د پوهنې وزارت

د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس د مرکز معینیت

د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست

د ریاضي د تدریس لارښود

یوولسم ټولګی

Ketabton.com

۱۳۹۲ هـ. ش.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پوهنې وزارت
د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس د مرکز معینیت
د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی ریاست

د ښوونکي کتاب

د ریاضي د تدریس لارښود

یوولسم ټولګی

د چاپ کال: ۱۳۹۲ هـ. ش.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکوالان:

- سرمؤلف نظام الدين د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- سرمؤلف عبدالکبير د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- د مؤلف مرستيال محمد خالد ستوری(ځدراڼ) د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- د مؤلف مرستيال نويدالله هاشمي د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی

علمي او مسلکي ايډيټ:

- حبيب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعليمي نصاب د پراختيا په لوی رياست کې
- سرمؤلف ميرنقيب‌الله د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- محمد داؤد غيرت د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی

د ژبې ايډيټ:

- محمد قدوس ذکوخېل د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی

ديني ،سياسي او کلتوري کميټه:

- حبيب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار
- محمد اصف کوچی د تعليمي نصاب د پراختيا د پروژې غړی

د څارنې کميټه:

- دکتور اسدالله محقق د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې او د ساينس مرکز معين
- دکتور شير علي ظريفي د تعليمي نصاب د پراختيا د پروژې مسؤول
- د سرمؤلف مرستيال عبدالظاهر گلستاني د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف لوی رئيس.

طرح او ډيزاين:

وليد((نويد)) نسيمي

د چاپ د سمون چارې: محمد کبير حقمل د پوهنې وزارت د نشراتو او اطلاعاتو رئيس

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحيم

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی   دا عزت د هر افغان دی

کور د سولې کور د تورې   هر بچی یې قهرمان دی

دا وطن د ټولو کور دی   د بلوڅو د ازبکو

د پښتون او هزاره وو   د ترکمنو د تاجکو

ورسره عرب، ګوجر دي   پامیریان، نورستانیان

براهوي دي، قزلباش دي   هم ایماق، هم پشه یان

دا هیواد به تل ځلیږي   لکه لمر پر شنه آسمان

په سینه کې د آسیا به   لکه زړه وي جاویدان

نوم د حق مودی رهبر   وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحیم

د پوهنې د وزیر پیغام

ګرانو استادانو او ښوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختیا او پرمختګ بنسټ جوړوي. تعلیمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د علمي پرمختګ او ټولنې د اړتیاوو له مخې چمتوکیږي. څرګنده ده چې علمي پرمختګ او ټولنیزې اړتیاوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعلیمي نصاب هم د وخت له غوښتنوسره سم علمي او رغنده پراختیا ومومي. البته نه ښایي چې تعلیمي نصاب د سیاسي بدلونونو او د اشخاصو د نظریو او هیلو تابع شي.

د ښوونکي د لارښود دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې بنسټ چمتو اوترتیب شوی دی. د تدریس د نویو میتودونو له مخې فعالیتونه او معلوماتي مواد په کې ورزیات شوي دي چې په ډاډ سره به د زده کړې په بهیر کې د زده کوونکو د فعال ساتلو لپاره ګټور او اغېزمن وي.

هیله من یم د دې کتاب منځپانګه، چې د فعالې زده کړې د میتودونو د کارولو له لارې تالیف او چمتو شوې، ستاسو درنو استادانو د ګټې وړ وګرځي. له فرصت څخه په استفادې د زده کوونکو له میندو او پلرونو څخه غوښتنه کیږي د خپلو لوڼو او زامنو په باکیفیته ښوونه او روزنه کې پرله پسې مرسته وکړي چې په دې توګه د پوهنې د نظام موخې او هیلې ترسره شي او ځوان نسل او هېواد ته ښې پایلې او بریاوې ور په برخه کړي.

زموږ ګران استادان او ښوونکي د تعلیمي نصاب په رغنده پلي کولو کې ستره دنده او درونه مسؤولیت لري.

د پوهنې وزارت تل زیار کاږي چې د پوهنې تعلیمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دین له بنسټونو او ارزښتونو، د ټولنې د څرګندو اړتیاوو، ملي ګټو او وطنپالنې له روحیې او د ساینس او تکنالوژۍ له نوو علمي معیارونو سره سم پراختیا ومومي.

ددې سترې ملي موخې د تر لاسه کولو لپاره د هېواد له ټولو علمي شخصیتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له میندو او پلرونو څخه هیله لرم چې د خپلو نظریو او رغنده ګټورو وړاندیزونو له لار ې زموږ له مؤلفانو سره د درسي او د ښوونکي د لارښود د کتابونو په لا ښه تالیف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه، چې ددې کتاب په چمتو کولو او ترتیب کې یې برخه اخیستې او همدارنګه له ملي او نړیوالو درنو موسسو او نورو ملګرو هېوادونو څخه، چې د نوي تعلیمي نصاب په چمتو کولو او تدوین او د درسي او د ښوونکي د لارښود کتابونو په چاپ او وېش کې یې مادي یا معنوي مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم او د لا نورو مرستو هیله یې لرم.

ومن الله التوفیق

فاروق وردک

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي سره څو خبرې

ښاغلی ښوونکيه!

د رياضي د ښوونکی د لارښود کتاب، چې د فعالې زده‌کړې په اساس تاليف شوی، يوازې د ښوونکي د ګټې اخيستنې لپاره دی، د زده کوونکو په لاس کې دې نه لوېږي.

د ښې او مؤثرې زده کړې او تدريس لپاره بايد دا لاندې ټکي په پام کې ونيول شي:

۱) ټولګي ته د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو لکه(د سلام او احوال پوښتنه، د ټولګي تنظيم، حاضرۍ اخېستلو، د کورنۍ دندې له ليدلو، د تېر لوست ارزونې او د امکان په صورت کې د تېر او راتلونکي لوست ترمنځ د اړيکې له پيدا کولو وروسته په نوي درس پيل وکړئ.

۲) درسي ګټور مواد، چې په چاپيريال کې پيدا کېږي او په لارښود کې يې يادونه شوې له مخکې يې ټولګي ته راوړئ.

۳) په دې لارښود کې په کارول شوو ميتودونو سربېره له هغو ګټورو ميتودونو څخه هم کار اخېستلای شئ، چې د دندې په اوږدو کې مو کارولي او تجربه کړي دي.

٤) په دغه کتاب کې د تدريس پړاوونه په عملي شکل په پام کې نيول شوي دي. که په سمه توګه عملي شي په يقين سره چې ستاسو تدريس به ګټور واقع شي.

٥) د امکان تر پولې په موضوع کې اضافي معلومات چمتو شوي دي. دا معلومات په تدريس کې له تاسو سره مرسته کوي. په همدې توګه کولای شئ د زده‌کوونکو احتمالي پوښتنو ته د ډاډ وړ ځوابونه ووايئ. له دې امله ضروري بريښي چې د موضوع له تدريس د مخه هغه په غور ولولئ او ځان پرې پوه کړئ.

٦) يو ٤٥ دقيقه‌يي درسي ساعت داسې وېشل شوی دی چې په ټاکل شوي وخت کې تدريس وشي او درس پای ته ورسېږي. که په هغه ټاکل شوي وخت کې ونه شئ کړای چې هغه عملي کړئ، نو واک لرئ چې هغه وختونه لنډ يا زيات کړئ د بېلګې په ډول: د درس د جريان فعاليت د مؤلفانو له خوا ۲۸ دقيقې ټاکل شوی دی. که ستاسو له نظره هغه زيات وي، کولای شئ د بېلګې په توګه هغه ۲۰ دقيقې کړئ او پاتې نورې اته دقيقې په نورو فعاليتونو ورزياتې کړئ.

۷) د تدريس په بهير او د فعاليتونو په سرته رسولو کې ټولو زده‌کوونکو ته برخه ورکړئ

۸) تمرينونه بايد په ټولګي کې د زده کوونکو په ګډون حل شي.

۹) که چيرې د يوه تمرين پوښتنې زياتې وي، يو شمېر دې د درس د پياوړتيا په پړاو کې د زده‌کوونکو له خوا په ټولګي کې حل او پاتې نورې دې زده‌کوونکو ته کورنۍ دنده ورکړل شي.

۱۰) د هر څپرکي په پای کې اړوند تمرين ته ځای ورکړ شوی دی. کوښښ دې وشي چې د سختو او اسانه پوښتنو په پام کې نيولو سره د څپرکي د تمرين پوښتنې په دوو، دريو او يا څلورو درسي ساعتونو کې، يا هر څومره چې تاسو يې غوره بولئ، د زده‌کوونکو له خوا حل شي.

۱۱) د رياضي په درسي کتاب کې امکان لري چې ځينې طباعتي اشتباهګانې موجود وي او د تجديد نظر تر وخته نشي کيدای چې اصلاح شي ليکن د رياضي د لارښوود د ليکلو په وخت کې په پام کې نيول شوي دي، محترم ښوونکی کولای شي چې د لارښوود له مخې يې اصلاح کړي.

په درناوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

لړلیک

سرلیک **مـــخ**

لومړی څپرکی مخروطي مقاطع

- مخروطي مقاطع ۱
- الپس(Ellipse) ٤
- قطرونه او راسونه، د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه، د الپس تناظري مرکز ، د الپس تناظري محور او عن‌المرکزیت ٦
- د بیضوي معادله ۸
- د بیضوي معادله(دویم حالت) ۹
- د هغې بیضوي معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت) ۱۲
- د هغې بیضوي معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(دویم حالت) ۱٤
- پارابولا ۱۹
- د پارابولا معادله(لومړی حالت) ۲۱
- د پارابولا معادله(دویم حالت) ۲۳
- د هغې پارابولا معیاري معادله چې راس یې یو اختیاري ټکي وي ۲٦
- د هغې پارابولا معیاري معادله چې راس یې یو اختیاري ټکي وي(دویم حالت) ۲۸
- هایپربولا ۳۲
- د هایپربولا معادله ۳٤
- د هایپربولا د معادلې(دویم حالت) ۳٦
- د هغې هایپربولا معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت) ٤۰
- د هغې هایپربولا معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(دویم حالت) ٤۲
- دیوې کرښې مو قعیت نظرمخروطي مقاطعو ته ٤٥
- د لومړي څپرکي د عمومي پوښتنو حل ٥۱

دویم څپرکی مثلثات

- د ساین قانون ٦۱
- د ساین د قضیې ثبوت په منفرج‌الزاویه مثلث کې ٦۲
- دکوساین قانون ٦٥
- د ټانجنټ قانون ٦۸
- مثلثاتي مطابقتونه ۷٤
- مثلثاتي معادلې ۷۹
- دویمه درجه مثلثاتي معادلې ۸٤
- د دوه مجهوله مثلثاتي د معادلو سېستمونوحل ۸۷
- د دویم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۹۳

دریم څپرکی فضایي هندسه

- اساسي مفاهیم او اکسیومونه ۱۰۳
- په درې بُعدې فضاکې کرښه او مستوي ۱۰٥
- د دوو مستقیمو کرښو او دوو مستویګانو نسبتي حالتونه ۱۰۷
- په فضاکې موازي مستقیم خطونه ۱۱۰
- په فضاکې د دوو مستقیمو کرښو تر منځ زاویه ۱۱٥
- په فضاکې موازي مستقیم خطونه او موازي مستويګانې ۱۱۸
- په فضاکې متعامدې مستقیمې کرښې او مستويګانې ۱۲۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

- په فضا کې موازي مستوي‌گانې ۱۲۳
- د دریم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۱۲۵

څلورم څپرکی ترادفونه

- ترادفونه ۱۲۷
- حسابي ترادف ۱۳۰
- په یوه حسابي ترادف کې n – ام حد پیدا کول ۱۳۳
- د حسابي ترادف وسطي حد ۱۳۵
- هارمونیکي ترادف ۱۳۷
- هندسي ترادف ۱۴۰
- په یوه هندسي ترادف کې n – ام حد پیدا کول او د هندسي ترادف وسطي حد ۱۴۳
- د ترادفونو قسمي مجموعه ۱۴۶
- د حسابي ترادف د n لومړیو حدونو قسمي مجموعه ۱۵۳
- د یوه هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل ۱۵۶
- لایتناهي هندسي سلسلې ۱۵۹
- د څلورم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۱۶۲

پنځم څپرکی لوګاریتم

- اکسپوننشیل تابع ګانې ۱۶۷
- لوګاریتم ۱۷۳
- لوګاریتمي تابع ګانې ۱۷۵
- معمولي لوګاریتم او طبیعي لوګاریتم ۱۷۸
- د لوګاریتم قوانین ۱۸۰
- د لوګاریتم د یوې قاعدې اړول په بله قاعده ۱۸۴
- کرکټرستیک او مانتیس ۱۸۸
- د لوګاریتم جدول ۱۹۰
- انتي لوګاریتم ۱۹۳
- خطي انټرپولېشن ۱۹۵
- د لوګاریتمي او اکسپوننشیل معادلو حل ۱۹۸
- درياضيکی عملیوپه سرته رسولوکې له لوګاریتم څخه کار اخیستنه ۲۰۲
- د پنځم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۲۰۵

شپږم څپرکی متریکسونه

- متریکسونه ۲۱۱
- د متریکس ډولونه ۲۱۴
- د متریکسونو جمع او تفریق ۲۱۶
- په متریکس کې د سکالر ضرب ۲۱۸
- د دوو متریکسونو ضرب ۲۲۱
- د یوه متریکس ترانسپوز متریکس ۲۲۴
- دیټرمېنانت ۲۲۶
- د دیټرمېنانت خاصیتونه ۲۲۹
- د 2×2 مرتبې متریکسونو ضربي معکوس ۲۶۱
- له معکوس متریکس څخه په کاراخېستنې سره د خطي معادلو د سیستم حل ۲۳۴
- د خطي معادلو د سیستم حل دکرامر په طریقه ۲۳۷
- د معادلو د سیستم حل دګوس(Gouse) په طریقه ۲۴۰
- د شپږم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۲۴۲

اووم څپرکی وکتورونه

- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وکتورونه ۲۴۹
- د دوو ټکو ترمنځ واټن او منځنی ټکی ۲۵۲
- وکتورونه په سطح او فضا کې ۲۵۵
- په درې بعدي فضا کې د ټکي مختصات ۲۵۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د یوه وکتور د جهت زاویې او کوساینونه ۲٦۲
- د دوو وکتورونو د سکالري ضرب حاصل ۲٦٥
- د وکتوري ضرب حاصل ۲٦۹
- د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په واسطه د یوه وکتور ښودل ۲۷۱
- د مخلوط ضرب حاصل یا درې گونی ضرب ۲۷۳
- د اووم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۲۷۷

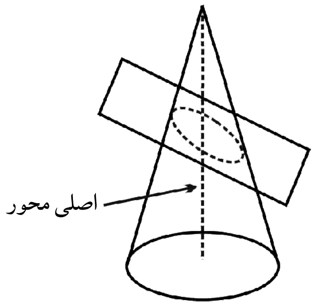
اتم څپرکی احصایه

- دبدلونونو ضریب ۲۸٥
- په نورمال منحني کې تېتوالی (پراگندگي) ۲۸۸
- د نورمال توزیع دډول شاخصونه ۲۹۱
- د پرسوب ضریب ۲۹٥
- څو متحوله ټولنې ۲۹۸
- د پراگنده گي گراف ۳۰۰
- پیوستون او د پیوستون ضریب ۳۰۳
- د خطي میلان معادله ۳۰۷
- د اتم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۳۱۰
- د څپرکي پوښتنې ۳۰۱

نهم څپرکی احتمالات

- پرموټېشن یا ترتیب ۳۱۷
- ترکیب ۳۲۱
- تبدیل ۳۲۸
- د بینوم قضیه ۳۳۱
- دوه جمله یي احتمال ۳۳٤
- د نهم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۳۲۳

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

مخروطي مقاطع

د درسي كتاب (3) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	ددې لوست په پای کې زده کوونکي و توانېږي چې: • مخروط وپېژني او د مخروطي مقاطع په مفهوم پوه شي. • لـه یـوې چـاړې څخـه پـه کـار اخېـستنې سـره د یـوې مـستوي پـه توگـه، مخـروط پـه څـو حـالتونو(افقـي، مایـل او عمـودي) ډول پرېکـړې مخروطـي مقـاطع پـه لاس راځـي او لاسـته راغلي شکلونه یو له بله تشخیص کړي. • د پورته پوهې او مهارت څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	چاړه، گازرې، بیاتې او کاغذ، د مخروطي مقاطع د تعریف د عنوان اړوند شکل، د شکل چارټ دکتاب 4 مخ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د سلام او احوال پوښتنې او د زدهکوونکو د ځواب له اورېدو څخه وروسته جوړ کړی چارټ دې د ټولگي مخې ته ځوړند کړي او ورودي پوښتنې دې لـه هغـو وپوښـتي، کـه چیرې ځوابونه ونشي ویلای ښوونکی دې په لاندې ډول توضیح کړي: • که چیرې یو مخروط د یوې مستوي په واسطه په افقي ډول قطع شي د هغه مقطع د دایـرې شکل لري. • که چیرې یو مخـروط د یـوې مـستوي پـه واسـطه پـه مایـل ډول قطع شي یوه بیضوي ترېنـه جوړېږي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی دې د مخروطي مقاطعو تعریف د تختې پرمخ ولیکي او اړونده چارټ چې مخکې یې جـوړ کـړی دی د ټولگي په مخکې ځوړند کړي.

- مخـروط، اصلي محور، مؤلـد، راس، پـورتنی او ښـکتنی برخـه او د مخـروط د تـشکیلولو لاره دې زدهکوونکو تـه توضیح کړي.
- ښوونکی د مخروطي مقاطعو تعریف زدهکوونکو ته بیانوي.
- ښوونکی دې زدهکوونکي په مناسبو ډلو وویشي هرې ډلې ته دې دوې، دوې گازرې له یـوې چـاړې سـره او یـا یـوه دانه بیاتي او د درملو پوړی(چې مخـروطي) شکل لري، توزیع ورکړي، چې زدهکوونکي دکتاب د 3 مـخ فعالیـت پـه منظمه توگه سرته ورسوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يعنې په اصلي محور يې عمود قطع کړي، (افقي مستوي)له اصلي محور سره مايل او له مؤلد خط سره يې موازي قطع کړي، دوې سر پر سرګازرې دې له لاربښوونې سره سمې قطع کړي او په پای کې د دريم مخ وروستی فعاليت دې لـه هدايت سـره سم سرته ورسوي.

- په پای کې دې ښوونکی د هرې ډلې استازی راوغواړي، ترڅو د خپل فعاليت پايله نورو ته توضيح کړي، کـه چيـرې پـه توضيح او کـارکـولـو کـې تېروتـنـه کـوي، د بلـې ډلـې اسـتازي تـه دې دنـده ورکـړي، ترڅـو د فعاليـت پايلـه خپلـو ټولګيوالو ته بيان کړي. د ستونزو په صورت کې دې ښوونکی مرسته وکړي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د لاښه تحکيم لپاره 2،1 پوښتنې په ټولګي کې د زده‌کوونکو په ګډون سره حل کړي.

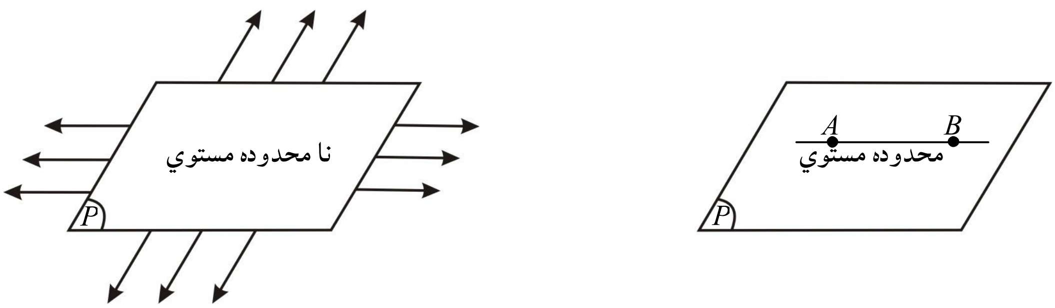
7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو د پوهې او مهارت د ارزونې لپاره له زده‌کوونکو څخه وپوښتي:

1. کوم هندسي شکلونو ته مخروطي مقاطع ويل کېږي؟
2. څوک کولای شي چې د تختې پر مخ يوې مستوي او يو مخروط ته داسې تقاطع ورکړي چې د تقاطع پـه پايلـه کې يوه دايره جوړه شي. همدارنګه يو بل زده‌کوونکی دې داسې تقاطع ورکړي چې د هغه له تقاطع څخه يو الپس جوړ شي.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

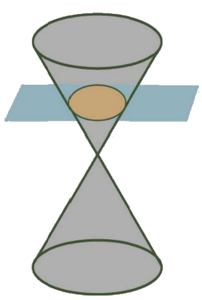
مستوي يوه لومړنی(نه تعريف شوي) اصطلاح منـل شـوې ده، خـو کـولای شـو د ولاړو اوبـو سـطحه، د ميـز سـطحه د کاغـذ د يوې پاڼې سطحه او يا د يوې هوارې توتې سطحه د يوې مستوي په توګه وپېژنو؛ له دې امله د يوې مستوي د ښودلو لپـاره لـه لاندې شکلونو څخه کار اخيستل کېږي:



9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

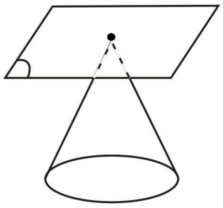
1- د پورتني شکل په پام کې نيولو سره، د مستوي او مخروط هغه متقاطع حالت رسم کړئ چې ګډ فصل يې يـوه دايره او يـا يو ټکی وي.

حل که چيرې يوه مـستوي مخـروط داسې قطع کـړي، چې په اصلي محور باندې عمود او يا د مخروط له قاعدې سـره موازي وي، پـه دې صـورت کـې ګـډ فـصل يې يـوه دايـره ده؛ لکه په مخامخ شکل کې:

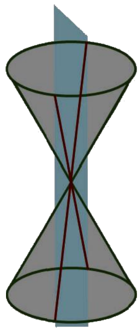


(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یوه مستوي د مخروط له قاعدې سره موازي وي او د مخروط له
راس سره تماس ولري د تقاطع ځای یې یو ټکی دی، لکه په شکل



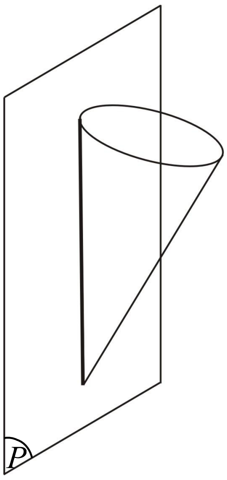
2- که چېرې یوه مستوي دوه څوکې په څوکې مخروطونه داسې قطع کړي چې د دواړو مخروطونو اصلي محورونه په
برکې ولري، ګډ فصل یې څه ډول هندسي شکل دی؟



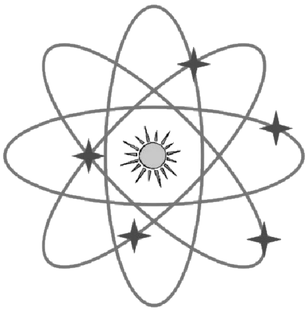
حل که چیرې یوه مستوي د دواړو مخروطونو اصلي
محورونه په برکې ولري، په دې صورت کې د مستوي او
مخروطونو ګډ فصل دوه متقاطع خطونه دي چې د کتاب په
4 مخ کې لیدل کېږي.

3- د یوې مستوي او مخروط ګډ فصل په کوم حالت کې یوه کرښه ده؟ په دې حالت کې شکل رسم کړئ؟

حل که چیرې یوه مستوي یو مخروط قطع کړي چې اصلي
محور په بر کې ولري؛ نو ګډ فصل یې یو خط دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

الپس(*Ellipse*)

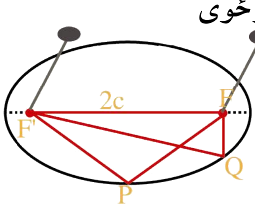
د درسي کتاب (5) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي و توانېږي: • الپس وپېژني او په مفهوم یې پوه شي. • د الپس محراقونه، راسونه، اصلي محور، او د الپس مؤلد وپېژني. • پورتنی اصطلاحگاني(نومونه) په شکل کې وښودلای شي. • د دوو مېخونو او تار څخه په کار اخېستنې سره یوه بیضوي یا *Ellipse* رسم کړای شي. • له پورته پوهې او مهارت څخه په خپل ورځني ژوندکې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	شپشه‌یي مېخونه له تار سره یا د اړتیا په اندازه طناب د 4 انچه اوسپنیز یا د لرگیو له مېخونو سره، ورودي چارټ او د دویم فعالیت چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د سلام او لومړنیو فعالیتونو له اجراکولو څخه وروسته ورودي چارټ د ټولگي مخې ته ځوړندکړي او زده‌کوونکو ته ووایي چې تاسې د جغرافیې په مضمون کې لوستي دي چې سیارې د لمر په چاپېره بیضوي مسیر سرته رسوي او په شکل کې یې ورته وښایاست.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی! که چیرې د زده‌کوونکو مېزونه داسې وي چې وکولای شو د هغو پر مخ شپشه‌یي مېخونه ټک وهو، په دې صورت کې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ترڅو دکتاب د 5 مخ لومړی فعالیت سرته ورسوي، پرته له هغه زده‌کوونکي له ټولگي څخه بهر وباسئ، په دوو ډلو یې وویشئ، په دوو ټکوکې د لرگیو یا 4 انچه مېخونو په ټک وهولو سره یو حلقه شوی تارچې فاصله یې د دواړو مېخونو له منځ څخه لږ څه زیاته وي داسې چې مېخونه د حلقې په منځ او ورسره نښتي وي، وروسته یو لرگوټی له حلقې سره نښتی د مېخونو په شا اوخوا وخوځوی و به لیدل شي چې د خوځېدلي لرگوټي مسیر دیوې بیضوي شکل جوړوي. هغه ټکي چې په هغوکې مېخونه ټکول شوي دي د الپس یا بیضوي محراقونه بلل کېږي.



ښاغلی ښوونکی د دویم فعالیت چارټ د ټولگي په مخ کې وځروئ، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ترڅو د دوو ټکو ترمنځ د فاصلې له فورمول یعنې $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ څخه په‌کار اخېستنې سره د MF',MF او AA'

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوږدوالی پیدا کړي، همدارنګه د $|MF|+|MF'|$ د جمعې حاصل په لاس راوړي، په پای کې له ډلو څخه یو یا دوه کسه راوغواړئ، چې خپل ډلهییز کارونه نورو ته توضیح کړي.

ښاغلی ښوونکی د لومړي فعالیت دریم (5مخ جزء) زده‌کوونکو ته کورنی دنده ورکړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د تحکیم ورکولو لپاره د دویم فعالیت دریم جزء چې په 6 مخ کې دی، د زده‌کوونکو په ګډون سره د پوښتنې او ځواب په شکل د تختې پر مخ سرته ورسوئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د ډاډینې لپاره چې زده‌کوونکو پوهه او مهارت حاصل کړی دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. الپس څه ډول هندسي شکل ته ویل کېږي؟
2. څوک کولای شي چې الپس رسم او د هغه محراقونه وښیي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

غواړو چې د $M(1,\frac{3}{2})$ او $F(1,0)$ ټکو ترمنځ فاصله پیدا کړو؛ نو:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$MF=d_1=\sqrt{(1-1)^2+(\frac{3}{2}-0)^2}=\sqrt{(\frac{3}{2})^2}=\frac{3}{2}$$

$$d_2=MF'=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(\frac{3}{2}-0)^2}$$

$$d_2=MF'=\sqrt{(1+1)^2+(\frac{3}{2})^2}=\sqrt{4+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{16+9}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$

$$|MF|=\frac{3}{2}\ ,\quad |MF'|=\frac{5}{2}\ ,\quad |MF|+|MF'|=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{8}{2}=4$$

$$AA'=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(0-0)^2}=\sqrt{(2+2)^2}=\sqrt{4^2}=4$$

څرنګه چې $2a=|MF|+|MF'|=AA'$ دی؛ نو ثابته شوه چې $AA'=|MF|+|MF'|=4$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

قطرونه او راسونه، د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه، د الپس تناظري مرکز ، د الپس تناظري محور او عن‌المرکزيت

د درسي کتاب (6 او 7) مخونه

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

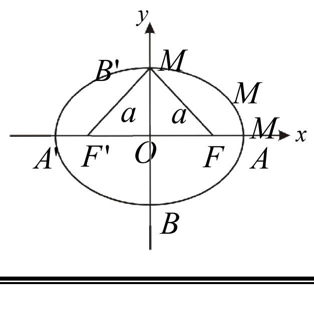
1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	ددې لوست په پای کې زده کوونکي و توانېږي چې: • د الپس قطرونه او راسونه وپېژني، د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه باندې پوه شي، د الپس تناظري مرکز او تناظري محور وپېژني او همدارنګه د عن‌المرکزيت په مفهوم پوه شي. • د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه د فيثاغورث له قضيې څخه په کار اخېستنې سره پيدا کړي او همدارنګه له شکل څخه په کار اخېستنې سره د الپس عن‌المرکزيت په لاس راوړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ييز او انفرادي کار
3- **مرستندويه مواد**:	د 6 او 7 مخونو د شکلونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	څرنګه چې پورتني عنوانونه د الپس فرعي عنوانونه دي؛ نو له دې امله ورودي پوښتنې نه لري چې توضيح ورکړل شي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی دې د سلام، احوال پوښتنې او نورو لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته د لوست عنوان د تختې پر مخ وليکي او دکتاب د 6 مخ شکل چارټ دې د ټولګي مخې ته وځړوئ، وروسته دوه زده‌کوونکي راوغواړي، ترڅو لومړی زده‌کوونکی د الپس قطرونه په شکل کې وښيي او نوم يې واخلي د مثال په ډول AA' او BB' د الپس قطرونه دي او دويم زده‌کوونکی دې د الپس راسونه مشخص او نوم دې واخلي. وروسته له دريم زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړئ چې د الپس کبير قطر او صغير قطر له چارټ څخه په‌کار اخېستنې سره وښيي، چې AA' د الپس کبير قطر او BB' د الپس صغير قطر دی.

يادونه ښاغلی ښوونکی دې له يوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړي که چيرې د M ټکي د صغير قطر په راسونو يعنې په B او يا B' چې د الپس راسونه دي واقع شي، په دې صورت کې $\overline{MF}$ او $\overline{MF'}$ فاصلې څه ډول رابطه غوره کوي.

که چيرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ويلای، ښوونکی دې و وايي چې په هغه صورت کې $MF = MF'$ کېږي.



$$\overline{MF} + \overline{MF'} = 2a$$

$$2\overline{MF} = 2a \quad \Rightarrow \quad \overline{MF} = a$$

د $F\overset{\Delta}{M}O$ په قايم‌الزاويه مثلث کې د فيثاغورث له قضيې سره سم $a^2 = b^2 + c^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

$$c^2 = a^2 - b^2$$
$$c = \pm\sqrt{a^2 - b^2}$$

پورتنی فورمول د الپس د محراقونو او قطر ترمنځ اړيکه ښيي.

- ښاغلی ښوونکی دې له يوه زده‌کوونکي څخه وغواړي چې د يوه الپس تناظري مرکز او تناظري محور وښيي، که چيرې زده‌کوونکي ونشي کړای چې تناظري مرکز او تناظري محور وښيي، وروسته دې ښوونکې وروښيي.
- همدارنگه ښوونکی دې پوښتنه وکړي چې: څوک کولای شي د الپس عن‌المرکزيت تعريف کړي ؟

په هغه صورت کې چې زده‌کوونکي د عن‌المرکزيت تعريف ونشي کړای، خپله ښوونکی دې تعريف کړي.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل يقين لپاره چې زده‌کوونکو پورتنی موضوعگانې زده‌کړې دي او که نه ؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتي:

1. څوک کولای شي چې د الپس قطرونه او راسونه وښيي ؟
2. څوک د الپس د اوږد او لنډ قطرونو ترمنځ اړيکه د فورمول په واسطه ويلای شي ؟
3. له يوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړئ چې عن‌المرکزيت څه شی دی، تعريف يې کړی ؟
4. په کوم دليل د تل لپاره $e < 1$ دی ؟

8- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1 – که چيرې په بيضوي کې د کبير قطر او صغير قطر اوږدوالی يو له بل سره مساوي وي، څه ډول منحني په لاس راځي ؟

حل که چيرې په بيضوي کې د کبير قطر او صغير قطر اوږدوالی يو له بل سره مساوي وي، بيضوي پـه دايـره بـدلېږي؛ يعنې دغه ډول منحني ته دايره ويل کېږي.

2 – که چيرې د بيضوي عن المرکزيت $\frac{2}{3}$ وي، په دې صورت کې د کبير قطر او صغير قطر نسبت پيدا کړئ.

حل څرنگه چې $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$ ده؛ نو له دې څخه $c = 2$ او $a = 3$ قيمت اخلي.

د محراقونو او قطرونو ترمنځ د اړيکې له فورمول يعنې $a^2 = b^2 + c^2$ څخه کار اخلو او د b قيمت په لاس راوړو.

$$b^2 = a^2 - c^2$$
$$b^2 = (3)^2 - (2)^2 = 9 - 4 = 5$$
$$b = \pm\sqrt{5}$$

کبير قطر $= 2a$

صغير قطر $= 2b$

$$\frac{a}{b} = \frac{\text{کبير قطر}}{\text{صغير قطر}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د بیضوي معادله

د درسي کتاب (9) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي د لوست په پای وتوانېږي چې: • د الپس یا بیضوي په معادله پوه شي. • د الپس معادله په لاس راوړای شي. • د الپس د فورمول په مرسته پوښتنې حل کړای شي. • له پورتني پوهې او مهارت څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د کتاب د 9 مخ د دویم شکل چارټ په ډبل خط، د ګراف کاغذ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې له مخکې مو جوړ کړی دی، د تختې پرمخ وځړوی او له زده کوونکو څخه ورودي پوښتنه وکړېږ، ترڅو زده کوونکي د هغې په اړه فکر وکړي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی دې د 9 مخ فعالیت یوه زده کوونکي ته ورکړي چې د تختې پر مخ یې سرته ورسوي، په عین وخت کې دغه فعالیت نورو زده کوونکو ته هم ورکړي چې په ګرافي کاغذ کې یې سرته ورسوي.

ښوونکی دې د زده کوونکو له کار او فعالیت څخه څارنه وکړي او ضعیفو زده کوونکو ته دې لارښوونه او ورسره مرسته وکړي.

