ئەندازە (هندسە)

Geometry

لێکۆڵینی:

داکتر ماخان (میری) شینواری

2012

Ketabton.com

جرمني د بن ښار

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځمککچپوهنه (هندسه)

ليکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شينواری

ناچاپ

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرلیک

ځمککچپوهنه(بنسټیزه هندسه)

هندسي بنسټیزې کلیمی

تکی ، کرښه ، هواره(سطحه) ۱
نیمه – یا نیمهواره ۷

کونجکلیمه ۱۱

څرخونپروسه: څرخونکنج : ۱۴

ګراد ۱۵

کونج کلمه ۱۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځمککچپوهنه(بنسټیزه هندسه)

هندسي بنسټیزې کلیمې

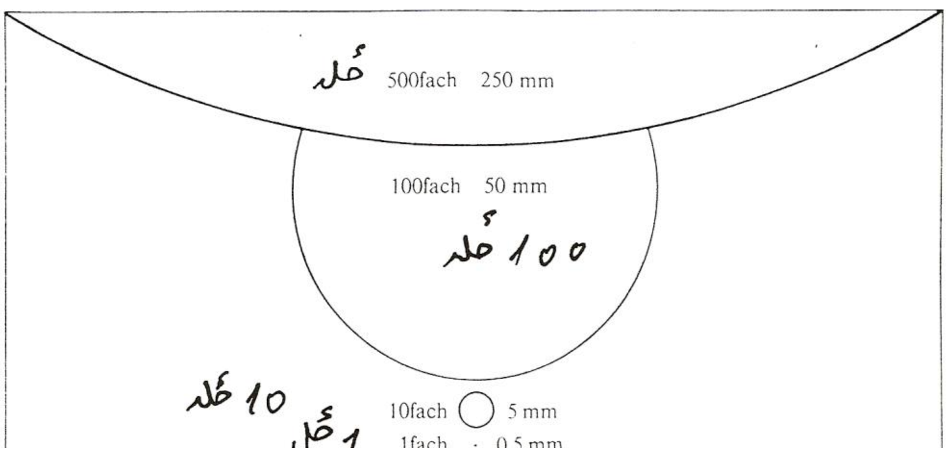
ټکی ، کرښه ، هواره(سطحه)

پیژند(تعریف): اویکلید(Euklid) اویکلید وایي، چي ټکی هغه دی چی نور نه شي کوچنی کیدی. ددې پیژند ستونځی په دې کې دي، چی بیا نو د داسی واړه شي ځخه ځنګه کرښه، او هواره جوړیدلی شي. یعنی که ټکی د هندسی اتم (لاتین Atom نه ویشونکی) وي بیا نو ځنګه کیدی شي چی پراخه شي یا وغزیږي؟ یا یی که مایکروسکوپ له لارې لوي کړو، نو پوره ستره هواره نیوی شي په عمل کی د کښلو (رسم ویستلو) له لارې ګورو چی ټکی څرګند غزیدلی یا پراخیدلی شي، لکه څنګه چی لوییدل یعنی غټیدلی شي:
په لاندې کې ګورو، چې ټکی د همدې شمیروني له لارې څومره غټیدلی شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : هندسه ځمککچ ته وایي، نو که هندسه ځمککچ پوهنه وبلل شي، د لمړنیو پوهیدلو لپاره به هم سملاسي اسانه وي .همدا اوس هم، له دې امله چې په هندسه کی ډیرڅه لیدلکیدی شي او د رانیولو وړ دي).
لنډ: شیان یا لیدیدونکي»رانیولوړ «(یا شي ډوله ځرګندیږي، همدومره ستونځی لیدل کیږي، چي نومونه اړوند (تړلی) کره وټاکلی شو، اوهمداسی یي دا اړونده کره ټاکنه روښانه یا فکروړ کړی شو، که څه هم په لومړي وار سره، چی ګوندې دا شکلونه لیدوړ او نیولوړ دي، ساده ښکاري، مګر په خپل دننه کی (خپله خته کی) خورا پیچلي دي چی یواځی ور نږدې پیژند(تعریف) یی کیدلی شي او په لاندې کی به راته روښانه شي:

-موږ په لاندې څیره کی د ټکی غټیدل یا لوییدل ښایو



ګورو چی ټکی هوارې او کرښی ته پراخیدلی شي یعني عملي څیره ښوونه یا شکل نخښوونه یی د ستونځو سره مل ده، خو سره ددې هم ځنی تیوریکي کره (ټیك) ښوونه یي ضرور ده ، یا نه پریښودونکی ده. دا پرابلم په مقایسوي- یا د پرتلي په توګه- ساده له منځه وړل کیدی شي: په لاندې کی د تشریح شوو شیانو یا لیدیدونکی لاندې د هغو تیوریتیکی ادیاله(خیالي)څیره پوهیږو او نه د هغه عملي ریښتینوالی یا ریالیزه کوونه٠ د دې لپاره، چی ځانونه دې له دې ستونځو راوباسلی شو، دا مو د هندسی د ډیرۍ کنځپت ته لارښودوي. د پورته شکلونوسره سره، د هندسي جوړختونو (څیرو) لاندې ، د ټکو ډیری پوهیږو. یعنی هندسي جوړښتونه بل څه نه دي، بی د ټکو له ډیرۍ٠ داسی تعریفوو:
لنډ: ټکی او کرښه

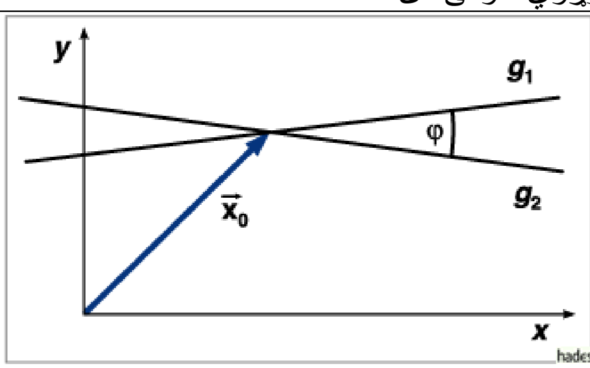
(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند(تعریف) :
یوه هواره یا سطحه د یوې ډیرۍ په څیر کلکه نیسو، چې توکی یې ټکی بللکیږي. او په غټو لاتین تورو یې ښایو لکه .....A,B,C,P,Q، په هواره کی یوه برخډیرۍ په نخښه شوې ده، چې توکي يي کرښې بلل کيږي او په کوچنيو لاتيني تورو..... , a , b , c سره ښوول کيږي
یا په بل ډول :یوه هواره E د ناپای ټکو ډیرۍ ده. د هوارې هره برخه (چې پخپله پای یا ناپای کیدی شي) د هوارې یا سطحې څیره (فيګور یا شکل) بلل کيږي.

د کښلو(رسمولو، انځورولو هوارې غزول)لکه د بیلګي په توګه د کاغذ دمخ (تخنیکي بندیزونه لري (محدود دي). د هندسي هدفمندۍ لپاره باید بیا دا کاغذ هرې لور ته ناپای غزیدل شوی وي او پنډوالی یی صفر ته را کښته شوی وي، ځکه چې یوه هواره دوه دیمینزیونال ده) دوه اړخیز یا دلته ښه دی چې د اړخ په ځاي خوا ووایو، ځکه چې اړخ مو د n-ګوډیو لپاره کارولی دی. د لته یي د خواوو څخه سور او اوږدوالی عبارت دی . (په دې کتاب کی او بیا دې موضوع کی له ورو څرګندونو تیریږو او هغه څه چې خورا مهم دي هغه دلته راوړو)٠

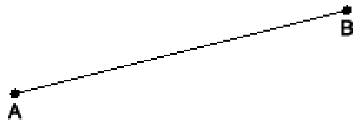
لنډ : ټکی هغه کوچنی څه دی، چې هواره او کرښه ترې جوړیدی شي او له دې امله ټکی دهوارې یا سطحې، چې د ټکوډیرۍ جوړوي، توکی دی٠

ټکی د دوه کرخو غوڅي له لارې انځوريدی شي ٠ که دوه کرښې g او h پهP کي غوڅي کړي، نو د دې لپاره داسې ليکو:
h = { P □ g}
يا لاندې انځورونه
په لاندې ځيره کي g_1 او g_2
په يوه ټکي کې سره غوڅوي



پیژند :
ټوټه کرښه (پای کرښه یا بنده کرښه) ABد ټولو ټکو هغه ډیرۍ ده، چې له ټکيAو B ته د هوارې یا سطحې په دننه کی لنډ واټن یا - فاصله وهي، یعني که دا دواړه ټکي یو بل په لنډ واټن کی د هوارۍ په دننه کی سره وتړي، چې د غاړې ټکي A او B هم په دې پورې اړه لري. یعني ټکی A او B هم په دې کرښه پراته دي٠داسې لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

A € AB; B € AB يا هغه کرښه، چې دوه ټکی په لنډ واټن کې سره وتړي بندکرښه بلل کيږي، ټکي د کرښې توکي دي	

که بند کرښه د «ځيرکرښي» په څير ونيسو او يا د کاغذ پرمخ کرښی (ختکش) کيږدو نو دا کرښه دواړو لورو ته غزيدلی شي، چې موږ دا کرښه بولو٠

کرښه د ځمککچپوهنې بنسټيزه کليمه ده٠ ليدوږ د اويکليد جيومتري کې دا يوه ناپای غزيدلی کرښی ته وايې، چې ناپای نرۍ وي، د لاندې خويونو سره:
که په يوه کرښه دوه يو له بل بيل ټکي پراته وي، نو د دوي ترمنځ ټوټه کرښه يو لنډ واټن په نخښه کوي، چې موږ ورته ټوټه کرښه يا بند کرښه وايو٠

دا کليمه ټيک زموږ پيژند نه راکوي٠ اوس هندسه په اکسيومونو ودانه ده، چې کرښه او ټکی داسې ورکړ شوي، چې مخ د مخه يې پيژند څرګند ورکړ شوی او نيول شوی يانې موږ يې پيژنو ٠

پيژند يا تعريف :

د بندکرښی (پای AB)- دواړو لورو ناپای غزولوته کرښه (ناپاىکرښه) AB يا g ويل کيږي. بندکرښه نو بيا د (ناپاي -) کرښي اصلي برخدېری ده٠

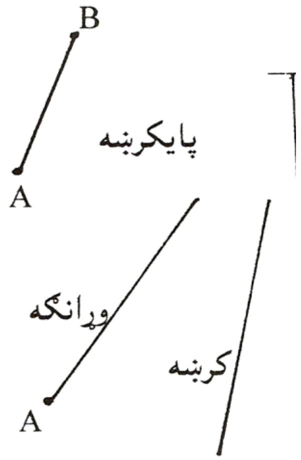
په نخښونه يې g (برخدېری)□ AB

طبعآ کيدی شي، چې کرښه په يوه لور وغزول شي

پيژند :

که بندکرښه يواځي په يوه لور ناپای وغزول شي،(نا پای) نيمکرښهشي (ناپاي) نيمکرښه يا وړانګه(شعاع) بلل کيږي. نيمکرښه يا وړانګه يوې لورته بنده او بلی لور ته ناپای غزول کيدی شي، يعني پيل لري مګر پای نه لري .

(c) ketabton.com: The Digital Library

	لنډ: د بندکرښی دواړه لورې بندې ، د نیم کرښي یوه لور بنده او بله وازه او دکرښي دواړه لورې وازي دي. په پورته ښیرو کې د بند کرښی، وړانګې او کرښی توپیر څرګند دی٠ نیمکرښه د کرښی برخڅیری دی

که په یوه هواره کی په یوه کرښه g ټکیPکیښوول شي، نو وایو چیPدgاینڅیدیر (inzidiert) کیږي یاټکیPپه کرښهgپروت دئ یاgلهPتیریږي اوgد هوارېEسره اینڅیدیرت کیږي، په دې حالت کی د اینڅیدینځ اړیکو(inzidenzrelationen) یا »پروتوالی اړیکو«څخه غږیږو٠
که په همغه کرښه له دوه ټکو (په همغه هواره له درې ټکو زیات) زیات ټکي پراته وي، نو دې ته سرې کولینیار(kollinear() کومپلانار(چې په همغه هواره یا ستڅه کي شته ويkomplanar) وایي .که یو ټکی P په دوه (زیاتو) کرښوg اوhپروت وي نو دا د gاوh غوڅټکی بلل کیږي اوداسی یې لیکو:

$$h=\{P \cap g\}$$

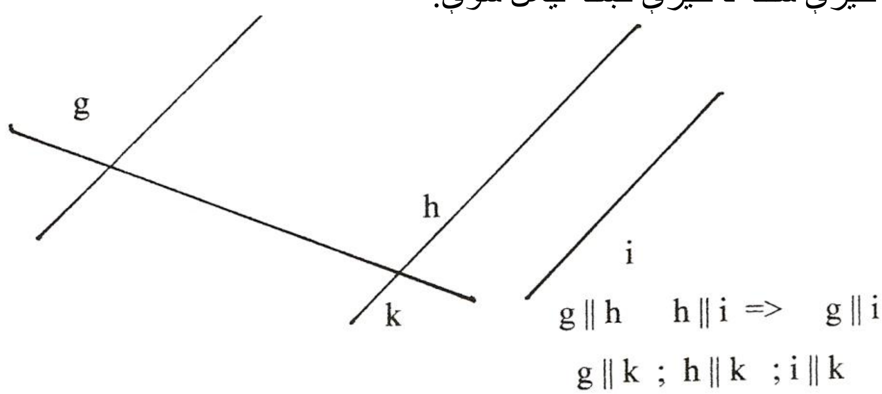
د پام وړ : ټکی د ډیری نوك کی{ } لیکل کیږي(یا د ډیرئ غیږ کی نیول کیږي)، ځکه چی ناپاںکرښي g او hد ټکو ډیرئ دي او ټکی P د غوڅډیرئ توکی دئ .
که چیرې ډیرې ناپایکرښی په یوه ټکي کی سره غوڅی کړي نوکوپونکتال (kopunktal) بلل کیږي، کوپونکتالی ناپای کرښی د ناپاںکرښو غونچه (Büschel)یا بهتره ستوری جوړوي٠

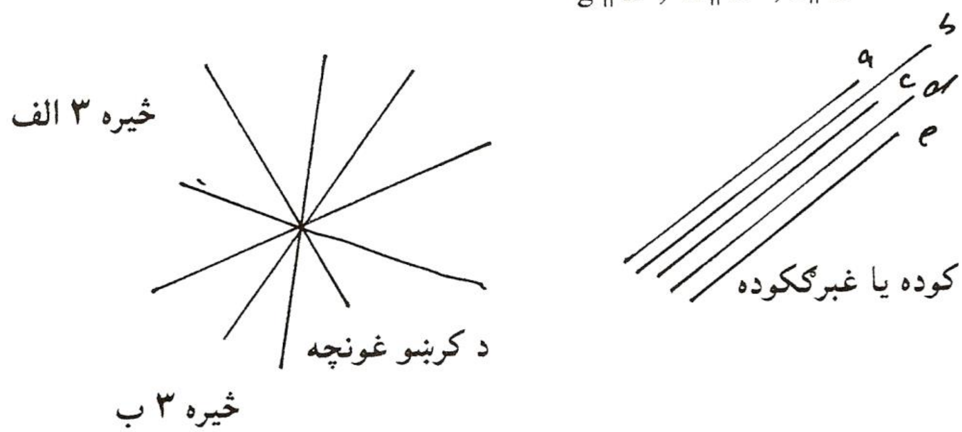
د کرښو کوده(څېرې ټولې لاندې کښل شوي دي)

پیژند(تعریف) : کرښي g او h بي له ګډو ټکو یابهتره : بی له غوڅټکو غبرګکرښی (موازیکرښی) بللکیږي، لیکدود(مطلب د شمیرپوهنی لیکدود) یې د ی $g \| h$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښی د ناپای ډیرو غوڅټکو سره کټمټ یا (ایدنتیك identisch) بلل کیږي یا مساوي کیږي. دا په دې مانا چی یو په بل پرتی دي. یو بل ته کټمټ کرښی سره غبرګی دی۰
ددې لپاره لیکو: $g = h$
ناغبرګی کرښی g او h په نخښونه کی داسی په نخښه کیږي: g|/|h (دا دې منل شي، چې دا د ناغبرګ کرښو لیکډول دی یا لیکدود)۰
د لاندې ښیرې شننه د ښیرې کښته لیکل شوې:





هندسی ښیره : یوه هندسي ښیره یوه ناتش ټکیدیرۍ ده.
هغه لاین (یوخوایز یا یو دیمنزیونال (لاتین: په ټولیزه توګه مانا یی: هرې لور ته پراخیدنه، یوې لورته پراخېدونی(1Dimensional) بلل کیږي، که هغه په یوه کرښه پروت وي او ټکی نه وي .
پیژند(تعریف):هغه هندسي ښیره »هواره (Fläche) بلل کیږي، که هغه په یوه هواره هوره (Ebene) پرته وي، مګر نه په یوه ټکي پرته وي ۰ هواره یا سطحه دوه پراخیدونې یا –دیمنزیونال(2 Dimensional)ده۰

په پورته کې د کرښو کوده یا د کرښو ډله سره غبرګې هم دي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته A < B په دې مانا ده چي « A په یوه کرښه g د B تر مخ یعني ځموږ په بلد دود، کیڼ لور ته پرته ده» دا په دې مانا چي په کرښه g ځغاسته باندې لمړی د A ټکی او بیا په ترتیب د B او C ټکو ته راځو. په دې توګه د منځ اړیکی له لارې لوریزې کرښی ته راځو. دا په دې مانا چي داسی کرښی لوریزې کرښی دي. یعني په هغه پخوانی ډول سمت یا لور یی څرګند دی.

منځ اړیکی Wz(ABC) دا مانا لري چی یا A<B<C او یا A>B>C . دا په دې مانا، چي هره کرښه په دوه ډوله لوریزه کیدی شي یعنی سمت یی ټاکل کیدی شي.

تعریف : g دې یوه لوریزه کرښه وي او A دې د g یو ټکی وي، نو د A بدل یا توپیري ټکی کرښه g په دوه برخېدیریو ویشي: (دلته کرښه ناپای کرښه ده)

$$\{X : X \in g \text{ او } X < A\}, \qquad \{Y : Y \in g \text{ او } Y > A\}$$

که دواړو برخېدیریو ته ټکی A ورزیات شي، نو له A څخه په g پیداشوې وړانګي منځ ته راځي . A منځ ټکی او g د دواړو، نسبت و A ته یو بل ته مخامخ یا یو د بل په څټ وړانګو وړونکرښه بلل کیږي.

یوه وړانګه د پیلټکی A او له دې توپیر ټکی P(P |= A) له امله یواځنی (یواځنی شمیر پوهنیزه کلیمه ده او تل دې ورته پام وي، دا په څیرونه کی زیاته کاروول کیږي. دا په دې مانا ، چی بل نه شته) ټاکلی دی. یعنی په دې ټکو بله له دې وړانګي توپیري یا بدله وړانګه نه شته. دا په AP ښوول کیږي. دې AP ته مخامخ یا په څټ وړانګه په AP ښوول کیږي.

تل باور لري:

$$AP^{+} \cap AP^{-} = \{A\} \quad \text{او} \quad AP^{+} \cup AP^{-} = Zw(AP)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وکتلی شو چی د پای کرښې یو سر له بل څخه د مخه پروت وي، نو پایکرښه لوریزه ده. که A له B مخ ته یا کیڼ لور ته پرته وي نو کرښه په AB ښایو د کرښې لوریزوالی د یوه غشي په مرسته ښوولی شو یعنی: پایکرښه AB او BA یو بل ته مخامخ یا په بل ډول یو بل ته په څټ پرتی دي.

نیمه هواره یا لنډ: نیمهواره

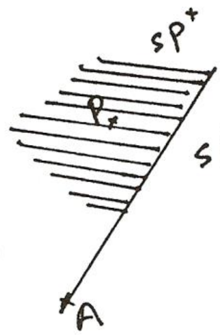
تعریف : هره کرښه g په هغې کرښه پورې اړه نه لرلو ټکو باندې په دوه وازو نیمهوارو باندې ویشي. دوه ټکی د نیمهوارې یوه لور ته ، ټیك او ټیك هلته پراته دي، چی ددې ټکو ترمنځ د کرښې g کوم ټکی نه وي پروت. g د دواړو هرې یوې هوارې ژیکرښه یا لنډه: ژی یا غاړه ده.
د یوې وازې هوارې او ژی کرښی ټولنه نیمهواره جوړوي. یوې ژیکرښې پورې اړونده دواړه نیمهوارې یو بل ته مخامخ یا یو بل ته په څټ نیمهوارې بلل کیږي.

که ټکی A او B له g پیداشوې یا منځ ته راغلی نیمهوارې په یوه لور پراته وي، نو وایو چی A او B د کرښی g په همغه لور پراته دي.

یوه نیمهواره د پیداکرښې او یوه ټکی P له لارې (چې په ژیکرښه g نه وي پروت) یواځنی ټاکلی ده، یعنی له دې نیمهوارې بدله بله داسی نیمهواره نه شته.

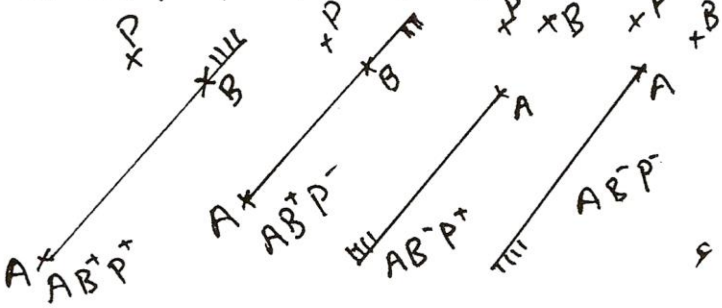
یو ټکیډیری ، چی له یوې وازې نیمهوارې او یوې وړانګې، داسی په نامه هوارجوړوونکی وړانکی ، جوړ وي، جنډه یا بیرغ بلل کیږي. دلته د وازې هوارې ژیکرښه د وړانګې وړونکی کرښه بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۵

ورانګه د جنډې ژیوړانګه ، ددې پیل ټکی
د جنډې پیلټکی بلل کیږي. یوه جنډه f
د ژیوړانګي s سره او په دې وازه هواره
پراته ټکي P سره په sP^+ ښوول کیږي.
جنډه د همغې وړونکې وړانګي یا
ژیوړانګي s سره ، چې د sP^+ سره مخامخ
یا په څټ ده ، د sP^- سره ښایو. (خیره: ۵)
که په sP^+ همداسی sP^- سومبول، په پورته د وړانګي s لپاره ایښوول شوی
سومبول، چې له A و B ته ځي او AB^+ همداسی AB^- بدل کړو یا کیږدو، نو د
لاندې سومبولونو AB^-P^- ; AB^-P^+; AB^+P^- ;AB^+P^+ سره کرکترستیك یا ښوول
شوې یا ټاکل شوې جنډې ښایي. لاندې خیرې ددې لپاره کاږو:

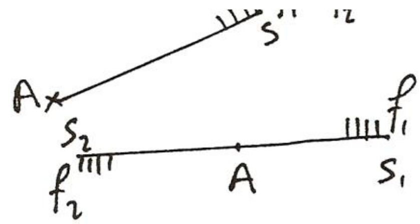


خیره ۶

دلوړ خیرو بیرغونه AB^+P^+ او AB^-P^- یو بل سره مخامخ دې، ځکه چې وړونکی
وړانګه او نیمهوارې یو بل ته مخامخ یا یو بل ته په څټ دی(پام دې وي چې
مخامخ او په څټ همغه مانا لري یعني همغه یو ډول شمیرنیزې کلیمې دي)،

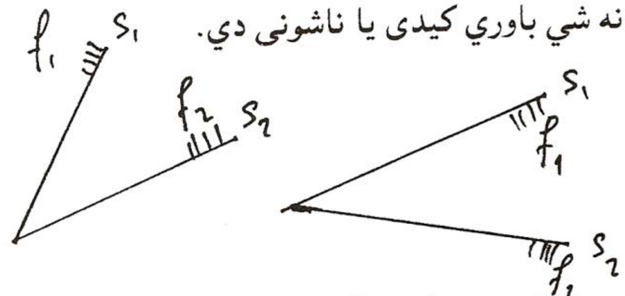
دوه بیرغونه (f_2 , f_1 د همغه پیل ټکي A سره) وپیل ټکي A ته همغه لوریز یا
مساویلوریز بلل کیږي، د کولینیارې ژیوړانګو سره، که $f_1 = f_2$ یا f_1 و f_2 ته
مخامخ یا په څټ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۷

دا دوه بیرغونه یو بل ته مخامخ بلل کیږي د همغه پیلټکي، د ناکولینیارې ژیوړانګو سره، که د f_1 ژیوړانګه په f_2 یا f_2 ژیوړانګه د f_1 په ژیوړانګه پرته وي ، مګر دواړه امکانات نه شي باوري کیدی یا ناشونی دي.

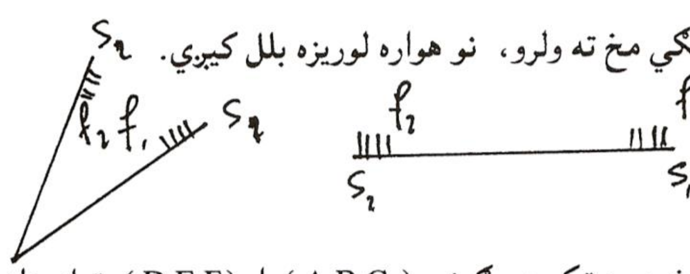


ځیره ۸

د ټولو جنډو ډیریو کی همغه لوریز اړیکی ایکویوالنت یا ورته اړیکی دي. همغه په دوه ټولګیو د ډیریو ویشنه ممکنوي.

هغه جنډې چی مساوي لوریز نه دي یو بل ته مخامخلوریز یا یو بل ته په ځټلوریز بلل کیږي. دې ته خو پام شته چی مخامخ یا په ځټ لوریز همغه مانا لري

که دا ډول لوریزټولګي مخ ته ولرو، نو هواره لوریزه بلل کیږي.



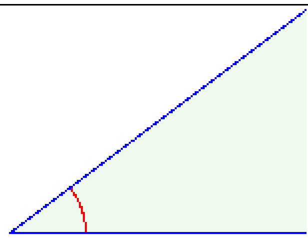
ځیره ۹

دوه منظم یا ترتیب شوي د ټکو دریګوني (A,B,C) او (D,E.F) ټیک هلته یا هلته او هلته همغه ځرخونموخه لري(یعنی د ځرخونی هدف یی همغه دی)، که

(c) ketabton.com: The Digital Library

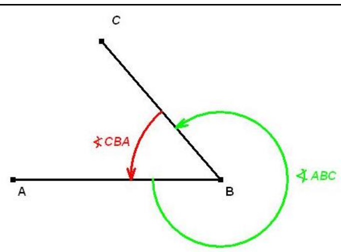
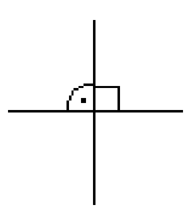
جنډې AB C او DE F همغه لوريزې وي. د يوه منظم نه کولينيار يا کولايني دريکونټېکو (A,B,C) څرخونموخي لاندې د جنډې AB C لوريزېولګی پوهيږو.

کونجکليمه

	پيژند (تعريف): په يوه هواره کي، چي دوه وړانګی S 1 او S2 ياني S1/\ S2 د پيل غوښتکی S ولري په هواره يا سطحه E کی کونج β جوړوي .وړانګي د کونج پينی بلل کيږي او پيلټکي S دکونج > ککره (لنډ : کونجککره)بلل کيږي.

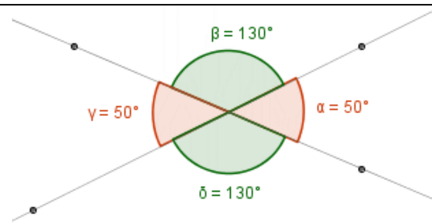
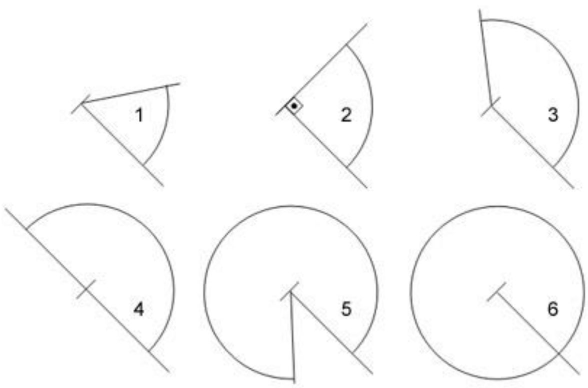
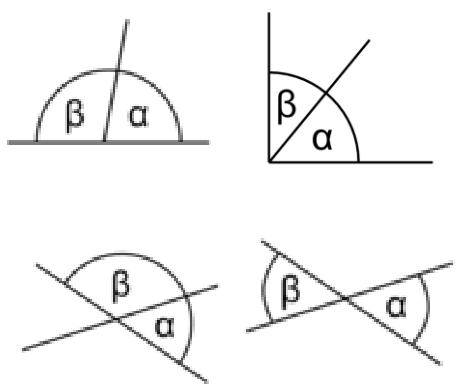
لنډ: دوه کرښې، چې په يوه ټکي کې سره غوځې کړي، کونج جوړوي، چې کرښې د کونج پينې او غوښتکی يې د کونج ککره يا (رآس الزاويه) بلل کړي ۰ پورته څيره دې وکتل شي۰کونجونه په ګراد (لاتين پل يا لاقدم)کچيږي

د کونجونو رسمونه او نومه ونې

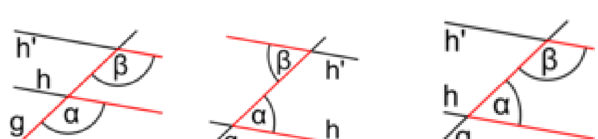
 	هغه کونج ، چې له ۱۸۰ درجو کوچنی وي هغې ته ننوتی کونج واي او هغه کونج، چې له ۱۸۰ درجو لوي وي هغه ته وتلی کونج واي ننوتی کونج Konvexes Winkel وتلی کونج konkaves Winkel تيره کونج، چې له ۹۰ درجو کوچنی دی، ولاړکونج، چې پوره ۹۰ درجې دی، پڅکونج، چې له ۹۰ درجو لوي او له ۱۸۰ درجو کوچنی دی، غزيدلی کونج، چې ۱۸۰ درجې دی ، له پڅ زيات- يا د پڅ په څټ- يا له پڅ اخوا کونج ، چې له ۱۸۰ درجو لوي او له ۳٦۰ درجو کوچنی دی، پوره کونج، چې ۳٦۰ درجی دی۰ دا دې په ګوته وي، چۀ صفرکونج صفر دی۰

يادونه: دا مي ډير تکرار راوړی، هيله ده، ګران لوستونکي به ورسره ستړي نه شي

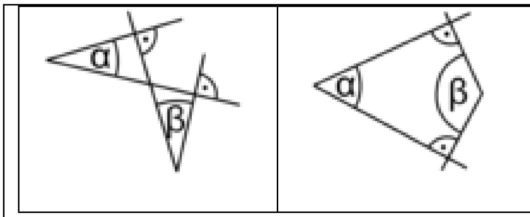
(c) ketabton.com: The Digital Library

	مخامخ څیره : ککر په ککر کونجونه يورنګيزدي، بدلرنګيز کونجونه ګاونډي بلل کيږي·
	لاندې کونجونه پخپله ونوموی‌کړی ·
	کمپليمنت يا ۹۰ درجو ته پوره کيدونکي کونجونه(مخامخ څيره دي وکتل شي)· په څنګ کې يي سوپليمنت يا ۱۸۰ درجو ته پوره کيدونکی کونجونه· مخامخ څيره · مخامخ کونجونه ښی لور ته : ککر په ککره کونجونه· کيڼ لور ته : ګاونډي کونجونه

له کيڼ څخه و ښی لور : پوړيز کونجونه ، ردبدلکونجونه



(c) ketabton.com: The Digital Library



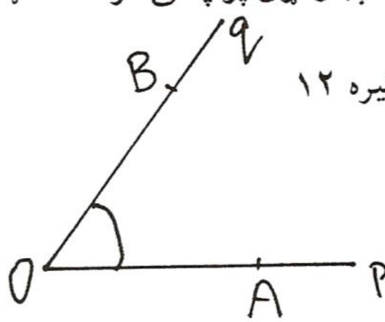
مخامخ کونجونه، چې پښې یې یو په بل ولاړې وي, ۱۸۰ درجو ته یو بل پوره کوي. په دې بل حالت کې کونجونه یو بل سره برابر دي.

یادونه : ګران لوستونکې به راته بخښنه وکړي، چې د زیاتو کونجونو هغه ورسره بلد نامه سره ښه نه یم بلد، ځکه چۀ په محدب ، مقعر او داسې نورو باندې نه پوهیږم، یوازې له قایم الزاویه څخه پرته.

یو ګراد Grad لاتین: پل یا قدم

لاندې کونجونه سره توپیر کیږي، چې ایا د پښو لړۍ پرلپسی کره ټاکلي او ایا د کونج دننه په نخښنه شوی دی او که نه.

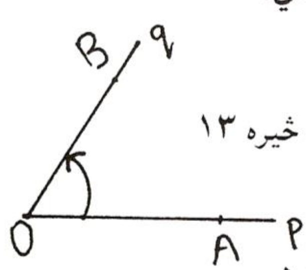
د کونج دننه په نخښنه شوی نه دی: د پښو لړۍ پرلپسی کره نه ده ټاکلی



خیره ۱۲

بنسټیز کونج:
د وړانګو p , q (نامنظمی) جوړې،
د ګډ پیلټکي O سره، د (p,q) ∢
یا ∢ (ABC) په نخښنوني

د $B \in q$, $A \in p$ سره.
دلته O ککرټکی دی، p او q د کونج پښی دي.



خیره ۱۳

د پښو لړۍ پرلپسی کره ټاکلی ده:
لوریز بنسټیزکونج: د وړانګو p او q
منظمه جوړه د ګډ ټکی O سره د ∢(p,q)
یا ∢AOB په نخښنونی د $A \in p$ او $B \in q$ سره.

دلته هم لکه د مخه o ککرټکی، p لومړۍ پښه او q دویمه پښه ده. دا کونج په

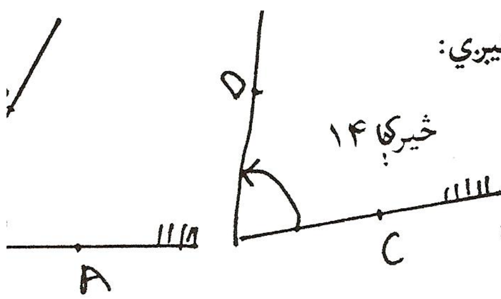
(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنیزه موخه مثبت لوریز دی

یادونه : هغه د څرخون لور چی د ساعت څرخیو مخامخ یا په بل ډول په څټ ځغلی مثبتلوریز او هغه چې د ساعتڅرخیو په لور ځغلي مفي لوریز څرخون بلل کیږي.

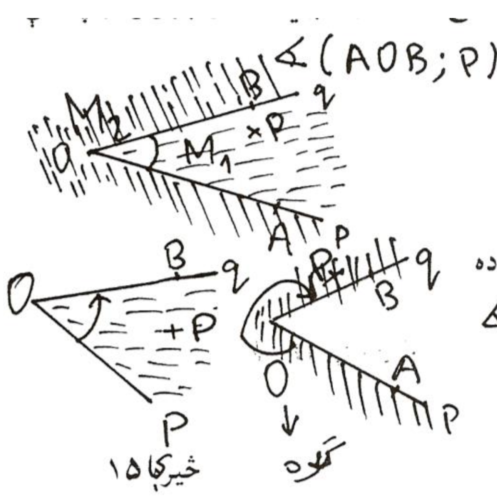
دوه کو نجونه ټیك هلته او یا هلته او هلته مساویلوریز دي، که د هغو جنډې همغه لوریز یا مساوي لوریزې وي.

لکه په دې ځیره کی چی لیدل کیږي:



د کونج دننه په نخښنه شوی دی:

د کونجونو لړی پرلپسی یی کره نه ده ټاکل شوې. (بلد یا عادي) کو بنستیز کونج هواره په دوه برخهٔیریو M_1 او M_2 ویشي. په نخښنه برخ بیلګي په توګه په ټکی P کی) د کونج دننه بلل کیږي(د کونجهوار



نخښنونه کي : $\measuredangle(p,q;p)$ ،
که دننه یی تش ډیری وي نو
دا کونج صفر کونج دی .

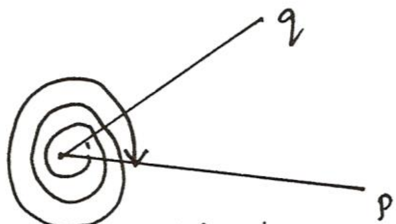
د پینو لړی پرلپسی کره ټاکلی شوې ده
لوریز کونج: په نخښونه $\measuredangle(P,q;P)$
لوریز بنستیز کونج او دننه یی په
نخښونه $P\neq q$، که وي، نو (p,q;p)
او (q,p;p) بدللوریز دي. $(P\neq q)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که دلته هم که د کونجونو دننه تش وي،
نو کونج صفر کونج دی: $\measuredangle(p,q;p)=0^\circ$

ځرخونپروسه: ځرخونکونج:

لوریز کونج، که د کونج په همغه لور د یوه طبیعی ګڼ یا پیدایښتي ګڼ په اندازه چی یوه پښه یی ځاي په ځاي ده وڅرخول شي، نو د کونج لور کی تغیر نه راځي.



ځیره ۱۶

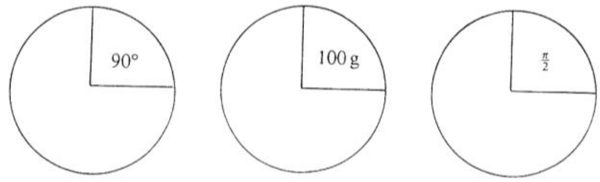
ګراد (لاتاین Grad پل یا قدم)

د کونج لویوالی په مختلفو ډولونو ورکول کیدی شي. د اندازې یوونې (یو یې : یوون) یا واحدونه(یو یې : واحد) لاس ته راځي، چی یو کونج - په یوه ګردۍ کی کښل شوې- په مساوي برخو یا سکتورونو وویشل شي.) سکتور او ګردۍ لپاره دې، د ګردۍ لوست ځاي وکتل شي (و رسره بلد یا مروج یی په ِ360° مساوي برخو ویشنه ده)
پیژند : 1/360° د یوه پوره کونج 1° (په تورو :یوه درجه. ، لاتین یي gradus = پل قدم) بلل کیږي.
ګراد نور هم په 60° کونجدقیقو ویشل کیږي) ’60 =°1 او کونجدقیقه په "60 کونجثانیو(.(1’= 60’’

د» ګراد یا درجی« لاندې »زړه درجه«(زوړ ګراد) پوهیدل کیږي. دا د زاړه بابیلوني زاړه شپیتیز سیستم څخه دی. په تریګونومیتري یا کونجکچ کي کونج برسیره پردې په لینده کچ یا - اندازه پاندې هم اندازه کیږي او په ګیودازي (Geodäsie د اندازه کولو تخنیك، - پوهنه یا- علم (په نوي ګراد یا ګون (gon (اندازه کیږي چی دلته ګردۍ په ۴۰۰ برخو ویشل کیږي .دا په جبشمیري کی مودوس"GRAD" « دی .ځیرې :

د ګردۍ څلورمی انځورونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیرګیا ۱۷

لینده کچRAD نوی ګراد GRAD زوړ ګراد DEG

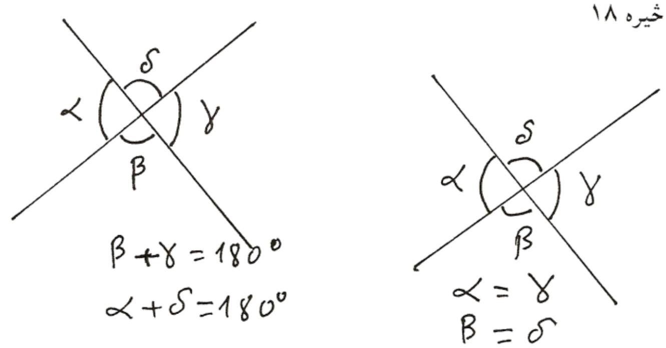
د کونج مثبت- او منفی – یا زیاتون - او کموننخښي د کونججوړونکی یاکونج تولیدیدونکي ځرخونلورې ځخه لاس ته راځي. کيڼ ځرخون (د ساعت د ځرخی په ځټ ځرخیدنه) مثبت- زیاتونمخنخښه مخ ته یعنی کيڼ لور ته لري او ښی ځرخون (د ساعت د ځرخولو په لور) منفی – یا کمونمخنخښه مخ ته لري یعني کيڼ لور ته لري. د دوه کونجونو مقایسی یا انډول یا پرتلی لپاره بیا یواځی مطلقه ارزښت مهم دی. مطلقه ارزښت سوچه یا خالص د ځاي ارزښت یا ځیفرارزښت دی، بي له مخنخښي. د مطلقه ارزښت همداسی ځاي ارزښت لپاره دې ځما د شمیرپوهنی بنسټیزکتاب وکتل شي۰(په نړیوال جال کې به هم راشي)

بیلګه : $5 = |-5|$, $3 = |3|$دوه کرښی یو د بل سره ځلور غوځکونجونه جوړوي، چی په تولیزه یا عمومي ډول یی جوړه سره مختلفی لوي وي. د بیلګې په توګه که له غوځکونج غړیړو نو موخه به مو وړوکی کونج وي۰

پیژند :که دوه ناپانکرښی یو بل سره په یو ټکی کي پریکړي، نو ځنګ په ځنګ کونجونو ته ګاونډي کونجونه واي، چی دوي یوه پښه ګډه لري او دواړه کونجونه 180° لري (د درجي نخښه کله کله کيڼ لور ته لیکل شوې، خو دا په پوهېدنه کي کومې ستونځې نه رامخ ته کوي) ۰

کونجونه چی ککرې یي سره نښتی یا په بل ډول ککره په ککره وي، هغو ته ککرېکونجونه ویل کیږي. ککریکونجونه مساوي لوي دي، دوي یو ګډککریټکی لري او پښی یی یوه یوه په ګډو کرښو پرتی دي .

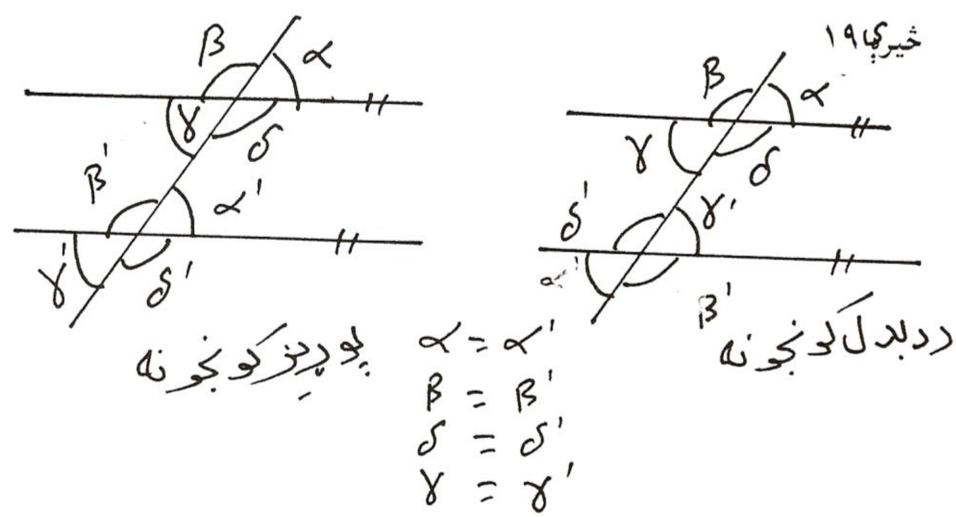
ځیره ۱۸



(c) ketabton.com: The Digital Library

خیره‌کونجونه چی ځانونه 180° ته پوره کوي سوپلیمینت (Supplementwinkel)
بلل کیږي او کونجونه چی ځانونه 90° درجو ته پوره کوي کومپلیمینټکونجونه
(Komplementwinkel)بلل کیږي. دې دواړو کونجونو ته تر یوه نامه لاندې چې
راشي پوره کوونکی کونجونه وایي .که دوه غبرګی کرښی g اوh د یوې بلی ناپایکرښي k
له خوا غوڅی شي، نو څلور دننه پریکونجونه منځ ته راځي ۰ دوي د g او h تر منځ،
او د k په مختلفو خواوو(او څلور دباندې پریکونجونه)نه د غبرګکرښو g او hترمنځ،
بلکه له دوي دباندې(د k په یوه لور یو دباندنی او یو دننه غوڅ- یا پریکونجونه
پوړیزکونجونه بلل کیږي، دوه دننني یا دوه دباندنی غوڅ- یا پریکونجونه چی د k په بیلو
لورو پراته وي ردبدلکونجونه بلل کیږي(څېرې پورته ورکړ شوي دي) ۰

جمله: پوړیز- او رد بدل کونجونه په غوڅغبرګکرښو(غبرګي کرښي، چې له دې کرښي
غوڅي شوي دي) کې سره برابر دي



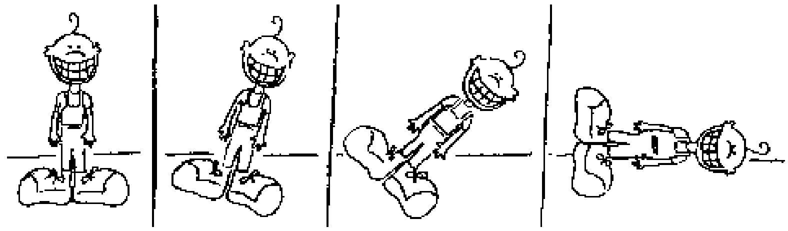
کونج کلمه

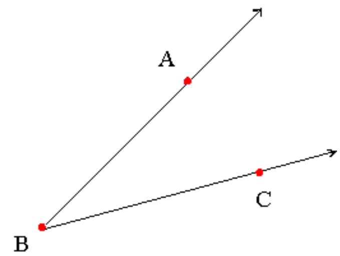
What is an Angle کونج څه شی دی ?

یادونه: لاندې برخه څه تکرار لري، خو بیا بیا راوړنه ښه زده کړه ځان پسي لري۰

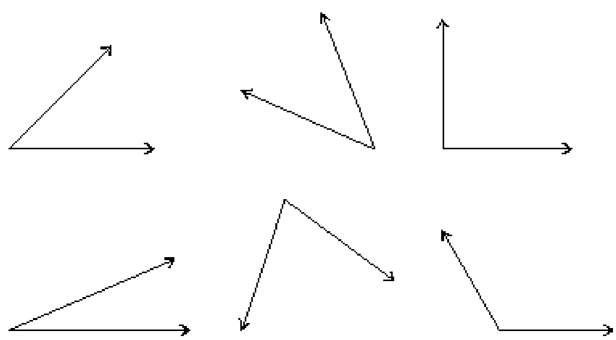
دوه وړانګی، چې یو پای لري او سره غوڅي کړي کونج جوړوي۰ وړانګی د کونج پینې
یا اړخونه بلل کېږي او هغه ټکی، چې هلته کرښی غوڅوي ککرټکی یې بولو۰

(c) ketabton.com: The Digital Library





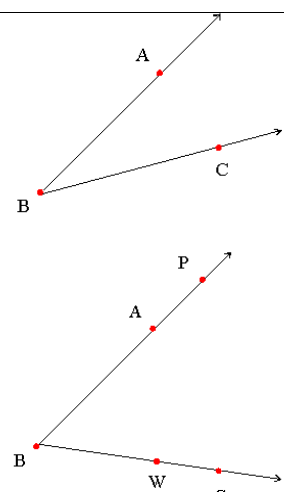
Example: دلته د کونجونو ځنې بیلګی راوړو .



که توري د کونج په خوله کې راشي ښه به وي، خودا هم د لیکنې ستونځې دي، چې زه ورسره لاس پهکریوان یم، ABC∠ کونجونه داسي ښایو

Example: د همغه کونجلپاره بیل بیل نومونه لرودی شو لکه

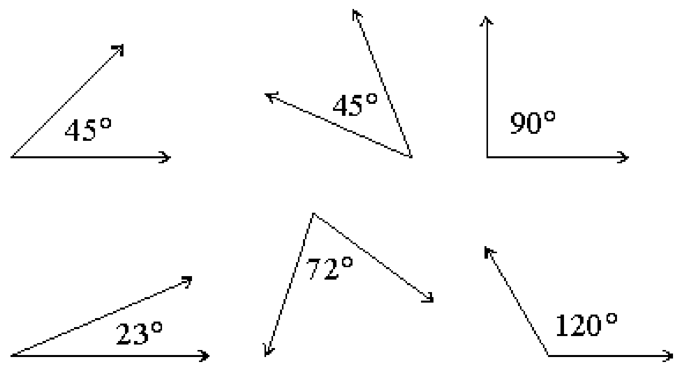
WBA ∠ CBPd∠ ,PBW∠ ,PBC∠ ,



(c) ketabton.com: The Digital Library

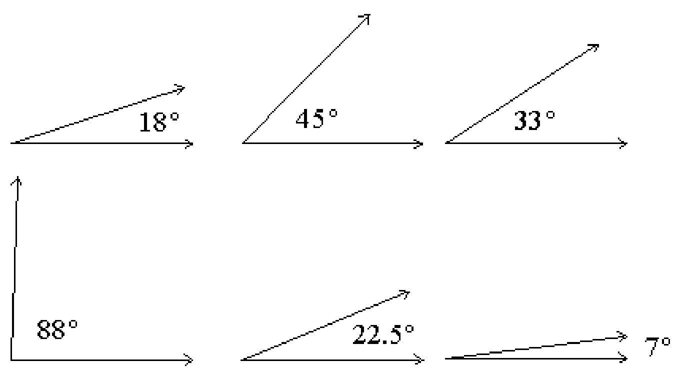
Degrees: د کونج کچوني یوون یا واحد یا یووالی: کونج په درجه کچیږي

Example په لاندي کي ځني بيلګي :



تیره کونج ، چې د صفر او ۹۰ درجو ترمنځ وي Angles Acute

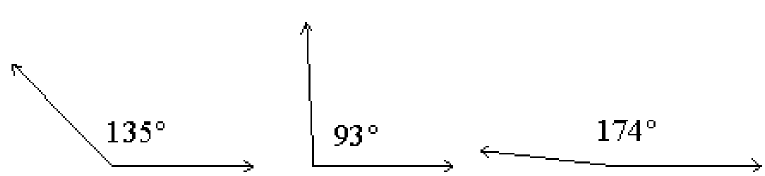
Example لاندې کونجونه تیره دي .



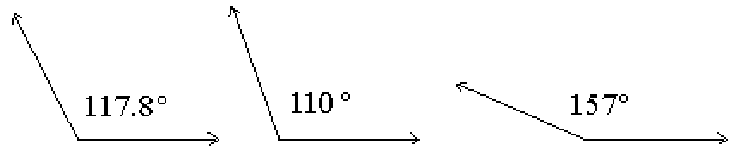
پخ کونجونه Obtuse Angles

پخ کونجونه ، حې د ۹۰ درجو او ۱۸۰ درجو ترمنځ وي پخ کونجونه بلل کیږي.

Example لاندې کونجونه ټولپخ کونجونه دي:

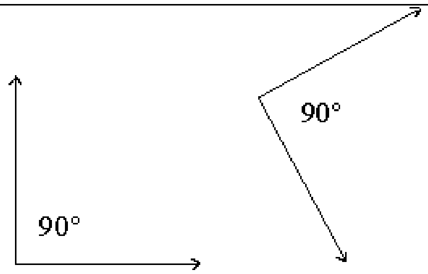


(c) ketabton.com: The Digital Library



Right Anglesولاړکونج: هغه کونج، چي ۹۰ درجي وي

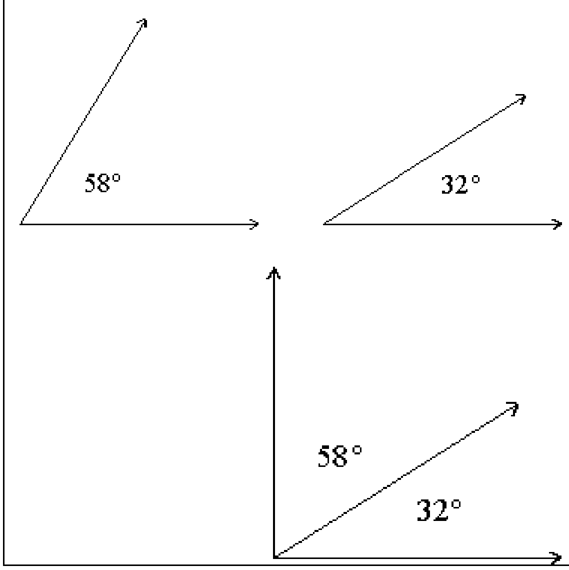
لاندې دواړه کونجونه ولاړ کونجونه ديExample:



Complementary Anglesکمپلیمنت کونجونه: هغه کونجونه، چي یو بل و ۹۰ درجو ته پوره کوي٠کمپلیمنتچکونجونه بلل کیږي٠ یو کونج د بل کونج کمپلیمنت بلل کیږي

بیلګهExample: دا مخامخ دوه کونجونه کمپلیمنت کونجونه دي

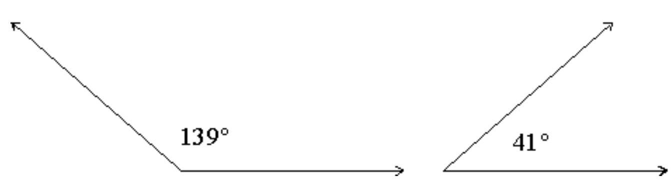
دوه کونجونه، چي داسي سره یوځاي شي،چي یو ولاړ کونج جوړ کړي،نو دا کونجونه یو له بل سره کمپلیمنت دي!



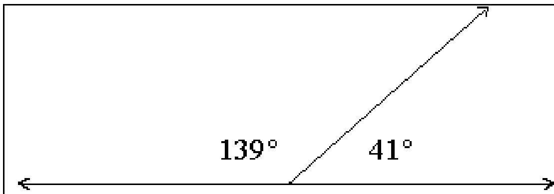
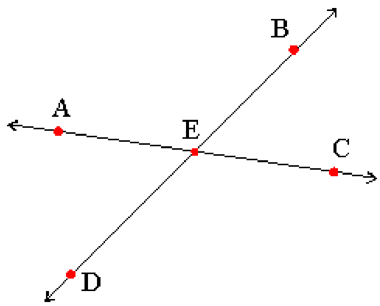
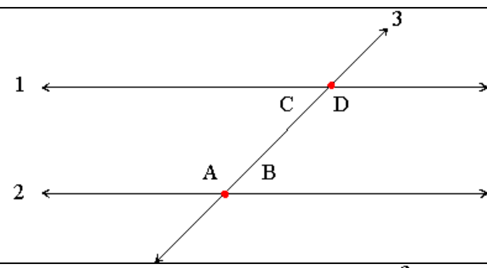
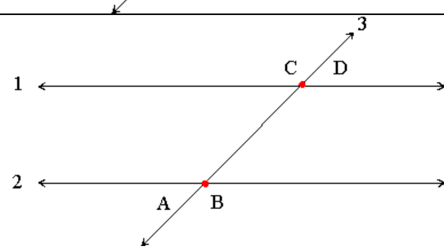
سوپلیمنت کونجونهSupplementary Angles :

هغه کونجونه، چي ۱۸۰ درجکو ته سره پوره کوي سوپلیمنت کونجونه بلل کیږي

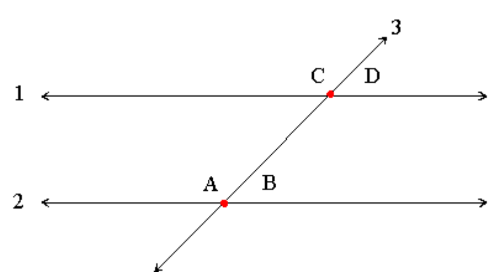
بیلګه Example: لاندي دوه کونجونه سوپلیمنت دي



(c) ketabton.com: The Digital Library

  	داسې دوه سره ترلي کونجونه، چې ځانونه ۱۸۰ درجو ته پوره کړي سوپليمنت کونجونه جوړوي Vertical Anglesکړکر په کړکر کونجونه: چې دوه کرښې داسې سره غوڅې کړي، لکه په لاندې ځيره او کونجونه، همغه کړکره ولري کړکر په کړکره کونجونه بلل کيږي او سره برابر ده , AEB او DEC کونجونه او همداسې BEC او AEDکړکر په کړکره کونجونه دي.
 	Alternate Interior Anglesر بدل دننه کونجونه : په لاندې کې کونجونه Aاو Dهمداسې B او C ردبدل دننن کونجونه او سره برابر دي . A اوB ، C او D ګاونډي کونجوه دي.
 	Alternate Exterior Angles ردبدل دباندې کونجونه : په لاندې کې کونجونه B او C ردبدل همداسې A او D بدل - يا ردبدل دباندنې کونجونه او سره برابر دي

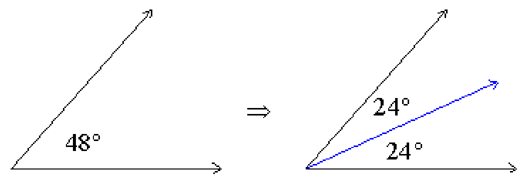
پوريز کونجونه Corresponding Angles دا کونجونه A او C همداسې D او Bپوريز کونجونه دي او يو له بل سره برابر دي



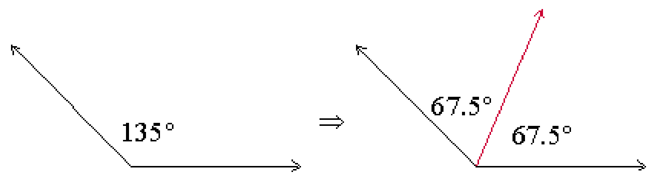
(c) ketabton.com: The Digital Library

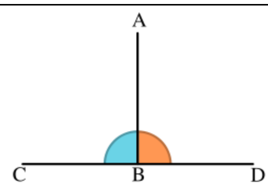
Angle Bisectorکونجیمی : هغه کرښه، چې کونجونه نیموي کونجیمی یې بولو

بیلګه Example: د بنې کونج شنه کرښه ، د کیڼ کونج نیمی ده



په بنې کونج کې سره کرښه د کیڼ کونج نیمی ده .



	Orthogonal or Perpendicular Lines ولاړې کرښې: هغه کرښې، چې یو په بل نیغې ولاړې وي پرپینډکیولار نومیږي٠(زما وړاندیز: نیغې ولاړې کرښې)

نښلونه:

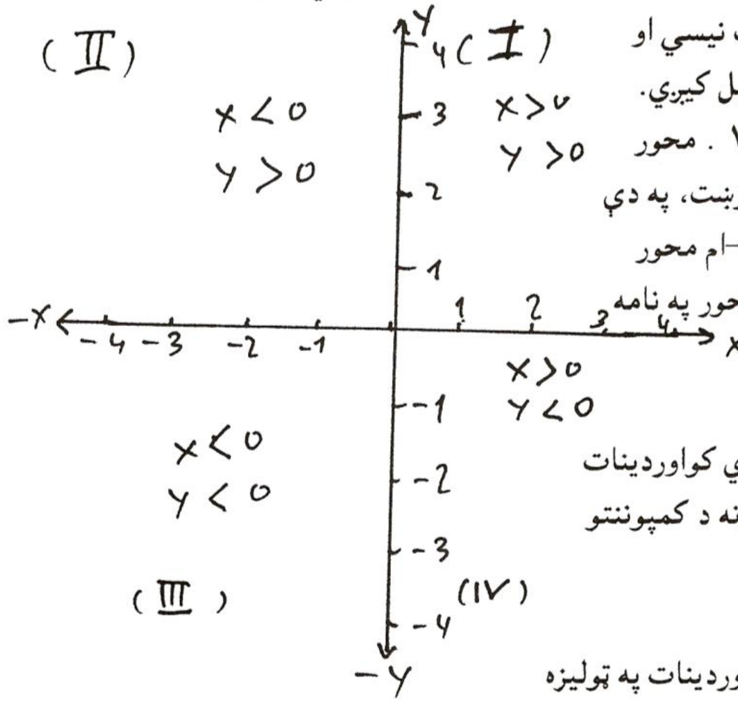
کواوردینات سیستم

یادونه: کواوردینات سیستم څخه څموږ موخه پروتولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کې په همدسې یادیږي. ما دا دواړه ترمینولوژي کارولې، هیله ده چې ستونځې به پیښې نه کړي.

د شمیرپوهنې او همدا ډول د تخنیک په ډیرو څانګو کې د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کې د هوارې هر ټکې P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیک ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسځیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات

(c) ketabton.com: The Digital Library

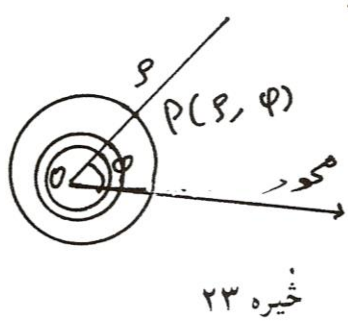
(Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو(لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه توګه اجازه نه لري چې بدل شي، څکه چې دا کپموننتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د ځل یا ضرب لمړنی کپموننت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کپموننت د x– محور څخه. که لمړی کمپوننت منفي وي، نو ټکی د y–محور کیڼ لور ته

د دریګوډیز ناخپلواکو (تریګونومتریکي مثلاثاتي فنکشنونو) (چې وروسته راغلی) او همدارنګه دپیتاګوراس له بنسټیزی جملی شمیراړونی (څیره ۲۳) کولی شو چې د کارتیزي کواوردینات څخه و پولار کواوردینات ته راشو او سرچپه هم.



څیره ۲۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله : د پولارکواوردینات بدلون یا ترانسفورمیشن (Transformation) لاتین : **شکل** اړول یا بدلول) و کارتیزي کواوردینات ته

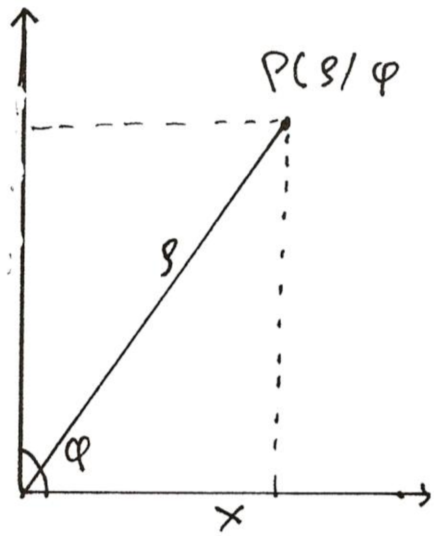
$$x = \rho . \cos \varphi$$
$$y = \rho . \sin \varphi$$

د کارتیزي کواوردینات بدلون یا ترانسفورمیشن و پولارکواوردینات ته

$$x^2 + y^2 = \rho^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$



ځیره ۲۴

هندسی بنسټیز جوړښتونه:

زه دلته داموضوع اوږده نه ځیرم، خو دومره غواړم چي په ګوته کړم، چي تراوسه مو یو څه د هندسی ځنی بنسټیزي کلیمي تشریح کړي او دلته دا غواړم وښایم، چی څنګه ځنی بنسټیز شکلونه کښل کیږي، په هغه صورت کی چی له موږ سره ګردونی یا څرخی (ځیرکل یا پرکال او که پرکار مو ورته وایه) او کرښی یا ختکش وي یا همداسی کونجکچ د مناسبو ویشنو سره موجود وي. ددې لپاره چی ځنی ستونځی مو له منځه لرې کړي وي باید له دې ځیرو یوه لیدید ونکی ځیره ولروچی دا د دې ځیرو په کښلو یا رسم کولو ممکن کیدی شي. دا د عملي اندازې پرابلومونو حل یا ستنځوبي کي هم مرسته کوي، که د اندازې یوونونه (واحدونه) ونه لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ – د AB کرښې نیمول او

۲ – د منځ ولاړکرښې کښل

د A او B په هر ټکي یوه ګردۍ د

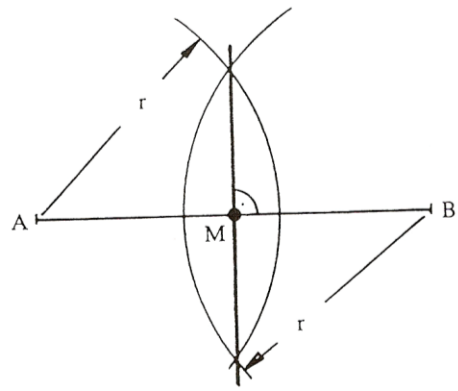
وړانګی $r > (1/2).|AB|$ سره ووهی

(سیومتري دوه ګردۍ ښیرې)

د دواړو ټکو تړلکرښه په غوځټکی M

کې په کرښه AB منځولاړکرښه ده

او دا کرښه په M کی نیموي.



ثیره ۲۵

۳ – د یوې کرښې په سرټکي کی د

ولاړکرښې جوړول (یا کښل). په B

یوه ګردیلینده ووهی د وړانګی $r < |AB|$ سره، چی AB په C کی پرې کړي، وربسي

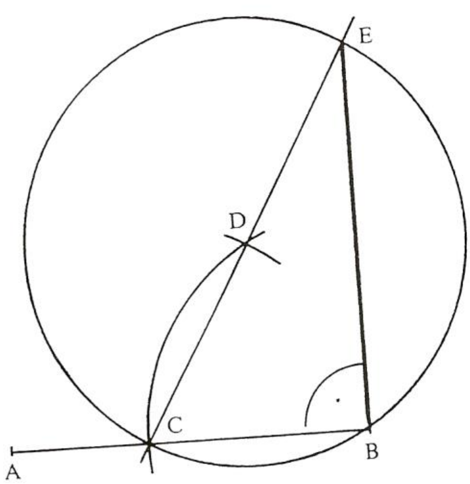
بیا په C یوه ګردیلینده په همغه وړانګه ووهی چی د مخه وهل شوې ګردیلینده په D

کی پرې کړي. D د دریمی ګردۍ منځ ټکی دی د وړانګی $r = CD$

سره. چی CD غزولشوې تر ګردۍ

په E کی پرې کوي. E نو په B نیغه

ولاړه ده. (تالس ګردۍ دې وکتل شي)



ثیره ۲۶ (۳ – یو دې ارمنډ)

۴ – د ټکي P څخه په کرښه g باندې

یوه نیغه ولاړکرښه واچوی ($P \notin g$).

په P کی په وړانګه r یوه ګردۍ ووهی،

چی هغه د g له فاصلی(واټن) لوي

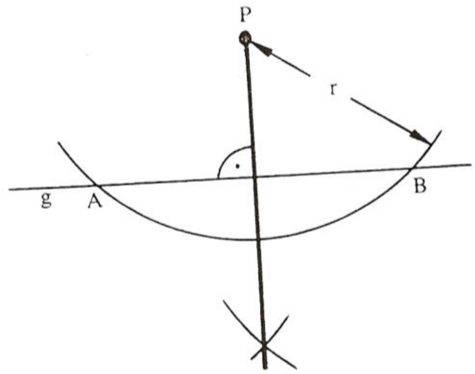
وي او کرښه g په A او B کی پرې کړي.

اوس نو لکه په (۲) کی الترناتیو:

لکه د (۳) لاندې په کرښې او هندسي

دریګوډې.

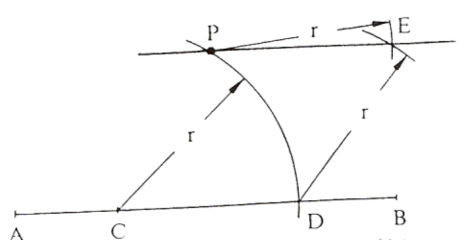
(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۲۷

۵ – د AB کرښې سره دټکي P ∉ AB یوه غبرګکرښه جوړول(کښل): د خوښې په یوه ټکي C ∈ AB د وړانګې r = |CP| یوه ګردۍ ووهی چې کرښه AB په D کی پرې کړي، بیا نو په D او P همغه لینده ووهی چې یو بل سره د E په ټکی کی غو ځوي. دا د PE کرښه د AB کرښې سره غبرګه ده. (دا د روتی نومي څلورګوټي جوړول دي).

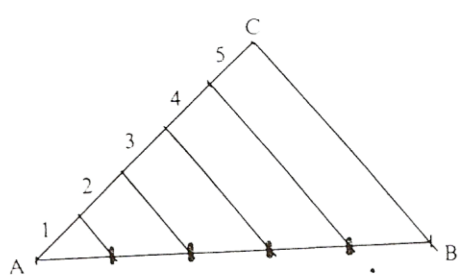
التر‌ناتیو : لکه په(۴) کی په ټکي P کی ولاړه کرښه s و AB باندي او بیا همداسی نیغ – یا ولاړکرښه په s د P ټکی کی.



ځیره ۲۸

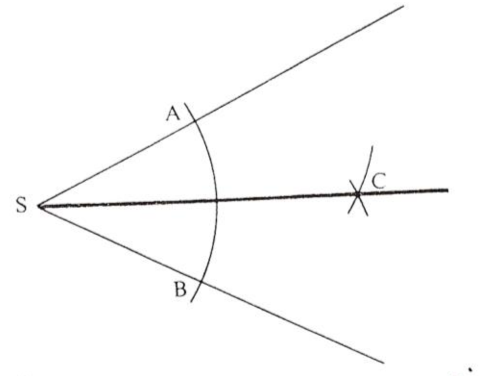
۶ – د یوې کرښې AB ویشل په n مساوي برخو(د بیلګي په توګه ۵)

د A ټکی څخه یوه د خوښې وړانګه وغزوی. په دې کرښه بیا n – ځله (دلته ۵ ځله) د خوښې اوږدې کرښې ووهی. اخرنی ټکی C له B سره وتړی او بیا له هر ټکي د BC مرستکرښې سره غبرګی کرښې وکاږی، دا غبرګی کرښې د AB کرښه په (۵) مساوي برخو ویشي.



