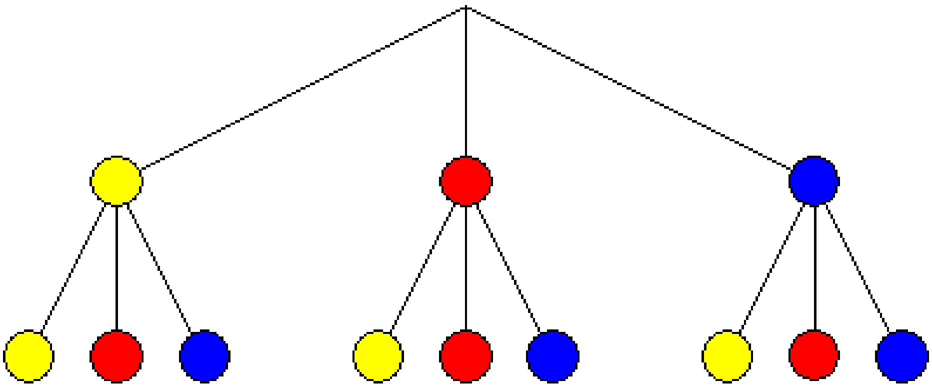
احتمالوالي شميرنه



ليکونکی: برينکمن(له برينکمن ن ج څخه)

ژباړی. ډاکتر [illegible] خان ([illegible]) شنواری

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلې او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پیژند

د کتاب نوم   احتمالوالي شمیرنه

لیکونکی: پروفیسر برینکمن

ژباړی   :   ډاکتر ماخان میږي شینواری

shinwari@Hotmail.de

د خپریدو لړی

خپرندوی :   د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نیټه   جولای   ۲۰۱۲

چاپځای   دانش کتابتون

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې لیکونکي یا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شمیرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې موديې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساينسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پيل کړې، تراوسه يې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هيواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په يوه مهمه غني ژبه بدليدلای شي، چې د پوهې په ګڼانه سمبال شي او په علمي او اکاډميکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بيلابيلوګوابنونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګوابنونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحاديې له حوا د ډاکتر ماخان شينواري تراوسه زياتو چاپ شويو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه ويښت شمير پوهنې نويو ژباړو او ليکنو او دوه ټولنيزو ليکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساينسي اثارو د خپراوي په لړ کې د يوه مهم ګام په توګه ګڼل کيدای شي او هيله ده، چې د دې برخې مينه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کته ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لرې. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډيلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترماڼوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروانښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنير او ډپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له ميرمن ښاپيرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک نيوليک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

احتمالوالي شميرنه ۱
تصادفي يا توکلي پيښې ۱
تصادفي يا توکلي تجربې ۲
د يوه سترګيز يا سترګيز مکعب غورځول ۲
ډېرپېريزه تصادفي تجربې ۴
دويم: په احتمالوالي شميرنه کې پيښې ۱۳
دريم: په احتمالوالي شميرنه کې د پيښو تړنه ۱۸
د ډېريو يا سټونو A اوB   ټولنه يا اتحاد ۲۱
د دوه ډېريو A او B کمښت -ياکمونډېرۍ (باقي سټ) ۲۲
ټولو پيښو ته بيلګې ۲۲
څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته ۳۲
نسبي ډېروالی ۳۲
د احتمالوالي تعريف: ۳۳
د لاپلاس تجربه ۴۰
پنځم - دډېرپوړيز   تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی ۵۷
شپږ م – په احتمالوالي شميرنه کي د مرتبان مودل ۸۰
د مرتبان مودل ۸۰
اوم - د تړلو پيښو سره احتمالوالی ۸۶
اتم - شرطيز احتمالوالی ۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پیبنو خپلواکوالی	۱۰۰
نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګڼلو(شمیرلو)	۱۳۳
د مرتبان مودل سره مودل کول	۱۴۲
لسم – تصادفي واریابلې، احتمالوالي	۱۷۷
توکلي متحولې یا تصادفي متحوله......	۱۷۹
د احتمالوالي وېشنه یا ښه یې توته	۱۸۹
د احتمالوالي وېشنه یا په برخو توته کونه:	۱۸۱
د یوه احتمالوالي برختوته ونې انتظارارزښت	۱۸۲
د X د انتظار ارزښت	۱۸۴
یوولسم - د برنولي – ازماېښت	۲۲۱
د یوه تار لباره دk بریاوو سره احتمالوالی	۲۲۴
دولسم - انتظار ارزښت	
او معیارې په څنګ کیدني	۲۷۶
بینومیال وېشل شوې تصادفي لویه	۲۷۶
دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی	**۲۸۳**
څوارلسم - د بینومیالوېشنې اپروکسمیشن	۲۹۲
د نورمالوېشني یا - پاشنې له لارې	۲۹۲
پنځلسم - چاپیریال احتمالوالي شمیرنه	۲۹۸
شپاړسم:د هیوپوتیزې ازماېښت	۳۰۶
اووه لسم – هیپوتیزې ازمایښت ته بنستونه	۳۳۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدول ارزښتونه ۳۷۳

د نورمالټوټه کونې تصادفي متحولې ۳۷۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو لوستونکو!

د برينکمن د ليکنو لړۍ د شميرپوهنې په څانګه کې د ښوونځيو لپاره له درې لومړنيو کتابونو پرته نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلې.

دا احصايه يا ستاتيستک دی او د احتمالوالي شميرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته يې تاسو ته ژباړه وړاندېکيږي، هم په زياتو تمرينونو، اود دوی په اوبيونو يا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې ليکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهيدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هيوادوالو!

داچې ما يوځای يا نوره هم ښه په يوه وار ډېر کار را ونيوه، يعنې يوځای د ډېرو کتابونو ليکنه او ژباړه پيل کړه، نو هرومرو به ناتيکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتيکاوي نه وي، چې شميرپوهنيزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهيدلو له امله زياته مننه.

په دې هيله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهيږي په دې ليکنو او ژباړه کې ما ته هيڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلې ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د يوې کوچنۍ پيرزوينې په حيث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو ليکنو ليکونکو شميرپوهانو څخه زياته مننه، چې کتابونه به يې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمير پوهنې په څانګه کې پوره مرسته وي.

په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وړدې ټولنې څخه هم زياته مننه، چې له خوا يې او په ډېر لګښت د ا کتابونه چاپيږي.

ستاسو ماخان ،، ميرې،، شينواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی شمیرنه

لومړی- . توکلي یا تصادفي تجربه

احتمالوالي شمیرنه :

د بختلوبو سره د د مشغولیت څخه د احتمالوالی تیوري وده وکړه. نن هم د اختمالوالي پوهیدنه په بختلوبو کې کارول کیږي. د بختلوبو ته ورته په طبیعي علومو، اقتصاد، ټولنیزو علومو پیښیدنې وړاندوییني او پلانکوني متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالي شمیرنې دنده په دې کې ده، چې پیښې تز ځیرنې لاندې ونیسي د تصادفي پیښیدو(وتون) سره چې د ممکنه قانونمندۍ سره دا وړاندوییني د ممکنه حلونو رامنځ ته کیدو ته ورسوي.

تصادفي- یا توکلي تجربه

د دانې(شپږسترګئ) یا د لوبو مکعب غورځولو سترګیعدد(-ګڼ) د تصادف یا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبې په خوښه زیات واره تکرار کیدونکي عملیې دي، چې د هغو سره د سترګیو عدد د مخه نه شی اټکل کیدی. داسي تجربې تصادفي تجربې بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تصادفي-توکلي تحربې:

یوه تصادفي تجربه یوه تجربه ده د لاندې خویونو(خواصو) سره:

- د برابرو شرایطو لاندې په خوښه زیات تکرارورې ده.

- لږ تر لږه دوه ممکنې پایلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پایله مخ له مخه کتنوړ (لیدوړ) نه ده.

بیلګه :

د یوه سترګیز یا سترګیز مکعب غورځول:

- په خوښه زیات تکرارورې دی.

-لږ تر لږه دوه ممکنه لاس ته راړنې شتون لري.

- پایله مخ له مخه لیدوړ نه ده.

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

که یوه تصادفي پیښه یوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د یوه یو پوړیزې تصادفي پیښې غړیړو یا دا یو پوړیزه تصادفي پیښه بولو.

بیلګه:

	ممکنه نتیجې
یو ځل د یوې دانې یا لوبو مکعب غورځول.	۴
یو ځل د یوې پیسې غورځول	عدد (نه محراب ممبر)
د فوټبال په لوبې بایلونې باندې یو ځلې شرط.	بریا

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوره په یاد لرنه: افغانی چې دوه مخه لري یوه مخ یې چې عدد (ګڼ) ورباندې کښلی دی په Z سره ښایو (له الماني چې عدد یا ګڼ ته وایي) او بل مخ یې چې محراب ممبر پرې کښل شوی ، د W سره ښایو (چې د الماني ښخه رانیول شوی او بیرغ ته وایي. هیله ده چې دا ستونځې به غبرګې سره ګالو).

نتیجه:

د تصادفي پیښې پایله د پایلې یا نتیجې په نامه بولو.

بیلګې:

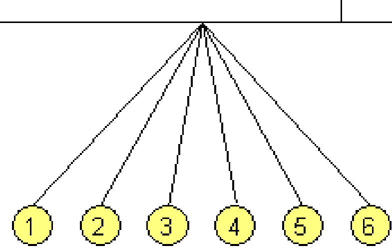
تصادفی تجربه	نتیجه سټ(- ډېرۍ)
د یوه سترګیز مکعب یو ځل غورځونه	S = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
د یوې پیسې یوځل غورځونه	S={ عدد، محراب ممبر]
د بوسبال ولبې بای باندې یوځلي شرط	S={ وړنه، مساوي، بایلنه}

تمرین:

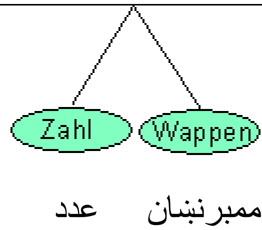
درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښو سټ سره ورکړی.

د یوې تصادفي تجربې د نتیجو ډېرۍ(- سټ) انځورونه

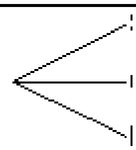
د نتیجو سټ کیدی شي د سټ لیکدود په ډول یا د ونې دیاګرام په توګه هم انځور شي.

د سټ لیکدود په ډول انځورونه	د ونې دیاګرام په توګه انځورونه
د یوه ګټونو یا اعدادو مکعب (سترګیزې دانې) یو ځل غورځونه S = {1; 2; 3; 4; 5; 6} پیښنه ډېرۍ یا -سټ	

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا یوې پیسې یو ځل غورځونه پیښه ډیرئ(- سټ): S= { د پیسې مخ(عدد)، - څټ(ممبرنښان}	

د فوټبال د لوبې پای باندې یو ځل شرط

پیښه ډیرئ(- سټ): S= {بریا ، برابر، بایلنه}	بریا، برابر بایلنه	

نتیجه او نتیجه سټ:

د تصادفي تجربې نتیجه د ډېرو وتون امکاناتو یو ګونی یا یو ځل وتون دی.

د ټولو ممکنه نتیجو ټولګه د نتیجو سټ (نتیجه -ډېرئ) بلل کیږي.

$$S = \{e_1; e_2; e_3; \dots; e_n\}$$

ډېر پوړیزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له ریاتو یو په بل پسې یو پوړیزو تجربو توګه وي ، ډېر پوړیزې تصادفي تجربې بلل کیږي.

بیلګه:

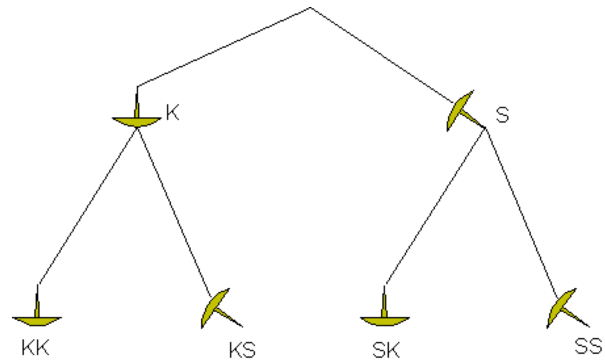
دوه واره د یوه کاغذي میخ یا کاغذ ستن غورځولو نتیجه ډېرئ(-سټ) د یوپوړیزې تجربې سره:

د یوپوړیزه تجربې نتیجه ډېرئ(-سټ)

S= {څوکه، سر } په لنډه بڼه: $S = \{S; K\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې دیاګرام له لارې انځورونه:



نتیجه د ونې دیاګرام څخه ساده لوستل کیږي:

$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$

څلور ممکنه نتیجې لرو. په ونه دیاګرام کې مو هر تار یوې نتجې ته لارښودوي،

تمرین: په یوه مرتبان کې 2 شنه (g) او یوه اسمانرنګه غونداري(کرې) (b) پراته دی. دوه غونداري د لاندې قانون له مخې راباسو:

یو په بل پسې په هر ځل یو غونداری اوستل کیږي بې له بېرته وراچونې. ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه سټ (- ډېرئ) جوړه کړئ.

ځواب:

ایا د فوټبال لوبې وتون)(یعني پایونې) باندې شرط اینسوونه یو ه احتمالي تجربه ده؟

شرط په خوښه زیات تکراروړ دی.

درې ممکنه نتیجې شتون لري(برایلیتوب، برابر پاتې کیدنه، بایلودنه)

نتیجه وړاندوینوړ نه ده(یعنې وړاند ویینه نه پرې کیږي)

پس د فوټبال لوبې پایونې باندې شرط اینسوونه یوه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نورې تصادفي تجربې ورکړئ د هر یوه د نتیجې سټ سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته ته:

د بخت ډولکی: S= {بایلښت، ګټنه}

کتابچه میخ: S = {څوکه، سر}

د بخت څرخی

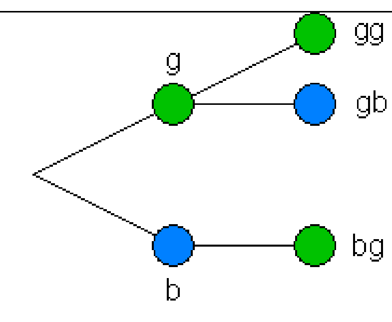
د 8 برخو سره: S= {1,2,3,4,5,6,7,8

حل: په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداري (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری(که غواړئ: کرې) د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری بې له بېرته ایښونې یا بې له بېرته د وراچونې سره   راوېستل کیږي..

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېرئ) جوړه کړئ.



نتیجه- سټ

S = {(gg); (gb); (bg)}

حل:

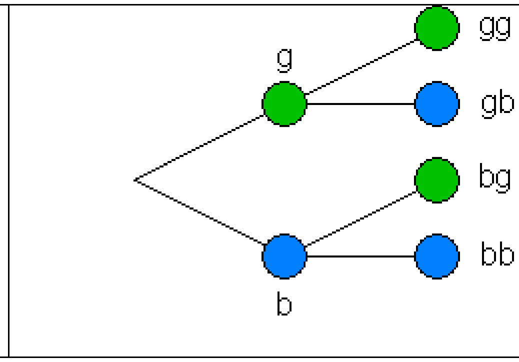
په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداری (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری له بیرته ایښونې یا له بیرته د وراچونې سره راوېستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ونه دیاګرام وکاږی او نتیجه ست(-ډېرۍ) جوړه کړی.

	نتیجه – سټ $S = \{(gg);(gb);(bg);(bb)\}$

پوښتني

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې سټ(-ډېرۍ) I

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږی؟ غوره خویونه یې وښایی.

دویم: څلور تصادفي پیښې د هغو د خویونو سره ورکړی یا په ګوته کی

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باټینګر او 20 زیړ باټینګر د همغه لویوالي سره پراته دي. . د کارتن څخه په پټو سترګو یو په بل پسې باټینګر راوېستل کیږي(بې له بیرته اینوولو سره) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړی.

څلورم – په یوه بوتل کې 5زیړ ، 3سره او4 شنه د ښیښو باغکې پرتې دي. د بوتل څخه یو په پل پسې باغکې راوېستل کیږي(بې له بیرته اینولو) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړی.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړی مقابل د پولوبیلارډ لوبې کوي، وړونکی هغه دی، چې به لومړي ځل دوه لوبې وګټي.

ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم-

یو کوتې 2سره او4 تور غونداري یا غونډوسکې (کرې) لري (یا په کوتې کې ... پراته دي). له کوتې څخه به پټو سترګو یو په بل پسې غونډوسکې راوستل کیږي(بې له بیرته اینوولو یا بیرته وراچول)

ونه دیاګرام وکاږئ او د نتیجو سټ(ډېرئ) S یې سم کړئ.

اوم- په یوه خلته کې 7 چکلیټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زیړ او 5 سره دي. له خلتې څخه یو په بل پسې 3 چکلیټ راوستل کیږي (بې له بیرته اینوولو).

څومره شتونوالئ شتون لرئ، چې دا چکلیټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟
اتم - یو د ګڼونو (اعدادو) یعنې نمره یي قلف له درې څرخونو جوړ دئ، چې له 1تر 9ګڼونه یا اعداد لري . یو کس دا ګڼې یا نمرې پیژني، خو په خواشینئ باید وویل شي، چې د نمروو ترتیب یې له یاده وتلی.

څومره امکانات شتون لري، ونه دیاګرام رسم کړئ. ؛یونه یا اعداد7 ,3 او9 دي.
نهم - دوه بخت څرخونه یا ټېرونه یا کړئ له درې برابرو برخو (Segments)
څخه چې سرو(r) ، اسماني (b) او شنو(g) دئ جوړ دي. دواړه څرخونه یو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کیږي او په عین وخت کې درول کیږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړئ. د شرایطو سره یې نتیجې (r , b)ورکړئ، چې نتیجه د) (b , rسره برابره نه وي. که د نتیجې سټ(ډېرئ) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابروخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب یې په دلیلونو سمبال کړئ.
د یوه مسلکي ښوونځي 3 نارینه 2 ښځینه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچولکیږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او ځوک یې مرستیال شي. لومړئ ریس او بیا پسې مرستیال ټاکل کیږي.

یو ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجې S یې ورکړئ.

حلونه (اوبیونې)

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

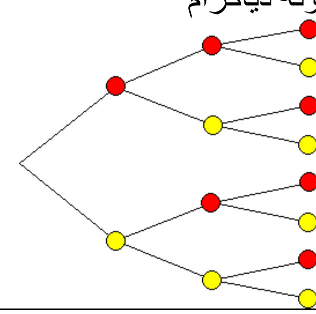
یوه تصادفی تجربه لاندې خویونه لري:

- د برابرو شرایطو سره په خوښه زیات تکرار کیدونکي دي.
- لږ ترلږه دوه ممکنه نتیجې شتون لري.
- نتیجه له وړاندې نه شي ویل کیدی.

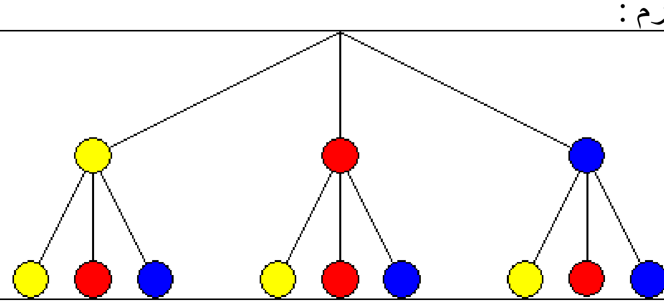
دویم:

تجربه	د حل سټ یا ډېری
الف – د داني یو وار غورځول	$S=\{1;2;3;4;5;6\}$
ب – د پیسي یو وار غورځول	$S=\{Z;W\}$
پ – د یوه بخت څرخ د 5برخو سره چې له 1 تر 5 بورې ګڼه یا نمره لری یو وار ځرخول	$S=\{1;2;3;4;5\}$
ت – د یوه مرتبان څخه د2 غونډوسکو یا غونډارو راوېستل چې سره اوتور غونداری دي.	$S=\{rr;rs;sr;ss\}$

دریم : مفصل حل (اوبی)

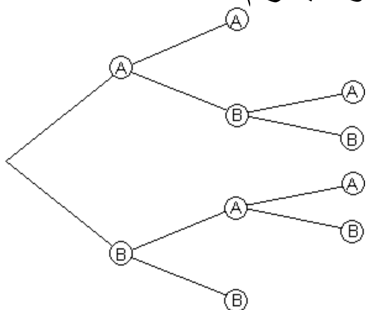
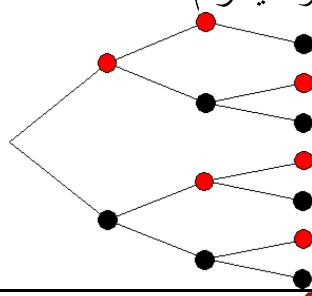
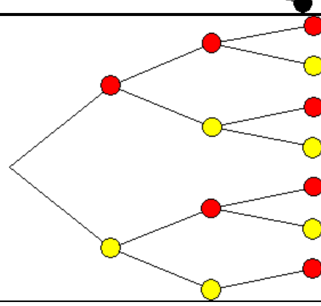
ونه دیاګرام	نتیجې:
	$S=\{rrr;rrg;rgr;rgg;grr;grg;ggr;ggg\}$

څلورم :



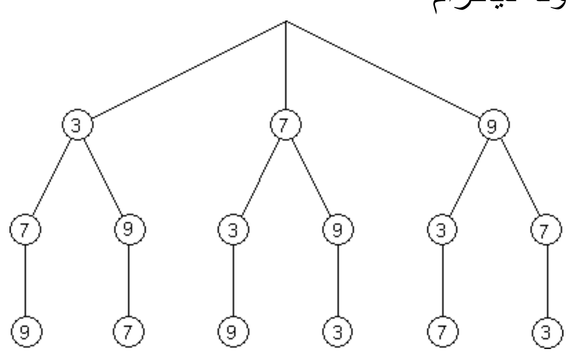
$S=\{gg;gr;gb;rg;rr;rb;bg;br;bb\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم : مفصل حل نتیجې: S = { AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB}	ونه یاګرام 
شپږم : مفصل حل نتیجې S = {rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss}	ونه یاګرام 
اوم : مفصل حل نتیجې S = {rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg} پس اوه امکانات شتون لي، چې له خلتې چکلیټ راوباسو	

اتم:مفصل حل

ونه دیاګرام



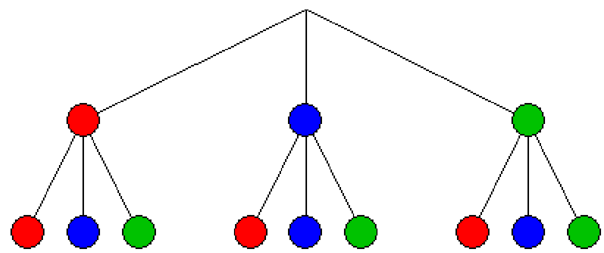
S = {379; 397; 739; 793; 937; 973}

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول 6 امکانات شتون لري.

نهم: مفصل حل

ونه ياګرام

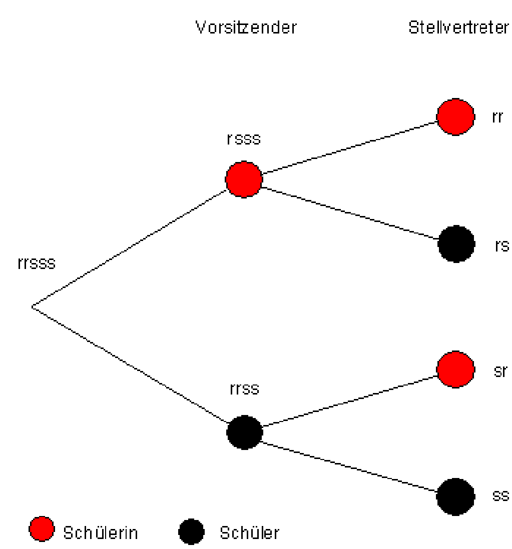


$S = \{rr; rb; rg; br; bb; bb; gr; gb; gg\}$.

دا چې دواړه څرخونه يو له بل خپلواک څرخي، به يو – يا همغه وخت کې څرخول او درول نتيجه کې کوم رول نه لوبوی. سړی کړی شي چې يو څرخ پرلپسې دوه واره و څرخوی.

لسم: ونه ياګرام

مرستيال ريس



ښی يا تور : نارينه ز. کيڼ يا سور: ښځينه ز.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجه : $S = \{ww; wm; mw; mm\}$

دلته w ښځینه او m نارینه زده کوونکي دي.

دویم - په احتمالوالي شمیرنه کې پېښې

پېښې

د یوه تصادفی تجربې نتیجه کېدی شي د پېښو په توګه را یوځای شي.

موږ داني دا یو ځل غورځول په پام کې نیسو.

نتیجه سټ یا نتیجه ډېرۍ له 6 ممکنه نتیجو څخه جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

د نتیجې په توګه A تعریفوو: غورځول شوی عدد یا ګڼ جوړه یا جفت دی.

نتیجه ډېرۍ له 3 ممکنه نتیجو جوړه ده: $A = \{2; 4; 6\}$

دا د نتیجې ډېرۍ برخډېرۍ ده . د دې لپاره لیکو: $A \subset S$

پایله : د یوې تصادفي تجربې نتیجه سټ S هره برخسټ ... ,A, B, C پېښه بلل کیږي.

د دې لپاره لیکو: $A \subset S; B \subset S; C \subset S; \ldots$

بیلګه:

یوه پیسه یو په بل پسې پرلپسې غورځول کیږي.

د ونه دیاګرام له لارې نتیجه سټ یا د نتیجې ډېرۍ S پیداکیږي.

$$S = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (ZWW); (WZZ); (WZW); (WWZ); (WWW)\}$$

A دې پایله (نتیجه) وي ، داسې چې دوه واره W ولویږي :. ست A څنګه ده ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A \subset S \quad A = \{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(WZZ)\}$

تمرين :

B دې پيښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنګه ده ؟

تمرين:

C دې نتيجه وی، چې زيات له زياته يو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پيښو ډولونه چې په يوه څرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري ، ه رامنځ ته کيږي .

نتيجه سټ (د نتيجو ډېری) : $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

پيښه A : عدد له 9 ګوچنی دی:

$\Rightarrow \quad A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

نتيجه A د هرې تصادفي پيښې سره پيښيږي يا رامنځ ته کيږي ، دا متمأنه پيښه بلل کيږي: A = S.

نتيجه B: عدد له 7لوي دی:: $B = \{8\} \Rightarrow$:

نتيجه B فقط يو توکی لري. دا ساده يا بنسټ پيښه بلل کيږي.

پيښه C : عدد له 1 کوچنی دی: لاس ته راځي $C = \{\ \}$ همداسې $C = \varnothing$.

نتيجه $C = \varnothing$ هيڅ وخت نه پيښيږي دا يوه نا ممکنه پيښه ده.

نتيجه D : عدد له 6 لوي دی. . پايله نتيجه $\bar{D}$: عدد کوچنی يا برابر 6 دی. پايله	$\Rightarrow \quad D = \{7;8\}$ $\Rightarrow \quad \bar{D} = \{1;2;3;4;5;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$D\bar{D}$ د مخامخ یا معکوسه پیښنه ده.

د نتیجه سټ(-ډېرۍ) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په کې خوندي نه دي.

سټ - یا ډېرۍ ډوله لیکنه: $D\bar{D}$ S\ = ، $\bar{D}$ سټ یا ډېرۍ ده fې له D .

د پیښي او معکوس پیښي ټولنه یا اتحاد   نتیجه سټ (- ډېرۍ) $D \cup \bar{D} = S$ ده .

مخامخ یا په څټ یا معکوس پیښي ته بیلګي :

پېښه	معکوس پېښه
A: څلور موټر زیانمن (خراب) دی	$\bar{A}$ لږ تر لږه 5موټر خراب دی
B:لږ تر لږه 2 موبایل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$: لږ تر لږه یو موبیل غلا شوی، دا په دې معنا چې هیڅ یا یو موبایل
C: کوم موټر شین نه دی	$\bar{C}$ لږ تر لږه یو موټر شین دی
D: له درې منو څخه ټیک یوه خوټا ده.	$\bar{D}$ I : هیڅ یا دوه یا درې منې خوټا دي.

به یاد لرنه: د دې لپاره چې یوې پیښي ته معکوس پېښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول – نتیجه سټ S وټاکی.
دویم : پیښه ډېرۍ یا پیښه سټ و ټاکی

دریم : د پاتې – یا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پیښي ډېرۍ جوړې کړی.

حل امکانات د ،،زیات له زیاته 4 موټرونه زیانمن دي،، .
د ساده کوني له امله له خورا زیات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو
امکانات د جوړ (H) او خراب   (D) د پیښو ډېرۍS جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زيات له زيات ځلور خرابيو شتونوالی شته	$S = \{HHHHHH, DHHHHH, DDHHHH, DDDHHH, DDDDHH\} = A$
د لږ تر لږه پنځه خرىبو شتونوال شتون لري	$\{DDDDDH, DDDDDD\} = \bar{A}$

د حل امکانات ،، لږ .تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،.
د ساده کوني له امله له خورا زيات 4 موبايلونه غلا شوي مخ ته ځو. ټول د کمبينيشنونو امکانات د غلا شوو(G) او نه غلا شوو (N) د پيينو ډېرىS جوړوي..

لږ ترلږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته	$S = \{GGGG, GGGN, GGNN\} = B$
د لږ تر لږه يوه ملفون غلا امکانات	$\{GNNN, NNNN\} = \bar{B}$

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنګه نه دی،، لپاره.
د ساده کوني له امله له خورا زيات 4 موټرونو مخ ته ځو. ټول د کمبينيشنونو امکانات (B) او نه اسمانينګه (N) د پيينو ډېرىS جوړوي..

امکانات چې هيڅ موټر شين نه دی	$S = \{NNNN\} = C$
اکانات چې لږ تر لږه يو موټر شين دی	$\{BNNN, BBNN, BBBN, BBBB\} = \bar{C}$

د حل امکانات د ،، له درې منو څخه ټيک يوه منه خوسا ده،، لپاره.
مونږ له درې منو څخه پيل کوو. د کمبينښن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N) يوه نتيجه ډيرئ (-سټ) S جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې منېي لپاره امکانات چې خوسا ده	$\{FNN\} = D$
امکانات چې يوه، دوه يا هيڅ منه خوسا نه ده.	$S = \left\{ \begin{matrix} FFN \\ FFF \\ NNN \end{matrix} \right\} = \bar{D}$

تمرين: B دې نتيجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېرى څنګه ده يا کومه ده؟

حل : $B = \{(WWW)\} \quad B \subset S$

يادونه : دا چې د B سټ تيک يو توکى لري، په دې حالت کې له يوې ساده – يا بنسټيزې پېښې عبارت دی.

تمرين : C دې نتيجه وي، چې خورا زيات يو ځل عدد را ښکاريږي. د C سټ کوم دی؟

حل :

$$C = \{(ZWW);\ (WZW);(WWZ);(WWW)\} \quad C \subset S$$

دريم - په احتمالوالي شميرنه کې د پيښو ترڼه

د پيښو ترڼه

يوه دانه يو ځل غورځول کيږي. لاندې دوه پيښې منځ ته راځي.

A : د سترګو عدد (ګڼ) له 3 لوی دی.

B : د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دی.

يوه نوې پيښه لکه چې ګورو لاس ته راځي :

C : د سترګيو تعداد له 3 لوې دی او د سترګيو تعداد يو جوړه عدد دی.

نتيجه C يوه له A او B جوړه د او-ترنه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پيښي C ډېرۍ يا سټ څنګه ده؟

حل: $A=\{4;5;6\} \quad B=\{2;4;6\} \Rightarrow C=\{4;6\}$

د سټ يا ډېرۍ ليکدود له مخې دا په دې معنا دی

د A او B د اوترنه = د A او B غوځډېرۍ يا قطاع = $C=A\cap B$

تمرين :

يوه نوې پيښه، لکه چې ګورو رامنځ ته کيږي:

D : د سترګيو تعداد يا ګڼون له 3 لوي دی يا د سترګيو عدد (ښه يې تعداد) يو جوړه عدد دی.

دا د پيښه د A اوB څخه يوه د يا – ترنه ده . دD پيښه څنګه ليکلی شو؟

د دې لپاره چې د پېښو ترنې يا عمليې جوړې کړو اړين دی، چې د سټتيوري (ډېرۍ پوهنه) باندې يو څغلند نظر واچوو:

د ډېرۍ پوهنې يا سټ تيوري لنډيزI

د اعدادو(ګڼونو) سټ: د اعدادو سټ د يو له بل کره توپيروړ اعدادو ټولګه ده.

سټونه په لويو لاتين تورو په نخښه کيږي.

بيلګه:

M= {2,4,6,8,10}

2 د M توکی دی 6 د M توکی دی 3 د M توکی نه دی	$2\in M$ $6\in M$ $3\notin M$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سټونو لپاره ليکندود

ګڼنيزه (د اعدادو له لارې) انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه

په لغاتو يا نوره هم ښه کلمو: A د ټول x سټ دی، کوم لپاره چې باور لري، x له 1 تر 5 پورې يو طبيعي عدد دی.

تش سټ(تشدېرۍ)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته وييني يا ا فادې.

د او په معنا دی

د ډېريو يا سټونو لپاره ليکدود

شمېرنيزه انځورونه $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشريحي انځورونه $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو: Aد ټولو x سټونو ډېرۍ ده، د کومو لپاره چې باور لري

x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشدېرۍ يا تش سټ $B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{\ \}$

تش سټ کوم توکي نه لرى

سومبول $\{\ \} = \varnothing$ د تش سټ دليکلو لپاره برابرارزښته ليکندود دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

منطقي او بلل کيږي $\wedge$

په سټونو کې عملیې (د ډېريو ترنې)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوځډېرى)

$B = \{e; f; g; h; i; j\}$	$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$
$C = A \cap B = \{e; f; g\}$	د A او B د تقاطع سټ يا غوڅډېرئ $A \cap B$ (A قطعه شوی له B سره)
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	$A \cap B$ ټول هغه توکي لري، چې په A کې او همدې وخت کې په B کې هم پراته وي.
د تقاطع سټ د دوه سټونو ترمنځ يوه د او ـــترنه يا عمليه ده.	$x \in A \cap B$ په دې معنا چې x په A او B کې پروت دی يا د A او B توکی دی.

د ډېريو يا سټونو A او B تولنه يا اتحاد

$B = \{2; 4; 6\}$	$A = \{-4; -2; 1\}$
$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$ $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	$A \cup B$ د A او B ټول توکي خوندي لري
د اتحاد سټ يا تولنډېرى د سټونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده	$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کې پروت دی يا x په دواړو ډېريو کې پروتدی

د سټونو نخښې، د منطق نخښې

د سټونو يا ډېريو نخښې د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ	غوڅ – يا قطع شوی	$\cap$
	تولنه يا اتحاد	$\cup$
د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ منطقی نخښې	منطقی او	$\wedge$
	منطقی يا	$\vee$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دA برخډېرى يا سب سټ

وركړ شوي ډېرىB د A يوه برخډېرى ده، څكه چې د B هر توكى د A توكى هم دى.	$A=\{1;2;3;4;5;6\}$ $B=\{2;4;6\}$ $B\subset A$ په دې معنا چې B دA برخډېرى ده

د دوه ډېريو A او B كمبنت -ياكموندېرى (باقي سټ)

د A او B كمبنتډېرى دA ټول هغه توكي لري، چې په B كي نه وي پراته. ليكنه يې: \ لوستنه يې. A بې له B	$A=\{1;4;9\}$ $B=\{0;2;4;6\}$ $A\setminus B=\{1;9\}$ $A\setminus B=\{x\mid x\in A\wedge x\notin B\}$ \ : په دې معنا چې ،،بې،،

$x\in A\setminus B$ په دې معنا چې : x پهA كې پروت دى، مګر نه په B كې

ترلو پيبنو ته بيلګې

سترګى مكعب بيا غورځول كيږي. لاندې پيښې كره كيږي:

A: د سترګيو ګڼون يا تعداد يې له څلورو كم دى.

B : د سترګيو تعداد يې يو ناجوړه (طاق) عدد(ګڼ) دى.

C : [4 ; 5]

$A\cap B$ جوړ يا تشكيل كړى او ډېرى يا سټ په لغاتو وليكى.

حل(اوبى):

$$A=\{1;2;3\} \qquad B=\{1;3;5\} \qquad \Rightarrow A\cap B=\{1;3\}$$

$A\cap B$: د سترګيو تعداد له څلورو كوچنى او يو ناجوړه يا طاق عدد دى..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A \cup B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب :

$A = \{1; 2; 3\} \qquad B = \{1; 3; 5\} \qquad \Rightarrow A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$

$A \cup B$: د سترګیو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوړه یا طاق عدد.

$\overline{A} \cap B$ تشکیل کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب:

د سترګیو تعداد له ۳ لوي دی د سترګیو تداد یو ناجوړه عدد دی	$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4; 5; 6\}$ $B = \{1; 3; 5\}$

$\overline{A} \cap B = 5$ د سترګیو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوړه یا طاق عدد دی.

$A \cap B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو سره تشریح کړی.

ځواب: $A = \{1; 2; 3\} \qquad C = \{4; 5\} \qquad \Rightarrow A \cap C = \{\ \} = \varnothing$

$A \cap B$: د سترګیو تعدا له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسې یوه پیښنه نازغموړ یا بې قرارداده پیښنه بلل کیږي.

نا زغم وړې پیښې:

د دوه پیښنو A او B د او –ترنه نازغموړ بلل کیږي .که عوځدېری یا د تقاطع سټ یې تشه وي، یعنې $A \cap B = \varnothing$.

د A او $\overline{A}$ د او- ترنه تل نازغوړ ده، ځکه چې باور لري: $A \cap \overline{A} = \varnothing$

پام : تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$E\cup\bar{E}=S$ $\qquad$ $E\cap\bar{E}=\varnothing$

$E\cup S=S$ $\qquad$ $E\cap S=E$

حل (اوبی) :
یوه نوې پیښه ، لکه چې کره کیږي یا ځرګند کتل کیږي، منځ ته راځي:
D : د سترګیو تعداد له ۳ لوي یا د سترګیو تعداد یو جوړه یا جفت عدد دی.
دا پیښه D یو د او-ترنه ده له A او B .
پیښه دېری D څنګه ښکاریږي؟

$A=\{4;5;6\}\quad B=\{2;4;6\}\Rightarrow D=\{2;4;5;6\}$

دا دېری په لیکندود داسي برېښي

$D=A\cup B$ د A او B تولنډېری = له A او B د یا- ترنه .

پوښتنې

پیښې او د پیښو ترنه I

لومړی – یوه دانه یو ځل غورځول کیږي.لاندې پیښې په ګڼلووالي لیکنډل ورکړئ.

الف – د سترګیو تعداد له ۳ لوی دی. ب - د سترګیو زیاتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ یا معکوس پیښه. ت – نه څلور .

دویم:یوه دانه پرلپسې دوه واره غورځول کیږي. لاندې پیښې په شمیرلي ډول یا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترګیو زیاتون یا جمعه ۵ ده. ب – د سترګیو جمعه جوړه ده او له ۶ لویه. ب – د سترګیو جمعه زیات له زیاته ۴ ده. ت – د سترګیو ضرب ۱۰ دی.

دریم: یو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونډاري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسې غونډاري راوستل کیږي. غونډاري بیرته مرتبان ته نه اجول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

الف- لومړی دواړه راوستل شوي غونډاري همغه رنګ لري.

ب- لومړی او اخرنی راوستل شوی غونډاری مختلف رانګونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – وروسته له وروسته له دريمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دويمې راوستنې لا يو تور غونډارى په مرتبان کې شته.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجه يې ورکړئ

دوه- ټولې پيښې په شمېرنيز يا زياتيدوني ډول سره ورکړي

درې -هرې پيښې ته هغه مخامخ يا معکوس پيښه ورکړئ په ګڼنيز –يا زياتيدوني ډول.

څلورم: يو زده کوونکی په څلور د شميرپوهنې(رياضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکی کار داسي اصلاح کوي، چې په ترتيب د هرې پوښتنې په پای کې r د ټيک او f د ناټيک لپاره ليکي. لاندې پيښې تعريفيږي:

الف- دريمه پوښتنه ناټيک ده.

ب – لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټيک دي.

پ – ټيک درې پوښتنې ټيک دي.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجې يې ورکړئ.

دوه- ټولې پيښې په شميرلي(زياتيدوني) ډول ورکړئ

پنځم –

د يوه غونډاري د نتيجو ډېرئ ده: $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

لاندې S برخډېرئ کره کيږي:

$A=\{1,2,3\}$, $B = \{1,2,5,6\}$, $C = \{2,4\}$

الف - وټاکئ $B \cap A$ همداسې $A \cap C; B \cap C$ اوی

ب - $\overline{A}$ وټاکي همداسې $\overline{A \cap C}$ او $S \setminus B$.

پ - يوه پيښه $D \subset S$ ورکړئ، داسې چې پيښې A او D نازغموږ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پيښې او د پيښو ترړنه ا

مفصل ځوابونه :

لومړی :

د نتيجو ډېرى $S=\{1;2;3;4;5;6\}$:

الف - $A=\{4;5;6\}$ ب - $B=\{2;4;6\}$

پ - $C=\overline{B}=S\setminus B=\{1;3;5\}$ ت - $D=\{1;2;3;5;6\}$

دويم -

$$S=\{(1|1);(1|2);(1|3);(1|4);(1|5);(1|6);(2|1);(2|2);(2|3);(2|4);(2|5);(2|6)\}$$
$$\cup\ \{(3|1);(3|2);(3|3);(3|4);(3|5);(3|6);(4|1);(4|2);(4|3);(4|4);(4|5);(4|6)\}$$
$$\cup\ \{(5|1);(5|2);(5|3);(5|4);(5|5);(5|6);(6|1);(6|2);(6|3);(6|4);(6|5);(6|6)\}$$

الف –

$$A=\{(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)\}$$

ب –

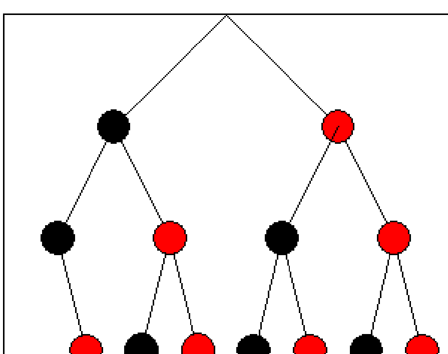
$$B=\{(2|6);(3|5);(4|4);(4|6);(5|3);(5|5);(6|2);(6|4);(6|6)\}$$

پ - $C=\{(1|1);(1|2);(1|3);(2|1);(2|2);(3|1)\}$

ت - $D=\{(2|5);(5|2)\}$

دريم - الف- نتيجه ډېرئ يا –ست: سور=r ، تور=s ,

$$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$A=\{ssr; rrs; rrr\}$ $\quad B=\{ssr; srr; rss; rrs\}$

$C=\{ssr; srs; rss\}$ $\quad D=\{srs; srr; rss; rsr\}$

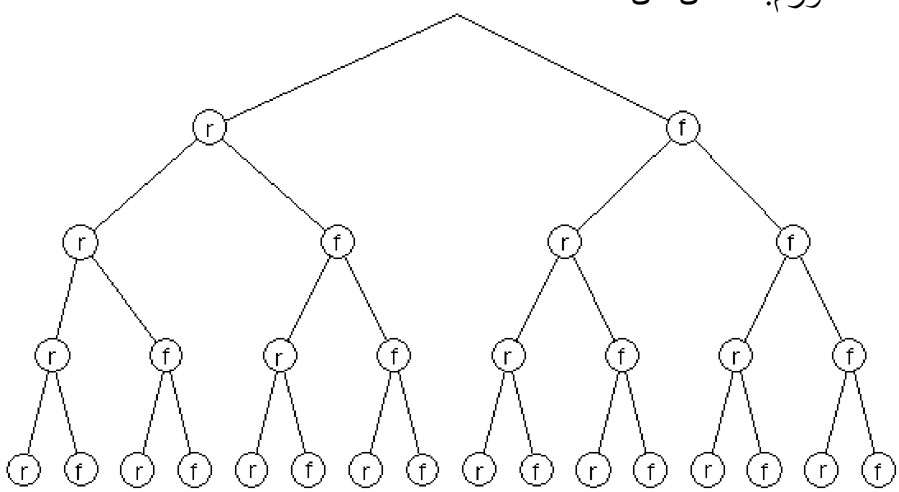
پ-

$S=\{ssr; srs; srr; rss; rsr; rrs; rrr\}$

$\overline{A}=S\setminus A=\{srs; srr; rss; rsr\}$ $\quad \overline{B}=S\setminus B=\{srs; rsr; rrr\}$

$\overline{C}=S\setminus C=\{srr; rsr; rrs; rrr\}$ $\quad \overline{D}=S\setminus C=\{ssr; rrs; rrr\}$

څلورم: مفصل حل الف-



$S=\{rrrr; rrrf; rrfr; rrff; rfrr; rfrf; rffr; rfff; frrr; frrf; frfr; frff; ffrr; ffrf; fffr; ffff\}$

ب-

$A=\{rrfr; rrff; rffr; rfff; frfr; frff; fffr; ffff\}$ $\quad B=\{rrrr; rrrf; rrfr; rfrr; frrr\}$

$C=\{rrrf; rrfr; rfrr; frrr\}$ $\quad D=\{rrrr; rrrf; rrfr; rrff\}$

پنځم مفصل ځواب:

الف- $A\cap B=\{1;2\}$ $\quad A\cap C=\{2;4\}$ $\quad B\cup C=\{1;2;4;5;6\}$.

ب -

$\overline{A}=S\setminus A=\{3;5;6\}$ $\quad \overline{A\cap C}=S\setminus A\cap C=\{1;3;5;6\}$ $\quad S\setminus B=\overline{B}=\{3;4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- او ناز غمونړ دي، که باور ولري:

او ناز غمونړ دي، که باور ولري: $A \cap D = \varnothing$

بیلګه:

$$D = \{3;6\} \Rightarrow A \cap D = \varnothing$$

پوښتنې

پیښې او د پیښو ترڼه II

لومړی – یوه سترګۍ یو ځل غورځول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

A : غورځول شوی عدد یا ګڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوړه –یا پاق عدد دی.

لاندې پیښې په شمیرلشوې بڼه وټاکئ:

الف - $A \cup B$ ب - $A \cap B$ پ - $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت - $\overline{A \cap B}$ ټ - $A \cap \bar{B}$ ث - $\overline{A \cup B}$

دویم – یو مرتبان درې سره او پنځه تور غونډاري(کرې) لري. د مرتبا څخه یوپه بل پسې درې غونډاري راوستل کیږي، بې له بیرته وراچونې څخه. لاندې پیښې تعریفیږي.:

A:لومړي دوه غونډارې بیلبیل رنګونه لري.

B : لومړئ او په پای کې وېستل شوي غونډاري همغه یا برابر رنګ لري.

الف: ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ډېرئ یا سټ یې ورکړئ.

ب- لاندې پیښې په شمیرنیزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; \breve{A} \cup \bar{B}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – په لاتري ډول کي 15 لتري پرتي دي، له دې څخه 10 لاترې بیلونکي دي. د لاترې ډول څخه بو په بل پسي دوه لاتري راوستلکیږي. لانمدې پیښي تعریفیږي یا راښوول کیږي:

: فقط بایلونکي راوستل کیږي.

: ټیک ګټونکي لاترې راوځي.

:دا اخر راوستله شوې لاترې بایلونکي ده.

الف- ونه زیاګرام وکاږئ او نتجیه ډېرئ یې ورکړئ.

ب- لاندې پیښي واکئ: $D=\overline{A\cup B}$ ؛ او $E=B\cap\overline{C}$.

ځلورم – له دوه پیښو A او B څخه پوهیږدو، چې $A\cup B=S$ او $A\cap B=\varnothing$ دي.

د پیښې A او B په هکله څه ویلای شو؟

پنځم - د یوه مرتبان د 100 برابرډوله ، له 1 تر 100 په ګڼه شوییا په شمیره شوي غونډارو (یا کرو) څخه یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښي تعریفیږي:

A : تعداد یا ګڼوڼ په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.

B: تعداد یا ګڼوڼ په 15 وېشوړ (قابل تقسیم) دی

C : تعداد یا ګڼوڼ په ۸ یا ۹ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

D : تعداد یا ګڼوڼ یه ۹ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

E: تعداد یا ګڼوڼ یه ۱۲ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

F : تعداد یا ګڼوڼ یه ۱۲ یا ۱۷ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

G : تعداد یا ګڼوڼ یه ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

H : تعداد یا ګڼوڼ په ۱۲ مګرنه په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.

نتیجه ډېرئ په شمیرنیزه توګه(چې ټول د ډېرئ توکي وګڼل شي) ټاکئ.

ځوابونه

د پیښو پیښې او د پیښو ترڼه یا نښلونه||

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف- $B=\{1;3;5\}$ $A=\{1;2;3\}$ $S=\{1;2;3;4;5;6\}$

ب - $A\cup B=\{1;2;3;5\}$

$A\cap B=\{1;3\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $\bar{A} = S \setminus A = \{1;4;6\}$ $\qquad \bar{B} = S \setminus B = \{2;4;6\} \Rightarrow \bar{A} \cap \bar{B} = \{4;6\}$

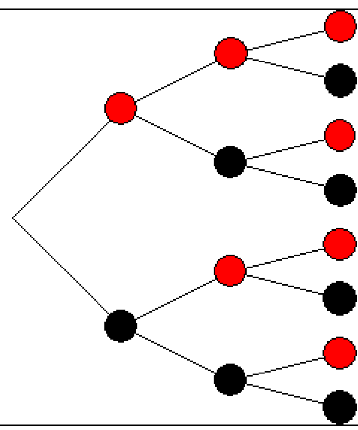
ت- $A \cap B = \{1;3\} \Rightarrow \overline{A \cap B} = S \setminus A \cap B = \{2;4;5;6\}$

ټ- $\bar{B} = \{2;4;6\} \Rightarrow A \cap \bar{B} = \{2\}$

ث - $\overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{4;6\}$

دویم:

الف-



د پیښو ډیرئ یا سټ

$S = \{rrr; rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss\}$

ب-

$S = \{rrr; rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss\}$

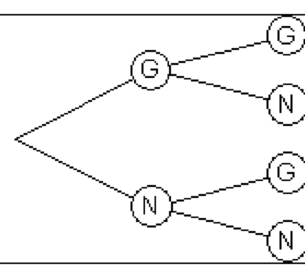
$A = \{rsr; rss; srr; srs\}$ $\qquad B = \{rrr; rsr; srs; sss\}$

$A \cap B = \{rsr; srs\}$ $\qquad \bar{A} = S \setminus A = \{rrr; rrs; ssr; sss\}$

$\bar{B} = S \setminus B = \{rrs; rss; srr; ssr\} \Rightarrow A \cup \bar{B} = \{rsr; rss; srr; srs; rrs; ssr\}$

دریم:

الف-



نتیجې:

$S = \{GG; GN; NG; NN\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$S = \{GG; GN; NG; NN\}$

$A = \{NN\}$ $B = \{GN; NG\}$ $C = \{GN; NN\}$

$A \cup B = \{NN; GN; NG\}$ $D = \overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{GG\}$

$\overline{C} = S \setminus C = \{GG; NG\}$ $E = B \cap \overline{C} = \{NG\}$

څلورم: A او B نازغمورې دي. S\B = A => B د A مخامخ (په څټ یا معکوس) پیښه ده.

پنځم:

S = { 1; 2; ..... 99; 100}
A = { 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96 }
B = { 15; 30; 45; 60; 75; 90 }
C = { 8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99 }
D = { 9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99 }
E = { 12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96 }
F = { 12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96 }
G = { 8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88 }
H = { 12; 36; 60; 84 }

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته

نسبي ډېروالی

120 زده کوونکي پوښتل کیږي، چې ایا دوي یو ملفون لري. د دې پوښتنې پایله ده: له 120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي یو ملفون لري.

پیښه E : زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پیښې E مطلق ډېروالی H 99 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د حالتونو تعداد يا ګڼون دی، چې پېښې E په کې رامنځ ته کيږي يا پېښيږي.

د نمونه ازمايښت پراخوال يا غير په دې حالت کې 120 دی.

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی: $h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0,825$

په ټوليزه توګه باور لري؛

د نمونه ازماېښت څومره والی/د يوې پېښې مطلق ډېروالی= د يوې پېښې ډېروالی

فورمال: $h(E) = \frac{H}{n}$

تمرين: د په څټ – يا معکوس پېښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه يا زياتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

يادونه: د پېښې E او د هغې معکوس پېښې $\bar{E}$ لپاره باور لري:

$\bar{E}$ gilt: $h(E) + h(\bar{E}) = 1$

د احتمالوالي تعريف:

د احتمالوالي تعريف کې سړی کلاسيکی احتمالوالي تعريف او ستاتيستيکي احتمالوالي تعريف ترمنځ توپير کوي.

کلاسيکي يا ټولګيز احتمالوالی د يوې بيلګې په بنسټ:

د يوه ايديال يا ډېر ټيک غورځووني يا سترګي(چې شپږ سترګې لري) څخه سړی داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6ترمنځ هر عدد يا ګڼ د رامنځ ته کيدو لپاره برابر چانس شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

موړ پيښه E تعريفوو: غورځول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کيدو لپاره په لاندې توګه تفريف ورکوو:

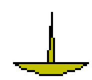
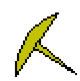
د ټولو ممکنه پيښو تعداد/په Eپورې اړونده پيښو تعداد=p=P(E)

تمرين: د يوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په يو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشميرئ.

حل وروسته راځي.

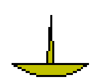
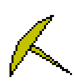
ستاتيستيکي احتمالوالی د بيلګې په توګه د يوه کاغذ ستن غوروځولو لپاره:

که څوک د کاغذ يوه ستن وغوروځوي، نو دا يا په شا يا په اړخ لويږيدلې پاتيږي.

سړی له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغيزوالی د کاغذميخ په جوړيدبنه کې پروت دی. کيدی شيچې دا د کاغذ ستن برابرډوله يا لږ برابرډوله جوړه شوې ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وينا وکړی شو، بايد تجربې وکړو.

يوه د کاغذ ستن سل واره غوروځول کيږي، نسبي ډيروالی شميرل کيږي.

نتيجه			جمعهn
مطلق ډيروالیni	44	56	100

نسبي ډيروالی

$$h(e_i) = \frac{n_i}{n} \quad \frac{44}{100} = 0{,}44 \; \frac{56}{100} = 0{,}56 \; \frac{100}{100} = 1$$

نسبي ډيروالی په %کې،	44%	56%	100%

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجربې ښايي، چې د جګيدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې(pendelt يا ټال خوري)کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاتيستيکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره يوه د منلو وړ وينا وکړای شو، بايد دا تجربه زياته تکرار شي.

لکه په سترګي يا غورځووني کې ډېروټاکل شي، نو د نسبي ډېروالي خوريدنه د يوه ټاکلي سترګی تعداد رامنځ ته کيدو لپاره په يوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کيدو باندې را تنګيږي يا را ټوليږي، په غورځوني يا سترګئ کې په   1/6   ارزښت. له دې امله ستاتيستيکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حيث تعريفيږي، د ازماېښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د n سره دتجربو د تعداد په حيث او د H(E) سره د مطلق ډېروالي په حيث.

يادونه: د توکلي ازماېښت د ټاکلو پيښو احتمالوالی د منتظره نسبي ډېروالي لپاره خوراښه وړاندوييڼه يا فرضيه ده.

يوه تجربه دې واضح کړي، چې دپيښو نسبي ډيروالی په يوه ټاکلي ارزښت خوزي يا حرکت کوي، که د ازماېښتونو تعدادپوره ستر وي.

ازماېښت: لس د کاغذ ستنې په همغه يا يوه وخت کې وغورځوئ او د پيښو تعداد په پام کې ولرئ.

E   :د کاغذ ستنې په شا پرتې دي.

دا تجربه په ټوليزه توګه لس واره تکرار کړئ.
دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندې يو د کاغد ستن دې سل واره غورځول شوې وي.دا راټول مطلقه ارزښت دې په يوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډېروالی بيا وشميرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماښت نمره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
راټول شوي H(E)	5	9	11	14	18	25	28	42	37	44
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,5	0,45	0,37	0,35	0,36	0,42	0,4	0,4	0,41	0,44

پورته کې د الماني پښتو په ترتیب: د تجربې نمره، راټول.

که دا تجربه یا ازماښت له ډېرو کسانو له خوا د برابرو شرایطو لاندې وشي، نو کیدی شي د د تجربو د ډېروالي سره و ارزښتول شي.

دا د بیلگې په توگه د 10 تجربه کسانو د تجربو زیاتوالی یا جمعه کیدنه و 1000 تجربو ته د تعداد جگوالي سره په برابره معنا دی.

دلته هم نسبي ډېروالی وشمیرئ.

په لاندې د الماني پ: د کسانو گنه(نمره) ، راټول(گڼوالی یا زیاتوالی.

د شخص گنه Ni (Nr)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
راټول H(E)	44	38	42	49	50	48	51	47	42	44
H(E)	44	82	124	173	223	271	322	369	411	455
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,44	0,41	0,413	0,433	0,446	0,452	0,46	0,461	0,457	0,455

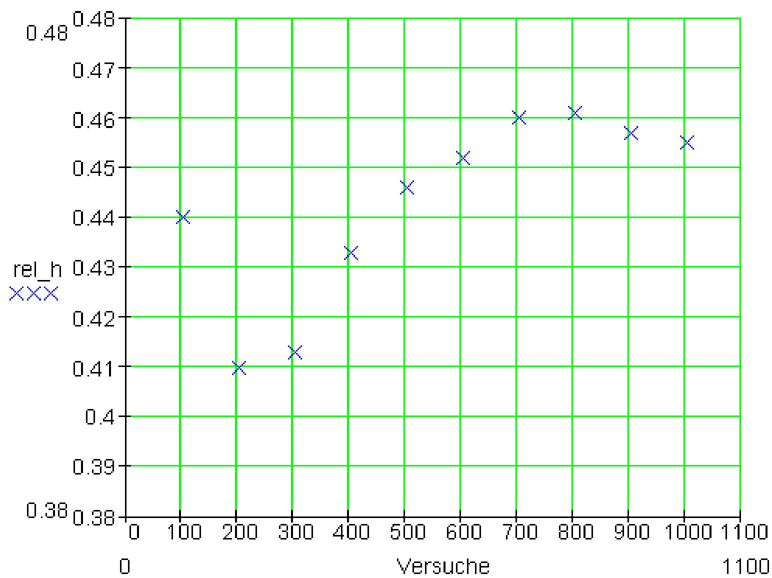
د پورته کیڼ په ترتیب

نسبي ډیروالی په یوه دیاگرام کې ولیکئ او د نسبي ډېروالي وده تر ځیرنې لاندې ونیسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو انټروال ورکړئ، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یاټال خوري.

د تجربي وتنه باندې کومنتار ورکړئ یا تشریح کړئ.



پورته کېن: نسبي ډېروالی، لندې یا کته: ازماېښت
داسې لیدل کیږي، چې نسبي ډېروالی په انټروال [0,45;0,46]=اکې کښته پروته ځغلي یا ټال خوري یا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لږ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په یوه ټاکلي عدد ځانګي یا ټال خوري یاور نږدې کیږي.

هر څومره چې د جربو تعداد زیات شي نو دا ارزښت د یوه نسبي ډېروالي یوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کیږي.

دا ارزښت کیدی شي د ستاتیستیکي احتمالوالي په حیث د پیښې E د پیښیدو لپاره په ګوته شي یا وټاکل شي.

دا زموږ د بیلګي لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالی چې دکاغذ ستنی په شاپرتې دي د ازښتونو 0,45 او 0,46ترمنځ خوزي یا ټالئ خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معکوس یا په څټ پیښې لپاره(د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او0,55 تر منځ پروت دی.

داپه دې معنا، چې دا استعمال شوې د کاغذستنې د دواړو پیښو رامنځ ته کیدو لپاره(په شا یاپه اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بیلګه: دا په ځنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، ځنې د مختلف لویوالي سره .

نتیجه ډېرئ یا ـسټ په دې معنا چې S ممکنه پیښې:

S={1,2,3,4,5,6}

موږ دوه پیښې تعریفوو:

A : ګڼه یا نمره جوړه (جفت)ده. لهدې لاس ته راځي:A={2,4,6}

B : ګڼه ناجوړه(طاق) ده له دې لاس ته راځي:B={1,3,5}

که چیرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 دریږي، نو وایو، چې پیښه A رامنځ ته شوې یاپیښه شوې ده.

که دا ښودونکی په برخو 1, 3 او 5ودریده، نو پیښه B رامنځ ته کیږي.

لومړی د ساده پیښو احتمالوالی تر څیړنې لاندې نیسو

$$P(1) = P(3) = \frac{1}{8} \qquad P(2) = \frac{1}{4} \qquad P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

د A پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(A) = P(\{2;4;6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$$

د B پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(\{1;3;5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

تمرين: د A د معکوس – يايه ښت پيښي لپاره احتمالوالی وشميرئ.

ځواب وروسته راځي:

دA د معکوس پيښي $\overline{A}$ يو بل د حل امکانات:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

د پيښي S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو P(S)=1.

دا فوراً روښانه ده، ځکه چي ياده پيښي تل رامنځ ته کيږي، د بيلګي په توګه د يوه سترګي غورځولو سره تل يو عدد رامنځ ته کيږي.

د ساده پيښو ټولګه:

$S = \{e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n\}$ د يوه توکلي تجربي پيښه دېرئ يا ـــسټ دی.

$e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n$ د هغي ساده پيښي دي، د بيلګي په توګه د غورځوني يا سترګي سره اعداد 1,2,3,4,5 او6 .

نو د احتمالوالي P لپاره باور $0 \le P(e_i) \le 1$ لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پوري.

دا په د ې معنا، چې د يوې پيښي احتمالوالی تل د 0او 1 ترمنځ پروت دی او ناکميز يا نامنفي دی.

$P(S) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + \ldots + P(e_i) = 1$ د جمعي يا زياتون ساده لار.

د A د معکوس پيښي لپاره، يعني د $\overline{A}$ لپاره تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

د یوې ناشونې پیښې لپاره، د بیلګې په توګه په شپږیزسترګي(۶ سترګي مکعب یا غورځوونکي) سره چې یو ۷ وغورځول شي باور لري:

$$P(\varnothing) = 0$$

تمرین: یو سترګی یووار غورځول کیږي. لاندې پیښې کره کیږي.

A : د سترګیو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګیو کڼ یا عدد ناجوړه یا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه وروسته:

د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

موږ تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپیژندل.

۱ – داسې له دوه برابر احتمالي وېش سره.

۲ – داسې له نابرابر احتمالوالي وېش سره.

لومړي ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه (شپږ) سترګي غورځول.
- د یوې پیسې غورځول.
- د یوه بخت څرخي څرخول د برابر لویو برخو یا توتوSegmenten سر.

په دویم ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه کاغذستن غورځول.
- د یوه بخت څرخ ګرځول د نابرابر لویو برخو سره.

د لاپلاس تجربه:

که د یوې توکلي یا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتیجې(لومړی ګروپ) برابر احتمالوالی لري، نو سړی د لاپلاس تجرې څخه غږیږي یا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتیجه د احتمالوالي (د ټولو ممکنه نتیجو تعداد / p=1) سره تنظیم کړي، نو دا د یو مودل -نیونه یا -- فرضیه (لاپلاس – مودل) ده.

د لاپلاس د تجربي سره د یوې نتیجې د احتمالوالي (P(E لپاره باور لري:

د ټولوممکنه نتیجو تعداد / په E پورې اړونده نتیجه=P(E)

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

حل وروسته:

تمرین:

په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟
دوریم: څومره تر غونډاري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

تمرین: د په ځت – یا معکوس پیښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب: دا مخامخ –یا معکوس پیښه $\bar{E}$ ده. زده کوونکی ملفون(موبایل) نه لري.

له دې سره د $\bar{E}$ نسبي ډېروالی دی:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0,175$$

جمعه یا زیاتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0,825 + 0,175 = 1$$

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

ځواب:

نتیجه ډېرئ له ۶ ممکنه پیښنو جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیښنه ډېرئ له ۲ ممکنه نتیجو جوړه ده: $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې یو جوړه عدد له ۲ څخه لوي وغورځول شي، د احتمالوالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه څټ پیښې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب: نتیجه ډېرئ یا –سټ S له عددونو 1, 2, 3, 4, 5 او 6 جوړه ده.

پیښې A پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 اړه لري. د A سره معکوس پیښه د کمښتډېرئ یا تفریق سټ له لارې میدل کیږي.

$$\overline{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول B دا همدا اوس پیښه سټ یا –ډېرئ ده، چې ارزښت $P(B) = \frac{5}{12}$ یې شمیرل شوی دی.

تمرین: یو سترګی یووار غورځول کیږي. لاندې پیښې کره کیږي.

A : د سترګیو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګیو ګڼ یا عدد ناجوړه یا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3؛ د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ځواب: الف-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1;3\}$$

$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

E_1: د سترګئ عدد له ۴ لوي او یو ناجوړه(طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1;2;3;5\}$$

$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

E_2: تعداد له ۴ لوی دی یا یو ناجوړه (طاق) عدد دی.

پ –

دسترګیو تعداد له ۳ لوی دی. د سترګیو تعداد یو ناجوړه یا طاق عدد دی	$A = \{1;2;3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4;5;6\}$ $B = \{1;3;5\}$ $E_3 = \overline{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

E_3: د سترګيو تعداد له ۳ لو دی او يو ناجوړه عدد دی.

ت-

$$A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{\ \} = \varnothing$$
$$P(E_4) = P(\varnothing) = 0$$

E_4: د سترګيو تعداد له۴ کوچنی دی او۴ يا ۵ دی.

داسې يوه پيښه نامناسب بې مصلحته يا ناغوښتونې يا که غواړئ نازغموړ بلل کيږي له دې امله د E_4 د رامنځ ته کيدو احتمالوالی صفر دی.

تمرين: يو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی يا ښوونستن په يوه په درې وېشوړ عدد باندې دريدلی پاتيږي.

P(E) وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په يوه عدد ودريږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

ځواب:

$$S = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\} \qquad E = \{3;6;9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0,3$$
$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,3 = 0,7$$

تمرين: په يوه مرتبان کې دوه او درې سره غونداري شتون لري. يو ځل راوستل کيږي.

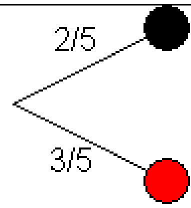
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونداری تور دی؟

دوريم: څومره تر غونداري بايد په مرتبا کې پراته وي، د تور غونداري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

د ونې دیاګرام له لارې حل. احتملوال چې تور غونډارى راووستل شي 2/5 دى، يو سور چې راووستل شي 3/5 دى. احتمالوالى په اړونده تار ليکل کيږي.	

ب- په مرتبان کې x تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان کې ټول x + 3 غونډاري شتون لري.

E :راوستلی غونډارى تور دى.

اينبوونه: $P(E) > 0,7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \quad \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0,7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3)\cdot 0,7 = 0,7x + 2,1 \,|\, -0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,3x > 2,1 \,|\, : 0,3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

بايد په مرتبانکې لږ ترلږه ۸ تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسي لږ ترلږه د 0,7 احتمالوالي سره يو غونډارى راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی

لومړی:

په ليکني بيالوژي ازموېنه کې لاندې نمرې ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: په المان کې نمري له ۱ تر ۵ پورې ورکول کیږي، چې په ۵نمرو سړی ناکام دی

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- یو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالی وشمرئ.

ب- وېشنه په یوه ګردئ- یا دایروي دیاګرام انځور کړئ.

پ-یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یوه ۱ اخستې؟

ت- یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یو ۲ یا ۳ لیکلې یا اخستې؟

دویم: د یوې توکلي یا تصادفي ازماېښت نتیجې لپاره احتمالوالي p = 0,73 دی. دا نتیجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماېښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دریم: د یوه مسلکي کالج د زده کوونکو ستاتیستیک یا احسایه د په څلور پټیز- یا ساحوي تختو کې په لیست شوې داتا څخه را اخستل کیږي.

M معنا: زده کوونکی نارینه دی. د F معنا: د FORپه حیث د زده کوونکو وتون استعداد. Summe =زیاتون.

	M	$\bar{M}$	Summe
F		1200	1680
$\bar{F}$	672		1812
Summe	1152		3492

الف- دا پاتې یا باقي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه څلور سطحیزتخته باندې ولیکئ.

ب - نسبي ډېروالی و ټاکئ او دا په یوه څلورپټي یا سطحیزه تخه ولیکئ.

پ- یو نفر تصادفي ټاکل کیږي.

اول. دا د کوم احتمالوالي سره نارینه دی؟

دوه. د کوم احتمالوالي سره دا د FOR د ننوتنې(داخیلدو)اجازه لري؟

درې: د کوم حتمالوالي سره دا کس ښځینه دی. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه او FOR لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:په یوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په یوه سپورت کلوب کې دي. احتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زدهکړی(نازینه یا ښځینه)، چې تفریحمیدانکي ورسره مخامخ کیږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترګي یو ځل غورځولو کې د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A : لږ تر لږه ۳ . B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره یا څو ځله. E : جوړه عدد له ۴ لوي F: ۱ یا ۶.

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی I

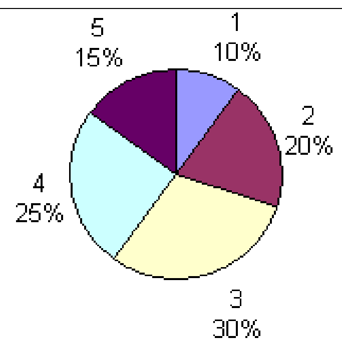
مفصل ځوابونه لومړی: الف-

نمرې	1	2	3	4	5	Summe
مطلق ډېروالی	2	4	6	5	3	20

ب-

نمرې	1	2	3	4	5
نسبي ډېروالی	$\frac{2}{20} = 0,1$	$\frac{4}{20} = 0,2$	$\frac{6}{20} = 0,3$	$\frac{5}{20} = 0,25$	$\frac{3}{20} = 0,1$

د نمرو وېشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(2 \vee 3) = P(2)+P(3)$ $= \frac{4}{20} + \frac{6}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0{,}5$	پ $P(1) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشريحکونه يا څرګنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پيښې ټاکلې نتيجې احتمالوالی p لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه ستر ګڼ يا عدد n تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې n.p-ځله رامنځ ته شي.

د p=0,73او n=350 سره به n.p=350.0,73=255,5~256 شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.