په پای کې هغه زده کوونکی چې فعالیت یې د تختې پر مخ سرته رسولی نورو زده کوونکو ته دې خپل کار توضیح کړي. د تېروتنې په صورت کې دې بل زده کوونکي ته دنده ورکړل شي چې فعالیت په تخته سرته ورسوي. هغه زده کوونکي چې تېروتنه یې کړې ده، خپله تېروتنه دې اصلاح کړي.

ښاغلی ښوونکی دې د زده کوونکو په فعال ګډون سره د پوښتنو او ځوابونو په ډول د الپس معادله ثبوت کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

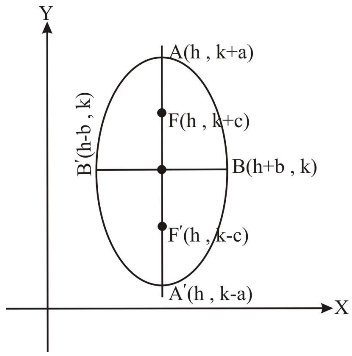
ښاغلی ښوونکی د کتاب د 11 مخ دویم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړی.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د باور د پیداکولو لپاره چې زده کوونکو لوست زده کړی، او که نه؟ له زده کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. څوک د الپس معادله پر تخته لیکلای شي؟
2. که د الپس محراقونه د x پر محور وي، څوک د الپس د راسونو مختصات لیکلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د بیضوي معادله- دویم حالت

د درسي کتاب (10) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د الپس په معادله پوه شي. • د الپس معادله په لاس راوړای شي. • د الپس د فورمول په مرسته پوښتنې حل کړای شي. • له پورتني پوهې او مهارت څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	په دې مخ کې د ورودي برخې د پوښتنې رسم شوی چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې مو جوړ کړی دی، د ټولګي په مخ کې وځړوئ او پوښتنه وکړئ، په تېر لوست کې د الپس محراقونه د x پر محور باندې پراته وو، نو د الپس معادله $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ په لاس راغله، اوس که چیرې محراقونه د y پر محور باندې وي، د الپس معادله به څه شکل ولري؟که چیرې ځواب مو په لاس را نه وړ، نو ورته ولیکئ چې معادله یې $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ ده او شکل یې همغه ګراف دی چې په چارټ کې رسم شوی دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- ښاغلی ښوونکی د 10 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی دې زدهکوونکي په مناسبو ډلو ووېشي، ترڅو دریم مثال د یو بل سره په مشوره حل کړي.
- ښاغلی ښوونکی دې د زدهکوونکو له ډلو څخه کتنه وکړي چې زدهکوونکي د مثال حل له کتاب څخه نقل ونکړي.
- ښاغلی ښوونکی دې فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړي.
- کوښښ دې وشي چې په هره ډله کې لایق او ضعیف زدهکوونکي تنظیم شي.
- ښاغلی ښوونکی دې د فعالیت په پای کې د هرې ډلې استازي راوغواړي چې خپل ډلهییز کار نورو ته د تختې پرمخ توضیح کړي که چیرې ونه توانېږي، مرسته او لارښوونه ورته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره دکتاب 12 مخ څلورم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه د زدهکوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې حل کړئ.

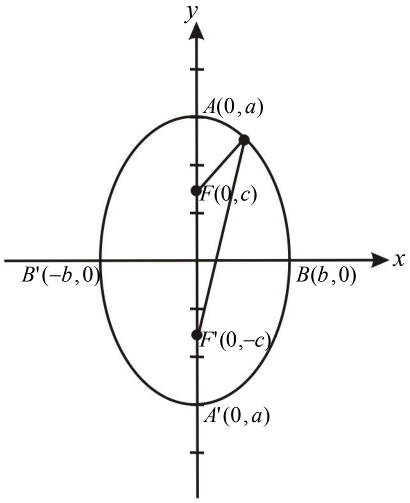
(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتي:

1. څوک د الپس معادله په هغه صورت کې لیکي چې محراقونه یې د x پر محور وي؟
2. څوک د الپس معادله په هغه صورت کې لیکلای شي چې محراقونه یې د y پر محور وي؟
3. څوک د الپس معادله لیکلای شي، چې د اوږده قطر نیمایي اوږدوالی $5cm$ او د لنډ قطر نیمایي اوږدوالی یې $2.5cm$ وي؟

8- د ښوونکی لپاره اضافي معلومات



$$MF=\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2}$$
$$MF'=\sqrt{(x-0)^2+(y+c)^2}$$
$$MF+MF'=2a\ \ldots\ I$$

MF او MF' په I رابطه کې وضع کوو:

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2}+\sqrt{(x-0)^2+(y+c)^2}=2a\ \ldots\ II$$

II معادله ساده کوو:

$$\sqrt{x^2+(y-c)^2}+\sqrt{x^2+(y+c)^2}=2a$$
$$\sqrt{x^2+(y-c)^2}=2a-\sqrt{x^2+(y+c)^2}$$

دواړه خواوې مربع کوو:

$$x^2+(y-c)^2=(2a-\sqrt{x^2+(y+c)^2})^2$$
$$x^2+y^2-2cy+c^2=4a^2-4a\sqrt{x^2+(y+c)^2}+x^2+(y+c)^2$$
$$x^2+y^2-2cy+c^2=4a^2-4a\sqrt{x^2+(y+c)^2}+x^2+y^2-2cy+c^2$$
$$-4cy=4a^2-4a\sqrt{x^2+(y+c)^2}\ \ /\div(-4)$$
$$cy=-a^2+a\sqrt{x^2+(y+c)^2}$$
$$cy+a^2=a\sqrt{x^2+(y+c)^2}$$

دواړه خواوې مربع کوو:

$$(cy+a^2)^2=a^2\{x^2+(cy+c)^2\}$$
$$c^2y^2+2a^2cy+a^4=a^2\{x^2+y^2+2cy+c^2\}$$
$$c^2y^2+2a^2cy+a^4=a^2x^2+a^2y^2+2a^2cy+a^2c^2$$
$$a^2x^2+a^2y^2-c^2y^2-a^4+a^2c^2=0$$
$$y^2(a^2-c^2)+a^2x^2-a^2(a^2-c^2)=0$$
$$y^2b^2+a^2x^2-a^2b^2=0$$
$$y^2b^2+a^2x^2=a^2b^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه خواوې په a^2b^2 باندې ویشو:

$$\frac{y^2b^2}{a^2b^2}+\frac{a^2x^2}{a^2b^2}=\frac{a^2b^2}{a^2b^2}$$

$$\boxed{\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1}$$

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1 – لاندې معادلې په پام کې ونیسئ د اوږده قطر د راسونو او محراقونو ترمنځ فاصله پیدا کړئ.

$a)\ \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$ $\qquad$ $b)\ \frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$

د $a)$ **جز حل**: د پوښتنو د حل لپاره لومړی باید اوږد قطر، لنډقطر او د محراقونو ترمنځ فاصله پیداکړو.

$a)\ a^2=36 \Rightarrow a=\pm 6$

$b^2=16 \Rightarrow b=\pm 4$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=36-16=20$

څرنګه چې $a>b$ ده؛ نو له دې امله محراقي محور یې د x له محور سره موازي دی.

$c^2=20 \Rightarrow c=\pm\sqrt{20}$ یا $c=\pm 2\sqrt{5}$

څرنګه چې a د اوږده قطر نیمايي اوږدوالی دی؛ یعنې اوږد قطر یې له $2a$ سره مساوي دی او $2c$ د محراقي محور اوږدوالی راښیي؛ نو:

$|AA'|=2a=2\cdot 6=12$ $\quad , \quad$ $|FF'|=2c=2\cdot(2\cdot\sqrt{5})=4\sqrt{5}$

د $b)$ **جز حل**:

$b)\ a^2=100 \Rightarrow a=\pm 10$

$b^2=36 \Rightarrow b=\pm 6$

بیا هم لیدل کېږي چې $a>b$ ده او محراقي محور یې د x له محور سره موازي دی.

$c^2=a^2-b^2 \Rightarrow c^2=100-36=64$, $\boxed{c=\pm 8}$

$|AA'|=2a=2\cdot 10=10$ $\quad , \quad$ $|FF'|=2c=2\cdot 8=16$

2 – د هغې الپس معادله ولیکئ چې عن‌المرکزیت یې 0.8 وي.

حل پوهېږو چې: $e=\frac{c}{a}=0.8=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$c=4 \ , \ a=5$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow b^2=a^2-c^2$

$b^2=25-16 \Rightarrow b^2=9$, $\boxed{b=\pm 3}$

څرنګه چې $a>b$ دی؛ نو محراقي محور یې د x له محور سره موازي دی او معادله یې په لاندې ډول ده:

$\boxed{\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1}$ یا $\frac{x}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې بیضوي معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت)

د درسي کتاب (13) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

<table>
<tr><td>1- د زده کړې موخې
- پوهنیزه
- مهارتي
- ذهنیتي</td><td>زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې:
• د هغې الپس په معادلې چې مرکز یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې نه وي پوه شي.
• الپس په هغه صورت کې رسم کړای شي چې د مرکز او محراقونو مختصات ورکړل شي.
• د الپس د مرکز ځای د h او k د قیمتونو په پام کې نیولو سره تعیین کړای شي.
• د پورتني پوهې او مهارت له اجراکولو څخه د خوښۍ احساس وکړي.</td></tr>
<tr><td>2- د زده کړې لارې:</td><td>پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار</td></tr>
<tr><td>3- مرستندویه مواد:</td><td>دکتاب د 13 مخ د معادلو شکل یعنې د $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ او $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ معادلو چارټونه.</td></tr>
<tr><td>4- د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)</td><td>ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې مو جوړ کړی دی، د ټولګي په مخ کې ځوړند کړئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ویلای ښاغلی ښوونکی شکل ته اشاره وکړئ او د الپس مرکز چې مختصات یې د(h ، k) مرتبه جوړه ده او په $O(h,k)$ سره ښودل شوې ده، زده‌کوونکو ته وروښایاست. څرنګه چې د الپس محراقونه په هغه خط باندې دي، چې د x له محور سره موازي دی؛ نو معادله یې $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ ده او همدارنګه د $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ معادله د هغه الپس معادله ده چې محراقونه یې په هغه خط باندې دي چې د y له محور سره موازي دی. د غه دا راښیي چې د دغې الپس مرکز له پورتنیو شرطونو سره سم د وضعیه کمیاتو په مبدا کې نه ده.</td></tr>
</table>

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکو ته دنده ورکړئ چې د 13 مخ فعالیت په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي. په عین وخت کې دې دغه فعالیت یو زده‌کوونکی د تختې پر مخ سرته ورسوي.

ښاغلی ښوونکی دې څارنه وکړي چې زده‌کوونکي د خپل فعالیت په سرته رسولو کې بوخت دي او که نه؟ ترڅو د تختې له مخې یې نقل نه کړي. د فعالیت په پای کې هغه زده‌کوونکی چې د تختې مخې ته ولاړ دی خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. که چیرې د دغه زده‌کوونکي په کار کې تېروتنه ولیدل شي، ښاغلی ښوونکی دې لارښوونه ورته وکړي، ترڅو نور زده‌کوونکي خپلې تېروتنې اصلاح کړي.

ښاغلی ښوونکی لومړی حالت چې محراقي محور د x له محور سره موازي دی، له چارټ څخه په کار اخیستنې سره د پوښتنو او ځوابونو په طریقې(د زده‌کوونکو په ګډون) په ټولګي کې کار وکړئ؛ یعنې: $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ معادله ثبوت کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

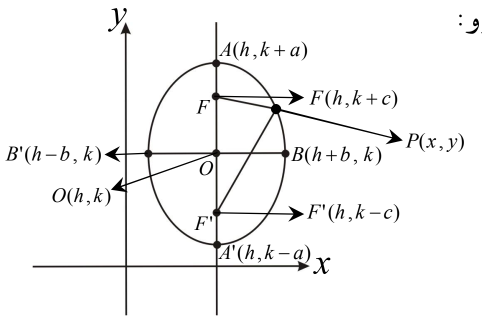
ښاغلی ښوونکی دې لوست ته د تحکیم ورکولو لپاره د 14 مخ لومړی مثال پـه تـولګي کې د پوښـتنو او ځوابونـو پـه طریقه حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو د ارزونې لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتيْ.

1. څوک د هغه الپس معادله لیکلای شي چې مرکزیې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې وي؟
2. د هغه الپس معادله څوک لیکلای شي چې مرکزیې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې نه وي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:



د 15 مخ دویم حالت ثبوت د الپس له تعریف څخه په‌کار اخېستنې سره لرو:

$$|PF|+|PF'|=2a \ \dots \ \text{I}$$

$$|PF|=\sqrt{(x-h)^2+\{y-(k+c)\}^2}=\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2}$$

$$|PF'|=\sqrt{(x-h)^2+\{y-(k-c)\}^2}=\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}$$

د $|PF|$ او $|PF'|$ قیمتونه په I رابطه کې وضع کوو:

$$\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2}+\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}=2a \ \dots \ \text{II}$$

د II رابطې شکل ته تغیر ورکوو:

$$\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2}=2a-\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2} \ \dots \ \text{III}$$

د III رابطې دواړه خواوې مربع کوو؛ نو لرو چې:

$$(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2=4a^2-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}+(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2$$

$$(x-h)^2+(y-k)^2-2c(y-k)+c^2=4a^2-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}+(x-h)^2+(y-k)^2+2c(y-k)+c^2$$

$$-2c(y-k)-2c(y-k)=4a^2-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}=-4c(y-k)-4a^2$$

دواړه خواوې په (-4) وېشو، نو لرو:

$$=-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}c(y-k)+a^2=a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}$$

اوس بیا د پورته مساوات دواړه خواوې مربع کوو:

$$\{c(y-k)+a^2\}^2=\left[a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}\right]^2$$

$$c^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^4=a^2[(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2]$$

$$c^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^4=a^2\left[(x-h)^2+(y-k)^2+2c(y-k)+c^2\right]$$

$$c^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^4=a^2(x-h)^2+a^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^2c^2$$

$$c^2(y-k)^2-a^2(x-h)^2-a^2(y-k)^2=-a^4+a^2c^2$$

د مساواتو دواړه خواوې په (-1) کې ضربوو؛ نو لرو چې: $-c^2(y-k)^2+a^2(x-h)^2+a^2(y-k)^2=+a^4-a^2c^2$

$$(y-k)^2(a^2-c^2)+a^2(x-h)^2=a^2(a^2-c^2)$$

$a^2-c^2=b^2$ وضع کوو:

$$(y-k)^2b^2+a^2(x-h)^2=a^2b^2$$

د پورته مساواتو دواړه خواوې په a^2b^2 وېشو:

$$\frac{(y-k)b^2}{a^2b^2}+\frac{a^2(x-h)^2}{a^2b^2}=1 \ \Rightarrow \ \boxed{\frac{(y-k)}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې بیضوي معادله چې مرکزیې یو اختیاري ټکی وي(دویم حالت)

د درسي کتاب (15) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • پوه شي چې د محراقي محور موقعیت ته په تغییر ورکولو سره(د x له محور سره موازي یا د y له محور سره موازي) د الپس د معادلې شکل تغییر مومي. • د الپس یا بیضوي شکل ته په کتو سره د الپس معادله تعیین کړای شي. • د $\frac{(y-k)^2}{b^2}+\frac{(x-h)^2}{a^2}=1$ او $\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$ معادلو ته په کتو سره پوه شي چې د بیضوي شکل څه ډول یا محراقي محور کوم دی؟
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	دکتاب 15 مخ د بیضوي د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی دې له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته وپوهېږي چې دکتاب د 13 مخ د لومړی حالت ورودي برخې په دې ځای کې هم صدق کوي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی په کتاب کې د دویم حالت ثبوت زده‌کوونکو ته دنده ورکړل شوېده، فکر کېږي چې دا د زده‌کوونکو لپاره یو څه ستونزمنه ده. په دې خاطر چې په پوښتنو کې هم درې پوښتنې په دې اړه شتون لري، نو ثبوت یې په اضافي معلوماتو کې موجود دی، هغه مطالعه کړئ، د پوښتنو او ځوابونو په طریقه د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره په ټولګي کې کار وکړئ. د زده‌کوونکو ګډون شرط دی، د سم ځواب په ویلو سره زده‌کوونکو ته تحسین او وهڅوئ.

ښاغلی ښوونکی دې د درسي کتاب د 15 مخ یادونې له لوستلو څخه وروسته، د 15 مخ دویم مثال د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې حل کړي.

6- **د زده کړې تحکیم:** (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د ښه تحکیم لپاره زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ او دکتاب د 16 مخ دریم مثال ورته ورکړئ چې د یو بل په مشوره یې حل کړي. تاسو د زده‌کوونکو له ډله‌ییز کار څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ.

د فعالیت په پای کې له ډلو څخه یو یا دوه زده‌کوونکي راوغواړئ تر څو خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه:** (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ د ترلاسه کولو لپاره له زده‌کوونکو څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

1. په شکل کې څوک د الپس د محراقونو، راسونو او مرکز مختصات ښودلای شي؟
2. څوک د محراقونو او راسونو مختصات، د اوږد قطر او لنډ قطر اوږدوالي له لاندې معادلو څخه پیدا کولای شي:

$a)\ \dfrac{(x+3)^2}{2}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1 \quad , \qquad b)\ x^2+2y^2+4x-12y+20=0$

دویمه پوښتنه دکتاب د 16 مخ له پوښتنو څخه ده، چې حل یې د پوښتنو په حل کې شتون لري.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د بیضوي په لاندې معادلو کې د مرکز، محراقونو او راسونو مختصات پیدا کړئ.

$a)\ \dfrac{(x+3)^2}{2}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1 \qquad b)\ x^2+2y^2+4x-12y+20=0$

حل:

$a)\ \dfrac{(x+3)^2}{2}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$

د بیضوي مرکز $(h,k)=(-3,1)$ یعنې $k=1$ ، $h=-3$ دی.

$b^2=2 \ \Rightarrow\ b=\pm\sqrt{2}$

$a^2=9 \ \Rightarrow\ a=\pm 3$

څرنگه چې د $(y-k)^2$ مخرج لوی دی؛ نو د بیضوي محراقي محور د y له محور سره موازي دی او له $a^2=b^2+c^2$ رابطې څخه په کار اخیستنې سره، c په لاس راوړو:

$c^2=a^2-b^2=9-2=7 \ \Rightarrow\ c=\pm\sqrt{7}$

$\left.\begin{array}{l} F(h,k+c)=F(-3,1+\sqrt{7}) \\ F'(h,k-c)=F'(-3,1-\sqrt{7}) \end{array}\right\}$ د محراقونو مختصات

$\left.\begin{array}{l} A(h,k+a)=A(-3,1+3)=(-3,4) \\ A'(h,k-a)=A'(-3,1-3)=(-3,-2) \end{array}\right\}$ د راسونو مختصات

$b)\ x^2+2y^2+4x-12y+20=0$

لومړی له کاملې مربع څخه کار اخلو او معادله په معیاري ډول لیکو:

$x^2+4x+2(y^2-6y)+20=0$

$x^2+4x+4-4+2(y^2-6y+9-9)+20=0$

$(x+2)^2+2\{(y-3)^2-9\}+16=0$

$(x+2)^2+2(y-3)^2-18+16=0$

$(x+2)^2+2(y-3)^2-2=0$

$(x+2)^2+2(y-3)^2=2$

$\dfrac{(x+2)^2}{2}+\dfrac{(y-3)^2}{1}=1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتنی معادلې څخه معلومېږي چې د $(x+2)^2$ مخرج لوی دی؛ یعنې د بیضوي محراقي محور د x له محور سره موازي دی:

$$a^2=2 \quad , \quad a=\pm\sqrt{2}$$
$$b^2=1 \quad , \quad b=\pm 1$$
$$c^2=a^2-b^2 \quad \Rightarrow c^2=2-1=1 \quad , \quad c=\pm 1$$

لیدل کېږي چې د بیضوي مرکز $(h,k)=(-2,3)$ یعنې: $h=-2,\ k=3$ دی.

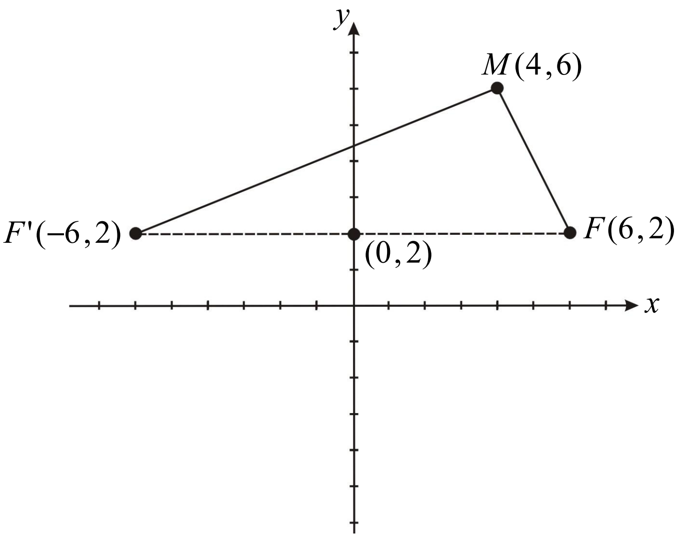
$$\left.\begin{aligned} A(h+a,k)&=A(-2+\sqrt{2},3) \\ A'(h-a,k)&=A'(-2-\sqrt{2},3) \end{aligned}\right\}$$ د راسونو مختصات

$$\left.\begin{aligned} F(h+c,k)&=F(-2+1,3)=F(-1,3) \\ F'(h-c,k)&=F'(-2-1,3)=F'(-3,3) \end{aligned}\right\}$$ د محراقونو مختصات

2. د داسې بیضوي معادله ولیکئ چې مرکز یې د $(0,2)$ ټکی، محراق یې د $(2,6)$ ټکی او د $(4,6)$ له ټکي څخه تیره شي.

یادونه: دا پوښتنه په درسي کتاب کې په ټایپ کې غلطه شوې ده، نو په پورته ډول یې اصلاح کړی.

حل:



د بیضوي د تعریف په پام کې نیولو سره لرو چې:

$$|AF|+|AF'|=2a \quad , \quad |MF|+|MF'|=2a$$
$$|MF|=\sqrt{(4-6)^2+(6-2)^2}=\sqrt{(-2)^2+(4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$
$$|MF'|=\sqrt{\{4-(-6)\}^2+(6-2)^2}=\sqrt{(10)^2+(4)^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$$
$$|MF|+|MF'|=2\sqrt{5}+2\sqrt{29}=2(\sqrt{5}+\sqrt{29})=2a$$
$$a=\sqrt{5}+\sqrt{29} \quad , \quad |FF'|=2c=2\cdot 6=12$$
$$b^2=a^2-c^2=(\sqrt{5}+\sqrt{29})^2-(6)^2=5+2\sqrt{5}\sqrt{29}+29-36=2\sqrt{145}-2$$
$$b^2=22.08 \quad \Rightarrow \boxed{b=\pm 4.7}$$

د بیضوي معادله عبارت دی له: $\dfrac{(x-0)^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{29})^2}+\dfrac{(y-2)^2}{(2\sqrt{145}-2)^2}=1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د بیضوي لاندې معادلې د معیاري معادلو په ډول ولیکئ، د مرکز، راسونو، محراقونو وضعیه کمیات او همدارنګه د اوږده قطر، لنډ قطر اوږدوالی، عن المرکزیت پیدا او ګرافونه یې رسم کړئ.

$a)\ 9x^2+25y^2-36x-150y+36=0 \qquad b)\ 16x^2+4y^2+96x-8y+84=0$

حل $a)$: بیا هم له تکمیل مربع څخه کار اخلو:

$$9x^2+25y^2-36x-150y+36=0$$
$$9x^2-36x+25y^2-150y+36=0$$
$$9(x^2-4x)+25(y^2-6y)+36=0$$
$$9(x^2-4x+4-4)+25(y^2-6y+9-9)+36=0$$
$$9(x-2)^2-36+25(y-3)^2-225+36=0$$
$$9(x-2)^2+25(y-3)^2=225 \quad /\div 225$$
$$\boxed{\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{9}=1}$$
$$a^2=25 \ \Rightarrow\ a=5$$
$$b^2=9 \ \Rightarrow\ b=3$$
$$O(h,k)=O(2,3)$$

څرنګه چې د $(x-2)^2$ مخرج د $(y-3)^2$ د مخرج په پرتله لوی دی؛ یعنې $a>b$ څخه ده، نو د بیضوي محراقي محور د x له محور سره موازي دی؛ نو:

$\left.\begin{array}{l}A(h+a,k)=A(2+5,3)=A(7,3)\\ A'(h-a,k)=A'(2-5,3)=A'(-3,3)\end{array}\right\}$ د اوږد قطر د راسونو مختصات

$\left.\begin{array}{l}B(h,k+b)=B(2,3+3)=B(2,6)\\ B'(h,k-b)=B'(2,3-3)=B'(2,0)\end{array}\right\}$ د لنډ یا صغیر قطر مختصات

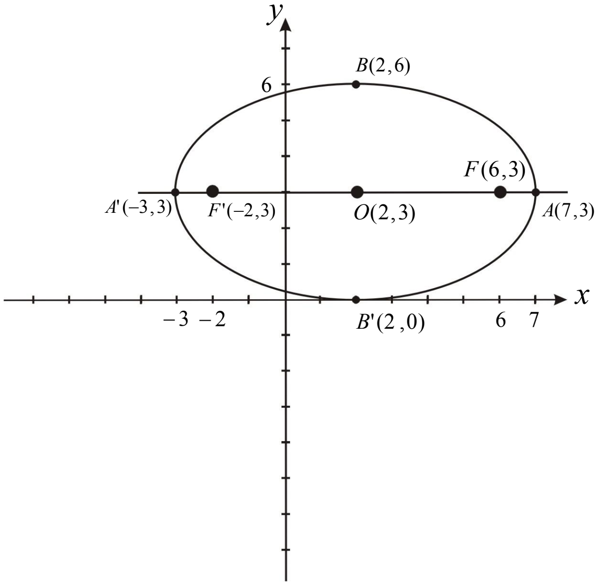
$\left.\begin{array}{l}F(h+c,k)=F(2+4,3)=F(6,3)\\ F'(h-c,k)=F'(2-4,3)=F'(-2,3)\end{array}\right\}$ د محراقونو مختصات

د اوږده قطر اوږدوالی $|AA'|=2a=2\cdot 5=10$

د لنډ قطر اوږدوالی $|BB'|=2b=2\cdot 3=6$

د محراقونو ترمنځ فاصله $|FF'|=2c=2\cdot 4=8$

عن المرکزیت $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}=0.8$



(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b)

$16x^2+4y^2+96x-8y+84=0$

$16x^2+96x+4y^2-8y+84=0$

$16(x^2+6x)+4(y^2-2y)+84=0$

$16(x^2+6x+9-9)+4(y^2-2y+1-1)+84=0$

$16(x+3)^2-144+4(y-1)^2-4+84=0$

$16(x+3)^2+4(y-1)^2-64=0$

$16(x+3)^2+4(y-1)^2=64 \ /\div 64$

$$\boxed{\frac{(x+3)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{16}=1}$$

معلومېږي چې د $(y-1)^2$ مخرج د $(x+3)^2$ له مخرج څخه لوی دی؛ نو د بیضوي محراقي محور د y له محور سره موازي دی او د بیضوي د مرکز مختصات $(h,k)=(-3,1)$، $h=-3, k=1$ دي.

$a^2=16 \Rightarrow a=\pm 4$

$b^2=4 \Rightarrow b=\pm 2$

$c^2=a^2-b^2=16-4=12 \quad , \quad c=\pm\sqrt{12}$

$c=\pm 2\sqrt{3}$

$\left.\begin{array}{l} A(h,k+a)=A(-3,1+4)=A(-3,5) \\ A'(h,k-a)=A'(-3,1-4)=A(-3,-3) \end{array}\right\}$ د کبیر قطر د راسونو مختصات

$\left.\begin{array}{l} B(h+b,k)=B(-3+2,1)=B(-1,1) \\ B'(h-b,k)=B'(-3-2,1)=B(-5,1) \end{array}\right\}$ د صغیر قطر د راسونو مختصات

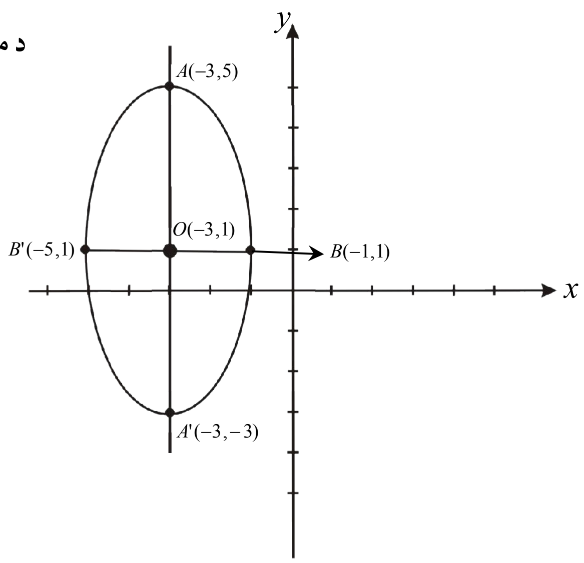
$\left.\begin{array}{l} F(h,k+c)=F(-3,1+2\sqrt{3}) \\ F'(h,k-c)=F'(-3,1-2\sqrt{3}) \end{array}\right\}$ د محراقونو مختصات

$|AA'|=2a=2\cdot 4=8$ د اوږده قطر اوږدوالی

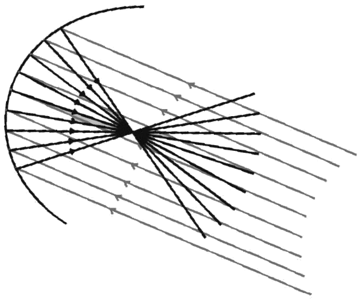
$|BB'|=2b=2\cdot 2=4$ د لنډ قطر اوږدوالی

$|FF'|=2c=2(2\sqrt{3})=4\sqrt{3}$ د محراقونو ترمنځ فاصله

$e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ عن‌المرکزیت



(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړۍ څپرکی: مخروطي مقاطع

پارابولا

د درسي کتاب (17) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي د لوست په پای کې به په دې و توانېږي چې: • پارابولا به د یوې مخروطي مقاطع په توګه وپېژني او د هغه په مفهوم به پوه شي چې پارابولا یو ډول منحني ده. • له پارابولیکو شکلونو څخه په انجنیري کې یعنې د پلونو، د کړکیو او داسې نورو شیانو په جوړلو کې کار و اخېستلای شي. • د پارابولا د اهمیت په پوهېدلو سره به د خوښۍ احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ، د فعالیت چارټونه او نور اړوند چارټونه.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او حال پوښتنې څخه وروسته دکتاب 17 مخ د فعالیت اړوند چارټ د تولګي په مخ کې وځړوئ او له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتئ، ترڅو د هغې په اړه فکر وکړي او ځواب ورکړي. پرته له هغه ښاغلی ښوونکی دې و وایي هغه شعاع چې د مقعرې عدسیې له اصلي محور سره موازي وي او وروسته له انعکاس څخه له یوه ټکي تېرېږي چې هغه ټکي ته محراق وایي او په F' سره یې ښیي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د فعالیت چارټ چې مخکې مو په ډبل خط رسم کړی، د ټولګي په مخ کې وځړوئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو و وېشئ ترڅو نوموړی فعالیت د یو بل سره په مشوره سرته ورسوي. د فعالیت په پای کې د یو یا دوو ډلو استازو ته دنده ورکړئ چې خپل فعالیت نورو ته توضیح کړي. که چیرې د فعالیت په توضیح کولو کې تېروتنه وکړي لارښوونه ورته وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی د فعالیت پایله له زده‌کوونکو څخه وپوښتي که چیرې زده‌کوونکو ځواب ورنه کړای شو، ښوونکی دې د فعالیت پایله چې د پارابولا تعریف دی، زده‌کوونکو ته و وایي.
- ښاغلی ښوونکی هغه چارټ چې په کې د پارابولا وتر رسم شوی دی، د ټولګي په مخ کې وځړوي او له زده‌کوونکو څخه پوښتنه وکړئ. څوک د پارابولا وتر ښودلای شي؟ څوک د پارابولا وتر تعریفولای شي؟

که چیرې زده‌کوونکي په ځواب ورکولو باندې بریالي شول ښه ده، پرته له هغه ښاغلی ښوونکی وتر په شکل کې وروښیي او تعریف یې ورته کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د لاښه تحکیم لپاره، د پارابولا، تناظري محور، هادي خط او راس د زده‌کوونکو په فعال گډون سره توضیح کړي.

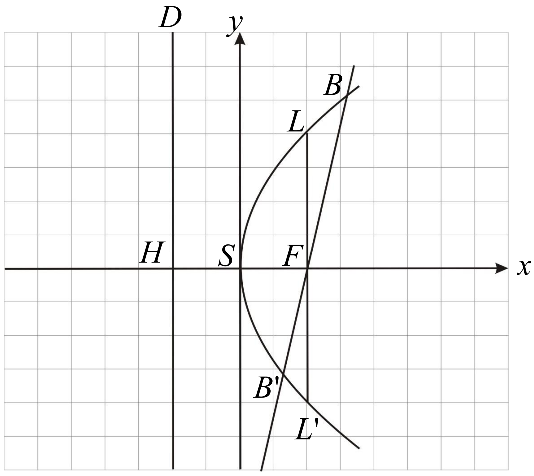
7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل داړ د ترلاسه کولو لپاره چې زده‌کوونکي پوه شوي دي او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه په لاندې ډول وپوښتي:

1. پارابولا څه ډول یو منحني دی؟
2. څوک کولای شي چې په شکل کې د پارابولا راس، هادي خط او محراق وښایي؟

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د پارابولا د محراقي وتر اوږدوالی د $\overline{FH}$ څو برابره دی.



حل:

د محراقي وتر تعریف داسې دی: هغه خط چې له محراق څخه تېر او د پارابولا دوه ټکي سره ونښلوي، د پارابولا محراقي وتر بلل کېږي او همدارنگه عمودي وتر هم لـه محـراق څخـه تېـر او د F پـه نقطـه کـې عمـود وي، د پارابولا دوه ټکـي سـره نښلوي؛ نو هر عمودي وتر محراقي وتر هم کېدای شي.

