۹ ــ د کومو x ارزښتونو لپاره لاندې انتیګرالونه ورکړشوي ارزښتونه لري؟

$a)\ \int_1^x 5t^4 dt\ ,\quad la(x)=31 \qquad b)\ \int_0^x e^t dt\ ,\quad la(x)=e-1$

۲۰ ـ لاندې انتیګراند توابع ته د انتیګرال توابع وټاکئ.

$a)\ f(x)=x^2\ ,\ a=3\quad ,\quad b)\ f(x)=2+e^x\quad a=0$

$c)\ f(x)\dfrac{1}{\cos^2 x}\quad ,\ a=0\qquad d)\ f(x)=2\quad a\in IR$

۲۱ ـ لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ

$a)\ \int\sqrt[4]{x^3}dx \qquad b)\ \int\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}dx \qquad c)\ \int\sqrt[6]{x^5}dx \qquad d)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}dx$

$e)\ \int\dfrac{\sqrt{x}}{x^2}dx \qquad f)\ \int\dfrac{x^3}{x^4}dx \qquad g)\ \int\dfrac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx \qquad h)\ \int\dfrac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx$

۲۲ ـ لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ

$a)\ \int 8x^3dx \qquad b)\ \int -4x^{-2}dx \qquad c)\ \int\dfrac{3}{-x^3}dx \qquad d)\ \int\sqrt[3]{3x}\,dx$

$e)\ \int k\cdot e^x dx \qquad f)\ \int -5x^n dx\ ;\ n\neq 0 \qquad g)\ \int\dfrac{\sin x}{2}dx \qquad h)\ \int\dfrac{3a}{2\cdot\cos^2 x}dx$

$i)\ \int\dfrac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx \qquad j)\ \int\dfrac{-\sqrt{2}}{3x}dx$

۲۳ ـ د توان قانون په مرسته یو ثابت ضریب بېل کړئ او د دې پسې لاندې ناټاکلی انتیګرال وټاکی.

$a)\ \int e^{x+3}dx \qquad b)\ \int(4x)^3dx \qquad c)\ \int a\cdot e^{x+b}dx \qquad d)\ \int(7x^2)^4dx$

۲٤ ــ لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ

$a)\ \int(x^2+3x-4)dx \qquad b)\ \int(x-\sqrt{x})dx \qquad c)\ \int(5x^3-7x+4)dx$

$d)\ \int(1+x)^2dx \qquad e)\ \int x^2(x^2+2)dx \qquad f)\ \int x^2(1+x)(x-1)dx$

$g)\ \int(\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{x^2})dx \qquad h)\ \int(\dfrac{1}{x^4}-\dfrac{1}{x^5})dx \qquad i)\ \int(5x-\dfrac{1}{3}+\dfrac{\cos x}{3})dx$

$k)\ \int(5+x^5+\sin x)dx \qquad l)\ \int(e^x-\dfrac{1}{\sin^2 x})dx \qquad m)\ \int(\dfrac{1}{\cos^2 x}+\dfrac{1}{x})dx$

۲۵ ـ لاندې ناټاکلي آنتیګرلونه لومړی په یوه جمعه واړوئ او ورپسې انتیګرالونه و ټاکئ.

$a)\ \int\dfrac{(x^2-1)^3}{x}dx \qquad b)\ \int(\dfrac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}})dx$

$c)\ \int\dfrac{e^{2x}+e^{x+2}}{e^x}dx \qquad d)\ \int(\dfrac{3x^2+2x-4}{x^3})dx$

۲٦ ــ لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int 3^{x+1}dx \quad b)\ \int 2^{-x}dx \quad c)\ \int a^{x+b}dx \quad d)\ \int \frac{1}{a^x}dx$

$e)\ \int 2^x \cdot 3^x dx \quad f)\ \int \frac{2^x}{3^x}dx \quad g)\ \int \frac{4^{x+3}}{2^x}dx$

$h)\ \int \frac{5^x+3^x}{2^x}dx \quad i)\ \int (1+2x^x)dx \quad j)\ \int (x-3^x)dx$

۲۷ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ

$a)\ \int \ln 2x^3 dx \qquad b)\ \int \ln \sqrt{x} dx$

$c)\ \int \lg \frac{x}{2} dx \qquad d)\ \int {}_3\log \frac{1}{x} dx$

۲۸ – د مشتق د قوانینو په مرسته وښایئ، چې تابع F د F=x.lnx-x سره یو لومړنئ تابع ده و f(x)=lnx تابع ته

۲۹ - د انتیګرال شمېرنې په مرسته د عمومي لوګارتم تابع لپاره د طبیعي لوګارتم له فرمول څخه د انتیګرال فرمول راوباسئ.

۳۰ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه د بدلون په طریقه وشمیرئ.

$a)\ \int \frac{10}{5x-7}dx \quad b)\ \int \frac{12}{(1+3)^4}dx \quad c)\ \int \frac{1}{5-4x}dx$

$d)\ \int \frac{a}{bx+d}dx \quad e)\ \int (5x+7)^3 dx \quad f)\ \int (ax+b)^n dx$

$g)\ \int \sqrt{4x-2}dx \quad h)\ \int \sqrt{ax+b}dx \quad i)\ \int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx$

$j)\ \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}dx \quad k)\ \int \sin 4x\, dx \quad l)\ \int \frac{3}{e^{2x}}dx$

$n)\ \int \cos(3x+\frac{\pi}{4})\, dx \qquad o)\ \int e^{3x-5}\, dx$

۳۲ _ لاندې ناټا کلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{\ln x}{x}dx \qquad b)\ \int x(x^2+3)dx$

$c)\ \int 3x^2(x^3-1)dx \qquad d)\ \int (2x-1)(x^2-x)dx$

۳۳ – د بدلون قاعدې په مرسته $\int f(x)\cdot f'(x)\,dx = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$ وشمېرئ.

۳٤ – لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ، بنه یې بدله کړئ، که اړین وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a)\ \int \frac{x^2}{4+x^3} \qquad b)\ \int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}$$

۳۵ په لاندې انتيگرالونو پرېکړه وکړئ، چې ايا لوگاريتمي يې انتيگرال نيوه کېدی شي او يا د بدلون قانون بايد و کارول شي؟

$$a)\ \int \frac{5x^4}{3+x^5}dx \qquad b)\ \int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx \qquad c)\ \int \frac{3x}{(1-x^2)^4}dx$$

$$d)\ \int \frac{5x}{4-x^2}dx \qquad e)\ \int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx \qquad f)\ \int \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}dx$$

۳٦ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه پيدا کړئ. لومړی يې بڼه بدله کړئ، که اړيين وي.

$$a)\ \int \frac{4}{x^2+9}dx \qquad b)\ \int \frac{3}{2x^2+2}dx \qquad c)\ \int \frac{1}{x^2+2}dx$$

$$d)\ \int \frac{2}{3x^2+5}dx \qquad e)\ \int \frac{1}{x^2+a^2}dx \qquad f)\ \int \frac{1}{ax^2+b}dx \quad , ab>0$$

۳۷ – وښايئ، چې دا لاندې انتيگراندونه( هغه، چېي انتيگرال يې نيول کيږي) صفرځايونه نه لري. پسې ټرلي ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ.

$$a)\ \int \frac{1}{x^2+4x+13}dx \qquad b)\ \int \frac{5}{x^2+2x+2}dx$$

$$c)\ \int \frac{6}{3x^2+18x+30}dx \qquad d)\ \int \frac{2}{2x^2+8x+58}dx$$

۳۸ لاندې ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ. لومړی يې، که اړيين وي، بڼه بدله کړئ.

$$a)\ \int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx \qquad b)\ \int \frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx \qquad c)\ \int \frac{1}{\sqrt{2x^2-2}}dx$$

$$d)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-2}}dx \qquad e)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx \qquad f)\ \int \frac{6}{\sqrt{9x^2+9}}\ dx$$

۳۹ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ، لومړی يې که اړيين وي ، بڼه بدله کړئ.

$$a)\ \int \frac{1-x}{x^2+x+1}dx \qquad b)\ \int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx$$

$$c)\ \int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx \qquad d)\ \int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx$$

٤٠ - لاندېي انتيگرالونه د ټوټه انتيگرالوني له لارې پيداکړئ يا وشمېرئ.

$$a)\ \int x\cdot e^x dx \qquad b)\ \int x\cdot \sin x\, dx \qquad c)\ \int x^2\cdot \ln x dx$$

$$d)\ \int \frac{\ln x}{x^2}dx \qquad e)\ \int x\cdot e^{2x}dx \qquad f)\ \int x\cdot \sin 2x dx$$

٤١ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه د ټوټه انتيگرال له لارې وشمېرئ.
که اړيينوي، نو په ٤٠ –م تمرين کې شمېرلې نتيجې وکاروئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^2 \cdot \cos x dx$ $\qquad b)\ \int x^2 \cdot e^x dx$

$c)\ \int x^2 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad d)\ \int x^2 \cdot \cos 2x\, dx$

د پورته کارولي ريکورزيون (    ) فرمول په مرسته  لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int x^4 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad b)\ \int \sin^4 x\, dx$

$c)\ \int x^3 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad d)\ \int \cos^6 x\, dx$

٤٤ - لومړی د ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتيګرالونه حل کړئ.

$a)\ \int \frac{1}{x^2-1} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{1}{x^2+6x+8} dx$

$c)\ \int \frac{3x+2}{x^2-x-2} dx$ $\qquad d)\ \frac{x^2-12x+12}{x^3-4x} dx$

اصلي مات رئښتوني توابع، چې صورت( متلاندې) هم لاينئز يا کربښيز ضريبونه لري.

٤٥ _ لومړی به ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بيا لاندې نا:لي انتيګرالونه حل کړئ

$a)\ \int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{3x}{x^2-6x+9} dx$

$c)\ \int \frac{x^3-1}{x^4+x^3} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4}$

٤٦ - لومړی د هريوه لپاره په ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{3x+4}{x^3-2x-4} dx$

$c)\ \int \frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13} dx$

٤٧ - لومړی د پولينوم ويش سرته ورسوئ او پسې لاندې ناټاکلي انتيګرالونه پيداکړي.

$a)\ \int \frac{x^2}{x+1} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}\ dx$

$c)\ \int \frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{2x^3+x^2}{x^3-1} dx$

٤٨ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه پيداکړئ.

$a)\ \int \sqrt{x^2-5}\, dx$ $\qquad b)\ \int \sqrt{5x^2+10}\ dx$

$c)\ \int \sqrt{x^2-6x+8}\ \ dx$ $\qquad d)\ \int \sqrt{2x^2+4x+6}\ dx$

٤٩ - لاندې ناټالي انتيګرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int\sqrt{x^2+2x}\,dx$ $\qquad b)\ \int\sqrt{x^2-4x}\ dx$

$c)\ \int x\cdot\sqrt{x^2+4x+3}\ dx$ $\qquad d)\ \int(x+2)\cdot\sqrt{x^2+2x+2}\,dx$

۵۰ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int\frac{x^2}{x}\,dx \qquad b)\ \int\frac{1}{x^3}dx \qquad c)\ \int(1-2x^2+x^3)\,dx$

$d)\ \int(x^2-3x-6)\,dx e)\ \int x\cdot\sqrt{x}\,dx \qquad f)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}\ dx \qquad g)\ \int\frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}\ dx$

$h)\ \int\frac{3x\cdot\sqrt{x^3}}{x^2}\ dx; i)\ \int\frac{x^2+3x-2}{x}\ dx \qquad j)\ \int\frac{x-5}{\sqrt{x}}\ dx$

۵۱ – لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int 2(5-4x)^3dx \qquad b)\ \int\sqrt{5x+2}\ dx \qquad c)\ \int x\cdot e^{x^2}dx$

$d)\ \int x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}\ dx \qquad e)\ \int\frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx \qquad f)\ \int\frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx$

$i)\ \int\frac{x}{x^2+2x+3}\ dx \qquad j)\ \int\frac{1}{2x^2+9}dx \qquad k)\ \int\frac{x}{x^2+2x-3}dx$

$l)\ \int\frac{1}{x^2-10x+25}\ dx \qquad m)\ \int\sqrt{x^2+2x+3}\,dx \qquad n)\ \int\frac{1}{x^2+12x+40}\ dx$

۵۲ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int\ln(2x-3)\,dx \qquad b)\ \int\cos 3x\,dx \qquad c)\ \int 2^{3x+1}dx \qquad d)\ \int\lg 4x\,dx$

$e)\ \int x\cdot\ln x\,dx \qquad f)\ \int\sqrt{x}\cdot\ln x\,dx \qquad g)\ \int e^x\cdot\cos x\,dx \qquad h)\ \int x\cdot\cos x\,dx$

۵۳ – و ښايئ،چې لاندې ورکړل شوې توابع په ورکړشوي انټروال کې لومړنئ توابع نه لري، مګر په I کې انتيګراوړ دي.

په لاندې انټروال کې يې انتيګرال ارزښت ورکړئ.

$a)\ I=[-2;5]$ $\qquad b)\ I=[-3;4]$

$$f(x)=\begin{cases}-x & ; \quad x\le 1\\ \frac{1}{2}x & ; \quad x>1\end{cases} \qquad f(x)\begin{cases}2 & ; \quad -3<x\le -1\\ 1 & ; \quad -2<x\le 1\\ 2 & ; \quad 1<x\le 4\end{cases}$$

۵٤ – د f تابع د f(x) = |x-1| سره په انټروال I=[-3,3] د x=1 سره مشتقوړ نه ده، وښايئ، چې سره له دې هم انتيګرالوړ ده.

۵۵ - د لاندې توابعو منځنى ارزښت په ورکړ شوو انټروالونو پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=x^2-2x+2\ \ mit \quad x\in[-1x;4]$

$b)\ f(x)=x+1\ \ mit \quad x\in[0;6]$

$c)\ f(x)=\sin\ \ mit \quad x\in[0;\pi]$

mit د... سره په معنا

(c) ketabton.com: The Digital Library

٥٦ - و ښايي چې د f کرښيز(خطي) تابع f(x0) منځ ارزښت د f(x)=mx=n سره په انتروال $[a,b]$ نخښه ونه $x_0 = \frac{a+b}{2}$ اعتبار لري..

٥٧ _ په ورکړ شوي انتروال کې د د x محور او ګراف ترمنځ سطحې وشمېرئ.

$a)\ f(x)=x^2+1 \quad , \quad x\in[-2;1]$

$b)\ f(x)=2+\sin \quad , \quad x\in[0;\pi]$

$c)\ f(x)=-x^2-4x-5 \quad , \quad x\in[-3;0]$

$d)\ f(x)=1+\frac{1}{x} \quad , \quad x\in[1;e]$

٥٨ _ د انترواال پورتنی پوله b داسې وشمیرئ، چې د پاراپول $p:\ y = x^2+2x+2$ او م x -حور ترمنځ سطحه په انتروال [-2;b] کې کې عدد ٦ ونیسي.

٥٩ _ لاندنئ د انتروالپوله a داسې وټاکئ، چې د پارابول $p:\ y = 3\sqrt{x}$ او x - محور تر منځ سطحه په انتروال [a;4] کې عدد ١٤ واخلي.

٦٠ - یو پورته لور ته کښول شوی نورمال پارابول دې د x-محور سره په انتروال کې $[-1;2]$ یوه سحه د کچ عدد ٩ سره رابنده کړئ.

د پارابول مساوات وټاکئ.

٦١ - ضریب a داسې وټاکئ، چې د f(x)=a.sinx ساین تابع د x- محور سره په انتروال $[0;\pi]$ کې عدد 4 رابند کړي.

٦٢ - د کرښې g:y=0,5x+2 او د پروتولاړ سیستم( وضعیه قېمت تر منځ ) سطحه وشمېرئ.

د ساده شمیرنې له لارې یې و ازمایئ.

٦٣ - د ګراف او X محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3$

$b)\ f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{2}x^2+3x$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+8x$

$d)\ f(x)=-x^2+6x-5$

٦٤ - په ورکړ شوي انتروال کې د ګراف او x محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x)=x-2 \quad , \quad x\in[-2;3]$

$b)\ f(x)=x^2-x-x \quad , \quad x\in[1;5]$

$c)\ f(x)=x^2-8x+12 \quad , \quad x\in[0;8]$

٦٥ - د اکسپوننشل منحني g د $y=e^x$ سره او د پارابول p د $y=-x^2-1$ سره را بنده سطحه په انتروال [0;1] کې وشمېرئ.

٦٦ - د کرښې g د y=2x+2 سره د ساینh منحني د y=sinx سره او له اینتروال $[0;2\pi]$ څخه رابنده سطحه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٦٧ - پارابولونه p1 د $y=x^2-3$ سره او p2 د $y=2x^2+1$ سره په اینتروال [-1;2] کې یوه سطحه را بنده وي.دا رابنده سطحه و شمېرئ.

٦٨ – د پارابول P د $y=\sqrt{x}$ سره او کرښه g یې د $y=-x-1$ سره په اینتروال $[0;4]$ کې رابنده سطحه لرو. دا را بنده سطحه وشمیرئ.

٦٩ - په اینتروال [-2;1] د کرښې g1 د $y=x+3$سره او g2 د $y=2x+1$ څخه را بنده سطحه وشمېرئ.

٧١ - – پارابول p د $y=x^2-6x+5$ سره او کرښهg د $y=-x+1$ سره رابنده سطحه. د دې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٢ - د g یوه کرښه یو پارابولp د $y=x^2+2$ سره په $x_1=-1$ او $x_2=2$ کې غوڅوي.
د کرښې او پارابول څخه رابندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٣ – د g یوه کرښه یو پارابول p د $y=0{,}5x^2+x+4$ سره په $x1=-2$او $x2=4$ ټکو کې غوڅوي.
د دې کرښې او پارابول څخه رابندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٤ - د دواړو پارابولونو p1 د $y=-2x^2+8x-3$ سره او p2 د $y=x^2-4x+6$سره را بندې سطحې مساحت وشمېرئ?

٧٥ – د دواړو پارابولونو p1 د $y=4\sqrt{x}$ سره او p2 د $y=0{,}5x^2$سره را بندې سطحې مساحت وشمرئ.?

٧٦ - د بارابول p د $y=2\sqrt{x}$ سره او کرښې g د $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ سره رابندې سطحې مساحت وشمیرئ.

٧٧ - د ساین د منحني گراف او د کوساین د منحني گراف یو بل په انتروال $0 \le x \le 2\pi$ کې غوڅوي.
د دواړو غوڅټکو تر منځ له واړو منحنئو را بندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٨ - د تابعf په گراف پروت تانجنت د $y=x^3-2x^2+x-1$ سره او د $x0=2$ په ځاي کې د تابع د گراف سره رابندې سطحې مساحت و شمېرئ.

٧٩ - د هغې سطحې مساحت وشمېرئ، چې د $x0=-1$ په ځاي کې په پارابول $y=x^2$عمود د دې بارابول څخه را بنده وي.

٨٠ - د f تابع گراف د $y=-\frac{1}{9}x^4+\frac{2}{3}x^2$ سره د x محور سره سطحه پوره رابندوي.
د دې مساحت وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۱ - د f تابع ګراف د $y=\frac{x^3-8}{4x^2}$ سره همداسې درې کرښې د مساواتو $y=\frac{1}{4}x,\ x=1$ او
x = b (b>1) سره پوره رابنده سطحه لرو.
د b د کوم ارزښت لپاره د سطحې مساحت 1,5 دی؟

۸۲ - د p1 پارابول د $y=x^2-3x+3$ سره او p2 پارابول د $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}$ سره پوره
رابنده سحه لرو.
د دې سطحې مساحت وښایاست.

۸۳ - د f تابع ګراف د y=a.(1-sin2x), (a>0) سره او د وضعیه قیمت په I (اوله)
مربع کې ( قیمتونو څخه را بنده سطحه) پوره رابنده سطحه لرو.
د و کومو ارزښتونو لپاره د سطحې مساحت $(\pi-2)$ سطحې یونونه ( واحدونه) دی.

۸۴ – د f ګراف د $y=\frac{2}{3}x^3-4x^2+6x$ او د g $y=-x^2+6x$ سره یوه هواره
پوره رابندوي.
د دې هوارې خوندیونه یا دننه هواره وشمیرئ.

۸۵ – د f ګراف د $y=\sqrt{16-2x}$ سره د پروتولاړمحور سره ټوله هواره پوره بندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۸۶ – الف: د f ګراف د $y=\frac{48x}{(x+2)^3}$ سره ، دx –محور یا – څرخونی او د
x=a(a>0)کرښه یوه هواره ټوله پوره رابند وي.
د a د کوم ارزښت له پاره دا هواره ۸ د هوارې یوونونه کچه وي.

ب – د f ګراف د $y=\frac{48x}{(x+2)^3}$ سره ، د x– محور یاڅرخونی او کرښه x=4 یوه هواره ټوله
پوره رابندوي.
د د کوم ارزښت له پاره هواره د هوارې ۱۰ یوونونه کچه وي.

۸۷ – د f ګراف د $y=x\cdot e^{0,5x}$ سره ، دx – محور او کرښه x=1 یوه هواره پوره
رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۸۸ – د f ګراف د $y=e^x(x-1)$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۸۹ - د f ګراف د $y=-2x^3-3x^2$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۹۰ - د f ګراف د $y=x^2\cdot(\ln x-1),$ سره ، دx – محور او کرښه x=-5 یوه هواره پوره
رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۹۱ - د f گراف د $y = e^{\frac{1}{4}x}$ سره او د $y = e^{-\frac{1}{4}x+1}$ سره، کرښه $x=a$ او $x=a+2$ د $x$– محور یوه هواره پوره رابندوي.
د $a$ د کوم ارزښت له پاره به د دې هواره دننه هواره خورا لویه وي.

۹۲ - د f گراف د $y = \sqrt{9-4x}$ سره د کواوردیات محورونو سره یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرۍ.

۹۳ - د f گراف د $y = \frac{x^3+12}{2x^2}$ سره، کرښه $x=1$ او $x=4$ د گاونډ یا اسیمپټوت سره ټوله هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرۍ.

۹۴ - د f گراف د $y = \frac{1}{4}(x^3 - 9x^2 + 23x - 15)$ سره، د $x$– محور سره ټوله هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرۍ.

۹۵ – د هوارې منځهواره وشمیرۍ، چې کرښه g له $y=x+7$ د پارابول p د $y=x^2-5x+7$ سره غوڅوي.

۹۶ - د هوارې منځهواره وټاکۍ، چې د تابع fکوم گراف یې د $y=2(1-\cos(x/2))$ سره په انتروال $[0,4\pi]$ د $x$– محور سره رابندوي.

۹۷ – گراف fد $y = 3\cdot\sqrt{9-x}$ سره د پروټولاړ سیستم یا کواوردینات محور سره یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشمیرۍ.

۹۸ – پارابول $p\colon\ y = x^3 - 2ax^2 + a^3$ د $a>1$ له پاره د $x$ -محور سره او د کرښې $x=1$سره یوه هواره د 2,75 هواریوونو(واحدونو) خوندیونې سره رابندوي.
د پارامتر $a$ ارزښت وټاکۍ.

99 – د یوه تابع $f\colon\ y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$ په سرچینه کې نورماله د دې تابع د گراف سره یوه هواره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وښایۍ.

100 - د یوه تابع $f\colon\ y = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ گراف د $x$- محور سرهیوه هواره رابندوي.
په کوم نسبت دا په سرچینه کې کرښه او د f جگټکې دا هواره وېشي؟

-101 د هوارې منځهواره وشمیرۍ، چې د $f\colon\ y = \frac{x^2}{1+x^2}$ له گراف، د $x$-محور او کرښې $x=1$ څخه رابنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

102 – د $f:\ y=\frac{x}{1+x^2}$ ګراف، د x-محور ، کرښه x=a او x=-1 یوه هواره رابندوي.
د a د کوم ارزښت د پاره د دې هوارې منځهواره د هوارې یوون ۱ ارزښت لري؟

103 – کرښه $g:\ y=\frac{2}{\pi}x,$ ، ساین کږه او د x- محور یوه هواره په لومړۍ څلورۍ کې رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشمیرۍ.

104 – د تابع f:y=x.sinx او g:y=2.sinx ګرافونه د $0\le x\le \pi$ د پاره یوه واره رابندوي.
د دې هورې منځهواره یا سطحه وشمیرۍ.

105- د تابع $f:\ y=\frac{2e^x}{e^x+1},$ ګراف د پروتولاړ سیستم محورونه او کرښه x=2یوه هواره رابندوي.
دا منځهواره ( د دې هوارې منځ) وشمیرۍ.

