

# عمومي رياضي

Ketabton.com

ترتيب: حکمت الله (يوسفزی)

# عمومي رياضي

**رياضي تعريف:** د اسم معنث کلمه ده چې د رياضيت او زخمت کشی په معنا دي .

## د رياضي خانگې



**حساب:** په لغات کې شميرلو ته وايي او په اصطلاح کې هغه علم دي چې د عددونو د څلورگونې عمليو څخه بحث کوي.

**عدد:** يو رياضيکې مفهوم دي چې د شيانو اندازه رابنايي .  
مثال : دوه قلمونه ، دوه پنسلونه ، لس چوکۍ ، شل موټره .

**رقمونه:** هغه نښې يا سمبولونه دي چې د عدد د ښودلو لپاره په کار وړل کيږي .  
مثال : ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ -

په رياضي کې عموماً دري ډوله رقمو څخه استفاده کوو .

۱ - هندو عرب رقمونه (0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 .....9)

۲ - شرقي رقمونه ( ۰ - ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ .....۹)

۳ - رومي رقمونه ( I - II - III - IV - V - VI - VIII - IX - X )

کله چې د يو رومي رقم نښې طرف ته يو عدد وليکو نو هغه عدد زياتيږي .

د عددونو لیکل او لوستل : په حساب کې پیر زیات عددونه وجود لري نو له همدې امله عالمانو نوموړي عددونه په طبقو باندې ویشلی او بیا هره طبقه په درې مرتبو یعنی یویز ، لسيز او سليز باندې ویشل شوي د عددونو د لوستلو لپاره لومړي عدد بني طرف څخه په طبقو ویشو او بیا یې د چپ طرف څخه وایو او د هغې طبقې نوم پرې اظافه کوو .

تریون طبقه			بیلیارد طبقه			بیلیون طبقه			میلیارد طبقه			میلون طبقه			تریزو طبقه			یویزو طبقه		
سل تریون	لس تریون	یو تریون	سل بیلیارد	لس بیلیارد	یو بیلیارد	سل بیلیون	لس بیلیون	یو بیلیون	سل میلیارد	لس میلیارد	یو میلیارد	سل میلون	لس میلون	یو میلون	سل زریز	لس زریز	یو زریز	سل یویز	لس یویز	یو یویز
1	3	4	2	3	3	5	6	6	7	9	3	1	3	2	1	6	2	1	5	3

د مثال په ډول پورتنې عددونه

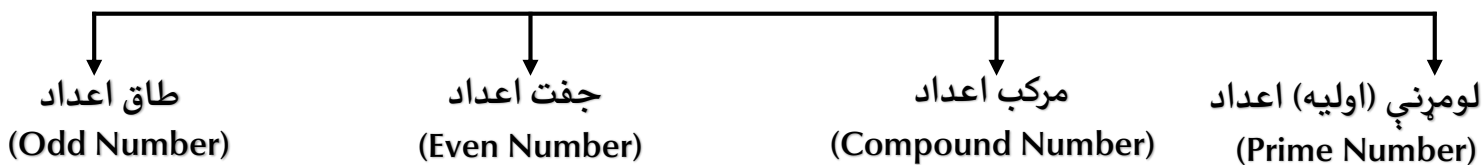
یو سلو څلور دیرش تریلونه دوه سوه درې دیرش بیلیارده پنځه سوه شپږ شپيته بیلیونه او سوه درې نوي میلیارده یو سلو دوه دیرش میلیونه یو سلو دوه شپيته زره یو سلو او درې پنځوس .

### طبیعي اعداد : Natural Number

هغه اعدادو ته وایې چې د یوه څخه شروع کیږي او تر مثبت لایتناهي پوري ادامه لري .

مثال :  $N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots + \infty \}$

### طبیعي اعدادو سیت په څلورو برخو ویشل شوي دي



### ۱ - لومړني اعداد (اولیه) : Prime Number

هغه اعدادو ته وایي چې بیدون د یوه او خپل ځان څخه په نورو اعدادو باندې پوره ونه ویشل شي .

مثال :  $P = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \dots + \infty \}$

## ۲ - مرکب اعداد : Compound Number

هغه اعدادو ته وايي چې بغير له يوه او خپل ځان څخه په نورو اعدادو باندې هم پوره وويشل شي .

مثال :  $C = \{ 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, \dots \}$

## ۳ - جفت اعداد : Even Number

هغه اعدادو ته وايي چې په دوو باندې پوره وويشل کيږي او د لاندې فورمول په مرسته په لاس راځي .

مثال :  $E = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots + 2n \}$

فورمول :  $(2n) \quad \underline{\underline{n = 3 \quad 2 * 3 = 6}}$

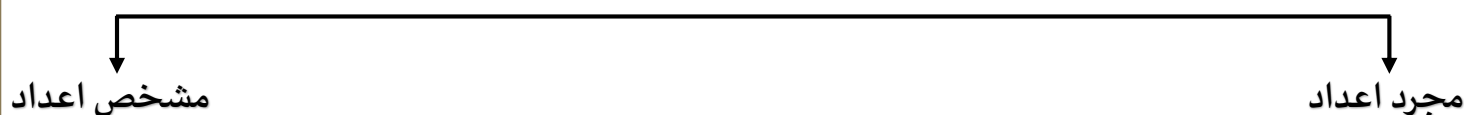
## ۴ - طاق اعداد : Odd Number

هغه اعدادو ته وايي چې په دوو پوره نه وويشل کيږي او د لاندې فورمول په مرسته په لاس راځي .

مثال :  $O = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots 2n + 1 \}$

فورمول :  $(2n + 1) \quad \underline{\underline{n + 5 \quad 2 * 5 + 1 = 11}}$

په حساب کې د عددونو استعمال په دوه ډوله دي .



**مجرد اعداد :** هغه اعدادو ته وايي چې واحد ونه لري او د څه شي نوم ورسره ذکر نه شي .

مثال :  $(10) (20) (100) (500)$

**مشخص اعداد :** هغه اعدادو ته وايي چې واحد ولري او د څه شي نوم ورسره ذکر شي .

مثال :  $(4 \text{ Kg}) (20 \text{ قلمونه}) (100 \text{ AFG})$

### په حساب کې عددونه په دوه ډوله دي .

کسری اعداد

مکمل اعداد

**مکمل اعداد** : هغه اعدادو ته وايي چې د صفر څخه شروع او تر مثبت لایتناهي پورې ادامه لري .

سیت یې په H یا W ښایو .

مثال :  $W$  یا  $H = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots + \infty \}$

کسري اعداد : هغه اعدادو ته وايي چې یو نیمگړې واحد راوښایي .

مثال :  $\frac{1}{2}$      $\frac{3}{4}$      $\frac{5}{6}$      $\frac{13}{200}$  ←

### د حساب څلور گونې عمليې

تقسيم

ضرب

تفریق

جمع

**جمعی عمليه** : په لغات کې زیاتولو ته وايي او په اصطلاح کې پر یو همجنس کمیت

باندي د بل همجنس کمیت زیاتولو ته جمع وايي .

یا په بل عبارت .....

د تفریق معکوسې عمليې ته جمع وايي .

د جمعی علامه (+) جان وډمان کشف کړي ده .

مثال : (۷۶۲) عدد سره (۸۲۳) جمع کړئ ؟

$$\begin{array}{r}
 762 \longrightarrow \text{د جمعی لومړی جز} \\
 + 823 \longrightarrow \text{د جمعی دوهم جز} \\
 \hline
 1585 \longrightarrow \text{د جمعی حاصل}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3762 \\
 + 9634 \\
 \hline
 102 \\
 \hline
 13498
 \end{array}$$

## د جمعې د عمليې اساسي خواص :

### ۱- تبديلي يا بدلون خاصيت :

که د جمعې په عمليه کې د جمعې د اجزاوو ځايونو ته تغير ورکړو نو د جمعې په حاصل کې تغير نه راځي چې دغې خاصيت ته تبديلي خاصيت وايي .

$$\begin{array}{r}
 2+3 \\
 \wedge \\
 5
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 3+2 \\
 \wedge \\
 5
 \end{array}$$

$$A + B = B + A$$

مثال :

### ۲- اتحادي يا اشتراکي خاصيت :

که د جمعې په عمليه کې د جمعې اجزاوې د دوو څخه زياتې وي نو دوه جذونه په خپله خوبنه سره جمع کوو او د جمعې حاصل يې د دريم جذ سره جمع کوو چې دغې خاصيت ته اتحادي يا اشتراکي خاصيت وايي .

$$\begin{array}{r}
 346 \\
 + 996 \\
 120 \\
 \hline
 1462
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 346 \\
 996 \\
 \hline
 1342
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 1342 \\
 120 \\
 \hline
 1462
 \end{array}$$

مثال :

### ۳- د عينيت د عنصر خاصيت په جمع کې :

د عينيت عنصر يعنې خنثاء عنصر د جمعې په عمليه کې صفر دي که صفر دي که صفر د هر عدد سره جمع شي نو د هغه عدد سره مساوي کيږي .

$$0 + 2 = 2$$

مثال :

$$42 + 0 + 0 = 42$$

**تفریق عملیه :** په لغات کې کمولو ته وایې او په اصطلاح کې د دوو عددونو تر منځ فرق پیدا کولو ته تفریق وایې .

د تفریق علامه (-) جان وپمان کشف کړې ده .