د پارابولا د عمودي وتر اوږدوالی د محراق او راس ترمنځ د فاصلې څلور برابره دی؛ یعنې: $LL'=4\overline{FS}$

پوهېږو چې $\overline{SH}=\overline{FS}$ او $\overline{FH}=2\overline{SF}$ دی؛ نو محراقي وتر $LL'=4\overline{SF}=4(\frac{\overline{HF}}{2})=2\overline{FH}$ دی، په پایله کې ویلای شو چې د پارابولا د محراقي وتر اوږدوالی د $\overline{FH}$ دوه برابره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$y^2 = 4px$$
$$x^2 = 4py$$

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د پارابولا معادله(لومړی حالت)

د درسي کتاب (19) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د پارابولا معادله وپېژني او د الپس له معادلې سره یې توپیر وکړای شي. • پوه شي چې د $y^2 = 4px$ او همدارنګه $x^2 = 4py$ د هغو پارابولا معادلې دي چې راسونه یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې دي. • په بېلابېلو حالتونو کې له شکل څخه په کار اخېستلو سره د پارابولا معادله په لاس راوړای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د 19 او 20 مخونو د پارابولا د شکلونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته په 19 مخ کې د پارابولا د شکل چارټ چې د لومړي حالت اړوند شکل دی، د ټولګي په مخ کې ځوړند کړي، په داسې حال کې چې $y^2 = 4px$ او $x^2 = 4py$ معادلې په نوموړي چارټ کې لیکل شوي دي. له زده کوونکو څخه وپوښتئ چې دغه شکل په کومه معادله پورې اړه لري، ترڅو زده کوونکي په دې اړه فکر وکړي. په هغه صورت کې چې ځواب ور نه کړای شي د فعالیت په سرته رسولو سره څرګندېږي چې نوموړی شکل له $y^2 = 4px$ معادلې سره مطابقت لري، ځکه چې د پارابولا محراق F د x پر محور باندې دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی: زده کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د له ځوړند شوي چارټ څخه په کار اخېستو سره فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- ښاغلی ښوونکی د زده کوونکو له ډلو څخه څارنه وکړي، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی یوه زده کوونکي ته دنده ورکړئ چې د $|MF|$ او $|MK|$ قیمتونه پر تخته پیدا کړي او د تعریف په رابطه کې یعنې $|MF| = |MK|$ کې یې وضع کړي او په پایله کې به د پارابولا معادله په لاس راوړي. په عین وخت کې دې نور زده کوونکي دغه فعالیت پرته له دې چې له تختې څخه یې نقل کړي، په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي د فعالیت په پای کې هغه زده کوونکی چې فعالیت یې پر تخته سرته رسولی، خپل فعالیت نورو زده کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې دې بل زده کوونکی د هغه تېروتنې د ښوونکي په مرسته اصلاح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ښاغلي ښوونکی دې په پای کې د $P > 0$ او $P < 0$ حالتونه زده‌کوونکو ته بیا وواییي او په شکلونو کې دې وروښیي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکیم لپاره د 20 مخ لومړی مثال له زده‌کوونکو سره د پوښتنو او ځوابونو په شکل کار وکړی، تر څو زده‌کوونکي ښه زده کړه وکړای شي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ د ترلاسه کولو لپاره چې زده‌کوونکو لوست زده‌کړی دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. د پارابولا معادله چې راس یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې وي څوک لیکلای شي؟
2. په کوم صورت کې د پارابولا خوله ښی او په کوم صورت کې د پارابولا خوکه کېڼ لور ته خلاصه وي؟
3. که چیرې د پارابولا محراق د x پر محور باندې وي، معادله به یې څه شکل ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د پارابولا معادله(دویم حالت)

د درسي کتاب (21) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د پارابولا معادله وپېژني په هغه صورت کې چې محراق یې د y په محور باندې وي. • له شکل څخه په کار اخېستنې سره د پارابولا معادله په لاس راوړای شي او د دوو نقطو ترمنځ فاصله پیدا کړي. • زده‌کوونکي په دې پوه شي چې که چېرې $P>0$ وي، د پارابولا خوله پورته خوا ته خلاصه ده او که چیرې $P<0$ وي، د پارابولا خوله ښکته خواته خلاصه ده.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د کتاب د 21 مخ چارټونه
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د کتاب د 21 مخ لومړی چارټ د ټولګي مخې ته وځړوئ او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، که چېرې د پارابولا محراق F د y په محور باندې او هادي خط یې د x له محور سره موازي وي، څوک کولای شي د پارابولا معادله په لاس راوړي؟ ښایي چې زده‌کوونکي چپ پاتې شي، نو د لوست بهیر داسې پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی دې یو زده‌کوونکی راوغواړي چې د پارابولا له تعریف څخه په‌کار اخېستنې سره د $|MF|=|MK|$ رابطه پر تخته ولیکي.
- دویم زده‌کوونکی دې له فورمول څخه په‌کار اخېستنې سره د $\overline{MF}$ او $\overline{MK}$ اوږدوالی په لاس راوړي.
- دریم زده‌کوونکی دې د $\overline{MF}$ او $\overline{MK}$ قیمتونه د $|MF|=|MK|$ په رابطه کې وضع کړي.
- بالاخره دریم زده‌کوونکی دې د ښوونکي په مرسته د رابطې دواړه خواوې مربع کړي او د پارابولا معادله چې $x^2=4py$ ده، په لاس راوړي.
- ښاغلی ښوونکی دویم او دریم چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او د P بېل بېل حالتونه یعنې که چیرې $P<0$ او یا $P>0$ وي، په پام کې ونیسئ او زده‌کوونکو ته یې په شکل کې وښایاست.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د تحکیم لپاره د کتاب 22 مخ دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې په زده‌کوونکو باندې کار وکړي، د اړتیا په صورت کې دې له زده‌کوونکو سره مرسته وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ د ترلاسه کولو لپاره له زده‌کوونکو څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. څوک د پارابولا معادله چې محراق یې د y په محور وي، لیکلای شي؟
2. څوک ویلای شي د $y^2 = 4px$ او $x^2 = 4py$ معادلو ترمنځ توپیر څه دی؟
3. څوک کولای شي چې د دواړو حالتونو شکلونه پر تخته رسم کړي؟

نوټ چارټونه دې د تختې له مخ څخه لرې شي.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

$1-$ د $y^2-4x=0$ او $x^2=2y$ معادلو کې د هرې پارابولا د راس وضعیه کمیات او د هادي (موجه خط) معادلې پیدا او ګرافونه یې رسم کړئ.

حل:

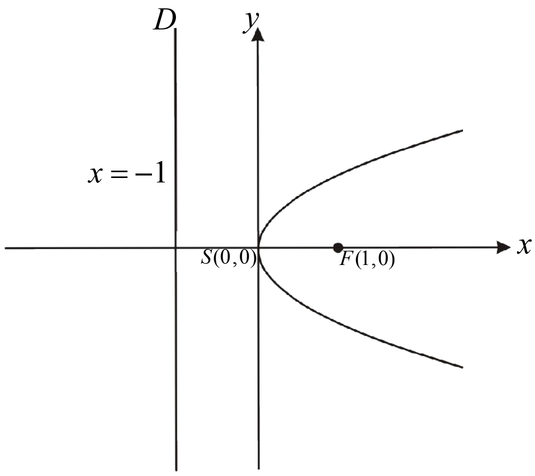
$$y^2-4x=0$$
$$y^2=4x\ ,\quad 4p=4\ \Rightarrow\ p=1>0$$

څرنګه چې $P>0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور ښي خواته خلاصه ده.

$$\left.\begin{array}{l} y^2=0\ \Rightarrow\ y=0\\ 4x=0\ \Rightarrow\ x=0\end{array}\right\}\Rightarrow\ S(0,0)$$ د پارابولا د راس مختصات

$F(P,0)=F(1,0)$ د محراق مختصات

$$\left.\begin{array}{l} x=-P\\ x=-1\end{array}\right\}$$ د هادي خط معادله



$y^2=4Px$ د معادلې عمومي شکل

$$x^2=2y$$
$$4P=2\ \Rightarrow\ P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ P=\frac{1}{2}>0$$

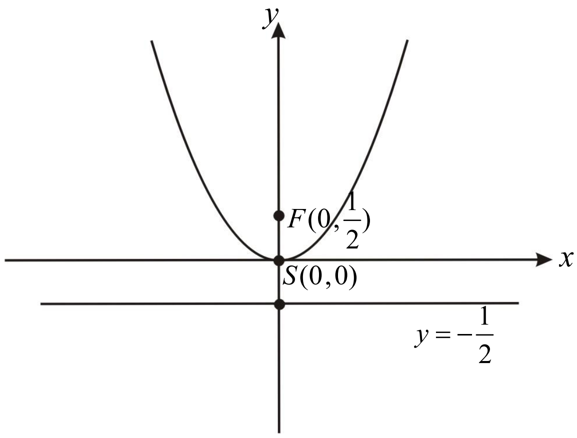
معلومېږي چې $P=\frac{1}{2}>0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده.

$$\left.\begin{array}{l} x^2=0\ ,\ x=0\\ 2y=0\ ,\ y=0\end{array}\right\}\Rightarrow\ S(0,0)$$ د راس وضعیه کمیات

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محراق وضعیه کمیات $F(0,P)=F(0,\frac{1}{2})$

د هادي خط معادله $y=-P \quad \Rightarrow \quad y=-\frac{1}{2}$



2 – د لاندې قيمتونو له مخې د هرې پارابولا معادله پيدا کړئ.

$a)\ S(0,0) \qquad F(0,5)$

$b)\ S(0,0) \qquad F(-2,0)$

حل $a)$:

د راس له وضعيه کمياتو څخه معلومېږي چې د پارابولا راس د وضعيه کمياتو په مبدا کې دی او له محراق څخه څرګندېږي چې $P=5>0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خوا ته خلاصه ده او د هغې پارابولا معادله چې خوله يې د y پر محور پورته خواته خلاصه وي، عمومي شکل يې $x^2=4Py$ دی.

$x^2=4Py \quad , \quad x^2=4\cdot 5y \quad \Rightarrow \quad \boxed{x^2=20y}$

حل $b)$:

$b)\ S(0,0) \qquad F(-2,0)$

د پارابولا راس د وضعيه کمياتو په مبداکې پروت دی او د محراق له مختصو څخه څرګندېږي چې $P=-2<0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور کيڼې خوا ته خلاصه ده، عمومي معادله يې عبارت ده له: $y^2=4px$

$y^2=4Px \quad , \quad y^2=4(-2)x \quad \Rightarrow \quad \boxed{y^2=-8x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

$$(y-k)^2=4p(x-h)$$
$$(x-h)^2=4p(y-k)$$

د هغې پارابولا معياري معادله چې راس يې يو اختياري ټکی وي

د درسي کتاب (23) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هغې پارابولا د معياري معادلې په شکل به پوه شي چې راس يې يو اختياري ټکی وي. • د $(y-k)^2=4p(x-h)$ او $(x-h)^2=4P(y-k)$ معادلو د شکلونو په توپير باندې به پوه شي. • د پارابولا معادله په هغه صورت کې چې راس يې د وضعيه کميات په مبدا کې نه وي وليکلای شي او پوښتنې به حل کړای شي. • له پورتني پوهې او مهارت څخه به خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ييز او انفرادي کار
3- **مرستندويه مواد:**	د 23 مخ او 24 دوه لومړي چارټونه
4- **د ورودي برخې توضيح(5 دقيقې)**	ښاغلی ښوونکی د 23 مخ د شکل چارټ په توش قلم رسم د $(y-k)^2=4p(x-h)$ او $(x-h)^2=4P(y-k)$ معادلې پر هغې وليکی او د ټولګي په مخ کې يې ونځروئ وروسته ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، ترڅو د هغې په اړه فکر وکړي، که چيرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ويلای، د فعاليت له اجراکولو څخه وروسته به پوه شي چې د $(y-k)^2=4p(x-h)$ معادله د هغه پارابولا معادله ده، چې د راس مختصات يې د وضعيه کميات په مبدا کې نه دي.

5- **د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې**:

• ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ، ترڅو د 23 مخ دوه فعاليتونه چې په (•) ټکی نښاني شوي دي سرته ورسوي. وروسته د MF او MN فاصلې د $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ فورمول څخه په کار اخېستو سره پيدا او د $\overline{MF}=\overline{MN}$ په مساوات کې يې وضع کړي او بيا به د مساوات د دواړو خواو و له مربع او ساده‌کولو وروسته لاندې معادله په لاس راوړئ.

$$(y-k)^2=4p(x-h)$$

پورتنی معادله په يقيني توګه د هغې پارابولا معادله ده چې د راس مختصات يې (h,k) او د وضعيه کميات په مبدا کې واقع نه دي.

ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو له ډله‌ييز کار څخه څارنه وکړي، فعالې ډلې تشويق او له ضعيفو ډلو سره مرسته وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې د يوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ييز فعاليت نورو زده‌کوونکو تـه توضـيح کړي او د فعاليت د اجـرا پـه ترڅ کې لارښوونه او مرسته ورسره وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دې د کتاب 24 مخ دوه لومړي چارټونه د ټولګي په مخ کې وځړوي او پـه وار سـره دې دوه زده‌کـوونکي راوغواړي ترڅو د $P > 0$ او $P < 0$ په صورت کې اړونده شکلونه زده‌کوونکو ته وروپېژني.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی دې لوست ته د ښه تحکيم ورکولو لپاره د کتاب د 26 مخ لومړی پوښتنه د زده‌کوونکو په ګډون پـه ټـولګي کې حل کړي.

د همدې مخ دويمه پوښتنه زده‌کوونکو ته کورنۍ دنده ورکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی: د زده‌کړې د ډاډ په هکله زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي:

1. د هغې پارابولا معادله چې راس يې د وضعيه کمياتو په مبدا کې نه وي، وليکئ.
2. د پارابولا معادله په هغه صورت چې راس يې د وضعيه کمياتو په مبدا کې وي، پر تخته وليکئ.
3. که چيرې $P > 0$ وي، د پارابولا خوله کومې خواته خلاص ده او که چيرې $P < 0$ وي، د پارابولا خولـه بـه کـومې خوا ته خلاصه وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې پارابولا معياري معادله چې راس يې يو اختياري ټکی وي(دويم حالت)

د درسي کتاب (24) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • پوه شي، که چيرې د پارابولا تناظري محور د y له محور سره موازي وي، د پارابولا معادله له $(x-h)^2 = 4P(y-k)$ څخه عبارت ده. • پورتنۍ معادله د شکل او د پارابولا له تعريف څخه په کار اخيستنې سره په لاس راوړای شي. • د پورتني مهارت او پوهې له حاصلولو څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهييز او انفرادي کار
3- **مرستندويه مواد**:	د 24 مخ د دوو وروستيو شکلونو چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته له زده‌کوونکو څخه وپوښتي که چيرې د پارابولا تناظري محور د y له محور سره موازي وي، د پارابولا معادله به څه شکل ولري؟ ښاغلی ښوونکی دې جوړ شوی چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوي، احتمال لري چې له شکل څخه په کار اخيستنې سره زده‌کوونکي وکولای شي، د پارابولا معادله په لاس راوړي؛ څکه په لومړی حالت کې مو چې معادله پيدا کړې وه، هغه له دوی سره مرسته کوي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي، ترڅو د هغه معلوماتو له مخې چې له تېر لوست څخه يې لري له يو بل سره په مشوره د پارابولا د معادلې دويم حالت حاصل کړي.
- د زده‌کوونکو د فعاليت له کارولو څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې وهڅوئ او له ضعيفو ډلو سره مرسته وکړئ. د دويم حالت ثبوت د اضافي معلوماتو په توګه کار شوی دی.
- لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په شکل د زده‌کوونکو په ګډون په ټولګي کې حل کړئ.
- دويم مثال په زده‌کوونکو باندې د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې کار وکړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم لپاره دريم مثال په ټولګي کې د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې کار وکړئ.

دريمه پوښتنه زده‌کوونکو ته کورنۍ دنده ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د دې لپاره په لاندې ډول وپوښتي:

1. د پارابولا معیاري معادله څه شکل لري؟(یو زده‌کوونکی دې پر تخته و لیکي)
2. څوک کولای شي د هغې پارابولا شکل رسم کړي چې د تناظر محور یې د y له محور سره موازي وي او په هغې کې وترونه او محراق په گوته کړي.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1- د لاندې پارابولا معادله پیدا کړې، په داسې حال کې چې:

$$S(1,3), F(-1,3)$$

یادونه: په درسي کتاب کې د a جز اضافه غلط ټایپ شوی دی.

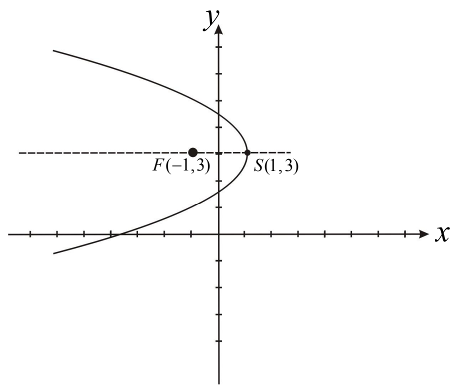
حل:

$$S(1,3) \Rightarrow h=1 \quad , \quad k=3$$
$$F(-1,3) \Rightarrow h+p=-1 \quad , \quad k=3$$
$$1+P=-1 \Rightarrow P=-2$$

څرنگه چې $P<0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور کیڼې خوا ته خلاصه ده او د داسې پارابولا عمومي معادله عبارت ده له:

$$(y-k)^2=4p(x-h)$$

نو: $$(y-3)^2=4(-2)(x-1) \Rightarrow \boxed{(y-3)^2=-8(x-1)}$$



2- د $(y-1)^2=12(x-4)$ په معادله کې د پارابولا دراس مختصات، د محراق مختصات، د موجه خط معادله او د تناظر محور پیدا او گراف یې رسم کړئ.

$$(y-1)^2=12(x-4)$$
$$k=1 \quad , \quad h=4 \quad , \quad 4p=12 \Rightarrow p=3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

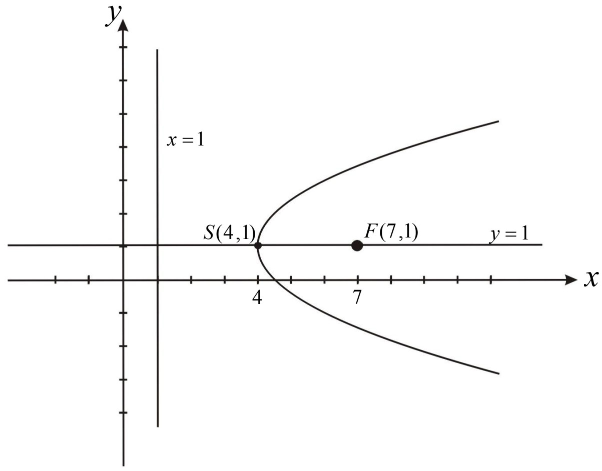
معلومېږي چې $P > 0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور ښي لوري ته خلاصه ده.

د راس مختصات $S(h,k) = S(4,1)$

د محراق مختصات $F(h+p,k) = F(4+3,1) = F(7,1)$

د هادي خط معادله $\boxed{x=1}$, $x = h - p \Rightarrow x = 4-3 = 1$

د تناظر محور $y = 1$, $y = k$



3- لاندې معادلې د پارابولا د معياري معادلې په ډول وليکئ او گراف يې رسم کړئ.

$a)\ y^2 - 6y + 8x + 41 = 0$ $\qquad b)\ x^2 - 2x - 6y - 53 = 0$

حل**a**) له کاملې مربع څخه په کار اخېستنې سره لرو چې:

$$y^2 - 6y + 8x + 41 = 0$$

$$y^2 - 6y + 9 - 9 + 8x + 41 = 0 \ \Rightarrow\ (y-3)^2 + 8x + 32 = 0$$

د پارابولا معادله: $(y-3)^2 = -8(x+4)$

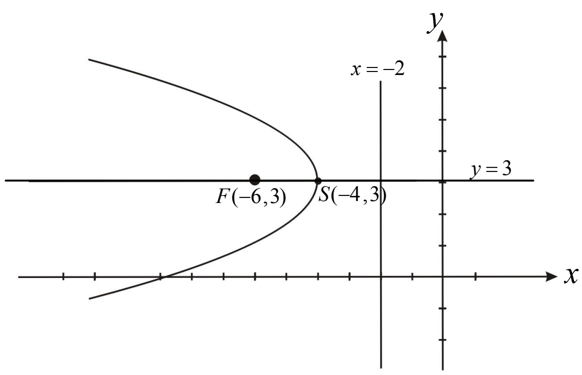
$h = -4\ ,\ \ k = 3\ ,\ \ S(h,k) = S(-4,3)\ ,\ \ 4P = -8\ ,\ \ P = -2$

څرنگه چې $P < 0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور کيڼ لوري ته خلاصه ده.

د محراق مختصات $F(h+p,k) = F(-4+(-2),3) = F(-6,3)$

د مؤجه خط معادله $\boxed{x=-2}$, $x = h - p\ ,\ \ x = -4 + 2 = -2$

د پارابولا تناظري محور $y = 3$, $y = k$



(c) ketabton.com: The Digital Library

حل**b**) بیا هم له کاملې مربعې څخه کار اخلو:

$$x^2-2x-6y-53=0$$
$$x^2-2x+1-1-6y-53=0$$
$$(x-1)^2-6y-54=0 \;\Rightarrow\; (x-1)^2=6y+54$$

د پارابولا معیاري معادله $(x-1)^2=6(y+9)$

د پارابولا راس $h=1\;,\;\; k=-9\;,\;\; S(h,k)=S(1,-9)$

$$4P=6 \;\Rightarrow\; P=\frac{3}{2}$$

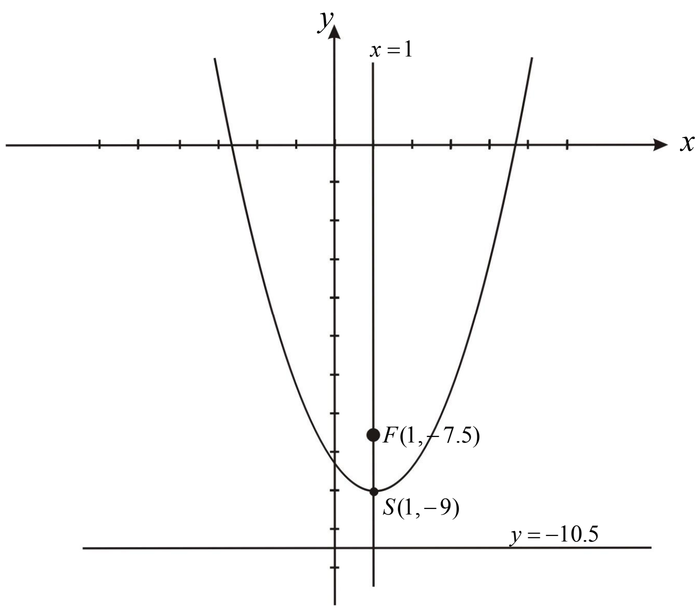
څرنگه $P>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده.

د محراق مختصات $F(h,p+k)=F(1,\frac{3}{2}-9)=F(1,\frac{3-18}{2})=F(1,-7.5)$

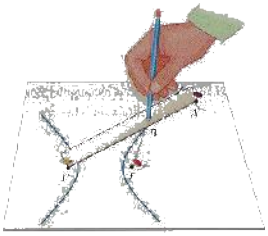
$$y=k-p \;\Rightarrow\; y=-9-\frac{3}{2}=\frac{-18-3}{2}=\frac{-21}{2}=-10.5$$

د موجه خط معادله $y=-10.5$

د تناظر محور $x=h \;\Rightarrow\; x=1$



(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

هايپربولا (*Hyperbola*)

د درسي کتاب (27) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هايپربولا په مفهوم پوه شي. • عن‌المرکزيت، تناظري محورونه او د هايپربولا راسونه وپېژني. • هايپربولا له نورو مخروطي مقاطعو سره تشخيص کړای شي. • د يوې هايپربولا اجزاوې په رسم کې وښودلای شي. • د پورتنی پوهې او مهارت له حاصلولو څخه په خپل ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ييز او انفرادي کار
3- **مرستندويه مواد**:	د 27 مخ د هايپربولا چارټ او 28 مخ د هايپربولا د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح** (5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی وروسته له سلام او احوال پوښتنې له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتئ، ترڅو د هغې په هکله زده‌کوونکي فکر کولو ته اړ شي که چيرې زده‌کوونکي پوښتنې ته ځواب ورنشي کړای او په دې صورت کې د فعاليت له سرته رسولو څخه وروسته ځواب په لاس راوړي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

- ښاغلی ښوونکی هغه چارټ چې مخکې مو تيار کړی دی، د ټولګي په مخ کې وځروئ او يو زده‌کوونکی راوغواړئ چې فعاليت پر تخته سرته ورسوي. په عين وخت کې دغه فعاليت د ټولګي نورو زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په انفرادي توګه يې په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي. د فعاليت په پای کې هغه زده‌کوونکی چې د تختې مخې ته ولاړ دی، خپل فعاليت دې نورو ته توضيح کړي. که چيرې د زده‌کوونکي توضيحات سم وي، ښه ده، له هغه پرته يوه داوطلب زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې فعاليت پر تخته سرته ورسوي. ښاغلی ښوونکی دې د اړتيا په صورت کې لارښوونه ورته وکړي او هغه زده‌کوونکي چې د فعاليت په اجرا کې يې تېروتنه کړې ده، خپله تېروتنه دې اصلاح کړي. دفعاليت په پايله کې د هايپربولا تعريف لاسته راځي چې $|MF'|-|MF|=|A'A|=2a$ کېږي، پر تخته وليکئ.
- ښاغلی ښوونکی د کتاب د 28 مخ چارټ د ټولګي په مخ کې وځروئ د پوښتنو او ځوابونو په ډول له زده‌کوونکو څخه، د هايپربولا محراقونه، راسونه، تناظري محورونه او د هايپربولا هادي وروپېژنئ.
- همدارنګه د هايپربولا عن‌المرکزيت فارمول $e=\frac{c}{a}$ توضيح او د $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$ رابطه دې پر تخته پيدا کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د لا ښه تحکیم لپاره یو زده‌کوونکی راوغواړي چې د 28 مخ د شکل په لېدلو سره د هایپربولا اجزاوې توضیح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره اروزي:

1. څوک هایپربولا تعریفولای شي؟
2. څوک د هایپربولا محراقونه، راسونه او هادي خطونه په رسم کې ښودلای شي؟

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

حل:

له عن‌المرکزیت $e=\frac{c}{a}$ رابطې څخه په‌کار اخېستنې سره د a او b عدونو ترمنځ اړیکه د یو بل له جنسه پیداکړی، یعنې:

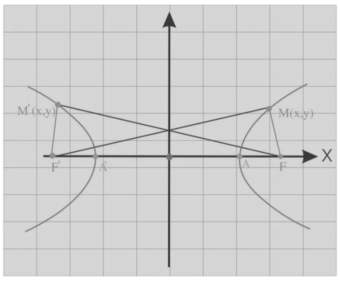
$$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$$

$$\boxed{e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}}$$ د a او b عددونو او عن‌المرکزیت ترمنځ اړیکه

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هایپربولا معادله

د درسي کتاب (29) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • هایپربولا وپېژني او د هایپربولا په تعریف پوه شي. • د تعریف په پام کې نیولو سره د شکل له مخې د تعریف رابطه ولیکي. • د هایپربولا معادله د تعریف او د دوو ټکو ترمنځ د فاصلې له فورمول څخه په کار اخېستنې سره په لاس راوړای شي. • له پورتنی پوهې او مهارت څخه خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د 29 مخ د هایپربولا د شکل د ورودي برخې چارټ او د فعالیت چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته ورودي چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ، د زده‌کوونکو پام عنوان ته راواړوئ، ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، همدارنګه وپوښتئ هغه هایپربولا چې راس یې د کمیات وضعیه د x پر محور باندې وي، محراقونه به یې په کوم ځای کې پراته وي؟ ښایي چې یو شمېر زده‌کوونکي له فکر کولو څخه وروسته ځواب ووایي چې د x پر محور باندې، او له هغې پرته ښاغلی ښوونکی د فعالیت اړوند چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او محراقونه چې د x پر محور باندې پراته دي، ور وښيي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې د کتاب د 29 مخ فعالیت له یو بل سره په مشوره سرته ورسوئ؛ یعنې $|PF'|$ او $|PF|$ په لاس راوړي او د تفریق په رابطه یعنې په $|PF'|-|PF|=2a$ رابطه کې یې وضع کړي، څرنګه چې د پارابولا له موضوع څخه پوهېږي، د معادلې دواړه خواوې دې مربع او ساده کړي. په پایله کې به د هایپربولا معادله؛ یعنې $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ په لاس راوړي.
- ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له ډلو څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې وهڅوئ او له ضعیفو ډلو سره مرسته او ورته لارښوونه وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی کوښښ وکړئ چې په هره ډله کې لایق او ضعیف زده‌کوونکي شتون ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه پوهېدو لپاره دکتاب د 31 مخ لومړی مثال د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره پر تخته حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو د زده‌کړې د ارزونې لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. څوک هایپربولا تعریف کولای شي؟
2. څوک د هغې هایپربولا معادله لیکلای شي چې راس یې د وضعیه کمیاتو په محورونو باندې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هایپربولا د معادلې دویم حالت (متقاطع محور یعنې AA' د y پر محور پروت وي)

د درسي کتاب (30) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د متقاطع محور (AA') د ځای په پام کې نیولو سره د هایپربولا د دوو معادلو یعنې $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ او $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ په توپیر پوه شي. • په پورتنیو دواړو صورتونو کې د هایپربولا منحني ترسیم کړای شي. • د اړتیا په صورت کې د هایپربولا له فورمولونو او شکلونو څخه کار واخلي. • د پورتنیو موضوعاتو په عملي کولو سره د خوښي احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	ددې لوست د اضافي معلوماتو چارټ د 31 او 32 مخونو چارټونه.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ معادله پر تخته ولیکي او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ: ایا ویلای شئ چې د هایپربولا راسونه او محراقونه په کوم محور باندې پراته دي؟ که چیرې زده‌کوونکي په ځواب ویلو بریالی نشي، نو هغه چارټ چې دکتاب د 32 مخ له دویم مثال څخه جوړ شوی دی، د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او د هایپربولا اجزاوې زده‌کوونکو ته وروپېژني.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي چې د یو بل په مشوره د $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ معادله له نوموړي چارټ څخه په‌کار اخیستنې سره ثبوت کړي.
- ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو د ډله‌ییز کار او فعالیت څخه څارنه وکړي. فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړي. د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. د تېروتنې په صورت کې له بلې ډلې دې یو داوطلب زده‌کوونکی راشي، د هایپربولا معادله دې پر تخته ثبوت او توضیح کړي. د اړتیا په صورت کې لارښوونه ورته وکړي.
- ښاغلی ښوونکی د هایپربولا د مجانبونو عنوان پر تخته ولیکئ او له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ له معادلې څخه د مجانبونو معادله چې له $y=\pm\frac{b}{a}x$ څخه عبارت ده، ثبوت کړي.
- ښاغلی ښوونکی په هره برخه کې پوښتنه وکړئ او زده‌کوونکي دې استدلال وکړي او ځواب دې ووایي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه پوهېدو لپاره د 31 مخ دویم مثال د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره پر تخته حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

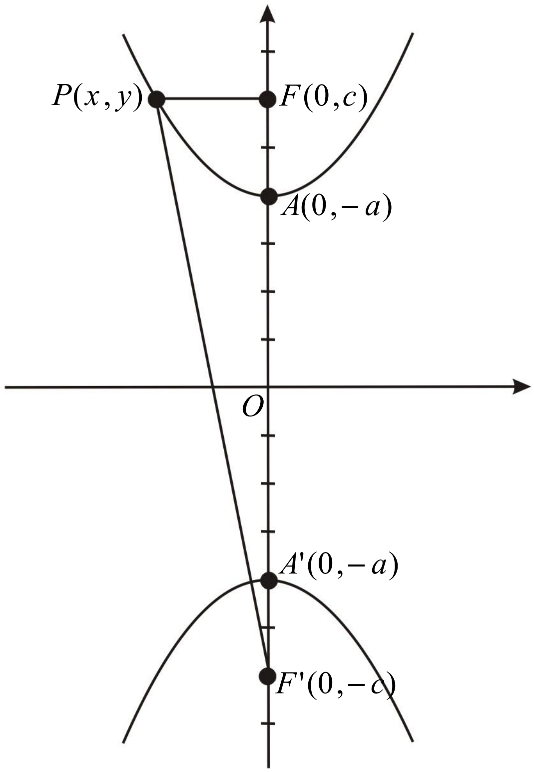
ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شئ، نو له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ:

1. که چیرې د AA' قاطع محور د y پر محور باندې پروت وي، د هایپربولا معادله کومه ده؟
2. څوک د عن‌المرکزیت فارمول پر تخته لیکي او د هغې د اجزاوو نومونه اخلي.
3. که چیرې د AA' قاطع محور د y پر محور پروت وي، د هایپربولا مجانب به کوم شکل ولري؟

یادونه: هره پوښتنه دې له یوه زده‌کوونکي څخه وشي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

دویم حالت: **د** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ **معادلې ثبوت**: د هایپربولا له تعریف سره سم، په یوه مستوي کې د هغه ټکو هندسي محل چې د فاصلو تفاضل یې له دوو ځای پر ځای ټکو څخه تل مساوي اوږدوالی ولري، هایپربولا بلل کېږي، لیکلای شو:



له شکل څخه پوهېږو چې:

$$|PF'|-|PF|=2a \quad \ldots \quad I$$

$$|PF'|=\sqrt{(x-0)^2+\{y-(-c)\}^2}$$
$$|PF|=\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس پورتني قیمتونه په I رابطه کې وضع کوو:

$$\sqrt{x^2+(y+c)^2}-\sqrt{x^2+(y-c)^2}=2a$$
$$\sqrt{x^2+y^2+2cy+c^2}-\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2}=2a$$
$$\sqrt{x^2+y^2+2cy+c^2}=2a+\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2}\ \dots\ II$$

د II رابطې دواړه خواوې مربع کوو:

$$x^2+y^2+2cy+c^2=4a^2+4a\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2}+x^2+y^2-2cy+c^2$$
$$4cy-4a^2=4a\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2}\ \dots\ III$$

د III رابطې دواړه خواوې پر 4 باندې وېشو:

$$cy-a^2=a\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2}\ \dots\ IV$$

د IV رابطې دواړه خواوې مربع کوو:

$$(cy-a^2)^2=a^2(x^2+y^2-2cy+c^2)$$
$$c^2y^2-2a^2cy+a^4=a^2x^2+a^2y^2-2a^2cy+a^2c^2$$
$$c^2y^2-a^2y^2-a^2x^2=-a^4+a^2c^2$$
$$y^2(c^2-a^2)-a^2x^2=a^2(c^2-a^2)$$

څرنګه چې $c^2-a^2=b^2$ دی؛ نو لرو:

$$y^2b^2-a^2x^2=a^2b^2$$

د پورتني معادلې دواړه خواوې پر a^2b^2 وېشو:

$$\frac{y^2b^2}{a^2b^2}-\frac{a^2x^2}{a^2b^2}=\frac{a^2b^2}{a^2b^2}\ \Rightarrow\ \boxed{\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1}$$

د محراقونو او راسونو مختصات په شکل کې نومول شوي دي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د $4x^2-y^2=16$ هایپربولا له معادلې څخه د محراقونو وضعیه کمیات، د راسونو وضعیه کمیات، د موجه خط معادلې او د مجانبونو معادلې په لاس راوړئ او په پای کې یې ګراف رسم کړئ.