دريم: الف-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$1152-672=480$	1200	1680
$\overline{F}$	672	$1812-672=1140$	1812
Summe	1152	$1200+1140=2340$	3492

ب-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492} \approx 0{,}137$	$\frac{1200}{3492} \approx 0{,}344$	$\frac{1680}{3492} \approx 0{,}481$
$\overline{F}$	$\frac{672}{3492} \approx 0{,}192$	$\frac{1140}{3492} \approx 0{,}326$	$\frac{1812}{3492} \approx 0{,}519$
Summe	$\frac{1152}{3492} \approx 0{,}330$	$\frac{2340}{3492} \approx 0{,}670$	$\frac{3492}{3492} = 1$

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

P. O (لومړی کس)	$=\frac{1152}{3492}\approx 0{,}330$
p.۲ (کس FOR لري)	$=\frac{1680}{3492}\approx 0{,}481$
p.۳ (کس ښځینه دی او FOR لري)	$=\frac{1140}{3492}\approx 0{,}326$
p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$=\frac{480}{3492}\approx 0{,}137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B: زده کوونی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{480}{2680}\approx 0{,}82$$

احتمالوالی، چې یو زدهکوونکی سره د تفریح انګړ مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A=\{3;4;5;6\}\Rightarrow P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\overline{6} \qquad B=\{2;3;4;5\}\Rightarrow P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\overline{6}$$

$$C=\{2;3;5\}\Rightarrow P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5 \qquad D=\{6\}\Rightarrow P(D)=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

$$E=\{2\}\Rightarrow P(E)=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6} \qquad F=\{1;6\}\Rightarrow P(F)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=0{,}\overline{3}$$

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسې د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه I کې 340 هلکان او320 نجونه دي. په برخه II کې 150هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلورساحه یي جدول یا تخته وکاږه او نسبي ډېروالی وشیره.

ب-په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده ککونکی یا زده کوونکې د برخې I دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي تاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلۍ ده؟

دویم: د ګټلو احتمالوالی او دګټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازماېښت کې د ګټنې لپاره چانس:

(۱)۱ و ۳ ته (۲) ۱ و۱ ته (۳) ۲ و ۳ ته (۴) ۴ و۳ ته (۵)a و b ته

په نومولو حالتونو کې د ګټلو احتمالوالی څومره لوی دی؟

ب- د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی دی:

$$(1)\ \frac{1}{3} \quad (2)\ 0{,}6 \quad (3)\ 40\% \quad (4)\ \frac{3}{4} \quad (5)\ \frac{c}{d}$$

په هر یوه یوګوني حالت کې د ګټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – دکوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالولي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه ښوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکود ټول پوښتنې نتیجه وه، چې 4,4 % د نجونو او 6,4% د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په ښوونځي کې 5,2% نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړ شوو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلورسطحیز تختې جدول پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پېښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کیږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کیږی.

C : راوستل شوی غونډاری شین ن ه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډار ی نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پیښو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پیښو A او Bد ,یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پیښه په متني لیکلې بڼه څنګه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهځتې پیښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پیښه په متن څنګه لیکل کیږي؟

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب- p(زده کوومکي په برخهI کې)=0,66

پ- p (زده کوونکي په برخه IIکي او يوه نجلئ)=0,19

دويم: الف- د ۱ و ۳ ته د د ګټي چانس کيدی شي سړی يو د مرتبان تجربه په خيال کي راوړي. په يوه مرتبان کي يو سور غونډاری(ګټنه) او ۳ تور غونډاري (بايلنه) پراته دي. فقط يو ځل راوستل کيږي. په دې حالت کې احتمالوالی چط يو سور غونډاری راووېستل شي 0,25 دی.

ب-

د ګټي چانس ۱ و ۲ ته	$(1) \quad p=\frac{1}{3}=\frac{1}{1+2}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۳ و ۲ ته	$(2) \quad p=0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\frac{3}{3+2}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۲ و ۳ ته	$(3) \quad p=40\%=0,4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=\frac{2}{2+3}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۳ و ۱ ته	$(4) \quad p=\frac{3}{4}=\frac{3}{3+1}\Rightarrow$
د ګټي چانس c و d-c ته	$(5) \quad p=\frac{c}{d}=\frac{c}{c+(d-c)}\Rightarrow$

دريم:

s تور، b شين، r سور له دې سره E={s,s,s,b,b,b,b,b,b,b,r,r,r,r,r}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(s)=\frac{3}{16} \qquad P(b)=\frac{7}{16} \qquad P(r)=\frac{6}{16}$$

الف-
$$P(r \vee b)=P(r)+P(b)=\frac{6}{16}+\frac{7}{16}=\frac{13}{16}=0,8125$$

ب-
$$P(s \vee r)=P(s)+P(r)=\frac{3}{16}+\frac{6}{16}=\frac{9}{16}=0,5625$$

پ-6/16 = P(r) نه سور په دې معنا، چې د سره مخمخ یا معکوس پیښنه

$$\bar{P}(r)=1-P(r)=1-\frac{6}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}=0,625$$

څلورم: الف-

	M	J	Summe
S			
N			
Summe			1250

Summmeزیاتون یا جمعه
J ځوانان
M نجوني
S لمبیدونکي
Nنه لمبیدونکي

5,2% په ښوونځي کې نه لمبیدونکي په معنا چې

65 =1250.0,052نه لمبیدو ونکي ښوونځي کې شته دی.

له دې سره په ښوونځي کې 1250-65=1185 لمبید

لمبیدنکیونکي په ښوونځي کې شتون لري.

په ښوونځي کې دې د نارینه او ښځینه زده کوونکو تعداد دې وي:x+y=1250

له دې سره په ښوونځي کې د نه لمبیدونکو تعداد 0,044x+0,064=65 دی(دوه کرښیز мsاوات د دوه مجهولو یا ناپیژندونکوسره)

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	y	
1	1	1250
$\frac{44}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	$65 \mid \cdot 1000$
1	1	$1250 \mid \cdot 44$
44	64	65000
44	44	55000
44	64	$65000 II - I$
44	44	55000
0	20	10000

$$20y = 10000 \mid : 20$$
$$\Leftrightarrow y = 500$$
$$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500$$
$$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$$
$$\Leftrightarrow x = 750$$

په ښوونځي کې ۷۵۰ نجوني او ۵۰۰ هلکان شتون لري

د نجونو 4,4% نه شي لمبلی، دا نږدې 33=0,044 .750 دي، د هلکانو6,4% نه شي لمبلی، دا 32=500.0,064 دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته ییزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی P (A) = 0,6 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي.

پ- د دې لپاره احتمالوالی P (B) = 0,3744 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یو هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د دې لپاره احتمالوالی P (C) = 0,0264دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

پنځم: الف- schwarz grün rotپه ترتیب له کیڼ ښي لور ته: سور، شین، تور

$$E=\{\underbrace{r;r;r;}_{3}\underbrace{g;g;g;g;g;}_{5}\underbrace{s;s;s;s}_{3}\}$$

$$P(A)=\frac{5}{12} \qquad P(B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$$P(C)=1-P(\text{grün})=1-P(A)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

$$P(D)=1-P(\text{rot})=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$P(E)=P(\text{schwarz})=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$$

راوستلی غونډاری شین یا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E})=1-P(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

دپیښې متن: راوستلی غونډاری تور نه دی.

پنځم - دډېرپوړیز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی

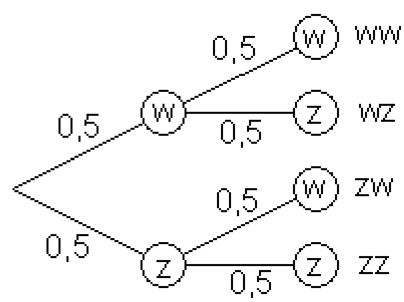
پنځم: ډېرپوړیز تصادفي ازماېښت

زیات وخت داسې تصادفي ازمایښې کیږي، چې له یوه څخه زیاتو ازماېښتونو (تجربو)څخه منځ ته راغلې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ازماېښتونه د زياتو يو په بل پسې يو پوړيزو ازماېښتونو رايوځای شوي دي.
بيلګه يې د سيکې يا پيسې غورځول:
په همغه يا عين وخت کې دوه پيسې غورځول کيږي، چې دواړه مخونو څخه يې ممبرنښان پهw او ګڼ يا عدد يې په z سره په نخښه کوو. ټولې ممکنه(شونې) لاس ته راوړنې په لاسته راوړونډېرئ(په لاس ته راوړونست) کې رايوځای کيږي. $S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}$.
احتمالوالی ساده ټاکل کيږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).
$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$
اوس يوه پيسه پرلپسې اچول کيږي او ددې لپاره ونه دياګرام کښل کيږي. احتمالوالی په همغه تار ليکل کيږي

لاس ته راوړنې:$S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}$
پيداېښتي يا طبيعي ده، چې همغه دي لکه په لومړۍ تجربه کې



د يوګونو احتمالوالی د تار په اوږدو احتمالوالي ضريب څخه لاس ته راځي:

$$P(ww) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$
$$P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

د داسې لاسته راوړنو يا هم ونو دياګرام په مرسته کېدی شي د پام وړ احتمالوالی د ډېر پوړيز تصادفي ازماېښتونو په مرسته شوونی شي
بيلګه: د يوه مسلکې ښوونځې زده کوونکو شورا له درې نارينه ـ او دوه ښځينه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ريس او مرستيال کيدی شي. لومړی ريس او بيا مرستيال ټاکل کيږي، د پچې اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کيدی ښي چې يوه زده کوونکې ريسه او بله يې مرستياله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدی شي يوه زده کوونکې ريسه او زده کووونکی مرستيال وټاکل شي؟

پ) د کوم احتماوالي سره به يوه زده کوونکې مرستياله وټاکل شي؟

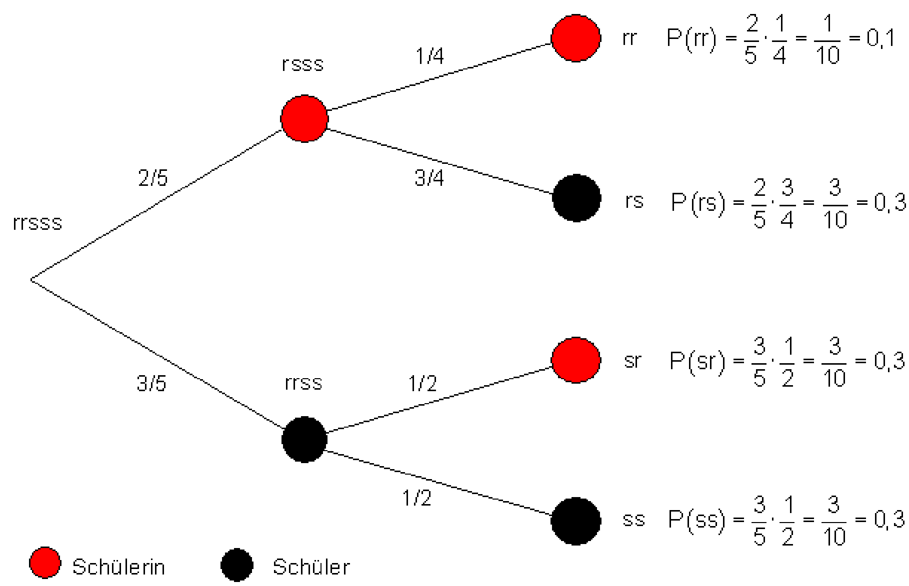
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا یوه دوه پوړیزه تصادفي تجربه ده، چې د یوې لاترۍ په څیر رامنځ ته کیږي.

په جام کې ۵ غونداري دي، ۲ سره د ښځینه زده کوونکو لپاه دي او ۳ تور د نارینه زده کوونکو لپاره

له جام څخه یو په بل پسې دوه غونداري راوستل کیږي(راوستنه بې له بیرته اینوونې یا بیا وراچونې) .

دا حالت یو ونه ډیاګرام لیدوړ کوي.



یادونه : سور خال ښځینه زده کوونکې، تور خال نارینه زده کوونکې

الف) : یوه زده کوونکې رییسه ده، بله مرستیا له

$$P(A)=P(rr)=0{,}1$$

ب)   : زده کوونکې رییسه ده او رده کوونکی مرستیال

$$P(B)=P(rs)=0{,}3$$

پ) زده کوونکې مرستیاله

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow C = \{rr ; sr\}$$

$$P(C) = P(rr) + P(sr) = 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}4$$

په بیلګه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و ښودل شو.

۱ . تارقاعده په یوه و نه دیاګرام کې د یوې پیښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالي د ضرب سره برابر دی.

۲ . تارقاعده : په ونه دیاګرام کې د یو ې پیښې احتمالوالی ، په دې اړونده تار احتمالوالو زیاتون (جمعه) دی

<u>په یاد ولره:</u>

په ونه دیاګرام کې مو هر تار د یوې پیښې تصادف ازماېښت ته بیايي یا لاربښوده وي..
د داسې یوې پیښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو ځل دی

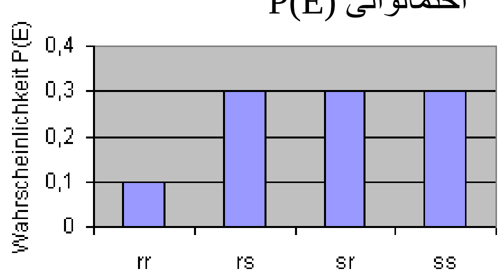
تارقاعده

کا د یوګونو تارونو احتمالوالی په یوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالي وېشنه په لاندې توګه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
P(E)	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کیدی شي د مټې یا ستن دیاګرام په توګه هم انځو رشي. د ا حتمالوالو زیاتون تل ۱ ورکوي

احتمالوالی P(E)



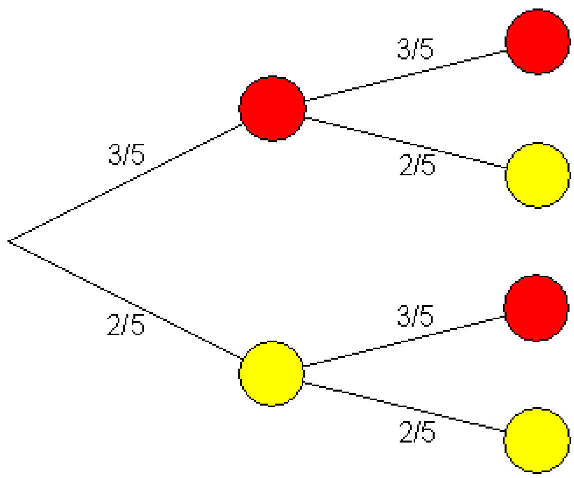
پیښنه E

کېڼ لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زیړ عونډاري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونډاري راوستل کیږي د بیرته وراچولو سره
الف) ونه دیاګرام او احتمالوالي وېشنه د جدولکوني دیاګرام په ځیر وکاږی
ب) د پیښي A لپاره احتمالوالی وشمیری: راوستلي غونډاري نابرابر رنګ,نه لري
پ) د پیښي B لپاره احتمالوالی وشمیری:کم له کمه یو راوستل شوی غونډاری زیړ دی

ځوابونه الف)



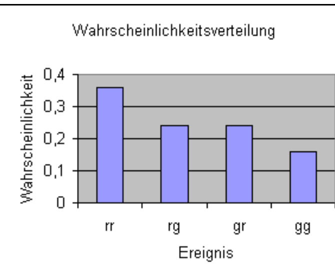
$$P(rr)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0,36$$

$$P(rg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gg)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0,16$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	0,36	0,24	0,24	0,16



په پورته کیڼ لور ځیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:
Wahrsheinlichkeitsverteilug د احتمالوالي وېشته، Wahrscheinlichkeit احتمالوالی، Ereignis پیښه

ب)

$$A=\{rg;gr\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}=0,48$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ)

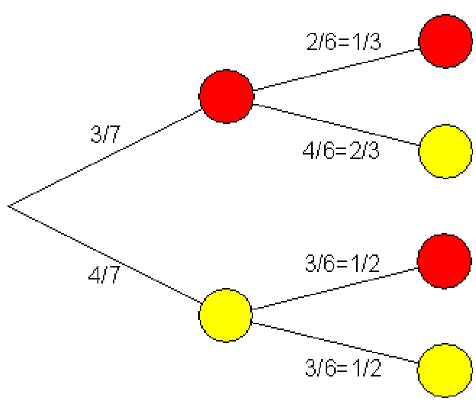
$$B=\{rg;gr;gg\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)+P(gg)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}+\frac{4}{25}=\frac{16}{25}=0,64$$

بیلګه: په یوه کوتی کې ۳ سره او څلور زیړ غونډاري اچول شوي. له دې څخه یو یو غونډاری راباسوو بې له بیرت اچونې..

الف)ونه دیاګرام   او   احتمالوالی وېشنه د جدول   او دیاګرام په څیر وکاږی.

ب) د پیښې A لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دوم راوستلی غونډاری سور دی

پ) د پیښې B لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دواړه غونډاري برابر رنګ لري



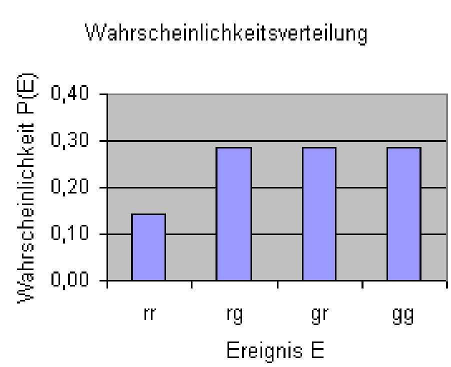
$$P(rr)=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{7}\approx 0,143$$

$$P(rg)=\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gr)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gg)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	$\frac{1}{7}\approx 0,143$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}\approx 0,286$



ب)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = \{rr; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gr) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0{,}429$$

پ)

$$B = \{rr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gg) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0{,}429$$

یادونه : په راتلونکي کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوړیزې تصادفي ازمایښې ا

لومړی -   یوه پیسه دوه واره غورځول کیږي. ونه دیاګرام یې وکاږئ او د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی و ټاکی.

الف -

A: ټیک یو ځل ممبرنښان (په W سره یې ښایو)

ب -

B : لږ تر لږه یو ځل ممبر نښان

پ – C: زیات له زیاته یو ځل ممبر نښان

دویم –

یو ه پیسه درې واره غورځول کیږي. ونه دیاکرام وکاږئ او د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وټاکی.

الف –

A : له دوه ځله زیات ممبر نښان

ب –

B : زیات له زیاته دوه واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

C: لږ ترلږه یو ځل ګڼ یا عدد (په Z سره یې ښایو)

ت –

D : ټیک یو ځل ممبرنښان:

دریم – یو مرتبان دوه2 سره 3 تور او5 زیړ غونډاري (غونډوسکي یا توپونه او یا باغکي(تشلي) او که غواړئ کرې) لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کیږي، د بیرته وراچولو سره .ونه دیاګرام و کاږی، د لاندې پېښو لپاره د احتماوالی وېشنه او احتمالوالی و ټاکئ:

A : دوړاه غونډاری همغه یا یو رنګ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دویمه توره

C: دویمه غونډوسکه سره ده یا توره

D : دC مخامخ یا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالوالي سره پېښیږي؟

څلورم –

یوه ازموېینه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټیک یو ځواب رښتیا دی ور کړ شوي دي. یو کس بې له چمتووالي ازموینې ته ځي او دا به په بخت چلیپا کوي.

احتمالوالی څومره لوي دی، چې دی په ازموینه کې بریالی شي، که لږ تر لږه باید درې پوښتنې رښتیا یا ټیک ځواب شوي وي.

پنځم –

پنځه ملګري له پولې اخوا ته مېلې ته ځي. د بیرته ستنېدو وخت کې باید د ګمرک څخه تیرشي. سره له دې چې دوی وایې هغوي د اجازې سره سم سګرټ له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپین او نرنګ زیات سګرټ له ځانونو سره راوړي. د ګمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي یې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بیدا کولی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دوه قاچقوړونکو څخه لږ تر لږه یو قاچاقوړونکی نیسي؟

شپږم –

د لیسي د ۱۲ -م ټولګي زده کوونکي دوه ټولګي جوړوي چې په ټولیزه توګه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تیاتر لپاره یوه یوه وړیا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرینځیپ یا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکی تنظیمیږي. د کوم یو احتمالوالي سره په لومړیو شپږ ځایونو کې د یوه ټولګي زده کوونکي ځای نیسي؟ (لارښود: یو مناسب د مرتبان مودل و کاروئ).

اوم – یو د بخت څرخ د څلورو برابرو ټوټو(قطعو) سره ، چې شین، سور، سپین او اسماني رنګونه لر ي څرخول کیږي. یوه لوبه پای کیږي که دا څرخ ودریږي. له دې څلورو څخه یو رنګ د یوه غشي سره په نخښه یا په ګوته کیږي. د یوې لوبې لړئ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسي باید لږ تر لږه وشي، چې د60% څخه زیات احتمالوالي سره لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسي له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

دېر پوړیزې تصادفي ازمانېنې I

مفصل ځوابونه

لومړی – A : تیک یو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان.

$$P(B)=P(\{WW;WZ;ZW\})=P(\{WW\})+P(\{WZ\})+P(\{ZW\})=3\cdot 0,25=\underline{0,75}$$

یا برعکس پېښې $\overline{B}$:سره: هیڅ ځل ممبر نښان

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{ZZ\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

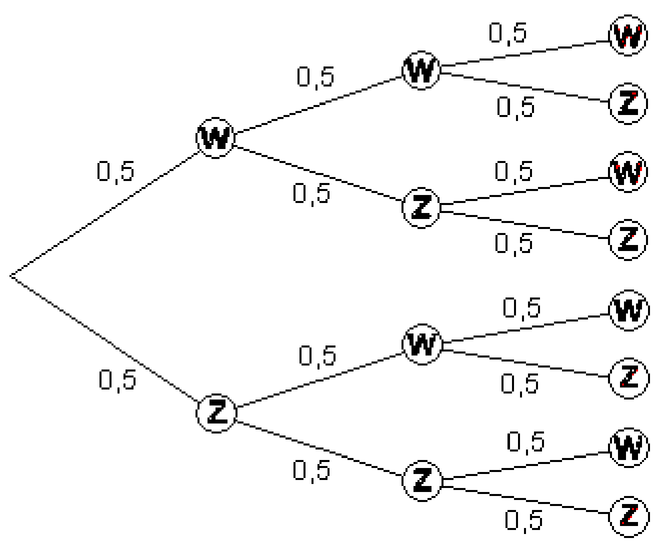
C : زيات له زياته يو ممبر نښان .

$$P(C)=P(\{WZ;ZW;ZZ\})=P(\{WZ\})+P(\{ZW\})+P(\{ZZ\})=3\cdot 0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

يا د متضاد پېښې $\overline{C}$ سره : دوه ځله ممبر نښان

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WW\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

دويم -



$P(WWW)=0,5^3=0,125$
$P(WWZ)=0,5^3=0,125$
$P(WZW)=0,5^3=0,125$
$P(WZZ)=0,5^3=0,125$
$P(ZWW)=0,5^3=0,125$
$P(ZWZ)=0,5^3=0,125$
$P(ZZW)=0,5^3=0,125$
$P(ZZZ)=0,5^3=0,125$

A : له دوه ځخه زيات ځله ممبر نښآن

$$P(A)=P(\{WWW\})=\frac{1}{8}=0,125$$

B : زيات له زياته دوه ځله ممبرنښان په دې معنا چې هېڅ ځل ، يو ځل يا دوه ځله ممبر نښان. د B برعکس پيښه : درې ځله ممبرنښان.

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

C : لږ تر لږه يو ځل عدد. لږ تر لږه يو ځل عدد په دې معنا دی، چې يو ځل، دوه ځله يا درز ځله عدد. د C برعکس پيښه د اسې ه: هيڅ حل عدد، دا مکرردرې ځله ممبر دی.

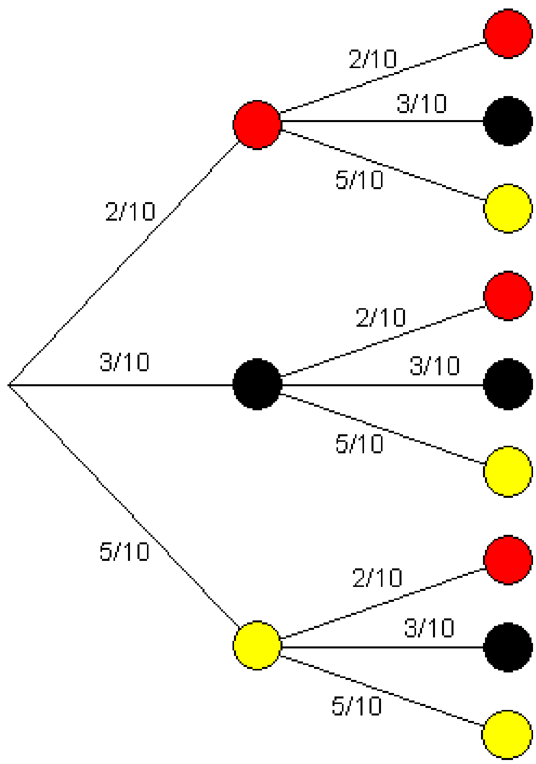
$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – D : تیک یو خل ممبرنښان

$$P(D) = P(\{WZZ; ZWZ; ZZW\})$$
$$= P(\{WZZ\}) + P(\{ZWZ\}) + P(\{ZZW\}) = 3 \cdot 0{,}125 = 0{,}375$$

دریم -



$$P(rr) = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$$
$$P(rs) = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$$
$$P(rg) = \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{10}{100}$$
$$P(sr) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{6}{100}$$
$$P(ss) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$
$$P(sg) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{15}{100}$$
$$P(gr) = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{10}{100}$$
$$P(gs) = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{15}{100}$$
$$P(gg) = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{100}$$

e_i	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواړه غونداري همغه رنګيز دي.

$$P(A) = P(\{rr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gg\}) = \frac{4}{100} + \frac{9}{100} + \frac{25}{100} = \frac{38}{100} = \underline{\underline{0{,}38}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : لومړی غونډاری سور دی، او دویم تور دی.

$$P(B)=P(\{rs\})=\frac{6}{100}=\underline{\underline{0,06}}$$

C : دویم غونډاری سور یا تور دی.

$$P(C)=P(\{rr\})+P(\{rs\})+P(\{sr\})+P(\{ss\})+P(\{gr\})+P(\{gs\})$$
$$=\frac{4}{100}+\frac{6}{100}+\frac{6}{100}+\frac{9}{100}+\frac{10}{100}+\frac{15}{100}=\frac{50}{100}=\underline{\underline{0,5}}$$

ت - دC برعکس پیښه څنګه ده او دا د کوم احتمالوالي سره رامنځ ته کيږي؟

$\overline{C}$: دویم غونډاری تور دی.

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-0,5=\underline{\underline{0,5}}$$

څلورم- دا څلورم پوړیزه تصادفي پیښه ده (څلور پوښتني) . د یوه ټیک ځواب لپاره اختمالوالی1/3 دی، او د ناټیک لپاره 2/3 .

په لاندې کې د الماني معنا: درې پوښتني ټیک دي

$$P(3\text{ Fragen richtig})=P(\{rrrr\})+P(\{rrrf\})+P(\{rrfr\})+P(\{rfrr\})+P(\{frrr\})$$

$$P(\{rrrr\})=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

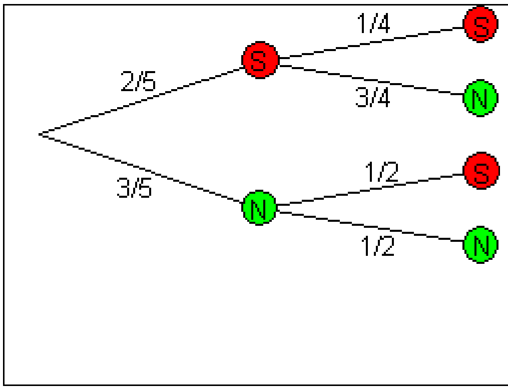
$$P(\{rrrf\})=P(\{rrfr\})=P(\{rfrr\})=P(\{frrr\})=\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}$$

$$P(3\text{ Fragen richtig})=4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{8}{3^4}+\frac{1}{3^4}=\frac{9}{3^4}=\underline{\underline{\frac{1}{9}\approx 0,11}}$$

پنځم -

مودل (Modell) : په یو ه مرتبان کې 3 شنه غونډاري (هیڅ - یا نه قا چاق وړونکی N) او 2 سره غونډاري(قاچاق وړونکی S). دوه واره غونډاری راوېستل کيږي بې له بیرته ور اچولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$P(SS)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0{,}1$$
$$P(SN)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0{,}3$$
$$P(NS)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0{,}3$$
$$P(NN)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0{,}3$$

الف – د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور لخوا قاچاقوړونکی نه نیول کیږي؟

P (NN) = 0,3.

ب – د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه یو رانیسې؟

P(S لږ تر لږه یو)= P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.

شپږم – د مرتبان مودل :

20سره غونډاري (ټولکی 1) او 20 شنه غونډاري (ټولکی 2) شپږ ځله را وباسی بې له بیرته ور اچولو.

P = P({rrrrrr})+P({gggggg})

احتمالوالی د دواړو ټولکیو لپاره برابردی P({rrrrrr})=P({gggggg})

$$P(\{rrrrrr\})=\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}$$

را وېستل بې له بیرته ور اچوني.

$$P=P(\{rrrrrr\})+P(\{gggggg\})=2\cdot\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}=\underline{\underline{0{,}02}}$$

اوم-

A : د n لوبو پرلپسې کې لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسې درې ځله شنو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(\{g\}) = \frac{1}{4}$ په یوه لوبه یو ځل شین

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د یوې لوبې پرلپسې سره درېواره شین د A برعکس یاپه ځتې پیښه ده:

$\overline{A}$: په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

$P\left(\left\{\overline{ggg}\right\}\right) = 1 - P(\{ggg\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$ په یوه لوبه پرلپسې کې درېواره شین نه شته

$$P\left(\overline{A}\right) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0,6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0,6 \,|-1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0,4 \,|: (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0,4 \,|\ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{<1} < \ln(0,4) \,| : \ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58,18}}$$

باید لږ ترلږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه یوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووېستل شي.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونه II

لومړی - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف – A : ټول غونډاري شنه دي. . ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. .ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی

.

دويم – - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي بې د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی.

دريم – د خټينو لوښو توليد کې د تجربې له مخې 20% زيانمن لوښي لرو.
الف – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک درې د استعمال وړ وي؟
ب – – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک دوه د استعمال وړ وي؟
پ —– څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه لږ ترلږه دوه د استعمال وړ وي؟
څلورم – د خټينو لوښو په په يوه زخيره کې 100 تازه جوړ شوي لوښی شتون لري. سړی پو هيږي، چې له دې څخه 20% ناټيکاوي لري. څلور لوښي ترې توکلي رانيول کيږي يا راوېستل کيږي.

الف –
څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوښي جوړ يا بې ناټيکاوي دی؟
ب – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نيولو لوښو توليد څخه ټيک درې بې له ناټيکاوي يا جوړ دي.؟

پ – څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانيول شوو لوښو لږ تر لږه درې بې غلطی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي ناټیکاوی 10% سترګو ته نه راځي.
له دې امله دا تولید لهدرې مختلو کنترول کوونکو کنترولیږي. د دې لپاره احتمالوالی
وټاکئ چې یو بې کاره تولید
الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بې کاره و پیژندل شي.
ب- په دریم کنترول سره بیکاره و پیژندل شي.
پ- د بې کاره په توګه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې ختین لوښي تولیدیږي. هر لوښی یو بل پسې په مختلفو
کنترولونو کې د بڼې، رنګ او د باندنۍ سطحې جوړښت په بنسټ ازمایل کیږي.
د تجربې سره سم 25% بڼه د تولید ناټیکاوي له مخې کنترولیږي. د فابریک کنترول
څخه 85% برخې بې له ناټیکاوي کنترول څخه تیریږي . په 20% کې ټولو
حالتونو د بورته سطحې منترول د لومړي انتخاب غوښتنې (انتظار) نه پوره کوي. فقط
که ټول درې کنتر لونه بې د ناټیکاوي کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي
انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په خیث، که
هڅرنګوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتې لوښي زیانمن (د
غورځولو) تولید دی.
الف – ټول در بواره کنترول په ونه دیاګرام کې انځور کړئ
ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟.
پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟
ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟
اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پانو لپاره 4500 ګټونکي شته ، په لاتري
B کې د15000 لاتریو لاندې 9500 ګټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه
یوه اخلي .
الف – اختمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوې لاترې
وګټي؟
E_1 : په دواړو لاتریو کې ګټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوي دی، چې لاتري ونه کټي؟
E_2 : چې هیڅ لاتري نه کټي؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی،چې لږترلږه پهیوه لاتري کې وګټي؟
E_3 : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.
.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر پوړيزي تصادفی تجربې II

مفصل ځوابونه

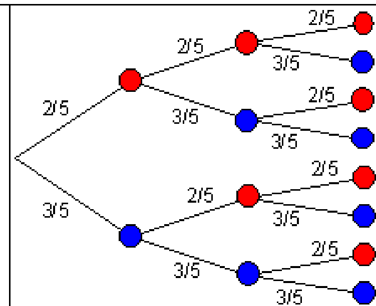
لومړی –

$$P(\{rrr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0,064$$

$$P(\{rrb\}) = P(\{rbr\}) = P(\{brr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = 0,096$$

$$P(\{rbb\}) = P(\{brb\}) = P(\{bbr\}) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0,144$$

$$P(\{bbb\}) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0,216$$



الف -

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0,216}}$$

ب -

B: یو غونډاری شین او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0,196 = \underline{\underline{0,288}}$$

پ –

C : یو غونډاری سور ، دوه شنه دي.

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,432}}$$

ت –

D : زیات له زیاته یو غونډاری سور دی. دا په دي معنا چي هیڅ یا یو غونډاری.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0,216 + 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,648}}$$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\{rrr\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{18}{48}$$

$$P(\{rrb\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{30}{48}=C$$

$$P(\{rbr\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{19}{48}=\frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

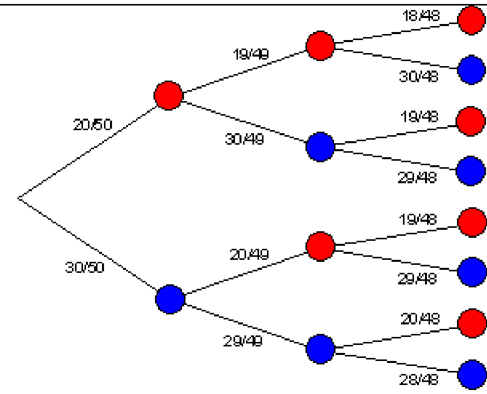
$$P(\{rbb\})=\frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{29}{48}=\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brr\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{19}{48}=\frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brb\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{29}{48}=\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbr\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{20}{48}=\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbb\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}$$



الف -

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A)=P(\{bbb\})=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}\approx\underline{\underline{0,207}}$$

ب –

B : يو غونډارى شين او دوه سره دي..

$$P(B)=P(\{rrb\})+P(\{rbr\})+P(\{brr\})=3\cdot\frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}\approx\underline{\underline{0,291}}$$

پ –

C : يو غونډارى سور دى، دوه شنه دي..

$$P(C)=P(\{rbb\})+P(\{brb\})+P(\{bbr\})=3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}\approx\underline{\underline{0,444}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډارى سور دى. دا په دي معنا چي هيڅ يا فقط يو.

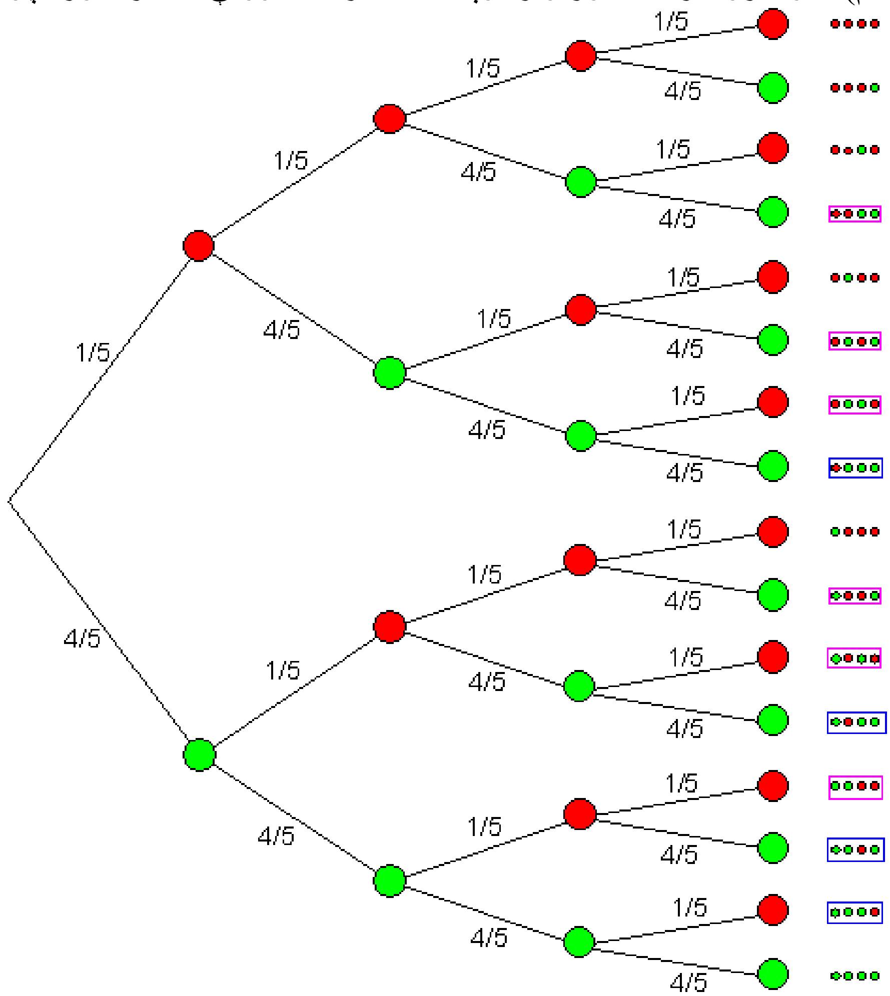
$$P(D)=P(\{bbb\})+P(\{bbr\})+P(\{brb\})+P(\{rbb\})$$

$$=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}+3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}\approx\underline{\underline{0,651}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

مودل : مرتبان له يوه سره(ناتيک توليد سره) او څلور شنه (بې له ناتيکاوي يعنې تول سم) غونډارو سره. څلور واره وېستنه له بيرته ايښوونې يا بيرته ور اچونې سره.



الف –

A : درې له څلورو د کارونې دي. دا ونه دياګرام څلور تارونه لري، چې دA پيښې لپاره باوري relevant يا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0{,}4096}}$$

ب –

: له څلورودوه د کارونې دي. دا ونه دياګرام 6 تارونه لري، چې دB پيښې لپاره باوري يا د پوښتنې دي يعنې پوښتنه کې راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=6\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2=6\cdot\frac{16}{625}=\underline{\underline{0,1536}}$$

پ –

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. داپه دې معنا چې درې یا زیات د کاروړ دي.

$$P(C)=P(A)+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{64}{625}+\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم –

مودل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زیان سره) او80 شنه (بې زیانه) غونډاري څلورواره وېستل بې له بېرته اېښوونې یا بېرته ور اچونې سره. د لسمې پوښتنې دیاګرام کیدی شي وکارول شي. مګر سره له دې دې هم په پام کې وي، چې د تارونو احتمالوالی تغیر خوري.

الف –

A : ټول څلور لوښي بې زیانه دي. دا ونه دیاګران یو تارلري، چې د هغې لپاره پیښنه A رامنځ ته کیږي یا پیښیږي.

$$P(A)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}\approx\underline{\underline{0,4033}}$$

ب –

B : دد رانیولو څلور لوښو څخه درې بې زیانه دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې د پیښې B لپاره رلېوانت یا د باوروړ دي.

$$P(B)=4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,4191}}$$

پ – یا زیات

C : لږتر لږه درې له دې څلور رانیولشوو لوښو بې زیانه دي. دا په دې معنا چې درې یا زیات بې زیانه دي.

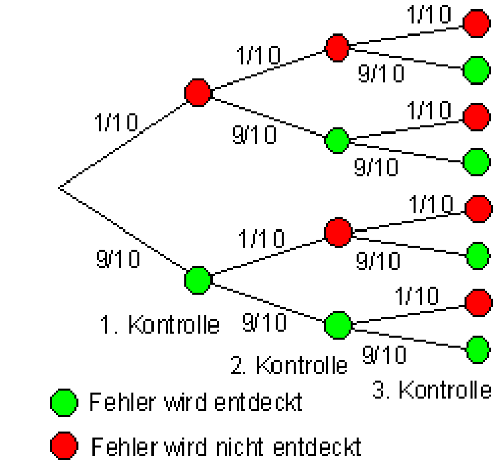
$$P(C)=P(A)+P(B)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}+4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -

(c) ketabton.com: The Digital Library

مودلModell : مرتبان یا جام د1سره (زیانمن) او 9 شنه (بې زیانه) غونډارو سره . درې واره وېستنه د بیرته ور اچونې سره .

د لیل د بیرته وراچونې لپاره :
کنترول یو له بل خپلواک پېښیږي. وتون حالت د هر ځل وېستنې لپاره تل بیرته همغه یا برابر دی.(د زیان نه لیدنه 10%)
مخامخ د الماني پښتو له پورته وکښته لور ته:
۱. کنترول،۲.کنترول، ۳.کنترول،شین:زیان کشف کیږي، سور:زیان نه کشفکیږي.



الف –

A : د دویم کنترول سره خورا وروسته پیژندل شوې ، په دې معنا چې زیان په لومړي او یا دویم کنترول کې پیژندل کیږي.

د لومړي کنترول سره پیژندل شوي: $P(1.) = \frac{9}{10} = 0{,}9$

د دویم کنترول سره پیژندل شوي: $P(2.) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$

$$P(A) = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \underline{\underline{0{,}99}}$$

ب –

B : په لومړي ځل په دریم کنترول کې پیژندل کیږي.

$$P(B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{1000} = \underline{\underline{0{,}009}}$$

پ –

C : نه پیژندل کیږي..

$$P(C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0{,}001}}$$

شپږم –

الف – د لاندې پښتو: له کینې کښته لور ته: بنه، رنګ، پورته سطحه، کنترول کې بریالي، کنترول کې نابریالي. له ښي کښته لور ته:۱.انتخاب، ۲ .انتخاب،۲ . انتخاب،زیانمن (یعنې د غوځولو)۲.انتخاب، زیانمن، زیانمن،زیانمن.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی انتخاب:

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = \underline{\underline{0,51}}$

دویم انتخاب :

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,1275$

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,09$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 0,17$

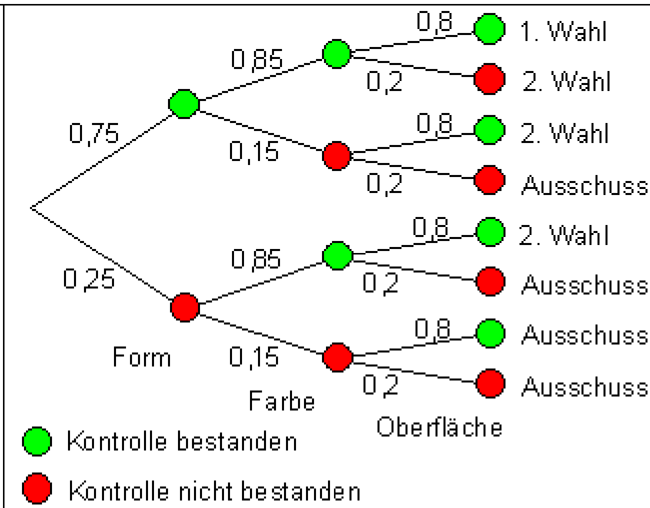
زیانمن:

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0225$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,0425$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,03$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0075$



ب - $P(2.Wahl) = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = \underline{\underline{0,3875}}$

پ- $P(1.Wahl) = \underline{\underline{0,51}}$

ت -

$P(Ausschuss) = 0,0225 + 0,0425 + 0,03 + 0,0075 = \underline{\underline{0,1025}}$

اوم –

الف -

$P(A) = \dfrac{4500}{10000} \qquad P(B) = \dfrac{9500}{15000}$

xx $P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \dfrac{4500}{10000} \cdot \dfrac{9500}{15000} = \underline{\underline{0,285}}$

ب – ګټه مخ ته نه لرو، که په لاټري A او لاټري B کي ونه ګټل شي.

دلته باورور لري: $\bar{A}$ په لاټري A کي بايلنه $\bar{B}$ په لاټري B کي بايلنه

$P(E_2) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \dfrac{5500}{10000} \cdot \dfrac{5500}{15000} = \underline{\underline{0,202}}$

پ - E_3 د E_2 په ښت – يا برعکس پيښنه

$P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - 0,202 = \underline{\underline{0,798}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ م – په احتمالوالي شميرنه کې د مرتبان مودل

د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کيدی شي، ديوه لوښي څخه د مختلفو غونډاروراوستلو له لارې، چې مر تبان يا کټوری يې بولو مودل يې جوړې شي. په يوه کټوري کې n غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه k راوستل کيږي.

راوستنه کيدی شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونيسي:

اول - يو غونډاری راوستل کيږي اوبيرته ور اچولکيږي.

داد مرتبان مودل(ډول) بلل کيږي د بيرته وراچونې سره.

دويم – له راوستنې وروسته غونډاری بيرته نه وراچول کيږي.

دا د متربان مودل(ډول) بلل کيږي نه د بېرته وراچونې سره

ډېرې تصادفی تجربې کېدی شي د مرتبان ډول باندې بېرته واړول شي. دا تصادفي پيښنه په بام کې نيسو،، درې واره د پيسې غورځونه،، ، د دې په ځای کېدی شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واره يو يو غونډاری راووستل شي، د بيرته وراچونې سره.

د مرتبان مودلونې (د روستنې ډول) سره تصادفي ازماېښت

يو څو بيلګې دې د متبان مودلګتې په ګوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د يوه سترګي (مکعب) د دوه واره غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالوالی څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په ګڼه (نمره) شوي. دوه واره راوستنه د بېرته وراچونې سره. پلټونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$P(6\|6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\approx 0{,}028$
دیوه ټولګي د 25 زده کوونکو څخه 10 زده کونکو د کور کار نه دی کړی. یو ښوونکی توکلي یو زده کوونکی کنترولوي. د کوم احتمالوالي سره هغه زدهک وونکی په لاس ورځي، چې کورنی کار يې نه دی کړی؟	مرتبان له 25 غونډارو سره. 15 سپین او10 تور . پلټونکی احتمالوالی: $P(s)=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}=0{,}4$
د لیسې په یوه ټولګي کې ۱۲۰ 120 زده کوونکي (نارینه اوښځینه) دالی شتون لري (د تعلیم او تربیې له څانګې) 15% نارینه دي. د یوې مسا بقې لپاره دوه زده کوونکي(ن ، ښ) راوېستل کیږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کیږي). څومره احتمالوالی لري چې دا دوه زده کوونکي نارینه وي؟	مرتبان له 120 غونډارو سره. 102 سپین غونډاري(دښځینه وو لپاره او18 تور غونډاري (د نارینه ووو لپاره). دوه واره راوستنه د نه بېرته وراچونې سره. پلټونکی یا غوښتونکی احتمالوالی. $P(s\|s)=\frac{18}{120}\cdot\frac{17}{119}$ $=\frac{306}{14280}=\frac{51}{2380}\approx 0{,}021$
یو د احسایي انسیتوت غواړي پیدا کړي، چې د ټولو زیږېدنو څخه 53% نارینه کوچنیان دي. احتمالوالی څومره لوی دی، که یوه مور په پر	مرتبان له 100 غونډاروسره. 53 شنه (د هلکانو لپاره) او 47 ګلابي (د نجونو لباره). دوه واره راوستنه د بیرته وراچونې سره. غوښتونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بل پسې دوه هلکان دنیا ته راوړي؟	$P(b\mid b)=\frac{53}{100}\cdot\frac{53}{100}$ $=\frac{2809}{10000}\approx 0{,}2809$

ممکن ترلې روښانه نه وي، چې ولې تصاذفي تجربه د دوه واره روستنې له لارې د بیرته وراچونې له لارې سمیولي (د سیستم تحلیل تیوریتیکي یا د فرمولونو له لارې پیچلی وي) کېدی شي.

دا کیدی شي داسې په بام کې راولي، چې مورانې تل د درې برابر احتمالوالي وېشنې سره کچنیان نړی ته راوړی شي. دا په دز معنا چې له زېږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډاروبیرته ور اچونې سره سمولي (دا په دې معنا چې د کوچنیانوپه ځای له غونډارو کار اخستل کیږي) کیدی شي.

یو بیخي بل ډول سیمولاېشن حاکم کیږي، که د بیلګې په توګه 100 نوي زېږېدلو کوچنیانو څخه مخ ته لاړ شو چې له هغو53% هلکان دي. تصادفي یا توکلي دوه کوچنیان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سړي ټیک دوه هلکان ټاکلي ،دی:

$$P(j\,|\,j)=\frac{53}{100}\cdot\frac{52}{99}=\frac{53\cdot 13}{25\cdot 99}\approx 0{,}2784$$

دا به راوستنه وي، بې له بېرته وراچونې.

د ختینو لوښو څخه له دې مخ ته ځو چې 20% زیانمن یا ناسم تولیدیږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوښو څخه ټیک دوه د کار وړ وي؟

یادونه : په لاندې کېg د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مودل: کټوری له 8 شنه غونډارو سره (د کاروړ) او2 سرو غونډارو سره (زیان من). درې وراه وېستنه له بیرته وراچونې سره:

پېښنه A - له دریو څخه دوه لوښي د کا وړ دي.

د ونې دیاګرام په مرسته نتیجه ډېری لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د راوستني نتيجه ډېرى ده : , S={ggg,ggr,grg; rgg,rrg;rgr;grr;rrr}

د پېښې ډېرى ده: A={ggr;grg;rgg}

$$P(g)=\frac{8}{10}=0{,}8 \qquad P(r)=\frac{2}{10}=0{,}2$$

$$P(gg)=0{,}8\cdot 0{,}8 \qquad P(ggr)=0{,}8\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2$$

$$\begin{aligned}P(A)&=P(ggr)+P(grg)+P(rgg)\\&=0{,}8^2\cdot 0{,}2+0{,}8\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8+0{,}2\cdot 0{,}8^2=3\cdot 0{,}8^2\cdot 0{,}2=\underline{\underline{0{,}384}}\end{aligned}$$

له څلورو کسانو، انګوره ,(A) ، بهير ,(B) ، کابلۍ ,(C)، داغي (D) څخه دوه د لوښو منځلو لپاره توکلي راووتل يا وټاکل شول، چې يو اوبه پرې تېروي يعنې يو يې غړوي او بل يې وچوي. د کوم احتمالوالي سره لومړى کابلۍ او پسې بهير راوځي؟

مودل :

کټورى له څلورو غونډارو سره چې په ليکلي وي. A, B, C او D .

دوه واره راوستنه له بيرته وراچوني سره.
دلته د رواوستلو غونډارو د راوستني لړى په پام کې نيول کيږي. د الف پيښه داسې ده:
لومړى کابلۍ بيا بهير.

نتيجه ډېرى(سټ) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه يزو کمبينيشنونو حوړه ده ، يعنې له

$$S=\{AB;AC;AD;BA;BC;BD;CA;CB;CD;DA;DB;DC\}$$

$$A=\{CB\}\Rightarrow P(A)=P(CB)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}=0{,}08\overline{3}$$

په موټرشميرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصى موټر يعنې واړه موټرPkw او30% باروړونکي موټرLkw او5% نور خوزنده الات دي.
احتمالوالى څومره لوى دى، چې لومړى کوچنى موټرPkw پسې لارىLkw اوپسې دا بل خوزنده اله ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

مودل :

کتوری له غونډارو سره ،65 سره ګړندی (Pkw)، 30 تور لاریٔ (Lkw) او 5 سپین (نور څغلنده ماشینونه). د

دریواره وستنه د بیرته ور اچوني سره.

غوښتونی احتمالوالی : $P(rsw) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0{,}00975$

یو لوبه کوونکی(لوبغاړی) جوارګر به یې څکه نه بولو، چې په پیسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترګی لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% یوه احتمالوالي سره لږ ترلږه یو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کتوری له سرو غونډارو(بې له 6) او 1 شین غونډاری (شپږ غورځولی) n – ځله راوستنه د بیرته وراچوني سره. عددn ناڅرګند دی.

موږ پوهیږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د6 راوتنې احتمالوالی 1/6 دی. احتمالوالی، چې 6شپږ ونه غورځول شي 5/6 دی. موږ د دې لپاره پیښې تعریفوو:

پیښه الف : یو شپږ غورځول، پیښه ب : شپږ نه غورځول کیږي (برعکس یا مخامخ پیښه).

د غورځونو سره احتمالوالی دی:

–ِ په هر ه ه غورځونه کې چې یو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{1}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

- په هره غورځونه کې چې 6 ونه غور ځول شي:

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{5}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس د ،، په n –غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې ،، په n –غورځونو کې ټولټال یو 6 وغورځول شي،، بلکه ،، په n – غورځونو کې ټولوټال لږ تر لږه یو 6 وغورځول شي،،. موږ اوس دا پېښه E تعریفوو: په n –غورځونو کې ټولټال (په ټولیزه توګه) لږ تر لږه یو 6 غورځوي.

برعکس يې $\overline{E}$ دی: په n –غورځونو کې په ټولیزه توګه 6 نه غورځول کيږي.

د $\overline{E}$ احامالوالی همدا اوس پېژنو : $P(\overline{E})=\left(\frac{5}{6}\right)^n$

له دې سره د E احتمالوالی دی: $P(E)=1-P(\overline{E})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچې $P(E)\geq 0{,}90$ باید وي.

$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}90$ د n عدد غوښتل کيږي(د غورځولو تعداد)

حل يې د بڼه بدلو او لوګاريم نيوني له لارې .

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}90 \,|-1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0{,}1 \,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0{,}1 \,|\ln$$

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0{,}1) \,|:\ln\left(\frac{5}{6}\right) \approx -0{,}18 < 0 \Rightarrow$$

اړيکي $\leq$ په څټ کړی یا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12{,}629$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی باید سترکۍ لږ تر لږه 13 – ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه 90% اطمنان سره لږ ترلږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول يې افاده (ويينه): زه اجازه لرم چې ز يات له زياته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 –ځله غورځونه کې 6 لاس ته را نه وړم يا ونه غورځوم.

اوم - د تړلو پيښنو سره احتمالوالی

تړلې پيښې (چې په يوه عمليه کې سره راغلې وي)
تر اوسه يو ګونې پيښې تر پام نيول شوې وې. پيښې سره تړل کيږي هم.
پوښتنه: په يوه مسلکي ښوونځي کې100 زده کوونکي نارينه اوښځينه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې ، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته يا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي ياد واړه)

ب - يو زده کوونکی نارينه يا ښځينه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشميری، چې هغه / هغې هسپانوي يا فرانسوي زده کړې.

(دلته يا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي يا دواړه)

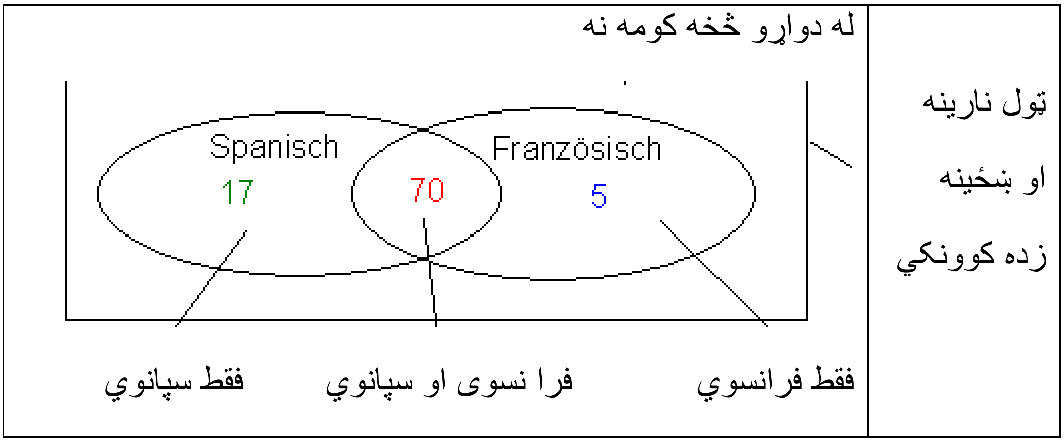
ځواب :

الف – همداسې په ساده ډول نه سي کيدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعه کړي، ځکه چې بيا به د زده کوونکو په يوه تعداد 162 = 75 + 87 راغلي وی.

دا له دې امله ناټيک دی، ځکه چې هغه نارينه اوښځينه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي يې زده کړي دوه واره ګڼل (شميرل) کيږي.

75 زده کوونکي (نارينه \ ښځينه) د فرانسوي له دوي څخه 70د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارينه اوښځينه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط17 له سپانوي سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا 70 نارينه او ښځينه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوی ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارينه او ښځينه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارينه اوښځينه (75) فرانسوي تعداد سره جمعه يا زيات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارينه اوښځينه زده کوونکو تعداد دوه واره وګڼل يا وشميرل شو. نو له دې امله بايد 70 له زياتون يا جمعي (162) څخه کم يا تفريق شي.

د ښځينه او نارينه زده کونکو تعداد د سپانوي يا فرانسوي سره:

$$87 + 75 - 70 = 92 \text{ bzw. } 17 + 70 + 5 = 92$$

دا په دې معنا چې، 8نارينه او ښځينه زده کوونکي په ليسه کې له دې دوه ژبو څخه کومه نه زده کوي(Spracherfüller in Sek I) .

ب – لومړى په لاندې توګه پيښې تعريفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لروده

S: زده کوونکو سپانوي درلوده

احتمالوالى:

$$P(S \text{ oder } F) = \frac{87 + 75 - 70}{100} = 0{,}92$$

د ترم بڼه بدلون سره:

$$P(S \text{ oder } F) = \underbrace{\frac{87}{100}}_{P(S)} + \underbrace{\frac{75}{100}}_{P(F)} - \underbrace{\frac{70}{100}}_{P(S \text{ und } F)} = 0{,}87 + 0{,}75 - 0{,}70 = 0{,}92$$

odrد يا او und د او په معنا.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې بیلګې څخه د جمعې یا زیاتون قانون پېژندل کیږي.
د جمعې یا زیاتون قانون:
که یوه پیښه E د پېښو A او B څخه رایوځای شي، چې دا سره غوځولای هم شي، دا په دې معنا چې ګډې پیښې خوندي لرودی شي لکه په یوه یا- ترنه کې، نو باید داپه پامکې ونیل شي، چې دا ګډې پیښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري $E = A \cup B$ (د یا – پیښه)
نو د پیښې لپاره احتمالوالی دی

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :
د یوه یا-پیښې احتمالوالی د دواړو پیښو د احتمالوالي جمعه ده، د او –پیښې په کمښت یا تفریق سره.

بیلګه:
یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.
B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.
پیښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده. د $P(C)$ احتمالوالی و شمیرئ.
لومړی دA اوB پیښه- ډېرۍ یا - – سټ جوړوو:

$$A=\{4,5,6\} \quad ; \quad B = \{2,4,6\}$$

د جمعې یا زیاتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د نتیجه ډېرۍ ته اړکیږو

$$A \cap B. \qquad A \cap B = \{4;6\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو پېښو احتمالوالي دي:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالوالی لرو:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

د نتیجو ټیکاوی ساده ازمیل کېدی شي، داسې چې د $C=A\cup B$ نتیجه ډېری جوړه شي اود هغي احتمالوالی و ټاکل شي.

$$C=A\cup B=\{2;4;5;6\}\Rightarrow P(C)=P(A\cup B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

تمرین:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

بیلګه :

یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.

B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.

د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

لومړی د A او B نتیجه- ډېری جوړوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

A = {1,2,3} ; B={4,5}

د زیاتون قاعدې له مخې

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د $A \cap B$. نتیجه ډېری $A \cap B = \{\ \} = \varnothing$ ته اړ یو.

د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = P(\varnothing) = ($$

له دې سره به د احتمالوالی وي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \underline{\frac{5}{6}}$$

یاودنه:

که $A \cap B = \{\ \} = \varnothing$ t نو باور لري $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.:

تمرین:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي یو ه کارته راباسو(Skat).

دا لاندې پیښه کوم احتمالوالی لري؟

E : راوېستلې کارتې د څېرې کارتې ده یا د پشې Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پیژندل شوې د احتمالوالي شمېرنې قوانینو ټولګه:
S دې د تصادفي تجربې نتیجه ډېرۍ وي.
اول : د ټولو پېښو E لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 \le P(E) \le 1$، چې $P(\varnothing)=0$ او $P(S) = 1$ دي.
دا په دي معنا ، چې د يو ي منځ ته راتګ احتمالولی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او کميز يا منفي نه شي کېدی.

دويم : که، $E=\{e_1;e_2;\ldots e_n\}$ وي، نو $P(E)=P(e_1)+P(e_2)+\ldots+P(e_n)$ باورلري
(بيلګه دانه يا سترګيز مکعب)
دريم : د ټول A او B پېښو لپاره باور لري
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

څلورم : د ټول C پېښو لپاره باور لري: $P(\overline{C})=1-P(C)$ (يېنې او برعکس يا مخامخ پيښې)

دتمرينونو حل (اوبی):؟؟؟؟؟؟؟؟
يوه دانه (سترګيز مکعب) يو وار ِ غورځول کيږي. دوه پېښې کره کيږي يا منځ ته ارځي:
A : د سترګيو عدد يا ګڼ له4 لوی دی.
B : د سترګيو عدد له *1* لوی دی.
يوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښيږي:
C : د سترګيو عدد له 4 لوی يا د سترګيو عدد ناجوړه او يا له *1* لوی دی.
پېښه C د A او B يوه د يا - ترنه ده.
د P (C) احتمالولی و ټاکئ.

لومړی د A او B نتيجې جوړوو.
$A=\{5;6\} \quad B=\{3;5\}$
د جمعي قانو له مخې اوس شمېرو:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
د دې لپاره د $A\cap B$ نتيجه ډېرى يا نتيجه سټ $A\cap B=\{5\}$ ته اړتيا لرو.

د يوګونو پېښو احتمالولی دی:
$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}$$
له دې سره د C احتماولی دی:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تمرین حل (اوبی) :
یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وارِ غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.
B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.
پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.
د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

تمرین:
یوه کارته له یوه لوبو کرتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي(سکاټ) لاندې پیښه کوم احتمالوالی لري؟
E : راباسل شوې کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پشې کارته.

د ا پیښه E یو د او-تړنه ده د پیښو څخه:
A : غوښتونکې کارته یو څیره کارته ده.
B : پلټونکې کارتې یوه د پشې کارته ده.
لومړی د A او B پیښو ممکنه تعداد ټاکو.
A : له ټولو32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.
B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پشې کارتې دي.
د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$. ممکنه پیښو ته اړتیا لرو.
$A \cap B$. : د پشې ۳ څیره کاتې شتون لري(غلام، ماتکه، پاچا)
د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم -   شرطيز احتمالوالی

شرطيز احتمالوالی

د سترګي (سترګيز مکعب) په زيات-ځله غورځوني کې چې د1 او 6 ترمنځ يو ټاکلی عدد وغورځوي د پخوانۍ غورځوني په واک ني ده دی.

هره غورځونه د تېرې غورځوني خپلواکه ده.   د دې برعکس يا په څېټ که له يوه مرتبان ، چې د بېلګې په توګه د دوه رنګونو سره غونډاري په کې پراته وي يو په بل پسې يو غونډاری بې له بېرته وراجونې راووستل شي، نو د يوې ټاکلې پېښې احتمالوالی د تېرې پېښې په واک کې دی.

په دې حالت کې د شرطيز احتمالوالي څخه غږېږو.

پيل بيلګه:

په يوه مرتبان کې 100 غونډاري (غونډسکې) پراته دي.

70   غونډاري له له لرګيزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مسنوعي موادو.

25 د لرګي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستيک جوړ غونډاري سره دي او20 شنه.

لاندې پېښې تعريُيږي:

A : غونډاری له لرګي دی. $\overline{A}$: غونډاری له مصنوعي موادو جوړ دی.

B : غونډاری سور دی. $\overline{B}$: غونډاری شين دی.

غونډاري دوه نخښې لري د هر دوه ډولونو يا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz $\overline{A}$: Kunststoff	Farbe	B: rot $\overline{B}$: grün

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته له کينې پورته څخه کښته په ترتيب ښي لورته:

نخبنه۱، مواد، په نخبنه ونه يا نخبنه وړنه، لرګی، مصنوعي مواد، نخبنه ۲ رنګ، نښنه وړنه، سور ، شين.

دا شي حالت کيدی شي په يوه ډېرپټي ډوله يا ډېرمخيزه تخته انځور شي.
نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې يې جمعه يا زياتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		
		B: rot	$\bar{B}$: grün	Summe
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\bar{A}$: Kunststoff	10	20	30
	Summe	35	65	100

له مرتبان څخه يو غونډاری توکلي راوستل کيږی.

د تختې د داتا سره کيدی شي لاندې احتمالوالی سيده و شميرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0,7 \qquad P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0,35 \qquad P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0,65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25 \qquad P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0,45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1 \qquad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0,2$$

اړونده ډېر مخيزه (ډېرساحه وي) تخته

(c) ketabton.com: The Digital Library

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A\cap B)=0,25$	$P(A\cap\bar{B})=0,45$	$P(A)=0,7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)=0,1$	$P(\bar{A}\cap\bar{B})=0,2$	$P(\bar{A})=0,3$
Summe	$P(B)=0,35$	$P(\bar{B})=0,65$	1

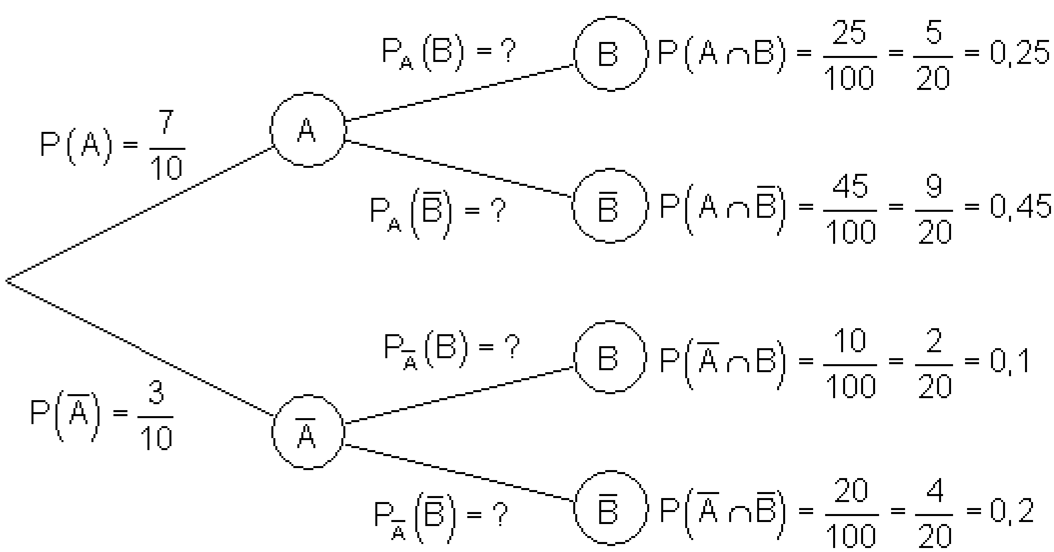
یو څوک یو غونډاری را وباسي اوله لاس سره یې احساسوي، چې دا غونډاری له پلاستیک جوړ دی.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې د ده په لاس کې غونډاری شیندی؟

دا احتمالوالی نه دی، چې له هغې سره سړی له مرتبان څخه شین پلاستیکي غونډاری ر ا باسي.

له دېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدی غوښتل شوی احتمالوالی وشمېرل شي.

د یوې پېښو ونې سره اوس کېدی شي دا احتمالوالی روښانه شي.



اړیکي $P_A(B)$ ، په دې معنا دي چې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B احتمالوالی د شرایطو لاندې، چې A پېښه منځ ته راغلې ده.

دا احتمالوالی شرطيز احتمالوالی یا ،،احتمالوالی د شرط سره،، بولو.

نسبت پوښتنې کولو ته $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ غوښتل کیږي.

په ویونو (لغاتو) : احتمالوالی څومره لوي د یوه شنه غونډاري د راوستنې لپاره، که سرې پوه شي چې راوستلی غونډاری د پلاستیک دی.

د یو ع احتمالوالي په لټه کې یو،چې دیوه شر ط په واک کې وي.

په دې حالت کې شرط دی؛ راوستلی غونډاری پلاستیک دی.
د دې لپاره چې په ونه دیاګرام کې پاتې احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A)\cdot P_A(B) = P(A\cap B) \Leftrightarrow P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چې د شرط احتمالوالی شمېرل کیږي د انګریزي شمېرپوه توماس بای Thomas Bayes (1702 – 1761) پسې ځې او له دې امله د بای- قانونBayes په نامه یادیږي او یا د بای جملې په نامه.

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

که A اوB پیښې وي د $P(A)\neq 0$ سره، نو باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{5}{20} : \frac{7}{10} = \frac{5\cdot 10}{7\cdot 20} = \frac{5}{14} \approx 0{,}36$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A\cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{9}{20} : \frac{7}{10} = \frac{9\cdot 10}{7\cdot 20} = \frac{9}{14} \approx 0{,}64$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{2}{20} : \frac{3}{10} = \frac{2\cdot 10}{3\cdot 20} = \frac{1}{3} = 0{,}\bar{3}$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{4}{20} : \frac{3}{10} = \frac{4\cdot 10}{3\cdot 20} = \frac{2}{3} = 0{,}\bar{6}$$

که څوک پوه وي، چې راوستلی غونډاری د پلاستیک جوړدی، نو د دی لپاره احتمالوالی ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې شين رنګ راباسل شي،دی: 2/3. د دې برعکس ديوه شنه پلاسفيک غونډاري راوستل 0,2 دی.

يو بل ډول ورننوتنه:

يو مرتبان درې شنه او دوه سره ِغونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري يو بل پسې بې له بېرته وراچولو روستل کيږي.

A : په لومړی راوستنه کې شين راوستل کيږي.