ځیره ۲۹

(c) ketabton.com: The Digital Library



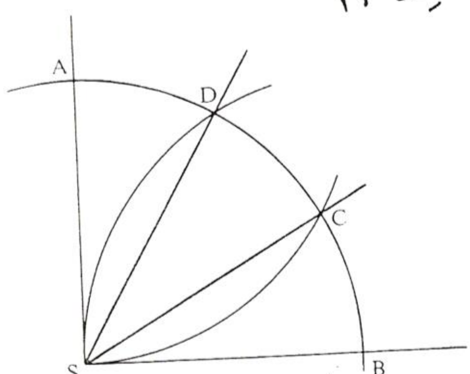
څېره ۳۲

۷ – د یوه کونج نیمول

په ککره S یوه د خوښې لینده ووهه چې د کونج پښې په A او B کې پرې کړي، بیا په A او B په همغه وړانګه یو د خوښې ګردیلینده ووهې چې یو بل سره په C کې پرې کړي، پریټکی د S سره وتړی.

۸ – یو ولاړګوډی په درې مساوي برخو هره 30° وویشی

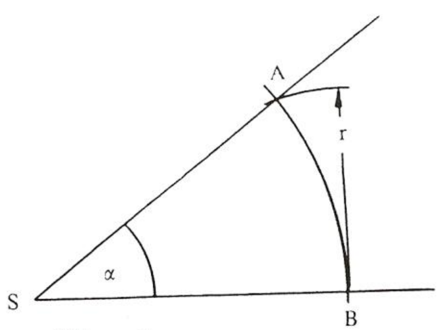
په ککره S باندې یوه د خوښې ګردیلینده وباسی چې دواړه پښې په او B کې پرې یا غوڅې کړي او له .



څیره ۳۱

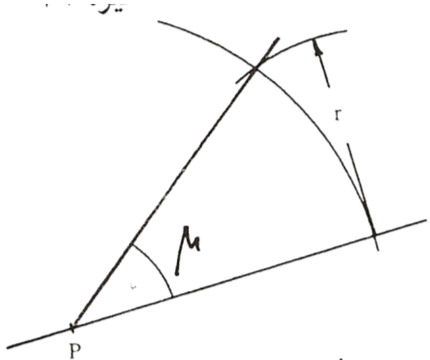
دې وروسته د څرښوونکي په همدې بیرته والي یا وازون د A او B ټکو څخه ګردیلیندی وکاږی، اوس د S څخه د C او D په لور وړانګی وکاږی، دا دوه وړانګی دا ولاړ– یا نیغکونج درې مساوي ټوټې کوي یا په درې برابو برخو ویشي.

یادونه : هر د خوښې کونج په څرخی او کرښې باندې په درې مساوي برخو نه



څـ ه ۳۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

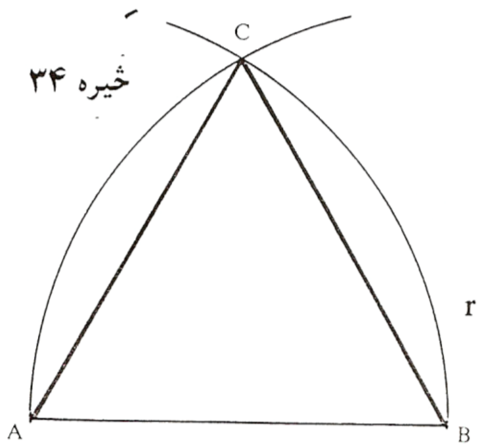


خیره ۳۳

ویشل کیږي، ددې لپاره بیا الجبري مواد په کار دي.

۹ – د μ کونج په یوه ټکي P

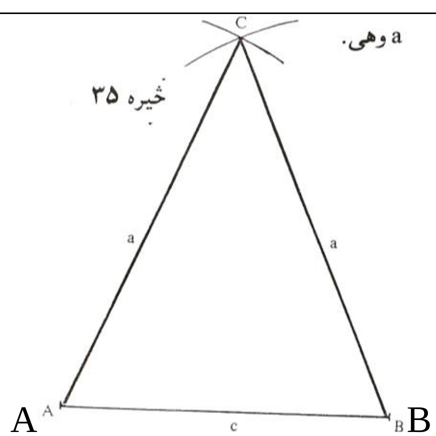
وغزوی، د ورکړشوي کو نج په ککره S باندې یو ګردیلینده ووهي چې پښې یې په A او B کي پرې کړي، بیا نو په همغه ګردۍ ووهی چې څرخې د |AB| په اندازه وي. اوس نو دا پریټکی د P سره وتړی.



خیره ۳۴

۱۰ – د مساوي اړخیز دریګوډي

کښل: په A او B باندې یوه ګردیلینده ووهی چې وړانګه یې r = |AB| وي ، چې یو بل په ټکي C کی پرې کړي.

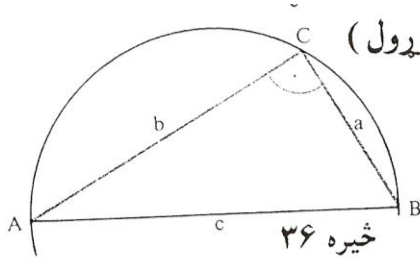
بیانوC دA او B سره ونښلوو، دا لاس ته راغلی دریګوډی مساوي اړځونه لري. په همدې ډول مساوي پښیز دریګوډی انځوریږي، د ورکړشوي بسټ AB=c سره. په A او B یوه یوه پښه a وهی.	 خیره ۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

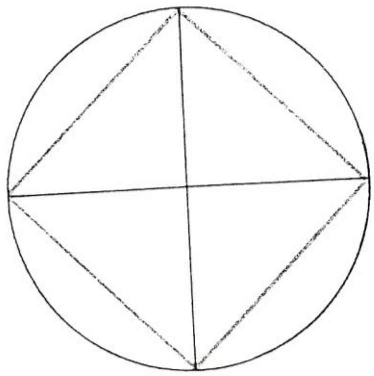
۱۱ – د ولاړکونجيز درېګوډي کښل (جوړول)

هر درېګوډی چي اوږد اړخ يی د يوه ګردي قطر وي، ولاړکونجيز درېګوډی دی.

(د تالس (Thales) جمله وردوسته راځي



شيره ۳۶



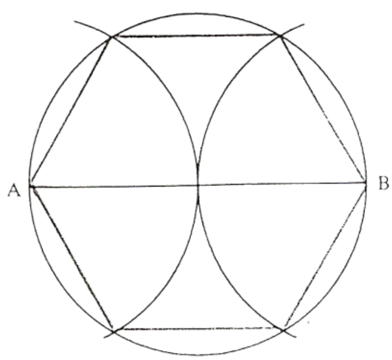
شيره ۳۷

۱۲ – په ګردی کی د يوې مربع کښل

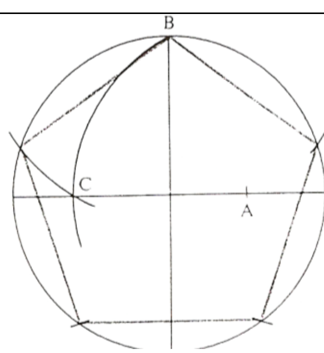
د ګردی په منځټکي باندې لکه په (۲) کی دوه يو په بل ولاړ نيمي (قطرونه) وکاږی او هغه ټکي چی ګردی پرې کړی سره ونښلوی.

۱۳ – په يوې ورکړ شوې ګردی کی دمنظم پنځه ګوډی کښل: د ګردی وړانګه په A کی نيمه کړی ، له A څخه کرښه AB تر C وکاږی، |BC| د پنځه ګوډي د اړخ اوږدوالی دی.

(شيره ۳۹)

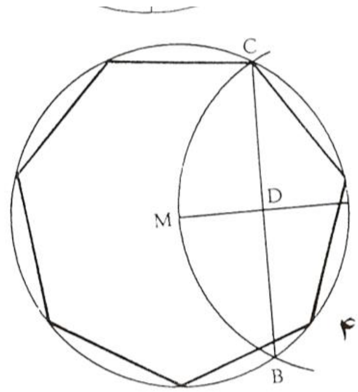


شيره ۳۸

۱۴ – په ګری کې د منظمم درېګوډي کښل: د نيمي يا قطر اخرني ټکو څخه د ګردی وړا نګې په اندازه ګردی لينده ووهی. د دې ټکو چې ګردی پرې کوييوځای کول منظم شپږګوډی چوړوي.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۵ – د مساوي اوه ګوټي

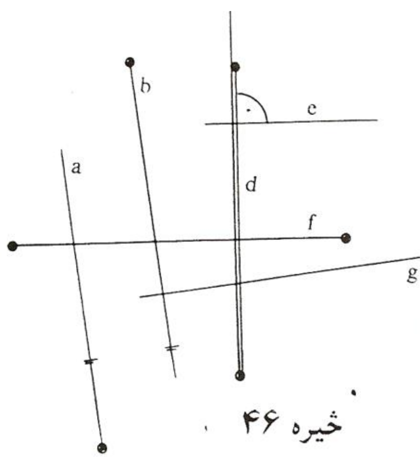


شیره ۴۰

جوړول یا کښل:

د ورکړ شوې ګردي دنیمي اخر ټکی A خخه دAM وړانګه په اندازه ګردیلینده ووهی چی ګردی په B او C کي پرې کوي. د BC کرښه د AM وړانګه په D کي په ولاړکونجي غوڅوي، پس |BD| د مساوي اوه ګوټیز د اړخ اوږدوالی دی.

تمرینونه



خیره ۴۶

۱ – په ډیري ژبه باندې یې افاده کړی:

الف – ټکی A په کرښه g پروت دی.

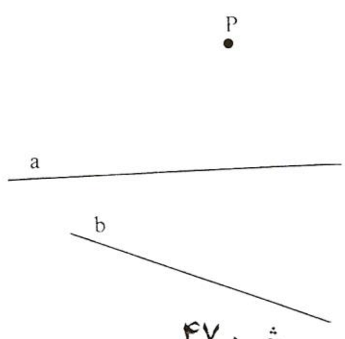
ب – کرښه g د ټکو A او B ترمنځ ځغلي

پ – کرښه AB په ناپای کرښه g پرته ده

ت – ټکی C په کرښه . چی له A وبه B ته ځغلي، پروت دی.

۲ – په خیره ۴۶ کی څومره ناپای کرښی، کرښی او وړانګي پرتی دي؟

۳ – کومی کرښی غبرګي، او کومی یو په بل ولاړې پرتی دي؟ دا په سمبولو وکاروی (خیره ۴۷)



خیره ۴۷

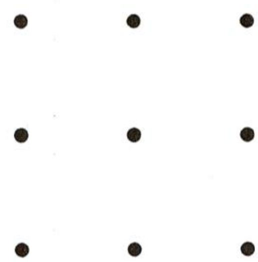
۴ – هرې کرښي ته جوړ کړی :

الف – یوه ولاړه

ب – په ورکړشوي ټکي کی یوه غبرګه (خیره ۴۸)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – د اسمان کومی لورې یو په بل
ولاړې دي؟
۶ – داسی کرښه لار (چی یو بل سره
ترلي وي) وباسی، چی له ټولو
په څیره ۴۹ کی ورکړ شوو ۹
ټکو تیریږي. دا کرښو تلنه یا کرښو



څیره ۴۸

خوزیدنه یا تلنه (حرکت)

د یوې هوارې په خپل ځان یویواځنی څیرونه تلنه یا خوزیدنه (حرکت) بلل کیږي او په φ ښوول کیږي، که چیرې دا لاندې خویونه ولري:

۱ – د یوې هندسي څیرې (کرښی، هوارې ، وړانګی ناپایکرښی، نیمهوارې) څیره ډیري لاندې، یوه هغه هندسي څیره پوهیږو، د کومی چی په غوښتونکی څیره ډیري ژیکرښی پیلټکي ، پایټکي په ژیکرښی ، پیلټکي ، پایټکي باندې څیره شي.

۲ – که f_1 او f_2 دوه جنډې وي ، ~~نو ټیك یوه تلنه شته~~ نو ټیك یوه تلنه φ شته، د $\varphi(f_1) = f_2$ سره.

۳ – که A او B دوه په خوښه ټکي وي، نو یوه تلنه φ شته د $\varphi(A)=B$ او $\varphi(B)=A$ سره

۴ – که p او q دوه وړانګي وي ، د ګډ پیلټکي سره ، نو یوه تلنه φ شته د $\varphi(p)=q$ او $\varphi(q)=p$ سره.

۵ – د تلنو یا خوزیدنو ډیری، د یو په بل پسی څیرونو ته یو ګروپ جوړوي (د الجبر برخه یا د لیکوال الجبر کتاب دې وکتل شي)

د تلنویا خوزیدنو (حرکت) ځانګړي ډولونه دي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

- راکښنه ، چی د τ سره یی ښایو
- ایینونه یا هندارونه، چی د σ سره ښایو
- څرخون چی د δ سره یی ښایو

که یو ټکی همداسی یوه کرښه ، چی په خپل ځان څیره شي ، نودا ودې څیرونی ته

یا نسبت ودې څیرونی ته فیکسټکی ځای په ځای ټکی او همداسی فیکس کرښه یا ځای په ځای کرښه بلل کیږي.

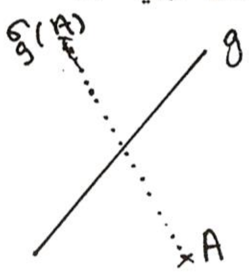
راکښنه τ یوه تلنه یا خوزیدنه ده د لاندې ځانګړو خویونو سره

تلنه ۱ (V) : د یوې په خوښه کرښی څیره و هغي کرښی ته غبرګه کرښه ده.

تلنه ۲ (V) : که څیرونه کتمټ څیرونه نه وي، نو هر څیره ټکی د خپل اصل ټکي څخه توپیر لري .

ایینونه یا هندارونه . د ایینونی دوه ډولونه موجود دي:

لمړی : ایینونه σ_g په یوه کرښه g ، چی کرښ ایینونه ورته ویل کیږي، یوه تلنه ده، د لاندې خویونو سره

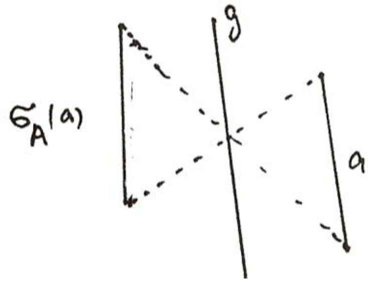


س ۱ : دکرښی g هر ټکی فیکسټکی یا په خپلځان څیره ټکی دی ، له دې سره کرښه یوه فکسکرښه ده.

س ۲ : دواړه د کرښی g وازې هوارې یو له بل سره بدلیدلی شي.

څیره ۵۲

دوم: ایینونه σ_A په په یوه ټکی ، چی ټکی ایینونه بلل کیږي، یوه تلنه ده ، د لاندې خویونو سره : (څیره ۵۲)

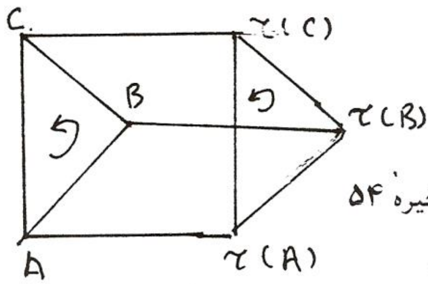


پ ۱ : هره کرښه چی له A تیریږي په خپل ځان داسی څیره کیږي، چی دواړه له A پیداشوې وړانګي یو له بل سره بدلی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ ۲ : هره کرښه و دې کرښې ته غبرګې کرښې باندې خیره کیږي. (خیره ۵۴)

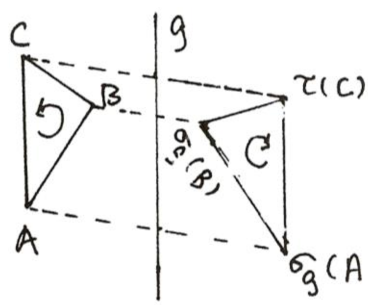
خیره ۵۳



لوریزه تلنه یا خوزیدنه:

یوه تلنه φ همغه لوریزه ده ، ټیك هلته یا هلته او هلته، کله چی هره خیره F د φ(F) سره همغه لور ولري یا مساوي لوریز وي.

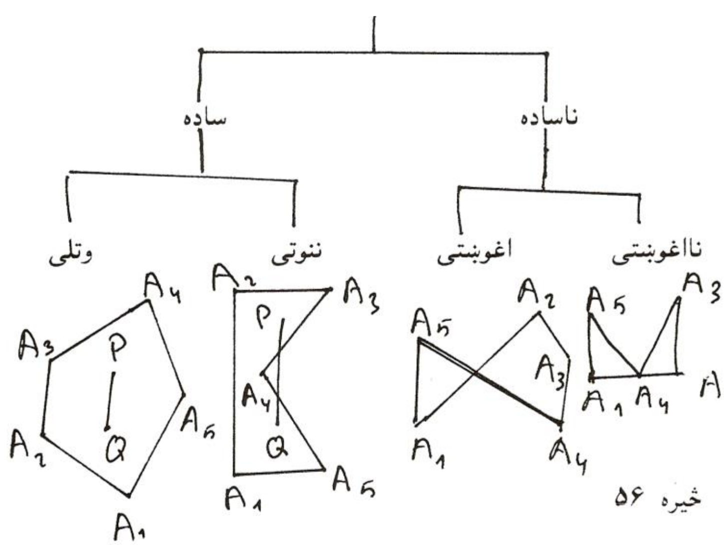
خیره ۵۴



یوه تلنه φ همغه لوریز نه یا نامساویلوریز ده، ټیك هلته یا هلته او هلته، کله چی هره خیره F و φ(F) ته مخامخ یا په څټ لوریز وي.

خیره ۵۵

ډېرګوډیز (د بیلګې په توګه پنځه ګوډیز)

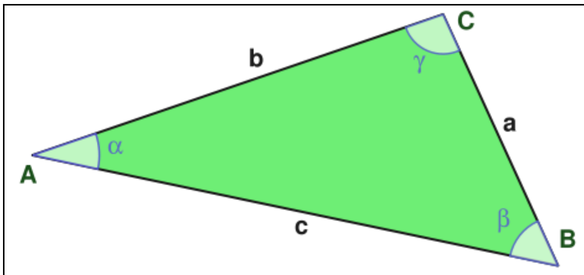


خیره ۵۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو وتلی n– ګوډی منظم بلل کیږي، که د اړخونو اوږدوالی یی برابر وي او دننه کونجنونه یی مساوي یا براۡبر لوي وي.

درېګوډی (درېګوټی، مثلث)

<table>
<tr>
<td>دا چي د دوه ټکو ترمنځ تل یواځی یوه کرښه انځوریدلی شي، نو د یوه شکل لپاره کم له کمه درې ټکی په کار دي، په داسی ډول چی دا ټکي په یوه کرښه نه وي پراته. دا اوس هم په همغه هواره پراته دي. که دا ټکی د ځیرې د ګوډټکو په ځیر ونیول شي، نو دریګوډی لا سته راځي٠ کرښې، چې درېګوډی په کې راګیر دی یا درېګوډی جوړوي د درېکوډي اړخونه یا هغه عربي یې ضلع بولو٠</td>
<td>

ګورو، چې کوجونه الفا ، بیتا او ګاما دي

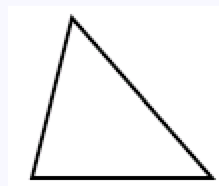
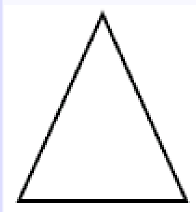
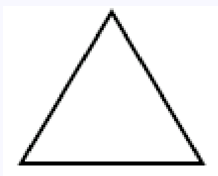
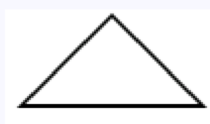
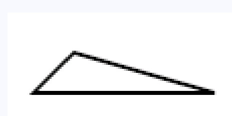
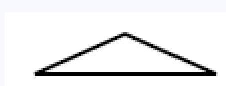
او اړخونه a,b او c دي. په ځیره کې ګوډونه په لویو تورو سره په نخښه کیږي یانی A,B او C ګوډونه دي٠</td>
</tr>
</table>

ولې درېګوډی ؟

موږ وایو، چې سپین مې د برګ د کور د ګوډ سره ولید، یا د برګ د پټي یو ګوډ اوبو وړی، په یوه ځیره کې یا یوه جوړښت کې دننه د دوه کرښو غوځی کونج بولو او دباندنی ګوډ ٠ کندهاریان وایی ګوټ٠ دا پروا نه لري، که څوک یې ګوډ ، ګوټ او که کونج بولی یانی درېګوډی، درېګوټی او که درېکونجی بولي ، خو ماته یې درېګوډی نوم ښه بریښي٠ پام دې وي، چې له ما څخه دا نوم درېګوډی نومول شوی، دا ځیره ده نارینه نه ده، نو له دې امله به ښه وي، که درېګوډی وبللشي، نوره یې د ګرانو هیوادوالو او د ځککچپوهنې مینه والو خوښه٠

د درېګوډیو مختلف ډولونه یا تیوپونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	نامنظم کونجونه او اړخونه یې برابر نه دي.	برابرپښیز دوه اړخونه او دوه کونجونه یې برابردي .	برابراړخیز ټول اړخونه او کونجونه یې برابردي .
تیره کونجیز- درپېګوډي **ټول کونجونه یې تیره دي یاني له ۹۰ درجو کوچني دي $<90°$.**			
ولاړکونجیز درپېګوډی، یو کونج یې ولاړکونج دی			
پڅکونجیز درپېګوډی **یو کونج یې پڅ دی یاني له ۹۰ درجې لوي دی.($>90°$)**			

د کونجونو الفا ، بیتا او ګاما (α,β,γ) او اړخونو a,b,c له مخې د درپېګوډیو مختلف تیوپونه سره بیلیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته ځیرو کې پورته ښی لور ته درېګوډي همغه رسم شوي، خو دا یو دې د بل سره برابر پام کې ونه نیول شي، یانی د یوه درېګوډي پښی دی نابرابرې وي٠ تیره کونجیز درېګوډی، چې دریواړه کونجونه توپیر لري، درې برابرکونجونه لري ، دوه کوجونه یې سره برابر وي، ولاړکونیز، پڅکونجیز، دا هم د برابرو او نا برابرو کونجونو سره ٠ هغه درېګوډی، چې دوه کوجونه یې سره برابر دي، اړخونه یې هم برابر دي او د برابرو کونجونو په مخامخ برابر اړخونه پراته دي٠ دا لاندي ښه ځیړل شوي دي، د ځیرو سرهږ.

د درېګوډي یو له بل بیل ډولونه

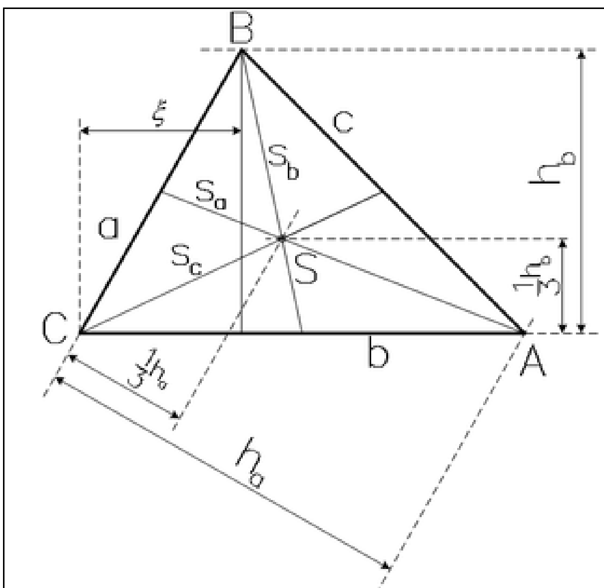
د دریګوډي د پام وړ ټکی

- د دریګوډي هر درې یوډوله کرښی ، یو بل په یوه ټکی کی پرې کوي

- اړخنیمی په S کی

- د کونجنیمی یا نیموونکی په W کی-

- اړخنیمی د منځ ولاړې (کرښی) په M کی: دا هغه کرښه ده، چې د دېګوډی د اړخ په منځ ولاړه ده، چې موږ یې منځولاړه بولو



-. جګکرښی یا جګي په H کی

دا ټکی د یوه دریګوډي د پام وړ ټکی دي - :

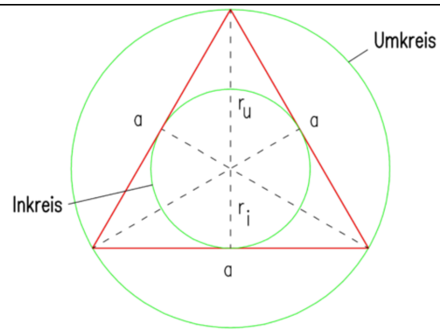
له دوي څخه S دروندټکی(د ثقلمرکز)

له دوي څخه W د دننه ګردۍ منځ ټکوړانګه او M د دباندې یا راګردې ګردۍ یا نوره هم ښه خورا ښه او مناسبه نوم یې چاپیریالګردۍ منځ ټکی دی (وړانګه) r، د چاپیریالګردی منځټکی

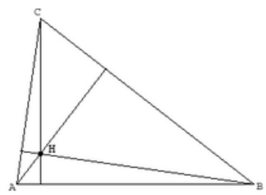
(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته هڅیرو، چې ځیرې راوړو، د ځیرنې سره یې :

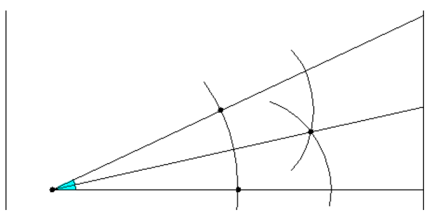
Umkreis Inkrei ای ىدرګـيدنوخ دهراتاو-یا په راتاوګردی



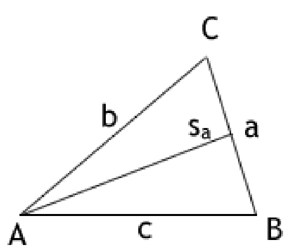
په لاندې ځیره کې جګې کرښې وینو. دا هغه کرښې دي، چې را په ګوته کوي، چې اړخ د کونې سره کوم جګی لري او دا کر په یوه ټکی کې غوڅوي.



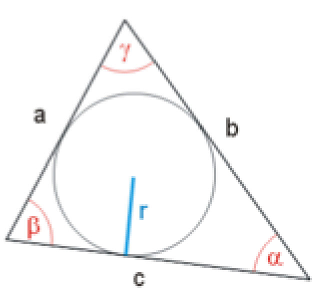
په مخامخ ځیره کې کونجنیمی ګورو او وینو، چې څنګه کښل یا رسم کیږي.



په مخامخ ځیره اړخنیمی کتل کیږي. دا هغه کرښه ده، چې له کونج څخه اړخ نیمی.

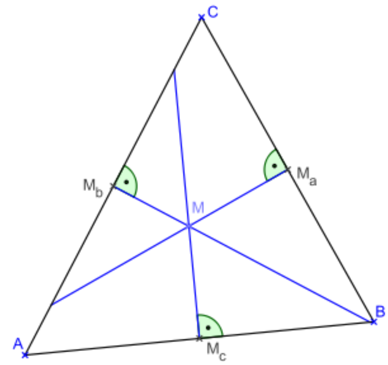


په مخامخ په درېکوډی کې د خوندي ګردی منځټکی د وړانګی سره کتل کیږي.

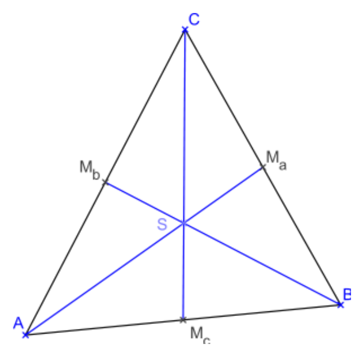


(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ښیره په درېګوټي کې په منځولاړې
ګرښې په ګوته کویو چې پّ لړونده ټکي
کې سره غوڅوي

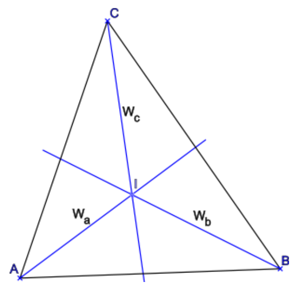


په لاندي مخامخ دریګوټي کې درې
اړخنیمی ورکړ شوي،چې ته یوه ټکي کې
سره غوڅوي

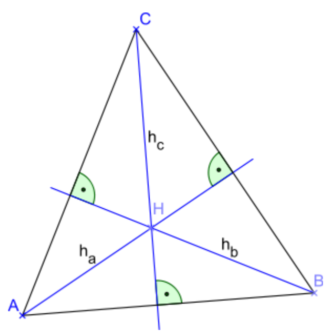


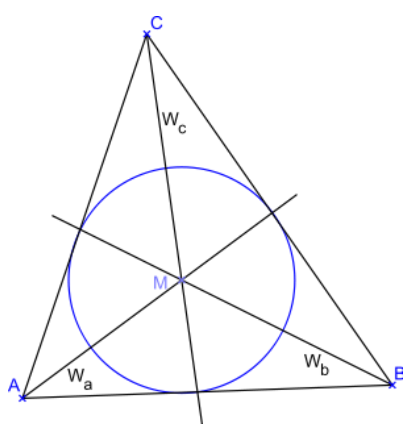
په مخامخ ښیره کې ګوروړ چې کونجنیمی
ی خوندیګردی منځټني کې سره غوڅوي

په لاندې درېګوټي کې دې کونځنیمې دیو
جې په یوه ټکي سه پرې کوي

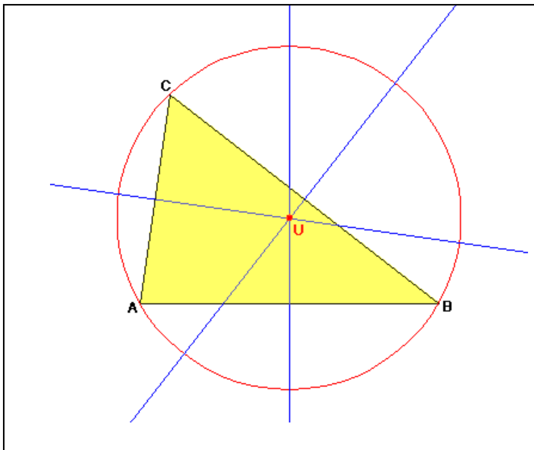


په لاندې ښیره کې د درېګوټي درې جګې
ورکړ شویو چې په یوه ټکي کې سره
غوڅوي

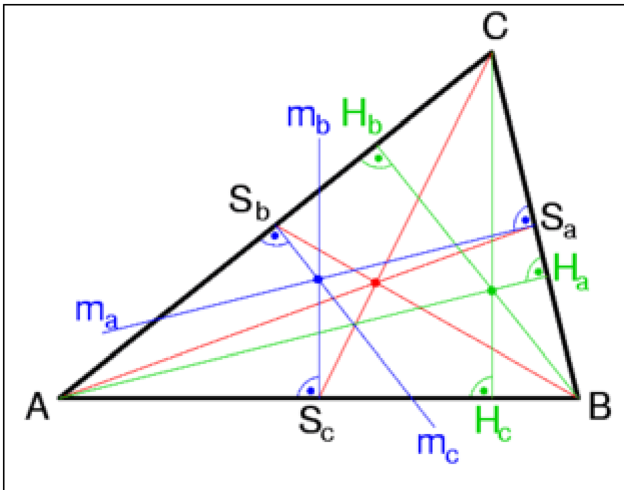




(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>په مخامخ ځیره کې د درېګوډی منځولاړې ګوروو چې غوښتککی يې ی راتاوګردی منځتکي دی</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>په مخامخ ځیره کې هغه اړخنیمی، چې په اړخ ولاړې دي کتل کيږي، په اړخنیمی ولاړې، جګی او اړخنیمی کتل کيږي، چې دریواړه په یوه کربنه پرتې دي ٠</td>
</tr>
</table>

د جګو غوښتکی (شین)، راتاوګردی منځتکی(اسماني یا زرغون)، دروندتکی(سور) په یوه کربنه پراته دي.

د درېګوډیو جوړید امکانات یا شونتوب: درېګوډي یواځنی جوړيږي (همدا یو درېګوډی او بل، چې له دې درېګوډي توپیر ولري نه شي جوړیدی) ،

-که د دریګوډیو دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي،

-یا دوه اړخونه او له دې اړخونو بند کونج یا

- یو اړخ او ددې اړخ په دواړو سرونو یا اخرونو کونجونه وپيژنو

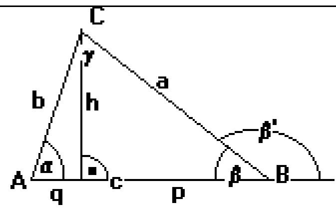
(c) ketabton.com: The Digital Library

یا په همدې ډول هغه دریګوډی، چی دوه اړخونه او د لوي اړخ مخامخ کونج یی پیژندل شوی وي. د کونګروایڼخ جملو کی یی بیلګي راځي .

د دریګوډي پیژندنه لنډ: یو n - ګوډی، چی n=3 وي، دری ګوډی بلل کیږي .

په درېګوډي کی جملی:

په عمومي ډول لاندې جملی باوري یا معتبرې دي چی بي له ثبوته دلته راوړل کیږي.

۱ - د کونجزیاتون جمله : په درېګوډي کی ټول کونجونه 180° لري °180 = □ + □ + □ په مخامخ څیره ګې β' د β ګاونډی کونج دی	

۲ - د دباندني کو نج جمله: دباندی کونج د ناګاونډیو کونجونو زیاتون یا مجموعی سره مساوي دی،له دې امله د درېګوډي د دباندنیو کونجونو زیاتون 360° لري:

یادونه : ګران د ځمککچ مینه وال دې دا څیره له پ ورڅ ه څ ېرې څخه پوره کړي .:

۳ – درېګوډي نامساوات یا دریګوډي نابرابرونو نه:

په هر درېګوډي کی د دوه اړخونو اوږدوالی زیاتون د دریم اړخ اوږدوالی څخه لوي دی

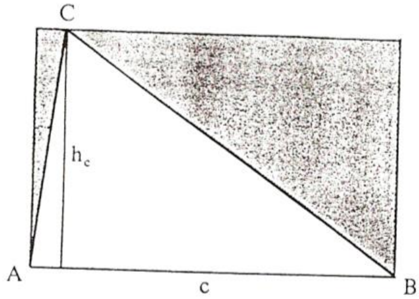
$$a + b > c \;;\quad a + c > b \;;\; b + c > a$$

۳ الف-د هر دریګوډي دوه اړخونو اوږدوالي مطلقه ارزښت کمون، توپیر یا فرق د دریم اړخ اوږدوالی همغه- یامطلقه ارښت څخه کوچنی دی

$$| a - b | < c \;;\quad | a - c | < b \;;\quad | b - c | < a$$

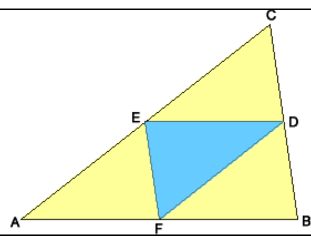
۴ - د درېګوډي چاپیرىال د دریواړو اړخونو زیاتون دی $U = a + b + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - د درېکوډی منځهواره (د هوارې دننه) لنډ : هواره (، د يوه اړخ اوږدوالی او په هغی کښلی (نيغ) ولاړ جګوالی(لنډ: جګوالي) د ځل نيمايي دی F =a.ha/2 = b.hb/2=c.hc/2	

د ښووني لپاره يي د يوه لنډ چل ځخه کار اخلو: موږ درېکوډی د جګکرښي په اوږدو باندې په دوه ولاړکونجيو غوځوو او د درېکوډي په اړخ يی ځيره باسو، په دې ډول دوه ولاړکونجيز دريکوډي منځ ته راځی، چی د هغی ټوله هواره، د غوښتونکي درېکوډي هوارې دوه برابره ده.

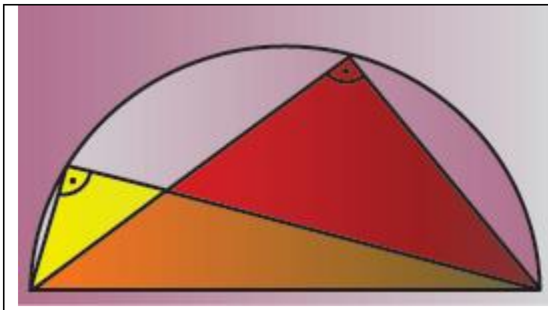
دا له پورته ځيرې ځخه هم ځرګنديږي.

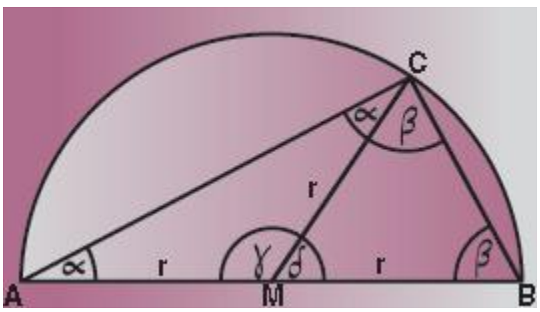
۶ - د درېکوډي اړخونو نيمايي هغه منځنی درېکوډی جوړوي، د کوم اړخونه چی نيمايي دومره اوږده وي لکه د پيل شوې درېکوډي(د و ړانګي جمله دي وکتل شي	

ګورو چی د يوه دريکوډي جګی تل ځرګند نه دی. مګر دا چی د يوه جګي له لارې يو دريکوډی په دوه برخو ويشل کيږي، چی په دې ډل دوه ولاړکونجيز دريکوډي ترې منځ ته راځي، چی دا جګی بيا د پيتاګوراس له لارې -جملی چی وروسته راځي - او يا د تريګونومتري يا کونجکچ متودو يا لارو له لارې ، چی هغه وروسته ځيرل کيږي، لاس ته راوړی شو .

د تالس جملهSatz des Thales: که AB د يوې ګردی(دايرې) يوه نيمی (قطر) وي او C په دې ګردی پروت وي، نو درېکوډي	

(c) ketabton.com: The Digital Library





ABC په C کې ولاړکونجيز دی٠

د دې جملې په څټ يا برعکس دی:

که چيرې درېګوډي ABC په C کې ولاړکونجيز وي، نو C په ګردی پرته ده د نيمې AB سره

د جملې د ښووني لپاره: دا برخه دې دا دلته د ښوونځي شاګردانو لپاره نه وي٠

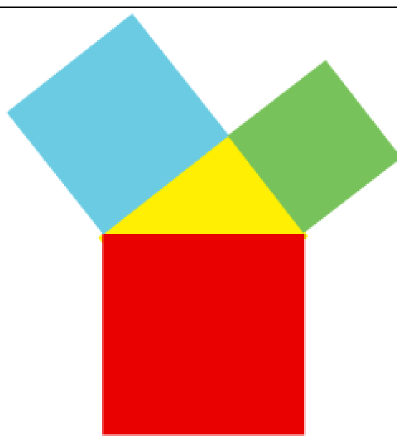
$$\alpha + \beta + (\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

له دې لاس ته راځي

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

د پيتاګوراس (فيثاغورث Satz des Pythagoras)



په يوه ولاړکونيجز درېګوډي کې ، چې کاتيتونه يا ولاړ اړخونه يې a او b وي، د هيپوتينوزی يا اوږد اړخ يې c سره پخ نخښنه ګوو , باور لري

$$a^2+b^2=c^2$$

د دې جملې په څټ يا برعکس

که د يوه درېګوډي ABC د اړخونو a, b, cلپاره باور ولري

$$a^2+b^2=c^2. F = \frac{b}{2}\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = b.\frac{h_b}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو دا دربڅوڼي په C کې ولاړکونجيز دی يا د پيتاګوارس جمله وايي، چې په يوه ولاړکونجيز دربڅوڼي کې د هيپوتينيوز(لوي اړخ) ځلورئ يا مربع د کاتيتونو(ولاړ اړخونو) د ځلوريو يا مربعګانو د زياتون سره برابره ده.

ولاړکونجيز دربڅوڼئ يو ولاړ کونج لري يانې ۹۰ درجې کونج

د دربڅوڼئ اوږد اړخ د لوی کونج مخامخ پروت دی ، چې هيپوتينوز *Hypotenuse* يا لوی اړخ بلل کيږي

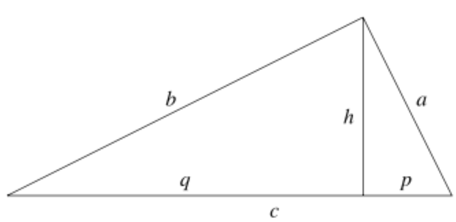
نور دوه اړخونه کاتيتونه *Katheten* يا ولاړ اړخونه بلل کيږي.

لاندې جملې ښايو:

دا جملې ټولې يوځای راوړل شوي

جمله : ولاړ کونجيز دربڅوڼئ $a + b + c = U$

$a.b / 2 = c . hc / 2 = F$

	$c^2 = a^2 + b^2$	د پيتاګوراس جمله
	$a^2 = c \cdot p$	د اويکليد د کاتيتونويا ولاړ اړخونو جمله
	$b^2 = c \cdot q$	
	$c = p + q$	
	$h^2 = p \cdot q$	د اويکليد د جګيو جمله

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله : برابر- یا مساوي پښيز درېګوډی جګی

$$h=\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}$$

$$U = 2a + b$$

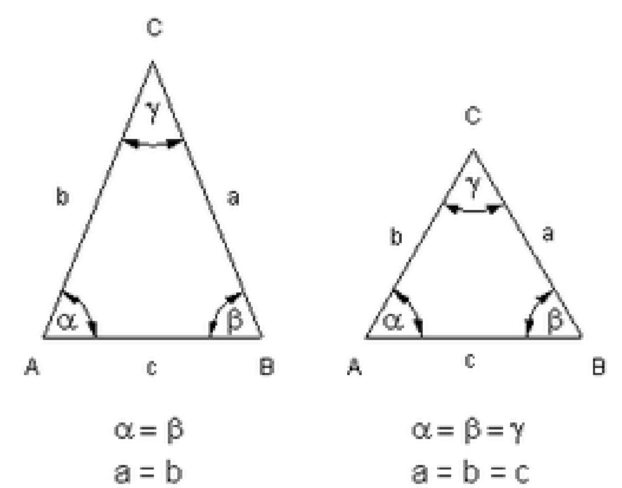
$$F=\frac{b}{2}\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}=b.\frac{h_b}{2}$$

ځکه چی $h=\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}$ (د پيتاګوراس جملی له مخی(پيتاګوراس جمله وګوری)

جمله : برابر اړخيز درېګوډی :

د یوه برابر اړخيز درېګوډي ټول درې آړخونه برابر دي، دنني کونج ونه برابر لوي دي، له دې امله برابر اړخيز درېګوډي منظمو پوليګونونو پورې اړه لري۰) پوليګون لاتين ډيرکوډيز(<u>Polygonen</u>).

د برابر اړخيز درېګوډي هر کونج ٦٠ درجي دی۰ برابر اړخيز درېګوډي تره کونجيزو ډريوګوډيو په ډله کې دی، ځکه، چې ټول درېکونجونه له ٩٠ درجو کم دي
په دې برسيره يوه برابر اړخيزه درېګوډیيوه برابرپښيزه درېګوډی هم ده۰
ټول برابراړخيزدرېګوډي يو بل ته ورته دی (وروسته راځی)

په یوه برابراړخيز درېګوډي کی، د یوه اړخ کونجنيمی-، اړخنيمی-، په منځولاړې-اوجګی –يو په بل پريوځي۰ په ورته توګه دا د ضوندي ګردی دباندې ګردی او دروندټکی اړخ جګيو غوڅټکی لپاره هم په یوه برابراړخيز درېګوډي کې باور لري۰	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته څیره کې کیڼ لور ته برابر پښیز - او ښي لور ته برابراړخیز درېګوډۍ دی٠ هر برابر څه یې کښل شوي٠

د یوه برابراړخیز درېګوډی، چې د اړخ اوږدوالی یې a دی، لپاره باور لري

Fläche *A* *هواره یا سطحه*	$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$
*جګوالی*Höhe *h*	$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$
د چاپیریالګردی وړانګهUmkreisradius *r*	$r = \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{a}{\sqrt{3}}$
د خوندي ګردی وړانګهInkreisradius ρ	$\rho = \frac{\sqrt{3}}{6} a$
*چاپیریال*Umfang *u*	$u = 3 \cdot a$

د برابراړخیز درېګوډي خوېونه دې ګران لوستونکي وښايي

د اویکلید د کاتیتونو یا ولاړ اړخونو جمله

دواړه سرې هوارې یو له بل سره او همداسې دوآړه شنې هوارې همغه منځهواره لري٠ یا په بل ډول : د سرو او شنو ولاړګوډیو هوارې یو له بل سره برابرې دي٠

$a^2=pc$ او $b^2=qc$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که a,b,c د ولاړکونجيز درېګوډي اړخونه وي، د هيپوتينوز c سره٠ که دا درېګوډی په جګي h په دوه برخو وويشل شي او p يې هيپوتيوز ټوټه په a ده او qهمداسي ټوټه ده په b، نو باور لري:

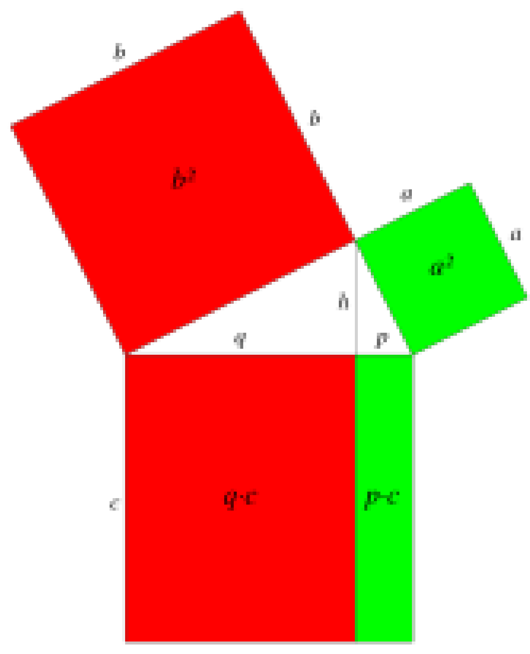
په aخلورى د p او cولاړکونجيز خلورکوډي او په bخلورى د ولاړکونجيز خلورګوډي، د اړخونو q او cسره هوار برابره ده ياني هواري يا سطحى يي برابرې دي٠

لاندي خيره دي وکتل شي٠ پام دي وي ، چي دا پورته ښونه او دا لاندى سره برابري دي، خو يواځى خيرې يي بدې دي، دوه ځله ښوونه پروا نه لري٠

فرمول يي :

$a^2 = p.c$

$b^2 = q.c$



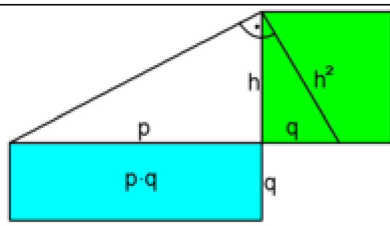
Kathetensatzد كاتيتيونو جمله:دواړه سرې هوارې همغه منځهواره لري او همداسي دواړه شني هواري هم *د اړخ او خلورى د فرمول په څير په لاندې ډول دي*

$$a^2 = p \cdot c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$b^2 = q \cdot c$$

د اویکلید جګجملهHöhensatz des Euklid

 	$h^2 = p \cdot q$ د جګجملی د بیاتیونې ښوونه(دا لږ ستونځمنه ده، خو زما يې دا ځیره بدلون ښه راځی ګرانو لوستونکو ته په مینه وړاندې کیږي) :

د جګجملی ښوونه : د پیتاګوراس له جملې $a^2 + b^2 = c^2$

او د بینوم له فرمول

$$(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

ځخه ښوونه لاس ته راځي

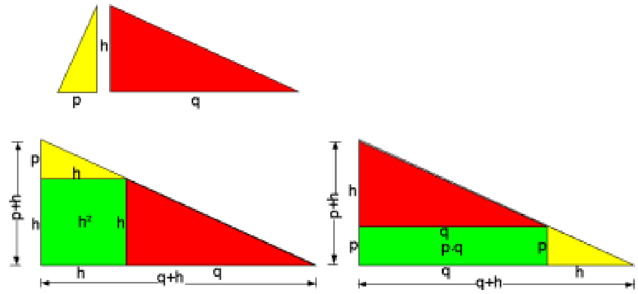
په دیاګرام کې درې دربګودې لیدل کیږي، یو له اړخونو a,b,c, ، بل له اړخونو h,p,a او h,q,b. سره، د دې هریوه دربګودې لپاره د پیتاګوراس جمله باور لري٠:

$h^2 = p.q \Leftrightarrow q^2 = pq+q^2 + h^2$

د پورته بیاتیونې له لارې ښوول کیږي٠

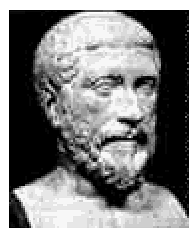
جیومتریکي ښوونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا خیره دې ګران لوستونکی پام ته را وبولي، چې څنګه د ښوونې کار مخ ته ځي

(تمرین)



د ساموس پیتاګوراس Pythagoras von Samos

تکرار: په ولاړکونجیز درېکوډي کې د کاتیتونو(ولاړ اړخونو) د څلوریو یا مربعګانو زیاتون د هیپوتینوز(اوږده اړخ) د څلورۍ سره برابر دی۰

دا جمله د پیتاګواراس جملې ترنامه شهرت لري او د ساموس پیتاګوراس د ژوند سره برابر ځاي نیسي۰ لکه لاندې په ګوته کوي،چې دا انسان له دې خورا زیات وو۰

دا یو له مانا ډک انسان دی »برتراند راسل « Bertrand Russell - ",,

دی د جلبازو مشر دی « هیراکلیت«Heraklit - ",,
Ludwig Börneلودویګ بورنې د هغهٔ په هکله وایې« کله، چې هغه دا جمله پیداکړه، هغه د خدای په نامه سل سوخندر خیرات کړل۰ له هغې وروسته ټول سوخندر لړزیږي، ترهغې، چې نوي څه کشف شي «

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیتاکوراس په570دزکال پخواپه جزیره ساموس کې پيداشوی .
پلالر يې سامي زرګر منیسارښوس **Mnesarchos** دی

چې شل کلن وو د تالس **Thales** په ميلت Milet او انيکشيماندر کې يې زده کړې کولې

د پيتاګوراس ښوونه یا پوهنه Die Lehre Pythagoras

روح نه مري او ځاي بدلوي، داسې، چې له یوه ژوندي څخه وبل ته ځي

د پیتاګوراس جمله

په یوه ولاړ کونجيز درېګوډي کې د کاتيټونو(ولاړو اړخونو) څلورى زياتون د هيپوتيډنوز (اوږده اړخ)له څلوری سره برابر دی

$$c^2 = a^2 + b^2$$

(د کاتیتونو جمله) $p \cdot c = b^2$

$q \cdot c = a^2$

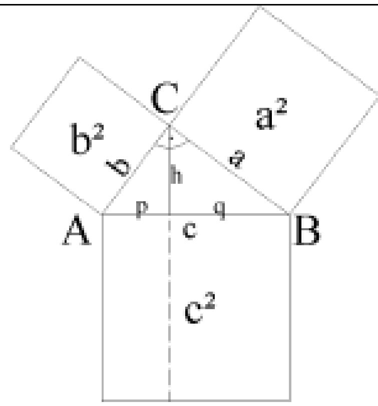
کاتيت جمله دKathetensatz

$$p \cdot c + q \cdot c = a^2 + b^2$$

$$(c \cdot (p + q) = a^2 + b^2$$

دپورته لپاره لاندې څېره وګورى

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د دې جملې د ښوونې لپاره له ۲۰۰ څخه زياتې اوبيونې يا ښوونې (ثبوتونه) شته

پيلونې او ښوونې

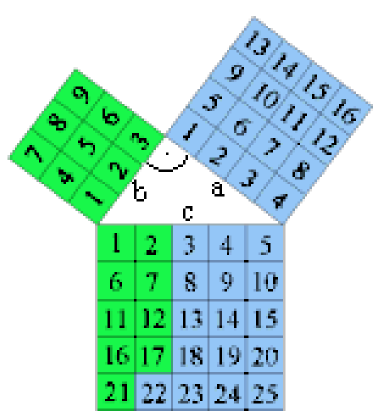
د يوونڅلورى يا يوون مربع څيره

يو ولاړ کونجيز درېګوډى لرو، چې اړخونه يې په لاندې ډول دي

(z.B. a= 3cm; b= 4cm; c= 5cm)

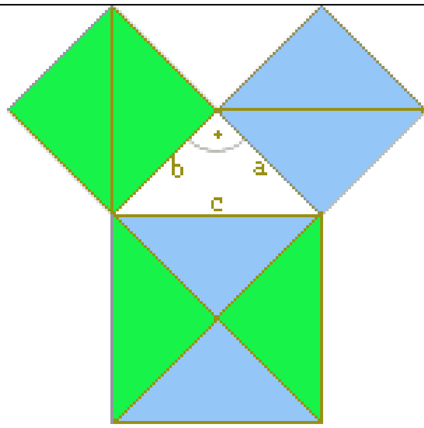
په هر اړخ څلورى جوړوو، لکه لاندې څېره

$25cm^2$	=	$9cm^2$	+	$16cm^2$
c^2	=	b^2	+	a^2

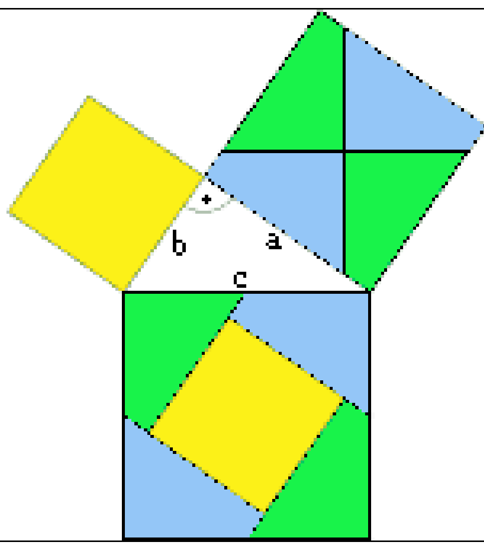


(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې يو برابرپينيز ولاړکونجيز درېګوډی لرو:

	ولاړکونجيز برابربرپينيز درجګوډی، چې اوږد اړخ يې دی (z.B. c=5cm). اړخونه a^2 او b^2 ګورو، نو کره به ورته وګورو، چې څه شوي ياني ځنې ځلوری نيمې شوي او ځنې بيا په ځلور برخو ويشل شوي٠ که ځیر Jته وګورو، څه کره کولی شو؟

2.2 په خوښه ولاړګوډيز لرو

	دا په خوښه ولاړکونجيز درېګوډی دی (z.B. c= 4,5cm) تالس ګردی د لويې کتيت ځلری له منځ څخه لوي اړخ ته يوه غبرګهکرښه وکاږی او هيپوتينوز ته يوه ولاړه a^2 غوځه کړي٠ ګران لوستونکي دې له ځيرې څخه پخپلهپه ګوته کړي، چې د لوي اړخ ځلوری د نورو اړونو د ځلوريو سره برابره ده

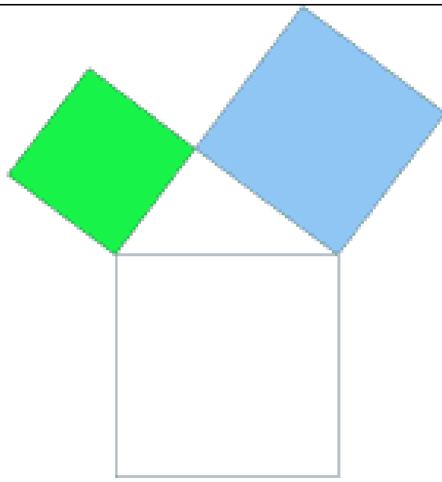
3. د ځيرې ځمککچيزه لارښودنه

د لوړو ګوډونو يا کاتيتونو ځلوری په درېګوډي ABC کې دننه د غبرګ اړخيز په ځېر غوڅ کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

غبرګ اړخيز د لوی اړخ ثلوری(مربع) کډېکي باندې د هغې تر يوه اړخ پوری و ثرخوی .

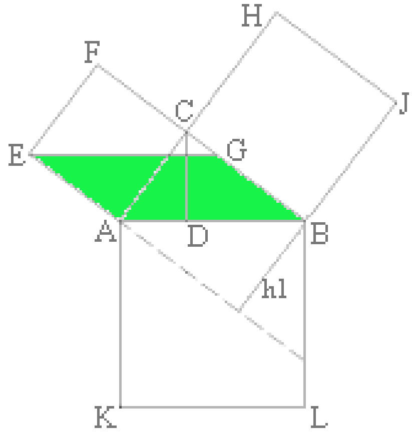
غبرګ اړخيز(مايلګوډيز) يوه ولاړګوډيز په ډول د لوی اړخ مبع يا ثلوری هواري کې دننه بياتي کړی

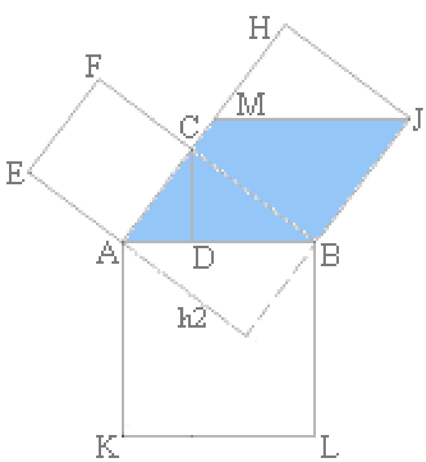


ښوونه :الف : بياتيونه:

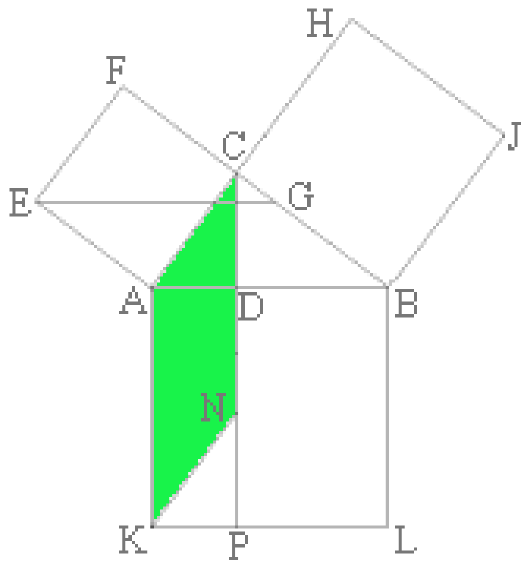
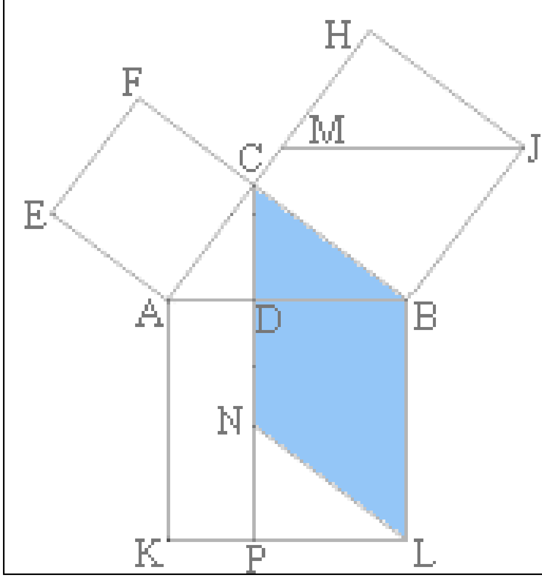
EACF = EABG . 1
ځکه, جي برابر بنسټلاين EA او برابر
حګی

BJHC = BJMA . 2
ځکه،برابر بنسټلاين BJ او برابر
جګی(h) JHلري





(c) ketabton.com: The Digital Library

	ب . ثرخون : ۳ . EABG = AKNC ځکه په A باندې EA = AC (د یوې ثلورى اړخونه) AB = AK (دیوې ثلورى اړخونه)
	۴ . BJMA = BCNL ځکه، چې په B باندې BJ = BC (د یوې ثلورىاړخ اوړوالى) BA = BL (د یوې ثلورى اړخونه)

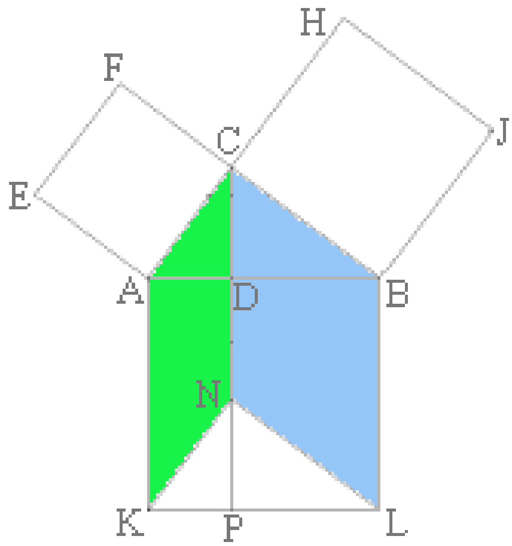
پ . بیاتیونه:

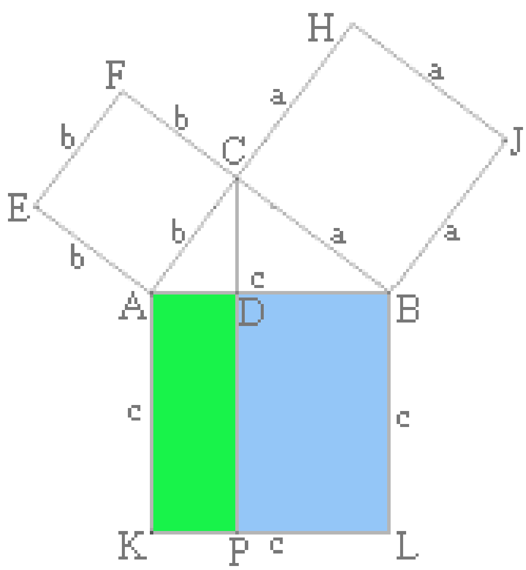
۵ . AKNC = AKPD ځکه، چې همغه بنستلاید AK شر ه نغه جګې KP لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۶ . NLBC = DPLB ځکه،چې همغه بنسټلاین BL او همغه جګې PL لري

د پورته دواړو لپاره لاندې ښېره وګورۍ





له مخامخ خيرې

لاس ته اځي

$a^2 = c \cdot DB$

$b^2 = c \cdot AD$

له دې لاس ته راځي :

$c.AD+c.DB=C^2$

$b^2+a^2 = C^2$

بياتيونه پيل(لاندې خيره)

۱ - په هر دې اته درېګوډيو ځلورى داسې کيږدۍ،جې برابر اوږده اړخونه يو په بل پريوزي، لکه چې ګور د يوې څلورى اړخونه د يوه درېکوډي داړخونو سره برابر دي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

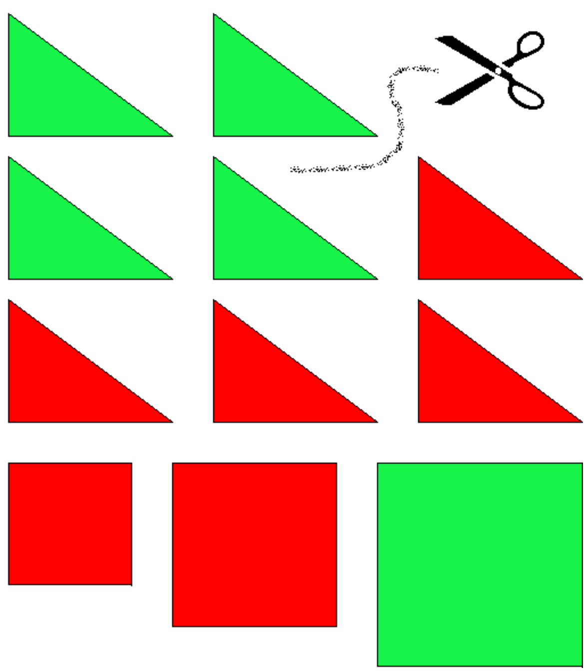
۲ - تولې سرې ځيرې (دوه ځلورى اوځلور درېګوټي) داسې يوځاى کيږدى، چې يوه لويه ځلورى منځ ته راشي .

۳ - تولې شنې ځيرې (يوه ځلورى او ځلور درېګوټي) داسې يوځاى کيږدى، جې يوه لويه ځلورى منځ ته راشي.

۴ - ځان ته باور پيدا کړه،چې دواړه داسې منځ ته راغلې ځلورى يو بل پټه وي.

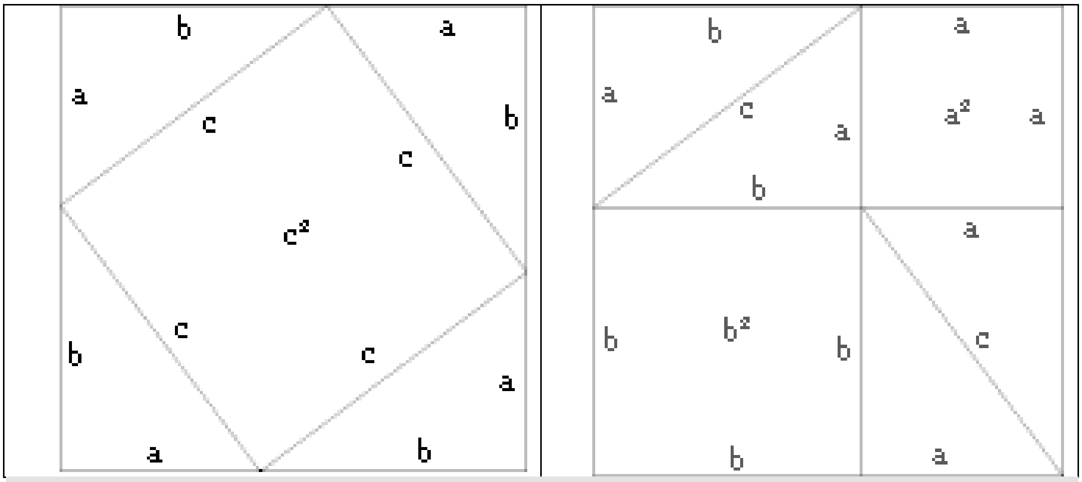
۵ - تول درېکوټي لرې کړه، نو دا پاتې شنه ځلورى، د هوارې يا سحې له مخې کوچنى يا برابره ده دې نورو دواړو سرو ځلويو سره.

د ځواب لپاره دلايل راوړه!



۵. Berechnungsbeweisد شميرلو ښوونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot b + c^2$	=	$(a+b)^2$
$2ab + c^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$
c^2	=	$a^2 + b^2$

دا څیرې دې د ځمککچپوهنې مینه والو ته وړاندې وي، که وخت پیدا شو دا څه په منځ کې پاتې به هم وژباړل شي او ګرانو لوستونکو ته به وړاندې شي

لاندې څیره کې د،پیتاګوراس ونه، لیدل کیږي

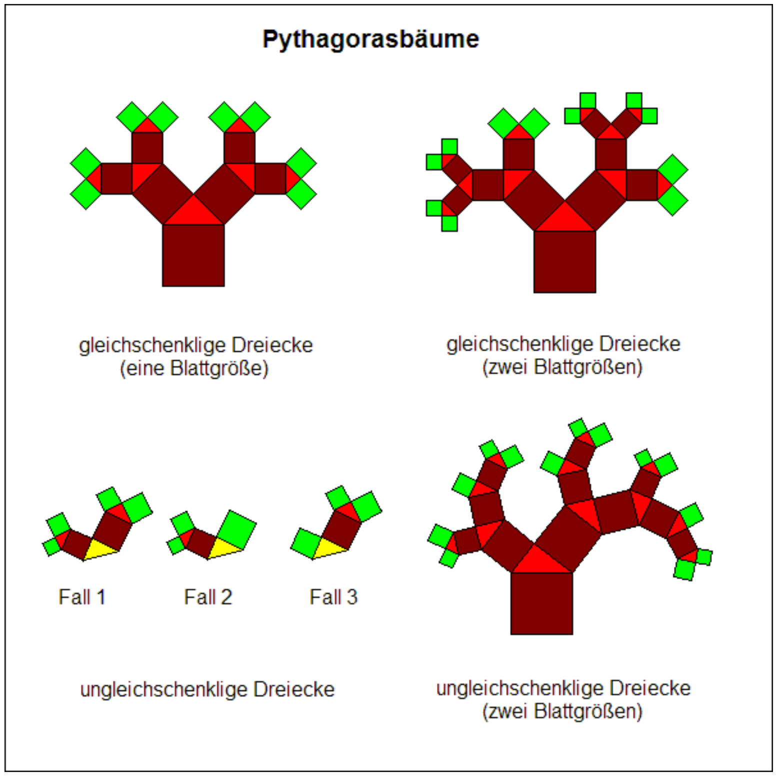
له کیڼ و ښي-، له پورته و کښته لور ته

برابرپښیز درپګوډی (یوه پاڼه لویوالی)

- برابرپښیزدرپګوډی(دوه پاڼې لویې)

حالت ۱ تر۳نابرابرپښیز درپګوډي- نابرابرپښیز دپګوډی(دوه پاڼې لویی)

(c) ketabton.com: The Digital Library



تمرینونه:

۱ – لاندې دریګوټي وکاږئ:

a) a = 4 cm ; b = 8 cm ; c = 9 cm

b) a = 8 cm; b = 8 cm ; ß = 50°

c) a = 8 cm ; ß = 40° ; γ = 50°

۲ – د هوارې فرمول په مرسته

وښایئ: چې د یوه دریګوټي خواوې یا اړخونه او جګې ، یو له بل سره په څټ اړیکو یا ځانښونو یا تناسب پرتې وي.