حل لومړی معادله په ستندرډ شکل اړوو؛ یعنې د معادلې اطراف په 16 باندې وېشو:

$$4x^2-y^2=16\ \ /\div 16\ \Rightarrow\ \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$$

معلومه شوه چې د هایپربولا متقاطع محور د x محور دی او مرکز یې په مبدا کې پروت دی.

$a^2=4\ \Rightarrow\ a=\pm 2\ ,\ A(2,0)\ ,\ A'(-2,0)$ د هایپربولا راسونه

$b^2=16\ \Rightarrow\ b=\pm 4\ ,\ B(0,4)\ ,\ B'(0,-4)$ د هایپربولا د غیر حقیقي راسونو مختصات

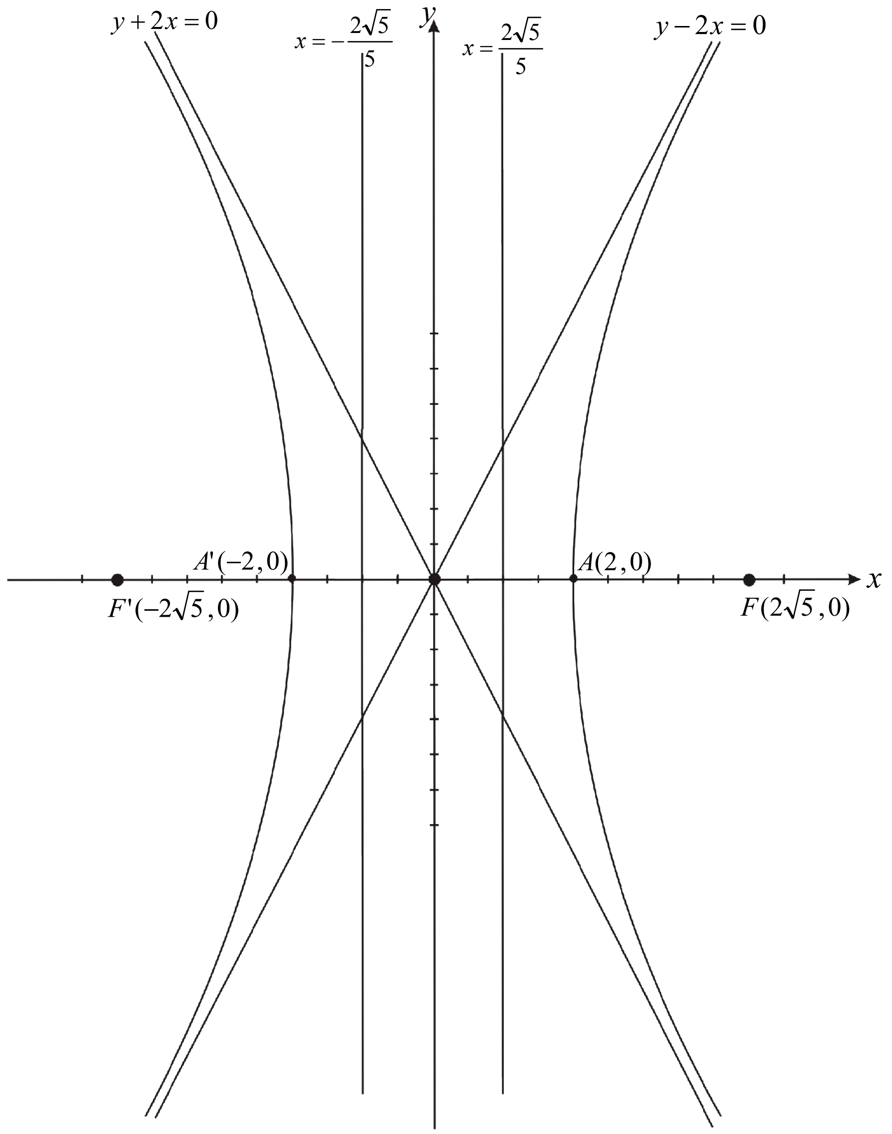
$$c^2=a^2+b^2\ \Rightarrow\ c^2=16+4=20$$
$$c=\pm 2\sqrt{5}$$

$F(c,0)=F(2\sqrt{5},0)\ ,\ F'(-c,0)=F'(-2\sqrt{5},0)$ د محراقونو مختصات

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مجانبونو معادلې $y=\pm\frac{b}{a}x\ ,\quad y=\pm\frac{4}{2}x \Rightarrow y=\pm 2x\ ,\quad y+2x=0\ ,\quad y-2x=0$

د مؤجه خطونو معادلې $x=\pm\frac{a}{e}=\pm\frac{a}{\frac{c}{a}}=\pm\frac{a^2}{c}=\pm\frac{2^2}{2\sqrt{5}}=\pm\frac{4}{\sqrt{5}}=\pm\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې هایپربولا معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت)

د درسي کتاب (33) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هغې هایپربولا معادله وپېژني چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي. • د شکل په لېدو او د تعریف د رابطې په پام کې نیولو سره د هایپربولا معادله په لاس راوړای شي او پوښتنې حل کړای شي. • د محراقونو او راسونو مختصات د شکل له مخې وټاکلی شي. • د پورتنیو مفهومونو له بریالی اجرا څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د کتاب د 33 مخ د هایپربولا چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو(سلام او احوال پوښتنې...) څخه وروسته ورودي پوښتنه له زدهکوونکو څخه وپوښتئ، ترڅو زدهکوونکي د پوښتنې په اړه فکر وکړي، ښه ده چې زدهکوونکي ځوابونه ووایي. ښاغلی ښوونکی د زدهکوونکو د ځوابونو له اورېدو وروسته دوایاست: څرنګه چې نورې مخروطي مقاطع لکه الپس او پارابولا داسې معادلې درلودلې چې مرکز یې د وضعیه کمیات په مبداکې نه و. په همدې ډول هایپربولا هم یو له هغه مخروطي مقاطعو څخه ده، کېدای شي چې مرکز یې د وضعیه کمیات په مبدا کې نه وي، یعنې اختیاري ټکی وي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زدهکوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، ترڅو په ډلهییزه توګه خپل فعالیت سرته ورسوي، کهچیرې زدهکوونکي په نوموړي فعالیت کې د هایپربولا د شکل په رسمولو سره بریالي نشي، هغه وخت چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او لارښوونه ورته وکړئ چې چارټ ته په کتو سره زدهکوونکي د هایپربولا معادله په لاس راوړي.

6- **د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې لوست تحکیم ومومي د یوې ډلې استازی راوغواړي چې خپل ډلهییز کار نور زدهکوونکو ته توضیح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ لپاره چې زده‌کوونکو څه زده‌کړه کړې او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. څوک د هغې هایپربولا معادله لیکلی شي چې مرکز يې د وضعیه‌کمیات په مبدا کې وي؟
2. څوک د هغې هایپربولا معادله لیکلی شي چې مرکز يې د وضعیه‌کمیات په مبدا کې نه وي.
3. څوک کولای شي له شکل څخه په‌کار اخیستنې سره په $|PF'|-|PF|=2a$ معادله‌کې د PF او PF' قیمتونه وضع کړي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

د مجانبونو د معادلو لاس ته راوړلو لپاره د هایپربولا معادله $\left(\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1\right)$ په پام کې نیسو:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1 \qquad \Rightarrow \quad \frac{b^2(x-h)^2-a^2(y-k)^2}{a^2b^2}=1$$

$$b^2(x-h)^2-a^2(y-k)^2=a^2b^2 \quad \Rightarrow -a^2(y-k)^2=a^2b^2-b^2(x-h)^2$$

$$a^2(y-k)^2=b^2(x-h)^2-a^2b^2 \quad , \quad (y-k)^2=\frac{b^2}{a^2}(x-h)^2-b^2$$

یا

$$(y-k)^2=\frac{b^2}{a^2}(x-h)^2\left\{1-\frac{a^2}{(x-h)^2}\right\}$$

په پورتني اړیکه کې، که چیرې x لایتناهي ته تقرب وکړي، د $\frac{a^2}{(x-h)^2}$ حد صفر ته تقرب کوي؛ نو له پورتنی اړیکې څخه

لرو: $(y-k)^2=\frac{b^2}{a^2}(x-h)^2$

د پورتنی معادلې دویم جذر نیسو: $y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$

د مجانبونو معادله $\boxed{y=\pm\frac{b}{a}(x-h)+k}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې هایپربولا معادله چې محراقونه یې د y له محور سره موازي پر متقاطع محور پراته وي(دویم حالت)

د درسي کتاب (34) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هغې هایپربولا شکل چې محراقونه یې د y پر محور یا د y له محور سره په موازي محور پراته وي، رسم کړي. • د ورکړل شوي شرط لاندې د هغې د راسونو، محراقونو مختصات او د مجانبونو معادلې وټاکي. • او د ($\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$) معادله په لاس راوړای شي. • د پورتني پوهې او مهارت په حاصلولو سره به د ریاضي د لازیاتې پوهې له حاصلولو سره علاقه‌مند شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	دکتاب د 34 مخ د هایپربولا د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	د لومړي حالت ورودي پوښتنه د همدې لوست لپاره هم صدق کوي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

• ښاغلی ښوونکی د ($\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$) معادله پر تخته ولیکئ، په معادله کې د هایپروبولا ټولې اجزاوې وروپېژنئ، د $Ax^2+By^2+Dx+Ey+F=0$ په برخه کې لنډه تبصره وکړئ.

• ښاغلی ښوونکی دې د 32 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په توګه په ټولګي کې حل کړي.

• ښاغلی ښوونکی دې دکتاب د 36 مخ دویم مثال یعنې $2x^2-8x-3y^2-18y-31=0$ معادله پر تخته حل کړي او یو زده‌کوونکی دې راوغواړي چې د هغې معیاري معادله ولیکي، نور زده‌کوونکي دې په عین وخت کې نوموړی مثال په خپلو کتابچو کې حل کړي(له کتاب څخه دې ګټه وانخلي).

د فعالیت په پای کې دې یو زده‌کوونکی خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي چې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې اصلاح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لابنه پوهېدو لپاره ښاغلی ښوونکی دې د راسونو مختصات، د محراقونو مختصات او د مجانبونو معادلې زده‌کوونکو ته وروښیي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وازمويي:

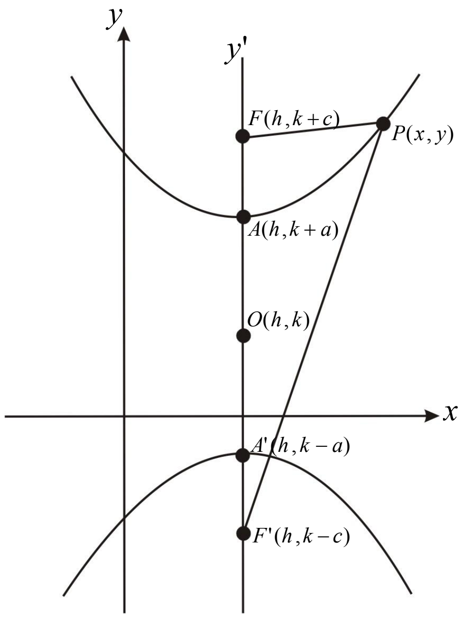
1. څوک د $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$ او $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ معادلو توپیر ویلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. څوک کولای شي د پورتنيو دوو معادلو شکلونه په ساده ډول پرتله کړي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د هايپربولا د معادلې د دويم حالت ثبوت:



$A(h,k+a)$
$A'(h,k-a)$
$F(h,k+c)$
$F'(h,k-c)$
$P(x,y)$

$$|PF|-|PF'|=2a$$

$$\sqrt{(x-h)^2+(y-(k+c))^2}-\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}=2a$$

$$\left(\sqrt{(x-h)^2+(y-(k+c))^2}\right)^2=\left(2a+\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\right)^2$$

$$(x-h)^2+(y-(k+c))^2=4a^2+2\cdot 2a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}+(x-h)^2+(y-(k-c))^2$$

$$y^2-2y(k+c)+(k+c)^2=4a^2+4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}+y^2-2y(k-c)+(k-c)^2$$

$$-2yk-2yc+k^2+2kc+c^2=4a^2+4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}-2yk+2yc+k^2-2kc+c^2$$

$$-2yc+2kc=4a^2+4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}+2yc-2kc$$

$$-4yc+4kc-4a^2=4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\quad /\div 4$$

$$-yc+kc-a^2=a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}$$

$$-c(y-k)-a^2=a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\qquad /\cdot(-1)$$

$$(c(y-k)+a^2)^2=\left(-a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\right)^2$$

$$c^2(y-k)^2+2ca^2(y-k)+a^4=a^2\left[(x-h)^2+(y-(k-c))^2\right]$$

$$c^2(y-k)^2+2ca^2(y-k)+a^4=a^2(x-h)^2+a^2\left[y^2-2y(k-c)+(k-c)^2\right]$$

$$\begin{aligned}
c^2(y-k)^2-a^2(x-h)^2&=a^2y^2-2a^2y(k-c)+a^2(k-c)^2-2a^2c(y-k)-a^4\\
&=a^2y^2-2a^2yk+2a^2yc+a^2(k-c)^2-2a^2yc+2a^2ck-a^4\\
&=a^2y^2-2a^2yk+a^2\left[k^2-2kc+c^2\right]+2a^2ck-a^4\\
&=a^2y^2-2a^2yk+a^2k^2-2a^2kc+a^2c^2+2a^2ck-a^4\\
&=a^2y^2-2a^2yk+a^2k^2+a^2c^2-a^4\\
&=a^2y^2-2a^2yk+a^2k^2+a^2(c^2-a^2)
\end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خرنگه چې $b^2 = c^2 - a^2 \quad \Rightarrow \quad c^2 = a^2 + b^2$ دی؛ نو:

$$c^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2[y^2 - 2yk + k^2] + a^2b^2$$

$$c^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2(y-k)^2 + a^2b^2$$

$$(a^2+b^2)(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2(y-k)^2 + a^2b^2$$

$$a^2(y-k)^2 + b^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2(y-k)^2 + a^2b^2$$

$$b^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2b^2 \quad / \div a^2b^2$$

$$\frac{b^2(y-k)^2}{a^2b^2} - \frac{a^2(x-h)^2}{a^2b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2b^2}$$

د هایپربولا د دویم حالت معادله: $\boxed{\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1}$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- د $9x^2 - 4y^2 + 54x + 16y - 79 = 0$ معادله د هایپربولا په معیاري معادلې باندې واړوئ.

حل: د پورتني معادلې له مخې معلومېږي چې $A \neq B$ او مختلف‌الاشاره دي.

$$9x^2 - 4y^2 + 54x + 16y - 79 = 0$$

$$9(x^2+6x) - 4(y^2 - 4y) - 79 = 0$$

$$9(x^2+6x+9-9) - 4(y^2-4y+4-4) - 79 = 0$$

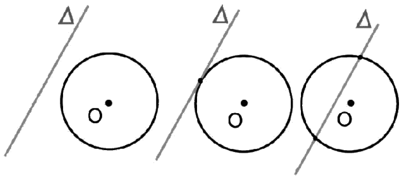
$$9(x+3)^2 - 81 - 4(y-2)^2 + 16 - 79 = 0$$

$$9(x+3)^2 - 4(y-2)^2 = 144 \quad / \div 144$$

$$\frac{9(x+3)^2}{144} - \frac{4(y-2)^2}{144} = 1$$

$\boxed{\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{36} = 1}$ د هایپربولا معیاري معادلهٔ

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د یوې کرښې موقعیت نظر مخروطي مقاطعو ته

د درسي کتاب (37) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د یوې کرښې او مخروطي مقاطعو د نسبتي حالتونو پر مفهوم پوه شي. • د دایرې او د مستقیمې کرښې معادلې وپېژني. • له معادلو څخه په کار اخیستنې سره دایره او د مستقیم خط ګراف رسم کړای شي. • د دایرې موقعیت له یوې کرښې سره وټاکلای شي. • بالاخره د پورتنی پوهې او مهارت له حاصلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	دکتاب 37، 38، 39 او 40 مخونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتي چې هغوی د دایرې او مستقیم خط د حالتونو په اړه فکر وکړي او نظر ورکړي، البته د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته به ورودي پوښتنه حل کړای شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو د ځوابونو له اورېدو څخه وروسته دکتاب 37 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخ کې ځوړند کړئ او زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د 37 مخ فعالیت سرته ورسوي. په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته ورسره وکړئ، ترڅو هغه زده‌کوونکي چې تېروتنه یې کړې وي خپله تېروتنه اصلاح کړي.
- ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکی د ټولګي مخ ته راوغواړي چې د $x^2+y^2=9$ دایره د وضعیه کمیاتو په سېستم کې پر تخته رسم کړي. له یوه بل داوطلب زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د $y=x+3$ مستقیمه کرښه هم رسم کړي، بیا ښوونکی شکل ته اشاره کوي او له یوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه کوي:
- کرښې دایره په څو ټکو کې قطع کړې ده؟ د زده‌کوونکو د ځواب له اورېدو څخه وروسته د لومړي مثال په حل د پوښتنو او ځوابونو په طریقه پیل کوي.
- ښاغلی ښوونکی دې دویم او دریم مثال د زده‌کوونکو په فعال ګډون او برخې اخیستنې سره حل کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکيم لپاره څلورم مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړی، بیا د $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ معادله پر تخته وليکئ او مناقشه وکړئ چې پورتنی معادله په کوم صورت کې د دايرې، په کوم حالت کې د الپس او په کوم صورت کې د هايپربولا معادله ده؟ همدارنګه د پارابولا معادله به څه شکل ولري؟

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ډاډه شي چې زده‌کوونکو زده‌کړه، کړې ده او که نه؟ زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. يوه مستقيمه کرښه د مخروطي مقاطعو له هر يوه سره څو حالتونه لري؟
2. که چيرې $\Delta = 0$ وي، ايا مستقيمه کرښه دايره قطع کوي که نه؟ که چيرې دايره قطع کوي؛ نو په څو ټکو کې؟
3. په کوم صورت کې مستقيمه کرښه له مخروطي مقاطعو سره په يوه ټکي کې مماس وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

پوښتنې

د درسي کتاب (40) مخ

د لوست وخت: (یو یا دوه درسي ساعتونه)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • هر یو له مخروطي مقاطعو (دایره، الپس، پارابولا او هایپربولا) د معادلو له مخې تشخیص کړای شي. • اړونده پوښتنې حل کړي. • د پوښتنو له حل څخه به په خپل ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز انفرادي، پوښتنې او ځوابونه.
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د کتاب 40 مخ د لومړی پوښتنې د a جزء ټولګي کې د پوښتنو او ځوابونو په شکل حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ترڅو د لومړی پوښتنې b جزء په خپلو ډلو کې حل او وروسته د یوې ډلې له استازي څخه وغواړی چې د خپل حل په اړه توضیحات ورکړي چې نورو زده‌کوونکو ته روښانه شي.
- ښاغلی ښوونکی د لومړی پوښتنې c جزء یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې دغه پوښتنه نورو ته هم ورکړئ چې په انفرادي توګه یې په خپلو کتابچو کې حل کړي او د زده‌کوونکو څارنه وکړئ چې له تختې څخه یې نقل نکړي. وروسته د تختې مخې ته ولاړ زده‌کوونکی خپل حل دې نورو ته توضیح کړي، که چیرې کومه تېروتنه شتون ولري، لارښوونه او مرسته ورسره وکړئ، چې نور زده‌کوونکي خپلې تېروتنې اصلاح کړي. په هغه صورت کې چې پوښتنې په یوه ساعت کې حل نشي د ریاضي په بل درسي ساعت کې دې پاتې پوښتنې حل شي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- لاندې معادلې د هغوی د ګرافونو د منحني له مخې و ټاکئ.

$a)\ y^2-2y+x+3=0$ $b)\ 9x^2+9y^2=27$

$c)\ 25x^2+16y^2=400$ $d)\ x^2-y^2=0$

$e)\ y^2+6y-x+2=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

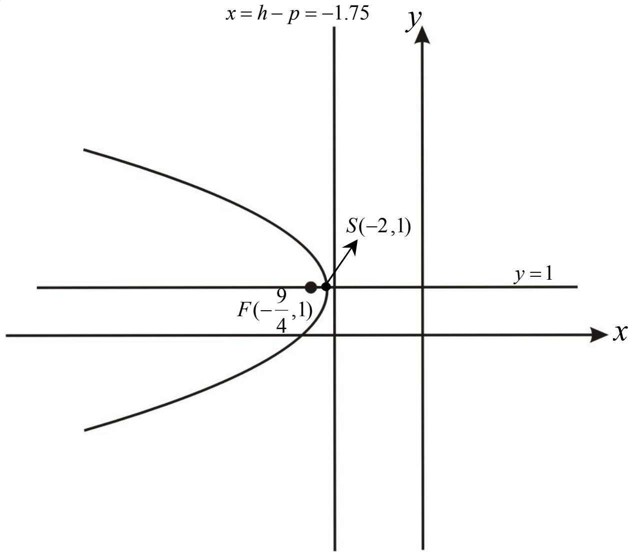
حــل: a) مخکې لـه دې چې پوښـتنه حـل کـړو لـومړی بایـد د پوښـتنې تـولې اجـزاوې تکمیـل مربـع شـي چې د منحنـي پـه تشخیص کې مرسته کوي.

$$y^2-2y+1-1+x+3=0$$

$$(y-1)^2+x+2=0 \;\Rightarrow\; (y-1)^2=-(x+2)$$

پورتني معادله د هغې پارابولا معادله ده چې راس يې په $(-2,1)$ ټکي کې دی او $4p=-1$ يا $p=\frac{-1}{4}<0$ ده، نو د پارابولا محراق د x له محور سره پر موازي محور او خوله يې کینې خواته خلاصه ده.

$$F(h+p,k)=F(-2-\frac{1}{4},1)=F(-\frac{9}{4},1)$$



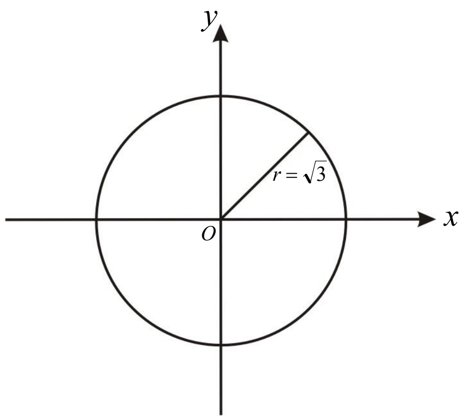
حل: b)

$$9x^2+9y^2=27$$

$$9(x^2+y^2)=27\;/\div 9$$

$$x^2+y^2=3$$

پورتنی معادله د هغې دایرې معادله ده چې مرکز يې د وضعیه کمیات په مبدا کې دی او شعاع يې $r=\sqrt{3}$ ده.



(c) ketabton.com: The Digital Library

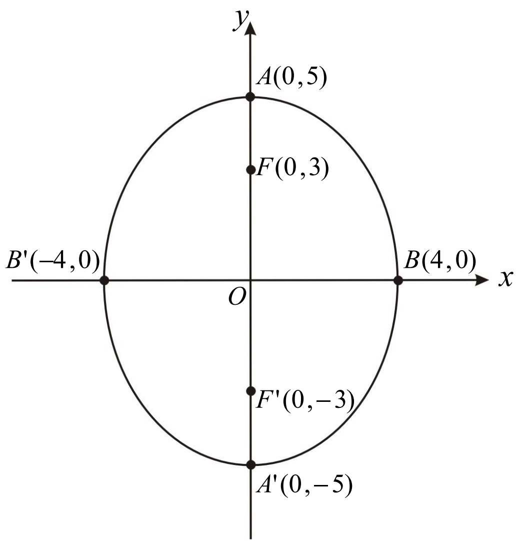
حل: (c

$$25x^2+16y^2=400\ /\div 400$$
$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$$

پورتنی معادله د داسې بیضوي معادله ده چې مرکز يې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې دی، اوږد قطر يې د y پر محور پروت دی.

$$\left.\begin{array}{l} a^2=25\ ,\quad a=\pm 5 \\ b^2=16\ ,\quad b=\pm 4 \end{array}\right\}\begin{array}{l} c^2=a^2-b^2 \\ c^2=25-16=9\ ,\quad c=\pm 3 \end{array}$$

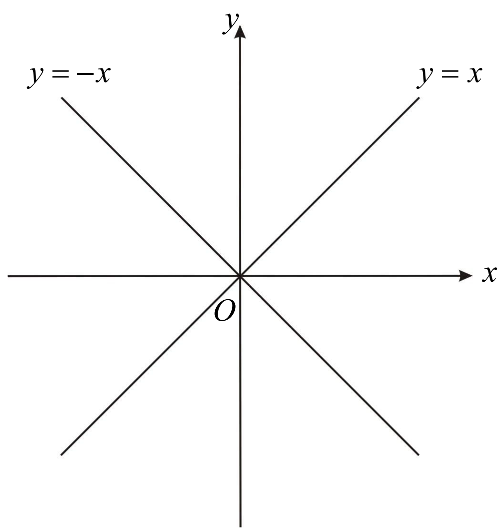
$$|AA'|=2a=10\ ,\quad |BB'|=2b=8\ ,\quad |FF'|=2c=6$$
$$A(0,5)\ ,\quad A'(0,-5)\ ,\quad B(4,0)\ ,\quad B'(-4,0)\ ,\quad F(0,3)\ ,\quad F'(0,-3)$$



حل: (d

$$x^2-y^2=0$$
$$-y^2=-x^2\ \Rightarrow\ y^2=x^2\ ,\quad y=\pm x$$

د هغو خطونو معادله ده چې د تقاطع ټکی يې د وضعیه کمیاتو مبدا ده.

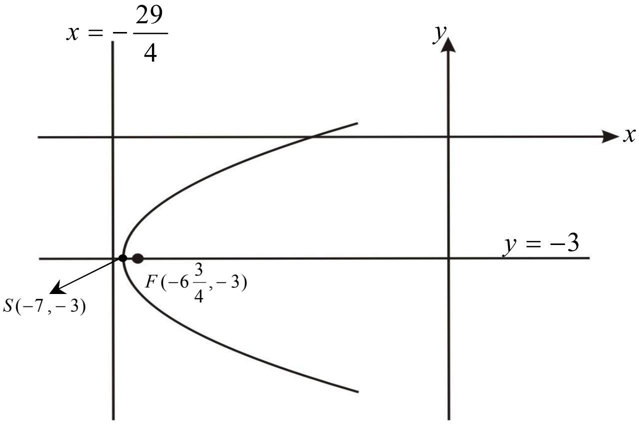


(c) ketabton.com: The Digital Library

حل: $e)$

$$y^2+6y-x+2=0$$
$$y^2+6y+9-9-x+2=0$$
$$(y+3)^2-(x+7)=0$$
$$(y+3)^2=x+7$$

پورتنی معادله د هغې پارابولا معادله ده چې راس یې د $(-7,-3)$ په ټکي کې پروت دی او $4p=1$ یا $p=\frac{1}{4}>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x له محور سره پر موازي محور ښي خواته خلاصه ده محراق یې $F(h+p,k)$ یا $F(-6\frac{3}{4},-3)$

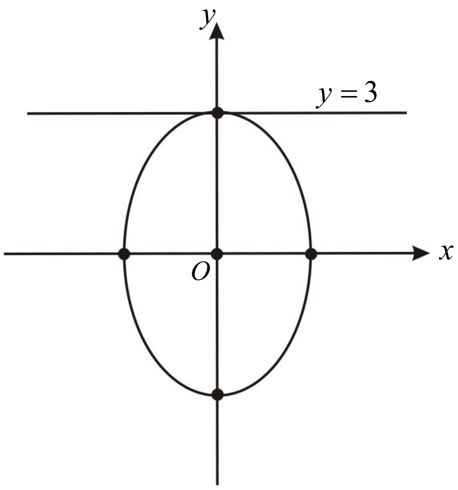


2- د $9x^2+4y^2=36$ الپس او د $y=3$ مستقیم خط یو بل په څو ټکو کې قطع کوي؟

حل:

$$9x^2+4y^2=36$$
$$9x^2+4(3)^2=36$$
$$9x^2+36=36 \Rightarrow 9x^2=0 \Rightarrow x=0$$

ویلای شو چې د $y=3$ خط له بیضوي سره مماس دی او له بیضوي سره د تماس ټکی یې عبارت دی له $(0,3)$ څخه.



3- د $y=x$ خط او $x^2-2y^2=4$ هایپربول د تقاطع ټکي پیداکړئ.

حل:

$$x^2-2y^2=4$$
$$y^2-2y^2=4$$
$$-y^2=4 \Rightarrow y^2=-4$$

څرنګه چې $y=x$ دی، نو:

معلومېږي چې y^2 یو منفي عدد دی، معادله حل نه لري؛ نو هایپربولا او $y=x$ خط یو بل نه قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

هرې پوښتنې ته څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه او کرښه ترې تا و کړئ.

1- که چيرې يوه مستوي يو مخروط په مايل ډول قطع کړي، نو د مستوي او مخروط د تقاطع ګډ فصل عبارت دی له:

(a) بيضوي (b دايره (c هايپربولا (d دوه متقاطع خطونه

2- د الپس محراقونه هغه ټکي دي چې د الپس له مرکز څخه:

(a) برابر و اټن ولري (b مختلف و اټنونه لري

(c د اوږده قطر نيمايي واټن لري (d د لنډ قطر نيمايي ده.

3- که چيرې M د الپس يو ټکی F او F' محراقونه او $2a$ داوږده قطر اوږدوالي وي، نو په دې صورت کې لرو چې:

$|MF|-|MF'|=2a$ (a $|MF|+|MF'|=a$ (b

(c) $|MF|+|MF'|=2a$ $|MF'|+|MF|=0$ (d

4- د الپس عن المرکزيت له لاندې کومې يوې رابطې څخه په لاس راځي:

$e=\frac{a}{c}$:(a (b) $e=\frac{c}{a}$ $e=\frac{b}{c}$:(c $e=\frac{c}{b}$:(d

5- په Ellips کې د لنډ قطر او محراقونو ترمنځ اړيکه عبارت ده له:

$a^2=b^2-e^2$ (a $a^2+b^2=c^2$ (b

$a^2=b^2+e^2$ (c (d) $a^2=b^2+c^2$

6- د $(y-k)^2=4p(x-h)$ په معادله کې $p>0$ سره وي، نو:

a) د پارابولا خوله پاس خواته خلاصه ده. b) دپارابولا خوله لاندې خواته خلاص ده

(c) دپارابولا خوله ښي خواته خلاص ده d) دپارابولا خوله کينې خواته خلاص ده.

7- د $(x+1)^2=8(y-2)$ د پارابولا معادله په پام کې ونيسئ. دمحراق وضعيه کميات يې عبارت دي له:

$F(-1,-2)$ (a (b) $F(-1,4)$ $F(-1,2)$ (c $F(-4,-1)$ (d

8- که چيرې F او F' د هايپربولا محراقونه وي، د p ټکی په کوم شرط د هايپربولا د محيط يو ټکی کيدلای شي؟

$|PF|+|PF'|=2a$ (a $|PF|-|PF'|=a$ (b

(c) $|PF|-|PF'|=2a$ $|PF|-|PF'|=0$ (d

9: د $y=x^2$ د پارابولا ګراف متناظر دی نظر:

(a) د y محور ته b) د x محور ته

c) د x او y محورونو ته c) د وضعيه کمياتو مبدا ته

10: په لاندې ځوابونو کې کوم يو د هايپربولا عن المرکزيت ښيي؟

$e<1$ (a $e=1$ (b (c) $e>1$ $e=-1$ (d

(c) ketabton.com: The Digital Library

11: د $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ د بيضوي د اوږده قطر موقعيت:

a) د y پر محور باندې دی.　　(b) د x پر محور باندې دی.

c) د x پر محور عمود دی.　　d) د y له محور سره موازي دی.

12: په يوه مستوي کې د ټولو هغو ټکو هندسي محل چې له يوه ثابت ټکي څخه مساوي فاصلې لري. په څه نوم يادېږي؟

a) کره　　(b) دایره　　c) پارابولا　　d) بيضوي

13: د $y^2=-4(x+2)$ پارابولا د راس مختصات عبارت دی له:

a) $(2,4)$　　b) $(4,2)$　　c) $(2,0)$　　(d) $(-2,0)$

14: د $4x^2+4y^2+8y+3=0$ معادله عبارت ده له:

(a) دايرې　　b) بيضوي　　c) پارابولا　　d) هايپربولا

15: د $y=2x$ مستقيم خط د $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{9}=1$ هايپربولا په څو ټکو کې قطع کوي؟

حل:

$$\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{9}=1 \Rightarrow \frac{9(x-1)^2-4(y-2)^2}{36}=1 \;/\cdot 36$$
$$9(x-1)^2-4(y-2)^2=36 \Rightarrow 9(x^2-2x+1)-4(y^2-4y+4)=36$$
$$9x^2-18x+9-4y^2+16y-16=36$$
$$9x^2-4y^2-18x+16y-7-36=0$$
$$9x^2-4(2x)^2-18x+16(2x)-43=0$$
$$9x^2-16x^2-18x+32x-43=0$$
$$-7x^2+14x-43=0 \;/(-1) \Rightarrow 7x^2-14x+43=0$$
$$\Delta=b^2-4ac=196-4\cdot 7\cdot 43=196-1204=-1008$$

معلومېږي چې $\Delta<0$ ده او معادله په حقيقي عددونو کې حل نه لري؛ نو د $y=2x$ خط له هايپربولا سره هېڅ ګډ ټکی نه لري.

16: د $2y=3x$ مستقيم خط د $2y^2-6y+5x-12=0$ منحني په څو ټکو کې قطع کوي؟

حل:

$$2y=3x \Rightarrow y=\frac{3}{2}x$$
$$2y^2-6y+5x-12=0$$
$$2(\frac{3}{2}x)^2-6\cdot\frac{3}{2}x+5x-12=0$$
$$2\cdot\frac{9}{4}x^2-9x+5x-12=0$$
$$\frac{9}{2}x^2-4x-12=0 \;/\cdot 2$$
$$9x^2-8x-24=0$$
$$\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=64-4(9)(-24)=64+864=928$$

څرنګه چې $\Delta>0$ ده؛ نو نوموړی مستقيم خط هايپربولا په دو و ټکو کې قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

17 : لاندې معادلې په پام کې ونیسئ، لومړی هغه په معیاري ډول ولیکئ، بیا یې ګرافونه رسم کړئ.

