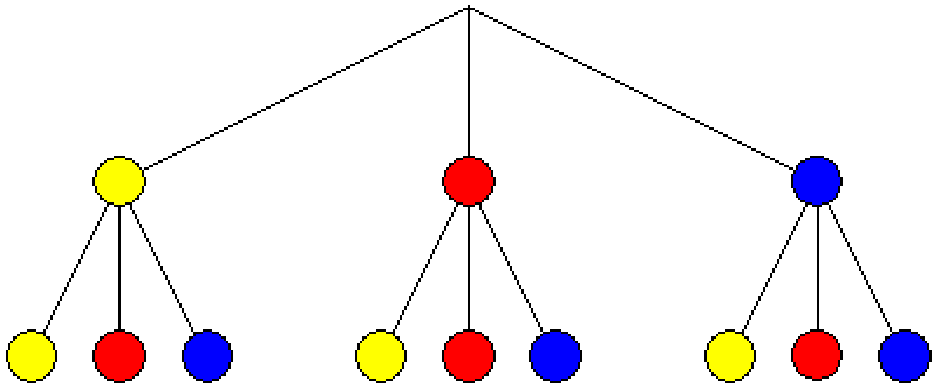
احتمالوالي شميرنه



ليکونکی: برينکمن(له برينکمن ن ج څخه)

ژباړونکی: ډاکتر سلطان خان (بيري) شينواری

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلې او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پيژند

د کتاب نوم احتمالوالي شميرنه

ليکونکی: پروفيسر برينکمن

ژباړی : ډاکتر ماخان ميږي شينواری

shinwari@Hotmail.de

د خپريدو لړی

خپرندوی : د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه جولای ۲۰۱۲

چاپځای دانش کتابتون

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودریږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وپښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کتّه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترمانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنير او ډپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له ميرمن ښاپرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک نيوليک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

احتمالوالي شميرنه	۱
تصادفي يا توکلي پيښې	۱
تصادفي يا توکلي تجربې	۲
د يوه سترګيز يا سترګيز مکعب غورځول	۲
ډېرپړيزه تصادفي تجربې	۴
دويم: په احتمالوالي شميرنه کې پيښې	۱۳
دريم: په احتمالوالي شميرنه کې د پيښو تړنه	۱۸
د ډېريو يا سټونو A او B ټولنه يا اتحاد	۲۱
د دوه ډېريو A او B کمبنت -ياکمونډېرۍ (باقي سټ)	۲۲
ټولو پيښو ته بيلګې	۲۲
څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته	۳۲
نسبي ډېروالى	۳۲
د احتمالوالي تعريف:	۳۳
د لاپلاس تجربه	۴۰
پنځم - دډېرپوړيز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالى	۵۷
شپږ م – په احتمالوالي شميرنه کې د مرتبان مودل	۸۰
د مرتبان مودل	۸۰
اوم - د ټرلو پيښو سره احتمالوالى	۸۶
اتم - شرطيز احتمالوالى	۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پیښو خپلواکوالی	۱۰۰
نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګڼلو(شمیرلو)	۱۳۳
د مرتبان مودل سره مودل کول	۱۴۲
لسم – تصادفي واریابلې، احتمالوالي	۱۷۷
توکلي متحولې یا تصادفي متحوله......	۱۷۹
د احتمالوالي وېشنه یا ښه یې توته	۱۸۹
د احتمالوالي وېشنه یا په برخو توته کونه:	۱۸۱
د یوه احتمالوالي برختوته ونې انتظارارزښت	۱۸۲
د X د انتظار ارزښت	۱۸۴
یوولسم - د برنولي – ازماېښت	۲۲۱
د یوه تار لباره دk بریاوو سره احتمالوالی	۲۲۴
دولسم - انتظار ارزښت	
او معیارې په ځنګ کیدني	۲۷۶
بینومیال وېشل شوې تصادفي لویه	۲۷۶
دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی	**۲۸۳**
څوارلسم - د بینومیالوېشنې اپروکسمیشن	۲۹۲
د نورمالوېشني یا - پاشنې له لارې	۲۹۲
پنځلسم - چاپیریال احتمالوالي شمیرنه	۲۹۸
شپاړسم:د هیوپوتیزې ازماېښت	۳۰۶
اووه لسم – هیپوتیزې ازمایښت ته بنستونه	۳۳۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدول ارزښتونه ۳۷۳

د نورمالېوتېه کونې تصادفي متحولې ۳۷۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو لوستونکو!

د برينکمن د ليکنو لړۍ د شميرپوهنې په څانګه کې د ښوونځيو لپاره له درې لومړنيو کتابونو پرته نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلي.

دا احصايه يا ستاتيستک دی او د احتمالوالي شميرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته يې تاسو ته ژباړه وړاندېکيږي، هم په زياتو تمرينونو، اود دوی په اوبيونو يا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې ليکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهيدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هيوادوالو!

داچې ما يوځای يا نوره هم ښه په يوه وار ډېر کار را ونيوه، يعنې يوځای د ډېرو کتابونو ليکنه او ژباړه پيل کړه، نو هرومرو به ناتيکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتيکاوي نه وي، چې شميرپوهنيزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهيدلو له امله زياته مننه.

په دې هيله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهيږي په دې ليکنو او ژباړه کې ما ته هيڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د يوې کوچنۍ پيرزوينې په حيث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو ليکنو ليکونکو شميرپوهانو څخه زياته مننه، چې کتابونه به يې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمير پوهنې په څانګه کې پوره مرسته وي.

په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وړدې ټولنې څخه هم زياته مننه، چې له خوا يې او په ډېر لګښت د ا کتابونه چاپيږي.

ستاسو ماخان ،، ميرۍ،، شينواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی شمیرنه

لومړی- . توکلي یا تصادفي تجربه

احتمالوالي شميرنه :

د بختلوبو سره د د مشغوليت څخه د احتمالوالی تیوري وده وکړه. نن هم د اختمالوالي پوهيدنه په بختلوبو کې کارول کيږي. د بختلوبو ته ورته په طبيعي علومو، اقتصاد، ټولنيزو علومو پيښيدني وړاندوييني او پلانکوني متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالي شميرنې دنده په دې کې ده، چې پيښې تر څيړنې لاندې ونيسي د تصادفي پيښيدو(وتون) سره چې د ممکنه قانونمندئ سره دا وړاندوييني د ممکنه حلونو رامنځ ته کيدو ته ورسوي.

تصادفي- يا توکلي تجربه

د دانې(شپږسترګئ) يا د لوبو مکعب غورځولو سترګیعدد(-ګڼ) د تصادف يا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبې په خوښه زيات واره تکرار کيدونکي عمليې دي، چې د هغو سره د سترګيو عدد د مخه نه شی اټکل کيدی. داسي تجربې تصادفي تجربې بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تصادفي-توکلي تحربې:

یوه تصادفي تجربه یوه تجربه ده د لاندې خویونو(خواصو) سره:

- د برابرو شرایطو لاندې په خوښه زیات تکرارونړ ده.

- لږ تر لږه دوه ممکنې پایلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پایله مخ له مخه کتنوړ (لیدوړ) نه ده.

بیلګه :

د یوه سترګیز یا سترګیز مکعب غورځول:

- په خوښه زیات تکراروړ دی.

-لږ تر لږه دوه ممکنه لاس ته راړنې شتون لري.

- پایله مخ له مخه لیدوړ نه ده.

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

که یوه تصادفي پیښه یوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د یوه یو پوړیزې تصادفي پیښې غږیږو یا دا یو پوړیزه تصادفي پیښه بولو.

بیلګه:

	ممکنه نتیجې
یو ځل د یوې دانې یا لوبو مکعب غورځول.	۴
یو ځل د یوې پیسې غورځول	عدد (نه محراب ممبر)
د فوټبال په لوبې بایلونې باندې یو ځلې شرط.	بریا

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوره په ياد لرنه: افغانى چې دوه مخه لري يوه مخ يې چې عدد (ګڼ) ورباندې کښلی دی په Z سره   ښايو (له الماني چې   عدد يا ګڼ ته وايي) او بل مخ يې چې محراب ممبر پرې کښل شوی ، د W سره ښايو (چې د الماني   څخه رانيول شوی او بيرغ ته وايي. هيله ده چې دا ستونځې به غبرګې سره ګالو).

نتيجه:

د تصادفي پيښې پايله د پايلې يا نتيجې په نامه بولو.

بيلګې:

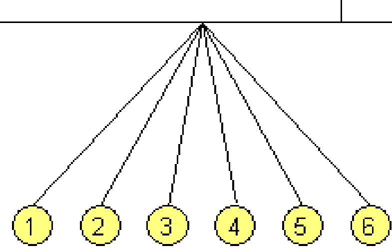
تصادفی تجربه	نتيجه سټ(- ډېرى)
د يوه سترګيز مکعب يو ځل غورځونه	S = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
د يوې پيسې يوځل غورځونه	S={ عدد، محراب ممبر]
د بوسبال ولبې باى باندې يوځلې شرط	S={ ورنه، مساوي، بايلنه}

تمرين:

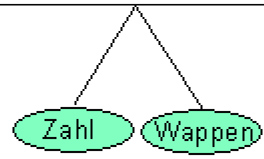
درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښو سټ سره ورکړى.

د يوې تصادفي تجربې   د نتيجو ډېرئ(- سټ) انځورونه

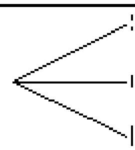
د نتيجو سټ کيدى شي د سټ ليکدود په ډول يا د ونې دياګرام په توګه هم انځور شي.

د سټ ليکدود په ډول انځورونه	د ونې دياګرام په توګه انځورونه
د يوه ګټونو يا اعدادو مکعب (سترګيزې داني) يو ځل غورځونه S = {1; 2; 3; 4; 5; 6} پيښه ډېرئ يا -سټ	

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا یوې پیسې یو ځل غورځونه پیښه ډیرئ(- سټ): S= { د پیسې مخ(عدد)، - ښټ(ممبرنښان}	

د فوټبال د لوبې پای باندې یو خل شرط

پیښه ډیرئ(- سټ): S= {بریا ، برابر، بایلنه}	بریا، برابر بایلنه	

نتیجه او نتیجه سټ:

د تصادفي تجربې نتیجه د ډېرو وتون امکاناتو یو ګونی یا یو ځل وتون دی.

د ټولو ممکنه نتیجو ټولګه د نتیجو سټ (نتیجه -ډېرئ) بلل کیږي.

$$S = \{e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n\}$$

ډېر پوړیزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له رياتو یو په بل پسې یو پوړیزو تجربو توګه وي ، ډېر پوړیزې تصادفي تجربې بلل کیږي.

بیلګه:

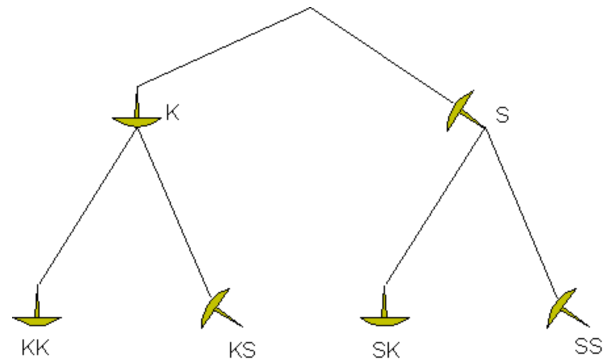
دوه واره د یوه کاغذي میخ یا کاغذ ستن غورځولو نتیجه ډېرئ(-سټ) د یوپوړیزې تجربې سره:

د یوپوړیزه تجربې نتیجه ډېرئ(-سټ)

S= {څوکه، سر } په لنډه بڼه: $S = \{S; K\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې دیاګرام له لارې انځورونه:



نتیجه د ونې دیاګرام څخه ساده لوستل کیږي:

$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$

څلور ممکنه نتیجې لرو. په ونه دیاګرام کې مو هر تار یوې نتجې ته لارښودوي،

تمرین: په یوه مرتبان کې 2 شنه (g) او یوه اسمانرنګه غونداري(کرې) (b) پراته دی. دوه غوندارې د لاندې قانون له مخې راباسو:

یو په بل پسې په هر ځل یو غونداری اوستل کیږي بې له بېرته وراچونې. ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه سټ (- ډېرئ) جوړه کړئ.

ځواب:

ایا د فوټبال لوبې وتون)(یعني پایونې) باندې شرط اېښوونه یو ه احتمالي تجربه ده؟

شرط په خوښه زیات تکراروړ دی.

درې ممکنه نتیجې شتون لري(بر ایلیتوب، برابر پاتې کیدنه، بایلودنه)

نتیجه وړاندوېینوړ نه ده(یعنې وړاند وېینه نه پرې کیږي)

پس د فوټبال لوبې پایونې باندې شرط اېښوونه یوه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نورې تصادفي تجربې ورکړئ د هر یوه د نتیجې سټ سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته ته:

د بخت ډولکی: S= {بایلښت، ګټنه}

کتابچه میخ: S = {څوکه، سر}

د بخت څرخی

د 8 برخو سره: S= {1,2,3,4,5,6,7,8}

حل: په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداري (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

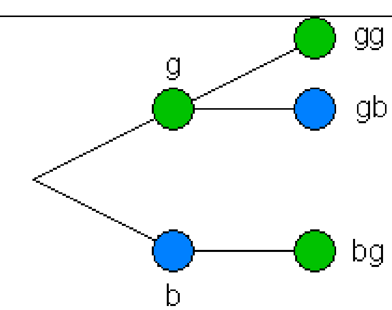
دوه غونډاری(که غواړئ: کرې) د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری بې له بېرته ایښونې یا بې له بېرته د وراچونې سره راوېستل کیږي..

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېری) جوړه کړی.

نتیجه- سټ

$S = \{(gg); (gb); (bg)\}$



حل:

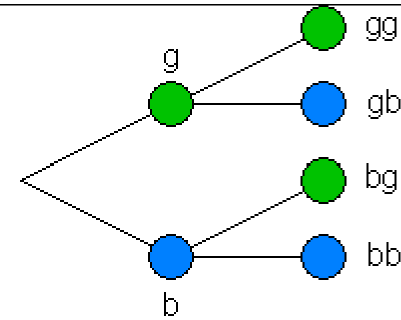
په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداری (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری له بیرته ایښونې یا له بیرته د وراچونې سره راوېستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ونه دیاګرام وکاږی او نتیجه ست(-ډېری) جوړه کړی.

	نتیجه – ست $S = \{(gg); (gb); (bg); (bb)\}$

پوښتنې

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې ست(-ډېری) I

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږی؟ غوره خویونه یې وښایی.

دویم: څلور تصادفي پیښې د هغو د خویونو سره ورکړی یا په ګوته کی

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باتینګر او 20 زیړ باتینګر د همغه لویوالي سره پراته دي. . د کارتن څخه په پټو سترګو یو په بل پسې باتینګر راوېستل کیږي(بې له بیرته اینوولو سره) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو ست(ډېری) S یې سم کړی.

څلورم – په یوه بوتل کې 5زیړ ، 3سره او4 شنه د ښیښو باغکې پرتې دي. د بوتل څخه یو په پل پسې باغکې راوېستل کیږي(بې له بیرته اینولو) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو ست(ډېری) S یې سم کړی.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړی مقابل د پولوبیلارد لوبې کوي، وړونکی هغه دی، چې به لومړي ځل دوه لوبې وګټي.

ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو ست(ډېری) S یې سم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم-

يو کوټې 2سره او4 تور غونداري يا غونډوسکې (کرې) لري (يا په کوټې کې ... پراته دي). له کوټې څخه به پټو سترګو يو په بل پسې غونډوسکې راوستل کيږي(بې له بيرته اينوولو يا بيرته وراچول)

ونه دياګرام وکاږئ او د نتيجو سټ(ډېرئ) S يې سم کړئ.

اوم- په يوه خلته کې 7 چکليټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زيړ او 5 سره دي. له خلتې څخه يو په بل پسې 3 چکليټ راوستل کيږي (بې له بيرته اينوولو).

څومره شتونوالئ شتون لرئ، چې دا چکليټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟
اتم - يو د ګڼونو (اعدادو) يعنې نمره يي قلف له درې څرخونو جوړ دئ، چې له 1تر 9ګڼونه يا اعداد لري . يو کس دا ګڼې يا نمرې پيژني، خو په خواشينئ بايد وويل شي، چې د نمروو ترتيب يې له ياده وتلی.

څومره امکانات شتون لري، ونه دياګرام رسم کړئ. ؛ئونه يا اعداد7 ,3 او9 دي.
نهم - دوه بخت څرخونه يا ټېرونه يا کړئ له درې برابرو برخو (Segments)
څخه چې سرو(r) ، اسماني (b) او شنو(g) دئ جوړ دي. دواړه څرخونه يو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کيږي او په عين وخت کې درول کيږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړئ. د شرايطو سره يې نتيجې (r , b)ورکړئ، چې نتيجه د) (b , rسره برابره نه وي. که د نتيجې سټ(ډېرئ) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابروخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب يې په دليلونو سمبال کړئ.
د يوه مسلکي ښوونځي 3 نارينه 2 ښځينه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچولکيږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او څوک يې مرستيال شي. لومړئ ريس او بيا پسې مرستيال ټاکل کيږي.

يو ونه دياګرام وکاږئ او نتيجې S يې ورکړئ.

حلونه (اوبيونې)

تصادفي تجربې، ونه دياګرام، نتيجې I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

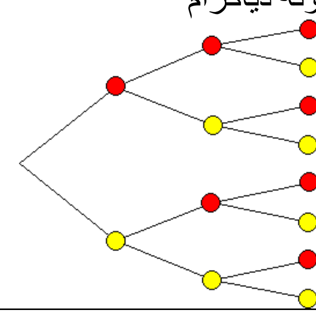
یوه تصادفی تجربه لاندې خویونه لري:

- د برابرو شرایطو سره په خوښه زیات تکرار کیدونکي دي.
- لږ ترلږه دوه ممکنه نتیجې شتون لري.
- نتیجه له وړاندې نه شي ویل کیدی.

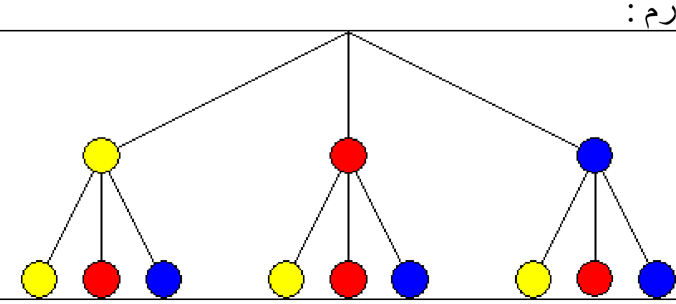
دویم:

تجربه	د حل سټ یا ډېرۍ
الف – د داني یو وار غورځول	$S=\{1;2;3;4;5;6\}$
ب – د پیسې یو وار غورځول	$S=\{Z;W\}$
پ – د یوه بخت څرخ د 5برخو سره چې له 1 تر 5 بورې ګڼه یا نمره لرى یو وار څرخول	$S=\{1;2;3;4;5\}$
ت – د یوه مرتبان څخه د2 غونډوسکو یا غونډارو راوېستل چې سره اوتور غونداری دي.	$S=\{rr;rs;sr;ss\}$

دریم : مفصل حل (اوبی)

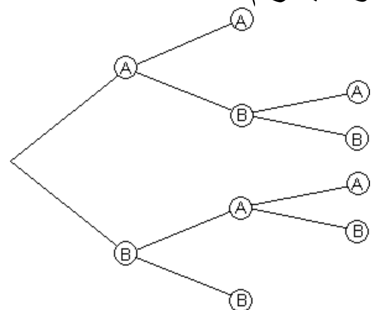
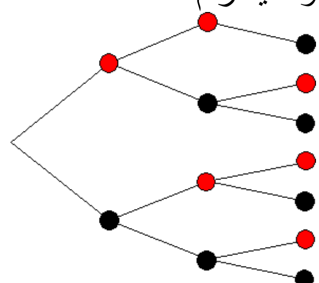
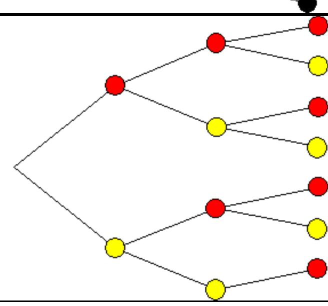
ونه دیاګرام	نتیجې:
	$S=\{rrr;rrg;rgr;rgg;grr;grg;ggr;ggg\}$

څلورم :



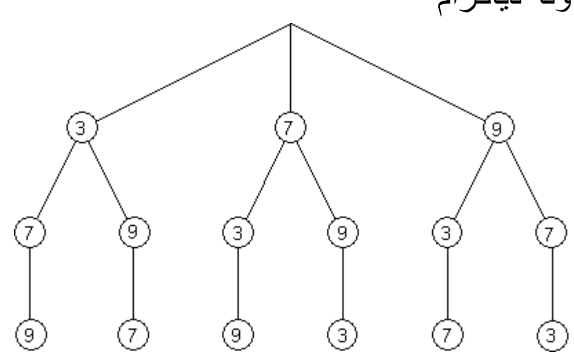
$S=\{gg;gr;gb;rg;rr;rb;bg;br;bb\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم : مفصل حل نتیجې: $S = \{AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB\}$	ونه یاګرام 
شپږم : مفصل حل نتیجې $S = \{rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss\}$	ونه یاګرام 
اوم : مفصل حل نتیجې $S = \{rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg\}$ پس اوه امکانات شتون لي، چې له خلتې چکلیټ راوباسو	

اتم:مفصل حل

ونه دیاګرام



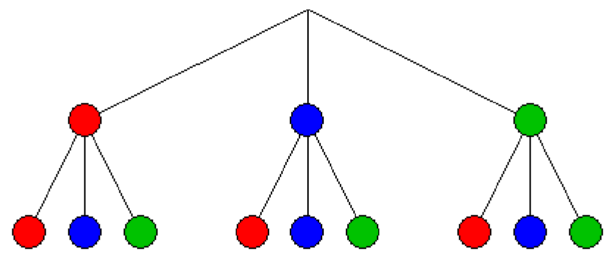
$S = \{379; 397; 739; 793; 937; 973\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول 6 امکانات شتون لري.

نهم: مفصل حل

ونه یاګرام

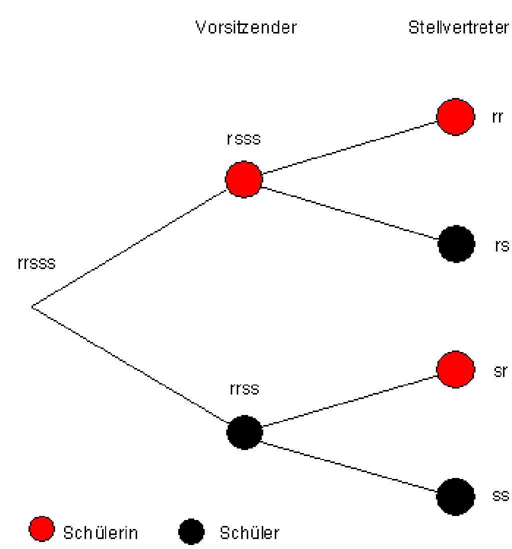


$S = \{rr; rb; rg; br; bb; bb; gr; gb; gg\}$.

دا چې دواړه څرخونه یو له بل خپلواک څرخي، به یو – یا همغه وخت کې څرخول او درول نتیجه کې کوم رول نه لوبوی. سړی کړی شي چې یو څرخ پرلپسې دوه واره و څرخوی.

لسم: ونه یاګرام

مرستیال ریس



ښی یا تور : نارینه ز. کیڼ یا سور: ښځینه ز.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجه : $S = \{ww; wm; mw; mm\}$

دلته w ښځینه او m نارینه زده کوونکي دي.

دويم - په احتمالوالي شميرنه کې پيښې

پيښې

د يوه تصادفی تجربې نتيجه کېدی شي د پيښو په توګه را يوځای شي.

موږ دانې دا يو ځل غورځول په پام کې نيسو.

نتيجه ستې يا نتيجه ډېرۍ له 6 ممکنه نتيجو څخه جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

د نتيجې په توګه A تعريفوو: غورځول شوی عدد يا ګڼ جوړه يا جفت دی.

نتيجه ډېرۍ له 3 ممکنه نتيجو جوړه ده: $A = \{2; 4; 6\}$

دا د نتيجې ډېرۍ برخډېرۍ ده . د دې لپاره ليکو: $A \subset S$:

پايله : د يوې تصادفي تجربې نتيجه ستې S هره برخستې ... ,A, B, C پيښه بلل کيږي.

د دې لپاره ليکو: $A \subset S; B \subset S; C \subset S; \ldots$

بيلګه:

يوه پيسه يو په بل پسې پرلپسې غورځول کيږي.

د ونه دياګرام له لارې نتيجه ستې يا د نتيجې ډېرۍ S پيداکيږي.

$$S = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (ZWW); (WZZ); (WZW); (WWZ); (WWW)\}$$

A دې پايله (نتيجه) وي ، داسې چې دوه واره W ولويږي :. ست A څنګه ده ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A = \{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(WZZ)\} \quad A \subset S$

تمرين :

B دې پيښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنګه ده ؟

تمرين:

C دې نتيجه وی، چې زيات له زياته يو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پيښو ډولونه چې په يوه څرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري ، ه رامنځ ته کيږي .

نتيجه سټ (د نتيجو ډېرى) : $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

پيښه A   : عدد له 9 ګوچنى دى:

$\Rightarrow \quad A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

نتيجه A د هرې تصادفي پيښې سره پيښيږي يا رامنځ ته کيږي ، دا متمأنه پيښه بلل کيږي: A = S.

نتيجه B: عدد له 7لوي دى:: $B = \{8\} \quad \Rightarrow$:

نتيجه B فقط يو توکى لري. دا ساده يا بنسټ پيښه بلل کيږي.

پيښه C : عدد له 1 کوچنى دى: لاس ته راځي $C = \{\ \}$ همداسې $C = \varnothing$.

نتيجه $C = \varnothing$ هيڅ وخت نه پيښيږي دا يوه نا ممکنه پيښه ده.

نتيجه D : عدد له 6 لوي دى. . پايله نتيجه $\bar{D}$: عدد کوچنى يا برابر 6 دى. پايله	$\Rightarrow \quad D = \{7;8\}$ $\Rightarrow \quad \bar{D} = \{1;2;3;4;5;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\bar{D}$ د D مخامخ يا معکوسه پيښنه ده.

د نتيجه سټ(-دېرى) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په   کې خوندي نه دي.

سټ - يا ډېرى ډوله ليکنه: $\bar{D}$ D \S = ، $\bar{D}$ سټ يا ډېرى ده fې له D .

د پيښې او معکوس پيښې تولنه يا اتحاد   نتيجه سټ (- ډېرى) $D \cup \bar{D} = S$ ده .

مخامخ يا په څټ يا معکوس پيښې ته بيلګې :

پېښه	معکوس پيښه
A: څلور موټر زيانمن (خراب) دی	$\bar{A}$ لږ تر لږه 5موټر خراب دی
B:لږ تر لږه 2 موبايل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$: لږ تر لږه يو موبيل غلا شوی، دا په دې معنا چې هيڅ يا يو موبايل
C: کوم موټر شين نه دی	$\bar{C}$ لږ تر لږه يو موټر شين دی
D: له درې منو څخه تيک يوه خوټا ده.	$\bar{D}$ ا : هيڅ يا دوه يا درې منې خوټا دي.

به ياد لرنه: د دې لپاره چې يوې پيښې ته معکوس پيښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول – نتيجه سټ S وټاکی.
دويم : پيښه ډېرى يا پيښه سټ و ټاکی

دريم : د پاتې – يا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پيښې ډېرى جوړې کړی.

حل امکانات د ،،زيات له زياته 4 موټرونه زيانمن دي،، .
د ساده کونې له امله له خورا زيات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. تول د کمبينيشنونو
امکانات د جوړ (H) او خراب   (D) د پيښو ډېرىS جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$S = \{HHHHHH, DHHHHH, DDHHHH, DDDHHH, DDDDHH\} = A$	د زيات له زيات څلور خرابيو شتونوالی شته
$\{DDDDDH, DDDDDD\} = \bar{A}$	د لږ تر لږه پنځه خربيو شتونوال شتون لري

د حل امکانات ،، لږ .تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،.
د ساده کوني له امله له خورا زيات 4 موبايلونه غلا شوي مخ ته ځو. ټول د کمبينيشنونو امکانات د غلا شوو(G) او نه غلا شوو (N) د پيېنو ډېرىS جوړوي..

$S = \{GGGG, GGGN, GGNN\} = B$	لږ ترلږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته
$\{GNNN, NNNN\} = \bar{B}$	د لږ تر لږه يوه ملفون غلا امکانات

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنګه نه دی،، لپاره.
د ساده کوني له امله له خورا زيات 4 موټرونو مخ ته ځو. ټول د کمبينيشنونو امکانات (B) او نه اسمانينګه (N) د پيښو ډېرىS جوړوي..

$S = \{NNNN\} = C$	امکانات چې هيڅ موټر شين نه دی
$\{BNNN, BBNN, BBBN, BBBB\} = \bar{C}$	اکانات چې لږ تر لږه يو موټر شين دی

د حل امکانات د ،، له درې منو ښځه ټيک يوه منه خوسا ده،، لپاره.
مور له درې منو ښځه پيل کوو. د کمبينښن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N) يوه نتيجه ډيرئ (-سټ) S جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې منې لپاره امکانات چې خوسا ده	$\{FNN\} = D$
امکانات چې يوه، دوه يا هيڅ منه خوسا نه ده.	$S = \{FFN, FFF, NNN\} = \bar{D}$

تمرين: B دې نتيجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېرى څنګه ده يا کومه ده؟

حل : $B = \{(WWW)\} \quad B \subset S$

يادونه : دا چې د B سټ تيک يو توکی لري، په دې حالت کې له يوې ساده – يا بنسټيزې پيښې عبارت دی.

تمرين : C دې نتيجه وي، چې خورا زيات يو ځل عدد را ښکاريږي. د C سټ کوم دی؟

حل :

$$C = \{(ZWW); (WZW); (WWZ); (WWW)\} \quad C \subset S$$

دريم - په احتمالوالي شميرنه کې د پيښو ترڼه

د پيښو ترڼه

يوه دانه يو ځل غورځول کيږي. لاندې دوه پيښې منځ ته راځي.

A : د سترګو عدد (ګڼ) له 3 لوی دی.

B : د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دی.

يوه نوې پيښه لکه چې ګورو لاس ته راځي :

C : د سترګيو تعداد له 3 لوې دی او د سترګيو تعداد يو جوړه عدد دی.

نتيجه C يوه له A او B جوړه د او-ترڼه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پيښي C ډېرۍ يا سټ څنګه ده؟

حل: $A=\{4;5;6\} \quad B=\{2;4;6\} \Rightarrow C=\{4;6\}$

د سټ يا ډېرۍ ليکدود له مخې دا په دې معنا دی

د A او B د اوترنه = د A او B غوځډېرۍ يا قطاع = $C=A\cap B$

تمرين :

يوه نوې پيښه، لکه چې ګورو رامنځ ته کيږي:

D : د سترګيو تعداد يا ګڼون له 3 لوي دی يا د سترګيو عدد (ښه يې تعداد) يو جوړه عدد دی.

دا د پيښه د A اوB څخه يوه د يا – ترنه ده . دD پيښه څنګه ليکلی شو؟

د دې لپاره چې د پيښو ترنې يا عمليی جوړې کړو اړين دی، چې د سټتيوري (ډېرۍ پوهنه) باندې يو ځغلند نظر واچوو:

د ډېرۍ پوهنې يا سټ تيوري لنډيز I

د اعدادو(ګڼونو) سټ: د اعدادو سټ د يو له بل کره توپيروړ اعدادو ټولګه ده.

سټونه په لويو لاتين تورو په نخښه کيږي.

بيلګه:

M= {2,4,6,8,10}

2 د M توکی دی	$2\in M$
6 د M توکی دی	$6\in M$
3 د M توکی نه دی	$3\notin M$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سټونو لپاره ليکندود

ګڼنيزه (د اعدادو له لارې) انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه

په لغاتو يا نوره هم ښه کلمو: A د ټول x سټ دی، کوم لپاره چې باور لري، x له 1 تر 5 پورې يو طبيعي عدد دی.

تش سټ(تشدېرى)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته وييني يا ا فادې.

د او په معنا دی

د ډېريو يا سټونو لپاره ليکدود

شمېرنيزه انځورونه $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشريحي انځورونه $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو: A د ټولو x سټونو ډېرۍ ده، د کومو لپاره چې باور لري

x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشدېرۍ يا تش سټ $B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{\ \}$

تش سټ کوم توکي نه لرى

سومبول $\{\ \} = \varnothing$ د تش سټ دليکلو لپاره برابرارزښته ليکندود دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\wedge$ منطقي او بلل کيږي

په سټونو کې عمليې (د ډېريو ترنې)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوځډېرى)

$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$	$B = \{e; f; g; h; i; j\}$
د A او B د تقاطع سټ يا غوڅډېرئ $A \cap B$ (A قطعه شوى له B سره)	$C = A \cap B = \{e; f; g\}$
$A \cap B$ ټول هغه توکي لري، چي په A کي او همدې وخت کې په B کې هم پراته وي.	$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
$x \in A \cap B$ په دې معنا چې x په A او B کې پروت دى يا د A او B توکى دى.	د تقاطع سټ د دوه سټونو ترمنځ يوه د او ــترنه يا عمليه ده.

د ډېريو يا سټونو A او B تولنه يا اتحاد

$A = \{-4; -2; 1\}$	$B = \{2; 4; 6\}$
$A \cup B$ د A او B ټول توکي خوندي لري	$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$ $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کې پروت دى يا x په دواړو ډېريو کې پروتدى	د اتحاد سټ يا تولنډېرى د سټونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده

د سټونو نخښې، د منطق نخښې

$\cap$	غوڅ – يا قطع شوى	د سټونو يا ډېريو نخښې د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ
$\cup$	تولنه يا اتحاد	
$\wedge$	منطقى او	د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ منطقى نخښې
$\vee$	منطقى يا	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دA برخډېرى يا سب سټ

ورکړ شوې ډېرىB د A يوه برخډېرى ده، څکه چې د B هر توکى د A توکى هم دى.	$A=\{1;2;3;4;5;6\}$ $B=\{2;4;6\}$ $B\subset A$ په دې معنا چې B دA برخډېرى ده

د دوه ډېريو A او B کمېنت -ياکمونډېرى (باقي سټ)

د A او B کمېنتډېرى دA ټول هغه توکي لري، چې په B کې نه وي پراته. ليکنه يې: \ لوستنه يې. A بې له B	$A=\{1;4;9\}$ $B=\{0;2;4;6\}$ $A\setminus B=\{1;9\}$ $A\setminus B=\{x \mid x\in A \wedge x\notin B\}$ \ : په دې معنا چې ،،بې،،

$x\in A\setminus B$ په دې معنا چې : x پهA کې پروت دى، مګر نه په B کې

ترلو پيښو ته بيلګې

سترګى مکعب بيا غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي:

A: د سترګيو ګڼون يا تعداد يې له څلورو کم دى.

B : د سترګيو تعداد يې يو ناجوړه (طاق) عدد(ګڼ) دى.

C : [4 ; 5]

$A\cap B$ جوړ يا تشکيل کړى او ډېرى يا سټ په لغاتو وليکى.

حل(اوبى):

$$A=\{1;2;3\} \qquad B=\{1;3;5\} \qquad \Rightarrow A\cap B=\{1;3\}$$

$A\cap B$: د سترګيو تعداد له څلورو کوچنى او يو ناجوره يا طاق عدد دى..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A \cup B$ جوړ کړی او ډېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب :

$A = \{1; 2; 3\} \qquad B = \{1; 3; 5\} \qquad \Rightarrow A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$

$A \cup B$: د سترګیو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوړه یا طاق عدد.

$\overline{A} \cap B$ تشکیل کړی او ډېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب:

د سترګیو تعداد له ۳ لوي دی د سترګیو تداد یو ناجوړه عدد دی	$A = \{1; 2; 3\} \quad \Rightarrow \quad \overline{A} = \{4; 5; 6\}$ $B = \{1; 3; 5\}$

$\overline{A} \cap B = 5$ د سترګیو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوړه یا طاق عدد دی.

$A \cap B$ جوړ کړی او ډېری په لغاتو سره تشریح کړی.

ځواب: $A = \{1; 2; 3\} \qquad C = \{4; 5\} \qquad \Rightarrow A \cap C = \{\ \} = \varnothing$

$A \cap B$: د سترګیو تعدا له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسې یوه پیښه نازغموړ یا بې قرارداده پیښه بلل کیږي.

نا زغم وړې پیښې:

د دوه پیښو A او B د او –ترنه نازغموړ بلل کیږي .که عوڅډېری یا د تقاطع سټ یې تشه وي، یعنې $A \cap B = \varnothing$.

د A او $\overline{A}$ د او- ترنه تل نازغوړ ده، څکه چې باور لري: $A \cap \overline{A} = \varnothing$

پام : تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$E\cup\bar{E}=S$ $\quad$ $E\cap\bar{E}=\varnothing$

$E\cup S=S$ $\quad$ $E\cap S=E$

حل (اوبی) :

یوه نوې پیښه ، لکه چې کره کیږي یا ځرګند کتل کیږي، منځ ته راځي:

D : د سترګیو تعداد له ۳ لوي یا د سترګیو تعداد یو جوړه یا جفت عدد دی.

دا پیښه D یو د او-ترنه ده له A او B .

پیښه دېرى D څنګه ښکاريږي؟

$A=\{4;5;6\}\quad B=\{2;4;6\}\Rightarrow D=\{2;4;5;6\}$

دا دېرى په لیکندود داسي بريښي

$D=A\cup B$ د A او B تولندېرى = له A او B د یا- ترنه .

پوښتنې

پیښي او د پیښو ترنه I

لومړی – یوه دانه یو ځل غورځول کیږي.لاندې پیښي په ګڼلووالي لیکندېل ورکړئ.

الف – د سترګیو تعداد له ۳ لوی دی. ب - د سترګیو زیاتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ یا معکوس پیښه. ت – نه څلور .

دویم:یوه دانه پرلپسي دوه واره غورځول کیږي. لاندې پیښي په شمیرلي ډول یا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترګیو زیاتون یا جمعه ۵ ده. ب – د سترګیو جمعه جوړه ده او له ۶ لویه. ب – د سترګیو جمعه زیات له زیاته ۴ ده. ت – د سترګیو ضرب ۱۰ دی.

دریم: یو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونداري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسي غونداري راوستل کیږي. غونداري بیرته مرتبان ته نه اچول کیږي. لاندې پیښي تعریفیږي:

الف- لومړی دواړه راوستل شوي غونداري همغه رنګ لري.

ب- لومړی او اخرنی راوستل شوی غونداری مختلف رانګونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – وروسته له وروسته له دریمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دویمې راوستنې لا یو تور غونډاری په مرتبان کې شته.

یو- ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه یې ورکړئ

دوه- ټولې پیښې په شمېرنیز یا زیاتیدوني ډول سره ورکړي

درې -هرې پیښې ته هغه مخامخ یا معکوس پیښه ورکړئ په ګڼنیز –یا زیاتیدوني ډول.

څلورم: یو زده کوونکی په څلور د شمیرپوهنې(ریاضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکی کار داسي اصلاح کوي، چې په ترتیب د هرې پوښتنې په پای کې r د ټیک او f د ناټیک لپاره لیکي. لاندې پیښې تعریفیږي:

الف- دریمه پوښتنه ناټیک ده.

ب – لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټیک دي.

پ – ټیک درې پوښتنې ټیک دي.

یو- ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجې یې ورکړئ.

دوه- ټولې پیښې په شمیرلي(زیاتیدوني) ډول ورکړئ

پنځم –

د یوه غونډاري د نتیجو ډیرئ ده:$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

لاندېS برخډیرئ کره کیږي:

$A=\{1,2,3\}$, $B = \{1,2,5,6\}$, $C = \{2,4\}$

الف - وټاکئ $B \cap A$همداسي $A \cap C; B \cap C$ اوی

ب - $\overline{A}$ وټاکي همداسي $\overline{A \cap C}$او $S \setminus B$.

پ - یوه پیښه $D \subset S$ ورکړئ، داسي چې پیښې A او D نازغموږ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پيښې او د پيښو ترڼه ا

مفصل ځوابونه :

لومړی :

د نتيجو ډېرى $S=\{1;2;3;4;5;6\}$:

الف - $A=\{4;5;6\}$ ب - $B=\{2;4;6\}$

پ - $C=\bar{B}=S\setminus B=\{1;3;5\}$ ت - $D=\{1;2;3;5;6\}$

دويم -

$$S=\{(1|1);(1|2);(1|3);(1|4);(1|5);(1|6);(2|1);(2|2);(2|3);(2|4);(2|5);(2|6)\}$$
$$\cup\ \{(3|1);(3|2);(3|3);(3|4);(3|5);(3|6);(4|1);(4|2);(4|3);(4|4);(4|5);(4|6)\}$$
$$\cup\ \{(5|1);(5|2);(5|3);(5|4);(5|5);(5|6);(6|1);(6|2);(6|3);(6|4);(6|5);(6|6)\}$$

الف –

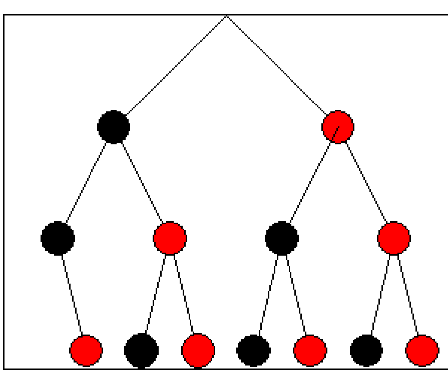
$$A=\{(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)\}$$

ب –

$$B=\{(2|6);(3|5);(4|4);(4|6);(5|3);(5|5);(6|2);(6|4);(6|6)\}$$

پ - $C=\{(1|1);(1|2);(1|3);(2|1);(2|2);(3|1)\}$

ت - $D=\{(2|5);(5|2)\}$



دريم -   الف- نتيجه ډېرئ يا –ست: سور=r ، تور=s ,

$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$A=\{ssr;rrs;rrr\}$ $\quad B=\{ssr;srr;rss;rrs\}$

$C=\{ssr;srs;rss\}$ $\quad D=\{srs;srr;rss;rsr\}$

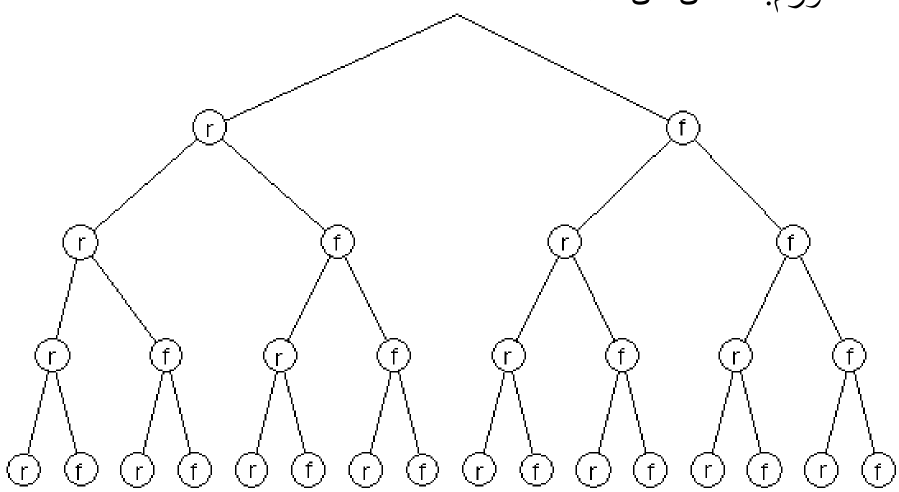
پ-

$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$

$\overline{A}=S\setminus A=\{srs;srr;rss;rsr\}$ $\quad \overline{B}=S\setminus B=\{srs;rsr;rrr\}$

$\overline{C}=S\setminus C=\{srr;rsr;rrs;rrr\}$ $\quad \overline{D}=S\setminus C=\{ssr;rrs;rrr\}$

ځلورم: مفصل حل   الف-



$S=\{rrrr;rrrf;rrfr;rrff;rfrr;rfrf;rffr;rfff;frrr;frrf;frfr;frff;ffrr;ffrf;fffr;ffff\}$

ب-

$A=\{rrfr;rrff;rffr;rfff;frfr;frff;fffr;ffff\}$ $\quad B=\{rrrr;rrrf;rrfr;rfrr;frrr\}$

$C=\{rrrf;rrfr;rfrr;frrr\}$ $\quad D=\{rrrr;rrrf;rrfr;rrff\}$

پنځم مفصل ځواب:

الف- $B\cup C=\{1;2;4;5;6\}$. $\quad A\cap C=\{2;4\}$ $\quad A\cap B=\{1;2\}$

ب -

$\overline{A}=S\setminus A=\{3;5;6\}$ $\quad \overline{A\cap C}=S\setminus A\cap C=\{1;3;5;6\}$ $\quad S\setminus B=\overline{B}=\{3;4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- او نازغمونږ دي، که باور ولري:

او نازغمونږ دي، که باور ولري: $A \cap D = \varnothing$

بیلګه:

$$D = \{3; 6\} \Rightarrow A \cap D = \varnothing$$

پوښتنې

پیښې او د پیښو ترڼه II

لومړی – یوه سترګۍ یو ځل غورځول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

A : غورځول شوی عدد یا ګڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوړه –یا طاق عدد دی.

لاندې پیښې په شمیرلشوې بڼه وټاکئ:

الف - $A \cup B$ ب - $A \cap B$ پ - $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت - $\overline{A \cap B}$ ټ - $A \cap \bar{B}$ ث - $\overline{A \cup B}$

دویم – یو مرتبان درې سره او پنځه تور غونداري(کرې) لري. د مرتبا څخه یوپه بل پسې درې غونداري راوستل کیږي، بې له بیرته وراچونې څخه. لاندې پیښې تعریفیږي.:

A:لومړي دوه غونداري بیلبیل رنګونه لري.

B : لومړئ او په پای کې وېستل شوي غونداري همغه یا برابر رنګ لري.

الف: ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه دېرئ یا سټ یې ورکړئ.

ب- لاندې پیښې په شمیرنیزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; \breve{A} \cup \bar{B}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – په لاترۍ ډول کې 15 لترۍ پرتې دي، له دې څخه 10 لاترۍ بیلونکي دي. د لاترۍ ډول څخه بو په بل پسې دوه لاترۍ راوستلکیږي. لانمدې پیښې تعریفیږي یا راښوول کیږي:

: فقط بایلونکې راوستل کیږي.

: ټیک ګټونکې لاترۍ راوځي.

:دا اخر راوستله شوې لاترۍ بایلونکې ده.

الف- ونه زیاګرام وکاږئ او نتجیه ډېرئ یې ورکړئ.

ب- لاندې پیښې واکئ: $D=\overline{A\cup B}$ ؛ او $E=B\cap\overline{C}$.

څلورم – له دوه پیښوA او B څخه پوهیږدو، چې $A\cup B=S$ او $A\cap B=\varnothing$ دي.

د پیښې A او B په هکله څه ویلای شو؟

پنځم - د یوه مرتبان د 100 برابرډوله ، له 1 تر 100 په ګڼه شوییا په شمیره شوي غونډارو (یا کرو) څخه یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریفیږي:

A : تعداد یا ګڼون په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.

B: تعداد یا ګڼون په 15 وېشوړ (قابل تقسیم) دی

C : تعداد یا ګڼون په ۸ یا ۹ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

D : تعداد یا ګڼون یه ۹ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

E: تعداد یا ګڼون یه ۱۲ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

F : تعداد یا ګڼون یه ۱۲ یا ۱۷ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

G : تعداد یا ګڼون یه ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

H : تعداد یا ګڼون په ۱۲ مګرنه په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.

نتیجه ډېرئ په شمیرنیزه توګه(چې ټول د ډېرئ توکي وګڼل شي) ټاکئ.

ځوابونه

د پیښو پیښې او د پیښو ترڼه یا نښلونه॥

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف- $B=\{1;3;5\}$ $A=\{1;2;3\}$ $S=\{1;2;3;4;5;6\}$

ب - $A\cup B=\{1;2;3;5\}$

$A\cap B=\{1;3\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $\overline{A}=S\setminus A=\{1;4;6\}$ $\quad \overline{B}=S\setminus B=\{2;4;6\} \Rightarrow \overline{A}\cap\overline{B}=\{4;6\}$

ت- $A\cap B=\{1;3\} \Rightarrow \overline{A\cap B}=S\setminus A\cap B=\{2;4;5;6\}$

ټ- $\overline{B}=\{2;4;6\} \Rightarrow A\cap\overline{B}=\{2\}$

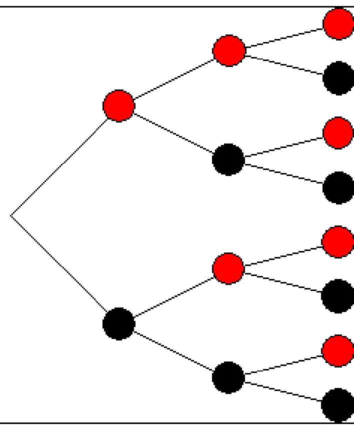
ث - $\overline{A\cup B}=S\setminus A\cup B=\{4;6\}$

دويم:

الف-

د پيښو ډېرئ يا سټ

$S=\{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$



ب-

$S=\{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

$A=\{rsr;rss;srr;srs\}$ $\quad B=\{rrr;rsr;srs;sss\}$

$A\cap B=\{rsr;srs\}$ $\quad \overline{A}=S\setminus A=\{rrr;rrs;ssr;sss\}$

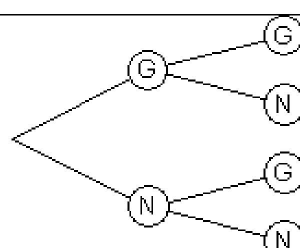
$\overline{B}=S\setminus B=\{rrs;rss;srr;ssr\} \Rightarrow A\cup\overline{B}=\{rsr;rss;srr;srs;rrs;ssr\}$

دريم:

الف-

نتيجې:

$S=\{GG;GN;NG;NN\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$S=\{GG;GN;NG;NN\}$

$A=\{NN\}$ $B=\{GN;NG\}$ $C=\{GN;NN\}$

$A\cup B=\{NN;GN;NG\}$ $D=\overline{A\cup B}=S\setminus A\cup B=\{GG\}$

$\overline{C}=S\setminus C=\{GG;NG\}$ $E=B\cap\overline{C}=\{NG\}$

څلورم: A او B نازغموږ دي. S\B = A => B د A مخامخ (په څټ يا معکوس) پيښه ده.

پنځم:

S = { 1; 2; ..... 99; 100}
A = { 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96 }
B = { 15; 30; 45; 60; 75; 90 }
C = { 8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99 }
D = { 9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99 }
E = { 12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96 }
F = { 12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96 }
G = { 8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88 }
H = { 12; 36; 60; 84 }

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالولي ته

نسبي ډېروالی

120 زده کوونکي پوښتل کيږي، چې ايا دوي يو ملفون لري. د دې پوښتنې پايله ده: له 120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي يو ملفون لري.

پيښه E : زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پيښې E مطلق ډېروالی H 99 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د حالتونو تعداد یا ګڼون دی، چې پېښې E په کې رامنځ ته کېږي یا پېښېږي.

د نمونه ازمايښت پراخوال یا غیږ په دې حالت کې 120 دی.

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی: $h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0,825$

په ټولیزه توګه باور لري؛

د نمونه ازماېښت څومره والی/د يوې پېښې مطلق ډيروالی= د يوې پېښې ډېروالی

فورمال: $h(E) = \frac{H}{n}$

تمرين: د په څټ – يا معکوس پېښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

يادونه: د پېښې E او د هغې معکوس پېښې $\bar{E}$ لپاره باور لري:

; $\bar{E}$ gilt: $h(E) + h(\bar{E}) = 1$

د احتمالوالي تعريف:

د احتمالوالي تعريف کې سړی کلاسيکی احتمالوالي تعريف او ستاتيستيکي احتمالوالي تعريف ترمنځ توپير کوي.

کلاسيکي یا ټولګيز احتمالوالی د يوې بيلګې په بنسټ:

د يوه ايډيال يا ډېر ټيک غورځووني يا سترګي(چې شپږ سترګې لري) څخه سړی داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6ترمنځ هر عدد يا ګڼ د رامنځ ته کيدو لپاره برابر چانس شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ پېښه E تعريفوو: غورځول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کيدو لپاره په لاندې توګه تفريف ورکوو:

د ټولو ممکنه پيښو تعداد/په Eپورې اړونده پيښو تعداد=p=P(E)

تمرين: د يوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په يو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشميرئ.

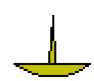
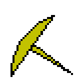
حل وروسته راځي.

ستاتيستيکي احتمالوالی د بيلګې په توګه د يوه کاغذ ستن غوروځولو لپاره:

که څوک د کاغذ يوه ستن وغوروځوي، نو دا يا په شا يا په اړخ لوېږيدلې پاتيږي.

سړی له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغيزوالی د کاغذميخ په جوړيدبنه کې پروت دی. کيدی شيچې دا د کاغذ ستن برابرډوله يا لږ برابرډوله جوړه شوې ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وينا وکړی شو، بايد تجربې وکړو.

يوه د کاغذ ستن سل واره غوروځول کيږي، نسبي ډيروالی شميرل کيږي.

نتيجه			جمعهn
مطلق ډيروالیn$_i$	44	56	100

نسبي ډيروالی

$$h(e_i)=\frac{n_i}{n} \quad \frac{44}{100}=0,44 \quad \frac{56}{100}=0,56 \quad \frac{100}{100}=1$$

نسبي ډيروالی په %کې،	44%	56%	100%

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجربې ښايي، چې د جګيدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې(pendelt يا ټال خوري)کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاتيستيکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره يوه د منلو وړ وينا وکړای شو، بايد دا تجربه زياته تکرار شي.

لکه په سترګي يا غورځووني کې ډېروټاکل شي، نو د نسبي ډېروالي خوريدنه د يوه ټاکلي سترګی تعداد رامنځ ته کيدو لپاره په يوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کيدو باندې را تنګيږي يا را ټوليږي، په غورځوني يا سترګئ کې په 1/6 ارزښت. له دې امله ستاتيستيکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حيث تعريفيږي، د ازماېښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د n سره دتجربو د تعداد په حيث او د H(E) سره د مطلق ډېروالي په حيث.

يادونه: د توکلي ازماېښت د ټاکلو پيښو احتمالوالی د منتظره نسبي ډېروالي لپاره خوراښه وړاندوييڼه يا فرضيه ده.

يوه تجربه دې واضح کړي، چې دپيښو نسبي ډيروالی په يوه ټاکلي ارزښت خوزي يا حرکت کوي، که د ازماېښتونو تعدادپوره ستر وي.

ازماېښت: لس د کاغذ ستنې په همغه يا يوه وخت کې وغورځوئ او د پيښو تعداد په پام کې ولرئ.

E :د کاغذ ستنې په شا پرتې دي.

دا تجربه په ټوليزه توګه لس واره تکرار کړئ.
دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندې يو د کاغد ستن دې سل واره غورځول شوې وي.دا راټول مطلقه ارزښت دې په يوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډېروالی بيا وشميرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت نمره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
راټول شوي H(E)	5	9	11	14	18	25	28	42	37	44
$h(E) = \frac{H(E)}{n_i}$	0,5	0,45	0,37	0,35	0,36	0,42	0,4	0,4	0,41	0,44

پورته کې د الماني پښتو په ترتيب: د تجربې نمره، راټول.

که دا تجربه يا ازماېښت له ډېرو کسانو له خوا د برابرو شرايطو لاندې وشي، نو کيدی شي د د تجربو د ډېروالي سره و ارزښتول شي.

دا د بيلګې په توګه د 10 تجربه کسانو د تجربو زياتوالی يا جمعه کيدنه و 1000 تجربو ته د تعداد جګوالي سره په برابره معنا دی.

دلته هم نسبي ډېروالی وشميرئ.

په لاندې د الماني پ: د کسانو ګڼه(نمره) ، راټول(ګڼوالی يا زياتوالی.

د شخص ګڼه Ni (Nr)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
راټول H(E) H(E)	44	38	42	49	50	48	51	47	42	44
	44	82	124	173	223	271	322	369	411	455
$h(E) = \frac{H(E)}{n_i}$	0,44	0,41	0,413	0,433	0,446	0,452	0,46	0,461	0,457	0,455

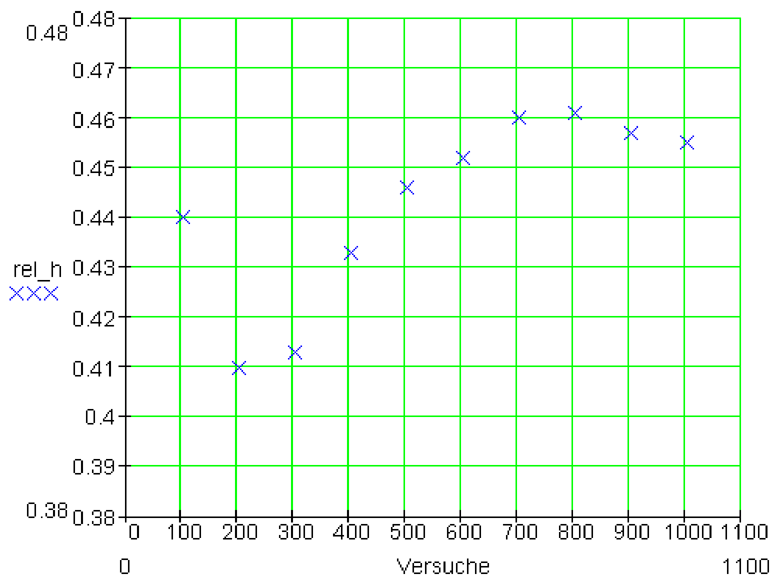
د پورته کيڼ په ترتيب

نسبي ډيروالی په يوه دياګرام کې وليکئ او د نسبي ډېروالي وده تر څېړنې لاندې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو انتروال ورکړئ، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یاټال خوري.

د تجربي وتنه باندې کومنتار ورکړئ یا تشریح کړئ.



پورته کېنۍ: نسبي ډېروالی، لندې یا کته: ازمايښت
داسې لیدل کیږي، چې نسبي ډېروالی په انتروال [0,45;0,46]=اکې کښته پروته ځغلي یا ټال خوري یا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لړ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په یوه ټاکلي عدد ځانګي یا ټال خوري یاور نږدې کیږي.

هر څومره چې د جربو تعداد زیات شي نو دا ارزښت د یوه نسبي ډېروالي یوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کیږي.

دا ارزښت کیدی شي د ستاتیستیکي احتمالوالي په حیث د پیښې E د پیښیدو لپاره په ګوته شي یا وټاکل شي.

دا زموږ د بیلګي لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالی چې دکاغذ ستنې په شاپرتې دي د ازښتونو 0,45 او 0,46ترمنځ خوزي یا ټالئ خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معکوس یا په څټ پیښې لپاره(د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او0,55 تر منځ پروت دی.

داپه دې معنا، چې دا استعمال شوې د کاغذستنې د دواړو پیښو رامنځ ته کیدو لپاره(په شا یاپه اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بیلګه: دا په ځنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، ځنې د مختلف لویوالي سره .

نتیجه ډېرئ یا ــسټ په دې معنا چې S ممکنه پیښې:

S={1,2,3,4,5,6}

موږ دوه پیښې تعریفوو:

A : ګڼه یا نمره جوړه (جفت)ده. لهدې لاس ته راځي:A={2,4,6}

B : ګڼه ناجوړه(طاق) ده له دې لاس ته راځي:B={1,3,5}

که چیرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 دریږي، نو وایو، چې پیښه A رامنځ ته شوې یاپیښه شوې ده.

که دا ښودونکی په برخو 1, 3 او 5ودریده، نو پیښه B رامنځ ته کیږي.

لومړی د ساده پیښو احتمالوالی تر څیړنې لاندې نیسو

$$P(1) = P(3) = \frac{1}{8} \qquad P(2) = \frac{1}{4} \qquad P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

د A پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(A) = P(\{2;4;6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$$

د B پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=P(\{1;3;5\})=P(1)+P(3)+P(5)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$$

تمرين: د A د معکوس – يا په ښتې پيښي لپاره احتمالوالی وشميرئ.

ځواب وروسته راځي:

دA د معکوس پيښي $\overline{A}$ يو بل د حل امکانات:

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$$

د پيښي S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو P(S)=1.

دا فوراً روښانه ده، ځکه چې ياده پيښي تل رامنځ ته کيږي، د بيلګې په توګه د يوه ستړګي غورځولو سره تل يو عدد رامنځ ته کيږي.

د ساده پيښو ټولګه:

$S=\{e_1;e_2;e_3;\ldots;e_n\}$ د يوه توکلي تجربې پيښه ډېرئ يا –سټ دی.

($e_1;e_2;e_3;\ldots;e_n$ د هغې ساده پيښي دي، د بيلګې په توګه د غورځوني يا ستړګي سره اعداد 1,2,3,4,5 او6 .

نو د احتمالوالي P لپاره باور $0\le P(e_i)\le 1$ لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پورې.

دا په د ې معنا، چې د يوې پيښي احتمالوالی تل د 0او 1 ترمنځ پروت دی او ناکميز يا نامنفي دی.

$P(S)=P(e_1)+P(e_2)+P(e_3)+\ldots+P(e_i)=1$ د جمعي يا زياتون ساده لار.

د A د معکوس پيښي لپاره، يعني د $\overline{A}$ لپاره تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

د يوې ناشونې پېښې لپاره، د بېلګې په توګه په شپږېزسترګي(۶ سترګي مکعب يا غورځوونکي) سره چې يو ۷ وغورځول شي باور لري:

$$P(\varnothing) = 0$$

تمرين: يو سترګی يووار غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي.

A : د سترګيو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګيو ګڼ يا عدد ناجوړه يا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه وروسته:

د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

موږ تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپیژندل.

١ – داسې له دوه برابر احتمالي وېش سره.

٢ – داسې له نابرابر احتمالوالي وېش سره.

لومړي ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه (شپږ) سترګي غورځول.
- د یوې پیسې غورځول.
- د یوه بخت څرخي څرخول د برابر لویو برخو یا توتوSegmenten سر.

په دویم ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه کاغذستن غورځول.
- د یوه بخت څرخ ګرځول د نابرابر لویو برخو سره.

د لاپلاس تجربه:

که د یوې توکلي یا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتیجې(لومړی ګروپ) برابر احتمالوالی لري، نو سړی د لاپلاس تجرې څخه غږیږي یا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتیجه د احتمالوالي (د ټولو ممکنه نتیجو تعداد / p=1) سره تنظیم کړي، نو دا د یو مودل -نیونه یا -- فرضیه (لاپلاس – مودل) ده.

د لاپلاس د تجربي سره د یوې نتیجې د احتمالوالي (P(E لپاره باور لري:

د ټولوممکنه نتیجو تعداد / په E پورې اړونده نتیجه=P(E)

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

حل وروسته:

تمرین:

په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟
دوریم: څومره تر غونډاري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

تمرین: د په څټ – یا معکوس پیښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب: دا مخامخ –یا معکوس پیښه $\bar{E}$ ده. زده کوونکی ملفون(موبایل) نه لري.

له دې سره د $\bar{E}$ نسبي ډېروالی دی:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0,175$$

جمعه یا زیاتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0,825 + 0,175 = 1$$

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

ځواب:

نتیجه ډېرئ له ۶ ممکنه پیښو جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښه ډېرئ له ۲ ممکنه نتیجو جوړه ده: $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې یو جوړه عدد له ۲ څخه لوي وغورځول شي، د احتمالوالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه ځټ پیښې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب: نتیجه ډېرئ یا –سټ S له عددونو 1, 2, 3, 4, 5 او 6 جوړه ده.

پیښې A پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 اړه لري. د A سره معکوس پیښه د کمبنتډېرئ یا تفریق سټ له لارې میدل کیږي.

$$\overline{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول B دا همدا اوس پیښه سټ یا –ډېرئ ده، چې ارزښت $P(B) = \frac{5}{12}$ یې شمیرل شوی دی.

تمرین: یو سترګی یووار غورځول کیږي. لاندې پیښې کره کیږي.

A : د سترګیو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګیو ګڼ یا عدد ناجوړه یا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3؛ د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ځواب: الف-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1;3\}$$

$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

E_1: د سترګئ عدد له ۴ لوي او یو ناجوړه(طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1;2;3;5\}$$

$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

E_2 : تعداد له ۴ لوی دی یا یو ناجوړه (طاق) عدد دی.

پ –

دسترګیو تعداد له ۳ لوی دی. د سترګیو تعداد یو ناجوړه یا طاق عدد دی	$A = \{1;2;3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4;5;6\}$ $B = \{1;3;5\}$ $E_3 = \overline{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

E_3 : د سترګیو تعداد له ۳ لو دی او یو ناجوړه عدد دی.

ت-

$$A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{\ \} = \varnothing$$
$$P(E_4) = P(\varnothing) = 0$$

E_4 : د سترګیو تعداد له۴ کوچنی دی او۴ یا ۵ دی.

داسې یوه پیښه نامناسب بې مصلحته یا ناغوښتونې یا که غواړئ نازغموړ بلل کیږي له دې امله د E_4 د رامنځ ته کیدو احتمالوالی صفر دی.

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

ځواب:

$$S = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\} \qquad E = \{3;6;9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0{,}3$$
$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

تمرین: په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونداري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.

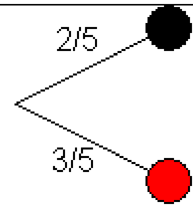
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونداری تور دی؟

دوریم: څومره تر غونداري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونداري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

د ونې دیاګرام له لارې حل. احتملوال چې تور غونډارى راووستل شي 2/5 دى، یو سور چې راووستل شي 3/5 دى. احتمالوالى په اړونده تار لیکل کیږي.	

ب- په مرتبان کې x تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان کې ټول x + 3 غونډاري شتون لري.

E :راوستلى غونډارى تور دى.

اینبوونه: $P(E) > 0,7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \quad \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0,7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3)\cdot 0,7 = 0,7x + 2,1 | -0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,3x > 2,1 |: 0,3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

باید په مرتبانکې لږ ترلږه ۸ تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسي لږ ترلږه د 0,7 احتمالوالي سره یو غونډارى راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالى، احتمالوالىا

لومړى:

په لیکني بیالوژي ازموینه کې لاندې نمرې ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: په المان کې نمري له ۱ تر ۵ پورې ورکول کيږي، چې په ۵نمرو سرى ناکام دى

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- يو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالى وشمرئ.

ب- وېشنه په يوه ګردئ- يا دايروي دياګرام انځور کړئ.

پ-يو د ازموينې کانديد تصادفي ټاکل کيږي. د کوم احتمالوالي سره هغه يوه ۱ اخستې؟

ت- يو د ازموينې کانديد تصادفي ټاکل کيږي. د کوم احتمالوالي سره هغه يو ۲ يا ۳ ليکلې يا اخستې؟

دويم: د يوې توکلي يا تصادفي ازماېښت نتيجې لپاره احتمالوالي $p = 0{,}73$ دى. دا نتيجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماېښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دريم: د يوه مسلکي کالج د زده کوونکو ستاتيستيک يا احسايه د په څلور پټيز- يا ساحوي تختو کې په ليست شوې داتا څخه را اخستل کيږي.

	M	$\bar{M}$	Summe
F		1200	1680
$\bar{F}$	672		1812
Summe	1152		3492

M معنا: زده کوونکى نارينه دى. د F معنا: د FORپه حيث د زده کوونکو وتون استعداد. Summe =زياتون.

الف- دا پاتې يا باقي ډېروالى وشميرئ او دا په يوه څلور سطحيزتخته باندې وليکئ.

ب - نسبي ډېروالى و ټاکئ او دا په يوه څلورپټي يا سطحيزه تخه وليکئ.

پ- يو نفر تصادفي ټاکل کيږي.

اول. دا د کوم احتمالوالي سره نارينه دى؟

دوه. د کوم احتمالوالي سره دا د FOR د ننوتنې(داخيلدو)اجازه لري؟

درې: د کوم حتمالوالي سره دا کس ښځينه دى. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالوالي سره دا کس نارينه او FOR لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:په یوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په یوه سپورت کلوب کې دي. اجتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زدهکړی(نازینه یا ښځینه)، چې تفریحمیدانکي ورسره مخامخ کیږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترګي یو ځل غورځولو کې د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A : لږ تر لږه ۳ . B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره یا څو ځله. E : جوړه عدد له ۴ لوي F: ۱ یا ۶.

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی ا

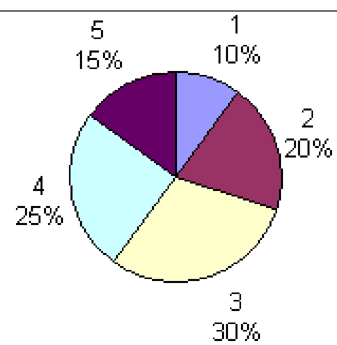
مفصل ځوابونه لومړی: الف-

	1	2	3	4	5	Summe
نمرې	1	2	3	4	5	Summe
مطلق ډېروالی	2	4	6	5	3	20

ب-

	1	2	3	4	5
نمرې	1	2	3	4	5
نسبي ډېروالی	$\frac{2}{20}=0,1$	$\frac{4}{20}=0,2$	$\frac{6}{20}=0,3$	$\frac{5}{20}=0,25$	$\frac{3}{20}=0,1$

د نمرو وېشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ $P(1)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$	$P(2\vee 3)=P(2)+P(3)$ $=\frac{4}{20}+\frac{6}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}=0,5$

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشريحکونه يا څرګنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پيښې ټاکلې نتيجې احتمالوالى p لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه ستر ګڼ يا عدد n تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې n.p-ځله رامنځ ته شي.

د p=0,73او n=350 سره به n.p=350.0,73=255,5~256 شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.

دريم: الف-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$1152-672=480$	1200	1680
$\overline{F}$	672	$1812-672=1140$	1812
Summe	1152	$1200+1140=2340$	3492

ب-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492}\approx 0,137$	$\frac{1200}{3492}\approx 0,344$	$\frac{1680}{3492}\approx 0,481$
$\overline{F}$	$\frac{672}{3492}\approx 0,192$	$\frac{1140}{3492}\approx 0,326$	$\frac{1812}{3492}\approx 0,519$
Summe	$\frac{1152}{3492}\approx 0,330$	$\frac{2340}{3492}\approx 0,670$	$\frac{3492}{3492}=1$

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

P. O (لومړی کس) p.۲ (کس FOR لري) p.۳ (کس ښځینه دی او FOR لري) p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$=\frac{1152}{3492}\approx 0,330$ $=\frac{1680}{3492}\approx 0,481$ $=\frac{1140}{3492}\approx 0,326$ $=\frac{480}{3492}\approx 0,137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B: زده کوونی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{480}{2680}\approx 0,82$$

احتمالوالی، چې یو زدهکوونکی سره د تفریح انګړ مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A=\{3;4;5;6\}\Rightarrow P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0,\overline{6} \qquad B=\{2;3;4;5\}\Rightarrow P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0,\overline{6}$$

$$C=\{2;3;5\}\Rightarrow P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0,5 \qquad D=\{6\}\Rightarrow P(D)=\frac{1}{6}=0,1\overline{6}$$

$$E=\{2\}\Rightarrow P(E)=\frac{1}{6}=0,1\overline{6} \qquad F=\{1;6\}\Rightarrow P(F)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=0,\overline{3}$$

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسې د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه I کې 340 هلکان او320 نجونه دي. په برخه II کې 150هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلورساحه یي جدول یا تخته وکاږه او نسبي ډېروالی وشیره.