۳ – دریګوټي د لاندې ورکړو سره کومه هواره لري

a) a = 7 cm ; h_a = m6 cm

b) c = 3 cm ; h_c = 5 cm

(c) ketabton.com: The Digital Library

c) $a = b = c = 6$ cm

d) $a = 10$ cm ; $\beta = 45°$; $\gamma = 90°$

۴ – د هوارې اندازولو بل امکانات داسی په نامه د هیرون لیما ورکوي(د سکندریي هیرون Hronsche Dreiecksformel). که دري اړخونه معلوم وي ، نو هواره له لاندې فرمول څخه ټاکل کیږي

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

د $s = U/2 = (a + b + + c)/2$ سره

د هوارې شمیرنی لپاره د په باندې ګردی همداسی دننه ګردیو وړانګو څخه هم کار اخستل کیدی شي.

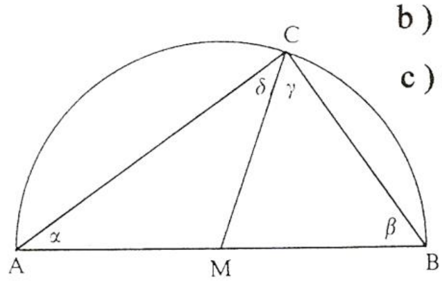
$$F = a.b.c / 4r = s.\rho = \rho.U/2 = \frac{\rho.U}{2}$$

دلته د دننه ګردی او r د دباندې ګردی وړانګی دي. لاندې ټولی پاتی یا نامعلومی لویي د ټولو دریګوډیو لپاره وټاکی :

a) $a = 3$ cm ; $b = 4$ cm ; $c = 5$ cm

b) $a = 5$ cm ; $b = 7$ cm ; $U = 20$ cm

c) $s = 17$ cm ; $= 5$ cm ;
$h_a = 13$ cm $= h_b$

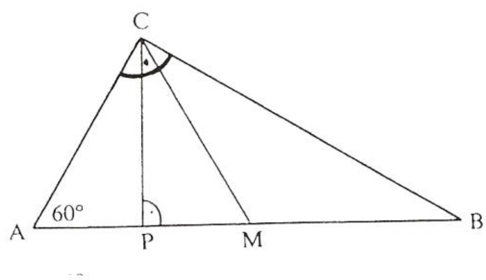


خیره ۸۲

۵ – د هندسی له لارې د لاندې څیرونو په مرسته د تالس جمله وښایی.
(څیره۸۲)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۶ – ثیره ۸۳ یو ولاړکونجیز دریګوډی
ښایي د کونج = 90° سره، وښایي
چی کرښي $\overline{CP}$ او $\overline{CM}$ کونج په
دري مساوي برخو ویشي.



ثیره ۸۳

۷ – وي دي a,b,c د پیتاګوراس
(فیثاغورس) ګڼون درېګونی.
وښایي : (n>m)

a) $a = 2n + 1$; $b = 2n^2 + 2n$;

$c = 2n^2+2n+1$

b) $a = 2nm$; $b = n^2 - m^2$:

$c = n^2 + m^2$

۸ – د ولاړکونجیز دریګوډي پاتی برخی وښایی(ښوونه لکه په لیکنه کی):

a) $h = 4$ cm : $q = 5$ cm ;

b) h) 7 cm; $b = 10$ cm

c) $p = 4$ cm: $q = 12$ cm

۹ – د کانتی یا اړخ یا ژی a اوږدولای څخه د یوه مساوي اړخیز دریګوډي جګوالی وښایی.

۱۰ – وښایي : په یوه مساوي اړخیز دریګوډي کی د دباندې ګردی وړانګه $r = (a/3)\sqrt{3} = 2\rho$ ده او له دې سره سم د دننه ګردی وړانګه په لاندې توګه ده: $\rho = (a/6)\sqrt{3} = r/2$.

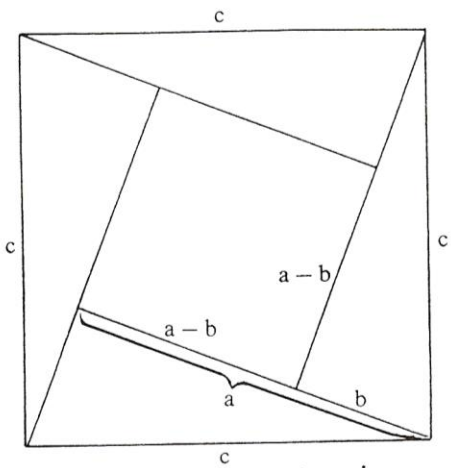
۱۱ – د ورکړشوي هوپوتینوزې سره د یوه ولاړکونجیز دریګوډي هواره کله خورا لویه ده؟ دا په دې مانا چی بله له دې لویه هواره نه وي.

۱۲ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی یوه کانتی یا ژی ۳ سانتي متره اوږده ده، بله نیمه دومره اوږده ده (x) ، لکه هیپتوینوزې (2x) نو x وشمیری.

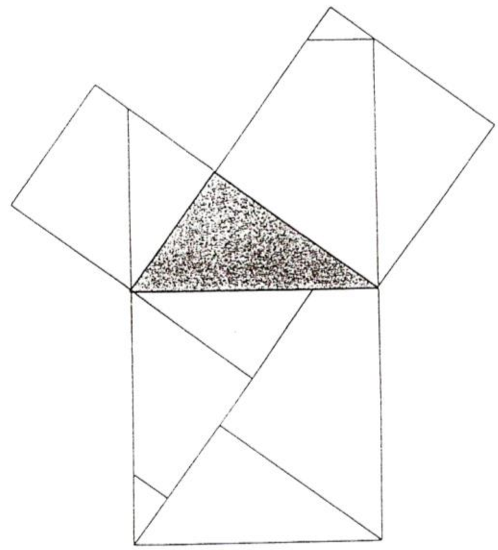
(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۳ – د یوه ولاړکونجیز مساویپښیز دریکونجي هیپوتینوزي c = 10 cm ده، کیدی شي له دې څخه د یوې پښې اوږدوالی وشمیرل شي؟

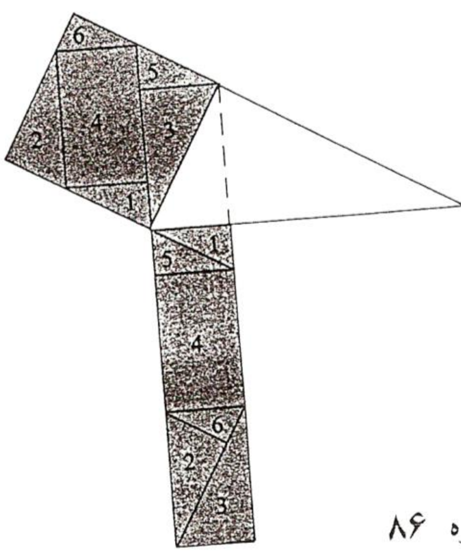
۱۴ – د لاندې څیرو په مرسته دې د پیتاګوراس درسي جمله وښوول شي:



څیره ۸۴



څیره ۸۵

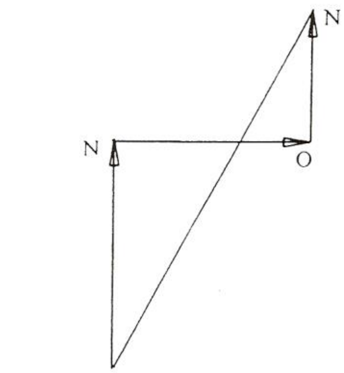


څیره ۸۶

۱۵ – د یوې مربع څخه چې د یوې کانتي یا ژۍ اوږدوالی یې ۵ سانتي متره وي، یو مساوي هواریز ولاړ– کونجي جوړ کړی، چې د یوې ژۍ یا اړخ اوږدوالی یې ۴ سانتي متره وي:

الف) د کاتیت له جملی سره
ب) د جګجملی سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۸۷

۱۶ – د کاتیت جملی صدق د خیرونی په مرسته، د برخه هوارو د مساویوالی ښوونی له لارې وښايي« (خیره ۸۶)

۱۷ – په برخه دریګوډیو MPC (خیره [illegible]/) د پیتاګوراس جمله استعمال کړی، او په دې بنسټ د پیوتاګوراس جمله وښايي .

۱۸ – د مساویپښیز ولاړکونجیز دریګوډیوپښی داسی راکړ شوې

الف) ۶ سانتي متره»

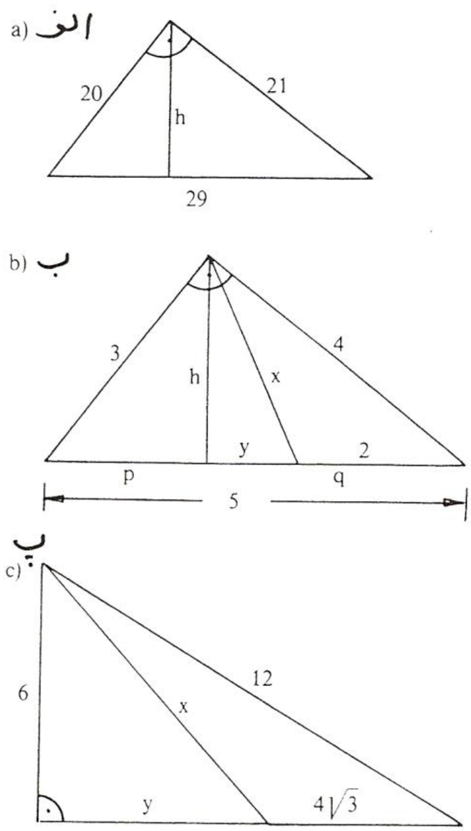
ب) ۸ سانتي متره ،

پ) x سانتي متره، هره اړونده هیپوتینوزې څومره اوږده ده؟

۱۹ – یو موټر ۷ کیلو متره د سهیل لور ته او ۶ کیلومتره ختیز لور ته او بیا ۴ کیلومتره د سهیل لور ته ځغلي. دا موټر د خپل وتلځاي څخه څومره لرې دی؟ (خیره ۸۷)

۲۰ – د خپل وتلځای څخه به څومره لرې وي، که نور هم ۴ کیلو متره د ختیز لور ته وځغلي؟

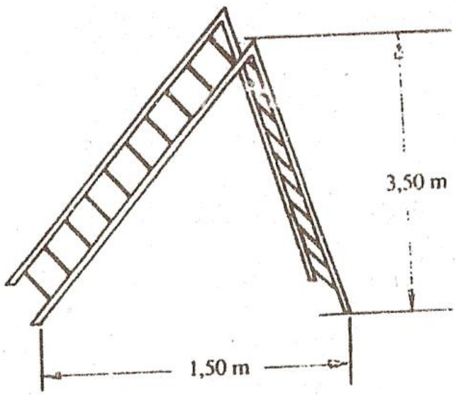
۲۱ – دا نامعلومی کرښی په خیره ۸۸کی وښايي.



خیره ۸۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – یوه دیوال ته ۵ متره اوږده زینه ایښول شوې د زینې بیخ له دیوال ۴ ، ۱ متره واټن لري زینه څومره جګه رسیږي؟



۲۳ – د یوې نقشې، چې د ۱۰۰۰۰۰ : ۱ اندازه ده یو د پلو لار غزیدلي ، چې د نقشې اوږدوالی ۷ ، ۰ سانتي متره دی د ځنګلاینونو ۲۵۰ متره او ۴۵۰ متره سره . دا د پلو لار په ریښتونی څومره اوږده ده ؟

۲۴ – د یوه کور بنسټ فورم یو مساويپښیز دریګوڼی دی

څیره ۸۹

الف) د ۹ سانتي متر په سور یا بر او جګوالی ۶ ، ۰ سانتي متره د چت له پورته ژی تر ناوی پورې .

ب) د یوه ۹ متره په سور او۵،۳ متره Sparenlänge د بنستفورم ۶،۵ متره جګوالي سره د بنستفورم سور وشمیرئ.

۲۵ – په یوه رامارته زینه کی تولی پوړی مساوي اوږدوالی لریهغه په څیورونه ۶۴ کی کښل شوې د پوړیو واټن وشمیرئ.

۲۶ – پو یوه مساوي پښیز دریګوڼي کي چی چاپیری یی ۲۵ سانتي متره دی او جګوالی یی ۲ سانتي متره له بنسټ اړخ څخه کوچنی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اړخونه خومره اوږده دي او جګوالی یې خومره اوږد دی ؟

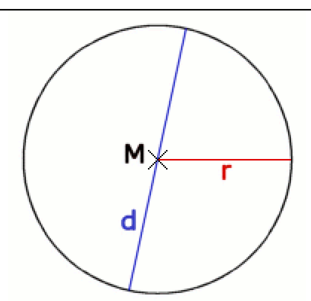
۲۷ – هر یو ټال په زوړند ځغلول شوي رسی تړلی، چی د تړلو ټکی یې
د یوه مساويپښيز دریګوټي
کونجټکي دي. که وزنوړونکی ۶ متره
اوږد او ۱ متر یو له بل لرې په کښتنی
تړلي وي، نو کښتنی ټال خومره لرې ټال
وهلی شي، که دریګوټيبنسټ منځټکی د
لار جګ ټکي کی ۲،۵ متره د
خپل ژورځای څخه جګه وي ؟

۲۸ – کوم یو د لاندې دریګوټيو څخه نه شي کښل کیدی؟

a) a = 3 cm; b = 4 cm ; c = 6 cm b) a = 5 cm ; b = 9 cm ;
c = 7 cm c) a = 7 cm ; b = 4 cm ; c = 2 cm
d) a = 12 cm ; b = 13 cm ; c = 1 cm

۲۹ – ولی درې اړخیز دریګوټی هیڅوخت ولاړکونجیز دریګوټی نه شي کیدی؟

ګردی (دایره)

پیژند یاتعریف د یوې هوارې ټول هغه ټکی، کوم چی له یوه ټکی داسی په نامه منځټکي M څخه همغه- یا برابر واټن r (په نامه وړانګه) ولري، ګردی لاین یا لنډ: ګردی بلل کیږي (مخامخ ځیره) $k = \{X \in E \mid \|\overline{MX}\| = r\}$ ګردی سطحه یا - هواره او ګردی چاپیریال یا - محیط	

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډیری، چی واټن یی له M څخه د r کوچنی یا د rسره برابر وي ګردۍ (موخه ترې ګردۍ منځهواره ده یا ټيك : ګردیټوټه ځما په پام به بهتره وي که دا ګردۍچیترو یا لنډ : چیترو، چې موخه ترې یواځې منځهواره ده، وبولو) بلل کیږي

پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چی د ګردۍ ژی یو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د ګردۍ وړانګه یا لنډ: وړانګه بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو٠
پیژند: او هغه کرښه، چې ګردۍ نیموي د ګردۍ نیمونکې کرښه یا لنډ: نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښنه کوو٠

پيژند
دګردۍ دننه کونج پوره کونج ۳۸۰ درجي لري.
ګردیچاپیریال د وړانګې r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردۍمنځهواره د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی ګڼ ګردۍ ګڼ بلل کیږي
: $\pi = 3{,}14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښنه کړې، دا به هیله ده کرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی ګردۍ ګڼ « پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی٠ له دې امله یو ایرشنل ګڼ دی او د مات په څیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي کیدونکی ځیفر پرلپسی دی. په کارونه کې یی موږ نږدې شمرنې ته مجبور یو، ځکه چه د جبشمیري د ګنځایونو له امله، چې پای دې یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

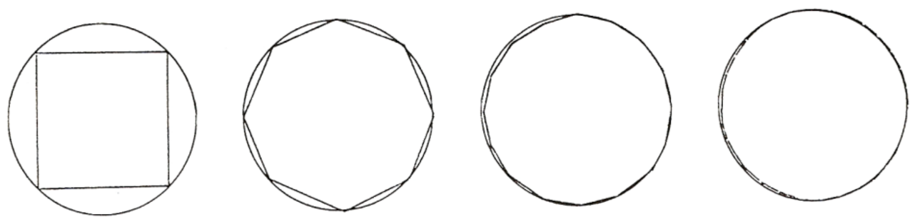
څنګه سړی په دې بریالی شو چی دا ګڼ پیدا کړي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار   داسې پیل کیږي، چې په ګردۍ کی یو ه څلورۍ یا مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو سوکڅیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسې نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

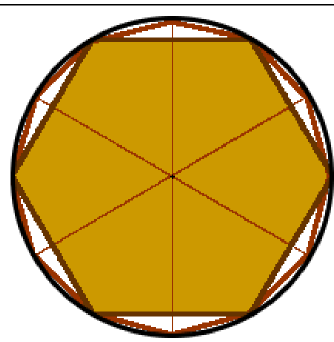
خیره ۱۱۹



یوې ګردۍ ته د یوه n –ګوډي له لارې نږدیونه (نږدې کیدنه)

خیرې ۱۱۹ جناۍ څې

په مخامخ خیرو کې نهه ګوډۍ ورپسې شپږګوډۍ کښل شوي، دي ته ګورو، چې څنګه ګردۍ ته نږدې کیږي



په پورته خیره څو څوګوډیز بریښي او ستره ترۍ راتاو ګردۍ

پورته خیرو کې یوې ګردۍ ته د یوه n -ګوډي له لارې نږدیونه (نږدې کیدنه)

کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ګوډۍ، چې ګورو نږدې یا تیک ګردۍ ده)

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژۍ یا اړخونه تل کوچني کیږي، چي پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پانه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځنکی څخه د په همغه واټن د ټکو ګڼون یا تعداد زیاتیږي (یعنی د

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګوډتکوتعداد یا ګڼون) د مربع پیلګردۍ سره دا څیره تل نزدې کیږي. په ورته توګه د دې چاپیریال او منځهواره هم همغه چاپیریالګردي ته نزدي کیږي. د ګوډتکو زیاتیدو سره د ګردۍ وړانګه هم لوییږي. د هغو چاپیریال او منځهواره تل همغه ډیر کونجي او په همدې توګه د چاپیریالګردي څخه. په روښانه توګه لیدل کیږي چی د چاپیر یالګردۍ او د منځ هوارې د ناپای ډیر n ګوډونو سره د n - ګوډي سره یوځاي پریوځي یا یوځای کیږي.

په لاندې جدول کی د چاپیریال ارزښت او په همدې توګه د منځهوارې ارزښت د زیاتیدونکي n ګڼ سره ستابیل (په خپل حالت، چی ډیر تغیر په کی نه راځي) پیژندوړ دی:

منځهواره Fn	چاپریال Un	پیدایښتي ګڼ n
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چی څنګه د ګردۍ چاپیری او ګردۍ منځهواره د تریکونومتري یا دریګوډیکچ له لارې ټاکل کیدی شي

پیلبیلګه:

د بانك مدیر ښاغلی کړاو غواړي د کنفرانسونو لپاره یو د ښیښي میز جوړ کړي چی په هره لور یی ۸ کسان ځاي نیولی شي. ایا ددې لپاره یو میز چی ۲ متره نیمی(قطر) ولري

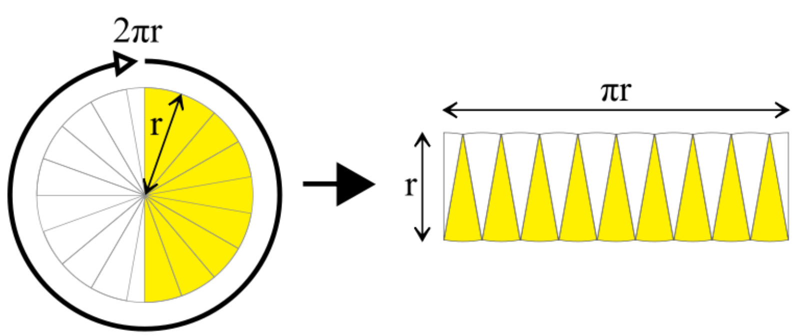
(c) ketabton.com: The Digital Library

بسیا کوي، که د یوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانیمتره د میز په سور، ځاي په پام کی نیول شوی وي؟ دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ مارکه ګران وي یا ۲۵۰ مارکه ارزښت ولري؟

دمیز چاپیریال دی $U = pi.1m = 6{,}248m^2$ په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د میز چاپیریال دی : $8.75 = 600cm$

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر $80.8 = 640cm$. منځ ازښت يې $6{,}2m$ دی. پس د نېکو هیلو سره ټول خاي نیولی شي
مېز دا هواره لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله $3{,}142.250 = 785{,}40$ یانې الماني مارکونه ازښت لري..

په لاندې څیره کې کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدې



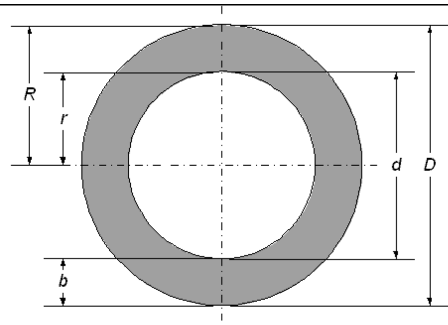
$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کې د څیرې کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي۰

ګردنیوټه او ګردیبرخه، ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر وخت دننه- یا خوندیګردئ له چاپیریالګردئ کوچنۍ وي. نو له دې امله د دوي ترمنځ یوه کړۍ منځ ته راځي، چې د هغې منځهواره د دواړو ګردیو د کمون یا توپیر څخه شمیرل کیږي.



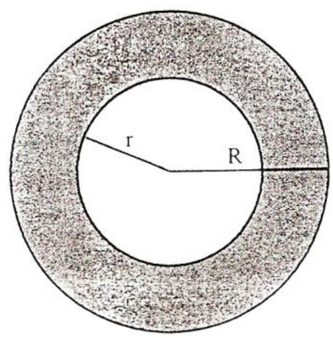
جمله : مونږ دوه ګردئ لرو، چې د چاپیریالګردئ یا دباندې ګردئ وړانګه R او د دننه ګردئ یا خوندې ګردئ وړانګه r

$$F_K = \pi R^2 - \pi r^2$$

ده، نو د

$$F_K = \pi(R^2 - r^2)$$

$$F_K = \pi(R - r)(R + r)$$



خیره ۱۲۰

بل ډول یې: یوې ګردیکړئ منځهواره ده

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

همداسې کیدئ شي، چې د ګردیکړئ منځهواره د ګردیبرخې د سور او دننه او دباندې ګردئ د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د کړاو میز درز پیداکړ. چې له غاړې یا ژئ پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کوم میز هواره پاتي کیږي او ګردیکړئ چې له منځه ځي څومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

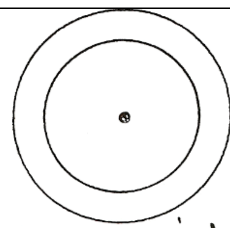
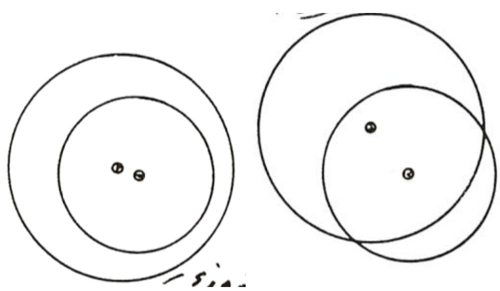
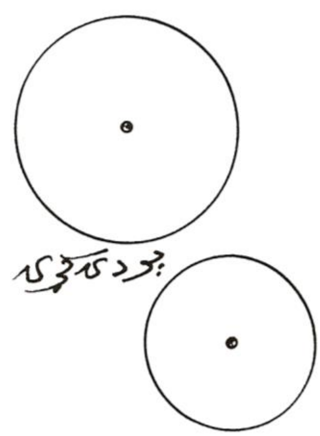
$$F = (0,9m)^2.Pi = 2,835m^2$$

د ګردیکړی منځهواره او چاپیریا په لاندې ډول دي

$$F \quad = 1,95m.0,05m.Pi = 0,30m^2$$

$$U' = 2,095m.Pi = 5,969m \; ; \; U' :8 = 74,6 \; cm$$

د داسې لړ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي۰

هغه ګردۍ، چې منځټکي یې یو پ بل پریوځي کونځنتري یا راټول یا یومنځي بلل کیږي او پرته له دې دکسځنتري یا نه یومنځي بللکیږي.	
تر هغې چې یوه ګردۍ ټوله په بله کې پرته وي، یدی شي چې د راکښلو له لارې په یومنځي یا کونځنتري ګردیو بدله شي	 دا یو نایومنځي ګردۍ دي
	

هغه دوه یا زیاتې ګردۍ چې منځ ټکي یې یو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie یا راټول او په غیر له دې اکسځینتري Exzentrieیا ناراټول بلل کیږي .تر څو یوه ګردۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټوله په بله کی پرته وي کیدی شي چی د راکښلو له لارې په کونځینتري ګرديو یا راټولګرديو بدلی شي.

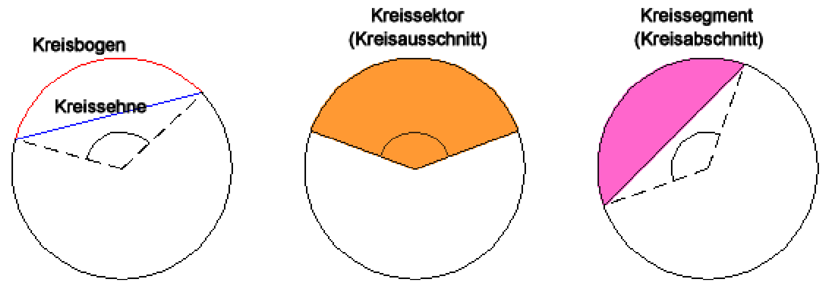
که ګردی یوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو یا سطحو(= غوڅډيريو) یا ګډو پاتي یا باقي شمیرنه له ستونځو سره مخامخ کیږي .که ګردی یو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردی یو دبل سره پردی بلل کیږي٠

څو پیژندونه یا تعریفونه:

د ګردی هغه برخه ګرديټوټه (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کیږي، که چیرې یوه ګردی د یوې کرښی له لارې یا کرښه باندې غوڅه شي . داسی یوه کرښه غوځکرښه یاغوڅوونی یا ټوټه وونې (سیکانت) Sekante بلل کیږي. غوڅکرښه ګردی په دوه ټوټو ویش. که دا کرښه د ګردی له منځ څخه تیره شي، نو ګردی په دوه برابرو برخو ویشي، چې دا بیا ګردی نیموونې بلل کیږ. هغه غوڅوني چی له منځ ټکي تیره شي، د ګردی نیمی یا لنډ: نیمی بلل کیږي. که ګردی په یوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کیږي او که له ګردی څخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونی کرښه بلل کیږي .په ګردی د غوڅکرښی دننه پرته برخه د ګردی ټوټوني (Sehne) یا وتر بلل کیږي .ټوټونی یا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوڅی ، تنجنت او تیریدونکی ناپاې کرښي یا ـلکه، چې ورسره بلد یو ـ کرښي دي .د یوه ګردی څخه د دوه وړانګو په مرسته کیدی شی یوه برخه راغوڅه شي دا برخه ګرديبرخه یا سکتور Sektor بلل کیږي. د منځتکیکونج یامنځني کونج او لیندې (Bogen) b سره. مخامخ څیره ده

په لاندې څیرو کې د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کینې وښی لورته:
ګرديلینده Kreisbogen د ګردی ټوټه وونې(ټوټوونې) Kreissehne ،
ګردی برخه Kreissektor ،

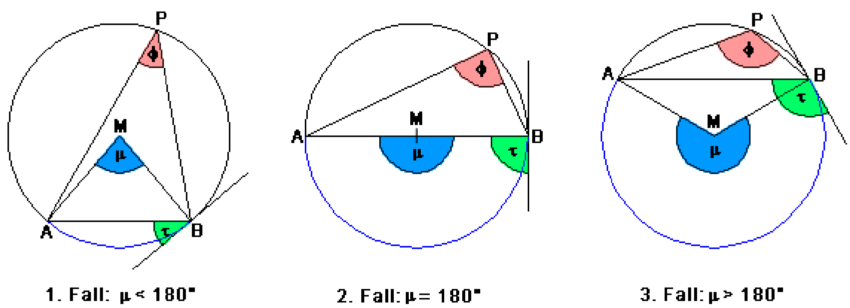
(c) ketabton.com: The Digital Library



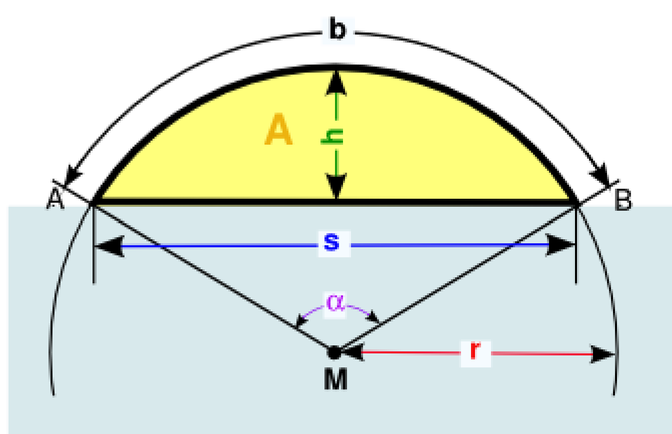
د

پورته ژباړه له کيڼ خخه و ښي لور ته: ګردی- لينده ټوټه وونې، ګردي برخه، ګردی ټوټه
.

په ګردی کې د کونجونو ډولونه:



د ګردی ټوټه



(c) ketabton.com: The Digital Library

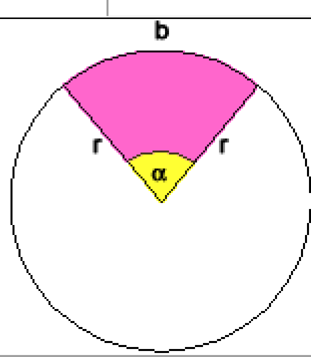
گردی ټوټه Kreissegment ,
د گردی ټوټی لويې:

- α = منځټکیکونج Mittelpunktswinkel
- b = گردیلیندهKreisbogen
- h = ټوټې جگی Segmenthöhe
- r =وړانگه Radius
- s = گردی ټوټه ووني یا - وتر Kreissehne
- A = ټوټې هواره Segmentfläche
- M = گردی - منځټکی Kreismittelpunkt
- Verbindungترنه A-M-B = برابرپینیز درېگوډی
-

د گردیټوټي فرمولونه	
!Error $A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	سطحه مخامخ فرمول Flächeninhalt
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	وړانگهRadius
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne گردی ټوټه ووني (د وروسته لپاره دي په پام کې وي

(c) ketabton.com: The Digital Library

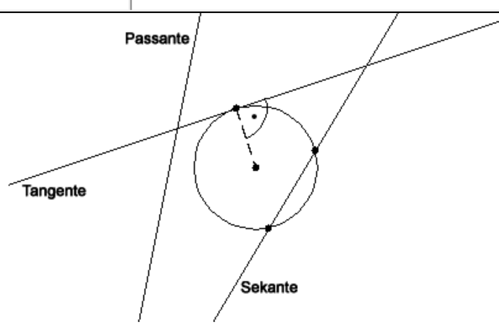
	$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توتي جګوالی
	$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°},$ $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°},$ $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h},$	دلینديِ اوږدوالی Bogenlänge
	$\alpha\ ,$ $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځټکیکونج په درجه کچ (Gradmaß)

	Kreissektor گردی برخه یا قطاع

د ګردی برخي یا قطاع فرمولونه	
!Error $A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	Flächeninhaltسطحه یا منځهواره

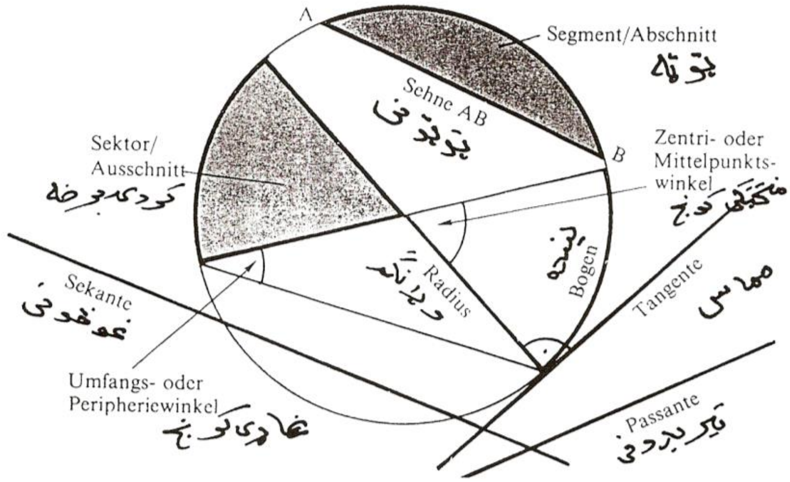
(c) ketabton.com: The Digital Library

د گردی لیندي اوږدوالی	$b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r \cdot \pi$
Radiusوړانګه	r
Mittelpunktswinkel (Gradmaß)منځټکیکونج(په درجه کچ	α
Kreiszahlګردیګڼ یا - عدد	!Error $\pi \approx 3{,}1415926536$

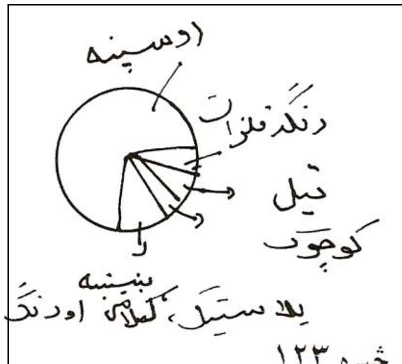
په لاندې ښیره کې نومونه: تیریدونې Passante ، تانجنت یا مماس Tangente، غوڅوونې Sekante، لاندې ښیره کې خو هرڅه روښانه دي.	

د پورته ښیرې کې راوړي څه په لاندې ښیره کې تول په لاندې ښیره کې ورکړل شوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



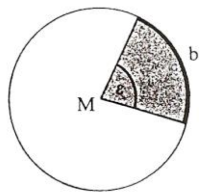
پیلبیلګه: د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه(خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښني او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږئ چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کی (د جوړموادو برخه د ګردبرخی څخه عبارت دئ. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردئ‌برخه وي د منځکونج سره $360°:100=3,6°$ وی .

یعني $4\%\sim14,4°;6\%\sim21,6°;9\%32,4°;75\%=270°$ خیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردئ کې وکښل شي یا لاندې	

د ګردئ برخې خیره څرګندوي» د منځکونج چي د ، ε سره یې په نخښنه کوو لویوالي

په تناسب برخهواره Fsk او هم لینده b تغیر خوري او لاندې باوري دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\frac{F_{SK}}{F} = \frac{b}{U} = \frac{\varepsilon}{360^\circ}$	ε لویوالي b ده ټکی دیوه یا ګردی راغوځي 

د ډبل برابرون د دویمې برخې څخه باوري دي:

جمله : د ګردۍ برخې د لیندۍ اوږدوالی داسی دی:

$$b = \frac{n.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{2\pi r.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{\pi r \varepsilon}{180^\circ}$$

د لومړی برخی څخه د سیکتور یا ګردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله: د سیکتور یا د ګردیبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk} = \frac{F.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{\pi r^2.\varepsilon}{360^\circ} = \frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk} = \frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk} = \frac{F.b}{n} = \frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخی (بیلګه مخ) هواره څومره لویه ده، که د ګردی دیاګرام **۵** سانتي متره وي ؟

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360^\circ).270 = 0{,}218.270 = 58{,}905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0{,}216.32{,}4 = 7{,}069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F$ ربړ $= 0{,}218.21{,}6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0{,}218.14{,}4 = 3{,}142\ cm^3$

د ټولو ټوله یا د ټول زیاتون باید د ګردی سطحه یا هواره ورکړي:

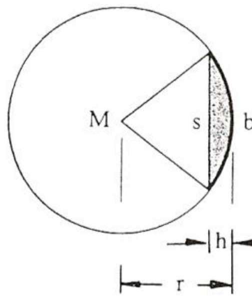
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارۍ ددې فرمول سره نور د برخهوارۍ شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارۍ او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریګوټي کمون دی.

ثیره ۱۲۵

ګردکه ټوټه



د دریګوټي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varepsilon$$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او

او د دې سره ټوټه سطحه یا هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارۍ په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon / 180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارۍ لپاره ګټور نزدې ارزښت $F_{sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

پیلبیلګه: مدیر کړاو له ځان څخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟
لمړی ګردیټوټی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د ګردیتوبی
جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.
لاندې لاس ته راځي:

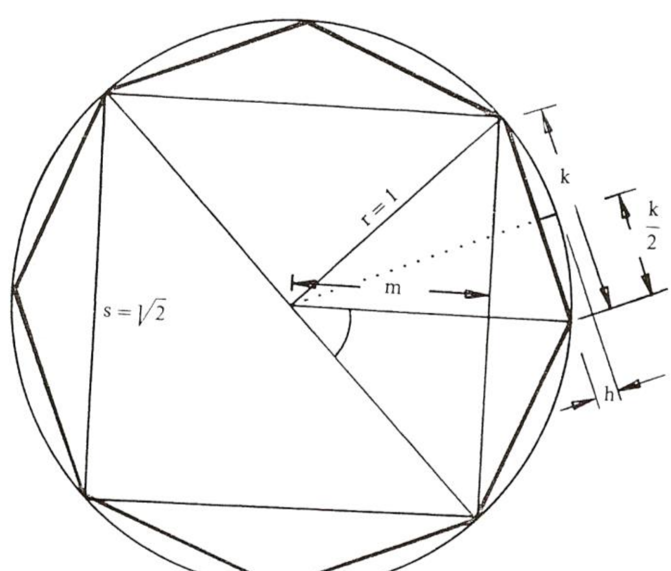
$s = \sqrt{2} . 1 = 1{,}414\ m\ ;\ \ m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707\ m$

$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756\ m$

$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076\ m$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393\ m$ دی.٫و له دې سره

$F_{\text{توټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039\ m^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښيښي ميز جوړيږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.ميز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{غورزولشوې} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګرديهواره د وړانګي $r = 95\ cm$ سره. د کيناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

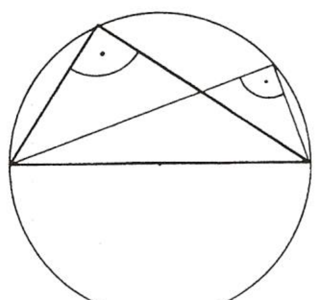
دی. نزديونه هم همدا ارزښت ورکوي: $F = 0,765.0,076 = 0,039\ m^2$ او داسې نور.

تريګونومتريکي حل مو زر هدف ته رسوي:

$$F_{ټوټه} = \pi.1.45:360 - 0,5.\sin 45° = 0,039m^2$$

او داسې نور . څيره

ګرديجملی او ګرديخو يونه

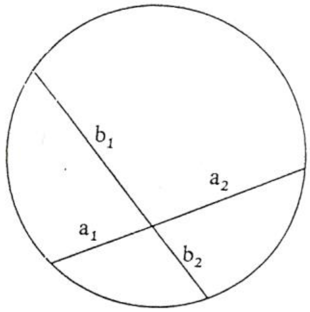


څيره ۱۲۷

د تالس جمله

په نيمه ګردۍ کې هر پريفري– يا ژی کونج ولاړکونج دی(څيره)

د ټوټونی جمله



$a_1 \cdot a_2 = b_1 \cdot b_2$

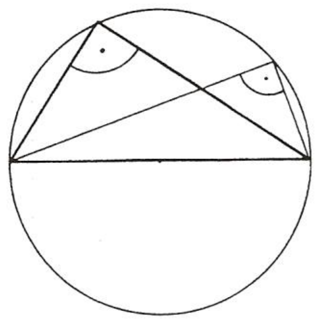
که دوه ګردۍ ټوټونی په ګردۍ کې دننه يو بل غوځی کړي نو د غوڅبرخو

(c) ketabton.com: The Digital Library

تریګونومتریکي حل مو زر هدف ته رسوي:

$F_{ټوټه} = \pi .1.45:360 - 0,5.\sin45° = 0,039m^2$

او داسې نور . ثیره

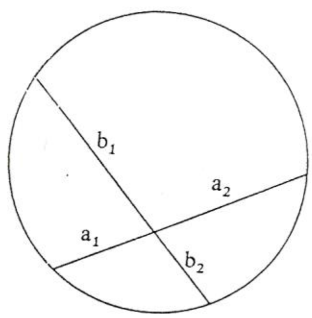


خیره ۱۲۷

ګردیجملی او ګردیخو یونه

د تالس جمله

په نیمه ګردۍ کې هر پریفري- یا ژی کونج ولاړکونج دی(خیره)



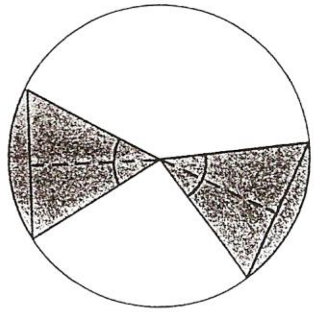
$a_1 \cdot a_2 = b_1 \cdot b_2$

خیره ۱۲۸

د ټوټونی جمله

که دوه ګردۍ ټوټونی په ګردۍ کې دننه یو بل غوځی کړي نو د غوځبرخو خل (ضرب) یی یو ثابت دی

د مساوي ټوټوونو جمله

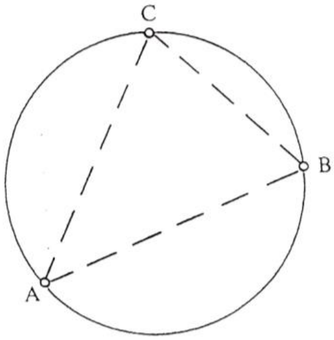


خیره ۱۳۱

مساي اوږدې ګردیټوټی د ګردي له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټی او مساوي ګردیبرخی لري .

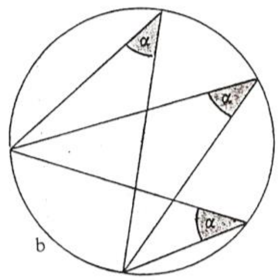
(c) ketabton.com: The Digital Library

د چاپیرګردی جمله

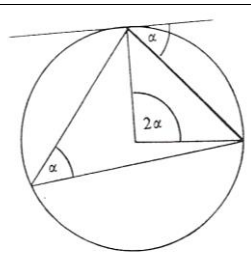


د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چې د دریواړو ټکو څخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
ځیره

د پریفري – یا ژیکونج جمله



ځیره ۱۳۳
په همغه لینده باندې ټول
پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

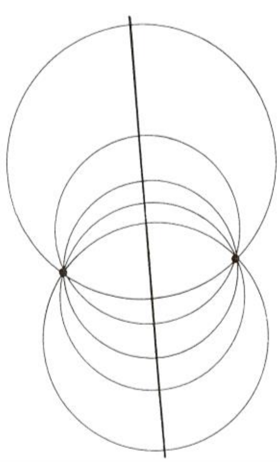


د منځېټکي کونج او پریفري – یا ژی کونج جمله:

یو منځېټکي کونجدوه برابره دومره لوي دی لکه په دې تړلی پریفري – یا ژی کونج(چاپیریالکونج) مخامخ ځیره.

د منځېټکي کونج او د تانجنت کونج – او ټوټونکونج جمله:

د منځېټکي کونج دوه برابره دومره لوی دی لکه په دې اړوند تانجنت – یا ټوټه وونې کونج.

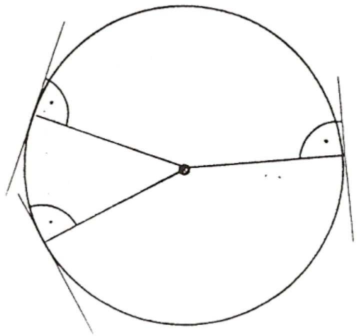


د ګردیو جمله چې په دوه ټکو کې سره غوځوي:

د ټولو ګردیو یا دایرو منځېټکي کونج چې یو بل دوه ټکو او کې غوځوییو ناپای کرښه باندې، چې ځایلاین (ځایکرښه) وایي پراته دي. مخامخ ځیره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله



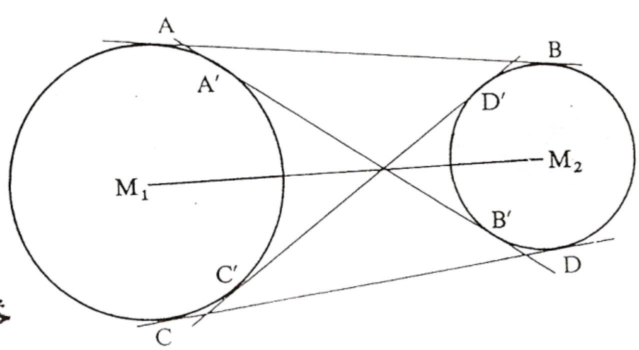
په لمستګي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

شیره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دنننی (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوځه (غوځه نه) کړي.که چیرې دوه ګردي ګډ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوځټوټې همغه اوږدوالی لري.

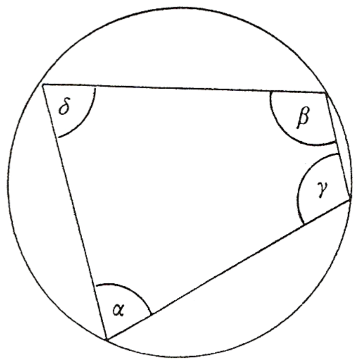
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول (<=>) $|A'B'| = |C'D'|$



شیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټوټوونو څلورګوټي جمله

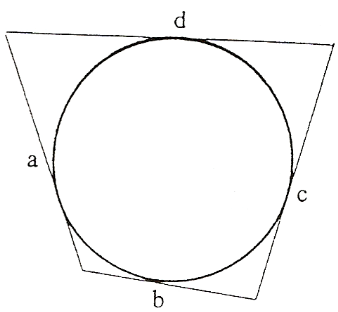


خیره ۱۳۸

د ټوټونوکونجونه چی مخامخ پراته دي یو بل سره 180° باندې پوره کوي.

$\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180^\circ$

د تانجنتونو څلورګوټي جمله



خیره ۱۳۹

د تانجنتونو په څلوکونجي کی د مخامخ کونجونولویوالی د نورو مخامخ کونجونو سره مساوي دی.

$a + c = b + d$

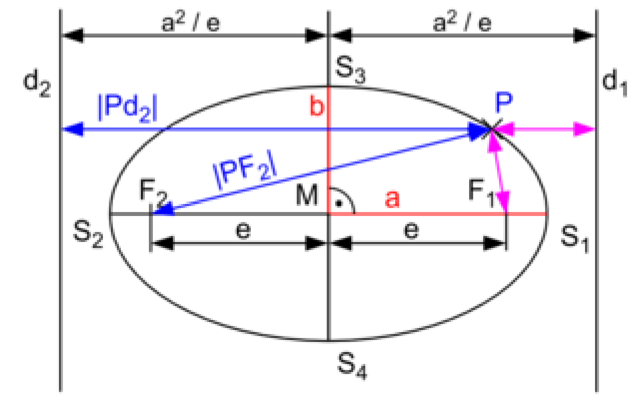
ایلیپسی(بیضوي یا هګی) (دلته موخه هواره ده) Ellipse

پیلبیلګه:

د کړاو میز جوړښت باندې موږ په اته کونجي اوبی یا حل کی تم کړی وو. دا چی په دې ډول یو میز سره تل د زخمي کیدو خطر موجود دی

پوښتنه رامنځ ته کیږي چی : داسی یو را ګردشوی ښکلی شکل ، چی ګردی نه وي او منظم غوڅ وي، شته، چی د کړاو اړتیا پوره کړي؟ په ریښتونی ، داسی یو اوبی یا حل موجود دی، لکه چی لاندې څیره ښایي .چی هر د غاړې ټکی دوه ټکو واټنونو ته یو ثابت واټن لري

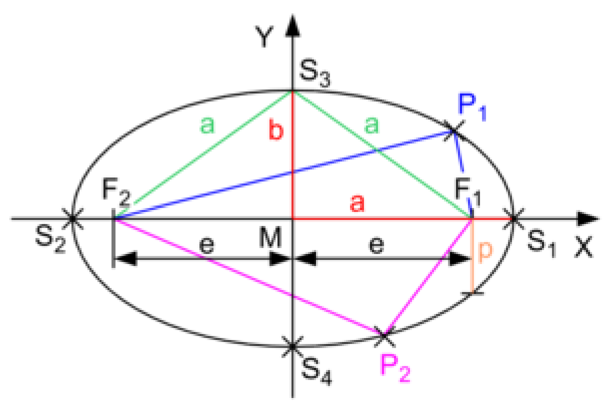
(c) ketabton.com: The Digital Library



پیژند یا تعریف:

د ټولو هغوټکو Pډېري ته چی له دوه ځاي په ځاي ټکو F1 او (F2 سوزېدټکی يا بهتره سوزونټکو(څخه ثابته يا همغه واټن يا فاصله لري، ايليپسی نوميږي

لاندې واټونو يا فاصلو ته سوزونوړانګی وايي. $|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ايليپسی منځ ټکی وای، e ته د سوزونواټن يا فاصله يا لايني ايکسڅنتريڅيتايت (lineare Exzentrizität) يا لايني ناراټوله وايي .ددې لويو لپاره لاندې اړيکي باوري دي:

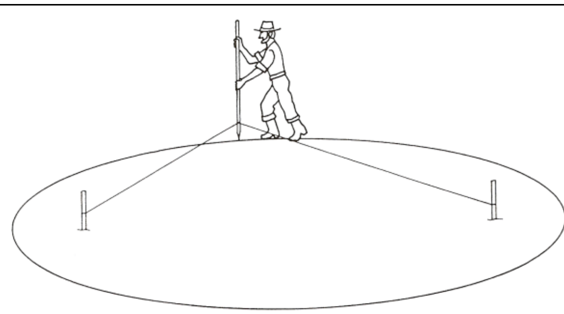
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$I........r+r=2a \wedge II........a^2-b^2=e^2$$

په دې کی a او b د ایلیپسی لوي او ووړ نیممحورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په اخر کی وټاکل شي، IIد پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د P ټکی د b نیممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپاکرښی چی د سوزونټکي تیریږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محوررونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کي هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي .

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

دا ځیره دې ګران لوستونکي د تمرین په توګه وباسې٠ د یوې رسی، چی په 2 aاوږده وي، په داوړو سرونو کي موږي وتړئ او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موږي یا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړئ یا راکاږی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چي پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د سرونو ټکي چی موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. ځیره په هر کواوردینات سیسم او یا په یوه میلي متر کاغذ کونځینتري یا راټولو ګردیو په مرسته بل جوړښت امکان پیداکیږي، چی سړی د یوه ټکي دوه ګردئ د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردئ په Pb او دباندنی ګردئ په Pa کی غوځوي. که د Pb ځخه یوه پرته کرښه وویستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچیرته یو د ایلیپسی یا هګی یا بیضوي ټکی لاس ته راځي. د ایلیپسی هر ټکی داسی پیدا کیدی شي .پیژندل کیږي چی هر 2 bته غبرګ ټوټونی



خیره ۱۴۱

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دئ. له دې سره د هوارې دننه هم تغیر خورې ددې فاکتور k په اندازه

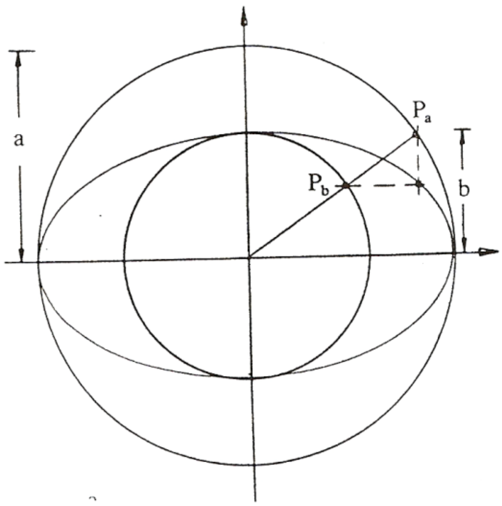
$\cdot r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$

او له دې چی r = a او (k.r =b
د لته r د ګردئ » لویه نیمه اکسی(محور) ده

جمله : دایلیپسی هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نږدې شمیرنه بسیا کوي.



څیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$$U \sim \pi(1{,}5 \,.\, [a+b] - \sqrt{ab})$$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$$U \sim \pi \,.\, \sqrt{2(a^2+b^2)}$$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1{,}5 \,.\, [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi \,.\, \sqrt{2(a^2+a^2)} = \pi \,.\, \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د ښاغلی ګړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي څیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوخ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi \,.1.0{,}95 = 2{,}985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim \quad 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad \Leftrightarrow$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردې فورم ته یا ګردیځیرې ته نزدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبی یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کې د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یې هغه ونه لري چې وړانګه یې ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور–څوکه)، څوکه یې په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کې څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نزدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یې څومره دی ؟

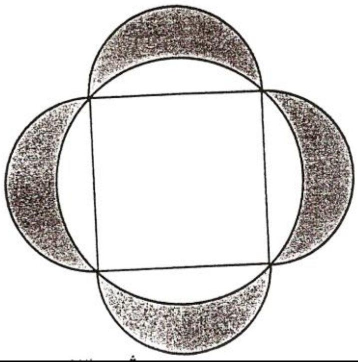
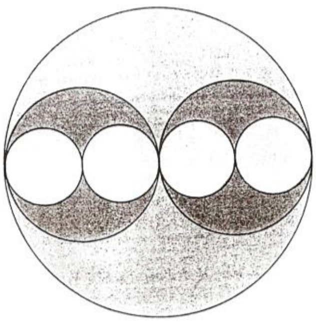
۴ – په خیال کې دې ولرو، چې له اکواتور یا قطب څخه یو پېرې غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چې د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځای کې د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چې سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځای کړای شي؟

۵ – د غوځهواره به یې د ځمګي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

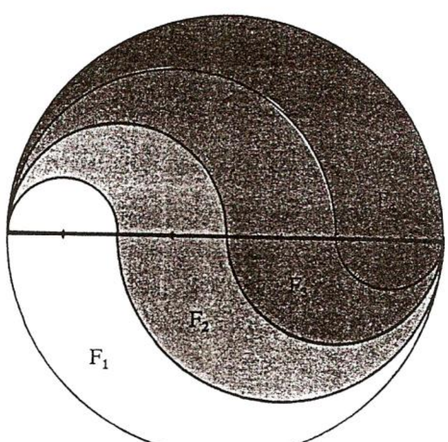
انداه لرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

	۷ – د ګردۍ [اپریا ل څنګه تغیرخوري، که د هغه وړانګه دوه رابره شي یا په همدې ډولنیمه شي؟ ۸ – وښایئ: د مربع هواره د څلورمې میاشتو(سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده؟
	د څیرې سره سم د ګردیو هوارمتن یا د هوارو دننه د مساوي وړانګو سره وټاکئ. د ا هره یوه د لویې ګردۍ په سلو کې څومره جوړوي؟ وښایئ، چط څلورو واړو ګردیو چاپرۍ د همغې وړانګې سره دومره لوي دی لکه د راچاپیره یا دباندې ګردۍ چاپري. ۱۰ – د یوې مربع د باندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلې. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه متناسب دي یا ځانونه نیسي؟

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي r = 7,2 cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړئ، چې څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردۍ ، چې وړانګه یې r = 10 cm ده، که یوه ګردیکړۍ کینبول شي، چې هواره یې دومره لویه ده لکه د دننه ګردۍ هواره. د دباندې ګردۍ وړانګه به څومره وي؟

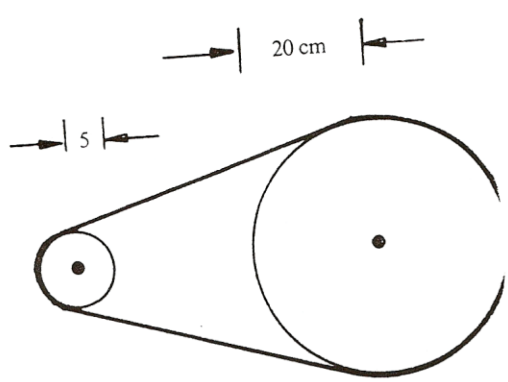


خیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردۍ برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په خیره ۱۴۵کې چې ورکړ شوي، وښایئ، چې وړانګه یې r = 4 cm

(c) ketabton.com: The Digital Library

وي. وښايي چې هواره په څلورو مساوي
هوارو ټوټه شوې ده (ځيره ۱۴۵)
۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښايي ، کوم چې همغه هوارخوندي لري لکه :
الف) يوه مربع، چې داړخ اوږدوالی يې ۵ سانتي متره وي.
ب) يوه روتی چې نيمي يې ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .
پ) يو مساوي اړخيز دريکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.
۱۵ – د يوه پنډ پينسيل سره يوه ګردی وهل کيږي، چې دننی وړانګه يې ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل يو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ريښتينی يوه ګرديکړی ده. د دې ګرديکړی هواره وشميری.
۱۶ – يوه ساتليت يا جوړه، يعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په يوه ګردی راڅرخي، چې سرعت يې په ساني‌ه کی ۸ کيلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره دا ۱ ساعت او ۲۸ دقيقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتليت يا جوړه سپوږمی يا مصنوعي سپوږمی له ځمکی څخه په کوم جګوالي الوزي؟



ځيره ۱۴۶

۱۷ – د يوه څرخونکړی يا بهتره څرخونپټی په مرسته کيدی شي څرخونحرکت يا څرخونخوزون د يوې څپی په بلی څپي راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کی يوه دقيقه يعنی ډيره ټيك اره په بريښنا ماشين چلول کيږي يا په حرکت راوړل کيږي. د ارې خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخی يا ګاډيل (r = 20 cm) په ثانيه کی ۸۰۰ ځله وګرځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸ – کوم چاپیرې او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیخیره لري که ولر:

a) $a = 40$ cm, $b = =12$ cm, b) $a = 6$ cm, $e = 1$ cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ – وښایي: په یو په بل پرتو الیپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیخیرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردې په څیر راڅرخي. ددې چاپیري وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

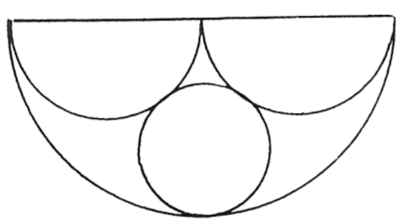
الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی؟

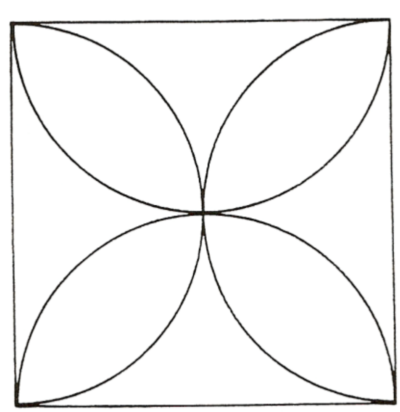
ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کې) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





څیره ۱۴۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – د دوه ګرديو وړانګی ځان داسی نيسي يا په تنساب کی سره پرتی دي،
لکه 5 : 8 په لويه ګردۍ کی يو ګرديبرخه موجود ده ، چی د هغی لينده
دومره لويه ده لکه د کوچنی ګردۍ وړانګه r = 10 cm. وشميری

الف– منځتېکي کونج
ب – د ګرديبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځتېکي کونج په لينديڼ پوريڼ اړه لري، چي
الف) تيك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟
ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟
پ) نيم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د يوې ګرديتېوتونی منځ تکي کونج وشميری ، چی هواره يی همدومره لويه
وي، که په وړانګه يی چی مربع .

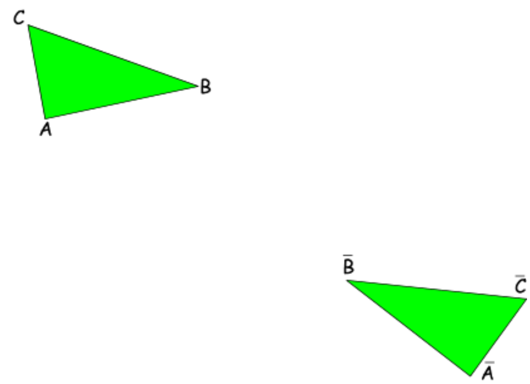
۲۵ – يو مصنوعي ساتليت يا جوړه سپوږمۍ ځمکه په ۲۰۰ کيلو متره جګوالي
راګردوي يعني له ځمکي راګرځي يا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت
يی ۱ ساعت، ۲۸ دقيق او ۲۶ ثانيي دي.
الف – سرعت يی څومره لوي دی؟
ب – په يوه دقيقه کی څومره لار وهي؟

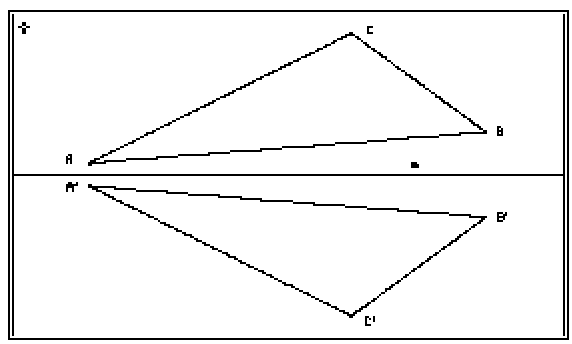
(c) ketabton.com: The Digital Library

کونګروا ینخ ځیرونی(برابرې ځيرونې)

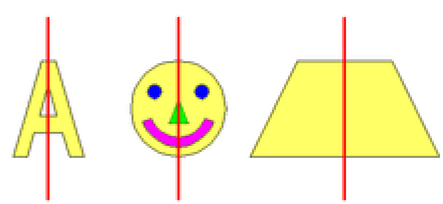
Kongruenzabbildungen

Congruence mapping



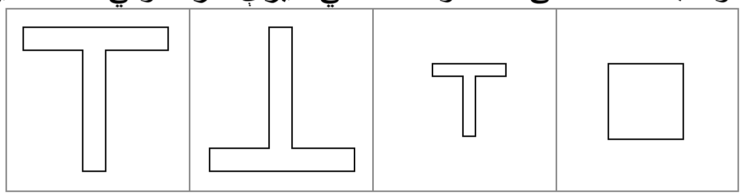


سيومتري ځيرې يا شکلونه Symmetrische Figuren

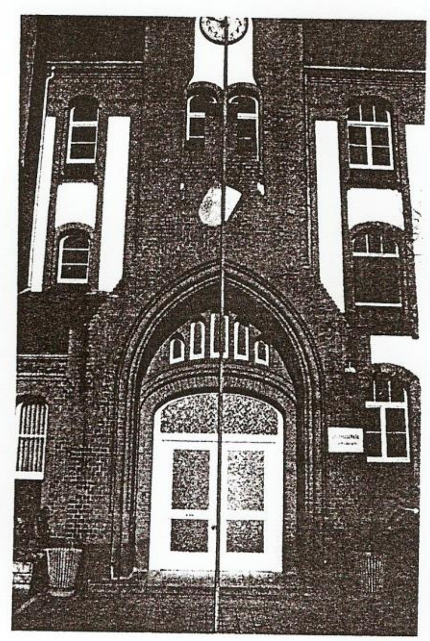


د هوارو ځخه مو وليدل، چې د هغو ترمنځ سيومتري ځيرې يا شکلونه، يعنی داسي په نامه برابرې يا مساوي او نيمايي ځيرې:

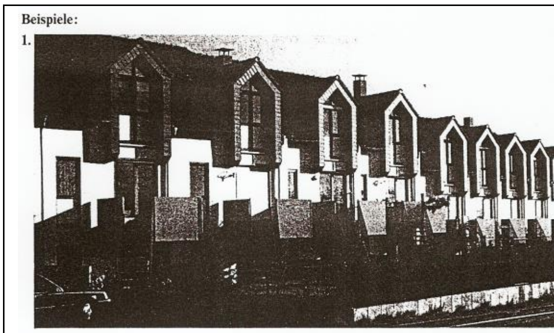
د شمیرپوهنی له مخی د ساده شمیروړتوب له امله تخنیکي، د هغو د ساده بدله ونی له امله، او د ښکلا له مخی، د هغو د همغسي ځیرې ځرګندوني له امله یو ځانګړی ځاي نیسی)



په پورته ځیره کې کیڼ لور ته دوه د ټي ځیرې یو بل پټوي، کیڼ لور دې د کښلی ټي سره برابرپټوونی ټي وکښل شي٠ دا محور سیومتري ځیرې دي٠
په ځانګړي ډول د اخرني شکلونو ځخه کتل کیږي چی سیومتري تل دا مانا نه لري چی شکلونه دې په دوه نیمو وویشل شي، کیدی شي دوه یا زیات شیان وي ، چي د هغو د ترتیب له امله یو له بل سره خیالي سیومتري اړیکي ولري. دوه یا زیات شکلونه لکه چی ځنګه ضربالمثل وایي چي داسي یو بل ته ورته دي لکه » دوه هګی .» له دې ځایه تر کونګروراینځ یو پل دی



ځیره ۱۴۸



ځیره ۱۴۹

پیژند : هندسي شکلونه کونګروینځ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بڼه (ځیره) او لویوالي کی یو بل سره یو شي وي او یواځي ځاي یی یو له بل بیل وي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : زه به وړاندیز وکړم، چې کونګرواینخ ښیروني » ورته برابرې ښیروني » وبولو، ځکه، چې یو بل ته ورته دي او برابرې هم دې یانې که یو پر بل واچول شي یا یو پر بل پریوزي، نو یو بل پټوي٠

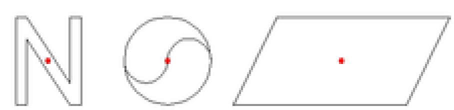
د دوه شیانو A او B د کونګروانیخ د لیکلو سومبول په لاندې ډول دی:

$$A \sim B \;<=>\; A \sim B$$

د کونګروانیخ خویونه :

١ - کونګروینخ ښیرې یا - شکلونه یو په بل پریوځي یا یو بل پټوي .

٢ - کونګروینخ ښیرې یا شکلونه د کاغذ په هنري غبرګولو یا غوښولو په بنسټ، کیدی شي یو په بل پریوځی٠



پورته ښیره ټکی سیومتري ده ٠

غوښول د شمیر پوهنی کار نه دی، مګر غبرګول کیدی شي وي.

لنډ : محورهنداروني او کرښهنداروني ، ښرخون، ټکیښیره ونې او راکښني ګونګروانیخ ښیره ونې دي٠

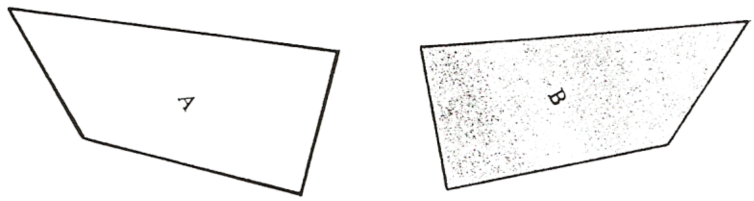
پوښتنه کیږي چې :

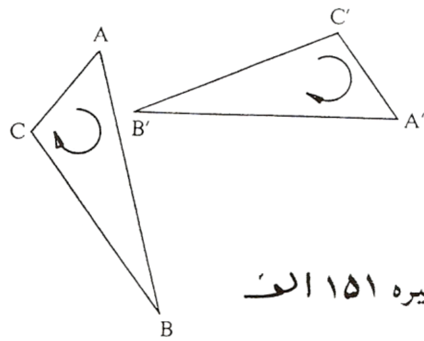
په شمیرپوهنه کی عملیي شته چې د هغي په مرسته یا د هغي له لارې یا د هغی په وسیله ښیرې یو په بل پریوتی - او پټیدی شي ، داسي کارونی یا عملیي په کړنه یا عمل کی شته او دا کونګروانیخ ښیره ونې یا ښیره کوني بلل کیږي.