106 لاندې د څرخیدونکې بدنونو ګراف په x محور څرخي. د داسې منځ ته راغلو څرخېدونو تنونو حجمونه(ډکې) وشمېرۍ.

$a)\ f(x)=2+\sqrt{x}\quad ,\quad I=[0;4]\qquad b)\ f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2\quad ,\quad I=[2;4]$

107د لاندې څرخېدونکو بدنونو ګرافونه د x محور باندې څرخي داسې منځ ته راغلي حجمونه(ډکې) وشمېریۍ او په ساده حساب سره یې وشمېرۍ.

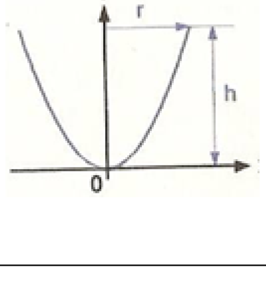
$a)\ f(x)=-x+5\quad ,\quad I=[0;3]\qquad b)\ f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\quad ,\quad I=[1;5]$

108 د لاندې توابعو د څېخون له لارې منځ ته راغلو تنونو حجم وشمېرۍ.

$a)\ f(x)=\sqrt{x}\quad ,\quad |=[0;4]\qquad b)\ f(x)=(x-2)^2\quad ,\quad I\ |=[1;3]$

۱۰۹ - د لاندې توابعو ګراف د y په محور څرخي. داسې منځ ته راغلي تنونه و شمېرۍ او په ساده شمېرنه سره و شمېرۍ.

$a)\ f(x)=x+1\quad ,\quad |=[1;4]\qquad b)\ f(x)=-\frac{1}{2}x+2\quad ,\quad |=[0;4]$

| | |
|---|---|
|  | ۱۱۰ - د یوه پارابول په خپله سیمترۍ محور څرخیدل یو لوښي جوړیږي.<br>و ښایئ، چې دا لوښي د فضا ډکې $V=\frac{\pi}{2}\cdot r^2\cdot h$ لري. |

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱۱ – کرښه د $y = -\frac{1}{2}x + 4$ د پروتولاړ سیستم سره یوه هواره رابندوي.
د دې څرخون تن پوښشهواره څومره لویه ده، چې د x-محور باندې د څرخون له لارې منځ ته راځي؟
د انتیګرال شمیرنې سره ووشمیرئ او ساده هم.

۱۱۲ – د څرخون بدن پوښهواره څومره لویه ده، چې د x - محور په انتروال $[0;4]$ باندې د پارابول د $y = 2 \cdot \sqrt{x}$ سره له څرخون څخه منځ ته راځي.

۱۱۳ – د پارابولp د $y = \frac{1}{6}x^3$ سره د څرخون له لارې په انتروال [1;2] د x–محور باندې یو څرخون بدن منځ ته راځي. د دې بدن پوښهواره وشمیرئ.
۱۱۴– د کرښې g د y=x+1 سره د y- محور باندې په انتروال [1,5] یو څرخونبندن جوړوي.
د دې بدن پوښهواره د انتګیرال سره وشمیرئ او د ساده شمیرنې له لارې یې وازمایئ.

۱۱۵ – پارابول p د $y=-(1/4)\ x^2+4$ سره په لومړئ څلورې کې د کواوردینات له محورونو سره یوه هواره پوره رابندوي.
د بدن پوښهواره وشمیرئ کومه چې د دې بدن د څرخون له لارې د y-محور سره منځ ته راځي.

۱۱۶ – د انتیګرالشمیرنې په مرسته د AB کرښې د(2,4)A او (5,8)Bسره.
د ساده شمیرنې سره دا لاس ته راوړنه و ازمایئ.

۱۱۷ - په لومړئ څلورئ کې د پارابول اوږدوالی د پارابولp د پاره د $y = \frac{1}{2}\sqrt{x^3}$ سره په انتروال [0,1] کې وشمیرئ.

یوسل او اتلس: وڅیرئ، چې ایا کوم یو له دې لاندې ناټاکلو انتیګرالونو څخه پوله ارزښت لري.

$$a)\ \int_{-\infty}^{0} e^x dx \qquad b)\ \int_{0}^{\infty} \frac{x}{x^2+1}\, dx \qquad c)\ \int_{1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx \qquad d)\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x}{(x^2+2)^3}\, dx$$

$\int_1^\infty \frac{1}{x^p}\,dx$ یو سل او نولس: د جګګې یا اکسپوننت د کوم ارزښت له پاره دا ناټاکلی انتیګرال یو پوله ارزښت لري؟

یوسل او شل:لاندې توابع د انتروال د یوې پولې له پاره پیژند نه لري یا نه دې تعریف.
وڅیرئ، چې ایا دا ټاکلی انتیګرال په دې انتروال یو پولهارزښت لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{x}$ , $I = [0;1]$ b) $f(x) = \ln x$ , $I = [0;1]$

c) $f(x) = \dfrac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$ , $I = [1;2]$ d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ , $I = [-1;1]$

e) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3 - 8}$ , $I = [0;2]$ f) $f(x) = \dfrac{e^x}{1 - e^x}$ , $I = [0;1]$

# د دفرنشل مساوات پوښتنو ته ځوابونه

د 66 (1) او 67(2) تمرينونو ځواب:

$$66.\ a)\ m = \frac{4-2}{5-3} = 1 \qquad b)\ m = \frac{1-4}{3-2} = -3$$

$$67.\ a)\ f'(2) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(2+\Delta x)^2 - 2^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(4+\Delta x)}{\Delta x} = 4$$

$$b)\ f'(3) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{0.5(3+\Delta x)^2 - 0.5 \cdot 3^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(3+0.5\Delta x)}{\Delta x} = 3$$

68(3): کمښتويش(د تفاضلونو ويش) د د کږې(منحني) د دوه ټکو P او Q ترمنځ جګوالی دی. مشتق د کږې په يوه ټکي P د تانجنت جګوالی دی.
مشتق د کمښتويتويش پوله ارزښتدی، که Q و P ته نزدې شي يا وهڅيږي.
69(4): د غوڅوني يا قطاع جګوالی د منحني په ټاکلي انتروال کې د منحني جګوالی دی.
د تانجنت جګوالی په يوه ټاکلي ټکي کې د منحني جګوال لپاره يوه اندازه ده.
د تانجنت جګوالی د غوڅوني يا قطاع د جګېدنې انتروال کوچني کول دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

70. a) $f'(x) = 5x^4$ b) $f'(x) = 6x^5$

c) $f'(x) = -\frac{2}{x^3} \quad , \quad x \neq 0$ d) $f'(x) = -\frac{5}{x^6} \quad , \quad x \neq 0$

e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad , \quad x > 0$ f) $f'(x) = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}} \quad , \quad x > 0$

g) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} \quad , \quad x > 0$ h) $f'(x) = -\frac{3}{3\sqrt[3]{x^4}} \quad , \quad x > 0$

71. a) $f'(x) = x^4$ b) $f'(x) = 8x^3$

c) $f'(x) = -\frac{8}{x^3} \quad , \quad x \neq 0$ d) $f'(x) = -\frac{9}{x^4} \quad , \quad x \neq 0$

e) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} \quad , \quad x > 0$ f) $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x^3}} \quad , \quad x > 0$

72(7): د $f$ تابع ګراف د $f(x) = g(x) + c$ سره د $g$ له ګراف څخه د $y$ په لور د غبرګ راکښنې له لارې منځ ته راځيز
د $f$ ګراف د $x = x_0$ په ځاي کې د هر $c$ ارزښت لپاره همغه جګوالی لري لکه د $g$ ګرااف . له دې امله $f'(x) = g'(x)$. لرو.

73(8): د $f$ تابع ګراف د $f(x) = a \cdot g(x)$ د $g$ د ګراف د $x$ په محور عمود غزونې څخه منځ ته راځي. د $f$ ګراف له دې امله د $x = x_0$ په ځاي کې $a$ ځله جګوالی لري لکه د $g$ ګراف. او په همدې ډول $a$ ځله یا واره مشتق. له دې امله $f'(x) = a.g'(x)$ دی.

74. a) $f'(x) = 16x^3 - 9x^2 + 2x - 1$ b) $f'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad , \quad x > 0$

c) $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{x^4} \quad , \quad x \neq 0$ d) $f'(x) = 6x + 0.4$

75. a) $f'(x) = 5x^4 - -8x^3 + 3x^2$ b) $f'(x) = 6x^2 - 4x + 1$

c) $f'(x) = 10x^4 + 4x^3 - 27x^2 - 10x - 5$ d) $f'(x) = 36x^2 + 10x + 10$

76. a) $f'(x) = \frac{-x^4 + 12x^2 - 2x}{(4 - x^2)^2} \quad , \quad |x| \neq 2$

b) $f'(x) = \frac{2(x^2 + 2x - 1)}{(x+1)^2} \quad , \quad x \neq -1$

c) $f'(x) = \frac{2x^4 + 7x^2 + 16x + 3}{(2x^2 + 3)^2} \quad , \quad x \in IR$

d) $f'(x) = \frac{-x^4 - 2x^2 + 4x - 1}{(x^3 - 2x^2 + x)^2} \quad , \quad x \neq 0 \, und \, x \neq 1$

77(12): د u(x) =1 او v(x) = g(x) سره د ويش قاعدې کې ځاي په ځاي کولو له لارې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$77.\quad f'(x)=\frac{0\cdot g(x)-1\cdot g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}=\frac{-g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$$

78. $a)\ f'(x)=32x^3(4x^4-3)$

$b)\ f'(x)=2(6x+4)(3x^2+4x-5)=4(3x+2)(3x^2+4x-5)$

$c)\ f'(x)=6(2x-7)^2$ $\qquad d)\ f'(x)=-36x^2(5-3x^3)^3$

79. $a)\ f'(x)=\dfrac{12x+3}{(2x^2+x)^4}\ ,\quad D=IR\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right\}$

$b)\ f'(x)=-\dfrac{4}{(x-5)^5}\ ,\quad x\neq 5$

$c)\ f'(x)=\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ ,\quad x>0$ $\qquad d)\ f'(x)=-\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}\ ,\quad x<1$

80. $a)\ f'''(x)=6$ $\qquad b)\ f'''(x)=48x+18$

$c)\ f'''(x)=10x^4+4x^3-27x^2-10x-5$ $\qquad d)\ f'''(x)=\dfrac{18}{(2-x)^4}\ ,\quad x\neq 2$

81(    ): د هر مشتق نيونې سره د په توان عدد يا اكسپوننت په 1 كمېږي. د ـــم مشتق پسې خورا جگ اكسپوننت كيږي. د لاندې بنې يو ترم منځ ته راځي: $f_{(x)}^{(n)}=k\cdot x^0=k\cdot 1=k$ او له دې سره ثابته $k$.

81. $a)\ f'(x)=3\cos 3x$

$b)\ f'(x)=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x$

84) $c)\ f'(x)=2\sin\cos x=\sin 2x$ $\qquad d)\ f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}+4\cos 2x$

$e)\ f'(x)=2x\cos x$ $\qquad f)\ f'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}\cos\dfrac{x-1}{x+1}\ ,\quad x\neq -1$

81. $a)\ f'(x)=n\cdot\cos x\cdot\sin^{n-1} x$

( : د $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$ سره د وېشقاعده استعمال ته ځان رامنح ته كوي:

$$\Rightarrow\ f'(x)=\frac{\cos x\cos x+\sin x\sin x}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$85.\quad f'(x)=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$$

86 (   ) لومړی امكانات $f(x)=\cot x=\dfrac{1}{\tan x}$

د ځنځيرې قانون له مخې: $f'(x)=-\dfrac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan^2 x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنه بدلون: $f'(x) = -\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$

دویم امکانات: $f(x) = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

د وېش قانون له مخې: $f'(x) = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}$

بنه بدلون: $f'(x) = \frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$

87(     ): د ساین همداسې د کوساین توابعو مشتق بیرته یوه له همدې توابعو ده، پس بیا مشتقوږ دي.

88. $a)\ f'(x) = -6 \cdot e^{-2x+1}$ $\quad b)\ f'(x) = 2(x+1)e^{x^2+2x-1}$

$c)\ f'(x) = x \cdot e^x$ $\quad d)\ f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x}} = \frac{1}{2}\sqrt{e^x}$

$e)\ f'(x) = x^{n-1}e^x(n+x)$ $\quad f)\ f'(x) = k \cdot e^{kx}$

$g)\ f'(x) = -\frac{1}{2x^2} \cdot 2^{\frac{2}{2x}} \cdot \ln 2\ ,\ x \neq 0$ $\quad h)\ f'(x) = -3\ln 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{3x}$

$i)\ f'(x) = 1 \cdot a^{\sqrt{x}} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot a^{\sqrt{x}} \cdot \ln a = a^{\sqrt{x}}(1 + \frac{x}{2\sqrt{x}} \cdot \ln a)\ ,\quad x > 0$

$j)\ f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x + 1}}$

$k)\ f'(x) = \frac{e^x(1-e^x) + e^x \cdot e^x}{(1-e^x)^2} = \frac{e^x - e^{2x} + e^{2x}}{(1-e^x)^2} = \frac{e^x}{(1-e^x)^2}\ ,\quad x \neq 0$

$l)\ f'(x) = \frac{e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} - e^{2x} + 2e^0 - e^{-2x}}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$

89(     ) : $a)\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{2 \cdot \left(\sqrt{x}\right)^2}$

دا چې $\ln \sqrt{x}$ فقط د $x > 0$ (1) لپاره تعریف دی، نو د $x = \left(\sqrt{x}\right)^2$ سره اختیاط په کار دی.

پنه بدلون به راکړي: $f'(x) = \frac{1}{2x} \Rightarrow f(x) = \ln \sqrt{x} = \frac{1}{2}\ln x$ e

د $\frac{1}{2x}$ ترم د ټولو $x \neq 0$ لپاره تعریف دی مګر د مشتق تابعه دومره لوي تعریف سټ نه شي لرودی لکه $f$ یې چې لري، نو د (1) له مخې مشتق تابع هم د $x \succ 0$ لپاره تعریف ده.

$b)\ f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}\ ,\ |x| > 2$

c) د (1) تابع f د $x \succ 0$ لپابه تعریف ده. دلته هم د زنځیري قانون ځخه بنه بدلون مساعد دی.

$f'(x) = -\frac{3}{x} \Rightarrow f(x) = \ln 2 - 3\ln x$ (د لته د $x \neq 0$ له امله ممکن دی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f'$ تعریف سټ باید د $f$ تعریف سټ برخه سټ وي. له دې امله د (1) له مخې مشتقوړ دی د $x \succ 0$ لپاره او نه د $x \neq 0$ لپاره

$$d)\quad f(x)=\ln(x+1)-\ln x \;\Rightarrow\; f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}=-\frac{1}{x(x+1)}\;,\quad x<-1 \vee x>0$$

$$e)\quad f(x)=2x\cdot{}_2\log x \;\Rightarrow\; f'(x)=2\cdot 1\cdot{}_2\log x+2x\cdot\frac{1}{x\cdot\ln 2}$$

$$f'(x)=2\frac{\ln x}{\ln 2}+2\frac{1}{\ln 2}=\frac{2}{\ln 2}(\ln x+1)\;,\quad x>0$$

$$f)\quad f'(x)=4x^3\cdot\lg x+(x^4-1)\cdot\frac{1}{x\cdot\ln 10}=\frac{4x^3\ln x}{\ln 10}+\frac{x^3}{\ln 10}-\frac{1}{x\ln 10}$$

$$f'(x)=\frac{1}{\ln 10}(4x^3\ln x+x^3-\frac{1}{x})\;,\quad x>0$$

$$g)\quad f'(x)=\frac{\frac{1}{x}(x+2)-\ln x\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{(x+2)-x\ln x}{x(x+2)^2}\;,\quad x>0$$

$$h)\quad f'(x)=\frac{4x^3\ln x-x^4\cdot\frac{1}{x}}{\ln x\cdot\ln x}=\frac{4x^3\ln x-x^3}{(\ln x)^2}=\frac{x^3\cdot(4\ln x-1)}{(\ln x)^2}\;,\quad x>0$$

90 (   ) : ماکسیمال تعریف سټ( - ډېری)

الف: ماکسیمال تعریف سټ: $x_2=4$ $x \succ 0$ $x+3\geq 0 \Rightarrow D=\{x\,|x\geq -3\}$

لومړی مشتق: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}$

دا چې مخرج باید صفر نه وي، نو $f$ د $x \succ -3$ لپاره مشتقوړ دی.

$$b)\quad (x-2)(x-4)\geq 0 \;\Rightarrow\; D=\{x\,|\,x\geq 4 \vee x\leq 2\}$$

$$f'(x)=\frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+8}}$$



$$b)\quad (x-2)(x-4)\geq 0 \;\Rightarrow\; D=\{x\,|\,x\geq 4 \vee x\leq 2\}$$

$$f'(x)=\frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+8}}$$



د $f$ تابع د $x_1=2$ او لپاره مشتقوړ ده.

$$c)\quad D=IR_0^+\;,\quad f(x)=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}\;;\quad f'(x)=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{x}}{2}$$

د f تابع د $x\in R^+$ لپاره مشتقوړ ده.

d) د $x^2+2\geq 2$ له امله D=R دی.

$f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ ، له دې امله f په ټول تعریف سټ باندې مشتقوړ دی.

91 (   ) : f(x) = ln x فقط د $x \succ 0$ لپاره تعریف دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f(x)=\dfrac{1}{x}$ تابع د ټولو $x\neq 0$ لپاره تعریف ده. $f'(x)=\dfrac{1}{x}$ تابع د لوګاریتمي تابع مشتق په څېر نه شي کېدی د f د تعریفسېټ څخه لوی تعریف سټ ولري. پس $f'$ فقط د $x\succ 0$ لپاره تعریف ده.

92) $a)\ D=\{x\,|\,|x|>1\}\ ,\ \ f'(x)=\dfrac{4x^3x^4-1}{}$

تابع $g(x)=\dfrac{4x^3}{x^4-1}$ به د ټولو $|x|\neq 1$ لپاره تعریف تعریف واي.

د f لپاره د مشتق تابع $f'$ فقط د $|x|\succ 1$ لپاره تعریف وي. دا له دې سره په ټول تعریف سټ کې شته دی.

$b)\ D=\{x\,|\,x>-2\}\ ,\ \ f'(x)=\dfrac{2}{2x+4}=\dfrac{1}{x+2}$

د مشتق تابع په ټول تعریف سټ کې شتون لري یا شته دی.

93. $a)\ f'(x)=4x^9-x^4$ $\qquad b)\ f'(x)=12x^3-12x^2+22x-7$

$c)\ f'(x)=40x^7-18x^5-\dfrac{30}{x^4+\dfrac{56}{x^8}}$ $\qquad d)\ f'(x)=6x^2+34x-61$

$e)\ f'(x)=3\sin x-2x\cos x$ $\qquad f)\ f'(x)=3\cos x\cdot\sin^2 x$

$g)\ f'(x)=e^x-e^{-x}$ $\qquad h)\ f'(x)=x^2e^x$

$i)\ f'(x)=\dfrac{5e^x}{(2e^x-1)^2}$ $\qquad k)\ f'(x)=\dfrac{2e^x(x^3+x^2-3x+3}{x^2}$

$l)\ f'(x)=\dfrac{2(1-\ln x^2)}{x^3}$ $\qquad m)\ f'(x)=\dfrac{\ln x-x+1}{(1-x)^2}$

$n)\ f'(x)=\dfrac{x\cos x\ln x-\sin x}{x\cdot(\ln x)^2}$ $\qquad o)\ f'(x)=\dfrac{3x}{\ln 10}(2\ln x+1)$

$p)\ f'(x)=\dfrac{1}{\tan x}$ $\qquad q)\ f'(x)=\dfrac{8x+1}{2\sqrt{4x^2+x+1}}$

$r)\ f'(x)=\sin 2x\cdot e^{\sin^2 x}$ $\qquad s)\ f'(x)=e^{-2x}(-2x^2+2x-6)$

94. $a)\ f'(x)=n\cdot\cos x\cdot\sin^{n-1}x$ $\qquad b)\ f'(x)=\dfrac{n\cdot(\ln x)^{n-1}}{x}$

$c)\ f'(x)=\dfrac{a}{n\cdot\sqrt[n]{(ax+b)^{n-1}}}$ $\qquad d)\ f'(x)=-\dfrac{n}{x^2}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{n-1}$

95. $a)\ f'(x)=2xe^{x^2}\ ,\ \ f''(x)=2e^{x^2}(1+2x^2)\ ,\ \ f'''(x)=4xe^{x^2}(3+2x^2)$

$b)\ f'(x)=2\cos^2 xx-1\ ,\ \ f''(x)=-4\sin x\cdot\cos x\ ,\ \ f'''(x)=-8\cos^2 x+4$

$c)\ f'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}\ ,\ \ f''(x)=\dfrac{2}{x^2}\ ,\ \ f'''(x)=-\dfrac{6}{x^4}$

$d)\ f'(x)=(x^2+2x)e^x\ ,\ \ f''(x)=(x^2+4x+2)e^x\ ,\ \ f'''(x)=(x^2+6x+6)e^x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

96 (   ) د طبیعي $f(x)=e^x$ اکسپوننشل تابع د $f'(x)=e^x$ له امله ټول مشفقونه د وتنونمشتق یا پیلمشتق برابر دي.

97 (   ) :

97 (   ) : الف) د $f(x)=e^{2x}$ تابع $f'(x)=2e^{2x}=2.f(x)$ مشتق لري.

ب) د $f(x)=e^{-x}$ تابع $f'(x)=-e^{-x}=-f(x)$ مشتق لري

98 (   ) : د $f(x)=\sin x$ تابع څلورم مشتق $f^{(4)}(x)=\sin x$ لري.

همداسې د $f(x)=\cos x$ لپاره باور لري د $f^{(4)}(x)=cosx$ سره.

99. $a)\ f'(x)=ae^{ax}\ ,\ \ f''(x)=a^2e^{ax}\ ,\ \ f'''(x)=a^3e^{ax}\ ,\ \dots\ f^{(n)}_{(x)}=a^ne^{ax}$

$b)\ f'(x)=\dfrac{1}{x+1}\ ,\ \ f''(x)=-1\cdot 1\cdot\dfrac{1}{(x+1)^2}\ ,\ \ f'''(x)=1\cdot 2\cdot\dfrac{1}{(x+1)^3}$

$f^{(n)}=(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!\cdot(x+1)^{-n}$

100. $a)\ N_1(-30),\ N_2(-0.5/0),\ N_3(2/0)$ $\quad b)\ N_1(0/0),\ N_2(2/0),\ N_3(4/0)$

$b)\ N_1(0/0),\ N_2(2/0),\ N_3(4/0)$ $\quad d)\ N_1(-\frac{1}{2}/0),\ N_2(\frac{1}{2}/0),\ N_3(\frac{1}{3}/0)$

$d)\ N_1(-2/0),\ N_2(-1/0),\ N_3(1/0),\ N_4(3/0)$

$e)\ N_1(-5/0), N_2(2/0)$

101(   ): ړدو( یاپیل) $f(x)=a(x=2)\cdot x\cdot(x-4)$ د $f(2)=-8, a=\dfrac{1}{2}$ سره

لاس ته راوړنه: $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3-x^2-4x$

102(   ) ړدو( پیل $f(x)=a\cdot(x-3)^2(x-0.5)^2$ د $a=4$ , $f(0)=9$ سره

پایله: $f(x)4x^4-28x^3+61x^2-42x+9$

103(   ) : پیل $f(x)=a(x+1)^2\cdot x\cdot(x-2)$ د $a=\dfrac{10}{9}$ ; $f(\dfrac{1}{2})=-\dfrac{15}{8}$ سره

پایله: $f(x)=\dfrac{10}{9}x^4-\dfrac{10}{3}x^2-\dfrac{20}{9}x=\dfrac{10}{9}(x^4-3x^2-2x)$

104(   ) : الف ) $D=R\setminus\{-4\}$ ړدو( پیل): $x^2+2x-15=0$

پایله: $N_1(0,5|0), N_2(3|0)$

$b)\ D=IR\setminus\{0\}\ ;\ \ N_1(-2/0)\ ,\ \ n_2(2/0)$

$c)\ D=IR\setminus\{0,5\}\ ;\ \ N_1(-1/0)\ ,\ \ n_2(3/0)$

$d)\ D=IR\setminus\{-5\}\ ;\ \ N_1(0/0)\ ,\ \ n_2(1/0)$

105 (   ) : $a=2\ ,\ b=-0.25$ او $d=0$ په تابع کې سملاسي ړدو، نو لاس ته راځي:

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2-0.25-0.5}{x}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

106 ( ) : د $x=\sqrt[3]{\frac{2^3}{a^3}}=\frac{2}{a}$ $\Rightarrow$ $x^3=\frac{8}{a^3}$ $\Rightarrow$ $a^3x^3-8=0$ اینسوونه صفرځای راکوي:

$N(\frac{2}{a},0)$

$\frac{2}{a}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=4$

107 ( ): د $x=1$ په پوره کوچني چاپېریال کې صفر تل مثبت دی. صورت د $x>1$ لپاره مثبت دی او د $x<0$ لپاره منفي. د سره مختخښه بدلیږي او له دې سره سم بدلو ن د 4 ځلورمی( ربع ) څخه و 1 ځلورمې(ربع)سره صورت نیسي.