ب-په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده ککونکی یا زده کوونکې د برخې I دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي تاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلۍ ده؟

دویم: د ګټلو احتمالوالی او دګټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازماېښت کې د ګټنې لپاره چانس:

(۱)۱ و ۳ ته (۲) ۱ و۱ ته (۳) ۲ و ۳ ته (۴) ۴ و۳ ته (۵)a و b ته

په نومولو حالتونو کې د ګټلو احتمالوالی څومره لوی دی؟

ب- د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی دی:

$$(1)\ \frac{1}{3} \quad (2)\ 0{,}6 \quad (3)\ 40\% \quad (4)\ \frac{3}{4} \quad (5)\ \frac{c}{d}$$

په هر یوه یوګوني حالت کې د ګټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – دکوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالولي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه ښوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکود ټول پوښتنې نتیجه وه، چې 4,4 % د نجونو او 6,4% د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په ښوونځي کې 5,2% نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړ شوو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلورسطحیز تختې جدول پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کیږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کیږی.

C : راوستل شوی غونډاری شین ن ه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډار ی نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پیښو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پیښو A او Bد ,یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پیښه په متني لیکلې بڼه څنګه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهڅټ پیښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پیښه په متن څنګه لیکل کیږي؟

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب- p(زده کوومکي په برخهI کې)=0,66

پ- p (زده کوونکي په برخه IIکې او یوه نجلۍ)=0,19

دویم: الف- د ۱ و ۳ ته د د ګټې چانس کیدی شي سړی یو د مرتبان تجربه په خیال کې راوړي. په یوه مرتبان کې یو سور غونډاری(ګټنه) او ۳ تور غونډاري (بایلنه) پراته دي. فقط یو ځل راوستل کیږي. په دې حالت کې احتمالوالی چط یو سور غونډاری راووېستل شي 0,25 دی.

ب-

د ګټې چانس ۱ و ۲ ته	$(1) \quad p=\frac{1}{3}=\frac{1}{1+2} \Rightarrow$
د ګټې چانس ۳ و ۲ ته	$(2) \quad p=0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\frac{3}{3+2} \Rightarrow$
د ګټې چانس ۲ و ۳ ته	$(3) \quad p=40\%=0,4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=\frac{2}{2+3} \Rightarrow$
د ګټې چانس ۳ و ۱ ته	$(4) \quad p=\frac{3}{4}=\frac{3}{3+1} \Rightarrow$
د ګټې چانس c و d-c ته	$(5) \quad p=\frac{c}{d}=\frac{c}{c+(d-c)} \Rightarrow$

دریم:

s تور، b شین، r سور له دې سره E={s,s,s,b,b,b,b,b,b,b,r,r,r,r,r}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(s)=\frac{3}{16} \qquad P(b)=\frac{7}{16} \qquad P(r)=\frac{6}{16}$$

الف-
$$P(r \vee b)=P(r)+P(b)=\frac{6}{16}+\frac{7}{16}=\frac{13}{16}=0,8125$$

ب-
$$P(s \vee r)=P(s)+P(r)=\frac{3}{16}+\frac{6}{16}=\frac{9}{16}=0,5625$$

پ-6/16 = P(r) نه سور په دې معنا، چې د سره مخمخ يا معكوس پېښنه

$$\bar{P}(r)=1-P(r)=1-\frac{6}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}=0,625$$

څلورم: الف-

	M	J	Summe
S			
N			
Summe			1250

Summmeزياتون يا جمعه
J ځوانان
M نجوني
S لمبيدونكي
Nنه لمبيدونكي

5,2% په ښوونځي كې نه لمبيدونكي په معنا چې

65 =1250.0,052نه لمبيدو ونكي ښوونځي كې شته دى.

له دې سره په ښوونخي كې 1250-65=1185 لمبيد

لمبيدنكيونكي په ښوونځي كې شتون لري.

په ښوونخي كې دې د نارينه او ښځينه زده كوونكو تعداد دې وي:x+y=1250

له دې سره په ښوونځي كې د نه لمبيدونكو تعداد 0,044x+0,064=65 دى(دوه كرښيز مsاوات د دوه مجهولو يا ناپيژندونكوسره)

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	y	
1	1	1250
$\frac{44}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	$65 \mid \cdot 1000$
1	1	$1250 \mid \cdot 44$
44	64	65000
44	44	55000
44	64	$65000 \text{II} - \text{I}$
44	44	55000
0	20	10000

$$20y = 10000 \mid : 20$$
$$\Leftrightarrow y = 500$$
$$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500$$
$$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$$
$$\Leftrightarrow x = 750$$

په ښوونځي کې ۷۵۰ نجونې او ۵۰۰ هلکان شتون لري

د نجونو 4,4% نه شي لمبلی، دا نږدې 33=750. 0,044 دي، د هلکانو6,4% نه شي لمبلی، دا 32=500.0,064 دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته بیزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی P (A) = 0,6دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي.

پ- د دې لپاره احتمالوالی P (B) = 0,3744دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یو هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د دې لپاره احتمالوالی P (C) = 0,0264 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

پنځم: الف- schwarz grün rotپه ترتیب له کیڼ ښي لور ته: سور، شین، تور

$$E = \left\{ \underbrace{r; r; r;}_{3} \underbrace{g; g; g; g; g;}_{5} \underbrace{s; s; s; s}_{3} \right\}$$

$$P(A) = \frac{5}{12} \qquad P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(C) = 1 - P(\text{grün}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$P(D) = 1 - P(\text{rot}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(E) = P(\text{schwarz}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

راوستلی غونډاری شین یا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

دپیښې متن: راوستلی غونډاری تور نه دی.

پنځم - دېرپوړیز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی

پنځم: ډېرپوړیز تصادفي ازماېښت

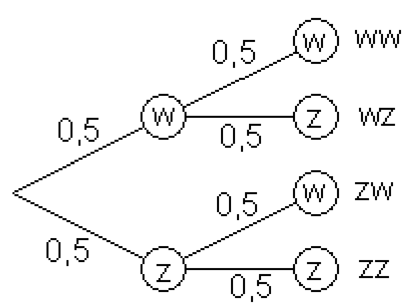
زیات وخت داسې تصادفي ازماینې کیږي، چې له یوه څخه زیاتو ازماېښتونو (تجربو)څخه منځ ته راغلې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ازماېښتونه د زياتو يو په بل پسې يو پوړيزو ازمايښتونو رايوځای شوي دي.
بيلګه يې د سيکې يا پيسې غورځول:
په همغه يا عين وخت کې دوه پيسې غورځول کيږي، چې دواړه مخونو څخه يې ممبرنښان په w او ګڼ يا عدد يې په z سره په نخښه کوو. ټولې ممکنه(شونې) لاس ته راوړنې په لاسته راوړونديزئ(په لاس ته راوړونست) کې رايوځای کيږي. $S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}$.
احتمالوالی ساده ټاکل کيږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).

$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

اوس يوه پيسه پرلپسې اچول کيږي او ددې لپاره ونه دياګرام کښل کيږي. احتمالوالی په همغه تار ليکل کيږي



لاس ته راوړنې: $S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}$
پيداښتي يا طبيعي ده، چې همغه دي لکه په لومړۍ تجربه کې

د يوګونو احتمالوالی د تار په اوږدو احتمالوالي ضريب څخه لاس ته راځي:

$$P(ww) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

د داسې لاسته راوړنو يا هم ونو دياګرام په مرسته کېدی شي د پام وړ احتمالوالی د ډير پوړيز تصادفي ازمايښتونو په مرسته شوونی شي
بيلګه: د يوه مسلکې ښوونځې زده کوونکو شورا له درې نارينه ـ او دوه ښځينه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ريس او مرستيال کيدی شي. لومړی ريس او بيا مرستيال ټاکل کيږي، د پچې اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کيدی ښي چې يوه زده کوونکې ريسه او بله يې مرستياله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدی شي يوه زده کوونکې ريسه او زده کووونکی مرستيال وټاکل شي؟

پ) د کوم احتماوالي سره به يوه زده کوونکې مرستياله وټاکل شي؟

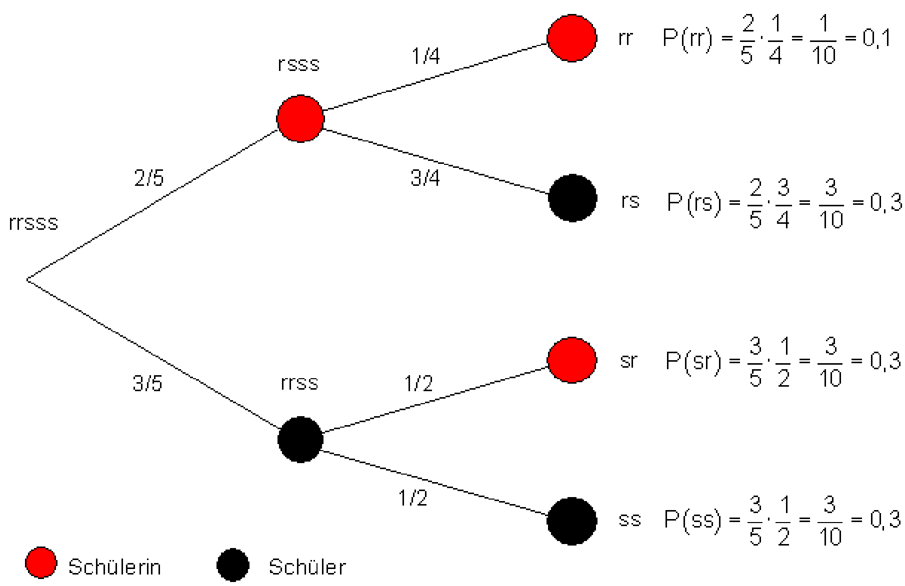
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا يوه دوه پوړيزه تصادفي تجربه ده، چې د يوې لاترۍ په څېر رامنځ ته کيږي.

يه جام کې ۵ غونډاري دي، ۲ سره د ښځينه زده کوونکو لپاه دي او ۳ تور د نارينه زده کوونکو لپاره

له جام څخه يو په بل پسې دوه غونډاري راوستل کيږي(راوستنه بې له بيرته اېښوونې يا بيا وراچونې) .

دا حالت يو ونه ډياګرام ليدوړ کوي.



يادونه : سور خال ښځينه زده کوونکې، تور خال نارينه زده کوونکي

الف) : يوه زده کوونکې رييسه ده، بله مرستيا له

$$P(A) = P(rr) = 0{,}1$$

ب) : زده کوونکې رييسه ده او رده کوونکی مرستيال

$$P(B) = P(rs) = 0{,}3$$

پ) زده کوونکې مرستياله

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow C = \{rr; sr\}$$

$$P(C) = P(rr) + P(sr) = 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}4$$

په بیلګه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و ښودل شو.

١ . تارقاعده په یوه و نه دیاګرام کې د یوې پیښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالي د ضرب سره برابر دی.

٢ . تارقاعده : په ونه دیاګرام کې د یو ې پیښې احتمالوالی ، په دې اړونده تار احتمالوالو زیاتون (جمعه) دی

په یاد ولره:

په ونه دیاګرام کې مو هر تار د یوې پیښې تصادف ازماېښت ته بیایي یا لاربښوده وي..
د داسې یوې پیښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو څل دی

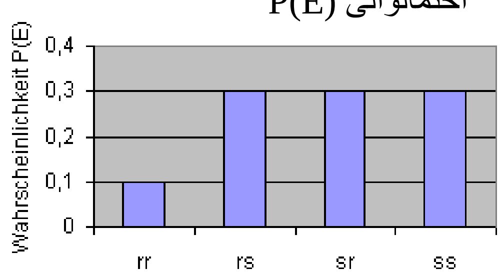
تارقاعده

کا د یوګونو تارونو احتمالوالی په یوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالي وېشنه په لاندې توګه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
P(E)	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کیدی شي د مټې یا ستن دیاګرام په توګه هم انځو رشي. د ا حتمالوالو زیاتون تل ١ ورکوي

احتمالوالی P(E)



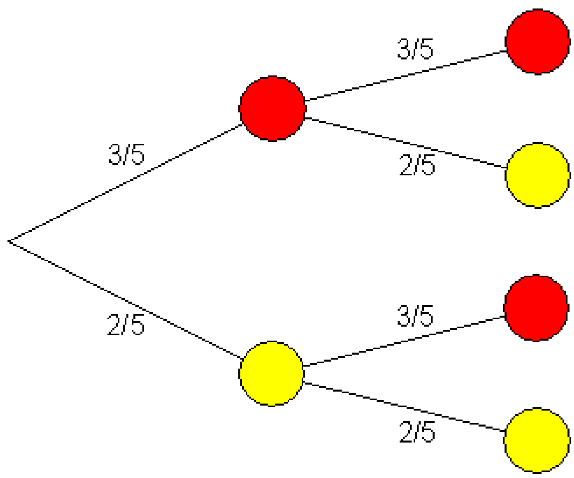
پیښه E

کېڼ لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زیړ عونداري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونداري راوستل کیږي د بیرته وراچولو سره
الف) ونه دیاګرام او احتمالوالي وېشنه د جدولکوني دیاګرام په څیر وکاږی
ب) د پیښې A لپاره احتمالوالی وشمیری: راوستلي غونداري نابرابر رنګ,نه لري
پ) د پیښې B لپاره احتمالوالی وشمیری:کم له کمه یو راوستل شوی غونداری زیړ دی

ځوابونه الف)



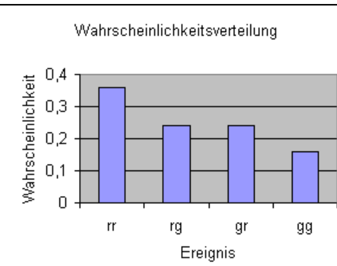
$$P(rr) = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0,36$$

$$P(rg) = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$$

$$P(gr) = \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$$

$$P(gg) = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0,16$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	0,36	0,24	0,24	0,16



په پورته کیښ لور څیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:
Wahrsheinlichkeitsverteilug د احتمالوالي وېشته، Wahrscheinlichkeit
احتمالوالی، Ereignis پېښه

ب)

$$A = \{rg; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rg) + P(gr) = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} = 0,48$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ)

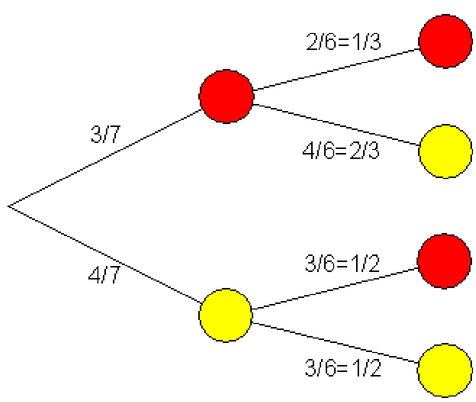
$$B=\{rg;gr;gg\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)+P(gg)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}+\frac{4}{25}=\frac{16}{25}=0,64$$

بیلګه: په یوه کوتۍ کې ۳ سره او څلور زیړ غونډاري اچول شوي. له دې څخه یو یو غونډارۍ راباسوو بې له بیرت اچونې..

الف)ونه دیاګرام   او احتمالوالی وېشنه د جدول   او دیاګرام په څیر وکاږۍ.

ب) د پیښې A لپاره احتمالوالی وشمیرۍ: دوم راوستلی غونډارۍ سور دی

پ) د پیښې B لپاره احتمالوالی وشمیرۍ: دواړه غونډاري برابر رنګ لري



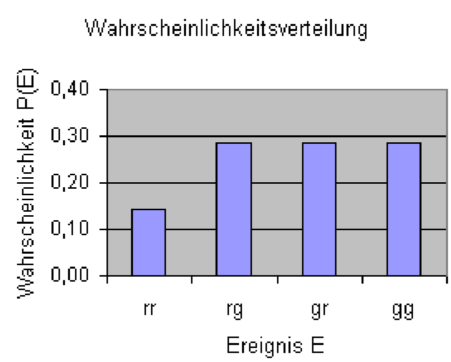
$$P(rr)=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{7}\approx 0,143$$

$$P(rg)=\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gr)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gg)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	$\frac{1}{7}\approx 0,143$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}\approx 0,286$



ب)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = \{rr; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gr) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

پ)

$$B = \{rr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gg) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

یادونه : په راتلونکي کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوړیزې تصادفي ازماینې I

لومړی - یوه پیسه دوه واره غورځول کیږي. ونه دیاګرام یې وکاږئ او د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی و ټاکئ.

الف -

A: ټیک یو ځل ممبرنښان (په W سره یې ښایو)

ب -

B : لږ تر لږه یو ځل ممبر نښان

پ – C: زیات له زیاته یو ځل ممبر نښان

دویم –

یو ه پیسه درې واره غورځول کیږي. ونه دیاکرام وکاږئ او د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی وټاکئ.

الف –

A : له دوه ځله زیات ممبر نښان

ب –

B : زیات له زیاته دوه واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

C: لږ ترلږه یو ځل ګڼ یا عدد (په Z سره یې ښایو)

ت –

D : ټیک یو ځل ممبرنښان:

دریم – یو مرتبان دوه2 سره 3 تور او5 زیړ غونډاري (غونډوسکي یا توپونه او یا باغکي(تشلي) او که غواړئ کړي) لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کیږي، د بیرته وراچولو سره .ونه دیاګرام و کاږئ، د لاندې پېښو لپاره د احتماوالی وېشنه او احتمالوالی و ټاکئ:

A : دوړاه غونډاری همغه یا یو رنګ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دویمه توره

C: دویمه غونډوسکه سره ده یا توره

D : دC مخامخ یا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالوالي سره پېښیږي؟

څلورم –

یوه ازموینه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټیک یو ځواب رښتیا دی ور کړ شوي دي. یو کس بې له چمتووالي ازموینې ته ځي او دا به په بخت چلیپا کوي.

احتمالوالی څومره لوي دی، چې دی په ازموینه کې بریالی شي، که لږ تر لږه باید درې پوښتنې رښتیا یا ټیک ځواب شوي وي.

پنځم –

پنځه ملګري له پولې اخوا ته مېلې ته ځي. د بیرته ستنېدو وخت کې باید د ګمرک څخه تیرشي. سره له دې چې دوی وایې هغوي د اجازې سره سم سګرټ له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپین او نرنګ زیات سګرټ له ځانونو سره راوړي. د ګمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي یې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بیدا کولی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دوه قاچقوړونکو څخه لږ تر لږه یو قاچاقوړونکی نیسي؟

شپږم –

د لیسې د ۱۲ -م ټولګي زده کوونکي دوه ټولګي جوړوي چې په ټولیزه توګه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تیاتر لپاره یوه یوه وړیا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرینځیپ یا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکی تنظیمیږي. د کوم یو احتمالوالي سره په لومړیو شپږ ځایونو کې د یوه ټولګي زده کوونکي ځای نیسي؟ (لارښود: یو مناسب د مرتبان مودل و کاروئ).

اوم – یو د بخت څرخ د څلورو برابرو ټوټو(قطعو) سره ، چې شین، سور، سپین او اسماني رنګونه لر ي څرخول کیږي. یوه لوبه پای کیږي که دا څرخ ودریږي. له دې څلورو څخه یو رنګ د یوه غشي سره په نخښه یا په ګوته کیږي. د یوې لوبې لړۍ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسې باید لږ تر لږه وشي، چې د60% څخه زیات احتمالوالي سره لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسې له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

دېر پوړیزې تصادفي ازمایښې I

مفصل ځوابونه

لومړی – A : تیک یو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان.

$$P(B) = P(\{WW; WZ; ZW\}) = P(\{WW\}) + P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 3 \cdot 0{,}25 = \underline{0{,}75}$$

یا برعکس پېښې $\overline{B}$:سره: هیڅ ځل ممبر نښان

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(\{ZZ\}) = 1 - 0{,}25 = \underline{\underline{0{,}75}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

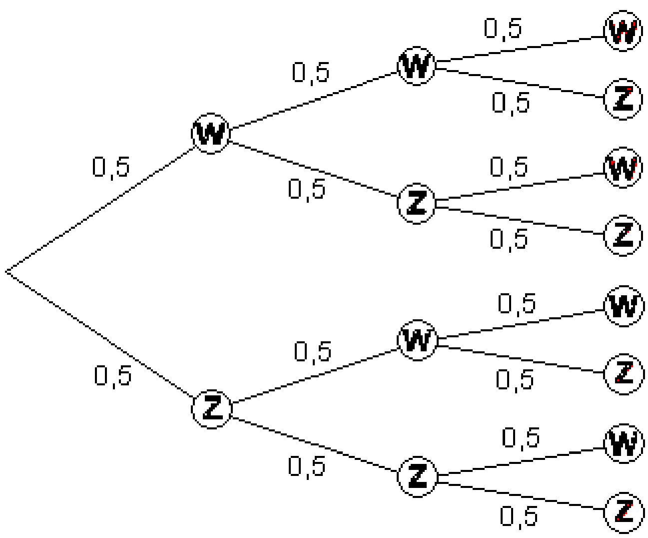
C : زيات له زياته يو ممبر نښان .

$$P(C)=P(\{WZ;ZW;ZZ\})=P(\{WZ\})+P(\{ZW\})+P(\{ZZ\})=3\cdot 0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

يا د متضاد پېښي $\overline{C}$ سره : دوه ځله ممبر نشان

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WW\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

دويم -



$$P(WWW)=0,5^3=0,125$$
$$P(WWZ)=0,5^3=0,125$$
$$P(WZW)=0,5^3=0,125$$
$$P(WZZ)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZWW)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZWZ)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZZW)=0,5^3=0,125$$
$$P(ZZZ)=0,5^3=0,125$$

A : له دوه څخه زيات ځله ممبر نشآن

$$P(A)=P(\{WWW\})=\frac{1}{8}=0,125$$

B : زيات له زياته دوه ځله ممبرنښان په دې معنا چې هېڅ ځل ، يو ځل يا دوه ځله ممبر نښان. د B برعکس پيښه : درې ځله ممبرنښان.

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

C : لږ تر لږه يو ځل عدد. لږ تر لږه يو ځل عدد په دې معنا دی، چې يو ځل، دوه ځله يا درز ځله عدد. د C برعکس پيښه د اسي ه: هيڅ حل عدد، دا مکررډې ځله ممبر دی.

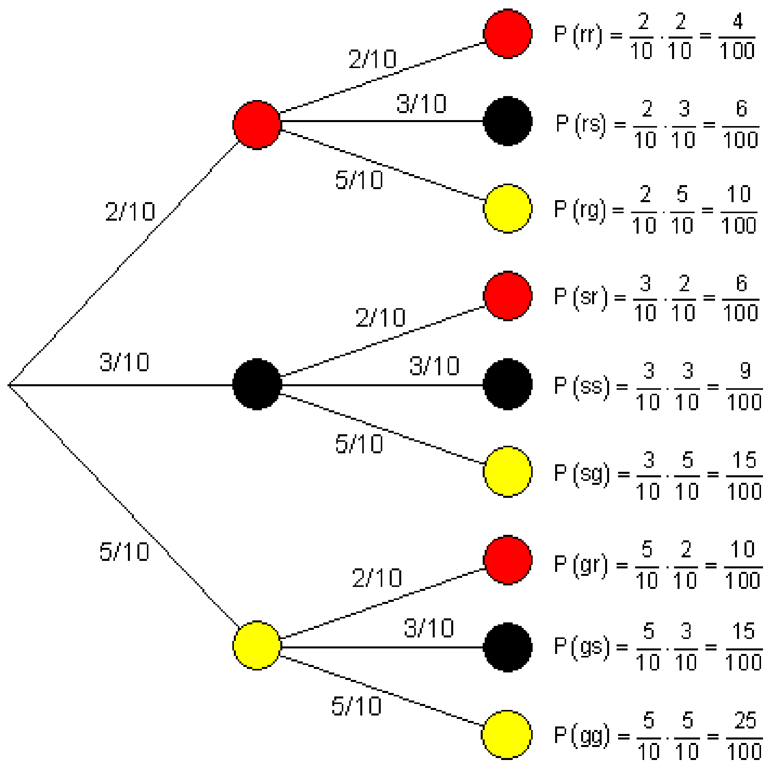
$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – D : تیک یو ځل ممبرنښان

$$P(D)=P(\{WZZ;ZWZ;ZZW\})$$
$$=P(\{WZZ\})+P(\{ZWZ\})+P(\{ZZW\})=3\cdot 0{,}125=0{,}375$$

دریم -



e_i	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواړه غونداري همغه رنګيز دي.

$$P(A)=P(\{rr\})+P(\{ss\})+P(\{gg\})=\frac{4}{100}+\frac{9}{100}+\frac{25}{100}=\frac{38}{100}=\underline{\underline{0{,}38}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : لومړی غونډاری سور دی، او دویم تور دی.

$$P(B)=P(\{rs\})=\frac{6}{100}=\underline{\underline{0,06}}$$

C : دویم غونډاری سور یا تور دی.

$$P(C)=P(\{rr\})+P(\{rs\})+P(\{sr\})+P(\{ss\})+P(\{gr\})+P(\{gs\})$$
$$=\frac{4}{100}+\frac{6}{100}+\frac{6}{100}+\frac{9}{100}+\frac{10}{100}+\frac{15}{100}=\frac{50}{100}=\underline{\underline{0,5}}$$

ت - دC برعکس پیښه څنګه ده او دا د کوم احتمالوالي سره رامنځ ته کیږي؟

$\overline{C}$: دویم غونډاری تور دی.

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-0,5=\underline{\underline{0,5}}$$

څلورم- دا څلورم پوړیزه تصادفي پیښه ده (څلور پوښتني) . د یوه ټیک ځواب لپاره اختمالوالی1/3 دی، او د ناټیک لپاره 2/3 .

په لاندې کې د الماني معنا: درې پوښتني ټیک دي

$$P(3\ \text{Fragen richtig})=P(\{rrrr\})+P(\{rrrf\})+P(\{rrfr\})+P(\{rfrr\})+P(\{frrr\})$$

$$P(\{rrrr\})=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

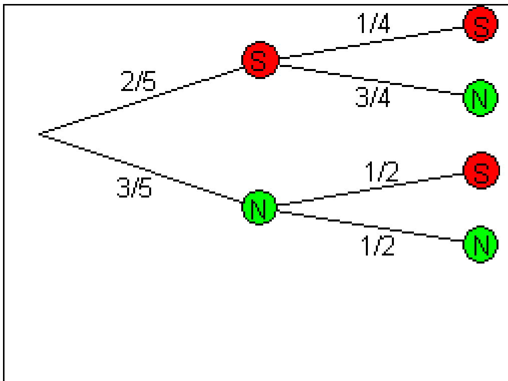
$$P(\{rrrf\})=P(\{rrfr\})=P(\{rfrr\})=P(\{frrr\})=\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}$$

$$P(3\ \text{Fragen richtig})=4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{8}{3^4}+\frac{1}{3^4}=\frac{9}{3^4}=\underline{\underline{\frac{1}{9}\approx 0,11}}$$

پنځم -

مودل (Modell) : په یو ه مرتبان کې 3 شنه غونډاري (هیڅ - یا نه قا چاق ورونکی N) او 2 سره غونډاري(قاچاق ورونکی S). دوه واره غونډاری راوېستل کیږي بې له بیرته ور اچولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$P(SS)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0{,}1$$
$$P(SN)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0{,}3$$
$$P(NS)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0{,}3$$
$$P(NN)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0{,}3$$

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور لخوا قاچاقوړونکی نه نيول کيږي؟

P (NN) = 0,3.

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه يو رانيسي؟

P(S لږ تر لږه يو)= P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.

شپږم – د مرتبان مودل :

20سره غونډاري (ټولګی 1) او 20 شنه غونډاري (ټولګی 2) شپږ ځله را وباسی بې له بيرته ور اچولو.

P = P({rrrrrr})+P({gggggg})

احتمالوالی د دواړو ټولګيو لپاره برابردی P({rrrrrr})=P({gggggg})

$$P(\{rrrrrr\})=\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}$$

را وپستل بې له بيرته ور اچوني.

$$P=P(\{rrrrrr\})+P(\{gggggg\})=2\cdot\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}=\underline{\underline{0{,}02}}$$

اوم-

A : د n لوبو پرلپسې کې لږ ترلږه يوه لوبه پرلپسې درې ځله شنو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(\{g\}) = \frac{1}{4}$ په يوه لوبه يو ځل شين

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د يوې لوبې پرلپسې سره درېواره شين د A برعکس ياپه ځتې پيښنه ده:

$\overline{A}$: په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

$P\left(\left\{\overline{ggg}\right\}\right) = 1 - P(\{ggg\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$ په يوه لوبه پرلپسې کې درېواره شين نه شته

$$P\left(\overline{A}\right) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0{,}6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0{,}6 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0{,}4 \mid : (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0{,}4 \mid \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{<1} < \ln(0{,}4) \mid : \ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0{,}4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58{,}18}}$$

بايد لږ ترلږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه يوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووېستل شي.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونه II

لومړی - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف – A : ټول غونډاري شنه دي. . ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. .ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی
.

دويم – - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي بې د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی.

دريم – د خټينو لوښو توليد کې د تجربې له مخې 20% زيانمن لوښي لرو.
الف – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک درې د استعمال وړ وي؟
ب – – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک دوه د استعمال وړ وي؟
پ — څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه لږ ترلږه دوه د استعمال وړ وي؟
څلورم – د خټينو لوښو په يوه زخيره کې 100 تازه جوړ شوي لوښی شتون لري. سړی پوهيږي، چې له دې څخه 20% ناټيکاوي لري. څلور لوښي ترې توکلي رانيول کيږي يا راوېستل کيږي.

الف –
څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوښي جوړ يا بې ناټيکاوي دی؟
ب – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نيولو لوښو توليد څخه ټيک درې بې له ناټيکاوي يا جوړ دي.؟

پ – څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانيول شوو لوښو لږ تر لږه درې بې غلطی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي ناټیکاوی %10 سترګو ته نه راځي. له دې امله دا تولید لهدرې مختلو کنترول کوونکو کنترولیږي. د دې لپاره احتمالوالی وټاکئ چې یو بې کاره تولید
الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بې کاره و پیژندل شي.
ب- په دریم کنترول سره بیکاره و پیژندل شي.
پ- د بې کاره په توګه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې ختین لوښي تولیدیږي. هر لوښی یو بل پسې په مختلفو کنترولونو کې د بڼې، رنګ او د باندنۍ سطحې جوړښت په بنسټ ازمایل کیږي.
د تجربې سره سم %25 بڼه د تولید ناټیکاوي له مخې کنترولیږي. د فابریک کنترول څخه %85 برخې بې له ناټیکاوي کنترول څخه تیریږي . په %20 کې ټولو حالتونو د بورته سطحې منترول د لومړي انتخاب غوښتنې (انتظار) نه پوره کوي. فقط که ټول درې کتنر لونه بې د ناټیکاوي کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په خیث، که هځرنګوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتې لوښي زیانمن (د غورځولو) تولید دی.
الف – ټول در بواره کنترول په ونه دیاګرام کې انځور کړئ
ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟.
پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟
ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟
اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پاڼو لپاره 4500 ګټونکي شته ، په لاتري B کې د15000 لاتریو لاندې 9500 ګټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه یوه اخلي .
الف – اختمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوې لاترې وګټي؟
E_1 : په دواړو لاتریو کې ګټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوي دی، چې لاتري ونه کټي؟
E_2 : چې هیڅ لاتري نه کټي؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی،چې لږترلږه پهیوه لاتري کې وګټي؟
E_3 : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.
.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دېر پوړيزي تصادفی تجربې II

مفصل ځوابونه

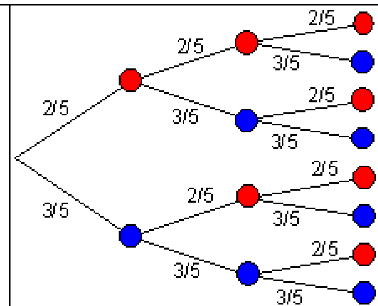
لومړی –

$$P(\{rrr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0,064$$

$$P(\{rrb\}) = P(\{rbr\}) = P(\{brr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = 0,096$$

$$P(\{rbb\}) = P(\{brb\}) = P(\{bbr\}) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0,144$$

$$P(\{bbb\}) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0,216$$



الف -

A : ټول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0,216}}$$

ب -

B: يو غونډاری شين او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0,196 = \underline{\underline{0,288}}$$

پ –

C : يو غونډاری سور ، دوه شنه دي.

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,432}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی. دا په دي معنا چې هيڅ يا يو غونډاری.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0,216 + 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,648}}$$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\{rrr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{18}{48}$$

$$P(\{rrb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{30}{48} = C$$

$$P(\{rbr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

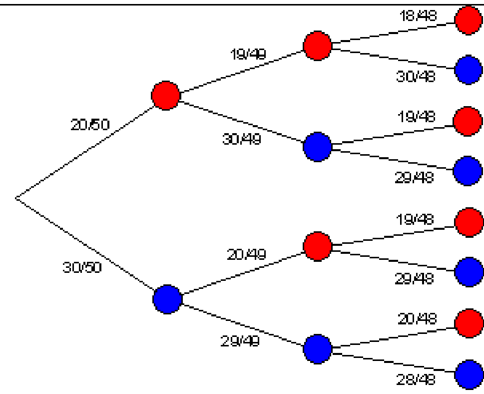
$$P(\{rbb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{20}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}$$



الف -

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} \approx \underline{\underline{0{,}207}}$$

ب –

B : يو غونډارى شين او دوه سره دي..

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0{,}291}}$$

پ –

C : يو غونډارى سور دى، دوه شنه دي..

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0{,}444}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډارى سور دى. دا په دې معنا چې هيڅ يا فقط يو.

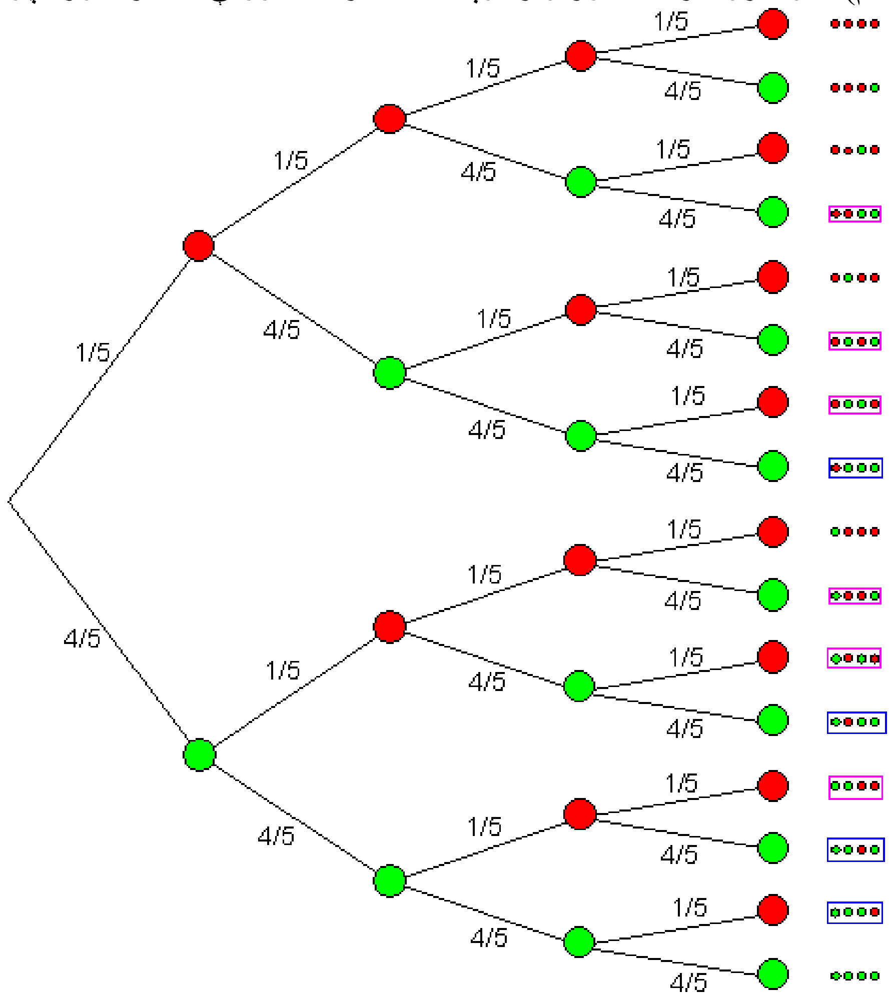
$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\})$$

$$= \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} + 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0{,}651}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

مودل : مرتبان له یوه سره(ناتیک تولید سره) او څلور شنه (بې له ناتیکاوي یعنې تول سم) غونډارو سره. څلور واره وېستنه له بیرته ایښوونې یا بیرته ور اچونې سره.



الف –

A : درې له څلورو د کارونې دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې دA پیښې لپاره باوري relevant یا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0{,}4096}}$$

ب –

: له څلورودوه د کارونې دي. دا ونه دیاګرام 6 تارونه لري، چې دB پیښې لپاره باوري یا د پوښتنې دي یعنې پوښتنه کې راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=6\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2=6\cdot\frac{16}{625}=\underline{\underline{0,1536}}$$

پ –

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. داپه دې معنا چې درې یا زیات د کاروړ دي.

$$P(C)=P(A)+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{64}{625}+\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم –

مودل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زیان سره) او80 شنه (بې زیانه) غونډاري څلورواره وپستل بې له بېرته اینسووني یا بیرته ور اچوني سره. د لسمي پوښتني دیاګرام کیدی شي وکارول شي. مګر سره له دې دې هم په پام کې وي، چې د تارونو احتمالوالی تغیر خوري.

الف –

A : ټول څلور لوښي بې زیانه دي. دا ونه دیاګران یو تارلري، چې د هغې لپاره پیښنه A رامنځ ته کیږي یا پیښیږي.

$$P(A)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}\approx\underline{\underline{0,4033}}$$

ب –

B : دد رانیولو څلور لوښو څخه درې بې زیانه دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې د پیښې B لپاره رلېوانت یا د باوروړ دي.

$$P(B)=4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,4191}}$$

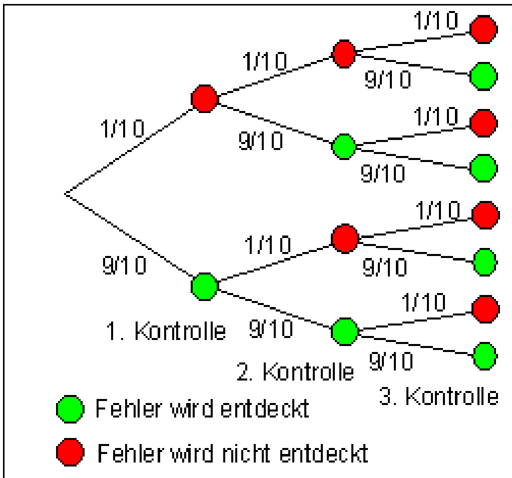
پ – یا زیات

C : لږتر لږه درې له دې څلور رانیولشوو لوښو بې زیانه دي. دا په دې معنا چې درې یا زیات بې زیانه دي.

$$P(C)=P(A)+P(B)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}+4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -

(c) ketabton.com: The Digital Library



مودلModell : مرتبان یا جام د1سره (زیانمن) او 9 شنه (بې زیانه) غونډارو سره . درې واره وېستنه د بیرته ور اچونې سره .

د لیل د بیرته وراچوني لپاره :
کنترول یو له بل خپلواک پېښېږي.   وتون حالت د هر ځل وېستنې لپاره تل بیرته همغه یا برابر دی.(د زیان نه لیدنه 10%)
مخامخ د الماني پښتو له پورته وکښته لور ته:
۱. کنترول،۲.کنترول، ۳.کنترول،شین:زیان کشف کیږي، سور:زیان نه کشفکیږي.

الف –

A : د دویم کنترول سره خورا وروسته پیژندل شوې ، په دې معنا چې زیان په لومړي او یا دویم کنترول کې پیژندل کیږي.

د لومړي کنترول سره پیژندل شوي: $P(1.) = \frac{9}{10} = 0,9$

د دویم کنترول سره پیژندل شوي: $P(2.) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0,09$

$$P(A) = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \underline{\underline{0,99}}$$

ب –

B : په لومړي ځل په دریم کنترول کې پیژندل کیږي.

$$P(B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{1000} = \underline{\underline{0,009}}$$

پ –

C : نه پیژندل کیږي..

$$P(C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0,001}}$$

شپږم –

الف – د لاندې پښتو: له کیڼ کښته لور ته: بڼه، رنګ، پورته سطحه، کنترول کې بریالي، کنترول کې نابریالي. له ښي کښته لور ته:۱.انتخاب، ۲ .انتخاب،۲ . انتخاب،زیانمن (یعنې د غوځولو)۲.انتخاب، زیانمن، زیانمن،زیانمن.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی انتخاب:

$0,75\cdot 0,85\cdot 0,8 = \underline{\underline{0,51}}$

دویم انتخاب :

$0,75\cdot 0,85\cdot 0,2 = 0,1275$

$0,75\cdot 0,15\cdot 0,8 = 0,09$

$0,25\cdot 0,85\cdot 0,8 = 0,17$

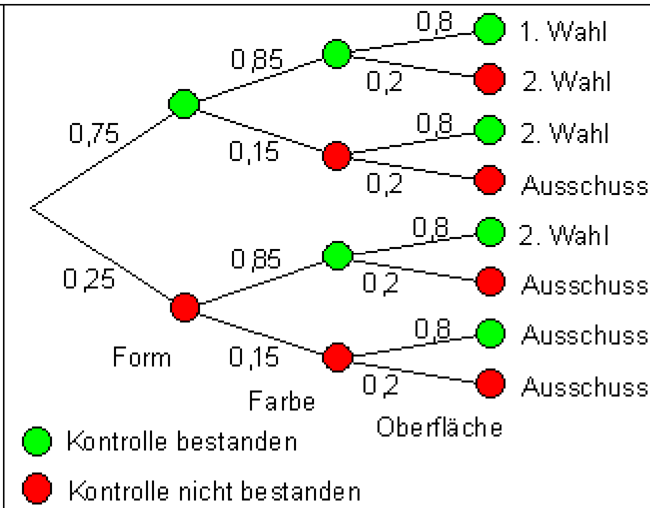
زیانمن:

$0,75\cdot 0,15\cdot 0,2 = 0,0225$

$0,25\cdot 0,85\cdot 0,2 = 0,0425$

$0,25\cdot 0,15\cdot 0,8 = 0,03$

$0,25\cdot 0,15\cdot 0,2 = 0,0075$



ب - $P(2.\,Wahl) = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = \underline{\underline{0,3875}}$

پ- $P(1.\,Wahl) = \underline{\underline{0,51}}$

ت -

$P(Ausschuss) = 0,0225 + 0,0425 + 0,03 + 0,0075 = \underline{\underline{0,1025}}$

اوم –

الف -

$P(A) = \dfrac{4500}{10000} \qquad P(B) = \dfrac{9500}{15000}$

XX $P(E_1) = P(A \cap B) = P(A)\cdot P(B) = \dfrac{4500}{10000}\cdot\dfrac{9500}{15000} = \underline{\underline{0,285}}$

ب – ګټه مخ ته نه لرو، که په لاټري A او لاټري B کې ونه ګټل شي.

دلته باورور لري: $\overline{A}$ په لاټري A کې بایلنه $\overline{B}$ په لاټري B کې بایلنه

$P(E_2) = P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \dfrac{5500}{10000}\cdot\dfrac{5500}{15000} = \underline{\underline{0,202}}$

پ - E_3 د E_2 په څټ – یا برعکس پیښه

$P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - 0,202 = \underline{\underline{0,798}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ م – په احتمالوالي شمیرنه کې د مرتبان مودل

د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کیدی شي، دیوه لوښي څخه د مختلفو غونډاروراوستلو له لارې، چې مر تبان یا کټوری یې بولو مودل یې جوړې شي. په یوه کټوري کې n غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه k راوستل کیږي.

راوستنه کیدی شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونیسي:

اول - یو غونډاری راوستل کیږي اوبیرته ور اچولکیږي.

داد مرتبان مودل(ډول) بلل کیږي د بیرته وراچونې سره.

دویم – له راوستنې وروسته غونډاری بیرته نه وراچول کیږي.

دا د متربان مودل(ډول) بلل کیږي نه د بېرته وراچونې سره

ډېرې تصادفی تجربې کېدی شي د مرتبان ډول باندې بېرته واړول شي. دا تصادفي پېښه په بام کې نیسو،، درې واره د پیسې غورځونه،، ، د دې په ځای کېدی شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واره یو یو غونډاری راووستل شي، د بیرته وراچونې سره.

د مرتبان مودلونې (د روستنې ډول) سره تصادفي ازماېښت

یو څو بیلګې دې د متبان مودلګتې په ګوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د یوه سترګي (مکعب) د دوه واره غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالوالی څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په ګڼه (نمره) شوي. دوه واره راوستنه د بېرته وراچونې سره. پلټونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$P(6\mid 6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\approx 0{,}028$
دیوه ټولګي د 25 زده کوونکو څخه 10 زده کونکو د کور کار نه دی کړی. یو ښوونکی توکلي یو زده کوونکی کنترولوي. د کوم احتمالوالي سره هغه زدهک وونکی په لاس ورځي، چې کورنی کار يې نه دی کړی؟	مرتبان له 25 غونډارو سره. 15 سپین او10 تور . پلټونکی احتمالوالی: $P(s)=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}=0{,}4$
د لیسې په یوه ټولګي کې ۱۲۰ 120 زده کوونکي (نارینه اوښځینه) دالی شتون لري (د تعلیم او تربیې له څانګې) 15% نارینه دي. د یوې مسا بقې لپاره دوه زده کوونکي(ن ، ښ) راوېستل کیږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کیږي). څومره احتمالوالی لري چې دا دوه زده کوونکي نارینه وي؟	مرتبان له 120 غونډارو سره. 102 سپین غونډاري(دښځینه وو لپاره او18 تور غونډاري (د نارینه ووو لپاره). دوه واره راوستنه د نه بېرته وراچونې سره. پلټونکی یا غوښتونکی احتمالوالی. $P(s\mid s)=\frac{18}{120}\cdot\frac{17}{119}$ $=\frac{306}{14280}=\frac{51}{2380}\approx 0{,}021$
یو د احسایې انسیتوت غواړي پیدا کړي، چې د ټولو زیږېدنو څخه 53% نارینه کوچنیان دي. احتمالوالی څومره لوی دی، که یوه مور په پر	مرتبان له 100 غونډاروسره. 53 شنه (د هلکانو لپاره) او 47 ګلابي (د نجونو لباره). دوه واره راوستنه د بیرته وراچونې سره. غوښتونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بل پسې دوه هلکان دنیا ته راوړي؟	$P(b\mid b)=\frac{53}{100}\cdot\frac{53}{100}$ $=\frac{2809}{10000}\approx 0,2809$

ممکن ترلې روښانه نه وي، چې ولې تصاذفي تجربه د دوه واره روستنې له لارې د بیرته وراچونې له لارې سمیولې (د سیستم تحلیل تیوریتیکې یا د فرمولونو له لارې پیچلی وي) کېدی شي.

دا کیدی شي داسې په بام کې راولې، چې موراني تل د درې برابر احتمالوالي وېشنې سره کچنیان نړۍ ته راوړی شي. دا په دز معنا چې له زېږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډاروبیرته ور اچونې سره سمولې (دا په دې معنا چې د کوچنیانوپه ځای له غونډارو کار اخستل کیږي) کیدی شي.

یو بیخې بل ډول سیمولاېشن حاکم کیږي، که د بیلګې په توګه 100 نوي زېږېدلو کوچنیانو څخه مخ ته لاړ شو چې له هغو53% هلکان دي. تصادفي یا توکلي دوه کوچنیان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سړي ټیک دوه هلکان ټاکلي ،دی:

$$P(j\mid j)=\frac{53}{100}\cdot\frac{52}{99}=\frac{53\cdot 13}{25\cdot 99}\approx 0,2784$$

دا به راوستنه وي، بې له بېرته وراچونې.

د ختینو لوبنو څخه له دې مخ ته ځو چې 20% زیانمن یا ناسم تولیدیږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوبنو څخه ټیک دوه د کار وړ وي؟

یادونه : په لاندې کېg د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مودل: کټوری له 8 شنه غونډارو سره (د کاروړ) او2 سرو غونډارو سره (زیان من).
درې وراه وېستنه له بیرته وراچونې سره:

پیښنه A - له دریو څخه دوه لوبنې د کا وړ دي.

د ونې دیاګرام په مرسته نتیجه ډېری لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د راوستني نتيجه ډېرۍ ده : , S={ggg,ggr,grg; rgg,rrg;rgr;grr;rrr}

د پېښې ډېرۍ ده: A={ggr;grg;rgg}

$$P(g) = \frac{8}{10} = 0{,}8 \qquad P(r) = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

$$P(gg) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \qquad P(ggr) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2$$

$$P(A) = P(ggr) + P(grg) + P(rgg)$$
$$= 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 + 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}2 \cdot 0{,}8^2 = 3 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 = \underline{\underline{0{,}384}}$$

له څلورو کسانو، انګوره ,(A) ، بهير ,(B) ، کابلۍ ,(C)، داغي (D) څخه دوه د لوښو منځلو لپاره توکلي راووتل يا وټاکل شول، چې يو اوبه پرې تېروي يعني يو يې غړوي او بل يې وچوي. د کوم احتمالوالي سره لومړی کابلۍ او پسې بهير راوځي؟

مودل :

کټورى له څلورو غونډارو سره چې په ليکلي وي. A, B, C او D .

دوه واره راوستنه له بيرته وراچوني سره.
دلته د رواوستلو غونډارو د راوستني لړۍ په پام کې نيول کيږي. د الف پيښه داسې ده:
لومړی کابلۍ بيا بهير.

نتيجه ډېرۍ(سټ) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه يزو کمبينيشنونو حوړه ده ، يعني له

$$S = \{AB; AC; AD; BA; BC; BD; CA; CB; CD; DA; DB; DC\}$$
$$A = \{CB\} \Rightarrow P(A) = P(CB) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} = 0{,}08\overline{3}$$

په موټرشميرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصي موټر يعني واړه موټرPkw او30% باروړونکي موټرLkw او5% نور خوزنده الات دي.
احتمالوالی څومره لوی دی، چې لومړی کوچنی موټرPkw پسې لاریLkw اوپسې دا بل خوزنده اله ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

مودل :

کتوری له غونډارو سره ،65 سره ګړندی (Pkw)، 30 تور لارئ (Lkw) او 5 سپین (نور څغلنده ماشینونه). د

دریواره وستنه د بیرته ور اچوني سره.

غوښتونی احتمالوالی : $P(rsw) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0,00975$

یو لوبه کوونکی(لوبغاړی) جوارګر به یې څکه نه بولو، چې په پیسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترګی لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% یوه احتمالوالي سره لږ ترلږه یو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کتوری له سرو غونډارو(بې له 6) او 1 شین غونډاری (شپږ غورځولی) n – ځله راوستنه د بیرته وراچوني سره. عددn ناڅرګند دی.

موږ پوهیږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د6 راوتنې احتمالوالی 1/6 دی. احتمالوالی، چې 6شپږ ونه غورځول شي 5/6 دی. موږ د دې لپاره پیښې تعریفوو:

پیښه الف : یو شپږ غورځول، پیښه ب : شپږ نه غورځول کیږي (برعکس یا مخامخ پیښه).

د غورځونو سره احتمالوالی دی:

– په هر ه ه غورځونه کې چې یو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{1}{6}}_{n \text{ mal}} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

- په هره غورځونه کې چې 6 ونه غور ځول شي:

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{5}{6}}_{n \text{ mal}} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس د ،، په n –غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې ،، په n –غورځونو کې ټولټال يو 6 وغورځول شي،، بلکه ،، په n – غورځونو کې ټولوټال لږ تر لږه يو6 وغورځول شي،،. موږ اوس دا پېښه E تعريفوو: په n –غورځونو کې ټولټال (په ټوليزه توګه) لږ تر لږه يو6 غورځوي.

برعکس يې $\overline{E}$ دی: په n –غورځونو کې په ټوليزه توګه 6 نه غورځول کيږي.

د $\overline{E}$ احامالوالی همدا اوس پېژنو : $P(\overline{E}) = \left(\frac{5}{6}\right)^n$

له دې سره د E احتمالوالی دی: $P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچې $P(E) \geq 0,90$ بايد وي.

$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,90$ د n عدد غوښتل کيږي(د غورځولو تعداد)

حل يې د بڼه بدلو او لوګاريم نيونې له لارې .

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}90 \,|\, -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0{,}1 \,|\, \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0{,}1 \,|\, \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0{,}1) \,|\, : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \approx -0{,}18 < 0 \Rightarrow$$

اړيکي ≤ په څټ کړی يا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12{,}629$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی باید سترکی لږ تر لږه 13 – ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه 90% اطمنان سره لږ ترلږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول يې افاده (ويينه): زه اجازه لرم چې ز يات له زياته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 –ځله غورځونه کې 6 لاس ته را نه وړم يا ونه غورځوم.

اوم - د تېرلو پيښنو سره احتمالوالی

تېرلې پيښې (چې په يوه عمليه کې سره راغلې وي)
تر اوسه يو ګونې پيښې تر پام نيول شوې وې. پيښې سره تېرل کيږي هم.
پوښتنه: په يوه مسلکي ښوونځي کې100 زده کوونکي نارينه اوښځينه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې ، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته يا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي ياد واړه)

ب - يو زده کوونکی نارينه يا ښځينه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشميری، چې هغه / هغې هسپانوي يا فرانسوي زده کړې.

(دلته يا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي يا دواړه)

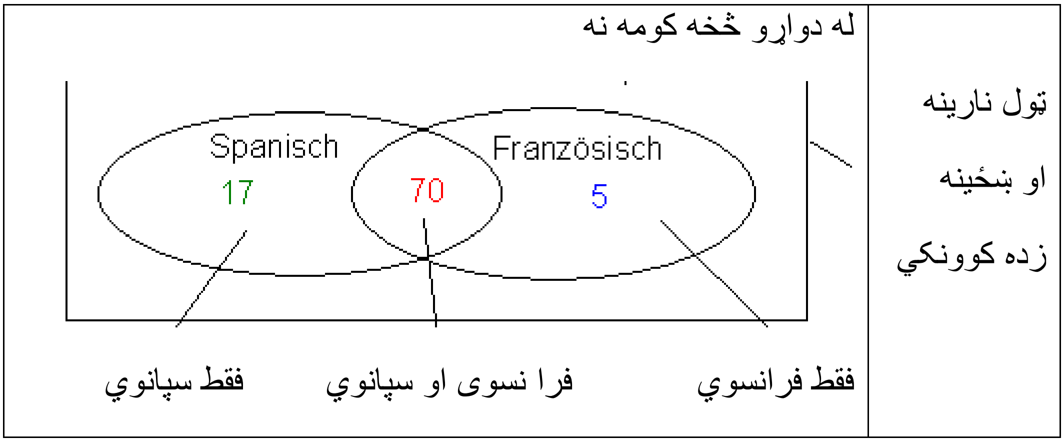
ځواب :

الف – همداسې په ساده ډول نه سي کيدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعه کړي، ځکه چې بيا به د زده کوونکو په يوه تعداد 162 = 75 + 87 راغلي وی.

دا له دې امله ناټيک دی، ځکه چې هغه نارينه اوښځينه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي يې زده کړي دوه واره ګڼل (شميرل) کيږي.

75 زده کوونکي (نارينه \ ښځينه) د فرانسوي له دوي څخه 70د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارينه اوښځينه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط17 له سپانوي سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا 70 نارينه او ښځينه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوی ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارينه او ښځينه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارينه اوښځينه (75) فرانسوي تعداد سره جمعه یا زيات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارينه اوښځينه زده کوونکو تعداد دوه واره وګڼل یا وشميرل شو. نو له دې امله باید 70 له زیاتون یا جمعي (162) ښخه کم یا تفريق شي.

د ښځينه او نارينه زده کونکو تعداد د سپانوي یا فرانسوي سره:

$$87 + 75 - 70 = 92 \text{ bzw. } 17 + 70 + 5 = 92$$

دا په دې معنا چې، 8نارينه او ښځينه زده کوونکي په ليسه کې له دې دوه ژبو ښخه کومه نه زده کوي(Spracherfüller in Sek I) .

ب – لومړی په لاندې توګه پيښې تعريفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لرووده S: زده کوونکو سپانوي درلوده

احتمالوالی:

$$P(S \text{ oder } F) = \frac{87 + 75 - 70}{100} = 0,92$$

د ترم بڼه بدلون سره:

$$P(S \text{ oder } F) = \underbrace{\frac{87}{100}}_{P(S)} + \underbrace{\frac{75}{100}}_{P(F)} - \underbrace{\frac{70}{100}}_{P(S \text{ und } F)} = 0,87 + 0,75 - 0,70 = 0,92$$

odrد یا und او د او په معنا.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې بیلګې څخه د جمعې یا زیاتون قانون پېژندل کیږي.
د جمعې یا زیاتون قانون:
که یوه پیښه E د پېښو A او B څخه رایوځای شي، چې دا سره غوځولای هم شي، دا په دې معنا چې ګډې پیښې خوندې لرودی شي لکه په یوه یا- ترنه کې، نو باید داپه پامکې ونیل شي، چې دا ګډې پیښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري $E = A \cup B$ (د یا – پیښه)
نو د پیښې لپاره احتمالوالی دی

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :
د یوه یا-پیښې احتمالوالی د دواړو پیښو د احتمالوالي جمعه ده، د او –پیښې په کمښت یا تفریق سره.

بیلګه:
یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.
B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.
پیښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیری.
لومړی د A او B پیښه- ډېرۍ یا - – ستې جوړوو:

$$A=\{4,5,6\} \quad ; \quad B = \{2,4,6\}$$

د جمعې یا زیاتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د نتیجه ډېرۍ ته اړکیږو

$$A \cap B. \qquad A \cap B = \{4;6\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو پېښو احتمالوالي دي:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالوالی لرو:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

د نتیجو ټیکاوی ساده ازمیل کېدی شي، داسې چې د $C=A\cup B$ نتیجه ډېری جوړه شي اود هغې احتمالوالی و ټاکل شي.

$$C=A\cup B=\{2;4;5;6\}\Rightarrow P(C)=P(A\cup B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

تمرین:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره ِ غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.

پېښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

بیلګه :

یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار ِ غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.

B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.

پېښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.

د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

لومړی د A او B نتیجه- ډېری جوړوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

A = {1,2,3} ; B={4,5}

د زیاتون قاعدې له مخې

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د $A\cap B$. نتیجه ډېرى $A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ ته اړ یو.

د یوګونو پیښنو احتمالوالی دی:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=P(\varnothing)=($$

له دې سره به د احتمالوالی وي:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-0=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\underline{\frac{5}{6}}$$

یاودنه:

که $\bar{t}\ A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ نو باور لري $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.:

تمرین:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي یو ه کارته راباسو(Skat).

دا لاندې پیښنه کوم احتمالوالی لري؟

E : راوېستلې کارتې د څېرې کارتې ده یا د پشې Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پیژندل شوې د احتمالوالي شمېرنې قوانینو ټولګه:
S دې د تصادفي تجربې نتیجه ډېرئ وي.
اول : د ټولو پېښنو E لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 \le P(E) \le 1$، چې $P(\varnothing)=0$ او $P(S) = 1$ دي.
دا په دي معنا ، چې د يو ي منځ ته راتګ احتمالوالی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او کميز يا منفي نه شي کېدی.

دويم : که، $E=\{e_1;e_2;\ldots e_n\}$ وي، نو $P(E)=P(e_1)+P(e_2)+\ldots+P(e_n)$ باورلري
(بيلګه دانه يا سترګيز مکعب)

دريم : د ټول A او B پېښوِ لپاره باور لري
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

څلورم : د ټول C پېښو لپاره باور لري: $P(\overline{C})=1-P(C)$ (پېښي او برعکس يا مخامخ پيښي)

دتمرينونو حل (اوبی):؟؟؟؟؟؟؟؟
يوه دانه (سترګيز مکعب) يو وارِ غورځول کيږي. دوه پېښي کره کيږي يا منځ ته ارځي:
A : د سترګيو عدد يا ګڼ له4 لوی دی.
B : د سترګيو عدد له *1* لوی دی.
يوه نوې پيښه په لاندي ډول پېښيږي:
C : د سترګيو عدد له 4 لوی يا د سترګيو عدد ناجوړه او يا له *1* لوی دی.
پېښه C د A اوB يوه د يا - ترنه ده.
د P (C) احتمالوالی و ټاکئ.

لومړی د A او B نتيجې جوړوو.
$A=\{5;6\} \quad B=\{3;5\}$
د جمعي قانو له مخې اوس شمېرو:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
د دي لپاره د $A\cap B$ نتيجه ډېرى يا نتيجه سټ $A\cap B=\{5\}$ ته اړتيا لرو.

د يوګونو پېښو احتمالوالی دی:
$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}$$
له دي سره د C احتماوالی دی:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تمرین حل (اوبی) :
یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وارِ غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.
B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.
پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.
د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

تمرین:
یوه کارته له یوه لوبو کرتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي(سکاټ) لاندې پیښه کوم احتمالوالی لري؟
E : راباسل شوې کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پشې کارته.

د ا پیښه E یو د او-تړنه ده د پیښو څخه:
A : غوښتونکې کارته یو څیره کارته ده.
B : پلټونکې کارتې یوه د پشې کارته ده.
لومړی د A او B پیښو ممکنه تعداد ټاکو.
A : له ټولو32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.
B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پشې کارتې دي.
د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$. ممکنه پیښو ته اړتیا لرو.
$A \cap B$. : د پشې ۳ څیره کاتې شتون لري(غلام، ماتکه، پاچا)
د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم -   شرطيز احتمالوالی

شرطيز احتمالوالی

د سترگي (سترگيز مکعب) په زيات-ځله غورځوني کي چي د1 او 6 ترمنځ يو ټاکلی عدد وغورځوي د پخوانۍ غورځوني په واک ني ده دی.

هره غورځونه د تيرې غورځوني خپلواکه ده.   د
دې برعکس يا په ځتې که له يوه مرتبان ، چي د بېلگي په توگه د دوه رنگونو سره غونډاري په کي پراته وي يو په بل پسي يو غونډاری بي له بيرته وراجوني راووستل شي، نو د يوې ټاکلي پيښي احتمالوالی د تيرې پيښي په واک کي دی.

په دې حالت کي د شرطيز احتمالوالي ځخه غږيږو.

پيل بيلگه:

په يوه مرتبان کي 100 غونډاري (غونډسکي) پراته دي.

70   غونډاري له له لرگيزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مسنوعي موادو.

25 د لرگي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستيک جوړ غونډاري سره دي او20 شنه.

لاندې پيښي تعريفيږي:

A : غونډاری له لرگي دی. $\overline{A}$: غونډاری له مصنوعي موادو جوړ دی.

B : غونډاری سور دی. $\overline{B}$: غونډاری شين دی.

غونډاري دوه نخښي لري د هر دوه ډولونو يا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz $\overline{A}$: Kunststoff	Farbe	B: rot $\overline{B}$: grün

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته له کيڼ پورته څخه کښته په ترتيب ښي لورته:

نخښه۱، مواد، په نخښه ونه يا نخښه وړنه، لرگی، مصنوعي مواد، نخښه ۲ رنګ، ښه وړنه، سور ، شين.

دا شي حالت کيدی شي په يوه ډېرپټي ډوله يا ډېرمخيزه تخته انځور شي.
نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې يې جمعه يا زياتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		
		B: rot	$\bar{B}$: grün	Summe
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\bar{A}$: Kunststoff	10	20	30
	Summe	35	65	100

له مرتبان څخه يو غونډاری توکلي راوستل کيږی.

د تختې د داتا سره کيدی شي لاندې احتمالوالی سيده و شميرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0{,}7 \qquad P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0{,}35 \qquad P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0{,}65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

اړونده ډېر مخيزه (ډېرساحه وي) تخته

(c) ketabton.com: The Digital Library

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0,25$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,45$	$P(A) = 0,7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,1$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,2$	$P(\bar{A}) = 0,3$
Summe	$P(B) = 0,35$	$P(\bar{B}) = 0,65$	1

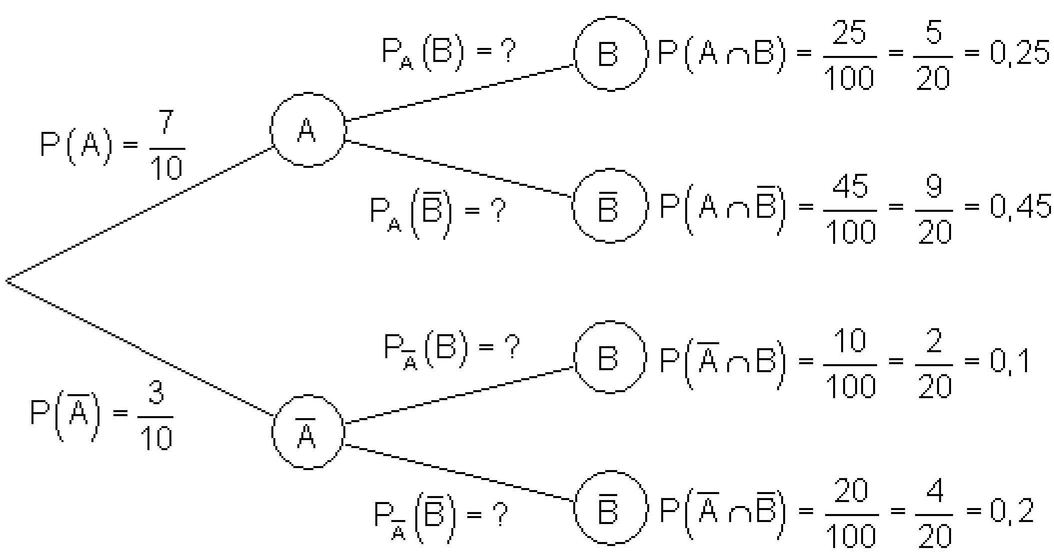
يو ځوک يو غونډارى را وباسي اوله لاس سره يې احساسوي، چې دا غونډارى له پلاستيک جوړ دى.

د دې لپاره احتمالوالى څومره لوي دى، چې د ده په لاس کې غونډارى شيندى؟

دا احتمالوالى نه دى، چې له هغې سره سرى له مرتبان څخه شين پلاستيکي غونډارى ر ا باسي.

له ډېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدى غوښتل شوى احتمالوالى وشمېرل شي.

د يوې پېښو ونې سره اوس کېدى شي دا احتمالوالى روښانه شي.



اړيکي $P_A(B)$ ، په دې معنا دي چې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B احتمالوالی د شرایطو لاندي، چي A پېښه منځ ته راغلي ده.

دا احتمالوالی شرطیز احتمالوالی یا ،،احتمالوالی د شرط سره،، بولو.

نسبت پوښتني کولو ته $P_{\overline{A}}(\overline{B})$ غوښتل کیږي.

په ویونو (لغاتو) : احتمالوالی څومره لوي د یوه ښنه غونډاري د راوستني لپاره، که سرېی پوه شي چي راوستلی غونډاری د پلاستیک دی.

د یو ع احتمالوالي په لټه کي یو،چي دیوه شر ط په واک کي وي.

په دې حالت کي شرط دی؛ راوستلی غونډاری پلاستیک دی.
د دې لپاره چي په ونه دیاګرام کي پاتي احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A)\cdot P_A(B)=P(A\cap B)\Leftrightarrow P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چي د شرط احتمالوالی شمېرل کیږي د انګرېزي شمېرپوه توماس بای Thomas Bayes (1702 – 1761) پسي ځي او له دې امله د بای- قانونBayes په نامه یادیږي او یا د بای جملي په نامه.

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

که A او B پېښي وي د $P(A)\neq 0$ سره، نو باور لري:

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{5}{20}:\frac{7}{10}=\frac{5\cdot 10}{7\cdot 20}=\frac{5}{14}\approx 0{,}36$$

$$P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap \overline{B})}{P(A)}=\frac{9}{20}:\frac{7}{10}=\frac{9\cdot 10}{7\cdot 20}=\frac{9}{14}\approx 0{,}64$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{2}{20}:\frac{3}{10}=\frac{2\cdot 10}{3\cdot 20}=\frac{1}{3}=0{,}\overline{3}$$

$$P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{4}{20}:\frac{3}{10}=\frac{4\cdot 10}{3\cdot 20}=\frac{2}{3}=0{,}\overline{6}$$

که څوک پوه وي، چي راوستلی غونډاری د پلاستیک جوړدی، نو د دی لپاره احتمالوالی ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې شین رنګ راباسل شي،دی: 2/3. د دې برعکس دیوه شنه پلاسفیک غونډاري راوستل 0,2 دی.

یو بل ډول ورننوتنه:

یو مرتبان درې شنه او دوه سره ِغونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري یو بل پسې بې له بېرته وراچولو روستل کیږي.

A : په لومړۍ راوستنه کې شین راوستل کیږي.

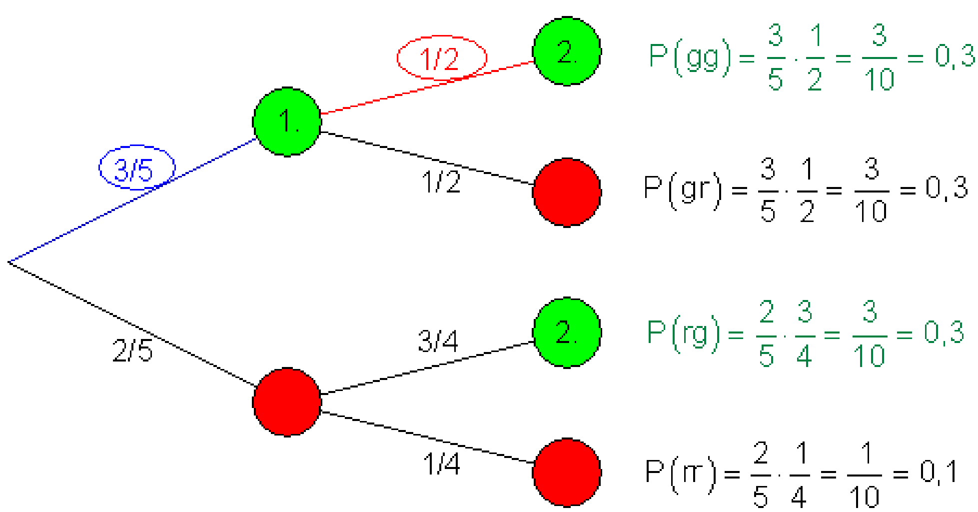
B : په دویمه راوستنه کې شین راوستل کیږي.

C: شین په لومړۍ او دویمه راوستنه کې شین راوستل کیږي.

D : شین په دویمه راوستنه کې له دې امله راوستل کیږي، چې شین په لومړي ځل تیار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښنو احتمالونه ټاکل کیږي.