هر کونګروانیخ ښیره یا شکل او لویوالی (منځهواره) ساتي. په دې ډول باید کونجونه او اوږدوالي ریښتونی وي، چی په دې ډول د برخو تناسب، کرښوتناسب، برخو تناسب غبرګ کرخو تناسب (ځاننیونه) ریښتونی دی. لاندې به وښوول شي چی زیات تر زیات د کونج ښرخونلور یا سمت تغیر خوړونکي دی، که ښرخونلور تغیر ونه خوری نو یولوریز کونګروینخ بلل کیږی او که ښرخونلور تغیر وخوري نو شکلونه مخامخ لوریز یا په ښټ یا برعکس کونګروانیخ بلل کیږي

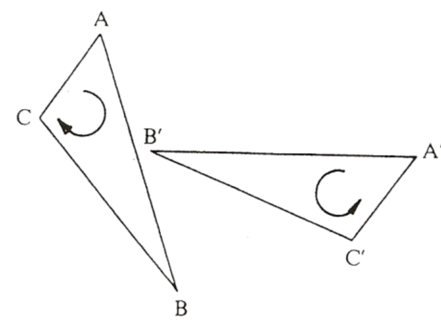
(c) ketabton.com: The Digital Library

ثیره ۱۵۰



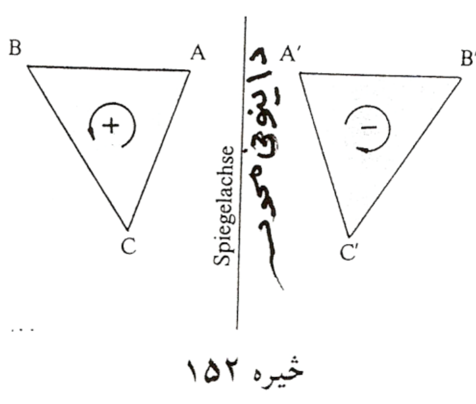


ثیره ۱۵۱ الف



ثیره ۱۵۱ ب

کرښهندارونه(په کرښه منعکسونه) Geradenspiegelung

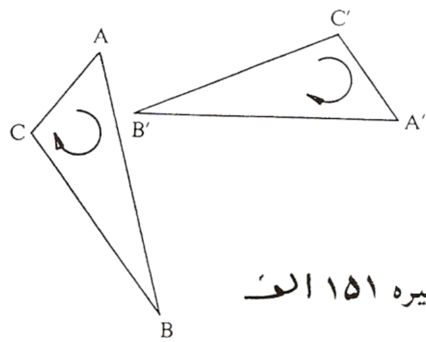


ثیره ۱۵۲

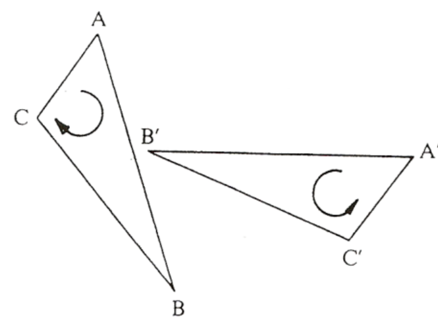
یو کونګروانیخ ثیره ونه مو په پیل ثیرونو کی وښوده. کرښ اینونه یا کرښهندارونه یواځنی مخامخ کونګروینخ ثیره ونهی ده ، ځکه چی د کونج د لور تغیر په کی منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

خیره ۱۵۰

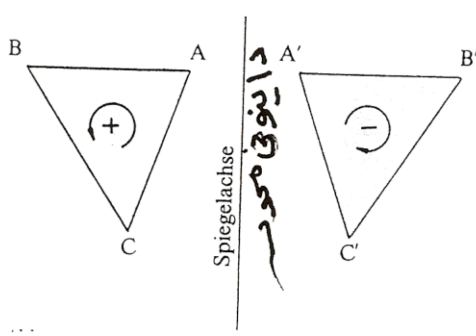


خیره ۱۵۱ الف



خیره ۱۵۱ ب

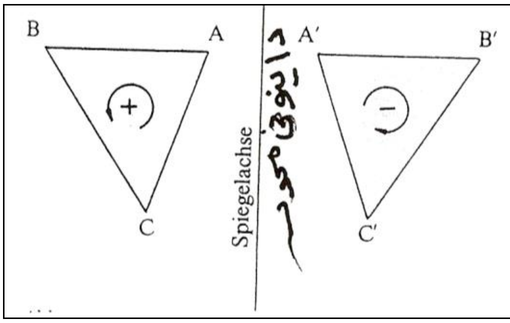
کرښهندارونه(په کرښه منعکسونه) Geradenspiegelung



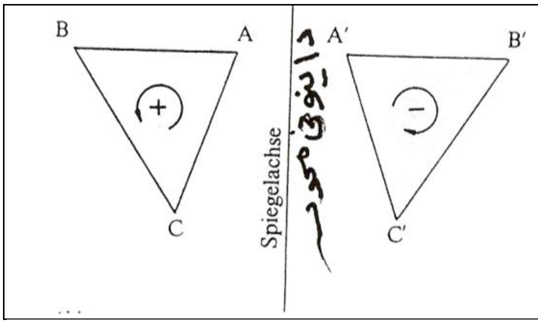
خیره ۱۵۲

یو کونگروانیڅ خیره ونه مو په پیل خیرونو کی وښوده. کرښ اینونه یا کرښهندارونه یواځنی مخامخ کونگروینڅ خیره ونهی ده ، ځکه چی د کونج د لور تغیر په کی منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

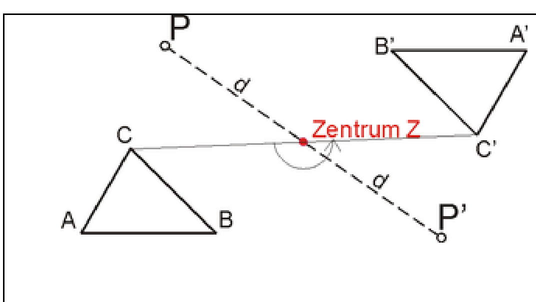


په کربنه هندارونه(پ کربنه منعکسونه):
په پیل انعکاس کې مو یوه کونګروانخ تشکیل وښوده. په کربنه انعکاس ورکول یواځنی مخامخ انعکاس دی، ځکه چې د زویې د لور منځ ته په کې راځي.



په کربنه هندارونه(پ کربنه منعکسونه):
په پیل انعکاس کې مو یوه کونګروانخ تشکیل وښوده. په کربنه انعکاس ورکول یواځنی مخامخ انعکاس دی، ځکه چې د زویې د لور منځ ته په کې راځي. لاندې ځیره دې وکتل شي

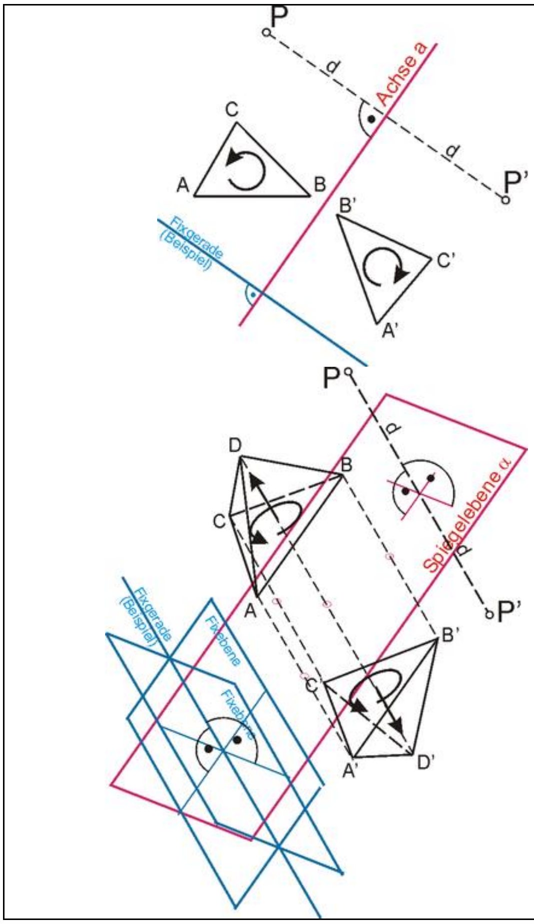
د درې ګوډې ABC مثبت- یا زیاتونلوریز څخه یو منفي لوریز یا کمونلوریز درې ګوډی A'B'C'جوړیږي .پخپله کربنه g په اینونکی کربنه یا په اینونکربنه یا په هنداروونکربنه بلل کیږي او یا د اینه ونې محور. په دې ټول پراته ټکی تغیر نه خوري) ځاي په ځاي ټکی (فیکسټکی (Fixpunkte دی، له دې امله کربښی g ته د ځاي په ځاي ټکوکربښه هم وايي. ټولی په g نغولاړې(لنډ: ولاړې) کربښي د اینه کولو په بنسټ په خپل ځان څیره کیږي، مګر ټول ټکي د g سره د غوڅټکي په استثني یا بی له غوڅټکي کربښي ټکي د خپلي فاصلی په ساتلو ځاي بدلوي. له دې امله دا کربښي ځاي په ځاي کربښی بلل کیږي ۰
په لاندې څیره کې کیڼ لور ته درې ګوډی په ټکی ، چې د کښلي کربښی منځ ټکی دی ، ښي لور ته څیره کیږي او دا په همدې ټکي۰ کتک کیږي، چې د هر څیره ټکی واټن د همدې ټکي څخه همغ دی لکه د څیره کووني ټکی واټڼ له دې منځټکی څخه .



په پورته محور اینه ونه کی لیدل کیږي، چې د محور څخه د څیرې او څیره کونکي ټکي سره برابر دي، خو ګورو، چې څرخون لور یې همغه څرخونلور نه دە۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

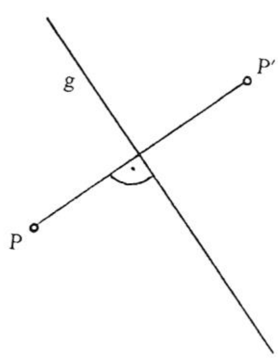
په مخامخ خیره کې ایېنه ونې کښل شوي دي



د کرښ اینوونو(هنداروني یا انعکاس) جوړښتخیړنه

۱ - دا ټکي له هر په نخه ټکي (ډیرګوډي کی د کونجټکی او په ګردي کی د منځ ټکی) په g ولاړ یا زوړند پریوځي او دا له g اخوا په فاصله د |Pg|غزوي. (دا د مخه راغلي .)

۲ – ټول ټکی د اصل په ترتیب سره وتړی(په ګردی کی : په M'یو ګر دی د r'=r په وړانګه   ووهی). د خیرې او پخواخیرې(اصل) د ټولشکل لپاره بیا g سیومتریمحور دی، دا په دې مانا، چی ټوله خیره د اینوني سره په خپل ځان خیره کیږي .

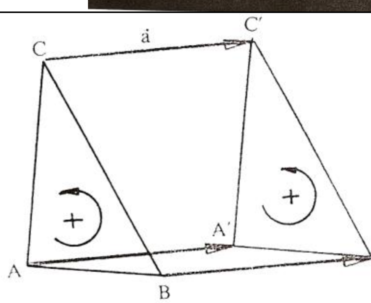


خیره ۱۵۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

هره کرښ اینوونه Sg کیدی شي چی په g بیا کرښ اینونو باندې په همغه محور بیرته راوکرځول شي.دSg په یا په ښت ځیره ونه یا مخامخ ځیره ونه بیرته Sg دی. دا دځیرو زیاتواره ځیره ونو ځانګړی حالت د٠
دلته بیا سړی د ځیره ونو د ځنځیرونو څخه خبرې کوي او د دې لپاره تړلنخښه »°« په کار اچول کږي. کرښ اینوونه د ګونګراینځو لاندې یو مرکزي ځای یا منځځای لري، ځکه چی تولی نورې اینونی د کرښ اینوني ځنځیرونو باندې بیرته راګرځول کیږي، لکه چی په لاندې کی به وګورو.

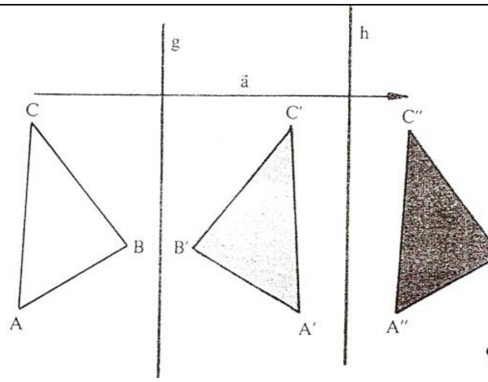
راکښنه یا کښونی   Verschiebungen

پیژند : غبرګکښول ،لنډ کښول یا وړل Va د خپل وړلوکتور یا وړونوکتور یا کښونوکتور له لارې یواځنی ټاکلی دی (ددې لپاره د وکتور لوست وګوری٠	Verschiebungen راکښنه یا کښونه
د وکتورونو لاندې مساوي اوږده او په یوه لور غشي پوهیږو، کوم چی د ځیرې وتلتکي په ځیرنټکو لوریز وي . (لنډ : د وکتور لاندې یوه لوریزه کرښه پوهیږو، د ځانګړو شرایطو لاندې) د کښولو لپاره پریکړی د وکتور اوږدوالی | a | دی او د وکتور لور. کښول په همغه لور کونګرواینځځیروني دي، دا په دې مانا چی د ځرخونلور ساتلی پاتي کیږي٠	 ځیره ۱۵۵

د کښولو جوړښتځیرنه
۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په ډیرګوډي کی ګوډونه او په ګردی کی منځټکی)د ګښولو وکتور a وکاری (برابر یا مساوي اوږده، همغه لوراو غبرګ غشی.)
۲ - د وکتورونو اخرټکي سره د اصل په پرلپسي ترتیب ونخلوی. (په ګردیکښونو کی : په اخر ټکي د r وړانګي   په اندازه ګردی ووهی)کښونه ځاي په ځانټکي نه لري(که د صفر وکتور دي په نامه   identität ایدنتیتي یا کټمټ ځیرونی څخه تیر یا صرف نظر شو)

(c) ketabton.com: The Digital Library

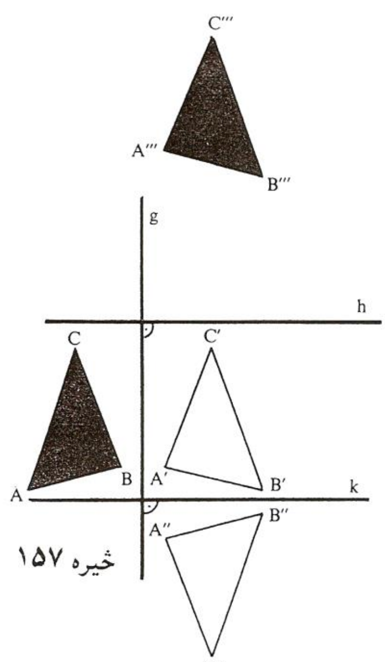
ددې لپاره ټولی له a سره غبرګی کربښي ځاي په ځاي کربښی دي، دا په دې مانا چی دوي په خپل ځان څیره کیږي .هر کښول یا نوه هم ښه هره کښه ونه Va د V-a کښولو له لارې بیرته راوګرځول کیدی شي.



۱۵۶

دلته -a وکتور د a سره غبرګ او همغومره اوږد دی، مګر په مخامخ یا په څټ لور .هره کښونه په دوه کربښو g او hله دوه واره اینولو یا هندارونو له لاری بیرته لاس ته راوړونکی ده، چی واټن d یی همدا د کښولو وکتور نیم اوږدوالی ورکوي. دا بدلون یواځنی نه دی: پس په عمومي ډول باور لري: $V_a = S_g \circ S_h$ د g||h سره او |a| = 2d ، چیرته چی d د g اوh ترمنځ واټن ورکوي.

په یوه ځانګړي ډول یو په بل پسي صورت نیونکی زیات کربښ اینونه دي په دې ځاي کی ذکر شوي وي، څکه چي دا – لکه څنګه ټول نور واریانت یا



خیره ۱۵۷

اووښتونی – یو ساده ښنسټیز فورم نه ورکوي : خویوونکي یا کښوونی اینونه.

ټرنه $G_{a;g} = S_g \circ V_a$ یو کښوونی اینونه ده، که a || g وي.

هره کښووني اینونه یا هندارونه د درې کربښ اینونو $S_h \circ S_k \circ S_g$ ټرل دي، چیرته چی کربښي h او k ، کوم چی دکښوونی ځاي نیسي، په g نیغی ولاړې دي:

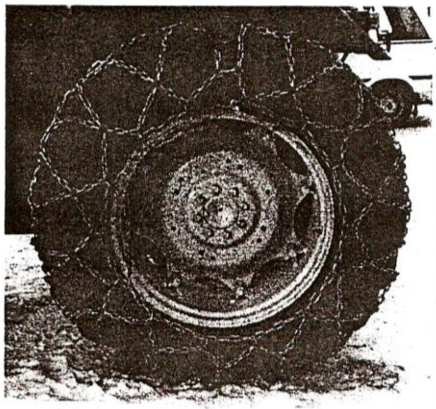
$h \parallel k ; h \perp g$.

یوه کښووني اینونه ځاي په ځاي ټکي نه لري، مګر g د څیرووني ځاي په ځاي کربنه ده. هره کښوونی اینونه $G_{a;g}$ په $G_{-a;g}$ سره بیرته راکرځول کیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځرخونونه (ځرخون)

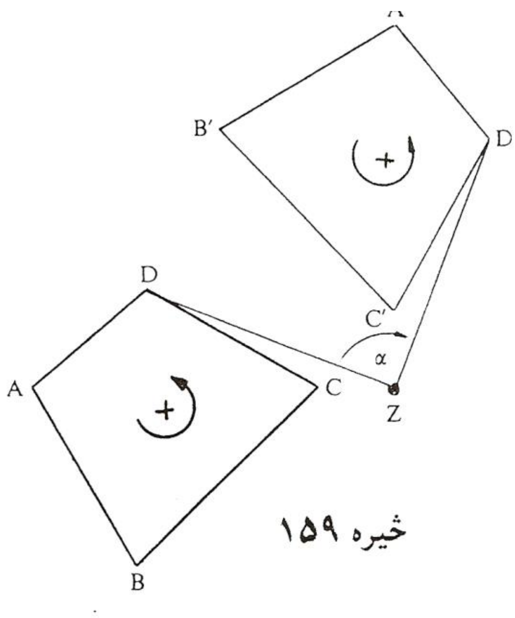
Drenungen



خیره ۱۵۸

تعریف : ځرخون $D_{Z;\mu}$ هغه ځیرونه ده، چی په ورکړ شوي ټکي Z (ځرخونټکی یا ځرخونمنځ) هر اصلی ټکی P په یو ځیره ټکي P' داسی تنظیم کړي، چی $|PZ| = |P'Z|$ او $w(PZP')=\mu$ چی μ یو د مخه ځاي په ځاي ورکړ شوی کونج دی، د ځرخونکونج.

پس یو ځرخون د ځرخونټکي Z او ځرخونکونج ځخه یواځنی ټاکلی دی. د ځرخونلور په مخ نخه له مخه ورکړ شوی. (ددې لپاره دې د مخه تري لوستونه پام کی وي).

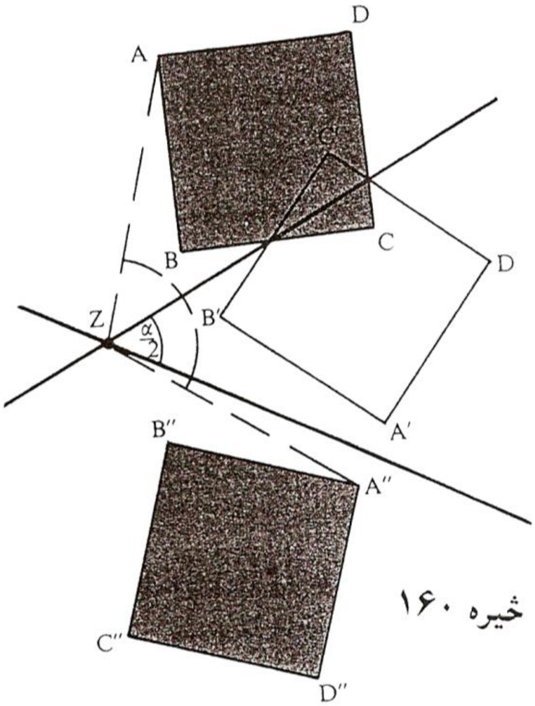


خیره ۱۵۹

دځرخون جوړښت ځیرنه

۱ – په ټولو په نخښه ټکو (د ډیرکونجیز کونجټکي، په ګردی کی منځټکی) او

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۶۰

حرخونمنځ Z یوه وړانګه کیږدی . د هرټکي P واټن PZ په یوه مرستندوي وړانګه وکاږئ، کوم چې له PZ سره کونج جوړوي.

۲ -لاس ته راغلی ټکی 'P په اصل پرلپسي ترتیبیو د بل سره ونښلوئ (یا په همدې ډول په 'P یو ګردی د r' = r په وړانګه ووهئ).

څرخون D_z یوه همغه لوریز کونګروا ینځ خیرونه ده.

که څرخون D_z له څرخون په 0° :

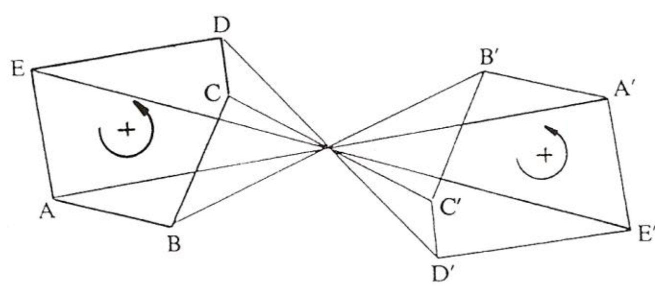
ایدنتیتي یا کټمټ، توپیر ولري، نو دا یواځي یو ځاي په ځاي ټکی لري: پخپله Z .

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څرخون D_z د پہ کونج کیدی شي چی پہ څرخون D_z پہ کونج -
بیرته راوګرځول شي. د جوړښت څیړنی ځخه پیژندل کیږي، چی هر څرخون D_z
د دوه کرښي اینوني چی پہ ټکی Z کی پہ کونج 2/ یو بل غوځوونکو کرښو g
اوh ځاي نیونکی کیدی شي: څرخون : $D_{Z;\mu} = S_g \circ S_h$
د $h = \{Z\}, \mu = 2.w(g;h)$ g سره. (څیره)

تعریف : یو څرخون د څرخونکونج $\mu = \pm 180°$ سره ټکی اینونه بلل کیږي. دا پہ دې مانا چی پہ ټکي اینه کیږي.

پہ دې توګه ټکی اینونه هم یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. (څیره ۱۲۸)



څیره ۱۶۱

پہ ټکي اینوني جوړښت څیړنه

۱ – د اصلي څیرې هر پہ نخښه ټکي ځخه یوه کرښه وکاږي، چی لہ اینونکي ټکي Z تیره شي، او |PZ| واټن د Z پہ بله لور وباسی.
۲ – داسی لاس ته راغلي ټکي پہ پرلپسی ترتیب سره ونښلوۍ. (همداسی پہ 'M یو د r' = r وړانګي ګردی ووهی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروانیځ څیرونه د کرښې اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

> د کرښ اینونو (څرخونو یا کښونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیځ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیځ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیځ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروانیځ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیځ بیرته راګرځیدلی یا په ځټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیځ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیځ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګو ي کونګروانیځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

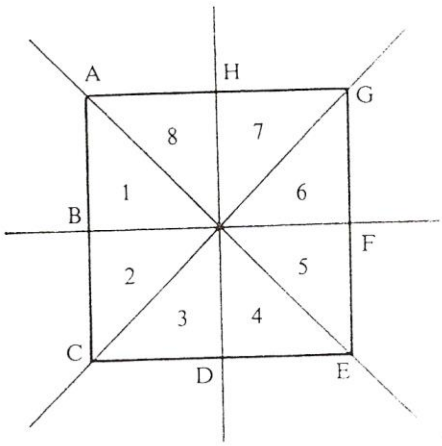
> **کونګروانیځجملی:**
>
> الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا
>
> ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا
>
> پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا
>
> ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

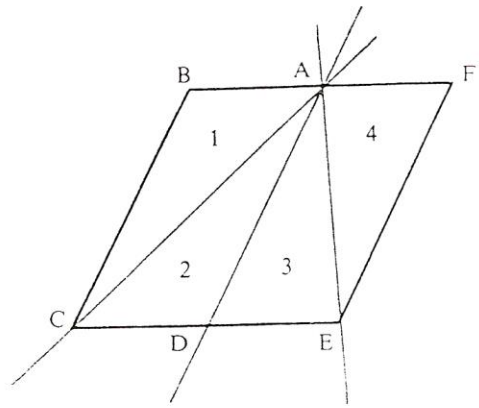
(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونګروانیځ جملو په مرسته وښایي، چې غوڅکرښې پیلځیرې په کونګروانیځ برخو ټوټه کوي.





خیرۍ ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینې حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوځوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅتکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګروواینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅتکي دي).

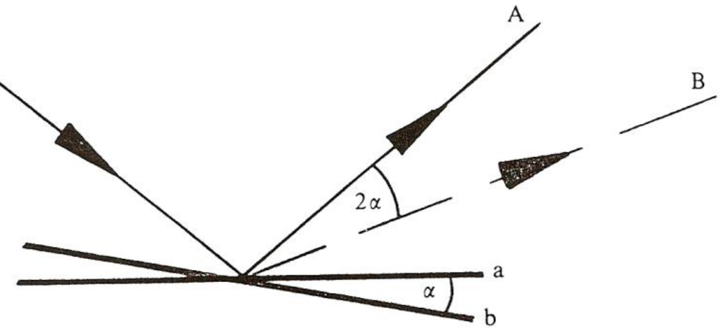
۶ – څومره کورونتځیرونی موجود دی چی لاندې ځیرې یی په خپل ځان ځیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کتمتځیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په ځیره کی له پورته لور انځوریږي.

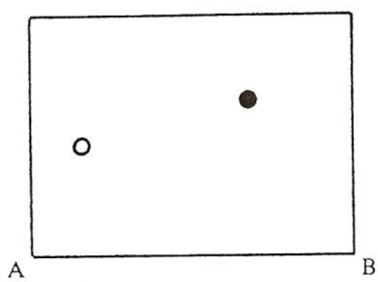
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هنداروني یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول– یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

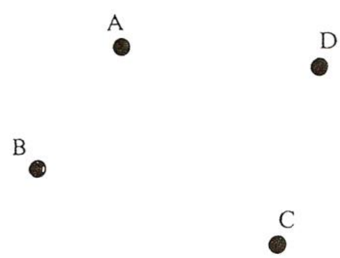


خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴

۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږئ « تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی – سپین توپ»

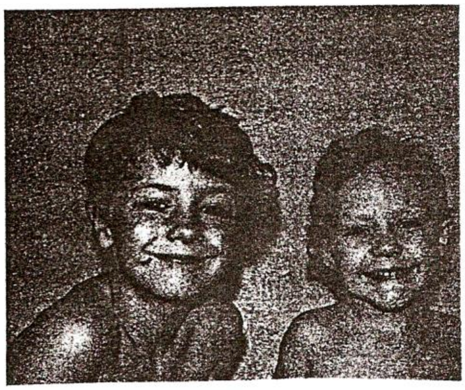


خیره ۱۶۵

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره یې ښایو(خیره) داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په خیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

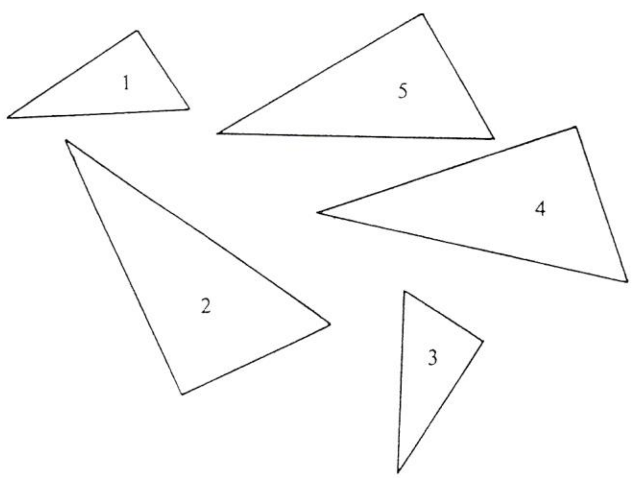
ورته والیخیرونه Ähnlichkeisabbildung



خیره ۱۶۶

که چیرې دوه غبرګوني کوچنیان وکتل شي ،نو سم د لاسه ویل کیږي، چی دا دوه یو بل ته ورته دي. شیان یا لیدیدونکي هم یو بل ته ورته بلل کیږي، که ګډ خویونه یا ګډې نخښې ولري، یعني څرګند یو بل ته ورته وي، مګر سره له دې هم یو له بل توپیر کیدونکی وي. په شمیرپوهنه کی داسی نه شو ویلی چی دا شیان یا لیدیدونکي یو بل ته زیات یا کم ورته دی، دا خیالي قضاوت دی چی په شمیرپوهنه کی داسی قضاوت ځاي نه لري.

پیلبیلګه:



خیره ۱۶۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې درېګوټي د کونجونو $\gamma = 90°$ او $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$ سره وکاږي.
ددې کونجونو سره له یوه زیات درېګوټي موجود دي، چې په ځانګړي توګه د ولاړ کونج ورکړه یواځیوالی یا یواځیتوب نیول کیدی یا فرض کیدی شي.
درېګوټي ۱ او ۲ کونګروابنخ دي، درېګوټي ۲ او ۴ هم، مګر درېګوټي ۱ او یا ۱ او ۴ کونګروابنخ نه دي. سره ددې هم دوي زیاتی ګډې نخښې لري (کونج، «بڼه»یا «شکل» یا څیره) دوي یو بل ته ورته دي.

ددوي ترمنځ نور څه ګډ دي یا دوي نور څه ګډ لري؟
له کونګروابنځجملی څخه مخ ته ځو، د اړخونو اوږدوالی اندازه کوو او راته ښایو چه د اړخونو ځاننیونه یا د اړخونو تناثب :

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|CA|}{|C'A'|}$$

او

$$\frac{|AB|}{|A'''B'''|} = \frac{|BC|}{|B'''C'''|} = \frac{|CA|}{|C'''A'''|}$$

ثابت دی.

پس تعریفوو

تعریف : هوارې څیرې یا شکلونه هلته یو بل ته ورته دي، کله چې د مناسبو پاي کرښو اوږدوالی په همغه ځاننیونه یا تناسب پروت وي او (له دې امله هم) یو د بل سره مناسب کونجونه مساوي لوي وي.

بیلګه : کونګروابنخ څیرې د ورته شکلونو یو ځانګړی حالت دی، په هغوي کی د

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکړشوو اړخونو تناسب یا ځاننیونه تل ۱ دی.
له دې امله باید –د کونګروانیڅ د ټولیزیدلو یا عمومیت – د دریګوډیو لپاره هم ورته جملې موجود وي.
ددوه یا زیاتو دریګوډیو ترمنځ یو بل ته ورته والی هلته پروت دی یا شته ، موجود دی، کله یې چې مناسب کونجونه سره یو شی وي او دې کونجونو سره مناسب اړخونه یو د بل سره په همداسی تناسب یا ځاننیونه کی پراته وي یا اړیکو کی).
دا هم د دریګوډیو لپاره باور یااعتبار لري، په داسی ډول– د کونګروانیڅ ځخه پر مخ ځو– چی سړی داسی نومولی د ورته والي جملی لیکلی شي.

د ورته والي جملی: دریګوډی یو بل ته هلته ورته دي، که په لاندې کی سره برابر وي

۱ – د دریګوډیو دریواړو اړخونوپه مناسبه توګه د اړخونو تناسب یا ځاننیونه.

$$a : a' = b : b' = c : c' .$$

او یا

۲ – د دوه یو بل سره مناسبو اړخونوتناسب یا ځاننیونه او له دې بندشوې کونج. دا په دې مانا چې

$$a : a' = b .: b' \quad \text{او} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

او یا

۳ – د دوه مناسبو اړخونو تناسب او د لوي اړخونو مخامخ کونجونومساویوالی. په دې مانا چی: $a : a' = b : b'$ او $\beta = \beta'$ د $a < b$ لپاره او یا

۴ – ددوه کونجونواندازې مساویوالی ، چی په دې ډول ټول کونجونه مساوي دي.
دا په دې مانا چی :

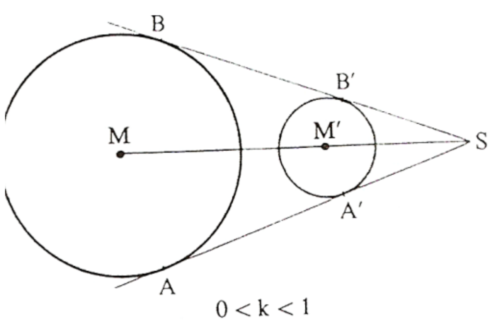
(c) ketabton.com: The Digital Library

په همدې ډول کیدی شي د نورو شیرو لپاره هم د ورته والی جملی تر فرمول لاندې راوړل شي. شیرې یو بل ته ورته دي، که دوي د ځانګړو ورتوني شیروني له لاری یو په بل پریوتی شي.

مهم ورته والي شیرونی منځني راکښنه ده

تعریف: منځني راکښنه $Z_{S,k}$ د ټکي S (د راګښلو منځ) او یوه ګڼ k د راکښلو فاکتور یا ځلونکي په بنسټ یواځنی ټاکلی وي. هر اصلي اوږدوالي ته د منځني راکښنو له لارې په k–ځلی تغیر ورکو ل کیږي.

د k لپاره له صفر تر یو ګڼونه پریښوول کیدی شي. په دې کی بیاپخپله له دې پوهیدی شو چی شیرونه له اصلي کوچنی ده. په دې حالت کی له زبیخلو (کیښکلو) غبږیږو. شیرونه نوره هم د راکښلو باور لري. که k = -1 وي نو اړوند منځني راکښل په راکښل منځ S باندې ټکي اینونه ده. د هر بل منفی ګڼ k |=-1 لپاره کیدی شي k په k =(-1).|k| باندې تجزیه شي. له دې وروسته پورته یادونی په همغه هدف استعمالیږي یا کارول کیږي.

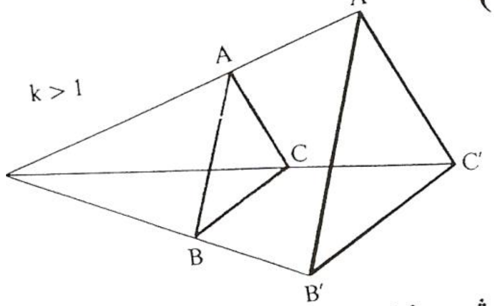


شیره ۱۶۸

یادونه : پام دې وشي چی راکښنه به ښه وي او که غزیدنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د منځراکښنی جوړښتڅېړنه(توضیخ)



شیره ۱۶۹

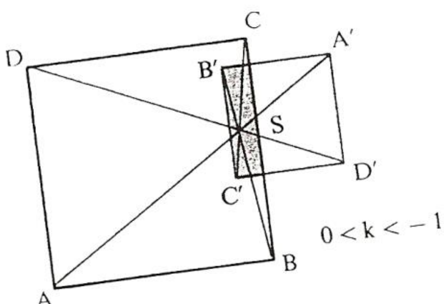
۱ – د اصلي هر په نخښنه ټکي د راکښلو منځ S سره و نخلوی.

۲ – د هر ټکي P لپاره د|PS| پای کرښي په k ځل کیږي(جوړښت ته د 0> k لپاره هم، مقایسه شیره) او نوي پای کرښه

|'SP|.k = |SP|

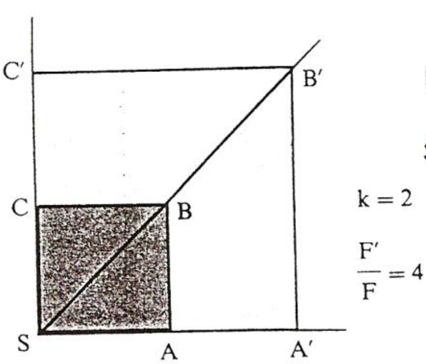
په کرښه چی دټکي S څخه پیل له P, S او 'P تیریږي وکاږی.

۳ – د اصل په ترتیب یا اصل ته ورته ټول شیره ټکي سره ونښلوی.



شیره ۱۷۰

دا چی ورته شیرې (بی له 1 = |k|) کونګروانیځ نه دي، نو د هوارې دننه یا منځ هم تغیر خوري، مګر که ټولی خواو یا اړخونه په فاکتور k(د بیلګي په توګه k = 3 , k = 2) تغیر کړو، نو شیروونکی هواره باید په فاکتورk^2 (یعني $k^2 = 4$,همداسی $k^2 = 9$) تغیر وخوري.



شیره ۱۷۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعري: په یو منځراکښنو، چې فاکتور k ولري د څیرې هواره 'F او له څیرې دمخه (اصلي) هوارې F ترمنځ لاندنی تناسب یا ځاننیونه موجود دی.

$$F' : F = k^2 \quad => \quad F' = F.k^2$$

د لته د k مخنخښه کوم رول نه لري ځکه چې منفی ځل منفی بیرته مثبت دی.

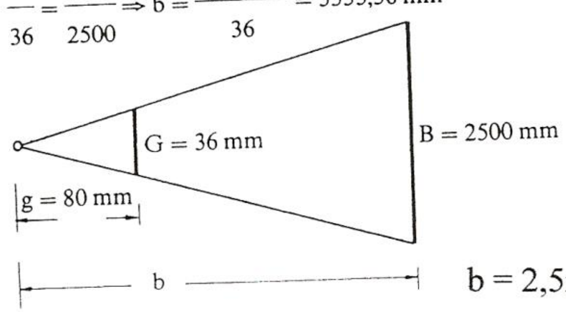
پیلبیلګ:

دیاس(دفیلم دیاس) (فورمات یا لویوالی 24mm.36mm)
په یوه دیوال چې لویوالی یی 2,5 m . 2,5 m دی. د ممکن حده پورې څیره کیږي. د ښه ټیك جوړولوسره یی له عدسي واټن 8cm دی. پریوستونی یا پرویکتور د څیرې دیوال څخه باید څومره لرې وي؟ د دیاس هوراه په څو واره لویه شوې ؟
د دیاس دڅیرونی لپاره لاندې اړیکی باور لري:

$$\frac{\text{د څیرې جګوالی } B}{\text{د دیاسجګوالی } G} = \frac{\text{د څیرې پراخوالي } b}{\text{د دیاس –عدسی لریوالی} g}$$

څیره ۱۷۲

$$\frac{80}{36} = \frac{b}{2500} \Rightarrow b = \frac{2500 \cdot 80}{36} = 5555{,}56 \text{ mm}$$



ممکن ډك په دې مانا، چې 36 mm په 2,5 m باید لوی شي. په دې توګه د پریوستون دیوال –عدسي واټن په لاندې ډول دی:

$$b = 2{,}5m.0{,}08m : 0{,}036m$$
$$\sim 5{,}56m$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لویوالی فاکتور یا ځلی دی

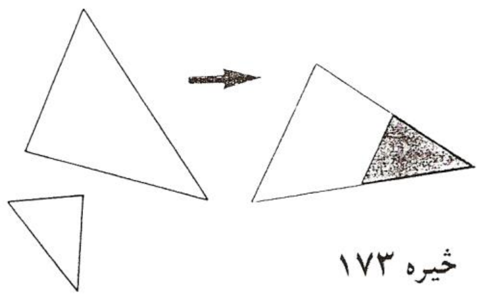
$k = 2,5: 0,036 \sim 69,44$

له دې امله د څیرې هواره ده:

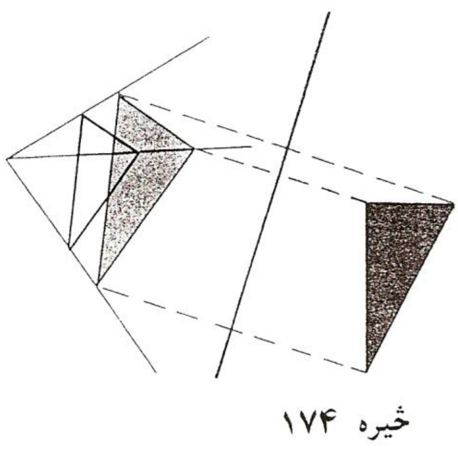
$F' = 69,44^2 . 0,036 . 0,024 = 4,17 m^2$

دا د دیاس هوارې 4822,53 واره یا ځله ده.

دا روښانه ده، چې ورته څیرې، د څرخونې، راکښلو له لارې او اینونی له لارې یوه پوزیشن ته راوړل کیږ، په کوم چې سم د لاسه د شکلونو د کونجونو د برابرتوب ورته والی پیژندل کیدی شي.



څیره ۱۷۳



څیره ۱۷۴

تعریف : هره کونګروایشخ څیرونه، هر منځراکښونکی او له دوې هر تړلی یا ځنځیري اینښولشوې یا ځای په ځای شوې څیرونی ورته څیرونی بلل کیږي.

دا چې هره ورته څیرونه بیرته یوه داسې څیرونه باندې راګرځي، نو بیخي باور لري : د ورته

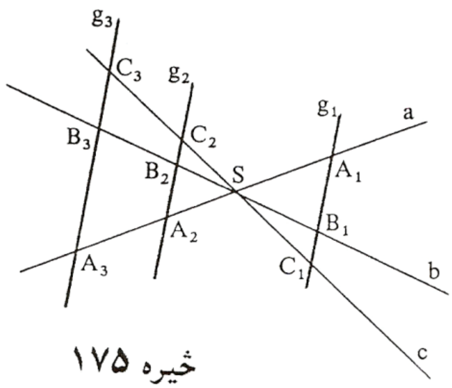
(c) ketabton.com: The Digital Library

والي خیروني ډیری چی پرلپسی سره وتړل شي یا ځنځیري شي ګروپ جوړوی (د ګروپ لپاره دې، چی شمیرپوهنیزه کلیمه ده، د کتاب پای وکتل شي)

او خیرې او همداسي پیل بیلګه (ډیاسپرویکتور) څخه د وړانګي جمله ټولیزه یا عمومي کیدی شي.

۱ . وړانګي جمله: که له یوه ټکي S وتلی وړانګي $a,b,c,\ldots$ له غبرګو کرښو ..... g_2,g_2,g_3 غوڅي شي، نو د یوې وړانګی ټوټی همداسی تناسب کی دی یا همداسی ځان نیسی لکه

د بلی وړانګي ټوټی: دا په دې مانا چی:



خیره ۱۷۵

$$\frac{|SA_1|}{|SA_2|}=\frac{|SB_1|}{|SB_2|}=\frac{|SC_1|}{|SC_2|}$$

او

$$\frac{|SA_1|}{|A_1A_3|}=\frac{|SB_1|}{|B_1B_3|}=\frac{|SC_1|}{|C_1C_3|}$$

په خیره کی د اړیکو ښوونه سم د لاسه په غبرګو کرښو له پوړیزکونجونو او د دریګوډیو ورته والي چی SA_1B_1 او SA_2B_2, SA_1C_1 او SA_2C_2 اوپه همدې ډول د SB_1C_1 او SB_2C_2 سره یی لري.

برسیره پر دې باور لري:

۱ . وړانګي جملی په څټ: که له ناپای کرښو.... g_1 , g_2 , g_3 څخه د خورې

(c) ketabton.com: The Digital Library

غونچې يا بهتره ستورې کربښو له لارې ټوټې پرېکړې شي، چې يو بل ته ثابتې يا همغه ځای په ځای ځاننيونې يا تناسبات څرګندوي، نو دا کربښې يو بل سره غبرګې دي.

۲ . وړانګې جمله:

که له يوه ټکي وتلې وړانګې د غبرګو ناپاکربښو څخه غوڅې شي، نو د دوي ټوټې چې له غبرګو دې ځان داسې نيسي يا په داسې تناسب کې دیلکه هغه د ککرټکي څخه وتلې کچ شوې د وړانګو ټوټې.

$$\frac{|S\ A_1|}{|S\ A_2|} = \frac{|A_1 B_1|}{|A_2 B_2|} = \frac{|S\ B_1|}{|S\ B_2|} = \frac{|B_1 C_1|}{|B_2 C_2|} = \frac{|S\ C_1|}{|S\ C_2|} = \frac{|A_1 C_1|}{|A_2 C_2|}$$

۳ . وړانګې جمله:

په يوه غبرګې ټوټو ځاننيونه داسې ده لکه پهدې بلې غبرګې ټوټو ځاننيونه يا تناسب:

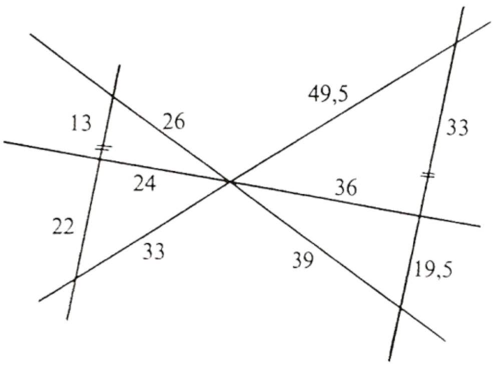
$$\frac{|A_1 B_1|}{|B_1 C_1|} = \frac{|A_2 B_2|}{|B_2 C_2|} \quad \text{oder} \quad \frac{|A_1 C_1|}{|B_1 C_1|} = \frac{|A_2 C_2|}{|B_2 C_2|} \quad \text{oder} \quad \frac{|A_1 B_1|}{|A_1 C_1|} = \frac{|A_3 B_3|}{|A_3 C_3|}$$

بیلګه :

۱ . د لمړی وړانګې جملې پسې لرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ . د وړانګو جملو پسی یا له امله باور لري:



خیره ۱۷۶

1. Strahlensatz: $\frac{26}{39} = \frac{24}{36} = \frac{33}{49{,}5} = \frac{2}{3}$

لمړۍ وړانګې جمله

2. Strahlensatz: $\frac{24}{22} = \frac{36}{33}$ oder

۲. وړانګې جمله

$\frac{33}{22} = \frac{49{,}5}{33}$ oder

$\frac{26}{35} = \frac{39}{52{,}5}$

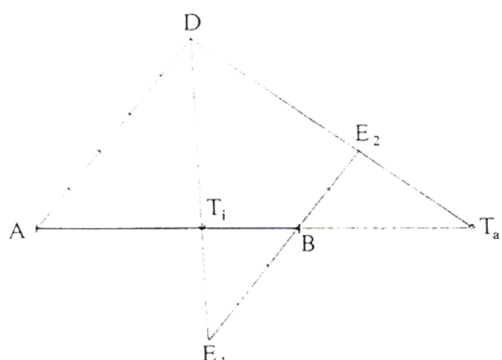
3. Strahlensatz: $\frac{13}{22} = \frac{19{,}5}{33}$ oder

۳. وړانګې جمله

$\frac{35}{22} = \frac{52{,}5}{33}$

۲ . د یوې کرښې AB ویشنه یا ټوټونه:

کرښه AB دننه(T_i) په ځانیونه یا تناسب 5:3 او دباندې (T_a) په تناسب یا ځانیونه 2 : 5 ویشل کیږي. د دې لپاره د ۲ . وړانګې جمله کارول کیږي یا استعمالیږي:



خیره ۱۷۷

– دننه ټوټوونټکی T_i :

$$\frac{|AD|}{|BE_1|} = \frac{|AT_i|}{|T_i B|} = \frac{5}{3}$$

– د باندې ټوټوونټکی T_a:

$$\frac{|AD|}{|BE_2|} = \frac{|AT_a|}{|T_a B|} = \frac{5}{2}$$

دا جوړښت د ویشنې برسیره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کرښو د ځل لپاره هم کارول کیدی شي. نو $|AT_a|$ د $|T_aB|$ دوه نیم واره دی.

۳ . طلايي غوڅی یا –غوڅونه:

په طلای غوڅي یوه د a اوږدوالی کرښه داسی ټوټه کیږي، چی برخه ټوټو د x اوږدوالی همداسی د a - x اوږدوالی لپاره اړیکی $a : x = x : (a-x)$ باور لري. دلته x د دواړو برخه کرښو لویه برخه ده دا ویشنه په هنر او ارښیتکتور کی له مانا ډکه ده یا مهم رول لوبوي. له پورته اړیکو څخه لاس ته راځي: $x^2 = a(a-x)$ او له دې بیا $x = \sqrt{a(a-x)}$ لاس ته راځي. دا په دې مانا چی اوږده کرښه د دوو لنډو کرښو او د ټولی کرښی هندسي منځ دی. که دا فرمول نور هم ښه بدلون غوره کړي او د x په لور اوبی یا حل شي، نو ترې لاس ته راځي :

$x = \sqrt{a^2 - ax}$

$x^2\ a^2 - ax$

$0 = x^2 + 1x - a^2$

$x_{1,2} = -(a/2) \pm \sqrt{(a/2)^2 + a^2}$

$= -(a/2) \pm \sqrt{(5/4)a^2}$

$x_1 = 0{,}5a(\ 5 - 1)$ په کار نه راځي

نو لرو: $x \sim 0{,}618a$

د طلايي قاعدې لګه لارې

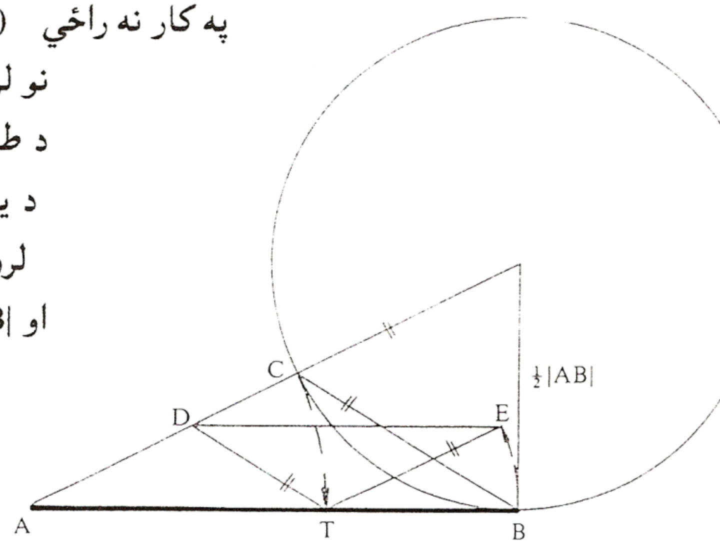
د یوې کرښی $|AB|$ ویشنه

لرو $|AC| = |AT|$

او $|AD| = |TE| = |TB|$

$$\frac{|AB|}{|AT|} = \frac{|AT|}{|TB|}$$

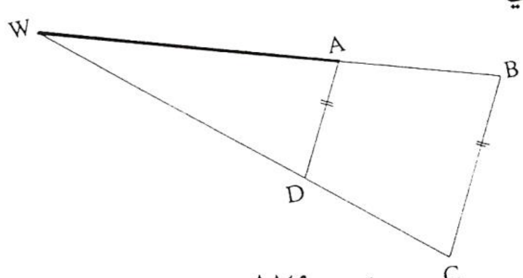
څیره ۱۷۸



(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

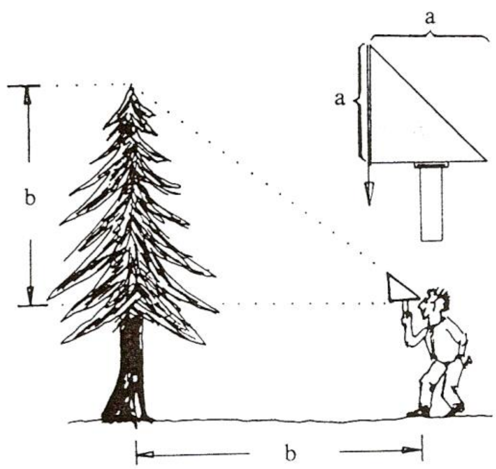
۱ – په کواوردیناتسیستم کی دریګوړی A(2|3), B(6|1), C(3|6) ورکړ شوی دی.
الف) دا دریګوړی د k = 2 په اندازه وغزوی . د غزولو مرکزدې Z(0|0) وي.
ب) دا دریګوړی په S(-2 | -3) وځرخوی د 140° = ∡ سره. دا څیره
دریګوړی په S باندې د k = -1,5 سره وغزوی.
پ) دا دریګوړی په ۴ یوونو سره لمړی کیڼ لورته او بیا په ۵ یوونونو پورته
لورته وکښوی، بالاخره یي په x– محور هنداره کړی او بیا یي بالاخره په
ټکي (0|-6) د k = -1 سره وغزوی.
۲ – ایا ټول الف) مساوي پښیز ، ب) مساوي اړخیز، پ) ولاړکونجیز
دریګوړی یو بل ته ورته دي ؟
۳ – د یوه مکعب پورته هواره د مرکزی غزونی د غزونفکتور یا غزونځل k سره
او د هوانیمي غوڅټکي سره د غزولومرکز په څیر، څنګه تغیریږي؟
۴ – کرښه | AB | =10 cm دننه او دباندې داسی ټوټه کړی، چی په ځاننیونی
یا تناسب د 5:2 کی سره پراته وي،
۵ – کرښه | CD| =6,5 cm د
«طلای غوځي قاعدې»
له لارې ټوټه کړی.
۶ – د یوه کتونبرج A
(څیره ۱۷۹) څخه دې واټن |AW |
یوه ځنګل برخی W ته وټاکل شي.
دري ټکی B, C او D په نخښه
کیږي په داسی ډول چی AD||BC وي. اندازه کیږي: |BC| = 125 m : |AB|=75 m
او |AD|= 100 m , نو |AW | څومره اوږد دی ؟



څیره ۱۷۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

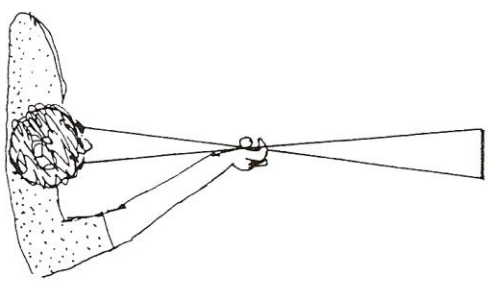
٧ – الف) د یوه «ځنګلوالدریګوډي» سره (ځیره) د یوې ونې جګوالی اندازه کیدی شي. – ونه څومره لویه ده ، که د ځنګلوال سترګه له ځمکې څخه ۱، ۷۰ متره جګه وي، او دی له ونې ۱۰ متره لرې ولاړ وي؟



ځیره ۱۸۰

ب) ځنګه (د یوه ځرګندړه واټن) د یوه شي د جګوالی د خپل متې په مرسته نژدې یا تقریبي اندازه کولی شي؟

لارښود: ۷ الف وګوری)



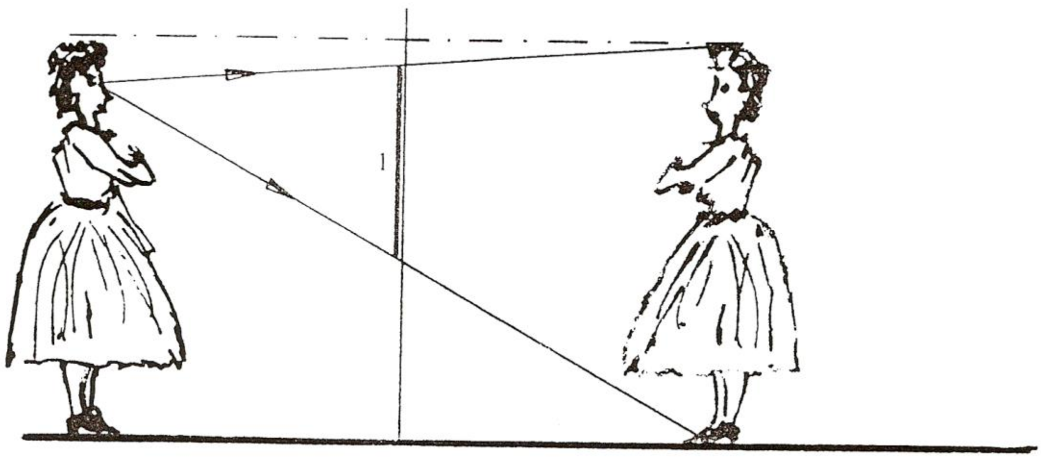
ځیره ۱۸۱

پ) په عسکری کې د دوه شیانو د واټن د اندازه کولو لپاره « د غټې کوټې ګام » تخنیك کارول کیږي یا استعمالیږي. دا داسې صورت نیسي چې لمړی سړی خپله کیڼه سترګه پټوي او غټه ګوته راوباسی، لمړی یو انډول ور شی، چې ښې لور ته پروت دی، اندازه کوي او بیا د ښې سترګې په پټولو سره ټیك هغۀ لټوونکی موخه د زیر لاندې نیسي. دلته د واټن اندازې ورکونی ته سړی ځنګه راځي؟

٨ – میرمن ځانګه غواړي چې په خپله پوره لویوالی ځان د دالیز په هنداره کې وګوري. په عادې توګه د دالیز د کوچنوالی له امله ۸۰ سانتي متره له هندارې

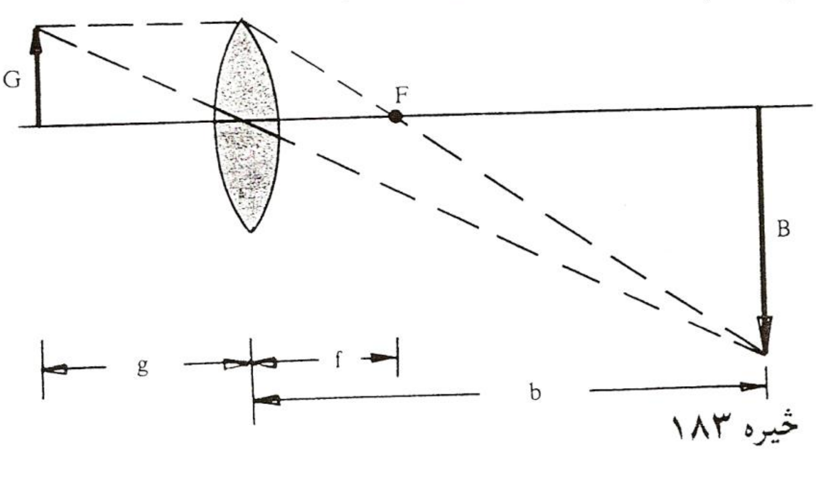
(c) ketabton.com: The Digital Library

لرې، هنداري ته مخامخ ودریږي.دا هنداره باید څومره کم له کمه جګه وي چې میرمن ځانګه د سترګو جګوالی چې ۶۵، ۱ متره دی ټول لویوالی چې ۷۳ ،۱ متره دی وګوري؟



څیره ۱۸۲

۹ – د یوې لینزې یا عدسی یا سترګی له لارې په څیره کی د نور څیرونی



څیره ۱۸۳

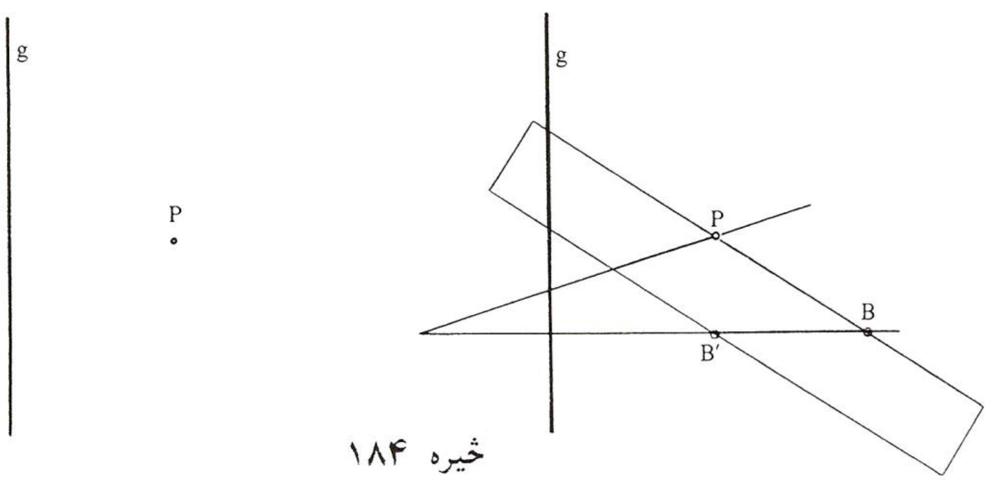
(c) ketabton.com: The Digital Library

جوړښت کتل کیږي. د لینزې یا عدسی لپاره د لینزې یا عدسی مساوات $(1/g)+(1/b) = (1/f)$ باور لري، پخپله د څیرونی لپاره مساوات $B / G = b / g$ باور لري(په لغاتو: د څیرې جګوالی د شي جګوالی سره څان داسی نیسی لکه د څیرې لریوالی د شي لریوالی ته). دا دواړه اړیکی د وړانګي له جملې راوباسی !

۱۰ – یو ولاړکونجیز دیاپوزیتیویا مثبت دیاس داړخ اوږدوالی ۶ ،۳ سانتي متره سره او ۴ ،۲ سانتي متره سره یو و هغه ته غبرګ دیوال باندې پریوزې . څیورونی لینزې یا عدسی، دا شی ۱۲ سانتي متره له دیاس او ۸۰ ،۴ متره له دیوال لرې دي. د پریوستون دیوال کم له کمه باید څومره وي ؟

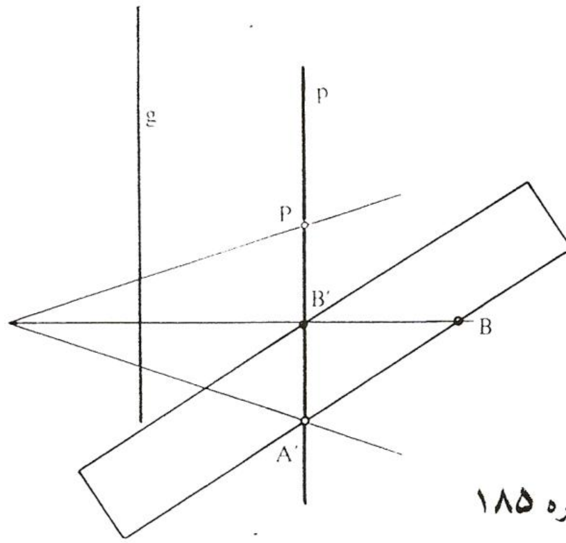
۱۱ – یو د دیوال مربع شکله کړکی، چي اړخ یی ۲۰ سانتي متره اوږد دی له یوه هغه ته غبرګ دیوال څخه ۱۲ متره لرې ده. د هغی کړکی څخه څومره لرې باید یوه د پرینښنا سرچینه ، چی د ټکي بڼه لري، لرې وي چی له کړکی تیره رڼا یوه د ۱۶ مترمربع هواره روښانه کړي؟

۱۲ – د کوم مرکزې غزوني سره کیدی شي چی یو ګردي دننه دریګوډی په ګردي راګیر یا ګردي دباندې دریګوډي باندې څیره شي؟ ګردی هوارې یو بل سره



څیره ۱۸۴

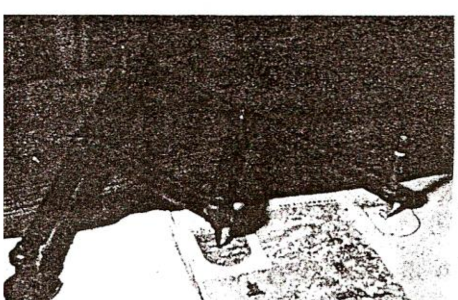
(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۱۸۵

په کومه ځانښیونه یا تناسب ځای نیسی یا پرتی دي؟

۱۳ – د دیسارګ (Desarues) د جملی له مخی کیدی شي چی کرښه g په ټکی P جوړه شي ، که ټول رسم الات یواځي یوه لرګي مته وي (د بیلګي په توګه کرښی یا ختکش) د دوه غبرګو کانتو سره یا اړخونو سره ځموږ په اختیار کي وي. په دلایلو روښانه کړی، چی ولی په پرلپسی څیرو جوړښت کی د جوړښت لار کار ورکوي.



څیره ۱۸۶

۱۴ – وښایی چی د هر غبرګ اړخیزABCD لپاره باور لري: که د یوه نیمی د په خوښه ټکي P څخه یوه اړخ ته غبرګه کرښه رسم شي، نوغبرګاړخي منځ ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

راځي، چې ABCD ته منځني یامرکزي ورته دی. د همغه غزولومرکز چیرته پروت دی؟

په دې خویونو د پانتوګراف(Pantograph) یا په ورځنی ژبه د ځانی ټونګی دا یوه د رسموولو اله ده قانون هم بینا دی. O په رسمتخته تر زیر لاندې راځي . په پینسل P سره د مخه کښل شوي شیرې باندی حرکت ورکول کیږي، نو په دې توګه دا رسمپینسل یو مرکزي یامنځنی ورته شیره رسم کوي (شیره.) په تي مخ کی کښل شوې ده

۱۵ – په یوه ګردی کی دوه ټوټونی یا زیني یوبل غوځوي. ټوټی ۱۸ سانتیمتره او ۳۵ سانتي متره دی، د دومی هغه اوږده ټوټه ۳۰ سانتیمتره ده. نا معلومه ټوټه یی وښایی.

۱۶ – ځومره لرې سړی کتلی شي

الف) د بحرهوارې ځخه ۴۰ متره جګ اندازه ټوکرۍ

ب) د یوه له ځمکی ۲ کیلو متره جګ هوا پوڼکی یاهوا بالون،

پ) د یوه الوتونکی کوټکی چی د سپوږمی هوارې ځخه۲ کیلومتره جګه وي(r = 1735 km)؟

شیره۱۸۷

۱۷ – د شکل ۱ (شیره

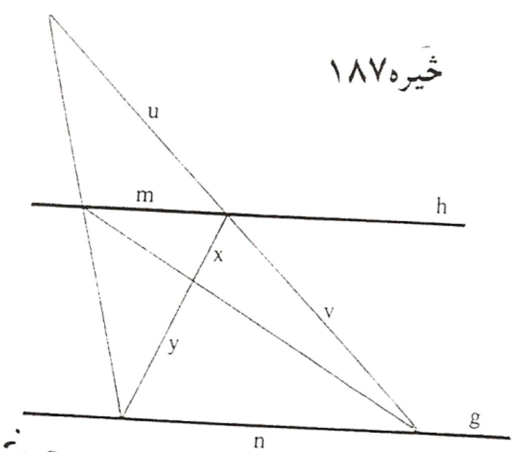
الف) لیاره صدق کوي h || g او

a) $\frac{u}{v} = 1$

b) $\frac{u}{v} = 0,5$

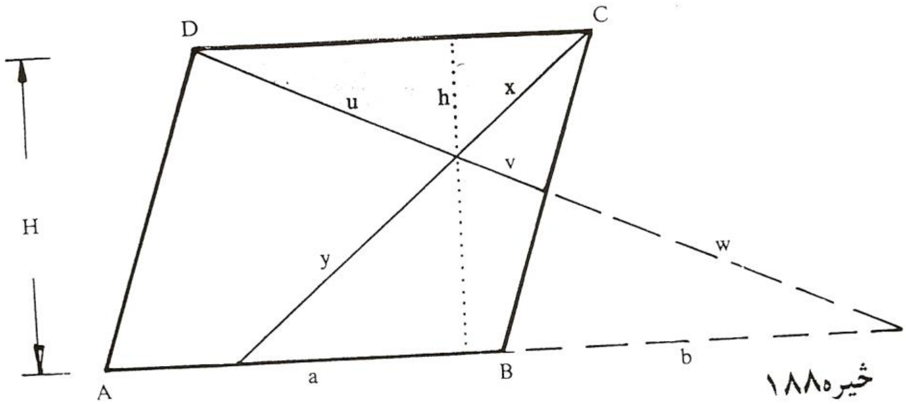
c) $\frac{u}{v} = \frac{2}{3}$

Berechnen Sie $\frac{x}{y}$. وشمېری



(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸ - وشمیری u / v او x / y (ثیره ب)
د غبرګاړخیز څومه برخه رنګه ده؟



ثیره۱۸۸

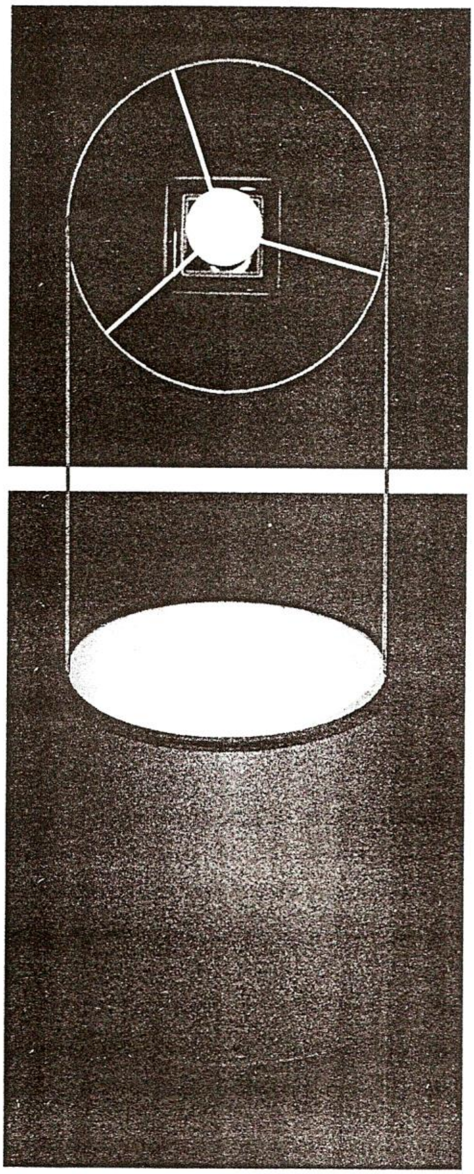
افینی ثیرونی (Affine Abbildungen)

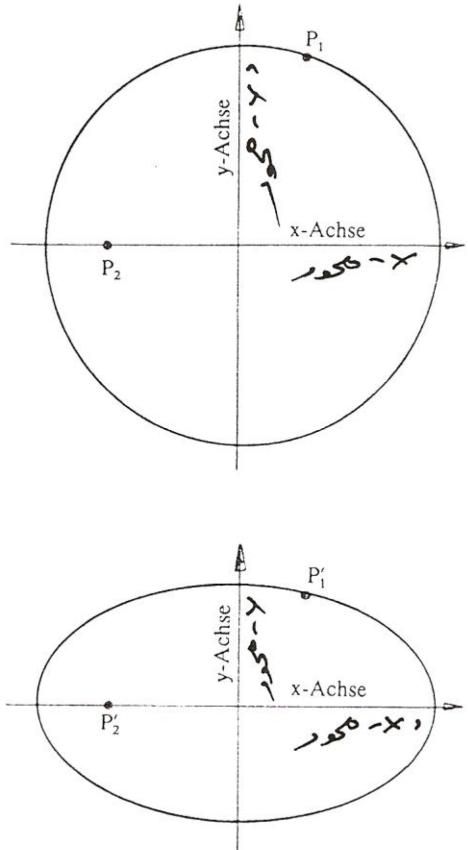
محوري افینیتي Die axiale Affinität

دبیلګي په توګه مو د مخه تیرو درسونو کی وپوښتل، چی ایا موږ له یوې ګردې ښیښې ټوټې چې لږ څنډه یې ماته ده یوه بله ګرډې ټوټه چی وړانګه یی له پخوا

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی وي او یا یو ډیرګوړی جوړولی شو، چی سیومتري او په دې توګه ښکلی





شیره۱۸۹

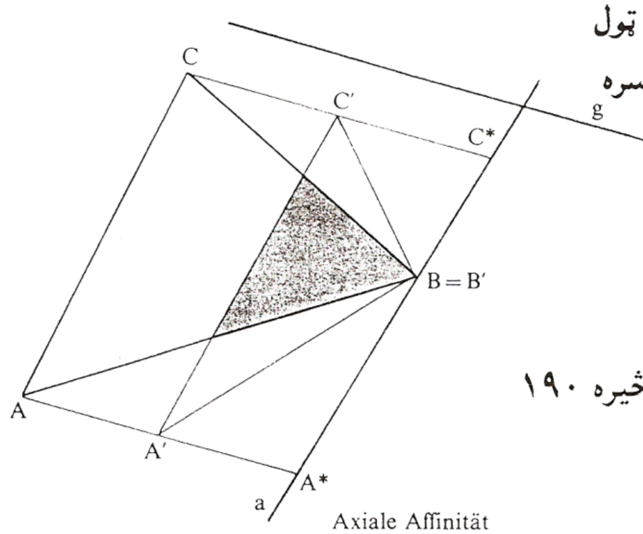
(c) ketabton.com: The Digital Library

وي. دلته موږ الیپسي سره مخامخ شو.
پوښتنه دا ده چې ایا یوه څیرونه شته چې له ګردۍ څخه الیپسي لاس ته راشي؟
د څیرې ۱۸۹/ دلیدلو له مخې داسې خیال راپیدا کیږي، چې ګونډې د ګردۍ او ایلیپسي ترمنځ څه خپلوي شته. دا نو بیا دې لاندې پریکړې ته اجازه ورکوي، چې یوه څیرونه باید موجود وي چې د ګردۍ څیرونه ایلیپسی شي.
دا څیرونه باید کوم خویونه ولري؟
موږ بیا د جوړونې نیونې چې د مخه مو کړي رامنځ ته کوو.
ټولې په پراته (افقي) x– محور باندې پراته ټکې ځاي په ځاي پاتیږي: پس د x– محور د ځاي په ځاي ټکو کرښې څیرونه ده. د دې په څټ د y – محور ټول ارزښتونه تغیر خوري. پس هره y–محور سره غبرګه کرښه ځاي په ځاي کرښه ده.
له دې سره موږ د نوې څیرونې لپاره ټول ضروري خویونه راټول کړل: د افینیتي محورa سره یوه محوري افینیتي $A_{a;g;k}$ ، د لورکرښې (کرښه چې لورې یې ځرګندوي لنډ یې: لورکرښه) g او د افینیتي فاکتور k |= 0 مخ ته پراته دي، که لاندې شرایط پوره وي :
۱ – هره کرښه PP' چې له ټکو P او P' تیره وي د g سره غبرګه ځغلي.
۲ – که P* د PP' او a غوڅټکی وي ، نو لرو : |P*P'| = |k|.|PP*|.
په دې توګه نو یوه محوري افینیتي، دکرښې –،غبرګ – او ټوټه تناسب یا ځانییونه ریښتونې ده. اخرنۍ دا وایي چې په اصلي پایکرښې درې ټکي دا پایکرښه په همغه تناسب یا ځانییونه پرې کوي، لکه د څیره ټکې په څیره کرښه باندې.