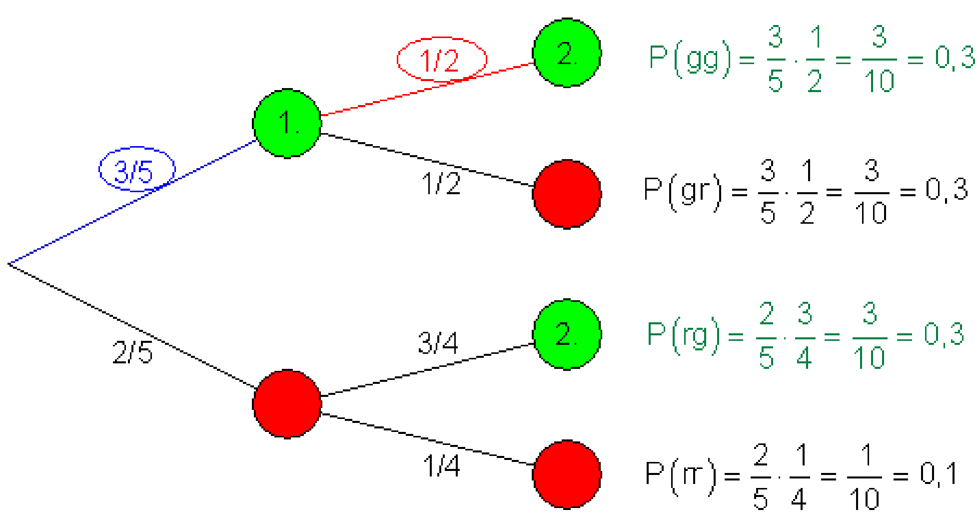
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

C: شين په لومړی او دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

D : شين په دويمه راوستنه کې له دې امله راوستل کيږي، چې شين په لومړي ځل تيار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښو احتمالونه ټاکل کيږي.

د ونې دياګرام د تار احتمالونه سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دياګرام څخه لاندې نتيجې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړی راوسته کې شین : $P(A)=3/5 = 0,6$ او

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$

په لومړی ر اوستنه کې شین او دویمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

$P(D)= 1/2$ لوستل کیږي.

د $P(D)$ ارزښت مو په لاندې ډول لاس ته راوړ:

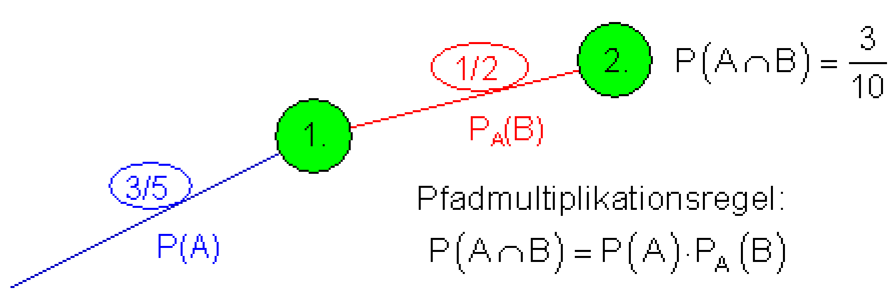
د نیونو (فرضیو) لاندې چې په لومړی راوستنه کې سپین راوه وستل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونداري په مرتبان کې شتون لري.

د شنه راوستنې لپاره په دویمه راوستنه کې $1/2$ دی.

د D احتمالولي لپاره (شین په دویمه راوستنه کې) د نیونو (فرضیو) (شین په لومړی راوستنه کې) چې A منځ ته راغلی، په نخښونه یا نخښه کونه $P(D) = P_A(B)$. ټاکل کیږي.

په انځور شوي حالتکې باور لري: $P_A(B) = \frac{1}{2}$ $\left(\neq P(B) = \frac{3}{5}\right)$

د پسي کتنې لپاره د تاردیاګرام د برخډېری(قطاع) په جوړ کې ده، داسې چې $P_A(B)$ منځ ته راشي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنه د احتمالوالي $P_A(B)$ پسې کيږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېدی شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$ د B يو احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A تياره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرتې نتيجې سره ازمايو

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10}, \quad P(A) = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

د دې مرتبان تجربې څخه (ډېرواره راوستل بې له بېرته وراچوني) روښانه څرګندېږي، چې چې د هرو بلو يا نورو راوستنو احتمالوالی د مخه تيرې راوستني په واک کې دی. په داسې حالت کې سړی وايي، چې نتيجې يو د بل په واک کې دي(يو د بل تابع دي).

د پيښو خپلواکوالی

د يوه مرتبان تجربې سره(ډېرواره راوستنه د بيرته وراچوني سره)، بيل شرايط تل بېرته منځ ته راځي يا ساتل کيږي، چې د هرې پسې راوستني لپاره شرايط برابر پاتې کيږي، لکه د لومړی راوستني شرايط.

په داسې حالت کې سړی وايي، چې پيښې يو له بل خپلواکې دي.

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډاری پرلپسې د بېرته اينوني يا وراچوني راوستل کيږي.

څلور پيښې تعريفيږي:

A : په لومړی راوستنه کې شين راوستل کيږي.

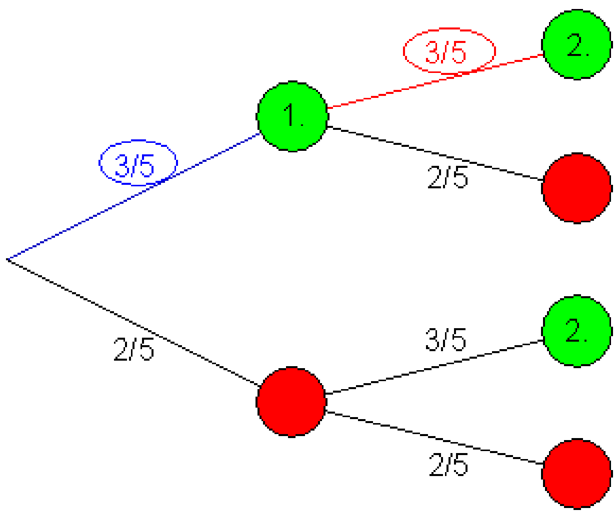
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

N: شین په لومړی او دویمه راوستنه کې راوستل کیږی.

D: شین په دویمه راوستنه کې راوستل کیږي، په دې شرط، چې ګرون هودا اوس په لومړی راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دیاګراک د اړونده تارونو احتمالوالي سره :



$$P(gg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0{,}36$$

$$P(gr)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}=0{,}24$$

$$P(rg)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25}=0{,}24$$

$$P(rr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0{,}16$$

له ونې دیاګرام څخه لاس ته راځي:

په لومړی راوستنه کې شین: $P(A)=3/5=0{,}6$

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B)=\frac{9}{25}+\frac{6}{25}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}=0{,}6$

د شنه لپاره په لومړی راوستنه کې او شین لپاره په دویمه راوستنه کې د تارضربقانون له مخې لاس ته راځی

$$P(C)=P(A\cap B)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$$

$P(D)=\frac{3}{5}$ لوستل کیږي.

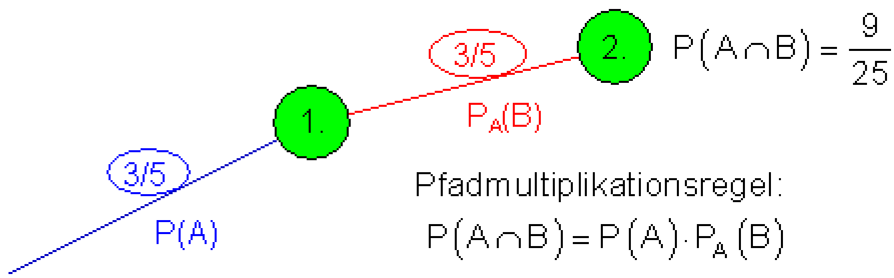
(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتیږي، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچوني سره پیل حالت بېرته برقراریږي.

د دویم ځل د شنه راوستني لپاره همغه د لومړي ځا د راوستني سره بېرته برابریږي $P(D) = P_A(B)$ دی.

د ونې دیاګرام څخه یوه برخه:

په لاندې کې Pfadmultiplikaionsregel د تارضربقانون په معنا دی.



د نتیجو په لیستکونه راکوي:

$P_A(B) = \frac{3}{5}$

$P(B) = \frac{3}{5}$

$P(A) = \frac{3}{5}$

نو لرو: $P_A(B) = P(B)$

له دې سره د تارضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو $P_A(B) = P(B)$ ، نو د پېښې A پېښیدنه د B احتمالوالي باندې کومه اغیزه نه لري.

سږی وایي، چې پېښه A او B یو له بل خپلواکې دي.

خپلواکې پېښې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښنه B له پېښي A خپلواکه ده، که دA د پېښيدني څخه دB دپېښيدني لپاره احتمالوالی بې اغيزه وي (خپلواک).

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ سره.

ب

يلګه : له مرتبان راوستنه د بيرته وراچوني سره.

په ياد ولری: د دوه پېښو A اوB پېښي د يو له بل خپلواکوالی ښووني لپاره په لاندې توګه مخ ته ځو:

شميرل کيږي $P(A); P(B)$ او $P(A \cap B)$

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$، سره .

نو پيښي A اوB يو له بل خپلواکې دي، په بل حالت کې يا پرته له دې پېښې A او B يو د بل په واک کې دي.
په ونه دياګرام کې دپېښو خپلواکوالی له دې څخه پېژندل کيږي، داسې چې په دويمه پوړۍ کې د ونې دياګرامونه برابر دي. که برعکس ياپه څټ دا يو له بل مختلف وي،نو پېښې بيا يو د بل په واک کې دي.

بيلګه ۱: د يوه ښه جوړ شوي (ideal)سترګيز(سترګيز مکعب) په لاندې توګه رنګه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنګ سره او دوه د شنه رنګ سره رنګين شوي. يوه اړخسطحه توره او بله اسماني رنګ شوي دي.

غونډاری دوه واره غورځول کيږي. لاندې پېښي تعريفيږي:

A : په لومړی اچوني سره رنګ سور يا تور لويږي يا منځ ته راځي.

B : په دويمه غورځونه کې رنګونه شين يا تور را څرګنديږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ځيرئ، چې پيښې A او B يو له بل خپلواکې دي؟

له مخه پام يا فکرکونه : $P(r) = P(g) = 2/6 = 1/3$ او $P(s) = P(b) = 1/6$

د $P(A);\ P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$A = \{(rx);(sx)\}$ د x=په خوښه <= $P(A)=P(r) + P(s) = 1/3 + 1/6 = 1/2$

$B = \{(xg);(xb)\}$ د x= په خوښه <= $P(B)=P(g)+P(b)= 1/3 + 1/6 = ½$

$$A \cap B = \{(rg);(rb);(sg);(sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg)+P(rb)+P(sg)+P(sb)$$
$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{4}{36}+\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

نتيجه : $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پيښې A او B يو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: خپلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2} \\ P(B) = \dfrac{1}{2} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \frac{1}{2}$$

Unabhängigkeit

نتيجې A او B يو له بل خپلواکې دي.

بيلګه ۲ : يو ستر‌ګی د يوه درېګوټي اهرام په بڼه څلور برابرې لويې سطحې لري د عدد 4 ;3 ; 2 ; 1 (څلوريزه ياڅلور اړخيزه ستر‌ګی) سره.

دا ستر‌ګی درېواره غورځول کيږي. لاندې پيښې تعريفيږي:

A : په لومړئ غورځونه کې عدد ۱ يا ۲ راښکاره کيږي(راوځی) اوپه دويمه غورځونه کې 2 ; 1 يا 4.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : به د ویمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړۍ غروځونې کې.

و څېړی، چې ایا پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام یا فکرکونه : P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4

د P(A);P(B) او $P(A \cap B)$ شمیرنه

$$A = \{(1|1);(1|2);(1|4);(2|1);(2|2);(2|4)\} \Rightarrow P(A) = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{(1|2);(1|3);(1|4);(2|1);(2|3);(2|4);(3|1);(3|2);(3|4);(4|1);(4|2);(4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = 12 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$A \cap B = \{(1|2);(1|4);(2|1);(2|4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

نتیجه: $P(A) = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{3}{4}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$:

دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: بلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{2}{3} \\ P(B) = \dfrac{3}{4} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{2}{3} \neq P(B) = \frac{3}{4} \text{ Abhängigkeit}$$

پیښې A او B یو د بل په واک کې دي.

بیلګه ۳: په یوه ښوونځي کې یوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتیجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکې45% په مزه شکولاد خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو زده کوونکو ځخه 55% نور خواږه غوره ګڼي.

د ټولو زده کوونکو ځخه 60% وويل چې خويندې ورونه لري.

د ټول زده کوونکو 27% د خويندو ورونو سره د زړه له کومي شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکی مينه يا علاقه لري، چې ايا زده کوونکي د خويندو ورونو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځاګړی له مخه مينه لري .

واقعيت دی، چې خويندوو ورونو سره زده کوونکي ، د شکولادو خوراک سره د (مخه) مينې لرلو له امله اغيزه لري؟

د داتا منځ ته راتګ په يوه ځلور مخيزه تخته کې انځور کړي

	B	$\overline{B}$	Summe
A	$P(A\cap B)=0{,}27$	$P(A\cap\overline{B})=0{,}33$	$P(A)=0{,}6$
$\overline{A}$	$P(\overline{A}\cap B)=0{,}18$	$P(\overline{A}\cap\overline{B})=0{,}22$	$P(\overline{A})=0{,}4$
Summe	$P(B)=0{,}45$	$P(\overline{B})=0{,}55$	1

د پيښې اړونده نتيجې دي:

A : زده کوونکی خويندې ورونه لري.

B : زده کوونکی د زړه له کومي شکولاد خوري.

په بلواکوالي يې ازمايښت:

$$\left.\begin{array}{l} P(A)=0{,}6 \\ P(B)=0{,}45 \\ P(A\cap B)=0{,}27 \end{array}\right| \Rightarrow P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0{,}27}{0{,}6}=0{,}45=P(B)$$

پيښې يو له بل ځخه خپلواکي دي.

دا په دې معنا، چې که زده کوونکي خويندې-ورونه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مينه باندې اغيزه نه لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۴:

د څلورارخیزې تختې او ونې دیاګرام سره

یو مسلکي ښوونځی 1000 زده کوونکي لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې پهزده کوونکي ملفونونه څنګهوېشل شوي دي.

	B : ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A: یو ملفون لري :	410	397	807
$\bar{A}$: ملفون نه لري	114	79	193
جمعه	524	476	1000

الف – نسبي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکئ.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیام ترمنځ اړیکو په ګټه اخستنې ونې رسم کړئ.

پ – ټول شرطیز احتمالوالي وشمیرئ او دا په ونه دیاګرام کې ولیکئ.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګې څخه توکلی یو زده کوونکی داسې ټاکل کیږي.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا کس ملفون نه لري؟.

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا کس ښځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس ښځینه وي، د کوم احتمالوالي سره دا یو ملفون لري؟

پنځه – ایا دنر- ښځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکې شتون لري؟

ځواب :

الف –

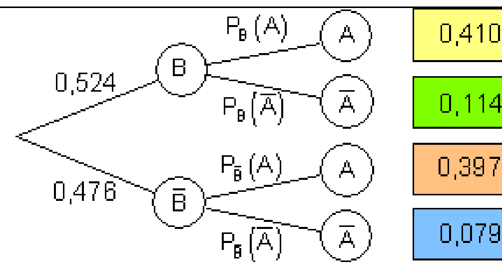
(c) ketabton.com: The Digital Library

	B بښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A: ملفون لري	0,410	0,397	0,807
$\bar{A}$: ملفون نه لري	0,114	0,079	0,193
جمعه (زیاتون)	0,524	0,476	1

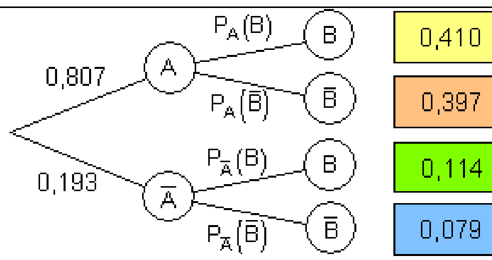
ب –

A : یو ملفون لري $\bar{A}$: یو ملفون نه لري

B : زده کوونکی ښځینه دی $\bar{B}$: زده کوونکی نارینه دی.



د تار احتمالوالی   ۲. نخبنه ملفون لري   ۱.نخبنه: نر- ښځوالی



د تار احتمالوالی   ۲. نخبنه نر- ښځوالی   ۱.نخبنه: ملفون لري

پ –

د شرطیزو احتمالوالو شمیرنه

احتمالوالي، چي له څلورمخیز جدول څخه لوستل کیږي او په پیښو تماميږي

	B	$\bar{B}$	
A	$P(A \cap B) = 0,410$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,397$	$P(A) = 0,807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,114$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,079$	$P(\bar{A}) = 0,193$
	$P(B) = 0,524$	$P(\bar{B}) = 0,476$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0,410}{0,807}\approx 0,508 \qquad P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,410}{0,524}\approx 0,782$$

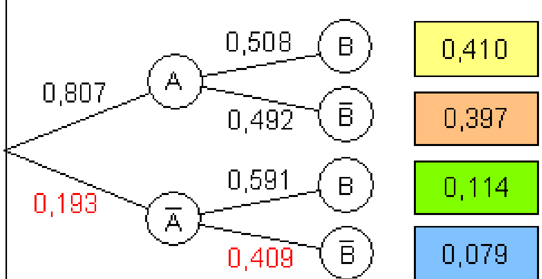
$$P_A(\bar B)=\frac{P(A\cap \bar B)}{P(A)}=\frac{0,397}{0,807}\approx 0,492 \qquad P_B(\bar A)=\frac{P(\bar A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,114}{0,524}\approx 0,218$$

$$P_{\bar A}(B)=\frac{P(\bar A\cap B)}{P(\bar A)}=\frac{0,114}{0,193}\approx 0,591 \qquad P_{\bar B}(A)=\frac{P(A\cap \bar B)}{P(\bar B)}=\frac{0,397}{0,476}\approx 0,834$$

$$P_{\bar A}(\bar B)=\frac{P(\bar A\cap \bar B)}{P(\bar A)}=\frac{0,079}{0,193}\approx 0,409 \qquad P_{\bar B}(\bar A)=\frac{P(\bar A\cap \bar B)}{P(\bar B)}=\frac{0,079}{0,476}\approx 0,166$$

A : زده کوونکی ملفون لري

B : زده کوونکی ښځینه دی.

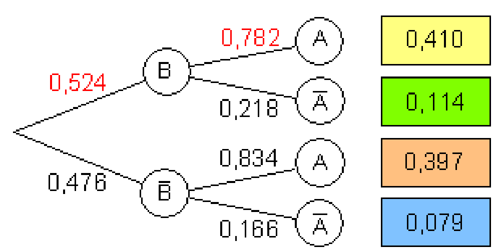


1. Merkmal: Handybesitz | 2. Merkmal: Geschlecht | Pfadwahrscheinlichkeiten

۱.نخښه: ملفون لري | ۲. نخښه نرښځوالی | د تار احتمالوالی

$\bar A$: زده کوونکی ملفون نه لري

$\bar B$: زده کوونکی نارینه دی



1. Merkmal: Geschlecht | 2. Merkmal: Handybesitz | Pfadwahrscheinlichkeiten

۱.نخښه: نرښځوالی | ۲. نخښه ملفون لري | د تار احتمالوالی

ت – غوښونکي یا پلټونکي احتمالوالی کیدی شي اوس سیده له ونې دیاګرامه ولوستل شي

۱ : $P(\bar A)=0,193$

یو توکلي تاکل شوی کس د 0,193 احتمالوالي سره یو ملفون نه لري.

۲ : $P(B)=0,524$

یو توکلي تاکل شوی کس د 0,524 احتمالوالي سره یو ښځینه دی

۳ : $P_{\bar A}(\bar B)=0,409$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو توکلي تاکل شوی کس، چي له هغه پوهيږو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالي سره ناريينه دی.

۴ : $P_B(A) = 0,782$

يو توکلي تاکل شوی کس، چي پوهيږو چي ښځينه دی، د 0,782 احتمالوالي سره يو ملفون لري

۵ : د په واکوالي ازماېښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړيکو کې)

پېښنه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې يو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرتو نتيجو څخه کېدی شي و ښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0,782 \neq P(A) = 0,807 \quad P_{\overline{B}}(A) \approx 0,834 \neq P(A) = 0,807$$

$$P_B(\overline{A}) \approx 0,218 \neq P(\overline{A}) = 0,193 \quad P_{\overline{B}}(\overline{A}) \approx 0,166 \neq P(\overline{A}) = 0,193$$

دا په دې معنا، چي په ټول حالتونوکي د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دياګرام څخه کېدی شي د پېښو بلواکوالی سيده ولوستل شي، ځکه چي د دويمي پوړی ترخوني يو له بل مختلفې دي.

که د يوه څلوراړخيز جدول اړيکې مو د ونې دياګرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زيار سره هم حل کړوای شو.

دا به اوس لاندې بېلګه وښايي.

بيلګه ۵ :

د انترنت زيات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکايت کوي يا ګېله من دي.

نيسو چي په 1% ښو او 40% سبم-مېل (برېښنا ليک)Spam- Mails کې لغات „Viagra" مخ ته راځي.

پرته له دې دې 10% برېښناليکونه ښه او 90% دې سپم وي.

احتمالوالی څومره لو دی، چي يو برېښنا ليک، له هغه پوهيږو چي په هغه کي دا لغات „Viagra"،،وياګرا،، مخ ته راځي، يو سپيم برېښنا ليک دی؟

پېښنه:

A : برېښنا ليک لغات ،، وياګرا،، لري

$\overline{A}$: برېښنا ليک لغات،، وياګرا،، نه لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : سپیم ــبرېښنا لیک $\bar{B}$: ښه برېښنا لیک

د دې لرلو داتا سره د څلور مخیزجدول ایښول.

د% ارزښتونه نسبي ډېروالی په ګوته کوي(احتمالوالی)

د % 90 سپیم په دې معنا چې د سپیم جمعه = 0,9

10% ښه برېښنا لیکونه په دې معنا چې جمعه ښه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپیم برېښنا لیک د ویاګرا سره په دې معنا چې 0,9 x 0,4 = 0,36

10% ښه برېښنا لیکونه د ویاګرا سره په دې معنا چې

=0,1 x 0,01 = 0,001

سرې کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشمیري، ځکه چې جمعه یې معلومه ده.

	د سپم-مایل Spam-Mail :	ښه مایل Gute Mail	جمعه Summe
د ویاګرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بې له ویاګرا			
Summeجمعه	0,9	0,1	1

سپیم بې له ویاګرا ښه برېښنا لیک بې ویاګرا	0,9 – 0,36 = 0,54 0,1 – 0,001 = 0,099

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو ب ل جمعه له وياګرا د ټولو ب ل بې وياګرا	0,36 + 0,001 = 0,361 0,54 + 0,099 = 0,639

د دې ارزښتونو سره اوس څلورمخيزه جدول پوره شو.

	سپيم-مايل B : Spam-Mail	ښه -مايل $\bar{B}$: Gute Mail	Summe جمعه
د وياګرا سره A : mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بې له ويا ګرا	0,54	0,099	0,639
Summe جمعه	0,9	0,1	1

پوښتنکون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوي دی، چې يو برېښناليک، په کوم کې چې ،، وياګرا،، ده، سپيم دی؟

نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A رامنځ ته شوې وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0{,}36 \text{ und } P(A) = 0{,}361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$$

د $P(A \cap B) = 0{,}36$ او $P(A) = 0{,}361$ سره دی $P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا په دې معنا چې په 99,7% ټولو حالتونو کې ، په کوم کې چې ویاګرا منځ ته راغلي یو سپیم -مایل دی.

تمرین :

جدول د یوې فیرما میرمنې شو سرې ښایي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوې.

	B : ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A:سکوونکی	200	800	1000
$\bar{A}$:نه سکوونکی	300	200	500
جمعه	500	1000	1500

الف –احتمالوالی وشمیرئ، چې یو کس سره مخامخ شي، چې سکوونکی دی

ب –احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي،

پ – احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې سکوونې سره مخامخشي.

ت –دوی د یوې ښځې سره مخامخ کیږي، د کوم احتمالوالي سره دا سکوونکې ده؟

ټ – و ازمایئ، چې ایا پیښې A او B یو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

د B پیښې د رامنځ ته کیدو د احتمالوالی رامنځ ته کیدو لپاره د شرایطو لاندې، چې پیښه A همدا اوس رامنځ ته شوې ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

خپلواکې پیښې : پیښه B له پیښې A خپلواک بلل کیږي، که د A رامنځ ته کیدو له امله د B د رامنځ ته کیدو لپاره احتمالوالی نه اغیزمن کیږي.

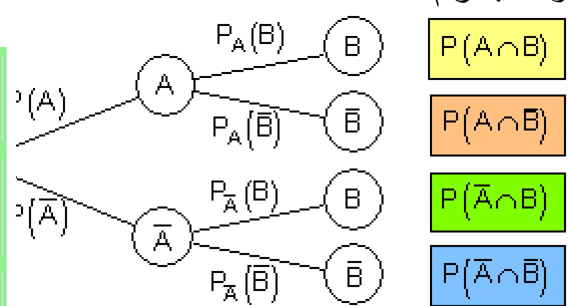
(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ سره.

د څلور تخته ییز جدول او ونې دیاګرام ترمنځ اړیکې:

ونه دیاګرام   څلور پټۍ(تخته یي) جدول

	B	$\bar{B}$	$\sum$
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
$\sum$	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



که په یوه ونه دیاګرام کې د راوړل شوو پیښو دلړی پرلپسي بدل شیو نو سری په ځټ یا برعکس ونه دیاګ رام لاس ته راوړي . په دو اړو حالتونو کې احتمالوالی ان تر لړۍ پرلپسې پورې تار ونه یو له بل سره همغیز دی.

د تار احتمالوالی او له دې سره شر طیز احتمالوالی هم په تولیزه توګه یو له بل توپیر لري. دوی د مختلفو پیښو لاس ته راځي او له دې امله په مختلفو برختولوالي. مګر په پام کې ولرې:

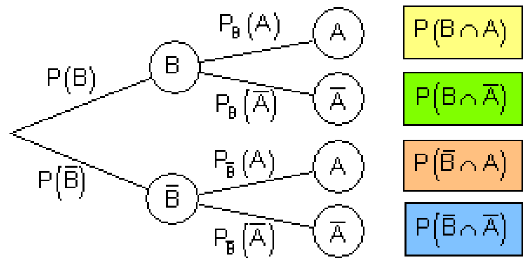
تل باور لري: $P(A \cap B) = P(B \cap A)$

په ځټ یا برعکس ونه دیاګرام   برعکس یا په ځټ څلور تخه یي جدول

	A	$\bar{A}$	$\sum$

(c) ketabton.com: The Digital Library

B	$P(B\cap A)$	$P(B\cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B}\cap A)$	$P(\bar{B}\cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



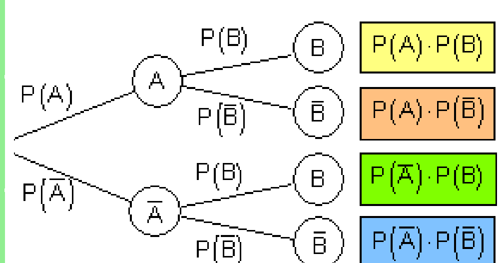
ځلورتخته ییز جدول او ونه دیاګرام په ستوښاستیکی خپلواکوالي کې د ستوښاستیکي خپلواکي پېښې A او B ځلور تخته جدول په لومړي تخته کې د $P(A\cap B)$ لپاره دا ضرب $P(A)\cdot P(B)$: راځي.

د نورو تختو (پټیو) لپاره د یوه ضربجدول ته په ورته توګه باور لري.

په ونه دیاګرام کې د پېښو یو له بل څخه خپلواکوالي په دې پېژندل کیږي، چې په دویمه پوړۍ کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

ونه دیاګرام ځلورتخته جدول

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A)\cdot P(B)$	$P(A)\cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A})\cdot P(B)$	$P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



حل (اوبی):

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسبې زیاتوالي ته اړیو. په تیره بیلګه کې د راګردولو ناټیکاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتومالوالی په ماتبڼه(کسري بڼه) انځور کړو.

د الماني له کېنې کښته ښی لور ته: سکونکی، نه سکونکی، جمعه، ښځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\overline{B}$: Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500}=\frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$
$\overline{A}$: Nichtraucher	$\frac{300}{1500}=\frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500}=\frac{15}{15}=1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A)=\frac{2}{3}\approx 0,666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\approx 0,333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې ښځې سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A\cap B)=\frac{2}{15}\approx 0,133$$

ت –د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوې ښځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}}=\frac{2}{5}=0,4$$

ټ – دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باړر ړلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{5} \\ P(B) = \dfrac{1}{3} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B) = \dfrac{1}{5} \neq P(B) = \dfrac{1}{3} \\ \text{Abhängigkeit} \end{array}$$

الماني په پښتو: بلواکوالی

پورته پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی I

لومړی -

په یوه لوی ازماېښت کې یوه دوا ازماېل کیږي. پېښې په یوه جدول کې ځا په ځای ښوي. په دې معنا:

M : دوا نیولې(اچولې)

$\overline{M}$: پلاسیبو اچولې

G : روغ شوی.

$\overline{G}$: نه دی روغ شوی.

	G	$\overline{G}$	Summe
M	6312	87	6399
$\overline{M}$	312	4390	4702
Summe	6624	4477	11101

الف – نسبي ډېروالی په خلور تخته يي جدول کې انځور کړی او د دې سره اړوند ونه دیاګرام رسم کړی.
ب – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د دوا نیولو وروسته روغ شوی وي.؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د پلاسدو د نیولو وروسته روغ شوی نه وي.؟
دویم – د یوه 900 کسانو یوې ډلې څخه 600 د یخنې په مقابل کې ایمپف کړی. د یوه ټاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په ریزش ناروغ شوی. نتیجه به یې په یوه څلور تخته ییز جدول کې انځور شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

گروپ	Bباکتریا	$\bar{B}$: نه ناروغه	جمعه
Aدایمپف سره	60	540	600
$\bar{A}$: بې له ا یمپف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دې وي،، سړی د مقاومت پېچکاري شوی،، اودB تنیجه : ، سړی ناروغ شوی،، . وشمېرئ:

$P(A)$ | $P(B)$ | $P(A\cap B)$ | $P_A(B)$ | $P_B(A)$ | $P(\bar{A}\cap B)$ | $P_{\bar{A}}(B)$

یوګونې نتیجې څه معنا لري؟

دریم – ډېرې نجونې د متورا ولا نسبت ومتورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځواونانو (ن،ښ)، چې په مخ ته ښونځي کال کې یې ښونځی د ډېتولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له ښوونځي وتلي، ښځې وې. په ختیځو ولایتونوکې د کابل په شمول د ښځو ونډه 59,1% څرګنده جګه وه نسبت غربي ولایتونو ته (50,8%).

الف – یو څلور تخته ییز جدول وکاږئ، چې ددې شیانو اړیکې تشریح کړای شي.
ب – یو ونه دیاګرام وکاږئ‌د لومړی نخښې ،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه نخښه ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه). پ – یو ونه دیاګرام وکاږئ‌د لومړی نخښې ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه) او دویمه نخښه. ،، راتلنځای،، (ختیز، لوېدیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه،ښځینه) د ټولګي څخه یو کس توکلي ټاکل شوی.
یو – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس یوه ښځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالوالي سره د ایو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه ښځه وي، د کوم احتمالوالي سره دا له لوېدیزه راځي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرطیز احتمالوالی I

مفصل ځوابونه

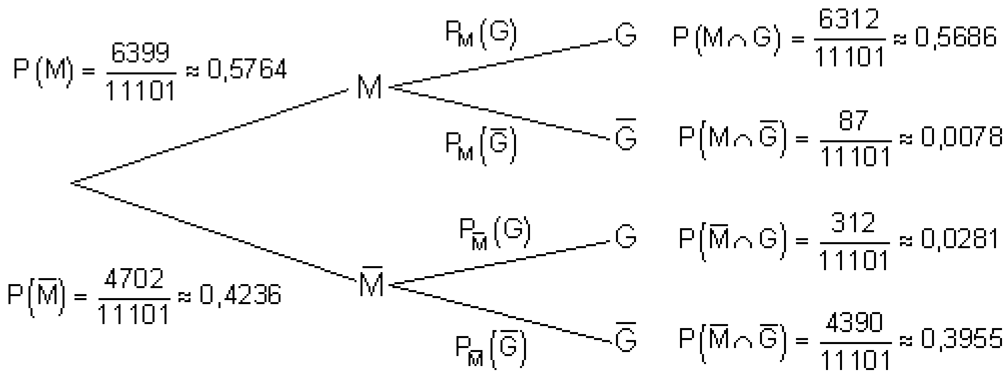
لومړی – الف – څلور- تخته جدول:

M : دوایي نیولې $\underline{M}$: پلاسیبو یې نیولې

G : روغ شوی $\underline{G}$: روغ شوی نه دی.

	G	$\overline{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0,5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0,0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0,5764$
$\overline{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0,0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0,3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0,4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0,5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0,4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دیاګرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0,9864$$

ب –

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې دوا یا دارو نیسي، احتمالوالی 0,9864 دی، چې هغه روغ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)=\frac{P\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)}{P\left(\overline{M}\right)}=\frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}}=\frac{4390}{4702}\approx 0{,}9336$$

پ –

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې هغه پلاسیبو Placebo نیولي، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوي.

دویم –

A : کس واکسین شوی $\overline{A}$: کس نه دی واکسین شوی

B : کس ناروغه دی $\overline{B}$: کس ناروغه شوی نه دی.

د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې یو واکسین شوی کس پیدا کړو 0,666... دي.	$P(A)=\frac{600}{900}=0{,}\overline{6}$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung یو ناروغ شوی کس پیدا کړو 0,2. دي.	$P(B)=\frac{180}{900}=0{,}2$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسین یو ناروغ شوی کس پیدا کړو 0,06666.... دي.	$P(A\cap B)=\frac{60}{900}=0{,}0\overline{6}$
یو ځوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه واکسین شوې ده د یوه 0,1 احتمالوالي سره بیاهم ناروغه شوې.	$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}}=\frac{60}{600}=0{,}1$
یو ځوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه ناروغه شوې د 0,333.. یوه احتمالوالي سره واکسین شوې	$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}}=\frac{60}{180}=0{,}\overline{3}$
دیوه چا د توکلي ټاکنې سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه	$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{120}{900}=0{,}1\overline{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

واکسین شوي او ناروغه شوی څوک چي پیدا کړو...0,1333 دی.	
یو څوک، چي پو هیږو هغه نه ده واکسین شوې د یوه احتمالوالي 0,4 سره ناروغه شوې هم ده.	$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}}=\frac{120}{300}=0,4$

د پورته جدول لوستل له کيڼ ښي لورته.

دریم –

الف -

A : څوک چي له پخواني ایلاتو لوېدیز څخه راغلی

$\overline{A}$: څوک چي له نوو ایالاتو ختیز اڅخه راغلی.

B : چي ښځینه دی.

$\overline{B}$: چي نارینه دی

جمعه ښځینه: $0,524\cdot 244600=128170,4\approx 128170$

جمعه نارینه: $244600-128170=116430$

x : د ټولو له غرب څخه متورا والو ټولګه

244600-x: د ټولو له ختیز څخه متوراوالو ټولګه

د لودیز څخه د متواراوالو   50,8% له x

د ختیز څخه د متوراوالو تعداد 59,1% له (244600-x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې له کېږ وښې لرو ته: ښځینه لودیز   ښځینه ختیز ټول (جمعه) ښځینه

$$\underbrace{0{,}508\cdot x}_{\text{weiblich West}} + \underbrace{0{,}591\cdot(244600-x)}_{\text{weiblich Ost}} = \underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0{,}508x + 0{,}591\cdot 244600 - 0{,}591x = 128170 \,|\, -0{,}591\cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0{,}083x = -16388{,}6 \,|\, :(-0{,}083)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-16388{,}6}{-0{,}083} = 197453{,}012 \approx 197453$$

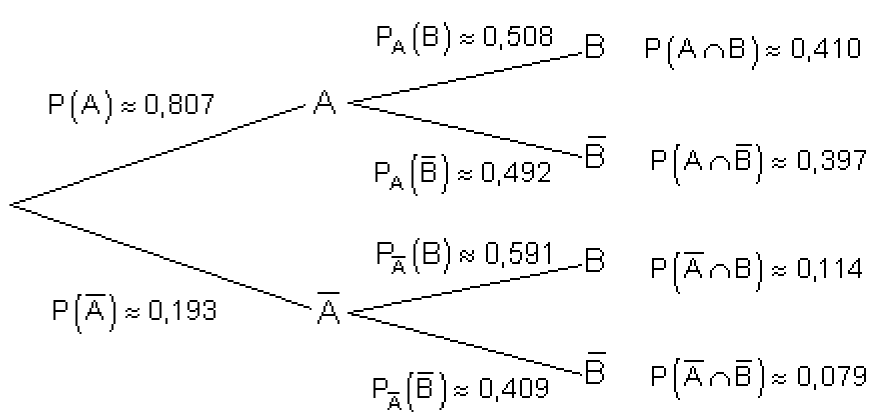
د ټولو له

د لودیز ښځه متوراوالو(هغه زده کوونکي، چې له ۱۲ یا پخوا له ۱۳ ټولګي ښځه وزي) ټولګه.

ښځینه لودیز:	$0{,}508\cdot x = 0{,}508\cdot 197453 = 100306{,}124 \approx 100306$
ښځینه ختیز:	$128170 - 100306 = 27864$
نارینه لودیز:	$197453 - 100306 = 97147$
نارینه ختیز:	$116430 - 97147 = 19283$

څلور تختیز جدول:

	B ښځینه		$\bar{B}$ (نارینه)
A لودیز	100306	97147	197453
B ختیز	27864	19283	47147
	128170	116430	244600



ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې لپاره باوري تولو احتمالواليو شميرنه

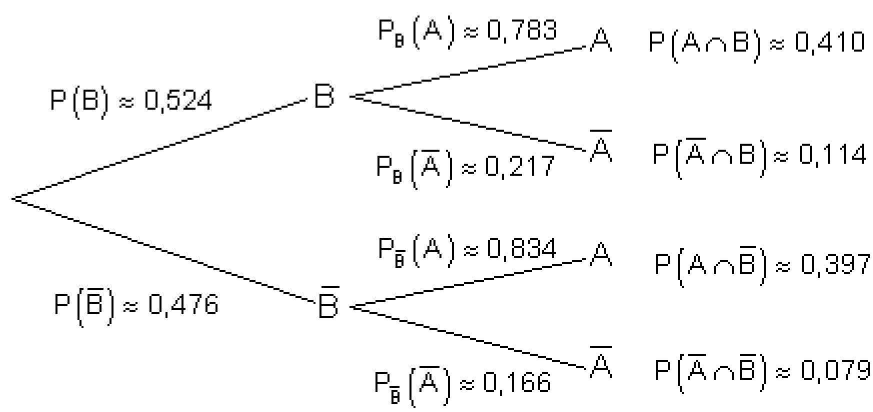
$$P(A)=\frac{197453}{244600}\approx 0,807 \qquad P\left(\overline{A}\right)=\frac{47147}{244600}\approx 0,193$$

$$P(A\cap B)=\frac{100306}{244600}\approx 0,410 \qquad P\left(A\cap\overline{B}\right)=\frac{97147}{244600}\approx 0,397$$

$$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{27864}{244600}\approx 0,114 \qquad P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=\frac{19283}{244600}\approx 0,079$$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{100306}{197453}\approx 0,508 \qquad P_A\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P(A)}=\frac{97147}{197453}\approx 0,492$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{27864}{47147}\approx 0,591 \qquad P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{19283}{47147}\approx 0,409$$



پ –

ونې لپاره باوري تولواحتمالواليو شميرنه

$$P(B)=\frac{128170}{244600}\approx 0,524 \qquad P\left(\overline{B}\right)=\frac{116430}{244600}\approx 0,476$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{100306}{128170}\approx 0,783 \qquad P_B\left(\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P(B)}=\frac{27864}{128170}\approx 0,217$$

$$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{97147}{116430}\approx 0,834 \qquad P_{\overline{B}}\left(\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{19283}{116430}\approx 0,166$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

یو	$P(\overline{A}) \approx 0{,}193$	توکلي تاکل شوی کسان د19,3% یوه احتمالوالي سره له ختيزو ایالاتو څخه دي
دوه	$P(B) \approx 0{,}524$	توکلي تاکل شوی کس د 52,4% یوه احتمالوالي سره ښځینه دی.
درې	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) \approx 0{,}409$	که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس له ختيز څخه راځي، نو دا د 40,9% یوه احتمالوالي سره نارینه دی.
څلور	$P_B(A) \approx 0{,}783$	که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس ښځینه دی، نو دا د78,3% احتمالوالي سره له لودیزه راځي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی II

لومړی –

د یوه تلویزیون ګرانښت دې ازمایل شوی وي. یوه چټکه تولپوښتنه لاندې نتیجې ورکوي:

دلیدونکو 30%، چې خپرونه یې لیدلې ده، 25کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه 50% او له پاتو لیدونکو (له 25کالوجګ) څخه 80% مثبت نظر لروده.

الف - د شی اړیکې په یوه څلور-تخته ییز جدول کې انځوز کړئ. پیښې وکاروئ (د هغو د برعکس پیښو سره):

A : کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروګرام څخه مثبت نظر لري

ب – ونه دیاګرام ووکاړئ او معکوسه یا سرچپه ونه.

د ټولو تارونو احتمالوالی وټاکئ.
پ – څورمه % لیدونکي، چې له هغوپوهیږو، چې دوی د خپرونې په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – څو په % لیدونکي، چې له هغوپوهیږو، چې له 25 کلنو زاړه دي ، د خپرونې مثبت نظر نه لروده؟

ټ – د شمېرنې له لارې و ازمايی چې ايا پېښه B له پېښې A خپلواکه ده.

دويم – د دريمې نړۍ په يوه هیواد کې 1% وګړي په يوه ټاکلې ساري ناروغتيا ناروغ دي. يو ازماييښت په ريښتونی ناروغ شوي ناروغتيا ټيک 98% ښايي. متأسفانه چې ازماييښت 3% روغ ناروِ غ ښايي.

الف – دا شي اړيکې په يوه څلورتخته يز جدول کې انځور مړی. پېښې وکاروی(د هغو د برعکس پيښو سره):

K: ازمايښت شوی کس ناروغ دی

T: ازماييښت نتيچه مثبت ده (کس ناروغ و ازمايل شو).

ب – ونه دياګرام رسم کړی او د هغهپه څڼ يا برعکسونه.

ټول تار احتمالوالي وشميری.

پ – په څومره احتمالوالي سره د يو توکلي تاکلي کس تست مثبته (زياتيزه) نتيجه ښايي؟

ت – د کوم احتمالوالي سره يو د مثبت ازماييښت په حيث کس په رښتيا هم ناروغ دی؟

دې نتيجه باندې کمنتار ورکړی.

ټ – د کوم احتمالوالي سره يو منفی ازماښت په حيث کس روغ دی؟

دې نتيجه باندې کمنتار ورکړی

دريم - په يو ه مسلکي ښونځي کې ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کيږي چې ايا دوی سګرټيان دي، که نه. د پوښتنو نتيجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارينه) څخه وويل چې سګرټ سکوونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځينه) وويل چې دوی سګرټ نه سکوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د شیاړیکې په یوه څلور-تختخ بیز جدول کې انځور کړی. پېښې وښایی(د برعکس پېښو سره):

A : کس نارینه دیی

B : کس سګرټ سکوي.

ب – د کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکلی کس ښځینه او سګرټ نه سکوونکی دی.

پ – یو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې یوه زده کوونکې وینې. دکوم احتمالوالي سره دا زده کوونکي سګرټ نه سکوونکې ده؟

ت – و څیړی، چې ایا دا نتیجه،، نارینه،، او دانتیجه،، سګرټ سکوونکي،، یو د بل په واک کې نتیجې دي.

ځوابونه

شرطیز احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف –

A : لیدونکی $25 \le$ کالونه عمر لري

A' : لیدونکی $25<$ کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده یا نظر نه لري.

B' : لیدونکی له خپروني منفي نظر لري.

د% 30 لیدنکو چې له ۲۵ کم عمر لري. لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(A) = 0,3$$

د70% لیدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = 0,7$$

د ۲۵ کاله څخه کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د ۲۵ کاله څخ کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ۲۵ کاله ځخه ستر د لیدونکو ځخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right)=0,8\cdot 0,7=0,56$$

د ځلور تخته ییز جدول دا پاتې(باقي) کیدی شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو ځخه وشمېرل شي.

$$P\left(B\right)=0,15+0,56=0,71$$

$$P\left(\overline{B}\right)=1-0,71=0,29$$

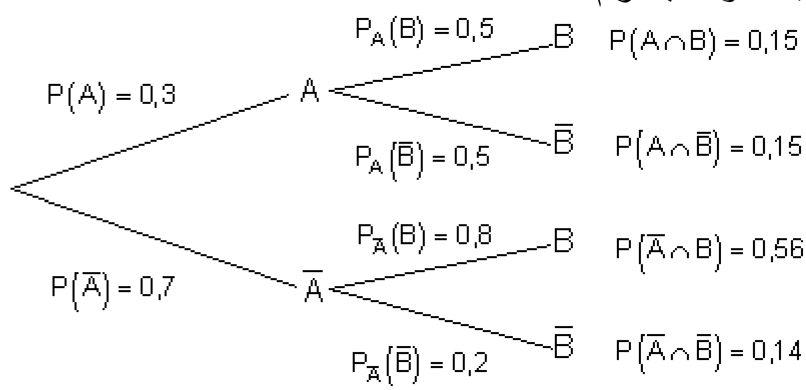
$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0,29-0,15=0,14$$

ځلور تخته ییز جدول

	B (Meinung positiv)	$\overline{B}$ (Meinung negativ)	
$A(\le 25)$	0,15	0,15	0,3
$\overline{A}(>25)$	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کېن: نظر مثبت دی، نظر منفي دی

ب – ونه دیا ګرام



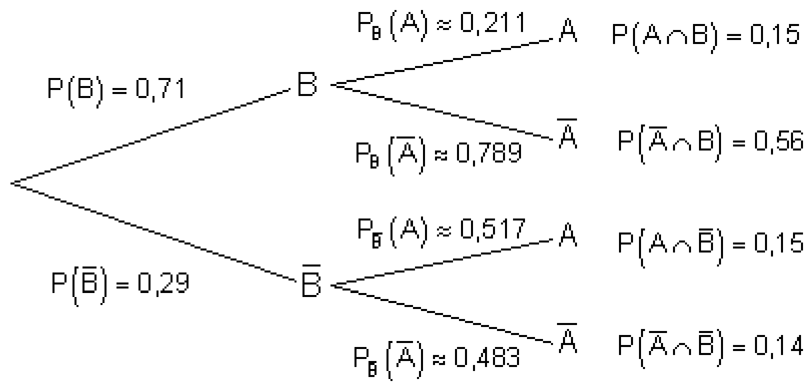
د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شمdرنه.

$$P_A\left(B\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,15}{0,3}=0,5 \qquad P_A\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,15}{0,3}=0,5$$

$$P_{\overline{A}}\left(B\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,56}{0,7}=0,8 \qquad P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,14}{0,7}=0,2$$

په ځښ یا برعکس ونه :

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شميرنه.

$$P_B(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{0,56}{0,71} \approx 0,789 \quad P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,71} \approx 0,211$$

$$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,14}{0,29} \approx 0,483 \quad P_{\overline{B}}(A) = \frac{P(A\cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,15}{0,29} \approx 0,517$$

ث	$P_B(\overline{A}) \approx 0,789$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري ، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.
ت	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0,2$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپرو نې په هکله منفي نظر لري .

ټ - B له A خپلواکه ده، که $P_B(A) = P(A)$ باور ولري

$$\begin{matrix} P_B(A) \approx 0,211 \\ P(A) = 0,3 \end{matrix} \quad \Rightarrow P_B(A) \neq P(A) \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی يا طابعيت.

د B نتيجه د A له نتيجې څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلويزيون خپرونې په هکله وثبت نظر د ليدونکو د عمر په واک دی.

دويم –

الف –

K : ازمايل شوی کس ناروغه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\overline{K}$: ازمایل شوی کس روغ دی.
T : د ازماېښت نتیجه مثبت ده (کس د ناروغ په څیر و ازمایل شو).
$\overline{T}$: دزامایینت نتیجه منفي ده(کس د روغ په څیر وازمایل شو).
1% انسانان ناروغه دي => P(K) = 0,01 .
انسانان روغ دي $P(\overline{K})=0,99$.
ازماېښت ښايي نارغتيا دِ 98% ريښتوني ناروغانو لپاره تیک ده.

$$\Rightarrow P(K\cap T)=0,98\cdot 0,01=0,0098$$

ازماېښتِ د3% روغ همِ ناروغ ښايي

$$\Rightarrow P(\overline{K}\cap T)=0,03\cdot 0,99=0,0297$$

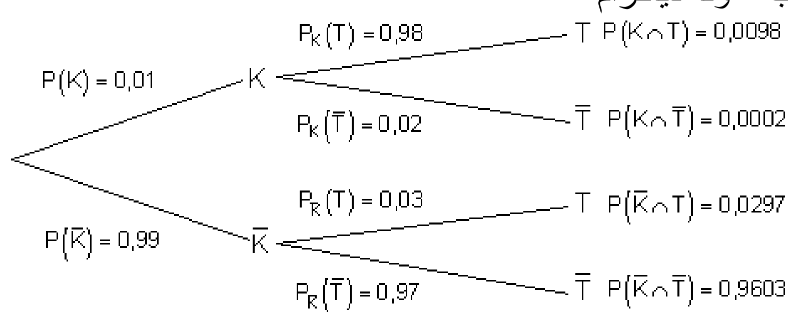
د څلورتخته ییز جدول پاتې ارزښتونه کیدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو ارزښتونووشمیرل شي.

$$P(T)=0,0098+0,0297=0,0395$$
$$P(K\cap\overline{T})=0,01-0,0098=0,0002$$
$$P(\overline{K}\cap\overline{T})=0,99-0,0297=0,9603$$
$$P(\overline{T})=1-0,0395=0,9605$$

څلور تخته ییزه جدول:

	T (positiv)	$\overline{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\overline{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پیښتو ، له کیڼ کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي
ب – ونه دیاګزام



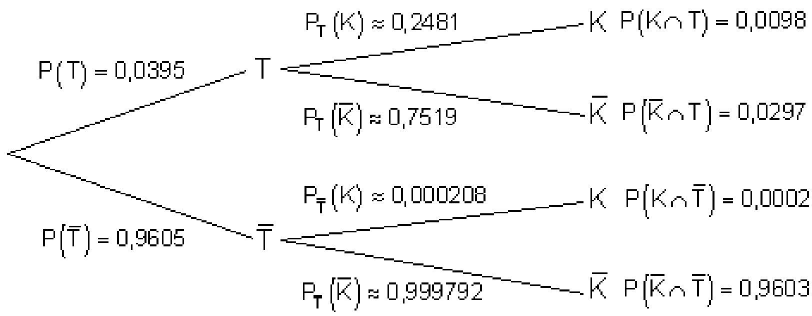
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه.

$$P_K\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P(K)}=\frac{0{,}0002}{0{,}01}=0{,}02 \quad P_K(T)=\frac{P(K\cap T)}{P(K)}=\frac{0{,}0098}{0{,}01}=0{,}98$$

$$P_{\overline{K}}\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0{,}9603}{0{,}99}=0{,}97 \quad P_{\overline{K}}(T)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0{,}0297}{0{,}99}=0{,}03$$

په ښځ یا برعکس ونه:



ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه

$$P_T(K)=\frac{P(K\cap T)}{P(T)}=\frac{0{,}0098}{0{,}0395}\approx 0{,}2481$$

$$P_T\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P(T)}=\frac{0{,}0297}{0{,}0395}\approx 0{,}7519$$

$$P_{\overline{T}}(K)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0{,}0002}{0{,}9605}\approx 0{,}000208$$

$$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0{,}9603}{0{,}9605}\approx 0{,}999792$$

پ –

پ	$P(T)=0{,}0395$	د یوه توکلي ټاکلي کس ازماېښت د0,0395 یوه احتمالوالي سره یوه مثبته نتیجه ښایي.
ت	$P_T(K)\approx 0{,}2481$	یو کس چې له هغه پوهیږو، مثبت ازمایل شوی د 0,2481 یوه احتمالوالي سره په ریښتوني هم ناروغ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

		کومنتار: د نږدې 25% نتیجه کفایت بخښوني نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمایل شوي په ریښتیني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمایل شوي روغ دي. هیله به داوي، چې ازمایینت ښه شي.
ټ	$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right) \approx 0,999792$	یو کس(ښ) چې له هغه پوهیږو منفی ازمایله شوې 0,999792یو احتمالولی دی په ریښتونې هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمایلشوي کسان په ربښتوني ناروغ دي.

دریم -

الف – A : کسان نارینه دي.

$\overline{A}$: کسان ښځینه دي.

B : کسان سګرټ سکوونکي دي.

$\overline{B}$: کسان سګرټ نه سکوي.

څلورتخته ییزه جدول

	B (Raucher)	$\overline{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\overline{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674} = 1$

ب –

ب	$P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = \frac{250}{674} \approx 0,371$	یو توکلي ټاکلی کس د 0,371 یوه احتمالوالي سره ښځینه او سګرټ نه سکوي.
پ	$P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{\frac{250}{674}}{\frac{381}{674}} = \frac{250}{381} \approx 0,656$	یو کس، له کوم چې پوهیږو ، هغه ښځینه دی، د 0,656 یوه احتمالوالي سره سګرټ نه سکوي.

ت - که باور ولري: $P_A(B) \neq P(B) \Rightarrow A$ نو د B په واک کې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}}=\frac{82}{293}\approx 0,28 \quad \Rightarrow \quad P_A(B)\neq P(B)$$

$$P(B)=\frac{213}{674}\approx 0,316$$

نتیچه A : ،، نارینه،، او B : ،، ښځینه،، یو د بل په واک کې دي.

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګټلو(شمیرلو) ستراتیژي له لارې

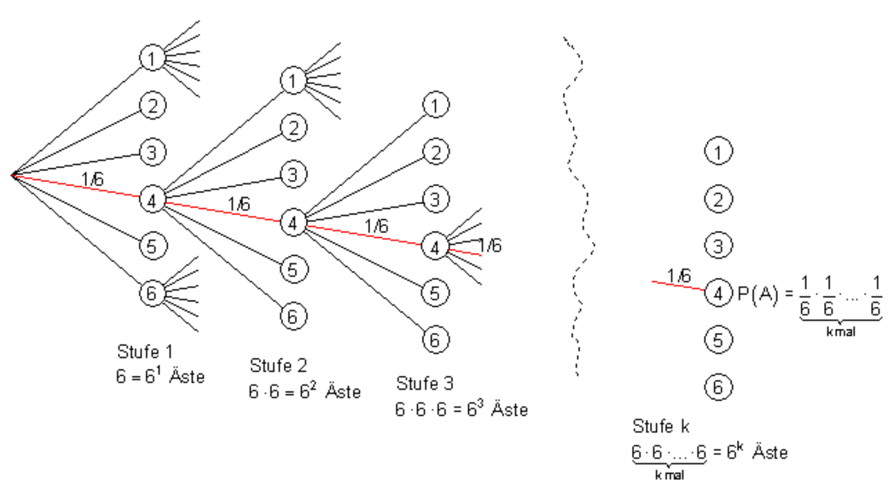
دا تراوسه د احتمالوالي شمیرنو دندې په څرګنده توګه داسې په د لېدنېزو نتیجه ونو کې وکارول شوې یا استعمال شوې. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري.
دا همدا اوس ځانله د یوه سترګېز مکعب څو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي.
بیلګه : یو سترګیز مکعب k - ځله غورځول کیږي. د مرتبانمودل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له ۱ تر ۶ نومونه خوندي لري k -ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وسل شي.

A : د هر ځل د مکعب ګوزارولو سره یو 4څلور لاس ته راځي.

الف – د هر k غورولو سره احتمالوالی څومره لوی چې یو4 را ووځې؟

ب - نتیجه ډېرۍ(-سټ) څومره توکي لري(د ټول امکاناتو تعداد یا ګڼون)

حل (اوبی)



(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-   دا چې دا تجربه يوه د لاپلاس – تجربه ده، چېرته چې د ټولو نتيجو لپاره برابر احتمالوالی نيول کېدی شي (يا فرض کېدی شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چې د هر ي پوړۍ سره يو 4 لا راشي:

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{6}}_{k\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^k = \frac{1}{6^k}$$

ب – په ونه دياګرام کې د ښاخونو تعداد به هر ه پوړۍ سره شپږ واره کيږي، نو د k - پوړيو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6\cdot 6\cdot\ldots\cdot 6}_{k\ mal} = 6^k$$

ښاخونه دا ټيک د ټول احتمالوالو امکانات دي.

دا د امکاناتو تعداد کېدی شي د يوګونو پېښو نتيجو له لارې بيدا کړو. د دې يوګونو نتيجو لپاره باور لري:

$$P(e_i) = \frac{1}{6^k}$$

دا چې د ټولو پېښو د احتمالوالو جمعه بايد ۱ وي، له دې څخه کېدی شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x\cdot\frac{1}{6^k} = 1|\cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6^k}}$$

که دا قانونيت داسې تولېز شي، چې سړی وايي:

په يوه مرتبان کې همډوله n غونډاري (غونډوسکي)پراته دي د ګڼو(شمېرو) ,1, 2 n ,... سره، چې k ځله د بېرته ور اچولو سره راوستل کيږی، نو د امکاناتو تعداد n^k دی.

جمله : د يوې ډېری دn مختلفو توکو څخه دk - ځله را وستلو سره

$$\underbrace{n\cdot n\cdot\ldots\cdot n}_{k-mal} = n^k \quad \left(n,k\in N^*\right)$$

منظم نمونه ازماييښت د بيرته وراچولو سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :   د فوټبال شرط (توتو) اېښوونې پاندې د يوې اونۍ اخر کې بايد د 11 لوبو لپاره وړانوېينه وشي، چې د کور ټيم کټي (Tipp: 1) يا ميلمه ټيم (Tipp: 2) يا دواړه ټيمونه مساوي پاتيږی (Tipp: 0) .

الف – د يوې توتو(شرط) پاڼې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب – د يوه ټيپ د 11 ټيکو راوستلو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

حل (اوبی): الف – د مرتبانمودل سره Modellierung کونه:

يو مرتبان درې غونداري يا غودوسکې لري د درې ګڼو يا نمرو 1 ;0 او 2 سره. يولس ځله د بېرته اېښوونې سرا راوستل کيږي.

n = 3 نتيجه ډېری (نتيجه سټ) د يوې وستنې لپاره : E= {0,1,2}

K =11 دا تصادفي تجربه 11- پوړيزه ده.

د ممکنه نتيجو تعداد: $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټيکو يا رښتيا 11 سره فقط يو امکان شتون لري، نو د دې لپاره احتمالوالی دی: $\frac{1}{177147}$

تمرين :

د يوه بايسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک يو له بل خوزنده کړيو ، چې هر يو 6 ارزښت ځايونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د يوه کره ټاکلي اعدادو کمبينېشن سره وازيږي. څومره ځايونه (د اعدادو کمبينېشن) دا د بايسکل قلف اري او احتمالوالی يې څومره لوي دی، چې د لومړي ځای په ځای کونې يا وازولو ازماېښت سره قلف واز کړي؟
حل (اوبی)
تمرين: له الماني (انګريزي؟) الفبا 26 تورو په پټو سترګو يو په بل پسې درېواره توري راوستل کيږي. څومره احتمالوالی شتون لري چې همغه يو توری درې واره راوه وستل شي؟

حل (اوبی) منظم نمونه ازماېښت بې له بيرته وراچولو

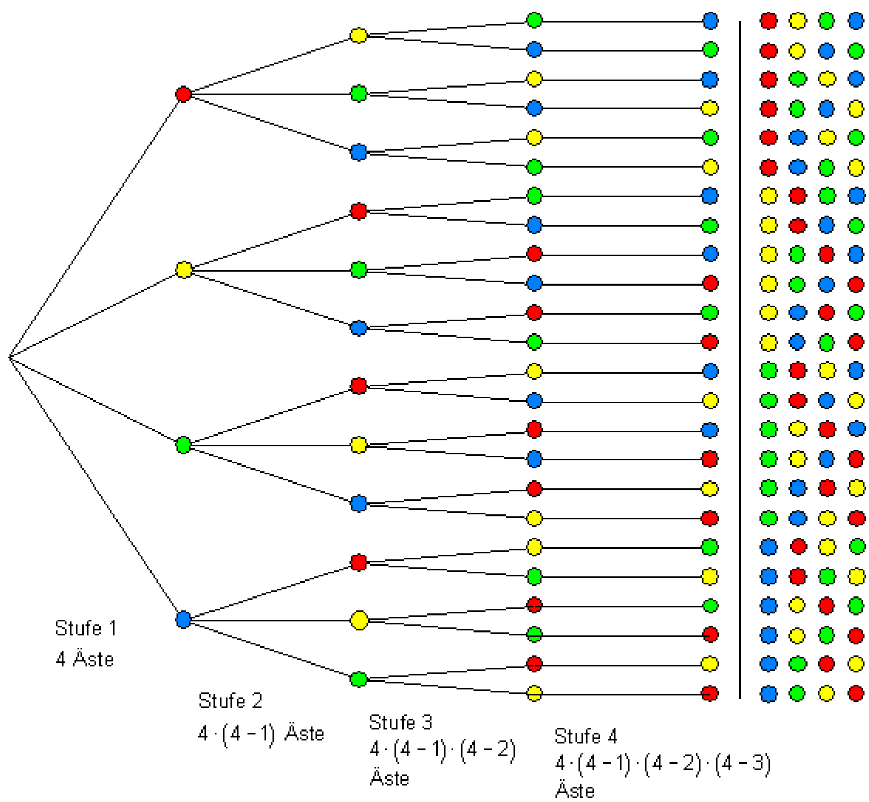
(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه : په يوه مرتبان کې 4 غونداري د څلورو رنګونو سره و زيړ، شين او اسماني سره پراته دي.

يو غونړاری راوستل کيږی او ګنه يې ليکل کيږي، غونداری څنګ ته ږدي او دابرسه تکراريږي.

ټوليز څلور 4 راوستنې ممکن دي.

نتيجه ډېرى يا ــسټ څومره توکي خوندي لري (د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دياګرام څخه چې په ساده توګه ليدل کيږي، له يوې پوړی څخه و بلې پوړی ته د ښخونو تعداد په 1کميږی.

د امکاناتو تعداد دی: $\cdot(4-1)\cdot(4-2)\cdot(4-3)=4\cdot3\cdot2\cdot1=\underline{\underline{24}}$

دا دونې دياګرام څخه ليدلې قانونمندي کېدی شي ټوليزه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو مرتبان د n غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګڼه شوي (نمره شوي) له1 تر n پورې او k راوستني سرته و رسوي بې له بېرته وراچونې، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

یو ضرب (حل) ، کوم کې چې هر پرلپسي ضریب (ځلوونی یا ځلکېدونی) ، نو دا فاکولتي یا فاکتوریل بلل کیږی.
که ولرو .4.3.2.1 ، نو 4- فاکلتي یا 4 - فاکتوریل بلل او دسي يې ليکو: !4 .
له دې امله د عددn لپاره باور لري:

$$n! = n.(n-1).(n-2)....3.2.1$$

(n!لوستل n - فکلتي یا n -ضربیونه)

$(n.k)!=n-k).(n-k-1).(n-k-2).(n-k-3). \ldots .3.2.1$ او یا په لنډّ بڼه

$$(n-k)!=(n-k)....3.2.1$$

دا افاده یا وییڼه $n.(n-1).(n-2)...(n-k+1)$ کېدی شي په لاندې توګه بڼه بدل کړو:

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) \cdot (n-k) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله :

د یوې ډېرۍ د n مختلفوتوکو څخه د k - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازماېښت بې لهبېررته ور اچونې.

کره کېدنه: 1 =0! او 1!=1

بیلګه :

یو د شمېروني یا کمپیوتر پروګرام ي یوه پاس وورت سره ساتلی دی. دا له 4 مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف – څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب – د کوم احتمالوالي سره کېدی شي دا کود واز شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل (اوبی):

الف – ټول د البا26 توري ټيک يو ځل په اختيار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره ټول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دويم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسې نور يا داسې پسې. دا يوه منظمه نمونه ازماېښت دی بې له بېرته وراچونې څخه. له n = 26 تورو k = 4 توري راوستل کيږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټيک يو رښتونی يا ټيک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسې ترلی شمېرل کيږی:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0{,}000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرين :

په يوه لاتريې لوبې کې لاتري ټکټونه له ګڼې 1 تر 6 شتون لري. يو لوبه کوونی يو په بل پسې درې ټکټونه راباسي. که پرلپسې په ترتيب د ګڼو 2, 4 او6 ټکټونه وکاږي، نو ګټلې يې ده. د يوې ګټنې لپاره احتمالات وشمېری.

حل:

نا منظم نمونه ازماېښت بې له بيرته وراچونې

بېلګه

د لوتري عددونو وستلو کې په ټولزه توګه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کيږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

د منظم نمونه ازمايينت د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کمیږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه یا څومره زیات تنظمیږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36 ,22 ,17 ,12 ,3 او 41 راووستل شي، نو کېدی شي دا په 36 ,3 ,41 ,22 ,17 او12 په بڼه هم تنظیم کړي. دا د ګټنې لپاره پې معنا دی. د دې لپاره چې د لوتو لپاره ممکنه تعداد را پیداکړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. یا په ډول افاده کړي (ویېلی)، موږ باید بېداکړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنطمیدی شي.

حل یا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کیږي.

پهیوه مرتبان کې n = 6 توپونه یا غونډارې پراته دي د ګڼې1 تر6 پورې. که اوس په پرلپسې به ترتیب(بې له بېرته وراچونې) k = 6 ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6!}{1} = \underline{\underline{6!}}$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو n توکو را وستل تر هغې دوام لري(بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،،پوره راپورته کونې یا ،، پوره پورته کونې،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کېn = k دی.

د n مختلفو توکو لپاره پوره نظم .n! Vollerhebungen شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېرۍ د n مختلفو توکو سره کېدی شي چې ځان په n! مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوتو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړنې لاندې نیولې وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کیږي، نو باید دا ممکنه تعداد په 6! ووېشل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې سره به په لوتو کې چې6 تيک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{49!}{6!\cdot 43!}=\frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=\underline{\underline{13.983.816}}$$

بيلګه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه4 کارتې راوستل کيږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلوروارړه راوستل شوې کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازمايښت نه د بېرته اېښوولو سره

n=32; k=4 له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{32!}{4!\cdot 28!}=\frac{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=35960$$

$$P(A)=\frac{1}{35960}\approx\underline{\underline{0,000028}}$$

تمرين :

د يوه 32کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کيږي.
د دې لپاره احتمالالی څومره لوی دی، چې 8 –واړه د پښې کاتې دي؟
د دې غوره غوښتنو لپاره يو جبشمېرونی شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمې لري،
دا شمېرونی داسې شمېرعمليې ډېرې ساده کوي:
د تکساس الې يا جبشمېرې د تکمو TI - 30 eco RS لپاره د بېلګې په تګه باور لري:

ځانګړی		تولېز	
2^8	[2] [y^x] [8] [=] [256]	n^k	[n] [y^x] [k] [=] [.......]
$\frac{26!}{(26-4)!}$	[26] [2nd] [nPr] [4] [=] [258800]	$\frac{n!}{(n-k)!}$	[n] [2nd] [nPr] [k] [=] [.......]
$\binom{32}{4}$	[32] [2nd] [nCr] [4] [=] [35960]	$\binom{n}{k}$	[n] [2nd] [nCr] [k] [=] [.......]
$4!$	[4] [x!] [=] [24]	$n!$	[n] [x!] [=] [.......]

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د k توکو نظم : د امکاناتو تعداد: $k!$

منظمې نمونه ازماېښت دبیرته اېښوونې سره یا بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد : n^k (k -ځله وباسی)

منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\frac{n!}{(n-k)!}$ (k- ځله وېستل)

نا منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k -ځله راوېستنه)

باور لري : $o!=1!=1$ او $\binom{0}{0}=\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$ مګر $\binom{n}{1}=n$

حل : د یوه بایکسکل قلف(د عددونو قلف یا کلپ) له څلور یو له بل خپلواک څرخیدونو څرخونو څخه جوړ دی، چې هر یو یې شپږ څیفرونه یا عددونه(له۱ - ۶) لري(څیفر : بنستعددونه له ۰ تر ۹ پورې).دا قلف فقط په یوه ټاکلې عددکمبینیشن وازېدی شي. څومره ځایونه(د اعدادو کمبینیشن) دا د بایسلکل قلف لري او احتمالوالی یې څومره لوی دی، چې په لومړې ځل ځای اېښوونه کې دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

یو مرتبان $n = 6$ غونډارې (غوړوسکې یا باغکې یا تشلې) لري د 1 څخه تر 6ګڼو. $k = 4$ –ځله راوستل کیږي د بیرته وراچونې سره.

د اعدادو کمبینیشن کولو تعداد دی: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ازماېښت سره احتمالوالی.

ټیک کمبینیشن چې پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو(لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترګو یو بل پسې درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چې درېواره همغه توری راوباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان $n = 26$ غونډاري خوندي لري له تورو A تر Z پورې .

اوس $k = 3$ ځله راوېستل کیږي له بېرته وراچوني سره.

د اعدادو (ګڼونو) کمبینیشن تعداد دی: $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلګې په توګه ۳ واره توکی A دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله B همداسې c یا یو بل توری وېستل کیږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د26 تورو سره په ټولیزه توګه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتملوالی چې درې برابر تورو راوباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:
د شرط په یوه مرتبان کې شپږ لاتري شتون لري ، چې له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه کوونکی یا شرط ایښونکی درې نمرې په پرلپسې توګه راباسي، چې نمره ۲و۴و او ۶ لري، نو ده په دې توګه وګټله. د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کیږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې وړلو یا ګټلو ته مو بیایي، دا په نامه د عددونو پرلپسې6 ,4 ,2 . دایوه منظمه نمونه- ازماېښت دی بې له بېرته اچولو. له $n = 6$ عددونو څخه $k = 3$ عددونه راوېستل کیږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0,0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې ۸ واړه د پښې کارتې راووستل شي؟

له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي: $n=32\ ;\ k=8$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{32!}{8! \cdot 24!} = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژيI

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه(دکود پیداکوونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنخښې(Ziffern) تولیدوي یعنې د کود نمره.

دا د ـــځایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A : ټول اعداد ناجوړه) طاق) دي

B : فقط اعداد0 او 1 منځ ته راځي.

C : عدد يو ،،هندارونکی،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دويم او دريم عددونه مساوي دي.

دويم-

په يوه مرتباکې ۶ سره او ۴ سپين غونډاري (کېدی شي دا باغکې (تشلي)و بولی) براته دي. يو په بل پسې ۵ غونډاري راوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: لومړی ټول سپين او بيا ور پسې يوه سور غونډاری.

: لومړی غونډاری سپين دی.

: په بدله توکه توګه سپين او سره غونډاري راوستل کيږي.

دريم – په يوه مرتبان کې په ګڼه (نمرو)سمبال 25 توپونه شتون لري (عددونه له 1 تر 25). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونډاري راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په5 وېشوړ دي.