د ونې دیاګرام د تار احتمالونه سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دیاګرام څخه لاندې نتیجې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړۍ راوستنه کې شین : $P(A)=3/5 = 0,6$ او

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$

په لومړۍ ر اوستنه کې شین او دویمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

$P(D)= 1/2$ لوستل کیږي.

د $P(D)$ ارزښت مو په لاندې ډول لاس ته راوړ:

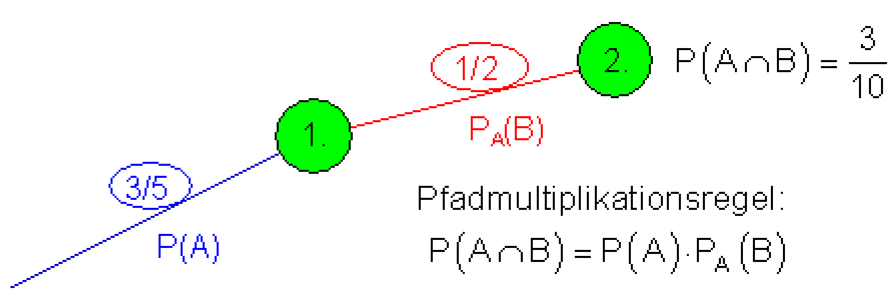
د نیونو (فرضیو) لاندې چې په لومړۍ راوستنه کې سپین راوه وستل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونداري په مرتبان کې شتون لري.

د شنه راوستنې لپاره په دویمه راوستنه کې $1/2$ دی.

د D احتمالولي لپاره (شین په دویمه راوستنه کې) د نیونو (فرضیو) (شین په لومړۍ راوستنه کې) چې A منځ ته راغلی، په نخښونه یا نخښه کونه $P(D) = P_A(B)$. تاکل کیږي.

په انځور شوي حالتکې باور لري: $P_A(B) = \frac{1}{2} \qquad \left(\neq P(B) = \frac{3}{5}\right)$

د پسې کتنې لپاره د تاردیاګرام د برخډبرۍ(قطاع) په جوړېږ کې ده، داسې چې $P_A(B)$ منځ ته راشي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنه د احتمالوالي $P_A(B)$ پسې کيږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېږی شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$ د B يو احتمالوالی دی د شرایطو لاندې، چې A تیاره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرتې نتيجې سره ازمايو

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = \frac{3}{10} \\ P(A) = \frac{3}{5} \end{array}\right. \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

د دې مرتبان تجربې څخه (ډېرواره راوستل بې له بېرته وراچونې) روښانه څرګندېږي، چې چې د هرو بلو يا نورو راوستنو احتمالوالی د مخه تيرې راوستنې په واک کې دی. په داسې حالت کې سړی وايي، چې نتيجې يو د بل په واک کې دي(يو د بل تابع دي).

د پيښو خپلواکوالی

د يوه مرتبان تجربې سره(ډېرواره راوستنه د بيرته وراچونې سره)، بيل شرايط تل بېرته منځ ته راځي يا ساتل کيږي، چې د هرې پسې راوستنې لپاره شرايط برابر پاتې کيږي، لکه د لومړۍ راوستنې شرايط.

په داسې حالت کې سړی وايي، چې پيښې يو له بل خپلواکې دي.

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډارې خوندي لري.

دوه غونډارۍ پرلپسې د بېرته ابينونې يا وراچونې راوستل کيږي.

څلور پيښې تعريفيږي:

A : په لومړۍ راوستنه کې شين راوستل کيږي.

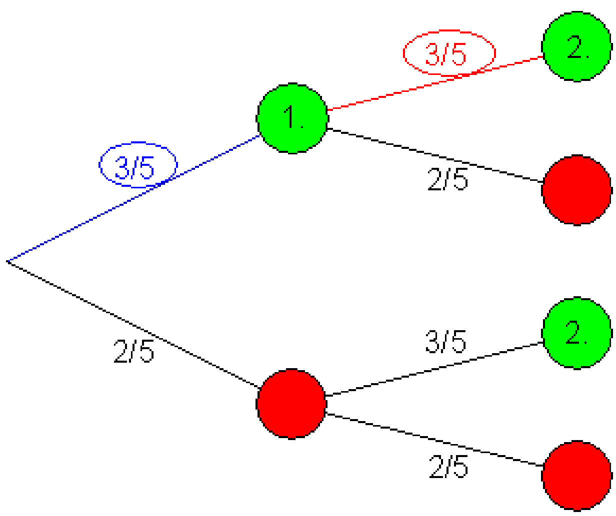
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

N: شین په لومړی او دویمه راوستنه کې راوستل کیږی.

D: شین په دویمه راوستنه کې راوستل کیږي، په دې شرط، چې ګرون هودا اوس په لومړی راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دیاګراک د اړونده تارونو احتمالوالي سره :



$$P(gg) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0,36$$

$$P(gr) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$$

$$P(rg) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$$

$$P(rr) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0,16$$

له ونې دیاګرام څخه لاس ته راځي:

په لومړی راوستنه کې شین: $P(A) = 3/5 = 0,6$

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$

د شنه لپاره په لومړی راوستنه کې او شین لپاره په دویمه راوستنه کې د تارضربقانون له مخې لاس ته راځی

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \underline{\underline{\frac{9}{25}}}$$

$P(D) = \frac{3}{5}$ لوستل کیږي.

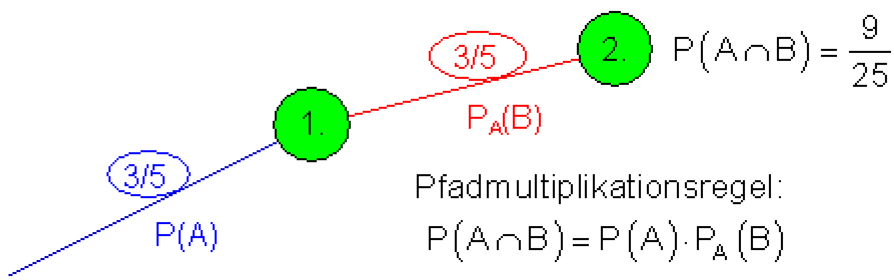
(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتیږي، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچوني سره پیل حالت بېرته برقراریږي.

د دویم ځل د شنه راوستنې لپاره همغه د لومړي ځا د راوستنې سره بېرته برابریږي $P(D) = P_A(B)$ دی.

د ونې دیاګرام څخه یوه برخه:

په لاندې کې Pfadmultiplikaionsregel د تارضربقانون په معنا دی.



د نتیجو په لیستکونه راکوي:

$$P_A(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

نو لرو:

$$P_A(B) = P(B)$$

له دې سره د تارضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو $P_A(B) = P(B)$ ، نو د پېښې A پېښیدنه د B احتمالوالي باندې کومه اغیزه نه لري.

سړی وایي، چې پېښه A او B یو له بل خپلواکې دي.

خپلواکې پېښې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښنه B له پېښي A خپلواکه ده، که دA د پېښيدني څخه دB دپيښيدني لپاره احتمالوالی بې اغيزه وي (خپلواک).

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ سره.

ب

يلګه : له مرتبان راوستنه د بيرته وراچوني سره.

په ياد ولرئ: د دوه پيښو A اوB پيښي د يو له بل خپلواکوالی ښووني لپاره په لاندې توګه مخ ته ځو:

شميرل کيږي P(A); P(B) او $P(A \cap B)$

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$, سره .

نو پيښې A اوB يو له بل خپلواکې دي، په بل حالت کې يا پرته له دې پيښې A او B يو د بل په واک کې دي.
په ونه دياګرام کې دپيښو خپلواکوالی له دې څخه پيژندل کيږي، داسې چې په دويمه پوړۍ کې د وني دياګرامونه برابر دي. که برعکس ياپه څټ دا يو له بل مختلف وي،نو پيښي بيا يو د بل په واک کې دي.

بيلګه ۱: د يوه ښه جوړ شوي (ideal)سترګيز(سترګيز مکعب) په لاندې توګه رنګه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنګ سره او دوه د شنه رنګ سره رنګين شوي. يوه اړخسطحه توره او بله اسماني رنګ شوي دي.

غونډارۍ دوه واره غورځول کيږي. لاندې پيښې تعريفيږي:

A : په لومړۍ اچوني سره رنګ سور يا تور لويږي يا منځ ته راځي.

B : په دويمه غورځونه کې رنګونه شين يا تور را څرګنديږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ځیری، چې پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي؟

له مخه پام یا فکرکونه : $P(r) = P(g) = 2/6 = 1/3$ او $P(s) = P(b) = 1/6$

د $P(A);\ P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$A = \{(rx);(sx)\}$ د x= په خوښه => $P(A)=P(r) + P(s) = 1/3 + 1/6 = 1/2$

$B = \{(xg);(xb)\}$ د x= په خوښه => $P(B)=P(g)+P(b)= 1/3 + 1/6 = ½$

$$A \cap B = \{(rg);(rb);(sg);(sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg)+P(rb)+P(sg)+P(sb)$$
$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{4}{36}+\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

نتیجه : $P(A) = \frac{1}{2};\ P(B) = \frac{1}{2};\ P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: خپلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2} \\ P(B) = \dfrac{1}{2} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \frac{1}{2}$$

Unabhängigkeit

نتیجې A او B یو له بل خپلواکې دي.

بیلګه ۲ : یو سترګی د یوه درېګوډي اهرام په بڼه څلور برابرې لویې سطحې لري د عدد 4 ;3 ; 2 ; 1 (څلوریزه یاڅلور اړخیزه سترګی) سره.

دا سترګی درېواره غورځول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

A : په لومړۍ غورځونه کې عدد ۱ یا ۲ راښکاره کیږي(راوځی) اوپه دویمه غورځونه کې 2 ; 1 یا 4.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : به د ویمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړی غروځونې کې.

و څېړی، چې ایا پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام یا فکرکونه : P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4

د P(A);P(B) او $P(A \cap B)$ شمیرنه

$$A = \{(1|1);(1|2);(1|4);(2|1);(2|2);(2|4)\} \Rightarrow P(A) = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{(1|2);(1|3);(1|4);(2|1);(2|3);(2|4);(3|1);(3|2);(3|4);(4|1);(4|2);(4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = 12 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$A \cap B = \{(1|2);(1|4);(2|1);(2|4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

نتیجه: $: P(A) = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{3}{4}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: بلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{2}{3} \\ P(B) = \dfrac{3}{4} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{2}{3} \neq P(B) = \frac{3}{4} \ \text{Abhängigkeit}$$

پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.

بیلگه ۳: په یوه ښوونځي کې یوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتیجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکې45% په مزه شکولاد خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو زده کوونکو ٥٥% نور خواږه غوره ګڼي.

د ټولو زده کوونکو ٦٠% وویل چې خویندې ورونه لري.

د ټول زده کوونکو ٢٧% د خویندو ورونو سره د زړه له کومې شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکی مینه یا علاقه لري، چې ایا زده کوونکي د خویندو ورونو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځانګړی له مخه مینه لري .

واقعیت دی، چې خویندوو ورونو سره زده کوونکي ، د شکولادو خوراک سره د (مخه) مینې لرلو له امله اغیزه لري؟

د داتا منځ ته راتګ په یوه څلور مخیزه تخته کې انځور کړي

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0{,}27$	$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}33$	$P(A) = 0{,}6$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0{,}18$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}22$	$P(\bar{A}) = 0{,}4$
Summe	$P(B) = 0{,}45$	$P(\bar{B}) = 0{,}55$	1

د پیښې اړونده نتیجې دي:

A : زده کوونکی خویندې ورونه لري.

B : زده کوونکی د زړه له کومې شکولاد خوري.

په بلواکوالي یې ازمایښت:

$$\left.\begin{array}{l} P(A) = 0{,}6 \\ P(B) = 0{,}45 \\ P(A \cap B) = 0{,}27 \end{array}\right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}27}{0{,}6} = 0{,}45 = P(B)$$

پیښې یو له بل څخه خپلواکې دي.

دا په دې معنا، چې که زده کوونکي خویندې-ورونه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مینه باندې اغیزه نه لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۴:

د ځلورا ړخیزې تختې او ونې دیاګرام سره

یو مسلکې ښوونځی 1000 زده کوونکې لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې پهزده کوونکې ملفونونه څنګهوېشل شوي دي.

	B : ښځینه	$\overline{B}$:نارینه	جمعه
A: یو ملفون لري :	410	397	807
$\overline{A}$: ملفون نه لري	114	79	193
جمعه	524	476	1000

الف – نسبي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکئ.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیام ترمنځ اړیکو په ګټه اخستنې ونې رسم کړئ.

پ – ټول شرطیز احتمالوالي وشمیرئ او دا په ونه دیاګرام کې ولیکئ.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګې څخه توکلی یو زده کوونکی داسې ټاکل کیږي.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا کس ملفون نه لري؟.

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا کس ښځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس ښځینه وي، د کوم احتمالوالي سره دا یو ملفون لري؟

پنځه – ایا دنر- ښځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکې شتون لري؟

ځواب :

الف –

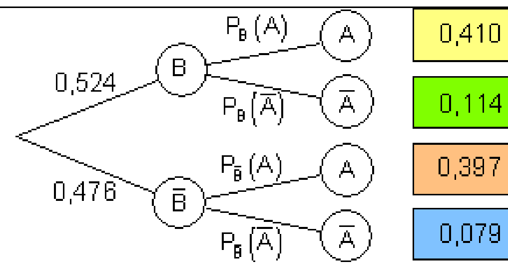
(c) ketabton.com: The Digital Library

	B ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A :ملفون لري	0,410	0,397	0,807
$\bar{A}$:ملفون نه لري	0,114	0,079	0,193
جمعه (زیاتون)	0,524	0,476	1

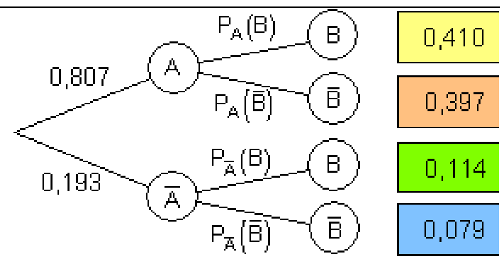
ب –

A : یو ملفون لري $\bar{A}$: یو ملفون نه لري

B : زده کوونکی ښځینه دی $\bar{B}$: زده کوونکی نارینه دی.



د تار احتمالوالی   ۲. نخبنه ملفون لري   ۱.نخبنه: نر- ښځوالی



د تار احتمالوالی   ۲. نخبنه نر- ښځوالی   ۱.نخبنه: ملفون لري

پ –
د شرطیزو احتمالوالو شمیرنه

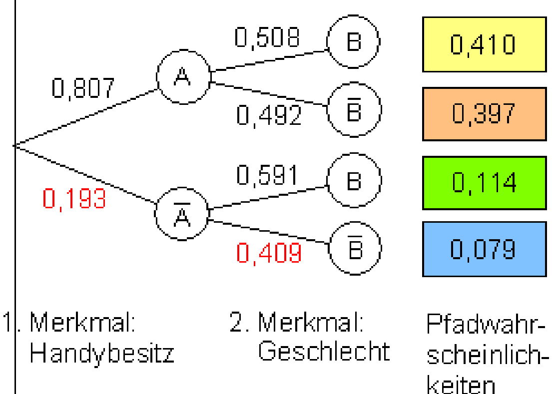
احتمالوالي، چي له څلورمخیز جدول څخه لوستل کیږي او په پیینو تامیرږي

	B	$\bar{B}$	
A	$P(A \cap B) = 0,410$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,397$	$P(A) = 0,807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,114$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,079$	$P(\bar{A}) = 0,193$
	$P(B) = 0,524$	$P(\bar{B}) = 0,476$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

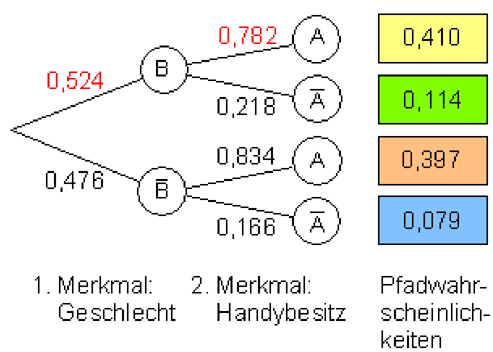
$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0,410}{0,807}\approx 0,508$	$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,410}{0,524}\approx 0,782$
$P_A(\bar B)=\dfrac{P(A\cap \bar B)}{P(A)}=\dfrac{0,397}{0,807}\approx 0,492$	$P_B(\bar A)=\dfrac{P(\bar A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,114}{0,524}\approx 0,218$
$P_{\bar A}(B)=\dfrac{P(\bar A\cap B)}{P(\bar A)}=\dfrac{0,114}{0,193}\approx 0,591$	$P_{\bar B}(A)=\dfrac{P(A\cap \bar B)}{P(\bar B)}=\dfrac{0,397}{0,476}\approx 0,834$
$P_{\bar A}(\bar B)=\dfrac{P(\bar A\cap \bar B)}{P(\bar A)}=\dfrac{0,079}{0,193}\approx 0,409$	$P_{\bar B}(\bar A)=\dfrac{P(\bar A\cap \bar B)}{P(\bar B)}=\dfrac{0,079}{0,476}\approx 0,166$

A : زده کوونکی ملفون لري
B : زده کوونکی بنځینه دی.



۱.نخښه: ملفون لري
۲. نخښه نرښځوالی
د تار احتمالوالی

$\bar A$: زده کوونکی ملفون نه لري
$\bar B$: زده کوونکی نارینه دی



۱.نخښه: نرښځوالی
۲. نخښه ملفون لري
د تار احتمالوالی

ت – غوښونکي یا پلتونکي احتمالوالی کیدی شي اوس سیده له وني دیاګرامه ولوستل شي

۱ : $P(\bar A)=0,193$

یو توکلي تاکل شوی کس د 0,193 احتمالوالي سره یو ملفون نه لري.

۲ : $P(B)=0,524$

یو توکلي تاکل شوی کس د 0,524 احتمالوالي سره یو بنځینه دی

۳ : $P_{\bar A}(\bar B)=0,409$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو توکلي تاکل شوی کس، چې له هغه پوهيږو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالي سره ناريه دی.

۴ : $P_B(A) = 0,782$

يو توکلي تاکل شوی کس، چې پوهيږو چې ښځينه دی، د 0,782 احتمالوالي سره يو ملفون لري

۵ : د په واکوالي ازماښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړيکو کې)

پېښه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې يو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرتو نتيجو څخه کېدی شي و ښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0,782 \neq P(A) = 0,807 \quad P_{\bar{B}}(A) \approx 0,834 \neq P(A) = 0,807$$

$$P_B(\bar{A}) \approx 0,218 \neq P(\bar{A}) = 0,193 \quad P_{\bar{B}}(\bar{A}) \approx 0,166 \neq P(\bar{A}) = 0,193$$

دا په دې معنا، چې په ټول حالتونوکې د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دياګرام څخه کېدی شي د پېښو بلواکوالی سيده ولوستل شي، ځکه چې د دويمې پوړۍ ترخونې يو له بل مختلفې دي.

که د يوه څلوراړخيز جدول اړيکې مو د ونې دياګرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زيار سره هم حل کړوای شو.

دا به اوس لاندې بېلګه وښايي.

بېلګه ۵ :

د انترنت زيات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکايت کوي يا ګېله من دي.

نيسو چې په 1% ښو او 40% سبم-مېل (برېښنا ليک)Spam- Mails کې لغات „Viagra“ مخ ته راځي.

پرته له دې دې 10% برېښناليکونه ښه او 90% دې سپم وي.

احتمالوالی څومره لو دی، چې يو برېښنا ليک، له هغه پوهيږو چې په هغه کې دا لغات „Viagra“،،وياګرا،، مخ ته راځي، يو سپيم برېښنا ليک دی؟

پېښه:

A : برېښنا ليک لغات ،، وياګرا،، لري

$\bar{A}$: برېښنا ليک لغات،، وياګرا،، نه لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : سپیم –برېښنا لیک $\bar{B}$: : ښه برېښنا لیک

د دې لرلو داتا سره د ځلور مخیزجدول ایښول.

د% ارزښتونه نسبي دېروالی په ګوته کوي(احتمالوالی)

د 90 % سپیم په دې معنا چې د سپیم جمعه = 0,9

10% ښه برېښنا لیکونه په دې معنا چې جمعه ښه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپیم برېښنا لیک د ویاګرا سره په دې معنا چې 0,9 x 0,4 = 0,36

10% ښه برېښنا لیکونه د ویاګرا سره په دې معنا چې

=0,1 x 0,01 = 0,001

سرې کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشمیري، ځکه چې جمعه یې معلومه ده.

	د سپم-مایل Spam-Mail :	ښه مایل Gute Mail	جمعه Summe
د ویاګرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بې له ویاګرا			
Summeجمعه	0,9	0,1	1

سپیم بې له ویاګرا ښه برېښنا لیک بې ویاګرا	0,9 – 0,36 = 0,54 0,1 – 0,001 = 0,099

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0,36 + 0,001 = 0,361$ $0,54 + 0,099 = 0,639$	د ټولو ب ل جمعه له وياګرا د ټولو ب ل بې وياګرا

د دې ارزښتونو سره اوس ځلورمخيزه جدول پوره شو.

	سپيم-مايل B : Spam-Mail	ښه -مايل $\bar{B}$: Gute Mail	Summe جمعه
د وياګرا سره A : mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بې له ويا ګرا	0,54	0,099	0,639
Summe جمعه	0,9	0,1	1

پوښتنکون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوي دی، چې يو برېښناليک، په کوم کې چې ،، وياګرا،، ده، سپيم دی؟

نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A رامنځ ته شوې وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0{,}36 \text{ und } P(A) = 0{,}361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$$

د $P(A \cap B) = 0{,}36$ او $P(A) = 0{,}361$ سره دی $P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا په دي معنا چې په %99,7 ټولو حالتونو کې ، په کوم کې چې ویاګرا منځ ته راغلې یو سپیم -مایل دی.

تمرین :

جدول د یوې فیرما میرمنې شو سرې ښایي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوې.

	B : ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A:سکوونکی	200	800	1000
$\bar{A}$:نه سکوونکی	300	200	500
جمعه	500	1000	1500

الف –احتمالوالی وشمیرئ، چې یو کس سره مخامخ شي، چې سکوونکی دی

ب –احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي،

پ – احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې سکوونې سره مخامخشي.

ت –دوی د یوې ښځې سره مخامخ کیږي، د کوم احتمالوالي سره دا سکوونکې ده؟

ټ – و ازمایئ، چې ایا پیښې A او B یو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

د B پیښې د رامنځ ته کیدو د احتمالوالی رامنځ ته کیدو لپاره د شرایطو لاندې، چې پیښه A همدا اوس رامنځ ته شوې ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

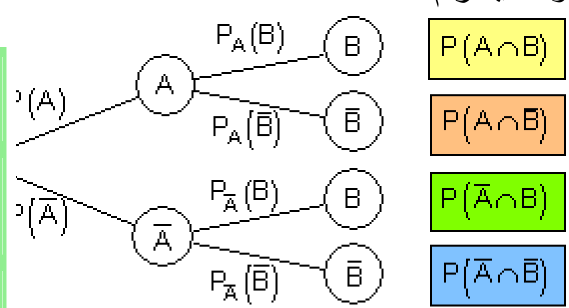
خپلواکې پیښې : پیښه B له پیښېA خپلواک بلل کیږي، که د A رامنځ ته کیدو له امله د B د رامنځ ته کیدو لپاره احتمالوالی نه اغیزمن کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري: $P_A(B)=P(B)$ د $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ سره.

د ځلور تخته ييز جدول او ونې دياګرام ترمنځ اړيکې:

ونه دياګرام ـــ ځلور پټۍ(تخته يي) جدول



	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A\cap B)$	$P(A\cap \bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)$	$P(\bar{A}\cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

که په يوه ونه دياګرام کې د راوړل شوو پيښو دلړی پرلپسي بدل شيو نو سرى په ځټ يا برعکس ونه دياګ رام لاس ته راوړي . په دو اړو حالتونو کې احتمالوالی ان تر لړی پرلپسې پورې تار ونه يو له بل سره همغيز دی.

د تار احتمالوالی او له دې سره شر طيز احتمالوالی هم په توليزه توګه يو له بل توپير لري. دوی د مختلفو پيښو لاس ته راځي او له دې امله په مختلف برختولوالي. مګر په پام کې ولرې:

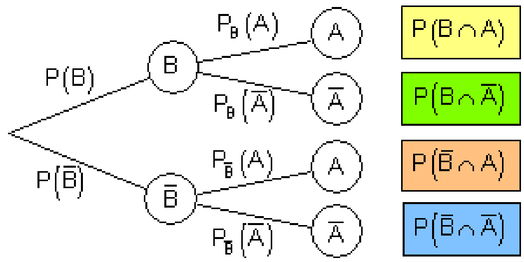
تل باور لري: $P(A\cap B)=P(B\cap A)$

په ځټ يا برعکس ونه دياګرام ـــ برعکس يا په ځټ ځلور تخه يي جدول

	A	$\bar{A}$	Σ

(c) ketabton.com: The Digital Library

B	$P(B\cap A)$	$P(B\cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B}\cap A)$	$P(\bar{B}\cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



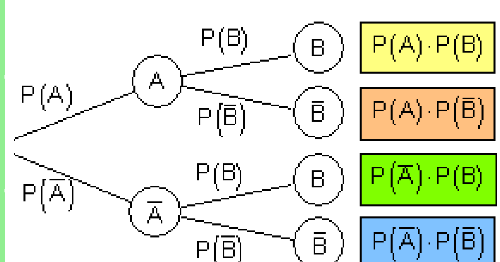
څلورتخته ییز جدول او ونه دیاګرام په ستوښاستیکی خپلواکوالي کې د ستوښاستیکي خپلواکي پېښې A او B څلور تخته جدول په لومړي تخته کې د $P(A\cap B)$ لپاره دا ضرب $P(A)\cdot P(B)$: راځي.

د نورو تختو (پټیو) لپاره د یوه ضربجدول ته په ورته توګه باور لري.

په ونه دیاګرام کې د پېښو یو له بل څخه خپلواکوالي په دې پېژندل کیږي، چې په دویمه پوړۍ کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

ونه دیاګرام څلورتخته جدول

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A)\cdot P(B)$	$P(A)\cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A})\cdot P(B)$	$P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



حل (اوبی):

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسبې زیاتوالي ته اړیو. په تیره بیلګه کې د راګردولو ناتیکاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتومالوالی په ماتبڼه(کسري بڼه) انځور کړو.

د الماني له کیڼ کښته ښی لور ته: سکونکی، نه سکونکی، جمعه، ښځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\bar{B}$: Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500}=\frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$
$\bar{A}$: Nichtraucher	$\frac{300}{1500}=\frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500}=\frac{15}{15}=1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A)=\frac{2}{3}\approx 0,666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\approx 0,333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې ښځې سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A\cap B)=\frac{2}{15}\approx 0,133$$

ت –د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوې ښځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}}=\frac{2}{5}=0,4$$

ټ – دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باړر ړلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B)=P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{5} \\ P(B)=\dfrac{1}{3} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B)=\dfrac{1}{5}\neq P(B)=\dfrac{1}{3} \\ \text{Abhängigkeit} \end{array}$$

الماني په پښتو: بلواکوالی

پورته پيښې A او B يو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطيز احتمالوالی I

لومړی -

په يوه لوی ازماېښت کې يوه دوا ازماېل کيږي. پيښې په يوه جدول کې ځا په ځای شوي. په دې معنا:

M : دوا نيولې(اچولې)

$\bar{M}$: پلاسيبو اچولې

G : روغ شوی.

$\bar{G}$: نه دی روغ شوی.

	G	$\bar{G}$	Summe
M	6312	87	6399
$\bar{M}$	312	4390	4702
Summe	6624	4477	11101

الف – نسبي ډېروالی په خلور تخته يي جدول کې انځور کړی او د دې سره اړوند ونه دياګرام رسم کړی.
ب – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د دوا نيولو وروسته روغ شوی وي.؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د پلاسدو د نيولو وروسته روغ شوی نه وي.؟
دويم – د يوه 900 کسانو يوې ډلې څخه 600 د يخنې په مقابل کې ايمپف کړی. د يوه ټاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په ربزش ناروغ شوی. نتيجه به يې په يوه څلور تخته ييز جدول کې انځور شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

گروپ	Bباکتریا	$\bar{B}$: نه ناروغه	جمعه
Aدایمپف سره	60	540	600
$\bar{A}$: بې له ا یمپف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دې وي،، سړی د مقاومت پیچکاري شوی،، اودB تنیجه : ، سړی ناروغ شوی،، وشمېرئ:

$P(A)$ | $P(B)$ | $P(A\cap B)$ | $P_A(B)$ | $P_B(A)$ | $P(\bar{A}\cap B)$ | $P_{\bar{A}}(B)$

یوګونې نتیجې څه معنا لري؟

دریم – ډېرې نجونې د متورا ولا نسبت ومتورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځواونانو (ن،ښ)، چې په مخ ته ښونځي کال کې یې ښونځی د ډېتولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له ښوونځي وتلي، ښځې وې. په ختیځو ولایتونوکې د کابل په شمول د ښځو ونډه 59,1% څرګنده جګه وه نسبت غربې ولایتونو ته (50,8%).

الف – یو څلور تخته ییز جدول وکاږئ، چې ددې شیانو اړیکې تشریح کړای شي.
ب – یو ونه دیاګرام وکاږئ د لومړی نخښې ،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه نخښه ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه). پ – یو ونه دیاګرام وکاږئ د لومړی نخښې ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه) او دویمه نخښه. ،، راتلنځای،، (ختیز، لوېدیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه،ښځینه) د ټولګې څخه یو کس توکلي ټاکل شوی.
یو – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس یوه ښځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالوالي سره د ایو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه ښځه وي، د کوم احتمالوالي سره دا له لوېدیزه راځي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرطيز احتمالوالى I

مفصل ځوابونه

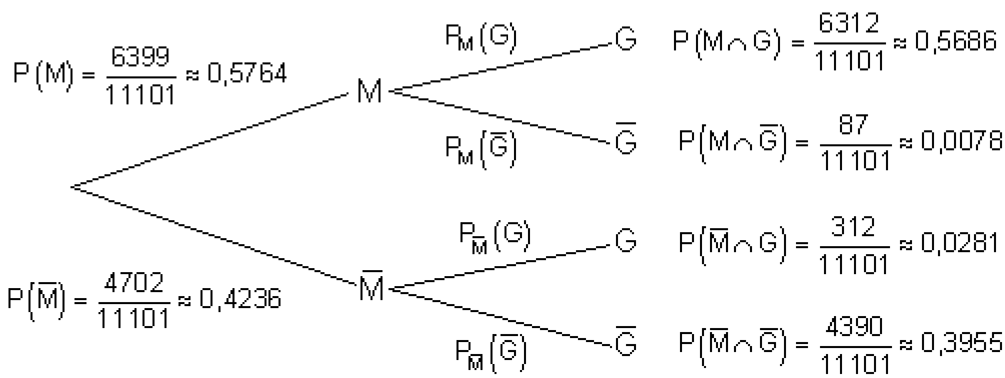
لومړى – الف – ځلور- تخته جدول:

M : دوايي نيولي $\underline{M}$: پلاسيبو يي نيولي

G : روغ شوى $\underline{G}$: روغ شوى نه دى.

	G	$\overline{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0,5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0,0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0,5764$
$\overline{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0,0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0,3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0,4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0,5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0,4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دياګرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0,9864$$

ب –

د يوه كس ، چې له هغه پوهيږو چې دوا يا دارو نيسي، احتمالوالى 0,9864 دى، چې هغه روغ شوى دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)=\frac{P\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)}{P\left(\overline{M}\right)}=\frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}}=\frac{4390}{4702}\approx 0{,}9336$$

پ –

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې هغه پلاسیبو Placebo نیولي، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوي.

دویم –

A : کس واکسین شوی $\overline{A}$: کس نه دئ واکسین شوی

B : کس ناروغه دئ $\overline{B}$: کس ناروغه شوی نه دی.

د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې یو واکسین شوی کس پیدا کړو ...0,666 دي.	$P(A)=\frac{600}{900}=0{,}\overline{6}$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung یو ناروغ شوی کس پیدا کړو .0,2 دي.	$P(B)=\frac{180}{900}=0{,}2$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسین یو ناروغ شوی کس پیدا کړو ....0,06666 دي.	$P(A\cap B)=\frac{60}{900}=0{,}0\overline{6}$
یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه واکسین شوې ده د یوه 0,1 احتمالوالي سره بیاهم ناروغه شوې.	$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}}=\frac{60}{600}=0{,}1$
یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه ناروغه شوې د ..0,333 یوه احتمالوالي سره واکسین شوې	$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}}=\frac{60}{180}=0{,}\overline{3}$
دیوه چا د توکلي ټاکنې سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه	$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{120}{900}=0{,}1\overline{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

واکسین شوي او ناروغه شوی څوک چې پیدا کړو...0,1333 دی.	
یو څوک، چې پو هیږو هغه نه ده واکسین شوې د یوه احتمالوالي 0,4 سره ناروغه شوې هم ده.	$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}}=\frac{120}{300}=0,4$

د پورته جدول لوستل له کینې ښي لورته.

دریم –

الف -

A : څوک چې له پخواني ایلاتو لوېدیز څخه راغلی

$\overline{A}$: څوک چې له نوو ایالاتو ختیز اڅخه راغلی.

B : چې ښځینه دی.

$\overline{B}$: چې نارینه دی

جمعه ښځینه: $0,524\cdot 244600=128170,4\approx 128170$

جمعه نارینه: $244600-128170=116430$

x : د ټولو له غرب څخه متورا والو ټولګه

244600-x: ډ ټولو له ختیز څخه متوراوالو ټولګه

د لودیز څخه د متواراوالو 50,8% له x

د ختیز څخه د متوراوالو تعداد 59,1% له (244600-x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لانديِ کې له کيڼ وښي لرو ته: ښځينه لوديز   ښځينه ختيز ټول (جمعه) ښځينه

$$\underbrace{0{,}508\cdot x}_{\text{weiblich West}}+\underbrace{0{,}591\cdot(244600-x)}_{\text{weiblich Ost}}=\underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0{,}508x+0{,}591\cdot 244600-0{,}591x=128170\,|-0{,}591\cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0{,}083x=-16388{,}6\,|:(-0{,}083)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-16388{,}6}{-0{,}083}=197453{,}012\approx 197453$$

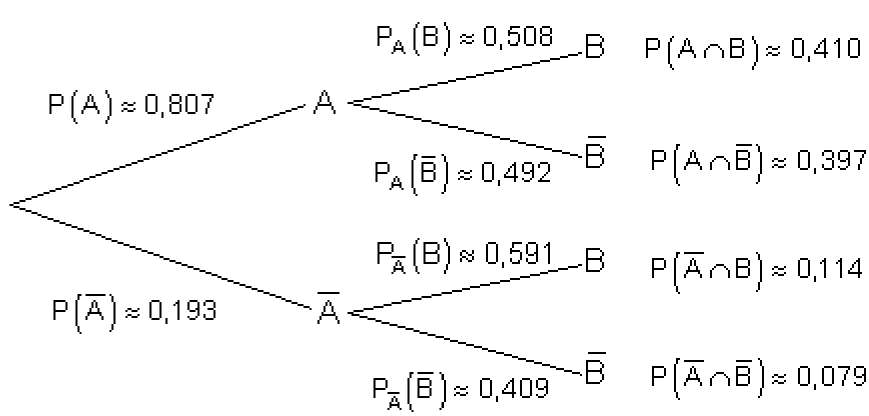
د ټولو له

د لوديز ښځه متوراوالو(هغه زده کوونکي، چې له ۱۲ يا پخوا له ۱۳ ټولګي ښځه وزي) ټولګه.

ښځينه لوديز:	$0{,}508\cdot x=0{,}508\cdot 197453=100306{,}124\approx 100306$
ښځينه ختيز:	$128170-100306=27864$
نارينه لوديز:	$197453-100306=97147$
نارينه ختيز:	$116430-97147=19283$

څلور تختيز جدول:

	B ښځينه	$\bar{B}$ (نارينه)	
A لوديز	100306	97147	197453
B ختيز	27864	19283	47147
	128170	116430	244600



ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې لپاره باوري ټولو احتمالواليو شميرنه

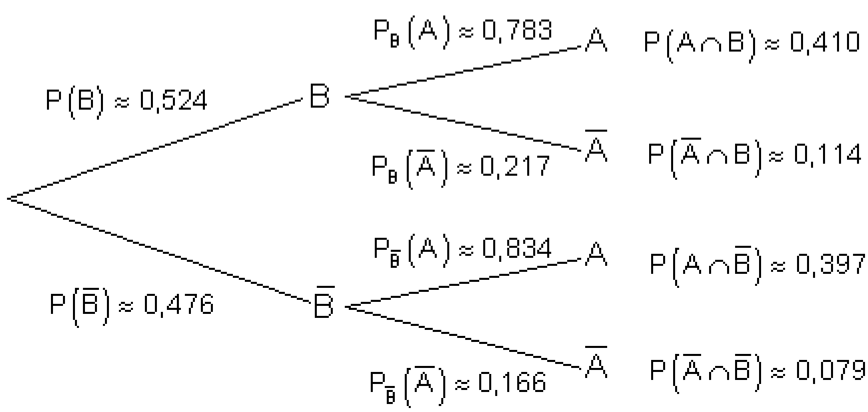
$$P(A)=\frac{197453}{244600}\approx 0{,}807 \qquad P(\overline{A})=\frac{47147}{244600}\approx 0{,}193$$

$$P(A\cap B)=\frac{100306}{244600}\approx 0{,}410 \qquad P(A\cap\overline{B})=\frac{97147}{244600}\approx 0{,}397$$

$$P(\overline{A}\cap B)=\frac{27864}{244600}\approx 0{,}114 \qquad P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{19283}{244600}\approx 0{,}079$$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{100306}{197453}\approx 0{,}508 \qquad P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(A)}=\frac{97147}{197453}\approx 0{,}492$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{27864}{47147}\approx 0{,}591 \qquad P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{19283}{47147}\approx 0{,}409$$



پ –

ونې لپاره باوري ټولواحتمالواليو شميرنه

$$P(B)=\frac{128170}{244600}\approx 0{,}524 \qquad P(\overline{B})=\frac{116430}{244600}\approx 0{,}476$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{100306}{128170}\approx 0{,}783 \qquad P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{27864}{128170}\approx 0{,}217$$

$$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{97147}{116430}\approx 0{,}834 \qquad P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{19283}{116430}\approx 0{,}166$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

يو	$P(\overline{A}) \approx 0{,}193$	توکلي تاکل شوی کسان د19,3% يوه احتمالوالي سره له ختيزو ايالاتو څخه دي
دوه	$P(B) \approx 0{,}524$	توکلي تاکل شوی کس د 52,4% يوه احتمالوالي سره ښځينه دی.
درې	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) \approx 0{,}409$	که پوهيږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس له ختيز څخه راځي، نو دا د 40,9% يوه احتمالوالي سره نارينه دی.
څلور	$P_B(A) \approx 0{,}783$	که پوهيږو، چې دا توکلي ټاکل شوی کس ښځينه دی، نو دا د78,3% احتمالوالي سره له لوديزه راځي.

پوښتنې

شرطيز احتمالوالی II

لومړی –

د يوه تلوېزيون ګرانښت دې ازمايل شوی وي. يوه چټکه ټولپوښتنه لاندې نتيجې ورکوي:

دليدونکو 30%، چې خپرونه يې ليدلې ده، 25کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه 50% او له پاتو ليدونکو (له 25کالوجګ) څخه 80% مثبت نظر لروده.

الف - د شی اړيکې په يوه څلور-تخته ييز جدول کې انځوز کړۍ. پيښې وکاروۍ (د هغو د برعکس پيښو سره):

A : کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروګرام څخه مثبت نظر لري

ب – ونه دياګرام ووکاږۍ او معکوسه يا سرچپه ونه.

ډ ټولو تارونو احتمالوالی وتاکی.
پ – څورمه % ليدونکي، چې له هغوپوهيږو، چې دوی د خپرونې په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – څو په % ليدونکي، چې له هغوپوهيږو، چې له 25 کلنو زاړه دي ، د خپرونې مثبت نظر نه لروده؟

ټ – د شمېرنې له لارې و ازمايی چې ايا پېښه B له پېښې A خپلواکه ده.

دويم – د دريمې نړۍ په يوه هيواد کې 1% وګړي په يوه ټاکلي ساري ناروغتيا ناروغ دي. يو ازمايينت په ريښتونی ناروغ شوي ناروغتيا ټيک 98% ښايې. متأسفانه چې ازمايينت 3% روغ ناروِ غ ښايي.

الف – دا شي اړيکې په يوه څلورتخته يز جدول کې انځور مړی. پېښې وکاروی(د هغو د برعکس پيښو سره):

K: ازمايښت شوی کس ناروغ دئ

T: ازمايښت نتيچه مثبت ده (کس ناروغ و ازمايل شو).

ب – ونه دياګرام رسم کړی او د هغهپه څټ يا برعکسونه.

ټول تار احتمالوالي وشميری.

پ – په څومره احتمالوالي سره د يو توکلي تاکلي کس تست مثبته (زياتيزه) نتيجه ښايي؟

ت – د کوم احتمالوالي سره يو د مثبت ازمايينت په حيث کس په رښتيا هم ناروغ دی؟

دې نتيجه باندې کمنتار ورکړی.

ټ – د کوم احتمالوالي سره يو منفی ازماېښت په حيث کس روغ دی؟

دې نتيجه باندې کمنتار ورکړی

دريم - په يو ه مسلکي ښونځي کې ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کيږي چې ايا دوی سګرټيان دي، که نه. د پوښتنو نتيجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارينه) څخه وويل چې سګرټ سکوونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځينه) وويل چې دوی سګرټ نه سکوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د شیاړیکې په یوه څلور-تختخ ییز جدول کې انځور کړی. پېښې وښایئ(د برعکس پېښو سره):

A : کس نارینه دیی

B : کس سګرټ سکوي.

ب – د کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکلی کس ښځینه او سګرټ نه سکوونکی دی.

پ – یو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې یوه زده کوونکې ویني. دکوم احتمالوالي سره دا زده کوونکې سګرټ نه سکوونکې ده؟

ت – و ځیړی، چې ایا دا نتیجه،، نارینه،، او دانتیجه،، سګرټ سکوونکي،، یو د بل په واک کې نتیجې دي.

ځوابونه

شرطیز احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف –

A : لیدونکی $25 \leq$ کالونه عمر لري

A‘ : لیدونکی $25<$ کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده یا نظر نه لري.

B‘ : لیدونکی له خپروني منفي نظر لري.

د% 30 لیدنکو چې له ۲۵ کم عمر لري. لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(A) = 0{,}3$$

د70% لیدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = 0{,}7$$

د ۲۵ کاله څخه کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15$$

د ۲۵ کاله څخ کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ۲۵ کاله څخه ستر د لیدونکو څخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right) = 0,8\cdot 0,7 = 0,56$$

د څلور تخته ییز جدول دا پاتې(باقي) کیدی شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو څخه وشمېرل شي.

$$P\left(B\right) = 0,15 + 0,56 = 0,71$$

$$P\left(\overline{B}\right) = 1 - 0,71 = 0,29$$

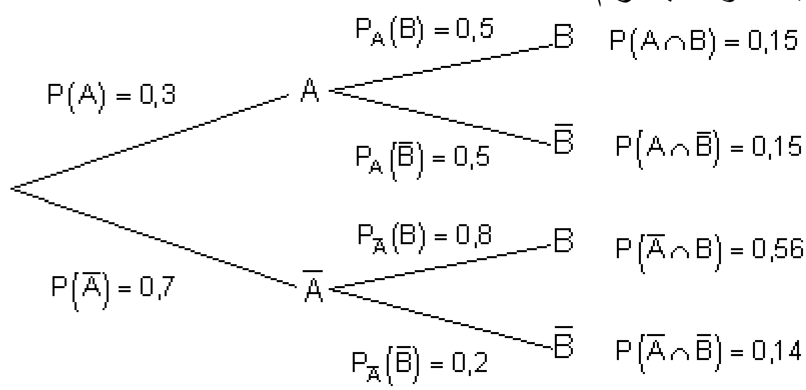
$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right) = 0,29 - 0,15 = 0,14$$

څلور تخته ییز جدول

	B (Meinung positiv)	$\overline{B}$ (Meinung negativ)	
$A(\leq 25)$	0,15	0,15	0,3
$\overline{A}(> 25)$	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کېن: نظر مثبت دی، نظر منفي دی

ب – ونه دیا ګرام



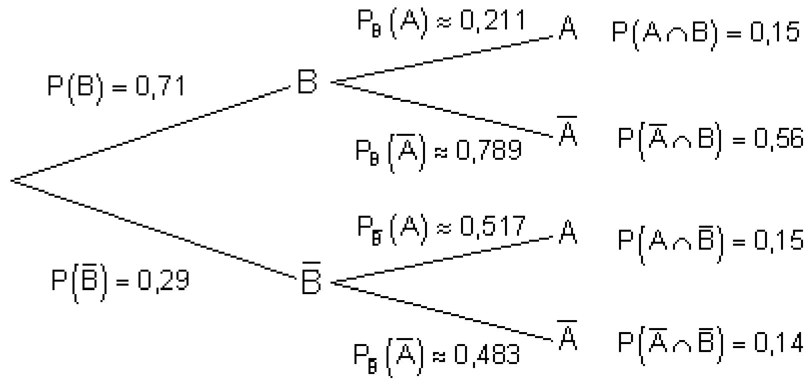
د ټولو غوره احتمالوالیو لپاره شمdرنه.

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5 \qquad P_A\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_{\overline{A}}(B) = \frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{0,56}{0,7} = 0,8 \qquad P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{0,14}{0,7} = 0,2$$

په ښت یا برعکس ونه :

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شميرنه.

$$P_B(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{0,56}{0,71} \approx 0,789 \quad P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,71} \approx 0,211$$

$$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,14}{0,29} \approx 0,483 \quad P_{\overline{B}}(A) = \frac{P(A\cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,15}{0,29} \approx 0,517$$

ث	$P_B(\overline{A}) \approx 0,789$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري ، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.
ت	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0,2$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپرو نې په هکله منفي نظر لري .

ټ - B له A خپلواکه ده، که $P_B(A) = P(A)$ باور ولري

$$\left.\begin{array}{l} P_B(A) \approx 0,211 \\ P(A) = 0,3 \end{array}\right. \Rightarrow P_B(A) \neq P(A) \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی يا طابعيت.
د B نتيجه د A له نتيجې څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلويزيون خپرونې په هکله وثبت نظر د ليدونکو د عمر په واک دی.

دويم –
الف –
K : ازمايل شوی کس ناروغه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\bar{K}$: ازمایل شوی کس روغ دی.

T : د ازماپښت نتیجه مثبت ده (کس د ناروغ په څیر و ازمایل شو).

$\bar{T}$: دزامایینت نتیجه منفي ده(کس د روغ په څیر وازمایل شو).

1% انسانان ناروغه دي <= P(K) = 0,01 .

انسانان روغ دي $P(\bar{K})=0,99$.

ازماپښت ښايي نارغتيا دِ 98% ریښتوني ناروغانو لپاره تیک ده.

$$\Rightarrow P(K\cap T) = 0,98\cdot 0,01 = 0,0098$$

ازماپښتِ د3% روغ همِ ناروغ ښايي

$$\Rightarrow P(\bar{K}\cap T) = 0,03\cdot 0,99 = 0,0297$$

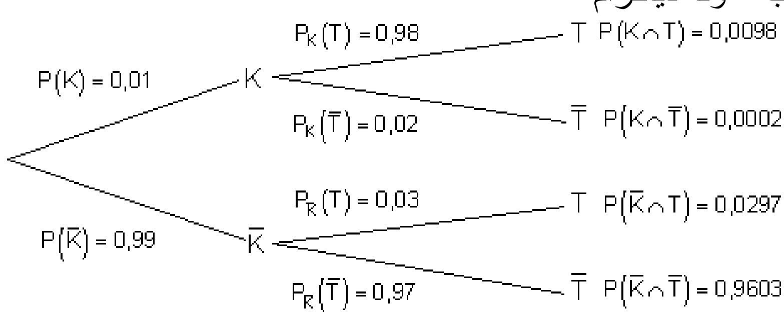
د څلورتخته ییز جدول پاتې ارزښتونه کیدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو ارزښتونووشمیرل شي.

$$P(T) = 0,0098 + 0,0297 = 0,0395$$
$$P(K\cap\bar{T}) = 0,01 - 0,0098 = 0,0002$$
$$P(\bar{K}\cap\bar{T}) = 0,99 - 0,0297 = 0,9603$$
$$P(\bar{T}) = 1 - 0,0395 = 0,9605$$

څلور تخته ییزه جدول:

	T (positiv)	$\bar{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\bar{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پېښتو ، له کیڼ کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي
ب – ونه دیاګزام



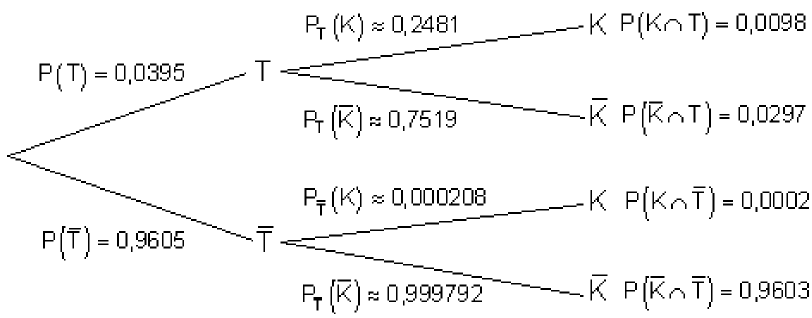
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه.

$$P_K\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P(K)}=\frac{0{,}0002}{0{,}01}=0{,}02 \quad P_K(T)=\frac{P(K\cap T)}{P(K)}=\frac{0{,}0098}{0{,}01}=0{,}98$$

$$P_{\overline{K}}\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0{,}9603}{0{,}99}=0{,}97 \quad P_{\overline{K}}(T)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0{,}0297}{0{,}99}=0{,}03$$

په ځتړ یا برعکس ونه:



ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه

$$P_T(K)=\frac{P(K\cap T)}{P(T)}=\frac{0{,}0098}{0{,}0395}\approx 0{,}2481$$

$$P_T\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P(T)}=\frac{0{,}0297}{0{,}0395}\approx 0{,}7519$$

$$P_{\overline{T}}(K)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0{,}0002}{0{,}9605}\approx 0{,}000208$$

$$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0{,}9603}{0{,}9605}\approx 0{,}999792$$

پ –

پ	$P(T)=0{,}0395$	د یوه توکلي ټاکلي کس ازماېښت د0,0395 یوه احتمالوالي سره یوه مثبته نتیجه ښایي.
ت	$P_T(K)\approx 0{,}2481$	یو کس چې له هغه پوهیږو، مثبت ازمایل شوی د 0,2481 یوه احتمالوالي سره په ریښتوني هم ناروغ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

		کومنتار: د نږدې 25% نتیجه کفایت بخښونې نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمایل شوي په ریښتیني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمایل شوي روغ دي. هیله به داوي، چې ازمایښت ښه شي.
ت	$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right) \approx 0{,}999792$	یو کس(ښ) چې له هغه پوهیږو منفی ازمایله شوې 0,999792یو احتمالوالی دی په ریښتوني هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمایلشوي کسان په رېښتوني ناروغ دي.

دریم -

الف – A : کسان نارینه دي.

$\overline{A}$: کسان ښځینه دي.

B : کسان سګرټ سکوونکي دي.

$\overline{B}$: کسان سګرټ نه سکوي.

څلورتخته ییزه جدول

	B (Raucher)	$\overline{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\overline{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674} = 1$

ب –

ب	$P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = \frac{250}{674} \approx 0{,}371$	یو توکلي ټاکلی کس د 0,371 یوه احتمالوالي سره ښځینه او سګرټ نه سکوي.
پ	$P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{\frac{250}{674}}{\frac{381}{674}} = \frac{250}{381} \approx 0{,}656$	یو کس، له کوم چې پوهیږو ، هغه ښځینه دی، د 0,656 یوه احتمالوالي سره سګرټ نه سکوي.

ت - که باور ولري: $P_A(B) \neq P(B) \Rightarrow A$ نو د B په واک کې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}}=\frac{82}{293}\approx 0,28 \qquad \Rightarrow \quad P_A(B)\neq P(B)$$

$$P(B)=\frac{213}{674}\approx 0,316$$

نتیجه A : ،، نارینه،، او B : ،، ښځینه،، یو د بل په واک کې دي.

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګټلو(شمیرلو) ستراتیژي له لارې

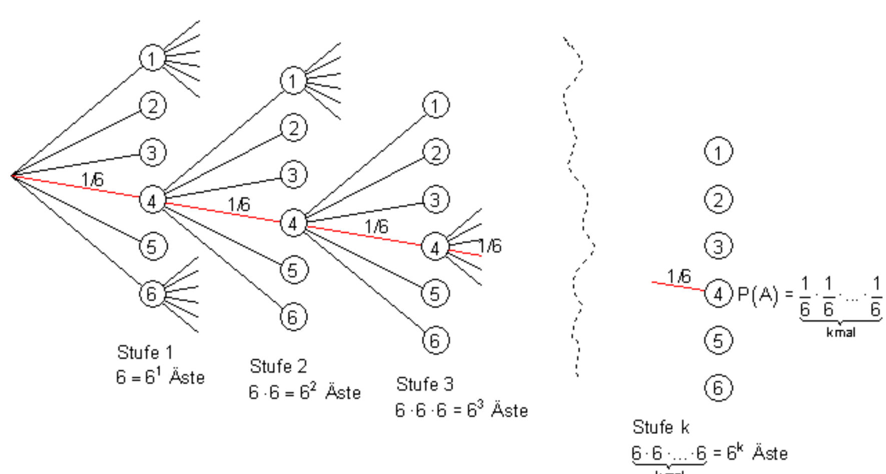
دا تراوسه د احتمالوالي شمیرنو دندې په څرګنده توګه داسې په د لېدنېزو نتیجه ونو کې وکارول شوې یا استعمال شوې. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري.
دا همدا اوس ځانله د یوه سترګېز مکعب څو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي.
بیلګه : یو سترګیز مکعب k - ځله غورځول کیږي. د مرتبانمودل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له ۱ تر ۶ نومونه خوندي لري k -ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وسل شي.

A : د هر ځل د مکعب ګوزارولو سره یو 4ځلور لاس ته راځي.

الف – د هر k غورولو سره احتمالوالی څومره لوی چې یو 4 را ووځي؟

ب - نتیجه ډېری(-سټ) څومره توکي لري(د ټول امکاناتو تعداد یا ګڼون)

حل (اوبی)



(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-   دا چې دا تجربه يوه د لاپلاس – تجربه ده، چېرته چې د ټولو نتيجو لپاره برابر احتمالوالی نیول کېدی شي (یا فرض کېدی شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چې د هر ې پوړی سره یو 4 لا راشي:

$$P(A)=\underbrace{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{6}}_{k\ mal}=\left(\frac{1}{6}\right)^k=\frac{1}{6^k}$$

ب – په ونه دیاګرام کې د ښاخونو تعداد به هر ه پوړی سره شپږ واره کیږي، نو د k - پوړیو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6\cdot 6\cdot\ldots\cdot 6}_{k\ mal}=6^k$$

ښاخونه دا ټیک د ټول احتمالوالو امکانات دي.

دا د امکاناتو تعداد کېدی شي د یوګونو پېښنو نتیجو له لارې بیدا کړو. د دې یوګونو نتیجو لپاره باور لري:

$$P(e_i)=\frac{1}{6^k}$$

دا چې د ټولو پېښنو د احتمالوالو جمعه باید ۱ وي، له دې څخه کېدی شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x\cdot\frac{1}{6^k}=1|\cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x=6^k}}$$

که دا قانونیت داسې تولیز شي، چې سړی وایي:

په یوه مرتبان کې   همډوله n غونډاري (غونډوسکي)پراته دي د ګڼو(شمېرو) ,1, 2 n ...,   سره، چې k ځله د بېرته ور اچولو سره راوستل کیږی، نو د امکاناتو تعداد n^k دی.

جمله : د یوې ډېری دn مختلفو توکو څخه دk - ځله را وستلو سره

$$\underbrace{n\cdot n\cdot\ldots\cdot n}_{k-mal}=n^k\quad\left(n,k\in N^*\right)$$

منظم نمونه ازمایینت د بیرته وراچولو سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه : د فوټبال شرط (توتو) اېښوونې پاندې د يوې اونۍ اخر کې بايد د 11 لوبو لپاره وړانوېينه وشي، چې د کور ټيم کټي (Tipp: 1) يا ميلمه ټيم (Tipp: 2) يا دواړه ټيمونه مساوي پاتېږی (Tipp: 0) .

الف – د يوې توتو(شرط) پاڼې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب – د يوه ټيپ د 11 ټيکو راوستلو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

حل (اوبی): الف – د مرتبانمودل سره Modellierung کونه:

يو مرتبان درې غونداري يا غودوسکې لري د درې ګڼو يا نمرو 1 ;0 او 2 سره. يولس ځله د بېرته اېښوونې سرا راوستل کيږي.

$n = 3$ نتيجه ډېری (نتيجه سټ) د يوې وستنې لپاره : $E= \{0,1,2\}$

$K =11$ دا تصادفي تجربه 11- پوړيزه ده.

د ممکنه نتيجو تعداد: $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټيکو يا رښتيا 11 سره فقط يو امکان شتون لري، نو د دې لپاره احتمالوالی دی: $\frac{1}{177147}$

تمرين :

د يوه بايسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک يو له بل خوزنده کړيو ، چې هر يو 6 ارزښت ځايونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د يوه کره ټاکلي اعدادو کمبينېشن سره وازيږي. څومره ځايونه (د اعدادو کمبينېشن) دا د بايسکل قلف اري او احتمالوالی يې څومره لوي دی، چې د لومړي ځای په ځای کونې يا وازولو ازماېښت سره قلف واز کړي؟
حل (اوبی)
تمرين: له الماني (انګريزي؟) الفبا 26 تورو په پټو سترګو يو په بل پسې درېواره توري راوستل کيږي. څومره احتمالوالی شتون لري چې همغه يو توری درې واره راوه وستل شي؟

حل (اوبی) منظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچولو

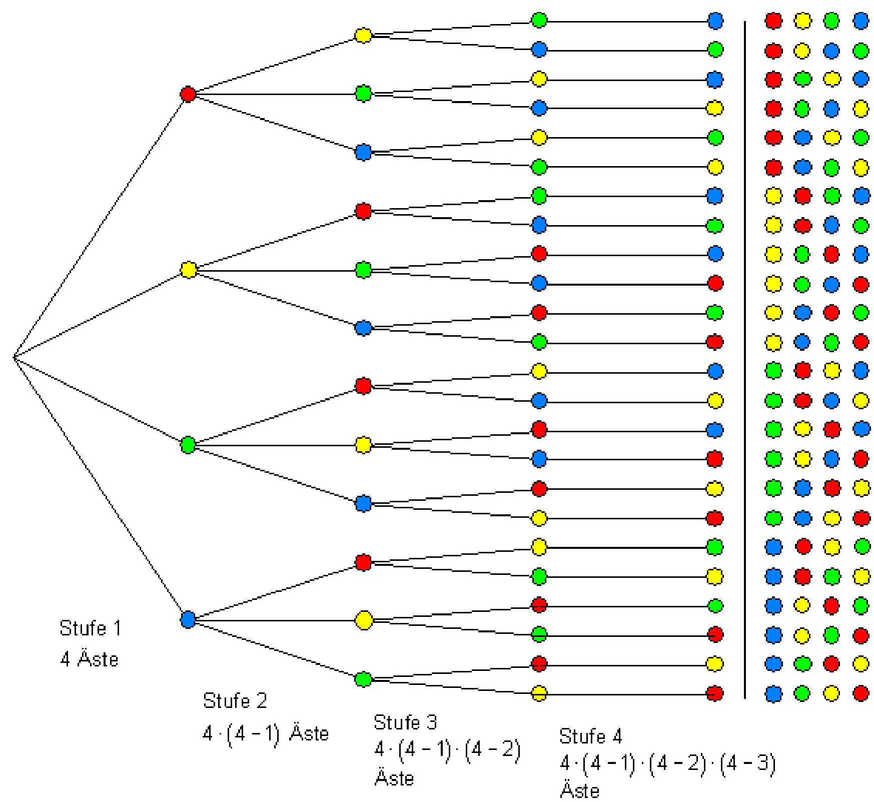
(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه : په یوه مرتبان کې 4 غونداري د څلورو رنګونو سره و زیړ، شین او اسماني سره پراته دي.

یو غونړاری راوستل کیږی او ګنه یې لیکل کیږي، غونداری څنګ ته ږدي او دابرسه تکراریږي.

ټولیز څلور 4 راوستنې ممکن دي.

نتیجه ډېری یا ـــسټ څومره توکي خوندي لري (د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دیاګرام څخه چې په ساده توګه لیدل کیږي، له یوې پوړی څخه و بلې پوړی ته د ښخونو تعداد په 1کمیږی.

د امکاناتو تعداد دی: $\cdot(4-1)\cdot(4-2)\cdot(4-3) = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = \underline{\underline{24}}$

دا دونې دیاګرام څخه لېدلې قانونمندي کېدی شي تولیزه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو مرتبان د n غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګڼه شوي (نمره شوي) له1 تر n پورې او k راوستنې سرته و رسوي بې له بېرته وراچونې، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$$

یو ضرب (حل) ، کوم کې چې هر پرلپسي ضریب (ځلوونی یا ځلکېدونی) ، نو دا فاکولتي یا فاکتوریل بلل کیږی.

که ولرو .4.3.2.1 ، نو 4- فاکلتي یا 4 - فاکتوریل بلل او دسې یې لیکو: !4 .

له دې امله د عددn لپاره باور لري:

$$n!= n.(n-1).(n-2)....3.2.1$$

(n!لوستل n - فکلتي یا n -ضریبونه)

$(n.k)!=n-k).(n-k-1).(n-k-2).(n-k-3). ... .3.2.1$ او یا په لنډّ بنه

$$(n-k)!=(n-k)....3.2.1$$

دا افاده یا وېینه $n.(n-1).(n-2)...(n-k+1)$ کېدی شي په لاندې توګه بنه بدل کړو:

$$\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)\cdot(n-k)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1}{(n-k)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله :

د یوې ډېرۍ د n مختلفوتوکو څخه د k - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)=\frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازمایښت بې لهبېررته ور اچونې.

کره کېدنه: 1 =!0 او 1=!1

بیلګه :

یو د شمېروني یا کمپیوتر پروګرام ي یوه پاسوورت سره ساتلی دی. دا له 4 مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف – څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب – د کوم احتمالوالي سره کېدی شي دا کود واز شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل (اوبی):

الف – ټول د البا26 توري ټیک یو ځل په اختیار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره ټول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دویم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسي نور یا داسي پسي. دا یوه منظمه نمونه ازماېښت دی بې له بېرته وراچونې څخه. له n = 26 تورو k = 4 توري راوستل کیږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټیک یو رښتونی یا ټیک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسي ترلی شمېرل کیږی:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0,000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرین :

په یوه لاترۍ لوبني کې لاتري ټکټونه له ګڼې 1 تر 6 شتون لري. یو لوبه کوونی یو په بل پسي دري ټکټونه راباسي. که پرلپسي په ترتیب د ګڼو 2, 4 او6 ټکټونه وکاږي، نو ګټلې یې ده. د یوې ګټنې لپاره احتمالات وشمېری.

حل:

نا منظم نمونه ازماېښت بې له بیرته وراچونې

بېلګه

د لوتري عددونو وستلو کې په ټولزه توګه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کیږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

د منظم نمونه ازماینت د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کمیږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه یا څومره زیات تنظمیږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36 ,22 ,17 ,12 ,3 او 41 راووستل شي، نو کېدی شي دا په 36 ,3 ,41 ,22 ,17 او12 په بڼه هم تنطیم کړي. دا د ګټنې لپاره پې معنا دی. د دې لپاره چې د لوتو لپاره ممکنه تعداد را پیداکړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. یا په ډول افاده کړي (ویېلی)، موږ باید یېداکړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنطمیدی شي.

حل یا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کیږي.

پهیوه مرتبان کې n = 6 توپونه یا غونډارې پراته دي د ګڼې1 تر6 پورې. که اوس په پرلپسې په ترتیب(بې له بېرته وراچونې) k = 6 ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6!}{1} = \underline{\underline{6!}}$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو n توکو را وستل تر هغې دوام لري(بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،،پوره راپورته کونې یا ،، پوره پورته کونې،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کېn = k دی.

د n مختلفو توکو لپاره پوره نظم n! Vollerhebungen. شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېرۍ د n مختلفو توکو سره کېدی شي چې ځان په n! مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوتو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړنې لاندې نیولې وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کیږي، نو باید دا ممکنه تعداد په 6! ووېشل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې سره به په لوتو کې چې6 تیک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{49!}{6!\cdot 43!}=\frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=\underline{\underline{13.983.816}}$$

بیلګه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه4 کارتې راوستل کیږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلورواړه راوستل شوې کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازمایښت نه د بېرته ایښوولو سره

n=32; k=4 له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{32!}{4!\cdot 28!}=\frac{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=35960$$

$$P(A)=\frac{1}{35960}\approx\underline{\underline{0{,}000028}}$$

تمرین :

د یوه 32کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کیږي.
د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې 8 –واړه د پښې کاتې دي؟
د دې غوره غوښتنو لپاره یو جبشمیرونی شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمې لري،
دا شمیرونی داسې شمیرعملیې ډیرې ساده کوي:
د تکساس الې یا جبشمیري د تکمو TI - 30 eco RS لپاره د بېلګې په تګه باور لري:

	ځانکړی		تولیز
2^8	[2] [y^x] [8] [=] [256]	n^k	[n] [y^x] [k] [=] [.......]
$\frac{26!}{(26-4)!}$	[26] [2nd] [nPr] [4] [=] [258800]	$\frac{n!}{(n-k)!}$	[n] [2nd] [nPr] [k] [=] [.......]
$\binom{32}{4}$	[32] [2nd] [nCr] [4] [=] [35960]	$\binom{n}{k}$	[n] [2nd] [nCr] [k] [=] [.......]
$4!$	[4] [x!] [=] [24]	$n!$	[n] [x!] [=] [.......]

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د k توکو نظم : د امکاناتو تعداد: $k!$

منظمي نمونه ازماېښت دبيرته اېښوونې سره يا بېرته وراچوني سره:

د امکاناتو تعداد : n^k (k -ځله وباسی)

منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني سره:

د امکاناتو تعداد: $\frac{n!}{(n-k)!}$ (k- ځله وېستل)

نا منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني سره:

د امکاناتو تعداد: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k -ځله راوېستنه)

باور لري : $o!=1!=1$ او $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ مګر $\binom{n}{1} = n$

حل : د يوه بايکسکل قلف(د عددونو قلف يا کلپ) له څلور يو له بل خپلواک څرخيدونو څرخونو څخه جوړ دی، چې هر يو يې شپږ څيفرونه يا عددونه(له۱ - ۶) لري(څيفر : بنسټعددونه له ۰ تر ۹ پورې).دا قلف فقط په يوه ټاکلي عددکمبينيشن وازېدی شي. څومره ځايونه(د اعدادو کمبينيشن) دا د بايسلکل قلف لري او احتمالوالی يې څومره لوي دی، چې په لومړي ځل ځای اېښوونه کې دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

يو مرتبان $n = 6$ غونډاري (غوډوسکي يا باغکي يا تشلي) لري د 1 څخه تر 6ګڼو. $k = 4$ –ځله راوستل کيږي د بيرته وراچوني سره.

د اعدادو کمبينيشن کولو تعداد دی: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ازماېښت سره احتمالوالی.

ټیک کمبینیشن چې پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو(لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترګو یو بل پسې درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چې درېواره همغه توری راوباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان $n = 26$ غونډاري خوندي لري له تورو A تر Z پورې .

اوس $k = 3$ ځله راوېستل کیږي له بېرته وراچوني سره.

د اعدادو (ګڼونو) کمبینیشن تعداد دی: $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلګې په توګه ۳ واره توکی A دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله B همداسې c یا یو بل توری وېستل کیږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د26 تورو سره په ټولیزه توګه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتملوالی چې درې برابر تورو راوباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:
د شرط په یوه مرتبان کې شپږ لاتري شتون لري ، چې له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه کوونکی یا شرط ایښونکی درې نمرې په پرلپسې توګه راباسي، چې نمره ۲و۴و او ۶ لري، نو ده په دې توګه وګټله. د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کیږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې وړلو یا ګټلو ته مو بیایي، دا په نامه د عددونو پرلپسې6 ,4 ,2 . دایوه منظمه نمونه- ازماېښت دی بې له بېرته اچولو. له $n = 6$ عددونو څخه $k = 3$ عددونه راوېستل کیږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1} = 6\cdot5\cdot4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0,0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې ۸ واړه د پشې کارتې راووستل شي؟

$n=32 \; ; \; k=8$ له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{32!}{8!\cdot24!} = \frac{32\cdot31\cdot30\cdot29\cdot28\cdot27\cdot26\cdot25}{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژيI

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه(دکود پیداکوونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنخښې(Ziffern) تولیدوي یعنې د کود نمره.

دا د ــځایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A : ټول اعداد ناجوړه) طاق) دي

B : فقط اعداد0 او 1 منځ ته راځي.

C : عدد یو ،،هندارونکی،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دویم او دریم عددونه مساوي دي.

دویم-

په یوه مرتباکې ۶ سره او ۴ سپین غونډاري (کېدی شي دا باغکې (تشلي)و بولی) براته دي. یو په بل پسې ۵ غونډاري راوستل کیږي بې له بېرته وراچونې. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

: لومړی ټول سپین او بیا ور پسې یوه سور غونډاری.

: لومړی غونډاری سپین دی.

: په بدله توکه توګه سپین او سره غونډاري راوستل کیږي.

دریم – په یوه مرتبان کې په ګڼه (نمرو)سمبال 25 توپونه شتون لري (عددونه له 1 تر 25). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونډاري راوستل کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په5 وېشوړ دي.

: د څلورو عددونو زیاتون یا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم – څلور ملګري سینماته ځي. دوی په یوه قطار کې یو د بل تر څنګ 4 نمره شوي یا په ګڼه شوي ځایونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملګرو تر منځ کېنیني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: تور او برګ غاړو (دباندې) ته کښيني.

: تور او برګ يو د بل تر څنګ کښېني.

پنځم - د 6, 5, 4, 3 تيکو لپاره په لوټو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکی او ستاسو تګلار تشريح کړی.

: په لوټو کې 6 ټيک .

: په لوټو کې 5 ټيک.

: په لوټو کې 4 ټيک.

: په لوټو کې 3 ټيک يا صحيح.

شپږم – د يوې غاړکی د پېرلو لپاره سرې، اسماني او شنې مرغلرې په واک کې لرو. شپږ مرغلري پېرل کيږي. د لاندې پېښو پاره احتمالوالی څومره لوي دی،ګه رنګونه په خوښه وټاکل شي؟

: سره مرغلره منځ ته نه راځي.

: دا لومنی درې مرقلرې شنې دي.

: يوپه بل پسې تل سرې او شنې مرغلرې راځي.