108( ): الف) د $e^{-x}>0$ له امله دی د $x^2-1=0 \Rightarrow N_1(-1,0), N_2(1,0)$ لپاره.

ب ) $\sqrt{6-x}$ او له دې سره سم $f$ د $x\leq 6$ لپاره تعریف دي. $f(x)=0$ دی د $x=0 \Rightarrow N_1(0,0)$ او لپاره. $6-x=0 \Rightarrow N_2(6,0)$

پ) $\ln(x+2)$ او $f$ د $x>-2$ لپاره تعریف دي.
$f(x)=0$ دی د $x=0 \Rightarrow N_1(0,0)$ او $\ln(x+2)=0 \Rightarrow x+2=1 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow N_2(-1/0)$
لپاره

ت ) $\ln x$ او له دې سره $f$ د $x>0$ لپاره تعریع دی. $f(x)=0$ دی د $x^2-2 \overset{(1)}{=} 0 \Rightarrow N_1(\sqrt{2},0)$ لپاره او د ln x لپاره لرو: $N_2(1,0)$

یادونه: د دمساوات دویم حل مو (1) صفرځای ته بیاییو ځکه چې $x=-\sqrt{2}$ تعریف ستې پورې اړه نه لري.

ټ) $f(x)=0$ دی، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1 \Rightarrow 1+x=1-x \Rightarrow x=0 \Rightarrow N(0/0)$

ث) $f(x)=0$ دی ، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1 \Rightarrow 1+x=1-x \Rightarrow x=0 \Rightarrow N(0/0)$

ج) $f(x)=0$ ځکه چې $3x=0 \Rightarrow N(0,0)$

109( )د $3x=k\pi$ سره صفرځایونه په $x=k\frac{\pi}{3}, k\in Z$ کې پراته دي.
په ورکړ شوي انتروال کې په دې ځایونو کې:

$$-2\pi-5\frac{\pi}{3},-4\frac{\pi}{3},-\pi,-2\frac{\pi}{3},-\frac{\pi}{3},0,\frac{\pi}{3},\pi,2\frac{\pi}{3},\pi,4\frac{\pi}{3},5\frac{\pi}{3},2\pi$$

ب ) صفرځایونه په $i\,x=(k-\frac{1}{4})\cdot\pi=(4k-1)\frac{\pi}{4},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځایونه: $i-\frac{5}{4}\pi,\frac{3}{4}\pi,\frac{7}{4}\pi$

پ) صفرځایونه په $x=(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځایونه: $i-\frac{3}{2}\pi,-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ) صفرځایونه په $x = k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = (3k+1)\cdot\frac{\pi}{6},\ k \in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځایونه: $-\frac{11}{6}\pi, -\frac{4}{3}\pi, -\frac{5}{6}\pi, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{5}{3}\pi$

110( ): الف) د $x = 1$ لپاره $\ln x = 0$ دی. د $x^2 \geq 0$ له امله $x^2 + 3 \geq 3$ دی او له دې سره د $\ln x = 1$ لپاره اړیین ارزښت 1 نه شي نیولی.

ب ) $x^2 + 1 \geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځاي کې صفر نه دی. دلته مخرج بې معنا دی.

پ) د $e^x > 0$ ټولو $x \in R$ لپاره دی. دلته هم مخرج بې معنا دی.

ت)د $\sin^2 x \geq 0$ له امله $1 + \sin^2 x \geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځای کې صفر نه دی.

111( ) : یوه تابع یو تنظیم $x \to f(x)$ دی، د کوم سره چې د یوه $x$ سره یواځنی یو $f(x)$ ترتیب یا تنظیم شوی وي. له دې امله کېدی شي $x = 0$ سره ټیک یو $f(x)$ تابع ارزښت تنظیم شوی وي. او له دې سره ټیک یو غوځټکی د $y$ محور سره ولري. او په ځتې کېدی شي د تعریف ستې یو ارزښت د ارزښت ستې په ډېرو توکو تنظیم شوی وي. د $f(x) = 0$ تابع ارزښت کېدی شي ډېرواره رامنځ ته شي، چې د ډېرو صفرځایونو په معنا دی.

112 ( ) : که یوه تابع د خپل تعریف ستې باندې برعکس کېدونکی وي، باید سربېره پردې نظم $x \to f(x)$ یواځنی وي( یعنې معکوس کېدونکی هم وي)، دا په دې معنا چې $f(x) = 0$ تابع ارزښت ټیک یو وار نیول کېدی شي ، چې بېلا بېل صفرځایونه ناممکنوي.

113. $a)\ S_y(0/-1)$ $\quad b)\ S_y(0/0)$

$c)\ S_y(0/0)$ $\quad b)\ S_y(0/\frac{4}{3})$

$e)\ S_y(0/-\frac{2}{e})$ $\quad b)\ S_y(0/e^2)$

114( ) : وي دی: $f(0) = a_n \cdot 0 = a_{n-1}\cdot 0 + \ ...\ a_1 \cdot 0 + a_0 = a_0$

یو تام راشنل تابع د y محور تل د هغه په مطلق ارزښت کې غوځوي $P(0, a_0)$: $y = a_0$.

115). $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 1\ ,\quad f(1) = -1\ ,\ f'(x) = -3\ ;\quad f(2) = -1\ ,\quad f'(2) = 7$

116( ) $f'(x) = 3x^2 - 2x - 2$ صفرځایونه: $x_1 = -1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 2$

جګدنه: $f'(-1) = 3,\ f'(0) = -2,\ f'(2) = 6$

117. $f'(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1\ ;\quad P_1(0/-4),\ P_2(0.5/-3.47(,\ P_3(1/-3)$

118. $f'(x) = x^2 - x - 6 \qquad ;\quad P_1(-2/11),\ P_2(3/-\frac{1}{2})$

119. $a)\ f'(x) = \frac{2x^3 - x^2 - 4}{x^2} \quad ;\quad f(1) = 4,\ f'(1) = -3$

$b)\ f(-3) = 6,\ f'(-3) = -8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

120(     ): لومړی مشتق $f'(x)=\dfrac{2x\cdot x-(x^2-4)\cdot 1}{x^2}=\dfrac{x^2+4}{x^2}$

پیل: $2=\dfrac{x^2+4}{x^2} \Leftrightarrow 2x^2=x^2+4 \Rightarrow x_1=-2,\ x_2=2$

که $x_1 \wedge x_2$ په تابع ارزښت کې کیږدو، نو لاس ته تري راځي: $P_1(-2,0) \wedge P_2(2,0)$

$b)\ P(-1/-3)$

121. $a)\ f(1)=0,\ f'(x)=\ln x+1),\ f'(1)=1 \qquad b)\ f(\sqrt{\pi}=0,\ f'(\sqrt{\pi})=-\sqrt{\pi}$

122. $a)\ f'(x)=(2x-x^2)e^{-x},\ x_1,\ x_2=2 \qquad b)\ x_1=0$

123(   ): لومړی مشتق $f'(x)=(x+a+1)\cdot e^x$

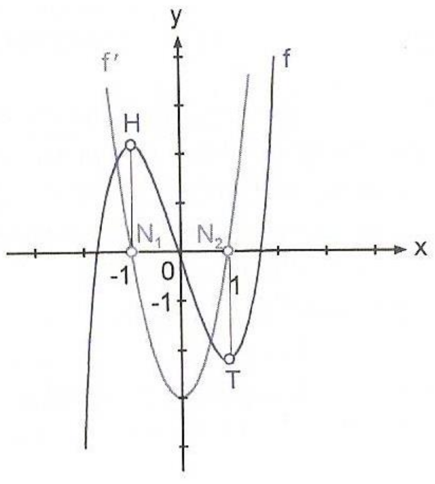
ځاي په ځاي کړئ: $2=e^0\cdot(0+a+1) \Rightarrow 2=a+1 \Rightarrow a=1$

124. $a)\ H(-1/15),\ T(3/-17) \qquad b)\ H(-1/4.5),\ T(2/-9$

$c)\ H(0.5/10.5),\ T(2.5/5.5) \qquad d)\ H(0/5),\ T_1(-\sqrt{2}/1),\ T_2(\sqrt{2}/1)$

$e)\ H(-2/48,\ T(2/-48) \qquad f)\ H(2/3\frac{1}{3}),\ T_1(0/-2),\ t_2(3/2.5)$

125 (   ) الف: د $f$ ګراف یو خورا جګ ټکی $H$ په $-1$ کې لري او خورا ټیټ ټکی $T$ په $1$ کې. د ګراف په دې ځایونو کې د $f'$ ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.




ب) د $f$ ګراف یو جګټکی $H$ په $-2$ کې لري او یو ټیټټکی $T$ په $0$ کې لري. په دې ځایونو کې د $f'$ ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.

126(     ): د $n$ – مې درجې یو ټول هوښیار یا راشنل تابع یو د $(n-1)$ – مې درجې د مشتق تابع لري. د $(n-1)$ – مې درجې تابع زیات له زیاته $n-1$ صفرځایونه لري. له دې امله $n$ – مې درجه ټول راشنل تابع زیا له زیاته $n-1$ انحرافي ځایونه لري.

127(   ): کېد شي حالت $f''(x)=0$ منځ ته راشي. نو بیا د دویم مشتق په مرسته کېدی نه شي د انحراف ټکي په هکله پرېکړه وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که په $x_0$ کې د لومړي مشتق روسته د مخنخښې تغیر له مثبت څخه و منفي ته صورت ونیسي، $f$ د $x_0$ په ځاي کې یو جګټکی لري، سره له دې چې شرایط $f''(x)<0$ پوره نه دي.

128( ): الف) لومړی مشتق $f'(x)=2x^2+8x+8$

دویم مشتق $f''(x)=4x+8$

د انحرافي ارزښت لپاره اړیین شرطونه $f'(x)=0$

$$2x^2+8x+8=0 \Leftrightarrow x^2+4x+4=0 \Rightarrow x=-2$$

د پوره کېدونکي شرایطو لپاره شرطونه: $f''(-2)=0$

د مخنخښې تغیر ازمایښت: $f'(-3)=18-24+8=2, f'(-1)=2-8+8=2$

دا چې د پوره کېدونکي شرایطو څخه کوم یو پوره نه دي، د f ګراف انحراف ځاي نه لري.

ب) لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{4}{3}x^3$

2 مشتق: $f''(x)=4x^2 \quad x_1=0$

د $x=0 \Leftarrow f'(x)=\frac{4}{3}x^3$ سره

د مخنخښې بدلون له امله $f'(-1)=-\frac{4}{3}$ او $f'(1)=\frac{4}{3}$

د $f$ تابع ټیټټکی T(0,1) لري

پ) لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{4}{3}x^3-4x+\frac{8}{3}$

۲ مشتق: $f''(x)=4x^2-4$

د انحرافټکي لپاره اړیین شرایط: $f'(x)=0$

$$\frac{4}{3}x^3-4x+\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Rightarrow x_1=1,\ x_2=-2$$

د پوره کېدونکو شرایط لپاره ازمایښت: $f''(-2)=4.4-4=12$

له دې لاس ته راځي چې T(-2,-8) ټیټکی دی.

$f''(1)=4.1-4=0$ پرېکړه ممکن نه ده.

د $x=1$ ره د لومړي مشتق د مخنخښې ازمایښت.

$$f'(0)=\frac{8}{3},\ f'(3)=\frac{4}{3}\cdot 27-4\cdot 3+\frac{8}{3}=26\frac{1}{3}$$

د $x=1$ لپاره د لومړي مشتق د مخنخښې تغیر مخ ته نه لرو. له دې امله $T(-2,-8)$ واځنی د انحراف ټکی دی.

ت) د $f'(x)=4x^3=0$ له امله کېدی شي انحرافي ځایونه د $x_1=0$ ځاي پراته وي. د $f^1(-1)=-4 \wedge f'(1)=4$ د مخنخښې تغېر د یوه ټیټټکي $T(0,-4)$ لپاره پوره کېدونکي شرایط پوره کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

129. $a)\ T(4/-1),\ H(1.5/9)$ $b)\ T(0/0),\ H(2/-4)$
$c)\ T(0/-2)$ $d)\ T(-1/-0.5),\ H(1/0.5)$

130. $a)\ H(0/1)$ $b)\ H(-3/0),\ T(1/-5.44)$
$c)\ T(0/1)$ $T(0/0)$

131) ( الف ) لومړی مشتق $f'(x) = 2\cos x \sin x = \sin 2x$

دویم مشتق: $f''(x) = 2\cos 2x$

اړین شرایط: $f'(x) = 0$

د $\sin 2x = 0$ د $x = k\cdot\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ لپاره. په ورکړشوي انتروال کې د

$-2\pi,\ -\frac{3}{2}\pi,\ -\pi,\ -\frac{1}{2}\pi,\ 0,\ \pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ 2\pi$ لپاره پوره کېدونکي شرایط:

$$f''(k.\frac{\pi}{2})2\cos(2x.\frac{\pi}{2}) = 2\cos k\pi = \begin{cases} 1\ ,\ k = 2n \\ -1,\ k = 2n+1 \end{cases}$$

د $f$ تابع لاندې جګ ټکي

$$H_1(-\frac{3}{2}\pi/1),\ H_2(-\frac{1}{2}\pi/1),\ H_3(\frac{1}{2}\pi/1),\ H_4(\frac{3}{2}\pi/1)$$

او لاندې ټيټټکي

$T_1(-2\pi/0),\ T_2(-\pi/0),\ T_3(0/0),\ T_4(\pi/0),\ T_5(2\pi/0)$ لري.

ب ) د $2\pi\ ,\ \pi\ ,0\ ,-\pi\ ,-2\pi$ لپاره $f'(x) = 0$ دی. که په دویم مشتق کې په $x_1 = 0$ کې جګټکی لري که په دویم مشتق کې کېښول شي. او ټښټيټکی لري د $2\pi = x_3 \wedge x_2 = -2\pi$ سره.

132) ( الف) د $f$ تعریف ساحه: $f: D = \{x \mid x \le -1 \vee x \ge 0\}$

لومړی مشتق: $f'(x) = \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

دا د $x_1 = -1 \wedge x_2 = 0$ لپاره له $D$ تعریف نه ده.

لرو $f'(x) = 0$ د $2x+1 = 0 \Rightarrow x_1 = -0,5$ لپاره.

دا $x_1$ په تعریف سټ پورې اړه نه لري یا په تعریف سټ کې نه دی پروت، نو له پیله کوم انحرافي ارزښت ګومان ته نه راځي.

د $f(x) \ge 0$ له امله د $x \in D$ لپاره د ژی ټکو مطالعه عمومي ټيټ ټکي $T_1(-1,0) \wedge T_2(0,0)$ منځ ته راوړي.

ب) د $f$ تعریف سټ : $D = R$

لومړی مشتق $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ د ټولو $x \in D$ لپاره تعریف دی.

لرو $f'(x) = 0$ د $x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ لپاره . په $x_1 = 0$ کې د مخنښې بدلو سره د لومړي مشتق یو لوکال ټيټ ټکی $T(0,\sqrt{3})$ راکوي. د $x \in D$ , $f(x) \ge \sqrt{3}$ له امله دا یو ټولیز ټکی دی.

پ) د $f$ تعریف ورشو: $D = R_0^+$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مشتق $f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ وي تعریف نه دی. $x_1 \in D$ لپاره چې $x_1=0$ د

لـرو $f'(x)=0$ د $1-\frac{1}{2\sqrt{x}}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{1}{2} \Rightarrow x_1=\frac{1}{4}$ لپـاره. د ژۍ ټکـي مطالعــه لوکــال جګټکی $H(0,0)$ راکوي.

د $x \to \infty$ لپاره $f(x) \to \infty$ هڅیږي.، نو له دې امله T(0,25 , -0,5) ټولیز ټیټټکي دي.

ت) د $f$ تعریفسټ: $D=R$

لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}$ د $x_1=0$ ، $x_1 \in D$ لپاره تعریف نه دی.

له دې سره لومړی د کومو انحرافي ټکو ګوان نه کیږي. د $x_1=0$ مطالعو څخه لرو $f(0)=3$ .

نور ټول ټکې د $f(x)=3+\sqrt[3]{x^2} \geq 3$ له امله یو لوي تابع ارزښت لري. $T(0,3)$ یو ټولیز ټیټټکی دی.

133 ( ) الف) لرو

$$f(x)=\begin{cases} x+x^2 & x\geq 0 \\ -x+x^2 & x<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 1+2x & x\geq 0 \\ -1+2x & x<0 \end{cases}$$

د $x \geq 0$ لپاره د $f'(x)=0$ له امله د $x_1=0,5$ لپاره کوم انحرافي ارزښت شتون نه لري. په همدې کمی د $x \leq 0$ لپاره هم.

د ژۍ ټکي مطالعه. $f(0)=\begin{cases} 0+0^2=0 \\ -0+0^2=0 \end{cases}$

دا نور ټول د $f$ تابع ارزښتونه له $T(0,0)$ څخه لوی دي،نو دا ټولیز مینیموم دی.

ب) لیکندود پرته د مطلقه ارزښت یا له مطلقه ارزښت ازاد لیکودود:

$$f(x)=\begin{cases} -x^2-2x+8 & -4<x<2 \\ x^2+2x-8 & x<-4 \vee x>2 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} -2x-2=0 \Rightarrow x_1=-1 \\ 2x+2=0 \end{cases}$$

په انټروال کې حل نه شته

تـابع یـو د $H(-1,9)$ لوکـال ټیټټکـی لـري ، همداسې $T_1(-4,0) \wedge T_2(2,0)$ ژۍ ټکـي د ټـولیز ټیټټکو په څېر.

$134.\ a)\ W_1(-2/-8\frac{2}{3}),\ W_2(2//-4\frac{2}{3})$

$b)\ W(2/-1)$

پ ) د ی $f''(x)=x^2=0$ د $x_1=0$ لپـــــاره. دا چـــــې $f''(0)=2.0=0$ هـــــم دي او $f''(x)=x^2$ د $x_1=0$ په چاپیریال کې د مخنخښې بدلون نـه لـري، نـو $f$ کـوم د انعطـاف ټکی نه لري.

ت ) $W(2,-1)$

135( ) الف: دا یواځنی $W(0,-1)$ د انعطاف ټکی حتی زینټکی دی.

ب) اړین شرایط $f''(x)=0$ د $x_1=1 \wedge x_2=\frac{1}{3}$ لپاره بوره دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f'''(1)\neq 0 \ \wedge \ f'(1)=0$ له امله $W_1(1,\frac{43}{81})$ زینټکی دی.

$W_2(\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ د انعطاف ټکی دی ، مګر زینټکی نه دی.

136( ) د اړین شرایطو لپاره باید دویم مشتق صفر وي. د دویم مشتق درجه د ټول هوښیار(راشنل) $n-$م درجې تابع لپاره $n-2$ دی. د $(n-2)-$م درجې مساوات زیات په اړین شرایذو کې له زیاته $n-2$ حلونه شتون لري. له دې امله یو د $n-$مې درجې ټول راشنل تابع زیات له زیاته $n-2$ د انعطاف ټکي( اوړونټکي) لري.

137( ) یو د انحراف ټکی په همدې وخت کې د انعطاف ټکی نه شي کېدی.

د انعطاف ټکي لپاره اړین شرایط $f''(x)=0$ دي. د انحرافټکو لپاره پوره کېدونکي شرایط شرطونه $f''(x)\neq 0$ دي، نو دا یو تضاد دی.

138. $a)\ W(3/\frac{4}{9})$ $\qquad b)\ W_1(-3/-\frac{1}{4}),\ W_2(0/0),\ W_3(3/\frac{1}{4})$

$c)\ W(0/0)$ $\qquad d)\ W(2/0)$

139. $f'(x)=\frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2},\ f''(x)=\frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$

$x1=0 \ \Rightarrow \ f''(x)=0$ د ممکنه انعطاف ټکي په حیث.

د $f''(-0.5)=\frac{-0.25-3}{(-0.75)^3}=+\frac{3.25}{0.75^3}>0$

او $f''(0.5)=\frac{0.25+3}{(-0.75)^3}=-\frac{3.25}{0.75^3}<0$

له امله $W(0,0)$ د انعطاف ټکی دی او د $f'(0)=\frac{0+0}{1}=0$ له امله حتی زینټکی.

140( ) الف : د انعطاف ټکي په $-\frac{\sqrt{6}}{2},0,\frac{\sqrt{6}}{2}$ کې پراته دي.

په تابع مساوات کې اېښوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:

$W_1(-1,22\ ,\ -0,27),W_2(0,0),W_3(-1,22\ ,\ -0,27)$

ب ) د انعطاف ټکي په 1 او 1- کې پراته دي. په تابع مساوات کې یې اېښوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:

$W_1(-1\ ,\ -0,69),W_2(1,-0,69)$

141. $a)\ f'(x)=1+\cos x,\ f''(x)=-\sin x$

د $\sin x=0$ سره $f$ په $0,\pi,2\pi$ کې د انعطاف ټکي لري.

ب) د انعطاف ټکي په $0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$ کې پراته دي.

142. $a)\ \frac{x^2+x-6}{x-2}=\frac{(x+3)(x-2)}{x-2}=x+3$

په $x=2$ کې د $f(2)=5$ سره یوه له منځهت لونکي تعریفتشیا پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) دا چې تجزیه شوني نه ده، نو $f$ په $x=-2$ کې یو قطبتکی لري د مخنخښي بدلون سره.

$$c)\ \frac{x}{x^2-3}=\frac{x}{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}$$

تابع په $x_1=-\sqrt{3}$ او $x_2=\sqrt{3}$ کې قطبتکي لري د مخنخښي تغیر سره.

$$d)\ \frac{x^2-1}{1+x}=\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=x-1$$

په $x=-1$ کې $f$ د $f(-1)=-2$ سره یوه ناپرېکېدونکي له منځه تلونکي یا وړنکي تعریفتشیا لري.

متآسفانه چې ټولي پوښتني په کې نه دي ځواب شوي.
دا په ډېر ومنئ. نور مې له وسه پوره نه دئ، چې پسې وګرځم.