له دې لاندې د محور افینیتي جوړښت څېړنه لاس ته راځي
۱ – له اصلي کرښې په نخه شوي ټکي (د بیلګي په توګه P) څخه وg سره یوه غبرګه کرښه وباسی او ددې غوڅټکی د افینیتي محور سره د بیلګي په توګه P* وبولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – له P* څخه $|P'P^*| = k\,.|PP^*|$
و g ته غبرګې مناسبې کرښې
وکاږی.
۳ – په دې توګه رامنځ ته شوې ټول
ټکي اصل ته په ورته توګه سره
ونښلوی.

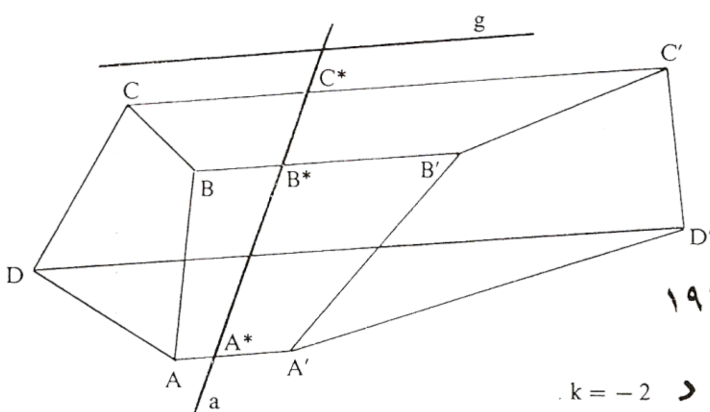


شیره ۱۹۰

Axiale Affinität

د $k = \frac{1}{2}$ ...

آکسیال افینیتی



شیره ۱۹۱

د $k = -2$

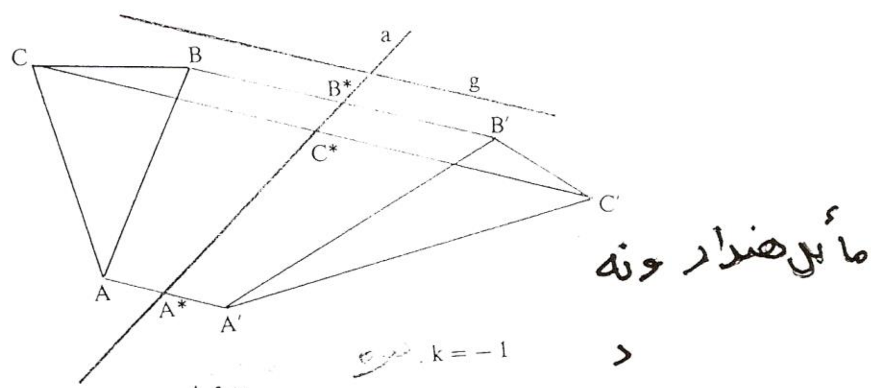
آکسیال افینیتی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $k = 1$ لپاره د هوارې هر ټکی ځای په ځای ټکی دی، ځکه چی ټولی پایکرښی تغیر نه خوري. له دې لرو چی $A_{a;g;1}$ کټمټ یا identisch ایدنتیك دي.
د $k > 0$ لپاره P او *P د a په یوه (همغه) خوا پراته دي(ځیره) ، د $k < 0$ لپاره د a په بدلوخواوو (ش. ۱۵۷)
یو ځیرونه $A_{a;g;k}$ کیدی شي په ځیروونې $A_{a;g\ 1/k}$ بیرته راوکرځي .

مائیل هندارونه

مائیل هندارونه یوه ځانګړې محوري افینیتي ده : د $k = -1$ لپاره لریوالی یا فاصله |*PP| همدومره ده لکه لریوالی یا واټن یا فاصله |*P'P| . پس مائیل اینونه محوري افینیتي $A_{a;g;-1}$ ده.



ځیره ۱۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

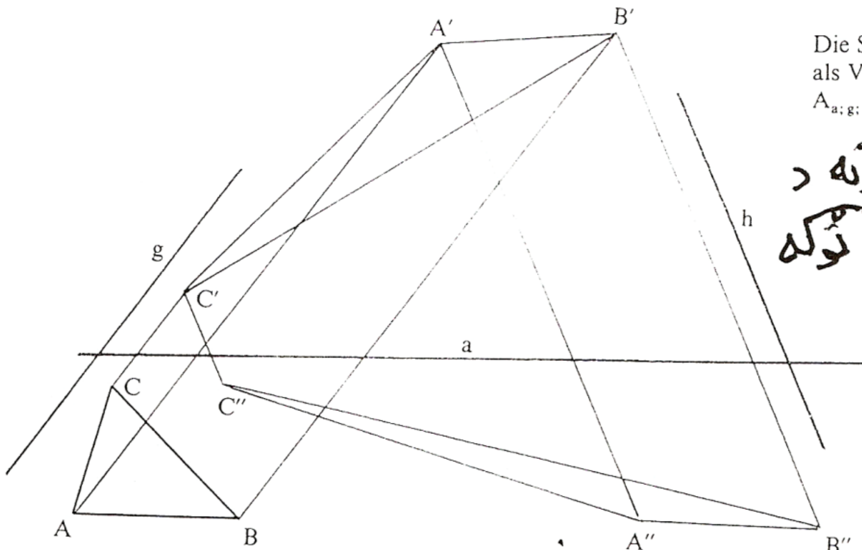
: محوري افینیتي(یو بل سره) تړلو ځانګړي حالتونه:

بیاتي کوونه یا بیاتیونه Scherung

: دوه محوري افینیتی(یوبل سره) تړل، چې همغه افنیتي محور a ولري،g او h مختلفلوري محورونه او یو بل ته مخامخ افینیتي فاکتورونه k او 1 / k ولري، نو بیاتیونه(بیاتي کونه) ورته وایو.

بیاتیونه(یوبل سره)
: تړلو په څیر:

$A_{a;g;-2} \cdot A_{a;g;-½}$



Die Scherung
als Verknüpfung
$A_{a;g;-2} \cdot A_{a;h;-\frac{1}{2}}$

بیاتیونه د
تړنې په توګه

شمېره ۱۹۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

په بیاتیونی کی، لکه ځنګه په مائیلی اینوني کی د هواری دننه بی تغیره پاتی کیږي، سره ددې چی د یواځنیو یا ټولو شکلونو تغیر خوړلی شي. (تمرین وګوری) په عمومي توګه د ځیرې – او اصلي هوارې لپاره په یوه محوري افینیتي کي باور لري : $F'=|k|.F$, او یو په بل پسی کارونو یا عملیو اجرا کولو کی هم په همدې ډول $F' = |k_{...}.k|.F$:

دا په دې مانا، چی محوري افینیتي په عمومي توګه هوارې ریښتونی نه ده.

محوراینونه

محوراینونه یوه محوري افیتي ده له $k = -1$ سره. (ځیره ۱۹۲ وګوری)

کونګروانیخ ځیرونه
هره کونګروانیخځیرونه کیدی شي له محوراینونی یوځاي راټوله شي.

منځنی راکښنه(راکښل)
هر منځراکښنه یو افقینه ځیرونه ده.

په عمومي ډول لاندې لاس ته راځي

د ټولو کونګروانیخ ځیرونو، ورته ځیرونو او محوري ځیرونو ډیري، د ټولو افقین ځیرونو ډیری ورکوي. که افینځیرونی یو په پسي اجراشي یو ګروپ جوړوي، داسی په نامه افینګروپ. (ګروپ دې د کتاب په پای کی وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – یو دریګوړی ABC دې په یوه افین هوارمساوي باندې داسې واړول شي، چیرته چې $| AB | = | AB' |$ او.

۲ – په دریګوړي $A(3|5)$,: $B(5|4)$; $C(3|1)$ باندې یو محوري افنیتي داسې وکاروي یا استعمال کړی، چې $A'(-3|1)$ او y– محور د افنیتي محور وي.

۳ – د ګردی ځیره د $M(2|3)$ او $r = 3$ cm سره وټاکی ، که د x–محور د افینیتي محور وي، په ۱ او ۳ کوادرانت یا څلورمه کي لورکرښه او $k = 2$ د افنینتي فاکتور یا –ځل وي.

۴ – یو دریګوړی په هوار مساوي پنځه ګوډي واړوی.

۵ – یوه ګردی دې د نیمي $d = 12$ cm او د افنینیتي فاکتور $k= ½$ سره افینځیره شي. د راپیدا ایلیپسی د هوارې دننه وشمیری. (دوه یو په بل ولاړ محورونه افینیتي محورونه دي چې له منځټکي او لوریزکرښی څخه تیریږي)

۶ – یو تریخ ABCD جوړکړی له $a = 8$ cm ; $c = 3$ cm ; $d = 5$ cm او $\sphericalangle = 40°$. په دې محورې افینیتي لارښوده کړی، چې د افنیتي محور یی د تریخ منځلاین وي، چې د لورکرښه یي د هغي سره ۵۵ درجي کونج جوړوي او د افنیتي ځل ا –فکتور یی $k = 3 /2$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

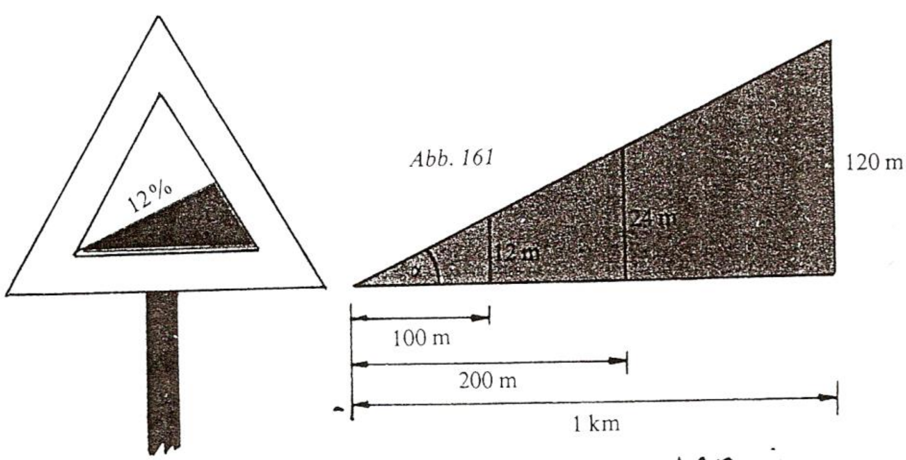
د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنی په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(موږ یې تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پورې تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونې، نقشو علم، او ابادی او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کې نغښتې، چې د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښنه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانښیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانښیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

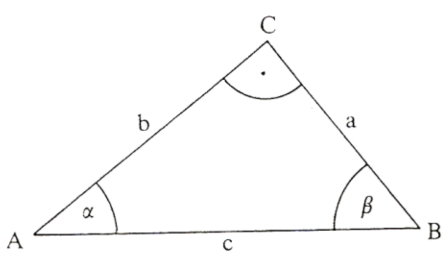


ذخیره ۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نورې لوحي هم زوړندې وي.
په همدې ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لارې هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.
تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دې ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندې ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا ځانیونه د کونج په بلواکسی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیوپوتینوزې (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نورې دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

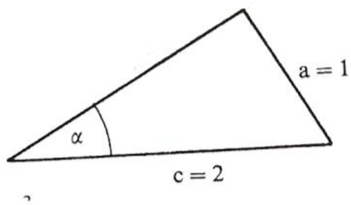


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندې جملی باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:

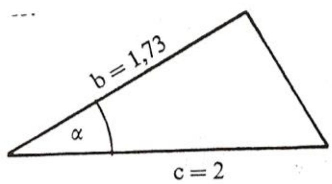


$\sin\alpha = \frac{a}{b} =$ مخامخ کاتیت / هیپوتینوزي

$\sin 30° = \frac{1}{2}$

خیره ۱۹۶

کوساینبلوك Cosinusfunktion بیلګه:

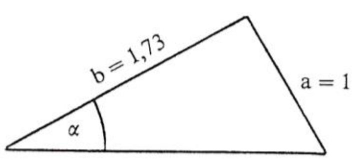


$\cos\alpha = \frac{b}{c} =$ پرته کتیت / هیپوتینوزي

$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بیلګه:



$\tan\alpha = \frac{a}{b} =$ مخامخ کاتیت / پروتکاتیت

خیره ۱۹۸

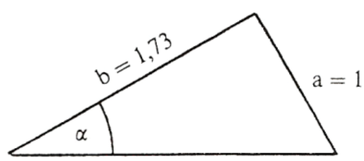
$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتيت لاندې د دریګوټې هغه اړخ پوهیږو، چې په هيپوتينوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ يې لنډ پروت کاتيت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کيږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بيلګه



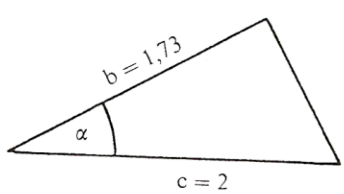
$\cot\alpha = \frac{b}{a} =$ پرته کاتيت / مخاخ کاتيت

خیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

ډیر کم ، د بيلګې په توګه استرونومي کې، لاندې کونجبلواك کارول کيږي

سيکانسبلواك sekansfunktion بيلګه



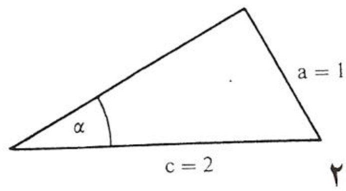
$\sec\alpha = \frac{c}{b} =$ هيپوتينوزې / پرته کاتيت

ځیره ۲۰۰

$$\sec 30° = \frac{2}{1,73} = 1,156$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسیکانسبلواک Kosekansfunktion بیلګه:



$$\operatorname{Cosec}\alpha = \frac{c}{a} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{مخامخ کاتیت}}$$

څیره ۲۰۱

$\operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{2}{1} = 2$

موږ به زیات وخت لمړنی درې یا په همدې توګه لمړنی څلور بلواکه د کارونی لپاره راونیسو یا وکاروو.

په خوښه دریګوډیو کی شمیرنه

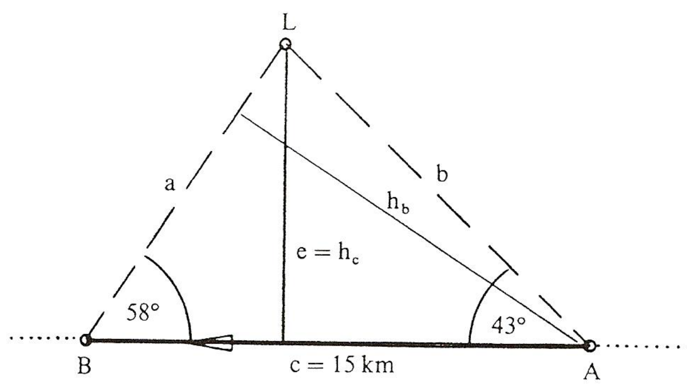
سره له دې چی کونجبلواکي یواځی په ولاړکونجیز دریګوډي کی باید تعریف کیږي، خو بیا هم برسیره پر دې استعمال یا کارونه مومي. د پیچومي یا جګوالی په جوړولو کی هر دریګوډی په ولاړو برخه دریګوډیو تجزیه یا ټوټه کیدی شي. په اخرني هنري، د مخکني مرستندوي، همدې منځ ته راوړو پایکرښي وینا وي د پیل دریګوډي باندې لاس ته راځي او په هغه کی د ورکړشوو کونجونو.

پیلبیلګه

یوه کینښتی د رڼاډزکړي(کله چی کښتی له ستونځو مخامخ شي او یا یوې بلی کښتی یا یو بل څه ته که یوه کښتی وغواړي خبر ورکړي، نو یوه توپانچه شته چی له هغی داسی ډز کیږي چی له لرې څرګندیږي او نورې خبر ورته لیږونکی په دې پوهیږي، چی څه پیښ شوي دي). دلته $\sphericalangle\alpha = 43^\circ$ د تګ په لور اندازه کیږي او له

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه تګ پایکربني $c = 15\ km$ او کونج $ß = 58°$ وروسته.
په دوم ډز کی کیښنتی له ډز رڼااور ښخه ښومره لرې ده؟
د A ښخه و B ته د کیښنتی نزدې واټن e د ډزرڼااور ښخه ښومره لري دی؟
په A کی له اور ښخه ښومره لرې وه ؟



شیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin \gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبهول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959\ km$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کی مرستندوي لویی له منځه ځي او باور لري:

د ساین جمله :

په خوښه دریګوډي کی د اړخونو ځاننیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځاننیونه یا تناسب دی.

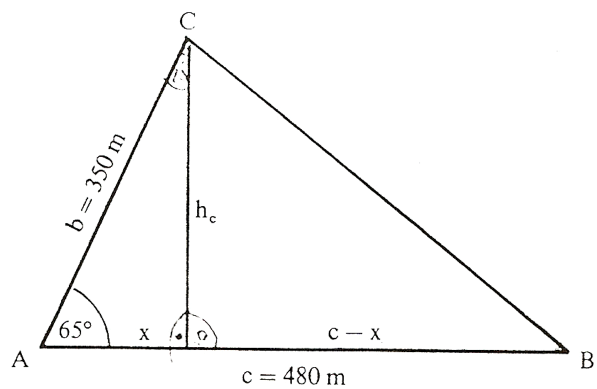
$\sin\alpha / \sin\beta = a / b$ $\sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کي هم باورلري(تمرین دي وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کی نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چی دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کې دوه ستنې b = 350 m
او c = 480 m دي او یو کونج $\alpha = 65°$ ښندوي.
د B څخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبې یا حل :

جګوالی یا جګې h_c کرښه AB = c په دوه ټوټو x او c-x ویشي.

دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،

ځکه چې $\cos\alpha = x / b$ دی. د پیتاګوراس د جلی له مخې

لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$

او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

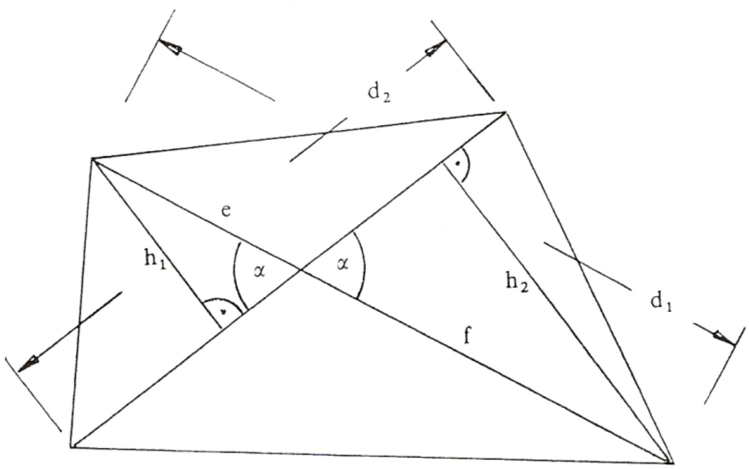
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_1 = e \cdot \sin\alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e+f)\sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin\alpha$$



څیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواک، نه یواځی د دننه لورته تیرو دریګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

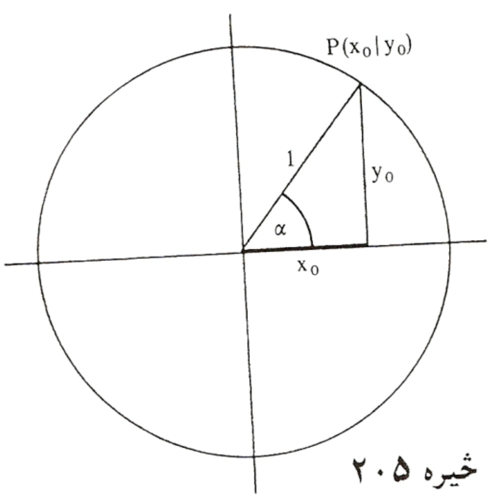
(c) ketabton.com: The Digital Library

په ښه توګه داسې کیدی شي چې په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کې یوه ګردي ووهي چې وړانګه یي ۱ یعنې یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردۍ ویل کیږي، ځکه چې وړانګه یې یو یوون دی) او د ګردۍ منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چې د هغې یو کونج د ګردۍ ځنتریکونج دی، یعنې کونج یې د ګردې په منځ یا ځنتر پروت دی، (ځیره ۱۳۴) کم له کمه یې یو اړخ ۱ یعنې یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کې شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چې په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کې پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردۍ ،د کونجټکی $P(x|_0 y_0)$ په پام کې نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0\,,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښې د پریوستون او یا د سیورېدرځونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکي مړوند په څیر ونیسو یعنې فرض کړو، کوم چې د محورغبرګي رڼا لاندې راشي.



شیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کې کیدی شي چې د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چې $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

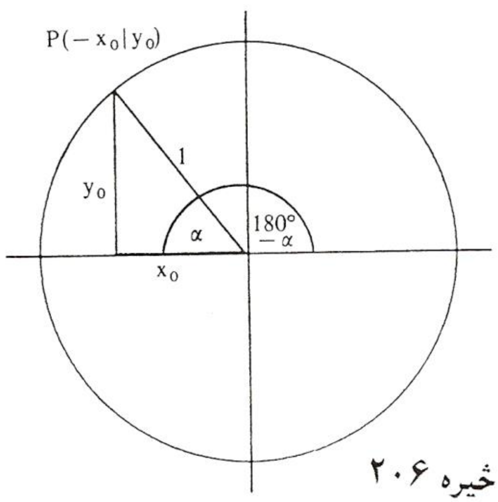
(c) ketabton.com: The Digital Library

کيدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سيوری » بيا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بياټيك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره يو کونج α جوړ کړي، يعني ځنتريکونج يی α - °180 وي.
د « سيوروځيرو » څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

ځکه چی دا سيوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پيل مخامخ (منفی) لور ښايي.



ځيره ۲۰۶

په ورته توګه لاس ته راځی :

$$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$$

$$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$$

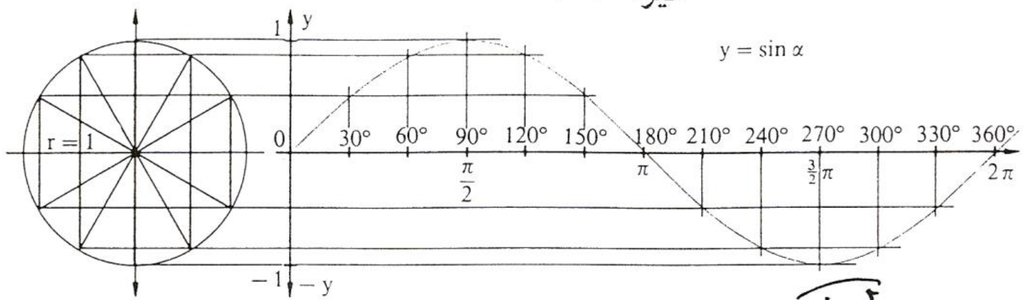
$$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$$

$$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

د کونج α+°360 لپاره بيرته د سرچيني کونج اړيکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو يا کونجبلواکو لپاره د ساين او کوساين بلواك تعريف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقايسه مخ ۱ ۱۵) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

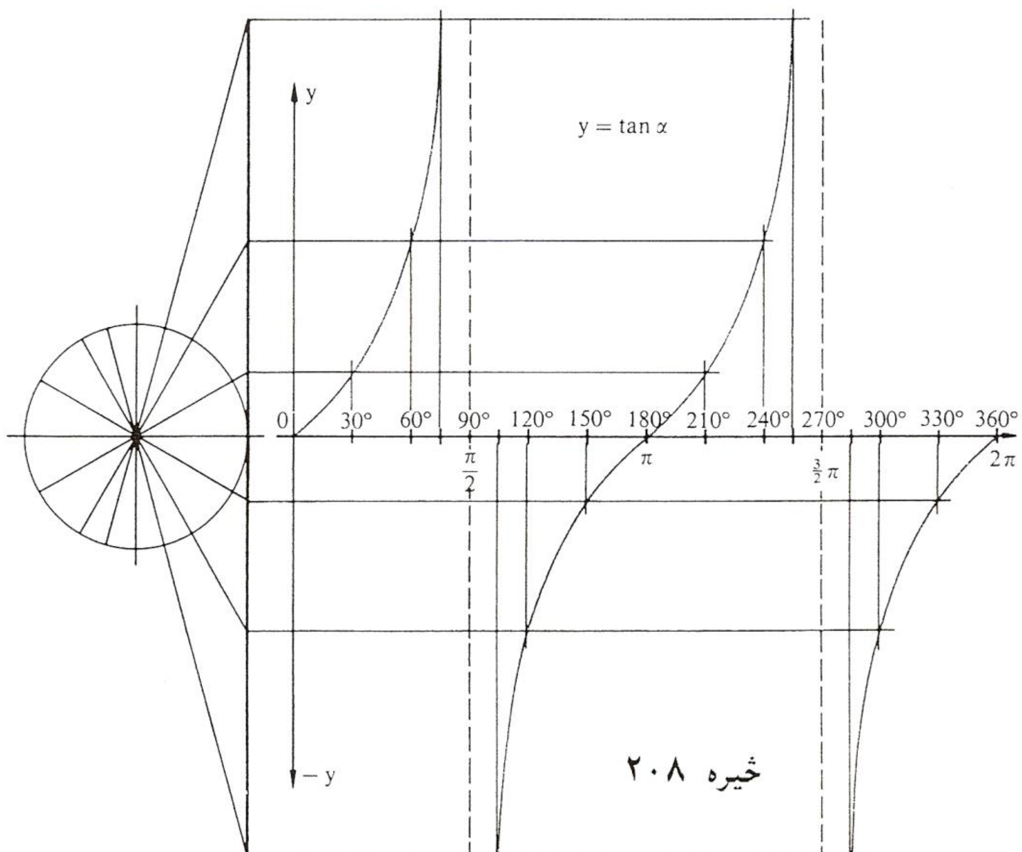
(c) ketabton.com: The Digital Library

شیره ۲۰۷



Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1;\ 1]$

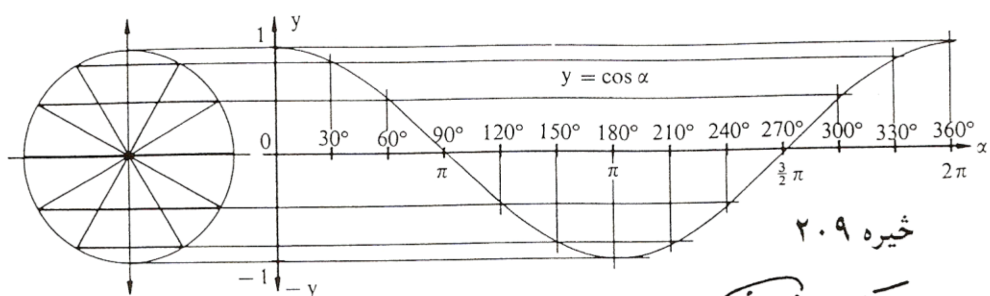
د ساین کږه



Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

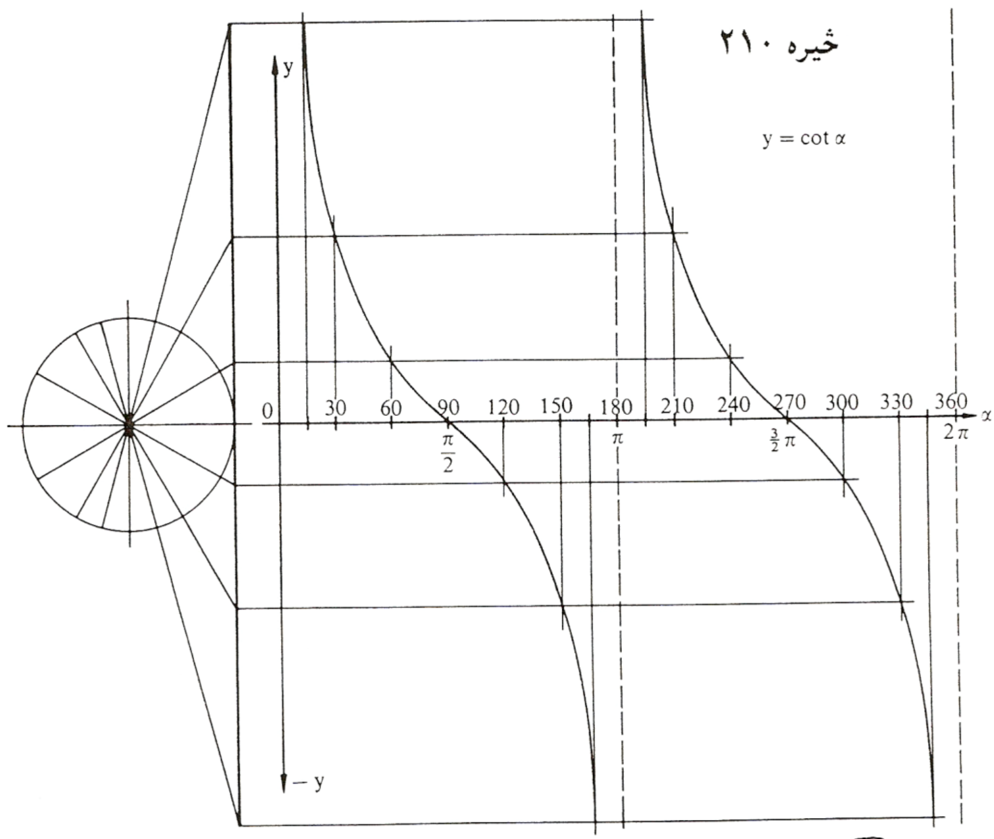
د تنجنت کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

دکوساین کړ.ه



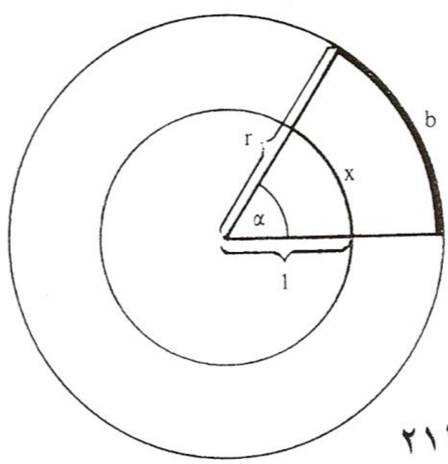
Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

دکوتنجنت کړ.ه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لينده اندازه (لينده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ يا – اندازې سره بلد يو (دمخه وليدل، چې ۳۶۰ درجې پوره ګردي ښايي. هغه، چې لږ ورسره بلد يو يا زيات ورسره بلد نه يو، هغه نوې درجه ده ، چې ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ويشل کيږي. دا په دواړو کچيوونونو يا کچواحدونو کې ګډ دي، چې په ګڼونو اندازه کيږي، بې له کچ يوون؛ ارزښتيږي ريیلګڼونه دي، په داسې حال کي چې وتل ګڼونه (= د تعريف ډيري ګڼونه) يو يوون يا واحد (درجه يا ګون) لري. دا په کارونه يا عمل کې موږ زيات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لينديې کچ سره د کونجکچ لپاره يو ور زيات امکان پيدا شو.



خيره ۲۱۱

کونج لويي په واقعيت کې يوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه يا عمل کې کيدی ونه ليکل شي يا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چې د کونج لپاره په تريګونومتريکي بلواکو کې اېښودل کيږي (د بيلګي په توګه sin)

ارګومنت (Argument تعريفډيري) بلل کيږي. په تعريفډيري کې کيدی شي چې نوې درجه ، زړه درجه او يا لينده کچ وکارول شي. کاروونکي دې پام ولري چې په جبشميري کې همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکي دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه گردیبرخوکی وښوول شو (گردیبرخی د مخه څیړل شوي دي) چی هر کونج پورې یوه گردبرخه یا گردی لینده اړه لري، نو ټولی گردی پورې ۳۶۰ درجی کونج یا $2\pi r$ اړه لري، یوه کونج $\measuredangle$ پورې بیا یوه لینده b اړه لري، کومه چی په چاپېرۍ ځانګړی همداسی نیسي لکه په پیل کی $\measuredangle$ و ۳۶۰ درجو ته . دلته گردیګڼ دی : $\pi = 3{,}14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلګه:

کونج $\measuredangle = 60°$ له گردی د ۱۰ سانتیمتره وړانګي سره یوه په لاندې ډول گردی لینده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10{,}47$ cm غوځوي یا بیلوي. د گردی چاپیری دی : $U = 20\pi = 62{,}83$ cm

همغه کونج $\measuredangle$ د ۵ سانتي متره وړانګی سره گردیلینده

$b = 10\pi . 60° : 360° = 5{,}236$ cm

غوځوي. دا گردی لاندې چاپیری لري: $U = 10 = 31{,}416$ cm .

له گردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څټ یا برعکس کونج گردیلینده

$b = 2\pi . 60° : 360° = 1{,}047$ cm

غوځوي» د دې گردي چاپیری فقط $U = 2\pi = 6{,}283$ دی .

له بیلګي څرګندیږي، چی لینده اندازه په همغه اندازه زیاتیږي لکه وړانګه. له دې امله کیدی شي خپله شمیرنه په یوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده یا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعریف: په یوونګردي د گردیلیندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتریکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لينده کې بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ) . \pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x / \pi)\, 180^\circ = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کې لپاره په خوښه ریيلګڼونه پرېښوول شوي.

بيلګې :

$$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)}$$

$$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$$

$$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$$

$$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$$

$$\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راځرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفډيري ته، په لينده کې راتلی شو. دا کونجبلواك پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواك دی، دا په دې مانا، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

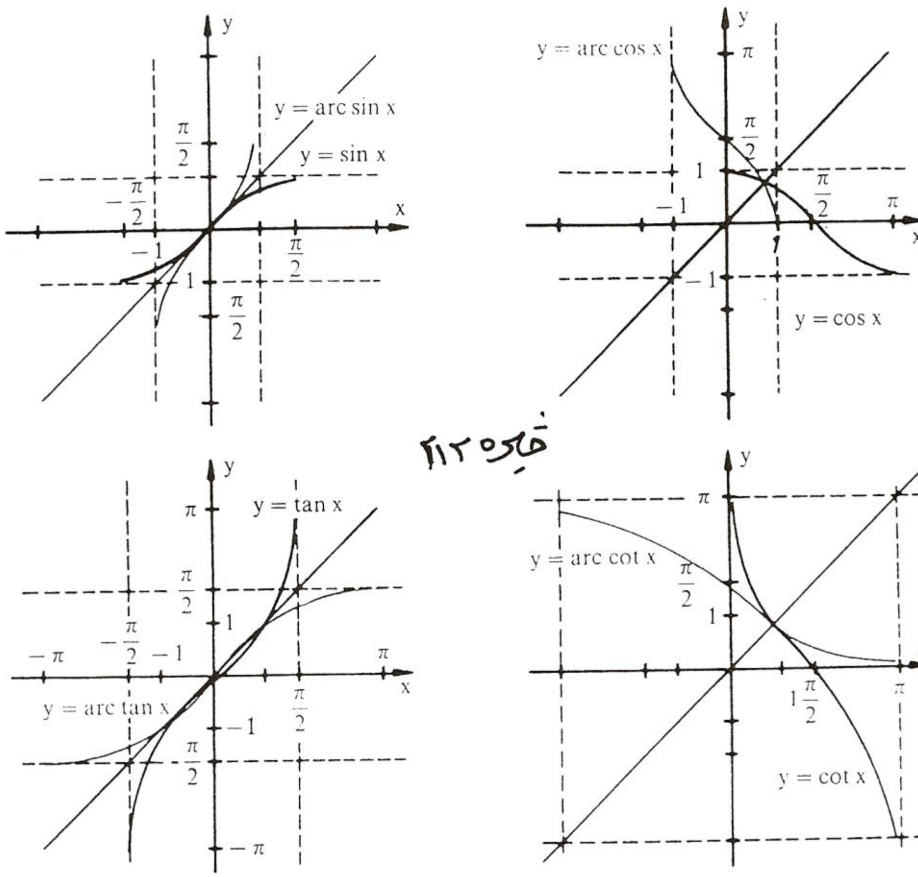
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكراريږي. د دې لپاره چې په څرګنډېدنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډېرى په يوه برخه ډېري رابند يا محدود شي.

تعريف : د يوه (رابند يا محدود) تريګونومتريكي بلواك په څټ بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا څيكلومتريكي بلواك (لاتين اركوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته arc sin(x) لوستل كيږي »د x اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډېرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډېرى دى او په څټ اركومنت يا تعريفډېرى دلته تل يو رييلګڼ دى.

Trigonometrische Funktion تریگونومتریکی بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څېره ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°
2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°
3. arctan (− 100) = − 1,5608 (rad) = − 89,43°
4. arccot (− 70) = − 0,0143 (rad) = − 0,82°

۵ – دا چې کونجبلواک و ارکوسبلاك يو د بل په څټ بلواك دي نو باور لري٠

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$
$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$
$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$
$\cot(\operatorname{arccot}(y)) = y; \quad \operatorname{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$
$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$
$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$
$\operatorname{arccot}(\cot(60°)) = \operatorname{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جبشمیري کارونی یا استعمال لپاره

داچی پخوا معمول جدولونه د بلواك تعریفېدیري او ارزښتېدیري شمیرلو لپاره له کاره غورځول شوي دی او دنده یی ایلکترونیکي ماشینونو نیولی ده، غواړو چي د جبشمیري استعمال په هکله هم څه ووایو

کورکمپیوتر زیات وخت داسی فنکشنونه یا بلواکي لري یا وظیفی په کلك اختیار کی لري، چی د درجي اوړون په لینده کچ او په څپ کوي، مګر شمیردرځ په توګه باید د شمیرونکی په پروګرام کی ځای په ځاي شوی وي.

پوره اسانتیاوې او زیاته کارونه د جبشمیرې په غاړه پرته ده، دلته دې توکمی د < .... > سره په نخښنه شي:

په قاعده کی دریی بلواك ورکړشوي دي : < sin > ; < cos > ; < cot > کوتنجنت بیا داسی شمیرلکیدی شي، د < tan><1/x > . د < INV > – توکمي سره سړی ارکوسبلواك ته راځي: نو < INV><sin > ارکوس ساین دی. په عمومی توګه کونج – بي پروا که په لینده کچ او یا درجه کچ ورکړ شوي وي – باید د فنکشن له مخه ورکړ.

بیلګي

١ لاندې جدول همغه د کارونی یا اتعمال لپاره د جبشمیري چمتووالی ښای :

Winkelmaß کونجکچ	TR-Modus په نخښنونه	Beispiel بیلګه.
Altgrad زړه درجه Neugrad نوې درجه Bogenmaß لینده کچ	DEG GRAD RAD	$\sin 45° = 0{,}7071$ $\sin 50^{g} = 0{,}7071$ $\sin \frac{\pi}{4} = 0{,}7071$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. Zu ermitteln	Tastenfolge	Anzeige im Display	Modus
sin 45°	45⟨sin⟩	0.707106781	DEG
$\sin \frac{\pi}{6}$	⟨π⟩⟨:⟩6⟨sin⟩	0,5	RAD
cot 30°	30⟨tan⟩⟨1/x⟩	1.732050808	DEG
arccos 0,5	0.5⟨INV⟩⟨cos⟩	60(°)	DEG
arccos 0,5	0.5⟨INV⟩⟨cos⟩	$1.047 = \frac{\pi}{3}$	RAD
arccot 2	2⟨1/x⟩⟨INV⟩⟨tan⟩	26.56505118°	DEG
sin 220^g	220⟨sin⟩	−0,3090	GRAD

دلته مهم دی، چی جبشمیری په همغه ټاکلي یوون ترتیب شوی وي. یو «د مخه ټاکنه» (د «مودوس ټاکنه ») د زاړه – یا نوي درجی همدا ډول لینده کچ، د ډیرو جبشمیریو مودلونو سره د تکمی <DRG> څخه لاس ته راځی یا د بیلګي په توګه < MODE >.

د ورکړشوي درجه ګڼ اوړون په لینده کچ د < <– DRG > سره سورت نیسي.
بیرته یا په څټ سړی داسی راځي– لکه چی لرل مو– د <INV> – تکمی سره.

بیلګی

60°	⟨DRG⟩	60(rad)
60	⟨DRG⟩	60(grad)
60°	⟨DRG →⟩	1.047197551(rad)
1.047197551	⟨DRG →⟩	66.66666667(grad)
66.66666667	⟨DRG →⟩	60°
60°	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	66.66666667(grad)
66.66666667	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	1.047197551(rad)
1.047197551	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	60°

دلته ګراد نبنونه (gard) نوی درجه ده یعنی ګون(gon).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنی جشمیري په دې برسیره نور زیات امکانات هم لري ، نتیجی یی په ګراد دقیقی، ثانیي اویا لسیز سیستم ورکړ شوي دي. بدلون بیا د تکمی <DMS-Dd> سره صورت نیسي:

26.75° 30°15′	⟨inv⟩⟨DMS – Dd⟩ ⟨DMS – Dd⟩	26°45′ 30.25°

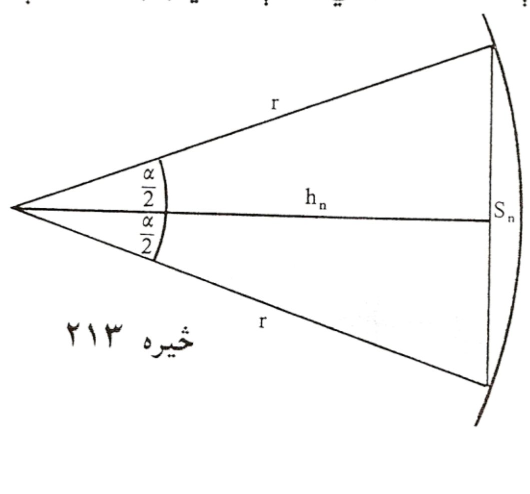
د " 30° 15" " ورکړه کیدی شي د جبشمیري سره مختلف بدلون ولري دلته دې د جبشمیری د لاس کتاب څخه ګټه واخستل شي (یادونه: زه پوهیږم چی داسی شیان موږ متآسفانه په خپل هیواد کي نه لرو ، خو په هر صورت یي لیکل ضرور دي، دا پرمختګ موږ هم خپل شاته نه شي پریښوولی)

پیلبیلګه: دلته دي S_n د یوه منظم n– ګوډي د اړخ اوږدوالی وي، چی په یوه ګردی کی چی وړانګه یی $r = 5$ cm ده، راګیر دی.

الف) وښایي چی

$$S_n = 2r \cdot \sin(180° : n)$$

ب) د یوه داسی n– ګوډي چاپیری U_n وشمیری ، چی $n = 8;16;32;128$ وي، او په نزدې توګه یا تقریبي د دې ګردي چاپیری د دې وړانګي r سره وښایی .



خیره ۲۱۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په همدې ډول n– ګوډی له هوارو A_n څخه په نږدې توګه یا تقریبي د ګردی ـــ هواره A وښایی .

اوبی (حل : هر n– ګوډی کیدی شي په n مساوي دریګوډیو ټوټه کړی شي.
د هغو د څینتریکونج ∝ لپاره باور لري $360° / n = \propto$. د جګی یا جګوالی h_c
د کښلو سره په هر مساوي پښیز دریګوډي کي ولاړکونجیزې نیایی د څنتریکونج
یا منځکونج سره لاس ته راځي :

$$\frac{\propto}{2} = 360° / 2n = 180° / n$$

بر سیره پر دې صدق کوي

$$(S_n /2) / r = \sin\frac{\propto}{2} \Rightarrow S_n = 2r . \sin\frac{\propto}{2} = 2r . \sin(180° / n)$$

b) $U = n.S_n = 2r.n.\sin(180°/n) = 10n.\sin(180° / n)$

د ارزښتشمیرنو د غلطی مخنیوی لپاره همدفمند یا موخه ور دی، که
په دغه همغه لړپیرلپسی تکمی وکارول شي یا استعمال شي .

```
180° ⟨STO⟩ ⟨:⟩   8⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩   8⟨·⟩10⟨=⟩ 30.614675
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩  16⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩  16⟨·⟩10⟨=⟩ 31.214452
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩  32⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩  32⟨·⟩10⟨=⟩ 31.365485
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩  64⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩  64⟨·⟩10⟨=⟩ 31.403312
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩ 128⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 128⟨·⟩10⟨=⟩ 31.412773
```

پ) د ډیرګوډي هواره د دریګوډیو هوارو د یوځایوالی څخه لاس ته راځی
د هر دریګوډي هواره ده: $0,5 . S_n . h_n$. د

$$h_n = r.\cos(180° / n)$$

او

$$S_n = 2r . \sin(180°/ n)$$

له امله داسی دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = n \cdot 0{,}5 \cdot s_n \cdot h_n = n \cdot \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \cdot r \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{n}\right).$$

$$A = r^2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \cos\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = r^2 \cdot n \cdot 0{,}5 \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)$$

له دې سره د نرې [illegible]

360° ⟨STO⟩ ⟨ : ⟩ 8 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 8 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 70.710678
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 16 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 16 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 76.536686
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 32 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 32 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 78.036129
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 64 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 64 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 78.413712
⟨RCL⟩ ⟨ : ⟩ 128 ⟨ = ⟩ ⟨SIN⟩ ⟨ · ⟩ 128 ⟨ · ⟩ 12.5 ⟨ = ⟩ 78.508279

د یوه جشمیرې سره ، چي له یوې زخیرې زیاتی ولري ، لکه چی پام به مو ورته کړی وي ، د کونجونو برسیره نورې ثابتي هم زخیره کیدی شي» په یوه منظم پروګرامونړ ماشین سره کیدي شي چي د دا ډول شمیرنو لپاره د ګوډونو ګڼ څخه ت شو یا د ګوډونو ګڼ باند ې صرفنظر وشي .

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چی یوه کونج بلواك تعریفېږی یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چی د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړی ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعريف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{پرته کاتيت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{هيپوتينوزي}}}{\frac{\text{پرته کاتيت}}{\text{هيپوتينوزي}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسيره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

په تريگونومتريکي بلواکو کې هيله ده ، چې د پوتنځ ليکدود په پام کې ونيسی.
په لاندې پاملرنی سره :

$$\sin^2 x = (\sin x)^2 \neq \sin(x^2) = \sin x^2$$

په لاندې کې gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی يا پلټونی په مانا دي

gegeben (ورکړي) / gesucht (غوښتونې)	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$

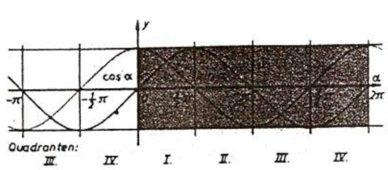
$\cos x$	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	$\cos x$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
$\tan x$	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	$\tan x$	$\dfrac{1}{\cot x}$
$\cot x$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	$\cot x$

لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی ($180°$)) لري.

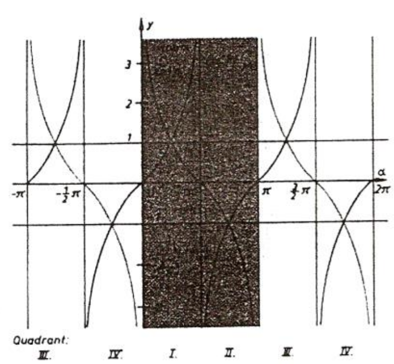
$$\left.\begin{array}{l}\sin(x \pm 2k\pi) = \sin x \\ \tan(x \pm k\pi) = \tan x\end{array}\right\}\ k \in N$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos(x \pm 2k\pi) = \cos x \\ \cot(x \pm k\pi) = \cot x\end{array}\right\}\ k \in N$$



خیره ۲۱۴

د ساین – او کوساین فنکشن پریودیک راګرځیدنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجنت او کوتانجنت فنکشنونو پریود یا تل بیرته راګرځیدنه:

بیلګې:

بیلګې :

$$
\begin{aligned}
&\sin 50^\circ &&= \sin(50^\circ + 360^\circ) &&= \sin(50^\circ - 720^\circ) &&= 0{,}76604 \\
&\cos -30^\circ &&= \cos(-30^\circ - 360^\circ) &&= \cos(-30^\circ + 1080^\circ) &&= 0{,}86603 \\
&\tan 2{,}5 &&= \tan(2{,}5 - \pi) &&= \tan(2{,}5 + 5\pi) &&= -0{,}74702 \\
&\cot 10 &&= \cot(10 + \pi) &&= \cot(10 - \pi) &&= 1{,}54235 \\
&\sin 35^\circ &&= \sin(180^\circ - 35^\circ) &&= -\sin(180^\circ + 35^\circ) &&= -\sin(360^\circ - 35^\circ) = 0{,}573576 \\
&\cos 35^\circ &&= -\cos 145^\circ &&= -\cos 215^\circ &&= \cos 325^\circ = 0{,}81952 \\
&\tan 0{,}6109 &&= -\tan 2{,}5307 &&= \tan 3{,}7525 &&= -\tan 5{,}6723 = 0{,}700208 \\
&\cot 0{,}6109 &&= -\cot 2{,}5307 &&= \cot 3{,}7525 &&= -\cot 5{,}6723 = 1{,}428042
\end{aligned}
$$

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو، نو برسیره پر دې روښانیږي:

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګی:

	α	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځې د جبشمیرې یا کمپیوټر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

دلته د همداډول یا همداسي په معنا دی

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

$$\sin x = \cos(\ \ /2 - x) \qquad \cos x = \sin(\ \ /2 - x)$$
$$\tan x = \cot(\ \ /2 - x) \qquad \cot x = \tan(\ \ /2 - x)$$

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

$\sin\ \ = a / c$ او $\cos ß = a / c$

د $\ \ = 90° - ß$ له امله لاس ته راځي :

$\sin\ \ = \cos(90° -\ \ )$

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس ته راتلی شي.

دا له څیرو څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، ځکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د $/2$ $x =$ کرښی ته یو بل سره محورسیومتري څغلي :

له څیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos (x) = \cos (-x)$$

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

$$\sin (x) = -\sin(-x),\ \tan(x) = -\tan(-x)\ ;\ \cot (x) = -\cot(-x)$$

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

بیلگی:

$$\sin 60° = -\sin (-60°) = 0,86603$$
$$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$$
$$\tan 150° = -\tan (-150°) = -0,57735$$
$$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینی نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډېل تعریفهیري پورې ساده ډېل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو پو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلگی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x .\cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin (x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2 . $\cos(x+y)\cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

2 '. $\text{cis}(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x \cdot \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

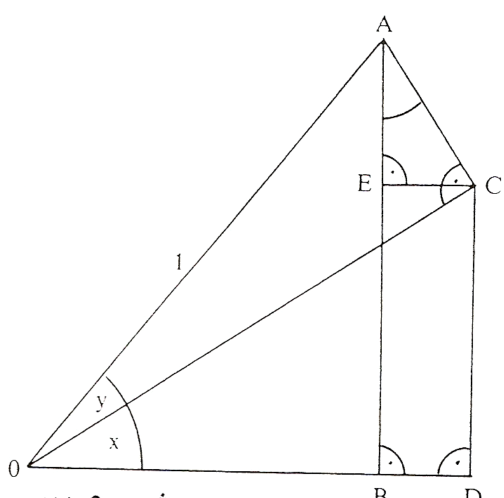
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x+y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x-y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



(c) ketabton.com: The Digital Library

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x+y); \quad |OB| = \cos(x+y)$

$$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

$$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسېره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x+y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1'. **2'.**:

3. **4.**: $x = y$. ځای پر ځای کېږي

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کیږي ده

پس له هغه $\sin x = \sin(z+t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

همداسې $\sin y = \sin(z-t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه څخه ځي

7.: $x = y = z/2$ کیږي ده

$$\Rightarrow \cos(x+y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ریښه نیوني له لارې ښوونه لرو

په (*) $\sin^2 z/2$ کې $1-\cos^2 z/2$ کیږده:

۹ – ۱: دا اړیکې له ۱ او اوم او تانجنت پیژند څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) + d$

لکه چی په پیل کی مو وویل په طبیعت او تخنیك كي ډيرې پيښي شته دی چي تل بیرته راکرځي یا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشریح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساین بلواك بسيا نه کوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساینبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نیسي، له بلي لور داواقعي د كونج په واك کی نه دي بلکه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځیدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانیولکیدی. له دې امله د ساین بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره باید موډيفيځير شي یا یی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثیر په لاندې لیدنه کی راټول شویدي، ګراف یی ورزیاتی خیرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوساین بلواك چي په $\pi/2$ سره راکښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستن: له کینې لور څخه)

بلواك	تاثير	دکارونی ساحه	بیلګی
$y = \sin(x)$		ټولی تلبیرته راګرځیدونی تعامولونه	څیره ۲۱۷
$y = \sin(x) + d$	د y-لور ته بڼې راکښنه	د یوه مساوي او برل شپېلونګ یوبه بل پر لوري	څیره ۲۱۸

شکل			
شکل ۳۱۹	په بدل برېښنا جريان کې د برېښنا او مشينونو تحليل دوه بنسټونه	د فاز تغير يا ځای بدلون	y = sin(x+c)
شکل ۳۲۰	د يوه پندول حوزه بدلنه	د امپليتود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	y = a . sin(x)
د شکل ۳۲۱	د يوه بنسټيزې [illegible] څېړنه په يوه وخت دا دوره [illegible] لېږدونه [illegible] الوېه او اوږدوالی	د پېريود تغير يا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په تکرار کېدل b <0 په شا ګرځېدنه له محور دی	y = sin(bx)
شکل ۳۲۲	کمپلکس پېريودي جريان يا عمل	عمومي حالت	y = a . sin(bx+c)+d

تمرينونه

۱ – د لاندې ورکړې سره ښيره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44'' =

۲ – په درجه کچ ي وليکی

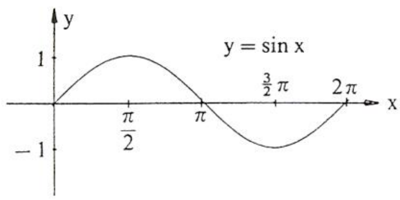
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x (2/3)\pi$

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

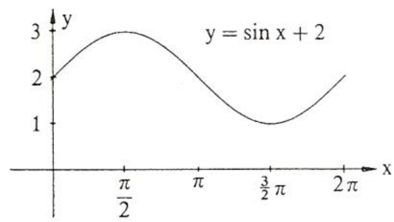
۳ – په لينده کچ يی وليکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

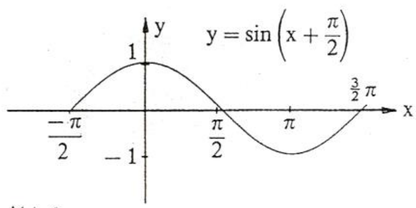
(c) ketabton.com: The Digital Library



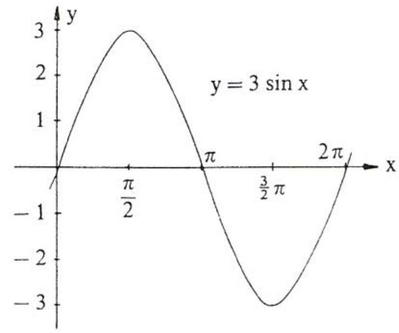
شیره ۲۱۷



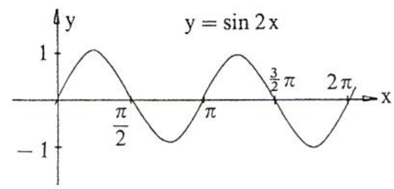
شیره ۲۱۸



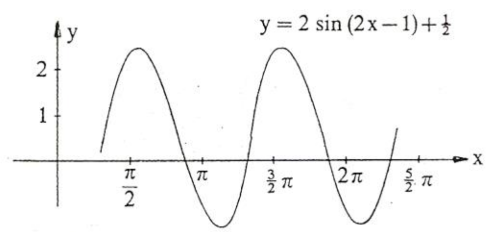
شیره ۲۱۹



شیره ۲۲۰



شیره ۲۲۱



شیره ۲۲۲

د دې بلواك ګراف د ساین کږې $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه څله کیدل

۲ – د نیمی راګرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

۳ – په یوه یوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8 s) cos α = 0,9 t) tan α = 2,5

u) cot α =-1 v) sin φ = 0,3 w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4 y) cot φ = 0,3 z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوټي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټې وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوټي

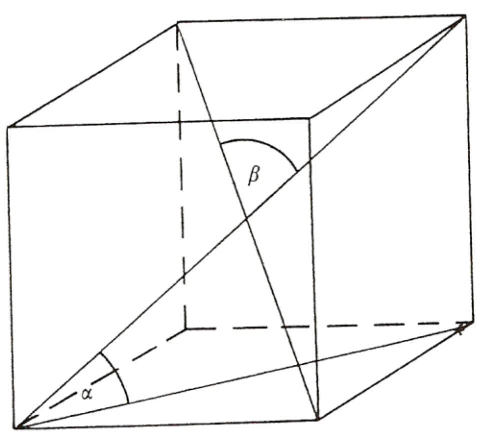
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز (α > 90°)

دریګوټي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز

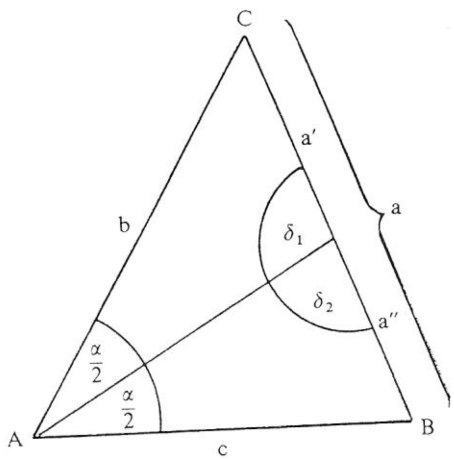
دریګوټي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟
څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګی
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm
دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.
دد دواړو ګردیو د تماس مماسونو غوڅکونجی وټاکی او د کلړي غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د ساین جملی په مرسته حل (اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته، چي ۱،۵۰ متره جګ دی، یوه زینه ورجګه شي میلانکونج ∠ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟
ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟
پ) د یوه زوړندې پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

یو د اوبنی یا د اوبو بیلر (کله= ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه پورته خیزول کیږي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

میلانکونج ∠ = °25 لري. د وزنزور په زوړندزور تختې سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور(د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چی هره یوه یی ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج °60 دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په ځمکه لمرووړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونتېکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چی جګیدونکوج یی ∠ = °18,5 او پښیتېکی یی °8=ß لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدتېکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د پښی ټکي څخه ۵۰ ،۴ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چی ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په ځمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنستېټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چی د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چی جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟

۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ

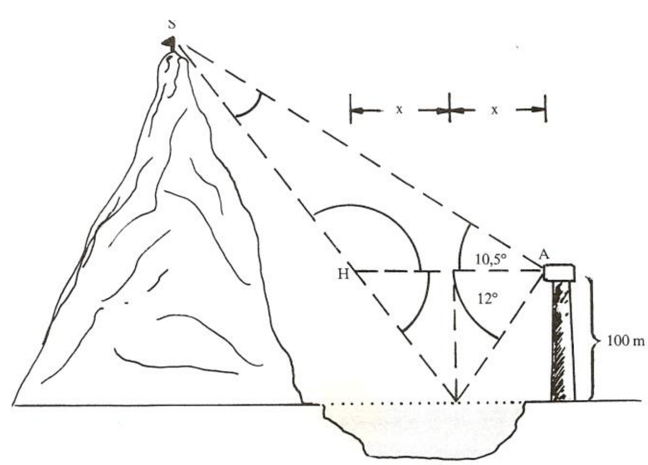
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟

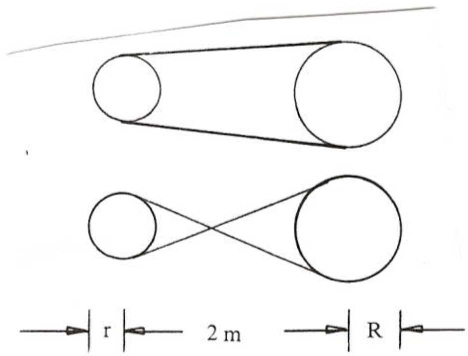
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟

۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د بحیرې لور ته °14 میلان لري، د دننه لور ته °28 میلان لري. د ډنډ بنسټ څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟

۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د °12 پریوتکونج لاندې لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج °11 لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره



(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړی، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

$r = 22$ cm , $R = 35$ cm ,

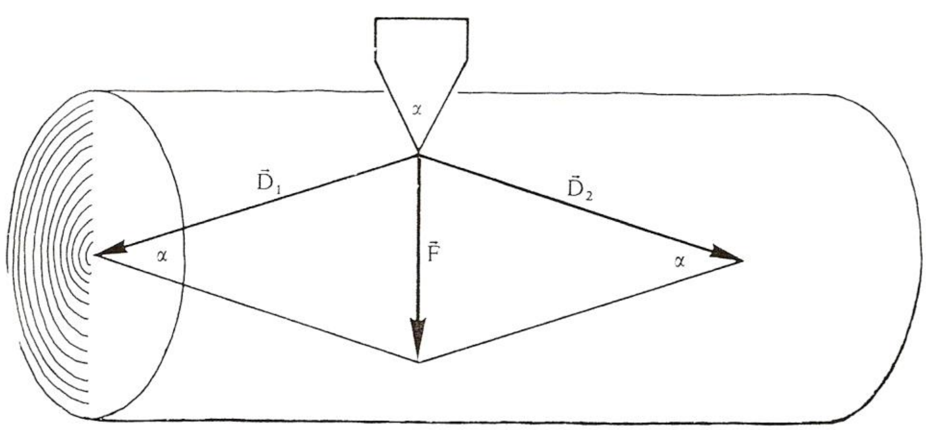
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړی به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو واکي څیدلې وي ؟

---

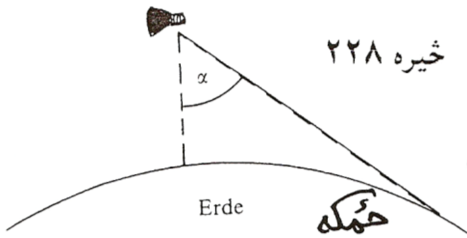
۲۴ الف) د ونی په ستنه یو کایل)موړی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چی د ستنی درځونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D| = |F|$ ؟



خیره ۲۲۷

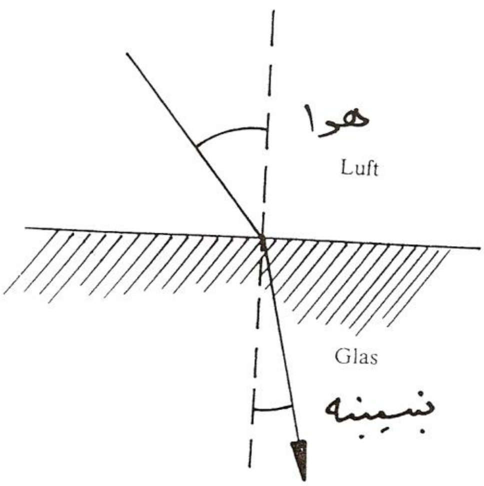
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه ∝ کونج لاندې لیدل کیږي (خیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکې وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\propto}$ = 120km/h سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په 115° = کونج



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی تیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي. له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

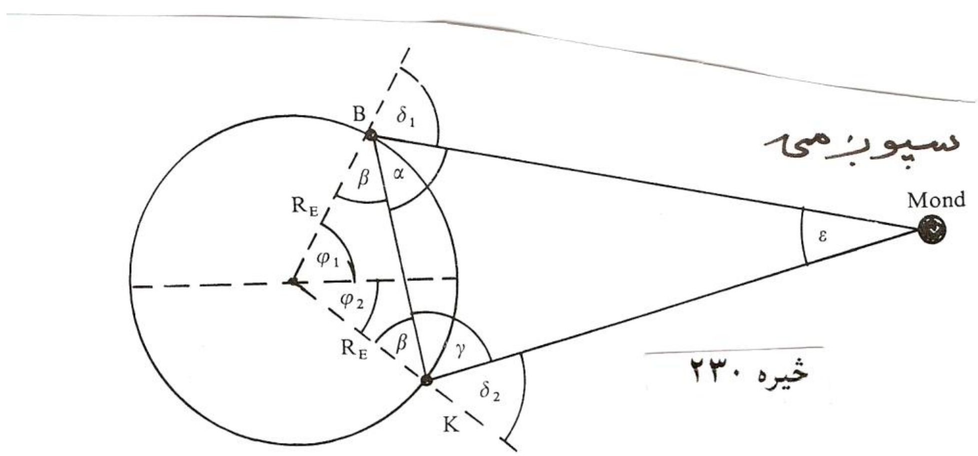
$$\sin \alpha \;/\; \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو n = 1,5 (1,33) دی وښایي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړۍ کې د سپوږمۍ لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کې (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کې ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چې په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمۍ سره په همغه وخت کې تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
$\delta_1 = 32,08°$ او $\delta_2 = 55,72°$.
وشمیرئ $|KM|$, ß , $|BK|$ او له دې څخه d_{EM} .



خیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin(2\pi/T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi/T)\, t = x$ هغه کونج دی، کوم چې په T وخت کې وهلکیږي. $1/T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولو راګرځیدونکو هوارو زیاتون، دباندې هوارې، او ډکي یا حجومونه، د هوارو متن ټولګی سره ده.
ډکي یا حجمونه په مکعبمتر m^3 په همدې توګه د مکعب متر برخه یا څو واره باندې ورکول کیږي، چې یو په بل اړول یې، لکه چې لاندې ګورو، ساده دي

$$1\ m^3 = 1m.1m.1m = 100cm^3.100cm.100cm = 1\ 000\ 000\ cm^3$$

یعنی :

$$1km^3 = 10^9\ m^3$$

$$1m^3 = 10^6\ cm^3$$

$$1cm^3 = 10^3\ mm^3$$

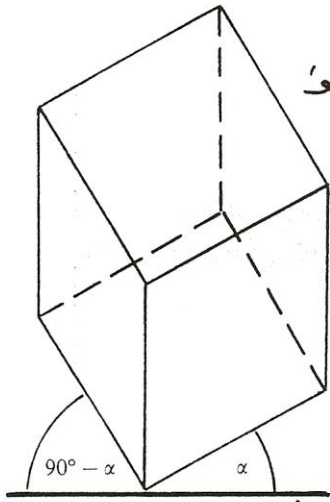
$$1mm^3 = 10^9\ \mu m^3$$

برسیره پردې په پیچلو شکلونو باندې باید یو لیدونکی یا اوپتیکي نظرلاس ته راوړی شو.

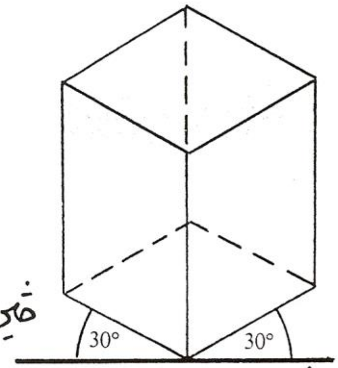
د هندسي بدنونو یا تنونو رسمول

په پرینځیپ کی د بدن درې ډوله ګرافیکي انځورونه موجود ده. دام کی ګیرونه، مابیل انځورونه، او درېتخته ئیز پرویکشن Projektion (دریتیخته ئیز پریوستون).
دا هروې یی مختلفې دندې سر ته رسوي.
د دام ګیرونه اصلآ ددې لپاره په کار راځي، چې د بدن ټوله دباندې هوارې وښولی شي. دا که چیرې راګردي پریکړی شي او سره ونښلول شي، نو د هغه بدن ځیره جوړولی شي.