: د څلورو عددونو زياتون يا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم – څلور ملګري سينماته ځي. دوی په يوه قطار کې يو د بل تر څنګ 4 نمره شوي يا په ګڼه شوي ځايونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملګرو تر منځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: تور او برګ غاړو (دباندې) ته کښيني.

: تور او برګ يو د بل تر څنګ کښېني.

پنځم - د 6, 5, 4, 3 تيکو لپاره په لوتو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکی او ستاسو تګلار تشريح کړئ.

: په لوتو کې 6 تيک .

: په لوتو کې 5 تيک.

: په لوتو کې 4 تيک.

: په لوتو کې 3 تيک يا صحيح.

شپږم – د يوې غاړکۍ د پېرلو لپاره سرې، اسماني او شنې مرغلرې په واک کې لرو. شپږ مرغلرې پېرل کيږي. د لاندې پېښنو پاره احتمالوالی څومره لوي دی،ګه رنګونه په خوښه وټاکل شي؟

: سره مرغلره منځ ته نه راځي.

: دا لومنۍ درې مرقلرې شنې دي.

: يوپه بل پسې تل سرې او شنې مرغلرې راځي.

اوم -
د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفې وېشل کيږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟
: څانګه دا1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جاېزې ګټي.
: څانګه، لښته او زرغونه هره يوه يو ه جايزه ګټي.
: څانګه جايزه نه ګټي.
: دا درې نجونې څانګه، لښته اوزرغونه جايزه ه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادې (مفتې) کارتې وېشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښحينه زدهکوونکو نومونه ليکل کيږی او پاڼې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0, 1, 2, 3, 4) , 5 ازادې کارتې نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

: نجوني 5 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني 4 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني3 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني2 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني1 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني هيڅ ازادي کارتې لاس ته راوړي.

نهم - د ازمايني په 10 ممکنه موضوعاتو باندې بريکړه شي. له دې درې په ازموينه کې پوښتل کيږي. يو ازمايښتی (هغه زده کونکی/ې چې ازمايل کيږي) فقط 6 له 10 موضوعاتو زده کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A : ازمايښتي له درې تاکل شوو موضوعاتو ته چمتوالی نه دی کړی(ځان نه دی چمتو کړی)
B : ازمايښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه يوې ته جمتووالی نيولی.
C : : ازمايښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه دوه وو ته چمتووالی نيولی.
D : ازمايښتی ټولو درې ټاکلو موضواتو ته چمتووالی نيولی.

حلونه (اوبيونې)

نمونه ازمايښت او د ګټلو ستراتيژي I

مفصل حلونه

لومړی –

مودل : منظم نمونه ازمايښت د بېرته ور اچوني سره

د ټول امکاناتو تعداد:

د هرو 4 ځايونو لپاره 10 ممکنه عددونه (0 تر9) شته. له دې سره 10.000 عددونه انځوربدلای شي.

- ټول عد ونه ناجوړه (طاق) { 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } دي. د A لپاره دامکاناتو تعداد5^4 دی.

له دې سره دی :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټول عدونه ناجوړه (طاق)دي.

- فقط عددونه 0 او1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 } دB لپاره د ممکنه تعداد2^4 دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$

د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

– فقط هندارونی اعداد منځ ته ارځي یعنې [xy|yx] . لومړی او دویم عدد ازاد یا خپلواک ټاکل کیږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو عداد 10^2 دی.

له دې سره دی: $P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په نښه شوېیا ښوول شوی عدد هنداره شوی عدد دی.

دویم –

مودل : منظم نمونه ازماېښت بې له بېرته اچولو سره

6 سره او 4 سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوی، $k = 5$ ځله وستل کیږي بې له بېرته ایښونې.

له دې سره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$

- فقط سره غونډاری راوستل کیږي

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{6!}{1!} = 720$

له دې سره دی: $P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$

د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راو وستل شي.

- لومړی ټول سپین غونډاري اوبیا یو سور.

د ټولو امکاناتو تعداد دی : $\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$

له دې سره دي : $P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپین او بیا ي، سور غونډاری راووستل شي.

- لومړی غونډاری سپین دی (داپه دې معنا چې 4 ,.3 ,.2 او 5 په خوښه دي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4.9.8.7.6 = 12096$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتماوالی، چې په لومړی راوستنه سپین غونډاری راو وستل شي.

- رد بدل سپین او سور راوستل کیږي. (wrwrw) یا (rwrwr) . (د سپین لپاره w او سره لپاره r توري ځای په ځای کیږي).

د D لپاره دامکاناتو تعداد دی:4.6.3.5.2+6.4.5.3.4=2160

$$P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx 0{,}0714$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې ردبدل سپین او سره غونډاري راووستل شي.

دریم –

مودل : نامنظم نمونه ازمایښتونه بې له بېرته وراچونې سره اویا په یو ځل راوستل:

دا د په 5 وشوړ عددونه دي: 25 ,20 ,15 ,10 ,5

د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=25\cdot 23\cdot 22=12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

–

– ټول اعداد په 5 وېشوړ دي.

– د په 5 وېوړ اعدادو تعداد5 دی.

له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد يې دی.

$$\binom{5}{4}=\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=5$$

دا دA منځ ته راتګ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A)=\frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}}=\frac{5}{12650}=\frac{1}{2530}\approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره اد حتمالوالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وېشوړ وي.

– ټول عددونه جوړه دي.

جوړه یا جفت اعداد دي:24 ,22 ,20 ,18 ,16 ,14 ,12 ,10 ,8 ,6 ,4 ,2

د جوړه اعداد تعداد 12 دی.

د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{12}{4} = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را و وستل شي.

– د4 اعداد جمعه له 12 کوجنی ده.

1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12

1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12

د پېښې C لپاره فقط 2 امکانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4عددونه راوه وستل شي چې جمعه یې له 12 کوچنی ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

4.6.3.5.2.+6.4.3.4=2160

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کیږي، چې ضرب یې12 دی.

ځلورم - مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعداد چې 4کسان په 4 ځایونو ځای په ځای کړو!4 دی.

- س د دوه ملګرو تر منځ دی.

هغه دوه امکاناتلري : xSxx یا xxSx (دویمه چوکی یا دریمه)

دا درې نور ملګري !3 امکانات لري.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد 12= !2.3 دی.

له

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- س او ک دباندې لور ته کښېني.
یا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملګري هم.
له دې سره د B لپاره دامکاناتو تعداد 4 = 2.2 دی.
له

$$t\,P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

سره د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک دباندې لور یا څنګونو ته کښېني.
- س او ک ترڅنګ کښېني.
یعني SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا 6 امکانات دي.
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.
د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.
له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک څن؛ تر څنګ کښېني

پنځم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچولو.
یا په یو ځل راوستل.
د امکاناتو تعداد6 عددونه له ټول 49 عددونو څخه چې چلیپا کړو دی:

$$\binom{49}{6}=\frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=13.983.816$$

- په لوټو کې 6 ټیک یا رښتیا.
د امکاناتو تعداد 6 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 0 عددونه له 43 نا
ګټونکي عددونو دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}=1\cdot1=1$$

دا د A ننوتنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره دی

$$P(A)=\frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}}=\frac{1}{13.983.816}\approx0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 6 ګټوني عددونه چلیپا شوي دي(تیک 6)
- په لوټو کې 5ټیک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چليبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot 43 = 258$$

دا دB د رامنځ ته کېدني لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې 5 ګټونکي عددونه چليپا شوي(5ټيک يا صحيح دی)
- په لوټو کې 4 ټيک يا صحيح

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چليبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42}{2\cdot 1} = 13545$$

د دC د منځ ته راتګ لپاره دامکاناتو تعداد دی.
دا

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 ګټونکي عددونه چليپا شوي دي (4 ټيک)
- په لوټو کې 3 ټيک
د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چليپا شي او 3 عددونه له 43 نا ګټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42\cdot 41}{3\cdot 2\cdot 1} = 246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.
له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 ګټونکي عددونه چليپا شوي دي(3 ټيک) شپږم –

مودل : منظم نمونه ازمايښت د بيرته ور اچوني سره.

د رنګ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنګ برابر احتمال لري.

د مرغلرو لپاره درې رنګونه په اختيار کې لرو ،

له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

- سور رنګ نه رمنځ ته کيږي. دا چې فقط دوه رنګونه راوتل کيږي، نو د امکاناتو تعداد $2^6 = 64$ دی.

د A لپاره امکانات دي : $2^6 = 64$

له دې سره لرو:

$$t\,P(A)=\frac{64}{729}\approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.

- لومړي درې ازمايښتونه شنه دي.

له دې سره اخرني درې په خوښه ټاکل کيدای شي.

يعنې يو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورو دريو لپاره.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.3^3 = 27$

له دې سره

$$P(B)=\frac{27}{729}=\frac{1}{27}\approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

- مرغلرې تبديلی سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg يا grgrgr.

د C لپاره امکانات دي:2

له دې سره

$$P(C)=\frac{2}{729}\approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې يوبل پسې سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونه ازمايښتونه بې د بېرته ور اچوني سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د امکاناتو تعداد دی: 720 =10.9.8
- څانګه (لومړۍ جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه(دریمه جایزه)
د لپاره د امکاناتو تعداد دی : 1
له دې سره

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګې 1-جایزه، لښتې 2.جایزه او زرغونې 3-مه جایزه لاس ته راوړې.
-څانګه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه ګټي
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 6 = !3
له دې سره

$$t\,P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی ی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه یوه جایزه ګټي او څانګه جایزه نه ګټي.
- څانګه جایزه نه ګټي.
د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:9.8.7
د دې سره

$$P(C) = \frac{9\cdot 8\cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګه جایزه نه ګټي.
D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه ګټي.
د D لپاره احتمالوالی دی:210 = 7.6.5
له دې سره

$$t\,P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0{,}293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه ګټي.:
اتم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.
یا د یوه وار سره راوستنه.
د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0د هلکانو).
له ټول ۱۳ پاڼو څخه چې ۵ پاڼې د نجونو نومونو سره او له ۱۲ پاڼو څخه چې 0 پاڼې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعدد دی:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0,0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې5 مفتي کارتي دنجونو ته ځي.

B - 4پانې نجونو ته ځي(1 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پانه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0,161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده يا مفت کارتې نجونو ته او يوه ازاده يا مفت کارته هلکانو ته رسيږي.

C - 3پانې نجونو ته ځي(2 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 3 د نجونو په نامه او 2 پانه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا دC د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx0,355$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0{,}161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

D - 2پاڼې نجونو ته ځي(3 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot12}{2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}=17160$$

دا دD د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx0{,}323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

E -1پاڼه نجونو ته ځي(4 پاڼې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}=13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E)=\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}}=\frac{6435}{53130}\approx 0{,}121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

F -0پاڼې نجونو ته ځي(5 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}=1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(F)=\frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}}=\frac{792}{53130}\approx 0{,}0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

نهم –

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.

یا په یوه ځل راوستنه.

د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کیږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6لپاره زده کوي. له 10موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومې لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دیَ چمتو کړی درې پوښتنې ټاکل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د P(A) لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دې سره

$$: P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0,0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د هیڅ پوښتنې لپاره ځان نه دئ چمتو کړی.

B - زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د یوې لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتې ورته ځان نه دئ چمتو کړی دوه پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی یوه ټاکل کیږي

دB لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0,3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د یوې پوښتنې لپاره ځان چمتو کړی.

C - زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښت کیدونکي ورته ځان نه دئ چمتو کړی یوه پوښتنه ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی2 موضوعات ټاکل کیږي. دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د دوه پوښتن, لپاره ځان چمتو کړی.

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتې ورته ځان نه دئ چمتو کړی 0 پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی3 موضوعات ټاکل کیږي

دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمويني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتيژي II

لومړی – د تورو اوسپينو خښتو څخه برجونه جوړيږي، چې تل اته تيږي يوپه بل ابښوول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

ټولې تيګې همغه رنګ لري

- فقط يوه تيګه سپينې ده.

- اخرنی او اولنۍ تيګه همغه ر نګ لري

دويم - په يوه خلته کې يو سور، دوه شنه او درې زېړ او څلور اسماني غونډاري پرته دي. يو کس درې غړنداري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A – تيک يو شين غونډاری راوستل کيږي

د ريم – د يوې خيريه غونډې لپاره پنځه نمرې په واک کې لرو، له دې څخه يوه Jongliernummer نمره.د پروګرام لړی ټاکل کيږي. . د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونګلوېر د پروګرام په دريم ځای کې نوبت لري؟

- ژونګلوېرنمر (نوبت يا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په يوه کارتون Packung کې 10 د برق ګروبونه دي، لهدې دوه زيانمن. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د رېښنا ګروبونه په پټو ستر ګو را و وستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټول درې ګروپونه جوړ دي.

- ټیک یو ګروپ زیانمن دی.

- ټیک دوه ګروپونه زیانمن دي.

پنځ- اختمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دووه په همغه میاشت کې زیږېدلي وي؟ په نږدې (تقریبي) توګه ونیسی(فرض کړی) چې ټولې میاشتي برابرې اوږدې دي.

- لږ ترلږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زیږېدو ورځ لري.

شپږم – په یوه مرتبان کې شپږ سره ، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي، د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

-دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

-د ر وستل شوو غوندارو تر منځ شین غونډاری نه شته.

اوم – په یوه لوبه،، هرات ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونده لري. د لاندې پیښنو احتمالوالی وشمېرئ؛

- لرغونی اخر ته پاتیږي.

ابا انا او وړمه په اخره لوبه کې باتیږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموینه کې10 پوښتنې راځي، هره د درې ځابونو سره، چې له هغو ټیک یو ټیک (صحیح) دی. یو مس د تصادف پرینځیپ له مخې ، د هرې پوښتنې یو ځواب چلیپا کوي. د الندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- ټول ځوابونه نا ټیک دي.

- لومړي پنځه ټیک دي، اخرني ۵ ناټیک چلیپا شوي.

د ځوابونو ټیک نیمایي ټیک دي.

D - 4ځوابونه ټیک دي، 6 ناټیک.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - دANANAS لغات توري سره ګډيږي او نوې ترتيبيږي. دلاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- لغات ANANAS بيرته منځ ته راځئ.

- د تورو کمبينېشن چې د AAA سره پييل کيږي.

- کمبينېشن ، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماېښت II

مفصل حلونه يا اوبيونې

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشيېښت د بېرته وراچونې سره.

د هرو اته تيګو لپاره يو رنګ په اختيار کې لرو. (اته واره راوستنه د بېرته ور اچونې سره).

د ټولو رنګه کمبينېشن امکانات دي : $2^8 = 256$.

ټولې اته تيګې همغه يا يو رنګ لري. دايه دې معنا چې ټولې اته تيګې يا تورې دي يا سپينې.

د A لپاره امکان 2 دی :

له دې سره لرو: $$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0{,}00781$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټولې تيګې همغه رنګ لري.

- فقط يوه تيګه سپينه ده. دا چې دا تيګه په هر ځاي کې، چې ټول8ځايونه دي ايښول کيدی شي، د دې لپاره 8 امکانات شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره امکانات دي:8

له دې سره لرو: $P(B)=\frac{8}{256}=\frac{1}{32}=0,03125$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 تيګو څخه فقط يوه سپينه ده.

لومړنۍ او اخرنۍ تيګه يو يا همغه رنګ لري. د لومړنۍ او اخرنۍ تيګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. يا دواړه سپينې يا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 تيګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

د C لپاره امکانات دي: $2\cdot 2^6=2^7=128$

له دې سره دی: $P(C)=\frac{128}{256}=\frac{1}{2}=0,5$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ او اخرنۍ تيګه همغه رنګ لري.
دويم – مودل : نامنظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې سره.

يا د يو حل اخستنې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې درې غونداري له ټوليزه لس غونډارو څخه را وه وستل شي دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

- چې ټيک يو شين غونډاری د ټولو دوه غونډارو څخه راوه وستل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه ر وه وستل شي دی:

$$\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}=2\cdot\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}=56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A د رامنځته کېدو لپاره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

احتمالوالی دی، چې ټیک یو شین غونډاری را وه وستل شي.

دریم –   - ژونګلوبر په درې ځایونو ولاړدی۵ په ګڼه یانمره شوي.

xxJxx   د هر ې راوستنې سره   کېدی شي په هر خوښه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل : مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عدددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونګلوبر پروګرام لري. یو ځل وستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوبر راځي.

له دې سره دی

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبر   په دریم ځای کې راځي. په همدې احتمالوالي سره به دا په یوه خوښه ځای کې هم راشي.

- ژونګلوبر په بای کې نه راځي. دا په دې معنا چې هغه په 3 ,.2 ,.1   او 4 ځای کې ولاړ وی. د احتمالوالي لپاره دد جمعي جملې له مخې باور لري:

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبر په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم -   مودل : نامنظم نمونه ازماېښت نه بېرته اېښوولو سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

n = 10 بریښنا ګروپونه، له دې څخه 2 زیانمنې او درې تصادفي راوستل کیږي. د یوه پ څخه چې له لسو ګروپونو څخه تصادفي درې راوستل کیږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې ګروپونه سالم یا ټیک دي. له اتو سالمو څخه ګروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

له دې سره د A لپاره امکانات دي: $\binom{8}{3} = 56$

له دې سره دی: $P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم ګروپونه وټاکو..

- ټیک یو ناسالم دی. د اتو سالمو ګروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو ګروپونو څخه یو راوستل کیږي.

د لپاره امکانات دي: $\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$

له دې سره دی: $P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه یو ناسالم دی.

- ټیک دوه ګروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو ګروپونو څخه یو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کیږي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: $\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0{,}0\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو ګروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

xx-

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته ور اچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو ووېشو 12^8 دی.(له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچونې سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میات کې زیږېدلي یا د زیږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښنه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زیږېدنې نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کیږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$\overline{A}$ = 12.11.10.9.8.7.6.5.

له دې سره

$$P\left(\overline{A}\right)=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتوکې زیږېدلي دي.

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زیږدنې نېټه لري.

شپږم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت د نه بیرته اچونې سره

یا د یوځل سره وېستنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راووستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غوندارو څخه اویوه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنګونو راووستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د دA د رامنځ ته کېدو لپاره احتمالوالی تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

- هیڅ شین غونډاری راوستل کیږي یا کوم شینغوډاری نه روستلکیږي..

د دې لپارهامکانات چې له ټول ۴ غونډارو څخه 0 غونډاری اودرې د نورو رنګونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پېښېدو لپاره دامکانتو تعداد دی.

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شين غونډاری نه راستل کيږي.

اوم - په لوبه کې اته کسانونده اخلي. له هر واره وروسته يو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دويم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې يو له ونډې وځي. له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=8!=40.320$$

- لاروی اخر پاتېدي.

xxxxxxxL د امکاناتوتعداددی، اوه کسان په اوه ځايونو وويشو او لاروی اخر ځای ونيسي !7 دی.

د دې سره دA لپاره ا د امکاناتو تعداد دی:7!.1

له دې سره

$$P(A)=\frac{7!\cdot 1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتيږي.

- ا انا او وارثه په اخر نوبت کې سره پاتې دي.

xxxxxxxAV يا xxxxxxVA

د دې لپاره د امکاناتوتعداد چې شپږ کسان په شپږو ځايونواو دوه کسان په دوه ځايونو وويشو!6 ضرب !2 دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی :!2 . !6.
له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{6!\cdot 2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot 7}=\frac{1}{28}\approx 0{,}0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم – 10 پوښتني د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړلشي 3^{10} ډی. (مرتبا له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له له بېرته وراچوني سره راوستل کيږي)

- ټول ځوابونه ناټیک یا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

دA لپاره د امکاناتوتعداد2^{10} دی.

له دې سره ه

$$: P(A)=\frac{2^{10}}{3^{10}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\approx 0{,}0173$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې ټولې پوښتني نټیک چلیپا شي.

- لومړي ۵ ځابونه ټیک او احرني ۵ ځوابونه ناټیک چلیپا شوي.

د لومړی ۵ پوښتنو لپاره هر ځل یوه او اخرو ۵ پوښتنولپاره هر ځل دوه د چلیپا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتوتعداد دی:6!-2!

له دې سره دی:

$$P(B)=\frac{6!\cdot 2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot 7}=\frac{1}{28}\approx 0{,}0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټیک نیمایي پوښتنې سمې چلیپا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوې پوښتنې په پوښتنو و پوښو، $\binom{10}{5}$ امکانات شته.

هر یو ځانله احتمالوالی Bلري،

له دې سره دی: $P(C)=\binom{10}{5}\cdot\frac{1^5\cdot 2^5}{3^{10}}=252\cdot\frac{2^5}{3^{10}}\approx 0{,}137$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نیمې ټیک یا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم یا ناټیک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وه وېشل شیدی :

د هر ۶ ناسم چلیپا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکاناتدي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې سمې چلیپا شوې دي.

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ ووېشو دی: $\binom{10}{4}=210$

په هر ۶ چلیبا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا 2^6 امکانات دي.

د fpr D لپاره امکانت دي: $\binom{10}{4}\cdot 2^6=210\cdot 2^6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(D)=\frac{210\cdot 2^6}{3^{10}}\approx 0,228$

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې ۴ پوښتنې تیک چلیپا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د !6 امکاناتو تعداد دی.

- بdرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد :3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره:1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

3.2.1.2.1.1=12

له دې سره دی: $P(A)=\frac{12}{6!}=\frac{1}{60}=0,01\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې له ګډولو یا ښورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

- د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي یعني AAAxxx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره:3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:3.2.1.3.2.1=36

له دې سره دی: $P(B)=\frac{36}{6!}=\frac{1}{20}=0,05$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوال يدی،چې د ښورولو يا ګډولو لپاره دښړول روسته د AAA پيل توري جوړوي.

- يو لغات د يو پر بل پسې منځ تع راځي.
AAAxxxيا xAAAxx يا xxAAAx ياxxxAAA

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{54} = 0,2$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې د ښورولو وروسته لغات د پرلپسې درېواره A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتيژي III

لومړی – په يوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابرې لويې کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې يوې يو توری کښل شوی دی،

د تورو سره کوتئ	A	E	N	O	T
د کوتيو تعداد	1	4	5	1	3

لاندې تصادفي ازموينې ازمايل کيږي:

الف – له مرتبان څخه په يوه ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پېښې پېژندل (تعريف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوې کارتې ثابتې دي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

$$P(A);\quad P(B);\quad P(A \cup B);\quad P_B(A)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړی.

ب – د ترتیبان څخه یوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کیږي او په لړی یو پربل پسې اینبول کیږي. د دې لپارع احتمالوالی څومره لوي دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ– ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کیږي. د دې لپاره امتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کیږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کیږي.

بیسې ورکونه	راوستلي توري له لاندې سره
1€	۱ غږلرونکی
7 €	۲ غږلرونکي
21€	۳ غږلرونکي
28 €	E,E,E

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا منساب وي؟

ټ – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کیږي.

ټ ۱ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې راوستل شوې کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ټ ۲ –ې څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژي III

مفصل حلونه

لومړی – مرتبان په ټولیزه توګه ۱۴ توري لري:

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

A په دې معنا چې $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

ډ دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کرتو برابر توري دي0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$:

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

دد دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارتو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوای، چې برابرې یا کونزونانت دي 0,374 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{91} : \frac{28}{91} = \frac{13}{28} \approx 0,464$$

که پوهيږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی ، له دې امل چې برابر ه لر و   توري   لرو 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې چې په ترتيب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{1001} \approx 0,001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ –۵ کارتې په يوه وار.

اړتيا شته: $TT \wedge A \wedge N \wedge E$

$$P(TANTE) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{30}{1001} \approx 0,03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات   منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت – د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

دد تصادفي پېښې ارزښت X دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X = x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X = x_1) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{14}{3}} = \frac{42}{91}$$

د ۱ غږلرونکي او ۲ کونسونانت لپهاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپهاره

$$P(X=x_4)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{1}{91}\text{ für EEE}$$

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}\text{ für 3 Vokale ohne EEE}$$

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}\text{ für 3 Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلې احتمالوالی او د انتظارارزښت شميرنه:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 د لوبې پيل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ټ –

ټ۱- 6وکال او 8کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV\vee KK)=P(VV)+P(KK)=\frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{\binom{6}{2}+\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ۲- که x وکالونه ورته ریشي، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري. $8 + x$

Mit $P(VV\ vKK) = 0{,}5$ gilt:

$$P(VV\ vKK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتي کونزونانت ته ورزیاتي شي. که دا برابره نتیجه $(P = 0{,}5)$ لاس ته راشي، که له دي ۵ کونزونانت لرې شي.

لسم – تصارېدفي واریابلې، احتمالوالي وېشنه، انتظار ارزښت.

پیلبیلګه:

دوه سترګیزې داني(یوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکیږي. د هرې یوې نتیجې ډېروالی په یوه جدولکې په لیست کیږي.

هر اعدادو جوړه (6 | 6) ... (1 | 1) کیدی شي د هغو سترګیو جمعه باندې تنظیم شي.

د سترګیو د جمعې نسبي ډېروالی دي د دي درامنځته کېدود احتمالوالي سره پرتله شي.

دا شي ځان نیونه دي په یوه جدول او یوه مټه یا ستندیاګرام کې انځور شي.

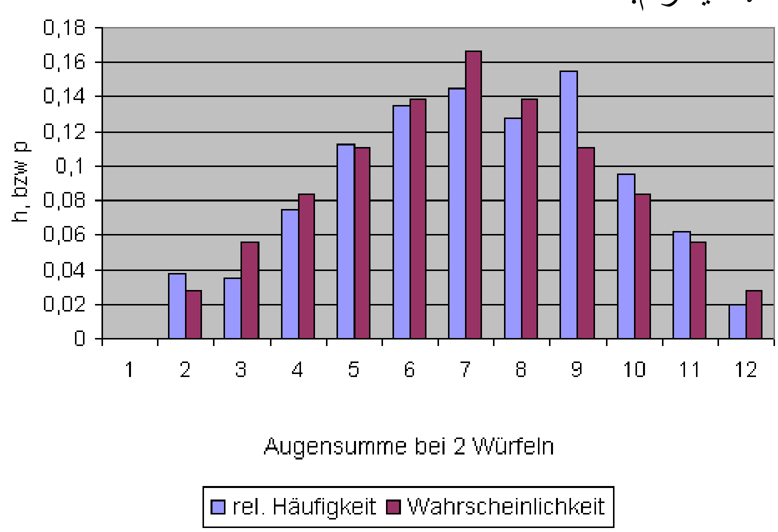
grüner Würfel \ blauer Würfel	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	15	9	12	13	12	11
⚁	5	8	11	11	9	15
⚂	10	9	14	10	10	17
⚃	12	7	9	7	17	15
⚄	10	14	7	13	9	14
⚅	5	12	15	14	11	8

جدول: له کیڼ ښی لور ته د الماني پښتو:د سترګیو جمعه،اړونده نتیجه،مطلق ډېروالی،نسبي ډېروالی،

(c) ketabton.com: The Digital Library

Augen summe	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1|1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$
3	(1|2);(2|1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
4	(1|3);(2|2);(3|1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
5	(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
6	(1|5);(2|4);(3|3);(4|2);(5|1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
7	(1|6);(2|5);(3|4);(4|3);(5|2);(6|1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0{,}167$
8	(2|6);(3|5);(4|4);(5|3);(6|2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
9	(3|6);(4|5);(5|4);(6|3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
10	(4|6);(5|5);(6|4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
11	(5|6);(6|5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
12	(6|6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$

د مټ،دیاګرام:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ګوزارونو سره د سترګیو جمعه

نسبي ډېروالی د یوګونو سترګیو جمعې لپاره په تولیزه توګه د احتمالوالي شمېرنې څخه ډېر قوي ځنګ نه کوي(یعنې تفاوت یې زیات نه دی)

توکلي متحولې یا تصادفي متحوله(اووښتوني یا واریابله)

که دوه دانې سترګیز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتیجه یې ده:

$$E = \{(1|1);(1|2);(1|3);....;(6|6)\}$$

که هره نتیجه د سترګیو جمعې باندې ترتیب شي یا تنظیم شی، نو یوه توکلی اووښتونې په باندې بڼه لاس ته راځي:

$$X((1|1)) = 2 \qquad X((1|3)) = 4 \qquad X((6|3)) = 9$$

x=4 د نتیجې لپاره لیکو: د ستګیو جمعه 4 دی ، یuنې د {(1|3);(2|2); (3|1)} لپاره.

x=2 د نتیجې لپاره لیکو؛ د سترګیو زیاتون 2 دی، یعنې د {(1|1)} لپاره.

توکلي متحولې:

د یوې توکلې تجربې توکلي متحولې یا اووښتونې X لانې یوفنکشن پوهیږو، کوم چې د نتیجه ډېری (سټ) Eهره نتیجه e_i په یوه عدد تنظیموي.

X: e_i -> X(e_i) په ورته والي و تابع f ته د f:x->f(x) سره:

دیوې توکلې متحولې د ا رزښت جدول د دوه سترګیو غورځولو لپاره، چې د هغو دسترګیو ګټون یا تعداد جمعه شي.(لاندې الماني: نتیجه)

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

(5|6)	(6|5)	(6|6)
11	11	12

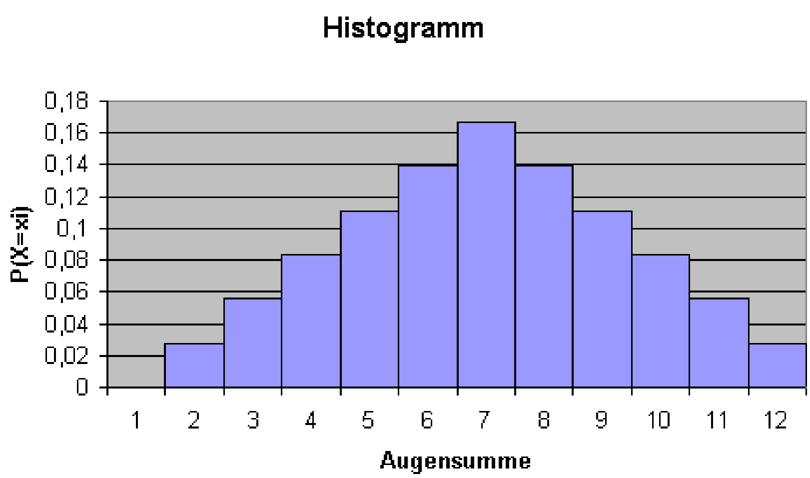
(c) ketabton.com: The Digital Library

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه یا ښه یي توته کونه یا په برخو یا ټوټو وېشنه
که د دوه سترګیو غورځولو سره د نتیجه د سترګیو د جمعي سره(باندې) تنظیم شي ، نو توکلي متحوله یا اووښتونې X منځ ته راځي.
که د دې توکلي متحولې د هغې د احتمالوالي سره تنظیم کړي، نو یو احتمالوالیویش (احتمالوالي فنکشن) منځ ه ارځي. د احتمالوالي وېشنه یا د توکلي لویې وېشنه کېدی شي سرې د یوه جدول له لارې او یوه هېستوګرام له لارې انځور کړي.
جدول :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هیستوګرام: د المانیپښتو: هیستوګرام، د سترګیو زیاتون یا جمعه



د احتمالوالي وېشنه یا په برخو ټوټه کونه:

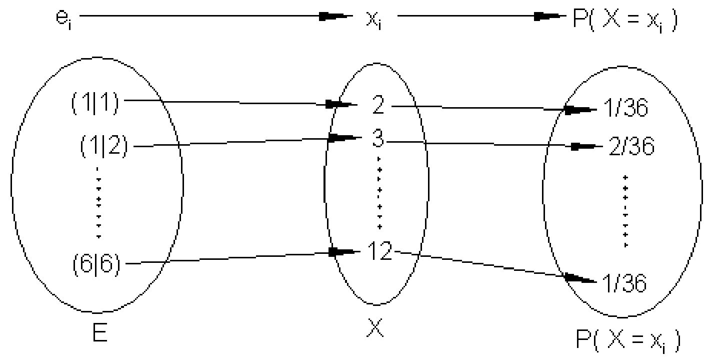
د تصادفي متحولې د یوه احتمالوالي وېشنې (احتمالوالي فنکشن یا تابع) f لاندې یو فنکشن fپوهیږود لاندې سره

$$f : x_i \to P(X = x_i)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فنکشن ارزښت $f(x) = P(X=xi)$ د دې لپاره احتمالوالی راکوي، چې X ارزښت xi نیسي یا غوره کوي.

د فنکشن یا تابع انځورونه د بېلګې په توګه ددوه دانوسترګیزو غور ځول، چې د هغو د سترګو جمعه تشکیلیږي.



د یوه احتمالوالي په برخېوته ونې انتظارارزښت

د احتمالوالي شمیرنې د مرستې سره سرې غوارې د بېلګې په توګه د بختلوبو د انتظار ګټې همداسې بایلښت انتظار په هکله وېناوې و کوي. داپوښتنه رامنځ ته کیږي: دزیات لوبو کونې سره په هره لوبه کې د کومو وړنو انتظار کیدی شي؟

د لیدوړوالي لپاره موږ بیرته د دوه دانو سترګیو سترګو جمعې ته ځو. له دې کیدی شي یوه بختلوبه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندې قوانین مطرح شي:

قانون: په یوه ګوزارونه یا اچونه کې د سترګیو جمعې لپاره په € ورکولکیږی. د لوبو خاوند طبعاً باید په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط باید څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه تاوان ونه کړي. د دې لپاره باید دی پوه شي، چې کوم ارزښت دی باید په متوسطه توګه ورکړي،چې زیات کسان په لوبه احته وي. همدومره جګه باید د بیسو

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اینبوونه یا شرط هم باید وي.

په ورته توګه لکه په تشریحي ستاتیستیک کې د یوه زیاتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نیسي د پیسو د ورکړو ارزښت د هغه د منځ ارزښت سره د ضرب له لارې یو ارزښت جوړ کړي.

دا ار زښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلګې لپاره دا د ارزښت 7 په معنا دی، چې د جګ تعداد لوبو کې په منځنی توګه دلوبې په سر 7 € تادیه یا ورکړل شي.

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{252}{36} = 7$

د لوبو خاوند باید لږ تر لږه یو د پیسو اینبوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بايللو پیسو ورکوني ارزښتونه د تصادفي متحولې X سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره :

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له لید څېړو، چې د لوبې لپاره 7 € بايې ورکړي یا کیږدي..

د هغه لپاره ګټه داسې شمېرل کیږي:

ګټه = په لوبه کې لا ست ه راوړې پیسې – دلوبې اینبوولې پیسې

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

ګټه تصادفی متحوله یا اووښتوني سره برابره ده، چې Y یې بولو، پس Y د دې لاندې ارزښتونو سره :

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره د ګټې کېدی شي د انتظار ارزښت پیدا کړو.

$$E(Y) = -5\cdot\frac{1}{36} - 4\cdot\frac{2}{36} - 3\cdot\frac{3}{36} - 2\cdot\frac{4}{36} - 1\cdot\frac{5}{36} + 1\cdot\frac{5}{36} + 2\cdot\frac{4}{36} +$$

$$+3\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{2}{36} + 5\cdot\frac{1}{36} = 0$$

د انتظارارزښت د ګټې لپاره 0 دی. داپه دې معنا چې په اوږده موده کې یاپه اوږده لید لوبغاړی لوبه نه وړي یا نه ګټي. مګر دا یې بایلي هم نه. چانسونه برابر دي.

د X د انتظار ارزښت

که یوه تصادفي متحوله X ارزښت $x_1, x_2, \ldots x_n$ ولري ، نو

$$E(X) = x_1\cdot P(X = x_1) + x_2\cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n\cdot P(X = x_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot P(X = x_i)$$

دx انتظار ارزښت بلل کیږی.

په یاد ولره :

که $E(X) > 0$ وي، نو نودا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعده ده (ګټوره) بلل کیږي.

که $E(X) = 0$ وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کیږي.

که $E(X) < 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده(ناعادلانه) بلل کیږي.

د انتظار ارزښت ته یادونې: د انتظا ارزښت دX انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي ازمایښتونو په یوه لړۍ کې دی.
په دې ترځ کې چې منځ ارزښت – د تشریحي ستاتیستیک څخه یوه لویه- په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ریښتوني رامنځ ته شوي دی، د انتی‌ار ارزښت یوع لویه تشریح کوي، چې په راتلونکې پورې اړه لري، نو یوه لویه چې د اوږده وخت لپاره یه هغې حساب کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $E(X)$ په ځای لیکلای شو μx یا لنډ μ

د $P(X=xi)$ په ځای Pi سړی هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښتکي همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونوپورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښه یې نیولی شي.

بیلګه او تمرین

د یوه مسلکي ښوونحي په انکړر کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله یوه په زړه پورې بخت لوبه کیږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بیسو اېښوولو ارزښت $2\ €$ دی.

لوبه کوونکی لومړی عددونه $1, 2, 3, \ldots, 6$ نیسي.

پسې درېواره د یو سترګی غورځوي.

که دا غوره شوي عدد را نه ووځی نو لوبه بایلل شوې.
که غوره شوی هدد یو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا یو اېښول شوی ارزښت بیرته راکوي.

که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې اېښول شوو پیسودوه برابره لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد دری واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې اېښول شوو پیسودرې برابره لاس ته راوړي

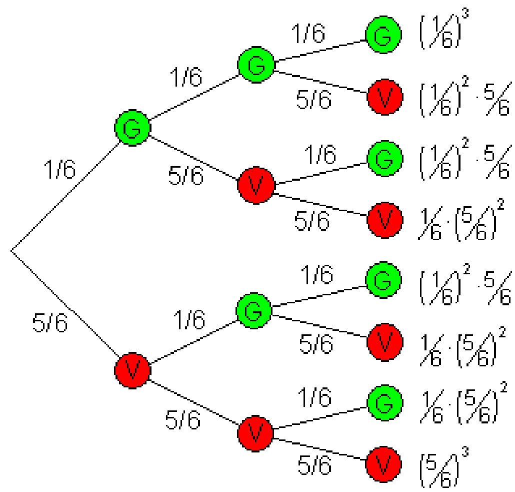
غوره پوښتنه، چې دلته رامنح کیږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زدهکوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهیږي، او په رېښتونی هغه ، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري(هغه ځوک چې لوبه مخ ته بیایي او نورو ټولو سره شرط کې دی).
دا پوښتنه د احتمالوالي شمېرنې سرهکېدی شي ځاب شي.

تصادفی متځوله X نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکي ته ورکول کیږي، دا د$2\ €$ په کمښت سره چې شرط یې اېښوولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درې پوړیزې ونې دیاګرم او د تار قانون په مرسته سړی احتمالوالی د یوې بایلیدني یا همداسي یوې ګټني لپاره شمیري.
باور لري: G = ګټنه

V= بایلنه .



x_i	$P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}5787$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}3472$
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) \approx 0{,}0694$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}00463$

د ګټلو چانس شمیرنه کې د تصادفي پیښي ارزښتونو د اړونده احتمالوالیو سره ضربول او نتیجې یې سره جمعه کول.

x_i	$P(X=x_i)$	$x_i\cdot P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	0
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216} = -1$

شمیرلی عدد1- دا وایي، چي به اوږده موده کې، یعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کې د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زیان انتظار دی. دا پیسي طبعاً بانک اخلي. له دي امله دا لوبه نا عادلانه بلل کیږي، ځکه چي د اږدې مودي ګټه اوزیان سره برابر ده یا په انډول کی دي.

ګټه او زیان به په یوه منځ ارزښت 0 کې په انډول کې وی. دا به بیا عادلانه لوبه وی. دا به د بیلګې په تګه د ګټني چګوالي سره د رسېدو وی یا لاس ته راغلي وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

په پورته معرفي شوې سترګې لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې ایښوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه 0 € ده.

که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) 2 € دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) 4 € دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .6 € دي.

تمرین:

په لاتري لوبهکې هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تماميدو (بکلوريا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاتری واخلي.

لومړی جایزه د 100 € یو ارزښتلري، دویم د 25 € دریم د 10 € .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښی ارزښت 1 € اخلي.

دا لاتري باید څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاتري په 5 € خرڅیږي. دا خستلي پیسې یوې خریه تولنې ته ورکولکیږي. دالاس ته راوړنه څومره لویه ده؟

تمرین :

یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونداری خوندي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تر هغې د بېرته نه وراچونې سره يو غونډارى راوستل کيږي تر څو شين غونډارى را ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 2 € ده.

که په دويمه وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 1 € ده.

که په دريمه وېستنهکې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 0 € ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

ځوابونه:

تمرين: په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د يوه لوبهکوونکې لپاره پيسې اېښوونه بايد څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کيږي:
که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پيسوورکونه 0 € ده.
که هغه د شرط عدد يو ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکې ته) 2 € دي.
که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکې ته) 4 € دي.
که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکې ته) .6 € دي.

حل(اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0	لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده ليد کې څومره پيسې چې لاس ته راځي همغومره بايد بېرته ګټونکو ته ورکړي.
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$	ددې لپاره د ګټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$	$E(X) = 1$ په دې معنادی، چې په يوه اوږد ليد يا موده کې په منځنۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

6	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{6}{216}$	توګه € 1 د لوبې په سر ه ګټونو ته ورکړل شي.
	Erwartungswert E(X)	$\frac{216}{216} = 1$	د لوبې په سر د € 1 په شرط دا لوبه عادلانه ده
		انتظار ارزښت	

تمرين: په لاټري لوبه کې هرلاټري ګټي.

د دولسم درس تماميدو (بکلوريا) جشنکي بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاټرى واخلي.
لومړى جايزه د € 100 يو ارزښتلري، دويم د € 25 دريم د € 10 .

هر يو چې دا درجې يې ونه وځي يو د خوښى ارزښت € 1 اخلي.

دا لاټري بايد څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاټرې په € 5 خرڅيږي. دا خستلي پيسې يوې خريه ټولنې ته ورکولکيږي. دالاس ته راوړنه څومره لويه ده؟

حل (اوبى)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	
100	$\frac{1}{50}$	$\frac{100}{50}$	انتظار ارزښت شمېرل کيږي:
25	$\frac{1}{50}$	$\frac{25}{50}$	E(X) = 3,64 په دې معنا دى، چې بايد هره لاټري € 3,65 قيمت ولري
10	$\frac{1}{50}$	$\frac{10}{50}$	د € 5 لاټرې قيمت او 50 خرڅ شوي د لاټري ټکټونه دا لاندې يوه ګټه خوندي لري:
1	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$	50(5 – 3,64) = 68 €
	Erwartungswert E(X)	$\frac{182}{50} = 3,64$	دا پيسې خيريه ټولنې ته ځي.
		انتظار ارزښت	

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرين : یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونډاری خوندي لري.

تر هغي د بېرته نه وراچوني سره یو غونډاری راوستل کيږي تر څو شين غونډاری ر ا ووستل شي.

که په لومړی وېستنه کې شين غونډاری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه $2\,€$ ده.

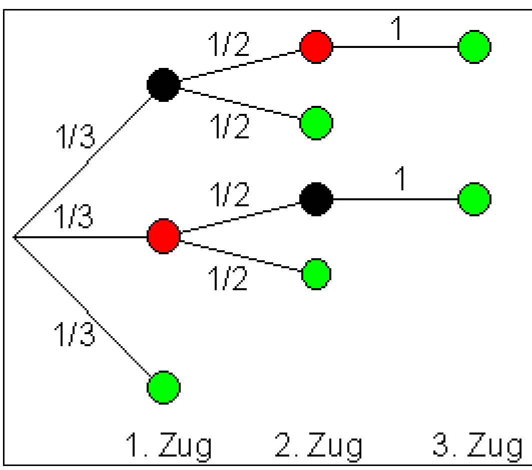
که په دويمه وېستنه کې شين غونډاری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه $1\,€$ ده.

که په دريمه وېستنهکې شين غونډاری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه $0\,€$ ده.

شرط بايد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

حل : د درې پوړيز ونې دياګرام او تار قانو په مرسته د دې لپاره احتمالوالی شمېرل کيږي،چې شين غونډاری راووځي.

د لاندې پېنتو: له کېڼ وښي لور ته: غورځونه، نتيجې، بايلنه



Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
2	(sg); (rg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	1€
3	(srg); (rsg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	0€

$$E(X) = 2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3}=1$$

د لوبې پای انتظار ارزښت $E(X) = 1$ دی.

که دا یوه عادلانهلوبهوي، نو باید شرط هم $1\,€$ وي.

پوښتني

د ګڼلویا شکېرلوستراتيري ته نمونه ازماېښت I

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ـ یو تصادفی جنریټر (د کود بیداکوونکی) یو له بل څخه پلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوروسته دا ۴ – ځایز عدد په ځېر په دیسپلې راځرگندیږي. د لاندې پېښنو لپاره احتماوالی څومره دی؟

A : ټول ارزښتځایونه ناجوړه یا طاق دي.

B : فقط ارزښتځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کیږي.

C : عدد یو ،،هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کټوري کې ۶ سره او ۴ سپین غړنډاری پراته دي. یو بل پسې ۵ غوډاري بې له بېرته وراچونې راوستل کیږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : سړی فقط سره غونډاري راباسي.

B : سړی لومړی ټول سبین بیا یو سور غونډاری راباسی.

C : لومړی غونډار ی سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور ِغونډاری راباسي.

دریم – په یوه مرتبان کې25 په ګڼه سمبال یا نمره شوېې غونډاري (له 1 تر25 عددونه)براته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې4 غونډاري راوستل کیږي. د لاندې پېښ، لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وېوړدي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمعه(زیاتون) له ۱۲ کوچنیدی.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.

څلورم - څلور ملګري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنک په څنک ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : س د وه د دوه ملګرو ترمنځ کیني B : س او ک دباندې لور ته کیني

(c) ketabton.com: The Digital Library

C : س ا ک ځنګ تر ځنګ کيني.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 ټيکو لپاره احتمالوالی احتمالوالی وټاکئ او ستاسو د تګلار ډول تشريح کړئ.

A: ۶ په لوتو کې ټيک دي : ۵ په لوتو کې ټيک دي.

ک ۴ په لوتو کې ټيکدي : ۳ په لوتو کې ټيکدي.

شپږم- د يوې غاړکۍ د اوبدلو لپاره سرې او شنې مرغلرې لرو. ۶ مرواري (مرغلري) پيېل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغلره مخ ته نه راځي. : لومړې درې مرغلرې شنې دي.

: تل ردبدل سرې او شنې مرغلري منځ ته راځي.

اوم – د زېږدنې جشن کې د ۱۰ نجونو ترمنځ لومړۍ ، دويمه او دريمه جايزه ورکولکيږي. د لندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ا يوه لوم ړۍ ي يوه دويمه او ک يوه وريمه جايزه ګټي.

: ا، ي، ک هر ه يوه يوه جايزه ګټي .

: ا جايزه نه ګټي

: له دې درې نجونو ا، ي او ک هيڅ يوه جايزه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې د ۱۲ هلکانو او ۱۳ ترمنځ ۵ ازاد کاتونه وېشل کيږي. د دې لپاره په ۲۵ کاغ ټوټو د نجونو او هلکانو نومونه ليکل کيږي او ۵ ټوټه ماغونه توکلي راوستل کيږي. د کوم ا حتمالوالي سره (0 ,1 ,2 ,3 ,4) , 5 ازادې کارتې نجونو(هلکانو) ته راوځي؟

: نجونو ته ۵ کارتې راوځي : نجونو ته ۴ ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته ۳ ازادې کاتې راوځي. : نجونو ته ۲ ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته يوه ازاده کارته راوحي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم – د يوې ازموينې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعګانې ټاکی کیږي. پهازموینه کې له دې څخه درې په ازموينه کې ازمايل کيږي. یو ازموینی له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتيجو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ازموينې له دې درز موضوعاتو يوې ته هم چمتووالی نه لريي

: ازموینی درې موضوعاتو څخه یوه زدهکوړې.

: ازموينې له درې څخه د دوه موعاتو لپاره لپاره چمتوالی لري.

: ازموينې ټولو ټاکلو دريو موضواتو تیاری نیولی یا چمتووالی لري.

ځوابونه

نموِنه ازماېښت او د شمېرلو ستراتيږي I

مفصل ځوابونه

اول –

مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچوني سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځايونو هر يوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9) . له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

: ټول عددونه نجوړه دي .{ 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } . د A لپاره امکانات 5^4 دي.

له دې سره دی

$$t\,P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې ټول عددونه ناجوړه دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 }. د امکاناتو تعداد د B لپاره 2^4 دی..

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې دی:
$$t\,P(B)=\frac{2^4}{10^4}=\frac{1}{625}=0{,}0016$$

د دې لپاره احتکالوالی، چې فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي. [xy|yx] . لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کیږي، له دې څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد 10^2 دی.

له دې سره
$$t\,P(C)=\frac{10^2}{10^4}=\frac{1}{100}=0{,}01$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې داښوولی عدد(ګڼ) یو هنداره شوی عدد(ګڼ) دی.

دویم –

مودل: منظم نمونه ازماېښت د نه (بې له) بېرته وراچوني سره.

۶ سره او ۴ سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوي. $k = 5$ ځله راوستل کیږي،بې له بېرته ور اچوني سره.

له دې سره د د امکاناتو تعداد
$$\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{10!}{5!}=30.240$$
دی.

: فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

د A لپاره د راوستلو د ا مکاناتو تعداد دی
$$\frac{6!}{1!}=720$$
:

او له دې سره دی:
$$P(A)=\frac{720}{30.240}=\frac{1}{42}\approx 0{,}0238$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

: سرې لومړی ټول سپین غونډاري راباسي او بیا یو سور غونډاری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{4!}{0!}\cdot\frac{6!}{5!}=4!\cdot 6=144$$

د B لپاره د راوستنو امکانات دي:

$$: P(B)=\frac{144}{30.240}=\frac{1}{210}\approx 0{,}00476$$

او له دې سره :

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنداري راوځي او بیا یو سور غنداری راوځي.

: لومړی غونداری سپین دی(دا به دې معنا چې .4 ,.3 ,.2 او 5 غونداري په خوښه دي).

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی

$$4\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=12.096 \quad :$$

$$: P(C)=\frac{12.096}{30.240}=\frac{2}{5}=0{,}4$$

له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړیٔ راوستنه کې سپین غونداری راوځي.

: سرې رد بدل سبي او سور غنداری راباسي (wrwrw) یا (rwrwr) .

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4\cdot 6\cdot 3\cdot 5\cdot 2+6\cdot 4\cdot 5\cdot 3\cdot 4=2160$$

$$P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx 0{,}0714$$

او له دې سره :

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ردبدل سبین او سره غونداري راوستل کیږي.

دریم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني .
یا په یو ځل راوستنه.
دا پر ۵ وېشوني عددونه دي : 5, 10, 15, 20, 25
د دې لپاره د امکاناتو تعداد له ۲۵ غونډارو څخه چې ۴ غونداري وباسو دی:

$$\binom{25}{4}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=25\cdot 23\cdot 22=12.650$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشوړدي:

د په ۵ وېشوړ عددونو تعداد(ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشوړ وي.

B : ټول عددونه چوه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونوتعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد ، چې له دې څخه ۴ راباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راو وستل شي يا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو جمعه(زياتون) له 12 کوچنی ده:.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې جمعه يې له 12کوچنی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D : د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4\cdot6\cdot3\cdot5\cdot2+6\cdot4\cdot5\cdot3\cdot4=2160$

د دې سره دی: $P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx0{,}0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه وستل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

څلورم – مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعدادچې ۴ کسان په څلوروځايونو ووېشو 4! دی.

: س د دوه ملګرو تر منځ کيني.

هغه دوه امکانات لري: xSxx یاxxSx (دويم ځای یا دريم ځای)

درې ملګر ي 3! امکانات لري.

له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره 12 = 2.3! دی.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

B : س او ک دباندې لورو ته کيني.

SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.

د دې سره د B لپاره امکانات 2.2=4 دي.

له دې سره

$$P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

.

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنګونو لور ته کښي.

C: س او ک يو د بل ترڅنګ کښي.

SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

.

د نورو داړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.

له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک يو د بل ترڅنګ کښي.

پنځم – مودل : نامنظمې نمونه ازماېښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يا په يوه وار وستنه
د دې لپاره امکانات په يوه ځل له چې له تولټال49 عددونو څخه چې 6 عددونه چليپا شي دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ ټيک ياپه ربښتيا راوځي.
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ ګټونکو عددونو څخه چليپا شي او 0 عدونه له 43 نا ګټونکو عددونو څخه دي دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0} = 1\cdot 1 = 1$$

.

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ ګټونکي عددونه چليپا شوي دي. (۶ ګټونکي)
B : په لوتو کې ۵ ټيک
له ټول ۶ ګټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو ټيک چليپاکېدنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناګټونکی عدد دی چليپا نه شي ، د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot 43 = 258$$

دا د B لپاره د رامنځ ته کېدو د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0{,}000.0185$$

دا د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ ګټونکي عددونه]ليپا شوي(۵ ټيک).
C : په لوتو کې ۴ ټيک
د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۴ ګټونکي عددونه چليپا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چليپا نه شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42}{2\cdot 1}=13545$$

دا د C لپاره د رامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0{,}000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي(۴ ټیک)

D : په لوتو کې ۳ ټیک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42\cdot 41}{3\cdot 2\cdot 1}=246.820$$

دا د D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی،

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0{,}0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي(۳ ټیک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د رنګ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رننګ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنګه په اختیار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنګه راوه وستل شي دی:

$2^6 = 64$

د A لپاره د امکاناتو تداد دی: $2^6 = 64$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{64}{729}\approx 0{,}0878$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.
B: لومړی دري مرغلرې شنې دي.
له دې سره احرنی درې په خوښه ټاکل کېدی شي.
نو یو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورودریو لپاره .
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:27= $1.\ 3^3$
له دې سره

$$t\ P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0{,}0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.
C: مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.
د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg یاgrgrgr شتونلري.
د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.
له دې سره

$$t\ P(\bar{C}) = \frac{2}{729} \approx 0{,}00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې ردبدل سرې او شنې دي.
اوم – مودل : منظم نمونهازماېښت د نه (بې) بېرته وراچولو سره
د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

A: ا (لومړې جایزه) اي (دویمه جایزه)، ک (دریمه جایزه) .
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

له دې سره دی:
د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړی جاېزه، اي دویمه جایزه او ک دریمه جایزه ګټي.
B: ا، اي اوک هر یو یوهجاېزه ګټي.
د B لپاره د امکاناتو تعداد6 = !3 دی.
له دې سره

$$P(\breve{B}) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي او ک هر یوه =اېزه ګټي.
C: ا جاېزه نه ګټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7
له دې سره

$$t\ P(\bar{C}) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جاېزه نه ګټي

D: له دې درې نجونو څخه کونه یوه جاېزه نه ګټي.

د D لپاره احتمالوالی دی:

له دې سره

$$P(D)=\frac{210}{720}=\frac{7}{24}=0,293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه یوه جاېزه نه ګټي.

$7.6.5 = 210$

اتم -

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې لهبېرته وراچونې.

یا پخ یوه ځل راوستنه.

د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۲۵ پاڼو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5}=\frac{25\cdot24\cdot23\cdot22\cdot21}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=53.130$$

A: ۵ پاڼې نجونو ته ځي (0 پاڼې هلکانوو ته)

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره راووځي او0 پاڼې له ټولو ۱۲ پاڼو د هلکانو په نامه راووځي دی.:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0,0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي

B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي(۱ ټکټ هلکانو ته).

د امکاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې دد نجونوو پهنامه راووځي او ۱ ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه را ووځي دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0{,}161$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې یا مفتې کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسیږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسیږي(۲ هلکانوو ته)

د ا مکاناتو تعداد چې ۳ پاڼې له ټولټال ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره را وه وستل شي او ۲ پاڼې د ټولټال ۱۲ پاڼو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی: :

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot 12\cdot 11}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11}{2\cdot 1}=18867$$

دا د C د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx 0{,}355$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده یا مفتې کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکیږي.

D: ۲ پاڼې نجونو ته ورکولکیږي(۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه د هلکانو نومونو سره راووستل شي دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot 12}{2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=17160$$

دا د D د رانمنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0{,}323$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۲ مفتې کارتې نجونو او ۳ مفتې کارتې هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کارتې له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}=13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E)=\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}}=\frac{6435}{53130}\approx 0{,}121$$

د دې لپاره احتمالوالیدی، چې ۱ ازاده کارته نجونه ګټي او ۴ ازاده کارتې همکانو ته ځي.

F: 0 پانه نجونو ته ورکول کیږي(۵ هلکانو ته)
د دې لپاره احتمالوالی چې 0 پانه له ټولټال ۱۳ پاڼو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه دهلکانو په نامه راوځي دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}=1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتوتعداد دی.
له دې سره

$$P(F)=\frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}}=\frac{792}{53130}\approx 0{,}0149$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 0 ازاده کارتې نجونو ته او ۵ ازاده کارتې هلکانو ته ځي یا ورکول کیږي.

نهم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه(بې) بېرته وراچولو سره.
یا دیوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کیږي، ازمویېنی د ازموینې لپاره ۶ پوښتنې زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

A: ازمویېني له دې ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومې ته تیاری نه دی نیولی. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چې ازموینې ځان نه دی چمتو کړی، درې ټاکل کیږي:

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3}=4$$
.

له دې سره

$$P(A)=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}=0,0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې، چې ازمویېنی کومې موضوع ته چمتووالی نهلري.

B: ازمویېني له دې درې ټاکلو موضواتو څخه یوې ته ځان چمتو کړی. له ۴ موضواتو څخه چې ازمویېني ورته ځان نه دی جمتو کړی، ۲ ټاکل کیږي، له ۶موضواتو څخه کومو ته چې ازمویېني ځان چمتو کړی ۱ موضوع ټاکل کیږي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{6}{1}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot\frac{6}{1}=36$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}=0,3$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمویېني ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړی دی.

C: ازمویېنیي له درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو څخه، چې ازمویېني ځان نهدی چمتو کړی، ۱ ټاکل کیږي، له ۶ موضوعاتو چې ځان یې ورته چمتو کړی ۲ موضوعات ټاکل کیږي.

دC لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{2}=\frac{4}{1}\cdot\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}=60$$

له دې سره

$$P(C)=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}=0,5$$

د دې پاره احتمالوالی دی، چې ازمویېني د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D: ازمويښني ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضواتو چې ازمويښني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ازمويښني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.
د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3} = 1\cdot\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويښني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د شميرلو ستراتيژي II

لومړی – د زرندو د تورو او سپينو تيګو ځخه برجونه جوړيږي، چې په هغو کې   اته تيږې يو په بل کېښول کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګ توکلی وټاکل شي؟
A   : ټولې تيګی همغه يا برابر رنګ لري.
B: فقط يوه تيږه سپينه ده.
C: لوم ړی او اخرنی تيګه همغه ر نګ لري.

دويم - په يوه خلته کې يو سور، ۲ شنه، ۳ زيړ او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. يو کس درې چاکلېټ ترې را اخلي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټيک يو شين چاکلېټ راوستل کيږي.

دريم – په يوه خريه غونډه کې ۵ نمرې اختيار کې لرو، لهد ېڅخه يوه د ژونګليوالا نمره (هغه څوک چې د غونډارويا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري) . د پروګرام لړۍ پرلپسې تصادفي راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ژودنګليوال د پروګرام په دريم قطار کې راځي.
B:ژونګليوال اخر   ځای کې نه راځي.

څلورم – په يوه کارتون کې ۱۰ بريښنا څراغونه دي، =ې له دوی څخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که بريښنا څراغونه په ،،پټو سترګو،، راوستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A: ټول درې څراغونه چوړ دي.
B: تیک یو ځراغ زیانمن دی.
C: تیک دوه ځراغونه زیانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوي دی، که د ۸ کسانو څخه لږ ترلږه دوه په همغه میاشت کې د زیږیدو نیټه ولري؟ په نږدې توګه ونیسی، چې ټولې میاشتې برابرې اوږدې دي.
A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه میاشت کې د زیږیدو نیټه لري.
شپږم – په یوه مرتبان کې ۶ سره ، ۵ اسماني او ۴ شنه غونداري پراته دي. درې غونداري په یوه ځل راوستل کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: دوه شنه غونداري راوستل کیږي
B: په راوستلو غونداروکې شنهغونداري نه شته.
اوم –په بیلګه کې،، بیت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وټاکی.
A: ل اخر ته پاتیږي
B: ا او و اخرنی پچه کې دي.
اتم – په یوه ډېر تاکنیزه ازموینه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر یوه څخه فقط یو ټیک دی. یو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چلیپا کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټول ځابونه ناټیک دي.
B: لومړي پنځه ټیک ، اخرني پنځه ناټیک چلیپا شوي دي.
C: په دقیقه توګه نیمايي ځوابونه ټیک دي.
D: ۴ ځوابونه ټیک دي، ۶ ناټیک دي.
نهم – د لغات ANANAS توري په یوه لوښي کې ګډوډیږي او نوي تنظیمیږي. د لاندې پېښو، احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: بېرته دا لغات   ANANAS منځ ته راځي.
B: د تور کمبینېشن د AAA سره پیل کیږي.
C: یو لغات د درېواره A سره یو په بل پسې منځ ته راځي.

ځوابونه

نومنه ازماېښت او د شمېرلو ستراتیژيII
مفصل ځوابونه
لومړی – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره
د هر اتو تیګرږ لپاره دوه رنګونه اختیار کې لرو(اته ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره)
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو رنګونو کمبینېشن امکاناتو تعداد دی : $2^8 = 256$

A: ټولې اته تیګې همغه رنګ لري. دا په دې معنا چې یا ټولې تورې دي یا ټولې سپینې دي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد۲ دی.

له دې سره

$$: P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې تیګې برابر رنګ لري.

B: فقط یوه تیګه سپینه ده. داچې دا تیګه یه دې اته ځایونو کې هرځای ایښودله کیدی شي، د دې لپاره اته امکانات شتون لري.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته تیګو فقط یوه سپینه ده.

C: لومړۍ او اخره تیګه همغه رنګ اري. د اخرې او لومړۍ تیګې لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي. د پاتې ۶ تیګو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړۍ تیګه او اخره همغه رنګ لري.

دویم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې څخه ۳ چکلیټ له ټولټال لسو چکلېټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: تیک یو شین چکلیټ راوستل کیږي.

د دې لپاره د امکاناتو تعداد +ې ۱ سین چاکلیټ له ټولټال ۲ شنو چکلېټو څخه راوه وۍستل شي او ۲ چکلیټ له ۸ بل رنګ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,467$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې تیک ۱ شین چکلېټ راوه وېستل شي.
دريم - A: د ژدنګلوبر نمره په درى ځاى کې قرار لري.
xxJxx . د پچې اچولو له مخې ژونګلوبر کېدی شي په هره خوښه ځای کې راشي.
مودل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په ګڼه شوي(نمره شوي)

عددونه ځايونه ورکوي، په کومو کې د ژونګلور پروګرام ځای شوی، ي، ځل راوستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوبر راځي.
له دې سره

$$:P(A)=\frac{1}{5}=0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبر په دريم ځای کې راځي. دې سره برابر االحتمالوالي سره به به هر بل په خوښه ځای کې هم راغلی وی.
B: د دژونګلوبر لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دې معنا چې، داکېدی شي په .3 ,.2 ,.1 يا 4 ځای کې قرار ولري. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:
له دې سره

$$t\,P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،، چې ژودګلوبر په اخر ځای کې نه راځي.
څلورم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچوني سره.
$n = 10$ برىښنا څراغونه ، له دې څخه ۲ زيانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل کيږي. د امکاناتو تعداد چې له يوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي درې راوباسو يا وټاکو دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

A:تول درې څراغونه چوړ دي. دامکاناتو تعداد له اته جوړو څخه درې جوړ وټاکو ۳ له اتو دی.
د لپاره دامکاناتو تعداد له دې سره دی.

$$A:\ \binom{8}{3}=56$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0{,}4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه تاکل کيږي.

B: تيک يو څراغ زيانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زيانمنو څراغونو ۱ زيانمن راوستل کيږي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2}\cdot\binom{2}{1}=\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}\cdot 2=56$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0{,}4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زيانمن دی.

C: تيک دوه څراغونه زيانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زيانمنو څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کيږي.

دC لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:\ \binom{8}{1}\cdot\binom{2}{2}=8\cdot 1=8$$

له دې سره

$$t\,P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0{,}0\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زيانمن دي.

xx:D

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بيرته وراچونې سره.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ مياشتو وه وېشو 12^8 دی(له يوه مرتبان څخه چې ۱۲ مختلف غونداري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).

A: له ۸ مسانو څخه هلږ ترلږه ۲ مسان په همغه مياتکې د زېږېدنې روځ لري. دA په برعکس پېښه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو مياشتوکې د زېږدنې روځ لري. اوس ۸ کسان په ۱۲ مياشتو داسې وېشل کيږي، چې دوه والی يا ډېلوالی منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$$

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P\left(\overline{A}\right)=\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}{12^8}\approx0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلو یاشتو کې د زیږېدنې روح لري.

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}{12^8}\approx0,954$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی،چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشتکې زیږېدلي دي یا د زیږېدوروځ لري.

شپږ.م –

نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

یاپه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري را وه وېستل شي دی:

$$\binom{15}{3}=\frac{15\cdot14\cdot13}{3\cdot2\cdot1}=455$$

A : ټیک دوه شنه غونداري راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونداري له ټولټال ۴ غونډارو راوه وستل شي او ۱ بل رنګه له ټولټال ۱۱ نورو رنګونو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\cdot11=66$$

دا دA پېښېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{66}{455}\approx0,145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

B: شین غونډاری نه راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتوتعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنګیز د ټولټال ۱۱ غونډارو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}=1\cdot\frac{11\cdot10\cdot9}{3\cdot2\cdot1}=165$$

دا دB پېښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې کوم شین غونډاری نه راوستل کیږي.

اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي(وستل کیږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دویم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي((له لوبې وستل کیږي) د دې لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=8!=40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځاونو وه وېشو او لارس په اخرني ځای ځای کړو 7! دی.

له دې سره د A لپاره دامکاناتو تعداددی: $A:7!\cdot1$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{7!\cdot1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې لارس ته اخرنی ځای باتیږي.

B: انیا او وانسا اخرنی مسابقه کوي.

xxxxxxVA یا xxxxxxxAV

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ځایونو او ۲ کسان په ۲ ځایونو وه وېشل شي 6! ځله 2! (6! ضرب 2!) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $6!\cdot2!$

له دې سره

$$P(B)=\frac{6!\cdot2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره امتمالوالی دی، انیا او وانسا احرني سیالی کې مسابقه کوي.

اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځابونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې یو چلیپا کوو 3^{10} دی. (مرتبانله ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره)

A :ټول ځوابونه نا ټیک دي.

د دې لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

د A لپاره دامکاناتوتعداد دی: 2^{10}

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$:P(A)=\frac{2^{10}}{3^{10}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\approx 0,0173$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه ناټیک دي.

B: لومړی پنځه پوښتنې ټیک دي، اخرنی ۵پوښتنې ناټیک دي.

د لومړیو ۵ پوښتنو لپاره هریوه یو، د دویمو ۵ پوښتنو ته هر یوه ته ۲ امکاناته شته چې چلیپا شي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:1^{5}\cdot 2^{5}$$

$$P(B)=\frac{1^{5}\cdot 2^{5}}{3^{10}}\approx 0,000.542$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی دوهپوښتنې ټیک ځواب شوي دي.

C: ټیمې پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

دا پنځه ټیک حابونه چې په لسو پوښتنو وه وېشو لاس ته تر $\binom{10}{5}$ امکانات راځي. هر یوګونی د B احتمالوالی لري.

له دې سره

$$P(C)=\binom{10}{5}\cdot\frac{1^{5}\cdot 2^{5}}{3^{10}}=252\cdot\frac{2^{5}}{3^{10}}\approx 0,137$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې پوره نیمايي پوښتنې ټیک ځواب شوې دي. .

D: څلور ځوابونه ټیک او ۶ ناټیک دي.

د امکاناتو تعداد ۴ پ،ښتې چې په ۱۰ ووېشو دی:

$$:\binom{10}{4}=210$$

په هر ۶ غلط چلیپا شوي ځواب دوه امکاننات شته.

دا $!2^{6}$ امکانات دي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4}\cdot 2^{6}=210\cdot 2^{6}$$

له دې سره

$$t\,P(D)=\frac{210\cdot 2^{6}}{3^{10}}\approx 0,228$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپاشوي دي.

نهم – ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ تورې ترتیب کړو!6 دی

A: دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1

د N لپاره :2.1

د S لپاره :1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 12 = 3.2.1..2.1.1

له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0{,}01\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د ګډوډولو وروشته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

B: د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي:.

AAAxxx

دA لپاره د امکاناتو تعداد:3.2.1

د x لپاره3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 36 = 3.2.1.3.2.1

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

د دې لپاره اجتمالوالی دی،چې د خوزولو یا ګډوډولو وروسته AAA پیل توري پاتې کیږي.

: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منځ ته راځي.

xxxAAAیا xxAAAx یا xAAAxx یاAAAxxx

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازمایښت او د مشېرلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبانکې ۱۴ برابرې لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کارته له دي تورو سره	A | E | N | O | T
د کارتونو تعداد	1 | 4 | 5 | 1 | 3

لاندې تصادفي ترجربې سرته رسيږي:

الف : د مرتبان څخه په يو ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پېښې تعريف دي:

A : پهدواړو کارتو همغه يا برابر تور ي دي.

B : دواړه راوستل شوې کارتې غږ نه لرونکي ((= (v. lat.: *con* = mit + *sonare* = Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut))

C: د لاندې پdښو لپاره احاملوالی وشمېرئ
$P(A);\ \ P(B);\ \ P(A\cup B);\ \ P_B(A)$ او د جلې په بڼه ځواب ورکړئ.

ب – د مرتبان څخه يوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کيږي اوپه ترتيب او په پرلپسې توګه يو بل پسې ايښول کيږی. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، دا لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په يوځل ۵ کارتې راوستلکيږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو تور سره لغات TANTE کېښوول شي.