: (۳۴۰) عدد څخه (۲۵۰) تفریق کړئ ؟

340 → مفروق منه

250 → مفروق

x90 → حاصل تفریق

د جمع او تفریق میزانونه:

د جمعې د عملیې میزان په تفریق باندې :

کله که وغواړو د جمعې د عملیې میزان وکړو نو د لاندې فورمول څخه گټه اخلو .

فورمول : د جمعې لومړې جز = د جمعې دوهم جز - د جمعې حاصل

د جمعې دوهم جز = د جمعې لومړې جز - د جمعې حاصل

$$\begin{array}{r}
 + 34 \text{ → د جمعې لومړی جز} \\
 + 69 \text{ → د جمعې دوهم جز} \\
 \hline
 103 \text{ → د جمعې حاصل}
 \end{array}$$

میزان

$$\begin{array}{r}
 - 103 \\
 - 69 \\
 \hline
 34
 \end{array}$$

مثال:

د جمعې د عملیې میزان په جمع باندې :

کله که وغواړو د جمعې د عملیې میزان په جمع باندې وکړو نو د لاندې فورمول څخه گټه اخلو .

فورمول : مفروق منه = حاصل تفریق + مفروق

$$\begin{array}{r}
 3469 \\
 + 1237 \\
 + 462 \\
 \hline
 5168
 \end{array}$$

میزان

$$\begin{array}{r}
 1237 \\
 + 462 \\
 \hline
 3469 \\
 5168
 \end{array}$$

مثال :

د تفریق د عملیې میزان په جمع باندې :

کله که وغواړو د تفریق د عملیې میزان وکړو نو د لاندې فورمول څخه گټه اخلو .

فورمول : مفروق منه = حاصل تفریق + مفروق

$\begin{array}{r} 60 \\ - 27 \\ \hline 33 \end{array}$ <p>مفروق منه <math>\rightarrow</math> 60 مفروق <math>\rightarrow</math> 27 حاصل تفریق <math>\rightarrow</math> 33</p>	$\xrightarrow{\text{میزان}}$	$\begin{array}{r} 27 \\ + 33 \\ \hline 60 \end{array}$	<p>مثال :</p>
--	------------------------------	--	---------------

د تفریق د عملیې میزان په تفریق باندې :

کله که وغواړو د تفریق د عملیې میزان وکړو نو د لاندې فورمول څخه گټه اخلو .

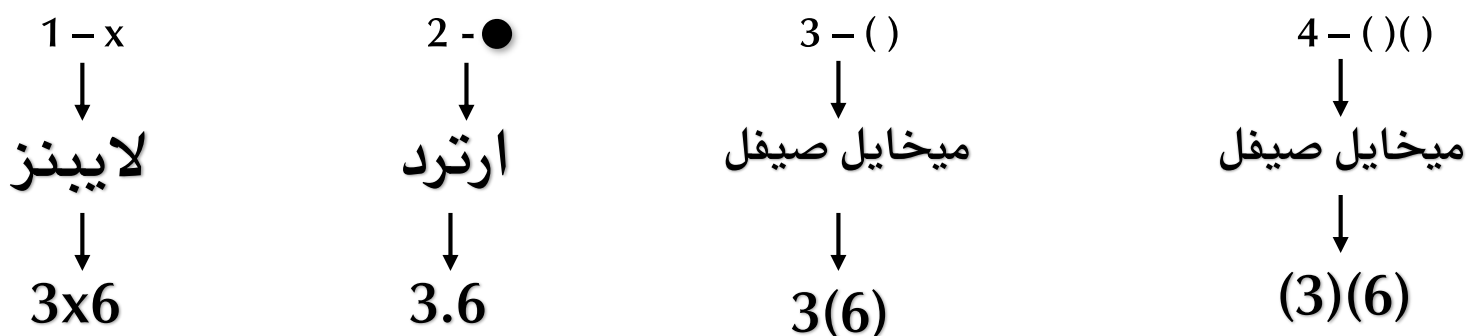
فورمول : مفروق = حاصل تفریق + مفروق منه

$\begin{array}{r} 361 \\ - 221 \\ \hline 140 \end{array}$ <p>مفروق منه <math>\rightarrow</math> 361 مفروق <math>\rightarrow</math> 221 حاصل تفریق <math>\rightarrow</math> 140</p>	$\xrightarrow{\text{میزان}}$	$\begin{array}{r} 360 \\ + 140 \\ \hline 221 \end{array}$	<p>مثال :</p>
--	------------------------------	---	---------------

**ضرب عملیه :** په لغات کې څو چنده کولو ته وایې او په اصطلاح کې د مساوي اعدادو

د جمعې لاندې بنودنې ته ضرب وایي .

د ضرب علامې عبارت دي له :





مثال :

$$\begin{array}{r}
 \times 60 \longrightarrow \text{د ضرب لومړی جز} \\
 \times 70 \longrightarrow \text{د ضرب دوهم جز} \\
 \hline
 + 00 \\
 + 42 \\
 \hline
 4200 \longrightarrow \text{حاصل ضرب}
 \end{array}$$

د ضرب د عمليې اساسي خواص :

۱ : تبدیلی یا بدلون خاصیت :

که د ضرب په عملیه کې د ضرب د اجزاوو ځایونو ته تغیر ورکړو د ضرب په حاصل کې تغیر نه راځي چې دغې خاصیت ته تبدیلی خاصیت وايي .

$$3 \times 4 = 4 \times 3$$

$$12 \quad 12$$

$$a.b = b.a \quad \text{مثال :}$$

مثال :

$$\begin{array}{r}
 \times 27 \\
 \times 96 \\
 \hline
 + 162 \\
 + 243 \\
 \hline
 2592
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \times 96 \\
 \times 27 \\
 \hline
 + 672 \\
 + 192 \\
 \hline
 2592
 \end{array}$$

۲ : اتحادي یا اشتراکي خاصیت :

که د ضرب په عملیه کې ضربې اجزاوې د دوو څخه زیات وي نو کولای شو چې د دوو جزونو په خپله خوبه سره ضرب کوو چې دغې خاصیت ته اتحادي یا اشتراکي خاصیت وايي .

$$\begin{array}{r}
 \times 29 \\
 \times 120 \\
 \times 68 \\
 \hline
 236640
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \times 29 \\
 \times 68 \\
 \hline
 232 \\
 174
 \end{array}$$

مثال :

### ۳: د ضربی توضیعی خاصیت پر جمع باندې :

که چیرې د یو عدد د دوه یا څو عددونو د جمعې په حاصل کې ضرب کړو او یا بیلابیل ضرب کړو نو په حاصل کې کوم تغیر نه راځي چې دغې خاصیت ته توضیعی خاصیت په جمع باندې وایي .

$$\begin{aligned}
 3x(9+6) &= 3x9 + 3x6 && \text{مثال :} \\
 &= 27 + 18 = 45 \\
 3x(9+6) &= 3x(15) = 45
 \end{aligned}$$

### ۴: د عینیت د عنصر خاصیت په ضرب کې :

د عینیت عنصر یعنی خنثاء عنصر د ضرب په عملیه کې یو دي .

$$\begin{aligned}
 6 \times 1 &= 6 && \text{مثال :} \\
 9 \times 1 &= 9
 \end{aligned}$$

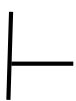
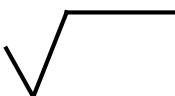



### ۵: بستگی یا تړون خاصیت :

د اعدادو سیت د ضرب تر عملیې لاندې یو تړلي سیت دي .

$$\begin{aligned}
 2 \times 3 &= 6 && \text{مثال :} \\
 7 \times 8 &= 56
 \end{aligned}$$

**تقسیم عملیه :** په لغات کې حسه کولو ته وایي او په اصطلاح کې یو عدد په څو مساوي برخو ویشلو ته تقسیم وایي .

د تقسیم علامي عبارت دي له :

- 1 -       2 -       3 -       4 -       5 - 

نوټ :

۱ - صفر تقسیم عدد مساوي کیږي د صفر سره . مثال :

$$\frac{\text{صفر}}{\text{عدد}} \quad \text{صفر} \quad \frac{0}{0} \Big| \frac{2}{0} \quad \frac{0}{x}$$

۲ - عدد تقسیم صفر ځواب یې لایتناهي دي . مثال :

$$\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}} = \infty \text{ لایتناهي} \quad 3 \Big| \frac{0}{x}$$

۳ - صفر تقسیم صفر ځواب یې مبهم نامعلوم دي .

$$\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} = \text{مبهم} \quad 0 \Big| \frac{0}{\text{مبهم}}$$

9

### د ضرب د عملیې میزان په تقسیم باندې :

کله که وغواړو د ضرب د عملیې میزان وکړو نو د لاندې فورمول څخه گټه اخلو .

فورمول : د ضرب لمړي جز = د ضرب دوهم جز  $\div$  حاصل ضرب

فورمول : د ضرب دوهم جز = د ضرب لمړي جز  $\div$  حاصل ضرب

مثال :

$$\begin{array}{r}
 \times 36 \longrightarrow \text{د ضرب لومړی جز} \\
 92 \longrightarrow \text{د ضرب دوهم جز} \\
 \hline
 72 \\
 324 \\
 \hline
 3312 \longrightarrow \text{حاصل ضرب}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3312 \quad | \quad 136 \\
 324 \quad | \quad \hline
 \times 72 \quad | \quad 92 \\
 72 \quad | \\
 \hline
 \times \times
 \end{array}$$

### د تقسیم د عملیې میزان :

کله که وغواړو د تقسیم د عملیې میزان وکړو نو د لاندې فورمول څخه گټه اخلو .