$a)\ x^2+4y^2=4$ $\qquad$ $b)\ 9x^2+2y^2=15$

$c)\ 16x^2-96x+9y^2+90y+225=0$ $\qquad$ $d)\ x^2+12x-120y+288=0$

حل a):

$$a)\ x^2+4y^2=4 \quad / \div 4$$

$$\frac{x^2}{4}+y^2=1$$

پورتنی معادله د هغې بیضوي معادله ده چې مرکز یې په مبدا کې او محراقي محور یې د x محور دی. د ګراف د رسمولو لپاره مرکز، محراقونه، اوږد قطر او لنډ قطر پیدا کوو:

$$a^2=4 \ ,\ \ a=\pm 2 \ ,\ \ A(2,0) \ ,\ \ A'(-2,0)$$

$$b^2=1 \ ,\ \ b=\pm 1 \ ,\ \ B(0,1) \ ,\ \ B'(0,-1)$$

$$a^2=b^2+c^2 \quad \Rightarrow \quad c^2=a^2-b^2$$

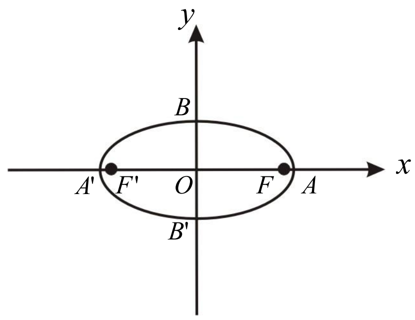
$$c^2=4-1=3 \ \Rightarrow \ c=\pm\sqrt{3}=\pm 1.73$$

$$\left.\begin{array}{l} F(c,0)=F(\sqrt{3},0) \\ F'(-c,0)=F'(-\sqrt{3},0) \end{array}\right\}$$ محراقونه

د اوږده قطر اوږدوالي $|AA'|=2a=2\cdot 2=4$

د لنډ قطر اوږدوالي $|BB'|=2a=2\cdot 1=2$

د محراقونو ترمنځ واټن(فاصله) $|FF'|=2c=2\sqrt{3}$



حل b):

$$b)\ 9x^2+2y^2=15$$

$$9x^2+2y^2=15 \ / \div 15$$

$$\frac{9x^2}{15}+\frac{2y^2}{15}=1 \ \Rightarrow \ \frac{\frac{9}{9}x^2}{\frac{15}{9}}+\frac{\frac{2}{2}y^2}{\frac{15}{2}}=1 \ \Rightarrow \ \frac{x^2}{1.666}+\frac{y^2}{7.5}=1$$

پورتنی معادله د الپس معادله ده، نو څرنګه چې محراقونه د y پر محور باندې دي، د ګرافونو د رسمولو لپاره د الپس محراقونه پیدا کوو:

$$a^2=7.5 \ \Rightarrow \ \boxed{a=\pm 2.73}$$

$$b^2=1.66 \ \Rightarrow \ \boxed{b=\pm 1.28}$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=7.5-1.66=5.84 \ \Rightarrow \ \boxed{c=\pm 2.41}$$

$$\left.\begin{array}{l} A(0,a)=A(0,2.73) \\ A'(0,-a)=A'(0,-2.73) \end{array}\right\}$$ د اوږده قطر راسونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l} B(b,0)=B(1.28,0) \\ B'(-b,0)=B'(-1.28,0) \end{array}\right\}$$ د لنډ قطر راسونه

$$\left.\begin{array}{l} F(0,c)=F(0,2.41) \\ F'(0,-c)=F'(0,-2.41) \end{array}\right\}$$ د محراقونو مختصات

معلومېږي چې $A \neq B$ او يو شان علامې لري؛ نو پورتنی معادله د يوې بيضوي معادله ده، د ګراف رسم دې د زده‌کوونکو په واسطه وشي.

حل c):

$$\begin{aligned}
c)\ & 16x^2-96x+9y^2+90y+225=0 \\
& 16(x^2-6x)+9(y^2-10y)+225=0 \\
& 16(x^2-6x+9-9)+9(y^2-10y+25-25)+225=0 \\
& 16(x-3)^2-144+9(y-5)^2-225+225=0 \\
& 16(x-3)^2+9(y-5)^2=144 \\
& \frac{16(x-3)^2}{144}+\frac{9(y-5)^2}{144}=1 \\
& \frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-5)^2}{16}=1
\end{aligned}$$

خرنګه چې د $(y-5)^2$ مخرج لوی دی؛ نو د بيضوي محراقي محور د y له محور سره موازي دی.

$(h,k)=(3,5)$ د بيضوي مرکز

$a^2=16\ ,\quad a=\pm 4 \qquad A(h,k+a)=A(3,5+4)=A(3,9)$

$b^2=9\ ,\quad b=\pm 3 \qquad A'(h,k-a)=A'(3,5-4)=A'(3,1)$

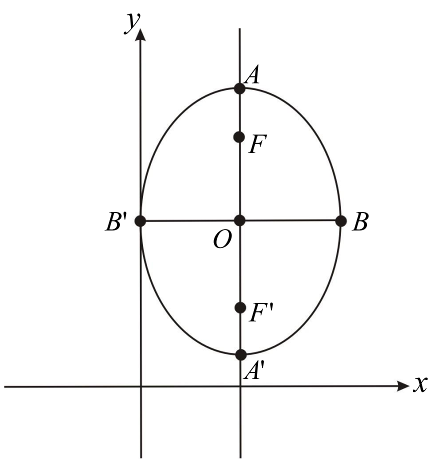
$B(h+b,k)=B(3+3,5)=B(6,5)$

$B'(h-b,k)=B'(3-3,5)=B'(0,5)$

$c^2=a^2-b^2=16-9=7=7\ ,\quad c=\pm\sqrt{7}$

$F(h,k+c)\quad ,\quad F(3,5+\sqrt{7})$

$F'(h,k-c)\quad ,\quad F'(3,5-\sqrt{7})$



(c) ketabton.com: The Digital Library

حل d):

$$d)\ x^2+12x-120y+288=0$$
$$x^2+12x+36-36-120y+288=0$$
$$(x+6)^2-120y+252=0$$
$$(x+6)^2=120y-252$$
$$(x+6)^2=120(y-2.1)$$

$h=-6\quad,\quad k=2.1\qquad S(h,k)=(-6,2.1)$ د پارابولا راس

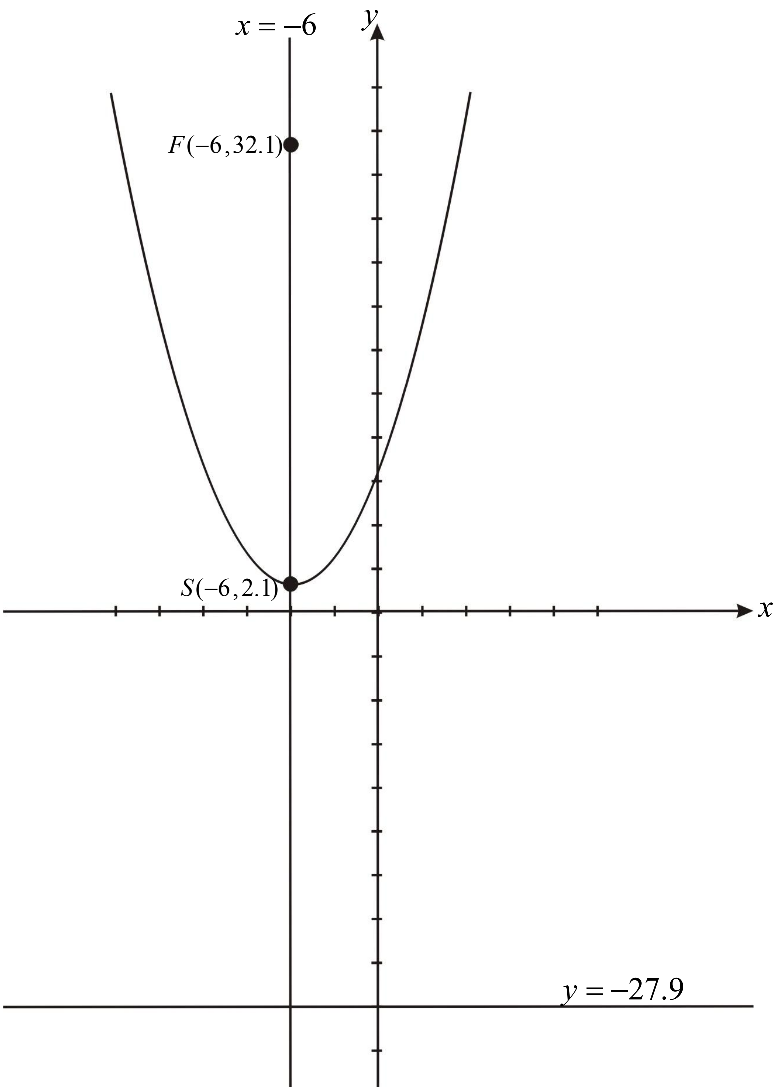
$4P=120\ \Rightarrow\ P=30$

څرنګه چې $P>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده.

$F(h,k+p)=F(-6,2.1+30)=F(-6,32.1)$ د پارابولا محراق

$y=k-p=2.1-30=-27.9$ د مؤجه خط معادله

$x=h=-6$ د تناظر محور



(c) ketabton.com: The Digital Library

18: د لاندې قیمتونو له مخې د هرې یوې بیضوي معادله پیدا کړئ:

a) $(0,0)$ مرکزي مختصه، $a=-2$ او $e=0.75$ دي او لوی قطر یې د y پر محور باندې پروت دی.

b) $(0,0)$ مرکزي مختصه، $b=64$ $e=0.5$ دي او لوی قطر یې د x پر محور باندې پروت دی.

حلa: که چیرې د لوی قطر نیمایي a وي؛ نو :

$$a=2 \quad , \quad e=\frac{c}{a}=0.75=\frac{3}{4} \quad , \quad c=a\cdot e=2\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$$

$$a^2=b^2+c^2 \quad \Rightarrow b^2=a^2-c^2$$

$$b^2=4-\frac{9}{4}=\frac{16-9}{4}=\frac{7}{4}$$

$$\boxed{\frac{x^2}{\frac{7}{4}}+\frac{y^2}{4}=1}$$

حلb:

$$e=0.5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$c^2=a^2-b^2 \quad \Rightarrow b^2=a^2-c^2 \quad , \quad b^2=a^2-a^2e^2$$

$$b^2=a^2(1-e^2) \ , \quad (64)^2=a^2\cdot(1-\frac{1}{4})=a^2(\frac{4-1}{4})$$

$$(64)^2=a^2(\frac{3}{4}) \quad \Rightarrow a^2=\frac{4}{3}(64)^2=\frac{(2\cdot 64)^2}{3}$$

$$\frac{x^2}{\frac{4\cdot(64)^2}{3}}+\frac{y^2}{(64)^2}=1$$ یا د بیضوي معادله $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

19: له لاندې معادلو څخه د بیضوي ټولې اجزاوې پیدا کړئ.

a) $4(x-1)^2+y^2=4$ b) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

حلa)

$$4(x-1)^2+y^2=4 \ / \div 4$$

$$(x-1)^2+\frac{y^2}{4}=1$$

څرنګه چې د y^2 مخرج لوی دی؛ نو د بیضوي محراقي محور(اوږد قطر) د y له محور سره موازي دی.

$$h=1 \quad , \quad k=0$$

د بیضوي مرکز $(h,k)=(1,0)$

$$a^2=4 \ \Rightarrow a=\pm 2$$

$$b^2=1 \ \Rightarrow b=\pm 1$$

$$c^2=a^2-b^2=4-1=3 \ \Rightarrow c=\pm\sqrt{3}$$

د بیضوي د اوږده قطر اوږدوالی $|AA'|=2a=2\cdot 2=4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بیضوي د لنډ قطر اوږدوالی $|BB'| = 2b = 2\cdot 1 = 2$

د بیضوي دکبیر قطر د راسونو مختصات $A(h,k+a) = (1,2)$, $A'(h,k-a) = (1,0-2) = (1,-2)$

د محراق مختصات $F(h,k+c) = (1,\sqrt{3})$, $F'(h,k-c) = (1,-\sqrt{3})$

د بیضوي د صغیر قطر د راسونو مختصات $\left.\begin{matrix}(h+b,k) = (1+1,0) = (2,0)\\ (h-b,k) = (1-1,0) = (0,0)\end{matrix}\right\}$

حل**b**)

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

بیا هم لیدل کېږي چې د y^2 مخرج لوی دی؛ نو د بیضوي محراقي محور د y له محور څخه عبارت دی.

$a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$

$b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2$

$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$

$c = \pm\sqrt{5}$

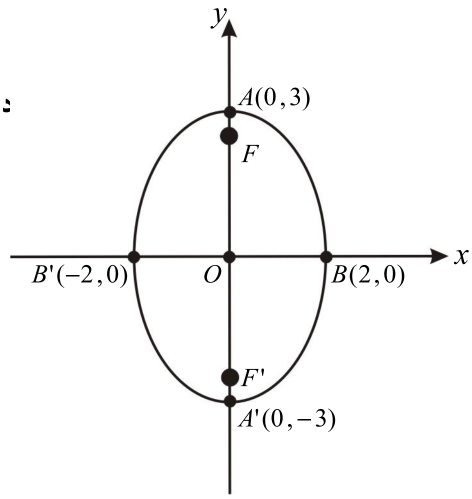
د بیضوي دکبیر قطر د راسونو مختصات $\left.\begin{matrix}A(0,a) = A(0,3)\\ A'(0,-a) = A'(0,-3)\end{matrix}\right\}$

د بیضوي د صغیر قطر د راسونو مختصات $\left.\begin{matrix}B(b,0) = (2,0)\\ B'(-b,0) = (-2,0)\end{matrix}\right\}$

دکبیر قطر اوږدوالی $|AA'| = 2a = 2\cdot 3 = 6$

د صغیر قطر اوږدوالی $|BB'| = 2b = 2\cdot 2 = 4$

د بیضوي د محراقونو مختصات $\left.\begin{matrix}F(0,c) = F(0,\sqrt{5})\\ F'(0,-c) = F'(0,-\sqrt{5})\end{matrix}\right\}$



20: د پارابولا لاندې معادلې لومړی په معیاري شکل ولیکئ او بیایې ګرافونه رسم کړئ.

a) $x^2 - 11y = 0$

b) $y^2 - 4y - 4x + 2 = 0$

حلa)

$x^2 - 11y = 0$

$x^2 = 4Py$

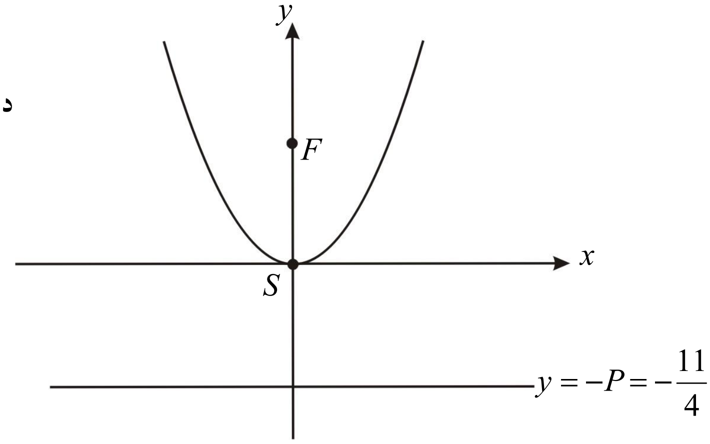
$x^2 = 11y \quad , \quad 4P = 11 \Rightarrow P = \frac{11}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خرنګه چې $P>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده او راس يې په مبدا کې واقع دی.

محراق $F(0,p)=F(0,\frac{11}{4})$

د مؤجه خط معادله $y=-P=-\frac{11}{4}$



حل b)

$y^2-4y-4x+2=0$

$y^2-4y+4-4-4x+20=0$

$(y-2)^2-4x+16=0$

$(y-2)^2=4x-16$

$(y-2)^2=4(x-4)$

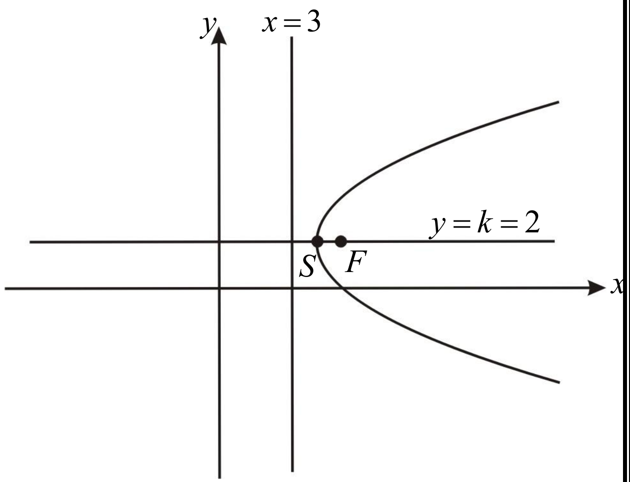
$4P=4\quad,\qquad P=1>0$

د پارابولا راس $S(h,k)=S(4,2)$

محراق $F(h+p,k)=F(4+1,2)=F(5,2)$

د مؤجه خط معادله $x=h-p=4-1=3$

د تناظري محور معادله $y=k=2$



21: د هایپربولا لاندې هره یوه معادله په معیاري ډول واړوئ:

a) $4x^2-y^2-8y-32=0$

b) $2y^2+4y-x^2+10x-25=0$

حل a)

$4x^2-y^2-8y-32=0$

$-y^2-8y+4x^2-32=0\ /\cdot(-1)$

$y^2+8y-4x^2+32=0$

$y^2+8y+16-16-4x^2+32=0$

$(y+4)^2-4x^2+16=0$

$(y+4)^2-4x^2=-16\ \ /\div(-16)$

$$\boxed{\frac{x^2}{4}-\frac{(y+4)^2}{16}=1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b)

$$2y^2+4y-x^2+10x-25=0$$
$$2(y^2+2y)-(x^2-10x)-25=0$$
$$2(y^2+2y+1-1)-(x^2-10x+25-25)-25=0$$
$$2(y+1)^2-2-(x-5)^2+25-25=0$$
$$2(y+1)^2-(x-5)^2-2=0$$
$$2(y+1)^2-(x-5)^2=2 \ \ /\div 2$$
$$\boxed{(y+1)^2-\frac{(x-5)^2}{2}=1}$$

22: د هغې هایپربولا معادله پیدا کړئ چې $(-4,0)$ او $(4,0)$ د راسونو مختصات او $y=\pm\frac{5}{4}x$ د مجانبونو معادلې وي.

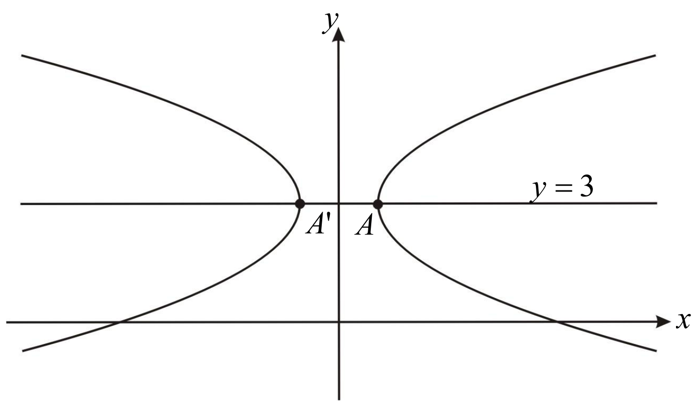
حل پوهېږو چې د مجانبونو عمومي معادله $y=\pm\frac{b}{a}x$ ده، هغه وخت چې د هایپربولا متقاطع محور د x له محور سره موازي وي.

$$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\frac{5}{4}x \ \Rightarrow\ a=4 \ ,\ \ b=5$$
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{یا} \quad \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$$

23: د هغې هایپربولا معادله پیدا کړئ چې $(-1,3)$، $(1,3)$ د راسونو مختصات او محراقي اوږدوالی یې 4 واحده وي.

حل:

$$h=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{1-1}{2}=0 \quad , \quad k=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{3+3}{2}=3$$
$(h,k)=(0,3)$ د هایپربولا مرکز
$$|FF'|=2c=4 \ \Rightarrow\ c=2$$
$$|AA'|=\sqrt{(1+1)^2+(3-3)^2}=2a$$
$$\sqrt{(2)^2}=2a \ \Rightarrow\ a=1$$
$$b^2=c^2-a^2=4-1=3 \ \Rightarrow\ b=\pm\sqrt{3}$$
$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-3)^2}{b^2}=1$$
$$\boxed{x^2-\frac{(y-k)^2}{3}=1}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

24: د $y=2x$ مستقیم خط د $\frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{9}=1$ هایپربولا په څو نقطو کې قطع کوي؟

حل:

$$\frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{9}=1\ /\cdot(36)$$

$$9(x+1)^2-4(y-2)^2=36 \ \Rightarrow\ 9(x^2+2x+1)-4(y^2-4y+4)=36$$

$$9x^2+18x+9-4y^2+16y-16=36$$

$$9x^2+18x+9-4(2x)^2+16(2x)-16=36$$

$$9x^2+18x+9-16x^2+32x-16=36$$

$$-7x^2+50x-7=36 \ \Rightarrow\ -7x^2+50x-43=0\ \ /\cdot(-1)$$

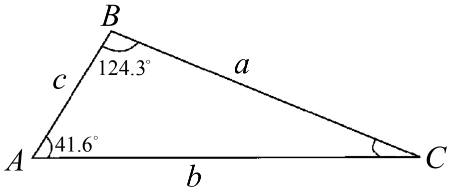
$$7x^2-50x+43=0$$

$$\Delta=b^2-4ac \ \Rightarrow\ \Delta=2500-4\cdot7\cdot43 \ ,\ \Delta=2500-1204=1296$$

$$\Delta=1296>0$$

څرنګه چې $\Delta>0$ ده؛ نو $y=2x$ خط هایپربولا په دوو نقطو کې قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

د ساین قانون(Law of sine)

د درسي کتاب (49) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د یوې زاویې د ساین د قانون په مفهوم پوه شي. • د دوو ضلعو او یوې زاویې او یا د دوو زاویو او یوې ضلع د لرلو په صورت کې د مثلث نورې اجزاوې پیدا کړای شي. • په هر مثلث کې د ساین قانون ثبوت کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره په خپل ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د هر لوست اړونده د شکلونو چارټونه په داسې رنګ چې ولیدل شي، د ورودي پوښتنې چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې څخـه وروسـته د ورودي پوښتنې چـارټ د ټـولګي پـه مخ کې وځړوئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغه د حل په اړه فکر وکړي. په هغه صورت کې چې زده‌کوونکي ونشي کولای پوښتنې ته ځواب ورکړي، د فعالیت د اجـرا او د ساین د قضیې له ثبوتولو څخه وروسته ورودي پوښتنه حل کړئ.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي، تر څو د کتاب 49 مخ فعالیت سرته ورسوي. د فعالیت په پـای کې د یوې ډلې استازی دې خپل ډلهییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

د زده‌کوونکو د تېروتنې په صورت کې ښوونکی دې د کتاب 49 مخ له دویم چارټ څخه په‌کار اخېستنې سـره د سـاین قـانون زده‌کوونکو ته په پوره برخه ورکولو سره ثبوت کړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

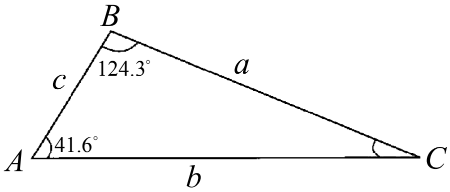
ښوونکی دې لوست ته د لاښه تحکیم لپاره د کتاب 51 مـخ لـومړی مثـال د پوښـتنې او ځـواب پـه توګـه حـل کـړي.(د کتـاب د نوموړي مخ د مثلث د شکل چارټ دې د ټولګي په مخې کې وځړوي.)

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتي:

1. له یوه زده‌کوونکي څخه دې پوښتنه وشي چې د ساین قضیه کومه موضوع بیانوي او فورمول دې ولیکي؟
2. بل زده‌کوونکی دې راوغواړي، تر څو د $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ تناسب له مخې د b ضلعې اوږدوالی پیدا کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

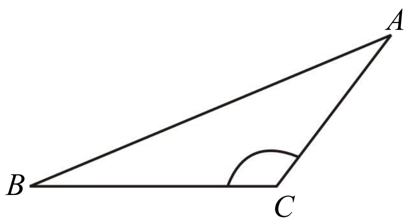


دویم څپرکی: مثلثات

د ساین د قضیې ثبوت په منفرج‌الزاویه مثلث کې

د درسي کتاب (50) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

<table>
<tr><td>1- د زده کړې موخې
- پوهنیزه
- مهارتي
- ذهنیتي</td><td>زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې:
• په منفرج‌الزاویه مثلث کې د ساین د قانون پر مفهوم پوه شي.
• د دوو ضلعو او یوې زاویې او یا یوې ضلعې او دوو زاویو په لرلو سره د مثلث نورې اجزاوې پیدا کړي.
• په ټولنه کې له دې موضوع سره د مخامخ کېدو په صورت کې ستونزه حل کړای شي.
• د پورته پوهې او مهارت په لاس ته راوړلو سره د ریاضي له پوهې سره علاقه پیدا کړي.</td></tr>
<tr><td>2- د زده کړې لارې:</td><td>پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار</td></tr>
<tr><td>3- مرستندویه مواد:</td><td>د کتاب د 50 او 52 مخونو چارټونه</td></tr>
<tr><td>4- د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)</td><td>ښاغلی ښوونکی دې د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د منفرج‌الزاویه مثلث چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوي او له زده‌کوونکو څخه دې پوښتنه وکړي چې ایا کولای شئ د ساین قضیه په منفرج‌الزاویه ملث کې ثبوت کړئ.

ښوونکی دې زده‌کوونکو ته د فکر کولو وخت ورکړي او زده‌کوونکي دې ځواب ووایي.</td></tr>
</table>

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی: په هغه صورت کې چې زده‌کوونکي سم ځواب ونشي ویلای، د 50 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخکې وځروئ او په لنډ ډول د a او b په غزېدلو ضلعو باندې په ترتیب سره د $\overline{AD}$ او $\overline{CE}$ ارتفاعګانې رسم او د چارټ په مخ یې وښیاست، وروسته د پوښتنې او ځواب په طریقه(د زده‌کوونکو په ګډون) د ساین رابطه چې له $\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$ څخه عبارت ده په لاس راوړئ.

ښوونکی دې د کتاب د 52 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخکې وځروي.

ښوونکې دې له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړي چې د نوموړي مخ دویم مثال پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړي چې په انفرادي ډول(د کتاب د حل له لیدو پرته) په خپلو کتابچو کې حل کړي. په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکي دې خپل حل نورو زده‌کوونکو ته واضح کړي، که چیرې دده په حل کې تېروتنه ولیدل شي، بل زده‌کوونکی دې راوغواړي، ترڅو د هغه تېروتنه رفع کړي.

ښوونکی دې د فعالیت په ترڅ کې زده‌کوونکي وڅاري چې له کتاب څخه کار وانخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د ښه تحکیم لپاره د کتاب 52 مخ دویم چارټ د ټولګي په مخکې وځړوي او زده‌کوونکي دې په مناسبو ډلو وویشي. چې د نوموړي مخ دریم مثال یو د بل سره په مشوره حل کړي(ښوونکی دې د هغو زاویو ساین چې زده‌کوونکي ورته اړتیا ولري ووایي.)

ښوونکی دې زده‌کوونکو ته اجازه ورنه کړي چې د فعالیت د اجرا په ترڅ کې کومه ډله له کتاب څخه کار واخلي.

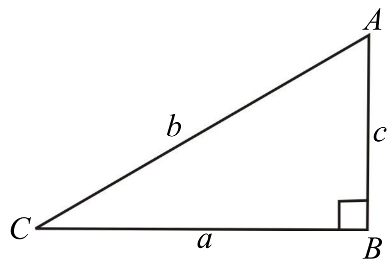
7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. ایا په قایم‌الزاویه، حاده‌الزاویه او منفرج‌الزاویه مثلثونو کې د یوه مثلث د زاویو او ضلعو ترمنځ اړیکه توپیر لري او که نه؟ هغه اړیکه ولیکئ؟
2. په یوه متساوي‌الساقین قایم‌الزاویه مثلث کې، که چیرې یوه ضلع یې $10cm$ اوږدوالی ولري، د مثلث زاویې او ضلعې حساب کړئ؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

د ساین د قانون ثبوت په قایم الزاویه مثلث کې:



$$\sin A = \frac{a}{b} \quad \Rightarrow b = \frac{a}{\sin A} \quad \ldots (1)$$

$$\sin C = \frac{c}{b} \quad \Rightarrow b = \frac{c}{\sin C} \quad \ldots (2)$$

$$\sin B = \frac{b}{b} \quad \Rightarrow b = \frac{b}{\sin B} \quad \ldots (3)$$

د (1)، (2) او (3) اړیکو له پرتله‌کولو څخه لرو چې:

$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}}$$

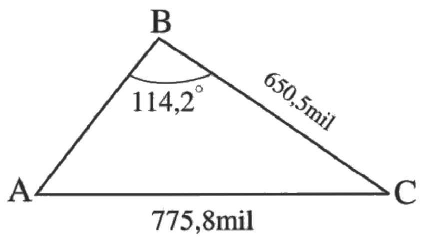
9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. که چیرې د یوه مثلث د ضلعو اوږدوالی $a = 8$, $b = 5$ او $c = 10$ واحده وي، د B د زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: پورتنی پوښتنه د ساین له قانون څخه په کار اخیستنې نه حل کېږي. ولې دغه پوښتنه د کوساین له قانون څخه په کار اخیستلو سره حلېږي، چې تراوسه زده‌کوونکو نه دی لوستی. یوازې دغه پوښتنه د زده‌کوونکو د ارزونې لپاره په پام کې نیول شوې ده، چې ایا زده‌کوونکي موضوع ته متوجه کېږي او که نه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. لاندې شکل په پام کې ونیسئ د A او B د بناړونو ترمنځ واټن پیدا کړئ؟



حل: د ساین د قانون په پام کې نیولو سره لرو:

$a = 650.5mil$

$b = 775.3mil$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\sin A = \frac{a \sin B}{b} = \frac{650.5 \cdot \sin 114.2^\circ}{775.8} = \frac{650.5 \cdot 0.9121}{775.8} = \frac{593.33}{775.8} = 0.765$$

$$A = arc \sin 0.764 = 49.9^\circ$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (49.8 + 114.2) = 180^\circ - 164^\circ = 16^\circ$$

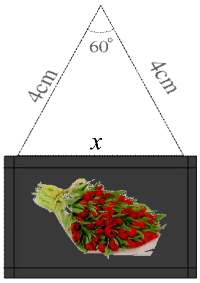
$$\boxed{\hat{C} = 16^\circ}$$

$$c = \overline{AB} = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{775.8 \cdot \sin 16^\circ}{\sin 114.2^\circ} = \frac{775.8 \cdot 0.27}{0.9121}$$

$$c = \overline{AB} = \frac{209.46}{0.9121} = 229.6mil$$

$$\boxed{c = 229.6mil}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

د کوساین قانون(Law of cosine)

د درسي کتاب (55) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د کوساین قانون او د هغه په فورمول پوه شي. • د یوې زاویې او دوو مجاورو ضلعو په لرلو سره د مثلث دریمه ضلع پیدا کړي، همدارنګه د مثلث د دوو مجاورو ضلعو په لرلو سره د هغو ضلعو ترمنځ زاویه پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې د شکل چارټ او د کتاب 55، 57 او 58 مخونو د شکلونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي پوښتنې چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او ورودي پوښتنه وپوښتئ، ترڅو زده‌کوونکي د هغه په اړه فکر وکړي او خپل نظر ووایي که چیرې د حل لاره پیدا نشي کړای. د فعالیت د سرته رسولو په پایله کې به وکولای شي چې حل یې کړي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د کتاب 55 مخ دویم چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ.
- زده‌کونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د ډلو د فعالیت د اجراکولو د بهیر څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او له ضعیفو ډلو سره مرسته او لارښوونه وکړئ.
- د فعالیت په پای کې دې د یوې ډلې استازی خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته د تختې پر مخ توضیح کړي. که چیرې توضیح یې سمه او فعالیت یې صحیح سرته رسولی وي، نورې ډلې دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي.
- د کتاب 57 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه د زده‌کوونکو په واسطه حل کړئ.
- یوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې د درسي کتاب 57 مخ دویم مثال پر تخته حل کړي. په عین وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي.(له کتاب څخه کار وانه خلي). په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو ته توضیح کړي، که چیرې سم حل شوی وي، نور زده‌کوونکي دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم لپاره د کتاب 57 مخ دریم مثال د پوښتنې او ځواب پر طریقه په زده‌کوونکو باندې حل کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

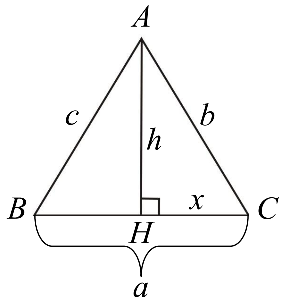
7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. یوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې څلورم مثال پر تخته حل کړي.
2. له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ ترڅو د کوساین قضیه بیان کړي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د کتاب د 56 مخ د فعالیت اړونده رابطو ثبوت: د AHC په قایم‌الزاویه مثلث کې لرو:



$$\overline{AH}^2 = h^2 = \overline{AC}^2 - \overline{HC}^2 = b^2 - x^2$$

همدارنګه په نوموړي مثلث کې:

$$c^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2$$
$$\overline{BH} = a - x$$

نو:

$$c^2 = (a-x)^2 + h^2$$
$$c^2 = (a-x)^2 + b^2 - x^2$$
$$c^2 = a^2 - 2ax + x^2 + b^2 - x^2$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ax$$

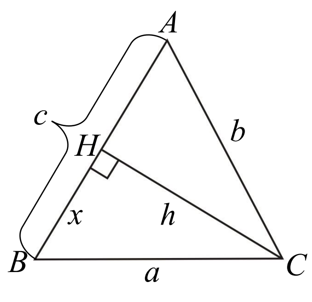
د AHC په مثلث کې:

$$\cos C = \frac{x}{b} \;\Rightarrow\; x = b\cos C$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b\cos C$$
$$2ab\cos C = a^2 + b^2 - c^2$$
$$\boxed{\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}}$$

اوس غواړو چې $\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ رابطه په لاس راوړو.