## د انتیګرال پوښتنو ته ځوابونه

د لومړئ پوښتنې اوبی یا حل:

$$1.\quad a)\ \frac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x+1$$

$$b)\ \frac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\frac{1}{x^2-2}$$

$$c)\ \frac{x^3-2x^3+x-5}{x^3+1}=1-\frac{2x^2-x+6}{x^3+1}$$

$$d)\ \frac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$$

$$e)\ \frac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\frac{1}{x-2}$$

$$f)\ \frac{x^5-x^4+1}{x^2+2}=x^3-x^2-2x+2+\frac{4x-3}{x^2+2}$$

دویم - الف: د کسر په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه یا تجزیه

$$(x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+1)(x+3)$$

دا راکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د
$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x+3}$$
$$A=4\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-3$$

دا مو ټوټه کسر ټوټه کوني ته بيايي.
$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{4}{x-2}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+3}$$

ب - د مخرج په کرښيز ضريبونو ټوټه کونه يا تجزيه
$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

پ - د مخرجرښيز ضريبونو ټوټه کونه يا تجزيه
$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4$$

په ټوټه کسر ټوټه کونه:
$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x+4}$$

$$1.\quad a)\ \frac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x-1$$
$$b)\ \frac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\frac{1}{x^2-2}$$
$$c)\ \frac{x^3-2x^2+x-5}{x^3+1}=1-\frac{2x^2-x+6}{x^3+1}$$
$$d)\ \frac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$$
$$e)\ \frac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\frac{1}{x-2}$$
$$f)\ \frac{x^5-x^4+1}{x^2-2}=x^3-x^2-2x+2+\frac{4x-3}{x^2+2}$$

دويم: الف) د ماتلاندي يا مخرج په کرښيزه ضريبونو ټوټه کونه(تجزيه)
$$2.\quad a)\ (x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+3)$$

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x+3}$$
د A=4; B= 1 او c = -3 سره
دا مو ټوټه مات (کسر) ټوټه وني ته لاربنودوي
2x² + 20 +12 4 1 3

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A=4\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-3$

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{4}{x-2}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+3}$$

ب ) د ماتلاندي یا مخرج  په کرښیزه ضریبونو توټه کونه یا تجزیه

$$x^3-x=(x-1)\cdot x\cdot(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x^2+1}{x^3-x}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$$

پ)د مخرج یا ماتلاندي په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x+4}$$

ت) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$x^3-2x^2-5x+6=(x-3)(x-1)(x+2)$$

$$d)\ \ x^3-2x^2-5x+6=(x-3)(x-1)(x+2)$$

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6}=\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$$

$$e)\ \ x^3-4x=(x-2)\cdot x\cdot(x+2)$$

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x}=\frac{1}{x-2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{x+2}$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6}=\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$$

ټ ) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$x^3-4x=(x-2)\cdot x\cdot(x+2)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x}=\frac{1}{x-2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{x+2}$$

ث) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$f)\ \ x^2+20x+51=(x+3)(x+17)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{14}{x^2+20x+51}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x-17}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو تو ټه کونه

$$3.\quad a)\ x^3+2x^2-4x-8=(x-2)\cdot(x+2)^2$$

$$\frac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8}=\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}$$

$$b)\ x^3-6x^2+9x=(x-3)^2\cdot x$$

$$\frac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}=-\frac{1}{x-3}+\frac{3}{(x-3)^2}+\frac{4}{x}$$

پ: د ماتلاندې یا مخرج پهه کرښیز ځلونو یا ضریبونو توټه کونه

$$c)\ x^4-2x^2+1=(x-2)^2\cdot(x+1)^2$$

په توټه مات توټه کونه:

$$\frac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1}=-\frac{3}{4(x-1)}+\frac{2}{(x-1)^2}+\frac{3}{4(x+1)}+\frac{1}{2(x+1)^2}$$

ت)د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$d)\ x^3-5x^2=(x-5)\cdot x^2$$

$$-\frac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}=-\frac{4}{x-5}+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}$$

پارشلکسر توټه کونه

ځلورم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$4.\quad a)\ x^3+2x^2+6x+5=(x^2+x+5)(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{-x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5}=\frac{2x+3}{x^2+x+5}-\frac{3}{x+1}$$

ب) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$b)\ x^3-2x+4=(x^2-2x+2)(x+2)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}=\frac{x+1}{x^2-2x+2}+\frac{3}{x+2}$$

د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$c)\ x^3-4x^2+5x=(x^2-4x+5)\cdot x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{8x^2+16x+10}{x^3-4x^2+5x}=\frac{6x-8}{x^2-4x+5}+\frac{2}{x}$$

ت) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$d)\ \ x^3+2x^2+2x+1=(x^2+x+1)(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x}{x^3+2x^2+2x+1}=\frac{x+1}{x^2+x+1}-\frac{1}{x+1}$$

پنځم: الف) پولینوم وېش

$$5.\ \ a)\ \frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{2x+11}{x^2+6x+8}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{3}{2(x+2)}+\frac{3}{2(x+4)}$$

ب ) پولینوم وېش

$$b)\ \frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1+\frac{x+1}{x^2-4x+3}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1-\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-3}$$

پ ) پولینوم وېش

$$c)\ \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

ت ) پولینوم وېش

$$d)\ \frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{11x+25}{x^3+4x^2+x-6}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}+\frac{2}{x+3}$$

شپږم: الف) د بنووني لپاره مشتق F'(x) جوړيږي.

د جمعي قانون او د توان قانون:

$$a)\ \ F'(x)=2\cdot 2x+4=4x+4$$

ب) ځنزيري قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$F(x) = u^3 \qquad u(x) = x^2 - x \ , \ u'(x) = 2x - 1$$
$$F'(x) = 3 \cdot (2x-1) \cdot (x^2 - x)^2$$

خنزيري قانون

6. a) $F'(x) = 2 \cdot 2x + 4 = 4x + 4$

b) $F(x) = u^3 \qquad u(x) = x^2 - x \ , \ u'(x) = 2x - 1$

$F'(x) = 3 \cdot (2x-1) \cdot (x^2 - x)^2$

c) $F(x) = \sqrt{u} \qquad u(x) = 2x + 1 \ , \ u'(x) = 2$

$F'(x) = 2 \dfrac{1}{2\sqrt{2x+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$

d) $F'(x) = 0 + 3 \cdot \cos 3x = 3 \cdot \cos 3x$

e) $F'(x) = x^2 \cdot \ln x + \dfrac{1}{3} x^3 \cdot \dfrac{1}{x} - \dfrac{4}{9} \cdot 3x^2 = x^2 \cdot \ln x + \dfrac{1}{3} x^2 - \dfrac{4}{3} x^2$

$F'(x) = x^2 \cdot \ln x - x^2 = x^2 \cdot (\ln x - 1)$

7. a) $F'(x) = 3x^2 + 1 \ , \quad G'(x) = 3x^2 + 1$

$F'(x) = G'(x)$

b) $F'(x) = 2(x-3) = 2x - 6 \ , \quad G'(x) = 2x - 6$

$F'(x) = G'(x)$

c) $F'(x) = \dfrac{1 \cdot (x+2) - (x+1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{1}{(x+2)^2} \ ,$

$G'(x) = \dfrac{3 \cdot (x+2) - 3x + 5) \cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{1}{(x+2)^2}$

$F'(x) = G'(x)$

d) $F'(x) = 0 + \cos x = \cos x \ , \quad G'(x) = \cos x$

$F'(x) = G'(x)$

8. a) $F(x) = x^2 + c$

$2 = 1^2 + c \quad \Rightarrow \quad c = 1$

b) $F(x) = x^2 + 1$

$-2 = \sin \pi + c \ \Leftrightarrow \ -2 = 0 + c \quad \Rightarrow \quad c = -2$

c) $F(x) = e^x + c$

$3 = e^0 + c \ \Leftrightarrow \ 3 = 1 + c \quad \Rightarrow \quad c = 2$

d) $F(x) = 2x^3 + c$

$0 = 2 \cdot (-1)^3 + c \ \Leftrightarrow \ 0 = -2 + c \quad \Rightarrow \quad c = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9. $a)\ F'(x) = f(x)$

$f(x) = F'(x) = 4x + 1$

$b)\ f(x) = F'(x) = 3x^2 - 3$

$c)\ f(x) = F'(x) = 1 + 2\cdot\cos x$

$d)\ f(x) = F'(x) = 1\cdot e^x + x\cdot e^x\cdot(1+x)$

لیم: د یوې بلواکي یا تابع f ټول بنسټیزئ ت,ابع Fیواځې په یوې ثابتې c یو له بل توپیریږي.
له دې امله دا یوه ډله ( شار ) جوړوي، چې y-لور باندې راکښلشوی ګراف دی.
یولسم: د رابیلیدنې لار( د مشتق قانون) لاس ته راونه یا نتیجه راکوي.

11. $a)\ \int \sin x\,dx = -\cos x + c\ ,\ \ c\in IR$

$b)\ \int (x+4)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + c\ ,\ \ c\in IR$

$c)\ \int 2dx = 2x + c\ ,\ \ c\in IR$

$d)\ \int (1-\cos x)dx = x - \sin x + c\ ,\ \ c\in IR$

دولسم : الف؛د انتیګریشن اووښتونې یا واریابلېs سره راکوي:
ب : د انتیګریشن اووښتونې یا واریابلېu سره راکوي:
پ :د انتیګریشن اووښتونې یا واریابلېt سره راکوي:

12. $a)\ \int ms^2 dx = \frac{1}{3}mx^3 + c$

$b)\ \int u\cdot\sin t\,du = \frac{1}{2}u^2\cdot\sin t + c$

$c)\ \int at\,dt = \frac{1}{2}at^2 + c$

$d)\ \int \frac{1}{4}v^3\cdot\sqrt{e}\,dv = \frac{1}{16}v^4\cdot\sqrt{e} + c$

دیارلسم:

13. $a)\ \int x^3dx = \frac{x^4}{4} = c$

$b)\ \int 7dx = 7x + c$

$c)\ \int xdx = \frac{x^2}{2} + c$

$d)\ \int (1-x^2)dx = x - \frac{x^3}{3} + c$

$e)\ \int (x + \frac{1}{x})dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + c$

$f)\ \int (e^x + \cos x)dx = e^x + \sin x + c$

$g)\ \int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + c$

$h)\ \int \frac{5}{\cos^2 x}dx = 5\tan x + c$

$i)\ \int udx = ux + c$

$k)\ \int (2x + e^x)dx = 2x + e^x + c$

$l)\ \int (1 + \ln x)dx = x\cdot\ln x + c$

$m)\ \int (\sqrt{x} + \sin x)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \cos x + c$

څوارلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$14.\quad a)\ \int_{0}^{3} 4dx = [4x]_0^3\ 4\cdot 34\cdot 0 = 12$$

$$b)\ \int_{-3}^{-1} xdx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-3}^{-1} = \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-3)^2}{2} = -4$$

$$c)\ \int_{1}^{e} \frac{1}{x}dx = [\ln|x|]_1^e = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$$

$$d)\ \int_{1}^{e} (2+\frac{1}{x})dx = [2x + \ln|x|]_1^e + 1 - (2+0) = 2e - 1$$

$$e)\ \int_{-1}^{0} e^x dx = [e^x]_{-1}^0 = e^0 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{1}{e}(e-1)$$

$$f)\ \int_{0}^{\pi} \sin xdx = [-\cos x]_0^\pi = -\cos\pi - (-\cos 0) = 1 - (-1) = 2$$

$$g)\ \int_{0}^{\frac{1}{4}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$$

$$h)\ \int_{0}^{\frac{1}{3}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$$

$$i)\ \int_{-2}^{2} x^3 dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_{-2}^{2} = \frac{2^4}{4} - \frac{(-2)^4}{4} = 4 - 4 = 0$$

$$k)\ \int_{2}^{6} (1+x)dx = \left[x + \frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{6} = 6 + \frac{6^2}{2} - (2 + \frac{2^2}{2} = 6 + 18 - 2 - 2 = 20$$

$$l)\ \int_{1}^{2} (x^2 - x^5)dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6}\right]_{1}^{2} = \frac{2^3}{3} - \frac{2^6}{6} - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^6}{6}\right) = -\frac{49}{6}$$

$$m)\ \int_{-2}^{0} \left(\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{3}\right)dx = \left[\frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{9}\right]_{-2}^{0} = 0 + 0 - \left(\frac{(-2)^4}{16} + \frac{(-2)^3}{9}\right) = -\frac{1}{9}$$

پنځلسم:

$$15.\quad a)\ \int_{-3}^{1} 3dx = [3x]_{-3}^{1} = 3 - (-9) = 12 \quad ; \quad -\int_{1}^{-3} 3dx = [3x]_{1}^{-3} = -(-9-3) = 12$$

$$b)\ \int_{0}^{1} (1+e^x)dx = [x + e^x]_0^1 = e \quad ; \quad -\int_{0}^{1} (1+e^x)dx = -[x + e^x]_0^1 = e$$

$$c)\ \int_{-\pi}^{0} \sin xdx = [\cos x]_{-\pi}^{0} = -2 \quad ; \quad -\int_{0}^{-\pi} \sin xdx = -[-\cos x]_0^{-\pi} = -2$$

شپاړلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$16.\quad a)\ \int_0^{\pi}\cos x dx \qquad b)\ -\int_{-1}^{1}(x+e^x)dx$$

$$c)\ \int_2^3 3x^2dx-\int_5^3 3x^2dx=\int_2^3 3x^2dx+\int_3^5 3x^2dx=\int_2^5 3x^2dx$$

$$d)\ \int_{-2}^{1}(2+x)dx-\int_4^1(2+x)dx=\int_{-2}^{1}(2+x)dx+\int_1^4(2+x)dx=\int_{-2}^{4}(2+x)dx$$

اولسم:

$$17.\quad a)\ \int_1^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln 2e\ ;\ \int_1^{e}\frac{1}{x}dx+\int_e^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln e-\ln 1+\ln 2e-\ln e=\ln 3e$$

$$b)\ \int_{-1}^{2}6x^2dx=18\ ;\ \int_{-1}^{0}6x^2dx+\int_0^2 6x^2dx=2+16=18$$

$$c)\ \int_0^{\pi}\sin xdx=2\ ;\ \int_0^{0.5\pi}\sin xdx+\int_{0.5\pi}^{\pi}\sin xdx=1+1=2$$

اتلسم:

الف: د اکسپوننشل تابع $f(x)=e^{x+3}$ ګراف یوغړیز جګیدونکی. له دې امله د انتروال $[-4,-2]$ د ژی ارزښتونه غوښتونکي بندیزونه راکوي.

$$18.\quad a)\ e^{-4+3}\cdot(-2-(-4))\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}dxe^{-2+3}\cdot(-2(-4))$$

$$e^{-1}\cdot 2\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}dx\le e^1\cdot 2\ \Leftrightarrow\ \frac{2}{e}\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}dx\le 2e$$

ب: د کرښیز تابع $f(x)=1+x$ ګراف یوغړیز جګیدونکی دی. د ریښي تابع $f(x)=\sqrt{x}$ د مونوتوني له امله د $f(x)=\sqrt{1+x}$ ګراف هم یوغړیز جګیدونکی دی. له دې سره د انتروال $[0,8]$ ژی ارزښتونه غوښتونکي بندیزونه یا که غواړی بندونه دي.

$$b)\ \sqrt{1+0}\cdot(8-9)\le\int_0^8\sqrt{1+x}dx\le\sqrt{1+8}\cdot(8-0)$$

$$\Leftrightarrow\ 8\le\int_0^8\sqrt{1+x}dx\le 24$$

پ:

د تابع $f(x)=a^x$ ګرافونه اکسپوننشل ګرې یا منحي دي، چې د $a<1$ له پاره یوغړیز لویدونکي دي. له دې سره د $f(x)=2^{4-x}=2^4\cdot 2^{-x}=16\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ګراف د $\frac{1}{2}<1$ له امله یوغیزلوېدونکي اکسپوننشل ګره ده.

د انتروال $[3;5]$ دواړه ژی غوښتونکي بندیزونه یا دیوالونه دي.

$$2^{4-5}\cdot(5-3)\le\int_3^5 2^{4-x}dx\le 2^{4-3}\cdot(5-3)\ \Leftrightarrow\ 1\le\int_3^5 2^{4-x}dx\le 4$$

ت : د $f(x)=\sin^2x$ ګراف د $0\le x\le 1$ سره تړلی دی یا رابند دی. له دې سره 0 او 1 غوښتونکي بندیزونه دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$0\cdot(0.5\pi-0)\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\cdot\le 1\cdot(0.5\pi-0)\;\Leftrightarrow\;0\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\le\frac{1}{2}\pi$$

نولسم: الف : انتیګرېشن

$$\int_1^x 5t^4\,dt = x^{5-1}$$

$$l_a(x)=31\;\Rightarrow\;x^5-1=31\;\Leftrightarrow\;x^5=32\;\Rightarrow\;x=2$$

ب : انتیګرېشن

$$\int_0^x e^t\,dt = e^x-1$$

$$l_a(x)=e-1\Rightarrow\;e^x-1=e-1\;\Leftrightarrow\;e^x=e\;\Rightarrow\;x=1$$

شلم:

20. $a)\ \int_0^x t^2dt=\frac{x^3}{3}-9$ $\qquad b)\ \int_0^x (2+e^t)dt=2x+e^x-1$

$c)\ \int_0^x \frac{1}{\cos^2 t}dt=\tan x$ $\qquad d)\ \int_a^x 2dt=2(x-a)$

یوویشتم:

21. $a)\ \int \sqrt[4]{x^3}dx=\int x^{\frac{3}{4}}1dx=\frac{4}{7}x\cdot\sqrt[4]{x^3}+c$

$b)\ \int \frac{1}{\sqrt[2]{x}}dx=\int x^{-\frac{1}{5}}dx=\frac{5}{4}\sqrt[5]{x^4}+c$

$c)\ \int \sqrt[6]{x^5}dx=\int x^{\frac{5}{6}}dx=\frac{6}{11}x\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$d)\ \int x^2\sqrt[3]{x}dx=\int x^{\frac{7}{3}}dx=\frac{3}{10}x^3\cdot\sqrt[3]{x}+c$

$e)\ \int \frac{\sqrt{x}}{x^2}dx=\int x^{-\frac{3}{2}}dx=-\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

$f)\ \int \frac{x^3}{x^4}dx=\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$g)\ \int \frac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx=\int x^{\frac{18}{6}+\frac{2}{6}-\frac{2}{3}}dx=\int x^{\frac{17}{6}}dx=\frac{6}{23}x^3\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$h)\ \int \frac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx=\int x^{\frac{2}{4}-\frac{4}{4}-\frac{6}{4}}dx=\int x^{-2}dx=-\frac{1}{x}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه وېشتم:

22. $a)\ \int 8x^3dx = 8\int x^3dx = 2x^4 + c$

$b)\ \int -4x^{-2}dx = -4\int x^{-2}dx = \frac{4}{x} + c$

$c)\ \int \frac{3}{-x^3}dx = -\int \frac{1}{x^3}dx = \frac{3}{2x^2} + c$

$d)\ \int \sqrt[3]{3x}dx = \sqrt[3]{3x}\int x^{\frac{1}{x}}dx = \frac{3\sqrt[3]{3}}{4}x\cdot\sqrt[3]{x} + c$

$d)\ \int k\cdot e^xdx = k\int e^xdx = k\cdot e^x + c$

$f)\ \int -5x^ndx = -5\int x^ndx = -\frac{5}{n+1}x^{n+1} + c \quad ; \quad n \neq -1$

$g)\ \int \frac{\sin x}{2}dx = \frac{1}{2}\int \sin xdx = -\frac{1}{2}\cos x + c$

$h)\ \int \frac{3a}{2\cdot\cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\tan x + c$

$i)\ \int \frac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx = \frac{2}{3}\int x^{-\frac{5}{2}}dx = -\frac{4}{9\sqrt{x^3}} + c = -\frac{4\sqrt{x}}{9x^2} + c$

$k)\ \int \frac{-\sqrt{2}}{3x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\int \frac{1}{x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\ln|x| + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

23. $a)\ \int e^{x+3}dx=\int e^{x}\cdot e^{3}dx=e^{3}\int e^{x}dx=e^{3}\cdot e^{x}+c=e^{x+3}+c$

$b)\ \int (4x)^{3}dx=\int 4^{3}\cdot x^{3}dx=4^{3}\int x^{3}dx=4^{3}\cdot\frac{1}{4}x^{4}+c=16x^{4}+c$

$c)\ \int a\cdot e^{x+b}dx=a\cdot e^{b}\int e^{x}dx=a\cdot e^{b}\cdot e^{x}+c=a\cdot e^{x+b}+c$

$d)\ \int (7x^{2})^{4}dx=7^{4}\int x^{8}dx=7^{4}\cdot\frac{1}{9}x^{9}+c=\frac{7^{4}\cdot x^{9}}{9}+c=\frac{2401\cdot x^{9}}{9}+c$

24. $a)\ \frac{x^{3}}{3}+\frac{3x^{2}}{2}-4x+c$ $\qquad b)\ \frac{x^{2}}{2}-\frac{2x\sqrt{x}}{3}+c$

$c)\ \frac{5x^{4}}{4}-\frac{7x^{2}}{2}+4x+c$ $\qquad d)\ \frac{x^{3}}{3}+x^{2}+x+c$

$e)\ \frac{x^{5}}{5}+\frac{2x^{3}}{3}+c$ $\qquad f)\ \frac{x^{3}}{3}-\frac{x^{5}}{5}+c$

$g)\ \frac{3x\cdot\sqrt[3]{x}}{4}-\frac{1}{x}+c$ $\qquad h)\ -\frac{1}{3x^{3}}+\frac{1}{4x^{4}}+c$

$i)\ \frac{5x^{2}}{2}-\ln|x|+\frac{\sin x}{3}+c$ $\qquad k)\ 5x+\frac{x^{6}}{6}-\cos x+c$

$l)\ e^{x}+\cot x+c$ $\qquad m)\ \tan x+\ln|x|+c$

25. $a)\ \int \frac{(x^{2}-1)^{3}}{x}dx=\int\left(x^{5}-3x^{3}+3x-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{x^{6}}{6}-\frac{3x^{4}}{4}+\frac{3x^{2}}{2}-\ln|x|+c$

$b)\ \int \frac{(1-\sqrt{x})^{2}}{\sqrt{x}}dx=\int\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-2+\sqrt{x}\right)dx=2\sqrt{x}-2x+\frac{2x\cdot\sqrt{x}}{3}+c$

$c)\ \int \frac{e^{2x}+e^{x+2}}{e^{x}}dx=\int\left(e^{x}+e^{2}\right)dx=e^{x}+x\cdot e^{2}+c$

$d)\ \int \frac{3x^{2}+2x-4}{x^{3}}dx=\int\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{x^{2}}-\frac{4}{x^{3}}\right)dx=3\cdot\ln|x|-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^{2}}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

26. $a)\ \int 3^{x+1}dx=\int 3\cdot 3^x dx=3\int 3^x dx=\frac{3\cdot 3^x}{\ln 3}+c=\frac{3^{x+1}}{\ln 3}+c$

$b)\ \int 2^{-x}dx=\int \frac{1}{2^x}dx=\int \left(\frac{1}{2}\right)^x dx=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln\frac{1}{2}}+c=-\frac{1}{2^x\cdot\ln 2}+c$

$c)\ \int a^{x+b}\,dx=a^b\int a^x dx=a^b\cdot\frac{a^x}{\ln a}+c=\frac{a^{x+b}}{\ln a}+c$

$d)\ \int \frac{1}{a^x}dx=\int \left(\frac{1}{a}\right)^x dx=\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^x}{\ln\frac{1}{a}}+c=-\frac{1}{a^x\cdot\ln a}+c$

$e)\ \int 2^x\cdot 3^x dx=\int 6^x dx\frac{6x}{\ln 6}+c$

$f)\ \int \frac{2^x}{3^x}dx=\int \left(\frac{2}{3}\right)^x dx=\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln\frac{2}{3}}+c=\frac{2^x}{3^x\cdot(\ln 2-\ln 3)}$

$g)\ \int \frac{4^{x+3}}{2^x}dx=\int \frac{4^3\cdot 4^x}{2x}dx=4^3\int 2^x dx=\frac{4^3\cdot 2^x}{\ln 2}+c=\frac{2^{6+x}}{\ln 2}+c$

$h)\ \int \frac{5^x+3^x}{2^x}dx=\int\left(\left(\frac{5}{2}\right)^x+\left(\frac{3}{2}\right)^x\right)dx$

$=\frac{5x}{2^x\cdot(\ln 5-\ln 2)}+\frac{3^x}{2^x\cdot(\ln 3-\ln 2)}+c$

$i)\ \int (1+2^x)dx=x+\frac{2^x}{2}-\frac{3^x}{\ln 3}+c$

27. $a)\ \int \ln 2x^3dx=\int (\ln 2+3\ln)\,dx=x\cdot\ln 2+3(x\cdot\ln x-x)+c$

$=x\cdot(\ln 2+3\cdot\ln x-3)+c$

$b)\ \int \ln\sqrt{x}dx=\int \frac{1}{2}\ln x dx=\frac{1}{2}x\cdot\ln x-\frac{x}{2}+c=x\cdot(\ln\sqrt{x})-\frac{1}{2})+c$

$c)\ \int lg\frac{x}{2}dx=(\lg x-\lg 2)dx=\frac{x\cdot\ln x-x}{\ln 10}+c$

$=\frac{x\cdot(\ln x-1-\ln 2)}{\ln 10}+c$

$d)\ \int 3\log\frac{1}{x}dx=-\int {}_3\log xdx=\frac{x-x\cdot\ln x}{\ln 3}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

28. $F(x) = x \cdot \ln x - x$

$$F'(x)1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x = f(x)$$

29. $_a\log x = \frac{\ln x}{\ln a}$

$$\int {_a\log x dx} = \int \frac{\ln x}{\ln a} dx = \frac{1}{\ln a} \cdot \int \ln x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + c$$

30. $a)\ u = 5x - 7 \quad , \quad dx = \frac{du}{5}$

$$\int \frac{10}{5x-7} dx = \frac{10}{5} \int \frac{1}{u} du = 2\ln(5x - 7) + c$$