فورمول : مقسوم = باقی + خارج قسمت  $\times$  مقسوم علیه

مثال :

$$\begin{array}{r}
 6210 \longleftarrow \text{مقسوم} \\
 60 \quad | \quad 136 \longrightarrow \text{مقسوم علیه} \\
 \hline
 21 \quad | \quad 92 \longrightarrow \text{خارج قسمت} \\
 15 \quad | \\
 \hline
 60 \\
 60 \\
 \hline
 \times \times \longrightarrow \text{باقی}
 \end{array}$$

میزان  $\longrightarrow$

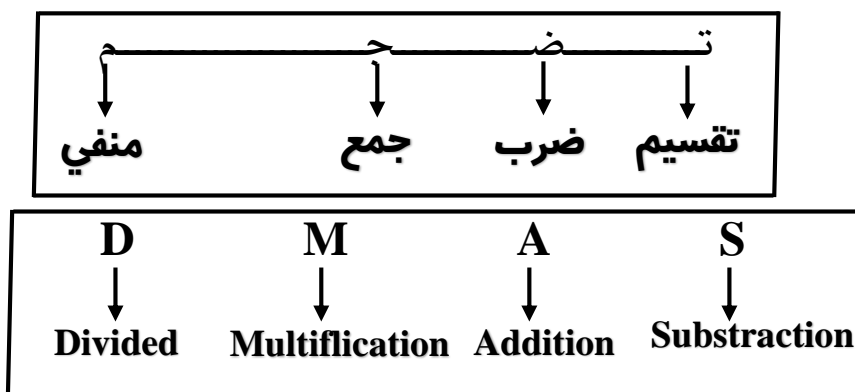
$$\begin{array}{r}
 \times 15 \\
 414 \\
 \hline
 60 \\
 15 \\
 60 \\
 \hline
 6210
 \end{array}$$

## عددي افادي :

که چيرې عددونه د حساب د څلورگونې عمليو په واسطه يو له بل سره ارتباط ولري د عددي افادي په نامه ياديږي .

د عددي افادو د حلولو طريقه :

لومړی د ضرب او تقسيم عمليه اجراء کوو او بيا د جمعې او تفریق عمليه اجراء کوو هر يو چې مخکې دي يا د لاندې فورمولونو څخه گټه اخلو .



فورمولونه :

مثالونه :

$$2 + 2 \div 2 = ? \longrightarrow 2 + 1 = 3 \longleftarrow \text{حل}$$

$$2 + 2 \times 2 = ? \longrightarrow 2 + 4 = 6 \longleftarrow \text{حل}$$

$$2 + 3 \times 4 - 5 \div 5 = ? \longrightarrow 2 + 12 - 1 = 13 \longleftarrow \text{حل}$$

$$6 \div 2 \times 3 + 2 - 5 + 10 = ? \longrightarrow 14 + 3 - 4 + 27 = 40 \longleftarrow \text{حل}$$

$$7 \times 2 + 6 \div 2 - 8 \div 2 + 9 \times 3 = ? \longrightarrow 14 + 3 - 4 + 27 = 40 \longleftarrow \text{حل}$$

**تام اعداد :** ټول منفي او مثبت اعداد د تام اعدادو په نامه ياديږي . سيټ يې په (I) سره بنايو .

$$I = \{ -\infty, \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots, +\infty \}$$

**مطلقه قيمت:** د يو عدد د علامې څخه تيريدل د مطلقه قيمت په نامه ياديږي .

### يا په بل عبارت .....!

يو الجبري حد بدلول په حسابي عدد باندې د مطلقه قيمت په نامه ياديږي .

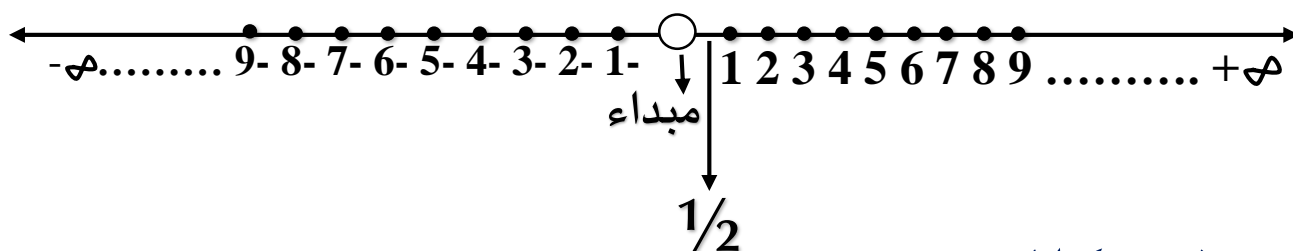
او په لاندې علامه بنودل كيږي . علامه: ( )

مثال:  $|-3| = 3$        $|+8| = 8$        $|-30| = 30$

$|-2| + |-3| + |+20| = ?$        $\longrightarrow$        $2 + 3 + 20 = 25$        $\longleftarrow$  **حل**

**اعدادو محور:** هغه مستقيم خط دي چې په هغه باندې يوه نقطه د مبدا په حيث ټاکل شوي دي چې د مبدا څخه بڼې طرف ته ټول عددونه مثبت او چپ طرف ته يې ټول عددونه منفي قبول شوي دي .

### محور



### مناقشه (بحث کول):

۱- په دوه مثبت عددونو کې هغه عدد لوي دي چې مطلقه قيمت يې زيات وي .

مثال: کوچنی دي  $|+3| = 3$       لوی دي  $|+20| = 20$        $+2 \leq +4$        $+20 \geq +3$

۲- په دوو منفي عددونو کې هغه عدد لوي دي چې مطلقه قيمت يې کوچنی وي .

مثال: کوچنی دي  $|-6| = 6$       لوی دي  $|-31| = 31$        $-3 \geq -6$

۳- ټول منفي اعداد د مثبت اعدادو څخه کوچنی دي .

مثال:  $-100 \leq +1$        $+2 \geq -2000$

۴- صفر د ټولو منفي اعدادو څخه لوي دي .

مثال:  $(-30 < 0)$

## د تامو اعدادو څلور گوني عمليې .

۱ - **جمعه عمليه** : د تام اعدادو په جمعه کې لاندې حالتونه په نظر کې نيسو .  
 اول حالت : که چيرې عددونه هم علامه وي نو يو له بل سره جمع کيږي او تر څنگ يې يو علامه لیکو .

$$\begin{array}{r} +762 \\ +823 \\ \hline 1585 \end{array} \quad \begin{array}{r} -762 \\ +823 \\ \hline -8 \end{array} \quad \left| \quad -7 -6 -9 -12 = -34 \right.$$

مثال :

دويم حالت : که چيرې عددونه مختلف علامه وي نو يو له بل څخه منفي کيږي او د هغې عدد علامه لیکو د کوم يو چې مطلقه قيمت زيات وي .

$$\begin{array}{r} -3 \\ +6 \\ \hline +3 \end{array} \quad \begin{array}{r} +3 \\ -6 \\ \hline -10 \end{array} \quad \left| \quad -3 + 4 -9 + 20 -3 -40 +50 \right.$$

مثال :

$$+74 -55 = +10$$

۲ - **تفريق عمليه** : د تام اعدادو په تفريق کې د دوهم حد علامو ته تغير ورکولو او بيا د جمعي د عمليې په شان عمليه پرې اجراء کولو .

$$\begin{array}{r} +8 \\ -6 \\ \hline +14 \end{array} \quad \begin{array}{r} +9 \\ -6 \\ \hline +3 \end{array} \quad \begin{array}{r} -40 \\ -20 \\ \hline -20 \end{array} \quad \begin{array}{r} -30 \\ +60 \\ \hline -90 \end{array}$$

مثال :

۳ - **ضرب عمليه** : د تام اعدادو په ضرب کې لومړی بايد د علامو د ضرب قوانين وپيژنو چې په لاندې ډول دي .

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad + \cdot + = + \\ \textcircled{2} \quad - \cdot - = + \\ \textcircled{3} \quad + \cdot - = - \\ \textcircled{4} \quad - \cdot + = - \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} (+3)(+4) = +12 \\ (-6)(-100) = +600 \\ (+3)(-9) = -27 \\ (-8)(+8) = -64 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} (-a)(-b) = +ab \\ (+x)(-y) = -xy \\ (-2)(-3)(-2)(-1) = +12 \end{array} \right.$$

مثال :

۴ - **تقسيم عمليه** : د تام اعدادو په تقسيم کې لومړی بايد د علامو د ویش قوانين وپيژنو چې په لاندې ډول دي .

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad + \div + = + \\ \textcircled{2} \quad - \div - = + \\ \textcircled{3} \quad + \div - = - \\ \textcircled{4} \quad - \div + = - \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} (-30) \div (-5) = +6 \\ (+40) \div (-4) = -10 \\ (-1) \div (-2) = +0,5 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \frac{+8}{+2} = +4 \quad \frac{+20}{-2} = -10 \\ \frac{-8}{-2} = +4 \quad \frac{-50}{+2} = -25 \end{array} \right.$$

مثال :

**د ویش قابلیتونه :** هغه پوهه ده چې دده په واسطه مونږ پوهیدلې شو چې راکړل شوي عدد په کوم بل عدد پوره وویشو .

د ویش قابلیت په (۲) باندې : په دوو باندې هغه عددونه پوره د ویش وړ دي چې لومړی رقم یې صفر یا جفت وي .