ت – ينس لاندې د لاندې لوبې وړانديز کوي:

د مر تبان څخه په يو ځل درې کارتې راوستل کيږي. دا د لاندې جدول له لارې شمېرل کيږي:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7 €
3 Vokalen	21€
E, E, E	28 €

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرط باید ځومره جګ وي،چې لوبه عادلانه وي؟

ټ – د مرتبان څخه پهیوه ځل دوه کارتې راوستلکیږي.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکی،چې راوستل شوې توري وکال (Vokale) یا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور ځومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتیږي III

مفصل ځوابونه لومړی – مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري.(لاندې المني: و)

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t\ NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي 0,307 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\ \text{mit}\ A\cap B=NN\vee TT$$

$$P(A\cap B)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{13}{91}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{19}{91}+\frac{28}{91}-\frac{13}{91}=\underline{\underline{\frac{34}{91}\approx 0{,}374}}$$

د دې لپاره احتمالالی،چې پهدواړو کارتو توري بربر یا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\underline{\underline{\frac{13}{28}\approx 0{,}464}}$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپارهاحتمالالی،چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې ترتیب شوې لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\underline{\underline{\frac{1}{1001}\approx 0{,}001}}$$

د دې لپارهاحتمالالی ، چې لغات TANNE منځ ته ارښي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کارتې په یو ځل.

دې ته اړتیا لرو: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\underline{\underline{\frac{30}{1001}\approx 0{,}03}}$$

د دې لپارهاحتمالالی،چې دا لغات TANTE جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.
د تصادفي متحولو(اووښتونو یا واریابلو)X ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسوناتت لپاره:

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د۲ وکال او۱ کنسونانت لپاره.

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانکې شتون لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که x وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري: 8 + x

د $P(VV \vee KK) = 0,5$ سره باور لري:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2 \cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه (P = 0,5) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت ترې لرې شي.

یوولسم - د برنولي – ازماېښت

او د بېنومیال وېشنه یا خورونه

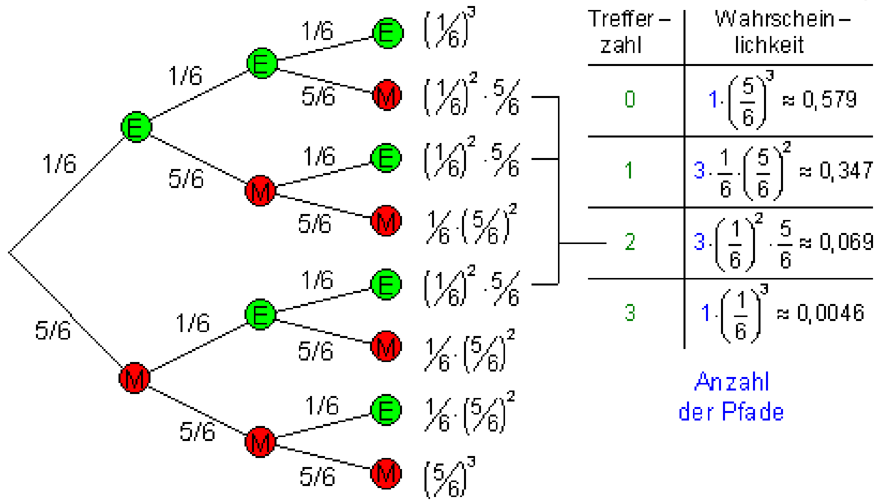
ډېرې تصادفي تجربې کېدی شي د دوه پېښنو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د بېلګې په توګه
-
د سیکې غورځول د محراب ممبر نښان او ګڼ یا عدد سره
- د یوه کتابچې مېخ غورځونه د یوې پېښې څوکې یا شا سره.
د یوه سترګې غورځول د نتیجې 6 یا نه 6 سره.

داسې تجربې د برنولي-تجروبو په نامه یادېږي. د داسې تجربو دواړه نتیجې سرې د بریاو یا نه بریا په څېر په نخښه کوي. که دا تجربه n - واره تکرار شي، نو د n - پوړیزې برنولي –تجربې څخه غږېږو یا د یوه برنولي - ځنځېر څخه د n - اوږدوالي سره. د n -پوړیز ې برنولي –تحربي څخه غوښتل کېږي، چې د یوې تجربي نتیجه د

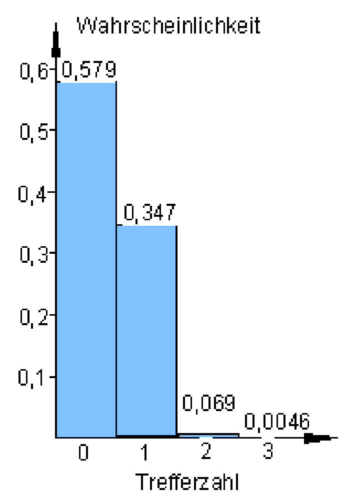
(c) ketabton.com: The Digital Library

بلي تجربې څخه بې تاثيره پاتې کيږي. د داسي يوې n -پوړيزې تجربې سره سړی د تجربو د برياوو او نابرياوو تعداد لپاره علاقه نيسي.

پيل بيلګه: يو سترګيز مکعب يو په بل پسي درې واره غورځول کيږي. موږ د احتمالوالي سره علاقه لرو، چې وپو هيږو، چی ايا عدد (ګڼ) 6 په دې ازمايښت کې 0, 1, 2 يا 3ځله رامنځ ته کيږي. E) Erfolg)د بريا يا رمنځ ته کېدنې په معنا اوM (Misserfolg)د نابريا د ر امنځ ته کxدنې په معنا دي.



لاندې الماني=احتمالوالی



پورته ا لماني = راوستل شوی عدد.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته دایو دريِ پوړيز برنولی- ازماېښت دی.
د وني دياګرام څخه د تار قانون له مخې په ساده توګه احتمالوالی ګڼل (شمېرل)کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتيجه ډېری (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چې دا هر وار د دريِ پرلپسي پېښنو تنظيم څخه منځ ته راغلي. د پوړيو تعداد جګوالي سره د دنډې يا تمرين کارونه د وني دياګرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د k برياوو سره

د يوه پوړ n -پوړيزي برنولي – ازماېښت سره د نتيجي ډېرئ هر توکی د پرلپسي پېښنو څخه منځ ته راغلی.

د بيلګې په توګه EEMMEEEM ....EM . د تارونو تعداد چې د برياوو سره بيداکړو، له دې سرهپه همغه معنا دی، چې د نتيجه ډېرئ څخه د توکو تعداد پيدا کړو، چې k -ځله د لړئ پرلپسي څخه خپلواک يوه بريا وښايي. يا راکړي.

دا کيدی شي داسي هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي k شيان د n شيانو څخه د لړئ پرلپسي څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

دا لوټو-پرابلم رايادوي، په هغې کې چې له n = 49 شيانو k = 6 شيان بې د پرلپسي لړی ترتيب څخه وټاکلشي.

په دې حالت کې د امکاناتو تعداد وو:

$$\binom{49}{6} = \frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$

دا د شمېرنې قانون د برنولي –تجربې باندې هم کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د k برياوو سره وپلټو.

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:
n=3 ; k=0;1;2;3;

د برياوو تعداد = k	د تارونو تعداد
0	$\binom{3}{0} = 1$
1	$\binom{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$
2	$\binom{3}{2} = \frac{3\cdot 2}{1\cdot 2} = 3$
3	$\binom{3}{3} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 3} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د n - پوړيزې برنولي –تجربې د تارونو تعداد دk برياوو سره دی:

n د تجربو تعداد او k د برياوو تعداد	$\binom{n}{k}$

بيلګه: يو سترګيز مکعب n = 5 ځله غورځول کيږي

د بريا ارزښت د سترګيو تعداد 6 دی.

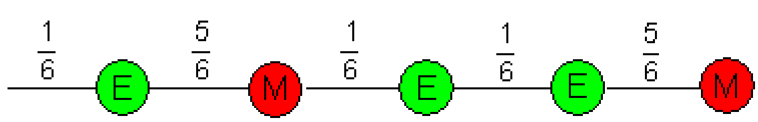
په نتيجه ونه کې د k = 3 سره څومره تارونه شتونلري؟

حل (اوبی) د k = 3 برياو سره د د تارونو تعداد دی: $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

به دې تجربه کې په ټوليزه توګه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 برياوې خوندي لري.

د يوه تار لباره دk برياوو سره احتمالوالی

د يوې روښانه بيلګې سره دې د يوه تار احتمالوالی د شمېرلو د شمېرنې قانون وښوول شي. دا قانون دې بيا توليز شي.



د دې تار احتمالوالی کېدی شي دتار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(EMEEM) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پوړيو تعداد n = 5 دی.

د برياو تعداد k = 3 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نابریاوو تعداد $n - k = 5 - 3 = 2$ دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو $(p = 1/6)$ لپاره د اکسپوننت یا جګ عدد په څېر رامنځ ته کیږي همداسې د نه بریاو$(q = 5/6)$ لپاره رامنځ ته کیږي

باور لري:$q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د $n = 5$ او $k = 3$ لپاره لکه چې لرووشمېرل شي:
:

$$P(EMEEM) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

تولیزونه :

دا چې دا د یوه n - پوړیز برنولي – ازماېښت سره یو ازماېښت دی، د کوم سره چې هره پوړۍ د بریا احتمالوالی $P(E) = p$برابر پاتې کیږی ، تارضربقوانو له مخې د هر k بریا وو سره او $n - k$ نابریاوو سره باور لري:

تاردیاګرام = $p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

د کوم سره چې $1-p$ د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د n – پوړیز برنولي-ازماېښت د k بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\substack{\text{Anzahl der Pfade} \\ \text{mit k Erfolgen}}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\substack{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad} \\ \text{mit k Erfolgen und n−k Misserfolgen}}}$$

د بینومیال ضریب لپاره یادونه $\binom{n}{k}$ د $q = (1-p)$ سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \ldots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \ldots +$$

$$+ \ldots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د برنولي درسي جمله ده.

د $n = 3$ سره پیلبیلګي لپاره باور ري:

$$P(X=0) = \binom{3}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} \approx \underline{\underline{0{,}579}}$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{3}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216} \approx \underline{\underline{0{,}347}}$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{3\cdot 2}{1\cdot 2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216} \approx \underline{\underline{0{,}069}}$$

$$P(X=3) = \binom{3}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot 1 = \frac{1}{216} \approx \underline{\underline{0{,}0046}}$$

د بینوم وېشنه یا (په برابرو برخو) توټه کونه:

د یوه n-پوړیز برنولي – ازماېښت کې د p د بریا احتمالوالي لپاره او نابریاو احتمالوالي 1-p سره د k

بریاوو لپاره باور لري:

$$P(X=k) = \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وېشنه د بېنومیالوېشنه بلل کیږی.

تمرین :

یوه کورنی 6 کوچنیان لري .

اتمالوالی، چې یوه نجلۍ وزیږوی، $p = 0{,}5$ دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږی. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکی.

A : د کوچنیان تیک نیمایي نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

تمرین :

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وي.

a : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

Kumulierte Binomialverteilung کمولیر شوې دبینوم وېشنه

(*cumulus* – Anhäufung لاتین پنډغالي کیدنه)په سوبس کې د ټاکنو قانون کې، چې په یو ځل یو کس د ټاکنو غړونه ورکوي یا رایې اچوي.

بیلګه:

یوه سیکه 20 واره غورځول کیږي. د لاندې پېښنو، لپاره احتمالوالی شمېرل کیږي.

a : تیک 10 ځله ممبرنښان

b : زیات له زیاته 15 ځله ممبرنښان

c :لږ تر لږه 7 ځله ممبرنښان

d:لږ تر لږه 6 ځله اوزیات له زیاته 16 ځله ممبرنښان.

(c) ketabton.com: The Digital Library

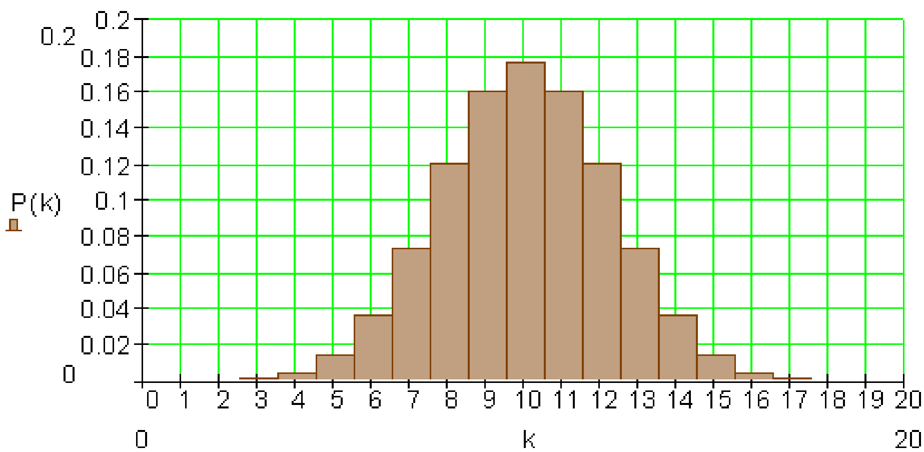
دا د احتمالوالي وېشنې داتا په لاندې جدول کې رايوځای شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ را گرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه : د $k = 0, 1, 2$ حالت او $18, 19, 20$ لپاره احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. صفر داسې منځ ته ارځی، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راگرد شوی وي.

د بينوميال وېشنې هيستوگرام په لاندې توگه ليدل کيږي:



الف – احتمالوالي $P(X = 10)$ کېدی شي دد جدول همداسې له هېستوگرام څخه ولوستل شي.

احتمالوالی د پيښې 10 ځله ممبرنښان دی : $P(X = 10) \approx \underline{\underline{0,176}}$

ب – د پيښې لپاره احتمالوالی دی.

E : خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنښان ، ترلی ورپسې نه شي لوستل کيدی. د دې لپاره بايد د احتمالوالی د جدول ارزښتونه سره جمعه شي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)$$

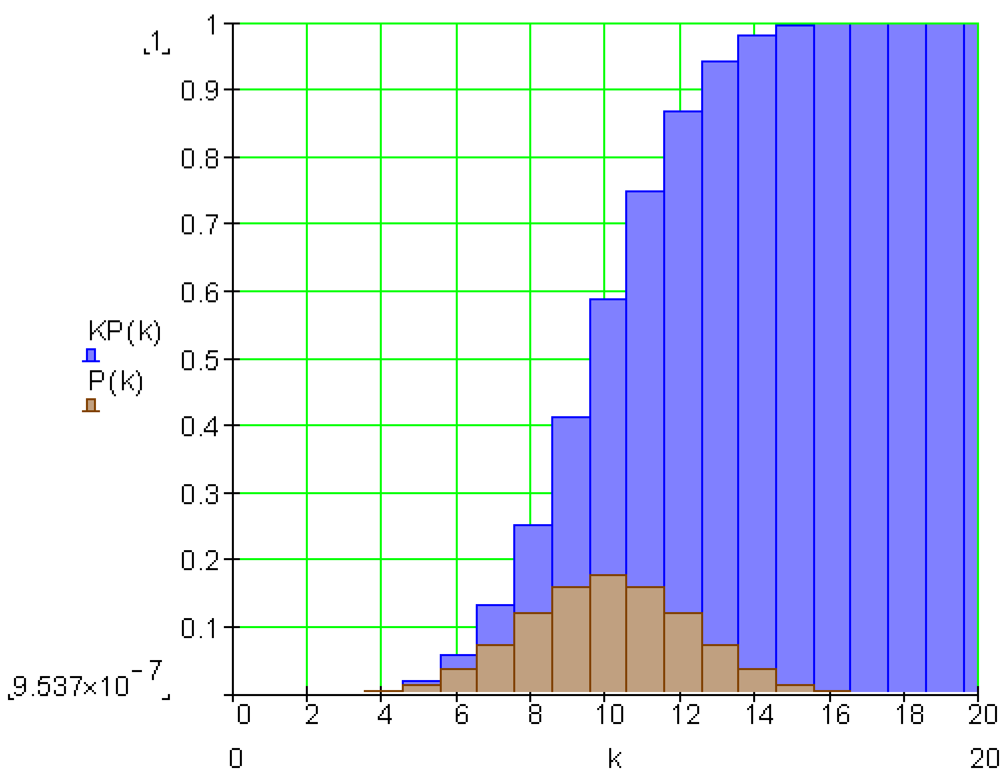
(c) ketabton.com: The Digital Library

که جدول ولرو په کوم کې چې احتمالوالی سره جمعه شوی دی، يعني يوه کمولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره احتمالوالی سملاسي له دې څخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X \le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X \le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

يادونه : د $k < 3$ لپاره کمولېري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. طبعاً د$k < 20$ لپاره ارزښتونه 1 هم نه دی. دا مګر له دې ارزښتونو څخه کم توپير يري، چې سرې په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راګردشوي جدول ارزښتونه کارولای شي.

د کمولېري بينوميال وېشني يا توټه کوني هيستوګرام.



خورا زيات 15 ځله په دې معنا دی: $P(X \le 15) \approx \underline{\underline{0,994}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : لږ ترلږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0{,}058 = \underline{\underline{0{,}942}}$$

ت : لږ ترلږه 6 ځله اوزيات له زياته16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6,7,...16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0{,}999 - 0{,}021 = \underline{\underline{0{,}978}}$$

بيلګه په ګوته کوي، چې کمولېړي جدول کومې ګټې لري، که هدف دا وي چې د يوې ساحې يا ورشو لپاره د تصادفيواريابلې X اختمالوالی و شمېرو. دا ورشو د ګڼونو يا اعدادو به وړاګه هم د انتروال په توګه انځور شوې ده.

مورږ لاندې حالتونه سره توپېروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرين :

يو مولتيپل چوېس تست ياازموينه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر يوه لپاره ټيک يو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو ليد سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټيک ځواب وويل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزيات له زياته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټيک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 1/5 = 0,2 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عمليه د 50 پوړيز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېړې بېنوميال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل:يوه کورنۍ 6 کوچنيان لري .

احتمالوالی، چې يوه نجلۍ وزيږوی،p = 0,5 دی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږئ. د لاندې پېښنو احتمالوالی و ټاکئ.

A : د کوجنیان تیک نیمایي نجونې دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازمايښت په څېرر راوړل شي د $n = 6$ او $p = 0{,}5$ سره .
غواړو $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره پیداکړو.

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

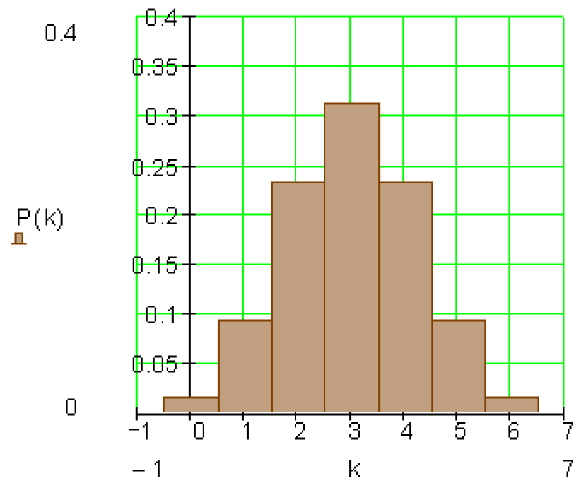
$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دې لپاره احتمالوالی دی، چې $P(A) = P(X=3) = 0,3125$
د 6 کوچنیانو ښځه ټیک درې نجونې دي

$$P(B) = P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه زیات له زیاته درې نجونې دي

$$P(C) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه لږ تر لږه درې نجونې دي

حل (اوبی):

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وې.

a   : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) له ۳ څله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

داپرابلم کیدی شي د 5-پوړیز برنولي- ازماېښتپه څېر د $n = 5$ او $p = 0{,}5$ سره راوړل شي.

الف – غوښتلکیږي $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره .

k	P(X = k)
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot 1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زیات له زیاته 3 ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0{,}8125}}$$

(2) له 3 کم څله ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0{,}5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبرنښان په دې معنا دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1ځل زيات ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرين ځواب:

يو مولتيپل چوېس تست ياازموينه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر يوه لپاره تيک يو تې:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو ليد سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټيک ځواب وويل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزيات له زياته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : تيک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 0,2 = 1/5 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عمليه د 50 پوړيز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بېنوميال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې توکلي د 20 پوښتنو تيک يا صحيح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%)کوچنی دی.

ب –

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ ترلږ 10 پوښتنې او زيات له زياته 20 پوښتنې تيک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ - $P(X \leq 9) = 0,444$ د جدول څخه سيده لوستلکيږي:

د دې لپاره احتمالوالی چې د توکلي ويېنې سره لږ تر لږه10 او زيات له زياته 20 پوښتنې تيک ځواب شي .(56,5%) 0,565 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – $P(X = 15) = P(X \le 15) - P(X \le 14) = 0{,}969 - 0{,}939 = \underline{\underline{0{,}03}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټیک 15 پوښتنې سمې ځواب شي .(3%) 0,03 دی.

د بینومیال وېشنې یا خورونې ته پوښتنې I

لومړی – دا کلمې روښانه کړئ: د برنولی -تجربه، د پېښېدنې احتمالوالی، د برنولی- ځنځېر او د برنولی زنځیر اوږدوالی

دویم – د لاندې تصادفي تجربې څخه یې کرمه د برنولی زنځیر دی؟ که ممکن وي د پېښېدنې احتمالوالی p ورکړئ او د برنولي –زنځیر اوږدوالیn هم ورکړئ.

الف – یو سترګیز مکعب درېواره غورځول کیږي او د شپږمو تعداد لیکل کیږي.

ب – یو سترګیز مکعب درېواره غورځول کیږي او د سترګیو جمعه لیکل کیږي..

پ –د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) تر هغې راوستل کیږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړی سور غونډاری را ښکاره شي.

ت ـ د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) ۴ –ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کیږي.

ټ – د یوه بحت څرخ 50% ټولو حالتونو کې یو 1 راڅرګندیږي.، په هر 25% حالتونو کې یو2 همداسې3 . دا څرخ څلورواره څرخول کیږی او عددونه د څلور ځایېز عدد په څېر لیکل کیږي

ث – له (ټ) څه یو د بخت څرخ اته واره څرخول کیږي، که ۳ راڅرګند شي،نو سړی 10 سنته ګټي.
ج – د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کیږي، ترڅو ۳ راڅرګند شي، زیات له زیاته ۵ ځله.

دریم – یو څرخ درې برابر لویې ټوټې (قطعې) د نخښو ګردی(دایره) چلیپا او ستوری لري. دا څلورواره څرخول کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کیږي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

:   لږ تر لږه درېواره ستوری را منځ ته کیږي.f.

: زیات له زیته یو وار ستوری را منځ ته کیږي..

:   زیات له زیاته درېواره ستوری را منځ ته کیږي..

څلورم – د شفتالانو د یوه لوی بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 دانې راوستل کیږی. د لاندې پېښې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: یو شفتالو خټا دی.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ ترلږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د یوې نجلی د زیږېدنې لپاره احتمالوالی0,49 دی، یوهلک د زیږېدنې لپاره 0,51 . احتمالوالی څومره لوي دی، چې په یوه کورنۍ کې د څلورو کوچنیانو څخه

: ټیک دوهنجونې دي؟

: زیات له زیاته درې نجونې دي؟

شپږم – یوه پیسه لږ تر لږه باید څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% یوه احتمالوالي سره یو ځل ګڼ یا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څوواره باید لږ تر لږه یو سترګیز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – یو مکعب 60 واره غورڅول کیږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: سړی ټیک 10 واره 6 وغورځوي.

: سړی لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

: سړی زیات له زیاته 10 واره 6 وغورځوي

. : د غورځول شوو ۶ تعداد د ۶ او ۱۲ (په شمول) ترمنځ پروتدی

: سړی له ۴ زیات او له ۱۵ لږ ۶ اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کې د سترګیو عدد ناجوړه(طاق) عدد دی.

: د30 حالتونو څخه زیاتوکې د سترګیو عدد جوړه (جفت) دی.

: له 25 څخه زیات او له 35 څخه لږ ناجوړه د سترګیو عدد رامنځ ته کیږي.

ځوابونه -

د بینومیالوېشنې I
نتیجې او مفصل حلونه
نتیجې

لومړی- د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نابریا (نه رامنځ ته کیونه) بلل کیږي.
د پېښې یا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
یو برنولی زنځېر رامنځ ته کیږي، که برنولي –تجربه دېرواره یو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځېر اوږدوالی راکوي، چې دا یوګونې تجربه یو په بل پسې څومره تکراریږي.
دویم –

الف – برنولي زنځیر3 = n ، رامنځ ته کېدنه: 6 ، $p = 1/6$;
ب – د برنولي زنځیر نه شته.
پ – د برنولي زنځیر نه شته.
ت – د برنولي زنځیر : 4 = n، رامنځ ته شوی : سپین $p = 3/10$ ، رامنځ ته شوی: سور $p = 7/10$.
ټ- د برنولي زنځیر نه شته.
ث – برنولي زنځیر8 = n ، رامنځ ته شوی: عدد3، $p = 0,25$
ج- د برنولي زنځیر، رامنځ ته شوي: 3 ، $p = 0,25$،

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زنځیراوړدوالی ماکسیمال 5.

دریم –

$$P(A)=P(X=3)=\frac{8}{81}\approx \underline{\underline{0,0988}} \qquad P(B)=P(X\geq 3)=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0,\bar{1}}}$$

$$P(C)=P(X\leq 1)=\frac{48}{81}\approx \underline{\underline{0,5926}} \qquad P(D)=P(X\leq 3)=\frac{80}{81}\approx \underline{\underline{0,9877}}$$

ځلورم –

$$P(A)=P(X=1)=\underline{\underline{0,4096}};\ P(B)=P(X=0)=\underline{\underline{0,32768}};$$

$$;P(C)=P(X\geq 2)=\underline{\underline{0,26272}}$$

پنځم -

$$P(A)=P(X=2)\approx \underline{\underline{0,3747}} \qquad P(B)=P(X\leq 3)\approx \underline{\underline{0,9424}}$$

شپږم – سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمنان سره لږ تر لږه یو ځل عدد یا ګڼ لاس ته راوړو.

اوم- با ید مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه یو6 وغورځول شي.

اتم -

سږی تیک10 ځله 6 غورځوي	$P(A)=P(X=10)\approx 0,137$
سږی لږ تر لږه10 ځله 6 غورځوي	$P(B)=P(X\geq 10)\approx 0,554$
سږی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي	$P(C)=P(X\leq 10)\approx 0,583$
د غورځولو شپږو تعداد د6 او 12 (په شمول)تر منځ پروتدی	$P(D)=P(6\leq X\leq 12)\approx 0,759$
سږی له 4 زیات او له 15 لږ شپږ غورځوي.	$P(E)=P(5\leq X\leq 14)\approx 0,915$
د سترګیو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناجوړه دی	$P(F)=P(X\leq 24)\approx 0,078$
د سترګیو تعداد له 30 څخه زیاتو حالتونو کې جوړه دی.	$P(G)=P(X\geq 31)\approx 0,449$
له 25 څخه زیات او له 35څخه کم ناجوړه د سترګیو تعداد راوځي	$P(H)=P(26\leq X\leq 34)\approx 0,754$

مفصل ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نابریا (نه رامنځ ته کیونه) بلل کیږي.

د پیښې یا رامنځ ته کیدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کیدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.

یو برنولی زنځیر رامنځ ته کیږي، که برنولي –تجربه ډېرواره یو په بل پسې تکرار شي.

د برنولي زنځیر اوږدوالی راکوي، چې دا یوګونې تجربه یو په بل پسې څومره تکراریږي.

بیلګه ؛ یوه سیکه 100 ځله یو په بل پسې غورځول کیږي. د سیکې عورځونه یو د برنولي تجربه ده، دوه نتیجې شته، عدد او سر(ممبرنښان). د منځ ته راتګ احتمالوالی $p = 0,5$ دی. دا چې د پیسې غورځونه 100 ځله تکراریږی، نو دا تجربه د برنولي زنځیر په نامه یادیږي. د دې برنولي زنځیر اوږدوالی $n = 100$ دی.

دویم –

الف – دا دبرنولي زنځیر د $n = 3$ اودوالي سره دی.   پیښه ۶ راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پوړی کې   د $p = 1/6$ سره برابر دی.

ب- دا دبرنولي زنځیر نه دی، ځکه په هرې پوړی کې6 مختلفې پېښې پېښېدی شي . { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 }. د یوه برنولي زنځېر لپاره فقط د دوه وو اجازه شته.

پ – دا د برنولي زنځیر نه دی، ځکه چې غونډاري ببرته نه ایښول کیږي او له دې سره لهپوړی و پوړی ته احتمالوالی تغیر خوري. د برنولی زنځیر لپاره احتمالوالی باید د یوه منځ ته راتګ لپاره په هره پوړی کې برابر وی.

ت – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي $n = 4$ سره. د سپین منځ ته راتګ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت $p = 3/10$ دی، او د سره منځ ته راتګ لپاره $p = 7/10$ دی.

ټ – دا د برنولي زنځیرنه دی، ځکه چې په هره پوړی کې درې نتیجې{ 1 ; 2 ; 3 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځیر کې به هره پوړی کې فقط دوه نتیجې لاس ته راتلیشي.

ث – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي $n = 8$ سره. د منځ ته راتګ په حیث ۳ عدد د $p = 0,25$ سره کره شوي. په هره پوړی کې احتمالوالی ثابت پاتیږي.

ج – دا د بنولي زنځېر دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د رمنځ ته کېدنې عدد ۳ کره شوی د احتمالوالي $p = 0,25$ سره. د زنځیر ماکسیمال اوږدوالی 5 دی.

دریم -

$$P(A) = P(X = 3) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = 4 \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81} \approx \underline{\underline{0,0988}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک ۳ واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,0988 دی.

$$P(B) = P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$= \frac{8}{81} + \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{8}{81} + 1 \cdot \frac{1}{81} \cdot 1 = \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9} = \underline{\underline{0,\bar{1}}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راځنځ ته کیږي، ...0,1111   دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X\le 1)=P(X=0)+P(X=1)$$
$$=\binom{4}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4+\binom{4}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$=1\cdot 1\cdot\frac{16}{81}+4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{27}=\frac{16}{81}+\frac{32}{81}=\frac{48}{81}\approx\underline{\underline{0,5926}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته یو وار ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

$$P(D)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)$$
$$=1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=1-1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{81}{81}-\frac{1}{81}=\frac{80}{81}\approx\underline{\underline{0,9877}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته درې واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

څلورم - رامنځ ته کیدنه: شفتالو خټا دی. $n=5\ ;\quad p=20\%\Rightarrow p=\frac{1}{5}$
:

$$P(A)=P(X=1)=\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^1\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^4=5\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{256}{625}=\frac{1280}{3125}=\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې تیک یو شفتالو خوټا دی، 0,4096 دی.

B : ټول شفتالان روغ یا سم دي، کوم شفتالو خوټا نه دی.

$$P(B)=P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^0\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^5=1\cdot 1\cdot\frac{1024}{3125}=\underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان تیک دي، 0,32768 دی.

$$P(C)=P(X\le 5)-P(X=1)-P(X=0)$$
$$=1-\frac{1280}{3125}-\frac{1024}{3125}=\frac{3125-1280-1024}{3125}=\frac{821}{3125}=\underline{\underline{0,26272}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوټا دي، 0,26272 دی.

پنځم –

$$P(A)=P(X=2)=\binom{4}{2}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^2\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^2=6\cdot\left(\frac{49\cdot 51}{100\cdot 100}\right)^2$$
$$=6\cdot\frac{6.245.001}{100.000.000}=\frac{37.470.006}{100.000.000}\approx\underline{\underline{0,3747}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی، چې په فامیل کې تیک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)=$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^0$$

$$= 1-1\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot 1 = 1-\frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000-5.764.801}{100.000.000}$$

$$= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې په کورنۍ کې زيات له زياته درې نجونې دي، 0,9424 دی.
شپږم –
د ممبرنښان او عدد لپاره امکانات برابر دي($p = 0,5$) . برعکس پېښه چې لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان دی، چې هيڅ ځل عدد نه دی.
باور لري $P(X \geq 1) \geq 0,99$ همداسې د برعکس پيښې لپاره $P(X=1) \leq 0,01$ دی.

$$P(X=0) = \binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0) \leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,01|$$

لوګارتمونه د بيلګې په توګه د ln سره.

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq \ln(0,01)|:\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(په پام کې ولرئ، چې $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ کميز يا منفي دی)

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سيکه بايد لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د99% اطمنان يا تضمين سره لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان لاس ته راوړی شو.
اوم – A : دn غورځولو سره لږ تر لږه يو6 .$p = 1/6$ $E = \{ 1; 2 ; 3 ; ... n \}$
د$\overline{A}$ برعکس پېښه ده: دn غورځول سره نه 6 يا 6 نه .
د لاندې الماني پښتو: لوګارتمونه، بڼه بذلون

$$P(A) = 1-P(\overline{A}) = 1-\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$P(A) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9|-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0{,}1 | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0{,}1 ||$$

لوگاريتم يې ونيسئ

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0{,}1) |$$

بنه بدل کړئ

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0{,}1) | : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \qquad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12{,}6$$

سړی باید 13 ځله وغورځوي، چې د يوه لږ ترلږه 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه يوځل شپږ وغورځوي.

اتم – د n=60 او P=1/6 لپاره کومولير يا سره راټول شوې بينوموېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,984	20	1,000
17	0,993	21	1,000
18	0,997	22	1,000
19	0,999	23	1,000

سړی ټيک 10 ځله 6 غورځوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0{,}583 - 0{,}446 = 0{,}137$$

سړی لږ ترلږه 10 ځله 6 غورځوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0{,}446 = 0{,}554$$

سړی زيات له زياته 10 ځله 6 غورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول لوستل کيږي.

سږی زيات له زياته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول خخه دلوستل کيږی.

د غورځول شوو شپږ تعدادد ۶ او ۱۲ په شمول ترمنځ کې پروت دی.

$P(D) = P(6 \le X \le 12) = P(X \le 12) - P(X \le 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$

: سږی له ۴ کم او له ۱۵ زيات ۶ غورځوي.

$P(E) = P(5 \le X \le 14) = P(X \le 14) - P(X \le 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$

: د 25حالتون څخه زياتو کې د سترګيو عدد ناجوړه (طاق) دی.

$P(F) = P(X \le 24) = 0,078$ له جدول لوستل شوی.

: د30 حالتو څخه زياتو کې د سترګی عدد جوړه دی.

$P(G) = P(X \ge 31) = 1 - P(X \le 30) = 1 - 0,551 = 0,449$

: له ۲۵ څخه زيات او له ۳۵ څخه لږ د سترګيو عدد رامنځ ته کيږي.

$P(H) = P(26 \le X \le 34) = P(X \le 34) - P(X \le 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$

پوښتني

بينوميال وېشنه II

لومړی – يوه کورنی ۶کوچنيان لري. ديوې نجلې زيږېدنې لپاره احتمالوالی $p = 0,5$ دی.

د دې لپاره احتمالوالی وشميری، چې د ۶ کوچنيانو ترمنځ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوګرام وکاږئ.

د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

: د کوچنيان نتيکنيمايي نجونې دي.

: د کوچنيان زيات له زياته نيمايي نجونې دي.

: د کوچنيان لږ تر لګه نيمايي نجونې دي.

دويم –

سيکه ۵ ځله غورځول کيږي. P دلته 0,5 ده.

الف – د X تصادفي واريابلې يا اووښتونې د احتمالوالي وېشنه وټاکئ: د ممبرنښان تعداد.

ب – د کوم احتمالوالي سره سږی غورځوي

(۱) زيات له زياته ۳ ځله ممبرنښان؟

(۲) له ۳ ځله کم ممبرنښان؟

(۳) لږتر لږه يو ۳ ځله ممبرنښان؟

(۴)زيات له يو ځله ممبرنښان؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم - يوه سيکه 20 ځله ورځول کيږي
الف – د بينوميالوېشني هيستوګرام وکاږئ.
ب – دلاندې پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کيږي.
(1) ټيک ۱۰ځله ممبرنښان.
(2) زيات له زياته ۱۵ ځله ممبرنښان.
(3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنښان.
(4) لو تر لږه ۶ ځله اوزيات له زياته ۱۶ ځله ممبرنښان.
پ- د کمولر شوي احتمالوالي وېشني هيستګرام وکاږئ.
څلورم –
يو Multiple- Choice- Test له 50پوښتنو او۵ ځوابونو څخه جوړدی، چې له هغو د هر يوه لپاره ټيک يو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترګو ليد له لارې توکلي لاندې د پوښتنې سمې ځواب کړي؟
الف – له ۲۰ زياتې پوښتنې.
ب – لږ تر لږه ۱۰ او زيات له زياته ۲۰ پوښتنې
پ – له لسو پوښتنو کم.
ت – ټيک ۱۵ پوښتنې.

<table>
<tr>
<td>د هرې پوښتنې سره دپيښيدنې احتمالوالی 0,2 = 1/5 دی، دا چې دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې يوې سره شته دی، کيدی شي دا عمليه د ۵۰ پوړيزې برنولي ازماېښت په څيرو ګڼل شي.</td>
<td>د 50 = n او 0,2 = p سره راوتنه د کموليرشوي برنولي وېشنه بايد مرستې په څېر استعمال شي. .

k	9	10	11	14	15
$P(X \le k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \le k)$	0,986	0,999	1	1	1

</td>
</tr>
</table>

ځوابونه

د بينوموېشنه II
مفصل ځوابونه . لومړی –
دا پرابلم د ۶ –پوړيز ې برنولي –تجربې په څير کيدی شي رواړل شي د $n = 6$ او $p = 0,5$ سره .
غوښتونی$P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

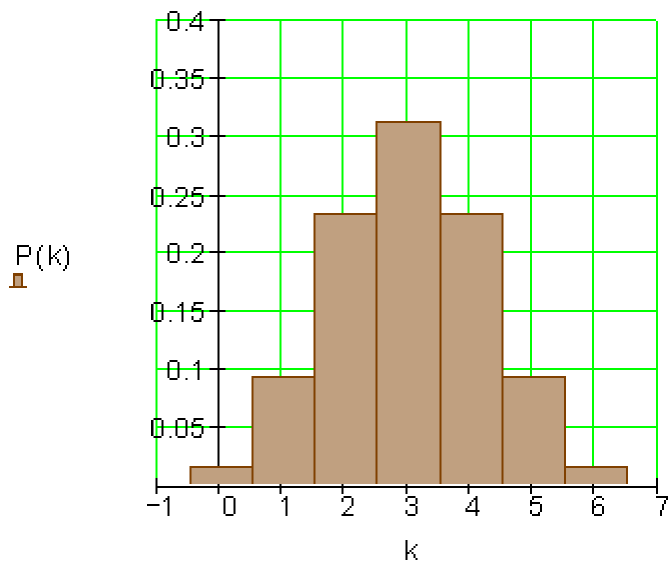
$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام



:

$$P(A)=P(X=3)=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنيانو ښځه ټيک درې نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو ښځه زیات له زیاته درې نجونې دي
:

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو ښځه لږ تر لږه درې نجونې دي

دویم – دا پرابلم د 5 –پوړیز ې برنولي –تجربې په څیر رواړل شي د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره الف - غوښتونی$P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره

k	$P(X=k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot 1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2)

(c) ketabton.com: The Digital Library

له درې واره کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(۳) لږ تر لږه یو واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4)

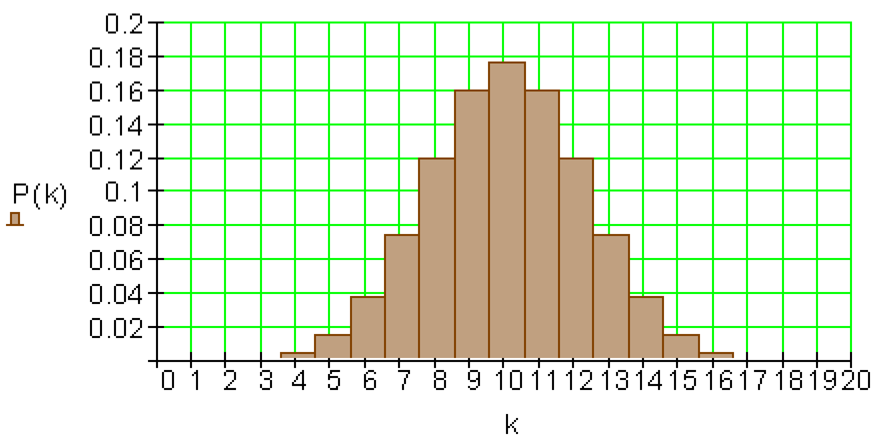
له یو وار زیات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

دریم –

الف –

د $n = 20$ او $p = 0,5$ لپاره د بېنوموېشني هیستوګرام



ب –

(۱) احتمالوالی $P(X = 10)$ کېدی شي له جدل یا همداسې له هیستوګرام څخه ولوستل شي.

د پیښې 10 واره ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی: $P(X=10) \sim 0,176$

(۲) د پېښې لپاره احتمالوالی

E : زیات له زیاته ۱۵ واره ممبرنښان، نهشي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احامالوالي د جدول باید سره جمعه شوي وي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)$$

که یو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تیار جمعه شوی وي، یعنې اکومولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X\le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X\le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $k < 3$ لپاره کومولیري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسې د $k < 20$ لپاره هم 1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیرېږي، داسې چې په زیاتو حالتونو کې د عملي شمېرنې لپاره د جدول راکړشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنادی $P(X\le 15)\approx \underline{\underline{0,994}}$

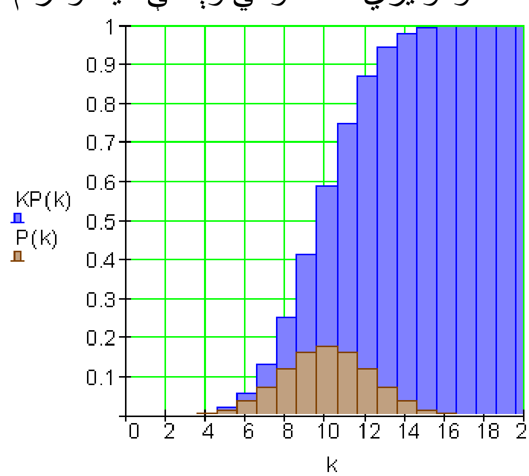
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X\ge 7)=P(X=20)-P(X\le 6)\approx 1-0,058=\underline{\underline{0,942}}$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6,7,\ldots 16)=P(X\le 16)-P(X\le 5)\approx 0,999-0,021=\underline{\underline{0,978}}$$

پ – د کومولیري احتمالوالي وېشنې هیستوګرام



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلږرم –

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 20 پوښتنو زیاتي سمې ځواب شي له 0,001 (0,1%)څخه کوچنی دی.

ب – $P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,565}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له لږ تر لږه 10 او زیات لهزیاته 20 پوښتنو سمې ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

پ – $P(X \leq 9) = 0,444$ له جدول څخه سیده لوستل کیږي

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 10 پوښتنو کم سمې ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

ت - $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = \underline{\underline{0,03}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي ټیک 15 پوښتنو سمې ځواب شي 0,03 (3%). دی

پوښتنې
بېنوموېشنه III

لومړی –

یوه سیکه 100 واره غورځول کیږي. د ممبرنښان او عدد هر یوه لپاره احتمالوالی p = 0,5 دی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی و شمېرئ.

: ټیک52 ځله ممبرنښان غورځول کیږي..
: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.
: لږ ترلږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان غورڅول کیږي
:له 45ځله کم ممبرنښان ورځول کیږي.
: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان غورځول کیږی.
: له 47 ځله زیات ممبرنښان غورځول کیږي.
: لږ ترلږه 45ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.
: ټیک 50 ځله عدد یا ګڼ غورځول کیږي.

دویم – په المان کې په 50% ټولو کورنیو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره تصادفي 100 کورنی ټاکل کیږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وټاکئ:

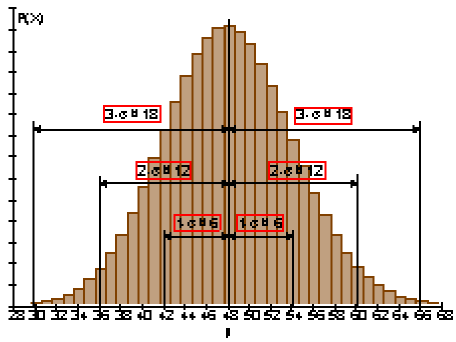
: له 60 کورنیو کمو کې دوه موټر شتون لري.
: په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: له 40 کورنیو څخه زیاتو کي دوه موټر شتون لري
: لږ تر لږه 40 او زیات له زیاته 60 کورنیو کي دوه موټر شتونلري.
دریم – لاندې ګرافیک د بینوم وېشنه د مختلفو سیګما – چاپېریال سره ښايي

الف –
د انتظار یا اټکل ارزښت او معیاري تغیر و شمېرې
ب –
د لاندې سیګما-چاپیریال لپاره احتمالوالی وشمېرې.

$$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma)$$
$$P(\mu-2\sigma \le X \le \mu+2\sigma)$$
$$P(\mu-3\sigma \le X \le \mu+3\sigma)$$



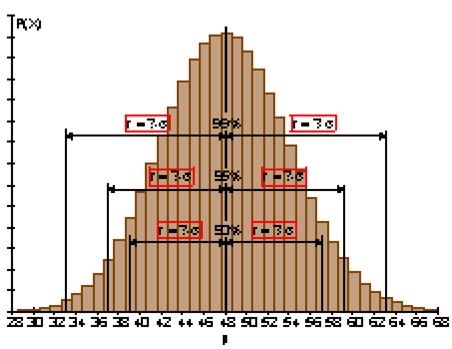
د بینومیالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره .

څلورم – لاندې ګرافیک یو بینومیال وېش ښايي په مختلفو په سلو کې چاپیریال وړانګو سره .

هره وړاکه څومره لویه ده، چي یوه95% ,90% همداسي99% چاپیریال پورې اړه ولري.؟

چاپیریال د سیګما واحد یا یوون سره افاده کړی.

$$\frac{r}{\sigma} = z \Rightarrow r = z \cdot \sigma$$



د بینومیالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره

ځوابونه (حلونه یا اوبیوني)

بینوموېشنه III

مفصل ځوبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی -

د n=100 او p=0,5 لپاره کمولیري بینومیال ـوېشنه.

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: تیک 52 ځله ممبرنښان {0, ...51, 52, 53, ..., 100}

$$P(A)=P(X=52)=P(X\le 52)-P(X\le 51)=0{,}691-0{,}618=\underline{\underline{0{,}073}}$$

د دې لباره احتمالوالی،چې تیک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان {0, ...,42, 43, 44, 45, ... ,100}

$$P(B)=P(X\ge 43)=P(X\le 100)-P(X\le 42)=1-0{,}067=\underline{\underline{0{,}933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر وغورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ممبرنښان {0, ...,37, 38,..., 56, 57, ..., 100}

$$P(C)=P(38\le X\le 56)=P(X\le 56)-P(X\le 37)=0{,}903-0{,}006=\underline{\underline{0{,}897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله اوزیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان {0, 1, ..., 44, 45, 46, ..., 100}

$$P(D)=P(X\le 44)=\underline{\underline{0{,}136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان {0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(E)=P(40\leq X\leq 60)=P(X\leq 60)-P(X\leq 39)=0{,}982-0{,}018=\underline{\underline{0{,}964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زيات له زياته 60 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,964 دی.

: له 47 ځله زيات ممبرنښان {100 ,..... ,47, 48, 49, 50,.....,0}

$$P(F)=P(X>47)=P(X\geq 48)=P(X\leq 100)-P(X\leq 47)=1-0{,}309=\underline{\underline{0{,}691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47ځله خخه زيات ممبرنښان وغورځول شي 0,691 دی..

: لږ تر لږه 45 ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبرنښان {0, ...,44, 45,...,55, 56, ..., 100}

$$P(G)=P(45\leq X\leq 55)=P(X\leq 55)-P(X\leq 44)=0{,}864-0{,}136=\underline{\underline{0{,}728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبر نښان وغورځول شي 0,728 دی.

: ټيک 50 ځله ممبرنښان {100 ,..... ,51 ,50 ,49...... ,0}

$$P(H)=P(X=50)=P(X\leq 50)-P(X\leq 49)=0{,}540-0{,}460=\underline{\underline{0{,}08}}.$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک 50 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,08 دی.

دويم – له 60کورنيو څخه کمو کې دوه موټر شتون لري{100 ,... ,60 ,59 ,... ,1 ,0}

$$P(A)=P(X\leq 59)=\underline{\underline{0{,}972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې د 60څخه کمو کورنيوکې دوه موټر ي 0,972 دی.

:په ټيک 60 کورنيو کې دوه موټر شتون لري {100 ,..... ,61 ,60 ,59...... ,0}

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټيک شپېته کورنيو دو موټرشتون لري 0,01 دی.

: له څلوېښت کورنيو څخه زياتو کې دوه موټر شتون لري. {0, ...,40, 41, 42, ..., 100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X>40)=P(X\geq 41)=P(X\leq 100)-P(X\leq 40)=1-0{,}028=\underline{\underline{0{,}972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک څلوېښت کورنیو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

: لږ تر لږه په څلوېښت کور نیو کې او زیات له زیاته په شپېته کورنیو کې دوه موټره شتون لري.

{0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

$$P(E)=P(40\leq X\leq 60)=P(X\leq 60)-P(X\leq 39)=0{,}982-0{,}018=\underline{\underline{0{,}964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې لږ ترلږه ۴۰ او زیات له زیاته ۶۰ کورنیو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دریم - الف – د n=200 او p=0,24 لپاره بېنومیال وېشنه .

ګومان ارزښت: μ=n.p=200.0,24=48

معیاري تغیر : $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0{,}24\cdot 0{,}76}\approx\underline{\underline{6{,}04}}$

ب – د ساده سیګما –چاپېریال احتمالوالی

د ټاکنو دی: $P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)$

د μ=48او $\sigma\approx 6$، سره لرو $\mu-\sigma\approx 48-6=42$ او $\mu+\sigma\approx 48+6=54$

او له دې سره

$$P(42\leq X\leq 54)=P(X\leq 54)-P(X\leq 41)=0{,}859-0{,}140=0{,}719$$

د یو ه احتمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال پروت دی. دا ساده سیګما- چاپېریال د انتظار ارزښت به کوته کوي.

د یوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انتروال .[54 ; 42] کې پروت دی. دا نزدې د سیګما – چاپېریال ساده انتظار ارزښت په ګوته کونه ده .

د ډبل سیګما-چاپېریال احتمالوالی.

ټاکل کیږي: $P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)$

د μ=48 او $\sigma\approx 6$ سره لرو $\mu-2\sigma\approx 48-12=36$ او $\mu+2\sigma\approx 48+12=60$ لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې (96,2%) 0,962 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انټروال [60 ; 36] کې پروت دی. دا نږدې د سيګما-چاپېرپال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د درېواره سيګما-چاپېرپال احتمالوالی

د ټاکلو دی : $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د μ=48 او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$ او

$\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$.

او له دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 30) = 0{,}998 - 0{,}001 = \underline{\underline{0{,}997}}$$

د نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انټروال [66 ; 30] کې پروت دی. دا د انتظارارزښت د سيګما – چاپېرپال درې برابره دی.

څلورم –

که د بينوميال وېشنې جدول لپاره يو کموليړ شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتې بندولو له لارې ځواب کړو.

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوميال کموليري يا راټوله وېشنه.

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د r = 10 سره د 90% احتمالوالي لپاره تکیه ټکي

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتنې وړانګه د9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بینومیال وېشنه یوه سیده وېشنه ده، باید سړی د وړانګې لپاره پرېکړه(فیصله) وکړي، هغه چې د غوښتلي احتمالوالي ته نژدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه r = 9 ده. کا دا یرزښت د سیګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما څو برابره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow r \approx 1,49\,\sigma$$

په یوه $1,49\,\sigma$ چاپېریال کې نږدې 88,5% ټولې بریاوې پرتې دي.

د95% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې r = 12 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتلې وړانګه د11 او 12 ارزښتونترمنځ پرته ده. وړانګه r = 11 د غوښتونو احتمال سره پسې پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow r \approx 1,82\,\sigma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه $1,82\sigma$ چاپېریال کې نږدې 94,3% ټولې برياوې پرتې دي.

د99% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې r = 14 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونکې وړانګه r = 15 ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow r \approx 2,48\sigma$$

په یوه $2,48\sigma$ چاپېریال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

پوښتنې

بینومیالوېشنه IV

د چاپېریال احتمالوالي شمېرنه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوړيزې برنولی-تجربې دي

لومړی – لاندې احتمالوالي وشمېرئ.

الف – n=160 او p=0,45 لرو و ټاکئ P(X≥76)

ب - n=200 او p=0,63 لرو و ټاکئ P(X≤110)

پ – n=250 او p=,26 لرو و ټاکئ P(X<60)

دویم – د انتظار ارزښت 95%- چاپېریال وټاکئ. په لاندې کې المانې د او په معنا ده.

الف - $n = 150 \text{ und } p = 0,28$ ب - $n = 250 \text{ und } p = 0,7$

پ - $n = 392 \text{ und } p = 0,5$

دریم – لاندې د چاپېریال احتمالوالی و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – $n = 200$ او $p = 0,37$ وټاکې $P(64 \le X \le 84)$

ب – $n = 300$ او $p = 0,74$ وټاکئ

$P(210 \le X \le 234)$

پ – $n = 400$ او $p = 0,17$ وټاکئ، $P(60 \le X \le 76)$

ت – $n = 1000$ او $p = 0,28$ وټاکئ، $P(270 \le X \le 290)$

څلورم – د لاندې اسیومتري چاپیریال احتمالوالی وټاکئ:

الف - $n = 160$ او $p = 0,35$ وټاکئ، $P(50 \le X \le 60)$؛

ب – $n = 250$ او $p = 0,62$ وټاکئ، $P(150 \le X \le 165)$

پ – $n = 270$ او $p = \frac{5}{6}$ وټاکئ $P(221 \le X \le 240)$

پنځم - یوه سترګې یا سترګیز مکعب 600 واره غورځول کیږي(پېښه عدد 6 ، p = 1/6).

د کوم احتمالوالي سره د بریا تعداد یا ګڼون (د سترګیو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول)ترمنځ پروت دی؟

شپږم – یوه پیسه 250 واره یا ځله غورځول کیږي. لاندې احتمالوالي وټاکئ.

الف – له 120 څخه زیات ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

ب - له 128 څخه کم ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

پ – لو تر لږه 115او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان راوځي.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بينوم وېشنهIV

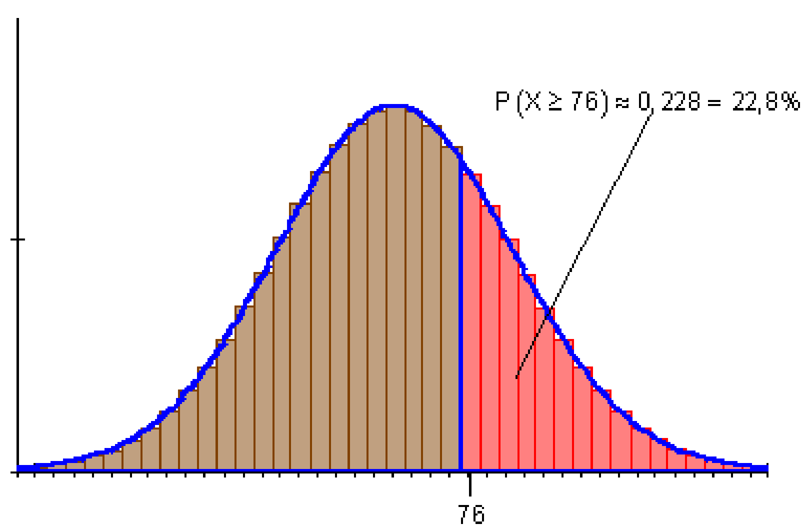
د چاپيريال احتمالوالي شميرنه

د بينوم وېشني لپاره شميرمرستي سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړی-   الف –

$$n = 160 \qquad p = 0{,}45 \qquad P(X \geq 76)$$
$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}45 = 72$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0{,}55} = \sqrt{39{,}6} \approx 6{,}293 > 3$$
$$[\ldots\{69\ldots72\ldots75\}\{76\ldots160\}]$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}\left[1 - P(69 \leq X \leq 75)\right]$$
$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68{,}5 \leq X \leq 75{,}5)$$
$$r = 3{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{6{,}293} \Rightarrow r \approx 0{,}56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}56$$
$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0{,}425$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}425] \approx \underline{\underline{0{,}288}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$n = 200 \qquad p = 0,63 \qquad P(X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

$$[\{0 \dots 110\}\{111 \dots 126 \dots 141\} \dots]$$

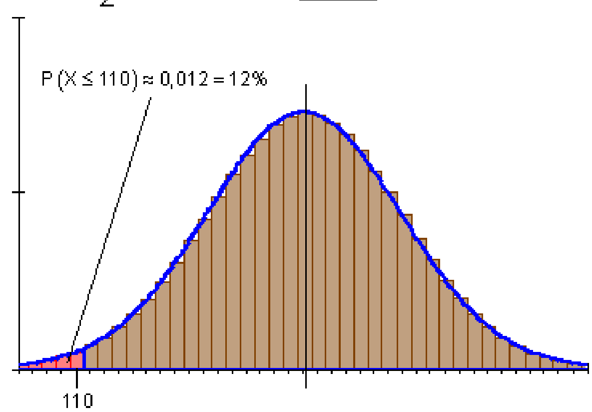
$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}\left[1 - P(111 \le X \le 141)\right]$$

$$P(111 \le X \le 141) = P(110,5 \le X \le 141,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$$

$$P(111 \le X \le 141) \approx 0,977$$

$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}[1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$$



پ -

$$n = 250 \qquad p = 0,26 \qquad P(X < 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$$

$$[\{0 \dots 59\}\{60 \dots 65 \dots 70\} \dots]$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}\left[1 - P(60 \le X \le 70)\right]$$

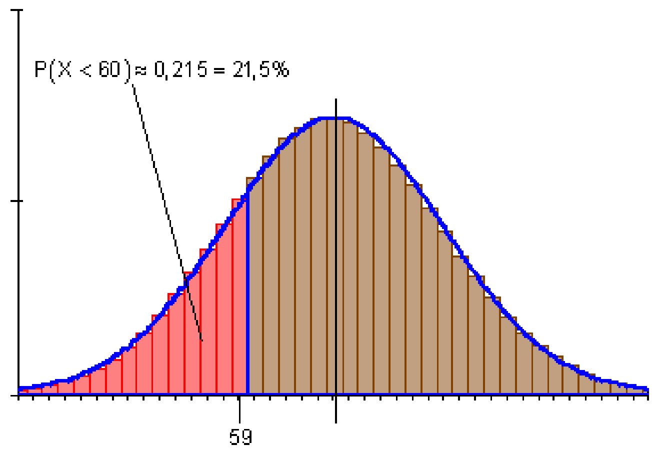
$$P(60 \le X \le 70) = P(59,5 \le X \le 70,5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,935} \Rightarrow r \approx 0,79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,79$$

$$P(60 \le X \le 70) \approx 0,570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0,570] \approx \underline{\underline{0,215}}$$



دويم -

الف – لاندې الماني: چاپيريال

$$n = 150 \qquad p = 0,28$$
$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,28 = 42$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0,72} = \sqrt{30,24} \approx 5,499 > 3$$
$$95\% - \text{Umgebung}: [\ldots\{?\ldots 42 \ldots ?\}\ldots]$$
$$z = 1,96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 5,499 \approx 10,778$$
$$\mu - r = 42 - 10,778 \approx 31,22$$
$$\mu + r = 42 + 10,778 \approx 52,78$$

د ګردونې لپاره پام کونه:

بايد %95 چاپيريال د انتظار ارزښت ته سيومتري پروت وي.بلده ګردونه، به دا انترول [31...53] د پام لاندې نيسو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا به د ق(۱۱ یوه وړانګه وي. له دې سره به وي$P(31 \le X \le 53) > 0,95$.

د r=10 تاکنې سره به وي$P(32 \le X \le 52) < 0,95$ وي.

زيات وخت دېوښتنې کولو ډول ځخه رامنځ ته کيږي، چې ځنګه راګرديږي.

په هر حالت بايد د ټاکلي چاپريال ريښتونی احتمالوالی وټاکل شي.

$$P(31 \le X \le 53) = P(30{,}5 \le X \le 53{,}5) \Rightarrow r = 11{,}5$$

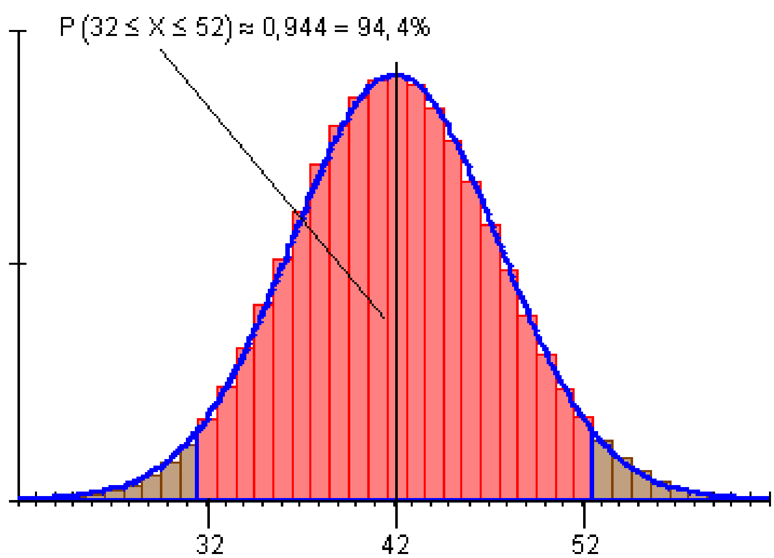
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 2{,}09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}09$$

$$P(31 \le X \le 53) \approx \underline{\underline{0{,}963}}$$

$$P(32 \le X \le 52) = P(31{,}5 \le X \le 52{,}5) \Rightarrow r = 10{,}5$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 1{,}91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}91$$

$$P(32 \le X \le 52) \approx \underline{\underline{0{,}944}}$$



ب

$n = 250 \qquad p = 0{,}7$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,7 = 175$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0,3} = \sqrt{52,5} \approx 7,246 > 3$$

95% چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots175\ldots?\}\ldots]$

$$z = 1,96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 7,246 \approx 14,2$$

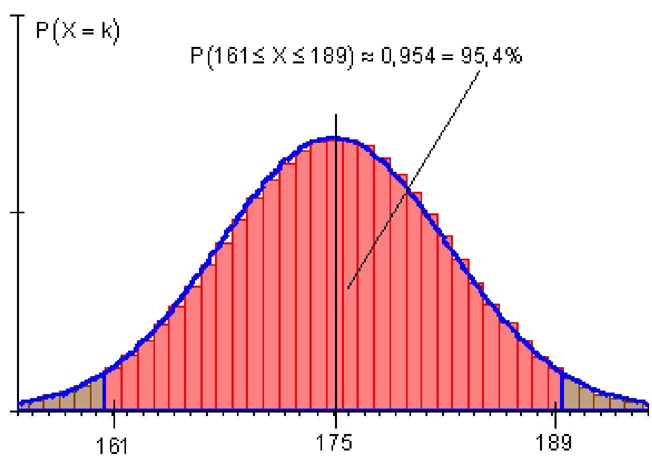
$\mu - r = 175 - 14,2 \approx 160,8$ تاکنه 161

$\mu + r = 175 + 14,2 \approx 189,2$ تاکنه یا انتخاب: 189

$$P(161 \le X \le 189) = P(160,5 \le X \le 189,5)$$

$$r = 14,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14,5}{7,246} \Rightarrow r \approx 2,00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,00$$

$$P(161 \le X \le 189) \approx \underline{\underline{0,954}}$$



پ –

$$n = 392 \qquad p = 0,5$$

$$\mu = n \cdot p = 382 \cdot 0,5 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0,5} = \sqrt{98} \approx 9,899 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

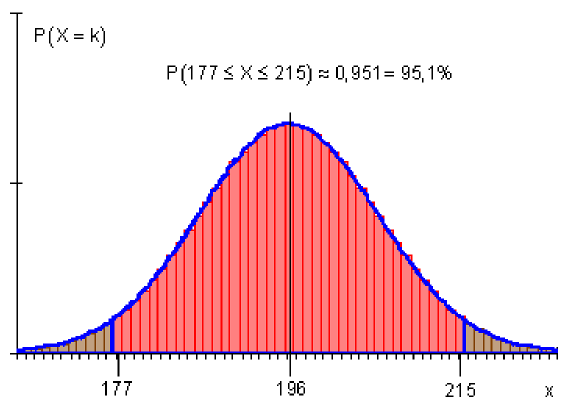
95% -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots196\ldots?\}\ldots]$

$z = 1{,}96 \qquad r = z\cdot\sigma = 1{,}96\cdot 9{,}899 \approx 19{,}40$

177 تاکنه $\mu - r = 196 - 19{,}4 \approx 176{,}6$

215 تاکنه: $\mu + r = 196 + 19{,}4 \approx 215{,}4$

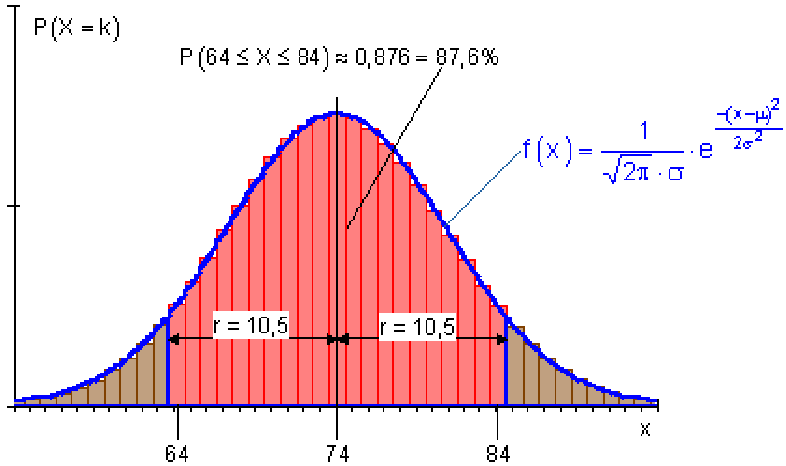
$$P(177 \le X \le 215) = P(176{,}5 \le X \le 215{,}5)$$
$$r = 19{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19{,}5}{9{,}899} \Rightarrow r \approx 1{,}97\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}97$$
$$P(177 \le X \le 215) \approx \underline{\underline{0{,}951}}$$



دریم – الف-

$n = 200 \qquad p = 0{,}37 \qquad P(64 \le X \le 84)$
$\mu = n\cdot p = 200\cdot 0{,}37 = 74$
$\sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{74\cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$
$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$
$P(64 \le X \le 84) = P(63{,}5 \le X \le 84{,}5)$
$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{6{,}828} \Rightarrow r \approx 1{,}54\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}54$
$P(64 \le X \le 84) \approx \underline{\underline{0{,}876}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$n = 300 \qquad p = 0,74 \qquad P(210 \le X \le 234)$

$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,74 = 222$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0,26} = \sqrt{57,72} \approx 7,597 > 3$

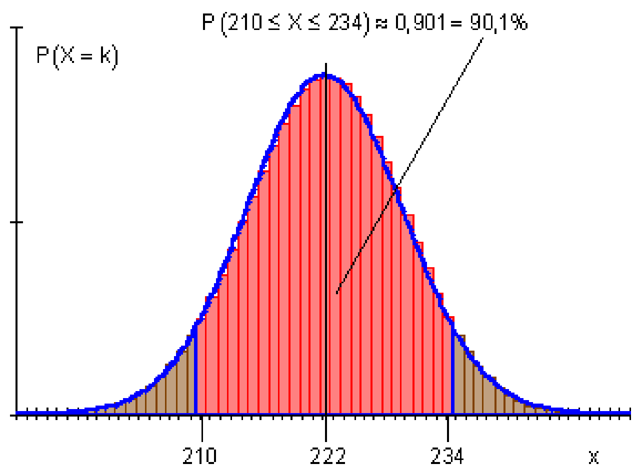
$[\ldots\{210\ldots222\ldots234\}\ldots]$

$P(210 \le X \le 234) = P(209,5 \le X \le 234,5)$

$r = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{7,597} \Rightarrow r \approx 1,65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,65$

$P(210 \le X \le 234) \approx \underline{\underline{0,901}}$

ب –



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$n = 400 \qquad p = 0{,}17 \qquad P(60 \le X \le 76)$

$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0{,}17 = 68$

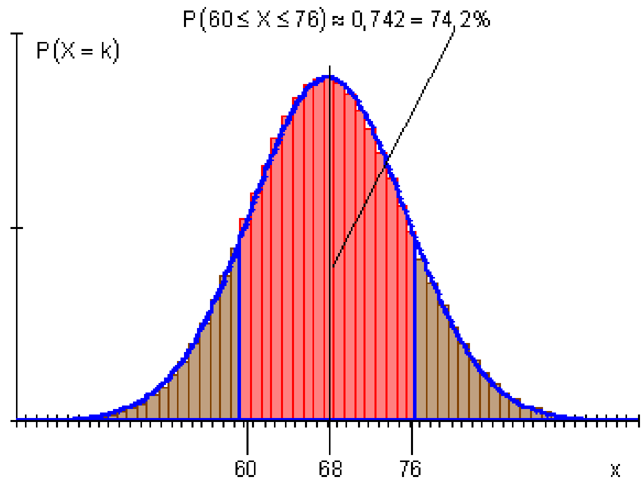
$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0{,}83} = \sqrt{56{,}44} \approx 7{,}513 > 3$

$[\ldots\{60\ldots 68\ldots 76\}\ldots]$

$P(60 \le X \le 76) = P(59{,}5 \le X \le 76{,}5)$

$r = 8{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{8{,}5}{7{,}513} \Rightarrow r \approx 1{,}13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}13$

$P(60 \le X \le 76) \approx \underline{\underline{0{,}742}}$



ت -

$n = 1000 \qquad p = 0{,}28 \qquad P(270 \le X \le 290)$

$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}28 = 280$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0{,}72} = \sqrt{201{,}6} \approx 14{,}199 > 3$

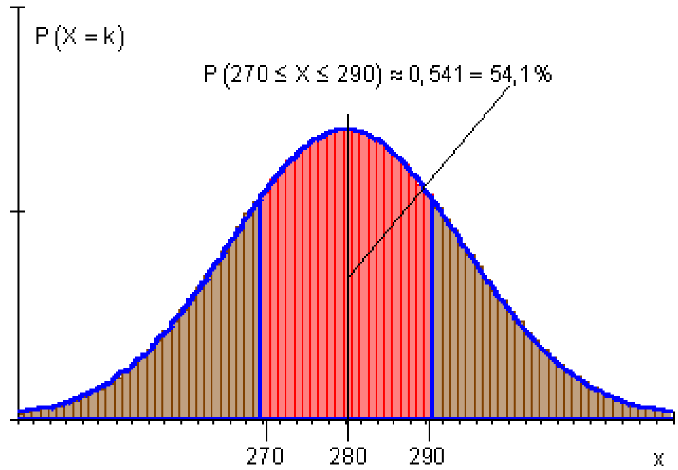
$[\ldots\{270\ldots 280\ldots 290\}\ldots]$

$P(270 \le X \le 290) = P(269{,}5 \le X \le 290{,}5)$

$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{14{,}199} \Rightarrow r \approx 0{,}74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}74$

$P(270 \le X \le 290) \approx \underline{\underline{0{,}541}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



– ځلورم

– الف

$$n = 160 \qquad p = 0{,}35 \qquad P(50 \le X \le 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}35 = 56$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0{,}65} = \sqrt{36{,}4} \approx 6{,}033 > 3$$

$$[\ldots\{50,51\}\ \{52\ldots56\ldots60\}\{61,62\}\ldots]$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}\left[P(50 \le X \le 62) + P(52 \le X \le 60)\right]$$

$$P(50 \le X \le 62) = P(49{,}5 \le X \le 62{,}5)$$

$$r = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 1{,}08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}08$$

$$P(50 \le X \le 62) \approx 0{,}720$$

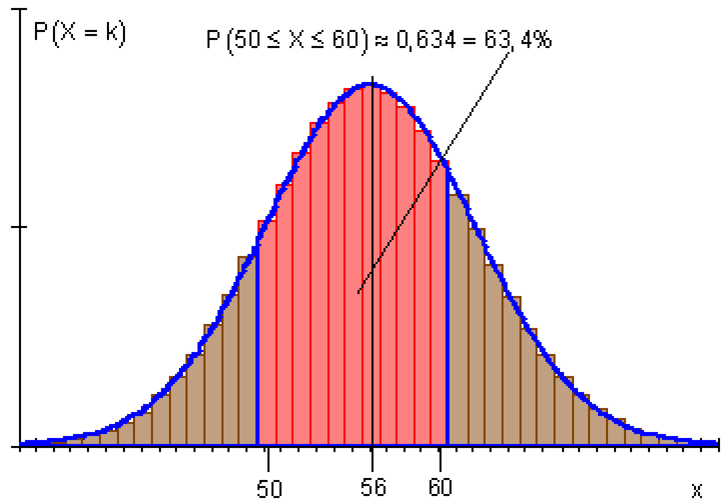
$$P(52 \le X \le 60) = P(51{,}5 \le X \le 60{,}5)$$

$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 0{,}75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}75$$

$$P(52 \le X \le 60) \approx 0{,}547$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}(0{,}720 + 0{,}547) \approx \underline{\underline{0{,}634}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب –

$n = 250 \qquad p = 0,62 \qquad P(150 \le X \le 165)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,62 = 155$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0,38} = \sqrt{58,9} \approx 7,675 > 3$

$[\ldots\{145\ldots149\}\ \{150\ldots155\ldots160\}\ \{161\ \ldots165\}\ldots]$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}\left[P(145 \le X \le 165) + P(150 \le X \le 160)\right]$$

$$P(145 \le X \le 165) = P(144,5 \le X \le 165,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 1,37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,37$$

$$P(145 \le X \le 165) \approx 0,829$$

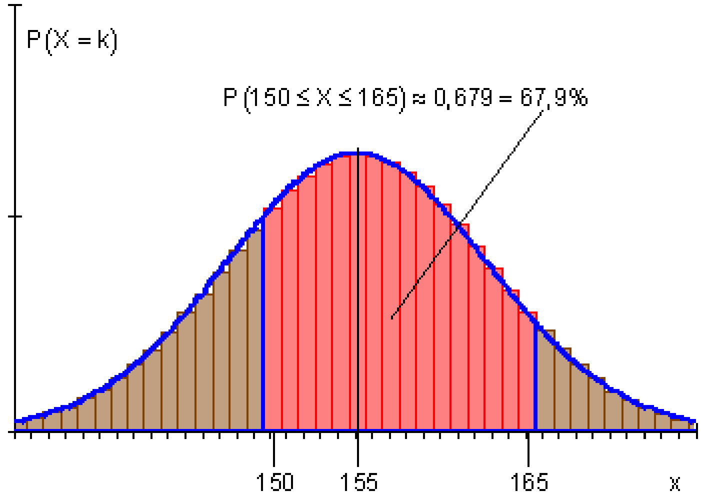
$$P(150 \le X \le 160) = P(149,5 \le X \le 160,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 0,72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,72$$

$$P(150 \le X \le 160) \approx 0,528$$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}(0,829 + 0,528) \approx \underline{\underline{0,679}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ –

$$n = 270 \qquad p = \frac{5}{6} \qquad P(221 \le X \le 240)$$

$$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3$$

$$[\ldots\{210\ldots220\}\ \{221\ldots225\ldots229\}\ \{230\ \ldots240\}\ldots]$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}\left[P(210 \le X \le 240) + P(221 \le X \le 229)\right]$$

$$P(210 \le X \le 240) = P(209{,}5 \le X \le 240{,}5)$$

$$r = 15{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{6{,}124} \Rightarrow r \approx 2{,}53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}53$$

$$P(210 \le X \le 240) \approx 0{,}989$$

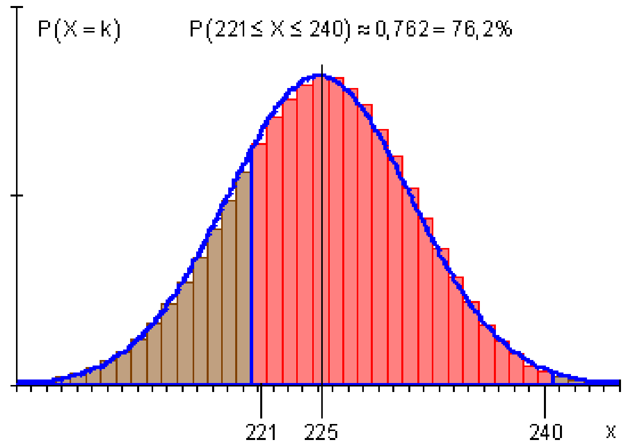
$$P(221 \le X \le 229) = P(220{,}5 \le X \le 229{,}5)$$

$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{6{,}124} \Rightarrow r \approx 0{,}73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}73$$

$$P(221 \le X \le 229) \approx 0{,}535$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}(0{,}989 + 0{,}535) \approx \underline{\underline{0{,}762}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$n = 600 \qquad p = 1/6 \qquad P(90 \le X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,\overline{3}} \approx 9,129 > 3$$

$$[\ldots\{90\ldots100\ldots110\}\ldots]$$

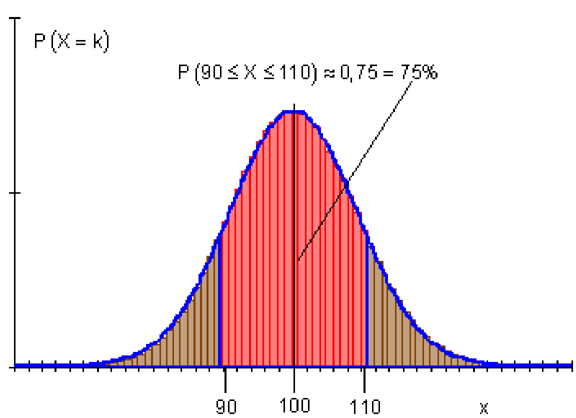
$$P(90 \le X \le 110) = P(89,5 \le X \le 110,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$$

$$P(90 \le X \le 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$$

پنځم –

د سيکې 600 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 90 - ځله او زيات له زياته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750دی.