$b)\ u = 1 + 3x \quad , \quad dx = \frac{du}{3}$

$$\int \frac{12}{(1+3x)^4} dx = \frac{12}{3} \int \frac{1}{u^4} du = -\frac{4}{3(1+3x)^3} + c$$

$c)\ u = 5 - 4x \quad , \quad dx = \frac{du}{4}$

$$\int \frac{1}{5-4x} dx = -\frac{1}{4} \int \frac{1}{u} du = -\frac{1}{4} \ln(5 - 4x) + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d)\ u = bx + d \quad , \quad dx = \frac{du}{b}$$

$$\int \frac{a}{bx+d}dx = \frac{a}{b}\int \frac{1}{u}du = \frac{a}{b}\cdot \ln(bx+d) + c$$

$$e)\ u = 5x + 7 \quad , \quad dx = \frac{du}{5}$$

$$\int (5x+7)^x dx = \frac{1}{5}\int u^3 du = \frac{(5x+7)^4}{20} + c$$

$$f)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\int u^n du \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c \quad , \quad n \neq -1$$

$$g)\ u = 4x - 2 \quad , \quad dx = \frac{du}{4}$$

$$\int \sqrt{4x-2}dx = \frac{1}{4}\int u^{\frac{1}{2}}du = \frac{1}{6}\sqrt{(4x-2)^3} + c$$

$$h)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{\frac{1}{2}}du = \frac{2}{3a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$$i)\ u = 2x + 5 \quad , \quad dx = \frac{du}{2}$$

$$\int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx = \frac{7}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \sqrt{2x+5} + c \setminus$$

$$k)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \frac{2}{2a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$$l)\ u = 4x \quad , \quad dx = \frac{du}{4} \ ; \ \int \sin 4x dx = \frac{1}{4}\int \sin u du = -\frac{1}{4}\cos 4x + c$$

$$m)\ u = -2x \ , \quad dx = -\frac{du}{2}; \int \frac{3}{e^{2x}}dx = -\frac{3}{2}\int e^u du = -\frac{3}{2}2e^{2x} + c$$

$$n)\ u = 3x + \frac{\pi}{4} \quad , \quad dx = \frac{du}{3}$$

$$\int \cos(3x + \frac{\pi}{4})dx = \frac{1}{3}\int \cos u\, du = \frac{1}{3}\sin(3x + \frac{\pi}{4} + c$$

$$o)\ u = 3x + -5 \quad , \quad dx = \frac{du}{3} \ ; \ \int e^{3x-5}dx = \frac{1}{3}\int e^u du = \frac{1}{3}e^{3x-5} + c$$

يوديرشم: الف: بنه بدلون: $\int \frac{x}{3+x^2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{3+x^2}dx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ځای اېښوونه یا سبستیچیوشن: $u = 3 + x^2 \quad = 2x$

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی: $\frac{1}{2}\int \frac{1}{u}du = \frac{1}{2}\ln(3+x^2)+c$

$$b)\ \int \frac{x}{\sqrt{2+x^2}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{\sqrt{2+x^2}}dx$$

$$u = 2 + x^2 \quad = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \sqrt{2+x^2}+c$$

$$c)\ \int \frac{x^2}{1+x^3}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{1+x^3}$$

$$u = 1+x^3 \quad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int \frac{1}{u}du = \frac{1}{3}\ln(1+x^3)+c$$

$$d)\ \int x\cdot(x^2-5)^3dx = \frac{1}{2}\int 2x\cdot(x^2-5)^3$$

$$u = x^2-5 \quad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^3du = \frac{1}{8}\ln(x^2-4)^4+c$$

$$e)\ \int x\cdot e^{x^2}dx = \frac{1}{2}\int 2x\cdot e^{x^2}dx$$

$$u = x^2 \qquad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2}e^{x^2}+c$$

$$f)\ \int x\cdot \sin x^2dx = \frac{1}{2}\int 2x\cdot\sin x^2dx$$

$$u = x^2 \qquad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int \sin u\, du = c - \frac{1}{2}\cos x^2$$

$$g)\ u = 1+e^x \qquad u' = e^x$$

$$\int \frac{1}{u}du = \ln(1+e^x)+c$$

$$g)\ u = 1+x \qquad u' = e^x$$

$$\int u^3du = \frac{1}{4}(x^2+x)^4+c$$

$$i)\ \int \frac{x^2}{\sqrt{4+x^3}}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{\sqrt{4+x^3}}dx$$

$$u = 4+x^3 \qquad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \frac{2}{3}\sqrt{4+x^3}+c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$k)\ \int x^3,\ \ln^4 dx = \frac{1}{4}\int 4x^3 \cdot \ln x^4 dx$$

$$u = x^4 \qquad u' = 4x^3$$

$$\frac{1}{4}\int \ln u\, du = \frac{1}{4}x^4 \cdot (\ln x^4 - 1) + c$$

$$32.\quad a)\ f(x) = \ln x \ ;\ \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$$

$$b)\ f(x) = x^2 = 3\ ;\ \int x(x^2+3)dx = \frac{1}{2}(x^2+3)^2 + c$$

$$c)\ f(x) = x^3 - 1\ ;\ \int 3x^2(x^3-1)dx = \frac{1}{2}(x^3-1)^2 + c$$

$$d)\ f(x) = x^2 - x\ ;\int (2x-1)(x^2-x)dx = \frac{1}{2}(x^2-x)^2 + c$$

$$33.\qquad f(x) = u \qquad \frac{du}{dx} = f'(x) \ \Rightarrow\ f'(x)dx = du$$

$$\int f(x)\cdot f'(x)dx = \int u\, du = \frac{1}{2}u^2 + c = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$$

34. a) $\int \frac{x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\ln\left|4+x^3\right| + c$

b) $\int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2+6x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\ln\left|x^3+3x^2-1\right| + c$

c) $\int \frac{5}{x+2}dx = 5\int \frac{1}{x+2}dx = 5\ln|x+2| + c$

d) $\int \frac{3e^x}{e^x-5}dx = 3\int \frac{e^x}{e^x-5}dx = 3\ln\left|e^x-5\right| + c$

e) $\int \cot x\, dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} = \ln|\sin x| + c$

f) $\int \frac{1}{x\cdot\ln x}dx = \int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}dx = \ln|\ln x| + c$

$$35.\quad a)\ g(x) = 3 + x^5 \qquad g'(x) = 5x^4$$

$$\int \frac{5x^4}{3+x^5}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left|3+x^5\right| + c$$

$$b)\ u = 3 + x^5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{3+x^5} + c$$

$c)\ u = 1 - x^2$

$$\int \frac{3x}{4-x^2}dx = -\frac{3}{2}\int \frac{-2x}{(1-x^2)^4}dx = -\frac{3}{2}\int u^{-4}du = -\frac{1}{2(1-x^2)^3} + c$$

$d)\ g(x) = 4 - x^2 \qquad g'(x) = -2x$

$$\int \frac{5x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{-2x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{g'(x)}{g(x)} = -\frac{5}{2}\ln\left|4-x^2\right| + c$$

$e)\ g(x) = 3 + \sin x \qquad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left|3+\sin x\right| + c$$

$f)\ u = 1 - \cos x$

$$\int \frac{\sin x}{3+(1-\cos x)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{1-\cos x} + c$$

36. a) $\int \frac{4}{x^2+9}dx = \frac{4}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{3}\right)^2+1}dx = \frac{4}{3}\arctan\frac{x}{3} + c$

b) $\int \frac{3}{2x^2+2}dx = \frac{3}{2}\int \frac{1}{x^2+1}dx = \frac{3}{2}\arctan x + c$

c) $\int \frac{1}{x^2+2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{2}}{2} + c$

d) $\int \frac{2}{3x^2+5}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{x^2+\frac{5}{3}}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{\frac{5}{3}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{2}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1}dx = \frac{2}{\sqrt{15}}\cdot\arctan\frac{x\cdot\sqrt{15}}{5} + c$

e) $\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{a}\right)^2+1}dx = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + c$

f) $\int \frac{1}{ax^2+b}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{x^2+\frac{b}{a}}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{\frac{b}{a}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{1}{b}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1}dx = \frac{1}{\sqrt{ab}}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{ab}}{b} + c \text{ mit } ab > 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وه دېرښم: الف: د $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-9}$ له امله ماتلاندې پولينوم صفرځايونه نه لري، نو له دې امله په کرښېزو ځلونو يا ضربيونو نه توټه کيږي يا توټه وړ نه ده.
اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{1}{x^2+4x+13}dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+9}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{3}\right)^2+1}dx$$

$$= \frac{1}{3}\arctan\frac{x+2}{3} + c$$

ب : د $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{-1}$ له امله

اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{5}{x^2+2x+2}dx = 5\int \frac{1}{(x+1)^2+1}dx = 5\arctan(x+1) + c$$

پ : د $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{-1}$ له امله

اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{6}{3x^2+18x+30}dx = \frac{6}{3}\int \frac{1}{x^2+6x+10}dx = 2\int \frac{1}{(x+3)^2+1}dx$$

$$= 2\arctan(x+3) + c$$

ت : د $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-25}$ له امله

اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{2}{2x^2+8x+58}dx = \int \frac{1}{x^2+4x+29}dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+25}dx$$

$$= \frac{1}{25}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{5}\right)^2+1}dx = \frac{1}{5}\arctan\frac{x+2}{5} + c$$

38. a) $\int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2}}dx = 2\arcsin\frac{x}{3} + c$

b) $\int \frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{6-(2+x)^2}}dx = \frac{1}{\sqrt{6}}\int \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x+2}{\sqrt{6}}\right)^2}}dx$

$= \arcsin\frac{x+2}{\sqrt{6}} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

c) $\int \frac{1}{\sqrt{2x^2-2}}dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right| + c$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-5}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2-6}}dx = \frac{1}{\sqrt{6}}\int \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2-1}}dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{u^2-1}}du = \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2-1}\right| + c_1$

$= \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{x^2-2x-5}\right| + c_1$

$= \ln\left|x-1+\sqrt{x^2-2x-5}\right| - \ln\sqrt{6} + c_1 = \ln\left|x-1+\sqrt{x^2-2x-5}\right| + c$

e) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2+1}}dx = \ln\left|x+1+\sqrt{x^2+2x+2}\right| + c$

f) $\int \frac{6}{\sqrt{9x^2+9}}dx = 6\int \frac{1}{3\sqrt{x^2+1}}dx = 2\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx = 2\ln\left|x+\sqrt{x^2+1}\right| + c$

39. a) $\int \frac{1-x}{x^2+x+1}dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x-2)}{x^2+x+1}dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x+1-3)}{x^2+x+1}dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}dx + \frac{3}{2}\int \frac{1}{\frac{3}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2+1\right)}dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}dx + 2\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2+1}dx$

$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+x+1\right| + \sqrt{3}\cdot\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

b) $\int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx = \int \frac{2x+4-3}{x^2+4x+6}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - 3\int \frac{1}{(x+2)^2+2}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - \frac{3}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx$

$= \ln\left|x^2+4x+6\right| - \frac{3\sqrt{2}}{2}\cdot \arctan\frac{x+2}{\sqrt{2}} + c$

c) $\int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx = \frac{3}{2}\int \frac{x}{x^2+x+4}dx = \frac{3}{2}\int \frac{\frac{1}{2}(2x+1)-\frac{1}{2}}{x^2+x+4}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{3}{4}\int \frac{1}{\frac{15}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{1}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1}dx$

$= \frac{3}{4}\ln\left|x^2+x+4\right| - \frac{\sqrt{15}}{10}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{15}} + c$

d) $\int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x-6)}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x+8-14)}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - \int \frac{7}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - 7\int \frac{1}{(x+4)^2+1}dx$

$= \frac{1}{2}\ln\left|x^2+8x+17\right| - 7\cdot\arctan(x+4) + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

40. a) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^x$ mit $v(x) = e^x + c_1$

$\int x \cdot e^x\,dx = x \cdot (e^x + c_1) - \int 1 \cdot (e^x + c_1)\,dx$

$= x \cdot e^x + c_1 x - \int e^x\,dx - \int c_1\,dx = (x-1) \cdot e^x + c$

b) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin x$ mit $v(x) = -\cos x + c_1$

$\int x \cdot \sin x\,dx = x \cdot (-\cos x + c_1) - \int 1 \cdot (-\cos x + c_1)\,dx$

$= -x \cdot \cos x + c_1 x + \int \cos x\,dx - \int c_1\,dx = -x \cdot \cos x + \sin x + c$

c) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^2$ mit $v(x) = \frac{x^3}{3} + c_1$

$\int x^2 \cdot \ln x\,dx = \left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \ln x - \int\left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$

$= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{x^3}{9} - c_1 \ln x + c = \frac{x^3}{3} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + c$

d) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^{-2}$ mit $v(x) = -\frac{1}{x} + c_1$

$\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx = \left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \ln x - \int\left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$

$-\frac{1}{x} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{1}{x} - c_1 \ln x + c = -\frac{1}{x} \cdot (\ln x + 1) + c$

e) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^{2x}$ mit $v(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + c_1$

$\int x \cdot e^{2x} = x \cdot \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right) - \int\left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right)dx$

$= \frac{1}{2}x \cdot e^{2x} + c_1 x - \frac{1}{4}e^{2x} - c_1 x + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x-1) + c$

f) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin 2x$ mit $v(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + c_1$

$\int x \cdot \sin 2x\,dx = x \cdot \left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right) - \int\left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right)dx$

$= -\frac{1}{2}x\cos 2x + c_1 x + \frac{1}{4}\sin 2x - c_2 x + c = -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$

41. a) $\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x - 2\int x \cdot \sin x\,dx + c_1$

$\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x + 2x \cdot \cos x - 2\sin x + c.$

b) $\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2\int x \cdot e^x\,dx + c_1$

$\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2x \cdot e^x - 2e^x + c = e^x \cdot (x^2 - 2x + 2) + c.$

c) $\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int 2x \cdot \frac{e^{2x}}{2}\,dx + c_1$

$= \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int x \cdot e^{2x}\,dx + c_1$

$\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}e^{2x}(2x-1) + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x^2 - 2x + 1) + c.$

d) $\int x^2 \cdot \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int 2x \cdot \frac{\sin 2x}{2}\,dx + c_1$

$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int x \cdot \sin 2x\,dx + c_1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int x^2 \cdot \cos 2x\, dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x + \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

42. a) $\int x^4 \cdot e^{2x}\, dx = \frac{e^{2x}}{2} \cdot \left(x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 3x + \frac{3}{2}\right) + c$

b) $\int \sin^4 x\, dx = -\frac{1}{4}\sin^3 x \cdot \cos x - \frac{3}{8}\sin x \cdot \cos x + \frac{3}{8}x + c$

c) $\int x^3 \cdot e^x\, dx = e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

d) $\int \cos^6 x\, dx$

$$= \frac{1}{6}\cos^5 x \cdot \sin x + \frac{5}{24}\cos^3 x \cdot \sin x + \frac{5}{16}\cos x \cdot \sin x + \frac{5}{16}x + c$$

43. a) $\int \cos^2 x\, dx = \sin x \cdot \cos x + \int \sin^2 x\, dx + c_1$

$= \sin x \cdot \cos x + \int (1 - \cos^2 x)\, dx + c_1$

$\int \cos^2 x\, dx = \sin x \cdot \cos x + x - \int \cos^2 x\, dx + c_2$

$2\int \cos^2 x\, dx = \frac{1}{2}\sin 2x + x + c_2$

$\int \cos^2 x\, dx = \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{2} + c$

b) $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln x \cdot \ln x - \int \frac{\ln x}{x} dx + c_1$

$\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$

c) $\int e^x \cdot \sin x\, dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\, dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\, dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\, dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\, dx = -e^x \cdot \cos x + e^x \cdot \sin x - \int e^x \cdot \sin x\, dx + c_2$

$\int e^x \cdot \sin x\, dx = \frac{1}{2}e^x \cdot (\sin x - \cos x) + c$

d) $\int \sin x \cdot \cos x\, dx = \sin x \cdot \sin x - \int \cos x \cdot \sin x\, dx + c_1$

$\int \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\sin^2 x + c$

44. *a*) $x^2 - 1 = (x-1)(x+1$

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

$$\int \frac{1}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x-1}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+1}dx = \frac{1}{2}\frac{|x-1|}{|x+1|} + c$$

ب : کیږدی

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

د توټه کسرونو اینونه

$$\frac{1}{x^2+6x+8} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+4} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

کیږدی او انتیګرال يې ونیسی

$$\int \frac{1}{x^2+6x+8}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+2}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+4}dx = \frac{1}{2}\ln\frac{|x+2|}{|x+4|} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$=\sqrt{\frac{|x+2|}{|x+4|}}+c$$

پ : ماتلاندي ټوټه کړئ

$$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$$

د ټوټه مات له پاره اېښو نه

$$\frac{3x+2}{x^2-x-2}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}\qquad A=\frac{1}{2}\qquad B=-\frac{1}{2}$$

$$\int\frac{3x+2}{x^2-x-2}dx=\frac{8}{3}\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{3}\int\frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{8}{3}\ln|x-2|+\frac{1}{3}\ln|x+1|+c$$

ت : مالتاندي ټوټه کونه

$$d)\quad x^3-4x=(x(x-2)(x+2)$$

د ټوټه مات ټوټه کونو اېښونه $\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-2}$

د $C=-1$ , $B=5$ , $A=-3$ سره

کیښول او بنتیګرالنیول

$$\int\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}dx=-3\int\frac{1}{3}dx+5\int\frac{1}{x-2}dx-\int\frac{1}{x+2}dx$$

$$=-3\ln|x|+5\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$$

45. $a)\quad x^3+2x^2+x=x(x+1)^2$

$$\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

$$\int\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=6\int\frac{1}{x}dx-\int\frac{1}{x+1}dx+9\int\frac{1}{(x+1)^2}dx$$

$$=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+c$$

$$b)\quad x^2-6x+9=(x-3)^2$$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = 3\int \frac{1}{x-3}dx + 9\int \frac{1}{(x-3)^2}dx$$

$$= 3\ln|x-3| - \frac{9}{x-3} + c$$

$$c)\ \ x^2-6x+9=(x-3)^2$$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx = \frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x^3}+-\frac{D}{x+1}$$

$$A=-1\ ,\ \ B=1\ ,\ \ C=-1\ ,\ \ D=2$$
؛

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = -\int \frac{1}{x}dx + \int \frac{1}{x^2}dx - \int \frac{1}{x^3dx} + 2\int \frac{1}{x+1}dx$$
$$= 3\ln|x| - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + 2\ln|x+1|$$

ت : ماتلاندې ټوټه کونه

د $(x-1)^4 = (x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)$ له امله یوه په کرښیز ځلوونو یا ضریبونو ټوټه کونه مخ ته لرو

د ټوټه ماتونو ټوټه کونه ړدویا ځی په ځای کوو

$$\frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{(x-1)^3}+\frac{D}{(x-1)^4}$$

د $A=5\ ,\ \ B=4\ ,\ \ C=-2\ ,\ \ D=3$ سره

کیږدی او لنتیګرال یې ونیسی

$$\int \frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4}dx$$

$$=5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$
$$=5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ.څلوېښتم. الف:
ماتلاندې توټه کونه

$$(x^2-x)(x^2+4)=x(x-1)(x^2+4)$$

د توټه ماتونو توټهوني له پاره ایښونه

$$\frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}+\frac{Cx}{x-1}+\frac{Cx+D}{x^2+4}$$

د $A=2\ ,\quad B=-2\ ,\quad C=2\ ,\quad D=4$ سره.

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی:

$$\int\frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)}dx=2\int\frac{1}{x}dx-2\int\frac{1}{x-1}dx+\int\frac{2x+4}{x^2+4}.$$

$$=2\ln|x|-2\ln|x-1|+\int\frac{2x}{x^2+4}dx+2\int\frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)+1}dx$$

$$=2\ln|x|-2\ln|x-1|+\ln(x^2+4)+\arctan\frac{x}{2}+c$$

$b)\ \ x^3-2x-4=(x-2)(x^2+2x+2)$

$$\frac{3x+4}{x^3-2x-4}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+c}{x^2+2x+2}$$

$$A=1\ ,\quad B=-1\ ,\quad C=-1$$

$$\int\frac{3x+4}{x^3-2x-4}dx=\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{2}\int\frac{2x+2}{x^2+2x+2}dx$$

$$=\ln|x-2|-\frac{1}{2}\ln|x^2+2x+2|+c$$

$c)\ \ x^3-x^2-x-2=(x-2)(x^2+x+1)$

$$\frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+c}{x^2+x+1}dx$$

د $A=1\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-1$ له پاره

$$\int\frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2}dx=\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{2}\int\frac{x-1}{x^2+2x+1}dx$$

$$=\ln|x-2|+\frac{1}{2}\int\frac{2x+1}{x^2+x+1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{(\ )}$$

$d)\ \ x^3-3x^2+9x+13=(x+1)(x^2-4x+13)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}=\frac{A}{x+1}+\frac{Bx+c}{x^2+4x+13}$$

$$A=3\ ,\quad B=4\ ,\quad C=-2$$

$$\int\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}dx=3\int\frac{1}{x+1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{4x-2}{x^2+4x+13}dx$$

$$=3\ln|x+1|+2\int\frac{2x-4}{x^2+4x+13}dx+\frac{2}{3}\int\frac{1}{\left(\frac{x-2}{3}\right)+1}$$

$$=3\ln|x+1|+2\ln|x^2-4x+13|+2\arctan\frac{x-2}{3}+c$$

47. $a)\ x^2:(x+1)=x-1+\frac{1}{x+1}$

$$\int\frac{x^2}{x+1}dx=\int xdx-\int 1dx+\int\frac{1}{x+1}=\frac{x^2}{2}-x+\ln|x+1|+c$$

$b)\ (x^3-2x^2+x+5):(x^2-1)=x-2+\frac{2x+3}{x^2-1}$

$$\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}=x-2+\frac{5}{2(x-1)}+\frac{1}{2(x+1)}$$

$$\int\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}dx=\int xdx-\int 2dx+\frac{5}{2}\int\frac{1}{x-1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{x^2}{2}-2x+\frac{5}{2}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+c$$

$c)\ (3x^3+5x^2-29x-25):(x^2+x-12)=3x+2+\frac{5x-1}{x^2+x-12}$

$$\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}=3x+2+\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x+4}$$

$$\int\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}dx$$

$$=3\int xdx+\int 2dx+2\int\frac{1}{x-3}dx+3\int\frac{1}{x+4}dx$$

$$=\frac{3x^2}{2}+2x+2\ln|x-3|+3\ln|x+4|+c$$

$d)\ (2x^3+x^2):(x^3-1)=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

$$\int \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}dx=\int 2dx+\int \frac{1}{x-1}dx-\int \frac{1}{x^2+x+1}dx$$
$$=2x+\ln|x-1|+\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+c$$

$$d)\ \int \sqrt{2x^2+4x+6}dx=\sqrt{2}\int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

په ځاي اينوونه يا سبستيچيشن

$$u=x+1$$

$$\int \sqrt{2x^2+4x+6}dx$$
$$=\frac{x+1}{2}\sqrt{2x^2+4x+6}+2\sqrt{2}\cdot\ln\left|x+1+\sqrt{2x^2+4x+6}\right|+c$$

$$49.\quad a)\ \int \sqrt{x^2+2x}dx=\int \sqrt{(x+1)^2-1}dx$$

$$u=x+1$$

$$\int x^2+2xdx=\frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x}-\frac{1}{2}\left|x+1+\sqrt{x^2+2x}\right|+c$$

$$b)\ \int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\int \sqrt{(x-2)^2-9}dx$$

$$u=x-2$$

$$\int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x-5}-\frac{9}{2}\ln\geq\left|x-1+\sqrt{x^2-4x-5}\right|+c$$

$$c)\ \int x\sqrt{x^2+4x+3}dx=\int x\sqrt{(x+2)^2-1}dx$$

$$u=x+2\quad\Rightarrow\quad x=u-2$$

$$\int (u-2\sqrt{u^2-1}du-2\int u\sqrt{u^2-1}du$$

$$\int x\sqrt{x^2+4x+3}dx$$
$$=\frac{\sqrt{(x^2+4x+3)^3}}{3}-(x+2)\sqrt{x^2+4x+3}-\ln\left|x+2+\sqrt{x^2+4x+3}\right|+c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d)\ \int (x+2)\sqrt{x^2+2+2}dx=\int (x+2)\sqrt{(x+1)^2+1}dx$$