مثال :  $\left| \begin{array}{c} 31370 \\ 19634 \\ 15260 \end{array} \right|$

د ویش قابلیت په (۳) باندې : که چیرې د یو عدد د ارقامو د جمعې حاصل په دريو پوره وویشل نو هغه عدد په دريو باندې پوره د ویش وړ دي .

مثال :  $\left| \begin{array}{c} 243 \\ 2 + 4 + 3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 3690 \\ 3 + 6 + 9 + 0 = 18 \end{array} \right|$

د ویش قابلیت په (۵) باندې : په پنځو باندې هغه عددونه پوره د ویش وړ دي چې لومړی رقم یې صفر یا پنځه وي .

مثال : 345 — 310

د ویش قابلیت په (۷) باندې : که چیرې د یو عدد یويز رقم لری او بیا دوه چنده کړو او د باقیمانده عدد څخه یې تفریق

کړو که چیرې تفریق حاصل یې صفر اوه او یا د اوو معادل شي نو هغه عدد په اوو باندې پوره د ویش وړ دي .

مثال :  $\begin{array}{r} 24 \textcircled{3} \\ - 34 \\ \hline 6 \\ 28 \end{array}$   $3 \cdot 2 = 6$

د ویش قابلیت په (۱۱) باندې : که چیرې د یو عدد د طاقو او جفتو مرطبه د مجموعې د تفریق حاصل صفر ، یوولس او

یا د یوولسو معادل شي نو هغه عدد په یوولسو باندې پوره د ویش وړ دي .

مثال :  $\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 3 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{array}$   $1 + 3 = 4$  د طاقو مجموعه  
 $1 + 3 = 4$  د جفتو مجموعه

**تجزیه :** په لغات کې ټوټه ټوټه کولو ته وایې او په اصطلاح کې د یو مرکب عدد ویش په لومړنی عدد باندې د تجزیې څخه عبارت دي .

**د عددونو تجزیه کول د جدول په طریقه :**

په دې طریقه کې د عدد چپ لورې ته یو عمود خط کش کوو او بیا گورو چې راکړل شوي عدد په کومو عددونو پوره د ویش وړ دي .

مثال : لاندې عددونه تجزیه کړئ ؟

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 21 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$21 = 3 \times 7$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

### تر ټولو لوی مشترک قاسم یا ( G . C . D ) پیدا کول :

که یو طبیعي عدد په بل طبیعي عدد باندې پوره وویشل شي نو مقسوم علیه ته د مقسوم قاسم وایي .

لکه : د ( ۲ ) دوو د شپږو یو قاسم دي .

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \rightarrow \text{مقسوم} \\ \hline 6 & 3 \\ \hline X & \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 = 6, 1, 2, 3 \\ 12 = 1, 12, 3, 4, 2, 6 \end{array}$$

لوی مشترک قاسم : د دوو یا څو عددونو لوی مشترک قاسم د یو داسې عدد څخه عبارت دي چې راکړل شوې عددونه

په هغه باندې پوره وویشل شي .

د پیدا کولو طریقه : عددونه تر هغې تجزیه کوو چې یو په کې لومړنې شي او یا مشترک قاسم ونه لري .

مثال : د (36) او (72) لوی مشترک قاسم یا ( G . C . D ) پیدا کړئ ؟

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 - 72 \\ \hline 2 & 18 - 36 \\ \hline 3 & 9 - 18 \\ \hline 3 & 3 - 6 \\ \hline & 1 - 2 \\ \hline & \end{array}$$

$$G . C . D ( 36 , 72 ) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

نوټ : د دوو داسې عددونو چې مشترک قاسم ونه لري نو لوی مشترک قاسم یې د یو څخه عبارت دي .

مثال :

$$\begin{array}{r|l} & 31 \_ 37 \\ \hline & \\ \hline & G . C . D ( 31 , 37 ) = 1 \end{array}$$

مثال :

$$\begin{array}{r|l} & 20 \_ 21 \\ \hline & \\ \hline & G . C . D ( 20 , 21 ) = 1 \end{array}$$



### تر ټولو کوچنی مشترک مضرب یا (L.C.M) پیدا کول :

**مضرب :** که یو طبیعي عدد په بل طبیعي عدد باندې پوره ویشل شى نو مقسوم ته د مقسوم علیه مضرب وايي .

لکه : ( ۹ ) نهه د دريو یو مضرب دي .

$$\begin{array}{r|l}
 3 & \\
 \hline
 9 & \\
 \hline
 X &
 \end{array}$$

← 9 مضرب

$6 = 6, 12, 18, 2, 4 \dots\dots$

### د دوه یا څو عددونو کوچنی مشترک مضرب :

یو داسې عدد څخه عبارت دي چې نوموړی عدد په راکړل شوې عددونو باندې پوره ویشل شي .

د پیدا کولو طریقه : د دوه یا څو عددونو کوچنی مشترک مضرب د پیدا کولو لپاره عددونه تر هغې تجزیه کوو چې تر څو یو یو پاتې شي .

مثال : د ( 20 ) او ( 40 ) کوچنی مشترک مضرب یا ( L.C.M ) پیدا کړئ ؟

2	20 - 40
2	10 - 20
5	5 - 10
2	1 - 2
	1 - 1

$$L.C.M(20, 40) = 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 36$$

### د لوی مشترک قاسم او د کوچنی مشترک مضرب تر منځ اړیکه :

$$G.C.D - L.C.M = \text{دوهم عدد} \times \text{لمړی عدد}$$

$$G.C.D = \frac{\text{دوهم عدد} \times \text{لومړی عدد}}{L.C.M} \quad \text{لومړی عدد} = \frac{L.C.M - G.C.D}{\text{دوهم عدد}}$$

$$L.C.M = \frac{\text{دوهم عدد} \times \text{لومړی عدد}}{G.C.D} \quad \text{دوهم عدد} = \frac{L.C.M - G.C.D}{\text{لومړی عدد}}$$

مثال : که لمړی عدد د (40) او دوهم عدد د (60) وي او د دوی تر منځ کوچنی مشترک مضرب (100)

- لومړی عدد = 40
- دوهم عدد = 60
- کوچنی مضرب = 10
- G.C.D = ?

$$\frac{2400}{100} = 24$$

$$G.C.D = \frac{40 \times 60}{100}$$

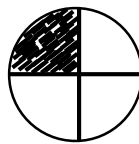
$$\begin{array}{r|l}
 2400 & 100 \\
 200 & \\
 \hline
 04 & 24 \\
 400 & \\
 \hline
 XX &
 \end{array}$$

## د لوی مشترک قاسم او کوچنې مشترک مضرب پرتله کول :

### کسر (Fraction) :

په لغات کې ماتولو ته وایې او په اصطلاح کې یو شی په څو مساوی برخو ویشل او له هغه څخه یو یا څو برخې اخیستلو ته کسر وایې .

کسری خط یا خط بر  
صورت 1  
مخرج 4



مثال :

کسر په دوه ډوله دي

اعشار کسر

عام کسر

عام کسر : هغه کسر ته وایې چې مخرج یې د (10) یو طاقت نه وي .

کسری خط یا خط بر  
صورت 3  
مخرج 2

مثال :

عام کسر په دوه ډوله دي

غیر واقعی عام کسر

واقعی عام کسر

واقعی عام کسر : هغه کسر ته وایې چې مخرج یې زیات صورت یې کم وي .

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{6}{13} \quad \frac{19}{151}$$

مثال :

غیر واقعی عام کسر : هغه کسر ته وایې چې صورت یې زیات مخرج یې کم وي او یا ورسره مساوي وي .

$$\frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{16}{17} \quad \frac{3}{3}$$

مثال :

مخلوط یا واجب کسر : د یو صحیح عدد او یو کسری عدد مجموعې ته مخلوط یا واجب کسر وایې .

$$3 + \frac{1}{2} \quad 4 + \frac{3}{7} \quad 17 + \frac{13}{15}$$

مثال :

د کار د اسانتیا لپاره د جمعې علامه نه لیکو

$$3 \frac{1}{2} \quad 4 \frac{3}{7} \quad 17 \frac{13}{15}$$

معادل کسر : هغه کسر ته وایې چې صورت او مخرج یې مختلف مگر عددې مقدار یې سره مساوي وي .

$$\frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{16}{17} \quad \frac{3}{3}$$

مثال :

نوټ: د یو کسر سره د معادل کسر د لاسته راوړلو لپاره د نوموړی کسر صورت او مخرج په یو عین عدد کې ضربوو .

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$$

مثال: د  $\frac{3}{4}$  کسر سره درې معادل کسرونه په لاس راوړئ؟

د عام کسرونو تصحیح کول: یو غیرې واقعی عام کسر بدلول په واقعی عام کسر باندې د عام کسرونو د تصحیح په نامه یادېږي.