اوم -
د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفې وېشل کيږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟
: ځانګه دا1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جاېزې ګټي.
: ځانګه، لښته او زرغونه هره يوه يو ه جايزه ګټي.
: ځانګه جايزه نه ګټي.
: دا درې نجونې ځانګه، لښته اوزرغونه جايزه ه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادې (مفتې) کارتې وېشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښحينه زدهکوونکو نومونه ليکل کيږی او پاڼې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0 ,1 ,2 ,3 ,4) , 5 ازادې کارتې نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

: نجوني 5 ازادي كارتې لاس ته راوړي.
: نجوني 4 ازادي كارتې لاس ته راوړي.
: نجوني3 ازادي كارتې لاس ته راوړي.
: نجوني2 ازادي كارتې لاس ته راوړي.
: نجوني1 ازادي كارتې لاس ته راوړي.
: نجوني هيڅ ازادي كارتې لاس ته راوړي.

نهم - د ازمايني په 10 ممكنه موضوعاتو باندې بريكړه شي. له دې درې په ازموينه كې پوښتل كيږي. يو ازمايښتی (هغه زده كونكی/ې چې ازمايل كيږي) فقط 6 له 10 موضوعاتو زده كوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ازمايېښتي له درې تاكل شوو موضوعاتو ته چمتوالی نه دی كړی(ځان نه دی چمتو كړی)

B : ازمايېښتی له دې درې ټاكلو موضاتو څخه يوې ته جمتووالی نيولی.

C : : ازمايېښتی له دې درې ټاكلو موضاتو څخه دوه وو ته چمتووالی نيولی.

D : ازمايېښتی ټولو درې ټاكلو موضواتو ته چمتووالی نيولی.

حلونه (اوبيونې)

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتيژي I

مفصل حلونه

لومړی –

مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته ور اچونې سره

د ټول امكاناتو تعداد:

د هرو 4 ځايونو لپاره 10 ممكنه عددونه (0 تر9) شته. له دې سره 10.000 عددونه انځوربېدلای شي.

- ټول عد ونه ناجوړه (طاق) { 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } دي. د A لپاره دامكاناتو تعداد5^4 دی.

له دې سره دی :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټول عدونه ناجوړه (طاق)دي.

- فقط عددونه 0 او1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 } دB لپاره د ممكنه تعداد2^4 دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$

د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

– فقط هنداروني اعداد منځ ته ارځي يعنې [xy|yx] . لومړی او دويم عدد ازاد يا خپلواک ټاکل کيږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو عداد 10^2 دی.

له دې سره دی: $P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په نښه شوېيا ښوول شوی عدد هنداره شوی عدد دی.

دويم –

مودل : منظم نمونه ازماېښت بې له بېرته اچولو سره

6 سره او4 سپين غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوی.، $k = 5$ ځله وستل کيږي بې له بېرته اېښوونې.

له دې سره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$

- فقط سره غونډاری راوستل کيږي

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{6!}{1!} = 720$

له دې سره دی: $P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$

د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راو وستل شي.

- لومړی ټول سپين غونډاري اوبيا يو سور.

د ټولو امکاناتو تعداد دی : $\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$

له دې سره دي : $P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپين او بيا ي، سور غونډاری راووستل شي.

- لومړی غونډاری سپين دی (داپه دې معنا چې 4 ,.3 ,.2 او5 په خوښه دي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4.9.8.7.6 = 12096$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتماوالی، چې په لومړی راوستنه سپین غونډاری راو وستل شي.

- رد بدل سپین او سور راوستل کیږي. (wrwrw) یا (rwrwr) . (د سپین لپاره w او سره لپاره r توري ځای په ځای کیږي).

د D لپاره دامکاناتو تعداد دی:4.6.3.5.2+6.4.5.3.4=2160

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې ردبدل سپین او سره غونډاري راووستل شي.

دریم –

مودل : نامنظم نمونه ازمایینتونه بې له بېرته وراچونې سره اویا په یو ځل راوستل:

دا د په 5 وشوړ عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25

د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

–

– ټول اعداد په 5 وېشوړ دي.

– د په 5 وېوړ اعدادو تعداد5 دی.

له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد یې دی.

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا دA منځ ته راتګ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره اد حتمالوالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وېشوړ وي.

– ټول عددونه جوړه دي.

جوړه یا جفت اعداد دي:2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه اعداد تعداد 12 دی.

د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{12}{4} = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را و وستل شي.

– د4 اعداد جمعه له 12 کوچنی ده.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط 2 امکانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4عددونه راوه وستل شي چې جمعه يې له 12 کوچنی ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

4.6.3.5.2.+6.4.3.4=2160

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کيږي، چې ضرب يې12 دی.

ځلورم - مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعداد چې 4کسان په 4 ځايونو ځای په ځای کړو!4 دی.

- س د دوه ملګرو تر منځ دی.

هغه دوه امکاناتلري : xSxx يا xxSx (دويمه چوکی يا دريمه)

دا درې نور ملګري !3 امکانات لري.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد 12= !2.3 دی.

له

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- س او ک دباندې لور ته کښېني.
یا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملګري هم.
له دې سره د B لپاره دامکاناتو تعداد 4 = 2.2 دی.
له

$$t\,P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

سره د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک دباندې لور یا څنګونو ته کښېني.
- س او ک ترڅنګ کښېني.
یعني SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا 6 امکانات دي.
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.
د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.
له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک څن؛ تر څنګ کښيني

پنځم – مودل : نامنظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچولو.
یا په یو ځل راوستل.
د امکاناتو تعداد6 عددونه له ټول 49 عددونو څخه چې چليپا کړو دی:

$$\binom{49}{6}=\frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=13.983.816$$

- په لوتو کې 6 ټیک یا رښتیا.
د امکاناتو تعداد 6 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چليپا شي او 0 عددونه له 43 نا کټونکي عددونو دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}=1\cdot 1=1$$

دا د A ننوتنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره دی

$$P(A)=\frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}}=\frac{1}{13.983.816}\approx 0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 6 ګټوني عددونه چليپا شوي دي(ټیک 6)
- په لوتو کې 5ټیک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چليبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}=6\cdot 43=258$$

دا دB د رامنځ ته کېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}}=\frac{258}{13.983.816}\approx 0,000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې 5 ګټونکي عددونه چلیپا شوي(5ټیک یا صحیح دی)
- په لوتو کې 4 ټیک یا صحیح

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چلیبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42}{2\cdot 1}=13545$$

د دC د منځ ته راتګ لپاره دامکاناتو تعداد دی.
دا

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي (4 ټیک)
- په لوتو کې 3 ټیک
د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 3 عددونه له 43 نا کټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42\cdot 41}{3\cdot 2\cdot 1}=246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.
له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(D) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{246.820}{13.983.816} \approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 ګټونکي عددونه چليپا شوي دي(3 تيک) شپږم –

مودل : منظم نمونه ازمايښت د بيرته ور اچونې سره.

د رنګ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنګ برابر احتمال لري.

د مرغلرو لپاره درې رنګونه په اختيار کې لرو ،

له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

- سور رنګ نه رمنځ ته کيږي. دا چې فقط دوه رنګونه راوتل کيږي، نو د امکاناتو تعداد $2^6 = 64$ دی.

د A لپاره امکانات دي : $2^6 = 64$

له دې سره لرو:

$$t\,P(A) = \frac{64}{729} \approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.

- لومړي درې ازمايښتونه شنه دي.

له دې سره اخرني درې په خوښه ټاکل کيدای شي.

يعنې يو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورو دريو لپاره.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.3^3 = 27$

له دې سره

$$P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

- مرغلرې تبديلی سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg يا grgrgr.

د C لپاره امکانات دي:2

له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{729} \approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې يوبل پسې سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونه ازمايښتونه بې د بېرته ور اچونې سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د امکاناتو تعداد دی: 720 =10.9.8
- څانګه (لومړۍ جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه(دریمه جایزه)
د لپاره د امکاناتو تعداد دی : 1
له دې سره

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګې 1-جایزه، لښتې 2.جایزه او زرغونې 3-مه جایزه لاس ته راوړې.
-څانګه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه ګټي
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 6 = !3
له دې سره

$$t\,P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی ی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه یوه جایزه ګټي او څانګه جایزه نه ګټي.
- څانګه جایزه نه ګټي.
د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:9.8.7
د دې سره

$$P(C) = \frac{9\cdot 8\cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګه جایزه نه ګټي.
D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه ګټي.
د D لپاره احتمالوالی دی:210 = 7.6.5
له دې سره

$$t\,P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0{,}293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه ګټي.:
اتم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.
یا د یوه وار سره راوستنه.
د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0د هلکانو).
له ټول ۱۳ پاڼو څخه چې ۵ پاڼې د نجونو نومونو سره او له ۱۲ پاڼو څخه چې 0 پاڼې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعدد دی:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0{,}0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې5 مفتې کارتې دنجونو ته ځي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0{,}161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

C - 3پاڼې نجونو ته ځي(2 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 3 د نجونو په نامه او 2 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا دC د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx0{,}355$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0{,}161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

D - 2پاڼې نجونو ته ځي(3 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot 12}{2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=17160$$

دا دD د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0{,}323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

E -1پاڼه نجونو ته ځي(4 پاڼې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}=13\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E)=\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}}=\frac{6435}{53130}\approx0,121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

F -0پاڼې نجونو ته ځي(5 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}=1\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(F)=\frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}}=\frac{792}{53130}\approx0,0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

نهم –

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.

یا په یوه ځل راوستنه.

د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کیږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6لپاره زده کوي. له 10موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$$

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومې لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی درې پوښتنې ټاکل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د P(A) لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دې سره

$$: P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0,0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د هیڅ پوښتنې لپاره ځان نه دئ چمتو کړی.

B - زده کړي د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د یوې لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دئ چمتو کړی دوه پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی یوه ټاکل کیږي

دB لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0,3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د یوې پوښتنې لپاره ځان چمتو کړی.

C - زده کړي د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښت کیدونکي ورته ځان نه دئ چمتو کړی یوه پوښتنه ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی2 موضوعات ټاکل کیږي. دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د دوه پوښتن, لپاره ځان چمتو کړی.

- زده کړي د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دئ چمتو کړی 0 پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی3 موضوعات ټاکل کیږي

دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمویني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتیږي II

لومړی – د تورو اوسپینو خښتو څخه برجونه جوړیږي، چې تل اته تیږي یو په بل ایښوول کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

ټولې تیګې همغه رنګ لري

- فقط یوه تیګه سپینې ده.

- اخرنی او اولنۍ تیګه همغه ر نګ لري

دویم - په یوه خلته کې یو سور، دوه شنه او درې زېړ او څلور اسماني غونډاري پرته دي. یو کس درې غړنداري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A – تیک یو شین غونډاری راوستل کیږي

د ریم – د یوې خیریه غونډې لپاره پنځه نمرې په واک کې لرو، له دې څخه یوه Jongliernummer نمره.د پروګرام لړۍ ټاکل کیږي. . د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونګلوبر د پروګرام په دریم ځای کې نوبت لري؟

- ژونګلوبرنمر (نوبت یا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په یوه کارتون Packung کې 10 د برق ګروبونه دي، لهدې دوه زیانمن. د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د ربښنا ګروبونه په پټو ستر ګو را و وستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټول درې ګروپونه جوړ دي.

- ټيک يو ګروپ زيانمن دی.

- ټيک دوه ګروپونه زيانمن دي.

پنځ- اختمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دووه په همغه مياشت کې زيږېدلي وي؟ په نزدې (تقريبي) توګه ونيسی(فرض کړی) چې ټولې مياشتې برابرې اوږدې دي.

- لږ ترلږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زيږېدو ورځ لري.

شپږم – په يوه مرتبان کې شپږ سره ، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په يوه ځل راوستل کيږي، د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

-دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

-د ر وستل شوو غوندارو تر منځ شين غونډاری نه شته.

اوم – په يوه لوبه،، هرات ته سفر،، کې په هره دوره کې يو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونډه لري. د لاندې پيښنو احتمالوالی وشمېری؛

- لرغونی اخر ته پاتيږي.

ابا انا او وږمه په اخره لوبه کې باتيږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموينه کې10 پوښتنې راځي، هره د درې ځابونو سره، چې له هغو ټيک يو ټيک (صحيح) دی. يو مس د تصادف پرينځيپ له مخې ، د هرې پوښتنې يو ځواب چليپا کوي. د اندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- ټول ځوابونه نا ټيک دي.

- لومړي پنځه ټيک دي، اخرني ۵ ناټيک چليپا شوي.

د ځوابونو ټيک نيمايي ټيک دي.

D - 4ځوابونه ټيک دي، 6 ناټيک.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - دANANAS لغات توري سره ګډېږي او نوې ترتيبيږي. دلاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- لغات ANANAS بيرته منځ ته راځئ.

- د تورو کمبېنېشن چې د AAA سره پيیل کيږي.

- کمبينېشن ، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماېښت II

مفصل حلونه یا اوبيونې

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشيېښت د بېرته وراچونې سره.

د هرو اته تيګو لپاره يو رنګ په اختيار کې لرو. (اته واره راوستنه د بېرته ور اچونې سره).

د ټولو رنګه کمبېنېشن امکانات دي : $2^8 = 256$.

ټولې اته تيګې همغه يا يو رنګ لري. دايه دې معنا چې ټولې اته تيګې يا تورې دي يا سپينې.

د A لپاره امکان 2 دی :

له دې سره لرو: $P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټولې تيګې همغه رنګ لري.

- فقط يوه تيګه سپينه ده. دا چې دا تيګه په هر ځاي کې، چې ټول8ځايونه دي اېښول کيدی شي، د دې لپاره 8 امکانات شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره امکانات دي:8

له دې سره لرو: $P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 تيګو څخه فقط يوه سپينه ده.

لومړنۍ او اخرنۍ تيګه يو يا همغه رنګ لري. د لومړنۍ او اخرنۍ تيګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. يا دواړه سپيني يا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 تيګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

د C لپاره امکانات دي: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ او اخرنۍ تيګه همغه رنګ لري.
دويم – مودل : نامنظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچوني سره.

يا د يو حل اخستنې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې درې غونډاري له ټوليزه لس غونډارو څخه را وه وستل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- چې ټيک يو شين غونډارى د ټولو دوه غونډارو څخه راوه وستل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه ر وه وستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A د رامنځته کېدو لپاره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,467$$

احتمالوالی دی، چې ټیک یو شین غونډاری را وه وستل شي.

دریم –   - ژونګلوېر په درې ځایونو ولاړدی۵ په ګڼه یانمره شوي.

xxJxx   د هر ې راوستنې سره   کېدی شي په هر خوښه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل : مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عدددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونګلوېر پروګرام لري. یو ځل وستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوېر راځي.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{1}{5}=0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېر   په دریم ځای کې راځي. په همدې احتمالوالي سره به دا په یوه خوښه ځای کې هم راشي.

- ژونګلوېر په بای کې نه راځي. دا په دې معنا چې هغه په 3 ,.2 ,.1   او 4 ځای کې ولاړ وی. د احتمالوالي لپاره دد جمعي جملې له مخې باور لري:

له دې سره دی:

$$P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېر په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم -   مودل : نامنظم نمونه ازمايښت نه بېرته اېښوولو سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

n = 10 برېښنا ګروپونه، له دې څخه 2 زيانمنې او درې تصادفي راوستل کيږي. د يوه پ څخه چې له لسو ګروپونو څخه تصادفي درې راوستل کيږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې ګروپونه سالم يا ټيک دي. له اتو سالمو څخه ګروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

له دې سره د A لپاره امکانات دي :

$$\binom{8}{3} = 56$$

له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم ګروپونه وټاکو..

- ټيک يو ناسالم دی. د اتو سالمو ګروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو ګروپونو څخه يو راوستل کيږي.

د لپاره امکانات دي:

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه يو ناسالم دی.

- ټيک دوه ګروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو ګروپونو څخه يو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کيږي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0,0\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو ګروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

xx-

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته ور اچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو ووېشو 12^8 دی.(له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچونې سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میاشت کې زیږېدلي یا د زیږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زیږېدنې نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کیږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\overline{A} = 12.11.10.9.8.7.6.5$$

له دې سره

$$P(\overline{A})=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتوکې زیږېدلي دي.

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0,954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زیږدنې نېټه لري.

شپږم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت د نه بیرته اچونې سره

یا د یوځل سره وېستنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راووستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غونډارو څخه اویوه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنګونو راووستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د دA د رامنځ ته کېدو لپاره احتمالوالی تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

- هیڅ شین غونډاری راوستل کیږي یا کوم شینغوډاری نه روستلکیږي..

د دې لپارهامکانات چې له ټول ۴ غونډارو څخه 0 غونډاری اودرې د نورو رنګونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پېښېدو لپاره دامکانتو تعداد دی.

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شین غونډاری نه راستل کیږي.

اوم - په لوبه کې اته کسانونډه اخلي. له هر واره وروسته یو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دویم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې یو له ونډې وځي. له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=8!=40.320$$

- لاروی اخر پاتېدي.

xxxxxxxL د امکاناتوتعداددی، اوه کسان په اوه ځایونو ووېشو او لاروی اخر ځای ونیسي !7 دی.

د دې سره دA لپاره ا د امکاناتو تعداد دی:7!.1

له دې سره

$$P(A)=\frac{7!\cdot 1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتیږي.

- ا انا او وارثه په اخر نوبت کې سره پاتې دي.

xxxxxxxAV یا xxxxxxVA

د دې لپاره د امکاناتوتعداد چې شپږ کسان په شپږو ځایونواو دوه کسان په دوه ځایونو ووېشو!6 ضرب !2 دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی :!2 . !6.

له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{6!\cdot 2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot 7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم – 10 پوښتنې د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړلشي 3^{10} دی. (مرتبا له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له له بېرته وراچوني سره راوستل کیږي)

- ټول ځوابونه ناټیک یا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

دA لپاره د امکاناتوتعداد2^{10} دی.

له دې سره ه

$$: P(A)=\frac{2^{10}}{3^{10}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\approx 0,0173$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې ټولې پوښتنې نټیک چلیپا شي.

- لومړي ۵ ځابونه ټیک او احرني ۵ ځوابونه ناټیک چلیپا شوي.

د لومړی ۵ پوښتنو لپاره هر ځل یوه او اخرو ۵ پوښتنولپاره هر ځل دوه د چلیپا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتوتعداد دی:!2-!6

له دې سره دی:

$$P(B)=\frac{6!\cdot 2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot 7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټيک نيمايي پوښتنې سمې چلېپا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوې پوښتنې په پوښتنو و پوشو، $\binom{10}{5}$ امکانات شته.

هر يو ځانله احتمالوالی Bلري،

له دې سره دی: $P(C)=\binom{10}{5}\cdot\frac{1^5\cdot 2^5}{3^{10}}=252\cdot\frac{2^5}{3^{10}}\approx 0{,}137$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نيمې ټيک يا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم يا ناټيک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وه وېشل شيدی :

د هر ۶ ناسم چلېپا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکاناتدي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې سمې چلېپا شوې دي.

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ ووېشو دی: $\binom{10}{4}=210$

په هر ۶ چلېبا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا 2^6 امکانات دي.

د fpr D لپاره امکانت دي: $\binom{10}{4}\cdot 2^6=210\cdot 2^6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(D)=\frac{210\cdot 2^6}{3^{10}}\approx 0,228$

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې ۴ پوښتنې تیک چلیپا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د !6 امکاناتو تعداد دی.

- بdرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد :3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره:1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

3.2.1.2.1.1=12

له دې سره دی: $P(A)=\frac{12}{6!}=\frac{1}{60}=0,01\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې له ګډولو یا ښورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

- د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي یعني AAAxxx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره:3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:3.2.1.3.2.1=36

له دې سره دی: $P(B)=\frac{36}{6!}=\frac{1}{20}=0,05$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوال یدی،چې د ښورولو یا ګډولو لپاره دښرړول روسته د AAA پیل توري جوړوي.

- یو لغات د یو پر بل پسې منځ تع راځي.
AAAxxxیا xAAAxx یا xxAAAx یاxxxAAA

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{54} = 0,2$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې د ښورولو وروسته لغات د پرلپسې درېواره A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابرې لويې کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې یوې یو توری کښل شوی دی،

د تورو سره کوتئ د کوتیو تعداد	<table><tr><th></th><th>A</th><th>E</th><th>N</th><th>O</th><th>T</th></tr><tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>

لاندې تصادفي ازمويني ازمایل کیږي:

الف – له مرتبان څخه په یوه ځل دوه کارتې راوستل کیږي.

لاندې پېښې پېژندل (تعریف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوې کارتې ثابتې دي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

$$P(A); \quad P(B); \quad P(A \cup B); \quad P_B(A)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړئ.

ب – د ترتیبان څخه یوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کیږي او په لړی یو پربل پسې ایښول کیږي. د دې لپارع احتمالوالی څومره لوي دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ– ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کیږي. د دې لپاره امتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کیږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کیږي.

بیسې ورکونه	راوستلي توري له لاندې سره
1€	۱ غږلرونکی
7€	۲ غږلرونکي
21€	۳ غږلرونکي
28€	E,E,E

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا منساب وي؟

ټ – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کیږي.

ټ ۱ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې راوستل شوې کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ټ ۲ –ې څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژي III

مفصل حلونه

لومړی – مرتبان په تولیزه توګه ۱۴ توري لري:

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

A په دې معنا چې $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کرتو برابر توري دي0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$:

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

دد دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارتو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوای، چې برابرې یا کونزونانت دي 0,374 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\frac{13}{28}\approx 0{,}464$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی ، له دې امل چې بربر ه لر و توري لرو 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې چې په ترتیب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\frac{1}{1001}\approx 0{,}001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ –۵ کارتې په یوه وار.

اړتیا شته: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\frac{30}{1001}\approx 0{,}03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت – د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

دد تصادفي پیښې ارزښت X دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د ۱ غږلرونکي او ۲ کونسونانت لپهاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپهاره

$$P(X=x_4)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{1}{91}\ \text{für EEE}$$

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}\ \text{für 3 Vokale ohne EEE}$$

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}\ \text{für 3 Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلې احتمالوالی او د انتظارارزښت شميرنه:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 د لوبې پيل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ټ –

ټ۱- 6وکال او 8کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV\vee KK)=P(VV)+P(KK)=\frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{\binom{6}{2}+\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ۲- که x وکالونه ورته ريشي، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري. 8 + x

Mit $P(VV \vee KK) = 0{,}5$ gilt:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتي کونزونانت ته ورزياتي شي. که دا برابره نتيجه (P = 0,5) لاس ته راشي، که له دې ۵ کونزونانت لرې شي.

لسم – تصادفي واريابلې، احتمالوالي وېشنه، انتظار ارزښت.

پيلبيلګه:

دوه سترګيزې داني(يوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکيږي. د هرې يوې نتيجې ډېروالى په يوه جدولکې په ليست کيږي.

هر اعدادو جوړه (6 | 6) ... (1 | 1) کيدى شي د هغو سترګيو جمعه باندې تنظيم شي.

د سترګيو د جمعې نسبي ډېروالى دې د دې درامنځته کېدود احتمالوالي سره پرتله شي.

دا شي ځان نيونه دې په يوه جدول او يوه مټه يا ستنديااګرام کې انځور شي.

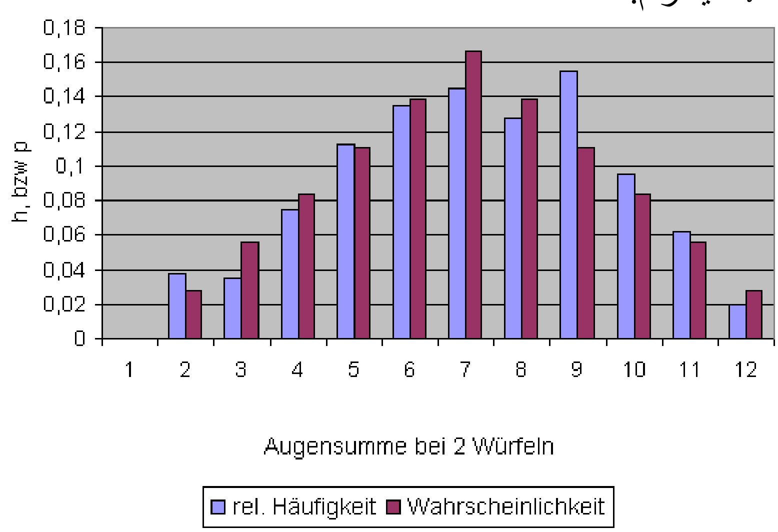
grüner Würfel \ blauer Würfel	1	2	3	4	5	6
1	15	9	12	13	12	11
2	5	8	11	11	9	15
3	10	9	14	10	10	17
4	12	7	9	7	17	15
5	10	14	7	13	9	14
6	5	12	15	14	11	8

جدول: له کيڼ ښی لور ته د الماني پښتو:د سترګيو جمعه،اړونده نتيجه،مطلق ډېروالى،نسبي ډېروالى،

(c) ketabton.com: The Digital Library

Augen summe	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1|1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$
3	(1|2);(2|1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
4	(1|3);(2|2);(3|1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
5	(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
6	(1|5);(2|4);(3|3);(4|2);(5|1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
7	(1|6);(2|5);(3|4);(4|3);(5|2);(6|1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0{,}167$
8	(2|6);(3|5);(4|4);(5|3);(6|2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
9	(3|6);(4|5);(5|4);(6|3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
10	(4|6);(5|5);(6|4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
11	(5|6);(6|5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
12	(6|6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$

د مټ،دیاګرام:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ګوزارونو سره د سترګیو جمعه

نسبي ډېروالی د یوګونو سترګیو جمعې لپاره په ټولیزه توګه د احتمالوالي شمېرني څخه ډېر قوي ځنګ نه کوي(یعنې تفاوت یې زیات نه دی)

<u>توکلي متحولې یا</u> تصادفي متحوله(اووښتوني یا واریابله)

که دوه داني سترګیز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتیجه یې ده:

$$E = \{(1|1);(1|2);(1|3);....;(6|6)\}$$

که هره نتیجه د سترګیو جمعې باندې ترتیب شي یا تنظیم شی، نو یوه توکلی اووښتوني په باندې بڼه لاس ته راځي:

$$X((1|1)) = 2 \qquad X((1|3)) = 4 \qquad X((6|3)) = 9$$

x=4 د نتیجې لپاره لیکو: د ستګیو جمعه 4 دی ، یuنې د {(1|3);(2|2); (3|1)} لپاره.

x=2 د نتیجې لپاره لیکو؛ د سترګیو زیاتون 2 دی، یعنې د {(1|1)} لپاره.

توکلي متحولې:

د یوې توکلې تجربې توکلي متحولې یا اووښتوني X لانې یوفنکشن پوهیږو، کوم چې د نتیجه ډېرۍ (سټ) Eهره نتیجه e_i په یوه عدد تنظیموي.

$X: \quad e_i \rightarrow X(e_i)$ په ورته والي و تابع f ته د f:x->f(x) سره:

دیوې توکلې متحولې د ا رزښت جدول د دوه سترګیو غورځولو لپاره، چې د هغو دسترګیو ګڼون یا تعداد جمعه شي.(لاندې الماني: نتیجه)

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

(5|6)	(6|5)	(6|6)
11	11	12

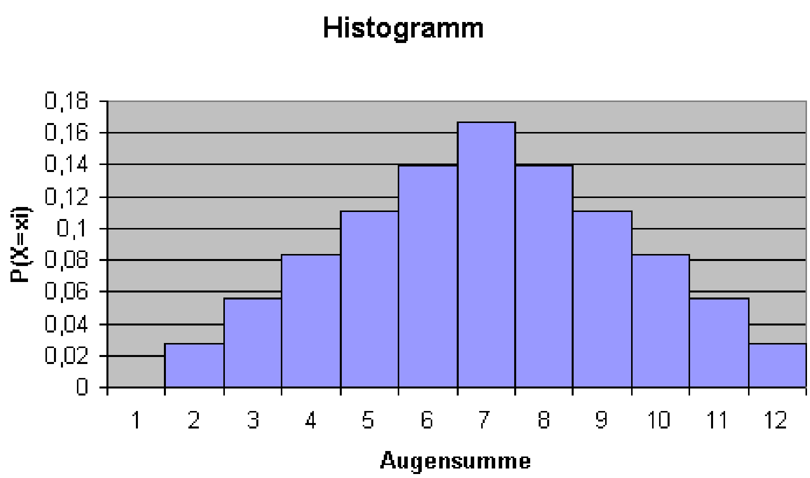
(c) ketabton.com: The Digital Library

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه يا ښه يي ټوټه كونه يا په برخو يا ټوټو وېشنه
كه د دوه سترګيو غورځولو سره د نتيجه د سترګيو د جمعي سره(باندې) تنظيم شي ، نو توكلي متحوله يا اووښتونې X منځ ته راځي.
كه د دې توكلي متحولي د هغې د احتمالوالي سره تنظيم كړي، نو يو احتمالواليويش (احتمالوالي فنكشن) منځ ه ارځي. د احتمالوالي وېشنه يا د توكلي لويې وېشنه كېدى شي سرې د يوه جدول له لارې او يوه هېستوګرام له لارې انځور كړي.
جدول :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هيستوګرام: د المانيپښتو: هيستوګرام، د سترګيو زياتون يا جمعه



د احتمالوالي وېشنه يا په برخو ټوټه كونه:

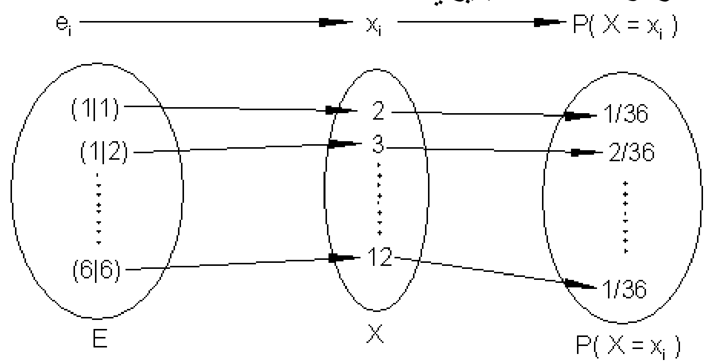
د تصادفي متحولې د يوه احتمالوالي وېشنې (احتمالوالي فنكشن يا تابع) f لاندې يو فنكشن fپوهيږود لاندې سره

$$f : x_i \rightarrow P(X = x_i)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فنکشن ارزښت $f(x) = P(X=xi)$ د دې لپاره احتمالوالی راکوي، چې X ارزښت xi نيسي يا غوره کوي.

د فنکشن يا تابع انځورونه د بېلګې په توګه ددوه دانوسترګيزو غور ځول، چې د هغو د سترګو جمعه تشکيليږي.



د يوه احتمالوالي په برخېوټه ونې انتظارارزښت

د احتمالوالي شميرنې د مرستې سره سړی غواړي د بېلګې په توګه د بختلوبو د انتظار ګټې همداسې بايلښت انتظار په هکله وېناوې و کوي. داپوښتنه رامنځ ته کيږي: دزيات لوبو کونې سره په هره لوبه کې د کومو وړنو انتظار کيدی شي؟

د ليدوړوالي لپاره موږ بيرته د دوه دانو سترګيو سترګو جمعې ته ځو. له دې کيدی شي يوه بختلوبه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندې قوانين مطرح شي:
قانون: په يوه ګوزارونه يا اچونه کې د سترګيو جمعې لپاره په € ورکولکيږی. د لوبو خاوند طبعاً بايد په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط بايد څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه تاوان ونه کړي.
د دې لپاره بايد دی پوه شي، چې کوم ارزښت دی بايد په متوسطه توګه ورکړي،چې زيات کسان په لوبه احته وي. همدومره جګه بايد د بيسو

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{252}{36} = 7$

اینوونه یا شرط هم باید وي.

په ورته توګه لکه په تشریحي ستاتیستیک کې د یوه زیاتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نیسي د پیسو د ورکړو ارزښت د هغه د منځ ارزښت سره د ضرب له لارې یو ارزښت جوړ کړي.

دا ار زښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلګې لپاره دا د ارزښت 7 په معنا دی، چې د جګ تعداد لوبو کې په منځنی توګه دلوبې په سر 7 € تادیه یا ورکړل شي.

د لوبو خاوند باید لږ تر لږه یو د پیسو اینوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بایللو پیسو ورکوني ارزښتونه د تصادفي متحولي X سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره :

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له لید څېړو، چې د لوبې لپاره 7 € باې ورکړي یا کیږدي..

د هغه لپاره ګټه داسې شمېرل کیږي:

ګټه = په لوبه کې لا ست ه راوړې پیسې – دلوبې اینوولې پیسې

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

ګټه تصادفی متحوله یا اووښتوني سره برابره ده، چې Y یې بولو، پس Y د دې لاندې ارزښتونو سره :

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره د ګټې کېدی شي د انتظار ارزښت پیدا کړو.

$$E(Y) = -5\cdot\frac{1}{36} - 4\cdot\frac{2}{36} - 3\cdot\frac{3}{36} - 2\cdot\frac{4}{36} - 1\cdot\frac{5}{36} + 1\cdot\frac{5}{36} + 2\cdot\frac{4}{36} +$$

$$+3\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{2}{36} + 5\cdot\frac{1}{36} = 0$$

د انتظارارزښت د ګټې لپاره 0 دی. داپه دې معنا چې په اوږده موده کې یاپه اوږده لید لوبغاړی لوبه نه وړي یا نه ګټي. مګر دا یې بایلي هم نه. چانسونه برابر دي.

د X د انتظار ارزښت

که یوه تصادفي متحوله X ارزښت $x_1, x_2, \ldots x_n$ ولري ، نو

$$E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n \cdot P(X = x_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$$

دx انتظار ارزښت بلل کیږی.

په یاد ولره :

که $E(X) > 0$ وي، نو نودا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعده ده (ګټوره) بلل کیږي.

که $E(X) = 0$ وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کیږي.

که $E(X) < 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده(ناعادلانه) بلل کیږي.

د انتظار ارزښت ته یادونې: د انتظا ارزښت دX انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي ازمایښتونو په یوه لړی کې دی.
په دې ترڅ کې چې منځ ارزښت – د تشریحي ستاتیستیک څخه یوه لویه- په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ریښتوني رامنځ ته شوي دی، د انتی‌ار ارزښت یوع لویه تشریح کوي، چې په راتلونکې پورې اړه لري، نو یوه لویه چې د اوږده وخت لپاره یه هغې حساب کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $E(X)$ په ځای لیکلای شو μx یا لنډ μ

د $P(X=xi)$ په ځای Pi سړی هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښتکي همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونوپورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښه یې نیولی شي.

بیلګه او تمرین

د یوه مسلکي ښوونحي په انکړ کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله یوه په زړه پورې بخت لوبه کیږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بیسو اینوولو ارزښت € 2 دی.

لوبه کوونکی لومړی عددونه 1, 2, 3, ... , 6 نیسي.

پسې درېواره د یو سترګی غورځوي.

که دا غوره شوي عدد را نه ووځی نو لوبه بایلل شوې.
که غوره شوی هدد یو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا یو اینسول شوی ارزښت بیرته راکوي.

که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې اینسول شوو پیسودوه برابره لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد دری واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې ایښول شوو پیسودرې برابره لاس ته راوړي

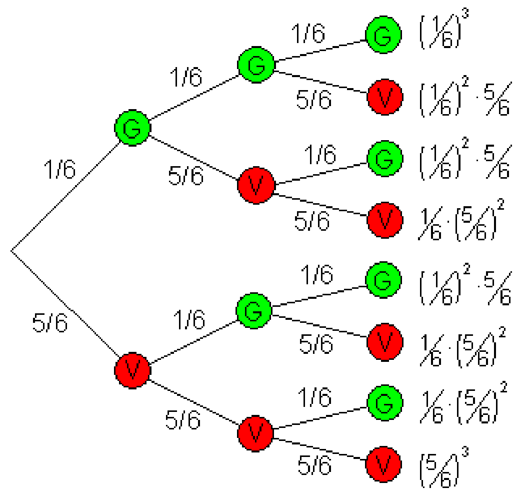
غوره پوښتنه، چې دلته رامنح کیږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زدهکوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهیږي، او په رېښتونی هغه ، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري(هغه ځوک چې لوبه مخ ته بیايي او نورو ټولو سره شرط کې دی).
دا پوښتنه د احتمالوالي شمېرنې سرهکېدی شي ځاب شي.

تصادفی متځوله X نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکې ته ورکول کیږي، دا د€ 2 په کمښت سره چې شرط یې ایښوولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درې پوړيزې ونې دياګرم او د تار قانون په مرسته سړی احتمالوالی د يوې بايليدني يا همداسې يوې ګټنې لپاره شميرې.
باور لري: G = ګټنه

V= بايلنه .



x_i	$P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}5787$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}3472$
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) \approx 0{,}0694$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}00463$

د ګټلو چانس شميرنه کې د تصادفي پيښې ارزښتونو د اړونده احتمالواليو سره ضربول او نتيجې يې سره جمعه کول.

x_i	$P(X=x_i)$	$x_i\cdot P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{75}{216}$	0
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216}=-1$

شميرلی عدد1- دا وايي، چې به اوږده موده کې، يعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کې د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زيان انتظار دی. دا پيسې طبعاً بانک اخلي. له دې امله دا لوبه نا عادلانه بلل کيږي، ځکه چې د اږدې مودې ګټه اوزيان سره برابر ده يا په انډول کی دي.

ګټه او زيان به په يوه منځ ارزښت 0 کې په انډول کې وی. دا به بيا عادلانه لوبه وی. دا به د بيلګې په تګه د ګټنې چګوالي سره د رسيدو وی يا لاس ته راغلي وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

په پورته معرفي شوې سترګې لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې اېښوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کېږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه € 0 ده.

که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

تمرین:

په لاټري لوبهکې هرلاټري ګټي.

د دولسم درس تمامېدو (بکلوریا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاټری واخلي.

لومړی جایزه د € 100 یو ارزښتلري، دویم د € 25 دریم د € 10 .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښی ارزښت € 1 اخلي.

دا لاټري باید څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاټرې په € 5 خرڅېږي. دا خستلې پیسې یوې خریه ټولنې ته ورکولکېږي. دالاس ته راوړنه څومره لویه ده؟

تمرین :

یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونډاری خوندي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تر هغې د بېرته نه وراچونې سره یو غونډاری راوستل کیږي تر څو شین غونډاری ر ا ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 2 ده.

که په دویمه وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 1 ده.

که په دریمه وېستنهکې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 0 ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

ځوابونه:

تمرین: په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې ایښوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:
که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه € 0 ده.
که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.
که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.
که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

حل(اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0	لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده لید کې څومره پیسې چې لاس ته راځي همغومره باید بېرته ګټونکو ته ورکړي.
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$	ددې لپاره د ګټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$	$E(X) = 1$ په دې معنادی، چې په یوه اوږد لید یا موده کې په منځنۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه € 1 د لوبې په سر ه ګټونو ته ورکړل شي. د لوبې په سر د € 1 په شرط دا لوبه عادلانه ده	$\frac{6}{216}$	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	6
	$\frac{216}{216} = 1$	Erwartungswert E(X)	
	انتظارارزښت		

تمرین: په لاتري لوبه کي هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تمامېدو (بکلوریا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاترى واخلي.
لومړى جایزه د € 100 یو ارزښتلري، دويم د € 25 دريم د € 10 .

هر یو چې دا درجې يې ونه وځي یو د خوښى ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري باید څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاترې په € 5 خرڅيږي. دا خستلي پيسې يوې خريه ټولنې ته ورکولکيږي. دالاس ته راوړنه څومره لويه ده؟

حل (اوبى)

انتظار ارزښت شمېرل کيږي:	$x_i \cdot P(X = x_i)$	$P(X = x_i)$	x_i
E(X) = 3,64 په دې معنا دى،	$\frac{100}{50}$	$\frac{1}{50}$	100
چې باید هره لاتري € 3,65 قيمت ولري	$\frac{25}{50}$	$\frac{1}{50}$	25
د € 5 لاترې قيمت او 50 خرڅ شوي د لاتري ټکټونه دا لاندې یوه ګټه خوندي لري:	$\frac{10}{50}$	$\frac{1}{50}$	10
50(5 – 3,64) = 68 €	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$	1
دا پيسې خيريه ټولنې ته ځي.	$\frac{182}{50} = 3,64$	Erwartungswert E(X)	
	انتظارارزښت		

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرين : يو مرتبان يو سور، يو تور او يو شين غونډارى خوندي لري.

تر هغي د بېرته نه وراچوني سره يو غونډارى راوستل کيږي تر څو شين غونډارى ر ا ووستل شي.

که په لومړى وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه $2\ €$ ده.

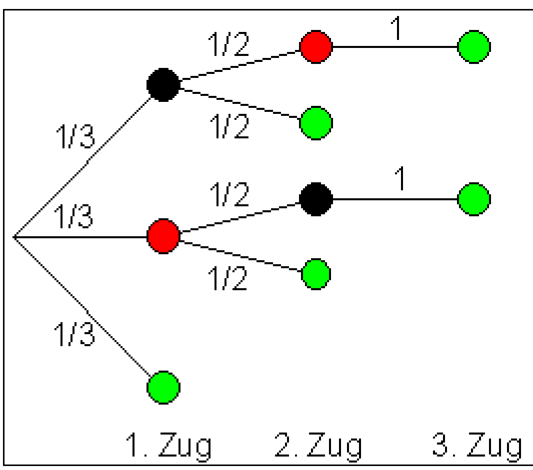
که په دويمه وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه $1\ €$ ده.

که په دريمه وېستنهکې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه $0\ €$ ده.

شرط بايد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

حل : د درې پوړيز ونې دياګرام او تار قانو په مرسته د دې لپاره احتمالوالى شمېرل کيږي،چې شين غونډارى راووځي.

د لاندې پېښتو: له کيڼ وښي لور ته: غورځونه، نتيجې، بايلنه



Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
2	(sg);(rg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	1€
3	(srg);(rsg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	0€

$$E(X) = 2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3} = 1$$

د لوبې ياى انتظار ارزښت $E(X) = 1$ دى.

که دا يوه عادلانهلوبهوي، نو بايد شرط هم $1\ €$ وي.

پوښتني

د ګنلويا شکېرلوستراتيږي ته نمونه ازماېښت I

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ـ یو تصادفی جنریټر (د کود بیداکوونکی) یو له بل خپلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوروسته دا ۴ – ځایز عدد په څېر په دیسپلې راڅرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتماوالی څومره دی؟

A : ټول ارزښتځایونه ناجوړه یا طاق دي.

B : فقط ارزښتځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کیږي.

C : عدد یو ،،هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کټوري کې ۶ سره او ۴ سپین غړنداری پراته دي. یو بل پسې ۵ غوداري بې له بېرته وراچونې راوستل کیږي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : سړی فقط سره غونداري راباسي.

B : سړی لومړی ټول سبین بیا یو سور غونداری راباسی.

C : لومړی غونډار ی سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور ِغونداری راباسي.

دریم – په یوه مرتبان کې25 په ګڼه سمبال یا نمره شوېي غونډاري (له 1 تر25 عددونه)براته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې4 غونداري راوستل کیږي. د لاندې پېښ، لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وېوړدي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمعه(زیاتون) له ۱۲ کوچنیدی.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.

څلورم - څلور ملګري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنک په څنک ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : س د وه د دوه ملګرو ترمنځ کیني B : س او ک دباندې لور ته کیني

(c) ketabton.com: The Digital Library

C : س ا ک ځنګ تر ځنګ کیني.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 تیکو لپاره احتمالوالی احتمالوالی وټاکی او ستاسو د تګلار ډول تشریح کړئ.

A: ۶ په لوتو کې تیک دي : ۵ په لوتو کې تیک دي.

ک ۴ په لوتو کې تیکدي : ۳ په لوتو کې تیکدي.

شپږم- د یوې غاړکی د اوبدلو لپاره سرې او شنې مرغلرې لرو. ۶ مرواري (مرغلري) پیېل کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغلره مخ ته نه راځي. : لومړې درې مرغلرې شنې دي.

: تل ردبدل سرې او شنې مرغلري منځ ته راځي.

اوم – د زېږدنې جشن کې د ۱۰ نجونو ترمنځ لومړی ، دویمه او دریمه جایزه ورکولکیږي. د لندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ا یوه لوم ړی ي یوه دویمه او ک یوه وریمه جایزه ګټي.

: ا، ي، ک هر ه یوه یوه جایزه ګټي .

: ا جایزه نه ګټي

: له دې درې نجونو ا، ي او ک هیڅ یوه جایزه نه ګټي.

اتم – په یوه کورس کې د ۱۲ هلکانو او ۱۳ ترمنځ ۵ ازاد کاتونه وېشل کیږي. د دې لپاره په ۲۵ کاغ ټوټو د نجونو او هلکانو نومونه لیکل کیږي او ۵ ټوټه ماغونه توکلي راوستل کیږي. د کوم ا حتمالوالي سره (4, 3, 2, 1, 0) , 5 ازادې کارتې نجونو(هلکانو) ته راوځي؟

: نجونو ته ۵ کارتې راوځي : نجونو ته ۴ ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته ۳ ازادې کاتې راوځي. : نجونو ته ۲ ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته یوه ازاده کارته راوحي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم – د يوې ازموينې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعګانې ټاکی کیږي. پهازموینه کې له دې څخه درې په ازموینه کې ازمایل کیږي. یو ازموینی له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتیجو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ازموينې له دې درز موضوعاتو يوې ته هم چمتووالی نه لريي

: ازموينی درې موضوعاتو څخه یوه زدهکوړې.

: ازموينې له درې څخه د دوه موعاتو لپاره چمتوالی لري.

: ازموينې ټولو ټاکلو دريو موضواتو تیاری نیولی یا چمتووالی لري.

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د شمېرلو ستراتیژي I

مفصل ځوابونه

اول –

مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچوني سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځایونو هر یوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9) . له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

: ټول عددونه نجوړه دي .{ 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } . د A لپاره امکانات 5^4 دي.

له دې سره دی

$$t\,P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې ټول عددونه ناجوړه دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 }. د امکاناتو تعداد د B لپاره 2^4 دی..

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې دی:
$$t\,P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0{,}0016$$

د دې لپاره احتکالوالی، چې فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي. [xy|yx] . لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کیږي، له دې څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد 10^2 دی.

له دې سره
$$t\,P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې دابښوولی عدد(ګڼ) یو هنداره شوی عدد(ګڼ) دی.

دویم –

مودل: منظم نمونه ازماېښت د نه (بې له) بېرته وراچوني سره.

۶ سره او ۴ سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوي. $k = 5$ ځله راوستل کیږي،بې له بېرته ور اچوني سره.

له دې سره د د امکاناتو تعداد $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$ دی.

: فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

د A لپاره د راوستلو د ا مکاناتو تعداد دی $\frac{6!}{1!} = 720$:

او له دې سره دی:
$$P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0{,}0238$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

: سرې لومړی ټول سپین غونډاري راباسي او بیا یو سور غونډاری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره د راوستنو امکانات دي:

$$\frac{4!}{0!}\cdot\frac{6!}{5!}=4!\cdot 6=144$$

او له دې سره :

$$P(B)=\frac{144}{30.240}=\frac{1}{210}\approx 0,00476$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنداري راوځي او بیا یو سور غنډاری راوځي.

: لومړی غونډاری سپین دی(دا به دې معنا چې .4 ,.3 ,.2 او 5 غونډاري په خوښه دي).

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی :

$$4\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=12.096$$

له دې سره:

$$P(C)=\frac{12.096}{30.240}=\frac{2}{5}=0,4$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړی راوستنه کې سپین غونډاری راوځي.

: سرې رد بدل سبي او سور غنډاری راباسي (wrwrw) یا (rwrwr) .

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4\cdot 6\cdot 3\cdot 5\cdot 2+6\cdot 4\cdot 5\cdot 3\cdot 4=2160$$

او له دې سره :

$$P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx 0,0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ردبدل سبین او سره غونډاري راوستل کیږي.

دریم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې .
یا په یو ځل راوستنه.
دا پر ۵ وېشوني عددونه دي : 5, 10, 15, 20, 25
د دې لپاره د امکاناتو تعداد له ۲۵ غونډارو څخه چې ۴ غونډاري وباسو دی:

$$\binom{25}{4}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=25\cdot 23\cdot 22=12.650$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشوړدي:

د په ۵ وېشوړ عددونو تعداد(ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشوړ وي.

B : ټول عددونه چوه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونوتعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد ، چې له دې څخه ۴ راباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راو وستل شي یا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو جمعه(زیاتون) له 12 کوچنی ده:.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پیښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې جمعه یې له 12کوچنی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D : د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4\cdot6\cdot3\cdot5\cdot2+6\cdot4\cdot5\cdot3\cdot4=2160$

د دې سره دی: $P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx0{,}0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه وستل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

څلورم – مودل : د k توکو نظم

د امکاناتو تعدادچې ۴ کسان په څلورو ځايونو ووېشو !4 دی.

: س د دوه ملګرو تر منځ کيني.

هغه دوه امکانات لري: xSxx یا xxSx (دويم ځای يا دريم ځای)

درې ملګر ي !3 امکانات لري.

له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره 12 = !2.3 دی.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

B : س او ک دباندې لورو ته کيني.

SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.

د دې سره د B لپاره امکانات 2.2=4 دي.

له دې سره

$$P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

.

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنګونو لور ته کېني.

C: س او ک یو د بل ترڅنګ کېني.

SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

.

د نورو داړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.

له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد 6.2=12 دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک یو د بل ترڅنګ کېني.

پنځم – مودل : نامنظمې نمونه ازماېښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا په یوه وار وستنه
د دې لپاره امکانات په یوه ځل له چې له تولټال49 عددونو څخه چې 6 عددونه چلیپا شي دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ ټیک یاپه رښتیا راوځي.
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ ګټونکو عددونو څخه چلیپا شي او 0 عدونه له 43 نا ګټونکو عددونو څخه دي دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0} = 1\cdot 1 = 1$$

.

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0,000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي. (۶ ګټونکي)
B : په لوتو کې ۵ ټیک
له ټول ۶ ګټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو ټیک چلیپاکېدنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناګټونکی عدد دی چلیپا نه شي ، د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot 43 = 258$$

دا د B لپاره د رامنځ ته کېدو د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

دا د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ ګټونکي عددونه]لیپا شوي(۵ ټیک).
C : په لوتو کې ۴ ټیک
د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42}{2\cdot1}=13545$$

دا د C لپاره د رامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي(۴ تیک)

D : په لوتو کې ۳ تیک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42\cdot41}{3\cdot2\cdot1}=246.820$$

دا د D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی،

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي(۳ تیک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د رنګ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رننګ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنګه په اختیار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنګه راوه وستل شي دی:

$2^6 = 64$

د A لپاره د امکاناتو تداد دی: $2^6 = 64$

له دې سره

$$P(A)=\frac{64}{729}\approx 0,0878$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.
B: لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.
له دې سره احرنۍ درې په خوښه ټاکل کېدی شي.
نو یو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورودریو لپاره .
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.\ 3^3 = 27$
له دې سره

$$t\ P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0{,}0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.
C: مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.
د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg یاgrgrgr شتونلري.
د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.
له دې سره

$$t\ P(\bar{C}) = \frac{2}{729} \approx 0{,}00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې ردبدل سرې او شنې دي.
اوم – مودل : منظم نمونهازماېښت د نه (بې) بېرته وراچولو سره
د ټولو امکاناتو تعداد دی:
$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$
A: ا (لومړې جایزه) اي (دویمه جایزه)، ک (دریمه جایزه) .
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

له دې سره دی:
د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړۍ جاېزه، اي دویمه جایزه او ک دریمه جایزه ګټي.
B: ا، اي اوک هر یو یوهجاېزه ګټي.
د B لپاره د امکاناتو تعداد6 = !3 دی.
له دې سره

$$P(\breve{B}) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي او ک هر یوه =اېزه ګټي.
C: ا جاېزه نه ګټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7
له دې سره

$$t\ P(\bar{C}) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جاېزه نه ګټي
D: له دې درې نجونو څخه کونه یوه جاېزه نه ګټي.
د D لپاره احتمالوالی دی:
له دې سره

$$P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0,293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه یوه جاېزه نه ګټي.
7.6.5 = 210
اتم -
مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې لهبېرته وراچونې.
یا پخ یوه ځل راوستنه.
د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۲۵ پاڼو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A: ۵ پاڼې نجونو ته ځي (0 پاڼې هلکانوو ته)
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره راووځي
او0   پاڼې له ټولو ۱۲ پاڼو د هلکانو په نامه راووځي دی.:

$$\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{5}} = \frac{1287}{53130} \approx 0,0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي
B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي(۱ ټکټ هلکانو ته).
د امکاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې دد نجونوو پهنامه راووځي او ۱
ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه را ووځي دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0{,}161$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې يا مفتې کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسيږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسيږي(۲ هلکانوو ته)

د ا مکاناتو تعداد چې ۳ پاڼې له ټولټال ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره را وه وستل شي او ۲ پاڼې د ټولټال ۱۲ پاڼو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی: :

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot 12\cdot 11}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11}{2\cdot 1}=18867$$

دا د C د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx 0{,}355$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده يا مفتې کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکيږي.

D: ۲ پاڼې نجونو ته ورکولکيږي(۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه د هلکانو نومونو سره راووستل شي دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot 12}{2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=17160$$

دا د D د رانمنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0{,}323$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالى دى، چې ۲ مفتې کارتې نجونو او ۳ مفتې کارتې هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کارتې له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}=13\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E)=\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}}=\frac{6435}{53130}\approx 0{,}121$$

د دې لپاره احتمالواليدى، چې ۱ ازاده کارته نجونه ګټي او ۴ ازاده کارتې همکانو ته ځي.

F: 0 پانه نجونو ته ورکول کيږي(۵ هلکانو ته)
د دې لپاره احتمالوالى چې 0 پانه له ټولټال ۱۳ پاڼو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه دهلکانو په نامه راوځي دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}=1\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتوتعداد دی.
له دې سره

$$P(F)=\frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}}=\frac{792}{53130}\approx 0{,}0149$$

د دې لپاره احتمالوالى دى، چې 0 ازاده کارتې نجونو ته او ۵ ازاده کارتې هلکانو ته ځي يا ورکول کيږي.

نهم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه(بې) بېرته وراچولو سره.
يا ديوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کيږي، ازمويېنى د ازموينې لپاره ۶ پوښتنې زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$$

A: ازمويښي له دې ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومې ته تياری نه دی نيولی. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چې ازموينې ځان نه دی چمتو کړی، درې ټاکل کيږي:

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3}=4$$

.

له دې سره

$$P(A)=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}=0{,}0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې، چې ازمويښی کومې موضوع ته چمتووالی نهلري.

B: ازمويښي له دې درې ټاکلو موضواتو څخه يوې ته ځان چمتو کړی. له ۴ موضواتو څخه چې ازمويښي ورته ځان نه دی جمتو کړی، ۲ ټاکل کيږي، له ۶موضواتو څخه کومو ته چې ازمويښي ځان چمتو کړی ۱ موضوع ټاکل کيږي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{6}{1}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\cdot\frac{6}{1}=36$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}=0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويښي ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړی دی.

C: ازمويښيي له درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.
له ۴ موضوعاتو څخه، چې ازمويښي ځان نهدی چمتو کړی، ۱ ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ځان يې ورته چمتو کړی ۲ موضوعات ټاکل کيږي.

دC لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{2}=\frac{4}{1}\cdot\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=60$$

له دې سره

$$P(C)=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې پاره احتمالوالی دی، چې ازمويښي د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D: ازمويښني ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضواتو چې ازمويښني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ازمويښني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3} = 1\cdot\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويښني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د شميرلو ستراتيژي II

لومړی – د زرندو د تورو او سپينو تيګو څخه برجونه جوړيږي، چې په هغو کې اته تيږې يو په بل کېښول کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګ توکلی وټاکل شي؟

A : ټولې تيګی همغه يا برابر رنګ لري.

B: فقط يوه تيږه سپينه ده.

C: لوم ړیَ او اخرنی تيګه همغه ر نګ لري.

دويم - په يوه خلته کې يو سور، ۲ شنه، ۳ زيړ او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. يو کس درې چاکلېټ ترې را اخلي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ټيک يو شين چاکلېټ راوستل کيږي.

دريم – په يوه خريه غونډه کې ۵ نمرې اختيار کې لرو، لهد ېڅخه يوه د ژونګليوالا نمره (هغه څوک چې د غونډارويا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري) . د پروګرام لړیَ پرلپسې تصادفي راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ژودنګليوال د پروګرام په دريم قطار کې راځي.

B:ژونګليوال اخر   ځای کې نه راځي.

څلورم – په يوه کارتون کې ۱۰ بريښنا څراغونه دي، =ې له دوی څخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که بريښنا څراغونه په ،،پټو سترګو،، راوستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A: ټول درې څراغونه چوړ دي.
B: تيک يو ځراغ زيانمن دی.
C: تيک دوه ځراغونه زيانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوي دی، که د ۸ کسانو څخه لږ ترلږه دوه په همغه مياشت کې د زېږېدو نيټه ولري؟ په نږدې توګه ونيسی، چې ټولې مياشتې برابرې اوږدې دي.
A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه مياشت کې د زېږېدو نيټه لري.
شپږم – په يوه مرتبان کې ۶ سره ، ۵ اسماني او ۴ شنه غونډاري پراته دي. درې غونډاري په يوه ځل راوستل کيږي. د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: دوه شنه غونډاري راوستل کيږي
B: په راوستلو غونډاروکې شنهغونډاري نه شته.
اوم –په بيلګه کې،، بيت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې يو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پېښنو احتمالوالی وټاکی.
A: ل اخر ته پاتيږي
B: ا او و اخرنی پچه کې دي.
اتم – په يوه ډېر تاکنيزه ازموينه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر يوه څخه فقط يو ټيک دی. يو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چليپا کوي. د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټول ځابونه ناټيک دي.
B: لومړي پنځه ټيک ، اخرني پنځه ناټيک چليپا شوي دي.
C: په دقيقه توګه نيمايي ځوابونه ټيک دي.
D: ۴ ځوابونه ټيک دي، ۶ ناټيک دي.
نهم – د لغات ANANAS توري په يوه لوښي کې ګډوډيږي او نوي تنظيميږي. د لاندې پېښنو، احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
B: د تور کمبېنېښن د AAA سره پيل کيږي.
C: يو لغات د درېواره A سره يو په بل پسې منځ ته راځي.

ځوابونه

نومنه ازمايښت او د شمېرلو ستراتېژيII
مفصل ځوابونه
لومړی – مودل : منظم نمونه ازمايښت د بېرته وراچونې سره
د هر اتو تيګړ لپاره دوه رنګونه اختيار کې لرو(اته ځله راوستنه د بيرته وراچونې سره)
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو رنګونو کمبېنېشن امکاناتو تعداد دی : $2^8 = 256$

A: ټولې اته تیګې همغه رنګ لري. دا په دې معنا چې یا ټولې تورې دي یا ټولې سپینې دي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد۲ دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې تیګې برابر رنګ لري.

B: فقط یوه تیګه سپینه ده. داچې دا تیګه په دې اته ځایونو کې هرځای ایښودله کیدی شي، د دې لپاره اته امکانات شتون لري.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته تیګو فقط یوه سپینه ده.

C: لومړۍ او اخره تیګه همغه رنګ اري. د اخرې او لومړۍ تیګې لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي. د پاتې ۶ تیګو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړۍ تیګه او اخره همغه رنګ لري.

دویم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې څخه ۳ چکلیټ له ټولټال لسو چکلېټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: تیک یو شین چکلیټ راوستل کیږي.

د دې لپاره د امکاناتو تعداد +ې ۱ سین چاکلیټ له ټولټال ۲ شنو چکلېټو څخه راوه وىستل شي او ۲ چکلیټ له ۸ بل رنګ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,467$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې تيک ۱ شين چکليټ راوه وپستل شي.
دريم - A: د ژدنګلوبر نمره په دری ځای کې قرار لري.
xxJxx . د پچې اچولو له مخې ژونګلوبر کېدی شي په هره خوښه ځای کې راشي.
مودل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په ګڼه شوي(نمره شوي)

عددونه ځايونه ورکوي، په کومو کې د ژونګلور پروګرام ځای شوی، ي، ځل راوستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوبر راځي.
له دې سره

$$: P(A)=\frac{1}{5}=0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبر په دريم ځای کې راځي. دې سره برابر االاحتمالوالي سره به به هر بل په خوښه ځای کې هم راغلی وی.
B: د دژونګلوبر لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دې معنا چې، داکېدی شي په 3. ,2. ,1. يا 4 ځای کې قرار ولري. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:
له دې سره

$$t\, P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،، چې ژودګلوبر په اخر ځای کې نه راځي.
څلورم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچوني سره.
$n=10$ برىښنا څراغونه ، له دې څخه ۲ زيانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل کيږي. د امکاناتو تعداد چې له يوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي درې راوباسو يا وټاکو دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

A:ټول درې څراغونه جوړ دي. دامکاناتو تعداد له اته جوړو څخه درې جوړ وټاکو ۳ له اتو دی.
د لپاره دامکاناتو تعداد له دې سره دی.

$$A:\ \binom{8}{3}=56$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه تاکل کیږي.

B: تیک یو څراغ زیانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زیانمنو څراغونو ۱ زیانمن راوستل کیږي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2}\cdot\binom{2}{1}=\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}\cdot 2=56$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زیانمن دی.

C: تیک دوه څراغونه زیانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زیانمنو څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کیږي.

دC لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:\ \binom{8}{1}\cdot\binom{2}{2}=8\cdot 1=8$$

له دې سره

$$t\ P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0{,}0\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زیانمن دي.

xx:D

پنځم – مودل : منظم نمونه ازمایښت د بیرته وراچونې سره.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ میاشتو وه وېشو 12^8 دی(له یوه مرتبان څخه چې ۱۲ مختلف غونداري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).

A: له ۸ مسانو څخه هلږ ترلږه ۲ مسان په همغه میاتکې د زېږېدنې روځ لري. دA په برعکس پېښه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو میاشتوکې د زېږېدنې روځ لري. اوس ۸ کسان په ۱۲ میاشتو داسې وېشل کیږي، چې دوه والی یا ډېلوالی منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$$

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\overline{A})=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلو یاشتو کې د زیږېدنې روح لري.

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0,954$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی،چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشتکې زیږېدلي دي یا د زیږېدوروځ لري.

شپږم –

نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

یاپه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري را وه وېستل شي دی:

$$\binom{15}{3}=\frac{15\cdot 14\cdot 13}{3\cdot 2\cdot 1}=455$$

A : ټیک دوه شنه غونداري راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونداري له ټولټال ۴ غونډارو راوه وستل شي او ۱ بل رنګه له ټولټال ۱۱ نورو رنګونو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot 11=66$$

دا دA پېښېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{66}{455}\approx 0,145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

B: شین غونډاری نه راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتوتعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنګیز د ټولټال ۱۱ غونډارو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}=1\cdot\frac{11\cdot 10\cdot 9}{3\cdot 2\cdot 1}=165$$

دا دB پیښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې کوم شين غونډاری نه راوستل کيږي.

اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي(وستل کيږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دويم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي((له لوبې وستل کيږي) د دې لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=8!=40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځاونو وه وېشو او لارس په اخرني ځای ځای کړو !7 دی.

له دې سره د A لپاره دامکاناتو تعداددی: $A:7!\cdot1$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{7!\cdot1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې لارس ته اخرنی ځای باتيږي.

B: انيا او وانسا اخرنی مسابقه کوي.

xxxxxxVA يا xxxxxxxAV

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ځايونو او ۲ کسان په ۲ ځايونو وه وېشل شي !6 ځله !2 (!6 ضرب !2) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $6!\cdot2!$

له دې سره

$$P(B)=\frac{6!\cdot2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره امتمالوالی دی، انيا او وانسا احرني سيالی کې مسابقه کوي.

اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځابونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې يو چليپا کوو 3^{10} دی. (مرتبانله ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره)

A: ټول ځوابونه نا ټيک دي.

د دې لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټيک چليپا شي.

د A لپاره دامکاناتوتعداد دی: 2^{10}

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$:P(A)=\frac{2^{10}}{3^{10}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\approx 0,0173$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه ناټیک دي.

B: لومړۍ پنځه پوښتنې ټیک دي، اخرنی ۵پوښتنې ناټیک دي.

د لومړیو ۵ پوښتنو لپاره هریوه یو، د دویمو ۵ پوښتنو ته هر یوه ته ۲ امکاناته شته چې چلیپا شي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:1^5\cdot 2^5$$

$$P(B)=\frac{1^5\cdot 2^5}{3^{10}}\approx 0,000.542$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی دوهپوښتنې ټیک ځواب شوي دي.

C: ټیمې پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

دا پنځه ټیک حابونه چې په لسو پوښتنو وه وېشو لاس ته تر $\binom{10}{5}$ امکانات راځي. هر یوګونی د B احتمالوالی لري.

له دې سره

$$P(C)=\binom{10}{5}\cdot\frac{1^5\cdot 2^5}{3^{10}}=252\cdot\frac{2^5}{3^{10}}\approx 0,137$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې پوره نیمایي پوښتنې ټیک ځواب شوې دي. .

D: څلور ځوابونه ټیک او ۶ ناټیک دي.

د امکاناتو تعداد ۴ پ،ښنتې چې په ۱۰ ووېشو دی:

$$:\binom{10}{4}=210$$

په هر ۶ غلط چلیپا شوي ځواب دوه امکاننات شته.

دا $!2^6$ امکانات دي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4}\cdot 2^6=210\cdot 2^6$$

له دې سره

$$t\,P(D)=\frac{210\cdot 2^6}{3^{10}}\approx 0,228$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپاشوي دي.

نهم – ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ تورې ترتیب کړو!6 دی
A: دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1
د N لپاره :2.1
د S لپاره :1
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 12 = 3.2.1..2.1.1
له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0{,}01\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د ګډوډولو وروشته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
B: د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي:.
AAAxxx
دA لپاره د امکاناتو تعداد:3.2.1
د x لپاره3.2.1
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 36 = 3.2.1.3.2.1

له دې سره

$$:P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

د دې لپاره اجتمالوالی دی،چې د خوزولو یا ګډوډولو وروسته AAA پیل توري پاتې کیږي.
: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منځ ته راځي.

xxxAAAیا xxAAAx یا xAAAxx یاAAAxxx

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازمایښت او د مشېرلو ستراتیږي III

لومړی – په یوه مرتبانکې ۱۴ برابرې لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کارته له دې تورو سره د کارتونو تعداد	A | E | N | O | T 1 | 4 | 5 | 1 | 3

لاندې تصادفي ترجربې سرته رسيږي:

الف : د مرتبان څخه په يو ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پېښې تعريف دي:

A : پهدواړو کارتو همغه يا برابر تور ي دي.

B : دواړه راوستل شوې کارتې غږ نه لرونکي (((v. lat.: *con* = mit + *sonare* = Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut) (

C: د لاندې پdښو لپاره احامالوالی وشمېرئ

$P(A);\quad P(B);\quad P(A \cup B);\quad P_B(A)$ او د جلې په بڼه ځواب ورکړئ.

ب – د مرتبان څخه يوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کيږي اوپه ترتيب او په پرلپسې توګه يږ بل پسې ايښول کيږی. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، دا لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په يوهځل ۵ کارتې راوستلکيږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو تور سره لغات TANTE کېښوول شي.

ت – ينس لاندې د لاندې لوبې وړانديز کوي:

د مر تبان څخه په يو ځل درې کارتې راوستل کيږي. دا د لاندې جدول له لارې شمېرل کيږي:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7 €
3 Vokalen	21€
E, E, E	28 €

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرط باید څومره جګ وي،چې لوبه عادلانه وي؟

ټ – د مرتبان څخه پهیوه ځل دوه کارتې راوستلکیږي.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکی،چې راوستل شوې توري وکال (Vokale)یا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور څومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتېږي III

مفصل ځوابونه لومړی – مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري.(لاندې المني: و)

$$1\cdot A \qquad 4\cdot E \qquad 5\cdot N \qquad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{19}{91} \approx 0,209}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t\ NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي 0,307 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\ \text{mit}\ A\cap B=NN\vee TT$$

$$P(A\cap B)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{13}{91}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{19}{91}+\frac{28}{91}-\frac{13}{91}=\underline{\underline{\frac{34}{91}\approx 0{,}374}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې پهدواړو کارتو توري برابر یا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\underline{\underline{\frac{13}{28}\approx 0{,}464}}$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپارهاحتمالوالی،چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې ترتیب شوې لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\underline{\underline{\frac{1}{1001}\approx 0{,}001}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی ، چې لغات TANNE منځ ته ارښي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کارتې په یو ځل.

دې ته اړتیا لرو: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\underline{\underline{\frac{30}{1001}\approx 0{,}03}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې دا لغات TANTE جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.
د تصادفي متحولو(اووښتونو یا واریابلو)X ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسوناتت لپاره:

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د۲ وکال او۱ کنسونانت لپاره.

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د 4 € شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانکې شتون لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که x وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري: 8 + x

د $P(VV \vee KK) = 0,5$ سره باور لري:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2 \cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه (P = 0,5) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت ترې لرې شي.

یوولسم - د برنولي – ازماېښت

او د بېنومیال وېشنه یا خورونه

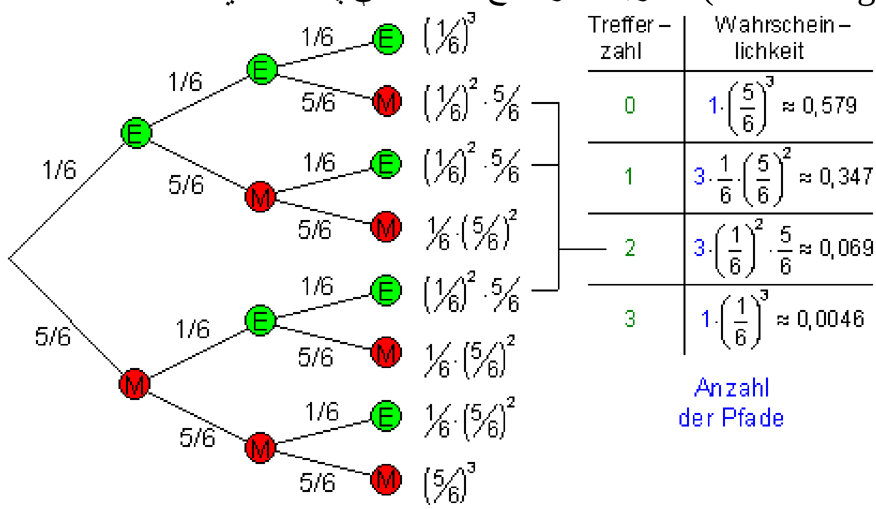
ډېرې تصادفي تجربې کېدی شي د دوه پېښو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د
- بېلګې په توګه
- د سیکې غورځول د محراب ممبر نښان او ګڼ یا عدد سره
- د یوه کتابچې مېخ غورځونه د یوې پېښې څوکې یا شا سره.
- د یوه سترګي غورځول د نتیجې 6 یا نه 6 سره.