د BHC په مثلث کې لرو چې: $h^2 = a^2 - x^2$

له بلې خوا د AHC په مثلث کې لرو:



$$b^2 = h^2 + (c-x)^2$$
$$b^2 = h^2 + c^2 - 2cx + x^2$$

په پورتني رابطه کې یې د h پر ځای قیمت وضع کوو:

$$b^2 = a^2 - x^2 + c^2 - 2cx + x^2$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2cx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

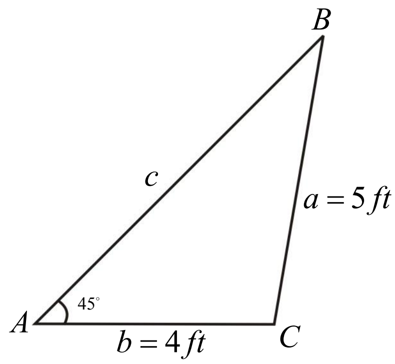
د BHC په مثلث کې:

$$\cos B=\frac{x}{a}\quad\Rightarrow\quad x=a\cos B$$
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$$
$$-2ac\cos B=b^2-a^2-c^2$$
$$2ac\cos B=a^2+c^2-b^2$$
$$\boxed{\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. که چیرې د ABC په مثلث کې $b=4ft\,,\,a=5ft$ او $A=45^\circ$ وي، د مثلث نامعلومې ضلعې او زاویې پیدا کړئ.

حل:

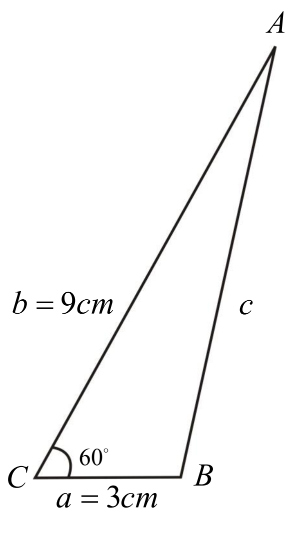


$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}\quad\Rightarrow\quad\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{4\cdot\sin 45^\circ}{5}$$
$$\sin B=\frac{4\cdot 0.707}{5}=\frac{2.828}{5}=0.565$$
$$\hat{B}=\sin^{-1}0.565\quad\Rightarrow\quad\boxed{\hat{B}=34.4^\circ}$$

$$\hat{C}=180^\circ-(\hat{A}+\hat{B})=180^\circ-(45^\circ+34.4^\circ)=180^\circ-79.4^\circ=100.6^\circ\quad\Rightarrow\quad\boxed{\hat{C}=100.6^\circ}$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=25+16-2\cdot5\cdot4\cos100.6^\circ$$
$$c^2=41-40(-0.1839)=41+7.356=48.356$$
$$\boxed{c=6.953ft}$$

2. که چیرې په یوه مثلث کې $a=3cm$ او $b=9cm$ او د دوی ترمنځ زاویه 60° وي، د c د ضلعې اوږدوالی پیدا کړئ؟

حل:



$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$
$$c^2=9+81-2\cdot3\cdot9\cos60^\circ$$
$$c^2=90-54\cdot\frac{1}{2}=90-27=63$$
$$\boxed{c=7.93cm}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د تانجنټ قانون(Law of tangent)

د درسي کتاب (59) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د تانجنټ په قانون پوه شي. • له نوموړي قانون څخه په کار اخېستنې سره نامعلومې زاویې او نامعلومې ضلعې پیدا کړای شي. • له پورته پوهې او مهارت څخه خوښې ښکاره کړي او د ریاضي له زده کړې سره علاقمند شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې اړوند د تانجنټ د فورمول چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته هغه چارټ چې د $\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}}$ فورمول په کې لیکل شوی دی،د ټولګي په مخکې وځړوی او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغې په اړه خپل نظرونه ووایي. په هغه صورت کې چې سم ځواب ونشي ویلای، په لنډه توګه ورته ووایاست، د لوست بهیر په لاندې ډول پیل کړی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، چې د کتاب 59 مخ فعالیت د یو بل سره په مشوره سرته ورسوي، د زده‌کوونکو د ډله‌ییز فعالیت له اجراکولو څخه څارنه وکړئ. فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ.

ښاغلی ښوونکی تاسې باید د تانجنټ قانون ثبوت مخکې له مخکې لوستی وي، ترڅو وکولای شئ د زده‌کوونکو له ډلو سره مرسته وکړئ. البته د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته زده‌کوونکي د تانجنټ قانون هم په ډلو کې ثبوتوي، چې له دې قانون څخه په کار اخېستنې سره کولای شو د یو مثلث نامعلومې ضلعې او یا نامعلومې زاویې پیدا کړو.

باید په پام کې ولرئ چې د پورتني فعالیت د سرته رسولو پراوونه دې د یوې ډلې د استازي په مرسته پر تخته توضیح شي او ښوونکی دې مرسته ورسره وکړي.

ښاغلی ښوونکی د کتاب 60 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه پر یوه زده‌کوونکي باندې حل کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی تې لوست ته د تحکیم ورکولو لپاره د ضرب او تحویل رابطې یعنې $\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cdot\cos\frac{A-B}{2}$ او $\sin A-\sin B=2\cos\frac{A+B}{2}\cdot\sin\frac{A-B}{2}$ د زده‌کوونکو په واسطه پر تخته‌کار و کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده‌کړی دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتي:

1. څوک د تانجنټ قانون ویلای شي؟
2. که چیرې $B=30^\circ$, $A=60^\circ$ او د مثلث یوه ضلع $b=5cm$ وي، له تانجنټ د قانون څخه په‌کار اخیستنې سره د نوموړي مثلث a ضلع پیدا کړئ؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

دکتاب د 60 مخ فعالیت اړوندو رابطو ثبوت:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=D$$

$$\frac{a}{\sin A}=D \quad\Rightarrow\quad a=D\sin A \ \dots\ 1$$

$$\frac{c}{\sin C}=D \quad\Rightarrow\quad c=D\sin C \ \dots\ 2$$

د 1 او 2 رابطې یو ځلې خوا په خوا جمع او بیا تفریق کوو:

$$c+a=D\sin C+D\sin A=D(\sin C+\sin A)\ \dots\ 3$$

$$c-a=D\sin C-D\sin A=D(\sin C-\sin A)\ \dots\ 4$$

دریمه اړیکه پر څلورمې اړیکې باندې وېشو:

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{D(\sin C+\sin A)}{D(\sin C-\sin A)}=\frac{\sin C+\sin A}{\sin C-\sin A}\ \dots\ 5$$

د ضرب او تحویل له فورمول څخه د $\sin C-\sin A, \sin C+\sin A$ قیمتونو په 5 اړیکه کې وضع کوو.

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{2\sin\frac{C+A}{2}\cdot\cos\frac{C-A}{2}}{2\cos\frac{C+A}{2}\cdot\sin\frac{C-A}{2}}=\frac{\sin\frac{C+A}{2}}{\cos\frac{C+A}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{C-A}{2}}{\sin\frac{C-A}{2}}$$

$$\frac{c+a}{c-a}=\tan\frac{C+A}{2}\cdot\cot\frac{C-A}{2}$$

څرنګه چې $\cot\frac{C-A}{2}=\frac{1}{\tan\frac{C-A}{2}}$ دی؛ نو:

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{\tan\frac{C+A}{2}}{\tan\frac{C-A}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس $D = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ وضع کړو لرو چې:

$b = D\sin B \;\ldots\; 1$

$c = D\sin C \;\ldots\; 2$

$b + c = D\sin B + D\sin C = D(\sin B + \sin C) \;\ldots\; 3$

$b - c = D\sin B - D\sin C = D(\sin B - \sin C) \;\ldots\; 4$

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{D(\sin B + \sin C)}{D(\sin B - \sin C)} = \frac{2\sin\frac{B+C}{2}\cdot\cos\frac{B-C}{2}}{2\cos\frac{B+C}{2}\cdot\sin\frac{B-C}{2}} = \frac{\sin\frac{B+C}{2}}{\cos\frac{B+C}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{B-C}{2}}$$

$$\frac{b+c}{b-c} = \tan\frac{B+C}{2}\cdot\cot\frac{B-C}{2} = \frac{\tan\frac{B+C}{2}}{\tan\frac{B-C}{2}} \;\Rightarrow\; \frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan\frac{B+C}{2}}{\tan\frac{B-C}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د تانجنټ قانون(دویم مثال)

د درسي کتاب (63) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د ټانجنټ له قانون څخه په کار اخېستنې سره د یو مثلث ضلعې او زاویې پیداکړای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح (5 دقیقې)**	

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د سوال او ځواب په طریقه دکتاب د 61 مخ دویم مثال په ټولګي کې کار وکړئ.

د وخت د لرلو په صورت کې دکتاب 62 مخ د پوښتنو a جزء یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې دغه پوښتنه نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي.

په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل حل نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې دې ښوونکی مرسته ورسره وکړي. هغو زده‌کوونکو چې فعالیت یې په خپلو کتابچو کې سرته رسولی دی، خپل فعالیت دې د تختې له حل سره پرتله کړي د اړتیا په صورت کې دې په خپل فعالیت کې لازم اصلاحات راوړي.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې ورکړل شوو عناصرو له مخې د مثلث نامعلومې اجزاوې پیدا کړئ.

a) که چیرې $a=35ft$, $\hat{B}=60^\circ$, $\hat{C}=75^\circ$ وي.

b) که چیرې $\hat{\alpha}=45^\circ$, $b=37m$ او $\hat{\gamma}=75^\circ$ وي.

حل a)

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$$

$$\hat{A}=180^\circ-(\hat{B}+\hat{C})=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)$$

$$\hat{A}=180^\circ-135^\circ=45^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجنټ له قانون څخه په کار اخېستنې سره لرو:

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{\hat{A}+\hat{B}}{2}}{\tan\frac{\hat{A}-\hat{B}}{2}}=\frac{35+b}{35-b}=\frac{\tan\frac{45^\circ+60^\circ}{2}}{\tan\frac{45^\circ-60^\circ}{2}}=\frac{\tan 52.5}{\tan(-7.5)}=\frac{1.303}{-0.131}=-9.946$$

$$\frac{35+b}{35-b}=-9.946 \ \Rightarrow\ 35+b=-9.946(35-b)$$

$$35+b=-348.11+9.946b$$

$$b-9.946b=-348.11-35$$

$$-8.946b=-383.11$$

$$b=\frac{-383.11}{-8.946}=42.82$$

$$\boxed{b=42.82\,ft}$$

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{\tan\frac{C+A}{2}}{\tan\frac{C-A}{2}}$$

$$\frac{c+35}{c-35}=\frac{\tan\frac{75^\circ+45^\circ}{2}}{\tan\frac{75^\circ-45^\circ}{2}}=\frac{\tan 60^\circ}{\tan 15^\circ}=\frac{1.732}{0.267}=6.486$$

$$c+35=6.486(c-35)=6.486c-227.01$$

$$c-6.486c=-227.01-35 \ \Rightarrow\ -5.486c=-262.01 \ \Rightarrow\ c=\frac{-262.01}{-5.486} \ \Rightarrow\ \boxed{c=47.76\,ft}$$

حلb)

$\alpha=45^\circ \quad , \quad a=?$

$\gamma=75^\circ \quad , \quad b=?$

$\beta=?$

$b=37m$

$\beta=180^\circ-(\alpha+\gamma)$

$\beta=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\boxed{\beta=60^\circ}$

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{\alpha+\beta}{2}}{\tan\frac{\alpha-\beta}{2}} \ \Rightarrow\ \frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{45^\circ+60^\circ}{2}}{\tan\frac{45^\circ-60^\circ}{2}}=\frac{\tan 52.5}{\tan(-7.5)}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{a+37}{a-37}=\frac{1.303}{-0.131}=-9.946$$

$$a+37=-9.946(a-37)$$

$$a+37=-9.946a+368.002$$

$$a+9.946a=368.002-37=331.002$$

$$10.946a=331.002$$

$$a=\frac{331.022}{10.946}=30.24$$

$$\boxed{a=30.24m}$$

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{\tan\frac{\gamma+\alpha}{2}}{\tan\frac{\gamma-\alpha}{2}}$$

$$\frac{c+30.24}{c-30.24}=\frac{\tan\frac{75+45}{2}}{\frac{75-45}{2}}=\frac{\tan 60^\circ}{\tan 15^\circ}=\frac{1.739}{0.267}=6.513$$

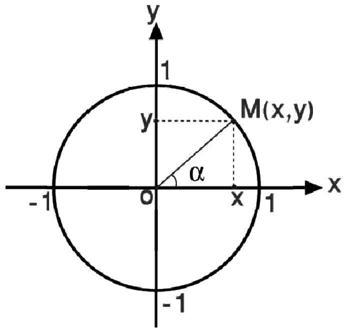
$$c+30.24=6.486(c-30.24)=6.486c-196.136$$

$$c-6.486c=-196.136-30.24 \quad \Rightarrow \ -5.486c=-226.376$$

$$c=\frac{-226.376}{-5.486}=41.26$$

$$\boxed{c=41.26m}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي مطابقونه

د درسي کتاب (63) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي مطابقت په مفهوم پوه شي. • د مثلثاتي مطابقتونو او مثلثاتي معادلو توپير وکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره د خوښۍ احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهييز کار
3- **مرستندويه مواد**:	د ورودي پوښتنې د شکل چارټ او دکتاب 64 مخ چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی دې د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي پوښتنه چې ايا $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ يو مطابقت دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه وپوښتي، ترڅو د هغه په اړه فکر وکړي. ورودي پوښتنه دکتاب 63 مخ د فعاليت له سرته رسولو څخه وروسته حلېږي. ځکه په فعاليت کې ثبوت کېږي چې $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ يو مطابقت دی.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډول وويشئ چې دکتاب 63 مخ فعاليت په ډلهييزه توگه سرته ورسوي، ددې فعاليت په سرته رسولو سره به د مطابقت په مفهوم پوه شي.

فعاليت داسې سرته رسول کېږي چې که چيرې د α قيمتونو په ترتيب سره د A او B په افادو کې وضع کړو معلوم به شي چې $A=B$ او يا $\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}=\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}$ کېږي، چې دا يو مطابقت دی.

ښاغلی ښوونکی د ډلهييز کار له سرته رسولو څخه وروسته ديوې ډلې استازی راوغواړي چې خپل فعاليت نورو ته توضيح کړي او تاسې مرسته ورسره وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دواړه چارټونه د ټولگي په مخ کې وځروئ او دکتاب 63 مخ په چارټ کې وښاياست چې د مثلثاتي دايرې شعاع يو واحد دی.

ښاغلی ښوونکی دکتاب 64 مخ له چارټ څخه په‌کار اخېستنې سره د $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ مطابقت د پوښتنې او ځواب په طريقه په داسې حال کې چې زده‌کوونکي په کې پوره ونډه ولري، ثبوت کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم لپاره د کتاب 65 مخ $1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$ او $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$ مطابقتونه یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې ثبوت کړي، په عین وخت کې دغه مطابقت نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې د $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \sec\alpha=\dfrac{1}{\cos\alpha}$ او $\csc\alpha=\dfrac{1}{\sin\alpha}$ چې اساسي مطابقتونه دي، له دې څخه په کار اخیستنې سره په خپلو کتابچو کې حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. مثلثاتي مطابقت څه ډول مثلثاتي افاده ده؟
2. څوک کولای شي چې د $\beta=90^\circ$ قیمت لپاره د $\dfrac{\cot\beta}{\csc\beta-1}$ افاده ساده کړي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

(د کتاب 65 مخ فعالیت)

$$1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$$

د $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ قیمت په پورتنی رابطه کې ږدو:

$$\frac{1}{1}+\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\csc^2\alpha \quad\Rightarrow\quad \frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\csc^2\alpha$$

څرنګه چې $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ دی؛ نو: $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=\csc^2\alpha$

له اساسي مطابتونو څخه پوهېږو چې د یوې زاویې کوسیکنټ د هغه زاویې د ساین له معکوس سره مساوي دی، نو:

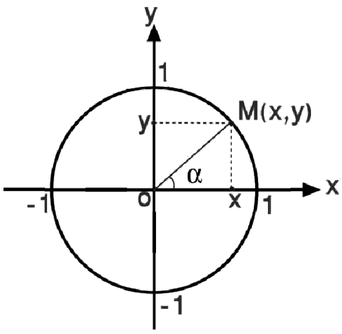
$$1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$$

اوس غواړو چې $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$ رابطه ثبوت کړو:

$$\cot\alpha=\frac{1}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

له اساسي مطابقت څخه پوهېږو چې: $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$؛ نو $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي مطابقونه

د درسي کتاب (65) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثالونو له حل څخه په کار اخېستنې سره له هغو سره ورته پوښتنې حل کړای شي. • د مثلثات له اساسي مطابقتونو څخه په کار اخېستنې سره مطابقتونه ثبوت او ورکړل شوې افادې ساده کړای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د لوست بهیر داسې پیل کړئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې ددې عنوان د فعالیت په اړه په تېر لوست کې درته لاربښوونه شوې ده.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د کتاب 65 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.
- د کتاب د 65 مخ دویم مثال یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې د ټولګي پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې نور زده‌کوونکي دې دغه مثال په داسې حال کې په کتابچو کې حل کړي چې کتابونه خلاص نه کړي. د لوست په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. که چیرې له کومې ستونزې سره مخامخ شي، بل زده‌کوونکی دې ستونزې پر تخته حل کړي.
- دریم مثال د کتاب 66 مخ څلورم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړي.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د کتاب د 66 مخ پنځم مثال په ډله‌ییزه توګه د یو بل په مشوره حل کړي. په پای کې د یوې ډلې استازي دې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو ترمنځ د مثبت او سالم رقابت د پیدا کولو لپاره زده‌کوونکو ته وواییي، څوک کولای شي چې 6 او 7 مثالونه په داوطلبانه توګه په ټولګي کې حل کړي او نمرې وګټي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي مطابقونه(د 8، 9 او 10 مثالونو حل)

د درسي کتاب (67-68) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثات له اساسي مطابقونو څخه په کار اخېستنې سره مثالونه او پوښتنې حل کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته په لاندې ډول د مثالونو په حل پیل وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي چې دکتاب د 67 مخ د اتم مثال اړونده مطابقت د یو بل په مشوره حل کړي.(د فعالیت په بهیر کې له‌کتاب څخه استفاده و نه شي)

ښاغلی ښوونکی د فعالیت په بهیر کې د زده‌کوونکو له ډلو څخه ځارنه او فعالې ډلې تشویق له ضعیفو ډلو سره مرسته وکړئ.

د ډله‌ییز کار په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

ښاغلی ښوونکی دکتاب 67 مخ نهم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 68 مخ لسم مثال په ټولګي کې د پوښتنې او ځواب په طریقه حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې د ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړي.

1. کومې معادلې ته مثلثاتي مطابقت ویلای شو ؟
2. څوک کولای شي چې مثلثاتي اساسي مطابقتونه پر تخته ولیکي ؟

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د مثلثاتو د اساسي اړیکو په پام کې نیولو سره د هرې پوښتنې معادل افاده پیدا کړئ.

$a)\ \dfrac{\sin 250^\circ}{\cos 250^\circ}$ $\quad b)\ \sqrt{\sec^2\beta - 1}$ $\quad c)\ \dfrac{1}{\cos 80^\circ}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$a)\ \frac{\sin 250^\circ}{\cos 250^\circ}=\tan 250^\circ$$

$$b)\ \sqrt{\sec^2\beta-1}=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\beta}-\frac{1}{1}}=\sqrt{\frac{1-\cos^2\beta}{\cos^2\beta}}=\sqrt{\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}}=\sqrt{\tan^2\beta}=\tan\beta$$

$$c)\ \frac{1}{\cos 80^\circ}=\sec 80^\circ$$

2. هره افاده د $\sin\beta$ له جنسه پیدا کړئ.

$a)\ \cot\beta\cos\beta \qquad , \qquad b)\ \cot^2\beta$

حل:

$$a)\ \cot\beta\cos\beta=\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\cdot\cos\beta=\frac{\cos^2\beta}{\sin\beta}=\frac{1-\sin^2\beta}{\sin\beta}=\frac{1}{\sin\beta}-\frac{\sin^2\beta}{\sin\beta}=\frac{1}{\sin\beta}-\sin\beta$$

$$b)\ \cot^2\beta=\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1-\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1}{\sin^2\beta}-\frac{\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1}{\sin^2\beta}-1$$

3. لاندې مطابقتونه ثبوت کړئ.

$a)\ \frac{\csc\alpha}{\cot\alpha+\tan\alpha}=\cos\alpha \qquad b)\ \frac{\tan x-\cot x}{\tan x+\cot x}=1-2\cos^2 x$

$c)\ \frac{\sin\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos\alpha+\cos 2\alpha}=\tan\alpha \qquad d)\ \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}=\cos 2x$

یادونه: په درسي کتاب کې د $\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}=\cos 2x$ مطابقت په $\frac{1}{\csc\alpha-\tan\alpha}=\csc^2\alpha+\tan\alpha$ مطابقت بدل شوی دی.

حل:

$$a)\ \frac{\csc\alpha}{\cot\alpha+\tan\alpha}\ \Rightarrow\ \cos\alpha=\frac{\frac{1}{\sin\alpha}}{\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}}=\frac{\frac{1}{\sin\alpha}}{\frac{1}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}}=\frac{1}{\sin\alpha}\cdot\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{1}=\cos\alpha$$

$$b)\ \frac{\tan x-\cot x}{\tan x+\cot x}=\frac{\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}}=\frac{\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\cos x\cdot\sin x}}{\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\cos x\sin x}}=\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\sin^2 x+\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{1}$$

$$\Rightarrow 1-\cos^2 x-\cos^2 x=1-2\cos^2 x$$

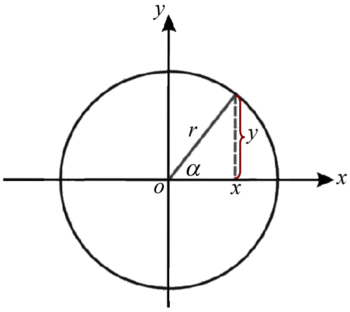
$$c)\ \frac{\sin\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos\alpha+\cos 2\alpha}=\frac{\sin\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{1+\cos\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{1+\cos\alpha+\cos^2\alpha+\cos^2\alpha-1}$$

$$=\frac{\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{\cos\alpha+2\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{\cos\alpha(1+2\cos\alpha)}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

$$d)\ \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}=\frac{1-\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}=\frac{\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}}=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x+\sin^2 x}=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{1}$$

$$\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي معادلې

د درسي کتاب (69) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي معادلو په مفهوم پوه شي. • د مثلثاتي معادلو او د مثلثاتي مطابقتونو ترمنځ په توپیر پوه شي. • مثلثاتي معادلې حل کړي. • د پورته پوهې او مهارتونو په لرلو سره په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد:**	
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي پوښتنه له زده-کوونکو څخه وپوښتئ، ترڅو د پوښتنې په اړه فکر وکړي. په هغه صورت کې چې ځواب ونشي ویلای، ورته وواېئ چې که چیرې α ته مختلف قیمتونه ورکړو او د معادلې کینه خوا له ښۍ خوا سره مساوي شي؛ نو دا معادله یو مطابقت دی، ولې که چیرې د α په ځینو قیمتونو سره ښۍ خوا له کینې خوا سره مساوي نه شي مطابقت نه دی، یوه معادله ده.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې دکتاب د 69 مخ فعالیت له یو بل سره په مشوره حل کړي، د زده‌کوونکو له ډله‌ییز کار څخه څارنه وکړي، فعالې ډلې تشویق او له ضعیفو ډلو سره مرسته وکړئ.

د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. د تېروتنې په صورت کې مرسته ورسره وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دکتاب 70 مخ لومړی مثال چې د لومړی حالت($a\sin x + b = 0$) سره مطابقت لري د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

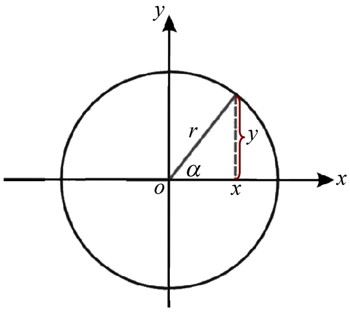
ښاغلی ښوونکی: لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره د 71 مخ دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. څوک کولای شي چې د ساین له جنسه د یوې مثلثاتي معادلې عمومي شکل ولیکي؟
2. څوک د $5\sin x - 2 = 0$ او $2\sin x - 5 = 0$ معادلو د حل په اړه مناقشه کوي؟
3. د یوې زاویې د ساین د تحول ساحه څوک لیکي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

د مثلثاتي معادلو دويم حالت $a\cos x + b = 0$

د درسي کتاب (71) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي معادلو مختلف شکلونه وپېژني. • مثلثاتي معادلې حل کړي. • د مثلثاتي معادلو له حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهييز کار
3- **مرستندويه مواد:**	دکتاب د 71 مخ د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته د لوست بهير په لاندې ډول پيل کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی، دکتاب 71 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په توګه په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکيم:** (7) **دقيقې**

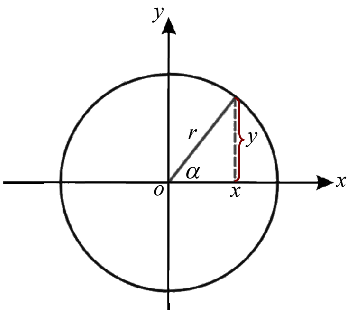
ښاغلی ښوونکی: لوست ته د لاښه تحکيم ورکولو لپاره دکتاب 72 مخ دويم مثال يوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته يې حل کړي، په عين وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې له کتاب څخه له کار اخيستنې پرته يې په خپلو کتابچو کې حل کړي. په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعاليت توضيح کړي، که چيرې حل يې سم وي، نو هغو زده‌کوونکو ته چې تېروتنې يې کړي دي، خپلې تېروتنې دې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پايلې ارزونه:** (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کوونکو له زده‌کړې ډاډه شي، لاندې پوښتنې ترې وپوښتئ:

1. $\alpha = \frac{\pi}{6} rad$ له کومې درجې سره مطابقت لري؟
2. څوک د $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ معادلې د حل سټ ليکلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

د مثلثاتي معادلو دریم حالت $a\tan x+b=0$

د درسي کتاب (72) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي معادلو د دریم حالت د حل په طریقې پوه شي. • مثلثاتي معادلې حل کړای شي. • د پورتنی معادلې د حل سټ وټاکلای شي. • د مثلثاتي معادلو له حلولو څخه د ریاضي د پوهې له حاصلولو سره مینه پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	دکتاب د 72 مخ د مثال چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی دې لومړني فعالیتونه سرته ورسوي.(سلام، احوال پوښتنې، تنظیمول...)

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی مثال چې په هغه کې $a=1$ او $b=-\sqrt{3}$ ده، د پوښتنې او ځواب په توګه په تولګي کې حل کړي او د معادلې د حل سټ چې کوترمینل زاویې دې ولیکي.

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکو ته ووایي چې خپل کتابونه وتړي او یوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړي چې دکتاب د 73 مخ دویم مثال پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړي چې په خپلو کتابچو کې یې حل‌کړي.

په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل حل نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي او د معادلې د حل سټ دې هم پر تخته ولیکي، که چیرې ستونزه ولري بل داؤطلب زده‌کوونکي ته دنده ورکړي چې نوموړی مثال حل کړي.

ښاغلی ښوونکی د اړتیاپه صورت کې زده‌کوونکي ته لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي چې د یو بل په مشوره دکتاب 73 مخ دریم مثال حل کړي.

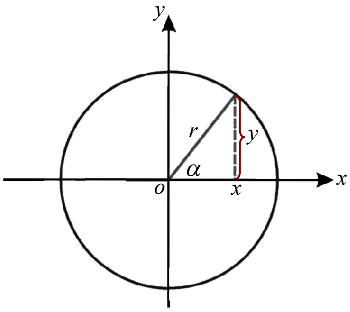
ښاغلی ښوونکی د فعالیت په بهیر کې د زده‌کوونکو له ډلهییز کار څخه څارنه کوي، فعالې ډلې تشویق او له ضعیفو ډلو سره دې مرسته وکړي، د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازي ته دنده ورکړي چې خپل ډلهییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې دده په فعالیت کې تېروتنه شتون ولري لارښوونه ورته وکړي او یا بل زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې پوښتنه سمه حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کوونکو د پوهې او مهارت له زده‌کړې څخه ځان ډاډمن کړي، نولاندې پوښتنې له هغوی څخه وپوښتئ.

1. د $\tan(2x-\frac{\pi}{4})=\tan(x+\frac{\pi}{3})$ معادلې عمومي حل عبارت دی له $x=K\pi+\frac{7\pi}{12}$. څوک کولای شي چې د $K=3$ لپاره د معادلې حل پیدا کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

د مثلثاتي معادلو څلورم حالت $a\cot x + b = 0$

د درسي کتاب (73) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي معادلو د څلورم حالت د حل په طريقه پوه شي. • هغه معادلې چې $a\cot x + b = 0$ شکل ولري، حل کړای شي. • له پورته معادلې سره د مشابه معادلو د حل په سټ پوه شي او د پورته معادلو له حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ييز کار
3- **مرستندويه مواد**:	دکتاب د 74 مخ د دريم مثال چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته لومړی مثال چې د $a\cot x + b = 0$ معادلې ته ورته دی او په هغه کې $a = 1$ او $b = -1$ ده پر تخته وليکئ او بيا د لوست بهير پيل کړئ.

5- د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:

ښاغلی ښوونکی دکتاب د 74 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخکې وځړوی او د 73 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړئ.(زده‌کوونکو ته د مثال په حلولو کې برخه ورکړئ.)

6- د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې

لوست ته د لاښه تحکيم ورکولو لپاره دويم مثال يعنې د $\cot 3x = \cot x$ معادله د يوه زده‌کوونکي په واسطه په ټولګي کې حل کړئ د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) دقيقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د دزده‌کوونکو له زده‌کړې څخه ډاډمن شئ، د خپل ډاډ لپاره د 74 مخ د پوښتنو a جزء په ډله‌ييزه توګه په زده‌کوونکو باندې حل کړئ.

په پای کې د يوې ډلې استازی راوغواړئ چې د خپل ډله‌ييز کار توضيح وکړي.

8- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

د لاندې معادلو د عمومي حل ځوابونه پيدا کړئ.

$a)\ 3\cos x + 5 = 0$ $\quad b)\ 4\tan x + \cot x - 5 = 0$ $\quad c)\ \tan x = \sqrt{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a):

$$3\cos x = -5$$
$$\cos x = \frac{-5}{3} = -1.6$$

څرنګه چې $\cos x$ د هرې زاويې د $[-1,1]$ په انټروال کې تحول کوي؛ يعنې: $-1 \le \cos x \le 1$

نو داسې زاويه نشته چې کوساين يې -1.6 وي، نو پورتنی معادله حل نه لري.

حل b):

$$4\tan x + \cot x - 5 = 0$$

لومړی معلوموو چې معادله د حل وړ ده او که نه، ددې لپاره د معادلې د حل د امکان شرط تطبيقوو:

نو بايد چې: $c^2 \ge 4ab$ وي.

$$a = 4 \quad , \quad b = 1 \ , \quad c = 5$$
$$c^2 = 25 \ , \quad 4ab = 4\cdot 4\cdot 1 = 16$$

څرنګه چې $c^2 \ge 4ab$ ده؛ نو معادله د حل وړ ده، ليکلای شو چې:

$$4\tan x + \frac{1}{\tan x} = 5 / \cdot \tan x$$
$$4\tan^2 x + 1 = 5\tan x \ \Rightarrow \ 4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4\cdot 4\cdot 1 = 25 - 16 = 9$$
$$\sqrt{\Delta} = \pm 3$$
$$\tan x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+3}{2\cdot 4} = \frac{8}{8} = 1$$

هغه کوچنی مثبته زاويه يا قوس چې تانجنټ يې (1) وي، هغه له 45° يا $\frac{\pi}{4}$ څخه عبارت ده؛ يعنې:

$$\tan x = \tan\frac{\pi}{4} = 1 \ \Rightarrow \ x = \frac{\pi}{4}$$

نو: $x = n\pi + \frac{\pi}{4}$

$$\tan x = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$
$$x = \tan^{-1}\frac{1}{4} \ \Rightarrow \ x = 14.03^\circ$$

هغه کوچنی مثبته زاويه چې تانجنټ يې $\frac{1}{4}$ دی عبارت ده له 14.03° څخه ، نو عمومي حالت يې: $x = n\pi + \frac{\pi}{4}$

حل c):

$$\tan x = \sqrt{3} \quad , \quad x = \tan^{-1}\sqrt{3} \ \Rightarrow \ x = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

هغه کوچنی مثبته زاويه چې تانجنټ يې $\sqrt{3}$ دی عبارت دی له $\frac{\pi}{3}$؛ نو عمومي حل يې عبارت دی له: $x = n\pi + \frac{\pi}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a\sin^2 x + b\cos^2 x + c\sin x\cos x = d$$

دویم څپرکی: مثلثات

دویمه درجه مثلثاتي معادلې

د درسي کتاب (75) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي دویمه درجه معادلې په مفهوم پوه شي. • دویمه درجه معادله حل کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په حاصلولو سره د رياضي له علم سره علاقمند شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د لوست بهیر پیل کړی. څکه چې ورودي پوښتنه شتون نه لري، چې د هغې په اړه توضیحات ورکړل شي.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

دکتاب 75 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې دکتاب د 76 مخ دویم مثال په ډله‌ییزه توګه د یو بل په مشوره حل کړي.

ښاغلی ښوونکی له زده‌کوونکو څخه غوارئ چې له کتاب څخه کار وانخلي. په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییزه فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي او تاسې مرسته ورسره وکړی.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکو ته ووایې چې د لوست کتابونه وتړي.

لوست ته د لانښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 77 مخ دریم مثال یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې دغه مثال دې نور زده‌کوونکي هم په خپلو کتابچو کې حل کړي.

د فعالیت په پای کې هغه زده‌کوونکی چې تختې ته ولاړ دی خپل فعالیت دې نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې دده په کار کې تېروتنه شتون ولري، بل زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې تېروتنه یې اصلاح کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

د زده‌کوونکو له زده‌کړې د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. څوک کولای شي چې د دویمې درجې مثلثاتي معادلې عمومي شکل ووایي؟
2. څوک د لومړی درجه او دویمې درجې مثلثاتي معادلو توپیر پر تخته لیکلای شي؟
3. څوک کولای شي چې په دویمه درجه مثلثاتي معادله کې ثابت عددونه وښیي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د لاندې معادلو د حل ستونه پیدا کړئ.