د بدلون طریقه:

$$\frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ \hline 6 & \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

- ۱- صورت پر مخرج ویشو .
- ۲- خارج قسمت په صحیح برخه کې لیکو .
- ۳- باقی په صورت کې لیکو .
- ۴- مقسوم علیه په مخرج کې لیکو .

د عام کسرونو غیرې واجب کول: د یو واقعی عام کسر بدلول په غیرې واقعی عام کسر باندې د عام کسرونو د غیرې واجب کولو په نامه یادېږي .

د بدلون طریقه:

صورت x مخرج x صحیح عدد

مخرج

$$1 \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

د عام کسرونو پرتله (مقایسه) کول: د کسرونو د لویوالي او کوچنیوالي معلومولو ته د عام کسرونو پرتله (مقایسه) کول وایي .

چې په لاندې حالاتونو کې یې څیړو:

اول حالت: که چیرې د کسرونو مخرجونه مساوی وي نو هغه کسر لوی دي چې صورت یې زیات وي .

مثال:

$$\frac{3}{5} < \frac{4}{5} \quad | \quad \frac{9}{13} < \frac{12}{13} < \frac{20}{13}$$

دویم حالت: که چیرې د کسرونو صورتونه مساوی وي نو هغه کسر لوی دی چې مخرج یې کوچنی وي .

مثال:

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{7} \quad | \quad \frac{19}{21} > \frac{19}{50}$$

درېیم حالت: که چیرې د کسرونو صورتونه او مخرجونه دواړه مختلف وي نو لومړی هم مخرجه کوو دارنگه چې د لومړی کسر

صورت او مخرج د دوهم کسر په مخرج کې ضربوو او بیا د دوهم کسر په مخرج او صورت د لومړی کسر مخرج کې ضربوو .

مثال: لاندې کسرونه پرتله (مقایسه) کړئ؟

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5}$$
  
$$\frac{10}{15} < \frac{12}{15}$$

$$\frac{9}{13} < \frac{12}{13}$$

$$\frac{5}{7} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{40}{56} < \frac{42}{56}$$

$$\frac{5}{7} < \frac{6}{8}$$

## د عام کسرونو څلور گونې عمليې

**د عام کسرونو د جمعې او تفریق عمليې:** د عام کسرونو په جمع او تفریق کې لاندې حالاتونه په نظر کې نیسو .

**اول حالت:** که چیرې د کسرونو مخرونه مساوی وي نو د مساوی مخرجو څخه یو مخرج او صورتونه یوه له بل سره جمع یا تفریق کوو .

$$\frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \frac{3+6}{5} = \frac{9}{5} \quad \text{مثال:}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{9}{7} = \frac{3-9}{7} = \frac{-6}{7}$$

**دویم حالت:** که چیرې د کسرونو مخرونه مختلف وي نو لومړی ورته مخرج مشترک بنایو بیا دغه مشترک مخرج د هر کسر پر مخرج ویشو او

حاصل یې د صورت سره ضربوو او په صورت کې یې لیکو .

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10} \quad \text{مثال:}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{13}{14} = \frac{98-117}{126} = \frac{-19}{120}$$

**درېیم حالت:** که چیرې کسرونه واجب وی نو لومړی غیر واجب کوو او بیا پرې عمليې اجراء کوو .

مثال:

$$3 \frac{1}{2} + 5 \frac{3}{2} - 7 \frac{6}{2} = ?$$

**حل:** لومړی یې غیر واجب کوو

$$= \frac{7}{2} + \frac{13}{2} - \frac{20}{2} = \frac{7+13-20}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

د عام کسرونو د ضرب عمليې:

**اول حالت:** د عام کسرونو په ضرب کې صورت د صورت سره او مخرج د مخرج سره ضربوو .

$$\frac{3}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{14} \quad \text{مثال:}$$

**دویم حالت:** که چیرې کسرونه واجب وی نو لومړی غیر واجب کوو او بیا پرې عمليې اجراء کوو .

مثال:

$$2 \frac{3}{5} \times 1 \frac{1}{2} \quad \text{حل: لومړی یې غیر واجب کوو} \quad \frac{13}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{39}{10} \quad \text{یا} \quad 3 \frac{9}{10}$$

**درېیم حالت:** یو صحی عدد ضرب یو کسر صحی عدد د صورت سره ضربیږي .

$$\frac{4}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5} \quad \text{مثال:}$$

د عام کسرونو د تقسیم عمليې:

د عام کسرونو په تقسیم کې لومړی کسر په خپله د تقسیم علامه په ضرب او دوهم کسر معکوس کوو .

مثال:

$$\frac{2}{3} \div \frac{6}{7} = ? \quad \text{حل} \rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{7}{6} = \frac{14}{18}$$

نوټ :

پاوکم دوه	پاوکم شل	پاوکم اته	پاوکم لپاره	پاو باندې نهه	پاو باندې دوه	پاو باندې لپاره	څلورنیم	دوه دیرش نیم	نیم لپاره
$1\frac{3}{4}$	$19\frac{3}{4}$	$7\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$9\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$32\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = ①$$

۱ - نیم جمعه نیم څو کیږي ؟

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۲ - نیم ضرب نیم څو کیږي ؟

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{2} = ①$$

۳ - نیم تقسیم نیم څو کیږي ؟

**اعشار کسر (Decimal Fraction)**

اعشار په لغات کې عشر ته وایي او عشر د یو عدد سمې برخې ته ویل کیږي او په اصطلاح کې اعشار کسر هغه کسر ته وایي چې مخرج

یې د لسو یو طاقت نه وي . په دې علامه ښودل کیږي ( ; )

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{10} & \frac{1}{100} & \frac{1}{1000} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0,1 & 0,01 & 0,001 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 7; & 2 & 3 & 4 & 6 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & \text{لسم زرم} & \text{لسم زرم} & \text{لسم زرم} & \text{لسم زرم} \end{array}$$

مثال :

**د اعشار کسر خواص :**

اول خاصیت : هر اعشار کسر دوه برخې لري چې یو صحی برخه او بله یې اعشاری برخه ده .

مثال : اعشاری برخه  $\rightarrow 0.41$  ; صحیح برخه  $\leftarrow 13$  ; اعشاری برخه  $\rightarrow 2$  ; صحیح برخه  $\leftarrow 3$ 

دویم خاصیت : که چیرې د یو اعشاری کسر ښی طرف ته یو یا څو صفرونه اضافه کړو نو په اعشار کسر کې تغیر نه راځي .

$$\text{مثال : } 13;40000 = 13,4 \quad ; \quad 3;2000007 = 3,2000007$$

**د اعشار کسرونو پرتله (مقایسه) کول :**

اول حالت : که چیرې د اعشار کسرونو صحی برخه مختلفه وي نو هغه اعشار کسر لوی دي چې صحی برخه یې زیاته وي .

$$\text{مثال : } 4;2 > 2;546391 \quad - \quad 5;01 > 4;346219$$

دویم حالت : که چیرې د اعشار کسرونو صحی برخه مساوی وي نو په دې حالت کې هغه اعشار کسر لوی دي چې

د اعشاری برخې لومړی رقم یې زیات وي .

$$\text{مثال : } 2;31 > 2;4$$

$$7;29631 < 7;8$$

$$> \quad 3;241 \quad 3;216$$

## د اعشار کسرونو څلور گونې عمليې

۱- **جمعی عملیه:** د اعشار کسرونو په جمع کې اعشاری علامه د اعشاری علامی لاندې لیکو او د کمو رقمونو پر ځای صفرونه ږدو.

مثال: د (3; 24) اعشار کسر (32; 1) اعشار کسر جمعه کړئ؟

$$\begin{array}{r} + \quad 3; 24 \\ \hline 32, 10 \\ \hline 35; 34 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{r} + \quad 346; 21 \\ \hline 2; 4239 \end{array} \xrightarrow{\text{منظم کوو}} \begin{array}{r} + \quad 346; 21000 \\ \hline 002; 42391 \\ \hline 348; 63391 \end{array}$$

۲- **تفریق عملیه:** د اعشار کسرونو په تفریق کې اعشاری علامه د اعشاری علامی لاندې لیکو او د کمو رقمو پر ځای صفرونه ږدو.

مثال: د (73; 2) اعشار کسر څخه (62; 341) اعشاری کسر تفریق کړئ؟

$$\begin{array}{r} 62; 341 \\ - 10; 859 \\ \hline 73; 200 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{r} 632 \\ - 22; 316 \\ \hline 609; 684 \end{array} \xrightarrow{\text{منظم کوو}} \begin{array}{r} 632; 000 \\ - 022; 316 \\ \hline 609; 684 \end{array}$$

۳- **ضرب عملیه:** د اعشار کسرونو په ضرب کې عددونه په ساده ډول ضربوو او اعشاری ارقام د بنی طرف څخه جدا کوو.

$$\begin{array}{r} \times 62; 3 \\ \hline 63; \\ + 1869 \\ \hline 3738 \\ \hline 3924; 9 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{r} \times 2; 3 \\ \hline 32; 1 \\ + 46 \\ \hline 69 \\ \hline 73; 83 \end{array} \quad \text{مثال:}$$

د اعشار کسر ضرب د لسو په طاقت کې: کله که وغواړو یو اعشار کسر د لسو په طاقت کې ضرب کړو نو اعشاری علامه د صفرونو په

$$\begin{array}{r} \text{تعداد بنی طرف ته وړو.} \\ 2; 34 \times 10 = 23; 4 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{r} 2; 34 \\ \times 10 \\ \hline 234 \\ \hline 23; 40 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 7; 246 \times 100 = 724; 6 \\ 2; 600 \times 100 = 260; 0 \\ 72; 346189 \times 10000 = 723461; 89 \\ 73; 20000 \times 10000 = 372000; 0 \end{array} \quad \text{مثال:}$$

۴- **تقسیم عملیه:** د اعشار کسر تقسیم لپاره د صفرونو څخه کار اخلو یعنی صورت او مخرج د لسو په یو داسی طاقت کې ضربوو تر

څو اعشاری علامه له مینځه ولاړه شي.