داسې تجربې د برنولی-تجروبو په نامه یادیږي. د داسې تجربو دواړه نتیجې سرې د بریاوو یا نه بریا په څېر په نخښه کوي. که دا تجربه n - واره تکرار شي، نو د n - پوړیزې برنولي –تجربې څخه غږېږو یا د یوه برنولي - ځنځېر څخه د n - اوږدوالي سره. د n -پوړیز ې برنولي –تحربي څخه غوښتل کیږي، چې د یوې تجربي نتیجه د

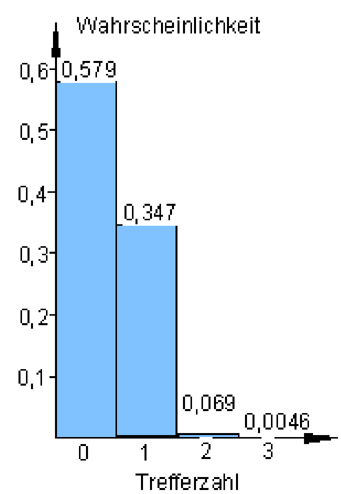
(c) ketabton.com: The Digital Library

بلي تجربې څخه بې تاثيره پاتې کيږي. د داسي يوې n -پوړيزي تجربې سره سړی د تجربو د برياوو او نابرياوو تعداد لپاره علاقه نيسي.

پيل بيلګه: يو سترګيز مکعب يو په بل پسي درې واره غورځول کيږي. موږ د احتمالوالي سره علاقه لرو، چې وپوهيږو، چې ايا عدد (ګڼ) 6 په دې ازماېښت کې 0, 1, 2 يا 3ځله رامنځ ته کيږي. E (Erfolg)د بريا يا رمنځ ته کېدنې په معنا او M (Misserfolg)د نابريا د ر امنځ ته کxدنې په معنا دې.



لاندې الماني=احتمالوالی



پورته ا لماني = راوستل شوی عدد.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته دایو دريِ پوړیز برنولی- ازماښت دی.
د وني دیاګرام څخه د تار قانون له مخي په ساده توګه احتمالوالی ګڼل (شمېرل)کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتیجه ډېری (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چي دا هر وار د دريِ پرلپسي پېښنو تنظیم څخه منځ ته راغلي. د پوړیو تعداد جګوالي سره د دنديِ یا تمرین کارونه د وني دیاګرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د k بریاوو سره

د یوه پوړ n -پوړیزيِ برنولي – ازماښت سره د نتیجي ډېری هر توکی د پرلپسي پېښنو څخه منځ ته راغلی.

د بیلګي په توګه EM.......EEMMEEEM . د تارونو تعداد چي د بریاوو سره بیداکړو، له دي سرهپه همغه معنا دی، چي د نتیجه ډېری څخه د توکو تعداد پیدا کړو، چي k -ځله د لړی پرلپسي څخه خپلواک یوه بریا وښایي. یا راکړي.

دا کیدی شي داسي هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي k شیان د n شیانو څخه د لړیَ پرلپسي څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

دا لوتو-پرابلم رایادوي، په هغي کي چي له $n = 49$ شیانو $k = 6$ شیان بي د پرلپسي لړی ترتیب څخه وټاکلشي.

په دي خالت کي د امکاناتو تعداد وو:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$

دا د شمېرني قانون د برنولي –تجربي باندي هم کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د k بریاوو سره وپلټو.

زموږ د بیلګي لپاره باور لري:
$n=3$; $k=0;1;2;3;$

k = د بریاوو تعداد	د تارونو تعداد
0	$\binom{3}{0} = 1$
1	$\binom{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$
2	$\binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$
3	$\binom{3}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د n - پوړیزې برنولي –تجربې د تارونو تعداد دk بریاوو سره دی:

n د تجربو تعداد اوk د بریاوو تعداد	$\binom{n}{k}$

بیلګه: یو سترګیز مکعب $n = 5$ ځله غورځول کیږي

د بریا ارزښت د سترګیو تعداد 6 دی.

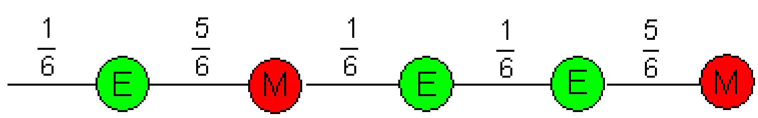
په نتیجه ونه کې د $k = 3$ سره څومره تارونه شتونلري؟

حل (اوبی) د $k = 3$ بریاو سره د د تارونو تعداد دی: $\binom{5}{3} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1} = 10$

به دې تجربه کې په ټولیزه توګه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 بریاوې خوندي لري.

د یوه تار لباره دk بریاوو سره احتمالوالی

د یوې روښانه بیلګې سره دې د یوه تار احتمالوالی د شمېرلو د شمېرنې قانون وښوول شي. دا قانون دې بیا ټولیز شي.



د دې تار احتمالوالی کېدی شي دتار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(EMEEM) = \frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پوړیو تعداد $n = 5$ دی.

د بریاو تعداد $k = 3$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نابریاوو تعداد $n - k = 5 - 3 = 2$ دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو $(p = 1/6)$ لپاره د اکسپوننت یا جګ عدد په څېر رامنځ ته کېږي همداسې د نه بریاو$(q = 5/6)$ لپاره رامنځ ته کېږي

باور لري: $q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د $n = 5$ او $k = 3$ لپاره لکه چې لرووشمېرل شي: :

$$P(EMEEM) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

تولیزونه :

دا چې دا د یوه n - پوړیز برنولي – ازماېښت سره یو ازماېښت دی، د کوم سره چې هره پوړۍ د بریا احتمالوالی $P(E) = p$ برابر پاتې کېږی ، تارضربقوانو له مخې د هر k بریا وو سره او $n - k$ نابریاوو سره باور لري:

تاردیاګرام = $p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

د کوم سره چې $1-p$ د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د n – پوړیز برنولي-ازماېښت د k بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\text{Anzahl der Pfade mit k Erfolgen}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad mit k Erfolgen und n–k Misserfolgen}}$$

د بینومیال ضریب لپاره یادونه $\binom{n}{k}$ د $q = (1-p)$ سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \ldots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \ldots +$$

$$+ \ldots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د برنولي درسي جمله ده.

د $n = 3$ سره پیلبیلګې لپاره باور ري:

$$P(X=0)=\binom{3}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=1\cdot1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}\approx\underline{\underline{0,579}}$$

$$P(X=1)=\binom{3}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{3}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{75}{216}\approx\underline{\underline{0,347}}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1=\frac{3\cdot2}{1\cdot2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{15}{216}\approx\underline{\underline{0,069}}$$

$$P(X=3)=\binom{3}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot1=\frac{1}{216}\approx\underline{\underline{0,0046}}$$

د بینوم وېشنه یا (په برابرو برخو) تو‌ټه کونه:

د یوه n-پوړیز برنولي – ازماېښت کې د p د بریا احتمالوالي لپاره او نابریاو احتمالوالي 1-p سره د k

بریاوو لپاره باور لري:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وېشنه د بېنومیالوېشنه بلل کیږی.

تمرین :

یوه کورنی 6 کوچنیان لري .

اتمالوالی، چې یوه نجلۍ وزیږوی، $p = 0,5$ دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږی. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکی.

A : د کوچنیان تیک نیمایي نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : د کوچنيانو زيات له زياته نيمايي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنيانو نيمايي نجونې دي.

تمرين :

يوه سيکه ۵ واره غورځول کيږي او p دې 0,5 وې.

a : د تصادفي واريابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کيږي:

(1)زيات له زياته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له يوه ځل زيات ممبرنښان.

Kumulierte <u>Binomialverteilung</u>__کمولير شوې دبينوم وېشنه

(*cumulus* – Anhäufung لاتين پنډغالي کيدنه)په سوبس کې د ټاکنو قانون کې، چې په يو ځل يو کس د ټاکنو غړونه ورکوي يا رايې اچوي.

بيلګه:

يوه سيکه 20 واره غورځول کيږي. د لاندې پيښنو، لپاره احتمالوالی شمېرل کيږي.

a : تيک 10 ځله ممبرنښان

b : زيات له زياته 15 ځله ممبرنښان

c :لږ تر لږه 7 ځله ممبرنښان

d:لږ تر لږه 6 ځله اوزيات له زياته 16 ځله ممبرنښان.

(c) ketabton.com: The Digital Library

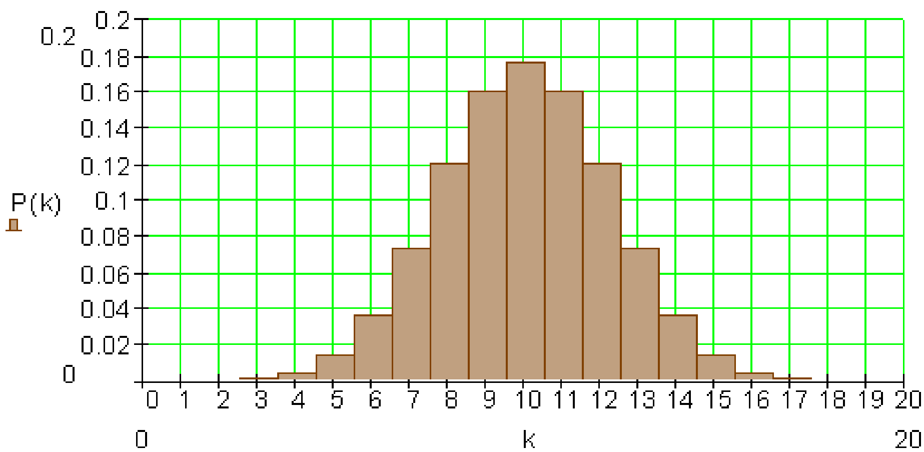
دا د احتمالوالي وېشنې داتا په لاندې جدول کې رايوځای شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ را ګرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه : د $k = 0, 1, 2$ حالت او $18, 19, 20$ لپاره احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. صفر داسې منځ ته ارځی، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راګرد شوی وي.

د بينوميال وېشنې هيستوګرام په لاندې توګه ليدل کيږي:



الف – احتمالوالي $P(X = 10)$ کېدی شي دد جدول همداسې له هېستوګرام څخه ولوسستل شي.

احتمالوالی د پيښې 10 ځله ممبرنښان دی : $P(X = 10) \approx \underline{\underline{0,176}}$

ب – د پيښې لپاره احتمالوالی دی.

E : خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنښان ، تړلی ورپسې نه شي لوستل کيدی. د دې لپاره بايد د احتمالوالی د جدول ارزښتونه سره جمعه شي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)$$

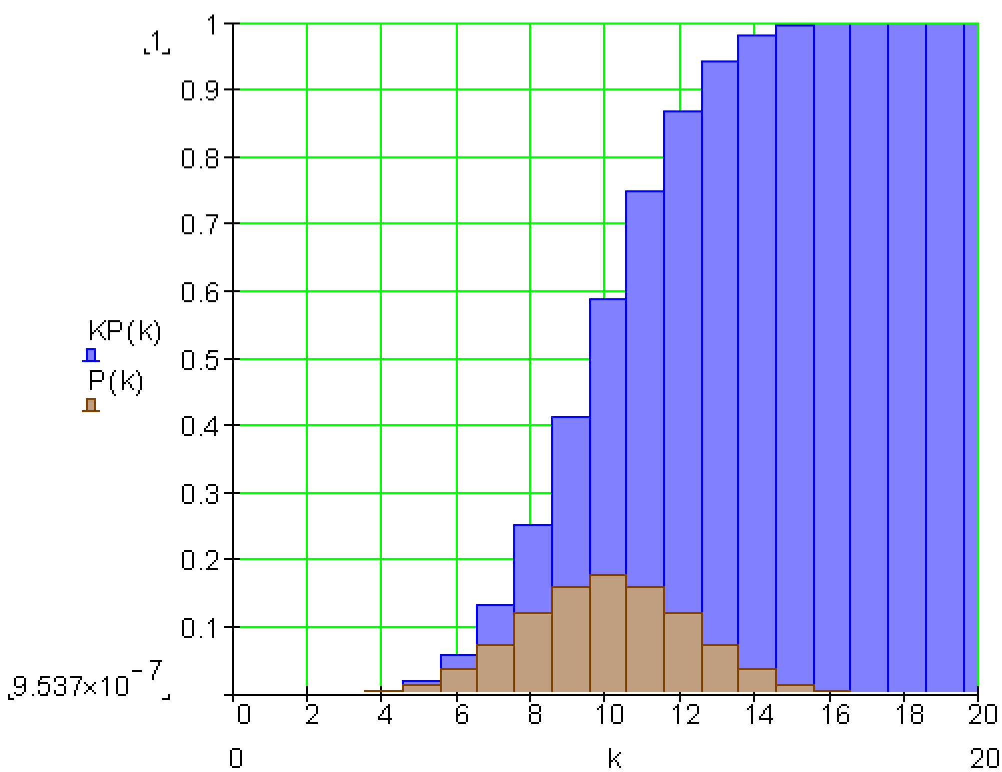
(c) ketabton.com: The Digital Library

که جدول ولړو په کوم کې چې احتمالوالی سره جمعه شوی دی، یعني یوه کمولېړي جدول، نو کېدی شي د E لپاره احتمالوالی سملاسي له دې څخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
P(X ≤ k)	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
P(X ≤ k)	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $3 > k$ لپاره کمولېړي احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. طبعاً د$20 > k$ لپاره ارزښتونه 1 هم نه دی. دا مګر له دې ارزښتونو څخه کم توپیر یړي، چې سړی په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راګردشوي جدول ارزښتونه کارولای شي.

د کمولیري بینومیال وېشني یا توټه کوني هیستوګرام.



خورا زیات 15 ځله په دې معنا دی: $P(X \le 15) \approx \underline{\underline{0{,}994}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : لږ ترلږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \ge 7) = P(X = 20) - P(X \le 6) \approx 1 - 0,058 = \underline{\underline{0,942}}$$

ت : لږ ترلږه 6 ځله اوزیات له زیاته16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6,7,...16) = P(X \le 16) - P(X \le 5) \approx 0,999 - 0,021 = \underline{\underline{0,978}}$$

بیلګه په ګوته کوي، چې کمولېږي جدول کومې ګټې لري، که هدف دا وي چې د یوې ساحې یا ورشو لپاره د تصادفیواریابلې X اختمالوالی و شمېږو. دا ورشو د ګڼونو یا اعدادو به وړاګه هم د انتروال په توګه انځور شوې ده.

موږ لاندې حالتونه سره توپیروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرین :

یو مولتیپل چوېس تست یاازموینه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ ترلږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټیک 15 پوښتنې

د پیښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 1/5 = 0,2 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوړیز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېږ ببنومیال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \le k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \le k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل:یوه کورنۍ 6 کوچنیان لري .

احتمالوالی، چې یوه نجلی وزیږوی، p = 0,5 دی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږئ. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکئ.

A : د کوجنیان تیک نیمایي نجوني دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازماېښت په څېرر راوړل شي د $n = 6$ او $p = 0{,}5$ سره .

غواړو $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره پیداکړو.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X = 1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X = 3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 20 \cdot \frac{1}{64} = \underline{\underline{0{,}3125}}$$

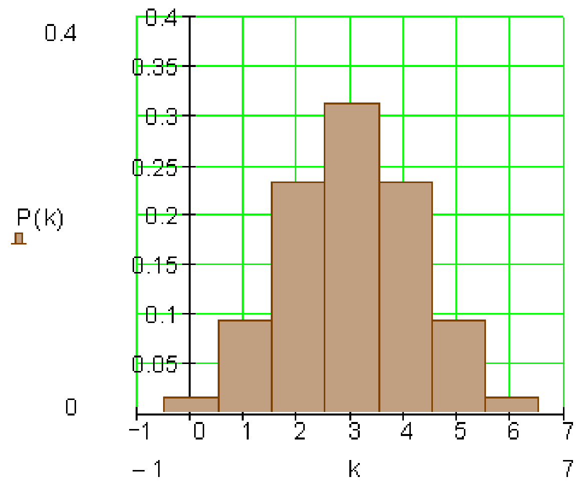
$$P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X = 5) = \binom{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X = 6) = \binom{6}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دې لپاره احتمالوالی دی، چې $P(A) = P(X=3) = 0,3125$
د 6 کوچنیانو څخه تیک درې نجونې دي

$$P(B) = P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجونې دي

$$P(C) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجونې دي

حل (اوبی):

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي اوp دې 0,5 وي.

a   : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) له ۳ څله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له يوه ځل زيات ممبرنښان.

داپرابلم کيدی شي د 5-پوړيز برنولي- ازماېښتپه څېر د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره راوړل شي.

الف – غوښتلکيږي $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره .

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot4}{2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زيات له زياته 3 ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2) له 3 کم څله ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبرنښان په دې معنا دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1ځل زيات ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرين ځواب:

يو مولتيپل چوېس تست يااز موينه له 50 پوښتنو څخه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر يوه لپاره ټيک يو تې:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو ليد سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټيک ځواب وويل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزيات له زياته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټيک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 0,2 = 1/5 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عمليه د 50 پوړيز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بېنوميال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې توکلي د 20 پوښتنو ټيک يا صحيح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%)کوچنی دی.

ب –

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ ترلږ 10 پوښتنې او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ - $P(X \leq 9) = 0,444$ د جدول څخه سيده لوستلکېږي:

د دې لپاره احتمالوالی چې د توکلي ويېنې سره لږ تر لږه10 او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب شي .(56,5%) 0,565 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – $P(X=15)=P(X\le 15)-P(X\le 14)=0{,}969-0{,}939=\underline{\underline{0{,}03}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټيک 15 پوښتنې سمې ځواب شي .(3%) 0,03 دی.

د بينوميال وېشنې يا خورونې ته پوښتنې I

لومړی – دا کلمې روښانه کړئ: د برنولی -تجربه، د پيښېدنې احتمالوالی، د برنولی- ځنځېر او د برنولی زنځير اوږدوالی

دويم – د لاندې تصادفي تجربې څخه يې کرمه د برنولی زنځير دی؟ که ممکن وي د پيښېدنې احتمالوالی p ورکړئ او د برنولي –زنځير اوږدوالیn هم ورکړئ.

الف – يو سترګيز مکعب درېواره غورځول کيږي او د شپږمو تعداد ليکل کيږي.

ب – يو سترګيز مکعب درېواره غورځول کيږي او د سترګيو جمعه ليکل کيږي..

پ –د يوه مرتبان څخه ۳ سپين او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) تر هغې راوستل کيږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړی سور غونډاری را ښکاره شي.

ت - د يوه مرتبان څخه ۳ سپين او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) ۴ –ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کيږي.

ټ – د يوه بحت څرخ 50% ټولو حالتونو کې يو 1 راڅرګنديږي.، په هر 25% حالتونو کې يو2 همداسې3 . دا څرخ څلورواره څرخول کيږی او عددونه د څلور ځايېز عدد په څېر ليکل کيږي

ث – له (ټ) څه يو د بخت څرخ اته واره څرخول کيږي، که ۳ راڅرګند شي،نو سرړی 10 سنته ګټي.
ج – د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کيږي، ترڅو ۳ راڅرګند شي، زيات له زياته ۵ ځله.

دريم – يو څرخ درې برابر لويې ټوټې (قطعې) د نخښو ګردی(دايره) چلېيا او ستوری لري. دا څلورواره څرخول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

: لږ تر لږه درېواره ستورى را منځ ته کيږي.f.

: زيات له زيته يو وار ستورى را منځ ته کيږي..

: زيات له زياته درېواره ستورى را منځ ته کيږي..

څلورم – د شفتالانو د يوه لوى بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 دانې راوستل کيږى. د لاندې پېښې لپاره احتمالوالى څومره لوي دى؟

: يو شفتالو خټا دى.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ ترلږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د يوې نجلى د زيږېدنې لپاره احتمالوالى0,49 دى، يوهلک د زيږېدنې لپاره 0,51 . احتمالوالى څومره لوي دى، چې په يوه کورنۍ کې د څلورو کوچنيانو څخه

: تيک دوهنجونې دي؟

: زيات له زياته درې نجونې دي؟

شپږم – يوه پيسه لږ تر لږه بايد څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% يوه احتمالوالي سره يو ځل ګڼ يا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څوواره بايد لږ تر لږه يو سترګيز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د90% احتمالوالي سره لږ تر لږه يو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – يو مکعب 60 واره غورځول کيږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالى ځومره لوي دى؟

: سړى تيک 10 واره 6 وغورځوي.

: سړى لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

: سړی زيات له زياته 10 واره 6 وغورځوي

. : د غورځول شوو ۶ تعداد د ۶ او ۱۲ (په شمول) ترمنځ پروتدی

: سړی له ۴ زيات او له ۱۵ لږ ۶ اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کې د سترګيو عدد ناجوړه(طاق) عدد دی.

: د30 حالتونو څخه زياتوکې د سترګيو عدد جوړه (جفت) دی.

: له 25 څخه زيات او له 35 څخه لږ ناجوړه د سترګيو عدد رامنځ ته کيږي.

ځوابونه -

د بينوميالوپشنې I
نتيجې او مفصل حلونه
نتيجې

لومړی- د برنولي-تجربه يوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتيجې لري. نتيجې بريا (رامنځ ته کېدنه) يا نابريا (نه رامنځ ته کيونه) بلل کيږي.
د پيښې يا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د يوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
يو برنولی زنځېر رامنځ ته کيږي، که برنولي –تجربه ډېرواره يو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځېر اوږدوالی راکوي، چې دا يوګونې تجربه يو په بل پسې څومره تکراريږي.
دويم –

الف – برنولي زنځير3 = n ، رامنځ ته کېدنه: 6 ، p = 1/6;
ب – د برنولي زنځير نه شته.
پ – د برنولي زنځير نه شته.
ت – د برنولي زنځير : 4 = n، رامنځ ته شوی : سپين p = 3/10 ، رامنځ ته شوی: سور p = 7/10 .
ټ- د برنولي زنځير نه شته.
ث – برنولي زنځير8 = n ، رامنځ ته شوی: عدد3، p = 0,25
ج- د برنولي زنځير، رامنځ ته شوي: 3 ، p = 0,25،

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زنځیراووړدوالی ماکسیمال 5.

دریم –

$$P(A)=P(X=3)=\frac{8}{81}\approx \underline{\underline{0{,}0988}} \qquad P(B)=P(X\geq 3)=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0{,}\bar{1}}}$$

$$P(C)=P(X\leq 1)=\frac{48}{81}\approx \underline{\underline{0{,}5926}} \qquad P(D)=P(X\leq 3)=\frac{80}{81}\approx \underline{\underline{0{,}9877}}$$

څلورم –

$$P(A)=P(X=1)=\underline{\underline{0{,}4096}};\ P(B)=P(X=0)=\underline{\underline{0{,}32768}};$$

$$;\ P(C)=P(X\geq 2)=\underline{\underline{0{,}26272}}$$

پنځم -

$$P(A)=P(X=2)\approx \underline{\underline{0{,}3747}} \qquad P(B)=P(X\leq 3)\approx \underline{\underline{0{,}9424}}$$

شپږم – سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمنان سره لږ تر لږه یو ځل عدد یا ګڼ لاس ته راوړو.

اوم- با ید مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه یو6 وغورځول شي.

اتم -

سړی تیک10 ځله 6 غورځوي	$P(A)=P(X=10)\approx 0{,}137$
سړی لږ تر لږه10 ځله 6 غورځوي	$P(B)=P(X\geq 10)\approx 0{,}554$
سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي	$P(C)=P(X\leq 10)\approx 0{,}583$
د غورځولو شپږو تعداد د6 او 12 (په شمول)تر منځ پروتدی	$P(D)=P(6\leq X\leq 12)\approx 0{,}759$
سړی له 4 زیات او له 15 لږ شپږ غورځوي.	$P(E)=P(5\leq X\leq 14)\approx 0{,}915$
د سترګیو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناجوړه دی	$P(F)=P(X\leq 24)\approx 0{,}078$
د سترګیو تعداد له 30 څخه زیاتو حالتونو کې جوړه دی.	$P(G)=P(X\geq 31)\approx 0{,}449$
له 25 څخه زیات او له 35څخه کم ناجوړه د سترګیو تعداد راوځي	$P(H)=P(26\leq X\leq 34)\approx 0{,}754$

مفصل ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نابریا (نه رامنځ ته کیونه) بلل کیږي.
د پېښې یا رامنځ ته کیدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کیدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
یو برنولی زنځیر رامنځ ته کیږي، که برنولي –تجربه ډېرواره یو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځیر اوږدوالی راکوي، چې دا یوګونې تجربه یو په بل پسې څومره تکراریږي.
بیلګه ؛ یوه سیکه 100 ځله یو په بل پسې غورځول کیږي. د سیکې غورځونه یو د برنولي تجربه ده، دوه نتیجې شته، عدد او سر(ممبرنښان). د منځ ته راتګ احتمالوالی p = 0,5 دی. دا چې د پیسې غورځونه 100 ځله تکراریږی، نو دا تجربه د برنولي زنځیر په نامه یادیږي. د دې برنولي زنځیر اوږدوالی100 = n دی.
دویم –
الف – دا دبرنولي زنځیر د n = 3 اودوالي سره دی. پیښه ۶ راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پوړۍ کې د p = 1/6 سره برابر دی.
ب- دا دبرنولي زنځیر نه دی، ځکه په هرې پوړۍ کې6 مختلفې پېښې پېښېدی شي . { 6 ; 5 ; 4 ; 3 ; 2 ;1 }. د یوه برنولي زنځېر لپاره فقط د دوه وو اجازه شته.
پ – دا د برنولي زنځیر نه دی، ځکه چې غونډاري بېرته نه اېښول کیږي او له دې سره لهپوړۍ و پوړۍ ته احتمالوالی تغیر خوري. د برنولی زنځیر لپاره احتمالوالی باید د یوه منځ ته راتګ لپاره په هره پوړۍ کې برابر وی.
ت – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي n = 4 سره. د سپین منځ ته راتګ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت p = 3/10 دی، او د سره منځ ته راتګ لپاره p = 7/10 دی.
ټ – دا د برنولي زنځیرنه دی، ځکه چې په هره پوړۍ کې درې نتیجې{ 3 ; 2 ; 1 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځیر کې به هره پوړۍ کې فقط دوه نتیجې لاس ته راتلیشي.
ث – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي n = 8 سره. د منځ ته راتګ په حیث ۳ عدد د p = 0,25 سره کره شوي. په هره پوړۍ کې احتمالوالی ثابت پاتیږي.
ج – دا د بنولي زنځېر دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د رمنځ ته کېدنې عدد ۳ کره شوی د احتمالوالي p = 0,25 سره. د زنځیر ماکسیمال اوږدوالی 5 دی.

دریم -

$$P(A)=P(X=3)=\binom{4}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1=4\cdot\frac{1}{27}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{81}\approx\underline{\underline{0{,}0988}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک ۳ واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,0988 دی.

$$P(B)=P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)$$

$$=\frac{8}{81}+\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{8}{81}+1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{8}{81}+\frac{1}{81}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0{,}\bar{1}}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راڅنځ ته کیږي،...0,1111 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X\le 1)=P(X=0)+P(X=1)$$
$$=\binom{4}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4+\binom{4}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$=1\cdot 1\cdot\frac{16}{81}+4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{27}=\frac{16}{81}+\frac{32}{81}=\frac{48}{81}\approx\underline{\underline{0,5926}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زيات له زياته يو وار ستورى رامنځ ته کيږي، 0,5926 دی.

$$P(D)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)$$
$$=1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=1-1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{81}{81}-\frac{1}{81}=\frac{80}{81}\approx\underline{\underline{0,9877}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زيات له زياته درې واره ستورى رامنځ ته کيږي، 0,5926 دی.

ځلورم - رامنځ ته کيدنه: شفتالو خټا دی. $n=5\,;\quad p=20\%\Rightarrow p=\frac{1}{5}$
:

$$P(A)=P(X=1)=\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^1\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^4=5\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{256}{625}=\frac{1280}{3125}=\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک يو شفتالو خوټا دی، 0,4096 دی.

B : ټول شفتالان روغ يا سم دي، کوم شفتالو خوټا نه دی.

$$P(B)=P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^0\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^5=1\cdot 1\cdot\frac{1024}{3125}=\underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان ټيک دي، 0,32768 دی.

$$P(C)=P(X\le 5)-P(X=1)-P(X=0)$$
$$=1-\frac{1280}{3125}-\frac{1024}{3125}=\frac{3125-1280-1024}{3125}=\frac{821}{3125}=\underline{\underline{0,26272}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوټا دي، 0,26272 دی.

پنځم –

$$P(A)=P(X=2)=\binom{4}{2}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^2\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^2=6\cdot\left(\frac{49\cdot 51}{100\cdot 100}\right)^2$$
$$=6\cdot\frac{6.245.001}{100.000.000}=\frac{37.470.006}{100.000.000}\approx\underline{\underline{0,3747}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې په فاميل کې ټيک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)=$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^0$$

$$= 1-1\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot 1 = 1-\frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000-5.764.801}{100.000.000}$$

$$= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې په کورنۍ کې زیات له زیاته درې نجونې دي، 0,9424 دی.

شپږم –

د ممبرنښان او عدد لپاره امکانات برابر دي($p = 0,5$) . برعکس پېښه چې لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان دی، چې هیڅ ځل عدد نه دی.

باور لري $P(X \geq 1) \geq 0,99$ همداسې د برعکس پېښې لپاره $P(X=1) \leq 0,01$ دی.

$$P(X=0)=\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0)\leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,01|$$

لوګارتمونه د بیلګې په توګه د ln سره.

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right)\leq \ln(0,01)|:\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(په پام کې ولرئ، چې $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ کمیز یا منفي دی)

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د99% اطمنان یا تضمین سره لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان لاس ته راوړی شو.

اوم – A : دn غورځولو سره لږ تر لږه یو6 .$p = 1/6$ $E = \{ 1; 2 ; 3 ; ... n \}$

دA برعکس پېښه ده: دn غورځول سره نه 6 یا 6 نه .

د لاندې الماني پښتو: لوګارتمونه، بڼه بذلون

$$P(A) = 1-P(\overline{A}) = 1-\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$P(A)\geq 0,9 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9|-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 ||$$

لوګاریتم یې ونیسئ

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0,1) |$$

بنه بدل کړئ

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1) | : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \qquad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,6$$

سړی باید 13 ځله وغورځوي، چې د یوه لږ ترلږه 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یوځل شپږ وغورځوي.

اتم – د n=60 او P=1/6 لپاره کومولیر یا سره راټول شوې بینوموېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,984	20	1,000
17	0,993	21	1,000
18	0,997	22	1,000
19	0,999	23	1,000

سړی ټیک 10 ځله 6 غورځوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0,583 - 0,446 = 0,137$$

سړی لږ ترلږه 10 ځله 6 غورځوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0,446 = 0,554$$

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول لوستل کیږي.

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول خخه دلوستل کیږی.

د غورځول شوو شپږ تعدادد ۶ او ۱۲ په شمول ترمنځ کې پروت دی.

$$P(D) = P(6 \le X \le 12) = P(X \le 12) - P(X \le 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$$

: سړی له ۴ کم او له ۱۵ زیات ۶ غورځوي.

$$P(E) = P(5 \le X \le 14) = P(X \le 14) - P(X \le 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$$

: د 25حالتون څخه زیاتو کې د سترګیو عدد ناجوړه (طاق) دی.

$P(F) = P(X \le 24) = 0,078$ له جدول لوستل شوی.

: د30 حالتو څخه زیاتو کې د سترګی عدد جوړه دی.

$$P(G) = P(X \ge 31) = 1 - P(X \le 30) = 1 - 0,551 = 0,449$$

: له ۲۵ څخه زیات او له ۳۵ څخه لږ د سترګیو عدد رامنځ ته کیږي.

$$P(H) = P(26 \le X \le 34) = P(X \le 34) - P(X \le 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$$

پوښتنې

بینومیال وېشنه II

لومړی – یوه کورنی ۶کوچنیان لري. دیوې نجلۍ زیږېدنې لپاره احتمالوالی $p = 0,5$ دی.

د دې لپاره احتمالوالی وشمیری، چې د ۶ کوچنیانو ترمنځ 6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوګرام وکاږئ.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

: د کوچنیان نټیکنیمایي نجونې دي.

: د کوچنیان زیات له زیاته نیمايي نجونې دي.

: د کوچنیان لږ تر لګه نیمايي نجونې دي.

دویم –

سیکه ۵ ځله غورځول کیږي. P دلته 0,5 ده.

الف – د X تصادفي واریابلې یا اووښتونې د احتمالوالي وېشنه وټاکئ: د ممبرنښان تعداد.

ب – د کوم احتمالوالي سره سړی غورځوي

(۱) زیات له زیاته ۳ ځله ممبرنښان؟

(۲) له ۳ ځله کم ممبرنښان؟

(۳) لږتر لږه یو ۳ ځله ممبرنښان؟

(۴)زیات له یو ځله ممبرنښان؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم - یوه سیکه 20 ځله ورځول کیږي
الف – د بینومیالوېشني هیستوګرام وکاږی.
ب – دلاندې پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کیږي.
(1) ټیک ۱۰ځله ممبرنښان.
(2) زیات له زیاته ۱۵ ځله ممبرنښان.
(3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنښان.
(4) لو تر لږه ۶ ځله اوزیات له زیاته ۱۶ ځله ممبرنښان.
پ- د کمولر شوي احتمالوالي وېشني هیستګرام وکاږی.
څلورم –
یو Multiple- Choice- Test له 50پوښتنو او ۵ ځوابونو څخه جوړدی، چي له هغو د هر یوه لپاره ټیک یو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترګو لید له لارې توکلي لاندې د پوښتني سمې ځواب کړي؟
الف – له ۲۰ زیاتې پوښتني.
ب – لږ تر لږه ۱۰ او زیات له زیاته ۲۰ پوښتني
پ – له لسو پوښتنو کم.
ت – ټیک ۱۵ پوښتنې.

د هرې پوښتني سره دپیښیدني احتمالوالی $1/5 = 0{,}2$ دی، دا چي دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې یوې سره شته دی، کیدی شي دا عملیه د ۵۰ پوړیزې برنولي ازماېښت په څیرو ګڼل شي.	د $n = 50$ او $p = 0{,}2$ سره راوتنه د کمولیرشوي برنولي وېشنه باید مرستې په څېر استعمال شي. .

k	9	10	11	14	15
$P(X \le k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \le k)$	0,986	0,999	1	1	1

ځوابونه

د بینوموېشنه II
مفصل ځوابونه . لومړی –
دا پرابلم د ۶ –پوړیز ې برنولي –تجربې په څیر کیدی شي رواړل شي د $n = 6$ او $p = 0{,}5$ سره .
غوښتونی$P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

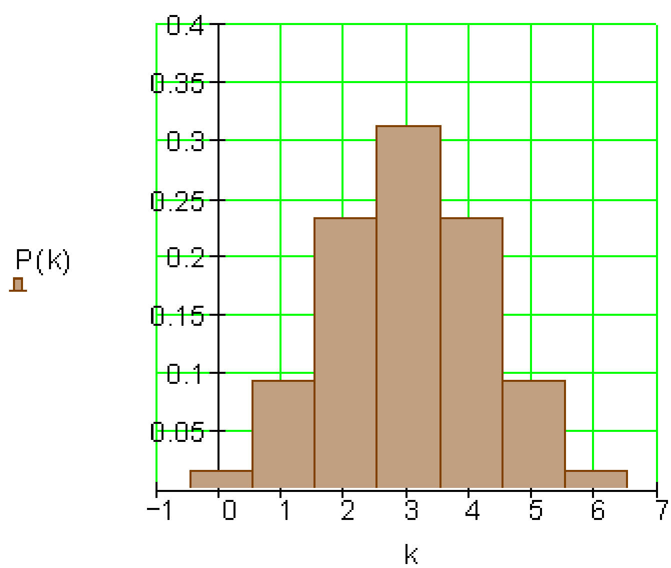
$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام



:

$$P(A)=P(X=3)=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنيانو ښځه ټيک درې نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0{,}65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجونې دي
:

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0{,}65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجونې دي

دویم – دا پرابلم د 5 –پوړیز ې برنولي –تجربې په څیر رواړل شي د $n = 5$ او $p = 0{,}5$ سره الف - غوښتونی$P(X = k)$ د 5 $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$لپاره

k	$P(X=k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot4}{2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0{,}8125}}$$

(2)

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دري واره کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X<3)=\frac{1}{32}+\frac{5}{32}+\frac{10}{32}=\frac{16}{32}=\underline{\underline{0,5}}$$

(۳) لږ تر لږه یو واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X\geq 1)=\frac{5}{32}+\frac{10}{32}+\frac{10}{32}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\frac{31}{32}=\underline{\underline{0,96875}}$$

(4)

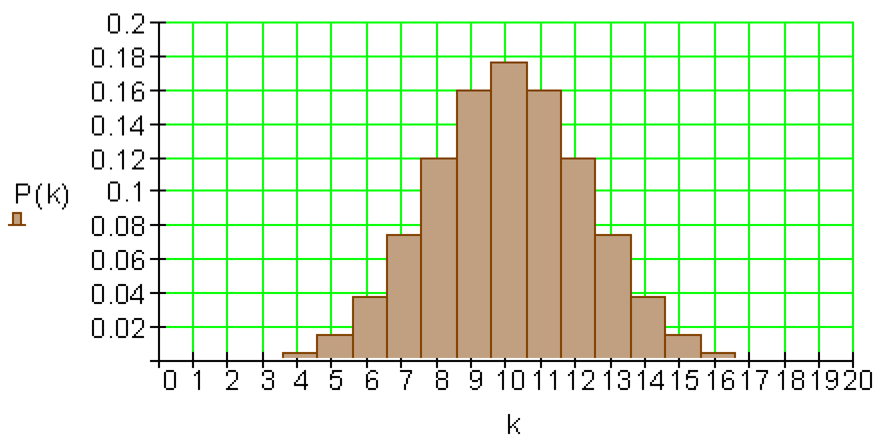
له یو وار زیات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X>1)=\frac{10}{32}+\frac{10}{32}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\frac{26}{32}=\underline{\underline{0,8125}}$$

دریم –

الف –

د $n = 20$ او $p = 0,5$ لپاره د بېنوموېشني هیستوګرام



ب –

(۱) احتمالوالی $P(X = 10)$ کېدی شي له جدل یا همداسې له هیستوګرام څخه ولوستل شي.

د پیښې 10 واره ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی: $P(X=10)\sim 0,176$

(۲) د پېښې لپاره احتمالوالی

E : زیات له زیاته ۱۵ واره ممبرنښان، نهشي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احامالوالي د جدول باید سره جمعه شوي وي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + \ldots + P(X = 15)$$

که یو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تیار جمعه شوی وي، یعنې اکومولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X\le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588

k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0
$P(X\le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1

یادونه : د $k < 3$ لپاره کومولیري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسي د $k < 20$ لپاره هم 1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیرېږي، داسې چې په زیاتو حالتونو کې د عملي شمېرنې لپاره د جدول راکړدشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنادی $P(X\le 15)\approx \underline{\underline{0,994}}$

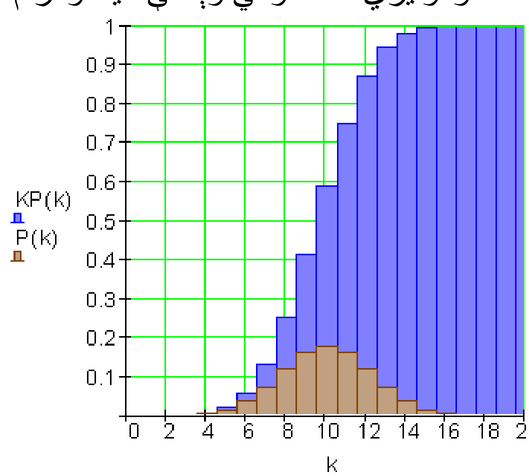
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X\ge 7)=P(X=20)-P(X\le 6)\approx 1-0,058=\underline{\underline{0,942}}$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6,7,\ldots 16)=P(X\le 16)-P(X\le 5)\approx 0,999-0,021=\underline{\underline{0,978}}$$

پ – د کومولیري احتمالوالي وېشنې هیستوګرام



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلېږم –

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 20 پوښتنو زياتي سمي ځواب شي له 0,001 (0,1%)څخه کوچنی دی.

ب – $P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,565}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له لږ تر لږه 10 او زيات لهزياته 20 پوښتنو سمي ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

پ – $P(X \leq 9) = 0,444$ له جدول څخه سيده لوستل کيږي

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 10 پوښتنو کم سمي ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

ت - $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = \underline{\underline{0,03}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي ټيک 15 پوښتنو سمي ځواب شي 0,03 (3%). دی

پوښتنې
بېنوموېشنه III

لومړی –

يوه سيکه 100 واره غورځول کيږي. د ممبرنښان او عدد هر يوه لپاره احتمالوالی p = 0,5 دی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی و شمېرئ.

: ټيک52 ځله ممبرنښان غورځول کيږي..

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان غورځول کيږي.

: لږ ترلږه 38 ځله او زيات له زياته 56 ځله ممبرنښان غورځول کيږي

:له 45ځله کم ممبرنښان ورځول کيږي.

: لږ تر لږه 40 ځله او زيات له زياته 60 ځله ممبرنښان غورځول کيږی.

: له 47 ځله زيات ممبرنښان غورځول کيږي.

: لږ ترلږه 45ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبرنښان غورځول کيږي.

: ټيک 50 ځله عدد يا ګڼ غورځول کيږي.

دويم – په المان کې په 50% ټولو کورنيو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره تصادفي 100 کورنۍ ټاکل کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وټاکئ:

: له 60 کورنيو کمو کې دوه موټر شتون لري.

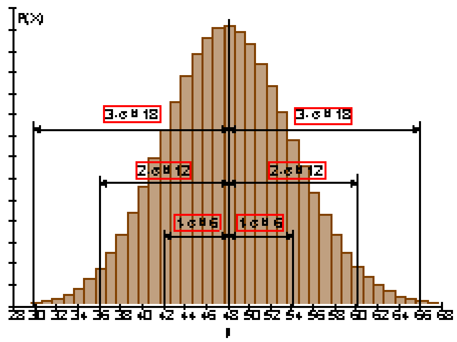
: په ټيک 60 کورنيو کې دوه موټر شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: له 40 کورنيو څخه زياتو کې دوه موټر شتون لري
: لږ تر لږه 40 او زيات له زياته 60 کورنيو کې دوه موټر شتونلري.
دريم – لاندې ګرافيک د بينوم وېشنه د مختلفو سيګما – چاپېريال سره ښايي

الف –
د انتظار يا اټکل ارزښت او معياري تغير و شمېرې
ب –
د لاندې سيګما-چاپيريال لپاره احتمالوالی وشمېرې.

$$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma)$$
$$P(\mu-2\sigma \le X \le \mu+2\sigma)$$
$$P(\mu-3\sigma \le X \le \mu+3\sigma)$$



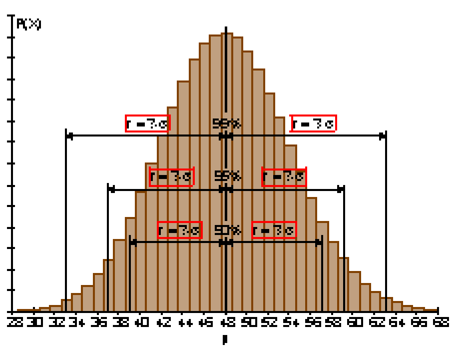
د بينوميالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره .

څلورم – لاندې ګرافيک يو بينوميال وېش ښايي په مختلفو په سلو کې چاپيريال وړانګو سره .

هره وړاکه څومره لويه ده، چې يوه95% ,90% همداسې99% چاپيريال پورې اړه ولري.؟

چاپيريال د سيګما واحد يا يوون سره افاده کړی.

$$\frac{r}{\sigma} = z \Rightarrow r = z \cdot \sigma$$



د بينوميالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره

ځوابونه (حلونه يا اوبيوني)

بينوموېشنه III

مفصل ځوبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی -

دn=100 او p=0,5 لپاره کموليري بينوميال ــوېشنه.

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: ټيک 52 ځله ممبرنښان {100 ,..... ,51, 52, 53......, 0}

$$P(A)=P(X=52)=P(X\leq 52)-P(X\leq 51)=0,691-0,618=\underline{\underline{0,073}}$$

د دې لباره احتمالوالی،چې ټيک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان {100 ,..... ,42, 43, 44, 45,..... ,0}

$$P(B)=P(X\geq 43)=P(X\leq 100)-P(X\leq 42)=1-0,067=\underline{\underline{0,933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر وغورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زيات له زياته 56 ممبرنښان ,57 ,56 ,... ,38 ,37,..... ,0}
{100 ,.....

$$P(C)=P(38\leq X\leq 56)=P(X\leq 56)-P(X\leq 37)=0,903-0,006=\underline{\underline{0,897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله اوزيات له زياته 56 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان {100 ,..... ,46 ,45 ,44 ,... ,1 ,0}

$$P(D)=P(X\leq 44)=\underline{\underline{0,136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زيات له زياته 60 ځله ممبرنښان ,60 ,... ,40 ,39 ,..... ,0}
{100 ,..... ,61

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(E)=P(40\le X\le 60)=P(X\le 60)-P(X\le 39)=0{,}982-0{,}018=\underline{\underline{0{,}964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,964 دی.

: له 47 ځله زیات ممبرنښان {100 ,..... ,50 ,49 ,48 ,47,.....,0}

$$P(F)=P(X>47)=P(X\ge 48)=P(X\le 100)-P(X\le 47)=1-0{,}309=\underline{\underline{0{,}691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47ځله خخه زیات ممبرنښان وغورځول شي 0,691 دی..

: لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنښان ,55 ,...,45 ,44,.....,0} 56, ..., 100}

$$P(G)=P(45\le X\le 55)=P(X\le 55)-P(X\le 44)=0{,}864-0{,}136=\underline{\underline{0{,}728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبر نښان وغورځول شي 0,728 دی.

: ټیک 50 ځله ممبرنښان {100 ,..... ,51 ,50 ,49...... ,0}

$$P(H)=P(X=50)=P(X\le 50)-P(X\le 49)=0{,}540-0{,}460=\underline{\underline{0{,}08}}.$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک 50 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,08 دی.

دویم – له 60کورنیو څخه کمو کې دوه موټر شتون لري{100 ,... ,60 ,59 ,... ,1 ,0}

$$P(A)=P(X\le 59)=\underline{\underline{0{,}972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې د 60څخه کمو کورنیوکې دوه موټر ي 0,972 دی.

:په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري {100 ,..... ,61 ,60 ,59...... ,0}
د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک شپېته کورنیو دو موټرشتون لري 0,01 دی.

: له څلوېښت کورنیو څخه زیاتو کې دوه موټر شتون لري. ,... ,42 ,41 ,40,.....,0} 100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X>40)=P(X\geq 41)=P(X\leq 100)-P(X\leq 40)=1-0,028=\underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک څلوېښت کورنیو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

: لږ تر لږه په څلوېښت کور نیو کې او زیات له زیاته په شپېته کورنیو کې دوه موټره شتون لري.

{0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

$$P(E)=P(40\leq X\leq 60)=P(X\leq 60)-P(X\leq 39)=0,982-0,018=\underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې لږ ترلږه ۴۰ او زیات له زیاته ۶۰ کورنیو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دریم - الف – د n=200 او p=0,24 لپاره بېنومیال وېشنه .

ګومان ارزښت:μ=n.p=200.0,24=48

معیاري تغیر : $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0,24\cdot 0,76}\approx\underline{\underline{6,04}}$

ب – د ساده سیګما –چاپېریال احتمالوالی

د ټاکنو دی: $P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)$

د μ=48او $\sigma\approx 6$، سره لرو $\mu-\sigma\approx 48-6=42$ او $\mu+\sigma\approx 48+6=54$

او له دې سره

$$P(42\leq X\leq 54)=P(X\leq 54)-P(X\leq 41)=0,859-0,140=0,719$$

د یو ه احتمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال پروت دی. دا ساده سیګما- چاپېریال د انتظار ارزښت به کوته کوي.

د یوه نږدې 0,719 (71,9%) احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انتروال .[54 ; 42] کې پروت دی. دا نږدې د سیګما – چاپېریال ساده انتظار ارزښت په ګوته کونه ده .

د ډبل سیګما-چاپېریال احتمالوالی.

ټاکل کیږي: $P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)$

د μ=48 او $\sigma\approx 6$ سره لرو $\mu-2\sigma\approx 48-12=36$ او $\mu+2\sigma\approx 48+12=60$ لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې (%96,2) 0,962 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [60 ; 36] کې پروت دی. دا نږدې د سيګما-چاپېريال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د دريواره سيګما-چاپيريال احتمالوالی

د ټاکلو دی : $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د $\mu=48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$ او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$.

او له دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 30) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د نږدې (%99,7) 0,997 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [66 ; 30] کې پروت دی. دا د انتظارارزښت د سيګما – چاپېريال درې برابره دی.

ځلورم –

که د بينوميال وېشنې جدول لپاره يو کموليز شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوټې بندولو له لارې ځواب کړو.

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوميال کموليزي يا راټوله وېشنه.

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د $r = 10$ سره د 90% احتمالوالي لپاره تکیه ټکي

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتني وړانګه د9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بینومیال وېشنه یوه سیده وېشنه ده، باید سرې د وړانګې لپاره پرېکړه(فیصله) وکړي، هغه چې د غوښتلي احتمالوالي ته نزدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. کا دا یرزښت د سیګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما څو برابره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,49\,\sigma}}$$

په یوه $1,49\sigma$ چاپېریال کې نږدې 88,5% ټولې برياوې پرتې دي.

د95% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې $r = 12$ سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتلې وړانګه د11 او 12 ارزښتونوترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ د غوښتونو احتمال سره پسې پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\,\sigma}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه $1,82\sigma$ چاپېريال کې نږدې 94,3% ټولې برياوې پرتې دي.

د99% لپاره په احتمالوالی تکيه کوو، د وړانګې r = 14 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0{,}990 - 0{,}007 = 0{,}983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0{,}994 - 0{,}004 = 0{,}99$

غوښتونکې وړانګه r = 15 ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6{,}04} \approx 2{,}48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2{,}48\sigma}}$$

په يوه $2{,}48\sigma$ چاپېريال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

پوښتنې

بينوميالوېشنه IV

د چاپېريال احتمالوالي شمېرنه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوړيزې برنولی-تجربې دي

لومړی – لاندې احتمالوالي وشميرئ.

الف – n=160 او p=0,45 لرو و ټاکئ$P(X \ge 76)$

ب - n=200 او p=0,63 لرو و ټاکئ$P(X \le 110)$

پ – n=250 او p=,26 لرو و ټاکئ$P(X<60)$

دويم – د انتظار ارزښت %95- چاپېريال وټاکئ. په لاندې کې الماني د او په معنا ده.

الف - $n = 150 \text{ und } p = 0{,}28$ ب - $n = 250 \text{ und } p = 0{,}7$

پ - $n = 392 \text{ und } p = 0{,}5$

دريم – لاندې د چاپېريال احتمالوالی و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – $n = 200$ او $p = 0,37$ وټاکې $P(64 \le X \le 84)$

ب – $n = 300$ او $p = 0,74$ وټاکئ

$P(210 \le X \le 234)$

پ – $n = 400$ او $p = 0,17$ وټاکئ، $P(60 \le X \le 76)$

ت – $n = 1000$ او $p = 0,28$ وټاکئ، $P(270 \le X \le 290)$

څلورم – د لاندې اسیومتري چاپیریال احتمالوالی وټاکی:

الف - $n = 160$ او $p = 0,35$ وټاکئ، $P(50 \le X \le 60)$

ب – $n = 250$ او $p = 0,62$ وټاکئ، $P(150 \le X \le 165)$

پ – $n = 270$ او $p = \frac{5}{6}$ وټاکئ $P(221 \le X \le 240)$

پنځم - یوه سترګې یا سترګیز مکعب 600 واره غورځول کیږي(پیښه عدد 6 ، p = 1/6).

د کوم احتمالوالي سره د بریا تعداد یا ګڼون (د سترګیو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول)ترمنځ پروت دی؟

شپږم – یوه پیسه 250 واره یا ځله غورځول کیږي. لاندې احتمالوالي وټاکئ.

الف – له 120 څخه زیات ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

ب - له 128 څخه کم ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

پ – لو تر لږه 115او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان راوځي.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بينوم وېشنهIV

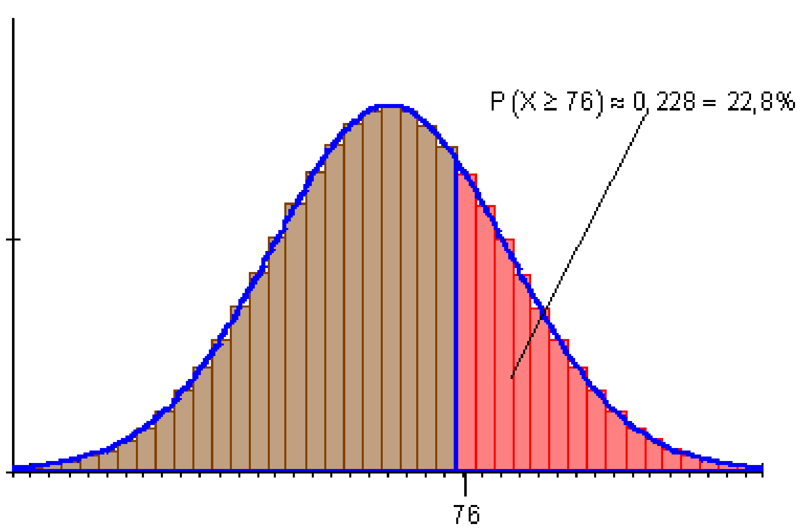
د چاپيريال احتمالوالي شميرنه

د بينوم وېشني لپاره شميرمرستي سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړی-   الف –

$$n = 160 \qquad p = 0,45 \qquad P(X \geq 76)$$
$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,45 = 72$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0,55} = \sqrt{39,6} \approx 6,293 > 3$$
$$[\ldots\{69\ldots72\ldots75\}\{76\ldots160\}]$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}\left[1 - P(69 \leq X \leq 75)\right]$$
$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68,5 \leq X \leq 75,5)$$
$$r = 3,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{6,293} \Rightarrow r \approx 0,56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,56$$
$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0,425$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0,425] \approx \underline{\underline{0,288}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$n = 200 \qquad p = 0,63 \qquad P(X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

$$[\{0 \ldots 110\}\{111 \ldots 126 \ldots 141\} \ldots]$$

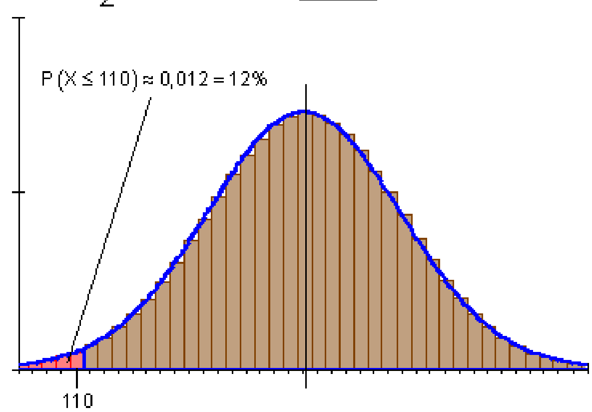
$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}\left[1 - P(111 \le X \le 141)\right]$$

$$P(111 \le X \le 141) = P(110,5 \le X \le 141,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$$

$$P(111 \le X \le 141) \approx 0,977$$

$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}[1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$$



پ -

$$n = 250 \qquad p = 0,26 \qquad P(X < 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$$

$$[\{0 \ldots 59\}\{60 \ldots 65 \ldots 70\} \ldots]$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}\left[1 - P(60 \le X \le 70)\right]$$

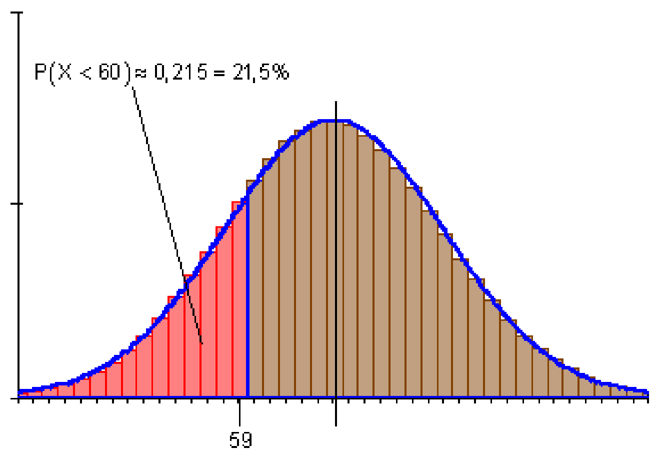
$$P(60 \le X \le 70) = P(59,5 \le X \le 70,5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{6{,}935} \Rightarrow r \approx 0{,}79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}79$$

$$P(60 \le X \le 70) \approx 0{,}570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}570] \approx \underline{\underline{0{,}215}}$$



دويم -

الف – لاندې الماني: چاپيريال

$$n = 150 \qquad p = 0{,}28$$
$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}28 = 42$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0{,}72} = \sqrt{30{,}24} \approx 5{,}499 > 3$$
$$95\% - \text{Umgebung}: [\ldots\{?\ldots 42 \ldots ?\}\ldots]$$
$$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 5{,}499 \approx 10{,}778$$
$$\mu - r = 42 - 10{,}778 \approx 31{,}22$$
$$\mu + r = 42 + 10{,}778 \approx 52{,}78$$

د ګردوني لپاره پام کونه:

بايد 95% چاپيريال د انتظار ارزښت ته سيومتري پروت وي.بلده ګردونه، به دا انتروال [31...53] د پام لاندې نيسو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا به د ق(۱۱ یوه وړانګه وي. له دې سره به وي$P(31 \leq X \leq 53) > 0,95$.

د $r=10$ تاکني سره به وي$P(32 \leq X \leq 52) < 0,95$ وي.

زيات وخت دپوښتني کولو لپاره ډول ځخه رامنځ ته کيږي، چې ځنګه راګرديږي.

په هر حالت بايد د ټاکلي چاپريال ريښتونی احتمالوالی وټاکل شي.

$$P(31 \leq X \leq 53) = P(30{,}5 \leq X \leq 53{,}5) \Rightarrow r = 11{,}5$$

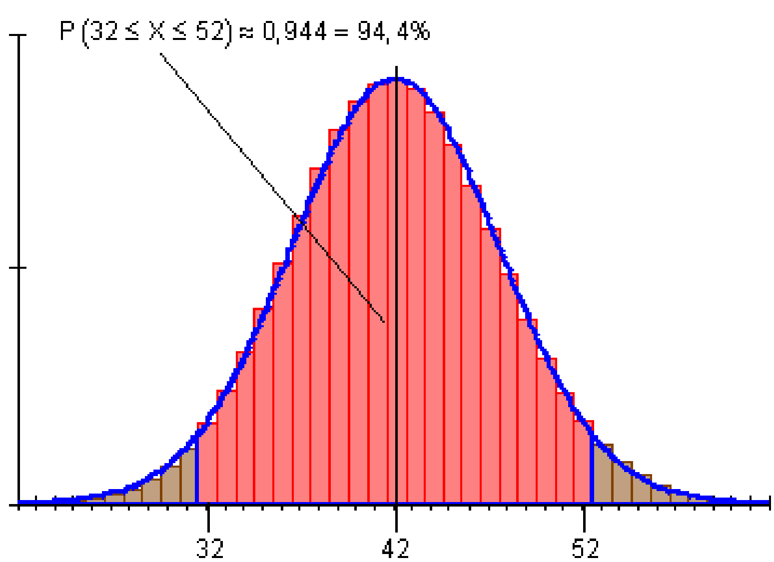
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 2{,}09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}09$$

$$P(31 \leq X \leq 53) \approx \underline{\underline{0{,}963}}$$

$$P(32 \leq X \leq 52) = P(31{,}5 \leq X \leq 52{,}5) \Rightarrow r = 10{,}5$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 1{,}91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}91$$

$$P(32 \leq X \leq 52) \approx \underline{\underline{0{,}944}}$$



ب

$$n = 250 \qquad p = 0{,}7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}7 = 175$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0{,}3} = \sqrt{52{,}5} \approx 7{,}246 > 3$$

· 95% چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots 175 \ldots ?\}\ldots]$

$$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 7{,}246 \approx 14{,}2$$

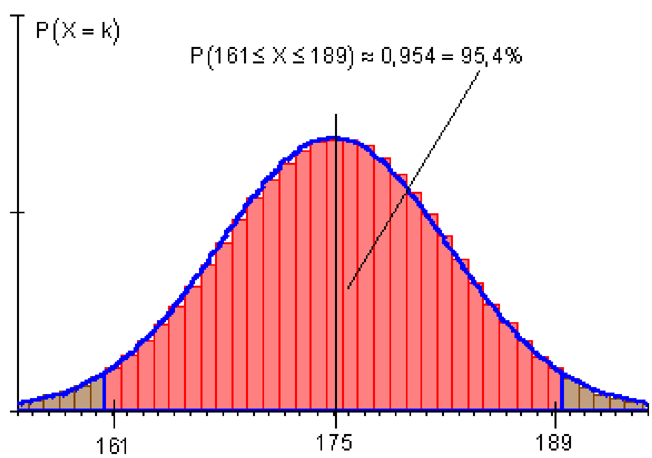
$\mu - r = 175 - 14{,}2 \approx 160{,}8$ تاکنه 161

$\mu + r = 175 + 14{,}2 \approx 189{,}2$ تاکنه یا انتخاب: 189

$$P(161 \le X \le 189) = P(160{,}5 \le X \le 189{,}5)$$

$$r = 14{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14{,}5}{7{,}246} \Rightarrow r \approx 2{,}00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}00$$

$$P(161 \le X \le 189) \approx \underline{\underline{0{,}954}}$$



پ –

$$n = 392 \qquad p = 0{,}5$$

$$\mu = n \cdot p = 382 \cdot 0{,}5 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0{,}5} = \sqrt{98} \approx 9{,}899 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

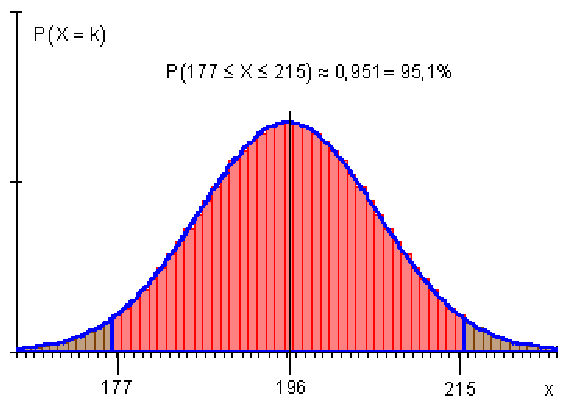
$[\ldots\{?\ldots196\ldots?\}\ldots]$:چاپیریال- 95%

$z = 1{,}96 \qquad r = z\cdot\sigma = 1{,}96\cdot 9{,}899 \approx 19{,}40$

177 تاکنه $\mu - r = 196 - 19{,}4 \approx 176{,}6$

215 :تاکنه $\mu + r = 196 + 19{,}4 \approx 215{,}4$

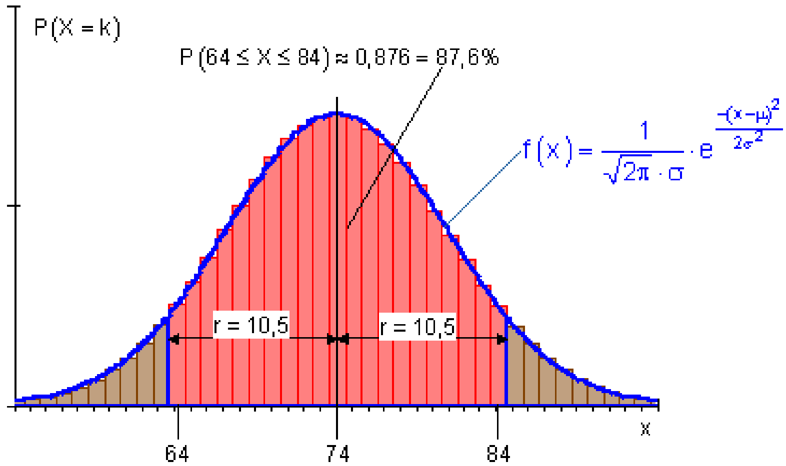
$$P(177 \le X \le 215) = P(176{,}5 \le X \le 215{,}5)$$
$$r = 19{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19{,}5}{9{,}899} \Rightarrow r \approx 1{,}97\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}97$$
$$P(177 \le X \le 215) \approx \underline{\underline{0{,}951}}$$



دریم – الف-

$n = 200 \qquad p = 0{,}37 \qquad P(64 \le X \le 84)$
$\mu = n\cdot p = 200\cdot 0{,}37 = 74$
$\sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{74\cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$
$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$
$P(64 \le X \le 84) = P(63{,}5 \le X \le 84{,}5)$
$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{6{,}828} \Rightarrow r \approx 1{,}54\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}54$
$P(64 \le X \le 84) \approx \underline{\underline{0{,}876}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$n = 300 \qquad p = 0,74 \qquad P(210 \le X \le 234)$

$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,74 = 222$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0,26} = \sqrt{57,72} \approx 7,597 > 3$

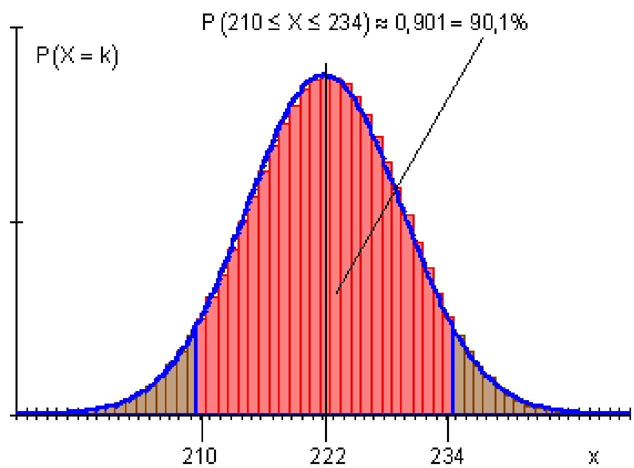
$[\ldots\{210\ldots 222\ldots 234\}\ldots]$

$P(210 \le X \le 234) = P(209,5 \le X \le 234,5)$

$r = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{7,597} \Rightarrow r \approx 1,65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,65$

$P(210 \le X \le 234) \approx \underline{\underline{0,901}}$

ب –



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 400 \qquad p = 0{,}17 \qquad P(60 \le X \le 76)$$

$$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0{,}17 = 68$$

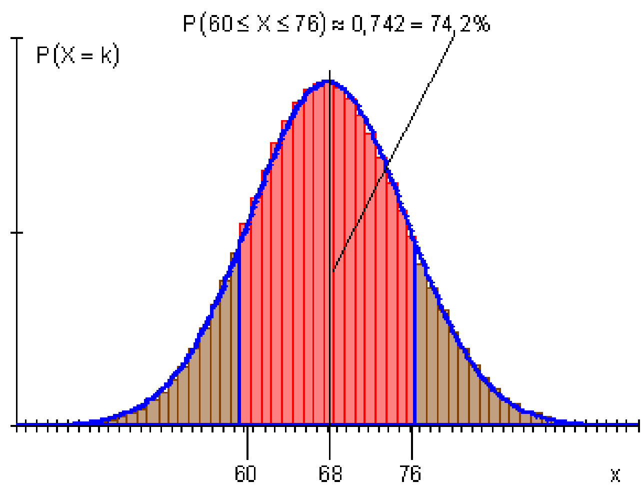
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0{,}83} = \sqrt{56{,}44} \approx 7{,}513 > 3$$

$$[\ldots\{60\ldots68\ldots76\}\ldots]$$

$$P(60 \le X \le 76) = P(59{,}5 \le X \le 76{,}5)$$

$$r = 8{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{8{,}5}{7{,}513} \Rightarrow r \approx 1{,}13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}13$$

$$P(60 \le X \le 76) \approx \underline{\underline{0{,}742}}$$



ت -

$$n = 1000 \qquad p = 0{,}28 \qquad P(270 \le X \le 290)$$

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}28 = 280$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0{,}72} = \sqrt{201{,}6} \approx 14{,}199 > 3$$

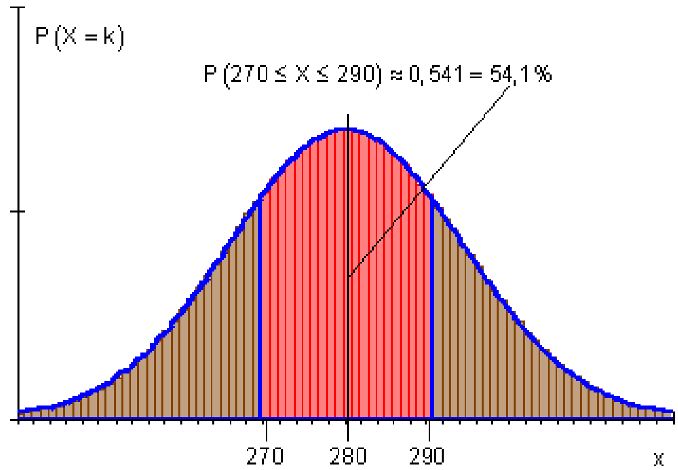
$$[\ldots\{270\ldots280\ldots290\}\ldots]$$

$$P(270 \le X \le 290) = P(269{,}5 \le X \le 290{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{14{,}199} \Rightarrow r \approx 0{,}74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}74$$

$$P(270 \le X \le 290) \approx \underline{\underline{0{,}541}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځلورم –

الف –

$$n = 160 \qquad p = 0,35 \qquad P(50 \le X \le 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,35 = 56$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0,65} = \sqrt{36,4} \approx 6,033 > 3$$

$$[\ldots\{50,51\}\ \{52\ldots56\ldots60\}\{61,62\}\ldots]$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}\left[P(50 \le X \le 62) + P(52 \le X \le 60)\right]$$

$$P(50 \le X \le 62) = P(49,5 \le X \le 62,5)$$

$$r = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 1,08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,08$$

$$P(50 \le X \le 62) \approx 0,720$$

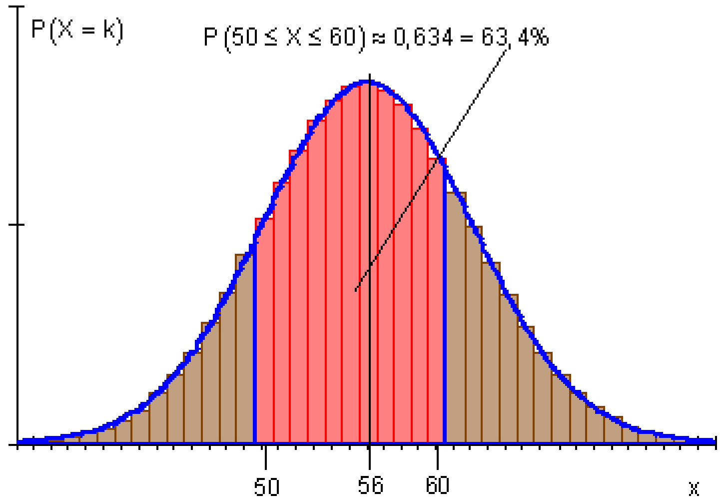
$$P(52 \le X \le 60) = P(51,5 \le X \le 60,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 0,75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,75$$

$$P(52 \le X \le 60) \approx 0,547$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}(0,720 + 0,547) \approx \underline{\underline{0,634}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب –

$n = 250 \qquad p = 0,62 \qquad P(150 \le X \le 165)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,62 = 155$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0,38} = \sqrt{58,9} \approx 7,675 > 3$

$[\ldots\{145\ldots149\}\ \{150\ldots155\ldots160\}\ \{161\ldots165\}\ldots]$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}\left[P(145 \le X \le 165) + P(150 \le X \le 160)\right]$$

$$P(145 \le X \le 165) = P(144,5 \le X \le 165,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 1,37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,37$$

$$P(145 \le X \le 165) \approx 0,829$$

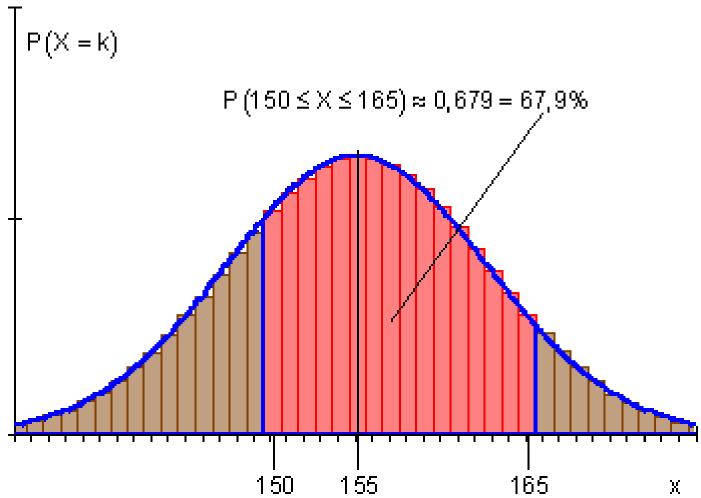
$$P(150 \le X \le 160) = P(149,5 \le X \le 160,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 0,72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,72$$

$$P(150 \le X \le 160) \approx 0,528$$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}(0,829 + 0,528) \approx \underline{\underline{0,679}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ –

$$n = 270 \qquad p = \frac{5}{6} \qquad P(221 \le X \le 240)$$

$$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3$$

$$[\ldots\{210\ldots220\}\ \{221\ldots225\ldots229\}\ \{230\ \ldots240\}\ldots]$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}\left[P(210 \le X \le 240) + P(221 \le X \le 229)\right]$$

$$P(210 \le X \le 240) = P(209{,}5 \le X \le 240{,}5)$$

$$r = 15{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{6{,}124} \Rightarrow r \approx 2{,}53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}53$$

$$P(210 \le X \le 240) \approx 0{,}989$$

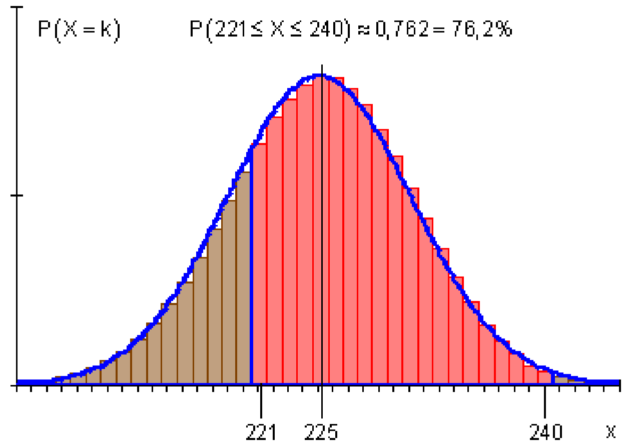
$$P(221 \le X \le 229) = P(220{,}5 \le X \le 229{,}5)$$

$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{6{,}124} \Rightarrow r \approx 0{,}73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}73$$

$$P(221 \le X \le 229) \approx 0{,}535$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}(0{,}989 + 0{,}535) \approx \underline{\underline{0{,}762}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$n = 600 \qquad p = 1/6 \qquad P(90 \le X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,\overline{3}} \approx 9,129 > 3$$

$$[\ldots\{90\ldots100\ldots110\}\ldots]$$

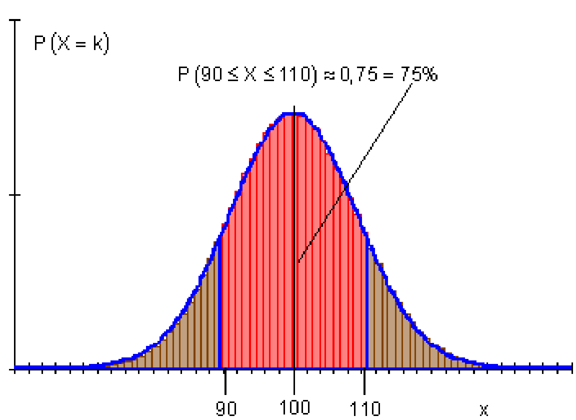
$$P(90 \le X \le 110) = P(89,5 \le X \le 110,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$$

$$P(90 \le X \le 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$$

پنځم –

د سیکې 600 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 90 - ځله او زیات له زیاته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750دی.