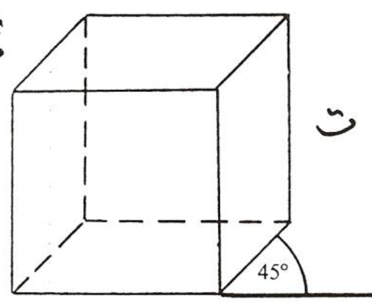
(c) ketabton.com: The Digital Library



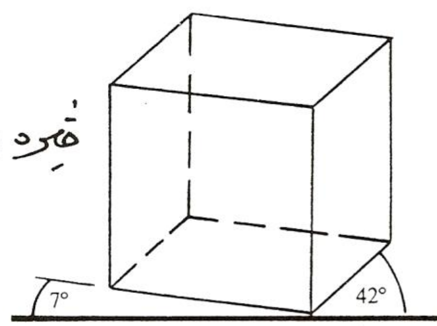
Parallelperspektive:
Militärperspektive



Parallelperspektive:
Isometrie



Parallelperspektive:
Kavaliersperspektive

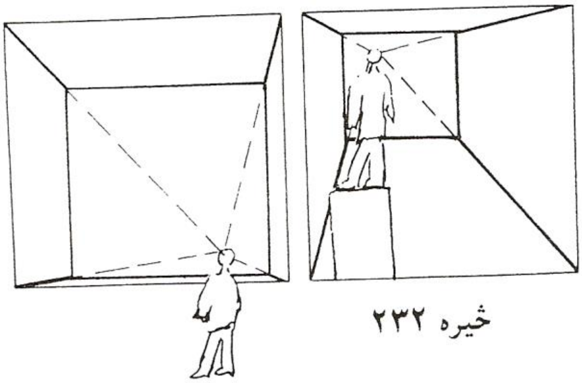


Parallelperspektive:
Dimetrie

د استعمال وړ د نظراچولو (د نظر لاندې راوړلو) کښل، مایلځیره کښل دي. دا هوایي پراخیدنه واضح کوي. دلته د کاوالیر پرسپکتیو (مائیل له پورته) او یوه (چینډښې پرسپکتیو (مائیل له ښکته) ترمنځ توپیر کیږي، مګر د دواړو ترمنځ لاندې ګډه قاعده موجود ده: لیدونکي ته جبهیي (فرونتال) ځغلیدونکی لاینونه په

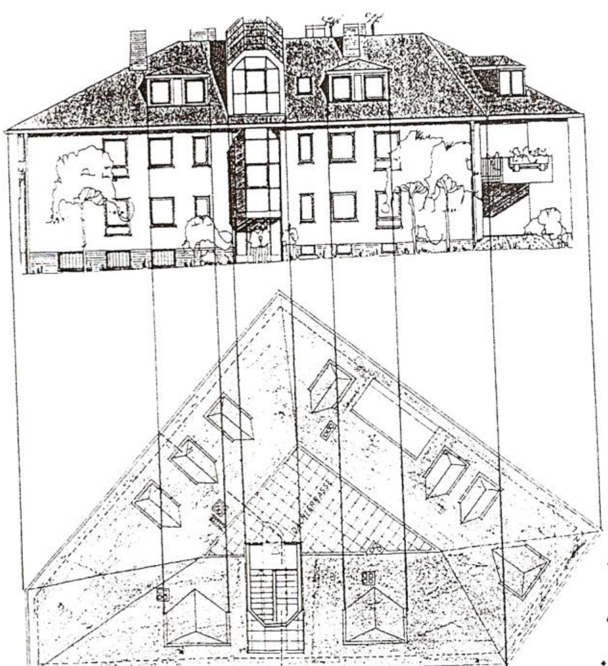
(c) ketabton.com: The Digital Library

نورمال اوږدوالي، له ليدونكي لرې ځغليدونكي لاينونه مائيل او په لنډ ډول كښل كيږي. لنډونه يی د كونج تر واك ده:



خيره ۲۳۲

پروت كونج	30°	45°	60°
لنډوونكی فاكتور	2/3	½	1/3



خيره ۲۳۳

په يوه پرسپكتيو مائيل جوړښت كی طبعآ ځني برخی او نه خيره شوې د شا خواوي وركيږي، دا په دې مانا چي په كښلو كی نه راځي. له دې امله او په ځانګړي ډول كونجلرونكو بدنونو لپاره درې تختئيزپرويكشن (پريوستون) ګټور دی. دا يو درې ځلي ولاړ پريوستني له لارې منځ ته راځي (الف) بنستيز ضرز يا غوځي هواره، (ب) اړخيزغوځي يا درز هواره (پ) پورته درز يا غوځي هواره او دا زيات وخت په جوړښترسمونو كی استعماك مومي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

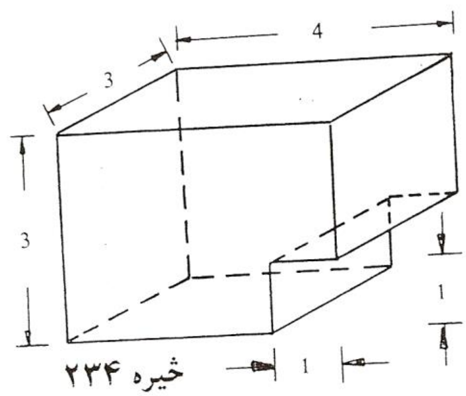
تمرینونه

۱ – د دې څېره بدن څخه درېتختهييز پريوستون وکاږی

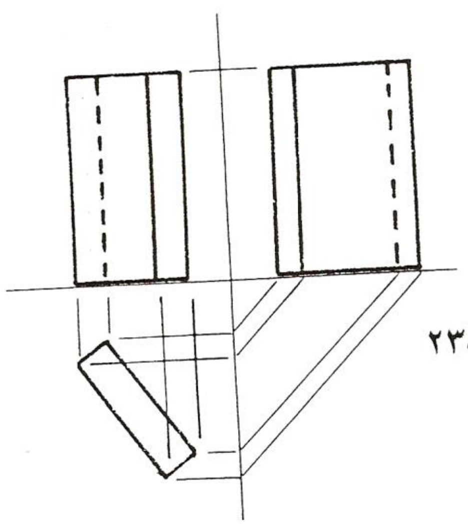
۲ • ددې بدن مائله څېره وکاږی، کوم چې درېتخه ئيزه څېره پورې اړه لري.

۳ – د يوې ولاړې ګردې توتی يا استوانی مايیلی څیرې غوښتل کیږي، چې د بنسټ او ولاړ درځ له لارې ورکړ شوي وي.

۴ – يو شپږاړخي نل يا شپږڅنډيز نل وباسی په غبرګ پرسپتکیو انځورونی سره.



څېره ۲۳۴



څېره ۲۳۵

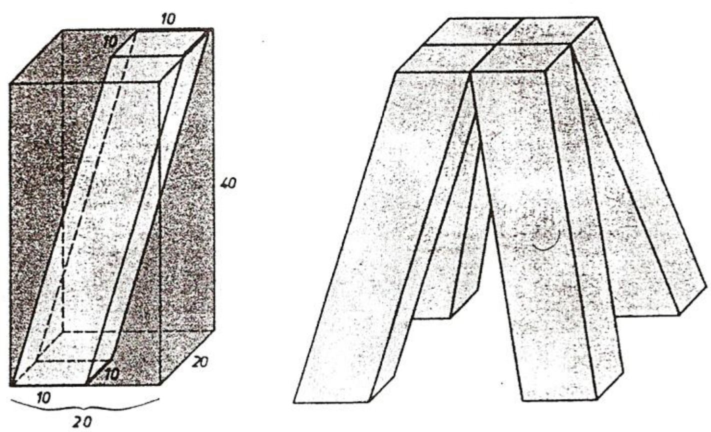
(c) ketabton.com: The Digital Library

پریزماوې Prismen

پیلبیلګه :

۱ = د یوه ستنویا تیرپښو جوړ میز یا Podestپودست(لکه په څیره کې کښل شوی میز) د لاندې جوړښت لپاره یو پښ باید څلور پښې د څلوراړخیز لرګیو په څیره شوې شکل اره کړي. یوه پښه څومره ډکی (حجم) لري ؟

. $V = 10^2 . 40 = 4000cm^3$



څیره ۲۳۶

۲ – د یوکږولاړې یا مستقیمې پریزما چې جګوالی یې 12 cm دی دباندې هواره او ډکی (حجم)، چې ځمکه او سر یا سرپوښ یې یو سیومتري تراپیخ وي

(c) ketabton.com: The Digital Library

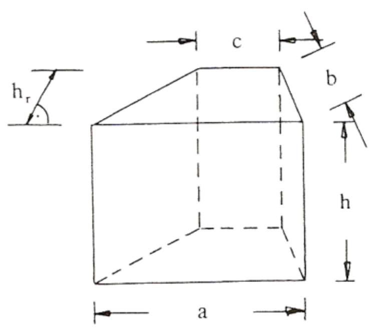
د اړخونو د اوږدوالي $a = 10\ cm\ ,\ c = 6$ او $h_r = 4\ cm$ سره څومره دی؟

د تریخ هواره

$$h_r.(a+c) / 2 = 4.(10+6)/2 = 32cm^2$$

ده، نو ډکی یی په لاندې ډول دی:

$$V = G.h = 32.12 = 384\ cm^3$$



څیره ۲۳۷

د دباندې هوارې لپاره د تریخ اړخ اوږدوالي b ته اړه شته .

دا د پیتاګوراس د جملې په مرسته لاس ته راوړو

$$b = \sqrt{16+4} = 4,47\ cm$$

له دې امله دباندې هواره ده :

$$O = 2.G + (2.b + a\ c),h$$

$$O = 64 + (8,84 + 10 + 6).12$$

$$O = 363,28\ cm^3$$

ساده بدنونه هغه دي، چې یواځې په ډیرګوډیو (پولیګونو) بند شوي وي یا یواځې له ډیرګوډیو راګیر وي، او ددې ترمنځ د بیلګې په توګه بیا پریزما ده.

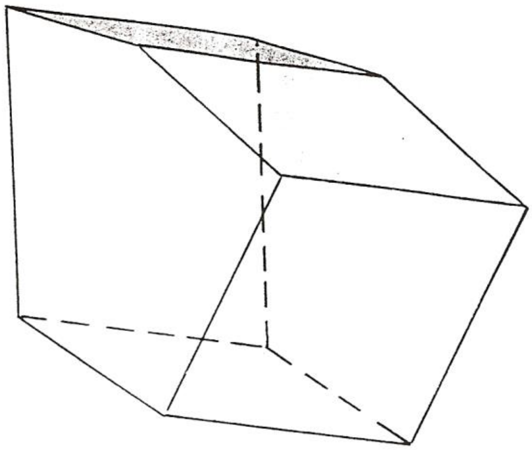
تعریف Prisma : داسې یو هندسي بدن، کوم چې له دوه یو بل سره غبرګو او ګونګروانیځو پولیګونویاډیرګوډیو بند یا راګیروي پریزما بلل کیږي.

د بنسټ او پورته هوارې د کونګروانیځ له امله د اړخونو هوارې غبرګاړخیز دي.

د پورته هوارې (چت) ولاړ اوږدوالی د پریزما جګوالی بلل کیږي. کیدی شي چې د

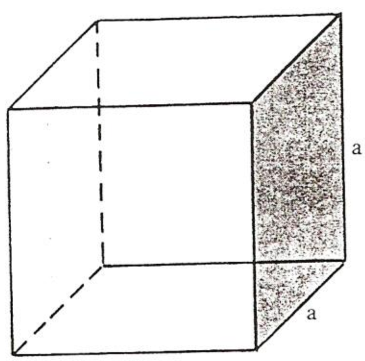
(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه اړخ اوږدوالی د جګوالي باور ولري، نو بیا له ولاړې پریزما غبرېږو.



خیره ۲۳۸

د ټولوخورامنظم او په دې ډول خورا ځانګړي پریزما شپږاړخیز یا مکعب دی (وورفل Würfel) . دا د دباندنی هوراو ۶ کونګروانیڅ مربع خواوې لري، او ژی یا اړخونه(کانتی) یی یو په بل نیغي ولاړې دي.



خیره ۲۳۹

جمله : د یوه شپږ اړخیز یا شپږخوایز (مکعب) د دباندې هوارې O او ډکي (حجم) V لپاره باور لري:

$$O = 6a^2$$

$$V = a^3 = a^2 . a = G . h$$

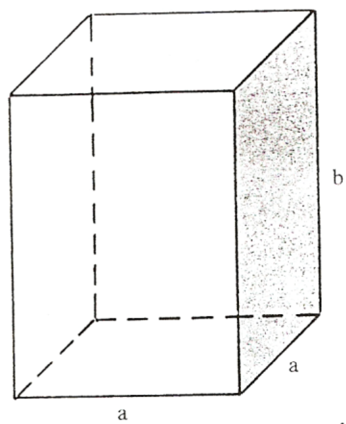
بیلګه : څه شی درونند دی یو کورك(Quark یو شکل لرګي ډوله بدن دی، چی د بوتلونو خولی په پټیږي) مکعب چی د یوه اړخ اوږدوالی یی 0,3 m وي او که یو د اوسپنی مکعب چی د اړخ اوږدوالی یي 8 cm (د کورك ۷ سختوالی g/cm³ ۰,۲ د اوسپنی 7,86 g/cm³)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددې لپاره چې د یوه بدن کتله m لاس ته راوړی شو، نو کلکوالی یا دیښزتی یی د ډکي سره ځلوو.

د کورك مکعب ډکی : $V = (30cm)^2 = 27000\ cm^3$

$m = 27000cm^3 .0,2g/cm^3 = 5400\ g$



شیره ۲۴۰

د اوسپنی مکعب ډکی :

$V = (8cm)^3 = 512\ cm^3$

$m = 512cm^3\ .7,86\ g/cm^3$

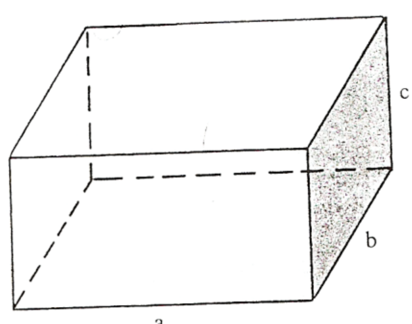
$= 4024\ 32\ g$

د کورکمکعب له دې امله د اوسپنی د مکعب ته نزدې

34% [(5400-4024):4024 ~0,34]

دی. یا په بل عبارت، د کورك مکعب نزدې ۳۴ په سلو کی د اوسپنی د مکعب څخه دروند دی.

که د مکعب ستنه(ځمکه) یا بستې او چتې یا سر مربع پاتی شي او نورې خواوې یی تغیر کړي نو یوه مربع ستن(پینه) لاس ته راځي.



شیره ۲۴۱

که ځمکه او سر هم یوه ولاړکوډیز ته «ټولیز» شي یا « عمومیت » پیدا کړي، نویو کوادر Quader منځ ته راځي. هغه درې مختلفی اړخنیمي، مګر مساوې هوا نیمي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ا هواقطرونه لري. دا د پيتاګوراس د جملې په مرسته شمېرل کېدی شي.

جمله: د مربع ستن د دباندې هوارې او ډکي (حجم) لپاره صدق کوي:

$$O = 4ab + 2a2$$

$$V = a^2 b$$

د اړخونو نيميو اوردولای په لاندې ډول دی

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad d_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

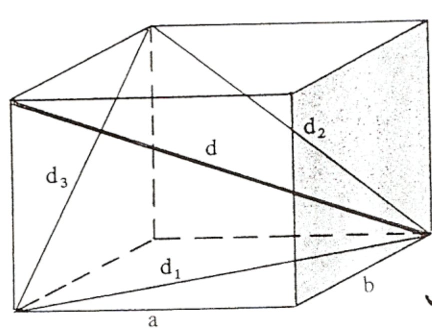
$$d_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

د هوانيميو لپاره صدق کوي:

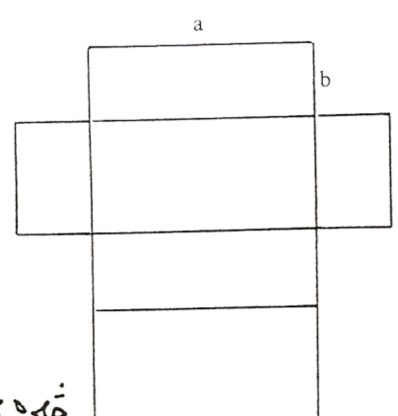
$$d = \sqrt{d_1^2 + c^2} = \sqrt{d_2^2 + b^2} = \sqrt{d_3^2 + a^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

خيره ۲۴۲ الف



خيره ۲۴۲ ب



(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: یو کوادر د کانتو اوږدوالی $a = 5cm$, $b = 4cm$ (بنسټیز هواره a.b) او $c = 12cm$ لري:

د پوښهواره: $M = 2.(5.12+ 4.12) = 216\ cm^2$

دباندې هوار. $O = 2.(5.12 + 4,12 + 5.4) = 256\ cm^2$

ډکی (حجم) : $V = 5.4.12 = 240cm^3$

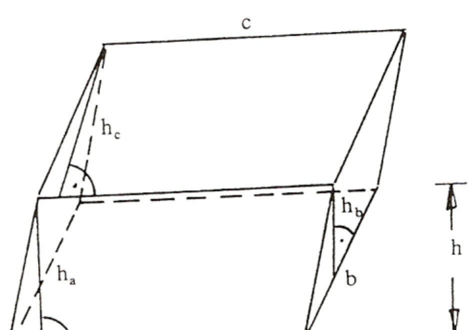
نیمې: $d_1 = \sqrt{25 + 16} = 6,40\ cm,\quad d_2 = \sqrt{25 + 144} = 13\ cm$

$d_3 = \sqrt{16 + 144} = 12,65\ cm$

$\Rightarrow d = \sqrt{25 + 16 + 144} = 13,60\ cm$

یوه مائیل څلوراړخیزه پریزما د جوړه یو بل سره غبرګو کونګروانېڅ څلورکونجیو سره غبرګ اپیپت یا شپات یا په بل عبارت غبرګهواریز بلل کیږي ، چې موږ به یی له دې ورسته همداسی وبولو. د هغو دباندې هواره د هغه د بنسټ- پورته – او اړخهوارې دوه څله ده.

دا د غبرګ اړخیز په څیر شمیرل کیږي او په عمومي ډول باور لري:



څیره ۲۴۳

جمله: د غبرګهواریز دباندې هواره او ډکی دي:

$O = 2.(a.h_a + b.h_b + c.h_c)$

$V = G.h$

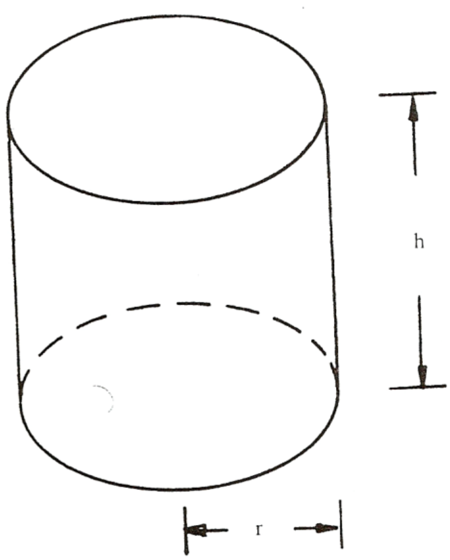
دلته د ډکي شمیرنه د غبرګ اړخیزهوارې په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځیر اجرا کیږي: د بدن جوداشوي توکي یو د بل مخامخ لور تکمیلوي:
یو بل عمومیت یا ټولیزه به د غیر منظم ، مګر په بنسټ یا ځمکه او پورته
کونګروا ینځ ډیرګوډیز پرېښول وی، د هوارې د خواو هوارې بیا غبرګ اړخیز دي.

جمله: د په خوښه پریزما د دباندې هوارې او حجم لپاره باور لري:
د ټولو خواو هوارو زیاتون + بنسټیزه هواره . 2 = O
بنسټهواره . جګوالی = V

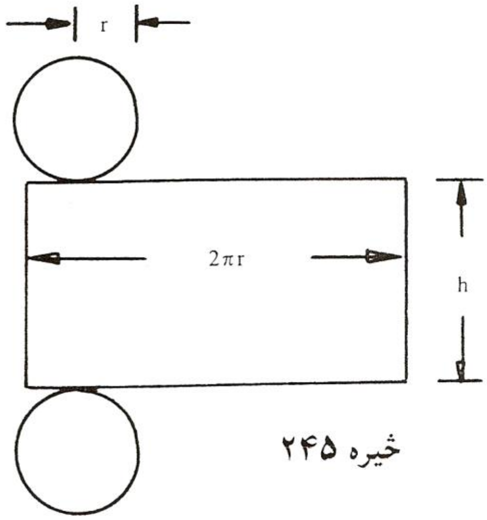
سیلیندر(توته یا استوانه یا ستن)



ځیره ۲۴۴

د هغی نیغي(سیخ ولاړې) پریزما
سره ، چی لاندې او باندې یي
سیومتري – ګوډیز وي – څه پیښیږی،
که د کونجونو شمیر نور هم زیات شي؟
اوس نو لاندې هواره (او په همدي ډول
پورته هواره هم) په ګردي بدلیږي او
دا ډیر سره ګوډیز شوي د خواو هوارې
په یوې کږې یا راتاو هوارې بدلیږي.
یو بدن یو بل سره کونګروا ینځ او
غبرګ لاندې پورته ګردیهوارو سره
ګردیتوته یا ګردیسیلیندر بلل کیږي.
د دی روښانونی یا توضیح لاندې درې
شیان څرګندیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۴۵

۱ – د توتی یا استوانه یا
ګردیسیلیندر د پریزما سره
خپلوان دی.
۲ – ګردي استوانه یا توته پخپله
د په خوښه فورم شوې پورته –
او لاندې هوارو لپاره یو
ځانګړی حالت دی.
۳ – لمړنی څرګندونه د ولاړ
ګردي سلیندر یا توتی یو
ځانګړی مهم حالت وو،
ډکی یا حجم د همغه پرینځیپ
له لارې کیږي لکه د پریزما.
د جال ښوونه یی د
پوښ د خلاصولو له لارې کیږي، له دې سره دوه ګردی تړلي راځي چي لاندې
او پورته(دځمکی– او سرپټی هوارې) هوارې دي.

جمله: د یوه ولاړې ګردی استوانی یا توتی پوښ، دباندې هوارې او ډکي لپاره باور لري:

$$M = 2\pi rh$$

$$O = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r\,(r+h)$$

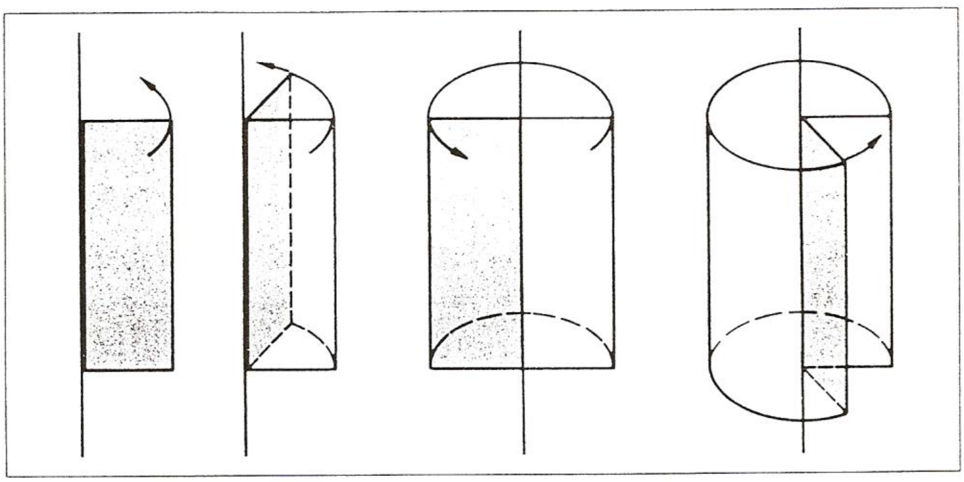
$$V = \pi r^2 h$$

که د یوې استوانی یا توتی څخه منځتکي سیومترې استوانه چی ورانګه یي له مخکی استوانی یا توتی کوچني وي راوباسل شي، نو دې پاتي ته یی سوری استوانه

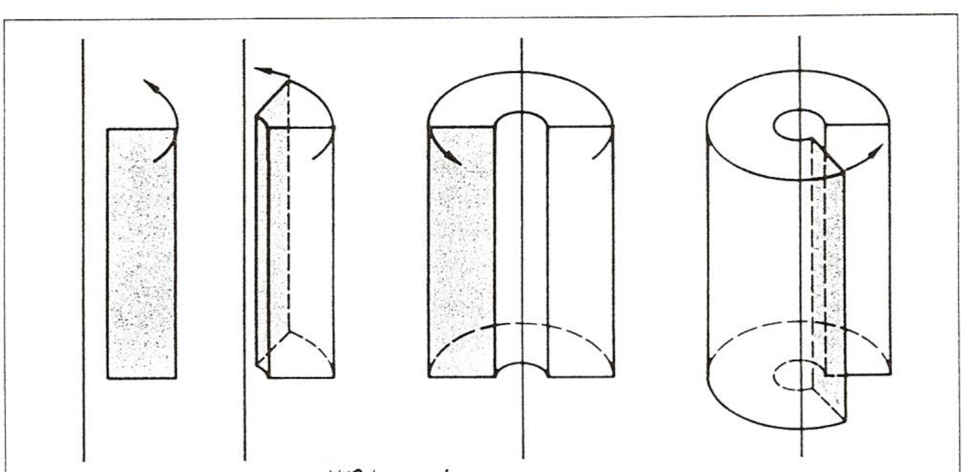
(c) ketabton.com: The Digital Library

که د مخه ونیول شي یا فرض شي، چې دا سلیخ شوي کاغذ 0,1 mm پنډ دی،
نو دلته باید ټول $0,491 . 10000 = 4910,m^2$ کاغذ سلیخ شوی وي.

د ګردي – او سوری استوانی یا توتې یا ستن لاندې د یوه ولاړکونجیز
څرخون(Rotation) هم په خیال کی راوړلی شو:



څیره ۲۴۷



څیره ۲۴۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – یوه سمه پریزما د شپږکوډیز بنسټ– په همدې ډول سرهوارې سره لرو، چی ۵ سانتي متره جګه ده. هربنسټهوارې اړخ یی ۴ سانتي متره اوږددی. ددې ډکی پوښ او پورته یا ټوله راګرده هواره وشمیری.

۲ – یو غبرګهواری ۸۱ مکعب متره ډکی لري او پورته هواره یا ټوله هواره یی ۱۳۲ مربع سانتي متره ده. جګوالی او د اړخ اړخیز c اوږدوالي یی وښایي، که بنسټ هواره یی د اړخونو اوږدوالی ۵ ،۴ سانتي متره او ۳ سانتي متره ولري او دا دواړه اړخونه وي بل سره د ۶۰ درجو کونج جوړ کړي.

۳ – پورته واره او ډکي څنګه تغییر خوري، که د یوه کوادر اړخونه دوه برابره شي؟

۴ – د یوه کوادر دري اړخونه یو بل سره په ۱:۲:۳ ځانتیونه یا تناسب کی پراته دي، دا څومره اوږد دی، که د دې کوادر ډکي ا مکعب متر وي؟

۵ – یو مکعب د هوانیمی $d = 6\sqrt{3}$ لري. نو ټولهواره، ډکی او اړخ(a , V , O) یی وشمیری.

۶ – د شګو موټر کي چی د بارهواندازه یا بارډکي اندازه یي 2,82m×1,68m÷0,55 وي، څومره مترمکعب شګه ځایږي، که دا د پورته اړخ یا کانتي پورې ډك شي؟
د باروړونکي د بار وزن ۱۵ ، ۱ ټنه دی په بارولو به څومره ورزیات شوی وي ، که شګه یوه ډیبنتی، ټیګوالی یا غلظت $\rho = 2\ g/cm^2$ ولري؟

۷ – په یوه هواره کربنه یو د پټلیو بند باید ډك شي. دا کربښتوټه ۲۵۰ متره اوږده ده، دا پټلیبند ۸ متره جګ دی او په بنسټهواره کی ۳۹ متره ، په سر کی ۲۷ متره سرور دی، د ډکولو لپاره به څومره خاوره بسیا وکړي؟

۸ – د سرك جوړولو ماشین څرخونی (د اوسپنی غټ ه استوانه چی سرك پرې پخوې او په سرك یي څرخوې) ۱٫۵ ، ۱ متره نیمی لري او د۲۵ ،۲ متره سرور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه هواره څومره لويه ده، چې خرخې يې په يوه څرخون وهي؟

۹ – يو بايسکل پمپ د ۵ ، ۲ سانتيمتره اوږد ړنا نيمی لري او د پمپ اوږدوالی ۲۸ سانتيمتره دی، د پمپ تشياډکی څومره دی ؟

۱۰ – د دې لپاره، چې د ګيلاس توته په پروتغوځي باندې څېړو يا معاينه کړو، ۲۰۰ ګرامه پارې نه يې ډکوو(ρ = 13,6 g/cm³) . پوهيږو، چې توته هر ځاي کی همغه دننني نيمی لري. دا نيمی څومره دی، که پاره 82 cm جګه وي؟

۱۱ – يوه کچتوته دې، د يوه 5 cm دننه نيمی سره داسی په کچکربنو په نښه شي، چې د هرو دوه پرلپسی کربښو وي د 5 cm³ ډکی وښايي. د دوه څنګ په څنګ کربنو ترمنځ دې واټن څومره وټاکل شي؟

۱۲ – د يوه ولاړګوډيزې وسپنی ټوټې (25 cm × 20 cm) څخه دې يوه کوټی ، بی له سرپوښ او بيښ څخه جوړه شي. ډکی يې وشميری که الف) چاپيری يې د اوږده اړخ سره برابر وي او ب) که چاپيری يې د لنډ اړخ سره برابر وي؟

۱۳ – د لاندې توتو پاتی کڅونه وښايي:

a) r = 5 cm ; h = 12 cm b) r = 9cm ; V = 120 cm³

c) h = 6,5 cm ; O = 300 cm³ d) M = 282 cm² ; V = 424 cm³

۱۴ – توته څومره ډکی لري، که يو د a اړخ اوږدوالي مکعب په کې خوندي وي؟ پوښ او دباندې يا پاسهواره يې څومره دي؟

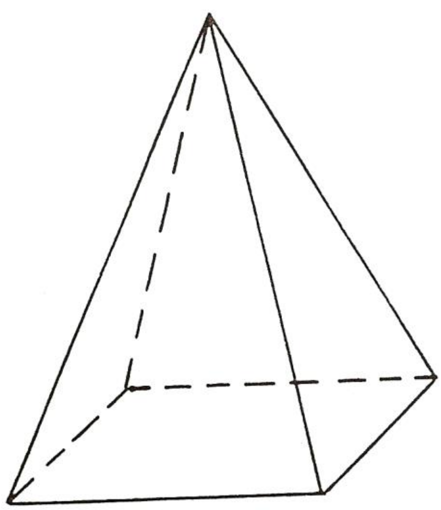
۱۵ – د يوې توتی جګی h او وړانګه r ځانونه (h : r =) 2 : 3 نيسی. ډکی يې 2000 cm³ دی. h , r او M يې وټاکی.

۱۸ – يو ولاړډوله توته يزه ګل کوټی د h = 17 cm جګې سره د سره د سرپوښ او بيښ ايليپسی د دواړو نيممهرونو a = 30 cm او, b = 20 cm سره لري. د دې ډکی څومره دی؟

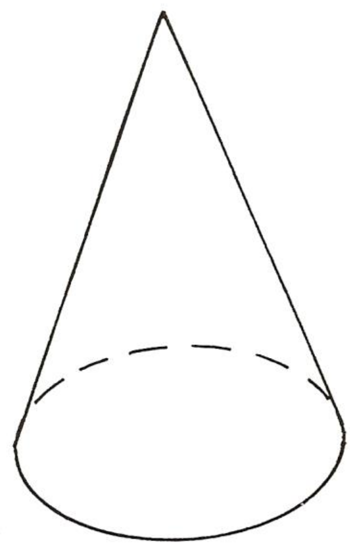
(c) ketabton.com: The Digital Library

اهرامونه او مخروطونه Pyramiden und Kegel

که څه هم دواړه بدنونه بدلو ګروپونو پورې اړه لري– اهرام یواځې هواره راګرځیدهواره لري، مخروط مګر راتاو یا کږه هواره.– بیاهم زیات ګډونوالی لري، نو له دې امله یې یه ګډه غواړو وپیژنو یا معرفي کړو.



خیره ۲۴۹

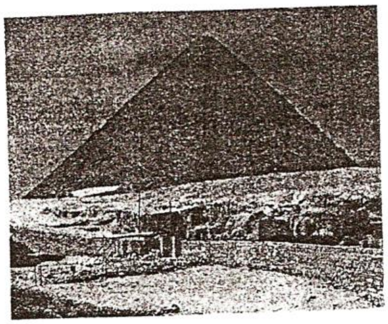


خیره ۲۵۰

پیلبیلګه :

د ۲۵۹۰ او ۲۴۷۰ (م. کال پخوا) ترمنځ په غزه مصر کی په یوه ډیر مصرف د فرعون خیوبس د قبر اهرام خیوبساهرام (Cheopspyramide) جوړ شو. د دې د جوړولو لپاره څه سل زره انسانان په کار واچول شو، چی هغوی نزدې دوه نیم میلیونه

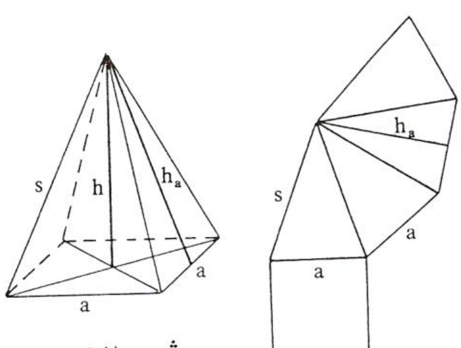
(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۲۵۱

د تیګو بلاکونه پري کړل ، رایي وړل
او یو په بل یی طبقه په طبقه یا پوړی
په پوړۍ باید ایښوولي وی. دا د
خیوبس اهرام ځومره ډکی (حجم)
لري، که هغه یوه لاندې هواره ۲۳۰
متره مربع ولري او جګوالی یی ۱۴۷
متره وي. د هغه لیدوړ دباندې هواره
څومره ده ؟

د خیوبس اهرام د ولاړو اهرامونو ځانګړی حالت جوړوي، ځکه چی د هغی تیره ککره د لاندې هوارې په منځ ټکي نیغه ولاړه ده. هغه اهرامونه چی په هغو کی دا حالت نه وي کاږه یا بهتره مائل اهرامونه بلل کیږي. په عمومي ډول یو اهرام راپورته کیږي، که د ډیرګوډي ګوډونه له ډیرګوډي دباندې ټکي سره ونخلول شي. د کونجونو او سرتیرې نخلونلاین ته اړخکانتی (لنډ : اړخ) وایي . لکه چی د جالښوونه یی ښایي، نو دباندې هواره یي له لاندې اړخ او د اړخیزو دریګوډي د یوځایوالي څخه لاس ته راځي، چی وروستی یي پوښ هم بللي شو یا بولو.



څیره ۲۵۲

که د ډکي یا حجم ټاکلو لپاره د خیوبس اهرام په مربع شکلي پوړیزتجزه شوی وي، په فکر کی راولو چی د پوړۍ جګوالی یی h / n وي. د وړانګي جملی د خورا پورته پوړۍ د هوارې لپاره لاس ته راځي:

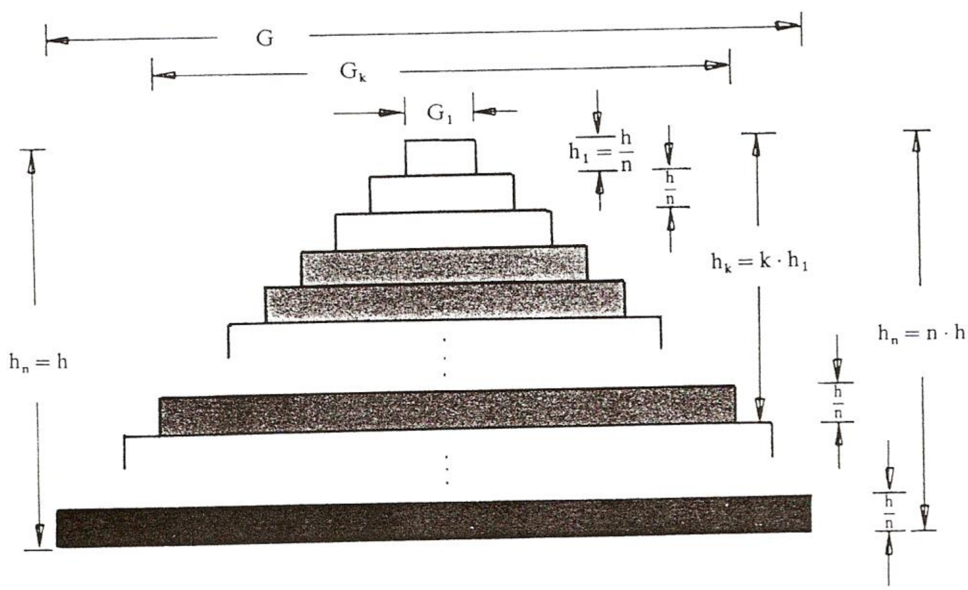
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_1^2 : h^2 = G_1 : G \Rightarrow G_1 = G :(h^2 / h_1^2) = G / n^2$$

په ټولیزه توګه (عمومي ډول) :

$$h_k^2 : h^2 = G_k : G$$

$$\Rightarrow G_k = G.(k/n)^2 \quad , G_n = G$$



شیره ۲۵۳

په دې ډول د k –ام زینې پوړي ډکې (حجم) دی

$$V_k = G_k.h / n = Gh.k^2 / n^3$$

د ټولو پوړیو له زیاتون څخه لرو

$$V_{پوړی} = Gh.(1^2+2^2+...+n^2): n^3$$

$$= Gh\left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}\right) : n^3$$

$$= Gh\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n^2}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پوره ایندوکشیون له لارې لرو (د ا په دې کتاب کی نه څیړل کیږي. ددې موضو لپاره دې ځما دشمیرپوهنی بنسټیز کتاب وکتل شي)

$$1^2+2^2+3^3+...+n^2 = n(n+1)(2n+1) :6 = (2n^3+3n^2 +n) / 6$$

که د پوریو شمیر n نور هم لوي شي، نو بیا یی سړی له میلان څخه نه شي توپیرولی. دې ګڼونپوهی اکویوالنت دا دی چی n هرڅومره لوي شي او n په ماتلاندې کی موجودوي نو هغه په هغو غړو صرفنظر کیدی شي یا هغه غړي له پامه ایستل (لرې) کیدی شي.

په دې پوله حالت کي د اهرام ډکی له لاندې اړیکو شمیرل کیږي.

$$V = G.h / 3$$

دا د خیوبس اهرام باندې استعمالوو :

د اړخونو هواروجګوالی له نیمی لاندې اړخ او جګوالي د پیوتاګوراس د جملی له

لاری شمیرل کیږي: $h_a = 115^2 + 147^2 = 186 , 64m$

په دې ډول یی پوښ دی $M = 4.0,5.186,64.230 = 85853,80m^2$

د دباندې هواری څخه نور څه نه لیدل کیږي.

ډکی یی دی : $V = 230^2 .147 = 7776300m^3$

جمله : د یو اهرام د پوښ، دباندې هوارې او ډکي لپاره باور لري:

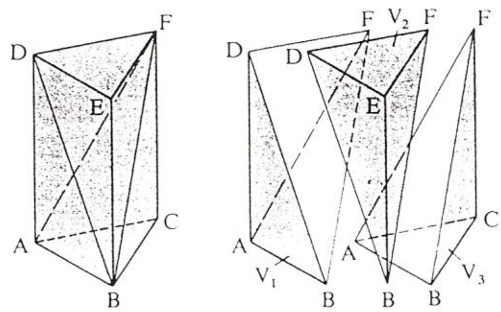
د اړخونو د ټولو دریګوډیو زیاتون = M

بنسټهواره + O = M

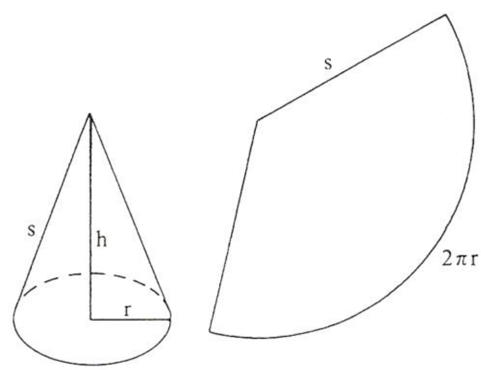
3 / بنسټهواره . جګوالی = V

(c) ketabton.com: The Digital Library

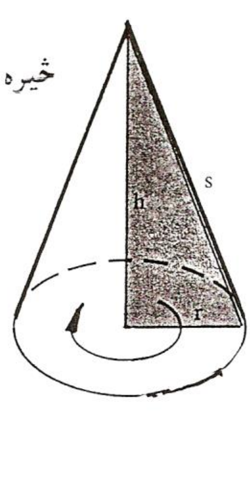
دا فرمولونه طبعاً د مائیل اهرام لپاره هم باور لري د پوړیو شمیرنه بیا طبعاً یو څه اندازه ستونځي لریکه چیرې د یوه اهرام بنسټ یوه ګردي ونیسو نو مخروط لاس ته راځي، مخروط سم ولاړ بلل کیږي ، که د هغه تیره ککره یا لنډه: ککره په منځټکي (نیغه) ولاړه وي، نور ټول مخروطونه مائیل بلل کیږي. دا په لاس کی لرلو له لارې ګورو، چی د اهرام ډکي یا حجم شمیرډول په مخروط باندې هم استعمالیدی شي، که د پوړیو په ځای دلته وړې ستنی په پام کی ونیول شي. لکه په څیره ۷ کي د پوښ خورونه یا پوښ جال ښایي چی پوښ د ګردي ټوټه ده، چی وړانګه یی د بنسټګردي وړانګه ده او لینده یی د ګردی چاپیرونکی کی ورکړ شوی دي:



څیره ۲۵۴



څیره ۲۵۵



څیره ۲۵۶

$$F_S = b.r/2\ ,$$

پس لرو

$$M = 2\pi r.s/2 = s.\pi.r$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

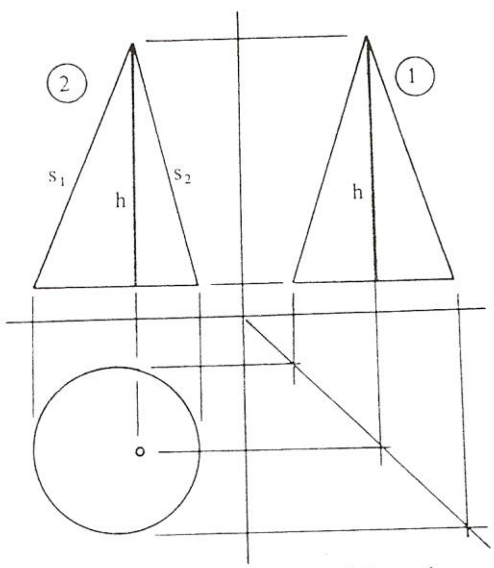
جمله : د ګردي مخروط پوښ، دباندې هواره او حجم لپاره باور لري:

$$M = s.\pi r = \pi.r^2 . 360° / \alpha$$

د $\alpha = 360° . r / s$ سره

$$O = M + \pi r^2 = \pi r (r + s)$$

$$V = \pi r^2 . h / 3$$



خیره ۲۵۷

په پام کی دې وي چی ولاړ مخروط د ځرخون په ځیر هم په خیال کی راوړل کیدی شي: چی په کانتی یا یوه اړخ د یوه ولاړ دریګوډي ځرخون ځخه لاس ته راځي.

بیلګه : د ولاړ ګردیمخروط ډکی وشمیری چی د بنستهواري وړانګه یی ۶ سانتیمتره وي د پوښ یو خورا زیات یا عظمي اوږدوالی یی ۱۵ سانتي، او مینیمال پوښ اوږدوالی یی ۱۱ سانتي متره دی؟ د هیرون دریګوډي فرمول سره سړی د غوځهواري په متن یی اخر ته رسوي. (۲)«

$$F = \sqrt{19(19-12)\ (19-15)(19-11)}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

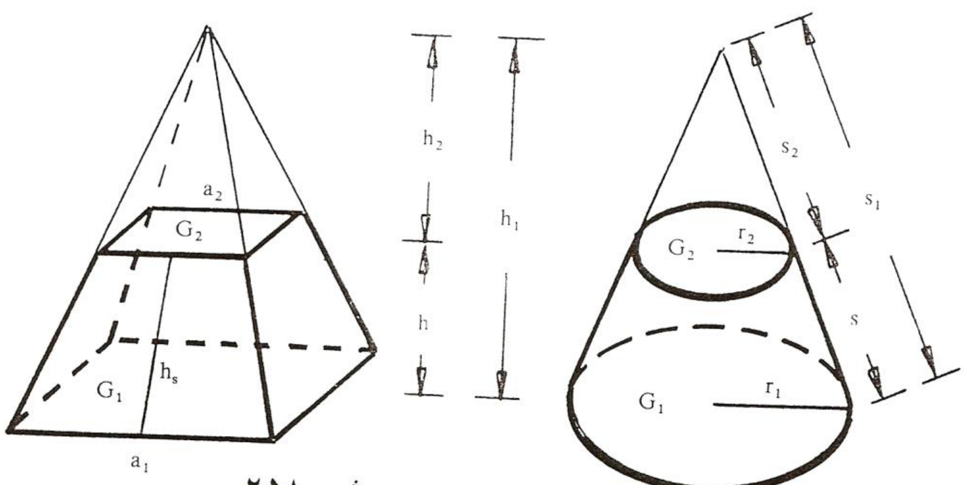
$F = 65{,}238\ cm^2$.

$F = d.h / 2 \Rightarrow h = 2F / d = F / r = 10{,}87\ cm$,

$\Rightarrow V = \pi r^2 h / 3 = 409{,}79 cm^3$.

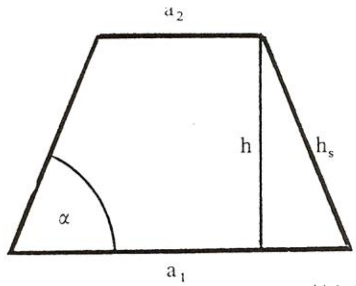
پخ اهرامونه او پخ مخروطونه

که یو اهرام او یا مخروط په یوه اوږدوالي h بنسټهواري ته غبرګ پرې کړی شي، نو پخ اهرام او پخ مخروط ترې راجوړيږي) راپيداکيږي یا منځ ته راځي.
د پخ اهرام پوښهواره د یوه ترپخ شخه عبارت دی چې د دوه دریګوډیو له کمون شخه لاس ته راځي.



شیره ۲۵۸

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۵۹

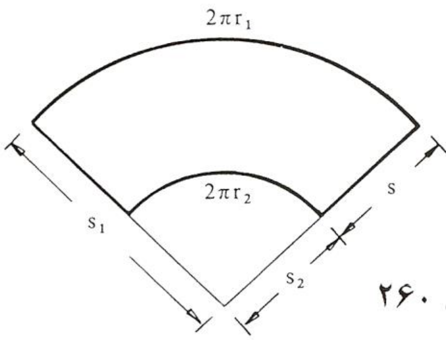
د دوي اوږدوالی د پیوتاګوراس له جملی او یا د میلانکونج ∝ څخه ټاکل وړ دي.

$h_s = h / \sin \alpha$

د اهرام د بنسټهوارې زیات امکاناتو له امله د پوښهوارې لپاره یو ټولیز فرمول هدفمند نه دی. که بنسټهواره یو منظم n–ګوړی وي، نو لرو :

$M = (U + u). h / 2$

د U بنسټهواری چاپیرونکی ، u د سرپټهوارې یا سرپوښهوارې چاپیری.



خیره ۲۶۰

پـه همدې ډول د سم مخروط د دوه ګردیبرخهوارو کمون دی:

$M = (s_1 2 \pi r_1 / 2) - (s_2 .2 \pi r_2) / 2)$
$= \pi (s_1 r_1 - s_2 r_2)$

د وړانګي جملی په مرسته لاندې اړیکی پیداکیږي:

$s_2 : s_1 = r_2 : r_1 \Leftrightarrow s_2 r_1 = s_1 r_2$

$\Rightarrow M = \pi (s_1r_1 - s_2r_1 + s_2r_2 - s_2r_2)$

$= \pi [(s_1 - s_2)r_1 + (s_1 - s_2)r_2]$

$= \pi\ s(r+r)$

د $s = s_1 - s_2$ له امله

ددې لپاره چی دباندې هواره لاس ته راوړو، باید بنسټ – او سرپټهواره یا سرپوښهواره ور زیات کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپخڼکي د اولني اهرام او یا مخروط او د پریشوي ځوکی کمون څخه لاس ته راځي، چی دا هم بیرته اهرام او یا مخروط شکلونه لري. (څیره √ وګوری)

$$V = G_1.h_1 / 3 \; - G_2.h_2 / 3 = [G_1(h+h_2) - G_2h_2]/ 3$$

دا چي په n–ګوڼي کی د اړخ اوږدوالی همداسی د ګردیشمیرنه کی وړانګه مربعي ډوله کارول کیږي، د وړانګي له جملی د بنستهواريږ او سرپوښهواريږ یوبل ته ځانونه داسی نیسي لکه د هغو د واټنونو مربع د سرچینیزيږ ځوکی څخه.

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{h + h_2}{h_2} = \frac{\sqrt{G_1}}{\sqrt{G_2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad (h + h_2) \cdot \sqrt{G_2} = h_2 \cdot \sqrt{G_1}$$

$$\Leftrightarrow h\sqrt{G_2} + h_2\sqrt{G_2} = h_2\sqrt{G_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad h\sqrt{G_2} = h_2(\sqrt{G_1} - \sqrt{G_2})$$

$$\Leftrightarrow \quad h_2 = -\frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}$$

که د h_2 لپاره پیدا ارزښتونه د ډکیفرمول کی کیښول شي، نو د ترڅنګ بیا یواځي هواريږ G_1 ، G_2 او G_3 راپیداکیږي.

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\left[G_1\left(h - \frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right) + G_2\frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \left[G_1 \cdot h - \frac{G_1 \cdot h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}} + \frac{G_2 \cdot h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\left[\frac{G_1 h\sqrt{G_2} - G_1 h\sqrt{G_1} - G_1 h\sqrt{G_2} + G_2 h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{h}{3}\left[\frac{G_2\sqrt{G_2} - G_1\sqrt{G_1}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که اخري اړیکی د $\sqrt{G_2} + \sqrt{G_1}$ سره پراخه شي(د بینوم دریم فرمول)، نو په دې پسی لاس ته راځي:

$$V = \frac{h}{3}\left[\frac{(G_2\sqrt{G_2} - G_1\sqrt{G_1})(\sqrt{G_2} + \sqrt{G_1})}{G_2 - G_1}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{h}{3}\left[\frac{G_2^2 - G_1\sqrt{G_1 G_2} + G_2\sqrt{G_1 G_2} - G_1^2}{G_2 - G_1}\right]$$

د ماتباندې ترم څخه د $G_2 - G_1$

$$G_2^2 - G_1\sqrt{G_1G_2} + G_2\sqrt{G_1G_2} - G_1^2 = (G_2 - G_1)(G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)$$

له امله نوکبند شي او بالاخره د لنډونی څخه لاس ته راځي:

$$V = (G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)\, h / 3$$

د اهرام ، په همدې ډول د مخروط ډکي.

په پڅمخروط کیدی شي د ګردیهوارې فرمول $G_1 = \pi r_1^2$ او $G_2 = \pi r_2^2$ وکارول شي

جمله: د پڅ اهرام پوښ ټوله هواره او ډکی :

د ټول ترایخ هوارو زیاتون = M

$$O = G_1 + G_2 + M$$

$$V = (G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)\, h / 3$$

د پڅمخروط پوښ پاس یا ټوله یا پورته هواره او ډکی :

$$M = \pi s(r_1 + r_2) = \pi(s_1r_1 - s_2r_2)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$O = \pi s(r_1 + r_2) + \pi r_1^2 + \pi r_2^2 = \pi (r_1 s + r_2 s + r_1^2 + r_2^2)$$

$$V = (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)\pi h / 3$$

پیلبیلګه

د برنس مجسمی لپاره دې یوه متېه د همغه موادو جوړه شي. دا دې ۱،۵ متره جګ وي، او یوه کتله دې ولري چي ۱۰ ټنه وي(د برنس دیښتي یا کلکوالی $\rho = 8,7\ g/cm^3$) په پوښتنه کی یو ګرد (پخمخروط) یا یو مربعشکلی (پخ اهرام) راځي. سرپوښهواره دې ، په اندازه ، ۱ مترمربع لوي وي. نورې اندازې وښایي ؟ د دواړو متېو لپاره شمیرنه ورته ځغلي

$$V = m / \rho = 10t / (8,7t/m) = 1,149\ m^3$$

دا چی جګوالی او سرپوښ معلوم دي، بنسټ د یومربع مساوات له لارې لاس ته راځي:

$$V = 1,149 \qquad = 0,5(G_1 + (\sqrt{G_1.1} + 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad 1,299 - G_1 \qquad = \sqrt{G_1}$$

$$\Rightarrow \quad 1,687 + G^2 - 2598G_1 = G_1$$

$$\Leftrightarrow \quad G_1^2 - 3,598\ G + 1,687 \quad = 0$$

$$G_1 = (3,598 / 2) \pm \sqrt{(3,598 /2)^2 - 1,687}$$

$$G_1 = 1.799 \pm 1,245$$

$$\Rightarrow \quad G_1 = 3,044m^2 \quad \text{یا} \quad G_1 = 0,549m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(دوم اوبی یا حل 0,549، په کار نه راځي ، ځکه چې لاندې هواره به له پورته څخه کوچنۍ وی)
له دې څخه پورته او لاندې وړانګه لاس ته راځي او نیمی په پخمخروط او په همدې توګه د کانتو یا اړخ اوږدوالی په پخ اهرام کی:

$a_2 = \sqrt{G_2} = 1m$; $r_2 = \sqrt{G_2/\pi} = 56,42$ cm
$\Rightarrow d_2 = 112,84$ cm

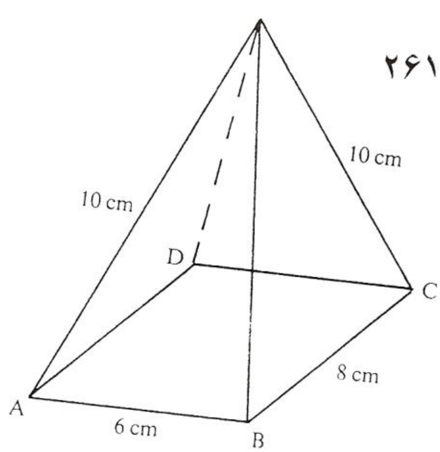
$a_1 = \sqrt{G_1} = 1,745$ m ; $r_1 = \sqrt{G_1/\pi} = 98,42$ cm
$\Rightarrow d_1 = 196,85$ cm

د پیتاګوراس له جملې څخه د اړخونو اوږدوالی لاس ته راځي:

$h_s = \sqrt{h^2 + (a_1 - a_2)^2/4} = 1,546 \Rightarrow M = 8,488\ m^2$

$s = \sqrt{h^2 + (r_2 - r_2)^2} \Rightarrow M = 7,575\ m^2$

تمرینونه



شیره ۲۶۱

۱ – د یوه مربع اهرام پاسهواره او ډکی وشمیری ، که وي :

الف) $a = 7$ cm ; $h = 14$ cm

ب) $s = 15$ cm ; $a = 10$ cm

پ) $V = 80\ cm^3$; $h = 10$ cm

ت) $h_a = 13$ cm: $h = 10$ cm

(c) ketabton.com: The Digital Library

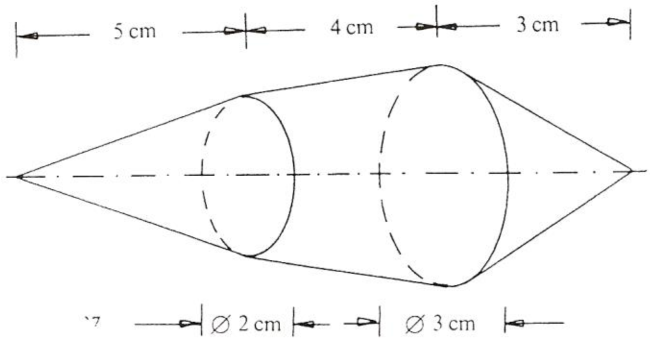
ټ) $h = 12\ cm\ ;\ s = 18\ cm$

ث) $h_a = 12\ cm;\ M = 400cm^2$

۲ – د څیره شوي اهرام پاسهواره او ډکی وشمیرئ. (لمړی ترونکرښه له ټکي A څخه د جګوالی پښیګي ته وشمیرئ)

۳ – په کوم جګوالي دې مربع اهرام بنستهوارې ته غبرګ غوځ شي چې ډکی یې نیم شي؟

۴ – یو ولاړ اهرام د بنستیز منظم شپږکونجي سره بنسټ لاندې هوارې اړخ یا کانتی $a = 4\ cm$ لري او خوا اړخ اوږدوالی یې $s = 12\ cm$ دی. V او O وشمیرئ ؟



۵ – د څیره شوي بدن ډکي وشمیرئ.

څیره ۲۶۲

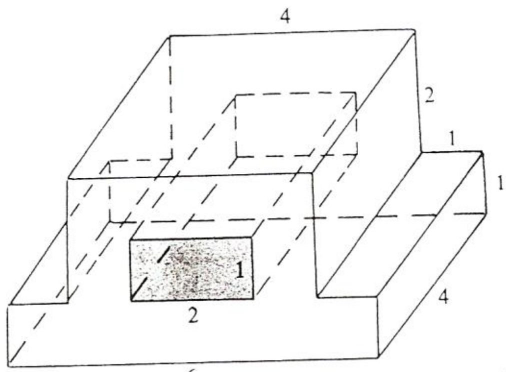
یادونه: ∅ د نیمې یا قطر په مانا دی، چې د دوران نه د ګرد لوښي ښکاري

۶ – د یوه ګردیګرد برج سر یا سر دې نوي پټ شي. د سرپوښ د هوارې د اندازې لپاره سرپوښوونکی د برج ترمخ داسی ولاړ دی یا داسی ځای نیسي، چي پوښ اوږدوالی s د ۷۵ درجو په یوه کونج ګوري، کوم چی ټیك د سر میلان په ګوته کوي، د سرپوښ هواره څومره لویه ده، که برج ۵۰ متره جګ وي او د برج نیمي ۱۲ متره وي؟ سرپوښوونکی د برج څخه ۱۰ متره لرې ولاړ دی او د سترګو جګوالی یې ۸۰ ، ۱ متره دی.

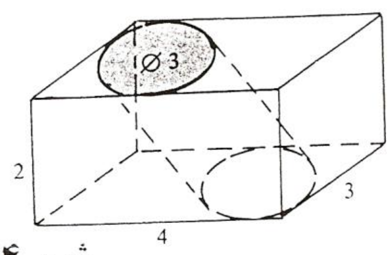
(c) ketabton.com: The Digital Library

۷ – د یوه برج اهرامډوله سرپوښ چې بنسټ یې مربع او اړخ اوږدوالی یې دی په وسپنه دې پټ شي اړخکانتې یې ۱۴خ متره ده د سرپوښ هواه یې څومره ده؟ دا چت به څومره ارزښت ولري، که یو مترمربع سرپوښول د هرځه سره ۹۵ المان مارکه ارزښت ولري؟

۸ – د څیره شوو بدنونو پاسهواره وشمیری(ورکړه په سانتي متر)



څیره ۲۶۳



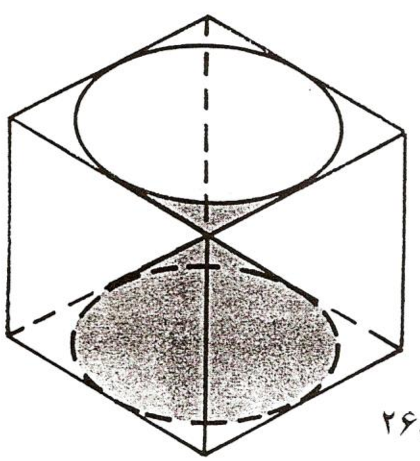
څیره ۲۶۴

۹ – د پورته څیره شوي بدن ډکی وشمیری.

۱. –په مختلف کارپوپو کی مخروط ډوله خالیګاوې برمه کیږي:

الف) په یوه مکعب چې اړخ اوږدوالي یا کانتی اوږدوالی یی a = 60 cm دی، یو مخروط د جګوالی h = d = a سره

ب) په یوه مکعب کی د a = 60 cm یو سیومتري



څیره ۲۶۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

دیابولو (لاتین:Diavolo = شیطان)

پ) په دوه سمو ګردیاستوانو د h = 2r = 60 cm هم یو مخروط او یو دیابولو، دا مور د شګو ساعت په څیر پیژنو . د تشځای ډکي او په همدي ډول

د نور پاتی بدن ډکی هم وشمیری.

۱۱ – یو مربع اهرام (h = 2a = 10 cm) بنستهواري ته غبرګ په دوه برخو ویشل کیږي. د غوڅهواري واټن دي بنستهواري ته 0,75h ; 0,5h ; 0,25h وي.

د هر برخه بدن ډکي وشمیری.

۱۲ – ددي لپاره چی یو ګردیډوله فیلترکاغذ د فیلتر لپاره استعمال کړی شی، دا سړی یو څلورمه برخه ګردی باندي را غبرګوي ، وازی باید څومره وازکونجی ولري، ددي لپاره چی فیلتر جوړ شي.

۱۳ – یو مخروط ډوله کچګیلاس دي ټیك ۱ لیتر ځاي کړي. هغه ۱۵ سانتي متره جګ دی. د هغه نیمی (یا نیمی ګردی) دي څومره لوي وي.

۱۴ – ۵ مکعب متره شګه یوي ټوپی باندي اچول کیږي. دا ستوریکونج ۴۵ درجی دی . جګی او نیمی یي څومره لوي دي؟

۱۵ – یو مخروط ډوله د اوبو ګیلاس دي د نیمایي پوري له اوبو ډك شي. دا اوبه په ګیلاس کی څومره جګی ولاړي دي؟

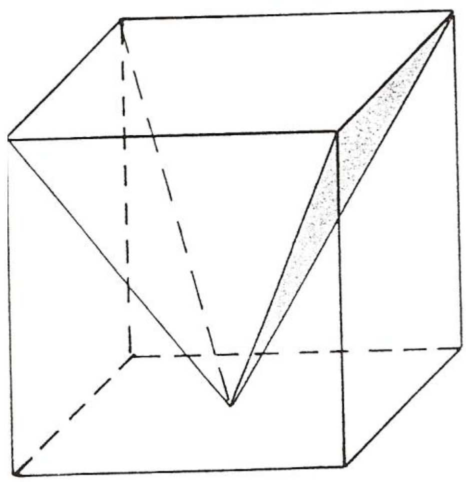
۱۶ – یو کافیواله یوه مخروط ډوله د شربت ګیلاس د شربت څخه ډکوي چی اندازه ۱۵ سانتي متره جګه ده. دی دا ګیلاس د یو سانتي متره پوري کم له شربت ډکوي. دا په دي توګه په سلو کی څومره شربت سپما کوي

۱۷ – په څیره ۲۷۶ کی ورکړ شوی اهرام ډکی وشمیری

۱۸ – په یوه چت باندي یو د وښو چتپټووني، چي ۵ ، ۴ متره جګ دی ایښوول کیږي، چی اړخ اوږدوالی یی a = 12,5 m متره او b = 9 m متره .دي. د

(c) ketabton.com: The Digital Library

چت پورته کانتی یا پورته اړخ ۷ متره اوږد دی . د چتپټوونې ډکی وشمیرئ او همداسی د چتپټي سرهواره هم وشمیرئ.



خیره ۲۶۶

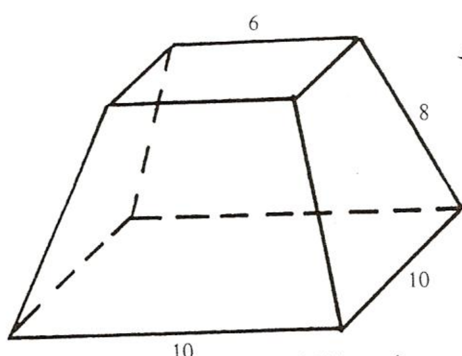
۱۹ – د یو دوه متره ژور بنسټ لپاره څومره خاوره باید راوویستل شي، که پوره ژی یا غاړه یی ۱۰ متره د غاړې اوږدوالی ولري او ستورېکونج –یعنی هغه کونج چی د غاړې یا اړخ سره د کنلو په لور جوړوي– یی ۶۰ درجی وي؟

۲۰ – د یوه هواډکیڅومره مائیلوالی لري، که د یوه ونی سټی هوا ډکی شمیرلو لپاره چی مخروط ډوله دی د موټي قاعده وکارول شي، د لاندې سره

$V^* = \pi h [(r_1 + r_2)/2]^2$

د $r_1 = 10\ cm$ سره

او $r_2 = 5\ cm$



خیره ۲۶۷

۲۱ – څومره مسو ټوټه په کار ده، چی خیره شوې مسخولی جوړه کړای شو (وکړنی په ضیس متر؟ دیسی متر
(خیره ۲۶۷ .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – جوړ شوي کارپوټی حومره درنی دي (اندازه په سانتي متره)

۲۳-د لاندې پخمخروطونو M ,O او V وشمیری

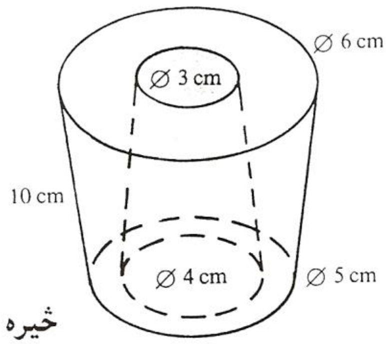
پخ کیګل مخروط

Kegelstümpfe:

a) $r_1 = 12$ cm; $r_2 = 10$ cm; $h = 8$ cm

b) $r_1 = 9$ cm; $r_2 = 7$ cm; $s = 6$ cm

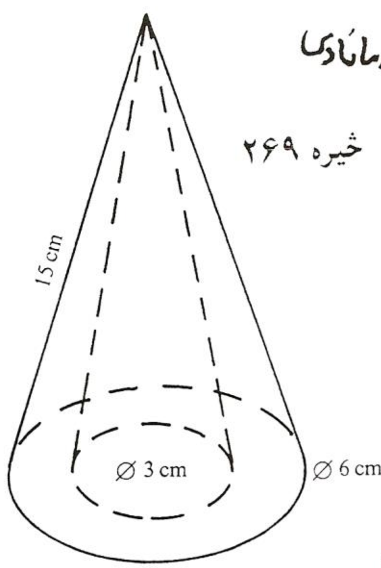
c) $r_1 = 5$ cm; $h = 7$ cm; $s = 8$ cm



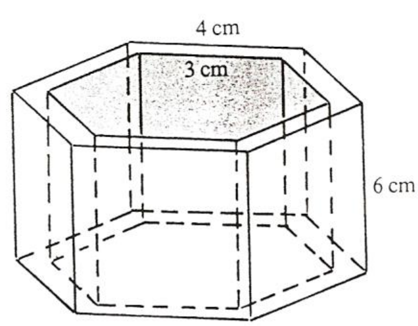
شیره ۲۶۸

Eisenwerkstück $\varrho = 6{,}5$ g/cm³

داوسپنې کار ټوټه



شیره ۲۶۹



شیره ۲۷۰

Kunststoffmodell $\varrho = 2{,}5$ g/cm³

پلاستیک مودل

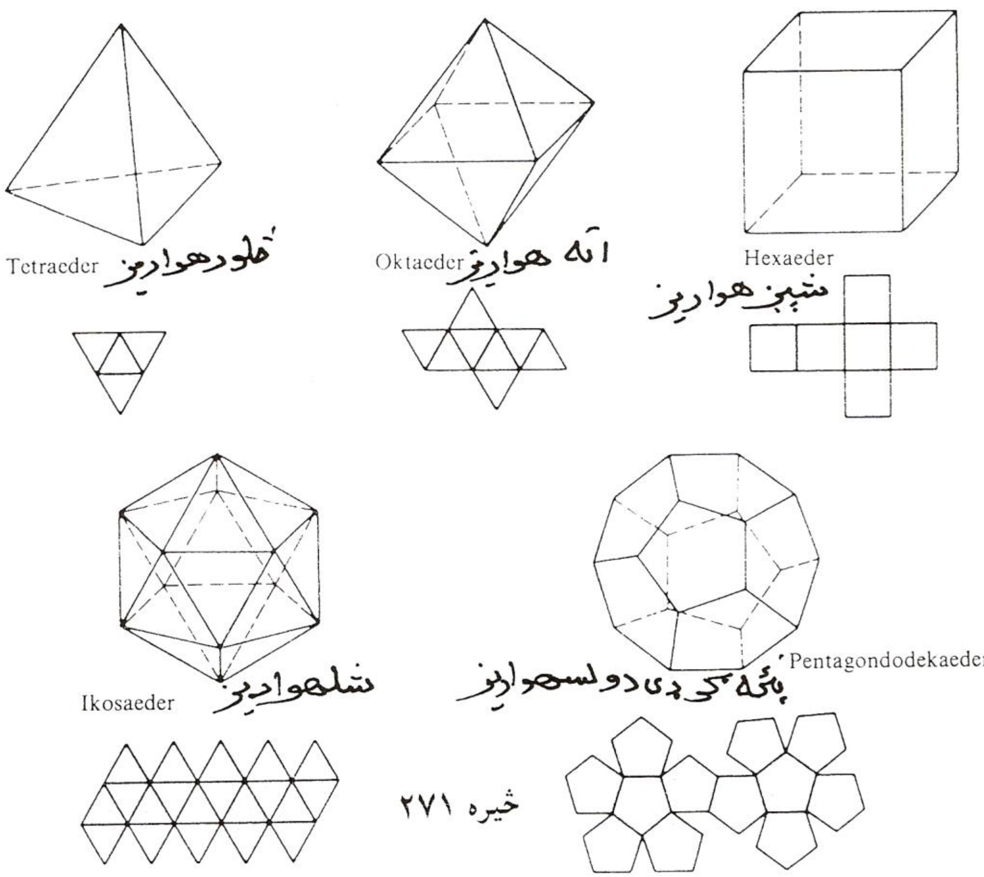
Messingsechskantrohr $\varrho = 8{,}3$ g/cm³

د مسنګ شپږ اړخیزه ټوټه

(c) ketabton.com: The Digital Library

منظم ډیرهواریز

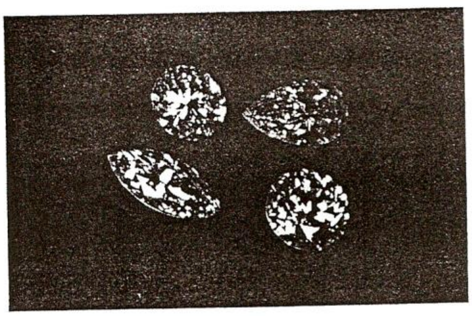
ټول بدنونه ، کوم چې یواځې بندهواري لري یا له وارو رابند وي، پولوئیدر (یونانی : ډیر هواریز) نومیږي. موږ به دا له دې وروسته دا ډیرهواریز وبولو.
د دوي ترمنځ ټیك پنځه منظم یو بل ته ناورته بدنونه. دا د شمیرپوهنی له اړخه په ځانګړې توکه په زړه پورې دي، ځکه چې پاس هوارې او ډکې یې بند دي، دا په دې مانا چې د فرمولونو له لاې انځوریدلی شي، او په دې برسیره ، ځکه چې طبعي کریستال دا شکلونه یا فورمونه یا خیرې لري.