مثال: د (2; 4) اعشار کسر په (1; 2) باندې ویشئ؟ حل: صورت او مخرج (10) کې ضربوو.

$$\frac{2; 4}{1; 2} = \frac{2; 4}{1; 2} \cdot \frac{10}{10} = \frac{24}{12} = 2$$

$$\frac{3; 46}{1; 2} = \frac{3; 46}{1; 200} \cdot \frac{100}{100} = \frac{346}{120} = 2; 8\bar{8}3$$

### د کسرونو تبدیل یو پر بل باندې

۱ - د عام کسر تبدیل په اعشار کسر باندې : کله که وغواړو یو عام کسر په اعشار کسر تبدیل کړو نو صورت پر مخرج ویشو .

مثال : لاندې عام کسرونه په اعشار کسرونو تبدیل کړئ ؟

$$\frac{1}{2} = 0;5$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & \\ \hline 10 & 0;5 \\ 10 & \\ \hline & x \end{array}$$

۲ - د اعشار کسر تبدیل په عام کسر باندې :

اول حالت : که چیرې اعشاری کسر ونه پوره کیدونکې یا ختمیدونکې وی نو دارنگه یې په عام کسر تبدیلوو .

طریقه : لومړی اعشار کسر لیکو بیا د هغه لاندې خط باسو د اعشاری علامی پر ځای مخرج کې یو او د اعشاری ارقامو پر ځای مخرج کې صفرونه ږدو .

مثال : لاندې اعشار کسر په عام کسر تبدیل کړئ ؟

**0;5**

$$\frac{0;5}{10} = \frac{\cancel{5}}{10} = \frac{1}{2}$$

دویم حالت : هغه اعشار کسرونه چې پوره متولی وی دارنگه یې په عام کسر تبدیلوو .

طریقه : لومړی اعشار کسر لیکو بیا د هغه لاندې خط باسو د هر اعشاری رقم پر ځای مخرج کې نه نه لیکو .

مثال : لاندې اعشار کسر په عام کسر تبدیل کړئ ؟

$$2;34 = 2 \frac{\overline{34}}{99} = 2 \frac{34}{99}$$

درییم حالت : هغه اعشار کسرونه چې نیمه متولی وی دارنگه یې په عام کسر تبدیلوو .

هغه عدد چې متولی نه دي - ټول عدد

فورمول : ←

هر متولی پر ځای نه او غیر متولی پر ځای صفر لیکو

مثال :

$$0;2\overline{3} = \frac{2\overline{3} - 2}{90} = \frac{\overline{21}}{90} = \frac{7}{30}$$

### تقریب یا روند آف ( Round Up )

یو اعشار کسر د اعشاری برخې د ارقامو د کمولو عملیې ته تقریب یا روند آف وایي .

چې په لاندې حالاتو کې یې څیړو

اول حالت : که چیرې د اعشار کسر د اعشاری برخې لومړی رقم یې د پنځو څخه کم وی نو په پاتې ارقامو څه نه اضافه کوو .

$$3;234676 = 3;23 \qquad 0;23612672 = 0;236$$

دویم حالت : که چیرې د خذف شوو ارقامو لومړی رقم د پنځو څخه زیات وی نو په پاتې ارقامو یو اضافه کوو .

$$4;2378241 = 4;238 \qquad 2;349612 = 2;35$$

درییم حالت : که چیرې د خذف شوو ارقامو لومړی رقم پنځه وی نو په دې صورت کې دوه حالتونه وجود لري .

اول حالت : که چیرې آخری رقم یې طاق وی نو په پاتې ارقامو یو اضافه کوو .

$$2;345123 = 2;35$$

دویم حالت : که چیرې آخری رقم یې جفت وی نو په پاتې ارقامو څه نه اضافه کوو .

$$2;365124 = 2;36$$

**اختصار:** په لغات کې لنډولو ته وايي او په اصطلاح کې د يو کسر صورت او مخرج د هغه په مشترک قاسم وپشلو ته اختصار وايي .

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2} \quad \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} = \frac{1}{2}$$

مثال:

**نسبت ( Ratio ) :** نسبت په لغات کې رابطې ته وايي او په اصطلاح کې د دوو همجنسو کمیتونو تر مینځ د رابطې ټاکلو نه نسبت وايي .

لمړی کمیت  $A \longrightarrow$   
دوهم کمیت  $B \longrightarrow$

د لاندې کمیتونو تر مینځ رابطه وټاکئ .

$$\frac{2 \text{ m}}{20 \text{ cm}} = \frac{10}{\frac{200 \text{ cm}}{20 \text{ cm}}} = \frac{10}{1} \quad \left| \quad \frac{10 \text{ m}}{3 \text{ km}} = \frac{10 \text{ m}}{3000 \text{ m}} = \frac{1}{300}$$

**د نسبت د استعمال ځایونه :**

**اول:** که چیرې د دوو کمیتونو تر منځ نسبت معلوم وي مگر یو له هغوی څخه نامعلوم وي نو معلوم کمیتونه سره ضربوو او په نامعلوم کمیت یې ویشو .

مثال: که د احمد او محمود د عمرونو تر منځ نسبت  $\frac{2}{3}$  وي که د محمود عمر (۳۰) کاله وي تاسو د محمود عمر پیدا کړئ؟

$$45 \text{ کاله} = \text{محمود عمر} \quad \frac{2}{3} = \frac{30 \times 3}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

$$\frac{30 \text{ کاله}}{\text{محمود عمر}} = \frac{2}{3}$$

**دویم:** د یو کمیت ویشل په یو نسبت باندې: کله که وغواړو یو کمیت په یو نسبت ویشو لومړی نسبت سره جمع کوو بیا اصل

کمیت د نسبتونو په مجموعه ویشو او حاصل یې لومړی د صورت سره او بیا د مخرج سره ضربوو .

$$\begin{array}{r|l} 120 & 5 \\ 10 & \\ \hline 20 & 24 \\ 20 & \\ \hline x & \end{array}$$

مثال: (120) افغانی د  $\frac{2}{3}$  ویشی؟  
حل:  $5 = 2 + 3$  د نسبت مجموعه

$$\text{لمړی} = 24 \times 2 = 48$$

$$\text{دویم} = 24 \times 3 = 72$$

مثال: یو نفر غواړی چې او یا زره افغانی (70000 Af) د خپل دوو زامنو ته داسې ویشی چې لومړی زوی ته درې

برخې او دوهم زوی ته څلور برخې ورکړې تاسې د هر یو برخه پیدا کړئ؟  
 $7 = 3 + 4$  د برخو مجموعه

$$\begin{array}{r|l} 70000 & 7 \\ 7 & \\ \hline x & 10000 \end{array}$$

$$\text{لمړی ځوی برخه} = 3 \times 1000 = 30000$$

$$\text{لمړی ځوی برخه} = 4 \times 1000 = 40000$$

**متصل یا متعمدی نسبت:** هغه نسبت ته وايي چې د دوو څخه زیاتې جملې ولري .

مثال: د یو مسجد په جوړولو کې درې نفرو په لاندې ډول کار کړی لومړی نفر دوه ورځې او دوهم نفر څلور ورځې او درېیم نفر اته ورځې

کار کړي او په مجموعې ډول یې 4000 Af څلور زره افغانی مزدوری اخیستی تاسې د هر یو برخه پیدا کړئ .



**تناسب :** د دوو همجنسو مثبتونو مساواتو ته تناسب وايي .

مثال : 
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \implies 4 = 4$$

**د تناسب خواص :**

**۱- خاصیت :** په هر تناسب کې باید د طرفینو ضرب حاصل د وسطینو ضرب حاصل سره مساوی وی چې دغې خاصیت ته د تناسب اساسی خاصیت وايي .

مثال : 
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \implies 45 = 45$$

**۲- خاصیت :** که چیرې په یو تناسب کې د طرفینو ځایونه تغیر کړو نو په تناسب کې کوم تغیر نه راځي .

مثال : 
$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \implies 20 = 20$$

$$\frac{10}{5} = \frac{4}{2} \implies 20 = 20$$

**۳- خاصیت :** که چیرې په یو تناسب کې د وسطینو ځایونه تغیر کړو نو په تناسب کې کوم تغیر نه راځي .

مثال : 
$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20} \implies 20 = 20$$

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{20} \implies 20 = 20$$

**۴- خاصیت :** که چیرې یو تناسب معکوس کړو نو د تناسب په قیمت کې تغیر نه راځي .

مثال : 
$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \implies 24 = 24$$

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \implies 24 = 24$$

**۵- خاصیت :** که چیرې په یو تناسب کې صورت او مخرج سره جمع او په صورت کې ولیکو د تناسب په قیمت کې تغیر راځي مگر په تناسب کې کوم تغیر نه راځي .