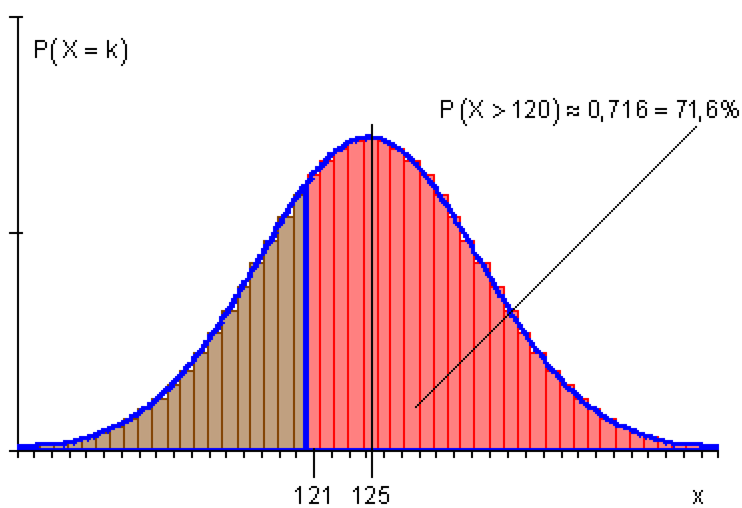
(c) ketabton.com: The Digital Library

شېړم –

الف -

$$n = 250 \qquad p = 0,5 \qquad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$
$$[\ldots\{121\ldots125\ldots129\}\{130\ldots250\}]$$
$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2}\left[1 + P(121 \leq X \leq 129)\right]$$
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120,5 \leq X \leq 129,5)$$
$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,57$$
$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0,431$$
$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2}[1 + 0,431] \approx \underline{\underline{0,716}}$$

د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي له 120 زیات ممبر نښان لاس ته راوړو 0,716 دی

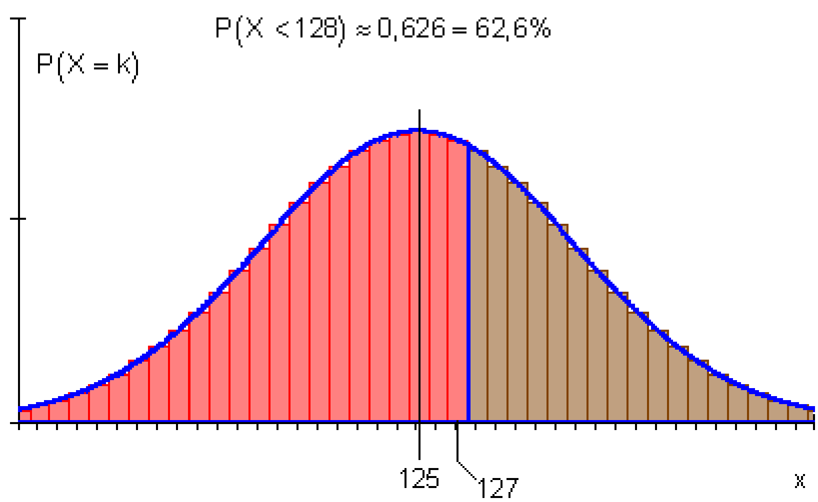


(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X < 128) = P(X \le 127)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$
$$[\{0 \ldots 122\}\{123 \ldots 125 \ldots 127\} \ldots]$$
$$P(X \le 127) = \frac{1}{2}[1 + P(123 \le X \le 127)]$$
$$P(123 \le X \le 127) = P(122{,}5 \le X \le 127{,}5)$$
$$r = 2{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}32$$
$$P(123 \le X \le 127) \approx 0{,}251$$
$$P(X < 128) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}251] \approx \underline{\underline{0{,}626}}$$

د سیکې 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 128 کم ممبر نبنان لاس ته راوړو 0,626 دی.



پ –

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(115 \le X \le 135)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$

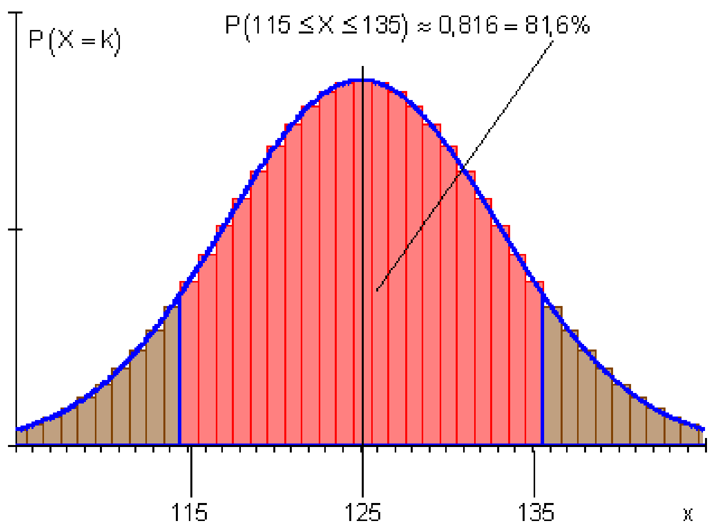
$$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$$

$$P(115 \le X \le 135) = P(114,5 \le X \le 135,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 1,33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,33$$

$$P(115 \le X \le 135) \approx \underline{\underline{0,816}}$$

د سيكي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي لږ تر لږه 115 او زيات له زياته 135 ځله ممبرنښان لاس ته راوړو0,816 دی.



دولسم - انتظار ارزښت

او معياري په ځنګ کيدنې

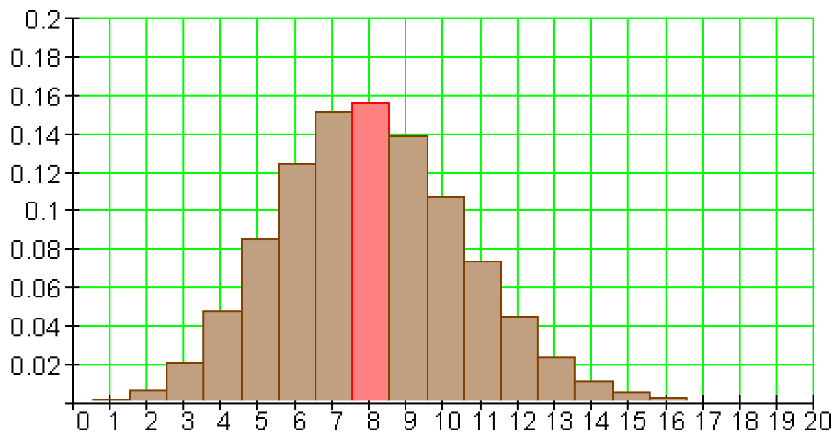
بينوميال وېشل شوې تصادفي لويه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیال وېشنې بیلګه د_ n = 40   او p متحولې لپاره

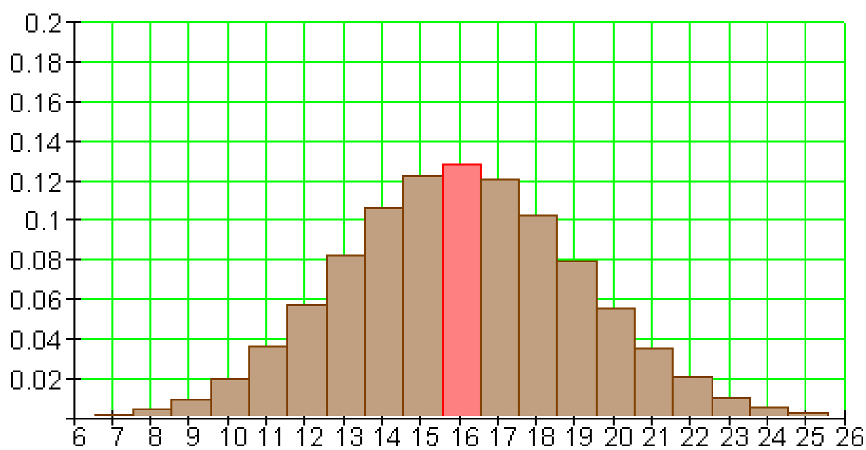
که یوه برنولي تجربه ، د رامنځ ته کیدني احتمالوالی يې p = 0,2 دی، n = 40   ځله تکرار شي، نو په منځني حالت د ۸ ګڼتې انتظار باسو.

د بینومیال – وېشنه د n = 40 او p = 0,2 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګڼتې احتمالوالی p = 0,4 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د ۱۶ ګڼتو(دا داسې دی، لکه چې د لاتري راوتنو) انتظار شته.

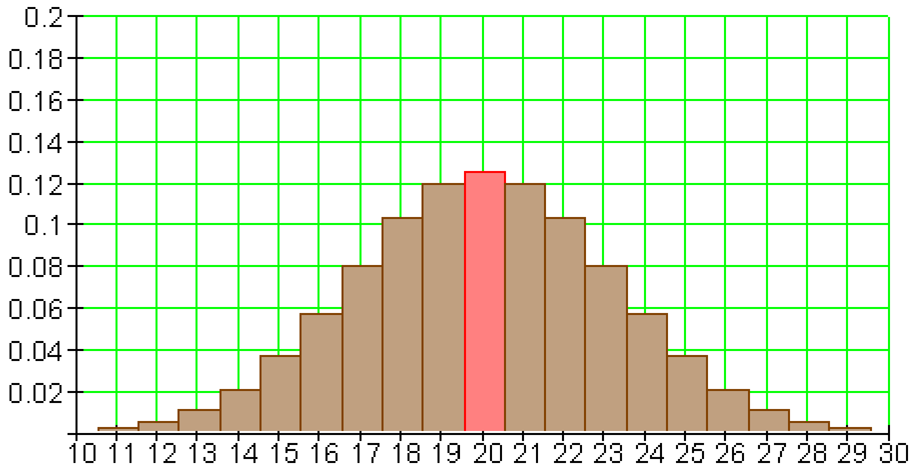
د بینومیالوېشنه د n = 40 او p = 0,4 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګڼتې احتمالوالی p = 0,5 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 20 ګڼتو انتظار شته

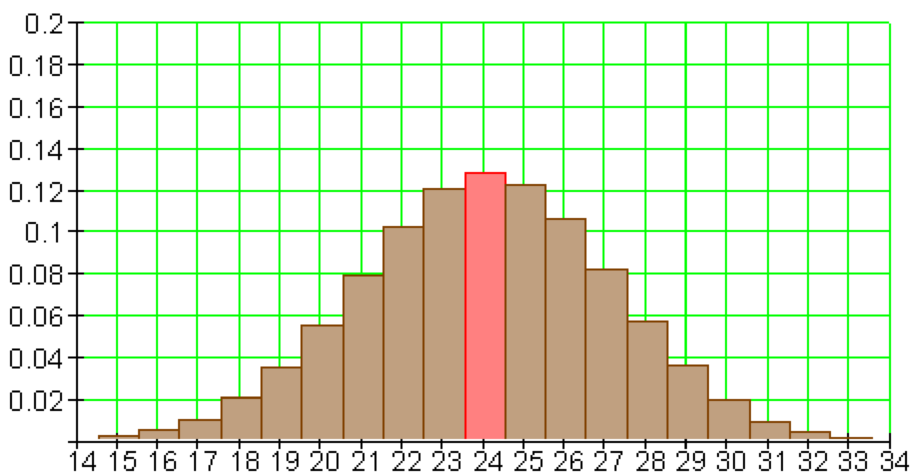
(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,6$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 ګټنو انتظار شته

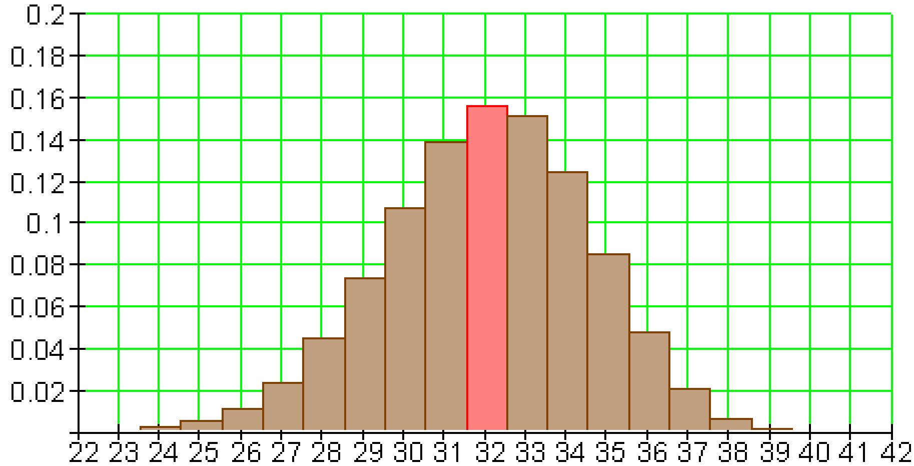
د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,6$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,8$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 ګټنو(راوتنو) انتظار شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,8$ لپاره



د یوه بینومیال-وېشنې انتظار ارزښت

په سترګې غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 د دانې (سترګې)غورځولو کې ۶ عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کیږي . دا په دې معنا نه دی، چې ګوندې ۶ عدد په ریښتونې1000 ځله اروځې یا رامنځ ته کیږي. د انتظار ارزښت ناپای زیاتې تجربې مخ د مخه نیسي(وړاندنیونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راتول شوې توګه ویلای شو:

که برنولي –تجربه کې، د راوتنې احتمالوالی یوهp ده، n ځله یو بل پسې تکرار شي، نو په منځنۍ توګه n ځله p راوتنې ته انتظار کاږو.

جمله : د یوه بینومیال وېشنې انتظار ارزښت:
په یوه n -پوړیز برنولی – تجربه یا ازماېښت کې د بریا احتمالوالی p د تصادفي متحولې X د انتظار ارزښت E(X) ،، د بریاو تعداد،، لپاره باور لري.:

$$E(X) = n.p$$

د EX) لپاره هم µ لیکو (دا د ریاضي ادبیاتو کې معمول دی).

له دې سره دبینومیال وېشل شوې لویې X انتظار ارزښت دی.

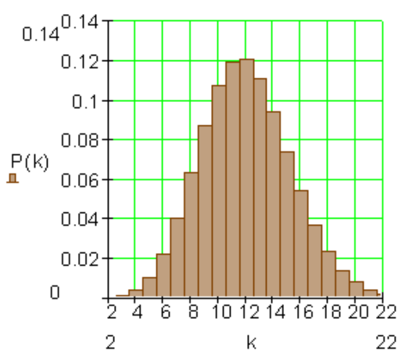
$$\mu = n.p$$

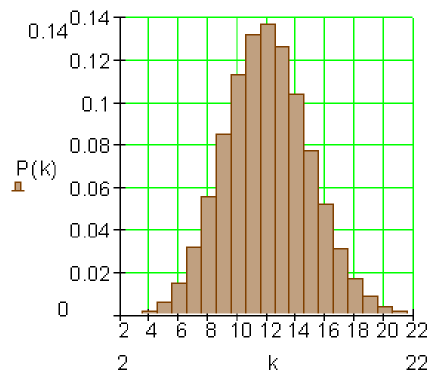
(c) ketabton.com: The Digital Library

حل یا اوبی یې دلته نه راوړل کیږي. دا کېدی شي د بینوم درسي جملې په مرسته مخ ته یو وړل شي یا صورت ونیسي..

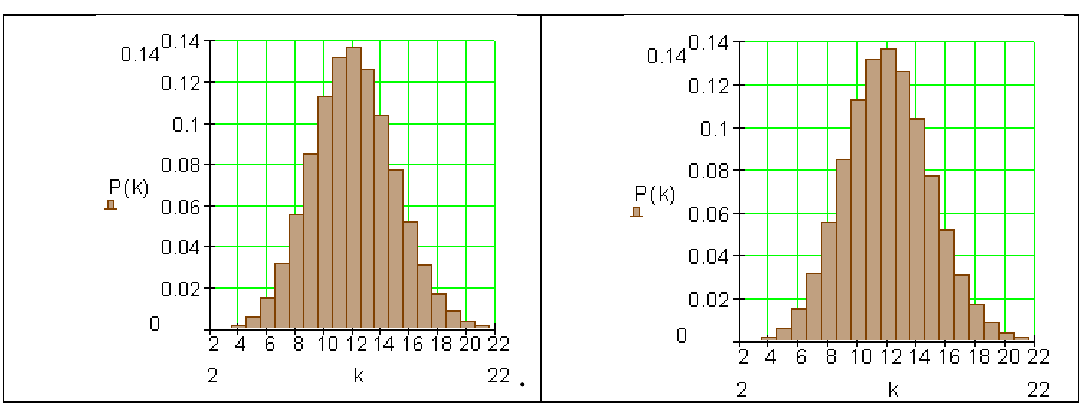
د هیستوګرام د کتلو سره مو بام دې ته را اوړي، چې د هغه خورا لوي احتمالوالي سره منځ ته راغلي نتیجه دا د انتظار ارزښت دی. د هېستوګرامونو بڼه یو بل ته   ورته ده، دا د یوه زنګ بڼه لري. د $p = 0{,}5$ لباره ارزښتونه یو بل سره سیومتریک پراته دي. د $p < 0{,}5$ لپاره وېشنه ،، کیڼ تیټه یا کیڼ ژوره،، ده، د $p > 0{,}5$ لپار ه برعکس،، ښي ژوره یا ـکږه،، ده.
د انتظار ارزښت په نږدې کې   نتیجې پرتې دي، د خورا لوي احتمالوالي سره. د متې جګوالی د د اړونده نتیجې احتمالوالی په ګوته کوي یا ښايي، د هغې سور ۱ یوون یا واحد دی. دا چې د یوه تصادفي تجربې د د ټولو یوګون احتمالوالیو انتظار ارزښتونو جمعه ۱ ده، نو د ټولو متو (ستنو) سطحه ارزښت ۱ لري. په یوه ټاکلي انتروال کې د ټول برياوو د احتمالوالي لپاره یوه اندازه ده، هغه چې په دې انتروال کې پرته ده.

واریانڅ او معیاري ترخنګیدنه یا انحراف.





د $n = 120$ او $p = 0{,}1$ لپاره دبینومیال وېشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

د $n = 40$ او $p = 0,3$ لپاره بينوميال وېشنه	د $n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبېنوميال وېشنه

دواړه بينوميال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = \underline{\underline{12}} \qquad \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف ليدل کيږي. موږ دانتظار ارزښت شنل (خورول، که غواړې پاشل) تر څېړنې لاندې نيسو. د تحليلی ستاتيسک له مخې واريانځ همداسې معياری انحراف د خورلو کچې په حيث شهرت لري.

افاده يا وييئه

$$s^2 = h(x_1)\cdot\left(x_1-\bar{x}\right)^2 + h(x_2)\cdot\left(x_2-\bar{x}\right)^2 + h(x_3)\cdot\left(x_3-\bar{x}\right)^2 + \ldots +$$
$$+ \ldots + h(x_n)\cdot\left(x_n-\bar{x}\right)^2$$

د يوه نمونه ازماېښت واريانځ په حيڅ نومول کيږي

ارزښتونه $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \ldots; h(x_n)$ نسبي دېروالی انځوروي

د معياري انحراف لپاره باور لري : $s = \sqrt{s^2}$

دې ته په ورته توګه د احتمالواليوېشنه تعريفوو:

جمله : واريانځ او معياري انحراف

X د ې يوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه $x_1; x_2; x_3; x_4; \ldots; x_n$

نيولی شي او μ انتظارارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X = x_1)\cdot(x_1-\mu)^2 + P(X = x_2)\cdot(x_2-\mu)^2 + \ldots + P(X = x_n)\cdot(x_n-\mu)^2$$

د ، وتصادفي پېښې واريانځ ،، بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تصادفي لويي د واريانځ مر بع ريښه $\sigma = \sqrt{V(x)}$ مربع انحراف بلل کيږي.

په ځانګړي ډول باور لري]

جمله : د بينوميال وېشني لپاره واريانځ او معياري انحراف:

د يوه n- پوړيز برنولي-تجربه د بريالی احتمالوالي p سره او او نابريالي احتمالوالي 1-p

سره اوتصادفي لويي X. د بريا تعداد د واريانځ $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$ لپاره باور لري.

او د معياري انحراف يا ځنګېدني $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره.

ښوونه يې دلته صورت نه نيسي.

د n=40 او p=0,3 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=40.0,3=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \approx \underline{\underline{2{,}898}}$$

د n=120 او p=0,1 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=120.0,1=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx \underline{\underline{3{,}286}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړي وېشنه کې خورونه یا پاشنه لويه ده نسبت و دويمې وېشنې ته.

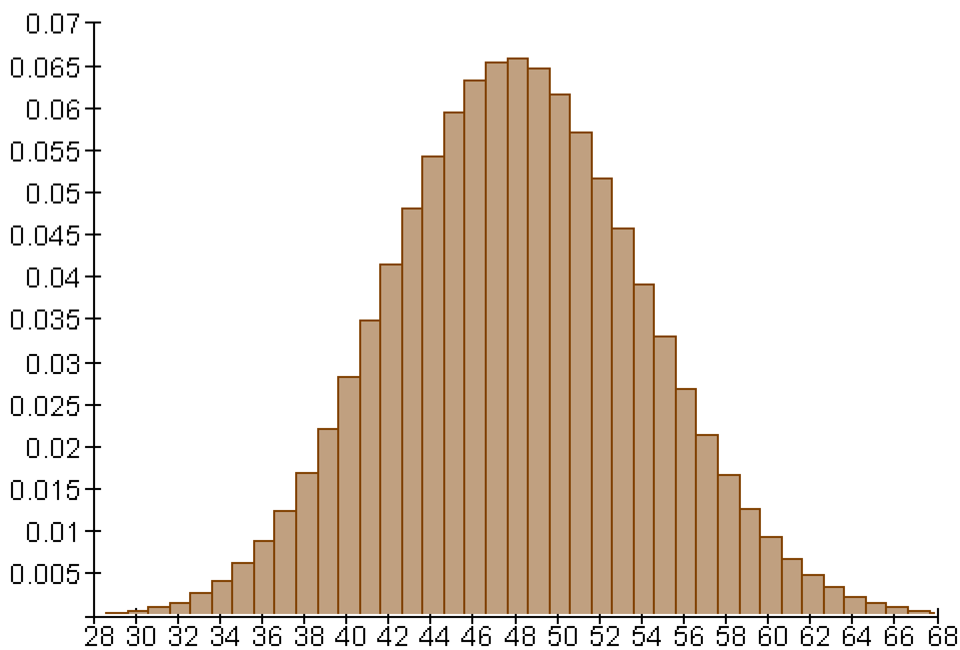
ديارلسم: د چاپيرىال احتمالوالى

د بينوميال وېشنې کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالى يې خورا لوي وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپيريال کې د برياو تعدادونه شتون لري، د خورا جګ احتمالوالي سره . هرڅومره چې د د برياو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په همغه کچه يې اختمالوتلى کميږي. زموږ لومړۍ علاقه د انتظار ارزښت د نږدې چاپيريال سره ده او هغه په دې ورشو يا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالى. لاندې وېشنه د بېلګې په توګه په چوپړ کې لرو:

د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره دبينوم وېشنه

د انتظار ارزشت : $\mu=n.p=200.0,24=48$

معياري تغير: $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0,24\cdot 0,76}\approx \underline{\underline{6,04}}$



د يوه سيګما چاپيريال احتمالوالى

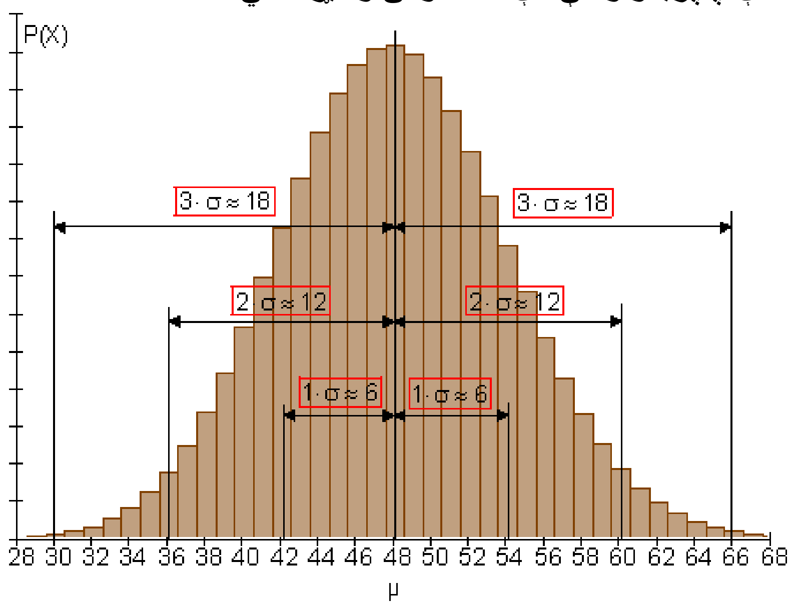
(c) ketabton.com: The Digital Library

د انتظار ارزښت 48 دوه چاپيريالونه په نخښه کيږي،

اول – يو σ ؛ - چاپيريال د $\sigma \approx 6$ سور سره

دويم- يو 2σ - چاپيريال د $2\sigma \approx 12$ سور سره

دريم - يو 3σ - چاپيريال د $3\sigma \approx 18$ سور سره
په دې چاپريالونو کې دې احتمالوالی وښيل شي.



د غلاقي وړ چاپيريال لپاره لومړی دکموليري يراتول ا احتمالوالي جدول ته اړتيا لرو

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوموېشنه

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د ساده سیګما-چاپیریال احتمالوالی

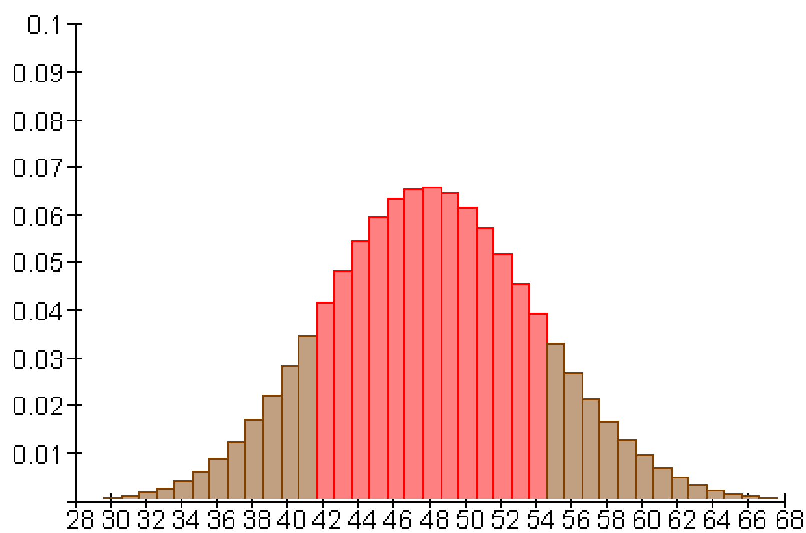
د ټاکلودی $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$ او له دې سره :

$$P(42 \le X \le 54) = P(X \le 54) - P(X \le 41) = 0,859 - 0,140 = \underline{\underline{0,719}}$$

دیوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [42 ; 54] کې پروت دی. دا د ساده سیګما-چاپیریال انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د ساده σ ؛- چارپیریال احتمالوالی ~0,719

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د ډېل یا دوه برابره سیګما-چاپیریال اختمالوالی

د ټاکلو دی $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma)$

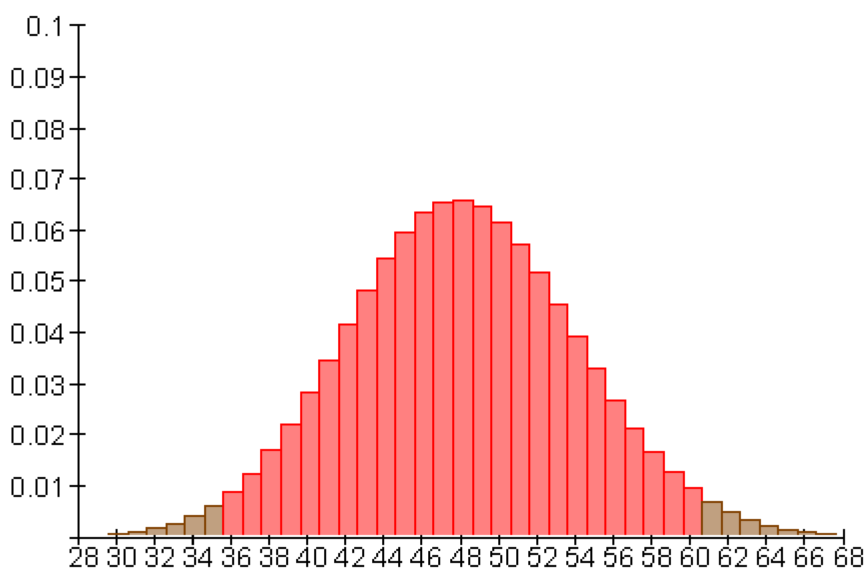
د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$

او $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$ او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې یوه (96,2%) 0,962 اختمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال [36 ; 60] کې پروت دی.

د ا نږدې د د سیګما – چاپیریال دوه برابره یا ډېل انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د دو برابره سیګما – σ – چاپیریال $\approx 0{,}962$ احتمالوالی

د درېواره سیګا- چاپیریال اختمالوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

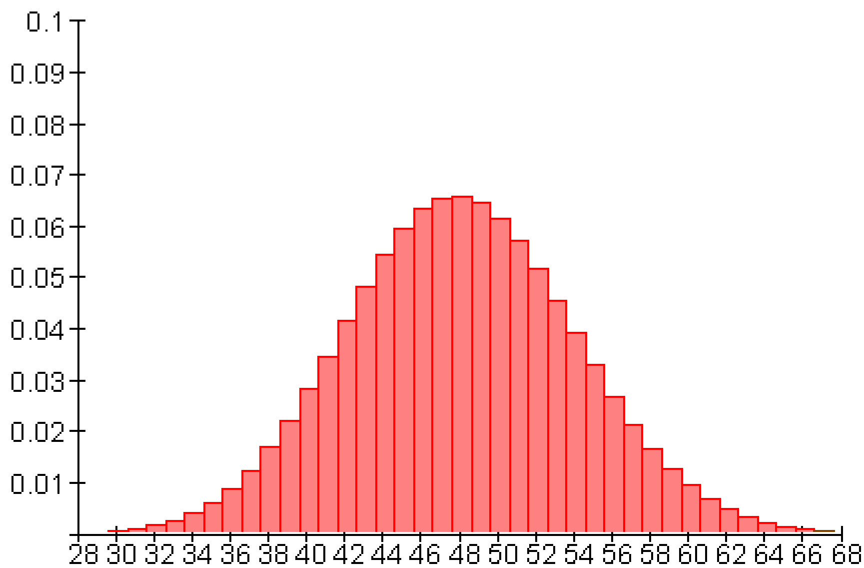
د ټاکلو دی: $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$ اوله دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 29) = 0{,}998 - 0{,}001 = \underline{\underline{0{,}997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياوو تعداد په انتروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما-چاپیریال درې برابره دی.



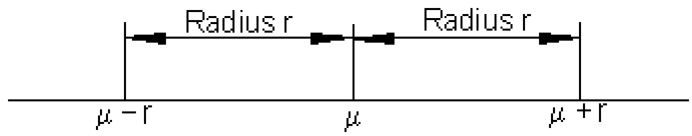
د درېواره σ - چاپیریال $\approx 0{,}997$ احتمالوالی .

د چاپیریال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپیریال سره یوه وړانګه (شعاع) تنظیمیږي. د دې لاندې دوه اړخیزه د انتظار ارزښت واټن پوهېږو.

دا د یوه ګراف له لارې روښانه کوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

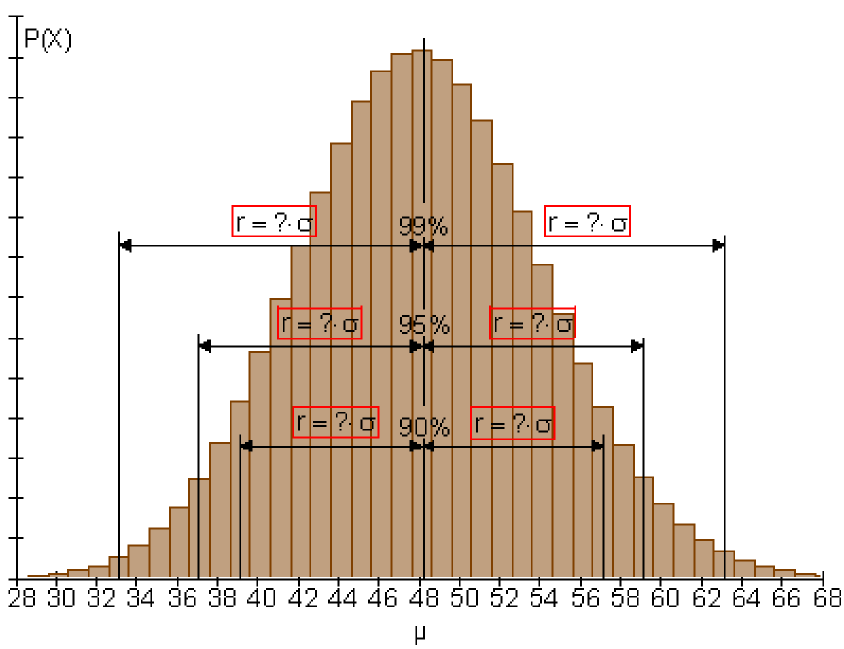


د هر چاپيريال وړانګې يو ټاکلی احتمالوالی سره ترتيب يا تنظيميږي.

په پورته راوړل شوي پېلګه کې يوه ساده سېنګما – چاپېريال (r = 6) ته نږدې 0,719 چاپېريال احتمالوالی شتون لري ، و ډبل سېنګما – چاپېريال (r = 12) ته نږدې 0,962 او و درېواره سېنګما – چاپېريال (r = 18) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپېريال ته يوه ټاکلې شتون لري.

د کره ورکړشوي چاپېريال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانګه په لاندې توګه وټاکل شي:



که بېنوميالوېشني لپاره ي، جدول د کموليری احتمالوالي سره مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوټی بندوني له لارې حل شي. د دوه سيګما –چاپېريال لپاره (په پورته بيلګه کې r = 12) د چاپېريال احتمالوالی نږدې 96,2% وو.
د 90% احتمالوالي لپاره د چاپېريال وړانګه کوچنۍ ده.
د r = 10 سره پيل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

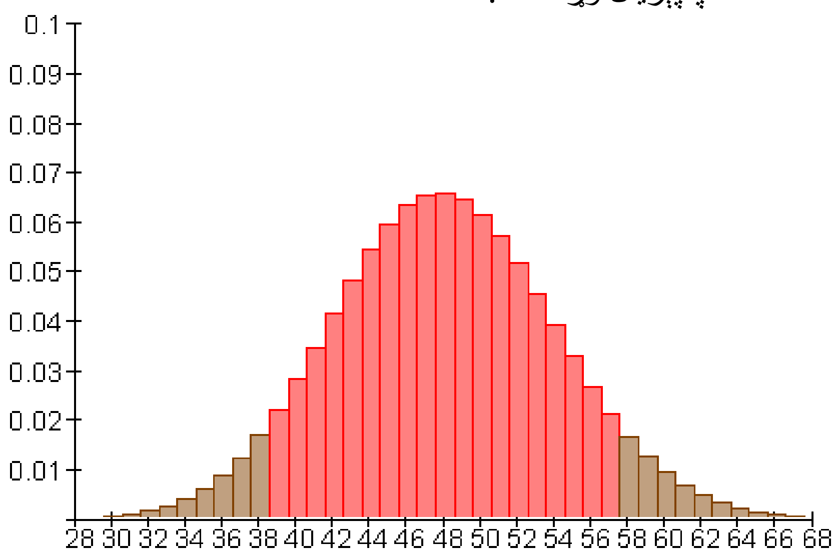
μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0{,}957 - 0{,}038 = 0{,}919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0{,}940 - 0{,}055 = 0{,}885$

غوښتوني وړانګه د 9 او10 ارزښتونوترمنځ پرته ده. دا چې د بېنومیال وېشنې سره دېسکرت وېشنه لرو، باید هغه وړانګه و ټاکل شي، چې د غوښتونوکي احتمالوالي سره ور (دابل)نږدېې پروت وي. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. که دا ارزښت په سیګما ووېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما زیاتځله یا ډېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6{,}04} \approx 1{,}49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1{,}49\,\sigma}}$$

په $1{,}49\,\sigma$ یوه چاپېریال کې نږدې $88{,}5\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 90% -چاپېریال وړانګه : $P(\mu - 9 \le X \le \mu + 9) \approx 0{,}885$ $r \approx 9 \approx 1{,}49 \cdot \sigma$



د 95% احتمالوالي لپاره د $r = 12$ ایښوني یا پیل سره

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0{,}979 - 0{,}017 = 0{,}962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0{,}969 - 0{,}026 = 0{,}943$

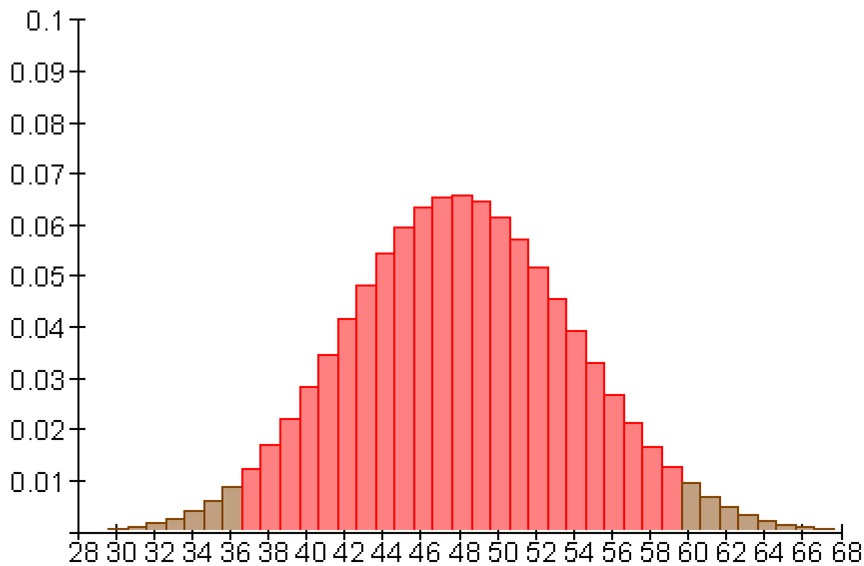
غوښتوني وړانګه د ارزښتونو11 او12 ترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ غوښتوني احتمال پسې پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\sigma}}$$

په يوه $1,82\sigma$ سيګما چاپېريال کې نږدې $94,3\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 95% چاپdريال وړانګه : $P(\mu - 11 \le X \le \mu + 11) \approx 0,943$ $r \approx 11 \approx 1,82 \cdot \sigma$



د 99% احتمالوالي لپاره د r = 14 سره ابېنوونه ازمايل کېږي.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

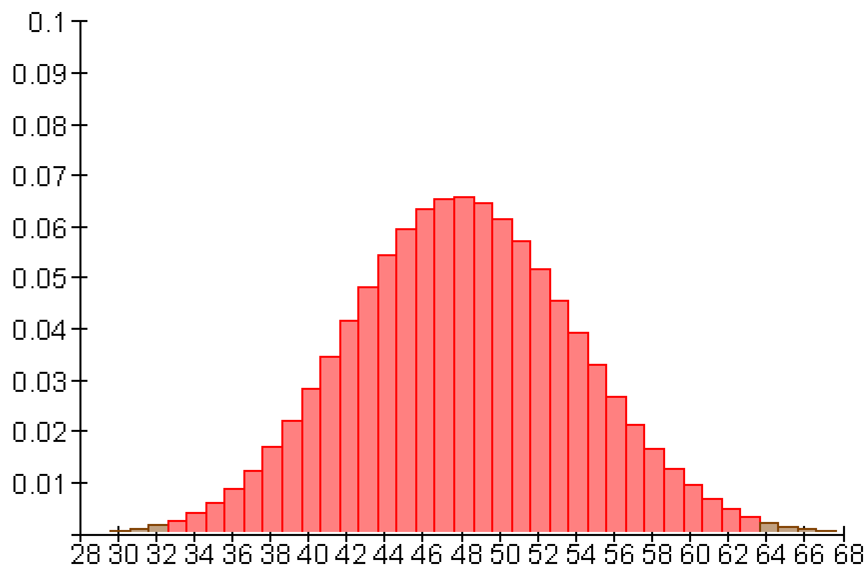
غوښتونې وړانګه ارزښت r = 15 لري.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48\sigma}}$$

په يوه $2,48\sigma$ سيګما چاپېريال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 99% چاپdریال وړانګه : $P(\mu - 15 \leq X \leq \mu + 15) \approx 0,99$ $r \approx 15 \approx 2,48 \cdot \sigma$



خوارلسم - د بینومیالتوته کوني اپروکسمیشن

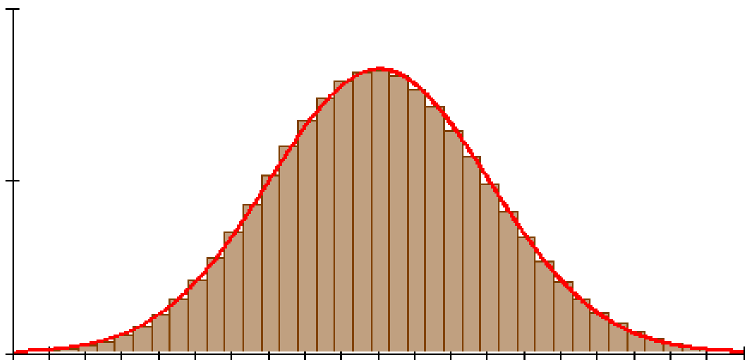
د نورمالتوته کوني یا - پاشنې له لارې

د بینوموېشني هېستوګرام د نه ډېر کوچني n لپاره زن؛ یا ګېنګړي ډوله دی. د لوي کېدونکيn لپاره د ګینګړی بڼه تل واضح رامنځ ته کیږي. د تل لوی کېدونکي سره هیستوګرام تل د ګاوس وېشني منحني (ګرېږ) ته نږدې کیږي، چې د زنګ یاګینګړي منحني هم بلل کیږي. د منحني او د پرتې یا افقي کربنې ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو متو سطح لپاره هم باور لري.

د زنګمنحنی یادزنګ کرږې تابع ساوات : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

د ګاوس نورمال وېشني له لارې د بینومیالوېشني اپروکسیمیشن (Approximation)

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا د لوی n لپاره ممکنوی، چي احتمالوالی په یوه ټاکلي انتروال کي په نږدي توګه وټاکو. سطحه، چي نورمالوېشنه يي د x– محور سره تړي يا رابندوي، کېدی شي د انتيګرال

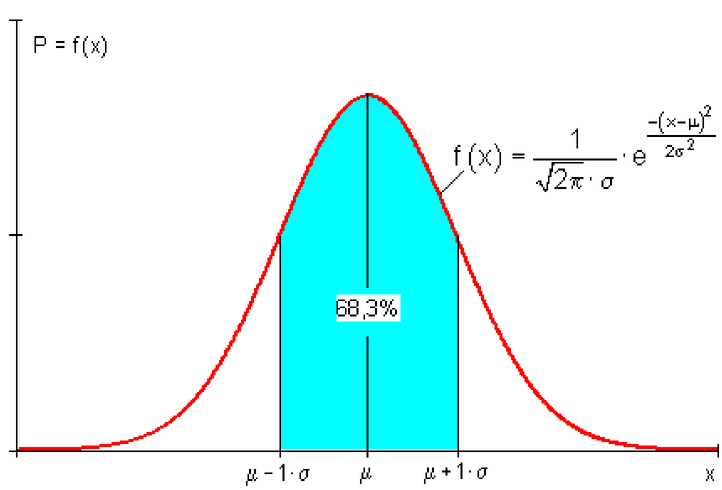
$$I\int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطحي شميرنه د انتيګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چي په هغه کې د سيګما –چاپيريال دليست سره ورکړ شوی دی.

د سيګما –چاپيريال لپاره لاندې اړيکې شته.

$$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma) \approx 0,683 = 68,3\%$$ (ساده سيګما σ – چاپېريال)

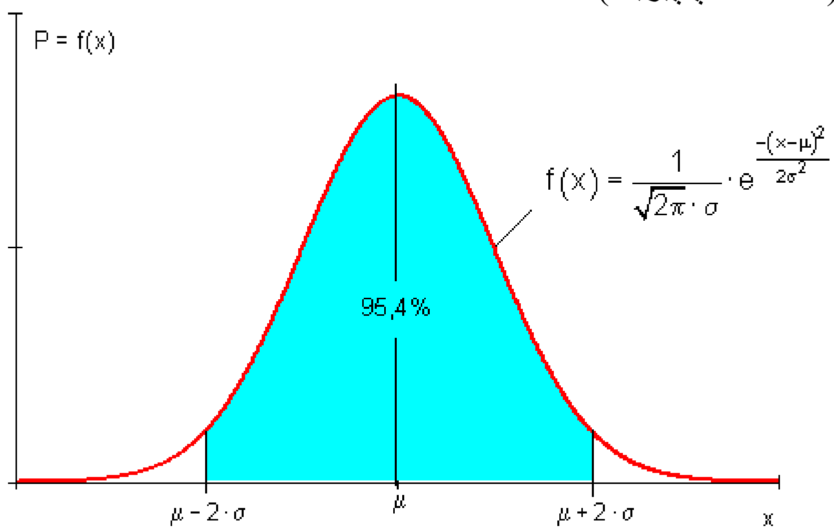


(c) ketabton.com: The Digital Library

(ډبل سیګما –چاپیریال)

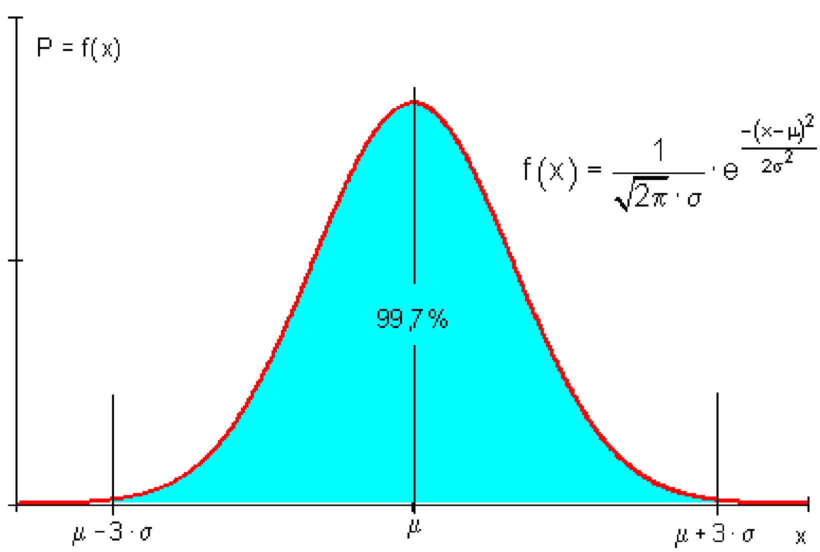
$$P(\mu - 2\cdot\sigma \le X \le \mu + 2\cdot\sigma) \approx 0{,}954 = 95{,}4\%$$

(ډبل σ -چاپیریال)



$$P(\mu - 3\cdot\sigma \le X \le \mu + 3\cdot\sigma) \approx 0{,}997 = 99{,}7\%$$ (dreifache σ −Umgebung)

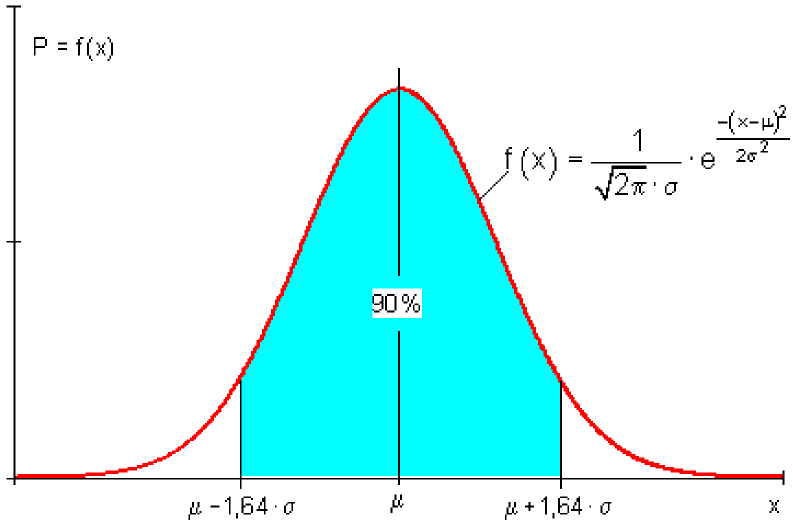
د پورته الماني پښتو: درې برابره سیګما-چاپیریال)



(c) ketabton.com: The Digital Library

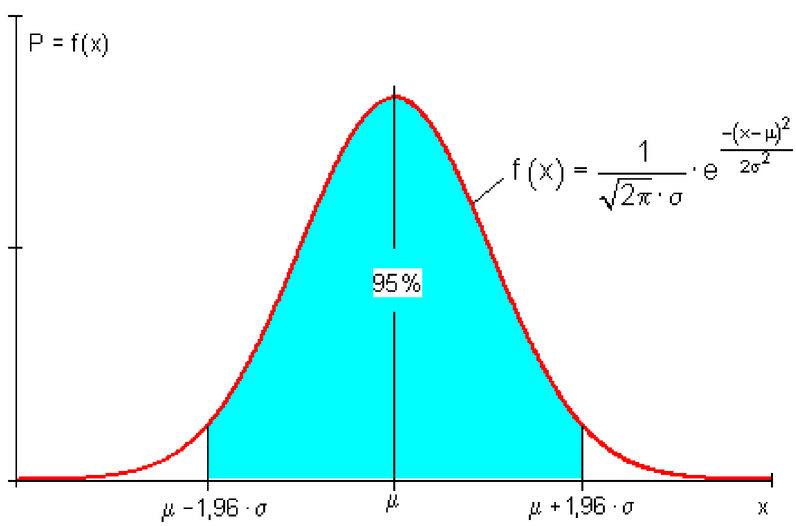
د % - چاپیریال لپاره لاندې اړیکې صدق کوي:

(90%- چاپریال) $P(\mu - 1{,}64 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}64 \cdot \sigma) \approx 0{,}899 = 89{,}9\%$



(95% - چاپیریال)

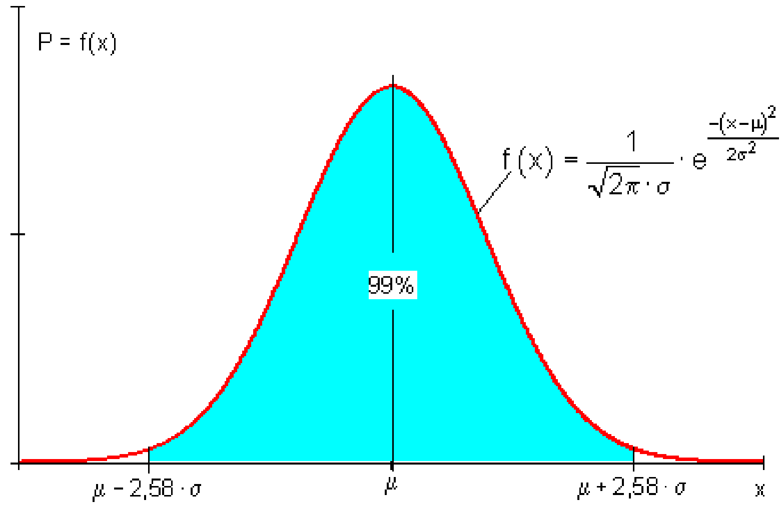
چاپیریال $P(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}96 \cdot \sigma) \approx 0{,}95 = 95\%$ (95% − Umgebung)



(99% - چاپیریال)

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیریال $P(\mu - 2{,}58 \cdot \sigma \le X \le \mu + 2{,}58 \cdot \sigma) \approx 0{,}99 = 99\%$ (99% – Umgebung)



په ادبیاتویا کتابونوکې په لاندې چاپیریال احتمالوالي توافق کړل شوی:

د چاپیریال وړانګه	د چاپیریال احتمالوال	د چاپریال احتمالوال	د چاپریال وړانګه
$1{,}64 \cdot \sigma$	0,90	0,68	$1 \cdot \sigma$
$1{,}96 \cdot \sigma$	0,95	0,955	$2 \cdot \sigma$
$2{,}58 \cdot \sigma$	0,99	0,997	$3 \cdot \sigma$

داچې د بینمیالوېشني دهستوګرام بنه(فورم) فقط د مناسبې لویې n د نورمالوېشني بنې ته تل زیات ورنږدې کوي، لاندې کریتیریوم د نورمالوېشنو د انتروال احتمالوالی د استعمال لپاره باور لري.

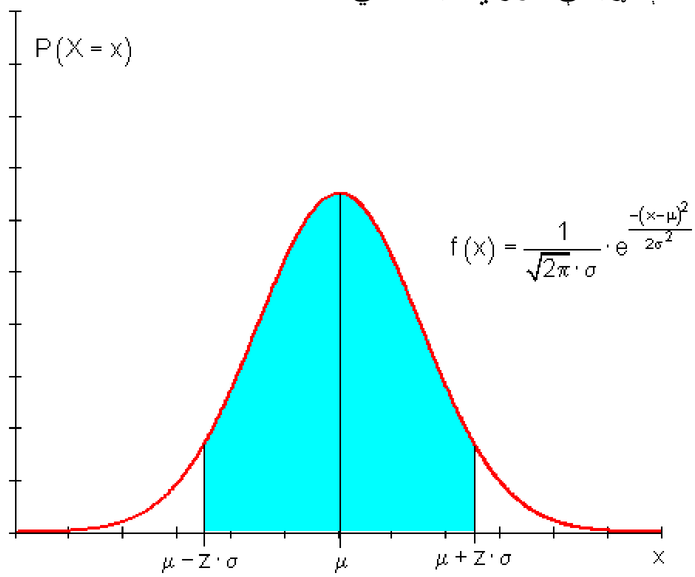
که شرایط $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} > 3$ پوره وي(د لاپلاس شرایط) ، نو نورمالوېشني له لارې نږدې والی ښخه پوره ټیک (یا وررسپدونکی ټیک) انتروال احتمالوالی راکوي.

تر اوسه د بینومیالوېشني لپاره د یوه ټاکلي n او یوه ټاکلي احتمالوالي p لپاره هروار یو جدول د کمولیري احتمالوالي سره اړیین وو، چې چاپیریال احتمالوالی وټاکل شي.که چیري اوس د د یوه بینومیالوېشني ارزښت د لاپلاس شرایط پوره کړي، اجازه شته چې د د نورمال وېشني د جدول ارزښتونه و کارول یا استعمال شي. د لاپلاس شرایط دې په هر حالت د مخه و ازمایل شي.

په دې حالت کې چې د چاپریال وړانګه د سیګما په واحدونو یا یونونو ورکړه شي، نو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې اړيکې باوري کيدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپيريال وړانګه(Umgebungsradius) ډېروارہ د سيګما د واحد (يوون) په حيث افاده کيږي. دلته د z ضريب دی، چې له هغه سره سيګما ضربيږي. د داسی سيګما –چاپيريالو احتمالوالی په لاندې جدول کې دz ضريب په واکوالي کې انځورېدلای شي.

په يوه بينوميالوېشني کې يې د احتمالوالي انځوروني سره غوره توپير ، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د x - محور باندې نه پريکېدونکي يا پرلپسی ليدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د k لپاره دېسکريت (د پام وړ) ارزښتونه دي.

پنځلسم - چاپيريال احتمالوالي شميرنه

په يو څو بيلګو کې به وښوول شي، چې څنګه د يوه د تصادفي واريابلې د نورمال وېشني د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دي وي، چې د z ارزښت اړونده چاپيريال ته تل نسبت د انتظار ارزښت μ ته تل سيومتري پرته ده.

انتظار ارزښت ته سيومتريک انتروال

يو n -پوړيز برنولي – ازماېښت دې د n = 500 او p = 0,33 سره ور کړ شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په انتروال .[180 ; 150] کې دې د برياوو تعداد لپاره احتمالوالی و ټاکل شي.

د يوه له لسميز وروسته د درې ځايونو تيکوالي سره دې شمېرنه وشي يا وشميرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{array}{l} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{array}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

له دې د ا نتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي :

$$r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$$

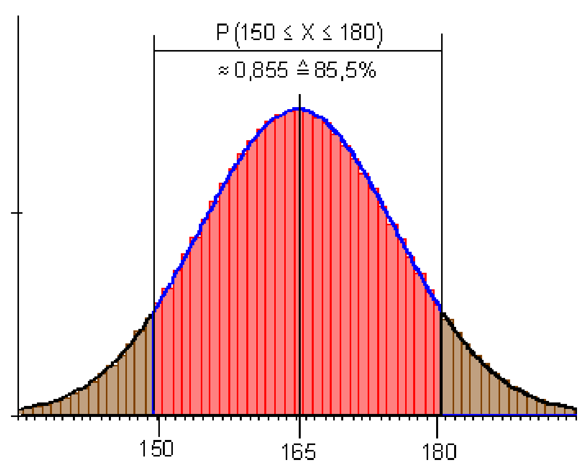
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

Z=1,474له دې جدول ازښت لاس ته راځي:0,858

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)}}$$

په انتروال [180 ; 150] کې د برياو احتمالوالی نږدې 85,8% دی.

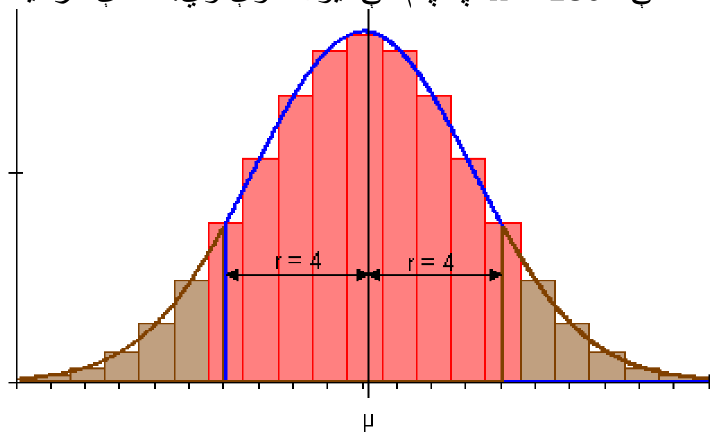


(c) ketabton.com: The Digital Library

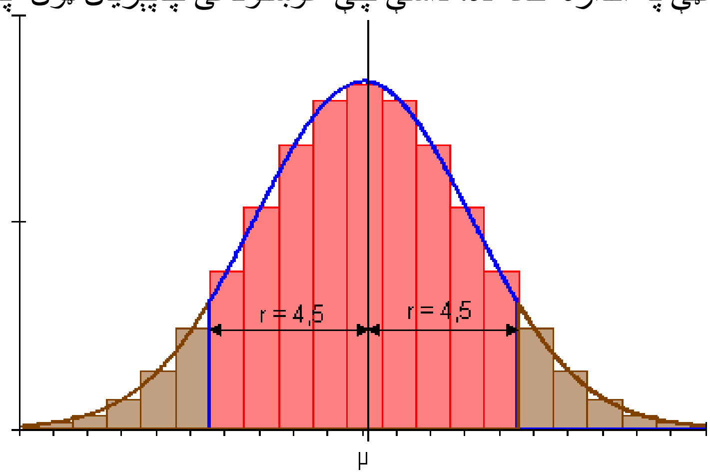
ولې دې د انټروال پولې په 0,5 لوېږي شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انټروالاحتمالوالی تاکل کیږي؟

Bei P(150 ≤ X ≤ 180) = P(149,5 ≤ X ≤ 180,5) war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتا د نومالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه r = 165 - 150 = 15 وټاکل شي، نو دا به په 0,5کوچنی وي. دا به د برجونو یا مټو نیمه سطحه د k = 150 همداسې k = 180 په پام کې نیول شوې وي. لاندې ګرافیک به دا روښانه کړي.



ټاکل شوې وړانګه r = 4 ډېره کوچنی ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکی چاپیریال ټول په بر کې نه رانیول کیږي.



ټاکل شوې وړانګه r = 4,5 دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه زیاته ده، داسې چې غوښتونکی چاپیریال ټول په بر کې رانیول کیږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپیر یال

د n = 550 او p = 0,36 لپاره د انتظار ارزښت د 90% - چاپیریال وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{l} n = 550 \\ p = 0,36 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3 \end{array}$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = 0,90$$

د p=0,90 لپاره دې پورې اړونده z -ارزښتونه د جدول څخه لوستل کیږي.

Z=1,64له دې لاس ته راځي، د چاپېريال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

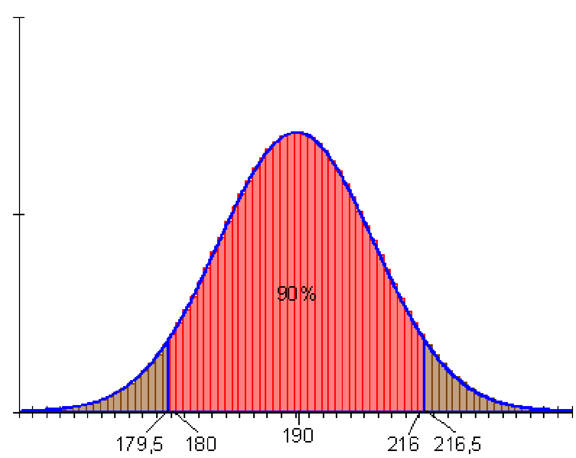
$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انتروال انتظار ارزښښت $\mu = 198$ ته سیومتریک پروت دی.

موږ ټاکو: $P(180 \leq X \leq 216)$
باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال {180…198…216}پسې لاس ته راتلنه(90%) په ګوته کوي.

$$P(180 \leq X \leq 216) = P(179,5 \leq X \leq 216,5)$$
$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$
$$P(180 \leq X \leq 216) \approx 0,899$$

په انتروال [216 ; 180]کې داحتمالوالي د برياوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د چاپيريال څخه دباندې انتروال

n - پوړيزه برنولی-ازمايښت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپيريال دباندې نتيجې لپاره احتمالوالی غوښتونی دی يا غواړو پيدا کړو.

الف - که $n = 300 \quad p = 0{,}56$ ، نو $P(X < 162)$ وټاکی.

ب – که $n = 240 \quad p = \frac{1}{3}$ وې، نو وټاکی. $P(X > 80)$

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره غواړو احتمالوالی پيدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سيومتريک انتروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه [162 174 ... 168 ....] خوندي لري. پهدې پسې تړلی دا انتروال [300 .... 175] لاس ته راځي، کوم چې د سيومتري دلايلو پر بنسټ برابر لوي دی ، لکه

[161 ; 0] . لاندې يشوونه يا پيل لاس ته راځي: ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }] 174 } { 175 ... 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

وړانګه:

د z~0,76 سره په ولرو

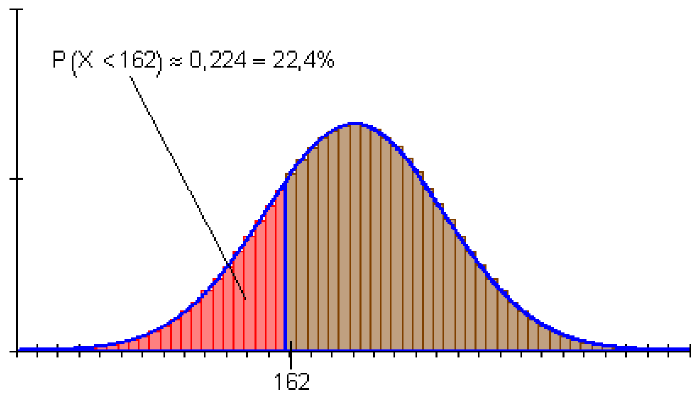
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د له 162څخه کمو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 22,4% دی.



و ب ته –

$$n = 240 \quad p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

وړانګه :

–

$$: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

له$z \sim 0{,}07$ سره به شي

$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

او له دې سره په شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X > 80) \approx 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}056) = 0{,}5 \cdot 0{,}944 \approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

$$\begin{matrix} n = 240 \\ p = \frac{1}{3} \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3 \end{matrix}$$

$$[0; 79][79{,}5; 80{,}5][81; 240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

$$r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

وړانکه:

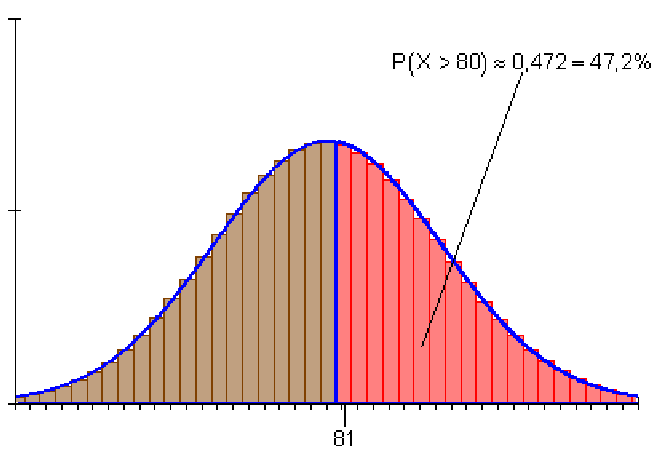
له ١ $z \approx 0{,}07$ سره کیږي

$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

او له دې سره کیږي

$$P(X > 80) \approx 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}056) = 0{,}5 \cdot 0{,}944 \approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

د له 80خخه زیاتو بریاو لپاره احتمالوالی نږدې 47,2% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

اسیومتریکي چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیومتریکي چاپیریال احتمالولی و ټاکی.