په ځای اینوونه:

$$u=x+1 \quad \Rightarrow \quad x=u-1$$

$$\int (u+1)\sqrt{u^2+1}du=\int u\sqrt{u^2+1}du+\int u^2+1du$$

$$\int (x+2)\sqrt{x^2+2x+2}dx$$

$$=\frac{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}}{3}+\frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+2}+\frac{3}{2}\ln\left|x+1+\sqrt{x^2+2x6++2}\right|+c$$

50. a) $\int \frac{x^2}{6}dx=\frac{x^3}{18}+c$

b) $\int \frac{1}{x^3}dx=-\frac{1}{2x^2}+c$

c) $\int (1-2x^2+x^3)dx=x-\frac{2x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+c$

d) $\int (x^2-3x-6)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-6x+c$

e) $\int x\cdot\sqrt{x}dx=\int x^{\frac{3}{2}}dx=\frac{2}{5}\cdot x^2\cdot\sqrt{x}+c$

f) $\int x^2\cdot\sqrt[3]{x}dx=\int x^{\frac{7}{3}}dx=\frac{3}{10}\cdot x^3\cdot\sqrt[3]{x}+c$

g) $\int \frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}dx=\int x^{\frac{13}{10}}dx=\frac{10}{23}\cdot\sqrt[10]{x^{23}}+c=\frac{10}{23}\cdot x^2\cdot\sqrt[10]{x^3}+c$

h) $\int \frac{3x\cdot\sqrt{x^3}}{x^2}dx=3\int x^{\frac{1}{2}}dx=3\int\sqrt{x}dx=2x\sqrt{x}+c$

i) $\int \frac{x^2+3x-2}{x}dx=\int\left(x+3-\frac{2}{x}\right)dx=\frac{x^2}{2}+3x-2\ln|x|+c$

k) $\int \frac{x-5}{\sqrt{x}}dx=\int\left(\sqrt{x}-\frac{5}{\sqrt{x}}\right)dx=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-10\sqrt{x}+c$

51. $a)\ u=5-4x$

$$\int 2(5-4x)^3dx=-\frac{2}{4}\int u^3du=-\frac{1}{8}(5-4x)^4+c$$

$b)\ u=5x+2$

$$\int \sqrt{5x+2}dx=\frac{1}{5}\int \sqrt{u}du=\frac{2}{15}\sqrt{(5x+2)^3}$$

$c)\ u=g(x)=x^2 \quad , \quad g'(x)=2x$

$$\int x\cdot e^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int 2x\cdot e^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int e^u du=\frac{1}{2}e^{x^2}+c$$

$d)\ u=g(x)=2x^3-4 \quad , \quad g'(x)=6x^2$

$$\int x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}dx=\frac{1}{6}\int 6x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}dx=\frac{1}{6}\int\sqrt{u}du=\frac{\sqrt{(2x^3-4)^3}}{9}+c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$e)\ u = g(x) = x^2 + 2x + 1 \quad , \qquad g'(x) = 2x + 2$

$$\int \frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x+2}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\ln\left| x^2+2x+1\right| + c$$

$f)\ u = g(x) = 2 + \sin x \quad , \qquad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx = \int \frac{1}{u^3}du = -\frac{1}{2(2+\sin x)^2} + c$$

$$g)\ \int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{3}\right)+1}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\int \frac{1}{u^2+1}du$$

$$\int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c = \frac{1}{6}\sqrt{2}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c$$

$h)\ u = g(x) = x^2 - 4 \quad , \qquad g'(x) = 2x$

$$\int \frac{x^2}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\ln\left| x^2-4\right| + c$$

$$i)\ \frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3} \quad ; \quad A = \frac{1}{4} \quad , \quad B = \frac{3}{4}$$

$$\int \frac{x}{x^2+2x-3}dx = \frac{1}{4}\ln|x-1| + \frac{3}{4}\ln|x+3| + c$$

$$k)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

$$l)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

$$= \frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+3} + \ln|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}| + c$$

$$m)\ \frac{1}{x^2+12x+40}dx = \int \frac{1}{(x+6)^2+4}dx = \frac{1}{4}\int \frac{1}{\left(\frac{x+6}{2}\right)^2+1}dx$$

$$= \frac{1}{2}\arctan\frac{x+6}{2} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

52. $a)\ u = 2x - 3$

$$\int \ln(2x-3)dx = \frac{1}{2(2x-3)} + c$$

$b)\ u = 3x$

$$\int \cos 3x dx = \frac{1}{3}\sin 3x + c$$

$c)\ u = 3x + 1$

$$\int 2^{x+1}dx = \frac{2^{x+1}}{3\ln 2} + c = \frac{2^{x+1}}{\ln 8} + c$$

$d)\ u = 4x$

$$\int \lg 4x dx = \int (\lg 4 + \lg x)dx = x\lg 4 + \frac{x\cdot\ln x - x}{\ln 10} + c$$

$$e)\ u = \ln x \ \Rightarrow\ u' = \frac{1}{x}\ ,\quad v' = x \ \Rightarrow\ v = \frac{x^2}{2} + c_1$$

$$\int x\cdot\ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} + c_1\right)\cdot\ln x - \int \frac{1}{x}\cdot\left(\frac{x^2}{2} + c_1\right)dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\ln x + c_1 - \frac{x^2}{4} = c_1\ln x + c = \frac{x^2}{2}\cdot\ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

$$f)\ u = \ln x \ \Rightarrow\ u'\frac{1}{x} \qquad v' = \sqrt{x} \ \Rightarrow\ v = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1$$

$$\int \sqrt{x}\cdot\ln x dx = \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right)\cdot\ln x - \int \frac{1}{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right)dx$$

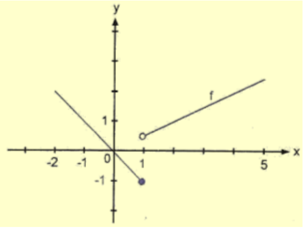
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\cdot\ln x + c_1\ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} - c_1\ln x + c = \frac{2}{2}\sqrt{x^3}\cdot\ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} + c$$

$$h)\ u = e^x \ \Rightarrow\ u'e^x \qquad v' = \cos x \ \Rightarrow\ v = \sin x + c_1$$

$$= \int x\cos x dx = x\cdot(\sin x + c_1) - \int (\sin x + c_1)dx$$

$$= x\cdot\sin x + c_1x + \cos x - c_1x + c = x\cdot\sin x + \cos x + c$$

دربېنځوس: الف: يو بنستيز تابع fدې لاندې ځيره ولري




$$53.\quad a)\ F(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} + c & x \le 1 \\ \frac{x^2}{4} + c & x > 1 \end{cases}$$

دا د $= F'(1)$ -1 او

$$\lim_{x\to 1} F'(x) = \lim_{x\to 1}\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

له امله د $x=1$ په ځای کې مشتقوړ نه ده او له دې امله fبنستيز تابع نه ده.

د دوه نه پرېکيدونکو توابعو انتيګرېشن:

(c) ketabton.com: The Digital Library

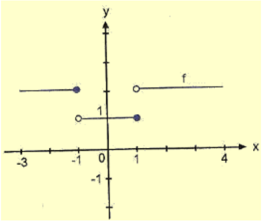
$$\int_{-2}^{5} f(x)dx = \int_{-2}^{1} -xdx = \left[-\frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{1} + \left[\frac{x^2}{4}\right]_{1}^{5}$$

$$= -\frac{1}{2} - (-2) + \frac{25}{4} - \frac{1}{4} = \frac{15}{2}$$

دا دf تابع په ورکړشوي اتروال کې انتیګرېشنوړ دهو سره له دې چې دا پرېکیدونکې ده او بنستیز تاع هم نه دي.

ب: تابع fدې لاندې ښېره ولري:

$$b)\ \ f(x) = \begin{cases} 2x + c & -3 < x \le -1 \\ x + c & -1 < x \le 1 \\ 2x + c & 1 < x \le 4 \end{cases}$$



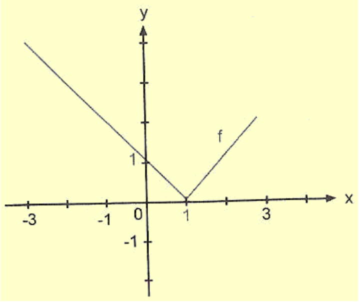

دا په ځایونو 1- =x=1; x کې انتیګرالوړ نه ده،
نوله دې سره دf بنستیز تابع نه ده.
د درې نهپرېکیدونکو توابعو انتیګرال:

$$\int_{-3}^{4} f(x)dx = \int_{-3}^{-1} 2dx + \int_{-1}^{1} 2dx [2x]_{-3}^{-1} + [x]_{-1}^{1} + [2x]_{1}^{4}$$

$$= -2 + 6 + 1 + 1 + 8 - 2 = 12$$

ځلورپنځوس: ارزښتازاده لیکنه راکوي:

$$54.\ \ f(x) = |x-1| = \begin{cases} x-1 & x \ge 1 \\ -x+1 & x < 1 \end{cases}$$




د تابعf یو بنستیزه تابع باید لاندې ښېره ولري

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - x + c & x \ge 1 \\ -\frac{x^2}{2} + x + c & x < 1 \end{cases}$$

د

$$F'(1) = 0 \qquad \lim_{x\to 1} F'(1) = \lim_{x\to 1} (-x+1) = 0$$

له امله په ځای کې ښوونه ده ( تابع ارزښت برابر پوله ارزښت):

$$F(1) = \lim_{x\to 1} -\frac{x^2}{2} + x + c$$

$$\frac{1}{2} - 1 + c_1 = -\frac{1}{2} + 1 = c_2$$

$$c_1 = 1 + c_2$$

له دې سره تابع f ناپرېکیدونکې، مشتقوړ بنستیز تابع F لري.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - x + c & x \le 1 \\ -\frac{x^2}{2} + x + c & x > 1 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځه پنځوس: الف: دf پارابول پورته لورته واز دئ د ککرئ ټکي S(1;1) سره. دا یواځې د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$55.\quad a)\ \int_{-1}^{4}(x^2-2x+2)dx=\left[\frac{x^3}{3}-x^2+2x\right]_{-1}^{4}=\frac{40}{0}+\frac{10}{3}=\frac{50}{3}$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot 4-(-1)=\frac{50}{3}\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{10}{3}$$

د اړونده ارزښتونو اینسوونه

$$\frac{10}{3}=x^2-2x+2$$

$$x^2-2x-\frac{4}{3}\quad\Rightarrow\quad x_1=1-\frac{\sqrt{21}}{3}\quad,\quad x_2=1+\frac{\sqrt{21}}{3}$$

ب: د f ګراف چګیدونکې کرښه ده د y– محورغوځي y=1سره. دا د ورöړشوې انتروال سره یواځې له دې سره د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$b)\ \int_{0}^{6}(x+1)dx=\left[\frac{x^2}{2}+x\right]_{0}^{6}=24-0=24$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(6-0)=24\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=4$$

د اړونده x- ارزښتونو سره اینسوونه.

$$x+1=4\quad\Rightarrow\quad x_0=3$$

پ: ساینکړه د ورکړشوي انتروال کې د x - محور پورته لور ته پرته ده.

$$c)\ \int_{0}^{\pi}\sin x dx=\left[-\cos x\right]_0^{\pi}=1+1=2$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(\pi-0)=2\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{2}{\pi}$$

د ورکړشوي اړونده x– محور لپاره ړدو:

$$\sin x=\frac{2}{\pi}$$

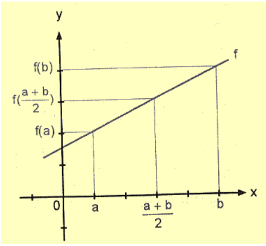
$$\Rightarrow x=\arcsin\frac{2}{\pi}\quad\Rightarrow\quad x_1\approx 0.690\quad,\quad x_2\approx 2.451$$

شپږپنځوس:

$$56.\quad a)\ \int_{a}^{b}(mx+n)dx=\left[\frac{mx^2}{2}+nx\right]_{a}^{b}=\frac{bm^2}{2}+bn-\frac{a^2m}{2}-an$$

$$=\frac{m}{2}(b^2-a^2)+n(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library




منځ ارزښت:

$$f(x_0)\cdot(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right)\quad\Rightarrow\quad x=\frac{a+b}{2}$$

دوښتونکو – ارزښتونو له پاره اېښوونه

$$=\frac{m}{2}(b+a)+n=mx\quad\Rightarrow\quad\frac{m}{2}(b+a)=mx\quad\Rightarrow\quad x\frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow\int_a^b(mx+n)dx=f(\frac{a+b}{2})\cdot(b-a)$$

د دې حالت له پاره چې کرښه د x–محور پورته لور ته ځغلي، نتیجه ( ۱ ) باوري کیږي، چې د ټراپځ فرمول سره سر خوري، که موږ اوږدوالی (b-a) د جګوالي په څیر او د تابع ارزښت $f(\frac{a+b}{2})$ د منځارزښت په حیث نیسو

$$A=f(\frac{a+b}{2})\cdot(b-a)$$

اوه پنځوس: الف: د f ګراف د x- محور یواځې پورته لور ته پروت دی.

$$\int_{-2}^{1}(x^2+1)dx=\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_{-2}^{1}=6$$

$A = 6$ د سطحې یونونو سره

ب - د f ګراف د x- محور یواځې پورته لور ته پروت دی.

$$b)\ \int_0^{\pi}(2+\sin x)dx=\left[2x-\cos x\right]_0^{\pi}=2\pi+2\quad\Rightarrow\quad A=(2\pi+2)\approx 8.283$$

د سطحې یونونه $A=(2\pi+2)$ ≈ 8,283سطحې واحدونو یا یوونونو سره

پ: دا کښته لور ته واز پارابل ککر ټکی S(-2;-1) لري او له دې سره یواځې د x -محور کښته لور ته پروت دی،

$$c)\ \int_{-3}^{0}(-x^2-4x-5)dx=-\int_{-3}^{0}(x^2+4x+5)dx=-\left[\frac{x^3}{3}2x^2+5x\right]_{-3}^{0}=-6$$

$A=|-6|=6$ د هوارې یا سطحې یونونه یا واحدونه.

ت : یواځې صفرځای N(-1;0) دی، یواځنی قطبځای په $x_1=0$ کې پروت دی. د f ګراف په ورکړ شوي انټروال کې ناپرېکیدونکی دی او یواځې د x-محور پورته لور ته پرته ده.

$$d)\ \int_1^e\left(1+\frac{1}{x}\right)=dx=\left[x+\ln x\right]_1^e=e$$

A=e د سطحې یوونونه ~ 2,718د سطحې یوونونو سره:

اته پنځوسم: دا پورته لور ته واز پارابل ککر ټکی S(-1,1) لري او له دې سره یواځې د x - محور پورته لور ته پروت دی،

اېښوونه:

$$\int_{-2}^{b}(x^2+2x+2)dx=6$$

انټګرالونه او اېښوونه: $\frac{b^3}{3}+b^2+2b+\frac{8}{3}=6$

بڼه بدلون: $b^3+3b^2+6b-10=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حل:b1=1

د پولینوموېش. $(b^3+3b^2+6b-10):(b-1)=b^2+4b+10$

د $b_{2,3}=-2\pm\sqrt{4-10}$ له امله بل کوم اوبی یا حل شتون نه لري.

نهه پنځوس: د ګراف یواځې په لومړی څلورۍ کې او له دې امله د x -محور پورته لور ته پروت دی.

اینوونه: $\int_a^4 3\sqrt{x}dx=14$

انتګرالونه او اینوونه: $2\sqrt{4^3}-2\sqrt{a^3}=14$

بڼه بدلون: $16-2\sqrt{a^3}14 \Rightarrow a=1$

غوښتوني د انتیګرال لاندې پوله a=1 ده.

شپیته: یو پورته لورته کښولشوی نورمال پارابول تابع مساوات y=x² + a لري د a > 0 سره.

اینښونه: $\int_{-1}^{2}(x^2+a)dx=9$

انتیګرال – او ځاي په ځای کړی: $3+3a=9 \Rightarrow a=2$

ښوغښتوني پارابول برابرون دی: $y=x^2+2$

یوشپیته: د f انتروال د $0<x<\pi$ له پاره صفرځای نه لري. دا یا د x- محور پورته لور ته او یاکښته لور ته پروت دی.

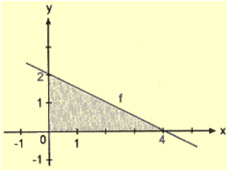
اینوونه: $\left|\int_0^{\pi} a\cdot\sin x dx\right|=4$

انتیګرال کړی او ځا په ځای کړی: $|2a|=4 \Rightarrow a_1=2 \quad , \quad a_2=-2$

د $a_1=2$ یا د $a_2=-2$ په حالتونو کې په ورکړشوي انترول کې د سطحې کچه ۴ ده.

۶۲ : د سطحې شمیرنه د انتیګرال له لارې یا د انتیګرال سره

$$\int_0^4\left(-\frac{1}{2}x+2\right)dx=\left[\frac{x^2}{4}=2x\right]_0^4=4$$




د سطحې ساده شمیرنه

$$A=\frac{4\cdot 2}{2}=4$$

۶۳ : الف: صفرځایونه $N_1(-4;0); N_2(1;0)$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3\right)dx\right|+\left|\int_{1}^{3}\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]_{-4}^{1}\right|+\left|\int_{1}^{3}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]\right|=\left|23\frac{7}{16}\right|+|-2|$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = 25\frac{7}{16}$$

د غوښتونې سطحې منځهوارې کچه $25\frac{7}{16}$ ده

صفرځایونه: $N_1(-2;0); N_2(0;0); N_3(3,0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{0}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{3}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right|$$

$$A = \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{-2}^{0}\right| + \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{0}^{3}\right| = 10\frac{13}{24}$$

پ : صفرځایونه: $N_1(0;0); N_2(2;0); N_3(4,0)$

$$c)\ \ A = \left|\int_{0}^{2}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right| + \left|\int_{2}^{4}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{0}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{2}^{4}\right| = 8$$

غوښتونې منځهواره د هوارې ۸ واحدونه کچکوي

ت : صفرځایونه: $N_1(1;0); N_2(5;0)$

$$d)\ \ A = \left|\int_{1}^{5}(-x^2 + 6x - 5)\,dx\right| = \left|\left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x\right]_{1}^{5}\right| = 10\frac{2}{3}$$

د غوښتونې سطحې منځهوارې کچه $10\frac{2}{3}$ ده

څلورشپیته:

الف : صفرځایونه: $N_1(2;0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{2}(x-2)dx\right| + \left|\int_{2}^{3}(x-2)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{-2}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{2}^{3}\right| = 8\frac{1}{2}$$

غوښتوني هواردننه د هواریوونونو یا واحدونو کچه $8\frac{1}{2}$ ده.

ب : صفرځایونه: $N_1(-2;0); N_2(3;0)$

$$A = \left|\int_{1}^{3}(x^2 - x - 6)dx\right| + \left|\int_{3}^{5}(x^2 - x - 6)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{1}^{3}\right| + \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{3}^{5}\right| = 20$$

غوښتوني هواردننه د هواریوونونو یا واحدونو کچه ۲۰ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : صفرځایونه: $N_1(2;0); N_2(6;0)$

$$c)\quad A=\left|\int_0^2 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_2^6 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_6^8 (x^2-8x+12)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_0^2\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_2^6\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_6^8\right|$$

$$A=32$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه ۳۲ده.

پنځه شپيته: اکسپوننشل - يا جګګڼ $y=e^x$ کږه يواځې د x-مجور پورته لور ته پرته ده. دا کښته لور ته واز پارابول $y=-x^2-1$ د ککرۍ ټکي $S(0;-1)$ سره د x- محور کښته لور ته پروت دی. له دې امله دواړه ګرافونه يو بل نه غوځوي.

$$65.\quad A=\left|\int_0^1 (e^x+x^2+1)\,dx\right|=\left|\left[e^x+\frac{x^3}{3}+x\right]_0^1\right|=e+\frac{1}{3}$$

غوښتونې سطحه $\frac{3e+1}{3}$ د سطحې يوونونه يا واحدونه ورکوي

شپږشپيته: جګيدونکې کربنه د –محور په کې غوځوي. لهد ې سره دا په لومړۍ څلورۍ کې د ساينکربې پورته لور ته ځغلي. په ورکړشوې انتروال کې د دواړو کږو غوځټکي نه شته.

$$66.\quad A=\left|\int_0^{2\pi} (2x+2-\sin x)\,dx\right|=\left|\left[x^2+2x+\cos x\right]_0^{2\pi}\right|=4\pi^2+4\pi$$

غوښتوني سطحه $4\pi(\pi+1)$ د سطحې يوونونه يا واحدونه ورکوي

اوه شپيته: د

$$67.\quad x^2-3=2x^2+1 \quad\Rightarrow\quad x^2=-4$$

له امله دواړه کربني يوبل نه غوځوي

$$A=\left|\int_{-1}^2 (2x^2+1-(x^2-3))dx\right|=\left|\int_{-1}^2 (x^2+4)dx\right|=\left|\left[\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-1}^2\right|=15$$

اته شپيته: پارابول $y=\sqrt{x}$ تول په لومړۍ څلورمه کې ځغلي. هغه د لوېدونکو(نزولي) کربښو $y=-x-a$ ښځخه د y-محور برخه سره 1- نه غوځوي.

$$68.\quad A=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}-(-x-1))dx\right|=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}+x+1))dx\right|=\left|\left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right]_0^4\right|$$

$$A=17\frac{1}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتونې منځهواره $17\frac{1}{3}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

نهه شپیته: د غوځېکې شمیرنه

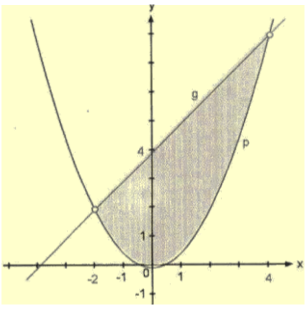
$$69.\quad 2x+1=x+3 \quad \Rightarrow \quad x=2$$

دواړه

$$A=\left|\int_{-2}^{1}(x+3-(2x+1))dx\right|=\left|\int_{-2}^{1}(-x+2)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-2}^{1}\right|=7\frac{1}{2}$$

غوښتونې منځهواره 7,5 د سطحې یوونونه کچکوي.

اویا:




$$0.5x^2=x+4$$

$$x^2-2x-8=0$$

$$\Rightarrow x_1=-2 \quad , \quad x_2=4$$

هواره یا سطحه وشمیرئ

$$A=\left|\int_{-2}^{4}(x+4-\frac{x^2}{2})dx\right|$$

$$=\left|\left[\frac{x^2}{2}+4x-\frac{x^3}{6}\right]_{-2}^{4}\right|$$

$$A=18$$

غِوښتونېد سطحې دننه د سطحې ۱۸ یوونونه کچکوي.

یواویا: د غوځېکو پروتمحور

$$x^2-6x+5=-x+1$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=4$$

هوارې یا سطحې وسمیرئ

$$A=\left|\int_{1}^{4}(-x+1-(x^2-6x+5))dx\right|=\left|\int_{1}^{4}(x^2+5x-4)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}-4x\right]_{1}^{4}\right|=\frac{9}{2}$$

د غوښتونې هورې یا سطحې کچیوونونه $\frac{9}{2}$ دي،

دوه اویا: د کربښیز برابرونونو لیکل

$$f(-1)=3 \quad , \quad f(2)=6$$

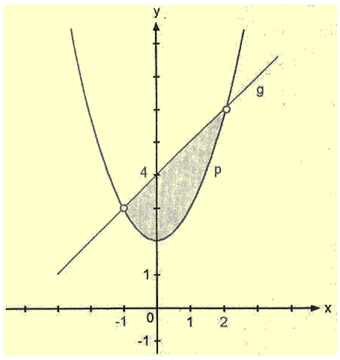
د کربښبرابرونونو دوه ټکې بنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$y = \frac{6-3}{2-(-1)}(x-(-1)) + 3$$

$$y = x + 4$$




هوارې يا سطحې شميرنه:

$$A = \left| \int_{-1}^{2} (x+4) - (x^2+2))dx \right|$$

$$= \left| \int_{-1}^{2} (-x^2 + x + 2)dx \right|$$

$$A = \left| \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^{2} \right| = \frac{9}{2}$$

غوښتونې منځهواره 4,5 د سطحې يوونونه کچکوي.