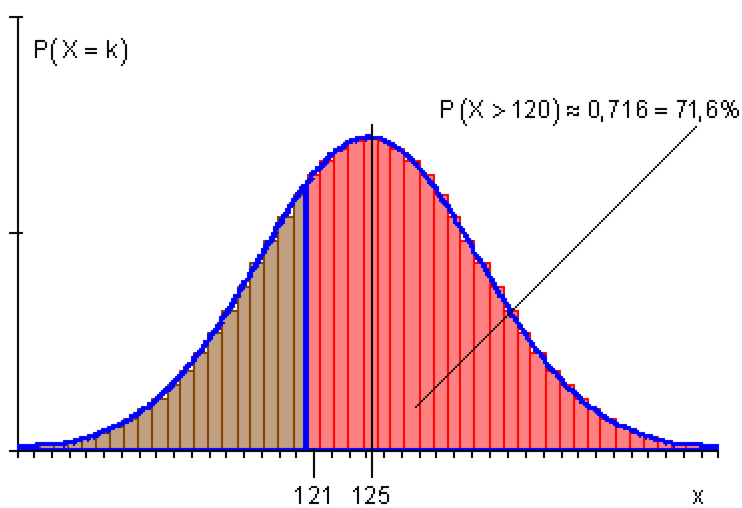
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم –

الف -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$
$$[\ldots\{121\ldots125\ldots129\}\{130\ldots250\}]$$
$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2}\left[1 + P(121 \leq X \leq 129)\right]$$
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120{,}5 \leq X \leq 129{,}5)$$
$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}57$$
$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0{,}431$$
$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}431] \approx \underline{\underline{0{,}716}}$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي له 120 زيات ممبر نښان لاس ته راوړو 0,716 دی



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X < 128) = P(X \leq 127)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$

$$[\{0 \ldots 122\}\{123 \ldots 125 \ldots 127\} \ldots]$$

$$P(X \leq 127) = \frac{1}{2}\left[1 + P(123 \leq X \leq 127)\right]$$

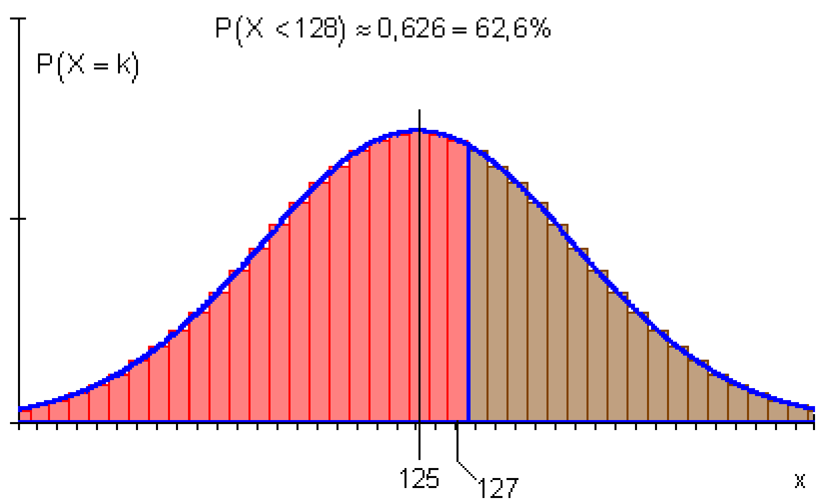
$$P(123 \leq X \leq 127) = P(122{,}5 \leq X \leq 127{,}5)$$

$$r = 2{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}32$$

$$P(123 \leq X \leq 127) \approx 0{,}251$$

$$P(X < 128) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}251] \approx \underline{\underline{0{,}626}}$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 128 کم ممبر نښان لاس ته راوړو 0,626 دی.



پ –

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(115 \leq X \leq 135)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$

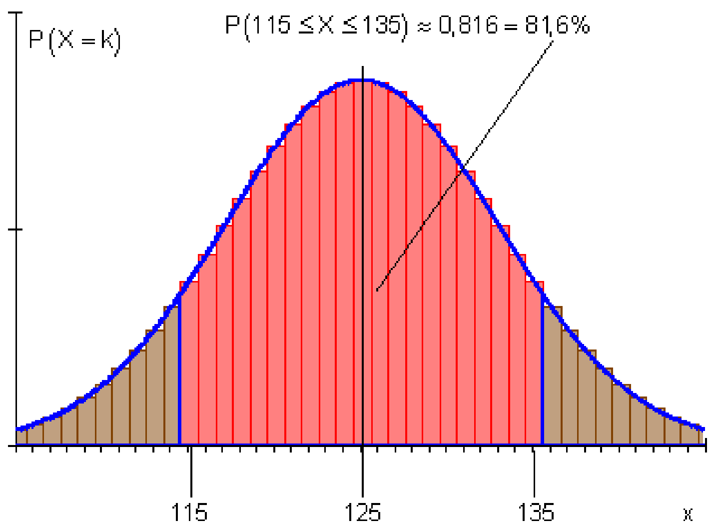
$$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$$

$$P(115 \le X \le 135) = P(114{,}5 \le X \le 135{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 1{,}33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}33$$

$$P(115 \le X \le 135) \approx \underline{\underline{0{,}816}}$$

د سيكي 250 غورځولو سره احتمالوالى چي لږ تر لږه 115 او زيات له زياته 135 ځله ممبرنښان لاس ته راوړو0,816 دى.



دولسم - انتظار ارزښت

او معيارې په ځنګ كيدنې

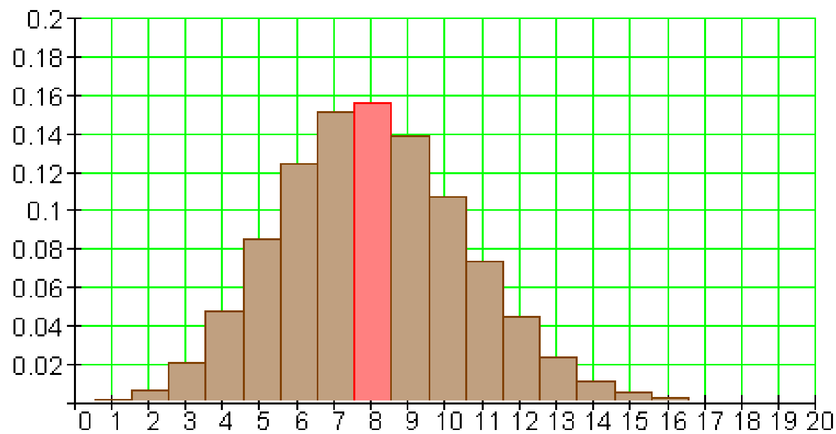
بينوميال ويشل شوې تصادفي لويه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیال وېشنې بیلګه د_ n = 40 او p متحولې لپاره

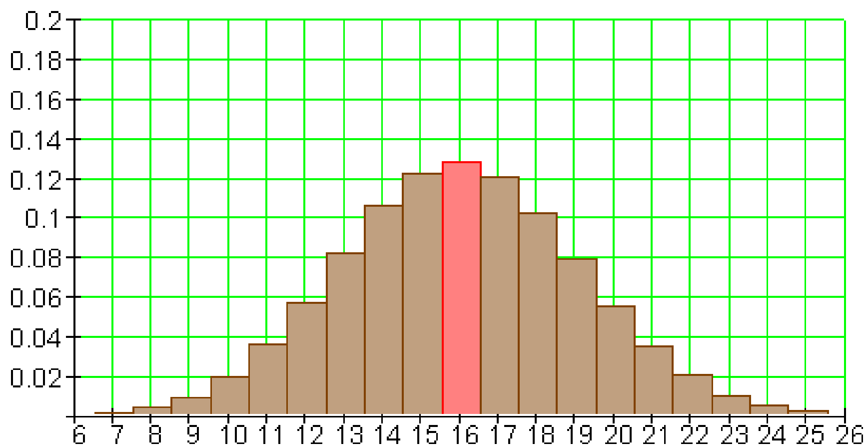
که یوه برنولي تجربه ، د رامنځ ته کیدنې احتمالوالی یې p = 0,2 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځنې حالت د ۸ ګټنې انتظار باسو.

د بینومیال – وېشنه د n = 40 او p = 0,2 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی p = 0,4 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځنې ډول د ۱۶ ګټنو(دا داسې دی، لکه چې د لاټري راوتنو) انتظار شته.

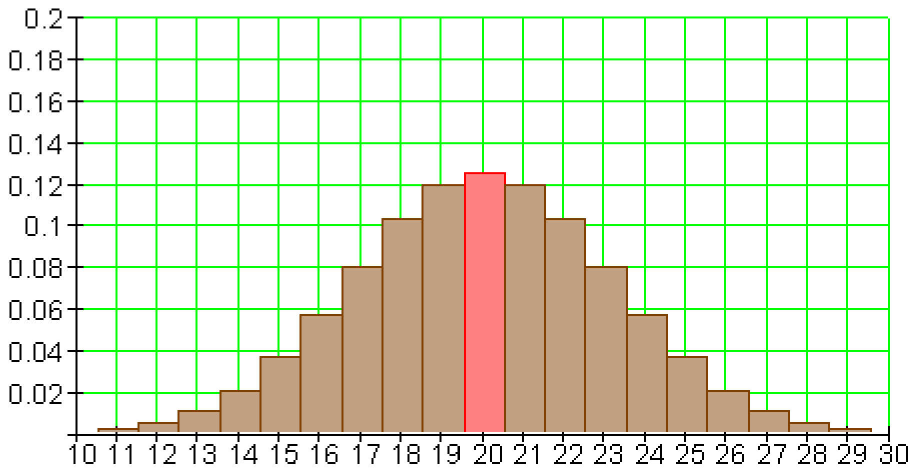
د بینومیالوېشنه د n = 40 او p = 0,4 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی p = 0,5 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځنې ډول د 20 ګټنو انتظار شته

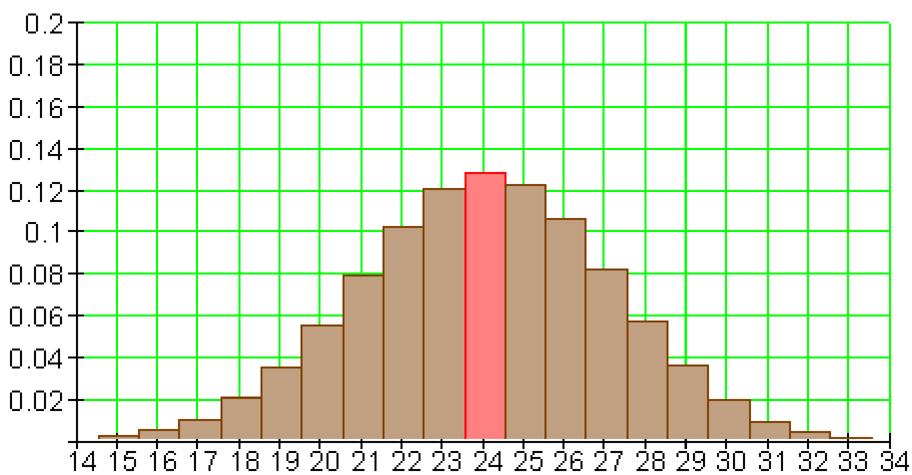
(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,6$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 ګټنو انتظار شته

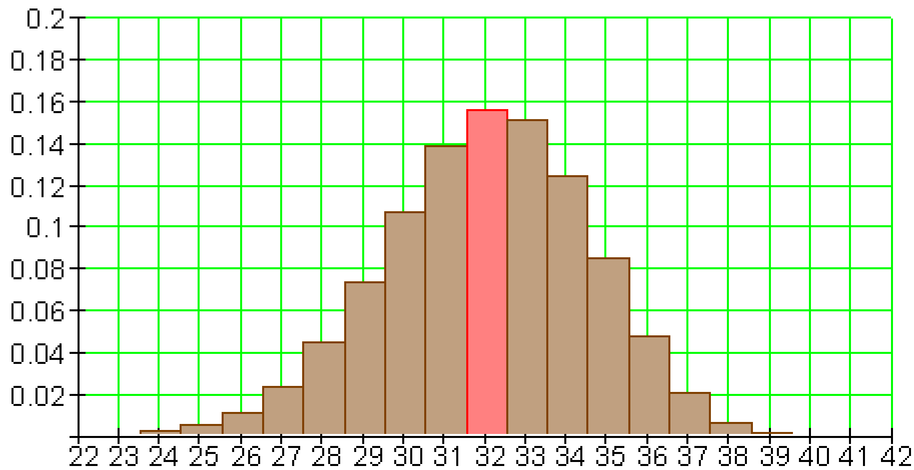
د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,6$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,8$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 ګټنو(راوتنو) انتظار شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بينوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,8$ لپاره



د يوه بينوميال-وېشنې انتظار ارزښت

په سترګې غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 د دانې (سترګې)غورځولو کې ۶ عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کيږي . دا په دې معنا نه دی، چې ګوندې ۶ عدد په ريښتونې1000 ځله اروځي يا رامنځ ته کيږي. د انتظار ارزښت ناپای زياتې تجربې مخ د مخه نيسې(وړاندنيونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راتول شوې توګه ويلای شو:

که برنولې –تجربه کې، د راوتنې احتمالوالی يوهp ده، n ځله يو بل پسې تکرار شي، نو په منځنۍ توګه n ځله p راوتنې ته انتظار کاږو.

جمله : د يوه بينوميال وېشنې انتظار ارزښت:
په يوه n -پوړيز برنولی – تجربه يا ازماېښت کې د بريا احتمالوالی p د تصادفي متحولې X د انتظار ارزښت E(X) ،، د برياو تعداد،، لپاره باور لري.:

$$E(X) = n.p$$

د EX) لپاره هم µ ليکو (دا د رياضي ادبياتو کې معمول دی).

له دې سره دبينوميال وېشل شوې لويې X انتظار ارزښت دی.

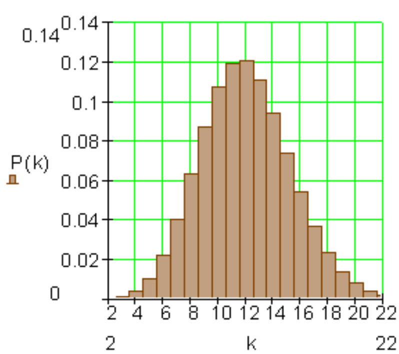
$$\mu = n.p$$

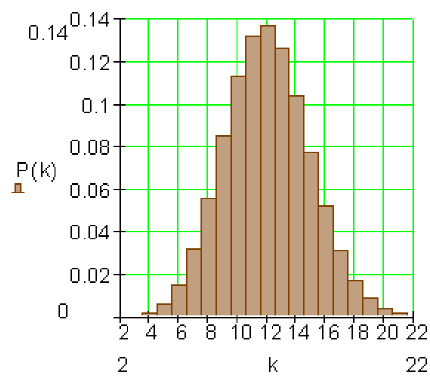
(c) ketabton.com: The Digital Library

حل یا اوبی یې دلته نه راوړل کیږي. دا کېدی شي د بینوم درسي جملې په مرسته مخ ته یو وړل شي یا صورت ونیسي..

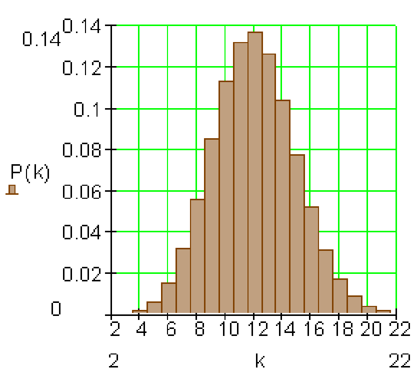
د هیستوګرام د کتلو سره مو بام دي ته را اوړي، چې د هغه خورا لوي احتمالوالي سره منځ ته راغلي نتیجه دا د انتظار ارزښت دی. د هېستوګرامونو بڼه یو بل ته ورته ده، دا د یوه زنګ بڼه لري. د $p = 0,5$ لباره ارزښتونه یو بل سره سیومتریک پراته دي. د $p < 0,5$ لپاره وېشنه ،، کیڼ ټیټه یا کیڼ ژوره،، ده، د $p > 0,5$ لپار ه برعکس،، ښي ژوره یا ـکږه،، ده.
د انتظار ارزښت په نږدې کې نتیجې پرتې دي، د خورا لوي احتمالوالي سره. د متې جګوالی د د اړونده نتیجې احتمالوالی په ګوته کوي یا ښايي، د هغې سور ۱ یوون یا واحد دی. دا چې د یوه تصادفي تجربې د د ټولو یوګون احتمالوالیو انتظار ارزښتونو جمعه ۱ ده، نو د ټولو متو (ستنو) سطحه ارزښت ۱ لري. په یوه ټاکلې انتروال کې د ټول بریاوو د احتمالوالي لپاره یوه اندازه ده، هغه چې په دې انتروال کې پرته ده.

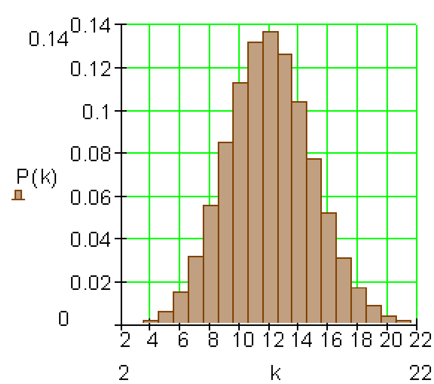
واریانځ او معیاري ترخنګیدنه یا انحراف.





د$n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبینومیال وېشنه





(c) ketabton.com: The Digital Library

د n = 40 او p = 0,3 لپاره بینومیال وېشنه	د n = 120 او p = 0,1 لپاره دبېنومیال وېشنه

دواړه بینومیال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0{,}3 = \underline{\underline{12}} \qquad \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}1 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف لیدل کیږي. موږ دانتظار ارزښت شنل (خورول، که غواړئ پاشل) تر ځېړنې لاندې نیسو. د تحلیلی ستاتیسک له مخې واریانځ همداسې معیاری انحراف د خورلو کچې په حیث شهرت لري.

افاده یا وییینه

$$s^2 = h(x_1)\cdot(x_1-\bar{x})^2 + h(x_2)\cdot(x_2-\bar{x})^2 + h(x_3)\cdot(x_3-\bar{x})^2 + \ldots +$$
$$+ \ldots + h(x_n)\cdot(x_n-\bar{x})^2$$

د یوه نمونه ازماېښت واریانځ په حیڅ نومول کیږي

ارزښتونه $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \ldots; h(x_n)$ نسبي ډېروالی انځوروي

د معیاري انحراف لپاره باور لري : $s = \sqrt{s^2}$

دې ته په ورته توګه د احتمالو الیوېشنه تعریفوو:

جمله : واریانځ او معیاري انحراف

X د ې یوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه $x_1; x_2; x_3; x_4; \ldots; x_n$

نیولی شي او μ انتظارارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X = x_1)\cdot(x_1-\mu)^2 + P(X = x_2)\cdot(x_2-\mu)^2 + \ldots + P(X = x_n)\cdot(x_n-\mu)^2$$

د ، وتصادفي پېښې واریانځ ،، بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تصادفي لویي د واریانځ مر بع ریښه $\sigma = \sqrt{V(x)}$ مربع انحراف بلل کیږي.

په ځانګړي ډول باور لري]

جمله : د بینومیال وېشني لپاره واریانځ او معیاري انحراف:

د یوه n- پوړیز برنولي-تجربه د بریالی احتمالوالي p سره او او نابریالي احتمالوالي 1-p

سره اوتصادفي لویي X. د بریا تعداد د واریانځ $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$ لپاره باور لري.

او د معیاري انحراف یا ځنګېدني $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره.

ښوونه یې دلته صورت نه نیسي.

د n=40 او p=0,3 لپاره د بینوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=40.0,3=12

معیاري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \approx \underline{\underline{2{,}898}}$$

د n=120 او p=0,1 لپاره د بینوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=120.0,1=12

معیاري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx \underline{\underline{3{,}286}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړي وېشنه کې خورونه یا پاشنه لویه ده نسبت و دویمې وېشنې ته.

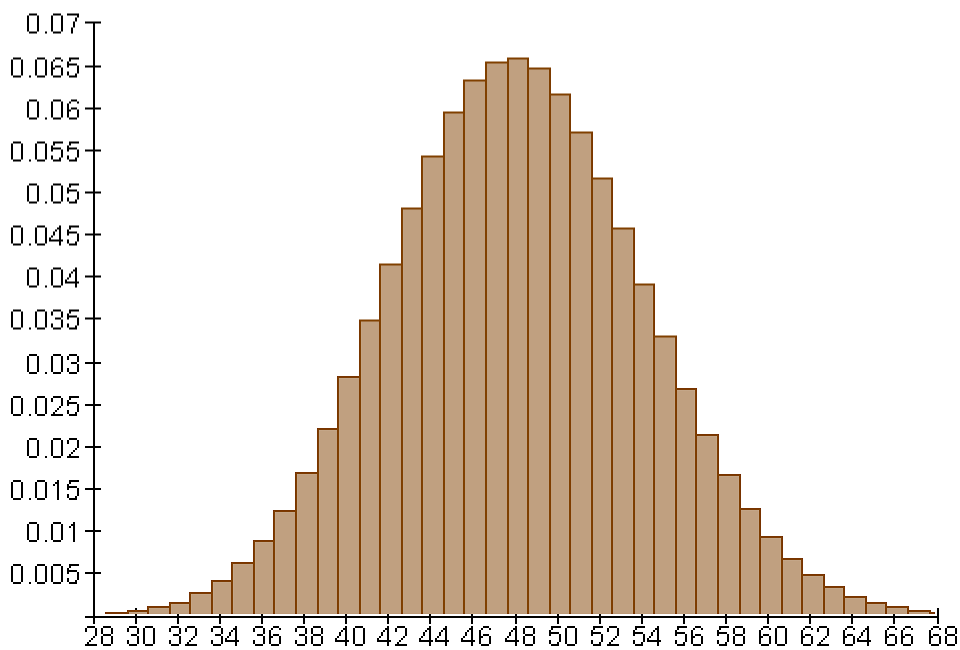
دیارلسم: د چاپېریال احتمالوالی

د بینومیال وېشنې کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالی یې خورا لوی وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپېریال کې د برياو تعدادونه شتون لري، د خورا جګ احتمالوالي سره . هرڅومره چې د د برياو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په همغه کچه یې اختمالوتلی کمیږي. زموږ لومړی علاقه د انتظار ارزښت د نږدې چاپېریال سره ده او هغه په دې ورشو یا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالی.
لاندې وېشنه د بېلګې په توګه په چوپړ کې لرو:

د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره دبینوم وېشنه

د انتظار ارزښت : $\mu=n.p=200.0,24=48$

معیاري تغیر: $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0,24\cdot 0,76}\approx \underline{\underline{6,04}}$



د یوه سیګما چاپېریال احتمالوالی

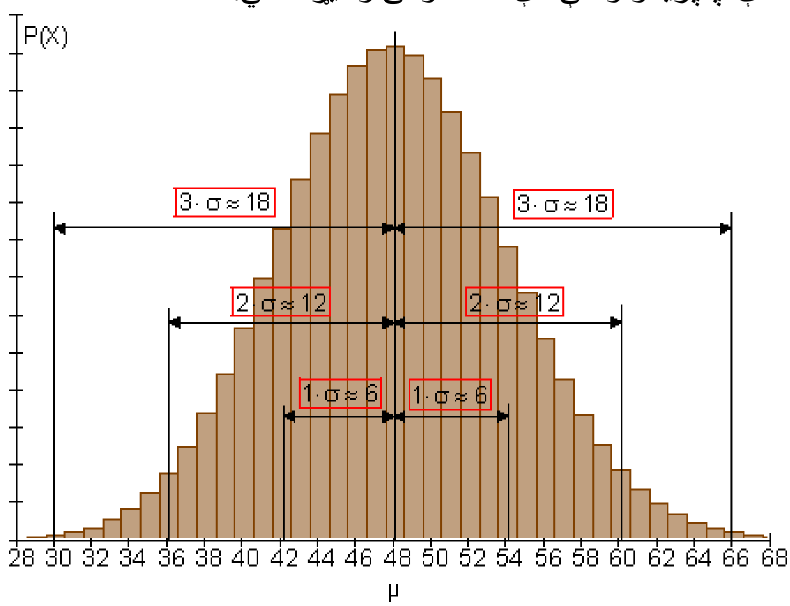
(c) ketabton.com: The Digital Library

د انتظار ارزښت 48 دوه چاپېريالونه په نخښه کيږي،

اول – يو σ ؛ - چاپيريال د $\sigma \approx 6$ سور سره

دويم- يو 2σ - چاپيريال د $2\sigma \approx 12$ سور سره

دريم - يو 3σ - چاپيريال د $3\sigma \approx 18$ سور سره
په دې چاپېريالونو کې دې احتمالوالی وڅېړل شي.



د غلاقي وړ چاپيريال لپاره لومړی دکموليري يراتول ا احتمالوالي جدول ته اړتيا لرو

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوموېشنه

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د ساده سیګما-چاپیریال احتمالوالی

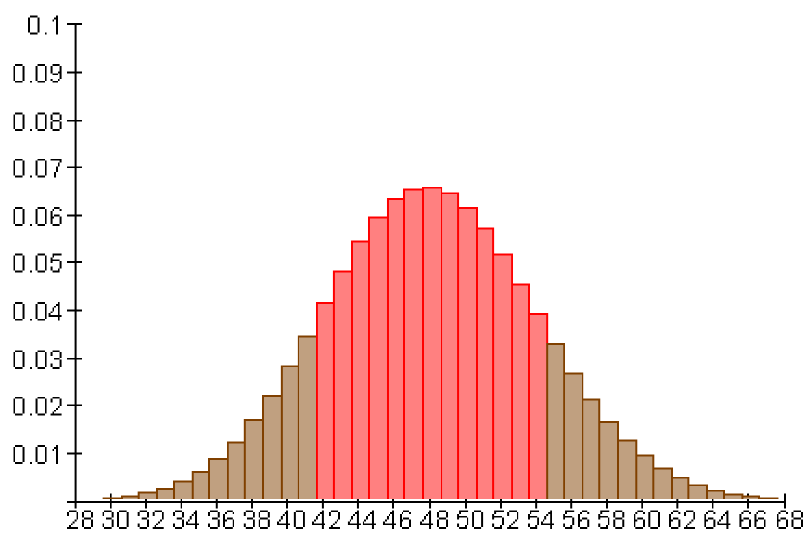
د ټاکلودی $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$ او له دې سره :

$$P(42 \le X \le 54) = P(X \le 54) - P(X \le 41) = 0,859 - 0,140 = \underline{\underline{0,719}}$$

دیوه نږدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [42 ; 54] کې پروت دی. دا د ساده سیګما-چاپیریال انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د ساده σ - چارپیریال احتمالوالی ~0,719

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د ډبل یا دوه برابره سیگما-چاپیریال اختمالوالی

د ټاکلو دی $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma)$

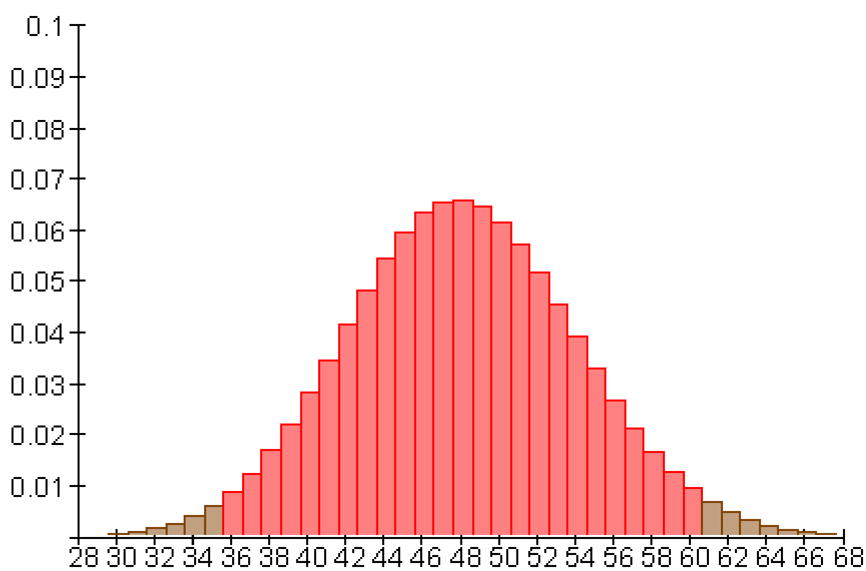
د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$

او $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$ او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې یوه (96,2%) 0,962 اختمالوالي سره د بریا تعداد په انټروال [60 ; 36] کې پروت دی.

د ا نږدې د د سیگما – چاپیریال دوه برابره یا ډبل انتظار ارزښت په گوته کوي.



د دو برابره سیگما σ – چاپیریال $\approx 0{,}962$ احتمالوالی

د درېواره سیگا- چاپیریال اختمالوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

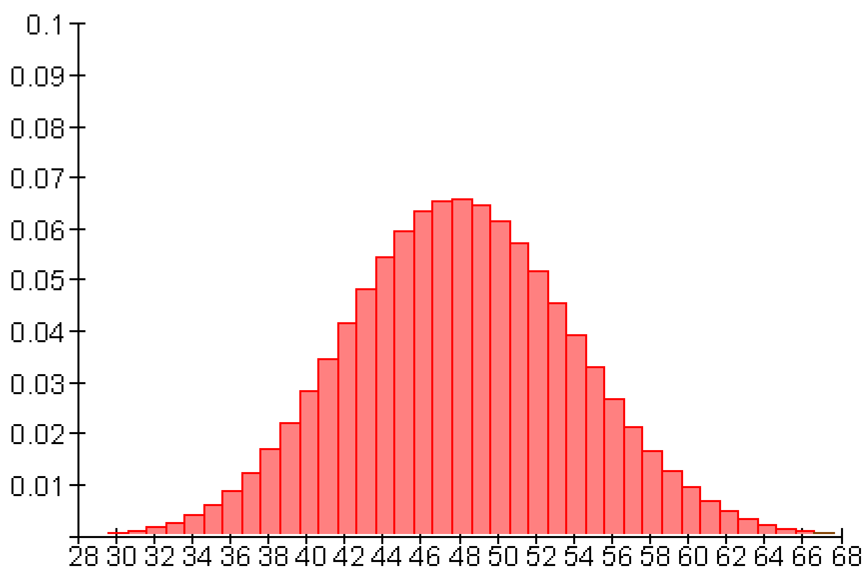
د ټاکلو دی: $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$ اوله دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 29) = 0{,}998 - 0{,}001 = \underline{\underline{0{,}997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انتروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما-چاپېریال درې برابره دی.



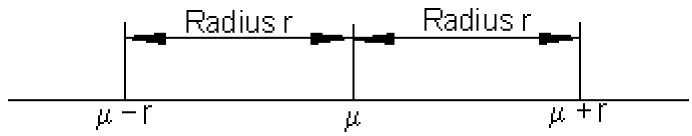
د درېواره σ - چاپېریال $\approx 0{,}997$ احتمالوالی .

د چاپېریال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپېریال سره یوه وړانګه (شعاع) تنظیمېږي. د دې لاندې دوه اړخیزه د انتظار ارزښت واټن پوهېږو.

دا د یوه ګراف له لارې روښانه کوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

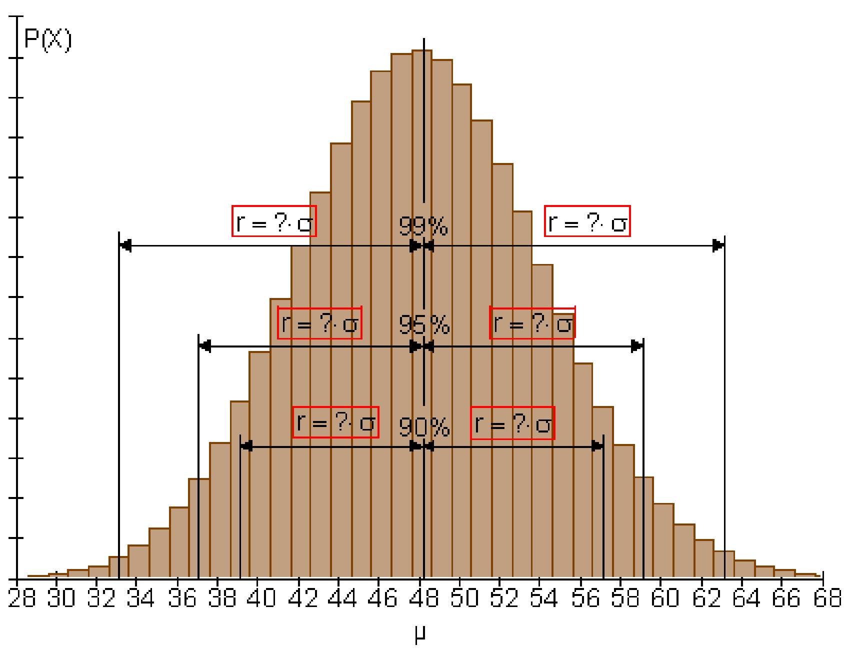


د هر چاپيريال وړانګې يو ټاکلي احتمالوالي سره ترتيب يا تنظيميږي.

په پورته راوړل شوي پېلګه کې يوه ساده سبنګما – چاپيريال (r = 6) ته نږدې 0,719 چاپيريال احتمالوالي شتون لري ، و دبل سبنګما – چاپيريال (r = 12) ته نږدې 0,962 او و دريواره سبنګما – چاپيريال (r = 18) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپيريال ته يوه ټاکلي شتون لري.

د کره ورکړشوي چاپيريال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانګه په لاندې توګه وټاکل شي:



که بېنوميالوېشني لپاره ي، جدول د کموليرې احتمالوالي سره مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوټۍ بندونې له لارې حل شي. د دوه سيګما –چاپيريال لپاره (په پورته بيلګه کې r = 12) د چاپيريال احتمالوالي نږدې 96,2% وو.
د 90% احتمالوالي لپاره د چاپيريال وړانګه کوچنۍ ده.
د r = 10 سره پيل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

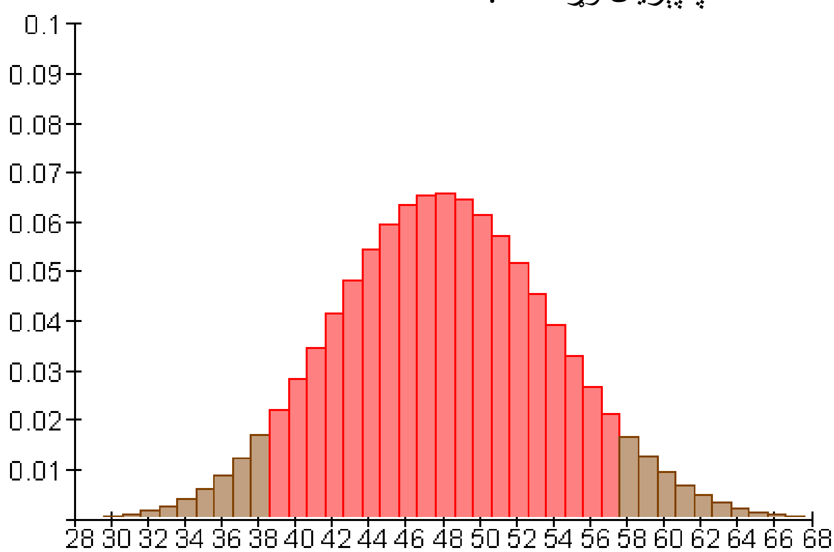
μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتوني وړانګه د 9 او10 ارزښتونوترمنځ پرته ده. دا چې د بینومیال وېشني سره دېسکرت وېشنه لرو، باید هغه وړانګه و ټاکل شي، چې د غوښتونوکي احتمالوالي سره ور (دابل)نږدېږي پروت وي. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. که دا ارزښت په سیګما ووېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما زیاتځله یا دېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow r \approx 1,49\,\sigma$$

په $1,49\sigma$ یوه چاپېریال کې نږدې $88,5\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 90% -چاپېریال وړانګه : $P(\mu - 9 \le X \le \mu + 9) \approx 0,885$ $r \approx 9 \approx 1,49\cdot\sigma$



د 95% احتمالوالي لپاره د $r = 12$ ایښوني یا پیل سره

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

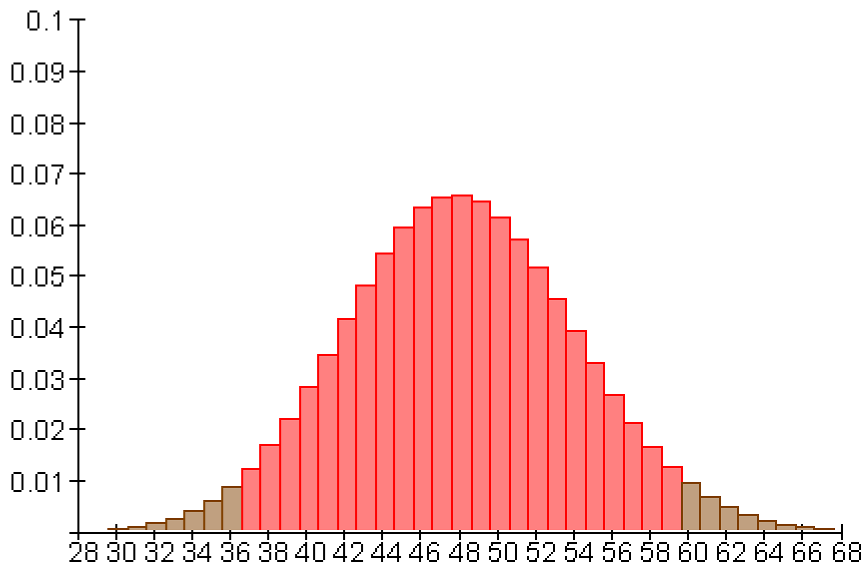
غوښتوني وړانګه د ارزښتونو11 او12 ترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ غوښتوني احتمال پسې پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\sigma}}$$

په یوه $1,82\sigma$ سیگما چاپیریال کې نږدې $94,3\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 95% چاپdریال وړانګه : $P(\mu - 11 \le X \le \mu + 11) \approx 0,943$ $r \approx 11 \approx 1,82 \cdot \sigma$



د 99% احتمالوالي لپاره د r = 14 سره ابینوونه ازمایل کيږي.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

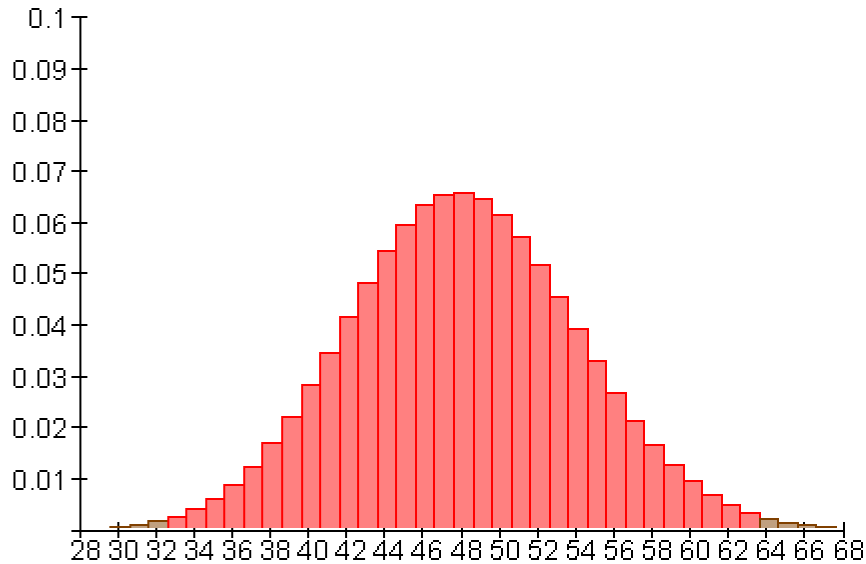
غوښتونې وړانګه ارزښت r = 15 لري.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48\sigma}}$$

په یوه $2,48\sigma$ سیگما چاپیریال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 99% چاپdريال وړانګه : $P(\mu - 15 \le X \le \mu + 15) \approx 0{,}99$ $r \approx 15 \approx 2{,}48 \cdot \sigma$



خوارلسم - د بينوميالتوته کوني اپروکسميشن

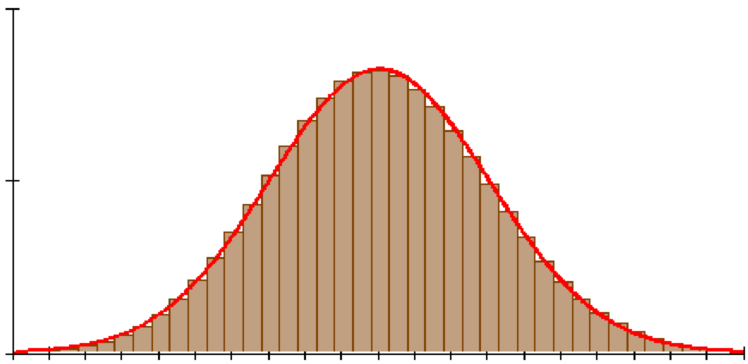
د نورمالتوته کوني يا - پاشنې له لارې

د بينوموېشني هېستوګرام د نه ډېر کوچني n لپاره زن؛ يا ګېنګړي ډوله دی. د لوي کېدونکيn لپاره د ګينګړی بڼه تل واضح رامنځ ته کيږي. د تل لوی کېدونکي سره هيستوګرام تل د ګاوس وېشنې منحني (ګرېږ) ته نږدې کيږي، چې د زنګ ياګينګړي منحني هم بلل کيږي. د منحني او د پرتې يا افقي کرښې ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو مټو سطح لپاره هم باور لري.

د زنګمنحنى يادزنګ کرږې تابع ساوات : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

د ګاوس نورمال وېشنې له لارې د بينوميالوېشنې اپروکسيميشن (Approximation)

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا د لوی n لپاره ممکنوی، چې احتمالوالی په یوه ټاکلي انتروال کې په نږدې توګه وټاکو. سطحه، چې نورمالوېشنه یې د x– محور سره ترې یا رابندوي، کېدی شي د انتیګرال

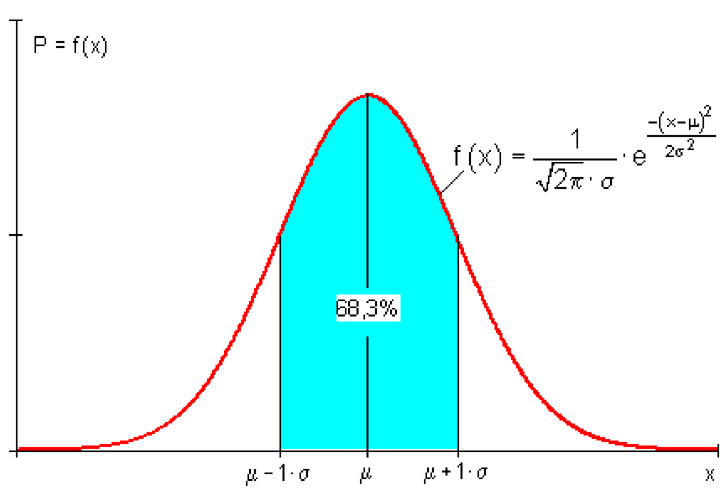
$$I \int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطحې شمیرنه د انتیګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چې په هغه کې د سیګما –چاپېریال دلیست سره ورکړ شوی دی.

د سیګما –چاپېریال لپاره لاندې اړیکې شته.

$P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma) \approx 0,683 = 68,3\%$ (ساده سیګما σ – چاپېریال)

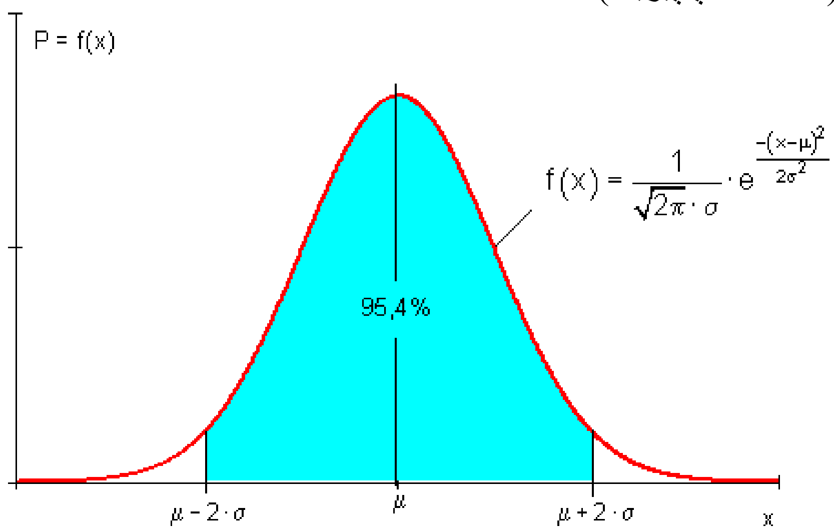


(c) ketabton.com: The Digital Library

(ډبل سیګما –چاپیریال)

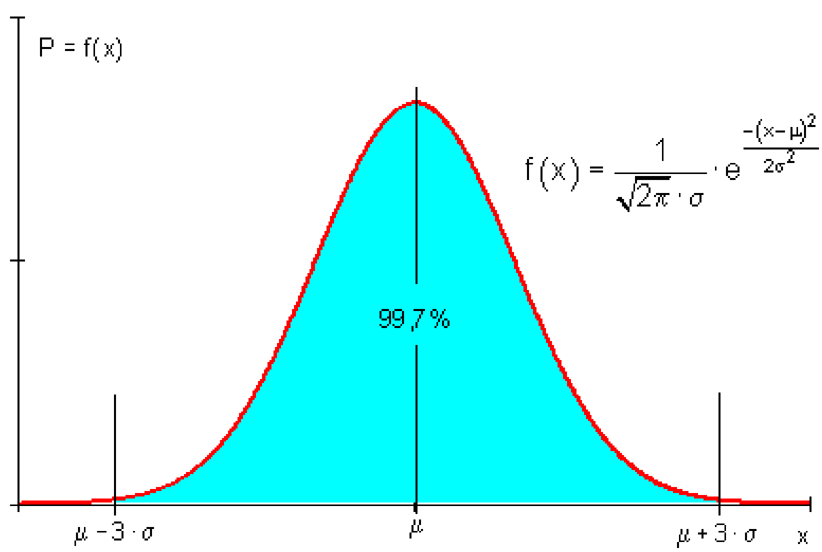
$P(\mu - 2\cdot\sigma \le X \le \mu + 2\cdot\sigma) \approx 0{,}954 = 95{,}4\%$

(ډبل σ -چاپیریال)



$P(\mu - 3\cdot\sigma \le X \le \mu + 3\cdot\sigma) \approx 0{,}997 = 99{,}7\%$ (dreifache σ – Umgebung)

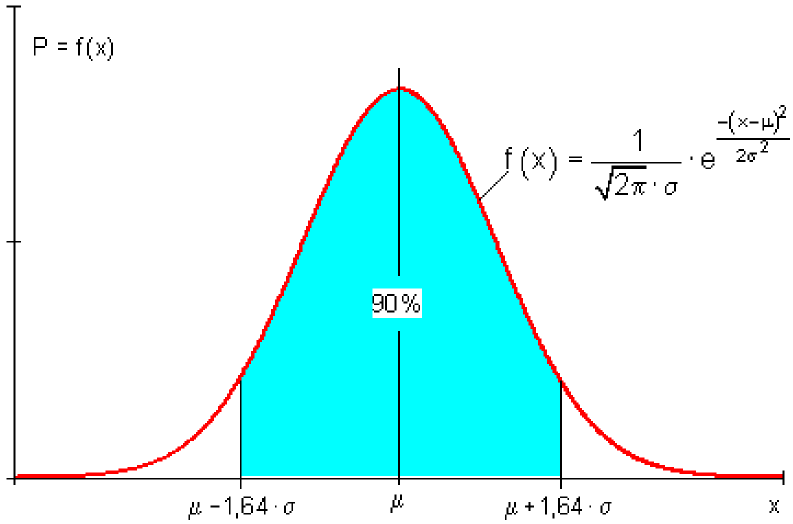
د پورته الماني پښتو: درې برابره سیګما-چاپیریال)



(c) ketabton.com: The Digital Library

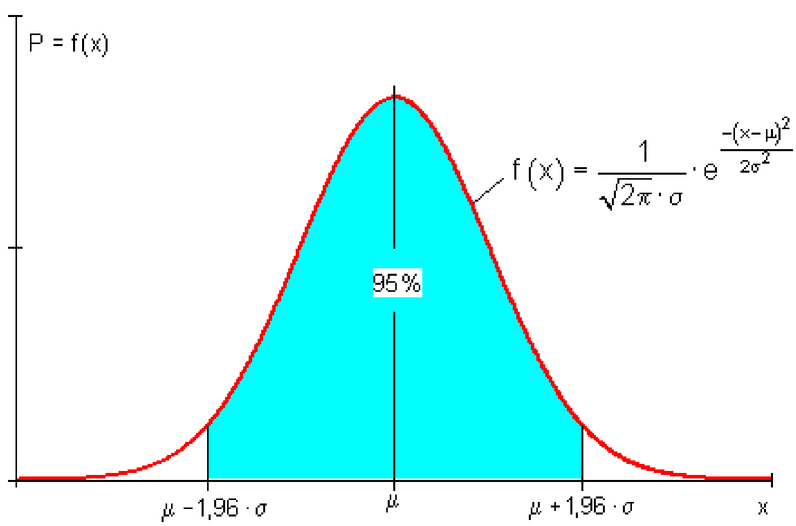
د % - چاپيريال لپاره لاندې اړيکې صدق کوي:

(%90- چاپريال) $P(\mu - 1,64 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1,64 \cdot \sigma) \approx 0,899 = 89,9\%$



(%95 - چاپيريال)

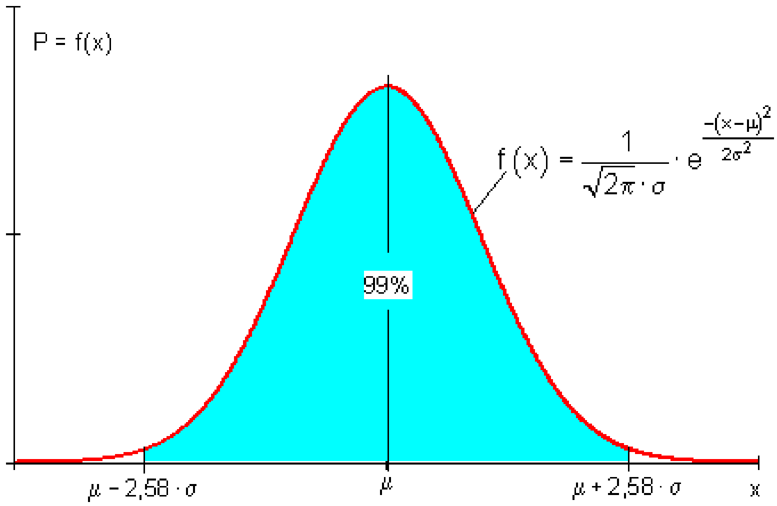
چاپيريال $P(\mu - 1,96 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1,96 \cdot \sigma) \approx 0,95 = 95\%$ (95% − Umgebung)



(%99 - چاپيريال)

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپيريال $P(\mu - 2{,}58 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2{,}58 \cdot \sigma) \approx 0{,}99 = 99\%$ (99% − Umgebung)



په ادبياتويا كتابونوكې په لاندې چاپيريال احتمالوالي توافق کړل شوی:

د چاپيريال ورانګه	د چاپيريال احتمالوال	د چاپرېال احتمالوال	د چاپرېال ورانګه
$1{,}64 \cdot \sigma$	0,90	0,68	$1 \cdot \sigma$
$1{,}96 \cdot \sigma$	0,95	0,955	$2 \cdot \sigma$
$2{,}58 \cdot \sigma$	0,99	0,997	$3 \cdot \sigma$

داچې د بينميالوښني دهستوګرام بنه(فورم) فقط د مناسبې لويې n د نورمالوښني بنې ته تل زيات ورنږدې کوي، لاندې کريتيريوم د نورمالوښنو د انتروال احتمالوالی د استعمال لپاره باور لري.

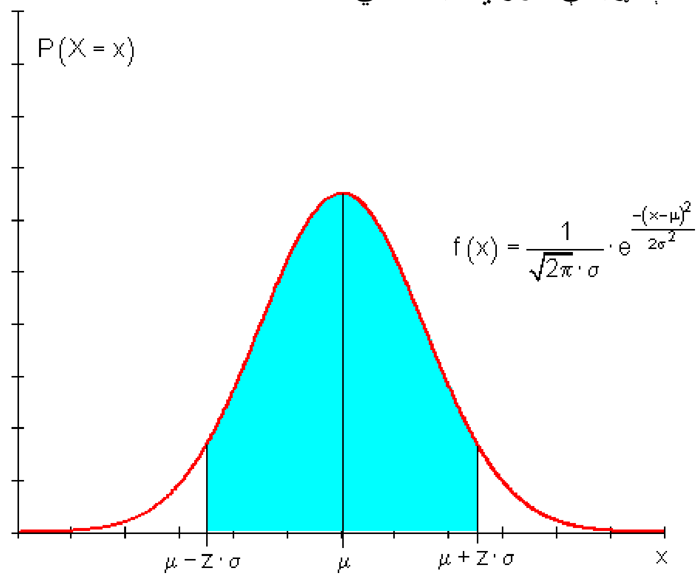
که شرايط $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} > 3$ پوره وي(د لاپلاس شرايط) ، نو نورمالوښني له لارې نږدې والی ښخه پوره تيک (يا وررسپدونکی تيک) انتروال احتمالوالی راکوي.

تر اوسه د بينوميالوښني لپاره د يوه ټاکلي n او يوه ټاکلي احتمالوالي p لپاره هروار يو جدول د کموليري احتمالوالي سره اړيين وو، چې چاپيريال احتمالوالی وټاکل شي.که چيري اوس د د يوه بينوميالوښني ارزښت د لاپلاس شرايط پوره کړي، اجازه شته چې د د نورمال وېشني د جدول ارزښتونه و کارول يا استعمال شي. د لاپلاس شرايط دې په هر حالت د مخه و ازمايل شي.

په دې حالت کې چې د چاپريال ورانګه د سيګما په واحدونو يا يونونو ورکړه شي، نو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې اړیکې باوري کېدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپیریال وړانګه(Umgebungsradius) دېرواره د سیګما د واحد (یوون) په حیث افاده کیږي. دلته د z ضریب دی، چې له هغه سره سیګما ضربیږي. د داسې سیګما –چاپیریالو احتمالونو په لاندې جدول کې دz ضریب په واکوالي کې انځورېدلای شي.

په یوه بینومیالوېشني کې یې د احتمالوالي انځوروني سره غوره توپیر ، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د x - محور باندې نه پریکېدونکي یا پرلپسې لیدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د k لپاره دېسکریټ (د پام وړ) ارزښتونه دي.

پنځلسم - چاپیریال احتمالوالي شمیرنه

په یو څو بیلګو کې به وښوول شي، چې څنګه د یوه د تصادفي واریابلې د نورمال وېشنې د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دې وي، چې د z ارزښت اړونده چاپیریال ته تل نسبت د انتظار ارزښت μ ته تل سیومتري پرته ده.

انتظار ارزښت ته سیومتریک انتروال

یو n -پوړیز برنولي – ازماېښت دې د n = 500 او p = 0,33 سره ور کړ شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په انتروال .[180 ; 150] کې دي د برياوو تعداد لپاره احتمالوالی و ټاکل شي.

د يوه له لسميز وروسته د درې ځايونو تيکوالي سره دې شمېرنه وشي يا وشميرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

له دې د ا نتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي :

$$r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$$

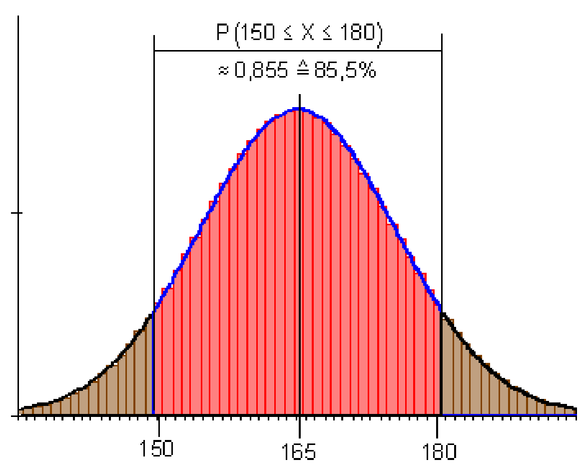
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

Z=1,474له دې جدول ازښت لاس ته راځي:0,858

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)}}$$

په انتروال [180 ; 150] کې د برياو احتمالوالی نږدې 85,8% دی.

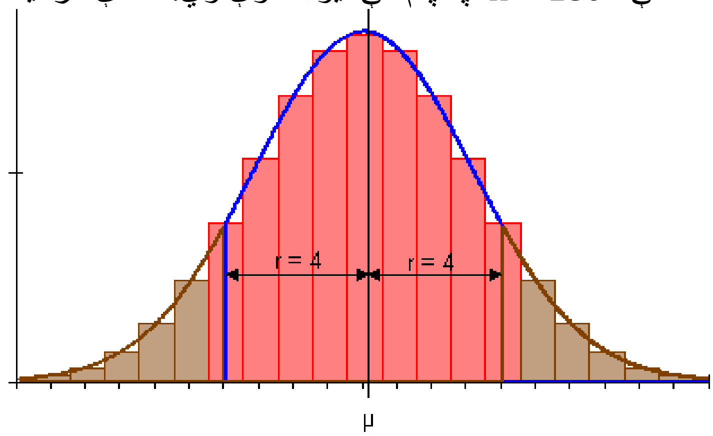


(c) ketabton.com: The Digital Library

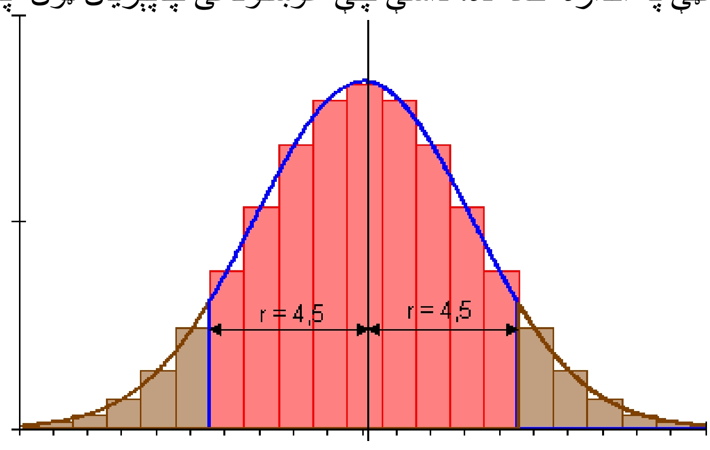
ولې دې د انټروال پولې په 0,5 لوېږي شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انټروالاحتمالوالی ټاکل کېږي؟

Bei P(150 ≤ X ≤ 180) = P(149,5 ≤ X ≤ 180,5) war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتا د نومالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ وټاکل شي، نو دا به په 0,5کوچنی وي. دا به د برجونو یا مټو نیمه سطحه د $k = 150$ همداسې $k = 180$ په پام کې نیول شوې وي. لاندې ګرافیک به دا روښانه کړي.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنی ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د يوې نيمې مټې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکی چاپېریال ټول په بر کې نه رانیول کیږي.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4,5$ دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د يوې نيمې مټې په اندازه زياته ده، داسې چې غوښتونکی چاپېریال ټول په بر کې رانیول کیږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپیر یال

د $n = 550$ او$p = 0,36$ لپاره د انتظار ارزښت د 90% - چاپیریال وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 550 \quad \Rightarrow \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0{,}36 = 198$$
$$p = 0{,}36 \qquad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0{,}64} = \sqrt{126{,}72} \approx 11{,}257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0{,}90$$

د p=0,90 لپاره دې پورې اړونده z -ارزښتونه د جدول څخه لوستل کیږي.

Z=1,64له دې لاس ته راځي، د چاپیریال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1{,}64 \cdot \sqrt{126{,}72} \approx 18{,}46$$

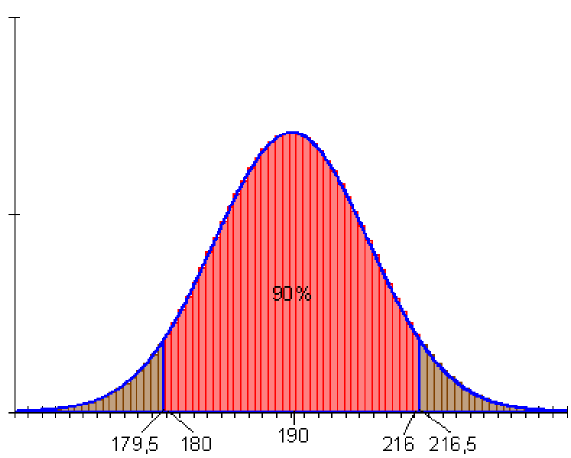
$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18{,}46 = 179{,}54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18{,}46 = 216{,}46 \approx 216$$

انتروال انتظار ارزښښت $\mu = 198$ ته سیومتریک پروت دی.

موږ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$
باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال {216…198…180}پسې لاس ته راتلنه(90%) په ګوته کوي.

$$P(180 \le X \le 216) = P(179{,}5 \le X \le 216{,}5)$$
$$r = 18{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{11{,}257} \Rightarrow r \approx 1{,}64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}1{,}64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0{,}899$$

په انتروال [216 ; 180]کې داحتمالوالي د برياوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د چاپیریال څخه دباندې انتروال

n - پوړیزه برنولی-ازمایښت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپیریال دباندې نتیجې لپاره احتمالوالی غوښتونی دی یا غواړو پیدا کړو.

الف - که $n = 300 \quad p = 0{,}56$ ، نو $P(X < 162)$ وټاکی.

ب – که $n = 240 \quad p = \frac{1}{3}$ وې، نو $P(X > 80)$ وټاکی.

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره غواړو احتمالوالی پیدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سیومتریک انتروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه [162 ... 168 .... 174] خوندي لري. پهدې پسې ترلی دا انتروال [300 .... 175] لاس ته راځي، کوم چې د سیومتري دلایلو پر بنسټ برابر لوي دی ، لکه

[161 ; 0] . لاندې یشوونه یا پیل لاس ته راځي: ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }] 174 } { 175 ... 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

وړانګه:

د z~0,76 سره په ولرو

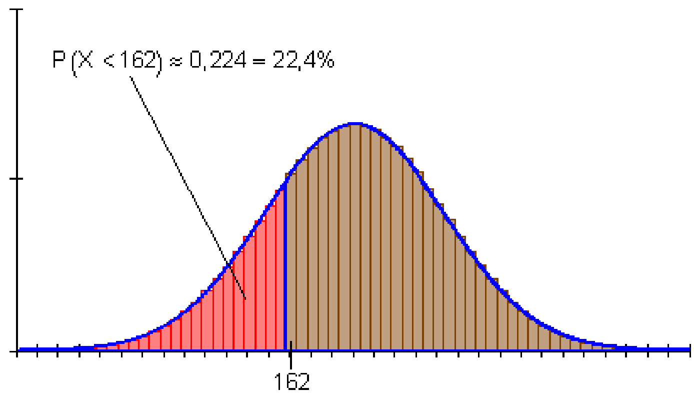
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د له 162څخه کمو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 22,4% دی.