لرو $p=0,55$ $n=180$ وټاکی $P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

ایښوونه: $$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$$

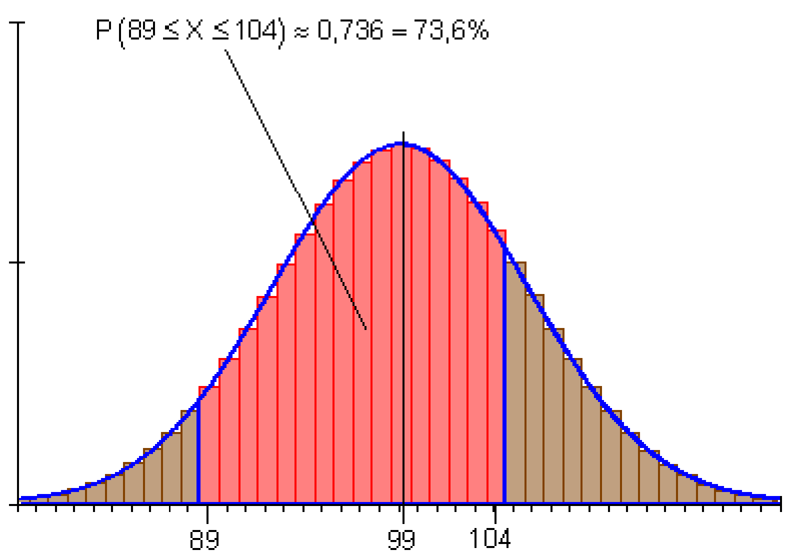
$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0,55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88,5 \le X \le 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93,5 \le X \le 104,5)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انتروال [104 ; 89] کې د برياوو احتمالوالی نږدې .73,6% دی.

شپاړسم:د هيوپوتيزې ازماېښت Hypothesentest

د سترګي(سترکيزمکعب) سره ننوتنه

بېل :

د يوه لاپلاس غورځوني يا سترګي(مکعب) ښخه پيژندل شوې، چې د هر وار غورځوني سره د شپږو عددونو هر يو د 1/6 احتمالوالي سره رامنځ ته کيدی شي يا غورځول کيدی شي. د ډېرو سترګيو(مکعبونو) لوبو سره ۶ يوه ځانګړې معنا لري. د لته د لوبه کونکي له لورې ممکن هغه ښه غورځونه وي، چې هغه زيات ځله ۶ ورکړي. برعکس د لوبي مالک له لورې هغه غورځونه ښه ده، چې ممکن لږ واره شپږ ورکړي يا ۶ راووځي. دلته مخطلفې علاقي مخ ته لرو، چې د غورځووني(مکعب) غلطيدنه ممکن وبرېښي. په لاندې کې دې غورځوني و ازمايل شي.

لومړی حالت:

ګومان به وشي، چې ۶ زياتواره راوځي، لکه په لاپلاس-غرځونه کې يې چې انتظار بايد وي (p > 1/6). د دې لپاره چې غورځوني وازمايلی شو، پلان کيږي، چې غورځونی n = 600 واره و غروځول شي او له دې سره د تصادف اووښتوني يا وارابله X = د منځ ته راغلو شپږو ګڼون يا تعداد وځيږو. د يوه هيوپوتيز ازماېښت سره بايد وازمايل شي چې ايا p > 1/6باور لري.

د دې لپاره بايد کومه هيپوتيز وټاکل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دې لپاره چې سړی $p > 1/6$ د ټيک په توګه وکټلی شي، بايد سړی له دې باوري وي، څکه چې $p \le 1/6$ صدق نه کوي. يعنې هيوپوتيز ې صفر هيوپوتيز H_0: $p \le 1/6$ چې صفرهم بلل کيږي ازمايل کيږي. که چيرې دا بايد رد شي، نو $H1$: $p > 1/6$ چې الترناتيو يا بديل هيوپوتيز هم بلل کيږي بايد ونيول شي.

صفرهيوپوتيز ته يادونه

صفر هيوپوتيزې H_0 دې تل هيوپوتيزې وي، چې د هغې سره ازماېښت سرته رسيږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$H_0 : p \ge p_0$ يا $H_0 : p \le p_0$; $H_0 : p = p_0$

صفر هيوپوتيزې ته تل بديل يا الترناتيو هيوپوتيز شتون لري

ښی اخيز ازماېښت دوه اړخيز ازماېښت کيڼ اړخيز ازماېښت	$H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0 \Rightarrow$ $H_0 : p = p_0 \Rightarrow H_1 : p \ne p_0 \Rightarrow$ $H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0 \Rightarrow$

د H_0 لپاره پرېکړه مو تل د د H_1 د نفې کولو په لور يعنې رده ولو په لورلاربنودوي

د H_0 په ضد پرېکړه مو تل د H_1 نيولو ته بيايي.

هغه ناټيکاوی چې د پرېکړې سره رامنځ ته کيدی شي، بايد زيات له زياته په 5% محدود شي. دا لويه سيګنيفيکانس significance بلل کيږي. د دې لپاره چې غورځونی(دانه يا سترګيز مکعب) و ازمايو، د

$$H_0 : p \le \frac{1}{6}$$

لپاره يو د نيونې ورشو يا ساحه او يوه د رديدلو ورشو بايد وشميرل شي.

د (کار) مخ ته تلنې لپاره يادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غورځووني یا سترکي(سترکي لرونکی مکعب) تجربې د تصادفي متحولې یا اووښتوني X د برنولي ا زماېښت دی د یوه بینومیال وېشنې سره. داسې یوه وېشنه هلته و یوه انتظارارزښت μ ته سیومتریک ده، که $p = 0,5$ وي. د $p = 1/6$ لپاره وېشتابع نوره سیومتریک نه ده. د پوره کېدونکي یا رسیدونکي جګي خوروني یاپاشني سره لاپلاس-شرایط (سیګما > 3) پوره شوې دي. نو بیا کیدی شي د بینوموېشنه د انتظارارزښت ته سیومتریک یوه نورمالوېشنې له لارې نږدې (اپرکسیمي) (approximation =نږدېونه) شي، داسې چې د چاپېریاالاحتمالوالي شمېرنې ته د سیګا-چاپېریال لپاره د نورمالوېشل شوی تصادفي اووښتوني یا متحوله احتمالوالي جدول اسعمال کیدی شي. په انتظار ارزښت د یوه -x%-چاپېریال لپاره باور لري:

$\Rightarrow r = 1,64 \cdot \sigma$	90%-چاپېریال 95% -
$\Rightarrow r = 1,96 \cdot \sigma$	چاپېریال99% -چاپېریال
$\Rightarrow r = 2,58 \cdot \sigma$	

شمېرنه: صفر هیپوپوتیز H_0 : $p \leq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانڅ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600;\ p = \frac{1}{6};\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

یو ښې اړخیز هیپوپوتیز ازماېښت دې سر ته ورسیږي، ځکه چې د شپږو یو جګ تعداد د H_0 په ضد ځان ښایي یا په ګوته کونه ده.

د 5% یوه سیګنیفیکانځنیوی (اشتباه احتمالوالی) له امله لاندې انتروالون په پام کې نیسو:

{ 5% }{ 90% } { 5% }
Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 100 + 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114{,}97$$

دا د H_0 لپاره د قبلوني يا نيوني د ساحې پورته پوله ده.

باور لري:

د H_0 لپاره د نيوني يا قبلوني ورشو:

د H_0 لپاره د ردوني ورشو:{ 0 ... 115 }

د ردوني ورشو د ازمايلو ده داسي، چې باور لري:{ 116 ... 600 }

$$P(116 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 84\}\{85 \dots 100 \dots 115\}\{116 \dots 600\}$$

$$P(116 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(116 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښنه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 116 ... 600 } د ردوني ورشو کې ولوېږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د ټګۍ لپاره)جوړ شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوې سيګنفيکانڅ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:

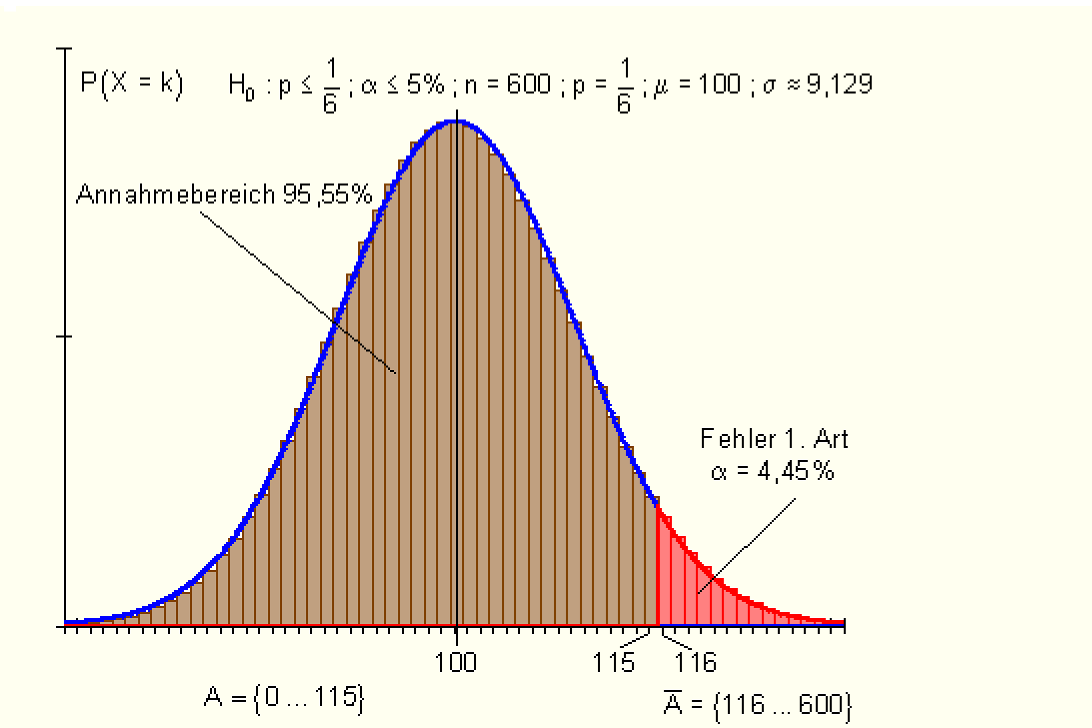
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټيک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالواليپه نامه هم بلل کيږي.

د 4,45% احتمالوالي سره سړی نيسي يا فرضوي، چې سترګی ټګۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټيک يا روغ دی.

ګرافيکي انځورونه:

د په ځيره کې دننه پېنتو:د نيونې ورشو، لومړی ډول ناتيکاوی



دويم حالت:

ګومان به وشي، چې يو سترګی لږ شپږ غوځوي، لکه له يوه لاپلاس غورځوني يا داني څخه چې انتظار کيږي ($p < 1/6$).

تلنلار يا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باید معاینه یا وکتل شي چې ایا $p < 1/6$ باور لري.

دلته ازمایل کیږي هیوپوتیز $H_0 : p \geq 1/6$.

که دا باید رد شي، نو $H_1 : p < 1/6$ نیول کیږي یا قبلیږي.

شمیرنه: صفر هیوپوتیز $H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600 ; p = \frac{1}{6} ; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز- تست کیږي، ځکه چې د شپږو کم تعداد د H_0 په ضد دی.

د یو سیګنیفیکانځنیو یا اتباه- احتمالوالی سره لاندې انټروالونه راوړو:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 100 - 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85{,}03$ کیږي.

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د منلو روشو(منلورشو):{ 85 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردولو ورشو(ردونورشو):{ 0 ... 84 }

د ردوني ورشو (ردونورشو) څیړل کیږي، داسې چېې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(0 \le X \le 84) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 84\}\{85 \dots 100 \dots 115\}\{116 \dots 600\}$$

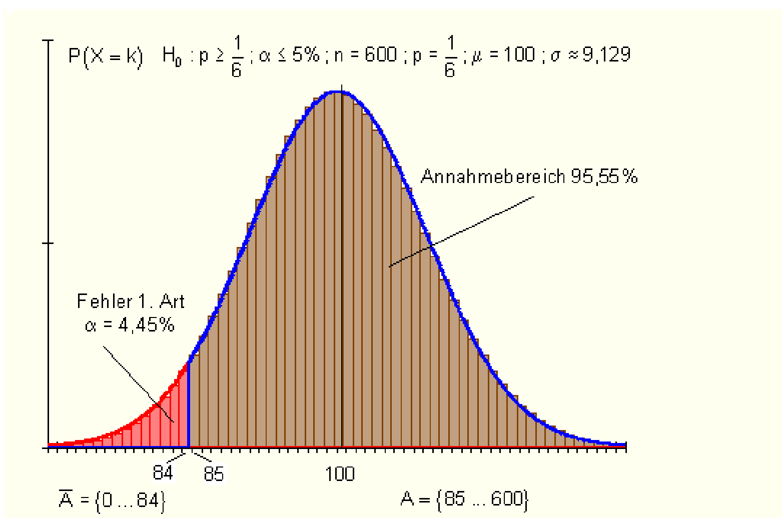
$$P(0 \le X \le 84) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 84) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځولو سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د (H_0 ({ 0 ... 84 } د ردوني ورشو کي ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په رېښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.
ممکن دا به غلط (د ټګئ لپاره) جوړ شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازمايښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوې سيګنفيکانځ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازمايښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,45% ده.

په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې دننه(د نیونې ورشو، لومړی ډول ناټیکاوی خیره پورته

په خیره کې دننه: له کیڼ ښي لور ته: لومړی ډول ناټیکاوی، د نیونې ورشو

دریم حالت: د یوه سترګي څخه ا ټکل کیږي، چې شپږ د یوه احتمالوالي سره راکوي، چې د 1/6 سره برابر نه دی، لکه څنګه چې د لاپلاس غورځوني یا مکعب څخه انتظار کیدی شي. باید یو ازمايښت داسې جوړ شي، چې هیوپوتیز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه یا د کار مخ ته بیونه د لومړي حالت او دویم حالت ته ورته دی.

باید وڅیړل شي، چې ایا $p \neq 1/6$ باور لري.

صفرهیوپوتیز H_0: $p = 1/6$ ؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 1/6$.

له لومړي حالت او دویم حالت په بل ډول دلته دH_0 د ردونې ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي یا ویناوې کوي.د سیګنیفیکانڅ نیو د دواړو ردونې ورشو په برابر ډول وېشل کیږي. د داسې یوه ازمايښت یا تست سره سړی د یوه دوه اړخیز تست څخه غږیږي.

شمیرنه:

صفر هیوپوتیز H_0 : $p = \frac{1}{6}$ د سیګنیفیکانڅ نیو $\alpha \le 5\%$

دتا:

$$n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه دوه اړخیزه هیوپوتیز دې راوړل شي، ځکه چې یو کوچنی تعداد، لکه لوی تعداد شپږ. هم د H_0 په ضد خبرې کوي.

د یوه سیګنیفیکانځنیو سره لاندې انتورالونه تر څېړنې نیول کیږي:

$\underbrace{\{\quad 2,5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\ \{\quad 95\% \quad\}\ \underbrace{\{\quad 2,5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$

د H_0 ؛ رده ونې ورشو   د H_0 ؛ رده ونې ورشو

له دې سره دی یا کیږي:

$$\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$$

د H_0 لپاره د منلو یا قبلولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1{,}96 \cdot \sigma = 100 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117{,}9$$

د H_0 لپاره د قبلولو لپاره پورته پوله باور لري:

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو: $\{ 82 \ldots 118 \}$

د H_0 لپاره دردونې ورشو: $\{ 0 \ldots 81 \} \cup \{ 119 \ldots 600 \}$

د ردونې ورشو ازمایو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$$

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) = 1 - P(82 \le X \le 118)$$

$$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \approx 1 - 0{,}911 = 0{,}042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 600 ... 119 } u { 81 ... 0 د ردوني ورشو کي ولويږي، نو H_0 دې رده شي اوH_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په رينتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

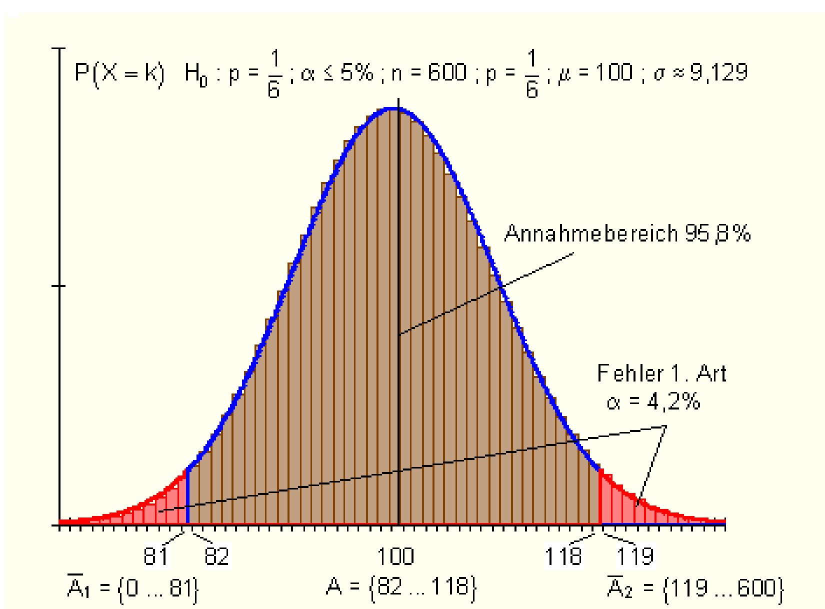
ممکن دا به غلط (د ټکۍ لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,2% (شميرل شوې سيګنفيکانڅ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناتيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناتيکاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا تيک ده، دا نږدې 4,2%. ده.

په بل ډول ويلي يا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نيسي يا فرضوي، چې سترګی ټکۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا تيک يا روغ دی.

ګرافيکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نيوني ورشو، د لومړي ډول ناتيکاوي



(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباه راوړنه یا ـځیرنه

له لومړي حالت ځخه تر دریم حالت پورې ښايي، چې دا هر جوړړ شوی قضاوت کیدی شي ناټیک وي.

لومړی ډول:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه په د H_0 د ردونې په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: ریښتونې هیوپوتیزې ردیږي.

دویم ډول ناټیکاوی:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) نه دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه د H_0 د منلو یا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول منل یا قبلول کیږي.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط هلته وشمیرل شي، که سړی په ناټیکه یا غلطه ډول یو ناټیک یا غلط شوی سترګی(-مکعب) سره یو یو ټاکلی احتمالوال د یوه شیږ لپاره قبلول کړي او یا سړی هغه پوهیږي.

یوبه حالتبیلګه به دا پهپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بیلګه:

په کلني جشن کې یو ه لوبه ،، هر شیږ ګټي،، بلل کیږي.

یو د پخا وخت همکار پولیس ته ځي او ثبوتوي یا غواړي وښایی، شیږ فقط د د یوه $p = 0,13$ احتمالوالي سره رمنځ ته کیږي یا لویږي. دا د پولی ځخه ټاکل شوی هیّت سپین ګل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنګه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځوونی یا سترګی یوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د یوه لاپلاس سترګي سره مخ ته راتلی شي، چې له شیږو غورځونو زیاتو کې هم شیږ کیدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتیستیکي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټیکاوي لپاره پیدا کړي، باید په ډېرو زرهاو تجربې وکړي.دا چې دی د خپل تفاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربې غواړي وکړي او له نتیجې څخه یوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستوښاستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پیدا کوونې لپاره پریکړه یا فیصله کوي یو هیوپوتیز ازماېښت ته وده ورکړي یا منځ ته راولیږي.

$H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ (صفر هیوپوتیز)، $; H_1 : p < \frac{1}{6}$ (الترناتیو هیوپوتیز) هیوپوتیزې د

H_0 دې په یوه د 5% سیګنیفیکانځنیو(د اشتباه احتمالوالی) وازمایل شي.

دا همغه با برابر ازمایښت دی، لکه په دویم حالت کې چې تشریح شوی. د H_0 { 85 ... 600 }د منلو یا قبلولو ورشو،

د H_0 { 0 ... 84 }د رده ولو ورشو د یوه $.4,45\%$اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کمیسار سپینګل دا د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرې، نیسي یافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتنې لپاره ریښوتی احتمالوالی $p = 0,13$ دی.

دی شمیرنه د وړاندنیونه یا فرضیه سره کوي، چې نتیجه $p = 0,13$ ټیک ده، د H_0 د قبلونې په ورشو کې پریوځي.

شمیرنه:

$\beta = P_{0,13}\,(85 \leq X \leq 600)$ غواړو وشمیرو

داتا: $n = 600 ; p = 0,13 ; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شمیرنې لپاره دې سیومتریکې انتروالونه راوړل شي

د سره په پښتو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د نیوني ورشو

$$\{0 \ldots 71\}\ \{72 \ldots 78 \ldots 84\}\quad \underbrace{\{85 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(72 \le X \le 84)\right]$$

$$P(72 \le X \le 84) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow P(72 \le X \le 84) \approx 0,570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,570] = 0,215$$

له دي لاس ته راځي د دويم ډول ناټيکاوی $\beta \approx 21,5\%$

ارزونه:

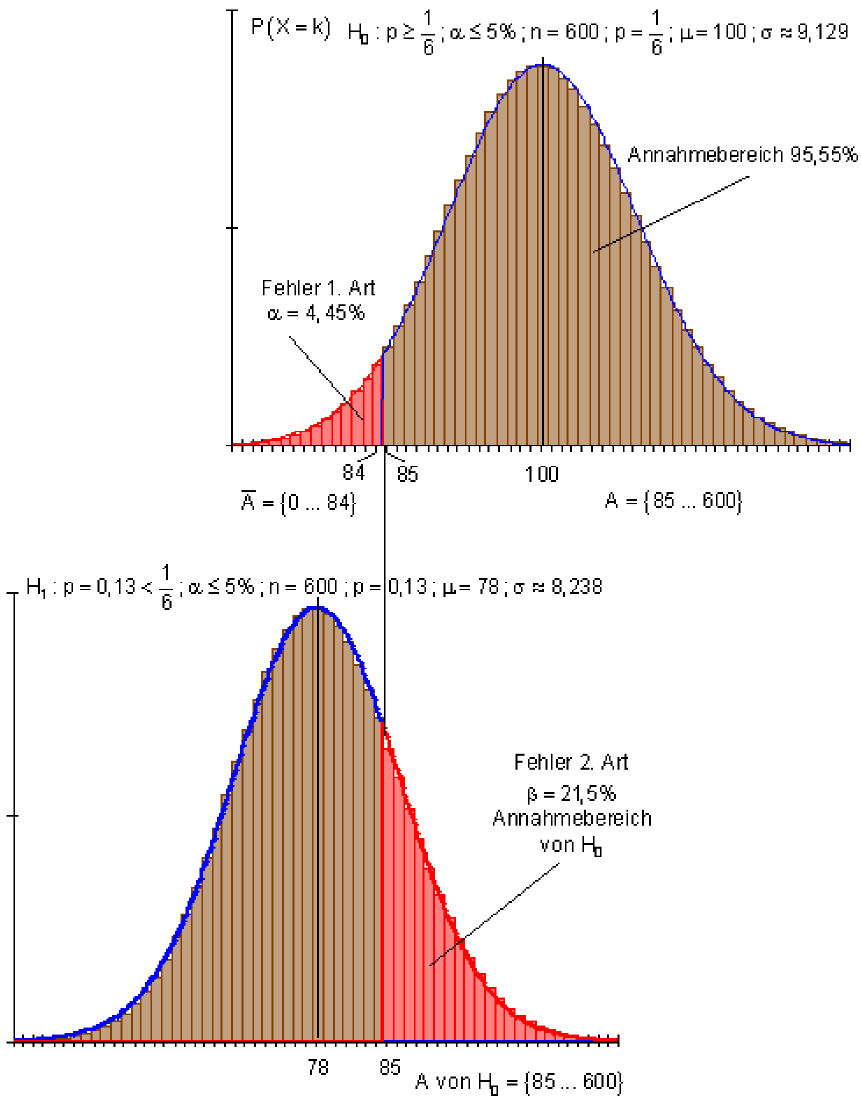
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي یا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کومیسار به په عقیده غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چې په دې پرېکړې سره منځ ته راځي، 4,45% ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونیداپیښنه ښايي، 4,45% ده.کومیسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی رښتیا غلط شوی وي، د 21,5% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کومیسار به دا غلط شوی غورځوونی یا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه پیژندل شي.

ګرافیکي انځورونه(په ګراف کې دننه له پورته کښته لور ته: نیون یا قبلونورشو، لومړی ډول ناټيکاوی، دویم ډول ناټيکاوی،د نیوني – یا قبلوني ورشو)

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سیګنیفیکانځنیو (اشتباهي احتمالوالی)تغیرونه:

کومیسار برګ یو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چې د ستوبنایتیک څخه کم معلومات لري، د سپین ګل معلومات غواړي ورته راولیږل شي.

دا غواړي په ورته توګه مخ ته لاړ شي. مګر د 4,45% اشتباه احتمالوالي یا سیګنیفیکانځنیو ورته ډېره جګه بریښیحتمالوالي سره . دی غواړي د یوه 97,5% اطمانان احتمالوالي سره خپله پرېکړه وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنه:

H_0 صفرهیپوتیز: $p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځنیو $\alpha \leq 2,5\%$

داتا: $n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

یو کيڼ اړخیز هیوپوتیز ازماېښت دې صورت ونیسي، ځکه چې یو مناسب شېړ د H_0 په ضد خبرې کوي یا قضوت دی.

د یوه 2,5% سیګنیفیکانځنیو یا اشتبا احتمالوالي سره لاندې انټروالونه تر ځیرنې لاندې نیسو.

$\{\ 2,5\%\ \}\ \{\ 95\%\ \}\ \{\ 2,5\%\ \}$

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره کېږي $\mu - 1,96 \cdot \sigma = 100 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82,1$

د H_0 لپاره د قبلونې ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د قبلونې ورش: { 82 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردونې ورشو: { 0 ... 81 }

د ازمایلو د ردونې ورشو ده، داسې چې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(0 \le X \le 81) \le \alpha = 2{,}5\%$

$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$

$P(0 \le X \le 81) = \frac{1}{2}\left[1 - P(82 \le X \le 118)\right]$

$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$

$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}958] = 0{,}021$

د دويم ډول ناتيکاوی:

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ ist zu berechnen.

Daten: $n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ شميرو

داتا:

$n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$

د شميرنې لپاره سيومتريک انتروالونه راوړو

$\{0 \ldots 74\}\{75 \ldots 78 \ldots 81\} \quad \underbrace{\{82 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$

د H0 د منلو ورشو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{0,13}(82 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(75 \le X \le 81)\right]$$

$$P(75 \le X \le 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \le X \le 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0,326\right] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناتيکاوی

$\beta \approx 33,7\%$

ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کوميسار برگ په عقيده به د غلط شوی سترگی(سترگز مکعب) beschlagnahmenونيس يا سرکاري کړي(د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

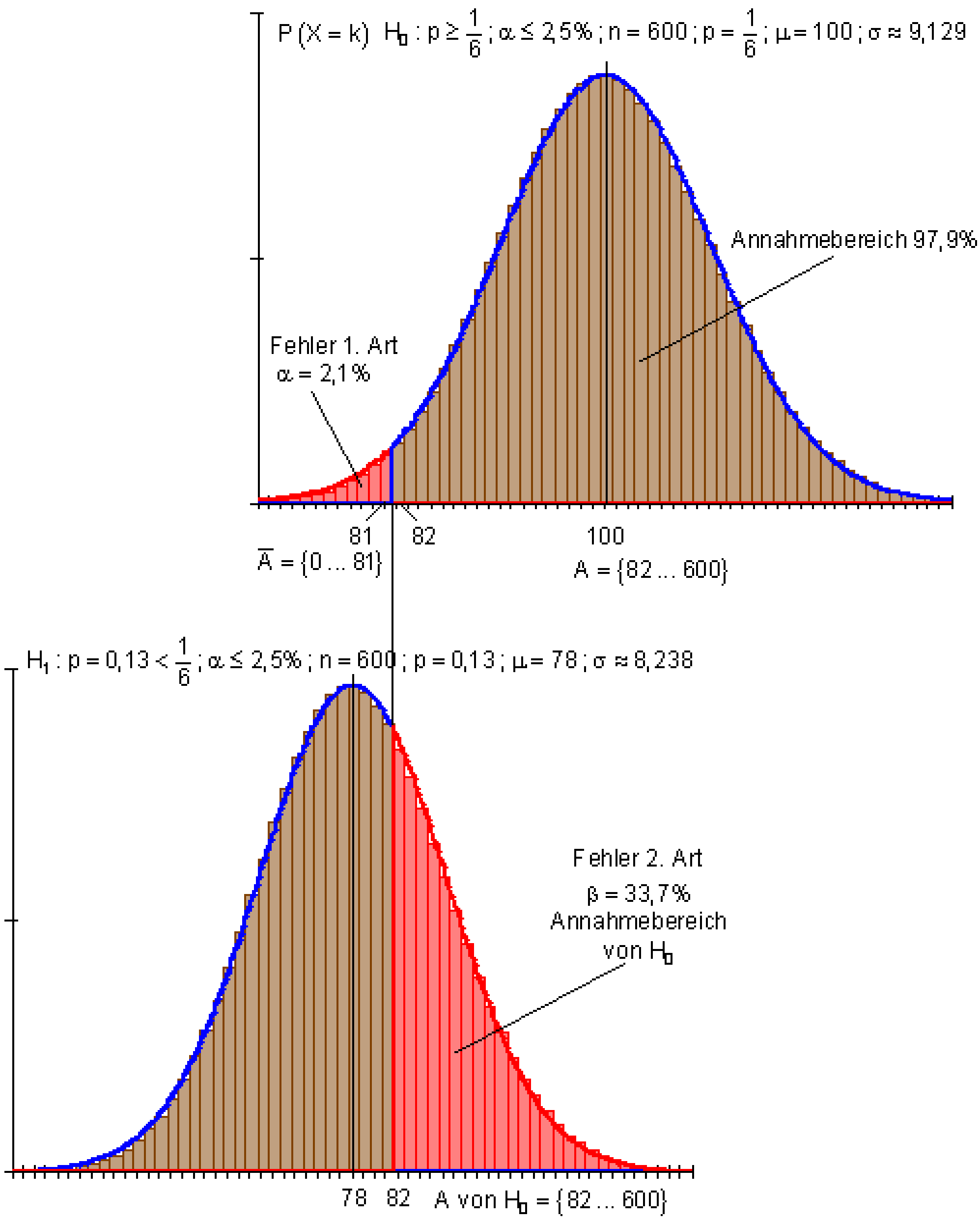
اشتباه چې دې يې په دې پرېکړې کې کوي %2,1 ده. هغه سترگی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونی يا سترگيز مکعب داپيښه ښايي، %2,1 ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضاً دا غورځوونی ربښتيا غلط شوی وي، د %33,7 احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترگی په دې ډول د %21,5 احتمالوالي سره ونه مني يا په رسميت ونه پيژني.

گرافيکي انځورونه: په ځيره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضيه ورشو

پسې ځيره کې . دويمهډول ناتيکاوی، نيونورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نتيجه يا لاسته راوړنه:

خطر، چې د چټکې پريکړې له لارې، چې د په ناحبه نيولو له لارې خپل نوم بدنه کړې د برګ کم دی نسبت و سپينګل ته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اطمنان لپاره يې قيمت د دويم ډول ناتيکاوي ډېر لوی دی، دا پهدې معنا چې غلط سترکۍ مکعبونه کم د غلطو په حيث پيژندل کيږي.

د چاپيريال احتمالوالي شميرنه:

د يو ښو بيلګو سره دي وښول شي، چې د نورمال وېشل شوي جدول سره څنګه کار کيږي. په پام کې د نيول شوی وي، چې په **z** پورې اړوند ارزښت تل و انتظارارزښت **μ** ته سيمتريک پروت دی.

انتروال و انتظارارزښت ته سويمتريک پروت دی:

يو n -پورړيز برنولي-تجربه دي د $n = 500$ او $p = 0{,}33$ سره ورکړ شوي وي.

په انتروال $[150\,;\,180]$ کي د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت $r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$

$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

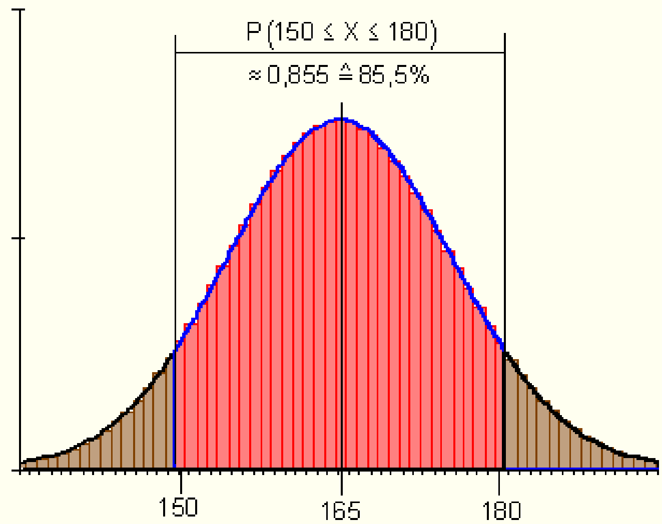
$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

$z = 1{,}474$ لاس ته راځي جدول ارزښت: $0{,}858$

$$P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)$$

په انتروال $[\,150\,;\,180\,]$ کي د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی نږدې 85,8% دی

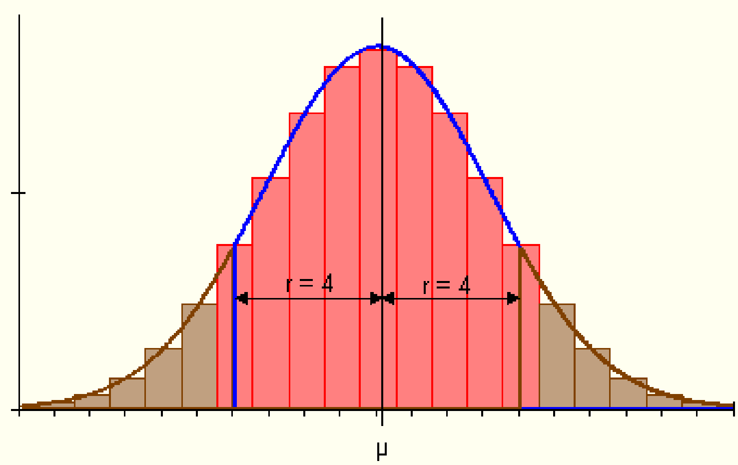
(c) ketabton.com: The Digital Library



ولې دې د ا نتروال پولې هره یوه په 0,5 لویه شي، که د نورمالوېشني د جدول ارزښت سره د انتروال احتمالوالی تاکل کیږي؟

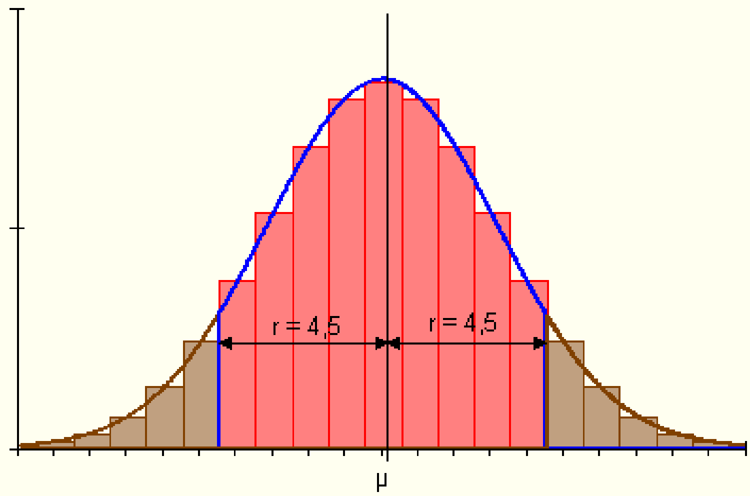
Bei $P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)$ war das der Fall.

سړی کړی شي د استعمال شوي جدول داتا وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د $k = 150$ همداسې $k = 180$ د متې یا ستنې فقط نیمه سطحه په پام کې نیول کیږي. لاندې ګرافیک دې دا روښانه کړي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ټاکل شوې وړانګه r = 4 ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نيمه سطحه کمه په پام کې نيسي، داسې چې ټاکلې چاپيريال پوره نه شي رانيول کيدی.



ټاکل شوې وړانګه r = 4 ډېر دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نيمه سطحه کمه په پام کې نيسي، داسې چې ټاکلې چاپيرياال پوره رانيول کيدی.

د انتظارارزښت %- چاپريال

د n = 550 او p = 0,36 لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپريال وټاکئ.

$$n = 550 \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0{,}36 = 198$$
$$p = 0{,}36 \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0{,}64} = \sqrt{126{,}72} \approx 11{,}257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0{,}90$$

د P=0,90 لپاره د z-ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کيږي

Z=1,64 له دې لاس ته راځي، چې جاپيريالوړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1{,}64 \cdot \sqrt{126{,}72} \approx 18{,}46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18{,}46 = 179{,}54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18{,}46 = 216{,}46 \approx 216$$

انترول بايد انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سيومتريک پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مورډ تاکو: $P(180 \leq X \leq 216)$

دا باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال $\{180 \ldots 198 \ldots 216\}$ دا (90%)غوښتنې پوره کوي

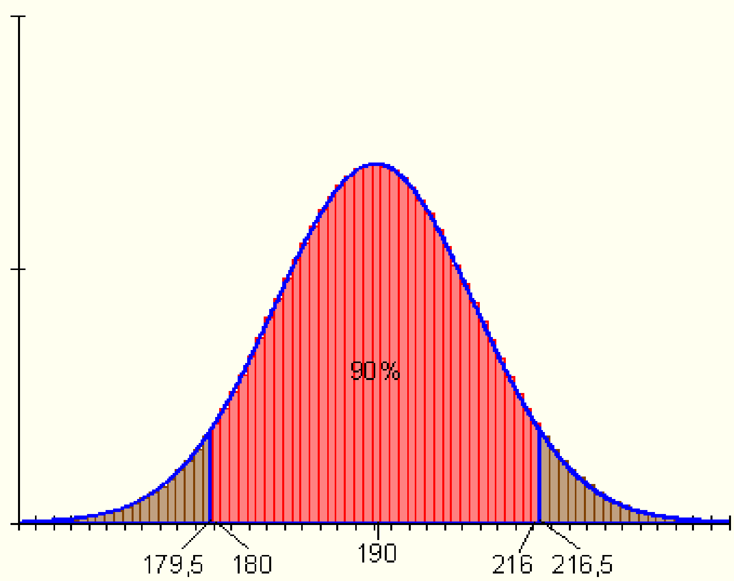
$$P(180 \leq X \leq 216) = P(179{,}5 \leq X \leq 216{,}5)$$
$$r = 18{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{11{,}257} \Rightarrow r \approx 1{,}64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}1{,}64$$
$$P(180 \leq X \leq 216) \approx 0{,}899$$

دا اړونده د z– ارزښت د p=0,90 لپاره له جدول څخه لوستل کیدی شي

له دې لاس ته را ځي دد چاپییالوړانګه

انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک پروت دی

په انتروال [216 ; 180] کې دبریاو د تعداد احتمالوالی 90% دی.



له چاپیریال دباندې انتروالونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

n -ځایز د برنولي تجربه ورکړ شوي ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپیریالونو دبانودې د نتیجو لپاره احتمالوالی غواړو پیدا کړو.

الف- $p = 0{,}56$ او $n = 300$ وټاکی $P(X < 162)$

ب – $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وټاکی $P(X > 80)$

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو. د جدول څخه کیدی شي فقط د انتظار ارزښت ته سیومتریک انتروال احتمالوالی ولوستل شي، دا ارزښت .... 162] 174 ... 168 لري. په دې پسې تړلی انتروال لاس ته راځي، کوم چې د سیومتریک دلایلو له امله برابره لویه لري لکه یې چې [161 ; 0] لري.

لاندې اینسونه باور لري: [{ 0 ... 161 } {162 ... 168 ... 174 } { 175 ... 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}76$ wird

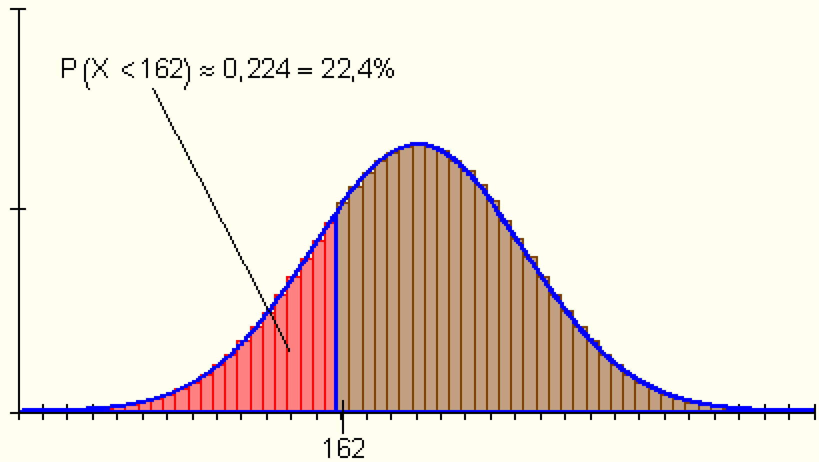
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

له 162 څخه لږ برياو لپاره احتمالوالی 22,4% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



و ب ته-

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0;79][79,5;80,5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79,5 \le X \le 80,5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0,07$ wird

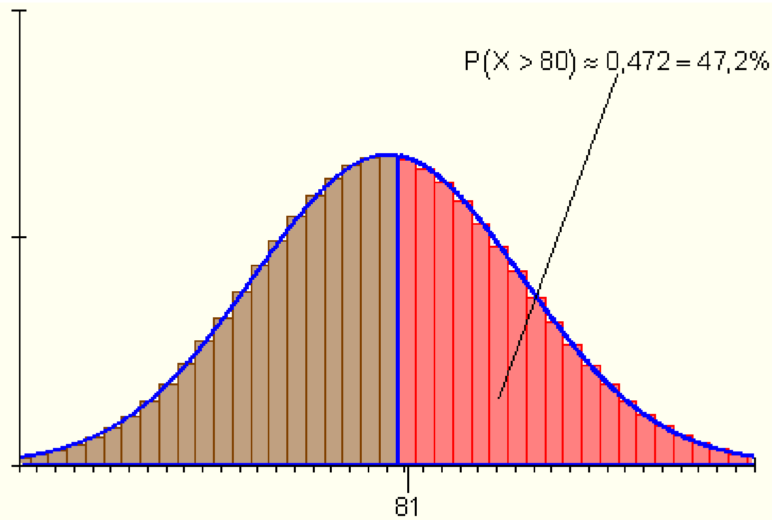
$$P(79,5 \le X \le 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0,5 \cdot (1 - 0,056) = 0,5 \cdot 0,944 \approx \underline{\underline{0,472}}$$

له 80خخه ډېرو برياو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اسيومتريک چاپيريال **Asymmetrische Umgebungen**

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموتریک انټروال احتمالوالی وټاکی.

$p = 0{,}55 \quad n = 180$ وټاکي $P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

اینبوونه $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

$$\begin{array}{l} n = 180 \\ p = 0{,}55 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0{,}55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0{,}45} = \sqrt{44{,}55} \approx 6{,}675 > 3 \end{array}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88{,}5 \le X \le 109{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10{,}5}{6{,}675} \approx 1{,}57 \Rightarrow r \approx 1{,}57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0{,}884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93{,}5 \le X \le 104{,}5)$$

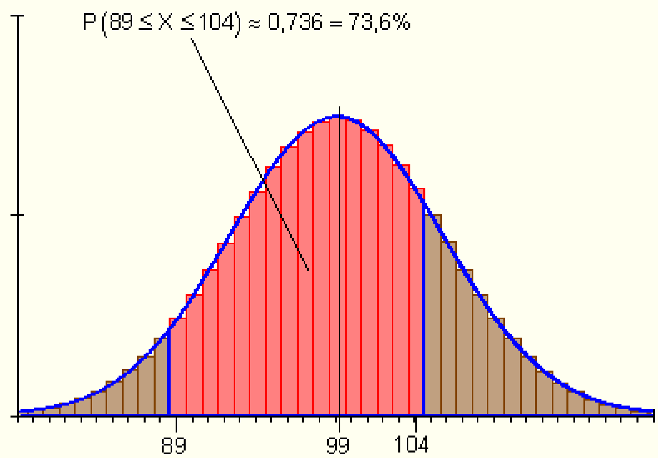
$$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5{,}5}{6{,}675} \approx 0{,}82 \Rightarrow r \approx 0{,}82 \cdot \sigma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(94 \leq X \leq 104) \approx 0{,}588$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}[0{,}884 + 0{,}588] = 0{,}736$$

په انتروال [104 ; 89] کې برياوې نږدې %73,6. دي.



اووه لسم – هيپوتيزې ازمايښت ته بنسټونه

پيلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زيات وخت له هغې وروسته پوهيږي چې ايا پرېکړه يې تيک وه. نا اطمنان، چې پريکړه وکړي، تل يو د ناتيکاوي احتمالوالی لري. د هيوپوتيز ازمايښت تل موږ ته ديوه بديل يا الترناتيوي پرېکړې لپاره يوه لار ښايي. موږ خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې موږ څه تيک ګڼو. دا موږ صفر هيپوتيزH_0 بولو.

يوه الترناتيو پرېکړه الترناتيو هيوپوتيز بولو.

د هيپوتيزو ازمايښت تل يوه تلنلار ده يا کونه ده، چې سرې يې په زياتو پلونو يا قدمونو وېشلی شي:

- د صفرهيپوتيزH_0 او د الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز H_1فرمول بندي کونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د سګنیفیکیشن نیوو Signifikanzniveaus کره کونه.

- د صفر هیپوتیز د نیونې – او رده ونې ورشو.

- د توکلې ازماېنې روستنه.

- د ازماېښت پرېکړه کونه او د هغې انترپریتیشن یا تشریح:

که د راوستن ازماېښت یا توکلي از ماېښت د نیونې ورشو کې پروت وي، نو H_0 نیول کیږي، پرته له دې ردیږي.

د هیپوتیز د ټیک نیولو یا ځا په ځای کولو لپاره یو څو بیلګې شتون لري:

- څه چې ښول یا ثبوتول غواړم، په الترناتیو هیپوتیز پورې اړه لري

- دا د مساوي یا برابر نخښه تل په صفرهیوپوتیز پورې اړه لري

- د صفر هیوپوتیز په لیکنه یا ځای په ځای کونه کېسړی له دې مخ ته ځي، چې،، ټول زاړه په زاړه پاتیږي، هیڅ تغر نه دی خوړلی،،

د صفرهیوپوتیز نیونه مو تل د الترناتیو هیوپوتیز رده ونې ته لارښودوي، مګر د ې لپاره ثبوت نه دی چې د صفر هیوپوتیز دې ټیک وي.

د صفر هیوپوتیز رده ونه مو د الترناتیو هیوپتیز نیونې ته بیایي یا لارښودوي.

بیلګه ۱ : په اخرنیو لسو کالونو کې د یوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافیتریا د مړئ سره خوښ نه وو. داسې ګومان کیږي چې د سمستر جریان کې نا خوښي حتی زیاته شوې ده. د کافتریا ټیم نو اوس دې پرېکړې ته اړین دی چې د مړئ ښه کولو ته باید ملا راوتړي. د دې لپاره چې پرېکړه وکړی شي، نو د 100 زده کوومکو څخه پوښته کوي.

الف- که د مړئ سره له لسو زیات زده کوونکي ناخوښ وي، نو باید مړئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتریا د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.
ب – د مفتریا ټیم د راوستنپوښتنې توکلیوالي څخه شعوري دي یا بوهیږي او په دویمه پوشته ې ۱۰۰ زده کوونکې بیا پوښتي. په دې حالت کې ټیم په 95% اطمنان سره د پوښتنتنتیجې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکې د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټیم به په دواړو حالتونو کې څنګه پرېکړه وکړي؟

پرېکړه باید د هیوپوتیزې ازماېښت له لارې پیدا شي.

د ښوولو دی $p > 0,1$.

داپه دې معنا : د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مړئ سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیوپوتیز کره دي.

$H_0 : p \leq 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$ او $H_0 : p \leq 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$

الف- -هیوپوتیز ازمایل کیږي. دا نیول کیږي یا همداسې ساتل کیږي، که د زده کوونکو تعداد یا ګڼون په نیونورشو(نیول شوي ورشو)او دا وساتل شي، که د زده کوونکو تعداد په ردیدونکې ورشو کې پروت وي.

$$H_0 : p \leq 0,1 \quad \begin{array}{ll} \text{Annahmebereich} & A : \{0,1,\ldots,10\} \\ \text{Ablehnungsbereich} & \overline{A} : \{11,12,\ldots,100\} \end{array}$$

په لومړي ازماېښت کې 12 د زده کوونکو د مړئ سره خوښي ښایي،

په لومړي ازماېښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مړئ سره خوښ نه دي.

د H_0- هیوپوتیز له دې سره رد شوه، مګر دا کیدی شي د نمونه ازماېښت د توکلیوالي سره ممکن ناټیک وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیزولوالي کې(د مسلکي ښوونځي دټول زده کوونکو ډېرئ یا سټ) په ریښتونې یا حقیقت کې 10% وي. سړی په دې د H_0–هیوپوتیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناټیکاوی یا اغلطي ، چې د ازماېښت اشتباه احتمالوالی هم بلل کیږي، د رده شوو- احتمالوالي څخه شمیرل کیږي.

$$P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) \approx 1 - 0,583 = 0,417 \quad \text{(siehe Tabelle 1).}$$

داپه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

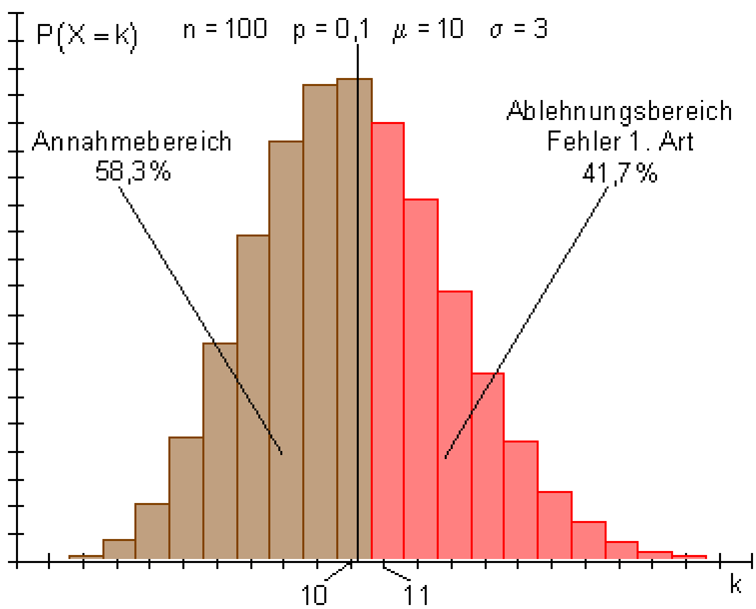
(c) ketabton.com: The Digital Library

نو سړی باید ووايي: ،، د نيوني له مخې، چې په ريښتونې د ټول زده کوونکو10% ناخوښ دي، د ورکړ شوو پوښتنو سره د يوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره يوې داسي نتيجې ته رسيږي او له دې سره د صفر هيوپوتيز يوې ناټيکې رده وني ته،،.

يو وېشنتابع يا پاشل – يا خورونتابع دې دا روښانه يا واضح کړي:

ښی: د رده وني ورشو ، کيڼ: د منلو يا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټيکاوی



ب – د دويم ازمايښت سره يو د 5% ناټيکاوي باندې قانع کيږي(د 95% تظمين).

له دې سره د نيونې- يا قبلونې- او رده وني ورشو تغير خوري.

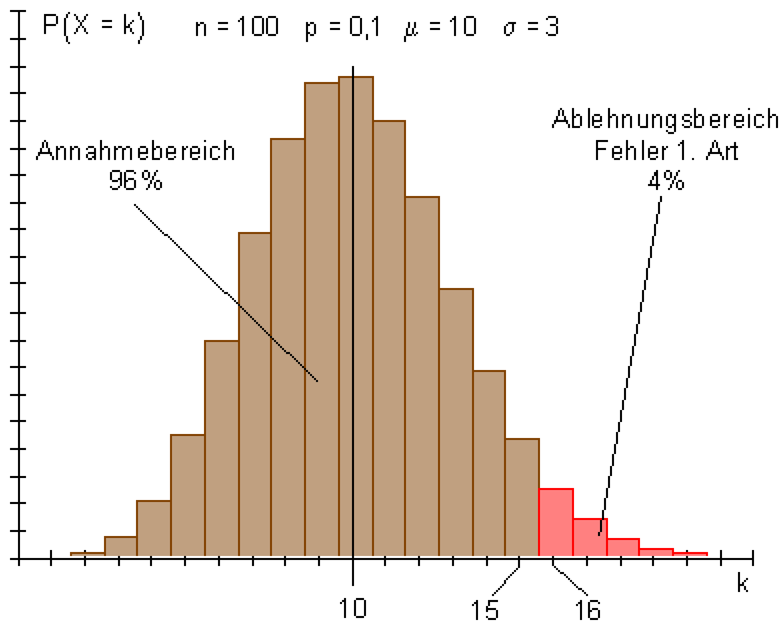
د منلو قبلولو ورشو لويوالي سره، د رده ولو يا نه قبلولو ورشو يا ساحه لوييږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کونکو سره په نوي قبلوني ورشو کې راځي، د صفر هيوپوتيز نيول – يا قبلول کيږي. د کفيتريا ټيم دليل نه ويني، چې غزا يا مرئ ښهکړي. ټيک هلته که ۱۵ زده کوونکي د غزا يا مرئ سره ناخوښ وی، کيدی شوی، چې صفر هيوپوتيز رد يا ناقبوله شي، الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز قبوله شي يا ومنل شي او غزا ښه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو د وېشنې تابع به دا روښانه یا واضح کړي.

د الماني بڼې: د رده وني ورشو ، کيڼ: د منلو یا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټیکاوی



په یوه ازمایښت کې چې څه ناټیکاوي ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کيږي. دا د قانون یا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کيږي. له دې سره 1% او 5% عادي یا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د H_0-هیوپوتیز د اشتباهي رده وني هغه خورا لوی احتمالوال ی دی.

اشتباهي رده وني ته سرې سیګنیکانس نیوSignifikanzniveau (انګريزي: significanceniveau)هم وايي.

جدول ۱: کومولیر شوی د بینوم وېشنه د n=100 او p=0,1 لپاره.

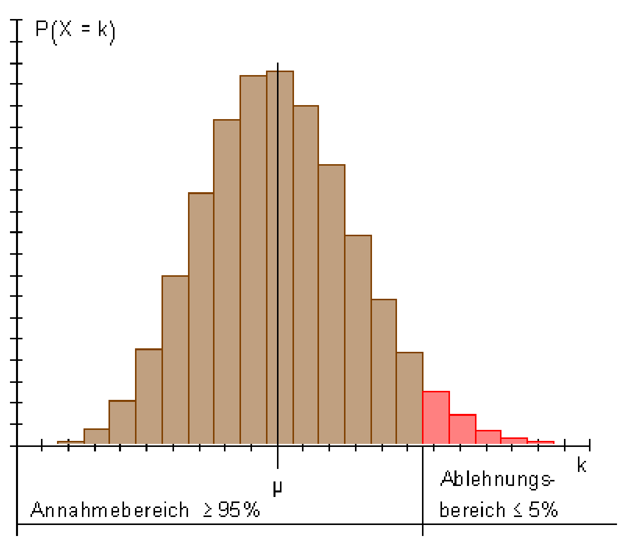
(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

يو ازماېښت، د كوم سره چې د رده وني ورشوپورته لور ته، يعني د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، *ښي لوريز هيپوتيز ازماېښت* بلل كيږي. دېرواره دا تلنلار هلته كارول كيږي، چې بديل هيپوتيز $H_1 : p > a$ وي، او $H_0 : p \le a$ ازمايل كيږي. دا چې د بينوميالوېشنه يوه ديسكرېټ وېشنه انځوروي زيات وخت نه توانيږو، د رده ولو ساحه داسي وټاكلى شو، چې اشباه احتمالوالى تيک هغه د مخه وركړ شوي ارزښت په ګوته كوي. دا بايد نه د غوښتوني ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

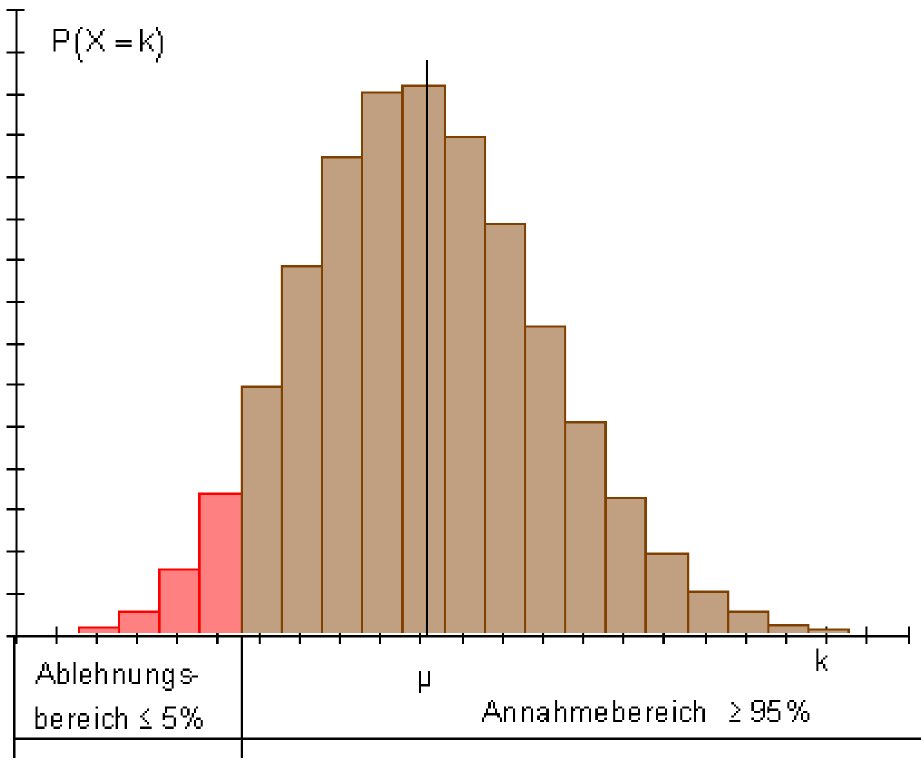
ښى لوريز هيوپوتيز - ازماېښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه ازماېښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، یعني د انتظارارزښت مېن لور ته پرته وي، کېن هیوپوتیز ازماېښت بلل کېږي. زیات واره دا تلنلارهلته استعمالیږي، چې بدیل هیوپوتیز H_1: $p < a$ وي، او H_1 : $p \geq a$ ازماېل کېږي.

کین اړخیز هیوپوتیز- ازماېښت



د هیوپتیزو په ازماېښت کې ناتیکاوی:

پرېکړه، چې د ازماېښت په نتیجه کې (ازماېښت، تولپوښتني،...) کیدی شي ناتیک وي.

ازماېښت کونکي هیوپوتیزيH_0 (زیات له زیاته 10% زده کوونکي د غزا یا مړئ سره ناخوښ دي) کیدی شي رښتیا یا نارښتیا (ناتیک) وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی د ناټیکاوي(غلطئ) دوه ډولونه سره توپيروي:

د لومړي ډول ناټیکاوی(غلطي): د صفر هیوپوتیزې غورځول کیږي یا ردیږي، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی:

د صفر هیوپوتیزې قبلیږي، سره له دې چې دا ناټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط وشمیرل شي، که سړی د بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیزې لپاره یوبل احتمالوالي، لکه د H_0 لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلکه(بدیلي یا الترناتیو تست(ازماېښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال(د دویم لاس یازاړه) د کوچنیانو بوټان خرڅوي. نږدې 60% بوټان بې له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتې یې داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی(ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښایي، چې دی استعمال بوټان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناټیک- یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمایي.
د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوټان د خرڅوونکي له زخیرې څخه راباسي،

لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوټانو لپاره احتمالوالس $p = 0,8$ دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې ګڼي، دا له $p < 0,8$ څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفرهیوپوتیزH_0 : $p \geq 0,8$ او بدیلي هیوپوتیز$H1$: $p < 0,8$

د $n = 20$ جوړه بوټانو یوه ازماېښت سره سړی د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,8 = 16$$

د جوړو یاسمو جوړو بوټانو انتظار باسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوټان ټيک وي، نو دا د راوړنکي ثبوت يا غوښتنه په ګوته کوي، نو بيا دې H_0 ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوټان ټيک وي، سره له دې چې $p = 0,8$ دی. صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۶ بوټانو لږ ټيک وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت لرو؟

$P(X \le 15) = 0,370$ (Siehe Tabelle 3).

د يوه 37% احتمالوالي سره کيدی شي مخ ته راشي، چې په يوه ازمايښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوټان جوړ وي، سره له دې چې د بوټانو 80% روغ يا جوړ دي. سړی کړی شي د 37%يوه احتمالوالي څخه اشباهآ صفرهيوپوتيزې رد کړي.

دويم حالت:

نيسو، چې د بوټراوړونکي بوټان 60% ټيک او جوړ روغ دي. د دې نيونې يا فرضيي سره لاندې هيوپوتيز ترتيبوي:

صفرهيوپوتيزې H_0 : $p \le 0,6$ او الترنايو يا بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0,6$

د $n = 20$ جوړه بوټانو ازمايښت سره سړی انتظار باسي، چې

$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زيات روغ جوړ بوټان وميندل شي، دا دوکاندار د ګومان په ضد وينا وې دي ($p = 0,6$).

توکلي هم کيدی شي چې له ۱۲ جوړو زيات بوټان مخ ته راشي، سره له دې چې $p = 0,6$ دی.

د صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زيات بوټان ټيک روغ جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X > 12) = P(X \leq 20) - P(X \leq 12) = 1 - 0{,}584 = 0{,}416 \quad \text{(siehe Tabelle 2)}$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په ازماېښت کې له ۱۲ جوړو زیات بوتان روغرمټ دي، سره له دې چې فقط 60% بوتان روغرمټ دي. سړی به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهآ صفرهیوپوتیزې رد کړي.

په دواړو حالتونو کې احتمالوال د دې لپاره دی، چې ناتیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی(لومړی حالت 37% ، دویم حالت41,6%).

د مخه له دې چې ازماېښت وشي، موخه ور(هدفمند) دئ،چې د دې لپاره پرېکړه وشي، چې د کوم تعداد یا ګڼون سره بوتان سړی د روغرمټ په حیث غوره کوي $p = 0{,}8$ یا $p = 0{,}6$. داسې پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سړی باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چې د ناتیکې پرېکړې لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندې د پرېکړې قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمټ وي، نو $p = 0{,}8$د ټیک په توګه کتل کیږي، پرته له ې دې $p = 0{,}6$ باور ولري.

د هیوپوتیز ازماېښت داسې دی : $H_0 : p \geq 0{,}8$ او $H_1 : p < 0{,}8$.

د مخ ته ورکړې څخه د H_0 لپاره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راکوي.

د منلو یا قبلولو ورشو: $\overline{A} = \{0 \ldots 14\}$ ، د ره ولو یا نه قبلولو ورشو: $A = \{15 \ldots 20\}$

که H_0 باید رد شي، نو$H_1 : 0{,}6 = 0{,}8 > p$ دې باور ولري.

د الماني پښتو له کینکښته څخه ښي لورته:د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}6$د منلو یا قبلولو ورشو، د $p=0{,}6$ د منلو روشو.

په څیره کې پورته له ښي کیڼ لور ته او بیا له پروتولاړ سیستم کښته له ښي کیڼ لور ته:

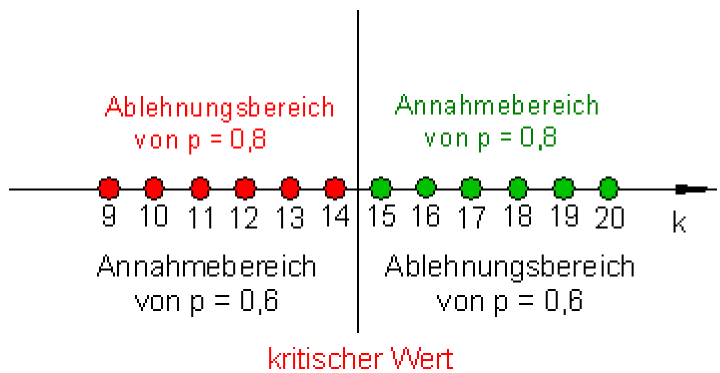
(c) ketabton.com: The Digital Library

د منلو ورشو   د نه منلو ورشو

له...   له...

د نه منلو یا نه قبلولو ورشو   د رده ولو یا نه قبلولو ورشو

له...   له .....



کریتیکل ارزښت

د دې پرېکړې د ناتیکاوي امکانات:

۱ - $p = 0{,}8$ ټیک دی، دا پهدې معنا، چې نوی د بوټانو راوړنکی په رېښترني دښه خرنګوالي یا کایټي بوټان راوړي. توکلي کیدی شي مخ ته راشي، چې له ۱۵ جوړه بوټانو څخه لږ یا کم په ریښتوني روغرمټ وي. نو سړی به بیا په راوړنکي باور ونه لري. د د اسې یوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$P_{80}(X \leq 14) = 0{,}196$ (siehe Tabelle 3).

دا په دې معنا، چې که څوک داسې یوه تکلي تجربه د ۲۰ جوړه بوټانو سره زیات ځله وکړي، نو کیدی شي چې سړی په 19,6% حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوټانو د اصلي خرنګوالي یا کوالیټي په ضد وي(په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول ناتیکاوی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتونې هیوپوتیز، (د نوي راوړونکي بوټان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړی –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوټ راوړونکي هم ښه بوټان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مګر توکلي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې جوړې بوټان روغرمټ دي. د لته به سړی د نوي بوټراوړنکي بوټان په ناټیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$$P_{60}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0,874 = 0,126 \quad \text{(siehe Tabelle 2).}$$

داپه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوټانو سره داسې یوه توکلي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې دبوټانو ځرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتونې دی.

د ویم ډول ناټیکاوی:

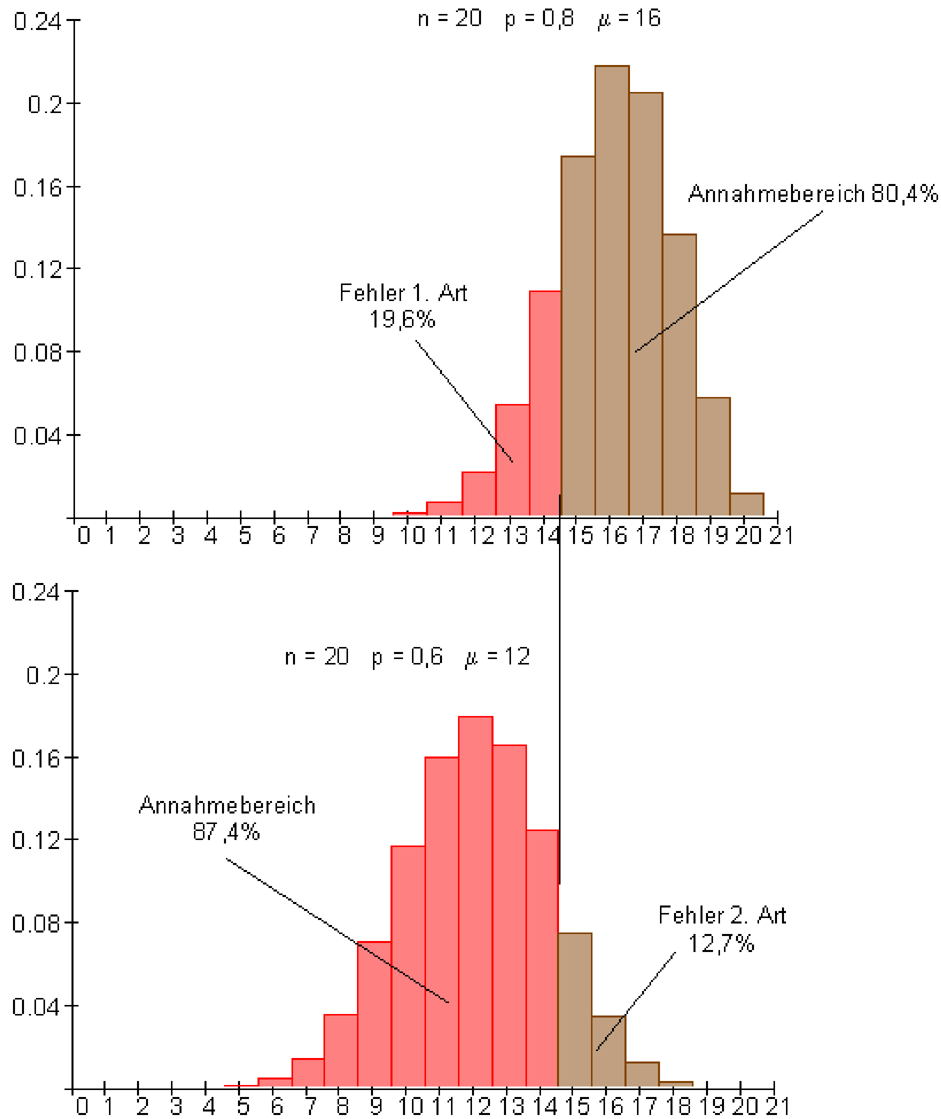
په ټول 12,6% حالتونو کې به ناټیک هیوپوتیز، (د نوي بوټ راوړونکي بوټان ډېرښه دي) له منځه لرې نه شي.

دلومړي حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نخښه کوو $(\alpha = 0,196)$
ددویم حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د ß په نخښه کوو

$(\beta = 0,126)$

د دې لپاره چې د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرو، سړی د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې ورشو ترڅیرنې لاندې نیسي د فرضیې یا نیونې لاندې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري. د دویم ډول ناټیکاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماښت نتیجه د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکول کیږي.

که یو د اشباه احتمالوالی له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلوني او رده وني ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه $\alpha \leq 0{,}1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{0,8}(X \le k) \le 0,1 \Rightarrow k = 13$ له دریم جدول څخه ولولئ، څکه چې

$$P_{0,8}(X \le 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د یوه لومړئ ډول ناتیکاوي لپاره احتمالوالی دی

د قبلوني ورشو: $A = \{14,15,\ldots,20\}$ د رده وني ورشو: $\overline{A} = \{0,1,\ldots,13\}$

$$P_{0,6}(X \ge 14) = P_{0,6}(X \le 20) - P_{0,6}(X \le 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د یوه دویم ډول ناتیکاوي احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول ناتیکاوي لپاره احتمالوالی له نیمايي څخخه زیات باندې راکم شي، د دویم ډول اشتباه دوه برابره کيږي.

له دې مخ ته ځیره لاندې راغلي:

که هیوپوتیز p = 0,8 ربښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه تست په بنسټ په ناتیک ډول رد شي، 8,7% دی.

څکه چې په 8,7% ټولو حالتونو کې ازماېښت نتیجه په .p = 0,8

د رده وني ورشو کېپرته ده.