هوارې شميرنه:

$$A = \left| \int_{1}^{3} (-2x^2 + 8x - 3 - (x^2 - 4x + 6))dx \right| = \left| \int_{1}^{3} (-3x^2 + 12x - 9)dx \right|$$

$$A = \left| \left[ -x^3 + 6x^2 - 9x \right]_{1}^{3} \right| = 4$$

پنځه اويا:د غوښتکو پراته ارزښتونه:

$$4\sqrt{x} = \frac{x^2}{2}$$

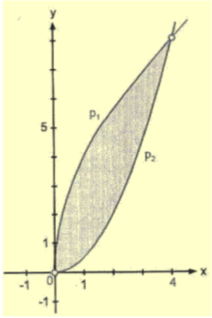
$$16x = \frac{x^4}{4}$$

$$64x = x^4$$

$$x^4 - 64x = 0$$

$$x(x^3 - 64) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \quad , \quad x_2 = 4$$




هوارشميرنه:

$$A = \left| \int_{0}^{4} (4\sqrt{x} - \frac{x^2}{2})dx \right|$$

$$A = \left| \left[ \frac{8\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x^3}{6} \right]_{0}^{4} \right| = \frac{32}{3}$$

غوښتونې منځهواره $\frac{32}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

شپږاويا: د غوښتکو پراته ارزښتونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2\sqrt{x} = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$6\sqrt{x} = 2x + 4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 \quad , \quad x_2 = 4$$

د سطحې يا هوارې شميرنه:

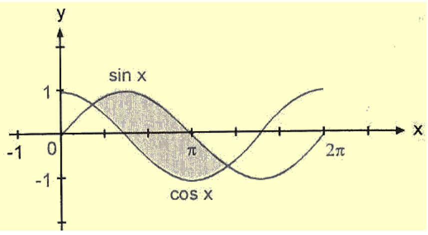
$$A = \left|\int_1^4 (4\sqrt{x} - (\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}))dx\right| = \left|\int_1^4 (2\sqrt{x} - \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}))dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{x^2}{3} - \frac{4x}{3}\right]_1^4\right| = \frac{1}{3}$$

غوښتونې منځهواره $\frac{1}{3}$ د سطحې يوونونه كچكوي.

اوه اويا: د غوښتكو پراته ارزښتونه:

77. $\sin x = \cos x$




$$\frac{\sin x}{\cos x} = 1$$

$$\tan x$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4} \quad , \quad x_2 = \frac{5\pi}{4}$$

د هوارې شميرنه:

$$A = \left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi} (\sin x - \cos x)dx\right|$$

$$A = \left|[(-\cos x - \sin x)dx]_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi}\right| = \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}$$

غوښتونې منځهواره $2\sqrt{2}$ د سطحې يوونونه كچكوي.

اته ويا: د تانجنتبرابرون ليكل:

لومړي رابيليدنه يا مشتق: $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

تابع ارزښتونه $f(2) = 1$ : $f(2)$

جګيدنه په $f'(2) = 5$ : $x_0 = 2$ كې

د $x_0 = 2$ او $f(x_0) = y_0 = 1$ اينونه په

$y = 5(x - 2) + 1$ : $y = m(x - x_0) + y_0$ كې

د تانجنت برابرون دى: y=5x-9

اينونه :

$$x^3 - 2x^2 + x - 1 = 5x - 9$$

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$$

پولينوموېش:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$(x^3-2x^2)-4x+8):(x-2)=x^2-4$$
$$\Rightarrow\ x_1=-2\quad,\quad x_2=2$$

د دويم ګډ غوڅټکي د پروتمحور ارزښت: $x_1=-2$

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2+x-1)(5x-9))dx\right|=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2-4x+8)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-2x^2+8x\right]_{-2}^{2}\right|=\frac{64}{3}$$

غوښتوني منځهواره $\frac{64}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

نهه اويا: نورمالبرابرون

لومړی رابيليدنه يا لومړي مشتق:

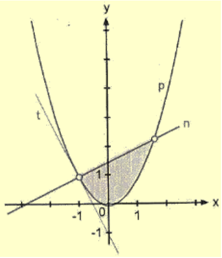
$$f'(x)=2x$$

تابع ارزښت $f(-1)$ :

$$f(-1)=1$$

تانجنتجګيدنه په $x_0=-1$: کې.

$$f'(-1)=-2$$




په $x_0=-1$: کې د نورمال جګيدنه:

$$m_n=-\frac{1}{m_t}=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$$

نورمالبرابرونه:

$$y=\frac{1}{2}(x-(-1))+1$$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

د دويم غوڅټکي د پروتمحور ارزښت

$$x^2=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\ \Leftrightarrow\ 2x^2-x-3=0\ \ \Rightarrow\ x_1=-1\quad,\quad x_2=\frac{3}{2}$$

نورمال د $x_2=\frac{3}{2}$ په ځای کې د پارابول سره يو بل ګډ غوڅټکی لري.

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-1}^{1.5}(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}-x^2)dx\right|=\left|\left[\frac{x^2}{4}+\frac{3x}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1.5}\right|=\frac{125}{48}$$

ِوښتوني سطحه $\frac{125}{48}$ د سطحې يوونونه ده.

يواتيا: په x=0 کې پيژند- يا تعريفتشيا ده.

له دې سره په ورکړشوي انتروال کې د f تابع ناپرېکيونکي ده،

يو اتيا: د غوڅټکو د پروت محور ارزښتونه:

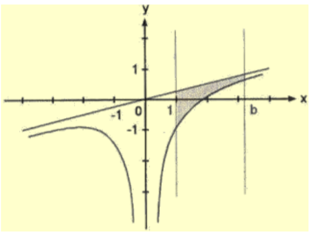
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{4}x=\frac{x^3-8}{4x^2} \Leftrightarrow x^3=x^3-8$$

كرښه د تابع له ګراف سره ګډ ټكي نه لري.( دا د ګراف ګاونډ يا اسيمپتوټي ده)
اينوونه:

$$A=\left|\int_1^b\left(\frac{1}{4}x-\frac{x^3-8}{4x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\left(\frac{x}{4}-\frac{x}{4}+\frac{2}{x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\frac{2}{x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{2}{x}\right]_1^b\right|=\left|-2\cdot\frac{1}{b}+2\right|$$

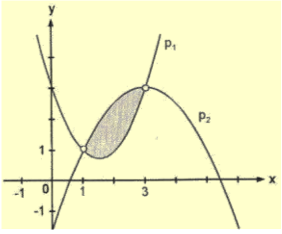


د $b>1$ له امله دی

$-2\cdot\frac{1}{b}+2>0$ ، له دې سره دی

$$-2\cdot\frac{1}{b}+2=\frac{3}{2} \Rightarrow b=4$$

د b=4 له پاره هواره ورکړشوي ارزښت غوره کوي يا اخلي.
دوه اتيا: د غوڅتکو د پروت محور ارزښتونه:



$$x^2-3x+3=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}$$

$$x^2-4x+3=0$$

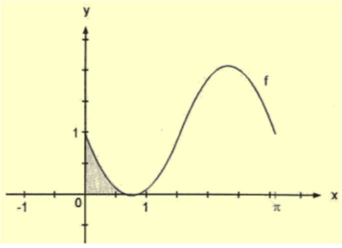
$$\Rightarrow x_1=1 \quad , \quad x_2=3$$

د هوارې شميرنه په انټروال [1,3] کې سرته رسيږي.
د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}-(x^2-3x+3)\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{3}{2}x^2+6x-\frac{9}{2}\right)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^3}{2}+3x-\frac{9x}{2}\right]_1^3\right|=2$$

غوښتونې هواره د هوارې دوه يوونونه ده.
دري اتيا: د $a-\sin 2x \geq 0$ او $a>0$ له امله د f ګراف د x- محور يواځې پورته لور ته پروت دی.( د $a=1$ له پاره په ځنګ کې ځيره وکوری)
صفرځايونه:
صفرځايونه له a خپلواک دي.



$$1-\sin 2x \geq 0$$

$$1-\sin 2x=0$$

$$\sin 2x=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in z)$$

د هوارې شميرنه له پيل تر لومړي صفرځای پورې شميرل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{4}} a(1-\sin 2x)dx\right| = a\cdot\left|\left[x+\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}\right|$$

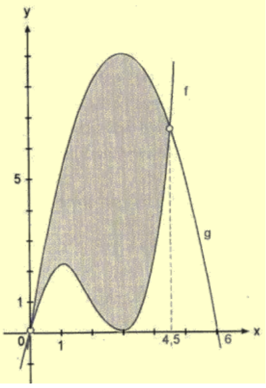
$$A=a\cdot\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot 0\right)-a\cdot\left(0+\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2)$$

برابراینووونه:

$$\pi-2=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2) \quad\Rightarrow\quad a=4$$

د $a=4$ له پاره هوارع ورکړشوي ارزښت هوره کوي.

ځلوراتیا: د غوڅیکو پروت محور




$$\frac{2}{3}x^3-4x^2+6x=-x^2+6$$

$$\frac{2}{3}x^3-3x^2=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=\frac{9}{2}$$

د هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{4.5}\left(-x^2+6x-\frac{2}{3}x^3+4x^2-6x\right)dx\right|$$

$$=\left|\int_0^{4.5}\left(-\frac{2}{3}x^3+3x^2\right)dx\right|$$

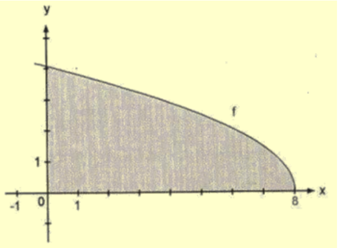
$$A=\left|\left[-\frac{1}{6}x^4+x^3\right]_0^{4.5}\right|=\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$$

غوښتوني هواره $\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$ هواریوونونه کچوي.

پنځه اتیا: صفرځایونه

$$0=\sqrt{16-2x} \quad\Rightarrow\quad x=8$$

هوارشمیرنه




$$A=\left|\int_0^8 \sqrt{16-2x}dx\right|$$

$$=\left|\left[-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(16-2x)}\right]_0^8\right|$$

$$A=\frac{64}{3}$$

غوښتوني هواره $A=\frac{64}{3}$ هواریوونونه کچوي.

شپږاتیا: الف: تابع په x=-2 کې پیژندتشځای لري.

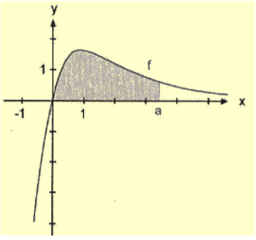
(c) ketabton.com: The Digital Library

يواځنى صفر ځاى د

$$86.\quad a)\ \frac{48x}{(x+2)^3}=0 \quad\Rightarrow\quad 48x=0$$

له امله په $x_2=0$ كې دى.

له دې امله ګراف د a>0 له پاره ناپرېكيدونكى دى په لومړي انټروال [0,a]كې د سطحي شميرنه ده:




$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{(x+2)^2}+\frac{C}{(x+2)^3}$$

$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{Ax^2+(4A+B)x+4A+2B+C}{(x+2)^3}$$

د ضريبونو يا ځلوونو پرتله كونه

$$A=0$$

$$4A+B=48$$

$$4A+2B+c=0 \quad\Rightarrow\quad A=0 \quad,\quad B=0 \quad,\quad C=-96$$

انتيګرال يي كړى

$$\int_0^a \frac{48x}{(x+2)^3}dx=\int_0^a\left(\frac{48}{(x+2)^2}-\frac{96}{(x+2)^3}\right)dx=\left[-\frac{48}{x+2}+\frac{48}{(x+2)^2}\right]_0^a$$

$$=\left[-48\frac{x+1}{(x+2)^2}\right]_0^a=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right)$$

د A=8 له پاره د هوارې يوونونه

$$8=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right)\Leftrightarrow\frac{1}{12}=\frac{a+1}{(a+2)^2}\Leftrightarrow 0=a^2-8a-8$$

د $a>0$ له امله $a=4+\sqrt{24}\approx 8.900$ يواځنى حل دى.

د $a=8.900$ له پاره د هوار يينونه غوښتونى ارزښت نيسي

ب: پارامترt په صفرځاى كوم اغيز نه لري.

موږ په بلډول ليكو:

$$y=\frac{tx}{(x+2)^3}=t\cdot\frac{x}{(x+2)^3}$$

اوس د t=48 له پاره د برخې الف سره پرته كول شوني دي.

$$y=\frac{48x}{(x+2)^3}=48\cdot\frac{x}{(x+3)^3}$$

د ناټاكلي انتيګرال لاس ته راوني كيدى شي له برخې الف هم ونيول شي.

$$\int_0^4 t\frac{x}{(x+2)^3}dx=-\left[-t\cdot\frac{x+1}{(x+2)^3}\right]_0^4=\frac{1}{9}t$$

د A=10هوارې يوونونون له پاره ايينونه.

$$\frac{1}{9}t=10 \quad\Rightarrow\quad t=90$$

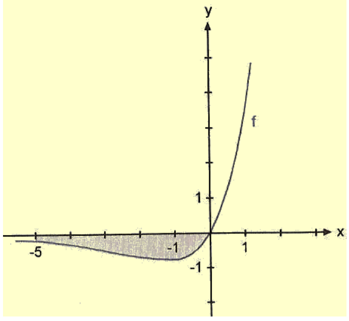
د $t=90$ له لپاره د هورې يوونونه غوښتلى ارزښت نيسي.

اوه اتيا:صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 = x \cdot e^{0.5x} > 0$

ګراف د $e^{0.5x} > 0$ له امله يواځنی صفرځای په $x = 0$ کې لري.




له دې سره د هوارې شميرنه

په انتروال [-5,0] کې کيږي.

توټه – يا پارسل انتيګرالونه.

$u(x) = x$

د $u'(x) = 1$ سره

$v'(x) = e^{0.5x}$

د $v(x) = 2e^{0.5x}$ سره

$$\int_{-5}^{0} x \cdot e^{0.5x} dx = \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \int_{-5}^{0} 2 \cdot e^{0.5x} dx$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \left[4 \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0}$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}(x-2)\right]_{-5}^{0}$$

$$= -4 + 14 \cdot \sqrt{e^{-5}}$$

دا چې هواره د - محور کښته لور ته پرته ده، ناټاکلی انتيګرال کميز يا منفي ګڼ ارزښت لري.

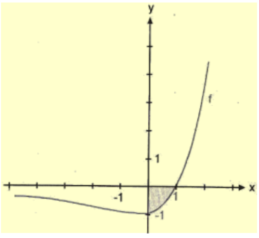
غوښتوني منځهواره د هوارې نږدې ۲،۸۵۱ يوونونه کچوي.

اته اتيا: صفرځايونه

$0 = e^{x}(x-1)$

د $e^{x} > 0$ له امله ګراف د $x - 1 = 0$

له پاره يواځنی صفرځای په $x = 1$ کې لري.




له دې سره د سطحې شميرنه په انتروال [0,1] کې کيږي.

توټه انتيګرالونه

$u'(x) = 1$

$v'(x) = e^{x}$

$v'(x) = e^{x}$

$v(x) = e^{x}$

$$\int_{0}^{1} e^{x}(x-1)dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \int_{0}^{1} e^{x} dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \left[e^{x}\right]_{0}^{1}$$

$$= \left[e^{x}(x-2)\right]_{0}^{1} = 2 - e \approx -0.718$$

دا چې هواره د -محور کښته لور ته پرته ده، نوټاکلی انتيګرال کميز ؛ڼ ارزښت لري.

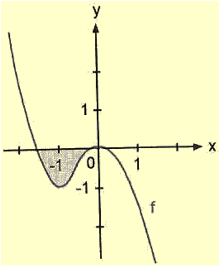
غوښتوني منځهواره 0.718 د هوارې يوونونه کچه وي.

نهه اتيا: صفرځايونه:

$- 2x^{2} - 3x^{2} = 0$

$- x^{2}(2x+3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -1.5 \quad , \quad x_{2,3} = 0$

د دواړو صفرځايونو په منځ کې د هوارې شميرنه:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_{-1.5}^{0}(-2x^3-3x^2)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{x^4}{2}-x^3\right]_{-1.5}^{0}\right|=\left|-\frac{27}{32}\right|$$

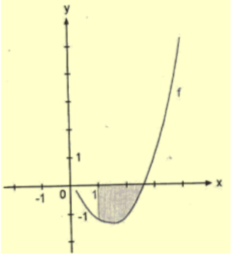
غوښتوني منځهواره 0,844 د هوارې يوونونه کچه وي.

نوي: صفرځايونه:

تابع ( يا خيرونه)f يواځې د $x>0$ له پاره پيژند لري يا تعريف ده.

نو له دي امله يواځنی صفرځای د $\ln x=1 \Leftrightarrow \ln x-1=0$ لپاره په $x=e$ کې

شتون لري.




توټه انتيگرالونه

$u(x)=\ln x-1$

$u'(x)=\frac{1}{x}$

$v'(x)=x^2$

$v(x)=\frac{x^3}{3}$

$$\int_0^1 x^2\cdot(\ln x-1)d$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\int_1^e\frac{1}{x}\cdot\frac{x^3}{3}dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\left[\frac{x^3}{9}\right]_1^e$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{4x^3}{9}\right]_1^e=\frac{1}{9}(4-e^3)\approx-1.787$$

دا چي هواره د x-محور لاندې پرته ده، نو دا تاکلي انتيگرال يو کميز ؛ن ارزښت لري.

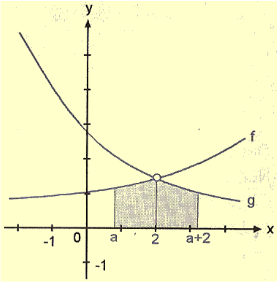
غوښتوني هواره $-1.787$ هوار يوونونه کچ کوي.

يونوي: د جګګنونو د پرته له مخې د غوځتکو شميرل

$$e^{\frac{1}{4}x}=e^{-\frac{1}{4}x+1}$$

$$\frac{1}{4}x=-\frac{1}{4}x+1$$

$$x=2$$




دواړه گرافونه په $x=2$ کې غوځوي.

د هوارشميرنې ايښوونه:

دواړ هبرخهواري د x-محور پورته لور ته پرتې دي، نو له دې امله د تاکلي انتيگرال ارزښتونه زاتيز يا مثبت دي،

له دې امله د ارزښت ليکندول څخه تيرېږو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\int_a^2 a^{\frac{1}{4}x}dx+\int_2^{a+2} e^{-\frac{1}{4}x+1}dx=\left[4e^{\frac{1}{4}x}\right]_a^2+\left[-4e^{-\frac{1}{4}x+1}\right]_2^{a+2}$$

$$=4e^{\frac{1}{2}}-4e^{\frac{1}{4}a}-4e^{-\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}+1}+4e^{-\frac{1}{2}+1}$$

$$A=4\cdot\left(2e^{\frac{1}{2}}-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

د ځای اړوند اکستریموم له پار اړیین شرط دی: $A'(a)=0$

$$A'(a)=4\cdot\left(-\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}+\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

پوره کیدونکي شرطونه.

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

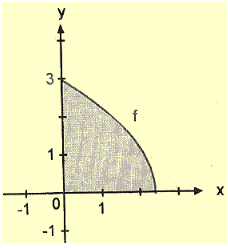
د a=2 له پاره هواره ممکن ستره خوندیونه غوره کوي. له دې امله هواره په انتروال [1,3] کې پرته ده.

دوه نوي:ٞفرځایونه:

$$0=\sqrt{9-4x}\quad\Rightarrow\quad x=\frac{9}{4}$$

ګراف د پارابل د خرانګي یا یوې برخه ښایي، چې کیڼ لور ته از دی، کوم چې د x-محور پورته لور ته پروت دی.غبنتونې هواره له دې سره په انتروال [0;2, 25] کې پرته ده.

د هوارې شمیرنه:




$$A=\left|\int_0^{\frac{9}{4}}\sqrt{9-4x}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(9-4x)^3}dx\right]_0^{\frac{9}{4}}\right|=\left|\frac{1}{6}\sqrt{9^3}\right|=\frac{9}{2}$$

غوښتونې هواره $\frac{9}{2}$ د هوارې یوونونه کچوي.

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

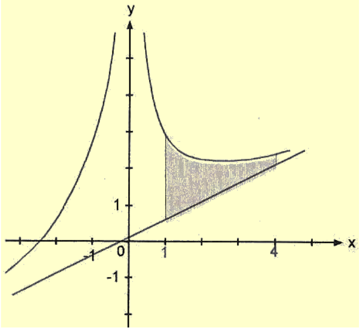
پوره کيدوني شرطونه

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

د  له پاره هواره ممکن ستره خونديونه غوره کوي. له دې سره هواره په انتروال [1,3] کې پرته ده.

درې نوي: تابع يا ځيرونه په x=0 کې پيژندتشځای لري. په انتروال [1;4] کې ناپرېکيدونکی دی.




$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+12}{2x^2}=\frac{1}{2}x$$

د ګاوند – يا اسيمپتوت برابرون

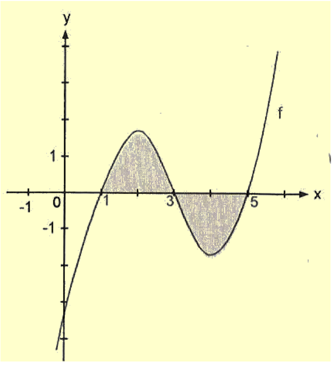
$$y=\frac{1}{2}x$$

هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_1^4(\frac{x^2+12}{2x^2}-\frac{1}{2}x)\,dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^4(\frac{1}{2}x-\frac{6}{x^2}-\frac{1}{2}x)\,dx\right|=\left|\int_1^4(\frac{6}{x^2}\,dx\right|=-\left|\left[-\frac{6}{x}\right]_1^4\right|=\frac{9}{2}$$

وښتوني منځهواره $\frac{9}{2}$ د هوارې يوونونه کچوي.




څلورنوي: صفرځايونه

ازمښېښت يو لومړي صفرځای راکوي، د $x_1=1$ سره

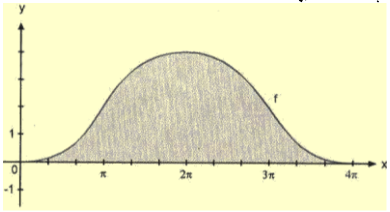
پولينوموېش

$$(x^3-9x^2+23x-15):(x-1)$$
$$=x^2-8x+15$$

نور صفرځايونه دي:

$$x_2=3 \quad , \quad x_3=5$$

له دې سره هوارشميرنه په برخه انتروالونو [1;3] او [3;5] کې کيږي.




هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_0^{4\pi}2(1-\cos\frac{x}{2})dx\right|=2\cdot\left|\left[x-2\sin\frac{x}{2}\right]_0^{2\pi}\right|$$

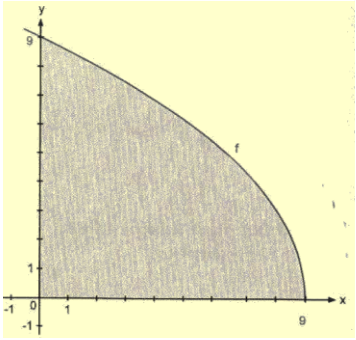
(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتوني هواره ۲۵،۱۳ د هواريوونونه لري.

اوه نوي: صفرځايونه:

$3\cdot\sqrt{9-x}=0$

$\Rightarrow\ x=9$




له دي سره غوښتوني هواره په انټروال[0;9] کي پرته ده

$$A=\left|3\int_0^9\sqrt{9-x}dx\right|$$

$$=3\left|\left[-\frac{2}{3}\sqrt{(9-x)^3}dx\right]_0^9\right|$$

$A=54$

غوښتوني منځهواره ۵۴ د هوارې يوونونه کچه کوي.

اته نوي: صفرځايونه:

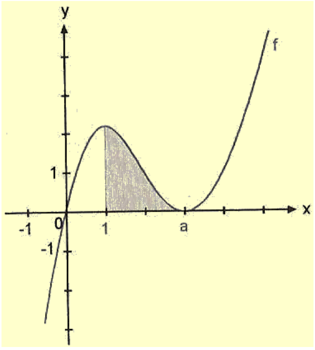
$$0=x^3-2ax^2+a^2x$$

$$0=x(x^2-2ax+a^2)$$

$$\Rightarrow\ x_1=0$$

$$0=x^2-2ax+a^2$$

$$\Rightarrow\ x_{2/3}=a$$




د a>1 له امله پارابول د $0<x<1$ له پاره صفرځاى نه لري

د هوارشميرني اېښوونه:

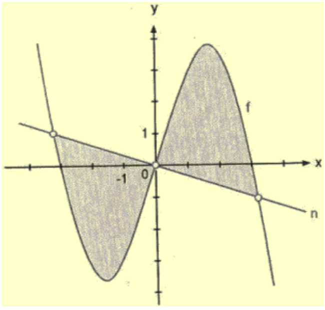
$$A=\left|\int_0^1(x^3-2ax^2+a^2x)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2ax^3}{3}+\frac{a^2x}{2}\right]_0^1\right|=\frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{4}-\frac{2a}{3}+\frac{a^2}{2}=\frac{11}{4}\ \Leftrightarrow\ 6a^2-8a-30=0\ \ \Rightarrow\ a_1=-\frac{5}{3}\ ,\ \ a_2=3$$

د a>1 له امله a=3 يواځني اوبي يا حل دی.