1- $\cos 2x + 1 = 2\sin^2\frac{x}{2}$

2- $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$

3- $\sin^2 x - (1-\sqrt{3})\sin x \cdot \cos x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0$

حل 1:

$$\cos 2x + 1 = 2\sin^2\frac{x}{2} \;\Rightarrow\; \cos 2x = 2\sin^2\frac{x}{2} - 1 \;/\cdot(-1)$$
$$-\cos 2x = 1 - 2\sin^2\frac{x}{2}$$

پوهېږو چې $1-2\sin^2\frac{x}{2} = \cos x$ دی؛ نو په ځای یې ږدو:

$$-\cos 2x = \cos x \;\Rightarrow\; -\cos 2x - \cos x = 0$$
$$\cos 2x + \cos x = 0 \;\Rightarrow\; 2\cos^2 x - 1 + \cos x = 0$$
$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

اوس که $\cos x = y$ وضع کړو؛ نو لرو چې:

$$2y^2 + y - 1 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-1) = 1 + 8 = 9$$
$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = \pm 3$$
$$y_1 = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \;,\quad y_2 = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$
$$\cos x = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; x = \cos^{-1}\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; x = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$
$$A_1 = \left\{\frac{\pi}{3}, 2\pi + \frac{\pi}{3}, 4\pi + \frac{\pi}{3}, \;\ldots\;, 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in IZ\right\}$$
$$\cos x = -1 \;\Rightarrow\; x = \cos^{-1}(-1) \quad,\quad x = \pi$$
$$A_2 = \{2k\pi + \pi \,/\, k \in IZ\} \;,\quad A = A_1 \cup A_2 = \left\{2k\pi + \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \pi \;/\; k \in IZ\right\}$$

حل 2:

$$3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$$

که چیرې $\cos x = y$ وضع کړو؛ نو:

$$3y^2 + 2y - 5 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4\cdot 3\cdot(-5) = 4 + 60 = 64$$
$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = \pm 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د Δ له قیمت څخه معلومه شوه چې پورتنۍ معادله د حل وړ ده.

$$y_1 = \frac{-2+8}{6} = \frac{6}{6} = 1 \quad , \quad y_2 = \frac{-2-8}{6} = \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3}$$

$$\cos x = 1 \ \Rightarrow \ x = \cos^{-1}(1) \ \Rightarrow \ x = 0^\circ$$

هغه کوچنۍ زاویه چې د هغې کوساین 1 وي، له 0° څخه عبارت ده او د حل سټ یې:

$$A = \{2k\pi + 0^\circ \, , \ k \in IZ\}$$

$$\cos x = \frac{-5}{3}$$

او $\cos x = \dfrac{-5}{3}$ امکان نه لري؛ ځکه د هرې زاویې کوساین د 1+ او 1− ترمنځ تحول کوي، نو د حلونو سټ یې د A له سټ څخه عبارت دی.

حل 3:

$$\sin^2 x - (1-\sqrt{3})\sin x \cos x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0 / \div \cos^2 x$$

$$\tan^2 x - (1-\sqrt{3})\tan x - \sqrt{3} = 0$$

$$\tan^2 x + 0.73\tan x - 1.73 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (0.73)^2 - 4(1)(-1.73) = 0.53 + 6.92 = 7.45$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{7.45} = \pm 2.73$$

$$\tan x = \frac{-0.73+2.73}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x = \tan^{-1}(1) \ \Rightarrow \ x = 45^\circ \ \text{یا} \ x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \left\{2k\pi + \frac{\pi}{4} \, , \ k \in IZ\right\}$$

$$\tan x = \frac{-0.73-2.73}{2} = \frac{-3.46}{2} = -1.73$$

$$x = arc\tan(-1.73) = \tan^{-1}(-1.73) \ \Rightarrow \ x = -60^\circ = -\frac{\pi}{3}$$

$$x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \left\{(2k-1)\pi + \frac{2\pi}{3} \, , \ k \in IZ\right\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases}\sin x \pm \sin y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x \pm \cos y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستمونو حل(لومړی او دویم ډولونه)

د درسي کتاب (79-81) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستم او یا د هغه ډولونه وپېژني. • په دې پوه شي چې $\begin{cases}\sin x + \sin y = a \\ x + y = \alpha\end{cases}$ او $\begin{cases}\sin x - \sin y = a \\ x - y = \alpha\end{cases}$ هر یو یو سېستم دی. • د دوه مجهوله معادلو سېستم حل او د هغه له حلولو څخه د خوښۍ احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې اړونده معادلو د سېستمونو چارټ په روښانه لیک.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي پوښتنه له زده کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغې په اړه فکر وکړي او له زده کوونکو څخه پوښتنه وکړئ چې د چارټ پر مخ لیکل شوې معادلې له څو سېستمونو څخه جوړې شوې دي؟ د ورودي پوښتنې ځواب دا دی، هو: کولای شو چې د مثلثاتي معادلو سېستم حل کړو. د مثالونو په حلولو سره د هو ځواب په حقیقت بدلېږي، خو د پوښتنې دویمه برخه په اضافي معلوماتو کې ورکړل شوې ده او توضیح کېږي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت**(28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی عنوان(لومړی ډول معادله) پر تخته ولیکئ، د پوښتنې او ځواب په طریقه دغه لوست پای ته ورسوئ.

د کتاب د 80 مخ لومړی مثال چې $\begin{cases}\sin x + \sin y = 1 \\ x + y = \dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ دی، پر تخته ولیکئ او له یوه زده کوونکي څخه وغواړئ چې د چارټ پر مخ له لیکل شوو معادلو سره یې پرتله کړي په هغو کې د a او α قیمتونه ولیکي.

که چیرې زده کوونکي ستونزې ولري، ښاغلی ښوونکی دې ووایي چې چارټ او ورکړل شوي مثال ته په کتو سره $a = 1$ او $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ ده. په همدې ډول د پوښتنې او ځواب په طریقه او زده کوونکو ته په فعال برخه ورکولو سره مثال په ټولګي کې حل کړئ.

ښاغلی ښوونکی وروسته له دې چې د دویم ډول معادلو سېستم مو زده کوونکو ته توضیح کړ، دویم مثال د لوست د تحکیم لپاره حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ترڅو د یو بل په مشوره دویم مثال حل کړي.(په دې وخت کې د زده‌کوونکو کتابونه باید تړلي وي.)

ښاغلی ښوونکی د ډله‌ییز کار په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت توضیح کړي. البته د اړتیا په صورت کې مرسته ورسره وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د ډاډ لپاره زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوئ:

1. څوک کولای شي چې د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سیستم ولیکي؟
2. څوک ویلای شي چې د لومړي ډول د مثلثاتي معادلو سیستم له څو سیستمونو څخه جوړ شوی دی؟
3. څوک د لومړي ډول اړوند د مثلثاتي معادلو سیستمونه لیکي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د لومړي ډول د مثلثاتي معادلو اته سیستمونه چې په متن کې یې نومونه اخیستل شوي دي په لاندې ډول دي:

1) $\begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin x - \sin y = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \sin x - \sin y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$

5) $\begin{cases} \cos x + \cos y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \cos x - \cos x = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$

7) $\begin{cases} \cos x + \cos y = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \cos x - \cos y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases}\sin x \pm \sin y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x \pm \cos y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سیستمونو حل(دریم او څلورم ډول)

د درسي کتاب (82-84) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانیږي چې: • د دریم او څلورم ډول د معادلو سیستمونه وپیژني. • د پورته یاد شویو معادلو سیستم حل کړای شي. • د پورته معادلو له پیژندلو او حلولو څخه په خپل نفس باورمند شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د دوه مجهوله معادلو د سیستم د دریم او څلورم ډول چارټونه.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته په لاندې ډول د لوست بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د لوست عنوان(د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سیستم دریم ډول) پر تخته ولیکئ او د دریم ډول د معادلو د سیستم اړونده چارټ د ټولګي په مخکې وځړوی. وروسته دریم مثال پر تخته ولیکي له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د a او α قیمتونه په ورکړل شوي مثال کې وښیي. وروسته د پوښتنو او ځوابونو په طریقه نوموړی مثال په ټولګي کې حل کړئ.

ښاغلی ښوونکی د څلورم ډول د معادلو سیستم پر تخته ولیکئ په داسې حال کې چې د څلورم ډول د معادلو د سیستم چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند وي، ددې سیستم د حل شرطونه هم پر تخته ولیکئ او د پوښتنو او ځوابونو په طریقه زده‌کوونکو ته په فعال برخه ورکولو سره څلورم مثال په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لانبه تحکیم ورکولو لپاره څلورم مثال د یوه داوطلب زده‌کوونکي په واسطه په تکراري ډول حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې په لاندې پوښتنو سره وارزوي:

1. څوک د دریم ډول د مثلثاتي معادلو سیستم لیکلای شي؟
2. څوک د څلورم ډول د مثلثاتي معادلو سیستم لیکلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases}\sin x \pm \sin y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$
$$\begin{cases}\cos x \pm \cos y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستمونو حل(پنځم او شپږم ډولونه)

د درسي کتاب (85-87) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د پنځم او شپږم ډول سېستمونه له نورو ډولونو سره تشخیص کړای شي. • دا ډول معادلې حل کړای شي. • د پورته دوو ډولونو د سېستمونو د حل په شرط پوه شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	هغه چارټ چې په هغه کې پنځم او شپږم ډول لیکل شوي وي.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د پنځم ډول د معادلو د سېستم چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او له زده‌کوونکو څخه داسې وپوښتئ څوک کولای شي چې په پنځم ډول کې دوه سېستمونه په جلا، جلا توګه ولیکي؟ که چیرې زده‌کوونکي ونه شو کړای په هغه صورت کې $\begin{cases}x+y=\alpha \\ \tan x\cdot\tan y=0\end{cases}$ د یوه سېستم په توګه او $\begin{cases}x-y=\alpha \\ \tan x\cdot\tan y=0\end{cases}$ د بل سېستم په توګه وروپېژنئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د کتاب د 85 مخ پنځم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه د زده‌کوونکو په ګډون په ټولګي کې حل کړئ.

د شپږم ډول معادلو د سېستم چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او د کتاب د 87 مخ شپږم مثال چې د شپږم ډول معادلو له سېستم سره مطابقت لري، هم د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره شپږم مثال په یوه داوطلب زده‌کوونکي باندې په ټولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوئ:

1. څوک د پنځم ډول د معادلو سېستم پر تخته لیکي؟
2. څوک د شپږم ډول د معادلو سېستم پر تخته لیکي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

دکتاب د 87 مخ د شپږم مثال توضیح:

$$\frac{\tan x-\tan y}{\tan x+\tan y}=2$$

په صورت او مخرج کې د $\tan x$ او $\tan y$ قیمتونه لیکو:

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{\sin y}{\cos y}}{\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin y}{\cos y}}=2 \quad\Rightarrow\quad \frac{\frac{\sin x\cos y-\cos x\sin y}{\cos x\cdot\cos y}}{\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cdot\cos y}}=2$$

پوهیږو چې $\sin x\cos y-\cos x\sin y=\sin(x-y)$ او همدارنګه $\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin(x+y)$ دی؛ نو:

$$\frac{\sin(x-y)}{\sin(x+y)}=2 \quad\Rightarrow\quad 2\sin(x+y)=\sin(x-y)$$

څرنګه چې $x-y=\frac{\pi}{2}$ دی؛ نو:

$$2\sin(x+y)=\sin\frac{\pi}{2}$$

$$2\sin(x+y)=1$$

$$\sin(x+y)=\frac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad x+y=\frac{\pi}{6}\quad,\quad x-y=\frac{\pi}{2}$$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د لاندې مثلثاتي معادلو سیستمونه حل او وواياست چې په کوم ډول پورې اړه لري؟

$$a)\ \begin{cases}x+y=\frac{\pi}{4}\\ \tan x+\tan y=1\end{cases} \qquad b)\begin{cases}x-y=\frac{\pi}{3}\\ \frac{\sin x}{\cos x}=2\end{cases}$$

حل $a)$: د $x+y=\frac{\pi}{4}$ معادلې د دواړو خواو ټانجنټ نیسو:

$$\tan(x+y)=\tan\frac{\pi}{4}$$

څرنګه چې $\tan x+\tan y=1$ په پام کې نیول شوی دی، نو:

$$\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\cdot\tan y}=1$$

$$\frac{1}{1-\tan x\cdot\tan y}=1 \quad\Rightarrow\quad 1-\tan x\cdot\tan y=1$$

$$-\tan x\cdot\tan y=1-1$$

$$\tan x\cdot\tan y=0 \quad \ldots\ I$$

$$\tan x+\tan y=1 \quad \ldots\ II$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له II رابطې څخه د $\tan x$ قیمت په لاس راوړو او په I رابطه کې ږدو:

$$\tan x = 1 - \tan y$$

$$(1-\tan y)\cdot \tan y = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan y - \tan^2 y = 0$$

$$\tan y(1-\tan y) = 0 \quad , \quad \tan y = 0 \quad \Rightarrow \quad y = \tan^{-1} 0 = 0^0 \quad , \quad 1-\tan y = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan y = 1$$

$$y = \tan^{-1}(1) \quad \Rightarrow \quad y = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

اوس د y قیمتونه په I معادله کې ږدو او د x قیمتونو لپاره زاویه(قوس) په لاس راوړو.

$$\tan x \cdot \tan y = 0$$

$$y = 0^\circ \quad \Rightarrow \tan x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0^\circ$$

$$y = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad \tan x \cdot 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan x = 0 \quad , \quad x = 0^\circ$$

او ناویلی پاتې نشي چې نوموړی سیستم په څلورم ډول پورې تړلی دی.

حل $b)$:

$$\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{3} \\ \dfrac{\sin x}{\cos x} = 2 \end{cases}$$

پورتنی سیستم په هېڅ یو له شپږ ډولونو څخه چې لوستی مو دی اړه نه لري.

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 2 \quad \Rightarrow \quad \tan x = 2 \quad \Rightarrow \quad x = arc\tan 2 = 63.434^\circ$$

نو $\boxed{x = 63.434^\circ}$ دی، اوس د x قیمت په لومړي معادله کې وضع کوو:

$$x - y = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$63.434^\circ - y = 60^\circ \quad \Rightarrow \quad y = 63.434^\circ - 60^\circ = 3.434^\circ \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = 3.434^\circ}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنې په ځېر سره ولولئ، هرې یوې ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب یې په نښه کړئ.

1. که چیرې $A=20^\circ$, $b=10cm$ او $c=7cm$ وي، د a د ضلعې اوږدوالی عبارت دی له:

$a)$ 16.4cm $b)$ 16cm $c)$ 15.9cm ⓓ 4.176cm

2. که چیرې $a=8$, $b=5$ او $c=10$ وي، د B زاویې اندازه عبارت ده له:

$a)$ 28° $b)$ 29° ⓒ 29.4° $d)$ 28.5°

3. که چیرې $A=48^\circ$, $B=22^\circ$ ، $a=5ft$ وي، د b اوږدوالی عبارت دی له:

$a)$ 8ft ⓑ 8.5ft $c)$ 9ft $d)$ $-9.5ft$

4. د $\sec x(\sec x-\cos x)$ مثلثاتي مطابقت مساوي دی له :

$a)$ $\tan x$ $b)$ $\frac{1}{\tan x}$ $c)$ $\cot x$ ⓓ $\tan^2 x$

لاندې پوښتنې حل کړئ.

1. که چیرې د $A=30^\circ$, $c=8$, $b=5$ واحده وي، د a ضلع او $\sin C$ پیدا کړئ.

حل:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$a^2=25+64-2\cdot5\cdot8\cos30^\circ$$

$$a^2=89-80\frac{\sqrt3}{2}=89-40\sqrt3=89-40\cdot1.73=89-69=20$$

$$\boxed{a=\sqrt{20}=4.47}$$

$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin C}{c}\ \Rightarrow\ \sin C=\frac{c\sin A}{a}=\frac{8\cdot\sin30^\circ}{\sqrt{20}}$$

$$\sin C=\frac{8\cdot\frac{1}{2}}{2\cdot\sqrt5}=\frac{2}{\sqrt5}=\frac{2\sqrt5}{5}=0.8945$$

$$\boxed{\sin C=0.8945}$$

2. که په یوه مثلث کې $a=8$, $b=5$, $c=10$ واحده وي، د B زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د کوساین له قانون څخه په کار اخېستنې سره لرو چې:

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\ \Rightarrow\ \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos B=\frac{64+100-25}{2\cdot8\cdot10}=\frac{164-25}{160}=\frac{139}{160}=0.8687$$

$$\cos B=0.8687\ \Rightarrow\ \hat{B}=\cos^{-1}(0.8687)$$

$$\boxed{\hat{B}=29.7^\circ\approx30^\circ}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د ABC په مثلث کې که $\frac{\text{c}}{\text{b}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ او $A=30^\circ$ وي، د B او C زاويو اندازه پيداکړئ.

حل:

$$\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow c=\sqrt{3} \quad , \quad b=2$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$a^2=4+3-2\cdot 2\cdot\sqrt{3}\cos 30^\circ$$

$$a^2=7-4\cdot\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2}=7-6=1 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B \Rightarrow \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos B=\frac{1+3-4}{2\cdot 1\cdot\sqrt{3}}=\frac{4-4}{2\sqrt{3}}=\frac{0}{2\sqrt{3}}=0$$

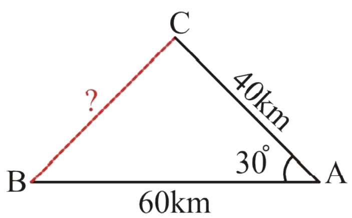
$$\hat{B}=\cos^{-1}(0^\circ) \Rightarrow \boxed{\hat{B}=90^\circ}$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C \Rightarrow \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$\cos C=\frac{1+4-3}{2\cdot 1\cdot 2}=\frac{5-3}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\hat{C}=\cos^{-1}(\frac{1}{2}) \Rightarrow \boxed{\hat{C}=60^\circ}$$

4. دوې بېړۍ د A له تکي څخه په دوو مختلفو خواوو داسې په حرکت پيل کوي چې د منځ زاويه يې 30° ده، که له يوه ساعت څخه وروسته، لومړۍ بېړۍ $40\,km$ او دويمه بېړۍ $60\,km$ واټن وهلی وي، د دوو بېړيو ترمنځ واټن پيدا کړئ.



حل: دکوساين له قانون څخه ګټه اخلو:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$a^2=(40)^2+(60)^2-2\cdot 40\cdot 60\cos 30^\circ \Rightarrow a^2=1600+3600-4800\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2=5200-2400\cdot 1.73=5200-4152 \Rightarrow a^2=1048 \Rightarrow a=\sqrt{1048}=32.37km$$

$$\boxed{a=32.37km}$$

5. د $\cot^2\beta$ او $\sin\beta$ له جنسه $\cos\beta$ محاسبه کړئ.

حل:

$$\cot^2\beta=(\frac{\cos\beta}{\sin\beta})^2=\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1-\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1}{\sin^2\beta}-1 \Rightarrow \cot^2\beta=\frac{1}{\sin^2\beta}-1$$

$$\cot^2\beta=(\frac{\cos\beta}{\sin\beta})^2=\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{\cos^2\beta}{1-\cos^2\beta} \Rightarrow \cot^2\beta=\frac{\cos^2\beta}{1-\cos^2\beta}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. لاندې مطابقتونه ساده کړئ.

$a)\ \dfrac{\sin 2A}{1+\cos 2A}=\tan A$ $\qquad b)\ \dfrac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A}=\tan^2 A$

$c)\ \tan A+\cot A=2\csc 2A$ $\qquad d)\ \dfrac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)}=\tan\dfrac{A}{2}\cdot\cot\dfrac{B}{2}$

$e)\ \dfrac{\cos A}{1-\sin A}=\tan(45+\dfrac{A}{2})$ $\qquad f)\ \cos\alpha\cos(60^\circ-\alpha)\cos(60^\circ+\alpha)=\dfrac{1}{4}\cos 3\alpha$

حل:

یادونه: د a جز په درسي کتاب کې غلط شوی دی، سم یې دا دی:

$$a)\ \frac{\sin 2A}{1+\cos 2A}=\tan A$$

$$\frac{\sin 2A}{1+\cos 2A}=\frac{2\sin A\cos A}{1+\cos^2 A-\sin^2 A}=\frac{2\sin A\cos A}{\sin^2 A+\cos^2 A+\cos^2 A-\sin^2 A}=\frac{2\sin A\cos A}{2\cos^2 A}=\frac{\sin A}{\cos A}=\tan A$$

$$b)\ \frac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A}=\tan^2 A$$

$$\frac{1-(1-2\sin^2 A)}{1+(2\cos^2 A-1)}=\frac{1-1+2\sin^2 A}{1+2\cos^2 A-1}=\frac{2\sin^2 A}{2\cos^2 A}=\tan^2 A$$

$$c)\ \tan A+\cot A=2\csc 2A$$

$$\frac{\sin A}{\cos A}+\frac{\cos A}{\sin A}=\frac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\cos A\sin A}=\frac{1}{\cos A\sin A}$$

که صورت او مخرج دواړه په 2 کې ضرب کړو، نو لرو چې:

$$\tan A+\cot A=\frac{2}{2\sin A\cdot\cos A}=\frac{2}{\sin 2A}=2\cdot\frac{1}{\sin 2A}=2\csc 2A$$

په پایله کې: $\tan A+\cot A=2\csc 2A$

$$d)\ \frac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)}=\tan\frac{A}{2}\cdot\cot\frac{B}{2}$$

صورت ته په بېل ډول او مخرج ته په بېل ډول انکشاف ورکوو:

$$1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)$$

$$1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-\cos A\cos B+\sin A\sin B$$

$$=1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-(2\cos^2\frac{A}{2}-1)(2\cos^2\frac{B}{2}-1)+2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\cdot 2\sin\frac{B}{2}\cdot\cos\frac{B}{2}$$

$$=1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-(4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}-2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1)+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+2\cos^2\frac{A}{2}+2\cos^2\frac{B}{2}-1+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{B}{2}-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{B}{2}(1-\cos^2\frac{A}{2})+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}=4\cos^2\frac{B}{2}\sin^2\frac{A}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}(\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}+\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2})=4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو صورت ته له انکشاف ورکولو څخه وروسته: $1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)=4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})$

اوس مخرج ته په لاندې ډول انکشاف ورکوو:

$$1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)=1+2\cos^2\frac{A}{2}-1-2\cos^2\frac{B}{2}+1-\cos A\cos B+\sin A\sin B$$

$$=2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1-(2\cos^2\frac{A}{2}-1)(2\cos^2\frac{B}{2}-1)+2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}2\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1-(4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}-2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1)+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+2\cos^2\frac{A}{2}+2\cos^2\frac{B}{2}-1+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{A}{2}-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{A}{2}(1-\cos^2\frac{B}{2})+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}=4\cos^2\frac{A}{2}\sin^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{A}{2}\sin^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}=4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}(\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}+\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2})$$

$$=4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cdot\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})$$

مخرج ته له انکشاف ورکولو څخه وروسته لرو:

$$\boxed{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)=4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cdot\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})}$$

اوس د صورت او مخرج قیمتونه په اصل مطابقت کې ږدو:

$$\frac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)}=\frac{4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})}{4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})}=\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{B}{2}}{\sin\frac{B}{2}}=\tan\frac{A}{2}\cdot\cot\frac{B}{2}$$

په پایله کې: $\frac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B}=\tan\frac{A}{2}\cdot\cot\frac{B}{2}$

یادونه: د e جز مطابقت په درسي کتاب کې په لاندې ډول اصلاح کړئ.

دې مطابقت د حل لپاره له ښي لوري څخه کیڼ لوری په لاس راوړو:

$$e)\ \frac{\cos A}{1-\sin A}=\tan(45+\frac{A}{2})$$

$$\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{\tan 45^\circ+\tan\frac{A}{2}}{1-\tan 45^\circ\cdot\tan\frac{A}{2}}=\frac{1+\tan\frac{A}{2}}{1-\tan\frac{A}{2}}=\frac{1+\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}{1-\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}=\frac{\frac{\cos\frac{A}{2}+\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}{\frac{\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}=\frac{\cos\frac{A}{2}+\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د کسر صورت او مخرج د صورت په مزدوج کې ضربو و:

$$\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{(\cos\frac{A}{2}+\sin\frac{A}{2})}{(\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2})}\cdot\frac{(\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2})}{(\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2})}$$

$$\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}}{\cos^2\frac{A}{2}-2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}+\sin^2\frac{A}{2}}=\frac{\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}}{1-2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}}=\frac{\cos A}{1-\sin A}$$

نو: $\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{\cos A}{1-\sin A}$

یادونه: **په کتاب کې غلطه ټایپ شوېده، اصلاح یې کړئ.**

$$f)\ \cos\alpha\cdot\cos(60^\circ-\alpha)\cdot\cos(60^\circ+\alpha)=\frac{1}{4}\cos3\alpha$$

$$\cos\alpha\cdot(\cos60^\circ\cos\alpha+\sin60^\circ\sin\alpha)(\cos60^\circ\cos\alpha-\sin60^\circ\sin\alpha)$$

$$=\cos\alpha\cdot(\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt3}{2}\sin\alpha)(\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt3}{2}\sin\alpha)=\cos\alpha\cdot(\frac{1}{4}\cos^2\alpha-\frac{3}{4}\sin^2\alpha)$$

$$=\frac{1}{4}\cos^3\alpha-\frac{3}{4}\sin^2\alpha\cos\alpha=\frac{1}{4}\cos^3\alpha-\frac{3}{4}\cos\alpha(1-\cos^2\alpha)=\frac{1}{4}\cos^3\alpha=-\frac{3}{4}\cos\alpha+\frac{3}{4}\cos^3\alpha$$

$$=\cos^3\alpha+\frac{3}{4}\cos\alpha=\frac{1}{4}(\underbrace{4\cos^3\alpha-3\cos\alpha})$$

خرنگه چې $4\cos^3\alpha-3\cos\alpha=\cos3\alpha$ دی؛ نو:

$$\boxed{\cos\alpha\cdot\cos(60^\circ-\alpha)\cdot\cos(60^\circ+\alpha)=\frac{1}{4}\cos3\alpha}$$

7. لاندې مثلثاتي معادلې حل کړئ.

$a)\ \cos^2x+3\cos x+2=0$ $\quad b)\ \cos^2x+\cos^4x=0$

$c)\ 4\cos\beta-2=0$ $\quad d)\ \cos x-\sqrt3\sin x=1$

$e)\ \cos^2x+3\sin x\cdot\cos x=-1$

حل $a)$: لومړی $\cos x=y$ سره تعویضوو:

$$y^2-3y+2=(y-2)(y-1)=0$$

$$y_1=2\quad,\quad y_2=1$$

$\cos x=y=2$ امکان نه لري

$$\cos x=y=1\ \Rightarrow\ x=\cos^{-1}1=0^\circ$$

د معادلې د حل سټ عبارت دی له:

$$A=\{x/x=0^\circ+2\pi,0^\circ+4\pi,\ \dots\}$$

$$A=\{x/x=0^\circ+2k\pi,k\in IZ\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b)\ \cos^2 x + \cos^4 x = 0$

حل b):

$\cos^2 x(1+\cos^2 x) = 0 \quad \Rightarrow \cos^2 x = 0 \quad , \quad \cos^2 x + 1 = 0$

$\cos x = 0 \qquad \Rightarrow x = arc\cos 0 = \frac{\pi}{2}$

$\cos^2 x = -1 \quad \Rightarrow \cos x = \sqrt{-1}$ امکان نه لري

د حل سټ يې عبارت دی له:

$A_1 = \left\{ x / x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 2\pi, \frac{\pi}{2} + 4\pi, \ ... \right\}$

$A_2 = \left\{ x / x = 2\pi - \frac{\pi}{2}, 4\pi - \frac{\pi}{2}, \ ... \right\}$

$A = A_1 \cup A_2 = \left\{ x / x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, \ k \in IZ \right\}$

$c)\ 4\cos\beta - 2 = 0$

حل c):

$4\cos\beta - 2 = 0 \quad \Rightarrow 4\cos\beta = 2 / \div 4$

$\cos\beta = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \beta = arc\cos\frac{1}{2}$

$\beta = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

$A_1 = \left\{ \beta / \beta = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} + 2\pi, \frac{\pi}{3} + 4\pi, \ ... \right\}$

$A_2 = \left\{ \beta / \beta = 2\pi - \frac{\pi}{3}, 4\pi - \frac{\pi}{3}, \ ... \right\}$

$A = A_1 \cup A_2 = \left\{ \beta / \beta = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \ k \in IZ \right\}$

$d)\ \cos x - \sqrt{3}\sin x = 1$

حل d):

$\cos x - \sqrt{3}(\sqrt{1-\cos^2 x}) = 1$

$-\sqrt{3}(\sqrt{1-\cos^2 x}) = 1 - \cos x / \cdot -1$

دواړه خواوې مربع کوو: $\sqrt{3}(\sqrt{1-\cos^2 x}) = \cos x - 1$

$3(1-\cos^2 x) = \cos^2 x - 2\cos x + 1$

$3 - 3\cos^2 x - \cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0$

$-4\cos^2 x + 2\cos x + 2 = 0 \ / \cdot (-1)$

$4\cos^2 x - 2\cos x - 2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس $\cos x = y$ وضع کوو:

$$4y^2 - 2y - 2 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(4)(-2) = 4 + 32 = 36$$
$$\sqrt{\Delta} = \pm 6$$
$$y_{1,2} = \frac{+2 \pm 6}{2 \cdot 4}$$
$$y_1 = \frac{8}{8} = 1$$
$$y_2 = \frac{2-6}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$
$$\cos x = y_1 = 1 \quad \Rightarrow x = \cos^{-1} 1 \quad , \quad x_1 = 0^\circ$$
$$\cos x = y_2 = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow x = \cos^{-1}(-\frac{1}{2}) \quad , \quad x_2 = 120^\circ$$

$e)$ $\cos^2 x + 3\sin x \cdot \cos x = -1$

حل $e)$: پوهېږو چې $\sin x = \sqrt{1-\cos^2 x}$ دی: $\cos^2 x + 3\cos x\sqrt{1-\cos^2 x} + 1 = 0$

دواړه خواوې مربع کوو: $\cos^2 x + 1 = -3\cos x\sqrt{1-\cos^2}$

$$\cos^4 x + 2\cos^2 x + 1 = 9\cos^2 x(1-\cos^2 x) \quad \Rightarrow \cos^4 x + 2\cos^2 x + 1 = 9\cos^2 x - 9\cos^4 x$$
$$\cos^4 x + 9\cos^4 x + 2\cos^2 x - 9\cos^2 x + 1 = 0$$
$$10\cos^4 x - 7\cos^2 x + 1 = 0$$

که چیرې $\cos^2 x = y$ سره تعویض کړو، نو:

$$10y^2 - 7y + 1 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4(10)(1) = 49 - 40 = 9$$
$$\Delta = 9 \quad \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \pm 3$$
$$y_1 = \frac{7+3}{2 \cdot 10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$
$$y_2 = \frac{7-3}{2 \cdot 10} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \quad , \quad x_{1,2} = arc\cos(\pm\sqrt{\frac{1}{2}})$$
$$x_1 = arc\cos(\frac{1}{\sqrt{2}}) = arc\cos(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$
$$x_2 = arc\cos(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = arc\cos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 135^\circ$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{5} \quad \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{5}} \quad , \quad x_{3,3} = arc\cos(\pm\sqrt{\frac{1}{5}})$$
$$x_3 = arc\cos(\frac{1}{\sqrt{5}}) = arc\cos(\frac{\sqrt{5}}{5}) = 63^\circ$$
$$x_4 = arc\cos(-\frac{1}{\sqrt{5}}) = arc\cos(-\frac{\sqrt{5}}{5}) = 116^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

8. ایا د $2\sin^2 x-\cos x=2\cos 2x+\sin x$ مساوات یو مطابقت دی او که معادله؟

حل: ددې لپاره چې ثبوت کړو ایا پورتنۍ رابطه مطابقت دی او که معادله؛ نو د څو مختلفو زاویو قیمتونه په کې ږدو که چیرې په ټولو قیمتونو کې مساوات صدق وکړي؛ نو مطابقت دی او که په ټولو قیمتونو کې مساوات صدق ونه کړي، نو معادلعه ده. څو لاندې قیمتونه په پام کې نیسو:

$$x=30^\circ\ ,\ 45^\circ\ ,\ 60^\circ\ ,\ 90^\circ\ ,\ 100^\circ\ ,\ 120^\circ\ ,\ 180^\circ\ ,\ 230^\circ\ ,\ 280^\circ\ ,\ 360^\circ$$

$$x=30^\circ \;\Rightarrow\; 2(\sin 30^\circ)^2-\cos(30^\circ)=2\cos(2\cdot 30^\circ)+\sin 30^\circ \;\Rightarrow\; 2\cdot\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}=2\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2} \;\Rightarrow\; 1-\sqrt{3}\neq 3$$

$$x=45^\circ \;\Rightarrow\; 2\sin^2(45^\circ)-\cos(45^\circ)=2\cos(2\cdot 45^\circ)+\sin 45^\circ$$

$$2\frac{2}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2} \;\Rightarrow\; \frac{2-\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2} \;\Rightarrow\; 2-\sqrt{2}\neq\sqrt{2}$$

$$x=60^\circ \;\Rightarrow\; 2\sin^2(60^\circ)-\cos 60^\circ=2\cos(2\cdot 60)+\sin 60$$

$$2(\frac{\sqrt{3}}{2})^2-\frac{1}{2}=2(-\frac{1}{2})+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=-1+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1\neq\frac{-2+\sqrt{3}}{2} \quad \text{یا} \quad 2\neq -2+\sqrt{3}$$

خرنگه چې معلومېږي د څو قیمتونو په اېښودلو سره مساوات صدق نه کوي؛ نو پورتنۍ اړیکه مطابقت نه دی، بلکې یوه معادله ده.

9. لاندې معادلې حل کړئ.

د a, c, d او e جزونه په اوومه پوښتنه کې حل شوي دي، دلته یوازې د b جز حلوو:

$$b)\ \tan^2 x-4\tan x+3=0$$

حل:که چیرې $\tan x=y$ وضع کړو، نو:

$$y^2-4y+3=0$$

$$(y-3)(y-1)=0 \;\Rightarrow\; y_1=3\quad ,\qquad y_2=1$$

$$\tan x=1 \;\Rightarrow\; x_1=\tan^{-1}1=45^\circ=\frac{\pi}{4}$$

$$\tan x=3 \;\Rightarrow\; x_2=\tan^{-1}3=71.56^\circ$$

10. لاندې افادې ساده کړئ.