مثال : 
$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} \implies 10 = 10$$

$$\frac{1+2}{2} = \frac{5+10}{10}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{15}{10} \implies 30 = 30$$

**۶- خاصیت :** که چیرې په یو تناسب کې مخرج د صورت سره جمع او مخرج کې ولیکو د تناسب په قیمت کې تغیر راځي مگر په تناسب کې کوم تغیر نه راځي .

مثال : 
$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \implies 24 = 24$$

$$\frac{2}{3+2} = \frac{8}{12+8}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \implies 24 = 24^{24}$$

۷- خاصیت : که چیرې په یو تناسب کې د صورت څخه مخرج منفي کړو او صورت کې ولیکو د تناسب په قیمت کې تغیر راځی مگر په تناسب کې کوم تغیر نه راځي .

مثال :

$$\frac{3}{2} = \frac{9}{6} \implies 18 = 18$$

$$\frac{3-2}{2} = \frac{9-6}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \implies 6 = 6$$

۸- خاصیت : که چیرې په یو تناسب کې صورت د مخرج سره جمع په صورت کې او د مخرج څخه صورت منفي کړو ولیکو د تناسب په قیمت کې تغیر راځی مگر په تناسب کې تغیر نه راځي .

مثال :

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} \implies 10 = 10$$

$$\frac{1+5}{5-1} = \frac{2+10}{10-2}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{12}{8} \implies 48 = 48$$

۹- خاصیت : که چیرې په یو تناسب کې صورتونه یو له بل سره جمع په صورت کې او مخرجونه یو له بل سره جمع مخرج کې لیکو نو

یو نوی نسبت په لاس راځی چې دغه نسبت د تناسب د هرې جملې سره مساوي دي .

مثال :

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \implies \frac{1+4}{2+8} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} \implies 10 = 10$$

$$\frac{4}{8} = \frac{5}{10} \implies 40 = 40$$

### تناسب په دوه ډوله دي

غیر مستقیم تناسب

مستقیم تناسب

مستقیم تناسب : که چیرې په یو تناسب کې د یو جملې په زیاتیدو سره اړونده جمله زیاته او په کمیدو سره یې کمه شی د مستقیم تناسب په نامه یادېږي .

چاپي	قیمت
1 kg	50
2 kg	100
3 kg	150
4kg	200

مثال :

غیر مستقیم تناسب : که چیرې په یو تناسب کې د یوې جملې په زیاتیدو سره اړونده جمله کمه او په کمیدو سره یې زیاته شي د غیر مستقیم تناسب په نامه یادېږي .

دهقانان	ورځي
20	20
18	22
16	24
14	26

مثال :

### د مستقیم او غیر مستقیم تناسب د حلولو طریقہ :

که چیرې خواب زیات پکار وه نو زیات په صورت کې کم په مخرج کې لیکو او که خواب کم پکار وه نو بیا کم په صورت کې زیات په مخرج کې لیکو او بیا باقی حد د صورت سره ضربوو .

**مثال :** که ( 10 ) نفر یو کور په پنځو ( 5 ) ورځو کې جوړ کړی نو شپږ ( 6 ) نفر په هماغه کور په څو ورځو کې جوړ کړي .

نفر	ورځي		
10	5	$X = \frac{10 \times 50}{6} = \frac{50}{6}$	$\begin{array}{r l} 50 & 6 \\ -48 & \\ \hline 20 & 8 ; 3 \\ -18 & \\ \hline 20 & \end{array}$
6	x		$X = 8 ; 3$

**مرکب تناسب :** هغه تناسب ته وايي چې د دوو شيانو څخه زیاتې جملې ولري .

**مثال :** که د ( 800 ) منه غنمو دانتقال مصرف په ( 100 ) متره کیلو فاصله کې ( 2000 ) افغانی وی نو د ( 700 ) منه غنمو د انتقال مصرف به په ( 150 ) کیلو متره فاصله کې به څو افغانی وي .

$$X = \frac{700 \times 150 \text{ km} \times 20000 \text{ Af}}{800 \times 100 \text{ km}} = \frac{210000000}{80000} = 26250 \text{ Af}$$

**فیصد ( Percentage ) :** په لغات کې د سلو د معنی له مخې د یو عدد ټاکلو ته وايي او په اصطلاح کې فیصد یو کسر دی چې مخرج یې سل وي د فیصد څخه د ژوند د زیاتو معاملاتو لکه د گټې او تاوان معلومولو بانکی مسایلو کې ورڅخه گټه اخلو .

$$\frac{2}{100} \quad \frac{3}{100} \quad \frac{17}{100} \quad \frac{80}{100} \quad : \quad ( \% ) \quad ! \dots\dots\dots$$

د فیصد علامې عبارت دي له

**مثال :** که یو نفر په سلو کې شپږ روپۍ گټه وکړی نو په ( 300000 ) درۍ لکه روپو کې به څو روپۍ وگټي .

سرمایه	گټه	
100	6	$X = \frac{300000 \times 6}{100} = 18000$
300000	x	

**مثال :** که په یو جنگ کې د ( 4000 ) څلور زره عسکرو څخه ( 500 ) پنځه سوه وژل شوی وي تاسې د وژل شویو عسکرو فیصدې پیدا کړئ .

عسکر	وژل	
4000	500	$X = \frac{100 \times 500}{4000} = \frac{25}{4} = \frac{25}{2} = 12 ; 5$
100	x	

**زکات:** په اسلامي شريعت کې فرض دی چې په هر سلو روپو کې دوه نيمې روپۍ زکات فرض دي او په (1000) کې

(25) روپۍ نو په همدې حساب په (40) روپو کې يوه روپۍ زکات فرض دي .

مثال : يو نفر غواړي چې په دوه لکه (200000) افغانیو کې زکات ورکړي تاسې د زکات وړ پيسې محاسبه کړئ ؟

سرمایه	زکات			
40	1	$X = \frac{5000}{200000} \times 1$	$= 5000$	← اوله طريقه
200000	x			

سرمایه	زکات			
100	2 ; 5	$X = \frac{200000 \times 2 ; 5}{100} \cdot \frac{10}{10}$	$= \frac{200000 \times 25}{1000}$	$= 5000$ ← دوهمه طريقه
200000	x			

سرمایه	زکات			
40	1	$X = \frac{200000 \times 1}{40}$	$= 5000$	← درېيمه طريقه
200000	x			

مثال : يو نفر (4000) زکات ورکړي تاسې يې سرمایه پيدا کړئ ؟

سرمایه	زکات		
40	1	$X = \frac{40 \times 40000}{1}$	$= 1600000$
x	40000		

## تخفيف (Discount)

هغه پيسې چې تجاران يې د اصل قیمت څخه خپل مشتريانو ته کموي د تخفيف يا مراعت په نامه يادېږي .

مثال : که د يو مېایل قیمت (10000 Af) افغانۍ وي او يو دوکاندار خپل مشتری ته اته فیصده (8%) تخفيف ورکړي تاسې د تخفيف څخه وروسته د مېایل قیمت پيدا کړئ ؟

اصلي قیمت	مراعت			
100	8	$X = \frac{10000 \times 8}{100}$	$= 800$	
10000	x			د مېایل قیمت د تخفيف څخه وروسته (9200)

مثال : که د يو جنس قیمت (20000 Af) افغانۍ وي او دوکاندار خپل مشتری ته پنځه زره (500) روپۍ مراعت کړي وي تاسې د تخفيف

فیصدي پيدا کړئ ؟

اصلي قیمت	جنس قیمت		
20000	5000	$X = \frac{5}{100} \times 5000$	$= 25$
100	x		

مثال : يو دوکاندار خپل مشتری ته 5% فیصده تخفيف ورکړي او يا يې د تخفيف څخه وروسته نوموړی جنس پرې (60000) افغانۍ خرڅ

کړي تاسې د جنس اصلي قیمت پيدا کړئ .

اصلي قیمت	خرڅ شوی		
100	95	$X = \frac{20}{100} \times 60000$	$= \frac{120000}{19}$
x	60000		

## ربحه يا سود (Interest)

### ربحه په دوه ډوله ده

#### مركبه ربح

#### ساده ربح

ساده ربح : هغه گټه چې د يو سرمايي څخه په ټاكلي وخت او ټاكلي نرخ سره په لاس راځي د ساده ربحي په نامه ياديږي .

عمومي فورمول :  $\text{فيسد يا نرخ} \times \text{سرمایه} \times \text{وخت} = 100 \times \text{ساده ربح}$

$$\text{ساده ربح} = \frac{\text{فيسد يا نرخ} \times \text{سرمایه} \times \text{وخت}}{100}$$

$$\text{وخت} = \frac{100 \times \text{ساده ربح}}{\text{سرمایه} \times \text{فيسد}}$$

$$\text{سرمایه} = \frac{\text{وخت} \times \text{فيسد}}{\text{ساده ربح} \times 100}$$

$$\text{فيسد يا نرخ} = \frac{\text{ساده ربح} \times 100}{\text{وخت} \times \text{سرمایه}}$$

مثال : که پاکټر عبدالله (80000) افغانی د شپږ فيصده 6% نرخ له مخې د درې کلو لپاره په ساده ربح کې په بانک کې واچوی تاسې سود محاسبه کړئ .

$$\text{سرمایه} = 80000$$

$$\text{وخت} = 3 \text{ کاله}$$

$$\text{فيسد} = 6 \quad \text{ساده ربح} = \frac{3 \times 80000 \times 6}{100} = 1400$$

$$\text{ساده ربح} = ?$$

مثال : د څومره وخت لپاره (80000) افغانی د شپږ فيصده 6% نرخ له مخې (1400) افغانی گټي .

$$\text{وخت} = \frac{1400 \times 100}{6 \times 80000} = 3$$

مركبه ربحه : که چيرې د يوې سرمايي گټه د اصلي سرمايي سره يو ځای شي او بيا گټي ته کيښودل شي د مرکبي ربحي په نامه ياديږي .