نهه نوي:



(c) ketabton.com: The Digital Library

99. $f'(x) = -x^2 + 3$

$f'(0) = 3$

$\Rightarrow\ m_n = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{3}$

دا چې کرښه سرچینه یزه – یا پیلکرښه ده ، نو برابرن یې دي :

د غوڅټکو د پروتمحور ارزښتونه:

$$\frac{1}{3}x = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$$

$$\frac{1}{3}x(x^2 - 10) = 0 \quad \Rightarrow\ x_1 = -\sqrt{10}\ ,\quad x_2 = 0\ ,\quad x_3 = \sqrt{10}$$

هوارشمیرنه:

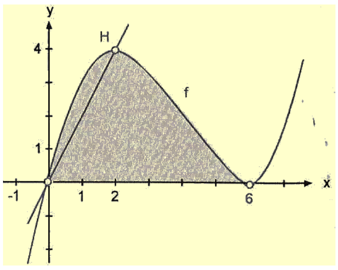
دا چې fd په برابرونونو کې یواځې ناجوړه کګګنونه منځ تهراخې، له دې امله د ګراف سرچینې ته ټکی سیموتریک دی.نو له دې سره بسیا کوي چې هواره په یوه برخ انتروال کې وشمیرو.

$$A = 2\cdot\left|\int_0^{\sqrt{10}}\left(-\frac{1}{3}x - (-\frac{1}{3}x^3 + 3x)\right)dx\right| = 2\cdot\left|\int_0^{\sqrt{10}}\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{10}{3}\right)dx\right|$$

$$A = 2\cdot\left|\left[\frac{x^4}{12} - \frac{5x^2}{3}\right]_0^{\sqrt{10}}\right| = 2\cdot\frac{25}{3} = \frac{50}{3}$$

خورا لویه منځهواره $\frac{50}{3}$ د هوارې یوونونه ګچوي.

سل :




$$\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x^2 - 12x + 36) = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x-6)^2 = 0$$

$$\Rightarrow\ x_1 = 0\ ,\quad x_{2/3} = 6$$

**جګټکی**

$$f'(x) = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}(x^2 - 8x + 12)$$

$$\Rightarrow\ x_1 = 2\ ,\quad x_2 = 6$$

د

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(x)=\frac{3}{4}x-3 \quad \Rightarrow \quad f''(2)=-\frac{3}{2}<0 \qquad x=2$$

له امله د x=2 له پاره دا يومکسموم په ګوتهکوي.
د کرښيز برابرون ليکنه

$$f(2)=4$$

$$y=\frac{4-0}{2-0}(x-0)+0 \quad \Rightarrow \quad y=2x$$

د منځهوارۍ شميرنه:
ټوله هواره:

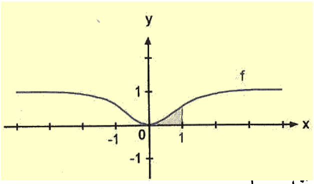
$$A=\left|\int_0^6 \left(\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x\right)dx\right|=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{9x^2}{4}\right]_0^6\right|$$

د برخهوارۍ له پاره اېښونه

$$A=\left|\int_0^6 \left(\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x\right)dx\right|=\left|\int_0^2 \left(\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x\right)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{5x^2}{4}\right]_0^2\right|=\frac{3}{2}$$

يوسل او يو: صفرځايونه:




$$0=\frac{x^2}{1+x^2} \quad \Leftrightarrow \quad x^2=0$$

$$\Rightarrow \quad x=0$$

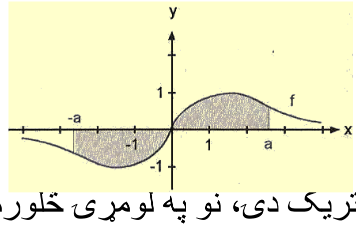
د هوارښميرنه:
موخه ور بنه بدلون مو يوه ساده انتيګرال ته بيايي.

$$A=\left|\int_0^1 \frac{x^2}{1+x}dx\right|=\left|\int_0^1 \frac{1+x^2-1}{1+x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\int_0^1 \left(\frac{1+x^2}{1+x^2}-\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|\int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|[x-\arctan x]_0^1\right|$$

$$A=1-\arctan 1-0+\arctan 0=1-\frac{\pi}{4}$$

غوښتونې منځهواره 0,215 هواريوونونه کچه وي.




يوسل ودوه:

$$0=\frac{x}{1+x^2} \quad \Rightarrow \quad x=0$$

د هوارۍ شميرنې له پاره اېښوونه:
دا چې ګراف پيل يا سرچينې ټکی ته سيومتريک دی، نو په لومړی ځلورمه کې د انتيګرال شميرنه بسيا کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u(x)=1+x^2$ او $u'(x)=2x$ سره د انتیګرالوني تابع بڼه

$f(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$ لري. له دې سره دي: $f'(x)=\ln u$

$$A=2\cdot\left|\frac{1}{2}\int_0^a\frac{2x}{1+x^2}dx\right|=\left|\left[\ln(1+x^2)\right]_0^a\right|=\ln(1+a^2)-\ln 1$$

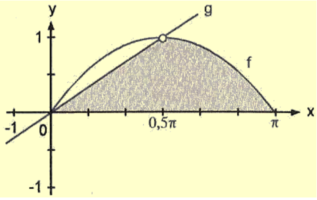
$$A=\ln(1+a^2)$$

برابراینونه:

$$\ln(1+a^2)=1\ \Rightarrow\ 1+a^2=e\ \Rightarrow a=\sqrt{e-1}$$

د a=1,311 له پاره منځهواره ورکړشوی ارزښت اخلي.

یوسلودرېِ:




$$103.\ \frac{2}{\pi}=\sin x\ \Rightarrow\ x_1=0\ ,\ \ x_2=\frac{\pi}{2}$$

هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2}{\pi}xdx\right|+\left|\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin xdx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^2}{\pi}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\right|+\left|\left[-\cos x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right|=\frac{\pi}{4}+1\frac{\pi+4}{4}$$

غوښتوني سطحه نږدې 1,785 د هوارې یوونونه کچوي.

یوسلوڅلور:د غوختکو پراته ارزښتونه:

$$x\cdot\sin x=2\cdot\sin x$$

$$\Rightarrow\ x_1=2\ ,\ \ x_2=k\pi\ ,\ \ k\in z$$

هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_0^2(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|+\left|\int_0^{\pi}(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\int_0^2x\cdot\sin xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_2^{\pi}x\cdot\sin xdx\right|$$

له

$$u(x)=x\ ,\ \ u'(x)=1\qquad v'(x)=\sin x\ ,\ \ v(x)=-\cos x$$

سره توټه انتیګرالونه راکوي:

$$A=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\left[-x\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_0^2\cos xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\left[-x\cdot\cos x\right]_0^2-\int_2^{\pi}\cos xdx\right|+$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_0^2\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_2^{\pi}\right|$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

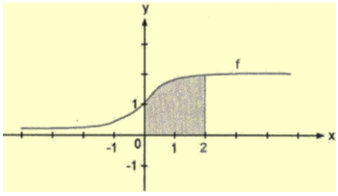
یادونه:

$$|2-\pi+\sin 2<0\Rightarrow|-2+\pi-\sin 2|=-2+\pi-\sin 2$$

غوښتونکي سطحه ۱،۳۲۳ د سطحې یوونونه کچوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو سل اوپنځه: د f ګراف صفرځای نه لري او ناپرېکیدونکی دی.




هوارشمیرنه: د $u(x)-e^x+1$

او $u'(x)=e^x$ سره دی:

$f(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ او $f'(x)=\ln u$

$$A=\left|2\int_0^2\frac{e^x}{e^x+1}dx\right|=\left|\left[2\cdot\ln(e^x+1)\right]_0^2\right|=2\ln(e^2+1)-2\cdot\ln 2$$

غوښتوني سطحه د سطحې یوونونو نږدې ۲،۸۶۸ کچوي

یوسلوشپږ: الف: د ډکي- یا حجم فرمول کي اینوونه:

$$V=\pi\cdot\int_0^4(2+\sqrt{x})^2dx=\pi\cdot\int_0^4(4+4\sqrt{x}+x)^2dx$$

$$V=\pi\cdot\left[4x+\frac{8\sqrt{x^3}}{3}+\frac{x^2}{2}\right]_0^4=\frac{136}{3}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 142,4 د فضا یوونونه کچه وي.

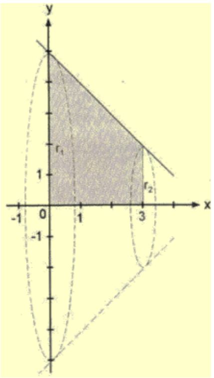
ب: د ډکي فرمول کي اینوونه:

$$V=\pi\cdot\int_0^4(\frac{1}{2}(x-2)^2+1)^2dx=\pi\cdot\int_0^4(\frac{1}{4}x^4-2x^3+7x^2-12x+9)dx$$

$$V=\pi\cdot\left[\frac{x^5}{20}-\frac{x^4}{2}+\frac{7x^3}{3}-6x^2+9x\right]_2^4=\frac{94}{15}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 19,69د فضا یوونونه کچه وي.

یوسل او اوه: الف: دانتیګرالشمیرنې له لارې د ډکي یا حجم شمیرنه:




$$V=\pi\cdot\int_0^3(-x+5)^2dx$$

$$=\pi\cdot\int_0^3(x^2-10x+25)dx$$

$$V=\pi\cdot\left[\frac{x^3}{3}-5x^2+25x\right]_0^3=39\pi$$

ساده ډکي شمیرنه. څرخونبدن یو پڅ مخروط یا ګازره راکوي د

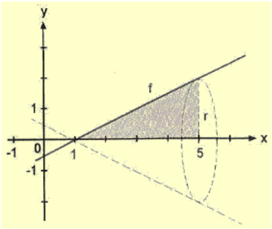
$r_1=f(0)=5\ ,\quad r_2=f(3)=2$ او $h=3-0=3$ سره

$$v=\pi\cdot\frac{3}{3}(5^2+5\cdot2+2^2)=39\pi$$

هر ځل ۱۲۲،۵ د یوه فضایوونونه کچه وي.

ب: د انتیګرالشمیرنې له لارې د ډکي یا حجم شمیرنه

(c) ketabton.com: The Digital Library




$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)^2dx$$

$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)dx$$

$$V=\pi\cdot\left[\frac{x^3}{12}-\frac{x^2}{4}+\frac{x}{4}\right]=\frac{16}{3}\pi$$

ساده ډکیشمیرنه:

ځرخونبدن یو کیګل انځوروي، د r=2

h=4 سره

یوسل او یوولس: کرښه د y- محور په y=4 او د x– محور په x=a کې غوڅوي.

له دې سره د یوه ځرخون له لارې د x– محور باندې یو کیګل منځ ته راځي د r=4 او a=8 سره.

د پوښهوارې شمیرنه په انتروال [0;8] د انتیګرالولو له لارې.

$$M=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\sqrt{1+\frac{1}{4}}dx=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}dx$$

$$M=2\pi\cdot\left[\frac{\sqrt{5}}{2}\left(-\frac{x^2}{4}+4x\right)\right]_0^8=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

ساده شمیرنه

د پوښکرښه:

$$M=\pi\cdot r\cdot s=\pi\cdot 4\cdot 4\cdot\sqrt{5}=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

د پوښهوارې فرمول:

دواړه شمیرنې د نږدې د ۸۵،۲۹ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دولس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=2\sqrt{x}\quad\Rightarrow\quad f'(x)=2\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

انتیګرال یې کړی.

$$M=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx$$

$$=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\sqrt{x+1}dx$$

$$=4\pi\cdot\left[\frac{2\cdot\sqrt{(x+1)^3}}{3}\right]_0^4=\frac{8}{3}\pi(5\sqrt{5}-1)$$

غوښتونې هواره د نږدې د ۱۱۲،۴ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دیارلس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=\frac{1}{6}x^3\quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{1}{2}x^3$$

انتیګرال یې کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$M = 2\pi \cdot \int_1^2 \frac{1}{6} x^3 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{4} x^4} dx = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{4} x^4} dx$$

انتیګرال د مخه ویل شوې قانون له لارې ورکوي:

$$u(x) = 1 + \frac{1}{4} x^4 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = x^3$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{4} x^4} dx = \frac{2}{9}\pi \cdot \left[ \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} x^4\right)^3} dx \right]_1^2$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot (5\sqrt{5} - \frac{5}{8}) = \frac{35}{36}\pi \cdot \sqrt{5}$$

غوښتونې پوښهواره نږدې ۶،۸۳۰ هواريوونونه په کچه کوي

يوسل او څوارلس: د کربښې څرخول د x– محور باندې يو پڅ مخروط د $r_1 = 5$ , $r_2 = 1$ او $h = f(5) - f(1) = 6 - 2 = 4$ سره راکوي.

د رابيليدنې – يا مشتقتابع

$$f(x) = x + 1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 1$$

د انتيګرال له لارې د پوښهوارې شميره:

$$M = 2\pi \cdot \int_1^5 x \cdot \sqrt{2} dx = \pi \cdot \left[ \frac{x^2}{2} \sqrt{2} \right]_1^5 = 25\pi \cdot \sqrt{2} - \pi \cdot \sqrt{2} = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

ساده شميرنه:

پوښکربښه:

$$s = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$M = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2) = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{2}(1 + 5) = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

د دواړو ښميرنو پوښهوارې نږدې ۱۰۶،۶ پوښيوونونه راکوي.

يوسل او پنځلس: کښته لور ته واز پاربول د y– محور بادې ککريتکی S(0/4) لري او زياتيزه x– محور په x=4 کې غوڅوي.

د رابيليدنې – يا مشتق تابع يا ـځيرونه.

$$f(x) = -\frac{1}{4} x^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{2} x$$

انتيګرال يې کړی

$$M = 2\pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{4} x^2} = \pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{4 + x^2} dx$$

ښهبدلون او په ځای اينوونه يا بدلون يا سبستيچيوشن

$$u(x) = 4 + x^2 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = 2x$$

$$M = \frac{1}{2}\pi \cdot \int_0^4 2x \cdot \sqrt{4 + x^2} dx = \frac{1}{2}\pi \cdot \left[ \frac{x \cdot \sqrt{(4 + x^2)^3} dx}{3} \right]_0^4$$

$$M = \frac{40}{3}\pi\sqrt{5} - \frac{8\pi}{3}$$

پوښهواره نږدې ۸۵،۲۹ د هوارې يوونونه کچه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوسل او شپاړس: د کرښيز برابرون ليکل

$$y = \frac{(8-4)}{(5-2)}(x-2)+4$$

$$y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$$

انتيګرالول

$$s = \int_2^5 \sqrt{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}\,dx = \int_2^5 \frac{5}{3}\,dx = \left[\frac{5x}{3}\right]_2^5 = \frac{25}{3} - \frac{10}{3} = 5$$

ساده شميرنه

$$s = \sqrt{(5-2)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

دواړه شميرنې ۵ اوږدوالي يوونه راکوي.

يوسل او اولس: رابيليد ځيره ونه يا مشتقتابع:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}\sqrt{x}$$

انتيګرال يې کړی

$$s = \int_0^1 \sqrt{1+\left(\frac{3}{4}\sqrt{x}\right)^2}\,dx = \int_0^1 \sqrt{1+\frac{9}{16}x}dx$$

سبستيچيوشن يا بدلون يا په ځای اينوونه :

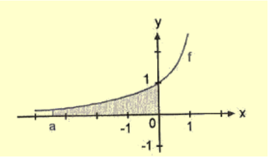
$$u(x) = 1+\frac{9}{16}x \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dx} = \frac{9}{16} \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{16}{9}du$$

$$s = \frac{16}{9}\int_0^1 \sqrt{u}du = \frac{16}{9}\left[\frac{2}{3}\left(1+\frac{9}{16}x\right)^3\right]_0^1$$

$$s = \frac{32}{27}\cdot\left(\sqrt{\left(\frac{25}{16}\right)^3} - \sqrt{\;}^{3}\right) = \frac{32}{27}\cdot\left(\frac{125}{64}-1\right) = \frac{61}{54}$$

غوښتونې لينده اوږدوالی۱،۱۲۹ اوږدوالي يوونونه کچه وي.

يوسل او اتلس: الف: انتيګرال يې کړی




$$\int_a^0 e^x dx = \left[e^x\right]_a^0 = 1 - e^a$$

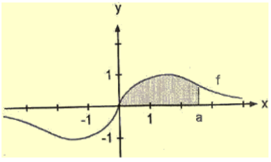
پولي ټاکنه:

$$\lim_{a\to-\infty}(1-e^a) = 1$$

ناټاکلی انتيګرال پوله ارزښت ۱ لري.

ب : انتيګرال يې ونيسی

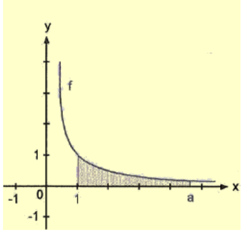
(c) ketabton.com: The Digital Library




$$\int_{a}^{0} e^{x}dx = \left[e^{x}\right]_{a}^{0} = 1 - e^{a}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left[\ln(x^{2}+1)\right]_{0}^{a} = \frac{1}{2}\ln(a^{2}+1)$$

پ: انتیګرال کړی




$$\int_{1}^{a}\frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_{1}^{a} x^{-\frac{1}{2}}dx$$

$$= \left[2x^{\frac{1}{2}}\right]_{1}^{a} = \left[2\sqrt{x}\right]_{1}^{a} = 2(\sqrt{a}-1)$$

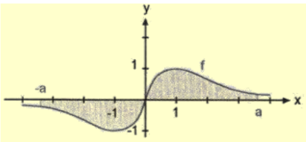
پوله ارزښت شمیرنه:

د $a \to \infty$ له پاره هڅيږي: $2(\sqrt{a}-1) \to \infty$

له دې سره یا له دې امله ناټاکلی انیګرال پوله ارزښت نه لري او په پای کې یا بالاخره دوه برابروال.

ت : د f ګراف پیل یا سرچینې سره ټکیسیومتریک دی. له دې سره ټاکلي انتیګرالونه په انتروالونو (-a/0] [ او[0/a] کې د ارزښت له مخې برابر مګر د مختلفو مخنخښو سره. په انتروال [-a/a]کې له دې امله ټاکلی انتیګرال ارزښت صفر نیسي.

$$d)\ \int_{0}^{a}\frac{4x}{(x^{2}+2)^{3}}dx = \int_{0}^{a}\frac{2x}{(x^{2}+2)^{3}}dx$$




بدلون یا په ځای اینوونه.

$$u(x) = x^{2}+2 \ \Rightarrow u'(x) = 2x$$

$$2\int_{0}^{a}\frac{2x}{(x^{2}+2)^{3}}dx = 2\int_{0}^{a}\frac{1}{(u(x))^{3}}du = 2\cdot\left[-\frac{1}{2\cdot(u(x))^{2}}\right]_{0}^{a}$$

$$A = 2\cdot\left[\frac{-1}{2(x^{2}+2)^{2}}\right]_{0}^{a} = -\frac{1}{(a^{2}+2)^{2}} - (-\frac{1}{4})$$

پوله ارزښت ټاکنه

$$\lim_{a\to\infty}\left(\frac{-1}{(a^{2}+2)^{2}} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

یو سل او نولس: انتیګرالونه. الف:

$$\int_{1}^{a}\frac{1}{x^{p}}dx = \int_{1}^{a}x^{-p}dx = \left[\frac{x^{-p+1}}{1-p}\right]_{1}^{a} = \left[\frac{1}{(1-p)\cdot x^{p-1}}\right]_{1}^{a}$$

$$= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$$

له دې امله ترم $\frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$ د $a \to \infty$ له پاره یو پوله ارزښت باید ولري او

ماتلاندې $= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}}$ باید د ځګیدونکې a له پاره لوي یا جګ شي, له دې امله

باید a یو زیاتیز جګګې یا اکسپوننت ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $p>1$ له پاره ناتاکلی انتیګرال پوله ارزښت $\frac{1}{1-p}$ لري.

یوسل او شل: الف: تابع یا خیره ونه f په x=0 کې زیاتیز دی.

$$\int_u^1 \frac{x^3+1}{x}dx = \int_u^1 (x^2+\frac{1}{x})dx = \left[\frac{x^3}{3}+\ln x\right]_u^1 = \frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u$$

د $u \to 0$ له پاره $\frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u \to \infty$ هخیري.

ناتاکلی انتیګرال شتون نه لري.

ب: تابع یا خیرونه یا فنکشن f په x=0 کې قطبځای لري.

$$\int_u^1 \ln x dx\,dx = [x\cdot\ln x - x]_u^1 = u - u\cdot\ln u - 1$$

د لو پیتال له مخې دی

$$u\cdot\ln u = \frac{\ln u}{\frac{1}{u}} \Rightarrow \frac{\frac{d}{du}}{\frac{d}{du}} = \frac{\frac{1}{u}}{-\frac{1}{u^2}} = -u \Rightarrow u\cdot\ln u \xrightarrow{u\to 0} 0$$

د $u \to 0$ له پاره له دې سره هخیري: $u-u\cdot\ln u-1 \to -1$

پ: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

$$\int_u^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 (\sqrt{x}+1)dx = \left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+x\right]_u^2$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u$$

$$\lim_{u\to 1}\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u\right) = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3} = \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3}$$

ت : خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

په ورکوشوې ورشو کې صفرځایونه مخ نه دي پراته.

د چې د f ګراف -y محور ته سی,متریک پروت دیو نو یوه برخ انترول کې هوارشمیرنه بسیا کوي.

$$\int_0^u \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = [\arcsin x]_0^u = \arcsin u - 0 = \arcsin u$$

$$\lim_{u\to 1}\arcsin u = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\frac{\pi}{2} = \pi$$

ټ : تابع f په کې x=2 قطبځای لري

$$\int_0^u \frac{x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\cdot\left[\ln\left|x^3-8\right|\right]_0^u = \frac{1}{3}(\ln(u^3-8)-\ln 8)$$

د u->2 له پاره لرو: $\ln(u^3-8) \to -\infty$

ث: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f)\ \int_u^1 \frac{e^x}{1-e^x}dx = -\int_u^1 \frac{-e^x}{1-e^x}dx = -\left[\ln\left|1-e^x\right|\right]_u^1 = -\ln(e-1)+\ln\left|1-e^u\right|$$

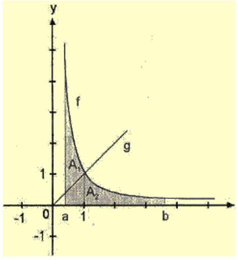
د $u\to 0$ له پاره هڅيږي: $\ln\left|1-e^u\right| \to -\infty$

ناټاکلی انټيګرال شتون نه لري.

يو سل او يوويشت: دواړه ګرافونه په p(1/1) کې غوڅوي.

برخهوارې په انټروالونو [0/1[ او ∞[ /1] پرتې دي.

هوارشميرنه د $A_2$ له پاره د ګرافونو په منځ کې هوارې په څير.




$$121.\ \int_a^1 \left(\frac{1}{x^2}-x\right)dx = \left[-\frac{1}{x}-\frac{x^2}{2}\right]_a^1$$

$$= -1-\frac{1}{2}+\frac{1}{a}+\frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}+\frac{1}{a}-\frac{3}{2}$$

د $a\to 0$ له پاره هڅيږي:

$$\frac{a^2}{2}+\frac{1}{a}-\frac{3}{2}\to\infty$$

برخهواره $A_1$ کومه پوله ارزښت نه لري.

د برخهوارې $A_2$ شميرنه د دوه برخهوارو په څير:

$$\int_0^1 x\,dx+\int_1^b \frac{1}{x^2}dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1+\left[-\frac{1}{x}\right]_1^b = \frac{1}{2}-\frac{1}{b}+1 = \frac{3}{2}-\frac{1}{b}$$

$$\lim_{b\to\infty}\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{b}\right) = \frac{3}{2}$$

برخهواره $A_2$ پوله ارزښت $\frac{3}{2}$ لري.

**Get more e-books from www.ketabton.com**
**Ketabton.com: The Digital Library**