و ب ته –

$$n = 240 \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

وړانګه :

–

$$: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

له0,07~z سره به شي

$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

او له دې سره په شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X>80)\approx 0{,}5\cdot(1-0{,}056)=0{,}5\cdot 0{,}944\approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

$$n=240 \qquad \mu=n\cdot p=240\cdot\frac{1}{3}=80$$

$$p=\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{80\cdot\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{160}{3}}\approx 7{,}303>3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X>80)=\frac{1}{2}\left[1-P(79{,}5\le X\le 80{,}5)\right]$$

$$r=80-79{,}5=0{,}5\Rightarrow\frac{r}{\sigma}=z=\frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}}\approx 0{,}068\Rightarrow r\approx 0{,}07\cdot\sigma$$

ورانکه:

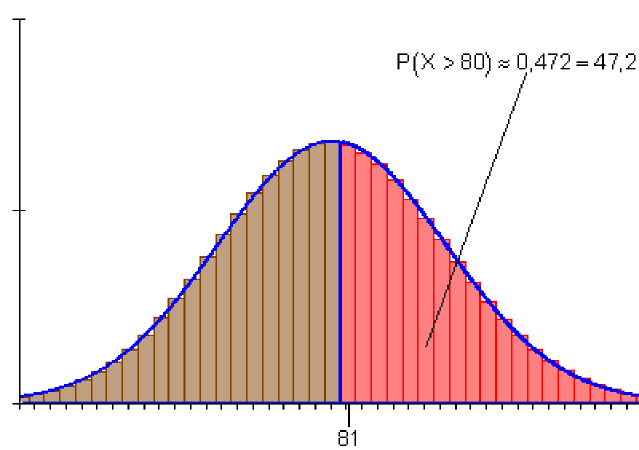
له ۱ $z\approx 0{,}07$ سره کیږي

$$P(79{,}5\le X\le 80{,}5)=P(\mu-z\cdot\sigma\le X\le\mu+z\cdot\sigma)\approx 0{,}056$$

او له دې سره کیږي

$$P(X>80)\approx 0{,}5\cdot(1-0{,}056)=0{,}5\cdot 0{,}944\approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

د له 80خخه زیاتو بریاو لپاره احتمالوالی نږدې 47,2% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

اسيومتريکي چاپيريال

د انتظار ارزښت د يوه نه سيومتريکي چاپيريال احتمالوالی و ټاکی.

لرو $p=0,55$ $n=180$ وټاکی $P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89\ldots93\}\{94\ldots99\ldots104\}\{105\ldots109\}\right]$$

اينبوونه: $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

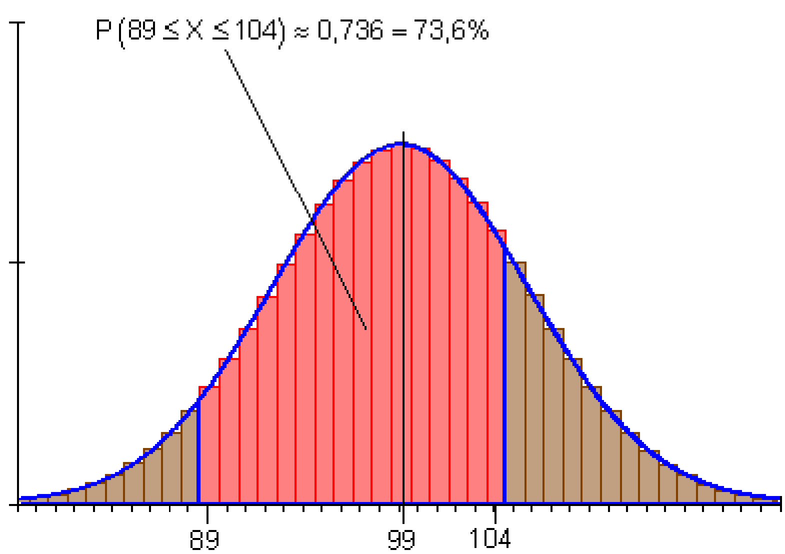
$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0,55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88,5 \le X \le 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93,5 \le X \le 104,5)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انتروال [104 ; 89] کې د برياوو احتمالوالی نږدې .73,6% دی.

شپاړسم:د هيوپوتيزې ازماېښت Hypothesentest

د سترگې(سترکيزمکعب) سره ننوتنه

ييل :

د يوه لاپلاس غورځوني يا سترگي(مکعب) څخه پيژندل شوې، چې د هر وار غورځوني سره د شپږو عددونو هر يو د 1/6 احتمالوالي سره رامنځ ته کيدی شي يا غورځول کيدی شي. د ډېرو سترگيو(مکعبونو) لوبو سره ۶ يوه ځانگړې معنا لري. د لته د لوبه کونکي له لورې ممکن هغه ښه غورځونه وي، چې هغه زيات ځله ۶ ورکړي. برعکس د لوبي مالک له لورې هغه غورځونه ښه ده، چې ممکن لږ واره شپږ ورکړي يا ۶ راووځي. دلته مخطلفې علاقي مخ ته لرو، چې د غورځووني(مکعب) غلطيدنه ممکن وبرېښي. په لاندې کې دې غورځوني و ازمايل شي.

لومړی حالت:

گومان به وشي، چې ۶ زياتواره راوځي، لکه په لاپلاس-غرځونه کې يې چې انتظار بايد وي (p > 1/6). د دې لپاره چې غورځونی وازمايلی شو، پلان کيږي، چې غورځونی n = 600 واره و غروځول شي او له دې سره د تصادف اووښتوني يا وارابله X = د منځ ته راغلو شپږو گڼون يا تعداد وڅيړو. د يوه هيوپوتيز ازماېښت سره بايد وازمايل شي چې ايا p > 1/6 باور لري.

د دې لپاره بايد کومه هيپوتيز وټاکل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دې لپاره چې سړی $p > 1/6$ د ټيک په توګه وکتلی شي، بايد سړی له دې باوري وي، ځکه چې $p \le 1/6$ صدق نه کوي. يعني هيوپوتيز ې صفر هيوپوتيز H_0: $p \le 1/6$ چې صفرهم بلل کيږي ازمايل کيږي. که چيرې دا بايد رد شي، نو $H1$: $p > 1/6$ چې الترناتيو يا بديل هيوپوتيز هم بلل کيږي بايد ونيول شي.

صفرهيوپوتيز ته يادونه

صفر هيوپوتيزې H_0 دې تل هيوپوتيزې وي، چې د هغې سره ازماېښت سرته رسيږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$H_0 : p = p_0$; $H_0 : p \le p_0$ يا $H_0 : p \ge p_0$

صفر هيوپوتيزې ته تل بديل يا الترناتيو هيوپوتيز شتون لري

ښی اخيز ازماېښت	$H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0 \Rightarrow$
دوه اړخيز ازماېښت	$H_0 : p = p_0 \Rightarrow H_1 : p \ne p_0 \Rightarrow$
کيڼ اړخيز ازماېښت	$H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0 \Rightarrow$

د H_0 لپاره پرېکړه مو تل د د H_1 د نفې کولو په لور يعنې رده ولو په لورلاربنودوي

د H_0 په ضد پرېکړه مو تل د H_1 نيولو ته بيايي.

هغه ناټيکاوی چې د پرېکړې سره رامنځ ته کيدی شي، بايد زيات له زياته په 5% محدود شي. دا لويه سيګنيفيکانس significance بلل کيږي. د دې لپاره چې غورځونی(دانه يا سترګيز مکعب) و ازمايو، د

$$H_0 : p \le \frac{1}{6}$$

لپاره يو د نيونې ورشو يا ساحه او يوه د رديدلو ورشو بايد وشميرل شي.

د (کار) مخ ته تلنې لپاره يادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غورځووني يا سترګي(سترکي لرونکی مکعب) تجربې د تصادفي متحولي يا اووښتوني X د برنولي ا زماېښت دی د يوه بينوميال وېشني سره. داسي يوه وېشنه هلته و يوه انتظارارزښت μ ته سيومتريک ده، که p = 0,5 وي. د p = 1/6 لپاره وېشتابع نوره سيومتريک نه ده. د پوره کيدونکي يا رسيدونکي جګي خوروني ياپاشني سره لاپلاس-شرايط (3 <سيګما) پوره شوې دي. نو بيا کيدی شي د بينوموېشنه د انتظارارزښت ته سيومتريک يوه نورمالوېشني له لارې نږدې (اپرکسيمي) (approximation =نږدېونه) شي، داسي چې د چاپيرياالاحتمالوالي شميرنې ته د سيګا-چاپيريال لپاره د نورمالوېشل شوی تصادفي اووښتوني يا متحوله احتمالوالي جدول اسعمال کيدی شي. په انتظار ارزښت د يوه   -x%-چاپيريال لپاره باور لري:

$\Rightarrow r = 1{,}64 \cdot \sigma$	90%-چاپيريال 95% -
$\Rightarrow r = 1{,}96 \cdot \sigma$	چاپيريال99% -چاپيريال
$\Rightarrow r = 2{,}58 \cdot \sigma$	

شميرنه: صفر هيوپوتيز H_0 : $p \le \frac{1}{6}$ سيګنيفيکانځ نيو يا اندازه $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 600;\ p = \frac{1}{6};\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

يو ښې اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دې سر ته ورسيږي، ځکه چې د شپږو يو جګ تعداد د H_0په ضد ځان ښايي يا په ګوته کونه ده.

د 5% يوه سيګنيفيکانځنيوی (اشتباه احتمالوالی) له امله لاندې انتروالون په پام کې نيسو:

{ 5% } { 90% } { 5% }
Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 100 + 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114{,}97$$

دا د H_0 لپاره د قبلوني يا نيوني د ساحي پورته پوله ده.

باور لري:

د H_0 لپاره د نيوني يا قبلوني ورشو:

د H_0 لپاره د ردوني ورشو:{ 0 ... 115 }

د ردوني ورشو د ازمايلو ده داسي، چي باور لري:{ 116 ... 600 }

$$P(116 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

$$P(116 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(116 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښنه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 116 ... 600 } د ردوني ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د ټګئ لپاره)جوړ شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازمايښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوې سيګنفيکانڅ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:

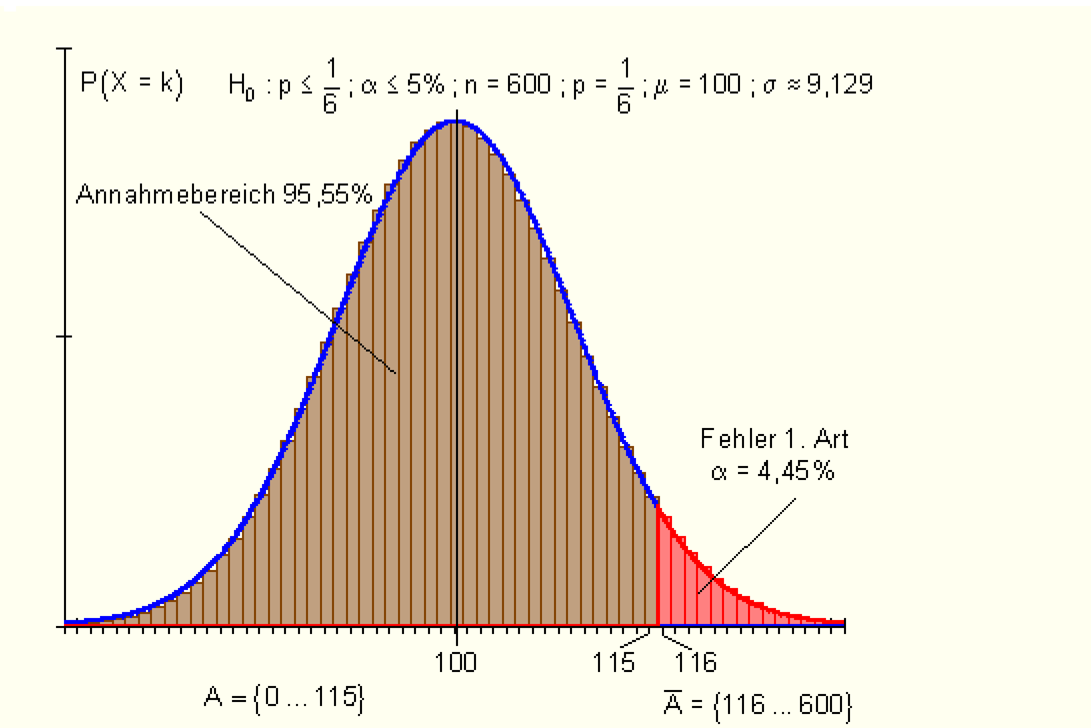
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هيپوتيز د ازمايښت نتيجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټيک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالواليپه نامه هم بلل کيږي.

د 4,45% احتمالوالي سره سړی نيسي يا فرضوي، چې سترګی ټګئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټيک يا روغ دی.

ګرافيکي انځورونه:

د په ځيره کې دننه پښتو:د نيونې ورشو، لومړی ډول ناتيکاوی



دويم حالت:

ګومان به وشي، چې يو سترګی لږ شپږ غوځوي، لکه له يوه لاپلاس غورځونې يا دانې څخه چې انتظار کيږي (p < 1/6).

تلنلار يا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باید معاینه یا وکتل شي چې ایا $p < 1/6$ باور لري.

دلته ازمایل کیږي هیوپوتیز H_0 : $p \geq 1/6$.

که دا باید رد شي، نو H_1 : $p < 1/6$ نیول کیږي یا قبلیږي.

شمیرنه: صفر هیوپوتیز H_0 : $p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانڅ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600;\, p = \frac{1}{6};\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز- تست کیږي، ځکه چې د شپږو کم تعداد د H_0 په ضد دی.

د یو سیګنیفیکانځنیو یا اتباه- احتمالوالی سره لاندې انټروالونه راوړو:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 100 - 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85{,}03$ کیږي.

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د منلوو روشو(منلورشو):{ 85 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردولو ورشو(ردونورشو):{ 0 ... 84 }

د ردونې ورشو (ردونورشو) څیړل کیږي، داسې چېې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(0 \le X \le 84) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

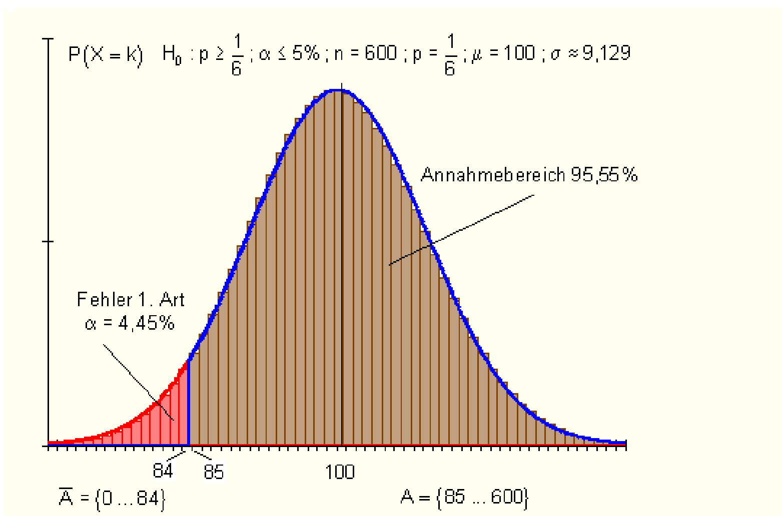
$$P(0 \le X \le 84) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 84) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځولو سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د (H_0
({ 0 ... 84 } د ردوني ورشو کي ولويږي، نو H_0 دې رده شي اوH_1 دې قبوله يا
ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په ريښتوني کم شپږ
ورکوي، لکه چې دا بايد وی.
ممکن دا به غلط (د ټکئ لپاره) جوړ شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازمايښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%)
شميرل شوې سيګنفيکانځ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د
لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,45% ده.
په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.
ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې دننه(د نیونې ورشو، لومړی ډول ناټیکاوی ځیره پورته

په ځیره کې دننه: له کیڼ ښي لور ته: لومړی ډول ناټیکاوی، د نیونې ورشو

دریم حالت: د یوه سترګي څخه ا ټکل کیږي، چې شپږ د یوه احتمالوالي سره راکوي، چې د 1/6 سره برابر نه دی، لکه څنګه چې د لاپلاس غورځوني یا مکعب څخه انتظار کیدی شي. باید یو ازماېښت داسې جوړ شي، چې هیوپوتیز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه یا د کار مخ ته بیونه د لومړي حالت او دویم حالت ته ورته دی.

باید وڅیړل شي، چې ایا $p \neq 1/6$ باور لري.

صفرهیوپوتیز H_0: $p = 1/6$ ؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 1/6$.

له لومړي حالت او دویم حالت په بل ډول دلته دH_0 د ردونې ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي یا ویناوې کوي.د سیګنیفیکانځ نیو د دواړو ردونې ورشو په برابر ډول وېشل کیږي. د داسې یوه ازماېښت یا تست سره سړی د یوه دوه اړخیز تست څخه غږیږي.

شمیرنه:

صفر هیوپوتیز H_0 ؛ : $p = \frac{1}{6}$ د سیګنیفیکانځ نیو $\alpha \leq 5\%$

دتا:

$$n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه دوه اړخيزه هيوپوتيز دې راوړل شي، ځکه چې يو کوچنی تعداد، لکه لوی تعداد شپږ هم د H_0 په ضد خبرې کوي.

د يوه سيګنيفيکانځنيو سره لاندې انتروالونه تر څېړنې نيول کيږي:

$$\underbrace{\{\quad 2{,}5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad 95\% \quad \} \underbrace{\{\quad 2{,}5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د H_0 ؛ رده وني ورشو د H_0 ؛ رده وني ورشو

له دې سره دی يا کيږي:

$$\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$$

د H_0 لپاره د منلو يا قبلولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1{,}96 \cdot \sigma = 100 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117{,}9$$

د H_0 لپاره د قبلولو لپاره پورته پوله باور لري:

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو: $\{ 82 \dots 118 \}$

د H_0 لپاره دردوني ورشو: $\{ 0 \dots 81 \} \cup \{ 119 \dots 600 \}$

د ردوني ورشو ازمايو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 81\}\{82 \dots 100 \dots 118\}\{119 \dots 600\}$$

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) = 1 - P(82 \le X \le 118)$$

$$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \approx 1 - 0{,}911 = 0{,}042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 600 ... 119 } u { 81 ... 0 د ردوني ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي اوH_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په رينتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

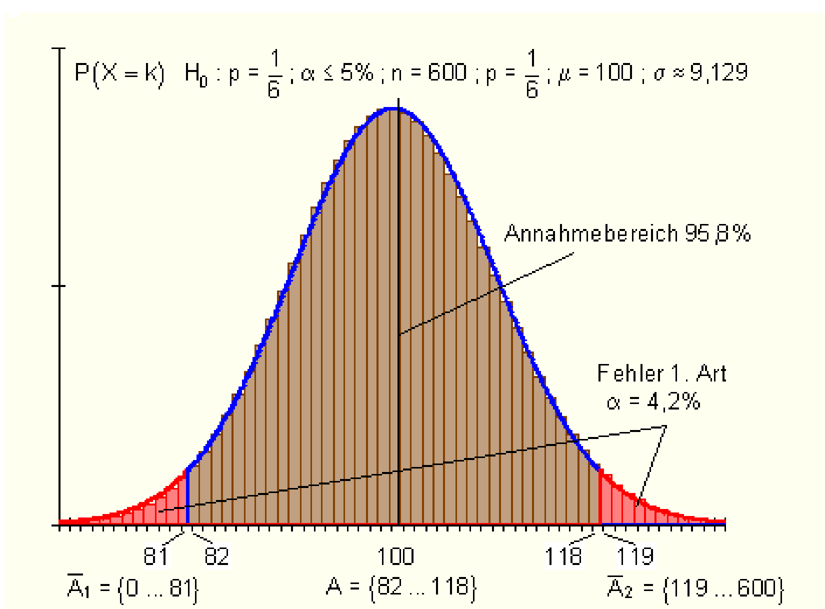
ممکن دا به غلط (د ټکئ لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,2% (شميرل شوې سيګنفيکانڅ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټيک ده، دا نږدې 4,2%. ده.

په بل ډول ويلي يا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نيسي يا فرضوي، چې سترګی ټکئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټيک يا روغ دی.

ګرافيکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نيوني ورشو، د لومړي ډول ناټيکاوي



(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباه راوړنه یا ــځیرنه

له لومړي حالت څخه تر دریم حالت پورې ښایي، چې دا هر جوړړ شوی قضاوت کیدی شي ناټیک وي.

لومړی ډول:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه په د H_0 د ردونې په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: ریښتونې هیوپوتیزې ردیږي.

دویم ډول ناټیکاوی:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) نه دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه د H_0 د منلو یا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول منل یا قبلول کیږي.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط هلته وشمیرل شي، که سړی په ناټیکه یا غلطه ډول یو ناتیک یا غلط شوی سترګی(-مکعب) سره یو یو ټاکلی احتمالوال د یوه شېږ لپاره قبلول کړي او یا سړی هغه پوهیږي.

یوبه حالتبیلګه به دا پهپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بیلګه:

په کلني جشن کې یو ه لوبه ،، هر شېږ ګټي،، بلل کیږي.

یو د پخا وخت همکار پولیس ته ځي او ثبوتوي یا غواړي وښایی، شېږ فقط د د یوه $p = 0,13$ احتمالوالي سره رمنځ ته کیږي یا لویږي. دا د پولی څخه ټاکل شوی هیّت سپین ګل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنګه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځوونی یا سترګی یوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د یوه لاپلاس سترګي سره مخ ته راتلی شي، چې له شېږو غورځونو زیاتو کې هم شېږ کیدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتیستیکي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټیکاوي لپاره پیدا کړي، باید په ډېرو زرهاو تجربې وکړي.دا چې دی د خپل تقاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربې غواړي وکړي او له نتیجې څخه یوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستوښاستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پیدا کوونې لپاره پریکړه یا فیصله کوي یو هیوپوتیز ازماېښت ته وده ورکړي یا منځ ته راولیې.

$H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ (صفر هیوپوتیز)، $; H_1 : p < \frac{1}{6}$ (الترناتیو هیوپوتیز) هیوپوتیزې د

H_0 دې په یوه د 5% سیګنیفیکانځنیو(د اشتباه احتمالوالی) وازماېل شي.

دا همغه با برابر ازماېښت دی، لکه په دویم حالت کې چې تشریح شوی. د H_0 { 85 ... 600 } د منلو یا قبلولو ورشو،

د { 84 ... 0 } H_0 د رده ولو ورشو د یوه 4,45%. اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کمیسار سپینګل دا د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرې، نیسي یافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتنې لپاره ریښوتی احتمالوالی $p = 0,13$ دی.

دی شمیرنه د وړاندنیونه یا فرضیه سره کوي، چې نتیجه $p = 0,13$ ټیک ده، د H_0 د قبلونې په ورشو کې پریوځي.

شمیرنه:

$\beta = P_{0,13}(85 \leq X \leq 600)$ غواړو وشمیرو

داتا: $n = 600; p = 0,13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شمیرنې لپاره دې سیومتریکې انتروالونه راوړل شي

د سره په پښتو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د نيوني ورشو

$$\{0 \ldots 71\}\ \{72 \ldots 78 \ldots 84\}\quad \underbrace{\{85 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(72 \le X \le 84)\right]$$

$$P(72 \le X \le 84) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{67{,}86}} \approx 0{,}79$$

$$\Rightarrow P(72 \le X \le 84) \approx 0{,}570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}570] = 0{,}215$$

له دي لاس ته راځي د دويم ډول ناټيکاوی $\beta \approx 21{,}5\%$

ارزونه:

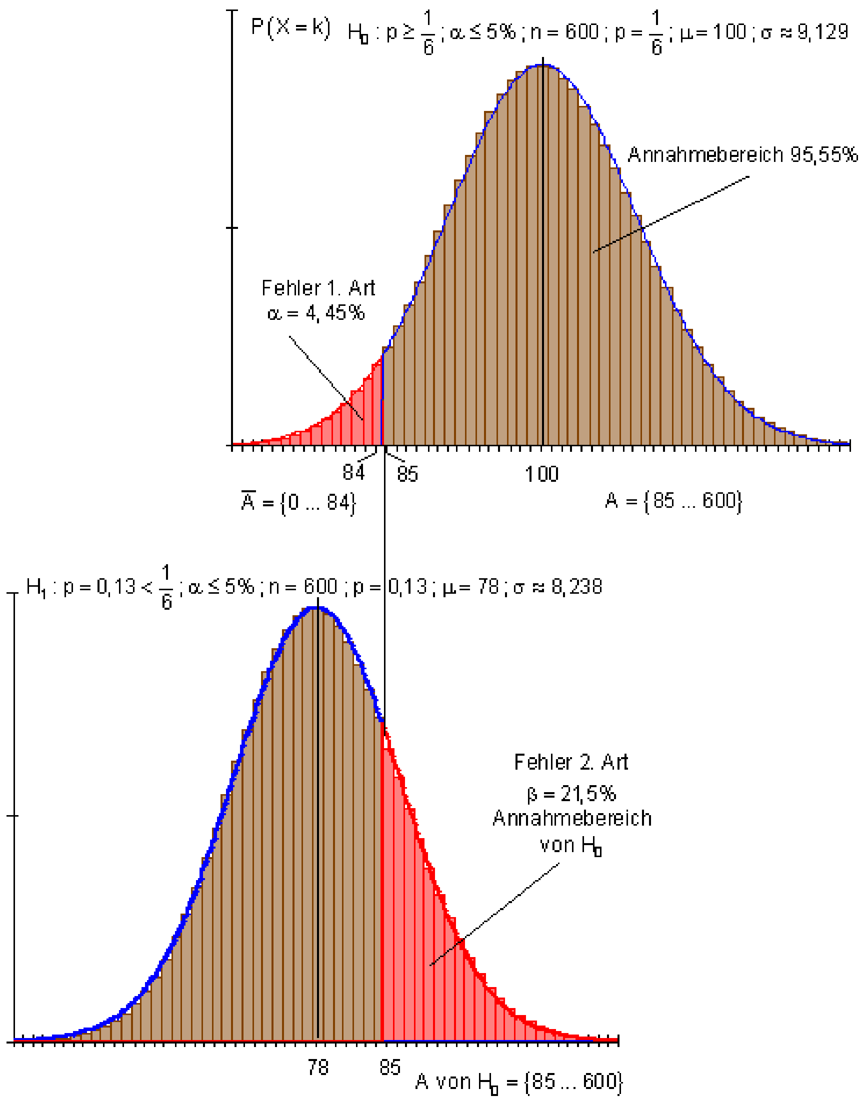
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کوميسار به په عقيده غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چې په دې پرېکړې سره منځ ته راځي، 4,45% ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونيداپيښه ښايي، 4,45% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی رښتيا غلط شوی وي، د 21,5% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه پيژندل شي.

ګرافيکي انځورونه(په ګراف کې دننه له پورته کښته لور ته: نيون يا قبلونورشو، لومړی ډول ناټيکاوی، دويم ډول ناټيکاوی،د نيوني – يا قبلوني ورشو)

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سیګنیفیکانځنیو (اشتباهي احتمالوالی)تغیرونه:

کومیسار برګ یو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چي د ستوښنایتیک څخه کم معلومات لري، د سپین ګل معلومات غواړي ورته راولیږل شي.

دا غواړي په ورته توګه مخ ته لاړ شي. مګر د 4,45% اشتباه احتمالوالي یا سیګنیفیکانځنیو ورته ډېره جګه برېښیحتمالوالي سره . دی غواړي د یوه 97,5% اطمانان احتمالوالي سره خپله پرېکړه وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنه:

H_0 صفرهیپوتیز: $p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځنیو $\alpha \leq 2,5\%$

داتا: $n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

یو کيڼ اړخيز هیوپوتیز ازماېښت دې صورت ونیسي، ځکه چې یو مناسب شېړ د H_0 په ضد خبرې کوي یا قضوت دی.

د یوه 2,5% سیګنیفیکانځنیو یا اشتبا احتمالوالي سره لاندې انتروالونه تر څېړنې لاندې نیسو.

$\{\ 2{,}5\%\ \}\ \{\ 95\%\ \}\ \{\ 2{,}5\%\ \}$

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره کیږي $\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$

د H_0 لپاره د قبلونې ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د قبلونې ورش:{ 82 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردونې ورشو: { 0 ... 81 }

د ازمایلو د ردونې ورشو ده، داسې چې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(0 \le X \le 81) \le \alpha = 2{,}5\%$

$\{0 \dots 81\}\{82 \dots 100 \dots 118\}\{119 \dots 600\}$

$P(0 \le X \le 81) = \frac{1}{2}\left[1 - P(82 \le X \le 118)\right]$

$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$

$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}958] = 0{,}021$

د دويم ډول ناتيکاوی:

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ ist zu berechnen.

Daten: $n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ شميرو

داتا:

$n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$

د شميرني لپاره سيومتريک انتروالونه راوړو

$\{0 \dots 74\}\{75 \dots 78 \dots 81\} \quad \underbrace{\{82 \dots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$

د H0 د منلو ورشو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{0,13}(82 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(75 \le X \le 81)\right]$$

$$P(75 \le X \le 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \le X \le 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0,326\right] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناتيکاوی

$\beta \approx 33,7\%$

ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کوميسار برګ په عقيده به د غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmenونيس يا سرکاري کړي(د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

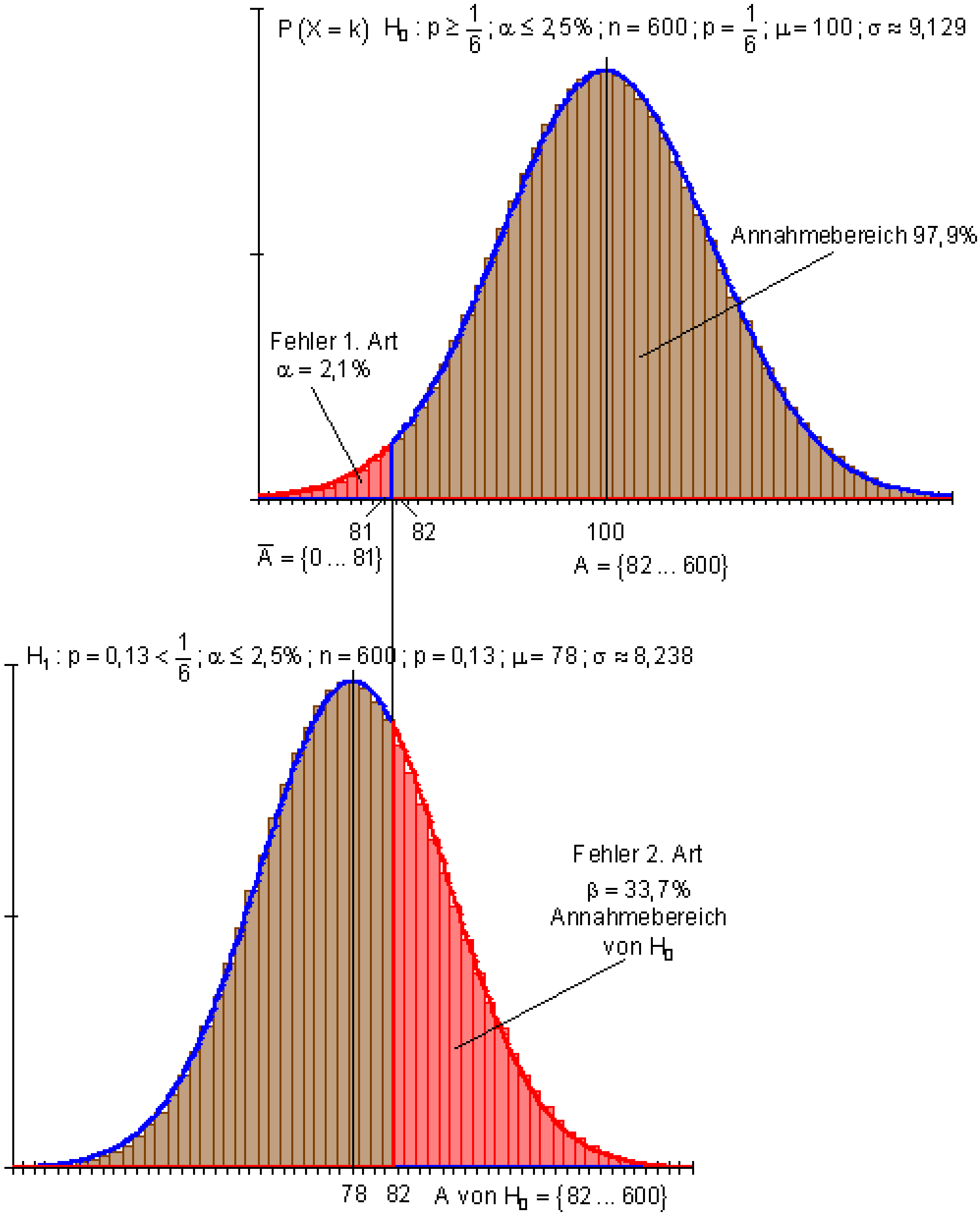
اشتباه چې دې يې په دې پرېکړې کې کوي 2,1% ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونی يا سترګيز مکعب داپيښه ښايي، 2,1% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی ربښتيا غلط شوی وي، د 33,7% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه مني يا په رسميت ونه پيژني.

ګرافيکي انځورونه: په څېره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضيه ورشو

پسې څېره کې . دويمهډول ناتيکاوی، نيونورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نتيجه يا لاسته راوړنه:

خطر، چې د چټکې پريکړې له لارې، چې د په ناحبه نيولو له لارې خپل نوم بدنه کړې د برګ کم دی نسبت و سپينګل ته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اطمنان لپاره يې قيمت د دويم ډول ناتيکاوي ډېر لوی دی، دا پهدې معنا چې غلط سترکۍ مکعبونه کم د غلطو په حيث پيژندل کيږي.

د چاپيريال احتمالوالي شميرنه:

د يو ښو بيلګو سره دي وښول شي، چې د نورمال وېشل شوي جدول سره څنګه کار کيږي. په پام کې د نيول شوی وي، چې په **z** پورې اړوند ارزښت تل و انتظارارزښت **μ** ته سيمتريک پروت دی.

انتروال و انتظارارزښت ته سويمتريک پروت دی:

يو n -پورړيز برنولي-تجربه دې د $n = 500$ او $p = 0{,}33$ سره ورکړ شوي وي.

په انتروال $[150 \,;\, 180]$. کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت $r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$

$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

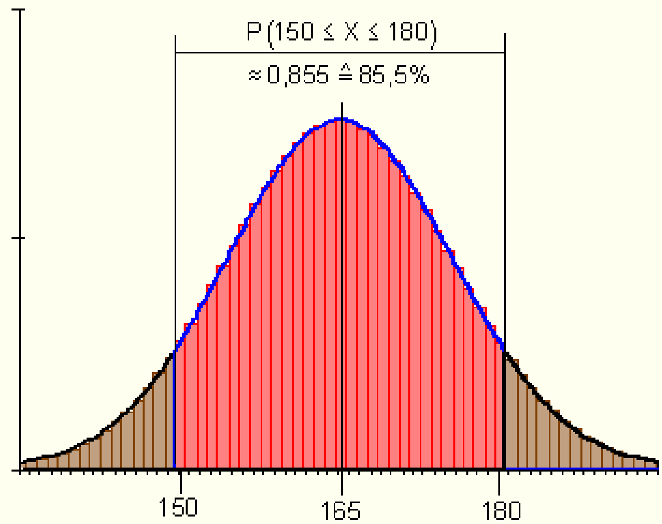
$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

$z = 1{,}474$ لاس ته راځي جدول ارزښت: $0{,}858$

$$P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)$$

په انتروال $[150 \,;\, 180]$ کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی نږدې 85,8% دی

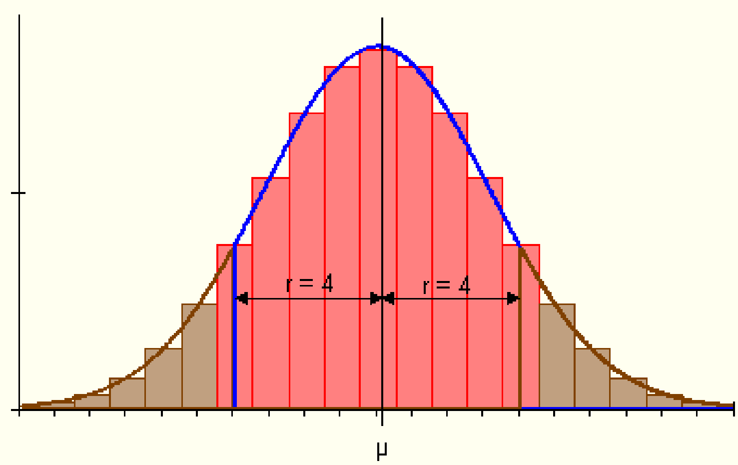
(c) ketabton.com: The Digital Library



ولې دې د ا نتروال پولې هره يوه په 0,5 لويه شي، که د نورمالوېشني د جدول ارزښت سره د انتروال احتمالوالی تاکل کيږي؟

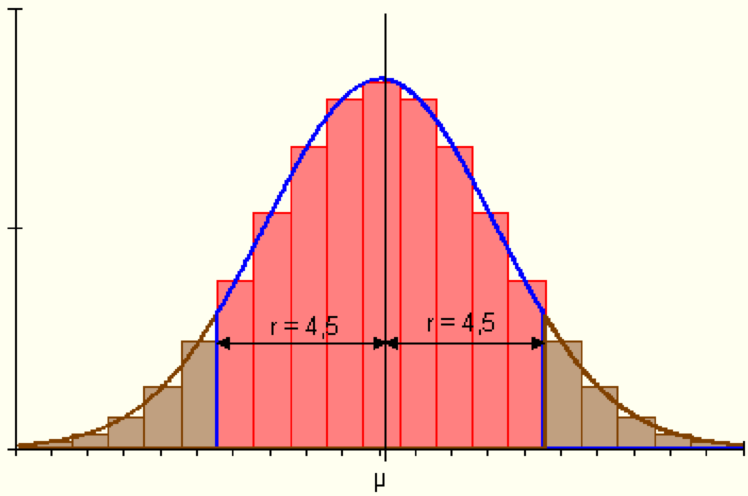
Bei $P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)$ war das der Fall.

سړی کړی شي د استعمال شوي جدول داتا وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د $k = 150$ همداسي $k = 180$ د متې يا ستنې فقط نيمه سطحه په پام کې نيول کيږي. لاندې ګرافيک دې دا روښانه کړي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ټاکل شوې وړانګه r = 4 ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره نه شي رانیول کیدی.



ټاکل شوې وړانګه r = 4 ډېر دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره رانیول کیدی.

د انتظارارزښت %- چاپریال

د n = 550 او p = 0,36 لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپریال وټاکئ.

$$n = 550 \quad p = 0{,}36 \quad \Rightarrow \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0{,}36 = 198$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0{,}64} = \sqrt{126{,}72} \approx 11{,}257 > 3$$

$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0{,}90$$

د P=0,90 لپاره د z-ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کیږي

Z=1,64 له دې لاس ته راځي، چې جاپیریالوړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1{,}64 \cdot \sqrt{126{,}72} \approx 18{,}46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18{,}46 = 179{,}54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18{,}46 = 216{,}46 \approx 216$$

انټرړال باید انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سیومتریک پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مورړ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$

دا باید و ازمایل شي، چې ایا انټروال $\{180 \ldots 198 \ldots 216\}$ دا (90%)غوښتني پوره کوي

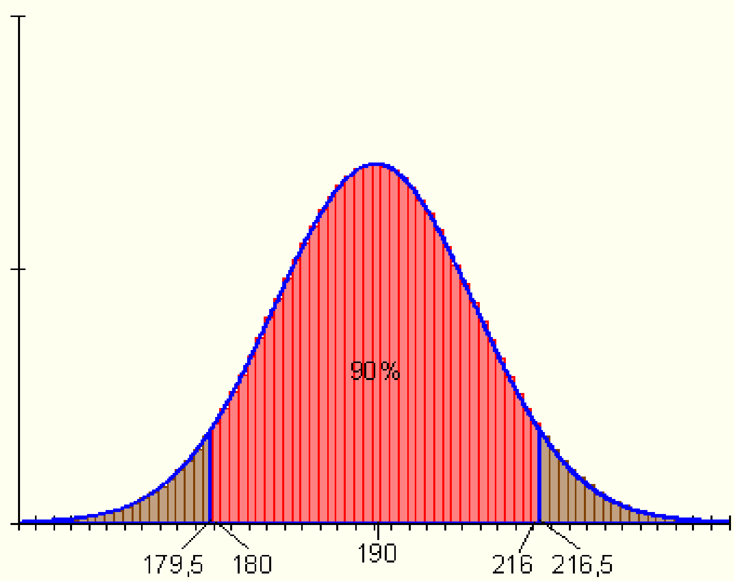
$$P(180 \le X \le 216) = P(179{,}5 \le X \le 216{,}5)$$
$$r = 18{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{11{,}257} \Rightarrow r \approx 1{,}64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}1{,}64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0{,}899$$

دا اړونده د z– ارزښت د p=0,90 لپاره له جدول څخه لوستل کیدی شي

له دې لاس ته را ځي دد چاپییالوړانګه

انټروال انتظارارزښت ته سیومتریک پروت دی

په انټروال [216 ; 180] کې دبریاو د تعداد احتمالوالی 90% دی.



له چاپیریال دباندې انټروالونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

n -ځایز د برنولي تجربه ورکړ شوي ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپیریالونو دبانودې د نتیجو لپاره احتمالوالی غواړو پیدا کړو.

الف- $p = 0{,}56$ او $n = 300$ وټاکی $P(X < 162)$

ب – $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وټاکی $P(X > 80)$

و الف ته –

$$n = 300,\; p = 0{,}56 \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{array}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو. د جدول څخه کیدی شي فقط د انتظار ارزښت ته سیومتریک انتروال احتمالوالی ولوستل شي، دا ارزښت .... 162] 174 ... 168 لري. په دې پسې تړلی انتروال لاس ته راځي، کوم چې د سیومتریک دلایلو له امله برابره لویه لري لکه یې چې [161 ; 0] لري.

لاندې اینونه باور لري: [{ 0 ... 161 } {162 ... 168 ... 174 } { 175 ... 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}76$ wird

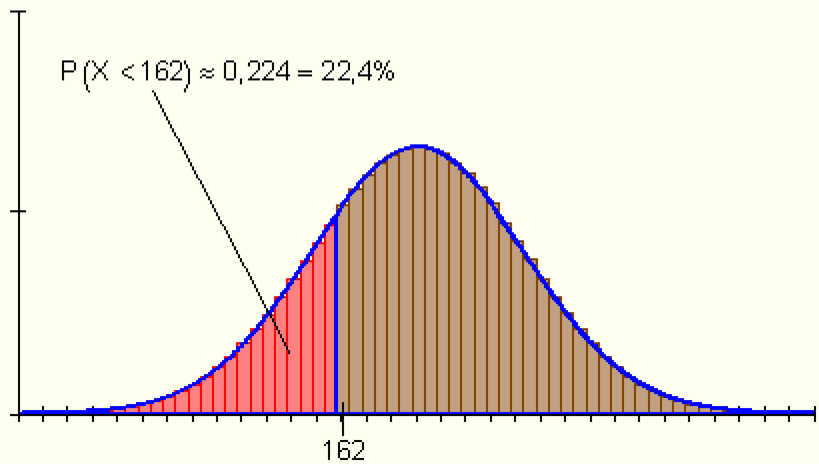
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

له 162 څخه لږ برياو لپاره احتمالوالی 22,4% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



و ب ته-

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}07$ wird

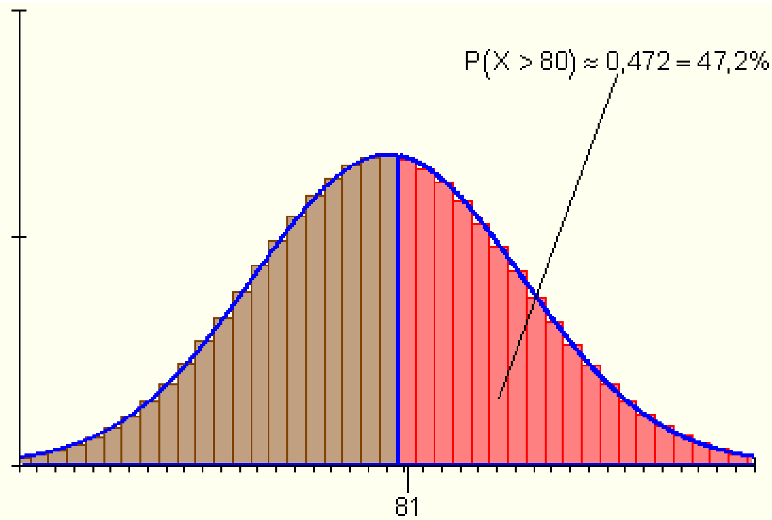
$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}056) = 0{,}5 \cdot 0{,}944 \approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

له 80څخه ډېرو برياو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Asymmetrische Umgebungen اسیومتریک چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموتریک انتروال احتمالوالی وټاکی.

$P(89 \le X \le 104)$ وټاکي $n = 180 \quad p = 0{,}55$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$$ اینبوونه

$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0{,}55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0{,}55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0{,}45} = \sqrt{44{,}55} \approx 6{,}675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88{,}5 \le X \le 109{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10{,}5}{6{,}675} \approx 1{,}57 \Rightarrow r \approx 1{,}57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0{,}884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93{,}5 \le X \le 104{,}5)$$

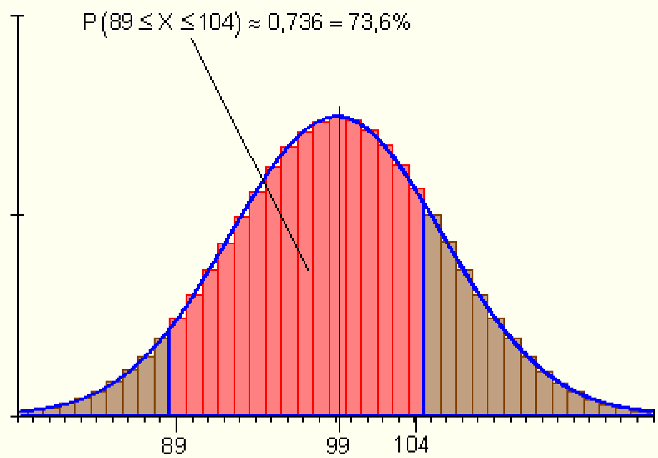
$$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5{,}5}{6{,}675} \approx 0{,}82 \Rightarrow r \approx 0{,}82 \cdot \sigma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0{,}588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0{,}884 + 0{,}588] = 0{,}736$$

په انتروال [89 ; 104] کې برياوې نږدې %73,6 دي.



اووه لسم – هيپوتيزې ازمايښت ته بنسټونه

پيلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زيات وخت له هغې وروسته پوهيږي چې ايا پرېکړه يې ټيک وه. نا اطمنان، چې پريکړه وکړي، تل يو د ناټيکاوي احتمالوالی لري. د هيوپوتيز ازمايښت تل موږ ته ديوه بديل يا الترناتيوي پرېکړې لپاره يوه لار ښايي. موږ خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې موږ څه ټيک ګڼو. دا موږ صفر هيپوتيزH_0 بولو.

يوه الترناتيو پرېکړه الترناتيو هيوپوتيز بولو.

د هيپوتيزو ازمايښت تل يوه تلنلار ده يا کونه ده، چې سرې يې په زياتو پلونو يا قدمونو وېشلی شي:

- د صفرهيپوتيزH_0 او د الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز H_1فرمول بندي کونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د سګنیفیکیشن نیوو Signifikanzniveaus کره کونه.

- د صفر هیپوتیز د نیونې – او رده ونې ورشو.

- د توکلې ازماېنې روستنه.

- د ازماېښت پرېکړه کونه او د هغې انترپریتیشن یا تشریح:

که د راوستن ازماېښت یا توکلي از ماېښت د نیونې ورشو کې پروت وي، نو H_0 نیول کیږي، پرته له دې ردیږي.

د هیپوتیز د ټیک نیولو یا ځا په ځای کولو لپاره یو څو بیلګې شتون لري:

- څه چې ښول یا ثبوتول غواړم، په الترناتیو هیپوتیز پورې اړه لري

- دا د مساوي یا برابر نخښه تل په صفرهیوپوتیز پورې اړه لري

- د صفر هیوپوتیز په لیکنه یا ځای په ځای کونه کېسرې له دې مخ ته ځي، چې،، ټول زاړه په زاړه پاتیږي، هیڅ تغر نه دی خوړلی،،

د صفرهیوپوتیز نیونه مو تل د الترناتیو هیوپوتیز رده ونې ته لاربښودوي، مګر د ې لپاره ثبوت نه دی چې د صفر هیوپوتیز دې ټیک وي.

د صفر هیوپوتیز رده ونه مو د الترناتیو هیوپتیز نیونې ته بیایي یا لاربښودوي.

بیلګه ۱ : په اخرنیو لسو کالونو کې د یوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافیتریا د مړئ سره خوښ نه وو. داسې ګومان کیږي چې د سمستر جریان کې نا خوښي حتی زیاته شوې ده. د کافتریا ټیم نو اوس دې پرېکړې ته اړین دی چې د مړئ ښه کولو ته باید ملا راوتړي. د دې لپاره چې پرېکړه وکړی شي، نو د 100 زده کوومکو څخه پوښته کوي.

الف- که د مړئ سره له لسو زیات زده کوونکي ناخوښ وي، نو باید مړئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتریا د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.
ب – د مفتریا ټیم د راوستنپوښتنې توکلیوالي څخه شعوري دي یا بوهیږي او په دویمه پوشته ې ۱۰۰ زده کوونکې بیا پوښتي. په دې حالت کې ټیم په 95% اطمنان سره د پوښتنتنیجې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکې د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټیم به په دواړو حالتونو کې څنګه پرېکړه وکړي؟

پرېکړه باید د هیوپوتیزې ازماښت له لارې پیدا شي.

د ښوولو دی $p > 0,1$.

داپه دې معنا : د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مړئ سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیوپوتیز کره دي.

$H_0: p \le 0,1 \text{ und } H_1: p > 0,1$ او $H_0: p \le 0,1 \text{ und } H_1: p > 0,1$

الف- -هیوپوتیز ازمایل کیږي. دا نیول کیږي یا همداسې ساتل کیږي، که د زده کوونکو تعداد یا ګڼون په نیونورشو(نیول شوي ورشو)او دا وساتل شي، که د زده کوونکو تعداد په ردیدونکې ورشو کې پروت وي.

$$H_0: p \le 0,1 \quad \begin{array}{ll} \text{Annahmebereich} & A: \{0,1,\dots,10\} \\ \text{Ablehnungsbereich} & \overline{A}: \{11,12,\dots,100\} \end{array}$$

په لومړي ازماښت کې 12 د زده کوونکو د مړئ سره خوښي ښایي،

په لومړي ازماښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مړئ سره خوښ نه دي.

د H_0- هیوپوتیز له دې سره رد شوه، مګر دا کیدی شي د نمونه ازماښت د توکلیوالي سره ممکن ناټیک وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیزلوالي کې(د مسلکي ښوونځي دټول زده کوونکو دېرئ یا سټ) په ریښتونې یا حقیقت کې 10% وي. سړی په دې د H_0–هیوپوتیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناټیکاوی یا اغلطي ، چې د ازماښت اشتباه احتمالوالی هم بلل کیږي، د رده شوو- احتمالوالي څخه شمیرل کیږي.

$$P(X \ge 11) = 1 - P(X \le 10) \approx 1 - 0,583 = 0,417 \quad \text{(siehe Tabelle 1).}$$

داپه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

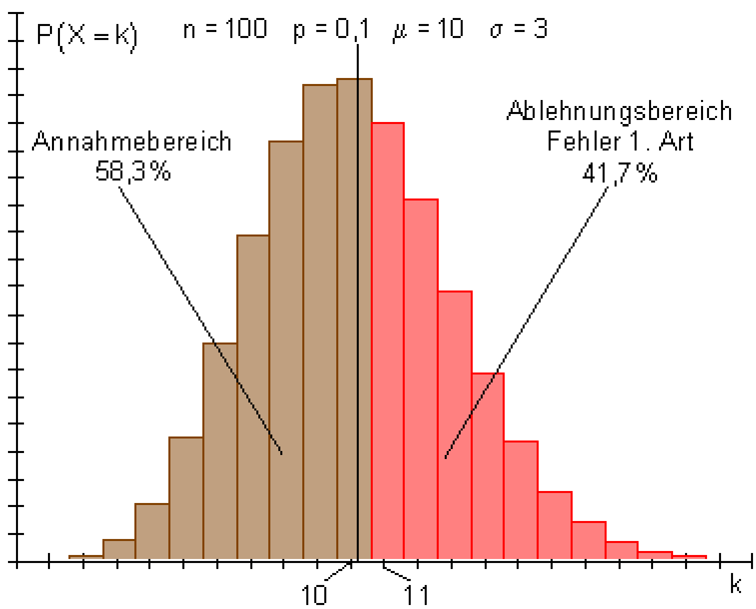
(c) ketabton.com: The Digital Library

نو سړی باید ووايي: ،، د نيوني له مخې، چې په ريښتوني د ټول زده کوونکو10% ناخوښ دي، د ورکړ شوو پوښتنو سره د يوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره يوې داسې نتيجې ته رسيږي او له دې سره د صفر هيوپوتيز يوې ناټيکې رده وني ته،،.

يو وېشنتابع يا پاشل – يا خورونتابع دې دا روښانه يا واضح کړي:

ښي: د رده وني ورشو ، کيڼ: د منلو يا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټيکاوی



ب – د دويم ازمايښت سره يو د 5% ناټيکاوي باندې قانع کيږي(د 95% تظمين).

له دې سره د نيونې- يا قبلونې- او رده وني ورشو تغير خوري.

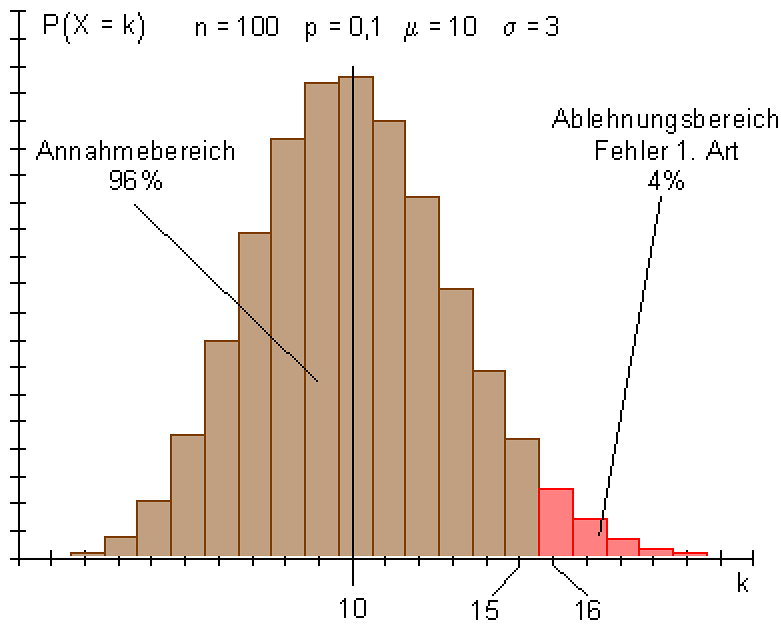
د منلو قبلولو ورشو لويوالي سره، د رده ولو يا نه قبلولو ورشو يا ساحه لوييږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کونکو سره په نوي قبلوني ورشو کې راځي، د صفر هيوپوتيز نيول – يا قبلول کيږي. د کفيتريا ټيم دليل نه ويني، چې غزا يا مرئ ښهکړي. ټيک هلته که ۱۵ زده کوونکې د غزا يا مرئ سره ناخوښ وی، کيدی شوی، چې صفر هيوپوتيز رد يا ناقبوله شي، الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز قبوله شي يا ومنل شي او غزا ښه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو د وېشنې تابع به دا روښانه یا واضح کړي.

د الماني بڼې: د رده ونې ورشو ، کينې: د منلو يا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټيکاوی



په یوه ازمايښت کې چې څه ناټيکاوي ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کيږي. دا د قانون يا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کيږي. له دې سره 1% او 5% عادي يا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د H_0-هيوپوتيز د اشتباهي رده ونې هغه خورا لوی احتمالوال ی دی.

اشتباهي رده ونې ته سرې سيګنيکانس نيوSignifikanzniveau (انګريزي: significanceniveau)هم وايي.

جدول ۱: کوموليږ شوی د بينوم وېشنه د n=100 او p=0,1 لپاره.

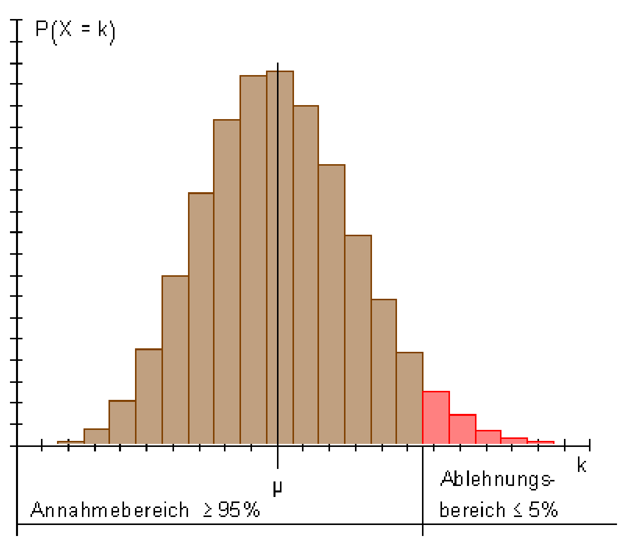
(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

يو ازماېښت، د کوم سره چي د رده وني ورشوپورته لور ته، يعني د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، *ښي لوريز هيپوتيز ازماېښت* بلل کيږي. دېرواره دا تلنلار هلته کارول کيږي، چي بديل هيپوتيز $H_1 : p > a$ وي، او $H_0 : p \le a$ ازمايل کيږي. دا چي د بينوميالوېشنه يوه ديسکرېټ وېشنه انځوروي زيات وخت نه توانيږو، د رده ولو ساحه داسي وټاکلی شو، چي اشباه احتمالوالی ټيک هغه د مخه ورکړ شوي ارزښت په ګوته کوي. دا بايد نه د غوښتوني ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

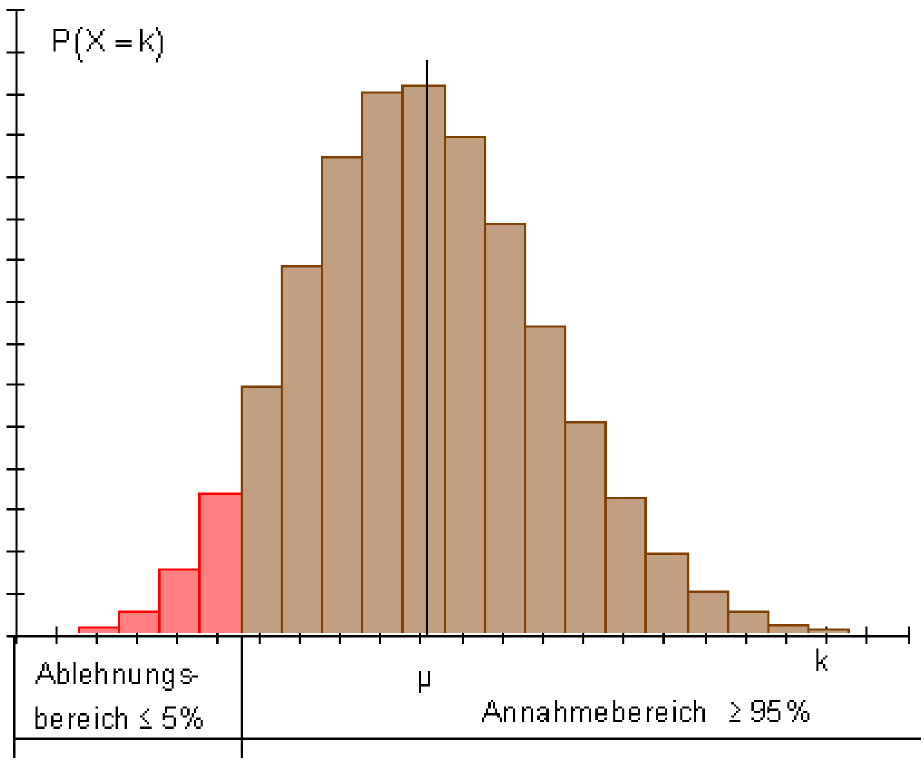
ښی لوريز هيوپوتيز - ازماېښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه ازماېښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، یعنې د انتظارارزښت مینې لور ته پرته وي، کینې هیوپوتیز ازماېښت بلل کیږي. زیات واره دا تلنلارهلته استعمالیږي، چې بدیل هیوپوتیز H_1: $p < a$ وي، او H_1 : $p \geq a$ ازماېل کیږي.

کینې اړخیز هیوپوتیز- ازماېښت



د هیوپتیزو په ازماېښت کې ناتیکاوی:

پرېکړه، چې د ازماېښت په نتیجه کې (ازماېښت، ټولپوښتنې،...) کیدی شي ناتیک وي.

ازماېښت کونکي هیوپوتیزېH_0 (زیات له زیاته 10% زده کوونکي د غزا یا مړئ سره ناخوښ دي) کیدی شي رښتیا یا نارښتیا (ناتیک) وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی د ناټیکاوي(غلطئ) دوه ډولونه سره توپیروي:

د لومړي ډول ناټیکاوی(غلطي): د صفر هیوپوتیزې غورځول کیږي یا ردیږي، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی:

د صفر هیوپوتیزې قبلیږي، سره له دې چې دا ناټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط وشمیرل شي، که سړی د بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیزې لپاره یوبل احتمالوالي، لکه د H_0 لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلکه(بدیلي یا الترناتیو تست(ازماېښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال(د دویم لاس یازاړه) د کوچنیانو بوټان خرڅوي. نږدې 60% بوټان بې له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتې یې داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی(ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښایي، چې دی استعمال بوټان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناټیک- یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمایي.
د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوټان د خرڅوونکي له زخیرې څخه راباسي،

لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوټانو لپاره احتمالوالس $p = 0,8$ دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې ګڼي، دا له $p < 0,8$ څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفرهیوپوتیزH_0 : $p \geq 0,8$ او بدیلي هیوپوتیز$H1$: $p < 0,8$

د $n = 20$ جوړه بوټانو یوه ازماېښت سره سړی د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0{,}8 = 16$$

د جوړو یاسمو جوړو بوټانو انتظار باسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوټان ټيک وي، نو دا د راوړنکي ثبوت يا غوښتنه په ګوته کوي، نو بيا دې H_0 ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوټان ټيک وي، سره له دې چې $p = 0,8$ دی. صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۶ بوټانو لږ ټيک وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت لرو؟

$P(X \leq 15) = 0,370$ (Siehe Tabelle 3).

د يوه 37% احتمالوالي سره کيدی شي مخ ته راشي، چې په يوه ازمايښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوټان جوړ وي، سره له دې چې د بوټانو 80% روغ يا جوړ دي. سړی کړی شي د 37%يوه احتمالوالي څخه اشباهآ صفرهيوپوتيزې رد کړي.

دويم حالت:

نيسو، چې د بوټراوړونکي بوټان 60% ټيک او جوړ روغ دي. د دې نيونې يا فرضيې سره لاندې هيوپوتيز ترتيبوي:

صفرهيوپوتيزې H_0 : $p \leq 0,6$ او الترنايو يا بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0,6$

د $n = 20$ جوړه بوټانو ازمايښت سره سړی انتظار باسي، چې

$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زيات روغ جوړ بوټان وميندل شي، دا دوکاندار د ګومان په ضد وينا وې دي ($p = 0,6$).

توکلي هم کيدی شي چې له ۱۲ جوړو زيات بوټان مخ ته راشي، سره له دې چې $p = 0,6$ دی.

د صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زيات بوټان ټيک روغ جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X > 12) = P(X \le 20) - P(X \le 12) = 1 - 0{,}584 = 0{,}416 \quad \text{(siehe Tabelle 2)}$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په ازماېښت کې له ۱۲ جوړو زیات بوتلان روغرمټ دي، سره له دې چې فقط 60% بوتلان روغرمټ دي. سړی به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهآ صفرهیوپوتیزې رد کړي.

په دواړو حالتونو کې احتمالوال د دې لپاره دی، چې ناتیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی(لومړی حالت 37% ، دویم حالت41,6%).

د مخه له دې چې ازماېښت وشي، موخه ور(هدفمند) دئ،چې د دې لپاره پرېکړه وشي، چې د کوم تعداد یا ګڼون سره بوتلان سړی د روغرمټ په حیث غوره کوي $p = 0{,}8$ یا p = 0,6. داسې پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سړی باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چې د ناتیکې پرېکړې لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندې د پرېکړي قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمټ وي، نو $p = 0{,}8$د ټیک په توګه کتل کیږي، پرته له ې دې $p = 0{,}6$ باور ولري.

د هیوپوتیز ازماېښت داسې دی : $H_0 : p \ge 0{,}8$ او $H_1 : p < 0{,}8$.

د مخ ته ورکړې څخه د H_0 لپاره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راکوي.

د منلو یا قبلولو ورشو: $\overline{A} = \{0 \ldots 14\}$ د ره ولو یا نه قبلولو ورشو: $A = \{15 \ldots 20\}$ ،

که H_0 باید رد شي، نو$H_1 : p < 0{,}8 = 0{,}6$ دې باور ولري.

د الماني پښتو له کینکښنته څخه ښي لورته:د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}6$د منلو یا قبلولو ورشو، د $p=0{,}6$ د منلو روشو.

په څیره کې پورته له ښي کیڼ لور ته او بیا له پروتولاړ سیستم کښته له ښي کیڼ لور ته:

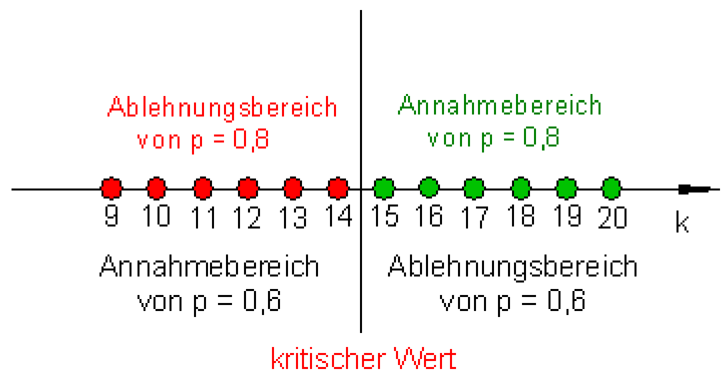
(c) ketabton.com: The Digital Library

د منلو ورشو　　　د نه منلو ورشو

له...　　　له...

د نه منلو یا نه قبلولو ورشو　　　د رده ولو یا نه قبلولو ورشو

له...　　　له .....



کریتیکل ارزښت

د دې پرېکړې د ناتیکاوي امکانات:

۱ - $p = 0{,}8$ ټیک دی، دا پهدې معنا، چې نوی د بوټانو راوړنکی په رېښترنې دښه خړنګوالي یا کایټي بوټان راوړي. توکلي کیدی شي مخ ته راشي، چې له ۱۵ جوړه بوټانو څخه لږ یا کم په ریښتوني روغرمټ وي. نو سړی به بیا په راوړنکي باور ونه لري. د د اسې یوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$P_{80}(X \le 14) = 0{,}196$ (siehe Tabelle 3).

دا په دې معنا، چې که څوک داسې یوه تکلي تجربه د ۲۰ جوړه بوټانو سره زیات ځله وکړي، نو کیدی شي چې سړی په 19,6% حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوټانو د اصلي خړنګوالي یا کوالیټي په ضد وي(په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول ناتیکاوی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتوني هیوپوتیز، (د نوي راوړونکي بوټان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړی –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوټ راوړونکي هم ښه بوټان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مګر توکلي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې بوټان روغرمټ دي. د لته به سړی د نوي بوټراوړنکي بوټان په ناټیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$$P_{60}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0,874 = 0,126 \quad \text{(siehe Tabelle 2).}$$

داپه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوټانو سره داسې یوه توکلي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې دبوټانو څرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتونې دی.

د ویم ډول ناټیکاوی:

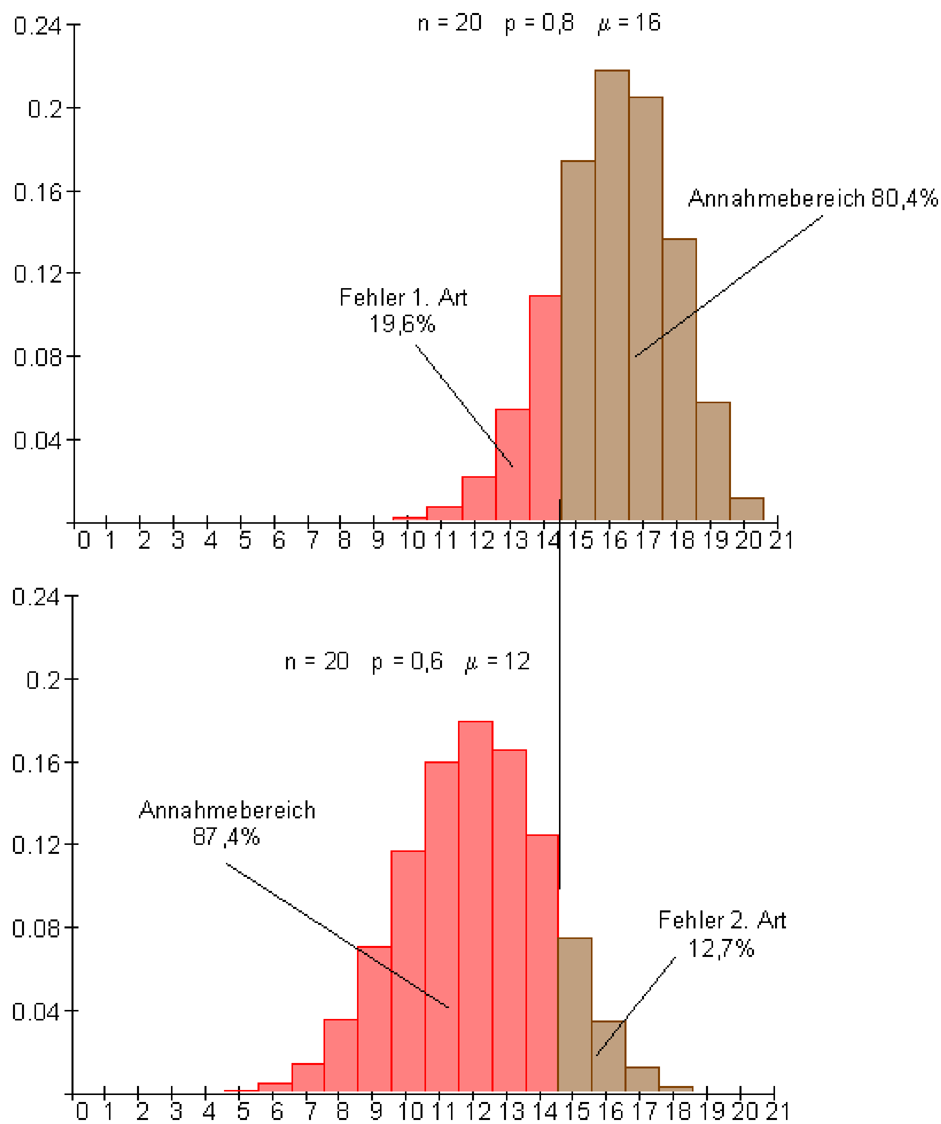
په ټول 12,6% حالتونو کې به ناټیک هیوپوتیز، (د نوي بوټ راوړونکي بوټان ډېرښه دي) له منځه لرې نه شي.