خیره ۲۷۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا پنځه منظم بدنونهد هواروبندهوأريز ابو کهگ هواربنديزدي : تيترائيدر (څلورهواريز Tetraeder) ، هيکسائيدرHexaeder (شپږهواريز ، مکعب) اوکتائيدرOktaeder (اته هواريز) دوديکائيدر (دولس هواريز ، د خپل اړخهوارو له امله پنتاګون دوديکائيدرPentagondodekaeder پنځه ګوډي دولسهواريزه بلل کيږي)، او په همدې توګه ايکوزائيدر Ikosaeder (شلهواريز) څيرې په تير مخ کی.

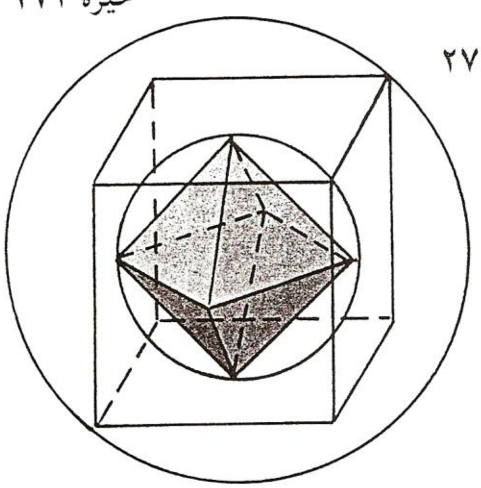


څيره ۲۷۲

بيلګی

د مالګي تيګي مکعب جوړوي، کوپفرسولفيد مينرال Fahlerz تيترائيدر، د ګوګړو کريستال دوديکائيدر او الون (کاليوم الومينيوم سولفات) اوکتائيدر جوړوي.

څيره ۲۷۳



Würfel und Oktaeder mit In- bzw. Umkugeln

مکعب او اته هواريز د يو بل په ګډه سره

منظم‌يرهواريز پلاتوني (افلاطوني) (خيالی platonische) بدنونه هم يادېږي، ځکه چی يوناني فيلوسوف او شميرنپوه (۴۲۷ تر ۳۴۷ د م. پخوا) په دې نظر وو، چی څلور پخواني عناصر اور، خاوره، اوبه، او هوا په خپل واړه فورم تيترائيدر، ايکوزائيدر، اوکتائيدر او هيکسائيدر په ګوته کوي. د هغه په فکر جهان پخپله يو دوديکائيدر فورم لرووه. په دې پنځو هر يوه بدن کي کيدی

(c) ketabton.com: The Digital Library

شي یوه ګردی دننه او دباندې وکښل شي. که دا یو په بل کی دننه شي یا په بل عبارت دننه راګیر شي، نو په دې توګه شپږ دننه – او شپږ دباندې هوارې لاس ته راځي ، کومو چی کیپلر Kepler دې عقیدې ته راوستی شو ، کوم (چی هغه وخت معلوم) شپږ پلانیت به په داسی لاره ګرځي، چی د هغوي نیممحورونه د داسی دننه – او دباندېغونډي وړانګو سره برابر شي.

لاندې جدول د دې منظم پولوئیدر ډیرهواریزومعلومو لویو پوره معلومات ورکوي.

Polyeder	e	f	k	l	m	α	r	ϱ	O	V
Tetraeder	4	4	6	3	3	60°	$\frac{a}{4}\sqrt{6}$	$\frac{a}{12}\sqrt{6}$	$a^2\sqrt{3}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Hexaeder	8	6	12	4	3	90°	$\frac{a}{2}\sqrt{3}$	$\frac{a}{2}$	$6a^2$	a^3
Oktaeder	6	8	12	3	4	60°	$\frac{a}{2}\sqrt{2}$	$\frac{a}{6}\sqrt{6}$	$2a^3\sqrt{3}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Dodekaeder	20	12	30	5	3	108°	$\frac{a\sqrt{3}+a\sqrt{15}}{4}$	$\frac{a}{20}\sqrt{250+110\sqrt{5}}$	$3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$\frac{15a^3+7a\sqrt{5}}{4}$
Ikosaeder	12	20	30	3	5	60°	$\frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$\frac{a\sqrt{27}+a\sqrt{15}}{12}$	$5a^2\sqrt{3}$	$\frac{15a^3+5a^3\sqrt{5}}{12}$

د لته حروف لاندې ماناوې لرې . a = د کانتې یا اړخ اوږدوالی ، e = د ګوډونو ګڼ(تعداد) f = د هواروګڼ. k = بدن اړخونوګڼ، l = د هوارو اړخونو ګڼ، m = په هرکونج کی د کانتو یااړخونو ګڼ، ∝ = د ګاونډیو هوارو ترمنځ کونج، r = د چاپیرګردي وړانګه ، ϱ = د دننۀ ګردي وړانګه ، O = پاس هواره یا پورته یا ټوله هواره ، V = ډکي.

پنځه یوون ډیرهواریز (Einheitspolyeder) لاندې (a = 1) ارزښتونه لرې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polyeder	r	ϱ	O	V
Tetraeder	0,6124	0,2041	1,7321	0,1179
Hexaeder	0,8660	0,5	6	1
Oktaeder	0,7071	0,4082	3,4641	0,4714
Dodekaeder	1,4013	1,1135	20,6457	7,6631
Ikosaeder	0,9511	0,7558	8,6603	2,1817

د اویلر د ډیرهواریز جمله، د په خوښه ډیرهواریز لپاره یو ټاکنمساوات راکوي، د ګوډګښون e ، اړخګښون k او هوارګښون f لپاره:

د اویلر ډیرګوډي یا پولوئید جمله : $e + f - k = 2$

په هرصورت داجمله یواځې د کونوکس یا ننوتو پولوئید یا ډیرهواریز لپاره باور لري، یعنی هغه ، چې په کومو کی ټول نیمي د بدن په دننه کی ځغلي، یعنی منظمو ډیرهواریز لپاره.

بیلګې:

کوادر : $8 + 6 - 12 = 2$

اوکتائید : $6 + 8 - 12 = 2$

دودیکائید $20 + 12 - 30 = 2$

غونډاری یا غونډوسکه(کره) او غونډاري برخې

ولې غونډاری یا غونډوسکه؟

که تاسو د انګرېزي فوټبال په عربي ژباړه په عربي وګورئ، نو کرة قدم به ترې واخلی.

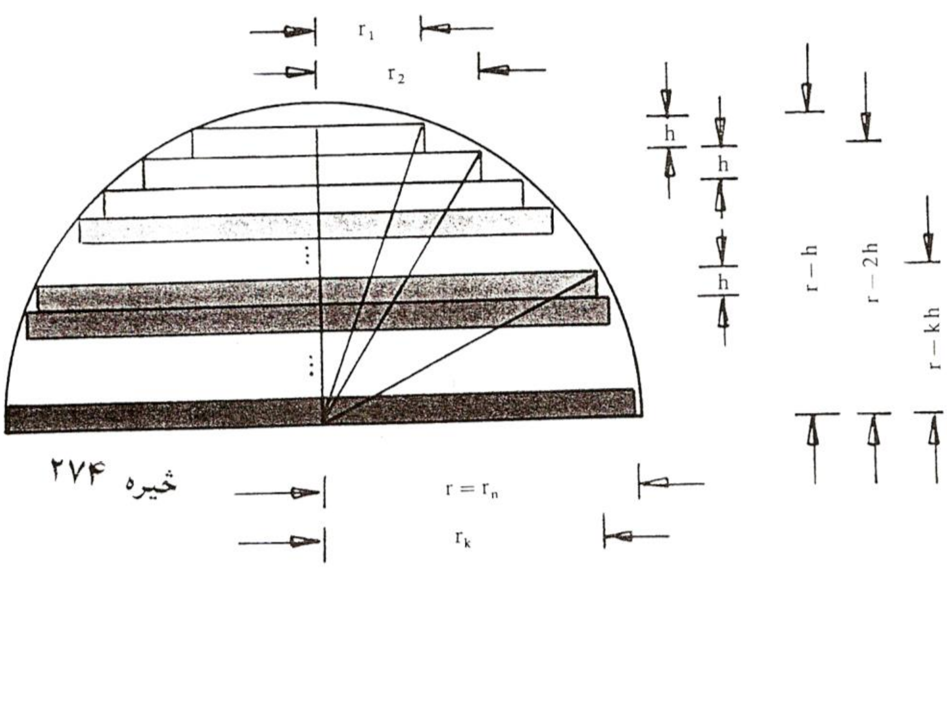
(په لاندې کې ما د غونډاري یا غونډوسکې په ځای غونډی لکلی، چې ښه او ټیک نومونه نه ده.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هندسې یا ځمککچپوهنې له مخې غونداری یا غونډوسکه د ټولو هغو ټکو ټولګه ده یا د هغو ټکو ځای دی، چې له یوه په

کلکه یاکره ټاکلی ټکی M څخه چی د غونډۍ منځټکی بلل کیږی همغه واټن r ولري.
غونډی نه یواځی د جګدرجئیز یا لوړ سیومتري(هره نیمی په همغه وخت کی سیومتري محور دی) له امله د بدنونو ترمنځ یو ځانګړي رول لري، بلکه هغه موږ انسانانو لپاره هم د مانا ډکه ده، ځکه چی ځمکه (نږدې) یو غونډی شکل لري . د بیلګي په توګه په کارتوګرافي کی ځمکه اوږدګردیو (میریدیانی Meridiane) باندې ویشل کیږي. په مریدیانی باندې هر واټن د ځمکی وړانکی R ته بیا یوه لینده په ګوته کوي. د ډکي ټاکلو لپاره بیا غونډی) ګردی استوانی ته ورته) په کوچنیو ستن ډوله چیتروګانو (کردې ټوټی، چی موږ ورته په هسکه مینه کی چیترو وایو . د مات منګی څخه ګردې خیرې جوړیږي، ټوټه ده) ټوټه کیږي، چی جګوالی یی h = r / n دی. د یوګونو چیتروګانو وړانګو لپاره باور لري یا صدق کوي(د پیتاګوراس جمله) : کیدی شی د چیترو په ځای ټیکلی ولیکو

$$r_1^2 = r^2 - (r - h)^2 \Rightarrow V_1 = \pi r_1^2 h$$
$$r_2^2 = r^2 - (r - 2h)^2 \Rightarrow V_2 = \pi r_2^2 h$$



۲۷۴ خیره

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګ لیز

$$r_k^2 = r^2 - (r - kh)^2 \Rightarrow V_k = \pi r_k^2 h$$
$$r_k^2 = r^2 - (r^2 + k^2h^2 - 2rkh)$$
$$r_k^2 = 2rkh - k^2h^2$$
$$r_k^2 = \frac{2r^2 \cdot k}{n} - \left(\frac{rk}{n}\right)^2$$
$$r_k^2 = r^2\left(\frac{2k}{n} - \frac{k^2}{n^2}\right) \Rightarrow V_k = \pi r^3\left(\frac{2k}{n^2} - \frac{k^2}{n^3}\right)$$

$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{n^2}(1 + 2 + \ldots + n) - \frac{1}{n^3}(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{n^2}\left(\frac{n}{2}(n+1)\right) - \frac{1}{n^3}\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n^2}\right)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{3} + \frac{3}{2n} - \frac{1}{6n^2}\right]$$

که د «ستنګیو» ګڼون تلم پورته لاړ شي، نو په نوکانو کی لمړی ترم د مانا دی او لاس ته راځي

نیمغونډۍ

V نیمغونډۍ $= (2/3)\pi r^3 \Rightarrow V_{غونډۍ} = \frac{4}{3}\pi r^3$

د غونډۍ د پاس هوارۍ د شمیرلو لپاره دا په خورا زیاتو برخه هوارو ویشي. که دا د ګوډ یا کونج ټکي د منځټکي سره ونښلول شي نو دا یو د اهرامشکل بدن ځان ته غوره کوي د r جګوالي سره.

د دې ټولو اهرامونو ډکیو زیاتون د غونډۍ ډکی ورکوي. دا د خورا زیاتو هوارو لپاره په نزدې توګه بسیا کوي، که چیرې څوك په پام کی ونه نیسی، چې دا سره د کمو استنثاوو کتل کیږي چی پوره هوار نه دي. برسیره پر دې باید د دې بنسټ هوارو زیاتون د غونډۍ پاس هوارۍ سره برابر وي. له دې امله باور لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

غونډي V = د اهرامونوډکیو زیاتون = r. (3 / 1) .

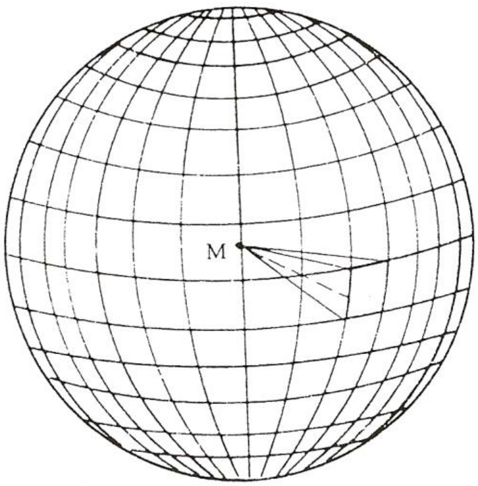
د غونډي پاس یا ټوله هواره

(1/3). r. O د غونډۍ = $(4 / 3)\pi r^3$

O د غونډي = $4\pi r^2$

په ټولیزه یا عمومي توګه باور لري

$O = 4\pi r^2$, $V = (4/3)\ \ r^3$



ثیره ۲۷۵

پیلبیلګه:

منځنی ځمکوړانګه ۶۳۷۰ کیلو متره ده . د ځمکی پاسهواره او ډکی څومره دي؟ ځمکه څومره کتله لري،که د ځمکي منځنی سختوالی $5,514\ g/cm^3$ د مخه ونیول شي یا فرض شي؟

$O = 5,10.10^8\ km^2$,

$V = 1,08\ .\ 10^{12}\ km^3$;

$m = 5,97.10^{24}\ kg$

د خالیغونډي ډکی همداسی لاس ته راځي لکه د یوې خالي استواني ډکی (د مخه لوستل شوی دی) د دوه یو په بل کی پرتو کونځینتري غونډیو توپیر یا کمون:

V خالیغونډی $= (4/3)\ \pi\ (r_1^3 - r_2^3)$.

پیلبیلګه:

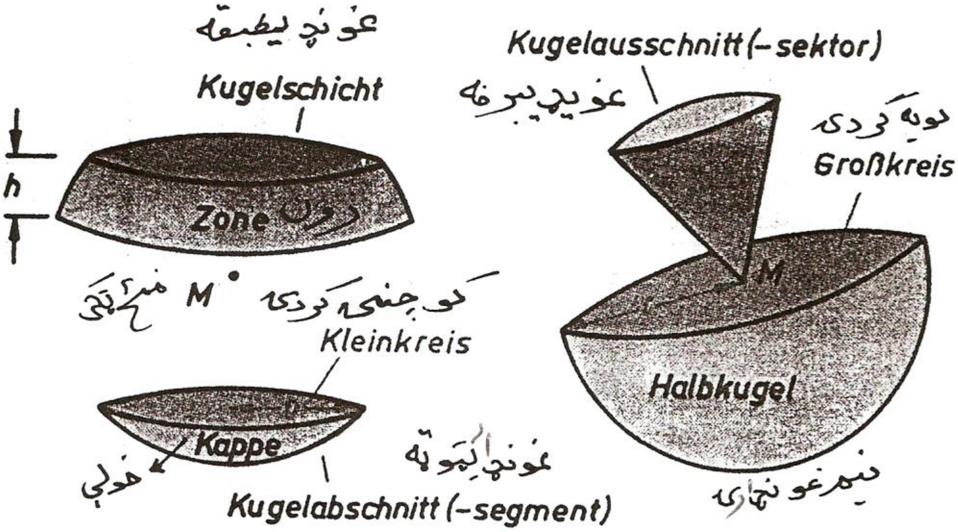
د اوسپنی خالیغونډی کومه کتله لري ، که د باندنینیمی یې ۱۲ سانتیمتره او

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دیوال پنډوالی یی ۸ ملیمتره (دیښتی یا سختوالی یا ټینګوالی) وي؟

$V = (4/3)\pi(6^3 - 5,2^3) = 315,8\ cm^3; \quad m = V \cdot \rho = 2463,25\ g$

اوس غونډیبرخی په پام کی نیسو. په ټولیزه توګه لاندې بنسټیز فورمونه مخ ته لـه:



خیره ۲۷۶

ددې یوه ټوټه یا زیاتې ټوټې داسی منځ ته راځي ، چی غونډۍ د یوې یا یا زیاتو ګردیو له خوا غوڅه شي. کهٔ داغوڅی د غونډۍ له منځټکي تیر شي، نو دوه نیمغونډۍ او یوه لویه ګردۍ د غوڅهوارۍ په څیر منځ ته راځي. که غوڅی له منځټکي تیر نه شي، نو دوه غونډیټوټی منځ ته راځي. د دوه داسی غوڅیو ترمنځ یوه غونډیطبقه منځ ته راځي. که له غونډۍ یو مخروت ډوله ټوټه رابیله شي، نو غونډیبرخه منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پرتله کړی) د دواړو خولیو د یو بل سره مساوي کیښوولو له لارې لرو:

$$\varrho_1^2 h_2 - \varrho_2^2 h_1 + hh_1h_2 = 0$$

دا بالاخره مور لاندې ته لاربنودوي:

$$V = \frac{\pi h (3\varrho_1^2 + 3\varrho_2^2 + h^2}{6}$$

د غونډیبرخي ډکي یا غونډیبرخي حجم داسی لاس ته راځي، چی د یوه مخروط او او د ګردیتهوتی ډکي سره زیات کړو:

$$V = \frac{\pi h^2 (3r - h)}{3} + \frac{\pi \varrho^2 (r - h)}{3}$$

دلته بیرته اړیکی (*) کارول کیږي، چی په لاندې ډول څیره بدولون ترې لاس ته راځي $\varrho^2 = h(2r - h)$. په دې توګه د ϱ^2 لپاره ځاي په ځاي کوي او له دې لاس ته راځي :

$$V = \frac{\pi h^2 (3r - h)}{3} + \frac{\pi h (2r - h)(r - h)}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad V = \pi r h^2 - \frac{\pi h^3}{3} + \frac{2\pi r^2 h}{3} - \pi r h^2 + \frac{\pi h^3}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad V = \frac{2\pi r^2 h}{3}$$

له ۲ د (*) په مرسته ځ کا په ځای نښی لو لاس ته راځی

$$V = \frac{2}{3}\pi h \left(\frac{\varrho^2 + h^2}{2h}\right)^2 = \frac{\pi}{6h}(\varrho^2 + h^2)^2$$

د غونډیتهوتی پوښهواره M ، چی د غونډیخولی نومیږي او یا کاردینالخولی بلل کیږي، په همغه فکر شمیرل کیږي لکه د غونډي پاس یا ټوله هواره . که د غونډیبرخی د ډیرو اهرامونو د زیاتون په څیر په پام کی ولرو، نو د هغی بنستهواره همغه غونډیخولی ده. (کړی شو چی غونډیخولی په ځاي کیږه ولیکو) نو لرو :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$Mr / 3 = 2\pi r^2h / 3 \quad \Leftrightarrow \quad M = 2\pi rh$$

که د (*) له لارې بدل شي، نو د غونډېکپرې لپاره لاس ته راځي :

$$M = \pi . (\varrho^2 + h^2)$$

د ټولهوارې د لاس ته راوړلو لپاره دې بیا یواځې د بنستېگردی هواره ور زیاته شي. د غونډېطبقی پوښهوارې ته د غونډېزون Kugelzone وایي. دا د دوه کپرو له کمون څخه لاس ته راځي. ټوله هواره یا پاسهواره یې داسی لاس ته راځي، چی بنستېهواره او سرپوښگردې هوارې ورزیات شي. د غونډېټوټې پاس هواره داسی لاس ته رځي، چی د غونډېکپرې هوارېته د مخروطپوښ ورزیات شي.

د غونډارې برخو لپاره لاندې فرمولونه باور لري.

$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h) = \frac{1}{6}\pi h(3\varrho^2 + h^2)$ $M = 2\pi rh = \pi(\varrho^2 + h^2)$ (Kugelkappe) $O = 2\pi rh + \pi\varrho^2 = \pi(2\varrho^2 + h^2)$	د غونډارې ټوټه غونډارې خولۍ
$V = \frac{1}{6}\pi h(3\varrho_1^2 + 3\varrho_2^2 + h^2)$ $M = 2\pi rh$ (Kugelzone) $O = \pi(2rh + \varrho_1^2 + \varrho_2^2)$	غونډارې ټیکلی غونډارې زون
$V = \frac{2}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{6h}(\varrho^2 + h^2)^2$ $O = \pi r(2h + \varrho)$	غونډارې برخه

بیلگه:

۱ – د پنیرخرخ د یوه غونډېطبقي فورم یا بڼه لري. د هغه پاس هواره او ډکی وشمیرئ، که وي : $\varrho_1 = \varrho_2 = 25$ cm او $h = 20$ cm.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$V = (20\pi / 6)(3.25^2 + 3.25^2 + 20^2) = 43458,70 \text{ cm}^2$$
$$= 34,458 \text{ dm}^2$$

وړانګه r د پیتاګوراس د جملي په مرسته لاس ته راځي :

$$r^2 = \rho_1^2 + (h / 2)^2 \Rightarrow r^2 = 25^2 + 10^2 \Rightarrow r = 26,93 \text{ cm}$$

نو لرو

$$O = \pi (2.26,93.20 + 2.25^2) = 7310,59\text{cm2} = 73,11 \text{ dm}^2$$

۲ – یو دلوبی لاټو یا لوبی څرخی د غونډیټوټی بڼه لري د ټولجګوالی r = 16 cm او سور b = 2 ρ = 10 cm سره. د هغه ډکی او پاسهواره څومره لوي دي؟

د خولی جګوالی د پیتاګوراس د جملی په مرسته لاس ته راځي :

$$(r - h)^2 + \rho^2 = r^2 \Leftrightarrow r^2 = - 2rh + h^2 + \rho^2 = r^2$$
$$\Leftrightarrow h^2 - 2rh + \rho^2 = 0 \Leftrightarrow h^2 - 32h + 25 = 0$$

د دواړو اوبیو یا حلونو $h_1 = 31,2$ cm او $h_2 = 0,8$ cm سره.

داچی $h < r$ ، نو باید یواځي دوم اوبی یا حل د کارونی یا ګټور وي. له دې امله لاس ته رځي

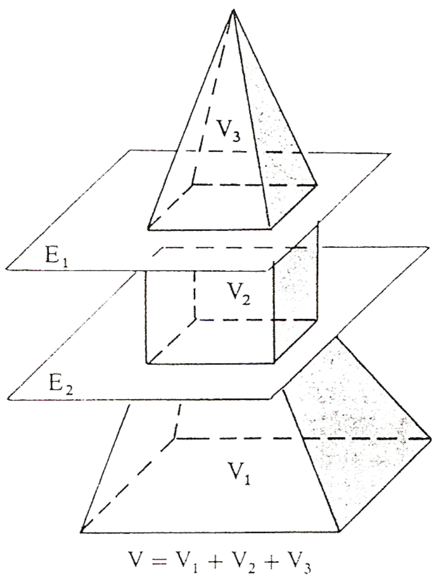
$$V = 2\pi .16^2 . 0,8 : 3 = 428,93 \text{ cm}^3$$
$$O = 16\pi(2 . 0,8 + 5) = 331,75 \text{ cm}^2$$

په خوښه جوړشوي یا فورم شوي بدنونه

لکه څنګه مو چی زیات تر پام تیر شو، ګټوور دی چی د یوه پیچلي بدن د ډکي یا پاسهوارې د شمیرلو لپاره دا بدن په ګټوره توګه یا هدفمند ډول ټوټې ټوټې کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

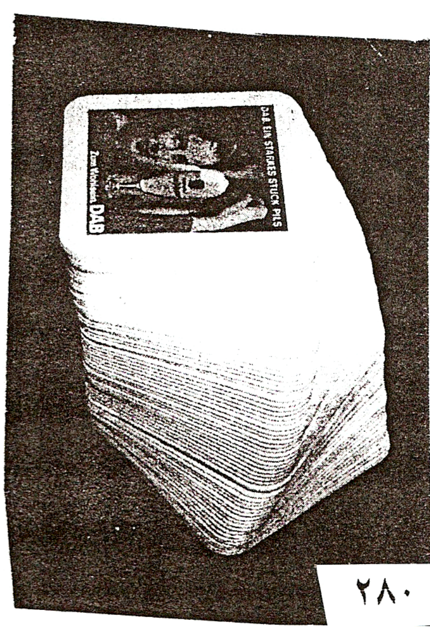
په دې ډول ساده برخه بدنونه منځ ته راځي، کوم چې ض معلومو فرمولونو له لارې شمیرل کیدی شي.



ځیره ۲۷۹

بیلګې :
ددې ځیره شوي بدن ډکی له یوه پڅ اهرام، کوادر یا غبرګاړخیز یا مکعب او یوه اهرام څخه لاس ته راځي.دا جوتیږي، که بدن په دوه غوځیو په هوارو E_1 او E_2 ټوټه شي .

د بیاتیونی له لارې کیدی شي چې زیات بدنونه یوبل سره پرتله یا مقایسه شي(مخروط، اهرامونه) د ګیلاس ایښولو ټوټې(داسې ډبل کاغذونه دي چې د پیالیلاندې یا ریمکابي یا پشکاب په ځیر وي او ګیلاسونه پرې ایښوول کیږي) چې یو په بل ایښول شوي په پام کې نیسو. د دې ټوټو د ځرخولو ، یا ځای بدلولو له لارې جګوالی او ډکی نه بدلیږي. له دې منځ ته راغلی پوړی په پام کې نه نیول کیږي، ځکه چې په تیوري کې



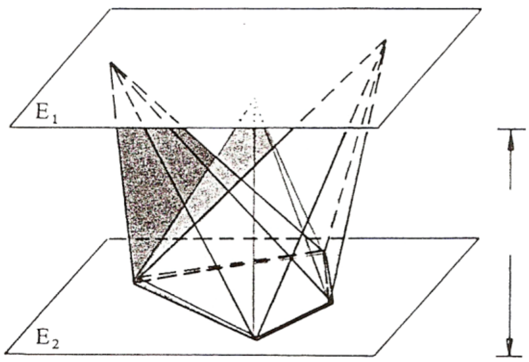
ځیره ۲۸۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا بدن د ناپاى زياتو طبقو څخه جوړ دی، چی پنډوالي يې په پام کي نه نيول کيږي د دې نور ورزيات استعمال د کاواليری Cavalieri پرنځيپ دی

جمله :

دوه بدنونه همغه ډکی یا برابر ډکي لري، که د هغو ټول پراته غوڅي په همغه واټن بنسټهواري ته پراته وي.



په دې کی ضرور نه دی چي غوڅهواري دی کونګروا ینخ وي!

څيره ۲۸۱ : دا بياتي شوي اهرامونه ډکي برابر دي، ځکه چی همغه جګي او برابر بنسټهوارې لري: V = (1 /2)G.h د کوچنيو واټنونوسره هره غوڅهواره چی د بنسټهوارې سره غبرګه وي، په اهرامونوکی هواربرابر غوڅهوارې خوړوي

دا د غونډيډکي شميرلو لپاره يو ښکلی ميتود رامنځ ته کوي. د يوې ګردي استوانی يا ګرديټوټی څخه چی وړانګه r لري او 2r جګ دی دوه د څوکو يا ککرې له لارې يو بل ته مخامخ مخروطونه غوڅوي (يو ديابولو) د r = h سره. داپاتی خاليفورم يوه د شګو ساعت پوښ راپه ګوته کوي. د يوې دومی همغی سره برابر ې ګردي استوانی يا ګرديټوتی د وړانګي r په اندازه يو غونډی راغوڅوو. د سيومتري له امله بسيا کوي که لاندې نيمغونډی او د «شګو» ساعتنيمی تر څيړنی لاندی ونيسو. هره غوڅهواره يوه بسټهوارې سره غبرګه هواره راکوي، په غونډي کی ګردی په شګوساعتپوښ کی

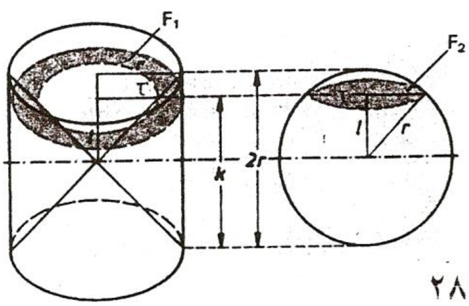
(c) ketabton.com: The Digital Library

ګردیګوته یا ګردیکېږي. دلته دې 'r د دیابولو څخه منځ ته راغلي ګردۍ وړانګه وي. r د غونډېغوڅیګردي وړانګه .

د هوارو لپاره چې واټن 1 له همغه بدن منځټکي ولري، باور لري:

$$F_S = \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi (r^2 - r'^2)$$

$$F_K = \pi r^2 = \pi (r^2 - 1^1)$$



خیره ۲۸۲

د وړانګي جملی څخه، برسیره په دې لاس ته راځي: (د تشګوساعت)

$$r' / r = 1 / r \Rightarrow r' = 1$$

$$\Rightarrow F_S = \pi (r^2 - 1^2) F_K$$

دواړه بدنونه ګورو چې ډکیمساوی یا ډکیبرابر دي.

اوس د استوانی ډکی $V_Z = \pi r^2 h = 2\pi r^3$ دی، ځکه چې $h = 2r$ دی .

د دیابولو ډکی دی :

$$V_D = (2\pi r^2 / 3).(h/2) = \pi r^2 .h / 3 = (2/3) \pi r^2$$

او له دې سره د شګوساعت – او نیمغونډې ډکی :

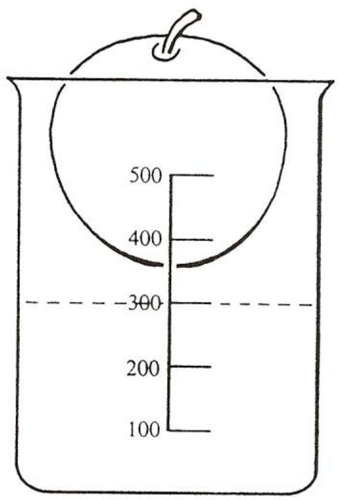
$$V_K = V_Z - V_D = 2\pi r^3 - (2/3)\pi r^3$$

$$V_K = (6/3)\pi r^3 - (2/3)\pi r^3 = (4/3)\pi r^3$$

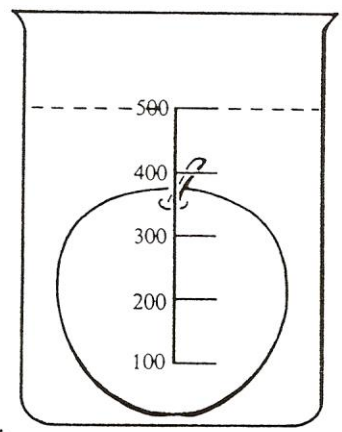
د پوره نامنظم شکلونو ډکی د شمیرپوهنی له لارې یا هیڅ نه شمیرل کیږي او یا پوره ټیك د پیچلو شمیرنپوهنو متوضو سره هم نه شمیرل کیږي. لکه د یوې منې یا د یوه

(c) ketabton.com: The Digital Library

الو ډکی يواځي فزيکی متودونه يا طريقی مرسته کوي چی ډکي يی وشميرل شي.
لکه په لاندې ځيرو کي ، ځي روښانه شوی دی.



ځيره ۲۸۳



ځيره ۲۸۴

تمرينونه

۱ – د هغه بدن ډکی څومره لوي دی ، چمنځ ته راځي، که د مکعب په هره هواره يو ولاړ اهرام کيښول شي د $s = a$ سره؟

۲ – يو تيترائيدر څلورهوايز بدن او يو غونډی برابر پاسهواري لري. د هغوي ډکی په کوم تناسب يو بل سره پراته دي يا کومه ځاننيونه يو بل سره لري؟

۳ – هر منظم پولوئيد لپاره يوه دننه غونډی شته . چی د هغه هره هواره په منځټکي کی لمس کوي. ددې وړانگه دی r وي. د پولوئيد ډ ګی اوV اوO پاسهوارې $V = O.r / 3$ لپاره دلايل راوړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام وکړی چی پولوئیدر په اهرامونو ټوټه شي چی وړانګه r ولري، په
ډول چي د پولوئید هر اړخهواره د داسی یوه اهرام بنسټهواره وي.

۴ – د المان د پارلمان په سر منه او اټیران چی له طیلا جوړ دي د پارلمان د
ډانګ سره غبرګ د قدرت نخښنه جوړوي. دا د پارلمان منه به څومره
وي، که دا د پاکی طیلا څخه جوړ وي($\rho \sim 19,3\ g/cm^3$; 10 cm ~
اټیران وزن ثابت یا ځای په ځای پاتیږي)؟

۵ – یوه غونډۍ، توته، اهرام (د هغو بنسټهواره) برابر وړانګی لري، د اه
غونډۍ جګوالی یا جګی داسی وټاکی ، چی الف) همغه ډکي لري» د
برابره پاسهواري لري.

۶ – د یوه غونډۍ ډوله تیلو څاڅکي څخه، چی ۵ میلي متره نیمی لري، له
توئیږي د یوې ګردۍ ډوله تیلو پرده جوړوي، چی نیمی ئی ۱ متر . دا
څومره پنډه ده؟

۷ – د یوې سابونپوړکی دیوال به څومره لوي وي، چی دباندنی نیمی یی
سانتي متره وي، کوم چی له څاڅکی جوړ دی، چی نیمی یی ۵ میلي م

۸ – یوه د ښیښنی غونډۍ د دابضنی نیمی سره، چی ۱۲ سانتي متره دی ۲
وزن لري یا درند دی. د هغی دیوال څومره لوي دی ($2,6g/cm3$ ~

۹ – یو هوا بالون یو ۲۵ متره نیمی لري.
الف) دا دننه سمخ یا غار یی څومره دروند دی، که د یو مربع متر و
وزن ۴۵ ګرامه وي؟ ب) ډکی څومره وزن لري که
هایدروجن ($\rho = 9.10^{-5}\ g/cm^3$) د ډکي مادې په څیر وکارول شي؟

۱۰ – یو مکعب کی یو غونډاری یا غونډۍ د خورا لوي ډکی سره خوندي ک
په یوه غونډاري چی خورا کم ډکی ولری راګیر یا خوندي کیږي.د م
اړخ اوږدوالی 5 cm دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف د ټول تن غوڅی څیره وباسی .

ب) د دواړو غونډارو ډکی او پاسهواره وشمیری .

۱۱ – د لاندې هوایي بدنونو ډکي او پاس هوارې څومره لويي دي:

الف) سپوږمی (r = 1735 km)

ب) مارس (r = 3430 km)

پ) وینوس (r = 6305 km)

ت) جوپیتر (ر (r = 71800 km)

۱۲ – د کورکغونډي($\rho = 0,25\ g/cm^3$) د ۳۶ سانتي متره نیمي سره یوه غونډیډوله د پارې زری($\rho = 11,4\ g/cm^3$) لري. دا د پاربزری څومره لوي دی، که غونډی تر نیمايي په ابو کی ډوبه شي؟

۱۳ – د یوه لوي سري سري ۴۰۰ میلیونه غونډیډوله د سرویونکی لري، هر یوه د نیمي 0,3 mm سره. د ټولو پونکیو ګډه پاسهواره څومره ده؟

۱۴ – یو غونډی ، چی وړانګه یی r = 10 cm ده، د یوې هوارې څخه په ۳ سانتي متره ، له منځ یا کوکز څخه، واټن غوڅیږي. د دواړو برخو غوڅهوارې او ډکي وشمیری.

۱۵ – د پاتی یاد نایادو برخو M,V,h او r د لاندې غونډیبرخو لویوالی وشمیری

a) r = 6 cm ; h = 5 cm b) $M = 50\ cm^2$; h = 3 cm

c) h = r = 7 cm d) $M = 700 cm^2$; r = 10 cm

۱۶ – د ځمکی پاسهوارې کومه برخه د ۱۰۰۰۰ متره جګوالی څخه لیدل کیدی شي(د ځمکی وړانګه ۶۳۷۰ کیلومتره ده)

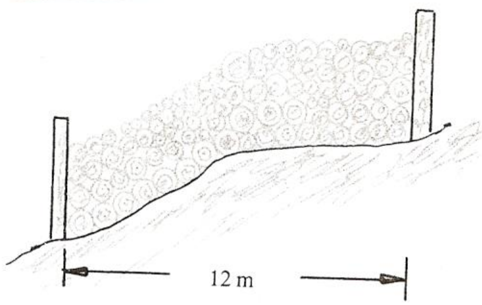
۱۷ – د یوه غونډي نیمی په څلورو برابرو برخو ویشل کیږي٠ په ټوټهټکو کی په نیمی ولاړې درې هوارې اچول کیږي. په کوم څاننیونه یا تناسب کی

الف) د پوښهوارې ، ب) د راپیدا شوو یا منځ ته راغلو غونډي برخو

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره پراته دي؟

۱۸ – په يوه غونډي کی، له منځ څخه ليدلو يا کتلو سره ، هوايی(دلته مطلب د غونډي ترمنځ هوا يا د هواډکی دی) پرسيدنه، د دريواړو کواوردیناتو څخه برابردي. که دا يو له بل توپير ولري، نو د اليپسوئيد څخه غږیږو، چی اصلی محورونه يی a,b او c دي. د ايليپسوئيد ډکی د فرمول V = (4 /3) a.b.c له مخی شميرل کيږي. ځکه په رينښتونی غونډی نه دی، بلکه يو اليپسوئيد، چی اصلي محورونه يي a = c = 6378 km (د اکواتور وړانګه) او b = 6357 km (قطبي وړانګه) لوي دي. (که په کلکه ونيول شي نو د اکواتوروړانګو ترمنځ يو کوچنی توپير شته) د ځمکي ډکی وشميری او د مخ ته تير غونډي او غونډي برخي کی لوستلو سره يی پرتله کړی)



خیره ۲۸۵

۱۹ –په يوه زوړندي يا پيچومی باندي ۱ متر اوږد لرګی ډيری شوی، لکه په خيره ۲۸۵کی چی ليدل کيږي. څومره د هوامتر لرګی دا 1,20 m جګه د لرګوډيری لري.

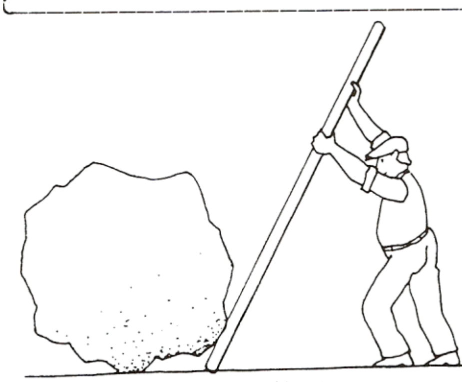
(c) ketabton.com: The Digital Library

وکتورشمیرنه

نځورونه

پیلبیلګه

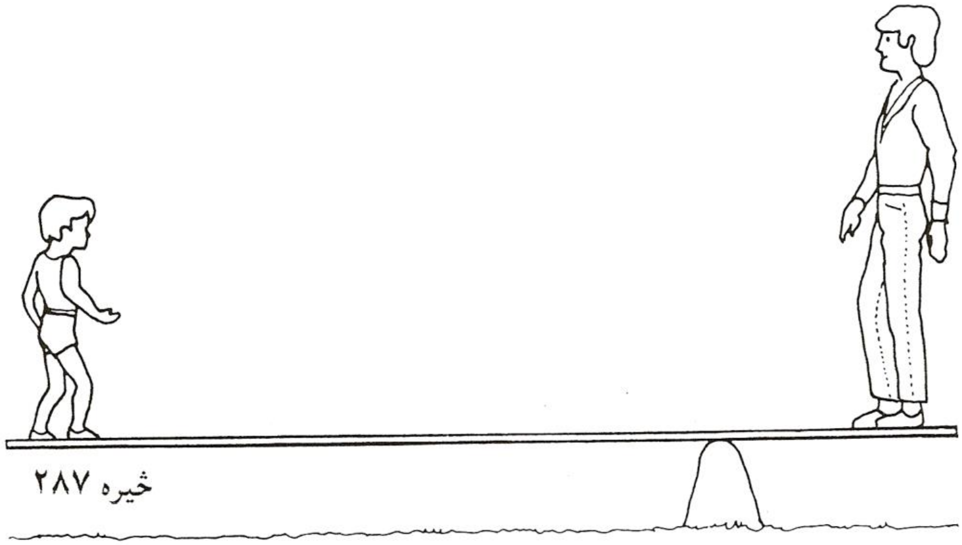
یوه درنديٍ تیګی ته څنګه سری حرکت ورکولی شي؟ طبعآ کیدی شي چي وړل
یی وازمائل شي، مګر دا پوره ستونځی لري او دا لاندي طریقه یی ساده ده: د
تیګی لاندي سری یوه تخته یا اهرم ننبلوي او یا ورلاندي کوي، د بل سر نه یی
لاندي لور ته زور کوي یا لاندي لور ته زور په واردوي. تیګه یو څرخونحرکت
باندي راځي.
ددي حالت لپاره د اهرم قانون صدق کوي« زور د زوراهرم = بار د بار اهرم» .
که تیکه په پوره اندازه اوږده (او ستابیل) وي، کیدی چي یو ډیر نازورور
سری هم کړی شي، چی خورا دراندہ بارونه پورته کړي.



څیره ۲۸۶

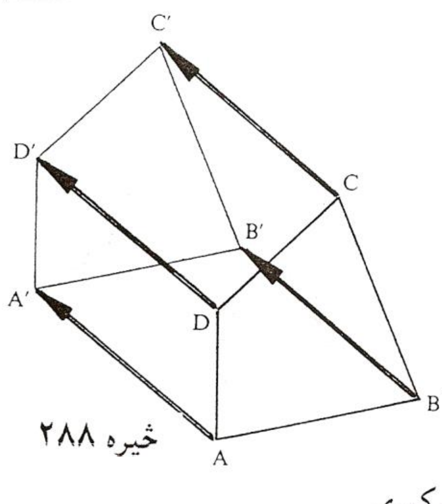
یا دا حالت د پورته پیلبیلګي سره ټیك
روښانه څرګند شوی ؟ هیڅ نه پیښیږي،
که څوك په اهرم ښکته یا پورته زور ونه
کړي بلکه یا راکښ یا ورپوري وهي.
زور باید دا پوښتنه نوره هم روښانه کړو
او د زورارزښت سره دزورتاثیر لور هم په
شپله لوبه کی ورداخل کړو.ددي هدف لپاره
وکتور سره شمیرنه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۲۸۷

تعریف : وکتور د یوه ارزښت او یوه لور سره تعریف دی. **تل د یوه غشي په ځیر انځوریږي.** اوږدوالی د وکتور ارزښت (ګڼ ارزښت) ، په هواکی یی ځاي لور او د غشي ځوکه د وکتورلور موخه یا هدف ښايي.



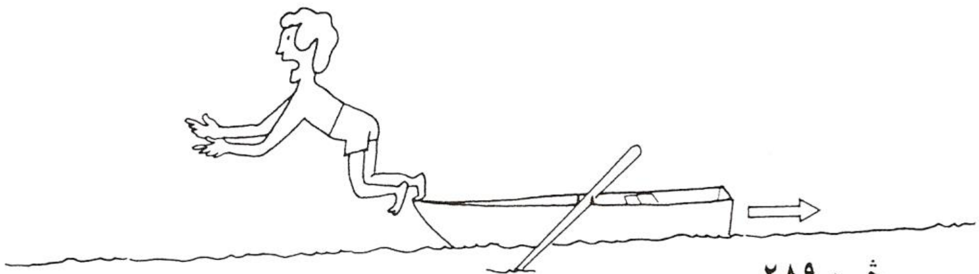
ځیره ۲۸۸

دوکتورونو لپاره د کارونی ساحی

ګڼونه د مخنخښی سره کیدی شي د وکتور په حیث واضح شي. په فزیك کی کښول، لکه زورونه، سرعتتونه، لارې کیدی شي د وکتورونو په ځیر انځور شي. (د جلالکوټ ځخه و ځیره ✓ کښول په وکتور سره په ✓ ښه کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

و هسکی مینی ته رابنایی، چی دا لار دا دوه ځایونه سره ونخلوي او دا هم رابنايي چی څومره اږده ده. وکتور دا را په ګوته کوي، چی ایا څوك له جلاکوټ ځخه هسکی مینی ته ځي او که له هسکی مینی ځخه جلالکوټ ته)



څیره ۲۸۹

داچی یو وکتور د خپل پیلټکي او پایټکي سره ورکړ شوی دی، کیدی شي چی دا ټکي هم د هغه په انځورونه کی استعمال شي.

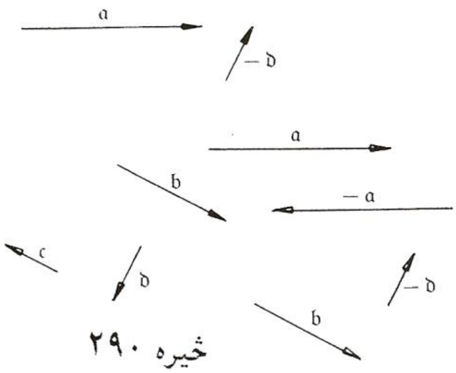
تعریف: هغه وکتور چي له ټکي P و ټکي Q ته لاربنودوي، د $\overrightarrow{PQ}$ سره په نخښه کیږي.

بل ډول لیګدودونه یی دي: $\overrightarrow{PQ} = \mathbf{a} = \vec{a}$.

په راکښلو سره که ټکی 'P د P څیره او ټکي 'Q د ټکي Q څیره وي، نو د $\overrightarrow{PQ}$ اوږدوالی او لورد $\overrightarrow{P'Q'}$ یو بل سره برابر دي. له دې امله دا باید برابر ولیدل شي یا وګڼل شي. یو وکتور له دې امله یو غشی نه دی بلکه ډیر یوبل سره غبرګ او کوګروایڼخ غشي دي. له دې امله د ورته ټولګي ځخه هم غږیدی شو. (دا دې ځما په لمړي د شمیتپوهنی کتاب کي وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښیره وکتورو نه د ایکویوالنځېولګی



ښیره ۲۹۰

په ښیر: دوه وکتورونه ټیك هلته سره برابر دي، که هغه همغه ارزښت(اوږدوالی) او همغه لور ولري.

تعریف

د **a** مطلقه ارزښت $a = |\mathbf{a}|$ دی. a تل یو نامنفي کڼ دی.

وکتورونه د ارزښت ۱ سره موږ یوونوکتورونه یا واحدوکتورونه بولو.

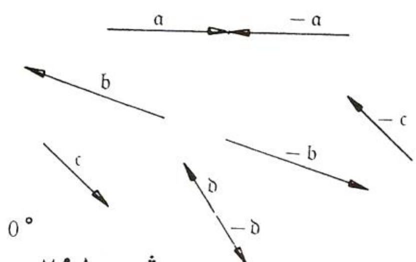
وکتورونه د همغه ارزښت سره مګر د مخامخ لور سره مخامخ یا په ځټ وکتورونه بلل کیږي:

$$|\mathbf{a}| = |-\mathbf{a}| = a$$

$$\overrightarrow{PQ} = \mathbf{a} = -\overrightarrow{QP} = -(-\mathbf{a})$$

یواځنی وکتور د 0 (صفر) ارزښت سره صفروکتور **0** دی:

$$\overrightarrow{AA} = \mathbf{a} \Rightarrow |\overrightarrow{AA}| = |\mathbf{a}| = 0$$

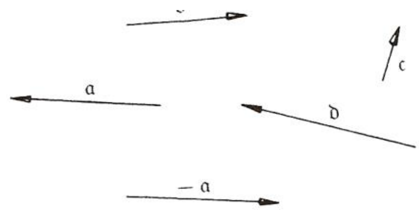


ښیره ۲۹۱

دا چی وکتورونه له ټکي وټکي ته لاري روښانه کوي، کیدي شي چی د وکتورونو د توضیح لپاره کواوردینات یا پروت ولاړ سیستمونه (محورونه) هم وکارول شي:

تعریف: وکتورکواردینات د پیل او پای ټکو توپیر یا کمون څخه لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۹۲

په هواره کې : $a = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \end{pmatrix}$

په هوا کې : $a = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \\ z_Q - z_P \end{pmatrix}$

خیره وکتورونه او د هغوي ارزښتونه(اوږدوالی):

$|\mathbf{a}| = |\mathbf{-a}| = 2,5 \; ; \; |\mathbf{b}| = 2 \; ; \; |\mathbf{c}| = 1 \; ; \; |\mathbf{v}| = 3$

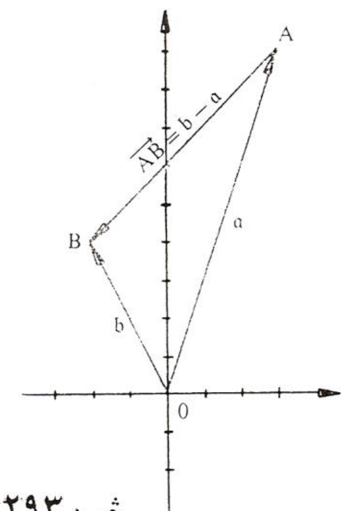
بیلګې:

وي دې A(3| 9) او B(-2 | 4) پیل- او پایټکي . نو د A او B څخه ټاکلی وکتور کواوردینات په لاندې ډول لاس ته راځي :

$$a = \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}; \quad b = \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$c = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2-3 \\ 4-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$-c = \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 3+2 \\ 9-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

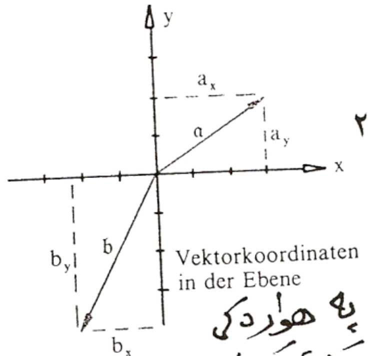


خیره ۲۹۳

جمله:د وکتور ارزښت د پیتاګوراس له جملې څخه لاس ته راځي او دا د یوګونو کواودیناتو له لارې :

په هواره کې: $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

په هوا کې: $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$



په هوارد کې وکتورکواوردینات

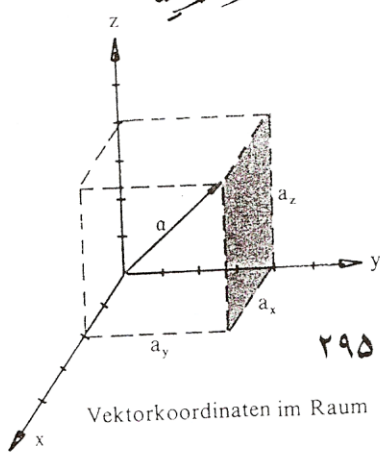
شیره ۲۹۴

بیلګي :

$$a = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow |a| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$b = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \Rightarrow |b| = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} \approx 11{,}31$$

$$c = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow |c| = \sqrt{4^2 + (-5)^2 + 6^2} = \sqrt{77} \approx 8{,}77$$



شیره ۲۹۵

په هواکې وکتورکواوردینات

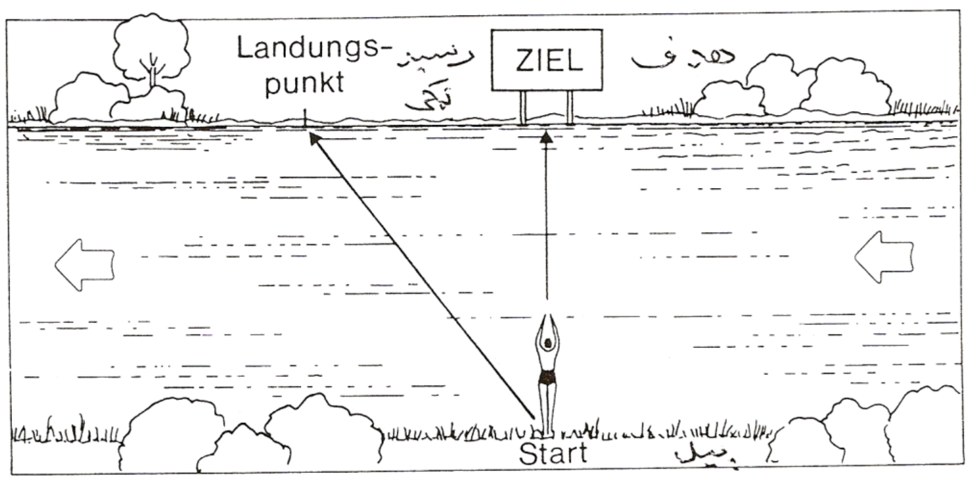
وکتورزیاتون او s–ځلوون یا ضربول

پیلبیلګه: یو لامبووهونکی د سین بلی لور ته د سین په سور یا پلنو لامبی، دا په دې مانا چې اوبه روانی دي. سره له دې چې دا تل سیده لامبي ، دا نه شي کولی چې هغه د لمبا ځاي ته مخامخ ځاي ته ولمبیدی شي.د روانو اوبو څخه د ځان سره ووړ کیږي. په ټولیزه –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا عمومي توګه ده یو مائل حرکت وکړ یا مایل یي ولمبل، کوم کې چې د ده د لمبا سرعت او د سین سرعت یو په بل زیات شوي دي.

ګرافیکی د وکتورزیاتون داسی صورت نیسي، چی د دواړو سرعتونو وکتورغشي په خپلو پیل ټکو یو په بل ږدي او دا هر یو د یوه غبرګ اړخیز سره یوځایی وصل کوي. د غبرګ اړخیز نیمی د دواړو سرعت وکتورونو زیاتون ، چی له پیل ټکی پیل کیږي انځوروي. یعنی د لامبووهونکي او د اوبو د سرعت زیاتون ، څموږ په څیره کی «



څیره ۲۹۶

تعریف: وکتورونو ګرافیکی سره زیاتیږي، که د دوهم وکتور پیلټکی د لمړي وکتور په پاګي کیښول شي یعنی د غشی په سر کیښول شي او داسی وریسی . دا زیاتون وکتور نو بیا د لمړي وکتور د پیل ټکی د دوهم وکتور یا د څنځیر اخرني وکتور د څوکی یا غشي سر پورې غزول کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خیرونو څخه دا لاندې هم لاس ته راتلی شي

جمله : د زیاتونوکتور کواودینات همداسی کمونوکتور د پیلوکتور د زیاتوز همداسی کوم څخه لاس ته راځي.

په هوارې

$$a + b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix}$$

په فضا کې

$$a + b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$

بیلګه

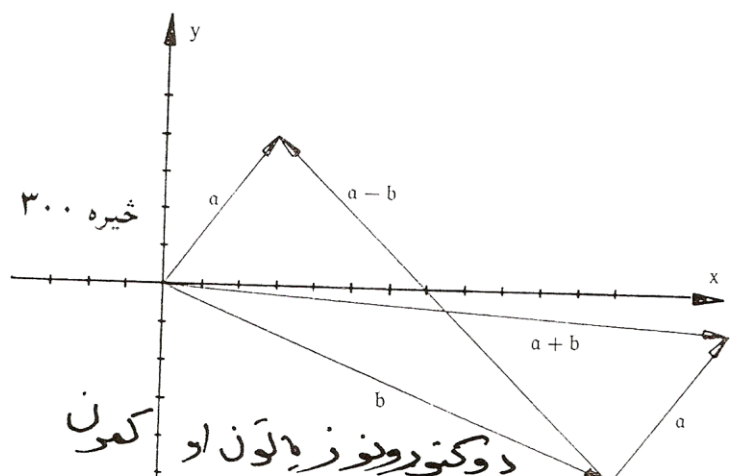
1. $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}; \quad |a| = 5 \quad |b| = 13$

$$\Rightarrow a + b = \begin{pmatrix} 3 + 12 \\ 4 \; - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$a - b = \begin{pmatrix} 3 - 12 \\ 4 \; + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$b - a = \begin{pmatrix} 12 - 3 \\ -5 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$|a - b| = |b - a| \approx 12{,}73; \quad |a + b| \approx 15{,}03$$



Addition und Subtraktion von Vektoren

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2.\ a=\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix};\quad b=\begin{pmatrix}-2\\0\\5\end{pmatrix};\quad c=\begin{pmatrix}7\\8\\-9\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow a+b=\begin{pmatrix}4-2\\3+0\\2+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\7\end{pmatrix}$$

$$a-c=\begin{pmatrix}4-7\\3-8\\2+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-5\\11\end{pmatrix}$$

$$a-b+c=\begin{pmatrix}4+2+7\\3-0+8\\2-5-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\11\\-12\end{pmatrix}$$

$$a+a=\begin{pmatrix}4+4\\3+3\\2+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\6\\4\end{pmatrix}=2\cdot a$$

دا وروستنی بیلګه د وکتورونو د ځلولو لپاره ده چې له ګڼونو سره ځل شوي (s– ځلون یا · ضربونه) یعنی د سکالار سره ځلونه :

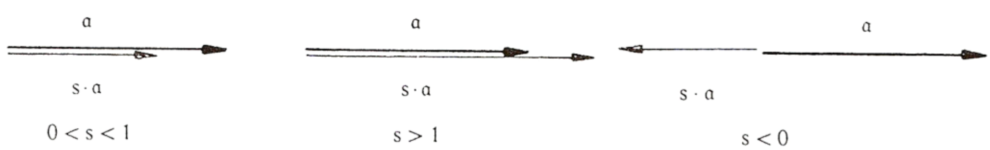
تعریف : وي دې s یو ریل ګڼ (سکالار هم نومیږي) **a** یو وکتور. نو s.**a** = **a** . s هغه وکتور لاس ته راکوي ، چې همغه لور ولري لکه **a** او s –واره اوږدوالی ولري. وکتور **a** له s سره ځلیږي، که د وکتور هر کومپوننت د s سره ځل شي:

$s\cdot a=\begin{pmatrix}s\cdot a_x\\s\cdot a_y\end{pmatrix}$ په هوارکې ، $s\cdot a=\begin{pmatrix}s\cdot a_x\\s\cdot a_y\\s\cdot a_z\end{pmatrix}$ په هواکې

$$a = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}; \quad s_1 = 4; \quad s_2 = -0,5$$

$$\Rightarrow s_1 \cdot a = \begin{pmatrix} 4 \cdot 5 \\ 4 \cdot 7 \\ 4 \cdot 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 28 \\ 36 \end{pmatrix}; \quad s_2 \cdot a = \begin{pmatrix} -0,5 \cdot 5 \\ -0,5 \cdot 7 \\ -0,5 \cdot 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ -3,5 \\ -4,5 \end{pmatrix}$$

هندسي د یوه وکتور ځلونه د یوه ریيلګڼ سره د هغه وکتور منځنی غزونه ده د ځلوونی یا فاکتور s په اندازه. د وکتور پیلتګی د کرښمنځ یا غزونمنځ دی.
دلته د $|s| > 1$ سره وکتور اوږدیږي یا غزیږي» او د $|s| < 1$ سره وکتور لنډیږي.
د $|s| = 1$ لپاره د وکتور ارزښت تغیر نه خوري. که $s < 0$ وي، نو د وکتور لور راپه ځټ کیږي یا راګرځي یا برعکس کیږي.



خیره ۳۰۱: د وکتوره a ځلونه د یوه رئیل ګڼ s سره.

که $s = 0$ وي ، نو $s.\mathbf{a}$ صفر وکتور **0** دی .

جمله :په ټوله توګه یا مجموعه کی د سکالار سره د وکتور ځلونو لپاره ل اندې شمیر قاعدې باور لري:

$$|s.\mathbf{a}| = |s|.|\mathbf{a}|$$
$$(s_1 + s_2).\mathbf{a} = s_1.\mathbf{a} + s_2.\mathbf{a}$$
$$s.(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = s.\mathbf{a} + s.\mathbf{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګي:

$$1.\quad \left|-3\cdot\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = \begin{vmatrix}-9\\-12\\-15\end{vmatrix} \approx 21{,}21$$

$$\left|-3\cdot\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = |-3|\cdot\left|\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = 3\cdot\sqrt{50} \approx 21{,}21$$

$$2.\quad (4-6)\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = (-2)\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-14\end{pmatrix}$$

$$(4-6)\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = 4\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} - 6\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-12\\28\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-18\\42\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-14\end{pmatrix}$$

$$3.\quad 3\cdot\left[\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix}\right] = 3\begin{pmatrix}7\\-9\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}21\\-27\\9\end{pmatrix}$$

$$3\cdot\left[\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix}\right] = 3\cdot\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - 3\cdot\begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}15\\-9\\33\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-6\\18\\24\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}21\\-27\\9\end{pmatrix}$$

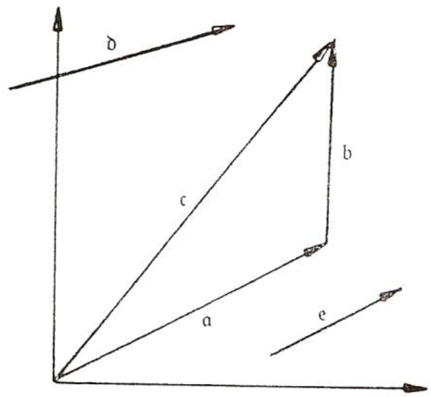
که یو وکتور د بل وکتور زیاتواره په څیر انځور کړی شي، نو دواړه وکتورونه لاینې بلواك بلل کیږي، په غیر له دې لاین خپلواك بلل کیږي.
ټیك په لاندې توګه افده کیږي:

تعریف: دوه وکتورونه **a** او **b** لاینې بلواك دي، که چیرې (یواځنی ټاکلی) ریيلګڼ s (سکالار) موجود وي د کوم لپاره چې **s.a = b** باور ولري.
دا وکتورونه لاینخپلواك دی، که انځورونه **s.a = b** د هیڅکوم ریيل ګڼ s لپاره ممکنه نه وي.

په هواره (R^2) کی تل دري وکتورونه لائني بلواك دي. په هوا (R^3) کی تل ۴ وکتورونه لاینبلواك دي. په هواره زیات تر زیاته ۲ او په هوا کی زیات تر زیات

(c) ketabton.com: The Digital Library

دري وکتورونه لاینیخپلواك کیدی شي.



خیره ۳۰۲

لاینی بلواك وکتورونه	لاینی خپلواك وکتورونه د بیلګی پو توګه
{a , e}	{a , b}
{a , b , c}	{b , c}
{a , c , d}	{e , d}

بیلګي:

۱ – وکتورونه $a = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -22 \end{pmatrix}$ لاینی بلواك دي ، ځکه چی

$$s.\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -22 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -3.s = 6 \\ 6.s = -12 \\ 11.s = -22 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} s = -2 \\ s = -2 \\ s = -2 \end{matrix}$$

۲ – په ځت یا برعکس، وکتورونه $a = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix}$ لاینیخپلواك دی، ځکه چی
:

$$s.\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -4.s = 10 \\ 6.s = 15 \\ 8.s = 20 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} s = -2,5 \\ s = 2,5 \\ s = 2,5 \end{matrix}$$

ګورو، چی دلته سره ګډ یا مساوي s نه شي پیداکیدی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتورونو لاینې خپلواکوالي او لاینې بلواکوالی په هواره او هوا کې د وکتورونو انځورونو لپاره په کارول کیدي شي:

لکه څنګه چی ټکی په کواوردیناتو کی تعریفیږي چی خپل واټن له محور څخه بیانوي، نو همداسی کیدی شي چی وکتورونه ، ځانونه، په خوښه داسی وکتورونو روښانه یا بیان کړي، چی ځغاستلور یې یو ددې کواوردیناتو محور وي..

تعریف:

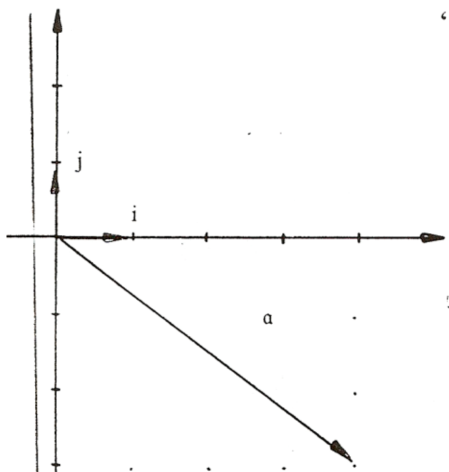
وکتورونه : $i=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ او $j=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ په هواره کي، همداسی

وکتورونه $i=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ او $j=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ په هوا کي او $k=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

بنسټ وکتورونه بلل کیږي. دا مثبتمحور لو په ګوته کوي او ددې لپاره باور لري:

$$|\mathbf{i}|=|\mathbf{j}|=|\mathbf{k}|=1$$

هر وکتور کیدی چی په هواره کی له i او j او په هوا کي د i , j او k وکتورونو په نامه لاینې کمبیناشن په څیر د بنسټ وکتورونو څخه انځور کړی شي.



شیره ۳۰۳

بیلګې:

$$a=\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}=4\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=4\cdot i-3\cdot j=4\cdot i+(-3)\cdot j$$

$$b=\begin{pmatrix}-3\\11\\6\end{pmatrix}=-3\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+11\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+6\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=-3i+11j+6k$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کی یو نظر په الجبري جوړښت، چی وکتورونه یی د زیاتون او کمون په بنسټ او د رییلګڼونو سره ځلونی له لاري لري:

د ټولو وکتورونو ډیری V په هواره کی (همدا ډول په هوا کی) د زیاتون په نسبت یو زیاتون کموتاتیو ګروپ جوړوي (د ګروپ تعریف وروسته)، ځکه چی لرو :

اول – $a + b \in V$ د ټولو b, a لپاره ، چی له V وي رابندیدنه

دوم – $(a + b) + c = a + (b + c)$ د ټولو c, b, a لپاره، چی له V وي اسوشیاتیو قانون

دریم – $0 + a = a + 0$ صفر وکتور 0 ناپییلی توکی دی

څلورم – $a + (-a) = (-a) + a = 0$ هر وکتور ته یو په څټ وکتور یعني مخامخ وکتور موجود دی

پنځم – $a + b = b + a$ د ټولو a, b لپاره، چی له V وي. کموتاتیو قانون

برسیره پر دې د ځلوونی لپاره د یوه ریل ګڼ سره باور لري:

شپږم – $s. a \in V$ د ټولو a لپاره ، چی له V وي

اووم – $1 . a = a$ د ټولو a لپاره، چی له V وي

اتم – $(m+n) . a = m.a + na$ د ټولو رییلګڼون m او n لپاره او هر وکتور a لپاره ، چی له V وي.

نهم – $m.(a + b) = m. a + n.b$ د ټولو ږکتورونو a او b لپاره چي له V وي او هر رییل ګڼ m لپاره.

په ټولګیزه توګه یو داسی جوړښتخویونه د وکتورهوایا ۰ فضا تر نامه یادیږي.