که چيرې سرمايه له گټي سره په (P) او لومړنۍ سرمايه په (S) نرخ يا فيصد په (R) او وخت په (N) وښايو نو د مرکبي ربحي د لاسته راوړلو لپاره د

$$P = S (1 + V\%)^n \text{ فورمول : } \text{څخه گټه اخلو .}$$

$$P = \text{سرمایه له گټي}$$

$$S = \text{لمړنی سرمايه}$$

$$V\% = \text{نرخ يا فيصد}$$

$$N = \text{وخت}$$

مثال : که گل مرجان (100000) يو لک روپۍ د 5% نرخ له مخې د دوو کلونو لپاره په مرکبه ربحه کې واچوی تاسې سود پيدا کړئ ؟

$$S = 100000$$

$$N = 2 \text{ Year}$$

$$V\% = 5\% = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$P = 100000 (1 + 0.05)^2$$

$$P = 100000 (1.1025)^2$$

$$P = 100000 (1.2167625)$$

$$P = 121676.25 \text{ گټه او سرمايه}$$

طاقت (Power) :

$$121676.25 - 100000 = 21676.25 \text{ سود}$$

**تعریف :** د مساوی اعدادو د ضرب لنډې بنودنې ته طاقت وايي .

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

توان يا طاقت  
 $a^n$   
 طاقت دار عدد يا (Power)  
 قاعده يا پايه (Bas)

$$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = +16$$

$$p.p.p.p = p^4$$

$$b.b.b.b.b.b = b^6$$

### د طاقت قوانین :

**اول :** که چیرې قاعدی مساوی وی او توانونه یې مختلف وی نو د ضرب په حالت کې د قاعدو څخه یوه قاعده او توانونه سره جمع کوو .

$$a^n + a^m = a^{n+m} \quad 2^3 + 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 \quad \text{يا} \quad 32 \longleftarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

مثال :

**دویم :** که چیرې قاعدی مختلفې وی او توانونه مساوی وی نو د ضرب په حالت کې د مساوی توانو څخه یو توان او قاعدی سره ضربوو .

$$a^n + b^n = (axb)^n \quad 2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

مثال :

**درییم :** که چیرې قاعدې او توانونه دواړه مختلف وي نو د ضرب په حالت کې هره قاعده په خپل توان پورته کوو او بیا یې سره ضربوو .

$$a^n \times b^m = (a.a.a.....na) (b.b.b.....) \quad \begin{array}{l} 2^3 \times 4^2 = ? \\ (2.2.2) \times (4.4) \\ 8.16 = 128 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 1^{10} \\ 2.2.2 \times 3.3 \times 5.5 \times 1.1.1..... \\ 8 \times 9 \times 25 \times 1 = 1800 \end{array}$$

مثال :

**څلورم :** که چیرې قاعدی او توانونه دواړه مساوی وی نو د ضرب په حالت کې قاعدو څخه یوه قاعده او توانونه جمع کوو .

$$a^n \times a^n = a^{n+n} = a^{2n} \quad 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 \quad \text{يا} \quad 16$$

مثال :

**پنځم :** که چیرې قاعدی مساوی او توانونه مختلف وی نو د تقسیم په حالت کې د قاعدو څخه یوه قاعده او صورت توان څخه د مخرغ توان منفي کوو .

$$\frac{2^4}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$$

مثال :

**شپږم :** که چیرې قاعدی مساوی توان مختلف نو د تقسیم په حالت کې د مساوی توانو څخه یو توان لیکو .

$$\frac{2^3}{2^3} = \left(\frac{4}{2}\right)^3 = 2^3 \quad \text{يا} \quad 8$$

مثال :

**اووم :** که چیرې یو قاعده په څو توانو رفعه شوی وی نو قاعده په خپله لیکو او توانونه سره ضربوو .

$$(2^3)^4 = 2^{3.4} = 2^{12}$$

مثال :

**اتم :** که چیرې یو قاعده په منفي توان رفعه شوی وی نو مخرغ انتقالوو او په مثبت توان یې لیکو .

$$2^{-3} = \frac{1}{2+3} = \frac{1}{2.2.2} = \frac{1}{8}$$

$$3^{-4} = \frac{1}{3+4} = \frac{1}{3.3.3.3} = \frac{1}{81}$$

## جذر (Root's) :

**تعريف :** جذر په لغات کې ريښې ته وايي او په اصطلاح کې د يو عدد جذر عبارت له هغه عدد څخه دی که چېرې نوموړی عدد د جذر په درجه رفع شى او تر جذر لاندې په لاس راشي .  
د جذر علامه عبارت دی له :

**مثال :**  $\sqrt[p.n]{a^m}$  → توان مجذور  
↓  
مجذور  
↑  
درجه  
↙  
د جذر ضريب

$$\sqrt[2]{4} = 2 \quad 2^2 = 4 \quad | \quad \sqrt[2]{9} = 3 \quad 3^2 = 3.3 = 9 \quad | \quad \sqrt[5]{32} = 2 \quad 2^5 = 32$$

**د يو عدد مربع جذر :** عبارت له هغه عدد څخه دی چې که نوموړی عدد دوه ځلې په خپل نفس کې ضرب او تر جذر لاندې عدد پوره کړي .

**مثال :**  $\sqrt{4} = 2$     $\sqrt{9} = 3$     $\sqrt{16} = 4$     $\sqrt{25} = 5$     $\sqrt{36} = 6$     $\sqrt{144} = 12$

**د يو عدد مربع جذر پيدا کول :** کله که وغواړو د يو عدد مربع جذر پيدا کړو نو د بنسې طرف څخه دوه دوه ځانې جدا کوو .

**مثال :** د لاندې عددونو مربع جذر پيدا کړئ ؟  $\sqrt{209764} = 458$

4 دوه چنده  
85 يويز دوه چنده کوو

$$\begin{array}{r} 458 \\ \sqrt{209764} \\ \underline{16} \\ 497 \\ \underline{425} \\ 7264 \\ \underline{7264} \\ xxx \end{array}$$

$$\sqrt{144} = 12$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 1 \overline{) 144} \\ \underline{1} \\ x44 \\ \underline{x44} \\ x \end{array}$$

**د جذر قوانین :**

**اول قانون :** که چیرې وخواړو یو جذری عدد په طاقت دار عدد تبدیل کړو نو د جذر درجه مخرج ته او د مجذور توان

$${}^n\sqrt{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \rightarrow {}^3\sqrt{5^2} = 5$$

صورت ته انتقالوو .

مثال :

**دویم قانون :** د یو حاصل ضرب جذر مساوی کیږی د هغه د مضرباتو د حاصل ضرب له جذر سره .

$${}^n\sqrt{a \cdot b \cdot c} = {}^n\sqrt{a} \times {}^n\sqrt{b} \times {}^n\sqrt{c} \rightarrow \sqrt{4 \times 9 \times 16} = \sqrt{4} \times \sqrt{9} \times \sqrt{16}$$

$$= 2 \times 3 \times 4 = 24$$

مثال :

**درییم قانون :** که چیرې د ضرب په حالت کې د جذر درجې مساوی او مجذوروونه مختلف وی نو کولای

شو چې درجو څخه یوه درجه او مجذوروونه سره ضرب کړو .

$${}^n\sqrt{a} \times {}^n\sqrt{b} = {}^n\sqrt{a \times b} \rightarrow \sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{18}$$

مثال :

**څلورم قانون :** که چیرې د جذر درجې مختلفې وی او مجذور مساوی وی نو د ضرب په حالت کې د مجذور څخه

یو مجذور او د درجو د ضرب حاصل په درجه کې او د درجو د جمعې حاصل د مجذور په توان کې نیسو .

$${}^n\sqrt{a} \times {}^m\sqrt{a} = {}^{n \cdot m}\sqrt{a^{n+m}} \rightarrow {}^2\sqrt{5} \times {}^3\sqrt{5} = 2 \cdot 3 \sqrt{5^{2+3}}$$

$$= {}^6\sqrt{5^5} \text{ یا } 5^{\frac{5}{6}}$$

مثال :

**پنځم قانون :** که چیرې یو مجذور د څو جذرونو لاندې واقعی شوی وی نو مجذور په خپله لیکو او درجې سره ضربوو .

$${}^n\sqrt{{}^m\sqrt{a}} = {}^{n \cdot m}\sqrt{a} \rightarrow \sqrt{3\sqrt{5\sqrt{7}}} \quad 2 \cdot 3 \cdot 5 \sqrt{7} = {}^{30}\sqrt{7^1} \quad \downarrow$$

$$\text{یا } 7^{\frac{1}{30}}$$

مثال :

**د حساب پای**



**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)  
Ketabton.com: The Digital Library**