دلومړي حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نخښه کوو
$(\alpha = 0,196)$
ددویم حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د ß په نخښه کوو

$(\beta = 0,126)$

د دې لپاره چې د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرو، سړی د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې ورشو ترځیرنې لاندې نیسي د فرضیې یا نیونې لاندې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري. د دویم ډول ناټیکاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماېښت نتیجه د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکول کیږي.

که یو د اشباه احتمالوالی له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلوني او رده وني ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه $\alpha \leq 0,1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دريم جدول څخه ولولئ، ځکه چې $P_{0,8}(X \le k) \le 0,1 \Rightarrow k = 13$

$$P_{0,8}(X \le 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د يوه لومړئ ډول ناتيکاوي لپاره احتمالوالی دی

د قبلوني ورشو: $A = \{14,15,\ldots,20\}$ د رده وني ورشو: $\overline{A} = \{0,1,\ldots,13\}$

$$P_{0,6}(X \ge 14) = P_{0,6}(X \le 20) - P_{0,6}(X \le 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د يوه دويم ډول ناتيکاوي احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره احتمالوالی له نيمايي څخه زيات باندې راکم شي، د دويم ډول اشتباه دوه برابره کيږي.

له دې مخ ته ښيره لاندې راغلي:

که هيوپوتېز $p = 0,8$ ربښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه تست په بنسټ په ناتيک ډول رد شي، 8,7% دی.

ځکه چې په 8,7% ټولو حالتونو کې ازماېښت نتيجه په $p = 0,8$.

د رده وني ورشو کېږرته ده.

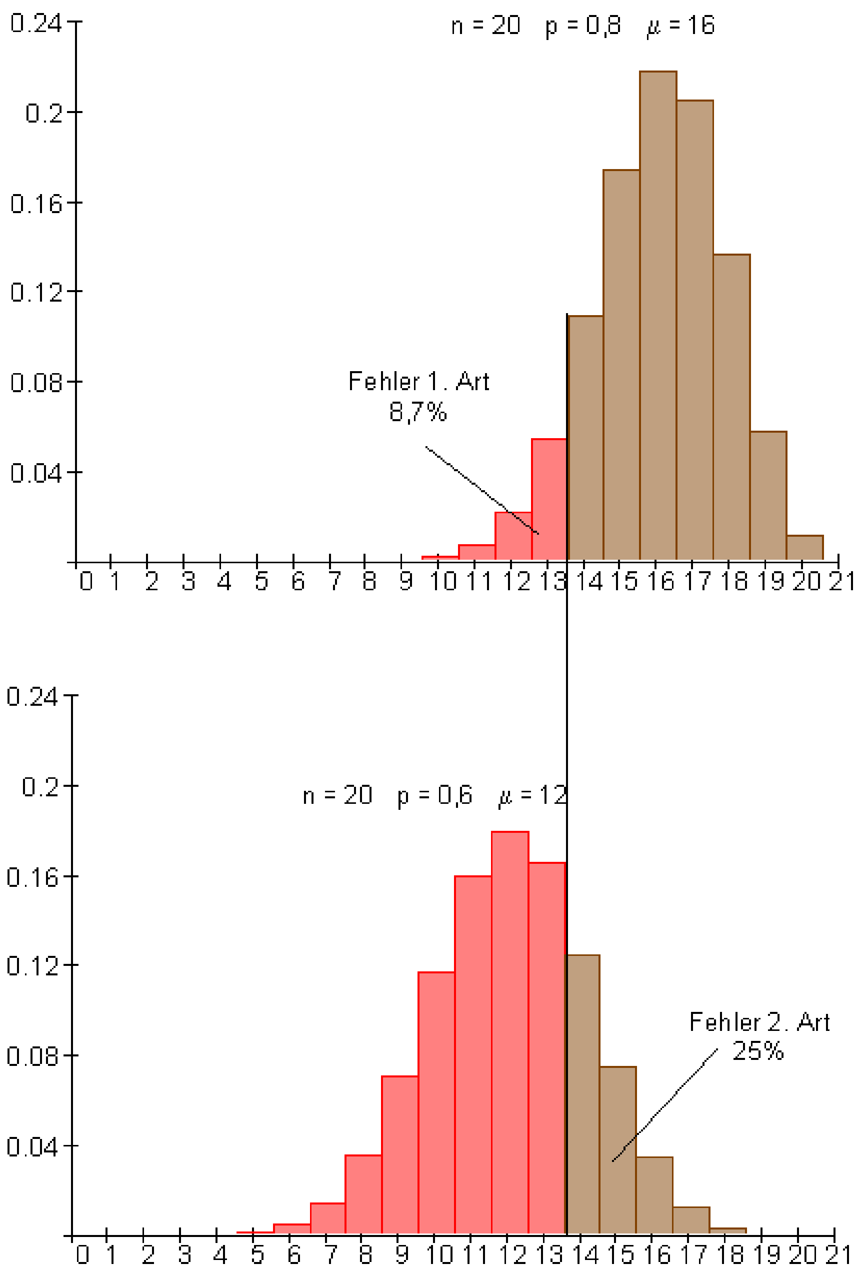
که هيوپوتيز $p = 0,8$ ربښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه ازماېښتپه نتجه کې په ناتيک ډول رد شي، 8,7% ده.

ځکه چې د ټول حالتونو په 8,7% کې د ازماېښت نتيجه د $p = 0,8$ رده وني ورشو کې پرت ده.

که هيوپوتيز ربښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی،چې د تست په نتيجه کې په غلطه توګه رديږي 25% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه(ازماېښتنتیجه) د $p = 0,8$ په رده ونې ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,6 لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دریم جدول: کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,8 لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه ځنګه کله ازمایل کیږي؟

د صفرهیوپوتیز(H_0) او د دې مخامخ یا معکوس هیوپوتیز(H_1) ځاي په ځای کول.

صفرهیوپوتیز د علاًقې (ځای) په واک کې ده.

د ګټې یا علاقې I ډله ثبوتوي	$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$
د ګټې II ډله ثبوتنوي	$p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دواړو حالتونو کې $p = p_0$ کارول کیږي.

د علاقې یا ګټو مختلفې ډلې یا ګروپونه مختلفې صفرهیوپوتیز ځاي په ځای کوي. د دې پایله دا ده، چې د مختلفو ګټو ګروپونو لپاره د منلو یا قبلولو – او رده ولو ورشو ګانې مختلفې دي. د سرته رسیدلي د ازماینبت نتیجې هم د اړوند ځای په ځای شوې هیوپوتیز په واک کې دي.

کیڼ اړخیز تست که وي	$H_0: p \geq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p < p_0$
ښی اړخیز ازماینبت که وي	$H_0: p \leq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p > p_0$
دواړه اړخیز ازماینبت که وي	$H_0: p = p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p \neq p_0$

په اساي توګه سړی له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو ګروپونه مخامخې یو د بل معکوس (konträre) صفرهیوپوتیز ځای په ځای کړي.

پوښتنې

هیوپوتیز ازماینبت ۱

دیوه نورمال ویشل شوي توکلي اووښتونې(متحولې) یا واریابلې د سیګما چاپیریال لپاره د جدول څخه کار واخلئ

لومړی: د تلویزیون یوه زیریال په اخر کال کې منځنې لید کووت(چې څومره کسان فلویزین ګوري) 10% لروده. د خپرونې منجمنت ګومان کوي، چې د زیریال ګرانښت یا محبوبیت د کال په اخره کې څلورمه یا ربعه کې حتی زیات شوی دی. نور زیریاله باید ورسره وا خستل شي، که د خپرونې ګرانښت پهریښتونې زیات شوی وي. د دې لپار باید ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سړی د خال خال ازماېښت نتیجو په هکله هم شعوري دی او د یوې 95% خال خال پوښتنو نتیجې سره خوښې ښایي.

د منني یا قبلونې او رده ونې ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکئ. وېشنتابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلې ټکې په نخښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: په يوهکوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري . د رحمان بابا ښوونځی هځي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سربي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتنې له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جګ شوی دی.

د منلو – او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکی، همداسې د لومړي ډول ريښتينې اشتباه. وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ. د سيګنيبيکيشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

دريم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴ (۶) ټولګي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت ګومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بې تغيره پاتې شوې ده. دا نيونه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازماېل شي.

الف- د $\alpha \leq 5\%$ لپاره د پرېکړې قانون څنګه دی؟

د لومړي ډول ناټيکاوی تشريح او وشميرئ.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

ب- د دويم ډول اشتباه تشريح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دبريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

څلورم: د يوه بختلوبو ااومات ماشين جوړونکی ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي ګټې کمبينيشن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی $p = 0,3$ دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمايل شي.

الف- ديوه سيګنيفيکانڅ نيوويا- کچې $\alpha \leq 10\%$ لپاره دپرېکړې قوانين ورکړئ او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: د قبلونې ورشو دې د انتظار ورشو ته سيمتريک پرته وي.

ب – د دويم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشميرئ، که د ګټې کمبينين احتمالوالی فقط p = 0,2 وي.

وپشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

حلونه:

هيوپوتيز ۱

مفصل حلونه.

لومړی:
د پوښتنې شنه او د هيوپوتيز راوړنه يا ځا په ځای کونه.
سړی غولړي و ازمايي، چې ايا د خپروني ګرتنښت زيات شوی دی، ايا دا ګومان $p > 0,1$ ټيک دی. د هيوپوتيز د راونې يا ځای په ځای کونې سړی په لاندې توګه مخ ته ځي:
دا څه چې بايد وښوول شي، بديلي هيوپوتيز جوړوي، د دې معکوس يا په څټ صفرهيوپوتيز.
صفرهيوپوتيز H_0 : $p \le 0,1$ ، بديل هيوپوتيز $H_1 : p > 0,1$.
د صفرهيوپوتيز د رده ونې سره د بديل هيوپوتيز نيول کيږي يا قبليږي.
H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازماېل شي.
د 95% اطمنان په دې معنا دی، چې ديوه 5% احتمالوالي سره د صفرهيوپوتيز قبلونه يو ناټيک پرېکړه ده، سيګنيکانځ نيو يا –کچه 5% .
د دې بنسټ سره د H_0 لپاره يو قبلونې او يو د رده ونې ورشو کره کيږي. دا چې لوی ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي، نو يو ښي اړخيز ازماېښت دی.
صفرهيوپوتيز H_0 : $p \le 0,1$ سيګنيفيکانځ نيو(کچه) $\alpha \le 5\%$
داتا:

$$n = 200;\ p = 0,1;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20 \cdot 0,9} = \sqrt{18} \approx 4,243 > 3$$

د 5% په يوه سګنيفيکانځنيو(-کچه) سره لاندې انټروالونه راوړو:

{ 5% }{ 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 لپاره رده ونه

له دې سره $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 20 + 1{,}64 \cdot \sqrt{18} \approx 26{,}95$ کيږي، چې په 27 راګرديږي.

د H_0 لپاره د قبلونې يا منلې پورته ورشو

باور لري:	د H_0 د قبليدنې ورشو $A = \{0 \ldots 27\}$ د H_0 د ردېدنې ورشو $\overline{A} = \{28 \ldots 200\}$

د ردونې ورشو داسې د ازمايلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 12\}\{13 \ldots 20 \ldots 27\}\{28 \ldots 200\}$$

$$P(28 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(13 \le X \le 27)\right]$$

$$P(13 \le X \le 27) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{18}} \approx 1{,}77 \Rightarrow P(13 \le X \le 27) \approx 0{,}923$$

$$\Rightarrow P(28 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}923] = 0{,}0385$$

ارزونه:

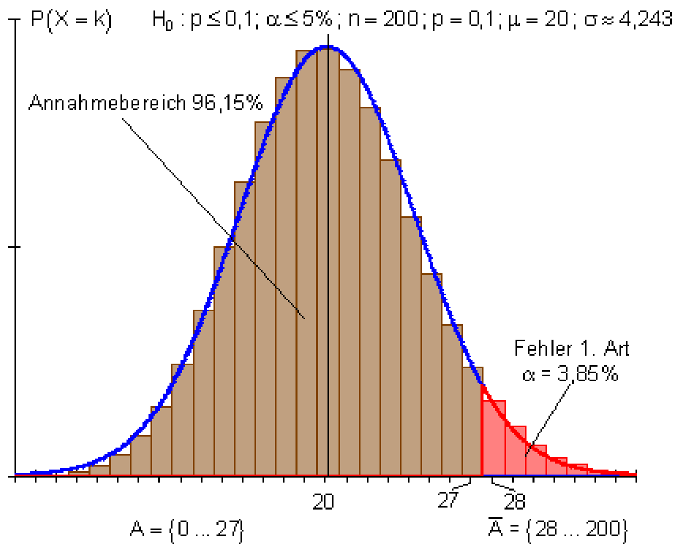
که په ټول پ،ښتنو کې راووځي، چې له ۲۷ کسانو زيات خپرونه ګوري، نو دا د H_0 د رده ونې په ورشو کې پروت دی. صفرهيوپوتيز به ردشي. بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0{,}1$ به ومنل شي يا قبوله شي. نوي زيريالونه به واخستل شي.

ناتيکاوی، کوم چې په دې پرېکړه کې کيدی شي 3,85% دی. دا په دې معنا چې ، د 3,85% يوه حتمالوالي سره به هيوپتيز H_0په ناحقه رد شي. د تانيکاوي احتمالوالی (3,85%) د اشتبا احتمالوالی بلل کبږي. د اشتباه احتمالوالي لپاره سړی سګنيفيکانځ نيو يا کچه هم وايي.

که په ټول پوښتنه کې را ووځي، چې زيات له زياته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاوړي، نو بيا به هيوپوتيز H_0ونيول- يا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. د ې پسې به بل سريال وا نه خستل شي.

دا چې د H_0 هيوپوتيز د ردهولو ورشو د احتمالوالی وېشنې په ښئ ورشو کې پرته ده، نو دا هيپتيز تست ښي اړخيز تست بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم: مفصل حل یا ځواب:

د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه.

سړی غواړي وازمايي، چې ایا د ښوونځي گرانښت زیات شوی دی، اياګومان $p > 0{,}37$ ربښتیا کیږي.

د هیوپوتیز د راوړنې لپاره داسي مخ ته ځو:

دا څه چې ښوول کیږي، بدیل هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس د صفر هیوپوتیزدی.

صفرهیوپوتیز $H_0 : p \leq 0{,}37$ بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز $H_1: p > 0{,}37$.

د صفرهیوپوتیز د رده ونې سره بدیل هیوپوتیز قبلیږي.

H_0 دې د ټول پوښتني له لارې و ازمایل شي.

د سګنیفیکانځ نیو دې زیا له زیاته 5% وي.

په دې بنسټ به د H_0 لپاره یوه د منلو – یا قبلولو ورشو او یوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د H_0 په ضد – یا برعکس خبرې کوي، نو دا یو ښي اړخیز تست(ازماېښت) دی.

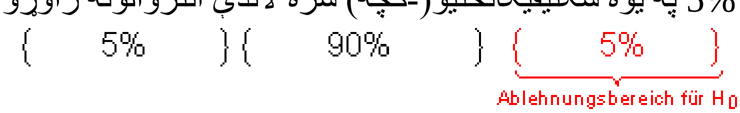
صفرهیوپوتیز $H_0 : p \leq 0{,}37$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 200 ; p = 0{,}37 ; \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$$

د 5% په یوه سګنیفیکانځنیو(-کچه) سره لاندې انټروالونه راوړو:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 د رده وني ورشو

له دې سره به $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 74 + 1{,}64 \cdot \sqrt{46{,}62} \approx 85{,}2$ شي، راګرد یا راټول په 85،

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmebereich von H_0	$A = \{0 \ldots 85\}$
	Ablehnungsbereich von H_0	$\overline{A} = \{86 \ldots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمايلو ده، داسي چې باور ولري:

$$P(86 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 62\}\{63 \ldots 74 \ldots 85\}\{86 \ldots 200\}$$

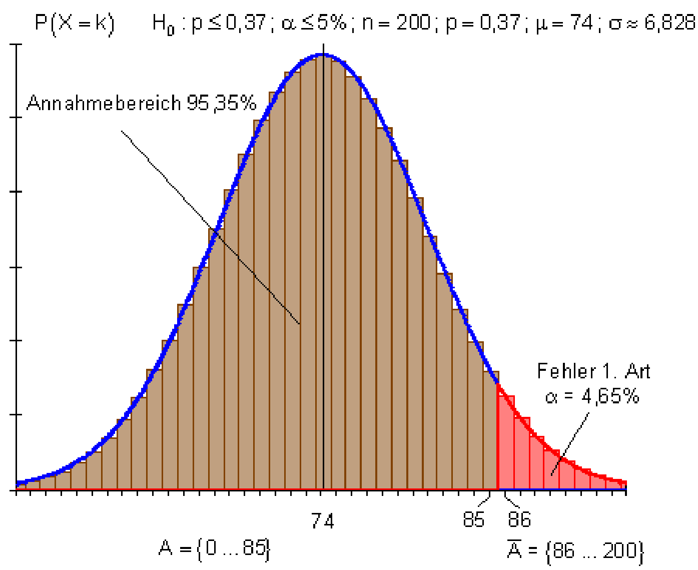
$$P(86 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(63 \le X \le 85)\right]$$

$$P(63 \le X \le 85) \Rightarrow r = 11{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{\sqrt{46{,}62}} \approx 1{,}68 \Rightarrow P(63 \le X \le 85) \approx 0{,}907$$

$$\Rightarrow P(86 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}907] = 0{,}0465$$

ارزونه: د H_0 قبلولوو ورشو له 0 تر85 پورې د مورپلرونو زیاتیز یا مثبت عقیدې په برکې لري یا نیسي.

د H_0 رده وني روشو له 86 تر 200 پورې د میندو-پلرونو مثبت نظر په بر کې نیسي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې دمیندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د H_0 د رده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفرهیوپوتیز به رد شوې وی. بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0,37$ به قبول شوی وی.
برېښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناټیکاوی(غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوې وی 4,65% به وی. داپه دې معنا، چې د 4,65% یوه احتمالوالي سره به د H_0هیوپوتیز په ناحقه رد شوې وي.

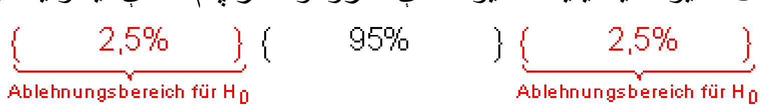
که په ټولپوښتنه کې راوتلي وی، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وی، نو هیوپوتیز H_0 به قبوله شوې وی.
په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی.
دریم: مفصل ځواب یا حل:
الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه.
باید و ارزمایل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدلیږي، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلی انحراف ګومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کیږي، نو دا یو دوه اړخیزه هیوپوتیز ازماښت دی.
هیوپوتیزونه دي:
صفرهیوپوتیز: H_0 : $p = 0,75$ ، بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 0,75$.
د رده ولو ورشو، چې د 5% د سیګنفیکانځنیو له لارې ټاکل شوې، په دواړو خواو په برابر ډول وېشل کیږي یا خوریږي.

صفرهیوپوتیز H_0 : $p \le 0,75$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \le 5\%$
داتا:

$$n = 120;\ p = 0,75;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{90 \cdot 0,25} = \sqrt{22,5} \approx 4,743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماښت مخ ته بیول کیږي، ځکه چې د بریاو یو کم تعداد یا ګڼون او جګ تعداد د H_0 په ضد د خبرې دي یا بیان دی.
د 5% د یوه سیګنیفیکانځنیو لاندې انټروالونه تر پام لاندې نیسو یا څیړو:



د H_0 لپاره د رده ونې ورشو　　　　د H_0 لپاره د رده منې وشو

له دې سره $\mu - 1,96 \cdot \sigma = 90 - 1,96 \cdot 4,743 \approx 80,7$ کیږي.
د H_0 لپاره د قبلونې ورشو لاندې پوله

(c) ketabton.com: The Digital Library

او $\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3$

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

باور لري	دH0 نيولو يا منلو ورشو (سيومتريک) د H0 د ردهولو يا نه منلو ورشو	$A = \{81 \ldots 90 \ldots 99\}$ (symmetris $\overline{A} = \{0 \ldots 80\} \quad \{100 \ldots 120\}$

د رده وني ورشو ازمايل کيږي، داسې چې باور لري:

$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \le \alpha = 5\%$

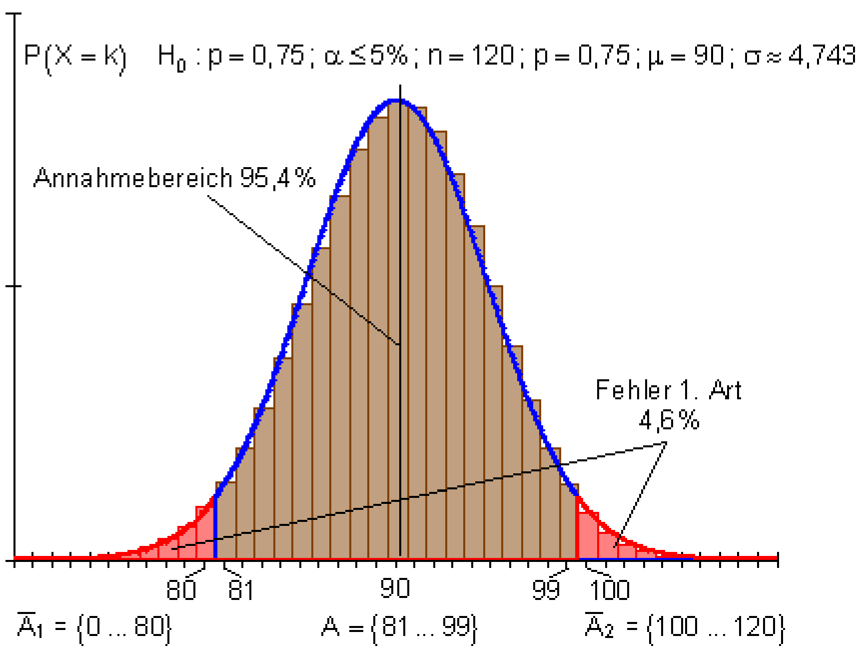
$\{0 \ldots 80\}\ \{81 \ldots 90 \ldots 99\}\ \{100 \ldots 120\}$

$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) = 1 - P(81 \le X \le 99)$

$$P(81 \le X \le 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \le X \le 99) \approx 0,954$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$$

ارزونه:



د H_0 قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه په برکي نيسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د رده وني ورشو د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي.
که $p = 0{,}75$ وي، مګر د نمونه ازماېښت توکلي يا تصادفي د رده وني ورشو کې لويږي، نو په ناټيک ډول سړی H_0 رده وي. د لومړي ډول ناټيکاوي لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده وني ورشو لپاره.
$1 - 0{,}954 = 0{,}046\ (4{,}6\%)$.
ب -
که باور ونه لري، بلکه $p = 0{,}7$ ټيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوتيز $p = 0{,}75$ ناټيک ده، مګر دا د نمونهازماېښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا حتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناټيکاوي دی.
سړی دا ناټيکاوی شميري، په داسې حال کې د قبلوني له لاري، چې $p = 0{,}7$ ټيک دی، د H_0 د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$\beta = P_{0,7}(81 \le X \le 99)$ شميرو
داتا:

$$n = 120\,;\ p = 0{,}7\,;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0{,}3} = \sqrt{25{,}2} \approx 5{,}02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمتريک انتوالونه تر څيړني لاندې نيسو

$$\left[\ldots\{69\ \ldots\ 80\}\ \underbrace{\{81 \ldots 84 \ldots 87\}\ \{88\ \ldots\ 99\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\ \ldots\right]$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) - P(81 \le X \le 87)\right] + P(81 \le X \le 87)$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) + P(81 \le X \le 87)\right]$$

$$P(69 \le X \le 99) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 3{,}09 \Rightarrow P(69 \le X \le 99) \approx 1$$

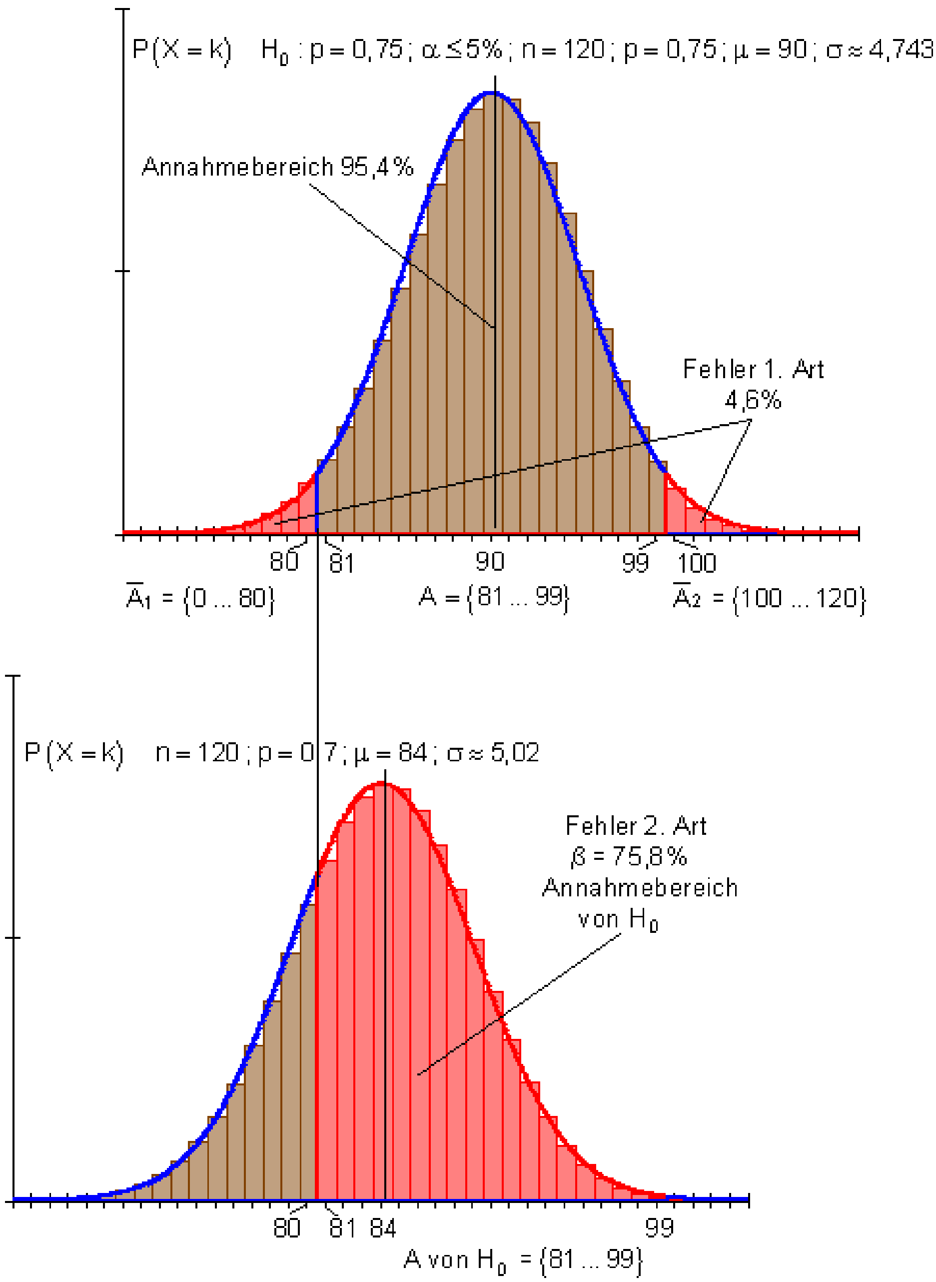
$$P(81 \le X \le 87) \Rightarrow r = 3{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 0{,}70 \Rightarrow P(81 \le X \le 87) \approx 0{,}516$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}(1 + 0{,}516) \approx \underline{\underline{0{,}758}}$$

ارزونه: که H_0 ناټيک او $p = 0{,}7$ ټيک وي، نو سره له دې هم په $75{,}8\%$ نتيجه دقبلوني ورشو H_0 کې لويږي يا پرېوځی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفر هيوپوتيز به په ناټيک ډول قبوله شي. دا نآتيکاوی د دويم ډول ناټيکاوی بلل کيږي.
دا 75,8% دی او د لومړي ناټيکاوي د 4,6% سره په پرتله خورا لوي دی.



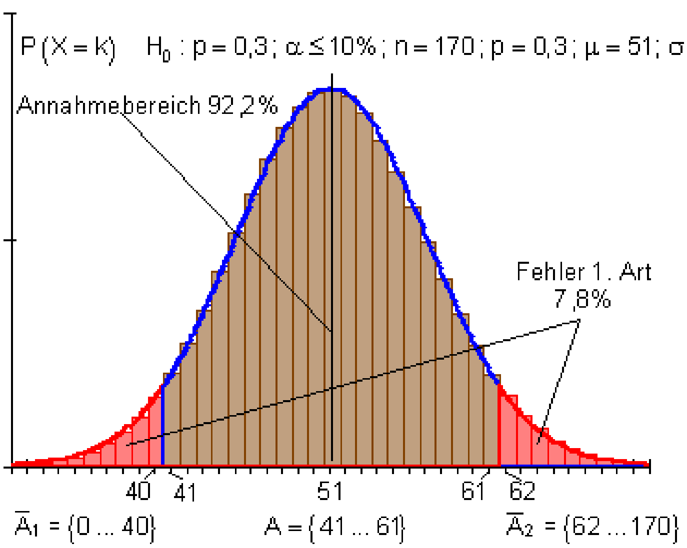
ځلورم: مفصل حل:
الف- د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه يا ځا په ځاي کونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

و دې ازمایل شي، چې ایا د $p = 0,3$ احتمالوالي سره یو ټاکلی د کټي ګډون یا کمبینیشن رامنځ ته کیږي. دا چې نه پورته لور ته یا کښته لور ته د یوه یواځنی انحراف اټکل یا ګومان رامنځ ته کیدی شي، نو دا یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماېښت دی.

د هیوپوتیز ازماېښت دی:
صفر هیوپوتیز: $H_0 : p = 0,3$؛ بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیز $H_1 : p \neq 0,3$.
د رده وني ورشو، چې د10% سیګنیفیکانځ له لارې ټاکل شوې په برابر ډول په داړو لورو وېشل کیږي یا خورشږي.

ارزونه:
که $p = 0,3$ ټیک وي، مګر که نمونه ازماېښت په توکلي توګه د ردوني په ورشو کې ولویږي، نو سرې په ناټیکه توګه له دې څخه مخ ته ځي، چې H_0 باید رد شي. د لومړي ډول ناټیکاوي احتمالوالی د رده وني احتمالوالي سره برابردی،
یعنې $1 - 0,922 = 0,078$ (7,8%) .



ب – که H_0 باور ونه ري، بلکه $p = 0,2$ ټیک وي، دا په دې معنا، چې هیوپوتیز $p = 0,3$ ناټیک ده، مګر نمونه ازماېښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې پروت دی، نو په ناټیک ډول سرې H_0 قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطي چې وکړي دویم ډول ناټیکاوی دی. دا ناټیکاوی سرې داسې شمیري، د فرضیې یا نیوني لاندې، چې $p = 0,2$ ټیک دی، چې د H_0 د قبلوني ورشو وټاکي.
$\beta = P_{0,2}(41 \leq X \leq 61)$ دشمیرلو دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

داتا:

$$n = 170;\ p = 0,2;\ \mu = n\cdot p = 170\cdot 0,2 = 34$$

$$\sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{34\cdot 0,8} = \sqrt{27,2} \approx 5,215 > 3$$

د شمیرلو لپاره سیمتریک انتروال تر څیرني لاندې نیسو

$$\left[\ldots\{7\ldots27\}\ \{28\ldots34\ldots40\}\quad \underbrace{\{41\ldots61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\quad \ldots\right]$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}\left[P(7 \le X \le 61) - P(28 \le X \le 40)\right]$$

$$P(7 \le X \le 61) \Rightarrow r = 27,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27,5}{\sqrt{27,2}} \approx 5,27 \Rightarrow P(7 \le X \le 61) \approx 1$$

$$P(28 \le X \le 40) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{27,2}} \approx 1,25 \Rightarrow P(28 \le X \le 40) \approx 0,789$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}(1 - 0,789) \approx \underline{\underline{0,106}}$$

ارزونه:

که H_0 ناټیک او $p = 0,2$ نیک وي، نو نتیجه سره له دې هم 10,6% د H_0 د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفرهیوپوتیز به په ناټیکه توګهونیول – یاقبوله شي. دا د دویمډول ناټیکاوی بلل کیږي. دا 10,6% دی او لومړي ناټیکاوي ته په پرتله د 7,8% سره په خورا لږه توګه لوی دی.

د دې څیره په لاندې مخ کې کښل شوې ده.

پوښتنې:

د هیوپوتیز تست II

د یوه نورمال وېشل شوې توکلي یا تصادفي متحولي یا اووښتوني (variable) دسیګاچاپیریال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.

په دریمه پوښتنه کې د کمولیري بینوموېشني د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ.

له دې د مخه څیره په لادې مخ کې

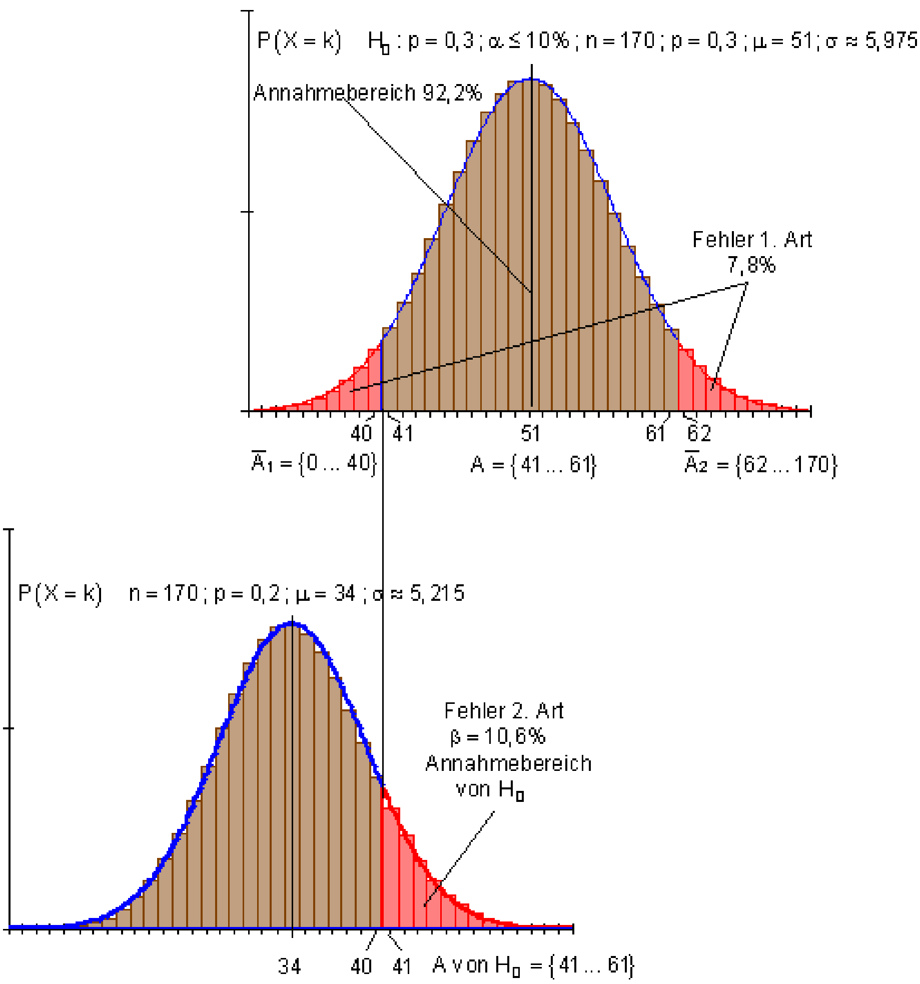
لومړی: د ،، شلمرلند،، فیرما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فیرما یې،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،،کاویار(د ماهي دانې دي) پاکټ،، باندې لیکل ، زیات وخت یې وزن له 5% څخه هم ټیټ دی او له دې املخ مشتریان غولوي.

اجازه شته، چې زیات له زیاته 5% کم وزنې ولري.

،، ارزان غزا،، دا ردوي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

،، له 5% کم پاکټول کموزني ده،،.
یو د 300 کسانو خپلواک کميسين دا پاکټونه څيړي.
د دواړو فيرماګانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر يوه هيو هيوپوتيز ارزښت د زيات له زياته 5% د يوه سيګنيفکانځنيو سره غوره کوي. پيښي تشريح کړئ يا کومنتار په ورکړئ.
دويم: د يوې ليسې په اخرني نمرو کنفرانس کې 15% زده کوونکو په ځنو مضمونون کې کمښت لروده. په سمستر جريان کې دې رده کوونکو ته په دې کريتيکل مضمونونو کې د کورسونو وړانديز کيږي. په بل د نمرو کنفرانس کې له ۱۴۰ زده کوونکو څخه ۱۸ کمښت لري.



الف- کيدی شي سړی زيات له زيات 5% داشتباه احتمالوالي سره قبول کړي، چې د ښوونکو هلي ځلي بريالئ وې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – صفر هيوپوتيز د تستپه بنسټ ردېږي. د لومړي ناټيکاوي ډول ځومره لوي دی؟
دريم: يوې څېړنې ورکړه، چې پلاسيبو د ناروغانو همغه نتيجه ورکوي لکه اصلي ګولئ.
د يوه کلينيک تجربه وايي، چې زيات له زياته د ناروغانو60%، چې د سردرد ګولئ نيسي، په پلاسيبو جوړيږي. د شميرنې لپاره د الف،، ب- او پ- په ورزياتې ګولئ(ګولئ ۱ او ګولئ ۲) و کاروي.
الف- يو د کلينيک ډاکتر ثبوتوې يا ادعا لري، چې د پلاسيبو زياته استعمالولی شي، که دا يو تريخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې ګولئ ورکوي او کره کوي، چې له دوي څخه ۷۵ په دې اغيزمن کيږي.
Muss daraufhin die Nullhypothese $H_0 : p_0 \le 0,6$ verworfen werden?
دا د زيات له زياته يوه 4% اشتباه احتمالوالي سره وشميرئ.
ب – د دويم ډول ناټيکاوی ځومره لوي دی، که د ترخې ګولئ لپاره $p = 0,7$ باور ولري؟
پ – د دويم ډول ناټيکاوی لږ ترلږه په نيمايي راکم کړئ. د دې لارې دH_0 د قبلونې – او ردونې ورشو څنګه تغير خوري؟
د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بيا مخ ته پروت دی؟
ت- د ب- او پ- وېشنه رسم کړئ د لومړي- او دويم ډول ناټيکاوی په نخښنه کړئ.
جدول ۱ .

د $n=100$ او $p=0,7$ لپاره راټول شوی بينوم وېشنه

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲ :

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هيوپوتيز تست II . مفصل ځوابونه يا حلونه

لومړی: د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راونه يا ځا پهځای کونه:

د هرې فيرما له نظر يو هيوپوتيزتست منځ ته راځي. د مختلفو ګټو يا علاقو په بنسټ مختلفئ هيوپوتيز رامنځ ته کيږي. له دې سره هر د قبلوني – او ردوني ورشو هم توپير پيدا کوي. ،، شلمرلند،، غواړي وښايي، چې $p > 0,05$ باور لري او لاندې هيوپوتيز رامنځ ته کوي: صفرهيوپوتيز H_0 : $p \le 0,05$؛ بديلي هيوپوتيز H_1: $p > 0,05$: .

دا يو ښي اړخيز هيوپوتيز ازماښت دی.

،، ارزان غزا(دا هم د مغازې نوم ديژباړی)،، غواړي وښايي، چې $p < 0,05$ باور لري او لاندې هيوپوتيز رامنځ ته کوي:

صفرهيوپوتيز H_0: $p \ge 0,05$ ، بديل – يا الترناتيو هيوپوتيز H_1 : $p < 0,05$.

دا يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د يوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفرهيوپوتيز H0 : $p \le 0,05$ سيګنيفيکانس نيو(s-niveau) $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0,05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,95} = \sqrt{14,25} \approx 3,775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انتروالونه شميرل کيږي:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}\ \underbrace{\{\quad 90\% \quad\}}\ \underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}$$

د H0 لپاره د رده وني ورشو.

له دې سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 15 + 1,64 \cdot \sqrt{14,25} \approx 21,19$ په21 راټوله يا راګرده شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H0 لپاره د رده ونې ورشو پورته پولې

باور لري:	د H0 لپاره د منلو ورشو د H0 لپاره رده ونو ورشو	$A = \{0 \ldots 21\}$ $\overline{A} = \{22 \ldots 300\}$

د ازمايلو لپاره د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور ولرى:

$$P(22 \le X \le 300) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(22 \le X \le 300) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(22 \le X \le 300) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

د،، ارزان غزا،، لپاره تست:

صفرهيوپوتيز H0 : $p \geq 0{,}05$ سيګنيفيکانس نيو $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0{,}05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انتروالونه شميرل کيږي:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 15 - 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 8{,}81$ په 9 راګرديږي

د H0 لپاره د منلو ورشو لاندې پولې

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري	د H0 د منلو ورشو د H0 د رده وني ورشو	$A=\{9\ldots300\}$ $\overline{A}=\{0\ldots8\}$

د ازمايلو د رده وني ورشو ده، داسي چي باور لري

$$P(0\le X\le 8)\le\alpha=5\%$$

$$\{0\ldots8\}\{9\ldots15\ldots21\}\{22\ldots300\}$$

$$P(0\le X\le 8)=\frac{1}{2}\left[1-P(9\le X\le 21)\right]$$

$$P(9\le X\le 21)\Rightarrow r=6{,}5\Rightarrow z=\frac{r}{\sigma}=\frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}}\approx1{,}72\Rightarrow P(9\le X\le 21)\approx0{,}915$$

$$\Rightarrow P(0\le X\le 8)\approx\frac{1}{2}[1-0{,}915]=0{,}043$$

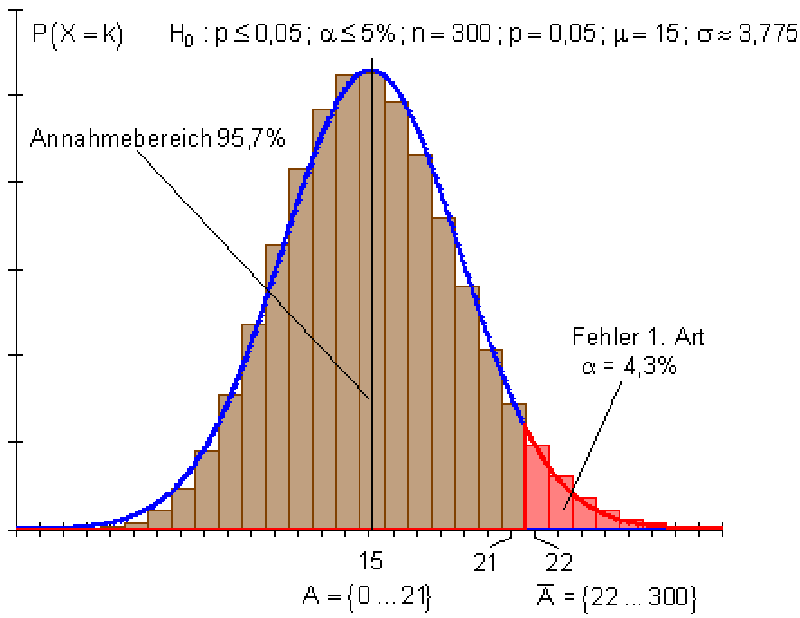
ارزونه: يوه مخامخ كونه يا مخامخ سره درونه ښايي:

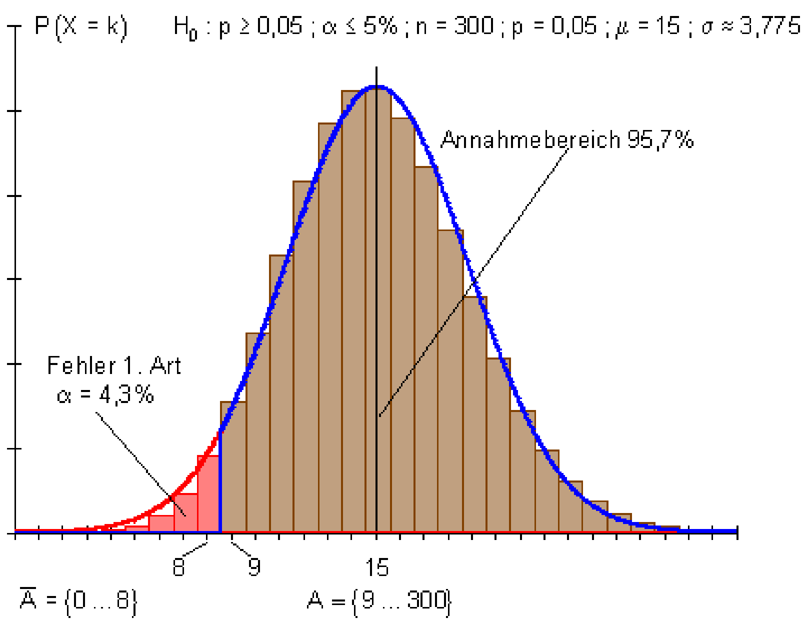
،، ارزانه غزا،، هيوپوتيز: $H_0:p\ge0{,}05;H_1:p<0{,}05$ $A=\{9\ldots300\}$ $\overline{A}=\{0\ldots8\}$ كيڼ ا ړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۹ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، ارزانغزا،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چې له 5%كم كموزنيز پاكټونه لري. كه د كنرول ورشو د قبلوني په ورشو H_0 كې پرته وي بايد په حقيقت كېH_0قبول شي، مګر له دې سره څه نه دي ښوول شوي.	،،شلمرلاند،، هيوپوتيز $H_0:p\le0{,}05;H_1:p>0{,}05$ $A=\{0\ldots21\}$ $\overline{A}=\{22\ldots300\}$ ښى اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۲۱ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، شلمرلاند،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چې د 5% څخه زيات ټول پاكټونه كموزنه دي. د غولني ګومان به سخت يا جدي شي. كه د كنترول ورشو د قبلوني ورشوH_0 كې پرته وي، بايد په حقيقت كېH_0 قبول شي، له دې سره څه نه دي ښوول شوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ښي اړخيز هيپوتيزتست پرتله کونه د یوه کيڼ اړخيز هيپوتيز تست سره.

د الماني پښتو مانا: له ښي کيڼ کښته لور ته: د منلو ورشو، لوړی ډول ناتيکاوی، د منلو ورشو، لومړی ډول ناتيکاوی.





(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباهي احتمالوالي شمیرنې لپاره یادونه.

د هر ردېد ونکي ورشو د انتروالاحتمالوالي شمیرنې د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسیده.

د نورمالوېشني ارزښتونه انتظار ارزښت ته سیومتریک دي.

برابر [اپیرېال وړانګې(شعاع وې)د برابرو سېحو هوداسې %-ارزښتونو په معنا دی. دا په ګراف کي انځور شوې متې یا ستني بینومیالوېشنه په ګوته کوي یا ښایي.دا فقط په $p =$ $0,5$ کي د انتظارارزښت سره سیومتریک دي. یوه ټیک شمیرنه به دبینومیالوېشني ارزښتونو سره د یوې د $4,9\%$ ناټیک ښي اړخیز تست سره اود $3,4\%$ ناټیک کیڼ اړخیز تست یا ازماېښت سره و ښوول شي.

دا توپیر په $p = 0,05$ د بینومیالوېشني د اکستریم یا افراطي کړوالي کي پروت دی.

دویم: مفصل ځواب

الف- د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه

که د ښوونکو انګاژما یا فعالیت بریا لروده؟ که هو، باید له 15% څخه لږ زده کوونکي کمښت یا ضعف وښایي. څېړنه باید وښایي، چې $p < 0,15$ باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز راوړل کیږي یا ځا په ځای کیږي:

صفر هیوپوتیز H_0: $p \geq 0,15$ ؛ بدیل هیوپوتیز H_1: $p < 0,15$.

صفر هیوپوتیز دې ټیک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کیږي. سړی هم وایي چې د X کوچني ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي.

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز تست دی.

صفر هیوپوتیز H_0 : $p \geq 0,15$ سیګنیفیکانس نیو $\alpha \leq 5\%$

داتا

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 140;\ p = 0{,}15;\ \mu = n\cdot p = 140\cdot 0{,}15 = 21$$
$$\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)} = \sqrt{21\cdot 0{,}85} = \sqrt{17{,}85} \approx 4{,}225 > 3$$

د 5% یوه سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انتروالونه ر خیرنې لاني نیسو:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}\ \{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64\cdot\sigma = 21 - 1{,}64\cdot\sqrt{17{,}85} \approx 14{,}07$ په 14 راګردیږي.

د H_0 لپاره د منلورشو لاندې پولې

باور لري	دH0 د منلو ورشو د H0 د ردهونې ورشو	$A = \{14 \ldots 140\}$ $\overline{A} = \{0 \ldots 13\}$

د رده ونې ورشو د شمېرلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(0 \le X \le 13) \le \alpha = 5\%$$
$$\{0 \ldots 13\}\{14 \ldots 21 \ldots 28\}\{29 \ldots 140\}$$
$$P(0 \le X \le 13) = \frac{1}{2}\left[1 - P(14 \le X \le 28)\right]$$
$$P(14 \le X \le 28) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 1{,}78 \Rightarrow P(14 \le X \le 28) \approx 0{,}925$$
$$\Rightarrow P(0 \le X \le 13) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}925] = 0{,}038$$

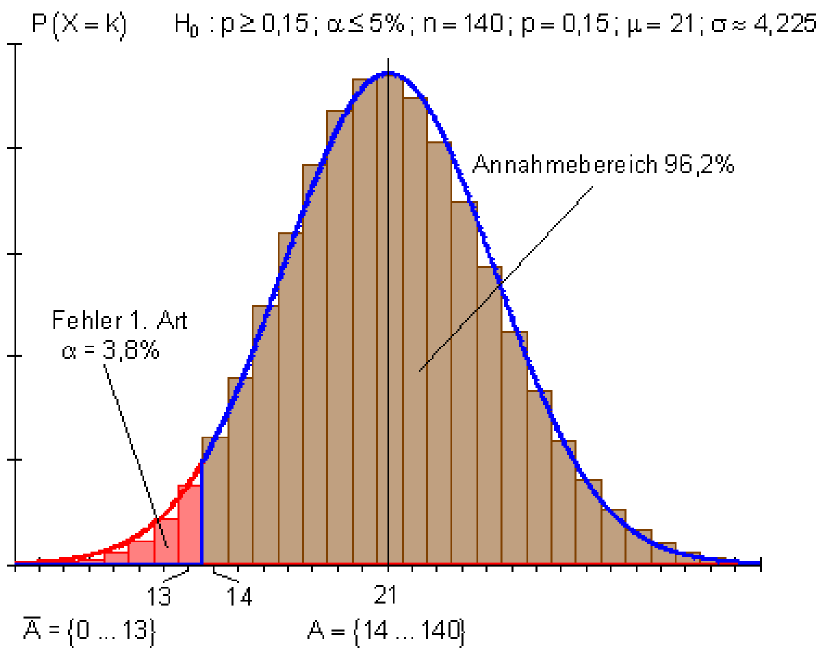
ارزونه: د H_0 د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف یا کمښت سره خوندي لري.
د H_0 د ردونې ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف یا کمښت سره خوندي لري.

دا چې ۱۸ زده کوونکي نوي ځل کمښت ښايي،، دا د H_0 د قبلولو په ورشو کې لوېږي یا پرېوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرهيوپوتيز بايد وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کوونکي، لکه چې انتظار يې بايد شوی وی ياکيده، کمښت لري. سړی له مثبت تغير څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کوونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعاليت برياوې لرودې.

له دې سره به د اشتباه احتمالوالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه

د دې واقعيت په بنسټ چې ۱ زده کوونکي، يعني له ۲۱ څخه کم، لکه په p = 0,15 کې يې چې انتظار بايد شوی وی، کمښت ښايي، بايد د صفرهيوپوتيز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلوني ورشو لاندې پوله نيسي ، د لومړي ډول ناتيکاوی تغير خوري. د قبلوني – او ردوني ورشو په لاندې توګه تغير خوري.

د قبلوني ورښو: { 140 ... 19 }؛ د ردوني ورشو:{ 18 ... 0 }

د ناتيکاوي احتمالوالی د ردوني ورشو له لارې ټاکل کيږي.

{ 0 ... 18 } {19 ... 21 ...23 } { 24 ... 140 }

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\{0 \ldots 18\}\{19 \ldots 21 \ldots 23\}\{24 \ldots 140\}$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}\left[1 - P(19 \le X \le 23)\right]$$

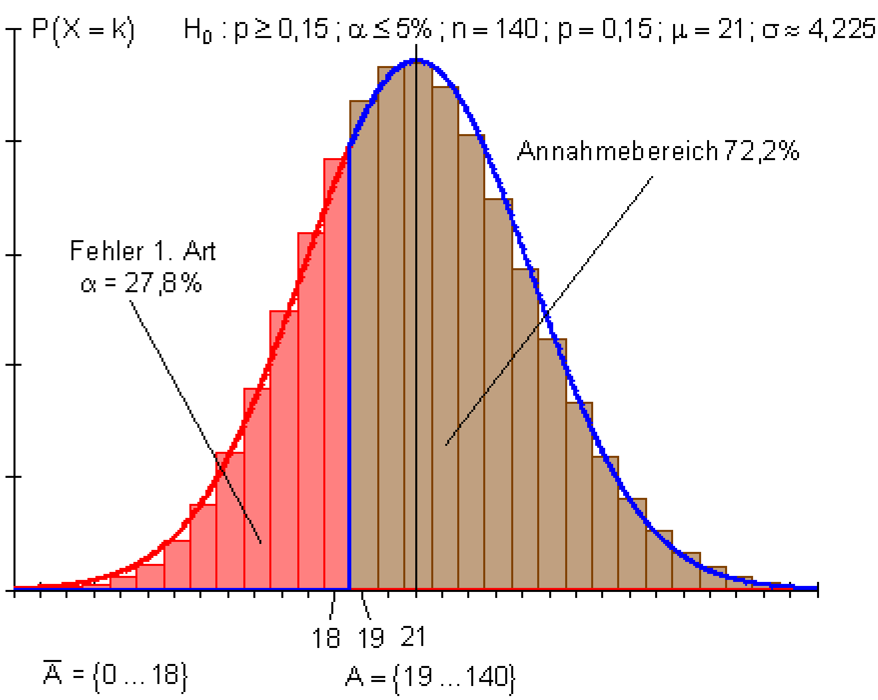
$$P(19 \le X \le 23) \Rightarrow r = 2{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 0{,}59 \Rightarrow P(19 \le X \le 23) \approx 0{,}445$$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}445] = 0{,}278 = \alpha$$

ارزونه: دH_0 د قبلوني ورشو د کمښت یا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

دH_0 د روني ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کوونکي خوندي لري.

که د صفرهیوپوتیز دستي له ۱۸ د کمښت سره زده کوونکو سره رد شي، نو دي پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالوالی نږدې یا څه ناڅه 27,8% دي. ویناء، چي دښوونکو فعالیت برابرې لروده، د یوې 27,8% غلطې سره شتون لري.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: مفصل حل

الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د شمیرلو لپاره د $n = 100$ او $p = 0,6$ همداسي د $n = 100$ او $p = 0,7$ لپاره د بینومي وېشني مل جدول استعمال کړئ.

د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه:

د دې لپاره احتمالوالی، چې پلاسیبو اغیزلري، زیات له زیاته 60% دی. ګومان کیږي، چې د ترخه خوند سره پلاسیبو ډېره اغیزمنه ده. معاینه یا پلټنه ښایي، چې $p > 0,6$ باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز منځ ته راځي:

صفر هیوپوتیزH_0 : $p \leq 0,6$ ، الترناتیو هیوپوتیزH_1: $p > 0,6$

صفرهیوپوتیز دې ټیک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسیبو اغیز ولري.

سړی هم وایي، چې د X لوي ارزښتتونه د H_0 په ضد دي . دا ړخیزه هیوپوتیزي یو ښي ازمايښت دی. د رده ونې ورشو د $p = 0,6$ لپاره د انتظارارزښشت ښي لور ته پرته ده.او یوه لویه (لویوالی) زیات له زیاته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سیګما-چاپیریال لپاره د نورمال وېشل شوي تصادفي متحولي احتمالوالی.

1 $P = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma)$ که $\sigma > 3$ د لاپلاس شرایط وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1.12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالېوته کونې تصادفي متحولې اواحتمالولد جدول استعمال

1. انتروال و انتظار ارزښت ته سيومتريک دی.

$$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;\, P(65 \le X \le 85)$$

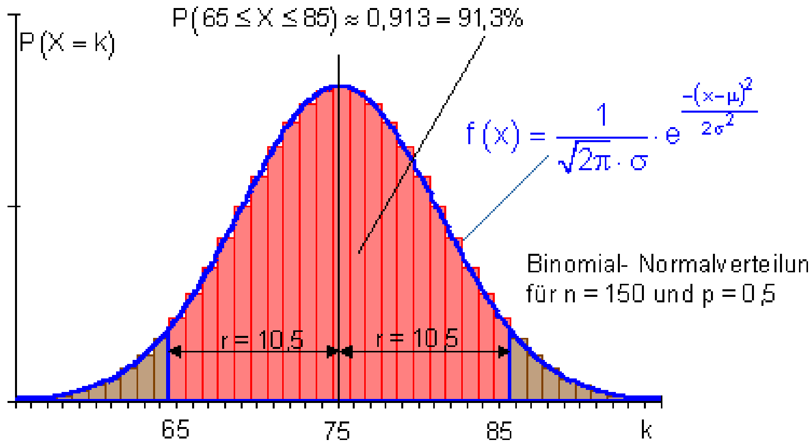
$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{matrix}$$

$[\ \ldots \{\ 65\ \ldots\ 75\ \ldots\ 85\ \}\ \ldots\ ]$ (سيومتريک انتروال په انتظار ارزښت)

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمالوېشنې لپاره

چاپيريال وړانګه(شعاع):

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

د $z = 1,71 \text{ ist } 0,913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx \underline{\underline{0,913}}$ لپاره جدول ارزښت

لاندې ښي لورته د الماني پښتو: بینومیال-ویشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زیات له زیاته k برياوو لپاره انتروال

$$n = 150;\ p = 0,5;\ P(X \le 65)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$$

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \le X \le 84)]$$

ترخنګ يا ځنګيزه شميرنه : $1 - P(66 \le X \le 84) = P(x \le 65) + P(X \ge 85)$

مګر د سيومترۍ دلايلو له امله دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(x \leq 65)+P(X \geq 85)$

او له دې سره

$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2\, P(x \leq 65) \;\; |:2$

$\Leftrightarrow P(x \leq 65) = 1/2\, [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$

د نورمال وېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65{,}5 \leq X \leq 84{,}5)$

چاپېريالوړانګه

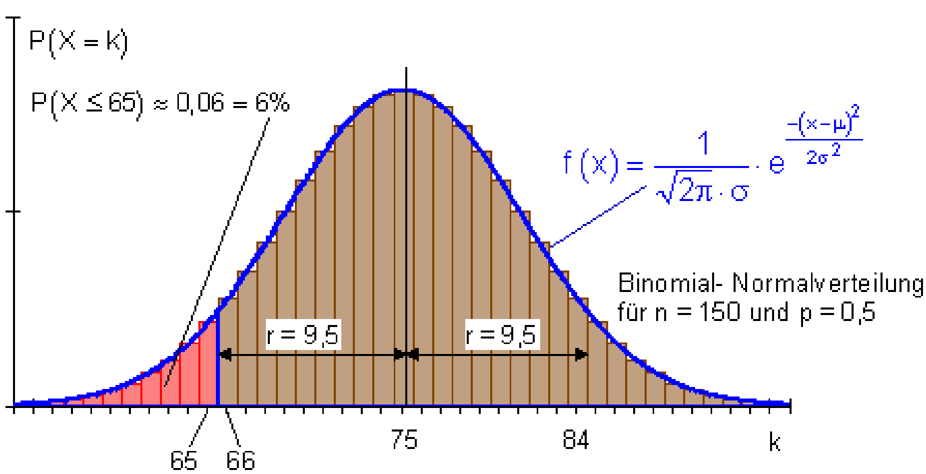
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د

$$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0{,}879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}879\right] = \underline{\underline{0{,}06}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د لږ تر لږه k برياوو لپاره انټروال

$$n = 150;\ p = 0{,}5;\ P(X \geq 85)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right]$$

ترڅنګ يا فرعي شمرنه

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سيومترى دلايلو له امله دى:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \,|: 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right]$$

$P(66 \leq X \leq 84) = P(65{,}5 \leq X \leq 84{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپېريالوړانګه:

$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

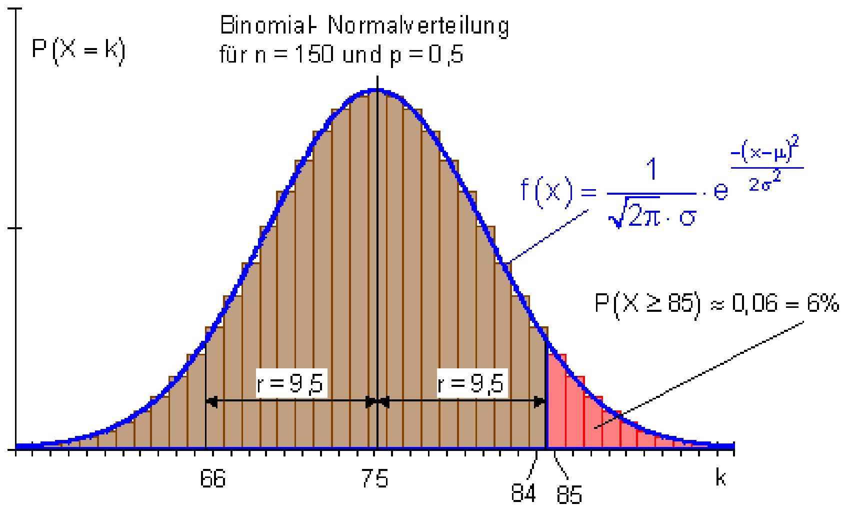
د $z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0{,}879$ ارزښت لپاره جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0,879\right] = \underline{\underline{0,06}}$$

لاندې د الماني پښتو: بينوميال-نورمالوېشنه يا نوره هم ښه :نورمال توټه كونه

د... لپاره



4. انټروال انتظار ارزښت ته سيومتري نه دی

$$n = 150;\ p = 0,5;\ P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$$\left[\ \ldots \{65 \ldots 69\}\{70 \ldots 75 \ldots 80\}\{81 \ldots 85\}\ \ldots\right]$$

ړدو:

$$P(65 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80)$$
$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګيزه يا فرعي شميرنه:

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(81 \le X \le 85)$$

د اسيمپتوتي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \le X \le 69) = P(81 \le X \le 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = 2 \cdot P(65 \le X \le 69) |: 2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \le X \le 69) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right]$$

$$P(65 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right] + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right]$$

د نورمال وېشنې لپاره $P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$

چاپېريالوړانګه:

$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71$ لپاره جدول ارزښت دی $0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913$.

د نورمال وېشنې لپاره $P(70 \le X \le 80) = P(69{,}5 \le X \le 80{,}5)$

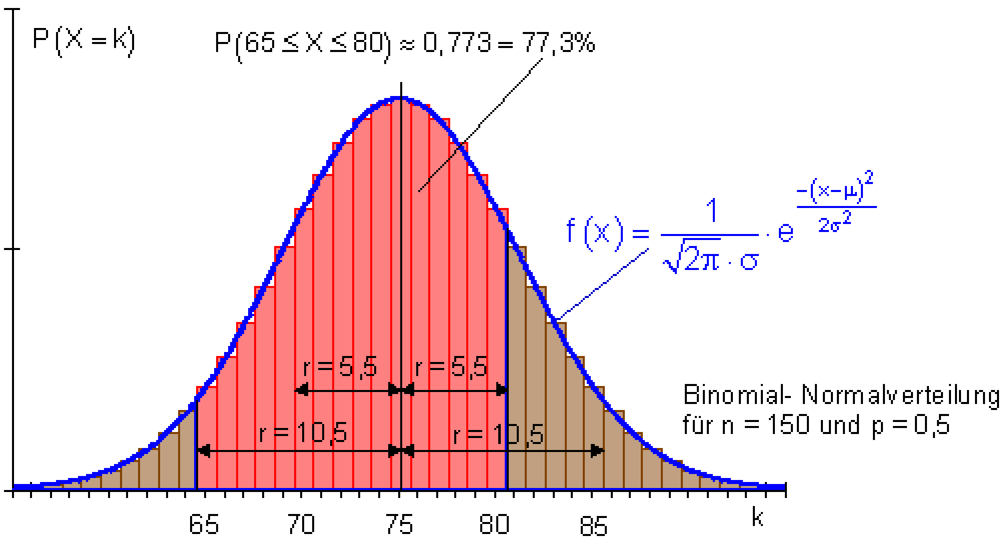
چاپېريالوړانګه:

$$r = 80{,}5 - 75 = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 0{,}9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $z = 0,9$ لپاره جدول ارزښت دی $0,632 \Leftrightarrow P(70 \le X \le 80) \approx 0,632$.

$$P(65 \le X \le 80) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right] \approx \frac{1}{2}\left[0,913 + 0,632\right] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د یوه له مخه ورکړل شوي چاپيريال احتمالوالي وړانګې شميرنه

90% $n = 150;\ p = 0,5;$ -چاپيريال: $[\ldots\{?\ldots 75\ldots ?\}\ldots]$.

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

Z=1,64 (د 90%- چاپيريال لپاره دول ارزښت)

د چاپيريال وړانګه $r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043$

لاندې يا کښته پوله $\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957$

پورته پوله:

$$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګردوني Round ofته پام:

90% کې چاپیریال دې انتظار ارزښت ته سیومتریک پروت وي.

ګردونه: $[\ \dots \{65 \dots 75 \dots 85\} \dots\ ]$ انتروال انتظارارزښت ته سیمتریک دی.

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمال وېشني لپاره.

چاپریالوړانګه $r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$

د z لپاره جدولارزښت

$z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%$

کنترول چې ایا ښه ارزښت ممکن دی:

$[\ \dots \{66 \dots 75 \dots 84\} \dots\ ]$ د انتروال کوچنی کیدنه

$P(66 \le X \le 84) = P(65{,}5 \le X \le 84{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپریالوړنګه

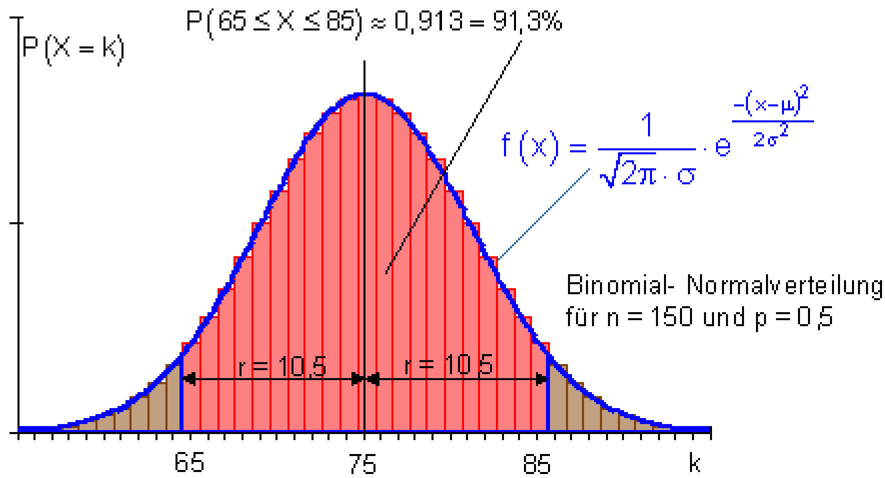
$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$

د z لپاره جدول ارزښت.

$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0{,}879 = 87{,}9\%$

$\underline{\underline{P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ i خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیړم: د نورو احتمالوالي شمیرنې لپاره ورته ډول تلنه کیږي. (دلته 95% -چاپیریال)

$n = 150 ; p = 0,5 ;$

90% - چاپریال: $[\ldots\{?\ldots75\ldots?\}\ldots]$

$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0,5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{matrix}$$

z=1,96(د 90% - چاپیرال لپاره جدول ارزښت)

چاپیریالوړانګه: $r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 6,124 \approx 12,00$

لاندې پوله یا لیمیټ: $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله: $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د ګردونې لپاره فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 95% -چاپيرياِل دې انتظارارزښت ته سيومتريک وي.

گردونه: [... { 63 ... 75 ... 87} ...] انتروال انتظارارزښت ته سيومتريک دی.

$P(63 \le X \le 87) = P(62{,}5 \le X \le 87{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره.\

$r = 87{,}5 - 75 = 12{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 2{,}04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}04$ چاپريالوړانګه

د z لپاره جدول ارزښت

$z = 2{,}04 \text{ ist } 0{,}959 \Leftrightarrow P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}959 = 95{,}9\%$

کنترول د يوه نور ښه ارزښت لپاره:

[... { 64 ... 75 ... 86} ...] د انتروال کوچنيوال

$r = 84{,}5 - 75 = 11{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}88$ چاپرياِل وړانګه

د z لپاره جدول ارزښت $z = 1{,}88 \text{ ist } 0{,}94 \Leftrightarrow P(64 \le X \le 86) \approx 0{,}94 = 94\%$

$\underline{\underline{P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شينواري چاپ شوې ليکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دويم:</u>

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شميرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>
دريم: د شميرپوهنې ستر کتاب : د شميرپوهنې برسيره د انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې ليکنه به يې ځنو ځايونو غزېدلې او ځنې ځايونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>
څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شميرنه، د کټې – او کټې د کټې شميرنه ، د اختمالوالې شمېرنه کتاب د ښوونځې ټولې اړتياوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>
پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>
شپږم: د شميرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې د برېنککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ ــ الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ ــ د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ ــ د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲-   داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ ــ د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ ــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپينې خبرې، چې وبه غزيږي.

نوري ليکنې، چې په ژباړه يې پيل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپريږي:

د ګروپونو تيوري

- د ښوونځي لپاره فزيک د برينکمن ليکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دويم مسلک فزيک دی، دا ليکنې ژباړم. دا هم د دې ليکوال يوه ډېره ښه ليکنه ده، چې -د شميرپوهنې په څير- دلته هم زيات تمرينونه د حل يا اوبيونې سره په کې راغلي او ماته زيات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرېي شینواری د اروابنادې پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمنې کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرېي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library