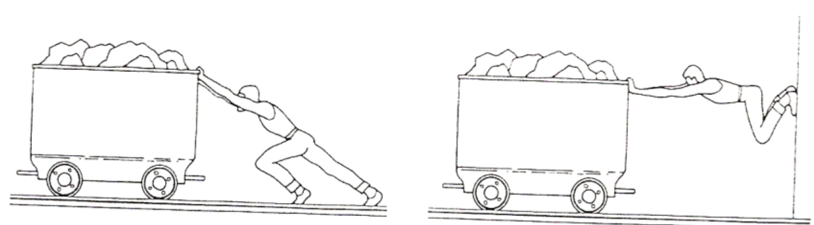
(c) ketabton.com: The Digital Library

سکالار ځل

وکتورونهٔ لکه چې ومو لیدل٬کیدی شي چې سره زیات شي او یا د یوه رییلګڼ سره ځل شي . کیدی شي، چې وکتورونه یو له بل سره هم ځل کړی شي؟
دا حتی په دوه توپیریدونکو ډولونو ممکن دی . یو واریانت یو د یوې لوي په توګه، بیرته یو وکتورهوا جوړوي(د مخه لوستل شوی دی)، بل یی د یوې لوي په توګه سکالار لاس ته راکوي، چې دا یواځې ارزښت لرې او لور نه لري.

پیلبیلګه :

په پخوا وختونو کی د سکرو د کانو واګونونه په لاس راکښل کیده. دلته دا پوښتنه رامنځ ته کیږي، چې ولی کارګر واګون مخته راکښوده او په همدې توګه ټیلواهه، ددې لپاره چې موټر سم پورته کړي؟



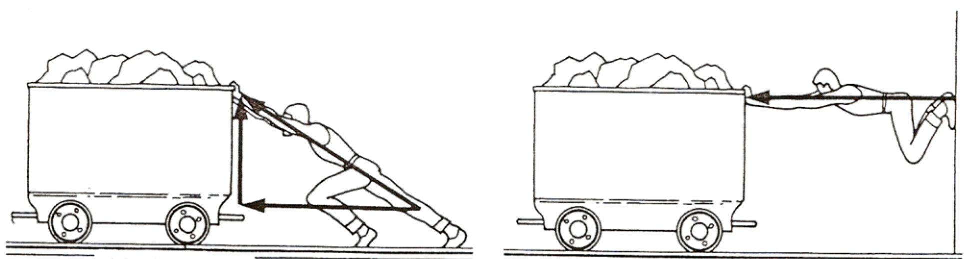
خیره ۳۰۴

ددې پوښتنی سره موږ د دوه وکتوري لویو سره سر او کا رلرو: زور او لار، چې د هغو ځل په فزيك کی «کار» بلل کیږي. هغه زور چې واګون په حرکت کی راولی، باید د واګون په لور واچول شي یا د واګون په لور تاثیر وکړي. یو په پورته لور اچولی زور کړی شي چې واګون پورته کړي. هر مایل تاثیر کوونکی زور کیدی شي د وکتور زیاتون قانون له لارې په یوه واګون سره غبرګ او بل په دې ولاړ زور ټوټه کړي یا تجزیه کړي. یواځې پروت زور واګون د مخ لور ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

په حرکت راولي. په دې توګه واردونکی زور او مؤثر زور په ټولیزه توګه همغه یو زور نه دی. دا د دې پوښتنې ځواب هم دې، چې ولي کارګر د مخ لور ته تکیه وهي.: هغه رسی چې د هغې له لارې زور اچول کیږي، نزدې ځمکې سره غبرګه ځغلي (= لار) ، (نزدې د مټو ټول زور کیدی شي مؤثر واقع شي. هر څومره چې کونج د ځمکې او رسی ترمنځ مایل وي، همغومره زیات زور بی تاثیره پاتې کیږي.

دا په کار اچولی زور ، په دوه یو په بل ولاړو کمپوننتو (زورونو) ټوټه کیدل یو ولاړکونجیز دریګوډی جوړوي، دا لار سره غبرګ زور د $F.\cos\alpha$ په څیر لاس ته راځي . کار $W = F.s.\cos\alpha$ پخپله په برخلاف د جوړښتلوی زور او لار – لور نه لري، بلکه یواځې ارزښت لري:
دا یو سکالار دی.



څیره ۳۰۵

تعریف:

د دوه وکتورونو **a** او **b** یو **a . b** سکالار ځل لاندي(ویل کیږي **a** ځل **b**) یو یواځنی ریل ګڼ پوهیدل کیږی ،

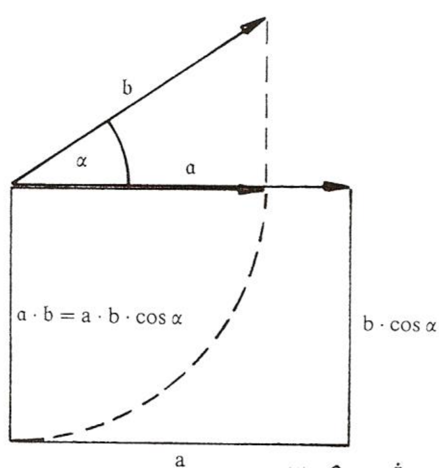
$$\mathbf{a}.\mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\,.\cos\alpha = a.b.\,\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته کونج ∝ د a او b وکتورونو ترمنځ کونج دی .

هندسي سکالار ځل د یوه ولاړکونجیز هوارمتن دی یا هواره ده د اړخونو a
او b.cos∝ سره (د b پریوستون په a). داسی یوه هواره هلته موجود
ده،که له دې وکتورونو هیڅ یو هم د
صفر اوږدوالی ونه لري او
یا $\cos\alpha \neq 0$ ، یعني $\alpha \neq 90°$ده.

د b ولاړ پریوستون په a کله کله
په ∝ سره ښول کیږي: $b_a = b.\cos\alpha$
$\mathbf{a.b} = a.b_a$



خیره ۳۰۶

جمله: د دوه وکتورونو $\mathbf{a} \neq 0$
او $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ سکالار ځل هلته او هلته
صفر دی، کله چی دواړه یو په بل ولاړ
وي:
$\mathbf{a} . \mathbf{b} = \mathbf{0} \iff \mathbf{a} \perp \mathbf{b}$

بیلګه:

د یوه ولاړکونجیز کواوردینات سیستم(Orthono.-rmalbasis اورتونورمالبنسټ)
یو په بل نیغ ولا ړ دي. له دې امله له دوه مختلفو وکتورونو ځل صفر دی او د یوه
بنسټوکتور سکالار ځل د ځان سره تل ۱ دی :

$\mathbf{i.i} = \mathbf{j.j} = \mathbf{k.k} = 1$, $\mathbf{i.j} = \mathbf{j.k} = \mathbf{k.i} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د زیاتون څخه په بل ډول، د وکتورډیری نسبت و سکالار ځل ته تړلی یا رابند نه دی . د سکالار ځل د په خوښه وکتورونو ځل د هغه ډیري څخه راوباسی، چی عملیه په کی اجرا کیږي، دا په دې مان چی دا نتیجه بیرته وکتور نه دی یعنی د وکتو په ډیري کی هم نه دی پروت. دلته اسوشیاتیو قانون هم باور نه لري:

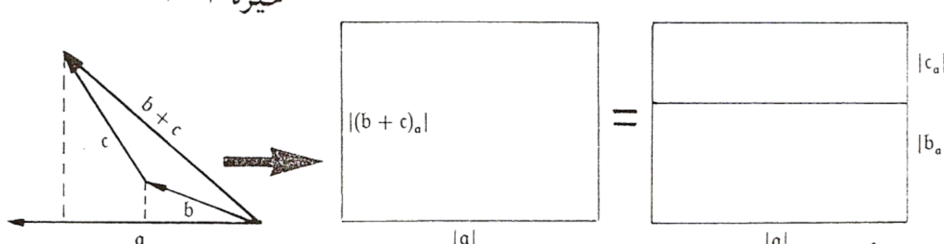
$$\mathbf{a}.(\mathbf{b}.\mathbf{c}) = \mathbf{a}.|\mathbf{b}|.|\mathbf{c}| \cos(\mathbf{b}.\mathbf{c})$$

د **a** یو زیتځله دی او په څپ : $(\mathbf{a}.\mathbf{b}).\mathbf{c}= |\mathbf{a}|.|\mathbf{b}|.\cos(\mathbf{a}.\mathbf{b}).\mathbf{c}$ د **c** یو زیاتځل دی.

سره له دې هم باورلري:

سکالار ځل کموتاتیو دی :	$\mathbf{a}.\mathbf{b}= \mathbf{b}.\mathbf{a}$
او وکتور زیاتون ته دیستربوتیو دی.	$\mathbf{a}.(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \mathbf{a}.\mathbf{b}+\mathbf{a}.\mathbf{c}$

خیره ۳۰۷



Das Distributivgesetz $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$: دستوبیو تیو قانون

کموتاتیو قانون په کمپوننتوانځورونو له لارې او بنسټ وکتورونو له لارې ساده ښوول یا ثابت کیدی شي. د بیلګي په توګه په هواره کی :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a \cdot b = (a_x \cdot i + a_y \cdot j) \cdot (b_x \cdot i + b_y \cdot j)$$
$$a \cdot b = a_x i \cdot b_x i + a_y j \cdot b_x i + a_x i \cdot b_y j + a_y j \cdot b_y j$$
$$a \cdot b = a_x b_x i \cdot i + a_y b_x j \cdot i + a_x b_y i \cdot j + a_y b_y j \cdot j$$
$$a \cdot b = a_x b_x \cdot 1 + a_y b_x \cdot 0 + a_x b_y \cdot 0 + a_y b_y \cdot 1$$
$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y$$
$$a \cdot b = b_x a_x + b_y a_y = b \cdot a$$

په ورته ډول دا د دري او زيات کمپوننتوکتورنو لپاره هم ښوول کيدي شي:

تعريف : د سکالار ځل د کمپوننت انځورونی لپاره باور لري:

$$a \cdot b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_y \\ b_y \end{pmatrix} = a_x a_y + b_x b_y \quad \text{bzw.} \quad a \cdot b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

همداسی

د **a** او **b** ترمځ کونج په لان دې ډول تاکل کيږي:

$$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}.$$

د---

ردوه وکتورونو ترمنځ رابند کونج α شميرنه د تير مخ مساواتو څخه لاس ته راځي بيلګي:

1. $a = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow a \cdot b = (-3) \cdot 10 + 5 \cdot 6 = 0$

also auch $\cos \alpha = \dfrac{0}{\sqrt{(9+25)} \cdot \sqrt{(100+36)}} = 0 \;\Rightarrow\; \alpha = 90°$

2. $a = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \Rightarrow |a| = a = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}; \quad |b| = b = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$

$a \cdot b = 9 \cdot 2 + 3 \cdot (-5) = 18 - 15 = 3 \Rightarrow \cos \alpha = \dfrac{3}{\sqrt{90} \cdot \sqrt{29}} \approx 0{,}05872 \Rightarrow \alpha \approx 86{,}63°$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وکتورځل

پیبیلګه:
که چیرې په یوه سوري جام کې اوبه واچوی او بیا سوری خلاس کړی او یا که چیرې تاسو یو لاسمینځې یا لمباڼه ډك کړی وې، نو که چیرې اوبه بندی راوباسی اوبه په ښیلوریز څرخون ډوله حرکت له سوري وځي .
دا داوبو تویدل د درووند ورن په ذریعه منځ ته راځي ، په ښي لور څرخیدنه اوبه د کوریولیسزور Corioliskraft له لاري منځ ته راځي. دا د کشولو زور په حرکت کوونکي سیستم کی باید وکتل شي یا تر نظر لاندې وي، او دا د ځمکی په ځانڅرخون له لارې کتل کیدیشي.

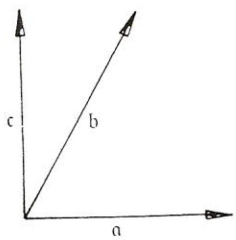
د دوه وکتوري لویو یو بل باندې تاثیر له امله (حرکت یا خوزیدنه د دروندزور په بنسټ او د ځمکی څرخون له امله خوزیدنه یا حرکت) یوه بله لویه ، چیدا هم وکتوري لویه ده منځ ته راځي. د دریواړه، د لور له امله ، په یواځنی ګډاړیکو کی سره پرتی دي، او او د دریمی ارزښت کیدی شي د نورو دوهو ارزښتونو لاس ته راوړو. په ټولیزه توګه باور لري:

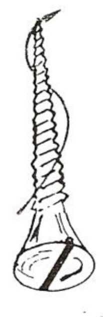
تعریف :
د وکتورځل $a \times b$ لاندې (a اتیران b) یو وکتور پوهیږو، چی لاندې خویونه ولري
اول . دا وکتوردریګوني a,b,c په لړپیرلپسی یو ښی سیستم جوړوي
دوم. وکتور c په وکتورونو a او b نیغ ولاړدی، یعنی په هغی هواره هم چی د دوه وکتورونه په کی پراته دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

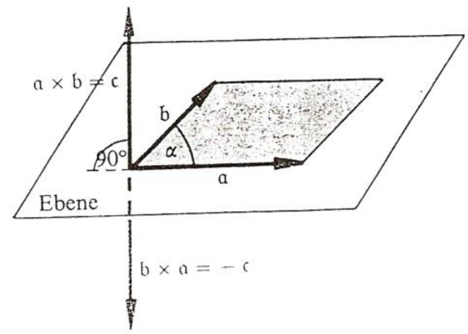
دریم. د وکتور **c** ارزښت د **a** او **b** څخه جوړ غبرګ اړخيز سره مساوي دی

$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}| = |\mathbf{a}|.|\mathbf{b}| \,.\, \sin(\mathbf{a};\mathbf{b}) = a.b.\sin\alpha$$





خيره ۳۰۸ : يو ښي سيستم کيدی شي، چی د پيچيميخ له لارې وښوول شي: که پيچيميخ له **a** و **b** ته وڅرخول شي، نو ميخ د **c** په لور خوزي يا حرکت کوي



خيره ۳۰۹

خيره ۳۰۹ : وکتور ځل او هندسي اهميت يی

پس که د وکتور وکتور ځل صفر وکتور وي ، نو يا يو له دې دواړو وکتورونو صفروکتور دی او يا دواړه سره غبرګ پراته دي(دا په دې مانا، چی $\alpha = 0$ او يا $\alpha = 180°$)

جمله: وکتور **c** د ديترمينانت په مرسته د وکتورونو **a** او **b** د کمپوننتو له لارې لاس ته راوړ کيدي شي

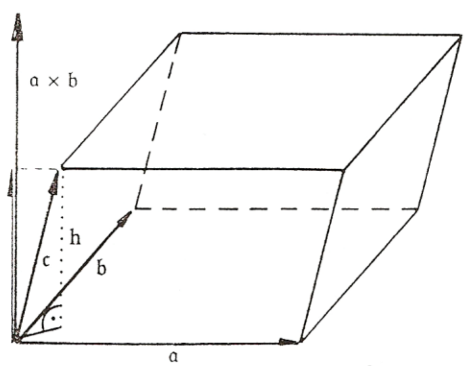
$$c = a \times b = \begin{vmatrix} i & a_x & b_x \\ j & a_y & b_y \\ k & a_z & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$c = a \times b = (a_y\, b_z - b_y\, a_z)\, i + (a_z\, b_x - b_z\, a_x)\, j + (a_x\, b_y - b_x\, a_y)\, k$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپاتځل Spatprodukt یا غبرګهواریزي ځل

د وکتورځلونه ارزښت هغه غبرګهواریزې هواره ده، کومه چې له دواړو وکتورونو غزیږي. یو دریخوایز یا دریدمینزیونال وینه و غبرهواریز ته شپات یا بیرته همغه شپږهواریز وایي (دا د مخه لوستل شوی) دا کیدی شي، چې له درې وکتورونو څخه غزیدلی فکر ته راوړل شي. د دې ډکی داسی شمیرل کیږي، چې بنسټهواره د جګې سره ځل کړای شي. دا جګې د c ولاړ پریوستون دی، په $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$. یو هندسي بدنیز Stereometrische اوبی یا حل له دې امله د c او $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ د سکالارځل له لارې لاس ته راوړ لکیږي.



څیره ۳۱۰

تعریف :

د وکتورونو $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ او $\mathbf{c}$ څخه غزیدلی شپات یا غبرګهواریز (Parallelepiped) ډکی دلاندې ځل څخه شمیرل کیږي:

$$V_{Spat} = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$$

دا غبرګهواریزځل مثبت دی، که وکتورونه $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ په دې ترتیب یو لړیپرلسی ښی سیستم جوړ کړي، په غیر له دې بیا منفی دی.

تر هغی ، چې بنسټهواره د یوه وکتور له لارې ځان ښای یا ښوول کیږي یا ځان څرګندوي، نو دا ډکي یو سکالار دی .

په ادبیاتو کی دا د ځل اهیران نخښه ، چې په نوکانو کی نیول شوې، زیات وخت نه

(c) ketabton.com: The Digital Library

یکل کیږي، یعنی لیکو: $(a\times b)\cdot c = a.b.c$ ، غبرکهواریزخل شمیرنه د
:یترمینانت شمیرنی له لور صورت نیسي:

$$(a \times b) \cdot c = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix}$$

$$(a \times b) \cdot c = \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix}$$

داچی دا اتیرانخل لکه د مخه مو چی وویل د بنستهوکتورونو د لاینی کومبینیشن په
څیر انځوریدلی شي، دا بیرته په یوه له دې کمپوننتو، کومی چی له صفر توپیر لري.

بیلګه:

د هغه غبرګهواریز ډکی څومره لوي دی، چی دد لاندې وکتورونو څخه غزیدلی وي؟

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{او} \quad c = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$ aufgespannt wird? له دي چی غزیږي

$$abc = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \\ 3 & -3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & 6 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$abc = 2\cdot(-2)\cdot 6 + 0\cdot(-3)\cdot 4 + 3\cdot(-1)\cdot 5 - 3\cdot(-2)\cdot 4 - 2\cdot(-3)\cdot 5 - 0\cdot(-1)\cdot 6$$

$$abc = -24 + 0 - 15 + 24 + 30 - 0 = 15$$

غبرګهواریز نو ډکی 15 V.E لري (یعنی ۱۵ (V,E) ډکیبوونونه یا –واحدنه)

تمرینونه

۱ – دواړه وکتورونه $a=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ او $b=\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ورکړشوي دي. په یوه کواوردیناتسیستم
کی دا لاندې رسم کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

. رسم کړی

a) $a + 3b$, b) $0.5a - 3b$, c) $2(a + b)$

او په هروار یی نتیجه د کمپوننت په ډول ورکړی؟

۱ – په هوا یا فضا کی ټکی $O(0|0|0)$, $A(1|2|3)$. $B(2|-1|4)$ او $C(-5|7|9)$ ورکړ شوي دي، لاندې وکتورونه په کمپوننت لیکدود څه نومیږي یا څه ډول دي؟

a) $\overrightarrow{OA}$ b) $\overrightarrow{BC}$ c) $\overrightarrow{AC}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ e) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BC}$ f) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

د دې وکتورونو ارزښتونه څومره لوي دي؟

۲ – که په یوه هواره کی دوه وکتورونه a او b لاینی خپلواك وي، نو هر بل د دې هوارې وکتور د دې دوه وکتورونو a او b د لاینی کمبینیشن په څیر انځوریدلی شي. a او b بنسټ جوړوي.

وکتور c د مساوات $c = k_1a + k_2b$ له لارې د لاینی کمبینیشن په څیر د ریبلو ګڼونو k_1 او k_2 سره انځور کړی. له دې دوه مساوات د k_1 او k_2 ناپیژندونکو سره جوړ کړی. (د دې لپاره دې زما د شیمرپوهنی کتاب وکتل شي)

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $c = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ c) $c = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

۴ – وي دي : $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix}$. وشمیری:

a) a.b b) -a.b c) a.a d) b.b

e) a.(b.a) f) a.(b.a).a

او د دواړو وکتورنو ترمنځ کونج.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – کونجونه $\alpha = w(a,b)$, $\beta = w(b,c)$, $\gamma = w(a,c)$ د وکتورونو

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix},\quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix},\quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

لپاره وټاکی/:.

۶ – د تریګونومتري یا کونجکچ د کوساین جمله، لکه د مخه مو چی لوستلی د سکالارځل په مرسته وشمیری.

۷ – د تالس جمله، چی د مخه مو لوستلی د سکالارځل په مرسته وشمیری:

۸ – په خوښه دریګوډي ABC لپاره د پیتاګوراس جمله او د هغی په څټ وشمیری:

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \iff |\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$$

۹ – د مختنه لوستل شوو کاتیت جمله او جګجمله وکتوري وښایی.

۱۰ – د یوه په خوښه غبرګهواریز ABCD لپاره وشمیری:

۱۱ – الف) د غبرګ اپیپت یا غبرګهواریز ډکي وشمیری، چی له

وکتورونو $b = 3$, $a = 1$ او $c = -2$ څخه غزیدلی وي.

ب) دا څه مانا لري ، که وي : $(a \times b) . c = 0$ ؟

پ) د یوې بیلګي په مرسته وښايي، چی اتیرانځل اسوشیاتیو نه دی.

ت) د وکتورونو $b = 0$, $a = 2$ او $c = k. 4$ له لارې یو غبرګ

اپیپت ورکړ شوی دی، چي ډکی یی ۸ یوونونه دی. k به څومره لویه وي؟

۱۲ – یوه سپورتي الوتکه د 250 km/h په سرعت د N60°O په لور الوځي. سملاسی له جنوب څخه باد لېږيږي. دا باد یو د 75 km /h سرعت لري او دا

(c) ketabton.com: The Digital Library

الوتکه له پیللارې اړوي. دا نوې الوتللور وټاکی او د الوتکی نوی سرعت!

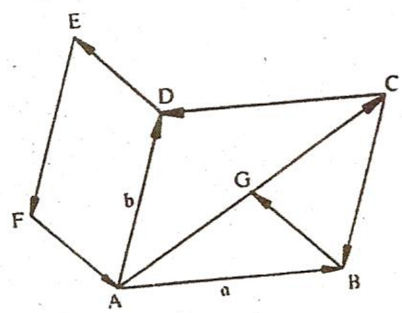
۱۳ – د وکتورونو a اوb لپاره کله لاندې اړیکی باورلري ؟

a) | a + b| < | a | + | b | , b) | a + b | = | a | + | b |

۱۴ – لاندېوکتورونه ورکړشوي دي:

$$a = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix};\ b = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix};\ c = \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix};\ d = \begin{pmatrix} -45 \\ 30 \end{pmatrix};\ e = \begin{pmatrix} 20 \\ 4 \end{pmatrix};\ f = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix};\ g = \begin{pmatrix} -2,5 \\ -0,5 \end{pmatrix}$$

وکتورونه c تر g (که ممکن وي) د وکتورونو a یاb د ډیرواره په څیر انځور کړی.



۱۵ – ناټاکلی وکتورونه د a او b د وکتورونو لاینې کمبینیشن په څیر انځور کړی. (څیره)

۱۶ – یو دریګوډی ABC په

$$a = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

سره ورکړ شوی دی. داړخ اوږدوالی او دننني کوجونه وشمیری.

۱۷ – په یوه څلورګوډي کی دی. $a = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}.$

$$c = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ und } d = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

او

د نیمی اوږدوالی وشمیری او د هغی غوڅکونج ($\le 90°$)

۱۸ – یوه کیښتی د ټکی O څخه د $r = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ په لور خوزیږي یا حرکت کوي، دا کیښتی تګلور دی، باد د $w = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ په لور لګیږي.

الف) د بادزور F برخه څومره لویه ده، چی په زیګل باندې ولاړ پریوزي. یا تاثیر کوي؟ دا زور کومه لور لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) د F برخزور له F ⊥ څخه څومره لوي دی، ك ومه چې كيښتې د مخ په لور بيايي؟

۱۹ – يو بار، چې ۱۰۰۰۰ نيوټونه دی د دوه مائلو ستنو سره نيول شوی. جوړښت يې يو مساوي ښپيز دريګوډی جوړوي ، د بنسټ ۶ متره سره او د ښپې اوږدوالی (د ستنی اوږدوالی) ۵ متره دی.

الف د وشن زور په ضواړو ستنو څنګه تاثير اچوي؟

ب) د دې برخه زور ولاړ او پراته کمپوننتونه څومره لوي دي؟

۲۰ –د وکتور v کواوردينات و اورتوګونالبنسټونو $\binom{1}{0}$ او $\binom{0}{1}$ ته وشميری، که $|v| = 5$ وي او v د وکتور $\binom{1}{0}$ سره يو د 55° کونج جوړ کړي.

۲۱ – وي دې $a + b + c = v$. وشميری : $a.d + b.v + c.d$

۲۲ – د څلور ټکو A, B, C, D او همداسی E, F, G, H سره يو غبرګ اړخيز ورکړشوی دی. د لاندې ورکړنو يا شرطونو سره د هغو هوارې وشميری

a) A = (0 | 6 | 0) , B =(8|4|0), C = (6|16|0)

b) E = 1,5|2,5|3,5) , F = (0.5|0|2,5) , G = (1 | 0,5| 4,5

هغه تراوسه ورك يا نامعلوم ټکی (D همداسی H) چيرته پروت دی؟

۲۳ –اهرام د بنسټ هوارې د کونجونو

A = (1|0|2) , B = (3|3|7) = , C = (4|2|12) , D =(2| - 1| 7)

سره کوم ډکی لري، چې څوکه يې S =(2 |4 |15) وي؟

لارښودنه: لمړی خپل ځان وپوهوي، چې آيا کونجونه ريښتيا په يوه هواره کی پراته دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجار تي شميرنه

ځاننيونيز يا متناسب او په ښځ ياچپه ځاننيونيز يامتناسب بلواك (فنكشنونه)، دربقضيه

په ورځني ژوند کی دې ته اړتيا پيښيږي چی ورکړ شوې لويی (يا ډيروالي) يو د بل سره انډول (مقايسه) کړای شي. د بيلګي په توګه د څپليو لويوالی د ځمکی ارزښت، د مياشتني معاش يو د بل سره انډول. د دوه داسی ګڼونوa او b د انډول لپاره په زيات وخت کي کمون b - a کفايت کوي. دلته نو بيا د دې دوه ګڼونو a اوb له توپير څخه غږيږو. په ډيرو وختونو کی دا بسيا (کفايت) نه کوي چي د دوه ګڼونو کمون د هغوله توپير ځخه لاس ته راوړو.

پيلبيلګه:
دوه پټي يو $1800\ m^2$ اوبل $2000\ m^2$ يو له بل $200\ m^2$ توپير لري. دا د پټيو لويوالی که $400\ m^2$ او $600\ m^2$ وي، نو ترمنځ کمون هم همدا دی. څه به ووايو که د دواړو ځمکو ويش د يوه ميراث ويش وي؟
هر ځل به دا يو $200\ m^2$ ډيره لاس ته راولي نسبت و دې بل ته. ګورو چی په دوم ويش کی $400m^2/600m^2$ د لمړي ميراثخور لپاره تاوان نسبت و لمړي ويش $1800m^2/2000m^2$ ته زيات دی.
دا په دې مانا، چی که هرڅومره ځمکه لويه وي نو په همغه اندازه د دواړو ميراثخورو ترمنځ توپير کميږي.

دا مخته پرته بيلګه ښايی، چي په داسی حالتونو کي دانډول لويي يو بل سره په تناسب يا ځاننيونه کی راوستل کيدي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف: که a او b دوه له صفر مختلفی لویي یا کمیتونه وي، نو a / b ویش یا a: b د a تناسب یا ځانیونه او b ته بلل کیږي.

بیلګه: ۱ – د ځمکو $400m^2$ او $600m^2$ لویوالی یو بل سره $400/600 = 0,6 = 2/3$ تناسب جوړوي یا یو بل سره ځانیسي. دا کوچنی ځمکه (پټی) د لوي پټي %66,6 جوړوي.

۲ – د پټیو $1800m^2$ او $2000m^2$ لویوالی یو بل سره په

1800/2000=0,9=9/10

تناسب یا ځاننیونه کی پراته دي. دا کوچنی پټی د لوي پټي %90 جوړوي.

۳ – د مودل ګاډي TT لاین (لیکو یا پټلیو) او الماني ګاډو د لیکو یا پټلیو سور یو بل سره په لاندې تنساب کی پراته دي

12mm/1435mm = 0,00836 ~ 1/120 .

۴ – که یو کړندی په 30 دقیقو کي 70km ځغلي، نو د وهل شوي فاصلي سرعت تناسب ووخت ته په لاندې ډول دی.

s/t = 70km / ½ h =140[km/h] = 140km/h .

۵ – د یوه هوموژین بدن (د مساویډوله مواد جوړ) سختوالی ρ د هغه د کتلی (g) ځاننیونه یا تناسب دی ، د هغه بدن ډکي (cm3) ته

ρ = m / V [g / cm³]

د یوه لرګي بلاك سختوالی (کثافت)، چی دري کیلو ګرامه دروند او څلور زره مکعب سانتیمتره ډکی (حجم) لري، 0,75 g / cm³ دی

3000g / 4000 cmw = 0,75 g/cm³ = ρ سختوالی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ غواړو، چې اوس ځانونه د بلواك دوه ځانګړو تيپونو يا ډولونو ته متوجه کړو، دا څنګه، چې موږ په ورځني ژوند کی ډير واره ورسره مخامخ کيږو، چی له دې امله يي پيژندنه ځموږ لپاره خورا مهمه ده.

پیلبیلګه:

۱ - د يوه نل څخه په 3 دقيقو کی ۱۲ ليتره اوبه راوځي. څو ليتره اوبه به په يوه ورځ کي له دې نل څخه راووځي، څومره په يوه کال کی؟

که په درې دقيقو کي ۱۲ ليتره اوبه له نل څخه راوځي، نو په يوه دقيقه کی بايد ۴ ليتره اوبه او په ۲۴ ساعتونو يا ۱۴۴۰ دقيقو کی

طبعآ 5760 = 4 . 1440 ليتره اوبه راوځي. او په دې تعقيب په يوه کال کی 2102400 = 360 . 5760 ليتره او يا ۲۱۰۲۴ هيکتوليتر اوبه بهيږي.

۲ - ځلور کارګر يو ه بنستې کنده په ۹ ساعتونو کی راپورته اوکانکريټوي. څومره وخت درې کارګره ضرورت لري او څومره وخت به ۱۰ کارګر ضرورت ولري چی دا ځمکه راپورته کړي اوهم کانکريټ کړي؟

که څلور کارګره ددې لپاره ۹ ساعته ضرورت لري، نو يو کارګر ددې لپاره حتمآ زيات وخت په کار لري، يعني څلور ځله زيات وخت، پس ۳۶ ساعته، نو درې کارګر په تعقيب 12 = 3 : 36 ساعته او لس کارګر 3,6 = 10 : 36 ساعته = درې ساعتونه او ۳۶ دقيقي ضرورت لري چی دا ځمکه وکني او کانکريټ کړي.

په دواړو حالتونو کی يو نظم منځ کی پروت دی، دقيق په لمړی بيلګه کی فنکشن وخت —> د اوبو مقدار او په دومه بيلګه کی فنکشن کارګر —> د کارساعتونه.

مګر داوړه فنکشنونه پوره په خپل راوړون ډول کی يو له بل توپيريږي:

۱ - څومره ډير وخت چی تيريږي په همغه اندازه زياتی اوبه له نل بهيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – څومره چې کارګر زیاتیږي همغومره د کار وخت کمیږي
دې ته ورته د ورکړشوو فنکشنونویا بلواکو شمیرپوهنیزیا ماتیماتیکي لیکدود
د فنکشن ورکړدود مختلف لیدل کیږي.
۱– فنکشن f : وخت (دقیقه) ⟵ د اوبو ډیری(ل)
د فنکشن لیکدود (فنکشن لیکلوقانون) لري $x \to 4x$
په دې ډول د فنکشن مساوات داسې بریښي $y = 4x \quad ; \; x \in Q^{+}_{0}$
۲ – فنکشن g : کارګر (څو دانې) ⟵ د کاروخت (ساعت h)
د فنکشن لیکدود لري $x \to 36/x$
په دې ډول د اړوند یا مربوط فنکشن مساوات داسې بریښي $y = 36/x \; ; \; x \in N$

تعریف:

یوه لویه x و هغې ته تنظیم شوې لوي y ته سیده متناسب سیده ځاننیونه
(په نخښه کې $y \sim x$) بللکیږي که د هغوي تناسب یاځا ننیونه
(ویش) y / x تل یو ثابت ارزښت وساتي : یعنی $y / x = k$ وي.
بلواك(تابع) یا فنکشن $y = kx$ (ثابت $-k$) د تناسب یا ځاننیونی څلوونی
یا فاکتور بلل کیږي.
یوه لویه هغې بلې تنظیم شوی لویې ته ناسیده متناسب ده یا ناسیده
ځاننیونه کی ده، که د هغو ځل تل یوثابت ارزښت وساتي: یعني

$$y.x = k \iff y = k/x$$

بلواك یا فنکشن $y = k/x$ چپه یا په څټ متناسب (antiproportional)
یا په څټ ځاننیونکی بلواك یا فنکشن بلل کیږي.

متناسب فنکشن $y = kx$ د یوې لوي دوه برابره، نیم برابر، n –برابره پورې د
بلی لویې هم دوه برابره، نیم برابره یا n–برابره پورې اړه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په چپه یا په څټ متناسب فنکشن $y = k / x$ کی دوه برابره، نیم برابر ... n − برابره پورې د بلې لوې نیم برابر، دوه برابر ... 1/n−برابره تعلق لري (اړه لري) .
په چپه یا په څټ متناسب فنکشن $y = k/x$ کی د چپه یا ناسیده متناسبوالي څخه خبرې کیږي. که متناسب او چپه یا په څټ متناسب فنکشنونه په یوه کواوردینات کی انځور شي، نو لیدل کیږي چی متناسب بلواك یا فنکشنونه مونوتون پورته کیدونکی او چپه یا په څټ متناسب بلواك یا فنکشنونه مونوتون لویدونکي دي (د مونوتون کلیمو لپاره دې ځما د شمیرپوهنی کتاب وکتل شي)

بیلګي :

۱ − سیده تناسب یا سیده ځاننیونه:

الف : په شي اخستلو کی د ډیري ارزښت سیده متناسب دی.

ارزښت(افغانی)   ډیری (کلیوګرام)

ب : په تیزوالی یاسرعت کی وهل شوې لار د وخت سره سیده متناسب ده

s(km) −> t(s)

۲ − ناسیده تناسب یا ناسیده ځاننیونه

الف : یوې معلومی لار وهلو لپاره تعجیل هغه په بر کی نیولي وخت سره ناسیده متناسب دی: که هرڅومره تعجیل زیات وي په همغه اندازه وخت کمیږي.

ب : د وچو شودو د یوه څرګند ټاکلي ټول وزن د وړونکوتیو ګڼه ناسیده متناسب ده د هرې کوتۍ یویزوزن سره: که هرڅومره زیاتی کوتۍ په کار واچول شي په همغه ګڼون د کوتیو وزن کمیږي.

تعریف: د لاندې ډول $a/b = c/d$ یا $a:b = c:d$ مساوات د تناسب مساوات یا ځاننیونیز برابرون بلل کیږي (ویل کیږي چی a و b ته ځان داسی نیسي (یا داسی انډول کی ده) لکه c و d ته) دلته a او d د تناسب یا انډول

(c) ketabton.com: The Digital Library

دباندني غړي دي او b او c د انډول دننی غړي. په هر تنساب کی د دباندنیو غړوځل د دننیو غړو د ځل سره برابر دی:

$$a / b = c / d \iff a . d = c . b$$

اوس ځان باوري کولی شو چی د دننیو غړو بدلول او یا د دباندینو غړو بدلول یو د بل سره په تناسب یا انډول کی تغیر نه راولي. کیدی شي چی ټول دنني غړي د دباندینیو غړو سره بدل شي:

$$a/b = c/d \iff a/c = b/d \iff c/a = d/b \iff b/a = d/c$$

له دې امله کیدی شي چی یو دبل سره برابر زیات تناسبونه یا انډولونه د یو په بل پسی راتلونکو تناسوبونو په څیر ولیکل شي:

$$a/b=c/d = e/f \iff a:c:e = b:d:f$$

دلته باید په پام کی وي چی ویش ځانله صورت نیسي یعني تل د دوه ګڼونو،

بیلګي :

۱ – له $5 / 15 = 7 / 21$ څخه لاس ته راځي $7.15 = 5.21$ یا $15/5 = 21 / 7$ یا $15/21=5/7$ یا $21/15 = 7/5$.

۲ – د $8/12 = 4/6 = 2/3$ لپاره لیکو $8:4:2 = 12:6:3$

۳ – یو تناسب چی دننه او دباندې غړي یي یو له بل سره برابر وي ناپریکیدونکی تناسب بولو. په ناپریکیدنکی تنساب یا انډول $a:m=m:b$ یا $m:a = b:m$ کی m منځنی متناسب انډولی بلل کیږي. منځنی متناسب د نورو دوو غړو a او b جیومتریکي منځ دی.:

$$a / m = m / b \iff m^2 = a.b \Rightarrow m = a.b$$

د $a = 16$ او $b = 9$ لپاره $m = 12$ منځنی متناسب داسی دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$16/12 = 12/9$

۴ څلور انډولونه متناسب یا ځانتیونیزڅنګه لیکل کیږي؟

$18/x=8/5 \iff 18 . 5 = 8x \implies x = (18 . 5) / 8 = 11,25$

په ترتیب تنساسب یا ځانتیونه یا انډول کی باور لري: $18 / 11,25 = 8 / 5$

زیات وخت مود تکست وظیفی د تناسبمساواتو (انډول برابرون) ته لاربنودوي، نو بیا دريِ ورکړشوو لویو ته څلورم تنساب یا انډول غوښتل کیږي. د داسی وظیفو لپاره سیده یا ناسیده تناسب یوه غوره رول لوبوي. داسی پوښتنی د دریقضی شمیرني یا پاي (ختم) شمیرنی لاندې شهرت لري.

د دريقضي شمیرني اصلي پرابلم په دې کی دی، چی د وظیفي ورکول باید څرګند یا روښانه شي، چی ایا دا یوسیده متناسب او که چپه یا په ځتې متنساب بلواك (تابع) یا فنکشن دی.

د دري قضي پوښتنی کولو څخه لاندې تکامل منځ ته راځي :

۱ – یوه د شرایطو قضیه، کومه چی ټولی ضروري ورکوني په ګوته کوي.

۲ – یوه د پوښتنی قضیه چی غوښتونکی لو یه x متن کي یا خوندي لري او له هغي سیده یا ناسیده د ځواب تناسب ته تکامل ورکوي.

۳ – یوه پایقضیه، په کوم کی چی له یوه یوون (واحد) په ورته یامناسب ډیرون پاي ورکول کیږي.

پیلبیلګه:

یوه الوتکه له الف ځاي تر ب ځاي پورې چی ۸۰۰ کیلومتره واټن دی په ۶ ساعتو او ۴۰ دقیقوکی تی کوي، دا الوتکه به ۲۲۰۰ کیلومتره لار په څو ساعتوکی ووهي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې جملې له لارې یې ځواب:

الف – د شرایطو قضیه........... 800km - 6h 40 min

یا............... 800km - 400 min

ب – د پوښتنې قضیه .. .. 2200 km - x min

پ – پایقضیه.......... 200km - 400/4min = 100min

2200km - 11.100 min = 1100 min

دا الوتکه به په دې ترتیب د 2200km اوږده واټن لپاره

1100min = 18h20min

ضرورت ولري.

د دې وظیفه د تیك ځواب لپاره ضروري نیوني دا وي چې سیده تناسب وپیژندل شي: هرڅومره چې د الوتلو واټن لږ کیږي په همغه اندازه الوتکه زیات وخت په بر کې نیسي.

یعنې 2200km اوږد واټن په داسې انډول یا تناسب کې دی لکه 400min و 800 km ته:

x / 2200 = 400/800

د اکویوالنځ فورم(ځیرې –) اوړون له لارې څخه ځواب x لاس ته راځي:

x = (400 . 2200) / 800 = 1100

۲ – ۴ کارګر د یوه دیوال وهلو لپاره پنځه ورځې ضرورت لري. د ناروغې له امله یو کارګر د کارلري پاتیږي. دا راکمه یا راکوچنی ډله اوس څنګه مشغول ده؟ دلته یو ناسیده تناسب یا ځانئیونه لرو:

هرڅومره چې کارګر کم وي په همغه اندازه وخت زیاتیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددریجملی سره شمیرنه	د تناسب سره شمیرنه
۴ کارګر – ۵ ورځي ۱ کارګر – ۵ . ۴ ورځي ۳ کارګر – ۳ / ۲۰ ورځي پس ۳ کاګر – $6\frac{2}{3}$ ورځې	غوښتونکی کاروخت x د ۵ ورځو سره داسی تناسب کی دی لکه ۴ کارګر و درې کارګرو ته ورځی $x/5 = 4/3 \Leftrightarrow x = (4.5)/3 = 20/3$

یوځاي شوې درې قضیه:

د ۳۰ جوړه کالیو ګنډلو لپاره ۱۲ درزیان ۲۰ د کار ورځي ضرورت لري. ځومره ورځی به ۱۰ درزیان د ۷۰ جوړه کالیو لپاره ضرورت ولري؟

لمړی دریقضیه	دومه درې قضیه
(سیده متناسب)	(ناسیده متناسب)
۳۰ جوړه کالي	۱۲ درزیان – ۲۰ ورځي
۷۰ جوړه کالي	۱۰ درزیان – x ورځي

هرڅومره چی کالی زیات وي همغومره زیاتی ورځي، هرڅومره چی درزیان زیات وي همغومره لږې ورځي

۱۰ جوړه کالی –	۱۲ درزیان –	ورځی
۷۰ جوړه کالی	۱۲ درزیان	ورځی
۷۰ جوړه کالي	۲ درزیان –	ورځي
۷۰ جوړه کالي	۱۰ درزیان	ورځي

پس لرو

ورځي $x = (20.7.6)/(3.5) = 56$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – لاندې ځانتیونې یا تناسبونه ساده افاده کړئ

a) 200t : 2 kg　　b) 6 m : 6 km

c) 4km / 30min　　d) 3,2 t : 400dm³

۲ – یوه موټر د ۵۵۰۰ کیلو متره اوږدې لار لپاره ۳۸۵ لیټره ډیزل وسزول

الف) په دې تګلاره ۵۰ لیټره ډیزل د څومره لار لپاره بسیا کوي؟

ب) د یوې ۴۳۰ کیلو متره لار لپاره به دا موټر څومره ډیزل مصرف کړي؟

۳ – که غواړو چې د یوه موټر سره د الف ټکي څخه و ب ته ورسیږو ، نو د ۶۰ کیلومتره په ساعت ته درینیم اعته ضرورت لرو. د الف څخه ب ته سړی په څومره وخت کي رسیدلي شي، که د موټر سرعت په لاندې ډول وي:

a) 50km / h　　b) 110 km / h?

۴ – یو ښار پلان د ۱ : ۱۰۰۰۰ تناسب یا ځانتیونه ورکړ شوی دی. لاندې واټنونه په ریښتونې څومره دی ؟

a) 5 cm　　b) 33 mm　　c) 1 dm

۵ – یو ۸۱ ګڼ څنګه په داسې په ۲ زیاتونونو ټوټه کیدی شي، چې ځانتیونه یا تناسب یې داسې وي لکه : 5 : 4 ؟

۶ – د یوه ګڼ او ۵ کمون ځان نیونه یا تناسب و ۷ ته داسې دی ، لکه چې د ۵ کمون ودې ګڼ سره، چې ۴ ته ځا نیسي یا و ۴ ته تناسب یا ځانتیونه؟ دا ګڼ کوم دی؟

۷ – یو فاو وې موټر ۸۰ کیلو متره په ساعت کي ځغلي او په دې پسې په ۱۲۰ متره کې وروسته یو بی ایم وې موټر ۱۲۰ کیلو په ساعت کې ځغلي.

الف) بی ایم وې څومره وخت ته ضرورت لري، چې د فاو وې څخه مخ ته شي؟

ب) بي ایم وې په دې وخت کې څومره واټن وهلی دی؟

پ) دا بی ایم وې څومره وخت ته ضرورت لري، چي له فاو وې موټر څخه ۴۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

متره مخ ته شي ؟

۸ – د سونګ سکرو سوزلو له امله د کولنډیاوکسید غاز پیداکیږي. د سونګ سکرو او د راپیدا کولنډیاوکسید Kohlendioxid (CO_2) ترمنځ تناسب یا ځاننیونه 11 : 3 ده.

څو ګرامه سونګسکاره به ۱۰۰ ګرامه کولینډیاکسید رامنځ ته کیږي؟

۹ – له دریو یو په بل اغیزهمند غاښورڅرخي د ۴۸ ، ۳۶ همداسی ۱۶ ښاغونو سره دا کوچنی څرخی ۴۰۰ واري په یوه دقیقه کی ګرځي یا څرخی.

نور دواړه غاښورڅرخی څو واره څرخی یا ګرځی؟

۱۰ – ۹۰۰ تیرې، چی ۳۶ سانتي متره سور لري ۴۰۵۰ کیلو ګرامه وزن لري.

۱۱۰۰ تیرې به څومره وزن ولري، که د همغو موادو جوړې وي او سور یی ۲۴ سانتي متره وي؟

۱۱ – یو د زدکوونکو ورځپاڼه « هیلی »د رحمان بابا د لیسی څخه راوځی د دې لپاره چی د ورځپاڼو ۱۲۰۰ توکه وتړل شي ، څلور زدکوونکی ۳ ساعته کار پرې کوي.

څومره زدکوونکی په کار دې، چی ۲۱۰۰ توکه ورځپاڼی په ټیک دوه ساعته کی وتړي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

په سلو کې – -Prozent ، په زرو کې – - Primille

ګټه– -Zins او د ګټې د ګټې شمیرنه Zinseszinsrechnung

مور د a / b یا c / d ډولونو انډولونه او یا په همدې ډول ویشنه په مساواتو و ازمایل. د ماتشمیرنې په چوکاټ کې(څما د شمیرپوهنې کتاب دې وکتل شي) به وښوول شي چې څنګه بنسټیز نظم په داسې ماتو کې ټاکل کیدی شي. د انډول یا مقایسې لپاره دا هم وړاندېکوولی شو چې دواړه مات لاندې په ګډ ماتلاندې چې 100 وي پراخ شي. دا کم له کمه په نزدې ډول په هر مات کې کیدی شي.

پیلبیلګه:

یو جوړ جامې، چې په ۲۳۰ افغانۍ پلورل کیدې، په ۴۰ افغانۍ ګرانې شي د ګرانښت تناسب یا ځاننیونه یې و اولنۍ ارزښت ته څومره دی؟

دا تناسب ۴۰/۲۳۰ کیدی شي نزدې په یوه مات چې مات لاندې یې «۱۰۰» وي انځور شي، دا کیدی شي چې د ویشنې له لارې داسې صورته ونیسي:

40 / 230 = 0,1739 پس 40 / 230 ~ 17,39 / 100

قیمتیدل د لمړني قیمت 1739, 0 ځله راکوي. داسې هم وایو چې قیمتیدل په سلو کې نزدې ۱۷ دي.

تعریف: د یوه بنسټیزارزښت G سلمه برخه ددې ګڼ 1 په سلو کې بلل کیږي، او ددې لپاره لیکو 1% د G دی G/100 , په همدې ډول % P له G

(c) ketabton.com: The Digital Library

ا لیـ

د ګټې ارزښت $W = P.G/100$ له لارې ټاکل کیږي، P په سلو کی جمله او W په سلو کی ارزښت بلل کیږي.

بنسټ ارزښت G ځان و 100 ته داسی نیسي لکه د په سلو کی ارزښت W د په سلو کی جملی P ته، پس

$$\frac{G}{100} = G / 100 = W / P = \frac{W}{P}$$

$$\Leftrightarrow \; G . P = 100 . W$$

د اخرني مساوات څخه د فورم اړولو له لارې لاس ته راځي

جمله:

د په سلو کی ټاکنه	بنسټ ارزښت	په سلو کی ارزښت
$P = 100 . W / G$	$G = 100.W/ P$	$W = G.P / 100$

بیلګی:

۱ – د په سلو کی ارزښت	بنسټ ارزښت	په سلو کی ټاکنه
= 16,80 DM	د 120 DM	14 %

۲ – یو نفر باید د یوه نوي بایسکل لپاره 40 , 60 DM یعنی المانی مارکونه د مالیا لپاره (14%) ادا کړي

دا بایسکل څو ارزښت لري، بې له مالیا، او دا د مالیا سره څو ارزښت لري؟

که د 40,60DM په سلو کی ارزښت د په سلو کی ټاکنی 14% وي،

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو باید 40,60 / 14DM د 1% د بنسټارزښت برابر وي. په دې پسې
بنسټ ارزښت (100% =) د G = (40,60 / 14)100DM = 290 DM
لاس ته راځي.
له دې سره بايسکل ۲۹۰ مارکونه بې ماليا ارزښت لري او ۶۰ ، ۳۳۰
ماروکونه د ماليا سره.
کيد ی شي، چې سملاسی هم د ماليا سره ارزښت ته راشو، که د دې لپاره يو
بنسټ ارزښت د ۱۱۴ په سلو کی کيښول شي يا وضعه شي:

G = (40,60 / 14). 114DM = 330,60 DM

۳ – يو جوړ کالي چی ۱۵۰ مارکونه ارزښت لري په ۱۰ په سلو کی ګرانيږي، دا کالي تر ډير څنډ نه پلورل کيږي، نو له دې امله يی بيا دوکانواله په ۱۰ په سلو کی ارزانوي. پوښتنه داده، چی ايا داکالي به اوس هم ۱۵۰ مارکونه ارزښت ولري، که څنګه؟

طبعاً نه ، ځکه چی ګرانوالی په ۱۰ ٪ مارکونو زياتوالی يی په سرچينيز ارزښت دی ، مګر دا ارزنښت يی په دې اوسني ارزښت، چی 150 + 150.10% = 165DM په بنسټ منځ ته راځي. له دې امله دا کالي د ارزنښت وروسته اوس

165 - 165.10% = 165 - 16,50 = 145,50DM

مارکونه دی. که یوه ورکړې شوې بنسټ ارزښت بیا ره د یوه سلو کې ارزښت سمبول کېږي، کیدی شي چې دا د یوه سان ځل له لاري وشي.

بيلګي:

اول) د ۳۵۰ ماروکونو ۱۴ ٪ کی داسی شميرل کيږي: 350.0,14 = 49 DM
دوم) که د ۴۵۶۸ کيلو ګرامه بنسټ ارزښت په ۲۲ ٪ کم شي، نو لاس ته راځي:

4568(1 - 0,22) = 4568.0,78 = 3563,04 DM

دريم) که د $2303\ m^2$ بنسټ ارزښت په 24% جګ شي، نو لاس ته ترې راځي«

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2303.(1+0,24) = 2303\ .1,24 = 2855,72\ m^2$$

لاندې بنسټپاکنی یا بنسټ مقدارونه دی په مات بڼه ورکړ شي :

$1\% = \frac{1}{100}$	$1\frac{1}{4}\% = \frac{1}{80}$	$1\frac{1}{3}\% = \frac{1}{75}$	$1\frac{2}{3}\% = \frac{1}{60}$
$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$	$3\frac{1}{3}\% = \frac{1}{30}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$20\% = \frac{1}{5}$	$25\% = \frac{1}{4}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$50\% = \frac{1}{2}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$	$75\% = \frac{3}{4}$

د یوه بنسټ– یا سټه ارزښت G یو په زرمه برخه ۱ پرومیلی (لاتین) واي، چې مور یی دلته هم د زرو څخه ۱ بولو:
۱ په زرو کی 1 ‰ له G دی G / 1000
د پرومیلی یا په زرو کی شمیرنی لپاره له دې وروسته انډولګڼ ۱۰۰۰ (په ماتلاندې کی) ، 1000‰ له دې سره یو سټه ارزښت دی.

بیلګه :

4,7 ‰ له 3690DM دې: 17,34DM

مور غواړو، چې دا اوس د په سلو کی شمیرنی یو ځانګړي بڼی سره مشغول کړو. په ورځني ژوند کی خلك د کور جوړولو لپاره یا د یوې مغازې جوړولو لپاره پیسی (بډایي یا سرماي) پوروي او دا زیات وخت په نوې نړی کی له بانکونو څخه، د پور ورکولو له لارې پورورکوونکی څه پیسی باید لاس ته راولی، د ارزښت بايللو تر نامه، چی دې ته د سرمایي ګټه وایي. په بانکی معاملو کی د فعالی ا و غیر فعالی ګټی ترمنځ توپیر باید وشي. فعاله ګټه بانك د پوروړی څخه د ورکړشوې پور په مقابل کي لاس ته راوړي، د دې په څټ یا برعکس څوك چی په بانك کی شمیرکتابچه خلاصوي او په بانك کی پیسی سپما کوي ، نو دمرکزې یا ملي بانك په هدایت د

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیسو د سپما لپاره سپماکونکي هم څه پیسي لاس ته راوړي، چی دې ته به موږ د سپما ګټه ووایو ، په هر صورت په ځنی هیوادونو کي د پورګټی او سپما ګټی ترمنځ توپیر باید له ۲ په سلو کی تر درې په سلو کی څخه زیات نه وي.

په پرینځیپ کی باید د ساده ګټی او داسی په نامه د ګټی ګټی ترمنځ شمیرنو کی توپیر وشي . په داسی حال کی، چی په ساده ګټه کی پوروړی د پورشوي مقدار په بدل کی یوه ټاکلی ګټه ورکوي، چی هغه زیات وخت د یوه کال په منځ کي یعنی د یوه کال تیریدلو سره ټاکل شوې وي او دا ګټه د کال په اخر کی په منظمه توګه ورکول کیږي یا ادا کیږي.

د ګټی ګټی په شمیرلو کی د هغه غونډ وخت ګټه شمیرل کیږی ، چی په هغی کی د ګټی ګټه هم خوندې یا شامل ده، دلته هغه د هرکال ګټه د هغی لمړنی بډایي ته ورزیاتیږي او بیا د ټولو ګټه د بل کال لپاره شمیرل کیږی او په همدې ډول ورپسی د دوه او یا زیاتو کالو.

لمړی غواړو، چی یواځی ساده ګټی شمیرلو سره ځان په کار واچوو:

پیلبیلګه

یوه د ۳۵۰۰ مارکونو بډایي یا سرمایه په بانکی شمیرنه کي په بانك کی اینښولکیږي، چي کلنی ګټه یی %4,5 ده. له 3,5 کالو وروسته دا سرمایه اینښونکي په بانکی شمیرنه کي څومره پیسی لري؟

دلته په پوره هدایت ساده ګټونه مخ ته پرته وي، که څه هم په معمولی توګه داسی شمیرنو کی د ګټی ګټه هم شمیرل کیږي. د په سلو کی شمیرنو بنسټ ارزښت دلته هغه ګټوونکی بډایي یا سرمایه K (بنسټسرمایه) ده، او د په سلو کی ارزښت ګټه Z ده (په المانی مارکونو) ، د په سلوکی مقدار ، چی ما کله په سلو کي ټاکنه(یعنی په سلو کي څومره اندازه) بللی په %).

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دنده یا شمیرنه کې ګټه غوښتل شوې(دمخه برخه دې، یعني د په سلو کې ارزښت دې وکتل شي) ددې لپاره لاس ته راځي

$$Z = K.p / 100 = 3500.4,5 / 100 = 157,50DM$$

دا د یوه کال لپاره ګټه ده ، په بنسټیزه بڼه ښایي ، چې ۳۵۰۰ مارکونه دي. په درینیمو کالو کې په ساده ګټونه ښایي، چې بانکی شمیر یی واز کړی 3,5 .157,50 = 551,25DM لاس ته راوړي. په دې توګه به په سپما کتابچه کې 3500 + 551,25 = 4051,25DM (مارکونه) وي.

د ګټې وخت t لکه، چې ومو لیدل یو کال ، زیات یا کم کیدی شي. ، بیا نو په بانکي شمیرنه کې د یوه کال لپاره ۱۲ میاشتي نیسی، چې د هرې میاشتي لپاره ۳۰ ورځي ټاکي، یعنی په ټولیزه توګه ۳۶۰ ورځو په بنسټ بیا بانکی شمیرنی صورت نیسی. د ورځو په بنسټ بانکي شمیرنو کې هغه د سپما ورځ ورسره شمیرل کیږي(د سپماورځ Wertstellung یا Valutierung)، هغه ورځ، چې پیسی بیرته له بانګ اخستلي کیږي یا له بانك بیرته پورته کیږي، نه ورسره شمیرل کیږي.

د ګټې فرمول: $Z = K.p / 100$. د ورځنی ګټې فرمول: $Z = K.p.t / 100.360$

بیلګی

لمړی : ۴۵۰۰ مارکونه له ۳ . ۷ . ۱۹۸۷ څخه تر ۱۵ . ۹ ۱۹۹۰ پورې څومره ګټه کوي، که ګټه 4 , 75% وي.

د ګټې وخت د ورځو په بنسټ شمیرو: $t = 12 + 60 + 3.360 = 1152$ ورځي.

د ورځنی فرمول له مخی لاس ته راځي:

$$Z = K.p.t / 100.360 = 4500.4,75.1152 / 100.360 = 684DM$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوم : یوې ښځی په ۱۵ . ۳ . ۱۹۸۷ باندې ۷۹۰ مارکه په بانکي سپما کتابچه کیښوول، او دا پیسی یی بیرته په ۲۰ . ۲ . ۱۹۸۸ له بانك څخه راواخستلی. دې بهٔایي یا سرمایي څومره ګټه وکړه:

• $p = Z.100.360 / K.t = 30.100.360 / 790.335 = 4{,}0809 \Rightarrow p \sim 4{,}08\%$

دریم : په څومره وخت کی کیدی شي، چی ۱۰۰۰ مارکونه د ساده ګټي په بنسټ ۲۰۰۰ مارکونو ته جګه شي، که بهٔایي په 4 , 5% ګټه سپما شوې وي؟

• $t = Z.100.360 / K.p = 1000.100.360 / 1000.4{,}5 = 8000$

ورځي ۸۰۰۰ = ۲۲ کاله او ۸۰ ورځی

څلورم : یو بهٔایی ، چی لاتري یی ختلی په ساده ګټونه ، چی ۷ ،۶ په سلو کی ده له بانك څخه د میاشتی ۲۰۰۰ مارکونه ګټه اخلي.

دا د لاترې ختنه به څومره جګه وي؟

موږ دا د ګټي فرمول د بهٔایی په لور اړوو یابدلوو:

• $K = Z.100.360 / p.t = 2000.100.360 / 6{,}7 .30 = 358208{,}95DM$

لکه چی پوهیږو، بانکونوپرکسیس یا کار کی د ګټی ګټونه معمول ده، او له دې زیات نه. د ګټی ګټه کلنی شمیرل کیږي او بهٔایي ته ورزیاتیږي.

یو پیلبهٔایي K_0 ، د یوه کال په اوږدوالی کی د یوې ګټی ټاکه یامقدار $p\%$ سره په ګټه اچول کیږي، د کال په اخر کی د یوې ګټی

••• $K_1 = K_0 + K_0 (p / 100) = K_0 (1 + p /100)$

سره په سپماکتابچه کی لیکل شوې ده.

دلته $K_0.p / 100$ د یوه کال را اچولی ګټه ده، د یو کال په پیلبهٔایي K_0 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول دوه کاله وروسته دا پیلبډایي د همغی پنبیگټی یا گټی پیل سره داسی لویه شوې

$$K_2 = (K_0 + K_0 . P / 100) + (K_0 + K_0 . P/100).(P/100)$$
$$= K_0 + K_0.P/100 + (K_0.P/100)(P/100)$$

که K_0 له نوکانو یا غیږ دباندې ونیول شي نو لاس ته راځي:

$$K_2=K_0(1+2.P/ 100 + P^2 / 100) = K_0(1+ P/100)^2 = K_1(1+ P/100)$$

له درې کاله وروسته دا بډایي یا سرمایه ده:

$$K_3=K_0(1 + P/100)^3 \qquad K_3=K_2(1 + P/100)$$

که دا شمیرنه په ورته توگه دوام پیداکړي، نو د t کالو وروسته په ټولیزه توگه لاندې بډایي لاس ته تري راځی

$$K_t = K_0 . (1 + P/100)^t = K_{t-1} . (1 + P/100)$$

د (1 + p/100) لپاره غواړود لنډونی له امله q ولیکو، q گټی فاکتوریا گټی ځلونی بلل کیږي:

$$q = 1 + p / 100$$

ددې ساده ونی سره لاس ته راځي: د گټی گټی فرمول: یوه بډایي K_0 د t کالو وروسته د p% کلنی گټي باندې(د گټی جگیدنه) په $K_t = K_0 (1 + p / 100) = K_0.q^t$ لویه شوې

بیلگه : له درینیمو کلو وروسته په ۴،۵ ٪ گټه ۳۵۰۰ مارکونه په کوم ارزښت لوییږي؟

$K_{3,5} = K_0. q^t = 3500.1,045^{3,5} = 4082,96$ DM مارکونه

د گټیگټی شمیرنی سره بډایي $K_0 , K_1 , K_2 , K_3 , ..., K_t$ یوه هندسی پرلپسی جوړوي(ددې لپاره دې ځما د شمیرپوهنی کتاب وکتل شي) دا د پیلبډایي K او ځلوونې $q = 1 + p / 100$ سره ، گرافیکی که وکتل شي، نو د گټی لوییدنی فنکشن $K_t = K_0 . q^t$ یو اکسپوننشل بلواك انځوروي. د تعریفډیري $D = Q$ سره.

ساده گټه اچونی بیا یو لاینې فنکشن $K_t = K_0 (1 + p.t / 100) ; t C Q$ په نخښه کوي.له دې امله بډایي په ساده گټه اچونه دومره چټکه نه لوییږي، لکه چی په یوه دگټی گټی اچونی باندې.

بیلگی: ۱ – یو د ۴۷۰۰ افغانیو مقدار یا ارزښت دې د پنځه کلونو لپاره په ساده گټه اچونه او ب) په د گټی گټی اچونی چی ۵۷، ۴ ٪ دی اینښول کیږي. دا هر پایبډایي څومره لویه ده؟

a) $K_5=K_0(1 + P.t/100) = 4700(1+ 4,75 . 5/ 100) = 5816,25$ Af

$K_5= K_0 + 1116,25 = 5816,25$ Af

b) $K_5 = k_0. q^t = 4700 . 1,0475^5 = 5927,45$ Af

۲ – یوه بډایي د ۵۰۰۰۰ افغانیو په ۳.۵.۹۷ واچول شوه او باید په ۳۱.۱۲.۲۰۰۱ راووستل شي. څومره په ۴.۵ ٪ گټه باندې لوي شوی دی، که پوره کلونه (له۳۱.۱۲-۱.۱) په گټه واچول شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$K = [K_0 + K_0.p.t / 100.360].(1 + p/100)^n$$
$$= [\, 50000 + 50000.4,5.237 / 36000].1,045^4$$
$$K = 61392.35\ Af$$

د لویو t , q , K_0 او K_t په ګټه فاکتور کی افاده کیدو لپاره رامنځ ته کیږي. د ګټي اخستنی وروسته کیدی شي د سرچینیزې بڼایي K_0 پوښتنه رامنځ ته شي، چی د t کلونو په p % ګټونه یا ګټه و بڼایي K_t ته بیایي. K_0 د K_t د بڼایي د اوس وخت یا حال یا نغد ارزښت بلل کیږي. د K_0 شمیرنه په ورکړشوې بڼایي K_t ته چی بیاي دیسکونتونه Diskuntierung یا ګټوني بلل کیږي:

تعریف: د نغدارزښت فرمول
$$K_0 = \frac{K_t}{(1+\frac{p}{100})^t} = \frac{K_t}{q^t} = K_t.(\frac{1}{q})^t$$

دلته $(1/q)$ د ګټوني فاکتور بلل کیږي. د نغدارزښت فرمول له $K_t = K_0.q^t$ اړیکو څخه لاس ته راغلی، چی د K_0 په لور اوبی یا حل شوي.

بیلګي:

۱ – یو نیکه غواړي د خپل لمسی د پنځمی زیږیدنی له امله یو څه ئیسی بانک کی سپما کړي، د ٪۵ په ګټه. دا پیصي بهه څومره یا دا مقدار به څومره لوي، چی دا لمسی په خپله ۲۵ کالیزه ۲۰۰۰۰ مارکونهلاس ته راوړي؟ باید په بانك یکی ۲۳، ۹۶۱۲ مارکونه کینښوول شي یا سپما شي..

۲ –د یوه کور خرڅلاو کی دوه اخستونکی مختلف اوفرت یا وړاندیزونه کوي «علاقمند الف ۱۵۰۰۰۰ مارکونه نغد، ۱۲۰۰۰۰ مارکونه له دوه کاله وروسته او نور ۱۵۰۰۰۰ مارکونه د تولیزه توګه له شپږ کاله وروسته ادا کړي یعني د کور مالك ته ورکړي.

علاقمند ب غواړي، چی ۱۳۰۰۰۰ مارکونه نغد، ۱۵۰۰۰۰ مارکونه له درې کالو وروسته او ۱۴۰۰۰۰ مارکونه له نورو دوه کالو وروسته ورکړي.

کوم یو علاقمند ګټور دی، که موږ ٪۸ ګټهٔ ونیولي شو یا فرض کړای شو؟

دا چی دواړه ارزښتونه یا وړاندیزونه یو له بل سره پرتله کړاي شو، نو باید دواړه نغد ارزښت ته راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

یوه د ۸۰۰۰ مارکونو بډایي ، کومه چې د ګټې په ګټونه ولاړه ده، باید ۶٪ کلنی ګټې د څلورو کالو لپاره په بانګ کی پاتي شي یا کیښوول شي. بډایي به څومره لویه وي په الف) کلني ، ب) نیمکلنی، خ) میاشتنی، او ت) په ورځنی ګټونه؟

تمرینونه:

۱ – یو جوړ کالي په ارزښت یا نیه کی ۵ ،۴ ٪ کمشو» د دې کالیو لومړنیی نیه ۲۵۰ ماکرونه وه . اوس دا کالي کومه نیه لري؟

۲ – یو پطلون په ۵ ، ۴ ٪ ارزان شو، دا پطلون او س ۲۵۰ مارکونه ارزښت لري. دې پطلون پخوا کومه بیه درلوده؟

۳ – د یوه جاکټ بیه په ۷۰ مارکونوه راکمیږي، دې پخوا ۲۵۰ مارکونه بیه لروده، اوس دا څومره بیه لري یا حومره قمته ده؟

۴ – یو جوړ دریشی په ۹۸ مارکونوګرانیږي او اوس ۴۵۰ مارکونه بیه لري. د ا ګرانښت په سلو کی څومره دی؟

۵ – رابات یو د بیي راکومن دی، چی اخستونکی ته د ځانګړو شرایطو لاندې ورکول کیږي. سکونتو یو بیه کمون دی، چی اخستونکی ته د نغدو پیسو ورکولو له امله ورکول کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) یو د ۵۷ ، ۸۵۰ مارکونو شمیر، یعنی په کاغذ لیکل شوې بیه په ګوته شوې: د لسو ورځو ترمنځ نغد اداکولو په حالت کی ۳٪ سکونتو.
دلته څومره پیسی ورکول کیږي؟
ب) یو اخستونکی د خپل نوي لاس ته راوړي بایسکل کی ۲۰ ٪ رابات لاس ته راوړي، او دا چی هغه پیسی ندې ورکوي، بر سیرهٔ پردې ۲ ٪ سکونتو هم ورکول کیږي. دا باسکل او س دی د دې لپاره بایسکل لپاره ۱۵۶ مارکونه ادا کوي.
دې بایسکل د سکونتو او ربات د مخه څومره بیه لروده؟
۶ – په یوه نغدپیسوبیه ۱۴ ٪ کی د مالیي ورزیاتیږي او ۳ ٪ ربات ورکول کېږي.
که پخپله ځان ته شمیر لیلی لیکی شی ، ته به مالیه لومړی ورزیاته کړې او که لمړی به ربات له شمیر کم کړې؟
دا نغده ارزښت به څومره جګ شي، که لومړی مالیه ورزیاته شي او بیا ربات ترې کم شي؟
۷ – اباسین خپ کور دننه په ۱۱۰۰۰۰ ماروکونو بیمه کړی. دی ددې بیمی پوره کوونو لپاره کلنی ۵ ،۱ په زرو ګټه باید نیمی ته ادا کړي. دا څومره ده؟
۸ – یوه ګازره په منځنی توګه 0,5‰ ویټامین A لري. څو ګرامه ګازرې به ۱۵ ملي ګرامه ویټامین A ولري؟
۹ – په یوه موټربیولو کنترول کی د یوه موټرځغلونکی څخه د ازماینی لپاره وینه اخستل کیږي. معاینه دا نتیجه ورکوي، چی موټرځغلوونکی 1,7‰ الکول په وینه کی لري. دابه څو مترمکعبه الکول وي، که ونیسو، چی د وینی ډکی ۷ لیتره وي؟
۱۰ – د ارزښتکاغذ (دا په بانك کی څه کاغذونه دې، چي خلك یی اخلی، په کلنی ټاکلی ګټی سره) یو پیسی اینبوونکی ددضیویدند Dividende (کلنی ګټهٔ ده) ۲۷۰ مارکونه اخلي. څموره پیسیبه هغه اینبودلي وي، که یوه بډایي

په ۵ ، ۷ ٪ ګټهٔ اینبوول شوې وي ؟
۱۱ – اباسین په یوه بانکی حساب کی ۷۰۰۰ مارکونه اچوي. له کوم وخت وروسته په ساده ۴ ٪ کی ګټونه، دی ۸۰۰ مارکونه لاس ته راوړي؟
۱۲ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دويم:</u>

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې څانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،ميرې،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برينکمن ليکنې چې له پرينکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شميرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

۳ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصايه يا ستاتيستيک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – اناليزی ۱

۷ – اناليزې ۲

۸ – کرښيز الجبر

۹ - د شميرپوهنې بنستونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګنونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرئ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپیني خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پوري ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور بریښي)

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ماخان په اولني نوم میرِي شینواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپټمبر څخه د اتریش برس، چې هلته يې د شمیرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرِي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library