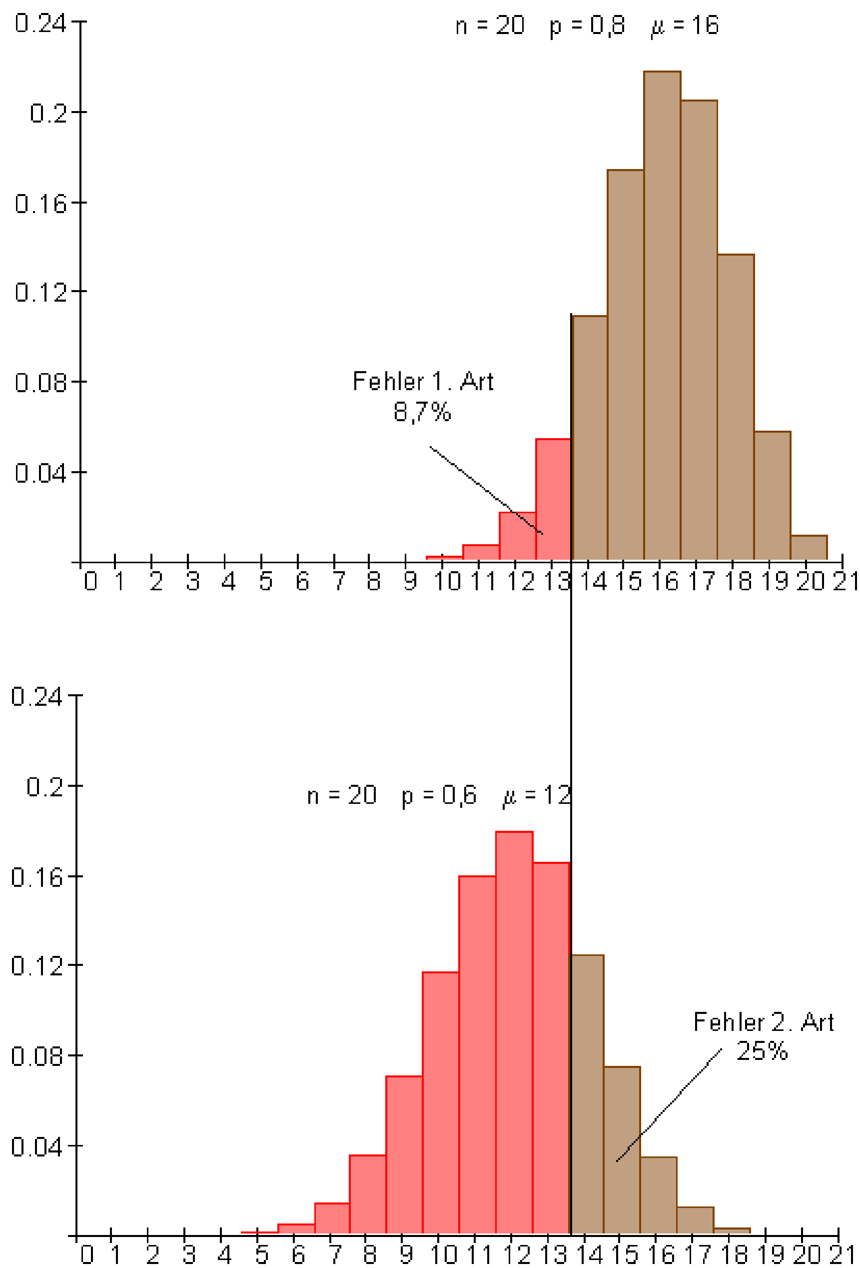
که هیوپوتیز p = 0,8 ربښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه ازماېښتپه نتجه کې په ناتیک ډول رد شي، 8,7% ده.

څکه چې د ټول حالتونو په 8,7% کې د ازماېښت نتیجه د p = 0,8 رده وني ورشو کې پرت ده.

که هیوپوتیز ربښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی،چې د تست په نتیجه کې په غلطه توګه ردیږي 25% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه(ازماېښتنتیجه) د $p = 0,8$ په رده ونې ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کمولير شوی بينوميالوېش د n=20 او p=0,6 لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دريم جدول: کمولير شوی بينوميالوېش د n=20 او p=0,8 لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه ځنګه کله ازمايل کيږي؟

د صفرهيوپوتيز(H_0) او د دې مخامخ يا معکوس هيوپوتيز(H_1) ځاي په ځای کول.

صفرهيوپوتيز د علاًقې (ځای) په واک کې ده.

د ګټې يا علاقې I ډله ثبوتوي د ګټې II ډله ثبوتنوي	$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$ $p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دوارو حالتونو کې $p = p_0$ کارول کېږي.

د علاقې یا ګټو مختلفې ډلې یا ګروپونه مختلفې صفرهیوپوتیز ځاي په ځای کوي. د دې پایله دا ده، چې د مختلفو ګټو ګروپونو لپاره د منلو یا قبلولو – او رده ولو ورشو ګانې مختلفې دي. د سرته رسیدلې د ازماېښت نتیجې هم د اړوند ځای په ځای شوې هیوپوتیز په واک کې دي.

کیڼ اړخیز تست که وي	$H_0 : p \geq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p < p_0$
ښی اړخیز ازماېښت که وي	$H_0 : p \leq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p > p_0$
دواړه اړخیز ازماېښت که وي	$H_0 : p = p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p \neq p_0$

په اساي توګه سړی له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو ګروپونه مخامخي یو د بل معکوس (konträre) صفرهیوپوتیز ځای په ځای کړي.

پوښتنې

هیوپوتیز ازماېښت ۱

دیوه نورمال ویشل شوي توکلي اووښتوني(متحولې) یا واریابلې د سیګما چاپیریال لپاره د جدول څخه کار واخلئ

لومړی: د تلویزیون یوه زیریال په اخر کال کې منځني لید کووت(چې څومره کسان فلویزین ګوري) 10% لروده. د خپروني منجمنت ګومان کوي، چې د زیریال ګرانښت یا محبوبیت د کال په اخره کې څلورمه یا ربعه کې حتی زیات شوی دی. نور زیریاله باید ورسره وا خستل شي، که د خپروني ګرانښت پهریښتوني زیات شوی وي. د دې لپار باید ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سړی د خال خال ازماېشت نتیجو په هکله هم شعوري دی او د یوې 95% خال خال پوښتنو نتیجې سره خوښي ښایي.

د مننې یا قبلونې او رده ونې ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکئ. وېشنتابع په شدله توګه رسم کړئ او هغه وتلې ټکې په نخښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: په يوهکوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري . د رحمان بابا ښوونځی هڅي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سړي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتنې له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جګ شوی دی.

د منلو – او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکی، همداسې د لومړي ډول ريښتينې اشتباه.
وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ. د سيګنيبيکيشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

دريم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴ (۶) ټولګي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت ګومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بې تغيره پاتې شوې ده. دا نيونه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازماېل شي.

الف- د $\alpha \leq 5\%$ لپاره د پرېکړې قانون څنګه دی؟

د لومړي ډول ناټيکاوی تشريح او وشميرئ.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

ب- د دويم ډول اشتباه تشريح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دبريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

څلورم: د يوه بختلوبو ااومات ماشين جوړونکی ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي ګټې کمبينيشن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی p = 0,3 دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمايل شي.

الف- ديوه سيګنيفيکانځ نيوويا- کچې $\alpha \leq 10\%$ لپاره دپرېکړې قوانين ورکړئ او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: د قبلونې ورشو دې د انتظار ورشو ته سیمتریک پرته وي.

ب – د دویم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشمیرئ، که د ګټې کمبینین احتمالوالی فقط p = 0,2 وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلې ټکي په نخښه کړئ.

حلونه:

هیوپوتیز ۱

مفصل حلونه.

لومړی:
د پوښتنې شنه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځا په ځای کونه.
سړی غولړي و ازمايي، چې ایا د خپروني ګرتنښت زیات شوی دی، ایا دا ګومان $p > 0{,}1$ ټیک دی. د هیوپوتیز د راونې یا ځای په ځای کونې سړی په لاندې توګه مخ ته ځي:
دا څه چې باید وښوول شي، بدیلي هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس یا په څټ صفرهیوپوتیز.
صفرهیوپوتیز $H_0 : p \le 0{,}1$ ، بدیل هیوپوتیز $H_1 : p > 0{,}1$.
د صفرهیوپوتیز د رده ونې سره د بدیل هیوپوتیز نیول کیږي یا قبلیږي.
H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازمایل شي.
د 95% اطمنان په دې معنا دی، چې دیوه 5% احتمالوالي سره د صفرهیوپوتیز قبلونه یو ناټیک پرېکړه ده، سیګنیکانځ نیو یا –کچه 5% .
د دې بنسټ سره د H_0 لپاره یو قبلونې او یو د رده ونې ورشو کره کیږي. دا چې لوی ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي، نو یو ښي اړخیز ازماېښت دی.
صفرهیوپوتیز $H_0 : p \le 0{,}1$ سیګنیفیکانځ نیو(کچه) $\alpha \le 5\%$
داتا:

$$n = 200;\ p = 0{,}1;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20 \cdot 0{,}9} = \sqrt{18} \approx 4{,}243 > 3$$

د 5% په یوه سګنیفیکانځنیو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 لپاره رده ونه

له دې سره $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 20 + 1{,}64 \cdot \sqrt{18} \approx 26{,}95$ کيږي، چې په 27 راګرديږي.

د H_0 لپاره د قبلوني يا منني پورته ورشو

باور لري:	د H_0 د قبليدني ورشو $A = \{0 \ldots 27\}$ د H_0 د ردېدني ورشو $\overline{A} = \{28 \ldots 200\}$

د ردوني ورشو داسې د ازمايلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 12\}\{13 \ldots 20 \ldots 27\}\{28 \ldots 200\}$$

$$P(28 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(13 \le X \le 27)\right]$$

$$P(13 \le X \le 27) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{18}} \approx 1{,}77 \Rightarrow P(13 \le X \le 27) \approx 0{,}923$$

$$\Rightarrow P(28 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}923] = 0{,}0385$$

ارزونه:

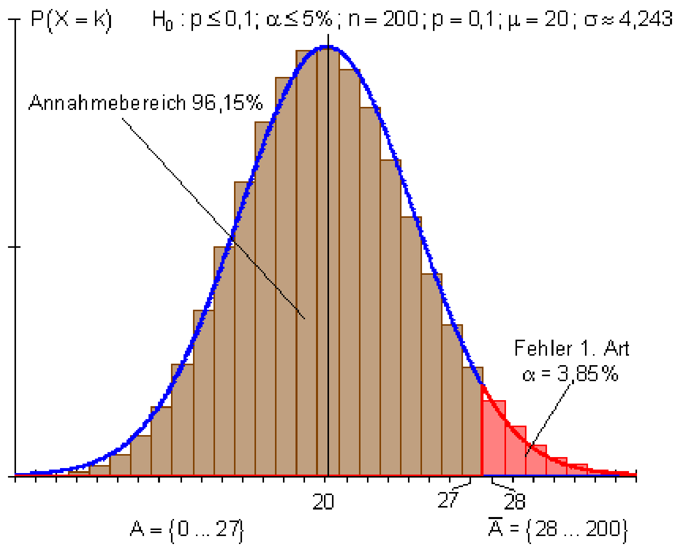
که په ټول پ،ښتنو کې راووځي، چې له ۲۷ کسانو زيات خپرونه ګوري، نو دا د H_0 د رده وني په ورشو کې پروت دی. صفرهيوپوتيز به ردشي. بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0{,}1$ به ومنل شي يا قبوله شي. نوي زيريالونه به واخستل شي.

ناتيکاوی، کوم چې په دې پرېکړه کې کيدی شي $3{,}85\%$ دی. دا په دې معنا چې ، د $3{,}85\%$ يوه حتمالوالي سره به هيوپتيز H_0په ناحقه رد شي. د تانيکاوي احتمالوالي $(3{,}85\%)$ د اشتبا احتمالوالی بلل کبږي. د اشتباه احتمالوالي لپاره سړی سګنيفيکانځ نيو يا کچه هم وايي.

که په ټول پوښتنه کې را ووځي، چې زيات له زياته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاوړي، نو بيا به هيوپوتيز H_0ونيول- يا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. د ې پسې به بل سريال وا نه خستل شي.

دا چې د H_0 هيوپوتيز د ردهولو ورشو د احتمالوالی وېشني په ښئ ورشو کې پرته ده، نو دا هيپتيز تست ښي اړخيز تست بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم: مفصل حل یا ځواب:

د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه.

سړی غواړي وازمايي، چې ایا د ښوونځي ګرانښت زيات شوی دی، اياګومان $p > 0,37$ ربښتيا کيږي.

د هیوپوتیز د راوړني لپاره داسي مخ ته ځو:

دا څه چې ښوول کيږي، بدیل هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس د صفر هیوپوتیزدی.

صفرهیوپوتیز $H_0 : p \leq 0,37$ بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز $H_1: p > 0,37$.

د صفرهیوپوتیز د رده وني سره بدیل هیوپوتیز قبليږي.

H_0 دې د ټول پوښتني له لارې و ازمايل شي.

د سګنیفیکانښ نیو دې زيا له زياته 5% وي.

په دې بنسټ به د H_0 لپاره يوه د منلو – يا قبلولو ورشو او يوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د H_0 په ضد – يا برعکس خبرې کوي، نو دا يو ښي اړخيز تست(ازماېښت) دی.

صفرهیوپوتیز $H_0 : p \leq 0,37$، سیګنیفیکانښ نیو(-کچه) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 200;\ p = 0,37;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

د 5% په یوه سګنیفیکانښنیو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 د رده وني ورشو

له دې سره به $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 74 + 1{,}64 \cdot \sqrt{46{,}62} \approx 85{,}2$ شي، راګرد یا راټول په 85،

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmebereich von H_0	$A = \{0 \ldots 85\}$
	Ablehnungsbereich von H_0	$\overline{A} = \{86 \ldots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمايلو ده، داسي چې باور ولري:

$$P(86 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 62\}\{63 \ldots 74 \ldots 85\}\{86 \ldots 200\}$$

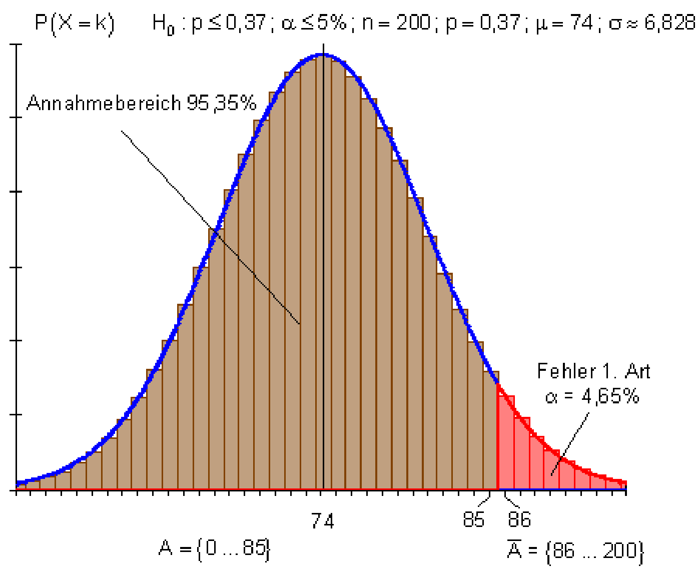
$$P(86 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(63 \le X \le 85)\right]$$

$$P(63 \le X \le 85) \Rightarrow r = 11{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{\sqrt{46{,}62}} \approx 1{,}68 \Rightarrow P(63 \le X \le 85) \approx 0{,}907$$

$$\Rightarrow P(86 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}907] = 0{,}0465$$

ارزونه: د H_0 قبلولوو ورشو له 0 تر 85 پورې د مورپلرونو زياتيز يا مثبت عقيدې په برکې لري یا نیسي.

د H_0 رده وني روشو له 86 تر 200 پورې د میندو-پلرونو مثبت نظر په بر کې نیسي.



که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې دمیندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د H_0 د رده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفرهیوپوتیز به رد شوې وی. بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0,37$ به قبول شوی وی.
برېښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناټیکاوی(غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوې وی 4,65% به وی. داپه دې معنا، چې د 4,65% یوه احتمالوالي سره به د H_0هیوپوتیز په ناحقه رد شوې وي.

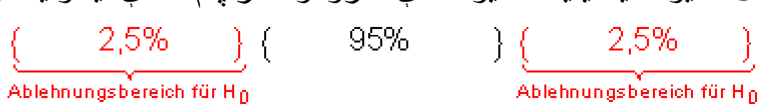
که په ټولپوښتنه کې راوتلي وی، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وی، نو هیوپوتیز H_0 به قبوله شوې وی.
په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی.
دریم: مفصل ځواب یا حل:
الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه.
باید و ارزمایل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدلیږي، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلی انحراف ګومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کیږي، نو دا یو دوه اړخیزه هیوپوتیز ازماښت دی.
هیوپوتیزونه دي:
صفرهیوپوتیز: H_0 : $p = 0,75$ ، بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 0,75$.
د رده ولو ورشو، چې د 5% د سیګنفیکانځنیو له لارې ټاکل شوې، په دواړو خواو په برابر ډول وېشل کیږي یا خوریږي.

صفرهیوپوتیز H_0 : $p \leq 0,75$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \leq 5\%$
داتا:

$$n = 120; p = 0,75; \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{90 \cdot 0,25} = \sqrt{22,5} \approx 4,743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماښت مخ ته بیول کیږي، ځکه چې د برياو یو کم تعداد یا ګڼون او جګ تعداد د H_0 په ضد د خبرې دي یا بیان دی.
د 5% د یوه سیګنیفیکانځنیو لاندې انتروالونه تر پام لاندې نیسو یا څیړو:



د H_0 لپاره د رده وني ورشو   د H_0 لپاره د رده مني وشو

له دې سره $\mu - 1,96 \cdot \sigma = 90 - 1,96 \cdot 4,743 \approx 80,7$ کیږي.
د H_0 لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله

(c) ketabton.com: The Digital Library

او $\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3$

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

باور لري	د H0 نيولو يا منلو ورشو (سيومتريک) د H0 د ردهولو يا نه منلو ورشو	$A = \{81 \ldots 90 \ldots 99\}$ (symmetris $\bar{A} = \{0 \ldots 80\} \quad \{100 \ldots 120\}$

د رده وني ورشو ازمايل کيږي، داسې چې باور لري:

$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \le \alpha = 5\%$

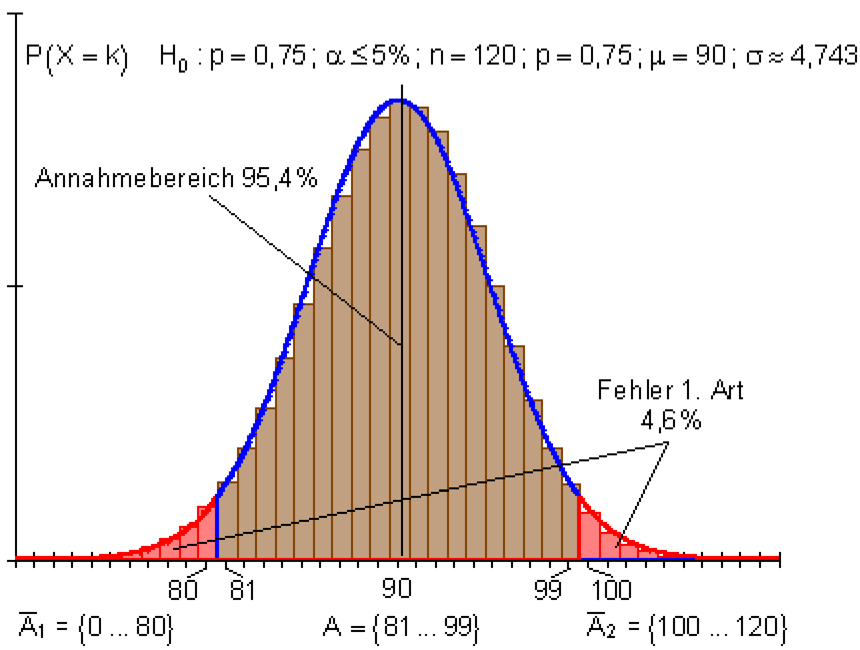
$\{0 \ldots 80\}\ \{81 \ldots 90 \ldots 99\}\ \{100 \ldots 120\}$

$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) = 1 - P(81 \le X \le 99)$

$P(81 \le X \le 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \le X \le 99) \approx 0,954$

$\Rightarrow P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$

ارزونه:



د H_0 قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پريکړه په برکې نيسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د رده وني ورشو د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي.
که $p = 0{,}75$ وي، مګر د نمونه ازماښت توکلي يا تصادفي د رده وني ورشو کې لويږي، نو په ناتيک ډول سرې H_0 رده وي. د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده وني ورشو لپاره.
$1 - 0{,}954 = 0{,}046\ (4{,}6\%)$.
ب -
که باور ونه لري، بلکه $p = 0{,}7$ تيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوتيز $p = 0{,}75$ ناتيک ده، مګر دا د نمونهازماښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا حتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناتيکاوي دی.
سړی دا ناتيکاوی شميري، په داسې حال کې د قبلوني له لاري، چې $p = 0{,}7$ تيک دی، د H_0 د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$\beta = P_{0,7}(81 \le X \le 99)$ شميرو

داتا:

$$n = 120\,;\ p = 0{,}7\,;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0{,}3} = \sqrt{25{,}2} \approx 5{,}02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمتريک انتوالونه تر څېړني لاندې نيسو

$$\Big[\ \ldots \{69 \ldots 80\}\ \underbrace{\{81 \ldots 84 \ldots 87\}\ \{88 \ldots 99\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\ \ldots\ \Big]$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\Big[P(69 \le X \le 99) - P(81 \le X \le 87)\Big] + P(81 \le X \le 87)$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\Big[P(69 \le X \le 99) + P(81 \le X \le 87)\Big]$$

$$P(69 \le X \le 99) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 3{,}09 \Rightarrow P(69 \le X \le 99) \approx 1$$

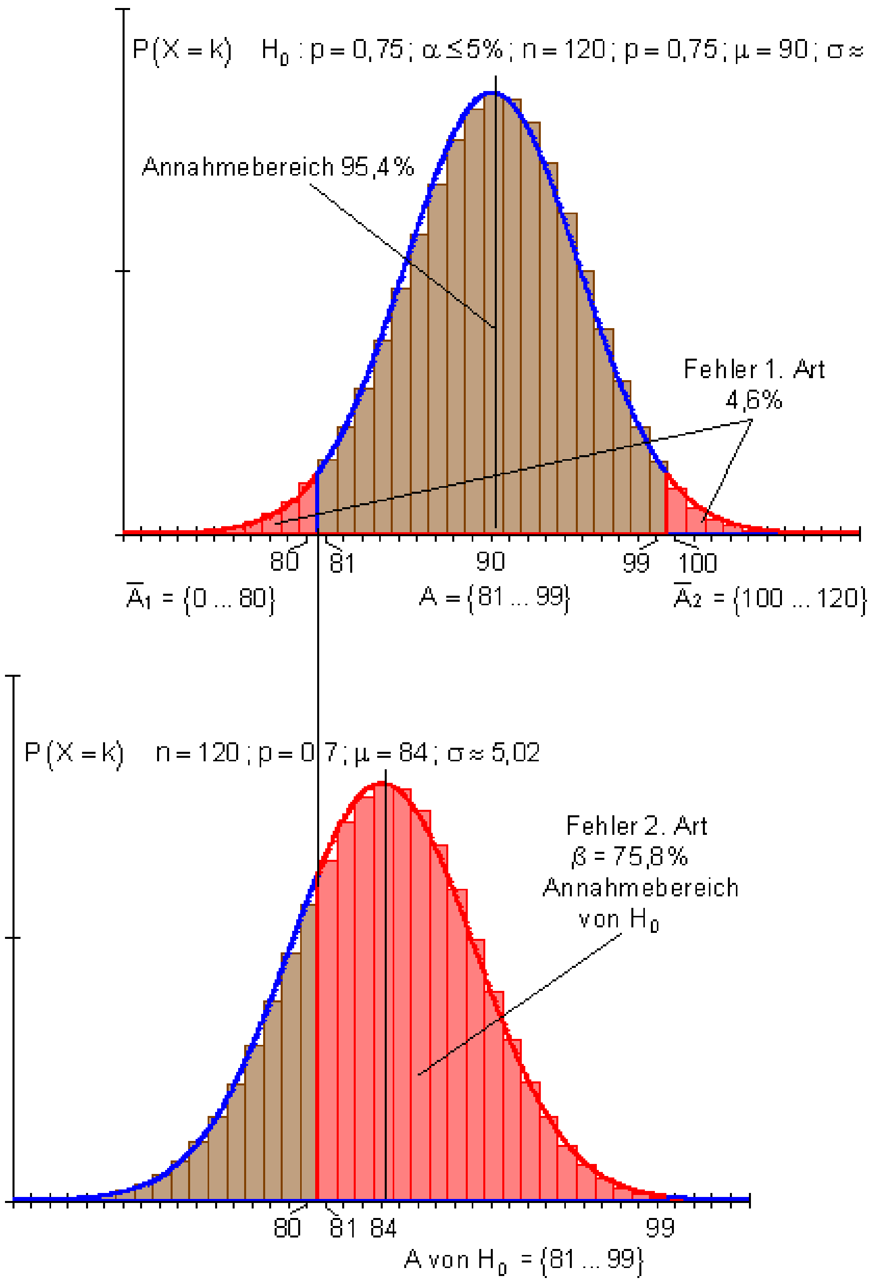
$$P(81 \le X \le 87) \Rightarrow r = 3{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 0{,}70 \Rightarrow P(81 \le X \le 87) \approx 0{,}516$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}(1 + 0{,}516) \approx \underline{\underline{0{,}758}}$$

ارزونه: که H_0 ناتيک او $p = 0{,}7$ تيک وي، نو سره له دې هم په 75,8% نتيجه دقبلوني ورشو H_0 کې لويږي يا پرېوځی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفر هیوپوتیز به په ناټیک ډول قبوله شي. دا نآتیکاوی د دویم ډول ناټیکاوی بلل کیږي.
دا 75,8% دی او د لومړي ناټیکاوي د 4,6% سره په پرتله خورا لوي دی.



ځلورم: مفصل حل:

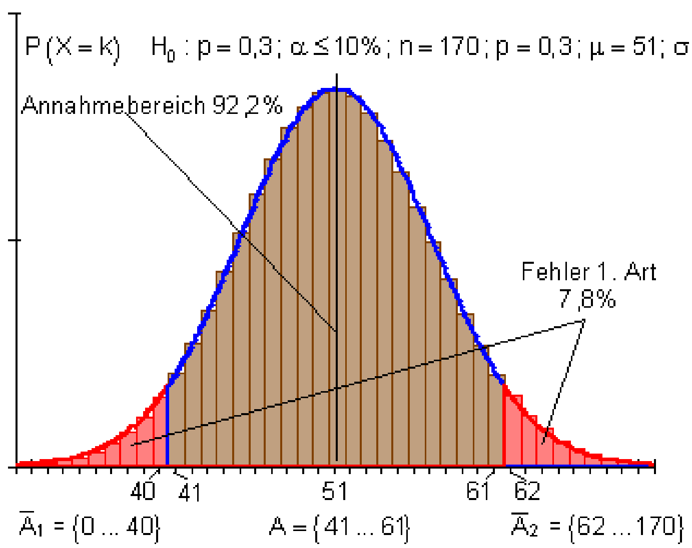
الف- د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځا په ځاي کونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

و دې ازمایل شي، چې ایا د $p = 0,3$ احتمالوالي سره یو ټاکلی د کټې ګډون یا کمبینیشن رامنځ ته کیږي. دا چې نه پورته لور ته یا کښته لور ته د یوه یواځنی انحراف اټکل یا ګومان رامنځ ته کیدی شي، نو دا یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماېښت دی.

د هیوپوتیز ازماېښت دی:
صفر هیوپوتیز: $H_0 : p = 0,3$؛ بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیز $H_1 : p \neq 0,3$.
د رده ونې ورشو، چې د10% سیګنیفیکانځ له لارې ټاکل شوې په برابر ډول په داړو لورو وېشل کیږي یا خورشږي.

ارزونه:
که $p = 0,3$ ټیک وي، مګر که نمونه ازماېښت په توکلي توګه د ردونې په ورشو کې ولویږي، نو سړی په ناټیکه توګه له دې څخه مخ ته ځي، چې H_0 باید رد شي. د لومړي ډول ناټیکاوي احتمالوالی د رده ونې احتمالوالي سره برابردی،
یعنې $1 - 0,922 = 0,078\ (7,8\%)$.



ب – که H_0 باور ونه ري، بلکه $p = 0,2$ ټیک وي، دا په دې معنا، چې هیوپوتیز $p = 0,3$ ناټیک ده، مګر نمونه ازماېښت توکلي د H_0 د قبلونې په ورشو کې پروت دی، نو په ناټیک ډول سړی H_0 قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطې چې وکړي دویم ډول ناټیکاوی دی. دا ناټیکاوی سړی داسې شمیري، د فرضیې یا نیونې لاندې، چې $p = 0,2$ ټیک دی، چې د H_0 د قبلونې ورشو وټاکي.

$\beta = P_{0,2}(41 \leq X \leq 61)$ دشمیرلو دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

داتا:

$$n = 170;\ p = 0,2;\ \mu = n \cdot p = 170 \cdot 0,2 = 34$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{34 \cdot 0,8} = \sqrt{27,2} \approx 5,215 > 3$$

د شمیرلو لپاره سیمتریک انتروال تر ځیرني لاندې نیسو

$$\left[\ldots\{7 \ldots 27\}\ \{28 \ldots 34 \ldots 40\}\ \ \underbrace{\{41 \ldots 61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\ \ldots\right]$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}\left[P(7 \le X \le 61) - P(28 \le X \le 40)\right]$$

$$P(7 \le X \le 61) \Rightarrow r = 27,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27,5}{\sqrt{27,2}} \approx 5,27 \Rightarrow P(7 \le X \le 61) \approx 1$$

$$P(28 \le X \le 40) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{27,2}} \approx 1,25 \Rightarrow P(28 \le X \le 40) \approx 0,789$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}(1 - 0,789) \approx \underline{\underline{0,106}}$$

ارزونه:

که H_0 ناټیک او $p = 0,2$ نیک وي، نو نتیجه سره له دې هم $10,6\%$ د H_0 د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفرهیوپوتیز به په ناټیکه توګهونیول – یاقبوله شي. دا د دویمډول ناټیکاوی بلل کیږي. دا $10,6\%$ دی او لومړي ناټیکاوي ته په پرتله د $7,8\%$ سره په خورا لږه توګه لوی دی.

د دې ځیره په لاندې مخ کې کښل شوې ده.

پوښتنې:

د هیوپوتیز تست II

د یوه نورمال وېشل شوې توکلي یا تصادفي متحولي یا اووښتوني (variable) دسیګاچاپیریال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.

په دریمه پوښتنه کې د کمولیري بینوموېشني د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ.

له دې د مخه ځیره په لادې مخ کې

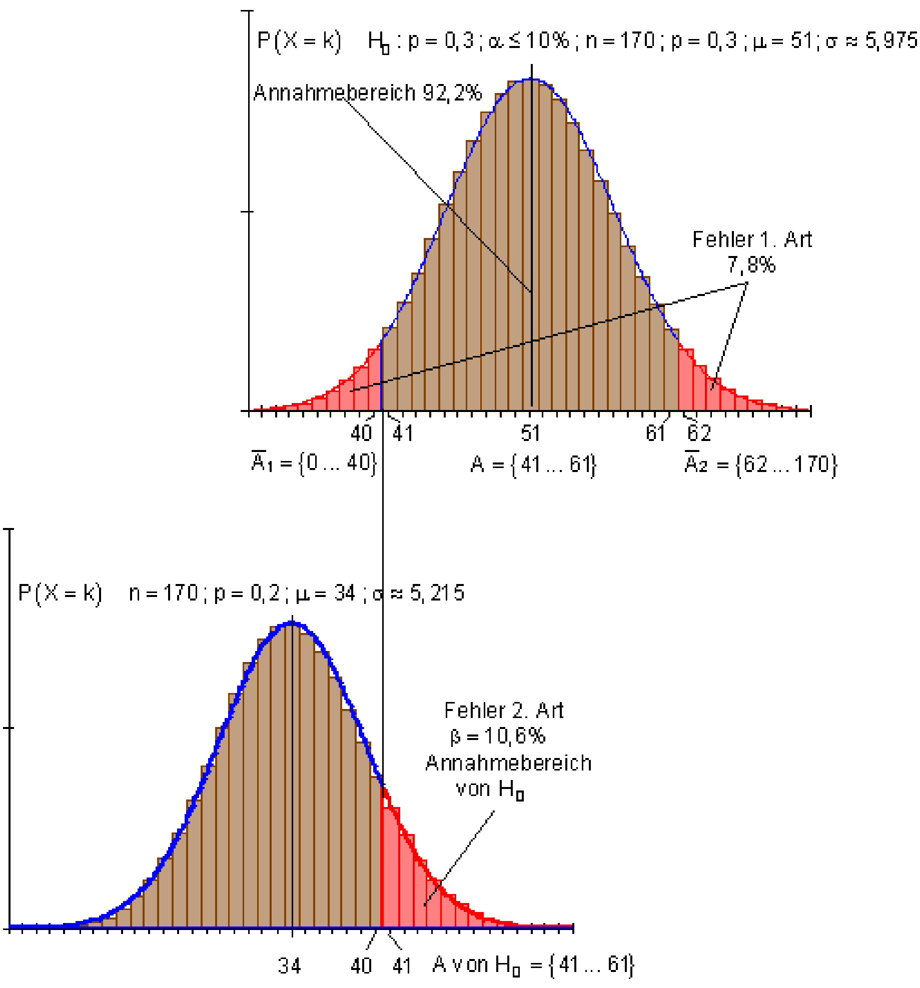
لومړی: د ،، شلمرلند،، فیرما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فیرما یې،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،،کاویار(د ماهي داني دي) پاکټ،، باندې لیکل ، زیات وخت یې وزن له 5% څخه هم ټیټ دی او له دې املخ مشتریان غولوي.

اجازه شته، چې زیات له زیاته 5% کم وزنې ولري.

،، ارزان غزا،، دا ردوي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

،، له 5% کم پاکټول کموزني ده،،.
یو د 300 کسانو خپلواک کمیسین دا پاکټونه څیړي.
د دواړو فیرماګانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر یوه هیو هیوپوتیز ارزښت د زیات له زیاته 5% د یوه سیګنیفکانځنیو سره غوره کوي. پیښي تشریح کړئ یا کومنتار په ورکړئ.
دویم: د یوې لیسې په اخرني نمرو کنفرانس کې 15% زده کوونکو په ځنو مضمونون کې کمښت لروده. په سمستر جریان کې دې رده کوونکو ته په دې کریتیکل مضمونونو کې د کورسونو وړاندیز کیږي. په بل د نمرو کنفرانس کې له ۱۴۰ زده کوونکو څخه ۱۸ کمښت لري.



الف- کیدی شي سړی زیات له زیات 5% داشتباه احتمالوالي سره قبول کړي، چې د ښوونکو هلې ځلې بریالئ وې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – صفرهیوپوتیز د تستپه بنسټ ردیږي. د لومړي ناټیکاوي ډول څومره لوي دی؟
دریم: یوې څیړنې ورکړه، چې پلاسیبو د ناروغانو همغه نتیجه ورکوي لکه اصلي ګولۍ.
د یوه کلینیک تجربه وایي، چې زیات له زیاته د ناروغانو60%، چې د سردرد ګولئ
نیسي، په پلاسیبو جوړیږي. د شمیرنې لپاره د الف،، ب- او پ- په ورزیاتې ګولۍ(ګولۍ
۱ او ګولۍ ۲) و کاروي.
الف- یو د کلینیک ډاکتر ثبوتوي یا ادعا لري، چې د پلاسیبو زیاته استعمالولی شي، که دا
یو تریخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې ګولۍ ورکوي او کره کوي، چې له
دوي څخه ۷۵ په دې اغیزمن کیږي.

Muss daraufhin die Nullhypothese $H_0 : p_0 \leq 0,6$ verworfen werden?

دا د زیات له زیاته یوه 4% اشتباه احتمالوالي سره وشمیرئ.
ب – د دویم ډول ناټیکاوی څومره لوي دی، که د ترخې ګولۍ لپاره $p = 0,7$ باور ولري؟
پ – د دویم ډول ناټیکاوی لږ ترلږه په نیمایي راکم کړئ. د دې لارې دH_0 د قبلونې – او
ردونې ورشو څنګه تغیر خوري؟
د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بیا مخ ته پروت دی؟
ت- د ب- او پ- وېشنه رسم کړئ د لومړي- او دویم ډول ناټیکاوی په نخښنه کړئ.
جدول ۱ .

د $n=100$ او $p=0,7$ لپاره راټول شوی بینوم وېشنه

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲ :

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هيوپوتيز تست II . مفصل ځوابونه يا حلونه

لومړی: د پوښتنې شننه او د هيوپوتيز راونه يا ځا پهځای کونه:

د هرې فيرما له نظر يو هيوپوتيزتست منځ ته راځي. د مختلفو ګټو يا علاقو په بنسټ مختلفئ هيوپوتيز رامنځ ته کيږي. له دې سره هر د قبلوني – او ردوني ورشو هم توپير پيدا کوي. ،، شلمرلند،، غواړي وښايي، چې $p > 0,05$ باور لري او لاندې هيوپوتيز رامنځ ته کوي: صفرهيوپوتيز H_0 : $p \leq 0,05$؛ بديلي هيوپوتيز H_1: $p > 0,05$: .

دا يو ښي اړخيز هيوپوتيز ازمايښت دی.

،، ارزان غزا(دا هم د مغازې نوم ديژباړی)،، غواړي وښايي، چې $p < 0,05$ باور لري او لاندې هيوپوتيز رامنځ ته کوي:

صفرهيوپوتيز H_0: $p \geq 0,05$ ، بديل – يا الترناتيو هيوپوتيز H_1 : $p < 0,05$.

دا يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د يوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفرهيوپوتيز H0 : $p \leq 0,05$ سيګنيفيکانس نيو(s-niveau) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0,05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,05 = 15$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,95} = \sqrt{14,25} \approx 3,775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انتروالونه شميرل کيږي:

$$\{\ \ 5\%\ \ \}\{\ \ 90\%\ \ \}\{\ \ 5\%\ \ \}$$

د H0 لپاره د رده ونې ورشو.

له دې سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 15 + 1,64 \cdot \sqrt{14,25} \approx 21,19$ په21 راټوله يا راګرده شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H0 لپاره د رده ونې ورشو پورته پولې

$A = \{0 \ldots 21\}$ $\overline{A} = \{22 \ldots 300\}$	د H0 لپاره د منلو ورشو د H0 لپاره رده ونو ورشو	باور لري:

د ازمايلو لپاره د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(22 \le X \le 300) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(22 \le X \le 300) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(22 \le X \le 300) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

د،، ارزان غزا،، لپاره تست:

صفرهيوپوتيز H0 : p≥0,05 سيګنيفيکانس نيو $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0{,}05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انتروالونه شميرل کيږي:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 15 - 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 8{,}81$ په 9 راګرديږي

د H0 لپاره د منلو ورشو لاندې پولې

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري	د H0 د منلو ورشو د H0 د رده وني ورشو	$A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$

د ازمايلو د رده وني ورشو ده، داسي چي باور لري

$$P(0 \le X \le 8) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(0 \le X \le 8) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 8) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

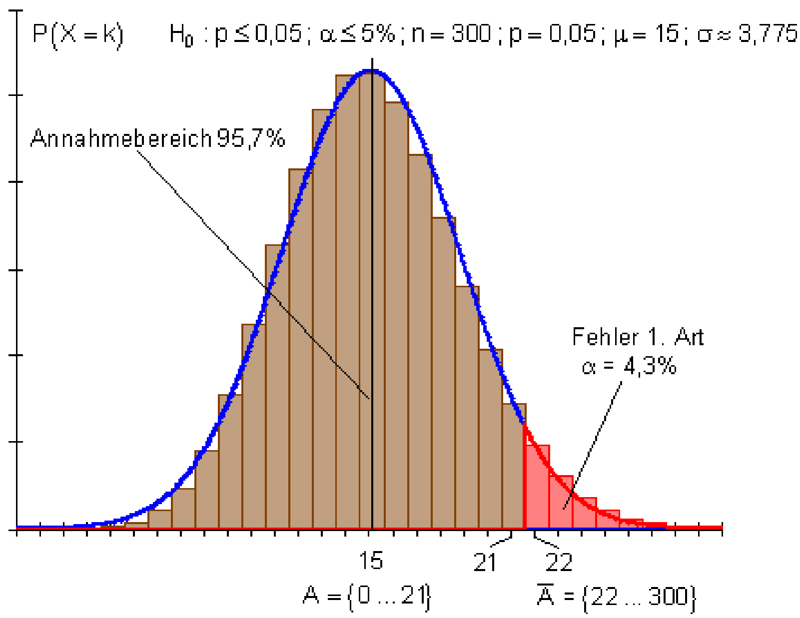
ارزونه: يوه مخامخ كونه يا مخامخ سره درونه ښايي:

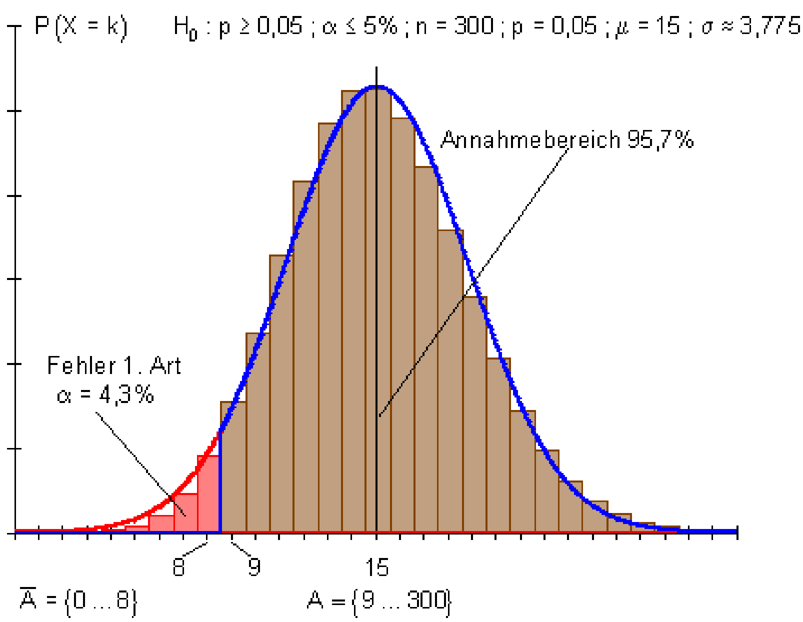
،، ارزانه غزا،، هيوپوتيز: $H_0 : p \ge 0{,}05 ; H_1 : p < 0{,}05$ $A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$ كيڼ اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۹ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، ارزانغزا،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چي له 5%كم كموزنيز پاكټونه لري. كه د كنرول ورشو د قبلوني په ورشو H_0 كې پرته وي بايد په حقيقت كېH_0قبول شي، مګر له دې سره څه نه دي بنوول شوي.	،،شلمرلاند،، هيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}05 ; H_1 : p > 0{,}05$ $A = \{0 \ldots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \ldots 300\}$ ښى اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۲۱ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، شلمرلاند،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چي د 5% څخه زيات ټول پاكټونه كموزنه دي. د غولني ګومان به سخت يا جدي شي. كه د كنترول ورشو د قبلوني ورشوH_0 كې پرته وي، بايد په حقيقت كېH_0 قبول شي، له دې سره څه نه دي بنوول شوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ښي اړخیز هیوپوتیزتست پرتله کونه د یوه کیڼ اړخیز هیوپوتیز تست سره.

د الماني پښتو مانا: له ښي کیڼ کښته لور ته: د منلو ورشو، لوړی ډول ناتیکاوی، د منلو ورشو، لومړی ډول ناتیکاوی.





(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباهي احتمالوالي شميرنې لپاره يادونه.

د هر ردېد ونکي ورشو د انتروالاحتمالوالي شميرنې د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسيده.

د نورمالوېشني ارزښتونه انتظار ارزښت ته سيومتريک دي.

برابر [اپيرېال وړانګې(شعاع وې)د برابرو سېحو هوداسې %-ارزښتونو په معنا دی. دا په ګراف کې انځور شوې متې يا ستنې بينوميالوېشنه په ګوته کوي يا ښايي.دا فقط په $p = 0,5$ کې د انتظارارزښت سره سيومتريک دي. يوه ټيک شميرنه به دبينوميالوېشنې ارزښتونو سره د يوې د $4,9\%$ ناټيک ښې اړخيز تست سره او د $3,4\%$ ناټيک کيڼ اړخيز تست يا ازماېښت سره و ښوول شي.

دا توپير په $p = 0,05$ د بينوميالوېشني د اکستريم يا افراطي کړوالي کې پروت دی.

دويم: مفصل ځواب

الف- د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه

که د ښوونکو انګاژما يا فعاليت بريا لروده؟ که هو، بايد له 15% څخه لږ زده کوونکي کمښت يا ضعف وښايي. څېړنه بايد وښايي، چې $p < 0,15$ باور لري.

له دې سره لاندې هيوپوتيز راوړل کيږي يا ځا په ځای کيږي:

صفر هيوپوتيز H_0: $p \geq 0,15$ ؛ بديل هيوپوتيز H_1: $p < 0,15$.

صفر هيوپوتيز دې ټيک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کيږي. سړی هم وايي چې د X کوچني ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي.

دا يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست دی.

صفر هيوپوتيز H_0 : $p \geq 0,15$ سيګنيفيکانس نيو $\alpha \leq 5\%$

داتا

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 140;\ p = 0{,}15;\ \mu = n \cdot p = 140 \cdot 0{,}15 = 21$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{21 \cdot 0{,}85} = \sqrt{17{,}85} \approx 4{,}225 > 3$$

د 5% يوه سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انټروالونه ر ښيرني لاني نيسو:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}\ \{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 21 - 1{,}64 \cdot \sqrt{17{,}85} \approx 14{,}07$ په 14 راګرديږي.

د H_0 لپاره د منلورشو لاندې پولي

باور لري	دH0 د منلو ورشو د H0 د ردهوني ورشو	$A = \{14 \ldots 140\}$ $\overline{A} = \{0 \ldots 13\}$

د رده وني ورشو د شميرلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(0 \le X \le 13) \le \alpha = 5\%$$
$$\{0 \ldots 13\}\{14 \ldots 21 \ldots 28\}\{29 \ldots 140\}$$
$$P(0 \le X \le 13) = \frac{1}{2}\left[1 - P(14 \le X \le 28)\right]$$
$$P(14 \le X \le 28) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 1{,}78 \Rightarrow P(14 \le X \le 28) \approx 0{,}925$$
$$\Rightarrow P(0 \le X \le 13) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}925] = 0{,}038$$

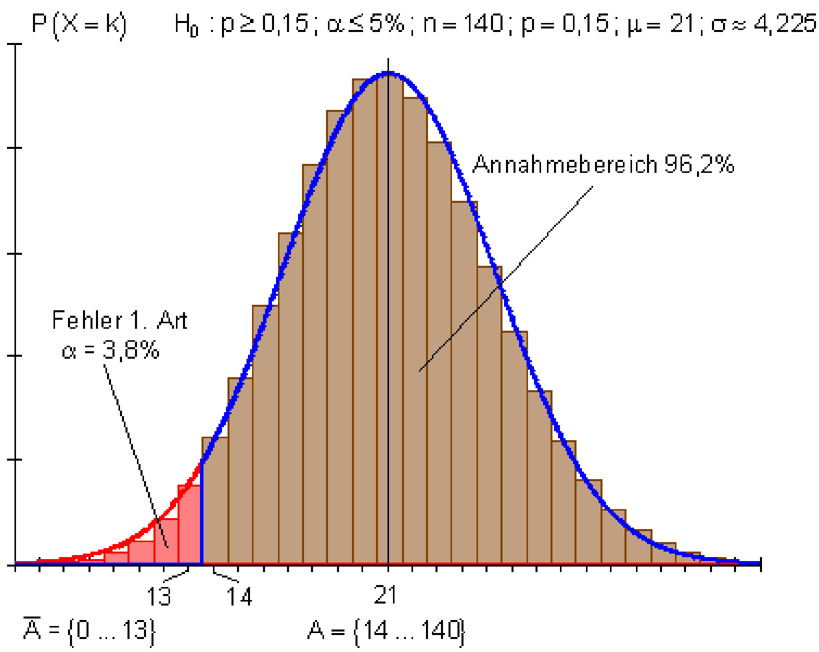
ارزونه: د H_0 د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمښت سره خوندي لري.
د H_0 د ردوني ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمښت سره خوندي لري.

دا چې ۱۸ زده کوونکي نوي ځل کمښت ښايي،، دا د H_0 د قبلولو په ورشو کې لويږي يا پرېوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرهيوپوتيز بايد وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کوونکي، لکه چې انتظار يې بايد شوی وی ياکيده، کمښت لري. سړی له مثبت تغير څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کوونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعاليت برياوې لرودې.

له دې سره به د اشتباه احتمالوالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه

د دې واقعيت په بنسټ چې ۱ زده کوونکي، يعني له ۲۱ څخه کم، لکه په p = 0,15 کې يې چې انتظار بايد شوی وی، کمښت ښايي، بايد د صفرهيوپوتيز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلوني ورشو لاندې پوله نيسي ، د لومړي ډول ناتيکاوی تغير خوري. د قبلوني – او ردوني ورشو په لاندې توګه تغير خوري.

د قبلوني ورښو: { 140 ... 19 }؛ د ردوني ورشو:{ 18 ... 0 }

د ناتيکاوي احتمالوالی د ردوني ورشو له لارې ټاکل کيږي.

{ 0 ... 18 } {19 ... 21 ...23 } { 24 ... 140 }

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\{0 \ldots 18\}\{19 \ldots 21 \ldots 23\}\{24 \ldots 140\}$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}\left[1 - P(19 \le X \le 23)\right]$$

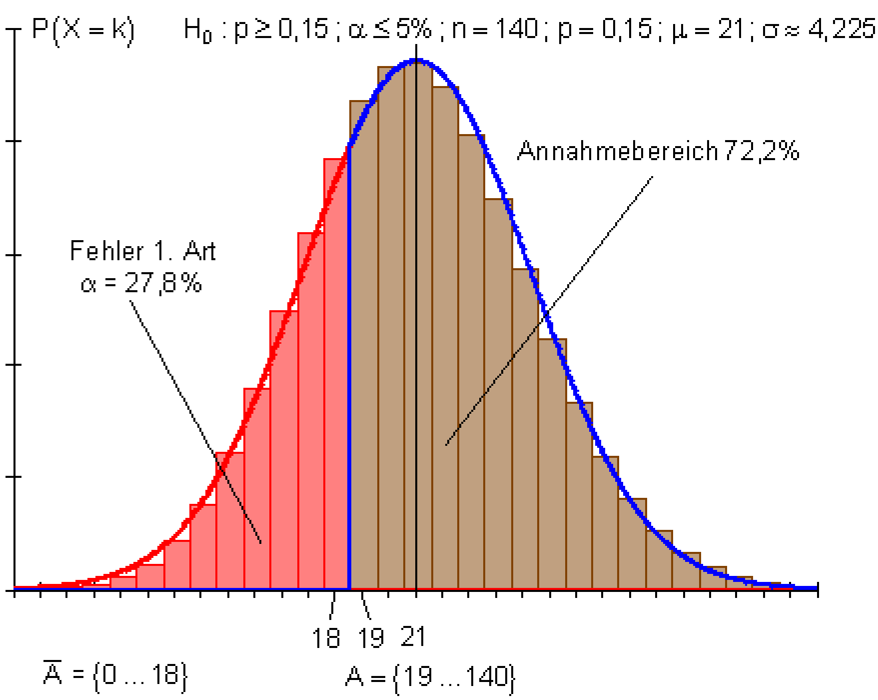
$$P(19 \le X \le 23) \Rightarrow r = 2{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 0{,}59 \Rightarrow P(19 \le X \le 23) \approx 0{,}445$$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}445] = 0{,}278 = \alpha$$

ارزونه: دH_0 د قبلوني ورشو د کمښت یا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

د H_0د روني ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کوونکي خوندي لري.

که د صفرهیوپوتیز دستي له ۱۸ د کمښت سره زده کوونکو سره رد شي، نو دي پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالوالی نږدې یا څه ناڅه 27,8% دي. وینا، چې دښوونکو فعالیت برابوې لروده، د یوې 27,8% غلطۍ سره شتون لري.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: مفصل حل

الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د شمیرلو لپاره د $n = 100$ او $p = 0,6$ همداسې د $n = 100$ او $p = 0,7$ لپاره د بینومي وېشنې مل جدول استعمال کړئ.

د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه:

د دې لپاره احتمالوالی، چې پلاسیبو اغیزلري، زیات له زیاته 60% دی. ګومان کیږي، چې د ترخه خوند سره پلاسیبو ډېره اغیزمنه ده. معاینه یا پلټنه ښایي، چې $p > 0,6$ باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز منځ ته راځي:

صفر هیوپوتیز H_0 : $p \leq 0,6$ ، الترناتیو هیوپوتیز H_1: $p > 0,6$

صفرهیوپوتیز دې تیک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسیبو اغیز ولري.

سړی هم وایي، چې د X لوي ارزښتونه د H_0 په ضد دي . دا ږخیزه هیوپوتیزي یو ښي ازماېښت دی. د رده ونې ورشو د $p = 0,6$ لپاره د انتظارارزښشت ښي لور ته پرته ده.او یوه لویه (لویوالی) زیات له زیاته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سیګما-چاپیریال لپاره د نورمال وېشل شوي تصادفي متحولې احتمالوالی.

$P = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma)$ 1 که $\sigma > 3$ د لاپلاس شرایط وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1.12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالتېوته کونې تصادفي متحولې او احتمالولود جدول استعمال

1. انتروال و انتظار ارزښت ته سیومتریک دی.

$$n = 150 ; p = 0,5 ; P(65 \le X \le 85)$$

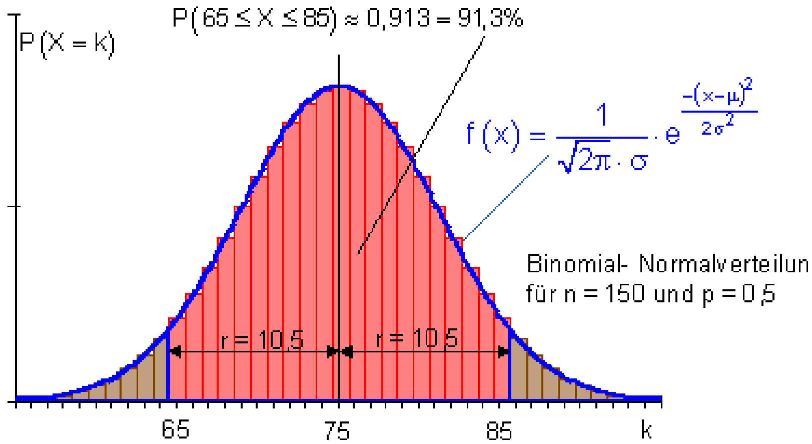
$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0,5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{matrix}$$

$[\ \dots \{ 65 \dots 75 \dots 85 \} \dots]$ (سیومتریک انتروال په انتظار ارزښت)

$P(65 \le X \le 85) = P(64,5 \le X \le 85,5)$ د نورمالوېشنې لپاره

چاپیریال وړانګه(شعاع):

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx \underline{\underline{0{,}913}}$ لپاره جدول ارزښت

لاندې ښې لورته د الماني پښتو: بينوميال-ويشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زيات له زياته k برياوو لپاره انتروال

$$n = 150;\ p = 0{,}5;\ P(X \le 65)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$$

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \le X \le 84)\right]$$

ترخنګ يا ځنګيزه شميرنه : $1 - P(66 \le X \le 84) = P(x \le 65) + P(X \ge 85)$

مګر د سيومترۍ دلايلو له امله دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

P(x≤65)+P(X≥85)

او له دې سره

1 – P(66≤ X≤84) =2 P(x≤65) |:2

⇔ P(x≤65) = 1 /2 [1 – P(66≤ X≤84)]

P(66≤ X≤84) = P(65,5≤ X≤84,5) د نورمال وېشني لپاره

چاپيريالوړانګه

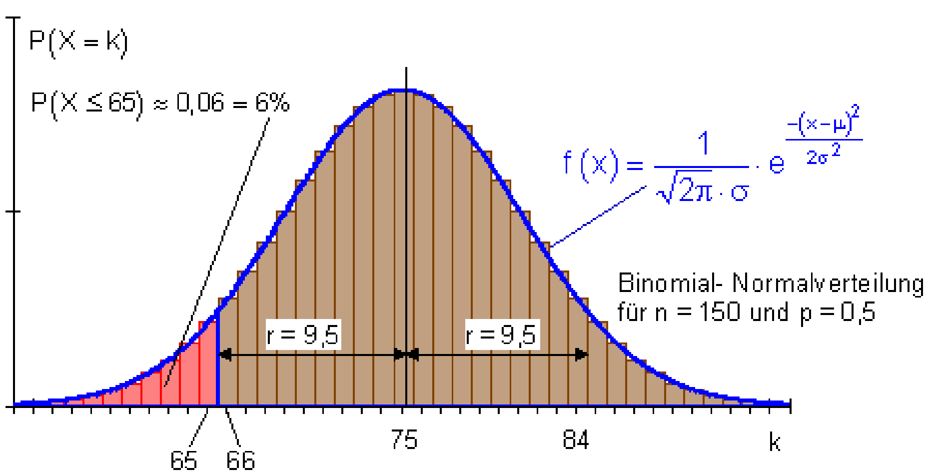
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د

$$z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0,879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \le X \le 84)] \approx \frac{1}{2}[1 - 0,879] = \underline{\underline{0,06}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د لږ تر لږه k برياوو لپاره انټروال

$n = 150 ; p = 0,5 ; P(X \geq 85)$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

ترخنګ يا فرعي شمرنه

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سيومترى دلايلو له امله دى:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

د نورمالوېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5)$

چاپريالورانګه:

$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

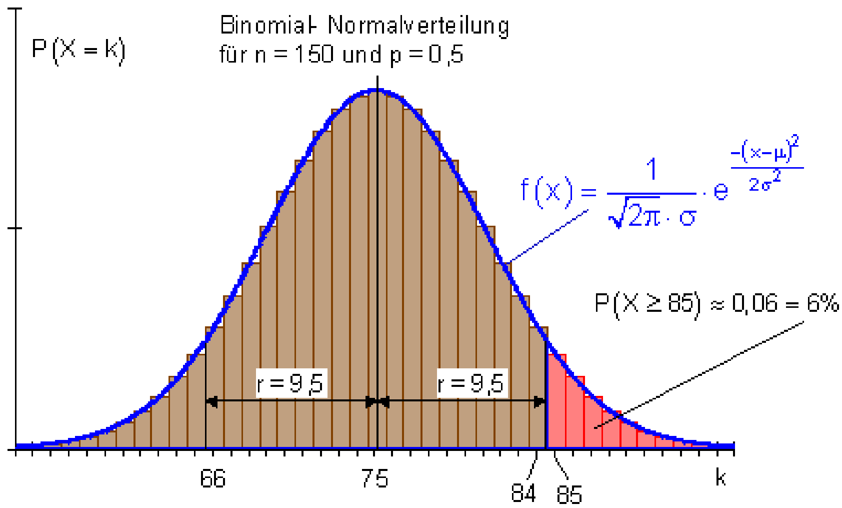
د $z = 1,55$ ist $0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$ ارزښت لپاره جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}879\right] = \underline{\underline{0{,}06}}$$

لاندې د الماني پښتو: بینومیال-نورمالوېشنه یا نوره هم ښه :نورمال توېته کونه

د... لپاره



4. انټروال انتظار ارزښت ته سیومتري نه دی

$$n = 150;\ p = 0{,}5;\ P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{matrix}$$

$$[\ \dots \{65 \dots 69\}\{70 \dots 75 \dots 80\}\{81 \dots 85\}\ \dots]$$

ردو:

$$P(65 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80)$$
$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګیزه یا فرعي شمیرنه:

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(81 \le X \le 85)$$

د اسیمپتوتي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \le X \le 69) = P(81 \le X \le 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = 2 \cdot P(65 \le X \le 69) \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \le X \le 69) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right]$$

$$P(65 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right] + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right]$$

د نورمال وېشنې لپاره $P(65 \le X \le 85) = P(64,5 \le X \le 85,5)$

چاپیریالوړانګه:

$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

د $z = 1,71$ لپاره جدول ارزښت دی $0,913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0,913$.

د نورمال وېشنې لپاره $P(70 \le X \le 80) = P(69,5 \le X \le 80,5)$

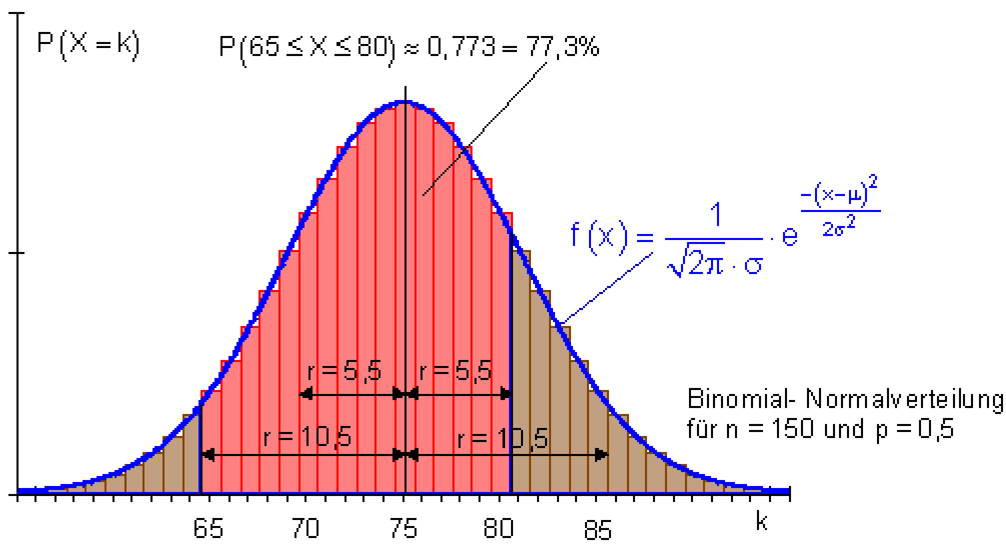
چاپیریالوړانګه:

$$r = 80,5 - 75 = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 0,9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $z = 0,9$ لپاره جدول ارزښت دی $0,632 \Leftrightarrow P(70 \le X \le 80) \approx 0,632$.

$$P(65 \le X \le 80) = \frac{1}{2}[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)] \approx \frac{1}{2}[0,913 + 0,632] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د یوه له مخه ورکړل شوي چاپيريال احتمالوالي وړانګې شميرنه

90% $n = 150;\ p = 0,5;$ -چاپيريال: $[\ldots\{?\ldots 75\ldots ?\}\ldots]$.

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

Z=1,64 (د 90%- چاپيريال لپاره دول ارزښت)

د چاپيريال وړانګه $r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043$

لاندې يا کښته پوله $\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957$

پورته پوله:

$$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګردوني Round ofته پام:

90% کې چاپیریال دې انتظار ارزښت ته سیومتریک پروت وي.

ګردونه: $[\ \dots \{65 \dots 75 \dots 85\} \dots\ ]$ انتروال انتظارارزښت ته سیمتریک دی.

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمال وېشني لپاره.

چاپریالورانګه $r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$

د z لپاره جدولارزښت

$z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%$

کنترول چې ایا ښه ارزښت ممکن دی:

$[\ \dots \{66 \dots 75 \dots 84\} \dots\ ]$ د انتروال کوچنی کیدنه

$P(66 \le X \le 84) = P(65{,}5 \le X \le 84{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپریالورنګه

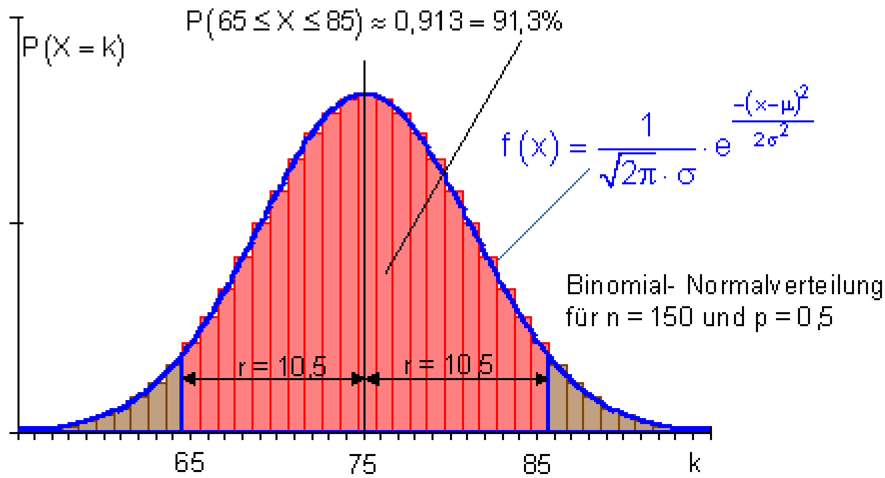
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د z لپاره جدول ارزښت.

$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0{,}879 = 87{,}9\%$

$\underline{\underline{P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ i خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپېږم: د نورو احتمالوالي شميرنې لپاره ورته ډول تلنه کيږي. (دلته %95 -چاپيريال)

$n = 150 ; p = 0,5 ;$

%90 - چاپرېال: $[\ldots\{?\ldots 75 \ldots ?\}\ldots]$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

z=1,96(د %90 - چاپيرال لپاره جدول ارزښت)

چاپيريالوړانګه: $r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 6,124 \approx 12,00$

لاندې پوله يا ليميټ: $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله: $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د ګردونې لپاره فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 95% -چاپیریال دې انتظارارزښت ته سیومتریک وي.

ګردونه: [... { 63 ... 75 ... 87} ...] انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک دی.

$P(63 \le X \le 87) = P(62,5 \le X \le 87,5)$ د نورمالوېشنې لپاره.\

چاپریالورانګه $r = 87,5 - 75 = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 2,04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,04$

د z لپاره جدول ارزښت

$z = 2,04 \text{ ist } 0,959 \Leftrightarrow P(63 \le X \le 87) \approx 0,959 = 95,9\%$

کنترول د یوه نور ښه ارزښت لپاره:

I [... { 64 ... 75 ... 86} ...] د انتروال کوچنیوال

چاپریال ورانګه $r = 84,5 - 75 = 11,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,88$

د z لپاره جدول ارزښت $z = 1,88 \text{ ist } 0,94 \Leftrightarrow P(64 \le X \le 86) \approx 0,94 = 94\%$

$\underline{\underline{P(63 \le X \le 87) \approx 0,913 = 91,3\%}}$ خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دويم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهني پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دريم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې څنو ځایونو غزېدلې او څنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: څمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د کټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې د برينککن ليکنې چې له پرينمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شميرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

۳ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصايه يا ستاتيستيک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – اناليزی ۱

۷ – اناليزې ۲

۸ – کرښيز الجبر

۹ - د شميرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل اناليز

۱۲ – وکتور شميرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښيز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه يا د اعدادو تيوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما ليکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهنې ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ ـــ الجبر بنسټونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري

۱۹ ـــ د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو څو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ ـــ د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

۲۲-   داهم ژباړه ده، څو ليکونکی يې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ ـــ د شميرپوهنې انګريزۍ پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ ـــ د شميرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ـــ د شميرپوهنې پښتو ډکشنري د شميرپوهنيزو وييونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه ليکنې دي، چې ځنې يې په نړيول جالونو کې خپرې شوي دي.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرې شینواری د ارواښادې پستو او ارواښاد نوررحمان زوې په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولې.

د هسکې مینې د لومړنې ښوونځې (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځې له لومړې ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکترې په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

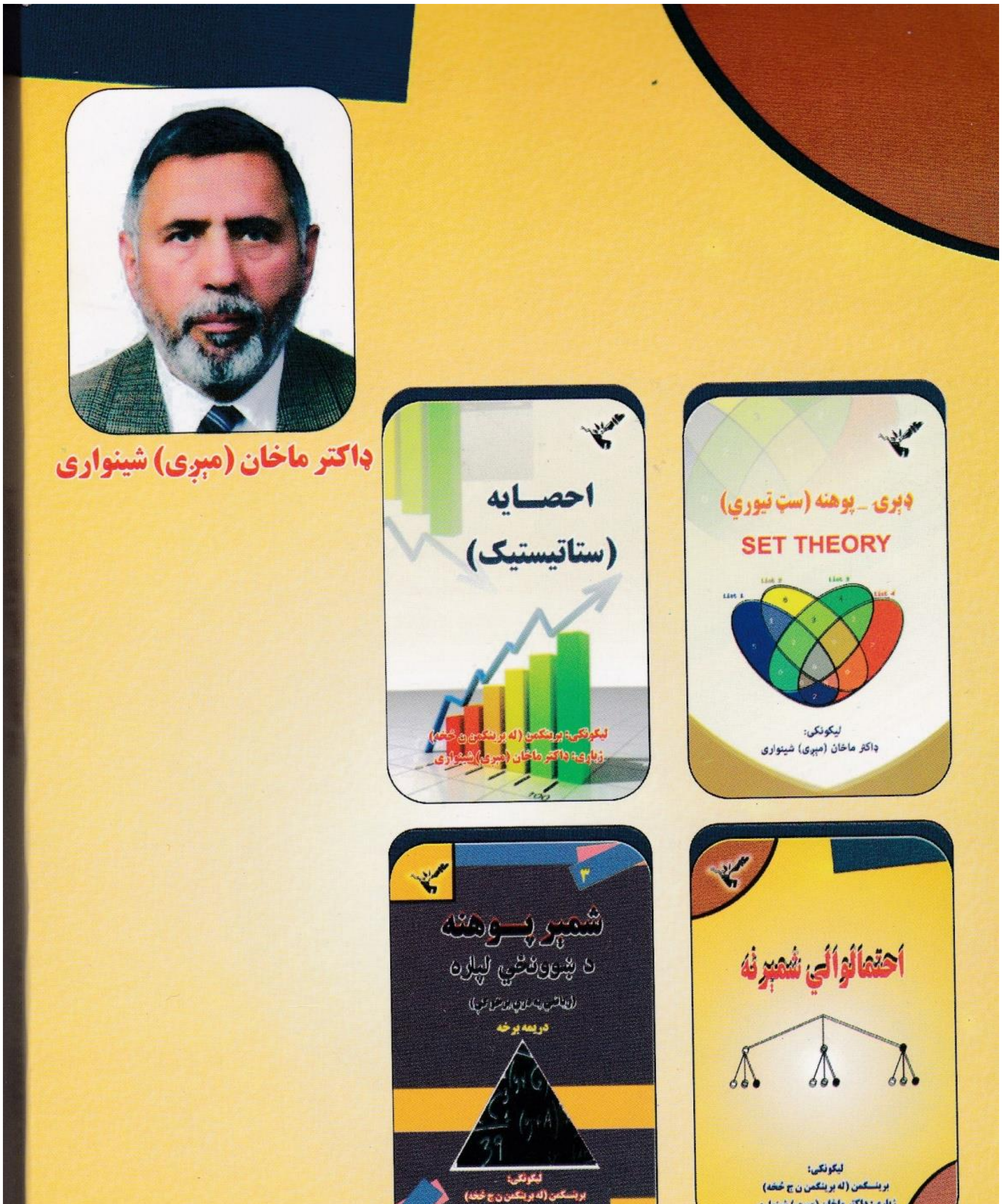
د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبرورې تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمنې کې سیاسې پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضې څانګه کې د پوهنې وزارت درسې نساب کې دنده.

ماخان میرې په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوژده کړې وه.

دوې ته لوې څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرې. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملې اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژې لوستلې.

ماخان شینوارې بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتې.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library