$a)\ \dfrac{2\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ}$ $\qquad b)\ 1-2\sin^2\alpha+\cos 2\alpha=?$

$c)\ \cos 4x+2\sin^2 2x$ $\qquad d)\ (\cos^2 x+2\sin x\cos x-\sin^2 x)^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a):

$$a)\ \frac{2\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ}=\frac{\tan 15^\circ+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ\cdot\tan 15^\circ}=\tan(15^\circ+15^\circ)=\tan 30^\circ=\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

حل b): پوهېږو چې $1-2\sin^2\alpha=\cos 2\alpha$ دی؛ نو:

$$b)\ 1-2\sin^2\alpha+\cos 2\alpha=\cos 2\alpha+\cos 2\alpha=2\cos 2\alpha$$

حل c):

$$c)\ \cos 4x+2\sin^2 2x$$

$$\cos 4x=\cos(2x+2x)=\cos^2 2x-\sin^2 2x$$

$$1-\sin^2 2x-\sin^2 2x=1-2\sin^2 2x\ \ldots\ *$$

$$\cos 4x+2\sin^2 2x=1-2\sin^2 2x+2\sin^2 2x=1$$

حل d):

$$d)\ (\cos^2 x+2\sin x\cos x-\sin^2 x)^2=(\cos^2 x-\sin^2 x+2\sin x\cos x)^2$$

$$(\cos 2x+\sin 2x)^2=\cos^2 2x+2\sin 2x\cos 2x+\sin^2 2x$$

$$\cos^2 2x+\sin^2 2x+2\sin 2x\cos 2x=1+2\sin 2x\cos 2x=1+\sin 4x$$

11. د لاندې مثلثاتي معادلو سیستمونه لومړی تشخیص او بیا یې حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases}\tan x+\tan y=1\\ \cos x\cos y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\qquad b)\ \begin{cases}\sin(x+y)=\cos(x-y)\\ \tan x-\tan y=1\end{cases}$$

یادونه: په درسي کتاب کې د $\begin{cases}\sin x+\sin y=1\\ \cos x\cos y=\frac{3}{4}\end{cases}$ جز اضافي ټایپ شوی دی.

حل a):

$$a)\ \tan x+\tan y=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin y}{\cos y}=\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cos y}$$

$$=\frac{\sin(x+y)}{\cos x\cos y}=1\ \Rightarrow\ \sin(x+y)=\cos x\cos y$$

څرنګه چې په خپله پوښتنه کې $\cos x\cos y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ دی؛ نو:

$$\sin(x+y)=\frac{\sqrt{2}}{2}\ \Rightarrow\ \boxed{x+y=45^\circ=\frac{\pi}{4}}$$

$$\cos x\cos y=\frac{1}{2}[\cos(x+y)+\cos(x-y)]$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\cos\frac{\pi}{4}+\cos(x-y)\right\}=\frac{1}{2}\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}+\cos(x-y)\right\}=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{2}\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos x\cos y=\frac{1}{2}\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}\Rightarrow\frac{1}{2}\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{4}\quad /\cdot 2$$

$$\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\boxed{(x-y)=45^\circ=\frac{\pi}{4}}$$

$$x+y=\frac{\pi}{4}\quad .... (1)$$

$$x-y=\frac{\pi}{4}\quad .... (2)$$

د 1 او 2 رابطې خوا په خوا سره جمع کوو:

$$2x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\boxed{x=\frac{\pi}{4}}$$

$$x+y=\frac{\pi}{4}$$

$$y=\frac{\pi}{4}-x$$

$$y=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\boxed{y=0^\circ}$$

حل $b)$:

$$b)\ \tan x-\tan y=\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cos y}=1$$

$$\sin(x-y)=\cos x\cos y\ \ ...\ *$$

$$\sin(x+y)=\cos(x-y)$$

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

له * رابطې څخه په کار اخیستنې سره لرو، چې:

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin(x-y)+\sin x\sin y$$

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin x\cos y-\cos x\sin y+\sin x\sin y$$

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y-\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin x\sin y$$

$$2\cos x\sin y=\sin x\sin y\ /\div\sin x\sin y$$

$$\frac{2\cos x}{\sin x}=1$$

$$2\cot x=1\Rightarrow\cot x=\frac{1}{2}\ \text{یا}\ \frac{1}{\cot x}=2$$

$$\tan x=2\Rightarrow x=\arctan 2\Rightarrow\boxed{x=(63.43^\circ)}$$

$$\tan x-\tan y=1$$

$$\tan y=\tan x-1=2-1$$

$$\tan y=1\Rightarrow\boxed{y=\frac{\pi}{4}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضايي هندسه

اساسي مفهومونه او اکسیومونه

د درسي کتاب (95) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د اساسي مفهومونو او اکسیومونو په مفهوم پوه شي. • د اساسي مفهومونو او اکسیومونو توپير وکړای شي. • له اساسي مفهومونو او اکسیومونو څخه په ورځني ژونده کې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهييز، انفرادي، پوښتنې او ځوابونه
3- **مرستندويه مواد**:	د مستوي چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د نوي څپرکي لومړی لوست داسې پيل کړی: • د اقليدس په نامه د رياضي نامتو عالم څوک پېژني؟ • په عمومي توګه اُقليدس د هندسې په کومو برخو کې نړيوالو ته خدمت کړی دی؟ که چيرې زده‌کوونکي ځواب و وايي ښه به وي له هغه پرته تاسو ورته و واياست چې يوناني اقليدس له ميلاد څخه 325- 270 کاله مخکې د مصر په سکندريه کې ژوند کړی، نوموړی د مسطح او فضايي هندسې يو نامتو پوه او عالم ؤ و چې په خپل ټول عمر کې يې د رياضياتو خصوصاً د هندسې په برخه کې خدمت کړی دی چې تراوسه نړيوال‌کچه د هغه هندسي مفاهيم او زده‌کړو څخه د ژوندانه په چارو کې کار اخلي. هغه د هندسې د مفاهيمو په برخه کې څېړنې ترسره کړې دي: 1. په دوو بُعدونو کې د مسطحې هندسې په نامه يادېږي. 2. هغه هندسي مفاهيم، چې په دريو اړخونو(بُعدونو) کې څېړل کېږي فضا يي هندسه نومېږي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی دې اساسي مفهومونو په برخه کې لکه اوليه اصطلاح‌ګانو، قضيو او اکسیومونو په برخه کې په لنډ ډول معلومات ورکړي او زيار دې وباسي چې د امکان ترحده له هر بيان سره سم مثال و وايي.

همدارنګه د منلو شوو اوليه اصطلاح‌ګانو(تعريف شوی نه دي) په برخه کې د زده‌کوونکو په فعالې برخه اخيستنې او ګډون سره ګام په‌ګام کار وکړي. چې هغوی د پورته شيانو هر يوه په مفهوم پوه شي.

بيا دې لومړی، دويم او دريم اصلونه د زده‌کوونکو په واسطه بيان شي د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دې د مستوي مفهوم د محيطي(چاپيربال) ساده مثالونو په ويلو سره څرګند کړي او مستوي دې په شکل يا هغه چارټ کې چې مخکې يې جوړ کړی دی، زده‌کوونکو ته وروښيي، وروسته دې د مستوي لومړی، دويم او دريم اصلونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

له زده‌کوونکو څخه وپوښتل شي.

کولای شئ د کاغذ مخ، تخته، د ولاړو اوبو سطح د مستوي په توګه ومنئ او اکسیومونه یې په عملي ډول کار وکړئ. همدا ډول د متقاطع مستوي‌ګانو اکسیومونه په هکله چې یو ګډ فصل جوړوي معلومات ورکړئ.

په پای کې د مسطحې هندسې او فضایي هندسې په برخه کې داسې معلومات ورکړئ.

په مسطحه هندسه کې د مستوي رسم کولو ته اړتیا نشته، خو په فضایي هندسه کې ورته اړتیا شته، زیاتره په فضایي هندسه کې مستوي د مستطیل یا متوازي‌الاضلاع په ډول ښیي، هغه مستوي‌ګانې چې په شکلونو کې ښودل شوي دي، په همدې پراخوالي سره نه دي، بلکې تر لایتناهي پورې امتداد لري؛ خو دا د یوې اوارې سطحې ښوونه ده، هغه اکسیومونه چې په مسطحه هندسه کې شتوالی لري، په فضایي هندسه کې هم کار ورڅخه اخېستل کېږي، په فضایي هندسه کې ځانګړي اکسیومونه هم شته چې هر یو یې په کتاب کې بیان شوی دی.

6- **د زده کړې تحکیم:** (7) **دقیقې**

د لوست د لا ښه تحکیم لپاره په انفرادي توګه له زده‌کوونکو څخه د اولیه اصطلاحګانو، اکسیومونو په برخه کې پوښتنې وکړئ، کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ. دستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه:** (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ چې زده‌کړه شوې ده او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او ځوابونه یې په لاس راوړئ:

1. د لیل او برهان څه شی دی؟
2. د قضیې د سموالي لپاره څه شي ته اړتیا ده؟
3. څوک د خط لومړی اکسیوم وایي؟
4. د مستوي د ښوولو لپاره څوک مثال ویلی شي؟

د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه:**

1. څرګنده کړئ چې ولې درې پښې لرونکې مېز د څلورو پښو لرونکې مېز په پرتله ټېنګ دی؟

حل څرنګه چې له هر دریو ټکو څخه یوه مستوي تېرېږي؛ نو د څلورو پښو مېز کله ناکله یوه پښه یې په سطح نه لګېږي، خو درې پښې لرونکی مېز له دغې نیمګړتیا څخه خلاص دی.

2. ولې نقطه، خط او مستوي لومړنۍ اصطلاحګانې بولي؟

حل څرنګه چې نقطه د یوه ذهني مفهوم په توګه پېژنو او هغه تعریف شوې نه ده؛ نو د لومړی اصطلاح په توګه یې پېژنو. همدارنګه د مستقیم خط ښلېدونکي علامې دا دي چې له دوو راکړل شوو ټکو څخه یوازې او یوازې یو مستقیم خط تېرېدلای شي کوم ځانګړی تعریف نه لري(تعریف شوی نه دی)؛ نو مستقیم خط هم د لومړنۍ اصطلاحګانو په توګه پېژنو.

3. له دوو نقطو څخه څو مستوي‌ګانې تیرېدلای شي چې دواړه نقطې په کې پرتې وي؟

حل له دوو نقطو څخه بې شمېره مستوي‌ګانې تېرېدلای شي، چې دغه دوه نقطې په کې پرتې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم څپرکی: فضايي هندسه

په درې بُعدي فضا کې خط او مستوي(لومړی برخه)

د درسي کتاب (97) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په درې بُعدي فضا کې د خط او مستوي په مفهوم پوه شي. • پوه شي چې په درې بُعدي فضا کې ژوند کوو. • په درې بُعدي فضا کې خط او مستوي تشخيص کړای شي. • په درې بُعدي فضا کې د ژوند تولې چارې سرته ورسوي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډله‌ييز، پوښته او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	قلمونه يا لبنتې، د کاغذ پاڼې
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ او داسې وپوښتئ: 1. په فضا کې دوه قلمونه په خپل منځ کې کوم يا څو حالتونه لري؟ 2. په فضا کې دوه کتابونه په خپل منځ کې کوم يا څو حالتونه لري؟ 3. په فضا کې يو قلم او يو کتاب يا د کاغذ پاڼه کوم يا څو حالتونه لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ او له هغه پرته تاسو درې واړه حالتونه، متقاطع، منطبق او موازي ورته څرګند او تشريح کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی د درې بُعدي فضا مفهوم زده‌کوونکو ته وواياست، چې يوه له نه تعريف شوي او لـه لومړنيـو اصطلاحګـانو څخه ده او يادونه وکړئ د لايتناهي نقطو مجموعې ته فضا وايي. همدارنګه د يوې مستقيمې کرښې او يـوې مـستوي نـسبي حالـت چې پـه ترتيـب سـره يـو بُعـد اودوه بُعدونـه لـري او هـريـو د فـضا د سـيت يـوه برخـه(جـز) ده، پـه عملـي توګـه داسـې وروښياست چې د کاغـذ مـخ د يـوې مـستوي پـه توګـه او قلـم د يـوه مـستقيم خـط پـه توګـه ومنـي، زده‌کـوونکي پـه دريـو ډلـو ووېشئ ورته وواياست:

- لومړی ډله دې قلم پر کاغذي مستوي باندې داسې کېږدي چې قلم له کاغذ څخه تېر يعنې کاغذ سوری کړي او حالت دې بيان کړي.
- دويمه ډله دې قلم پر کاغـذي مـستوي بانـدې داسـې کېږدي چې د قلـم او کاغـذي مـستوي تـولې نقطې ګډې وي او حالت دې بيان کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دریمه ډله دې قلم او کاغذي مستوي په فضا کې داسې ونیسي چې هېڅ مشترکه نقطه ونه لري یعنې امتداد یې هم یو بل قطع نه کړي او حالت دې بیان کړي.

که چیرې زده‌کوونکي ستونزې ولري مرسته او لارښوونه وکړئ په عملي توګه سرته ورسوي، درې واړه حالتونه ورته بیان او د هر یوه حالت شکل پر تخته باندې رسم کړئ چې زده‌کوونکي یې د متقاطع، منطبق او موازي حالتونو په ډول پوه او وپېژني.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست لاتحکیم او زده‌کړې لپاره په انفرادي ډول له زده‌کوونکو څخه داسې وپوښتئ:

- که چیرې مستوي او مستقیم خط یو په بل منطبق وي، په دې صورت کې څو مشترکې نقطې لري؟
- که چیرې مستوي او مستقیم خط متقاطع وي، څو مشترکې نقطې لري؟
- که چیرې مستوي او مستقیم خط هیڅ مشترکه نقطه ونه لري کوم حالت غوره کوي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، شکلونه یې رسم کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډمن شي چې ایا زده‌کړې صورت موندلی دی او که نه؟ د لاندې پوښتنو ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

1. څوک ویلی شي که چیرې یو مستقیم خط او مستوي یوه مشترکه نقطه ولري کوم حالت بلل کېږي؟
2. څوک یو مستقیم خط او مستوي داسې رسمولای شي چې یو پر بل منطبق وي؟
3. څوک کولای شي یو مستقیم خط او یوه مستوي داسې رسم کړي چې یو له بل سره موازي وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضايي هندسه

د دوو مستقيمو کرښو او دوو مستويګانو نسبي حالتونه(دويمه برخه)

د درسي کتاب (98-99) مخونه

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د دوو مستقيمو کرښو او دوو مستويګانو د نسبي حالتونو په مفهوم پوه شي. • د دوو مستقيمو کرښو حالتونه رسم کړای شي. • د دوو مستويګانو حالتونه رسم کړای شي. • پورتنۍ پوهه او مهارت په ورځنۍ ژوندکې وکاروي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډله‌ييز کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	د کاغذ پاڼې، لښتې
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته لوست د لاندې پوښتنو په کولو سره پيل کړئ: 1. څوک کولای شي په فضاکې د موازي خطونو ډول وښيي؟ 2. څوک په فضاکې د متقاطع خطونو ډول ښودلای شي؟ 3. څوک په فضاکې دوې مستوي چې يو پر بل منطبق وي، ښودلای شي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ او له هغه پرته تاسو د لښتو او کاغذي پاڼو په کارولو سره مثالونه ورته وواياست او د لوست بهير داسې پيل کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی: زده‌کوونکو ته وواياست چې د ميز مخ د يوې مستوي او لښتې د مستقيمو کرښو په توګه منو. بيا يوه زده‌کوونکي ته بلنه ورکړئ ورته وواياست دا دوه لښتې د مېز پر مخ داسې کېږدی چې ګډ ټکي ونلري او امتداد ورکوونکي هم يو بل قطع نکړي. که چيرې زده‌کوونکي وکولای شي ښه به وي له هغه پرته تاسو مرسته وکړي، په همدې ډول يو بل داوطلب زده‌کوونکی راوغواړئ چې همدا دوه لښتې د ميز پر مخ داسې کېږدي چې يوه مشترکه نقطه ولري. خو د ستونزو په صورت کې مرسته وکړي.

بيا دريم داؤطلب زده‌کوونکی راوغواړی چې يوه لښته د مېز څخه پر مخ او بله له ميز د باندې داسې کېږدي، چې کومه مشترکه نقطه ونه لري او متنافر حالت وښيي.

په پای کې هغه درې حالتونه(موازي، متقاطع، متنافر) چې دوه مستقيم خطونه په يوه مستوي کې يو له بل سره لري د کتاب له مخې تشريح او درې واړه حالتونه يې پر تخته باندې رسم او وښاياست. په همدې ډول بيا درې نور داوطلب زده‌کوونکي په

(c) ketabton.com: The Digital Library

وار سره د ټولګي مخې ته راوغواړئ دکاغذ دوه پاڼې چې هره یوه یې د مستوي په توګه منلې دي، ورکړی، چې د دوو مستويګانو درې حالتونه متقاطع، منطبق او موازي وښيي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې ښوونکی دې درې واړه حالتونه پر تخته باندې د شکلونو له مخې تشریح او تعریف کړي.

- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشی ورته وواياست چې هره ډله دې د مستقیم خط او مستوي درې واړه حالتونه او هم د دوو مستويګانو ترمنځ درې واړه حالتونه په خپلو کتابچو کې رسم کړي او ښوونکي دې دکار څارنه وکړي، په پای کې د دوو ډلو استازي د تختې څنګ ته راځي او د خپل د فعالیت په برخه کې نورو ډلو ته معلومات ورکوي، که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي د هغوی پام تېروتې ته راواړوئ او سم ډول یې ورته وښیاست.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم لپاره زده‌کوونکو ته په لاندې ډول پوښتنې ورکړئ او ځوابونه یې له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ:

- که چیرې دوه مستقیم خطونه لږترلږه دوه مشترکې نقطې ولري کوم حالت غوره کوي ؟
- که چیرې دوې مستويګانې لږ تر لږه درې متشرکې ټکي(نقطې) ولري، داسې چې ټکي د یوه مستقیم خط په امتداد پرتې نه وي، څه ډول مستويګانې بلل کېږي.
- که چیرې دوه مستقیم خطونه هېڅ مشترکه نقطه ونلري څه ډول خطونه بلل کېږي ؟

کوښښ وکړی چې پورته پوښتنو ته زده‌کوونکي ځوابونه ورکړي، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د لوست پایله وازمويي او ډاډمن شي؛ نو له زده‌کوونکو څخه دې په لاندې ډول وپوښتي:

1. په فضاکې له یوې نقطې څخه څو مستقیم خطونه تېرېږي ؟
2. له دوو نقطو څخه څو مستقیم خطونه تېرېږي ؟
3. په کوم حالت کې دوه مستويګانې یو پر بل باندې منطبق کیدای شي ؟
4. د دوو مستويګانو تقاطع یو ټکی دی او که یو خط ؟

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- د R او T نقطې د P په مستوي کې پرتې دي، دکوم دلیل له مخې د $\overline{RT}$ خط د P په مستوي کې پروت دی ؟

حل پوهېږو چې له دوو نقطو څخه یوازې او یوازې یو مستقیم خط تېریدلای شي؛ نو څرنګه چې د R او T له نقطو څخه د RT خط تېرېږي او نوموړي نقطې په مستوي کې پرتې دي؛ نو د هغو ترمنځ مستقیم خط یعنې RT مستقیم خط په مستوي کې پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2- که د Δ مستقیم خط د P په مستوي کې پروت نه وي، د Δ مسقیم خط به د P مستوي په څو نقطو کې قطع کړي؟

حل که چیرې د Δ مستقیم خط د P په مستوي کې پروت نه وي په دې صورت کې د P مستوي په یوه نقطه کې قطع کولای شي.

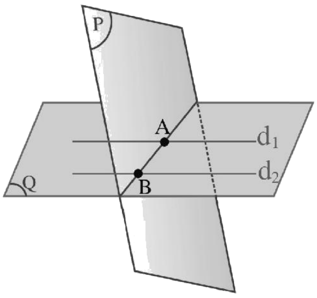
3- که چیرې د AB مستقیم خط او د P مستوي د M او K دوې ګډې نقطې ولري، د $\overline{AB}$ مستقیم خط د P په مستوي کې پروت دی؟

حل که چیرې د $\overline{AB}$ مستقیم خط له P مستوي سره دوې ګډې نقطې ولري نو د $\overline{AB}$ مستقیم خط ټول ټکي د P پر مستوي پراته دي یا ویل کېږي چې مستقیم خط له مستوي سره منطبق او یا مستقیم خط په مستوي کې پروت دی.

4- د B, A او C نقطې د P په مستوي کې واقع دي او همدارنګه د B, A او C نقطې د p' په مستوي کې هم پرتې دي، د P او p' مستوي‌ګانې یو ه له بلې سره څه اړیکه لري؟

حل لیدل کېږي چې د P او P' مستوي‌ګانې دوې ګډې نقطې لري په داسې حال کې چې نوموړې نقطې د یوه مستقیم خط په امتداد پرتې نه دي، نو د P او P' مستوي‌ګانې یو په بل باندې منطبق دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې موازي مستقیم خطونه(لومړی برخه)

د درسي کتاب (101) مخ

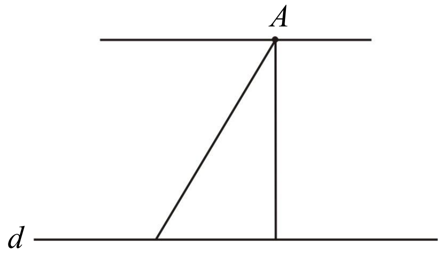
د لوست وخت: (دوه درسي ساعتونه)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د موازي مستقیم خطونو په مفهوم پوه شي. • په فضا کې موازي مستقیم خطونه رسم کړای شي. • د اړتیا په وخت کې یې وکاروي او خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د لوست عنوان او ورودي شکل ته راوګرزوئ او وپوښتئ: 1. په ورودي شکل کې څو مستويګانې لیدل کېږي؟ 2. په ورودي شکل کې څه ډول مستقیمونه لیدل کېږي؟ او یو له بل سره کوم حالت لري؟ که چیرې زده‌کوونکي ځوابونه وو ایي ښه به وي، له هغه پرته تاسو د هغو په برخه کې لنډ معلومات ورکړی او د هغه په ادامه دلوست پیل وکړی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

لومړی د موازي خطونو اکسیوم له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ ښایي چې ځواب وو ایي، وروسته زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی او د کتاب(101) مخ فعالیت ورکړی چې په خپلو کتابچو کې له بحث او خبرو وروسته یې سرته ورسوي. د فعالیت له سرته رسولو وروسته دې د دوو ډلو استازي خپل ډله‌ییز فعالیت نورو ته تشریح کړي که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړي وي، تېروتنه یې د هغې ډلې په واسطه صحیح او اصلاح کړی چې صحیح کار یې کړی وي.

بیا وریسې زده‌کوونکو ته هغه قضیه چې له یوې خارجي نقطې څخه له یوه مستقیم خط سره یوازې او یوازې یو موازي مستقیم خط رسمولای شو او بس، بیان کړئ او معلومات ورکړئ. د لانبه پوهېدو لپاره پر تخته باندې یو مستقیم خط د (d) او یوه نقطه د (A) چې په مستقیم پرته نه وي داسې رسم کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته درې داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ، ورته وواياست يو يې د A له نقطې څخه پر d باندې عمود، دويم يې د A له نقطې څخه د غير موازي(متقاطع) او دريم يې د A له نقطې څخه له d سره موازي رسم کړي. بيا پوښتنه وکړئ. څوک ويلای شي د A له نقطې څو نور موازي مستقيمونه رسمولای شو ؟

که زده‌کوونکي ځواب وو ايي ښه ترښه، له هغه پرته تاسو ورته وواياست له يوې نقطې څخه په يوه خط باندې لايتناهي متقاطع رسم کولی شو، خو يوازې او يوازې يو موازي او يو عمودي رسم کيدای شي او بس.

په پای کې دا هم ورته وواياست د A له يوې نقطې او d مستقيم څخه يوازې يوه مستوي تېرېږي.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم لپاره يو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د نوموړي قضيې شکل پر تخته رسم کړي، نور زده‌کوونکي دې داکار په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي. که چيرې کوم زده‌کوونکی د قضيې ثبوت وکولای شي ودې کړي.

له هغه پرته تاسو يې د شکل له مخې ثبوت او زده‌کوونکي ورباندې پوه کړئ.

په انفرادي توګه له زده‌کوونکو څخه دقضيې په اړه پوښتنې وکړئ او په شفاهي توګه ځوابونه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته اولارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره ارزونه وکړي.

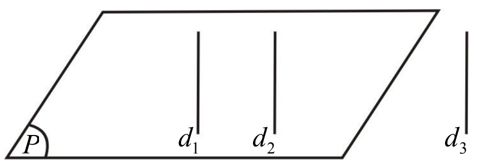
1. له يوې خارجي نقطې څخه له يوه مستقيم سره څو موازي مستقيمونه رسمولای شو ؟
2. څوک کولای شي له يوې خارجي نقطې څخه له يوه مسقتيم خط سره موازي خط رسم کړي ؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- که چيرې دوه مستقيم خطونه له يوه دريم مستقيم خط سره موازي وي، ثبوت کړئ چې دا مستقيم خطونه په خپل منځ کې هم موازي دي ؟

حل څرنګه چې $d_2 // d_3$ دی، غواړو ثبوت کړو چې $d_1 // d_2$.



که چيرې د d_1 خط د d_2 له خط سره موازي وي؛ نو دواړه د P په مستوي کې پراته دي او که چيرې د d_1 خط د d_2 له خط سره موازي نه وي، په دې صورت کې د P مستوي چې د d_1 خط په کې پروت دی د d_2 خط د A په ټکي کې قطع کوي.

ليدل کېږي چې د d_2 خط د d_3 له خط سره موازي دی، نو d_3 د p مستوي هم قطع کوي، په داسې حال کې چې د p مستوي د d_3 خط نشي قطع کولی، ځکه چې d_1 او d_3 خطونه يو له بل سره موازي او د P په متسوي کې پراته دي. له بلې خوا پوهېږو چې $d_2 // d_3$ دی؛ نو د P مستوي د d_2 مستقيم خط هم نشي قطع کولای، په دې صورت کې ويلای شو

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې د d_1 او d_2 مستقیم خطونه د P په مستوي کې شامل او یو له بل سره موازي دي.

اوس ښیو چې د d_1 او d_2 مستقیم خطونه یو له بل سره هېڅ ګډ ټکی نه لري. فرض کوو چې d_1 او d_2 مستقیم خطونو ګډ ټکي(O) وي، کولای شو د (O) له ټکي څخه دوه موازي خطونه له d_3 خط سره رسم کړو. چې دا نظر د 102 مخ قضیې ته چې مخکې تاسو لوستې ده، نا شونی ده؛ نو په نتیجه کې د d_1 او d_2 مستقیم خطونه یو له بل سره موازي دي؛ یعنې $d_1 // d_2$

2- که چیرې د E او F مستوي‌ګانې سره موازي وي او د L_1 مستقیم خط د E په مستوي کې او د L_2 مستقیم خط د F په مستوي کې واقع وي ایا $L_2 // L_1$ دی؟

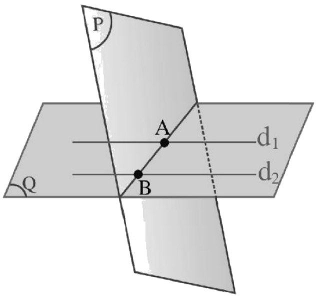
حل څرنګه چې د E او F متسوي‌ګانې یو له بل سره موازي دي د L_1 او L_2 مسقتیم خطونه چې په ترتیب د E او F په مستوي‌ګانو کې واقع دي؛ نو ویلای شو چې د L_1 او L_2 مستقیم خطونه هم یو له بل سره موازي یا یو له بل سره متنافر دي.

3- که چیرې د E او F مستوي ګانې سره متقاطع او د P مستوي هغوی دواړه قطع کړي، آیا د E او همدارنګه د F ګډ فصل د E او P له مشترک فصل او د F او P له مشترک فصل سره موازي دی؟

حل

ددې پوښتنې په حل کې ویلای شو چې د نوموړو مستویګانو په موقعیت یا نسبي حالتونو پورې اړه لري، کېدای شي چې موازي او هم کېدای شي چې متقاطع شي؛ یعنې که چیرې له ګډ فصل سره یې موازي قطع کړي؛ نو ګډ فصلونه سره موازي او له هغه پرته ګډ فصلونه متقاطع دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې موازي مستقيمونه(دويمه برخه)

د درسي کتاب (101) مخ

د لوست وخت: (دوه درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د دوو موازي مستقيمونو او متقاطع مستويګانو په مفهوم پوه شي. • دوه موازي مستقيمونه د يوې مستوي په واسطه قطع کړای شي. • د تقاطع حالت يې پيدا کړای شي. • د پورته حالتونو په سرته رسولو خوښي ښکاره کړي او خوند ورځنې واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهييز او انفرادي کار
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد.
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د لومړي برخې په ادامه ورپسې بل لوست داسې پيل کړي: چې د تېر لوست لنډه يادونه د پوښتنو په کولو سره وکړي او زده‌کونکي دې ځوابونه ووايي. ډېره پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي سم ځواب ووايي او که نه؟ د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشی ورته ووایاست چې د درسي کتاب د 102 مخ فعاليت سرته ورسوي.
په ډلو کې د فعاليت له سرته رسولو وروسته د هرې ډلې استازی خپل فعاليت نورو ته تشريح کوي، که چيرې کومې ډلې تېروتنه کړي وي د هغوی پام تېروتنې ته راواړوی. چې صحيح يې کړي بيا نوموړی فعاليت په عملي توګه ديوه داؤطلب زده‌کوونکي په واسطه داسې سرته ورسوی چې دوه لښتې په موازي ډول د ميز په سطحې باندې کښېږدي او د يوې پاڼې په واسطه يې قطع کړی، له نورو زده‌کوونکو څخه وپوښتئ د کاغذ د پاڼې او لښتې چې په يوه مستوي کې دي، ايا تقاطع يې ټکي دي که خط؟ که زده‌کوونکي ستونزې ولري تاسو شکل پر تخته رسم او تشريح يې کړي.
په پای کې د اړوندفعاليت قضيه دکتاب له مخې بيان او مفهوم يې تشريح کړئ، چې زده‌کوونکي يې پر مفهوم باندې پوه او د يو بل په مقابل کې استدلال وکړای شي. وروسته يو داوطلب زده‌کوونکي تختې راوغواړئ چې قضيه د شکل له مخې داسې ثبوت او تشريح کړي چې نور زده‌کوونکي هم په کې فعاله ونډه واخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لا ښه تحکیم لپاره له زده‌کوونکو څخه په انفرادي ډول داسې پوښتنې وکړئ:

1. که چیرې دوه مستقیم خطونه موازي وي او د P مستوي یو له هغو څخه قطع کړي ایا بل یې هغه قطع کولای شي؟

2. که چیرې یوه مستوي دوه موازي خطونه قطع کړي، ایا دا دواړه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې پراته دي، کـه پـه بېـل بېل مستوي‌ګانو کې؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې لارښوونه وکړئ.

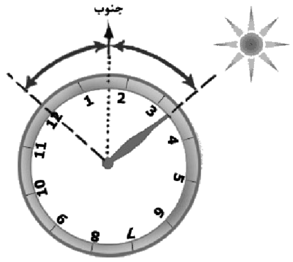
7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره ارزونه وکړئ.

1. که چیرې دوې مستوي‌ګانې متقاطع وي، ایا ویلای شو چې تقاطع یې یوه نقطه ده که یو خط؟

2. د دوو مستوي‌ګانو د تقاطع فصل په یوه مستوي کې وي او که په دواړو کې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې د دوو مستقیمو کرښو ترمنځ زاويه

د درسي کتاب (103) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د دوو مستقيمو کرښو ترمنځ د زاويې پر مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د موازي ضلعو په رسمولو سره مساوي زاويې رسم کړای شي. • له پورته پوهې او مهارت څخه په مسطحه هندسې کې هم کار واخېستلای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز او انفرادي کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضيح** (5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی لـه سلام او احوال پوښـتنې وروسـته د زده‌کوونکـو پـام دکتـاب عنـوان او ورودي برخې ته راواړوئ او ورڅخه وپوښتئ: • څوک ويلای شي کـه چيرې د يوې زاويې د دويمې ضلعې دوران د ساعت لـه عقربې سره سم(عين لور) حرکت وکړي زاويه مثبت ده او که منفي ؟ • څوک ويلای شي که چيرې د يوې زاويې د دويمې ضلعې دوران د ساعت د عقربې په مخالف لوري حرکت وکړي، زاويه مثبت ده او که منفي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ځوابونـه ورتـه وواياست دلوست بهير اوفعاليت پيل کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی: زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشی، دنده ورکړئ چې دکتاب(103) مخ فعاليت له هدايت سره سم سرته ورسوي. د زده‌کوونکو دکار څارنـه وکړی کـه چيـرې کومـه ډلـه پوښـتنه‌کړي لارښـوونه وکړی. د فعاليـت د سـرته رسـولو وروسته د هرې ډلې استازی خپل فعاليت پر تخته نورو ډلو ته تـشريح کوي کـه چيـرې کومې ډلې تېروتنـه‌کړې وي، د يـوې بلې ډلې يا يو داوطلب زده‌کوونکي په واسطه يې اصلاح کړئ.

بيا يو داوطلب زده‌کوونکی راوغواړی چې د همدې فعاليت د اړوندې قضيې شکل پر تخته رسم‌کړي؛ نور زده‌کوونکي دې په خپل کتابچو کې رسم‌کړي، د شکل د سموالي لپاره دې زده‌کوونکي شـکلونه د تختې لـه شکل سـره پرتلـه‌کړي، وروسته تاسود قضيې مفهوم ورته بيان او تعريف‌کړئ. ثبوت يې د شـکل لـه مخې د زده‌کوونکـو پـه فعـال ګـډون او برخـې اخېـستنې سره سرته ورسوئ. بيا يو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ ورتـه وواياسـت چې مـوازي ضلعې او مـساوي زاويې پـه نـښه کړي، په همدې ډول دوه نور داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړی چې د قضيې لومړی او دويمـه پايلـه بيـان، شـکلونه يې پر تخته رسم‌کړي، که چيرې زده‌کوونکي له ستونزو سره مخامخ‌کېږي مرسته او لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لا ښه تحکیم لپاره لاندې پوښتنې چې له نوي لوست سره اړیکې لري ورکړئ او ځوابونه دې زده‌کوونکي ووایي.

1. هغه زاویې چې په ترتیب سره یې ضلعې یوه په یوه موازي او هم جهت وي، نوموړي زاویې تل یو له بله سره مساوي دي؟

2. هغه زاویې چې ضلعې یې یوه په یوه موازي او مختلف الجهت وي، تل یو له بله سره مساوي دي؟

له ځواب ویلو وروسته دوه زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې نوموړي زاویې پر تخته باندې رسم او اندازه کړي او نور زده‌کوونکي دې خپلې تېروتنې سمې کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره ارزونه وکړئ:

1. څوک کولای شي دوه مساوي زاویې چې ضلعې یې یوه په یوه موازي او هم جهت وي، رسم کړي؟

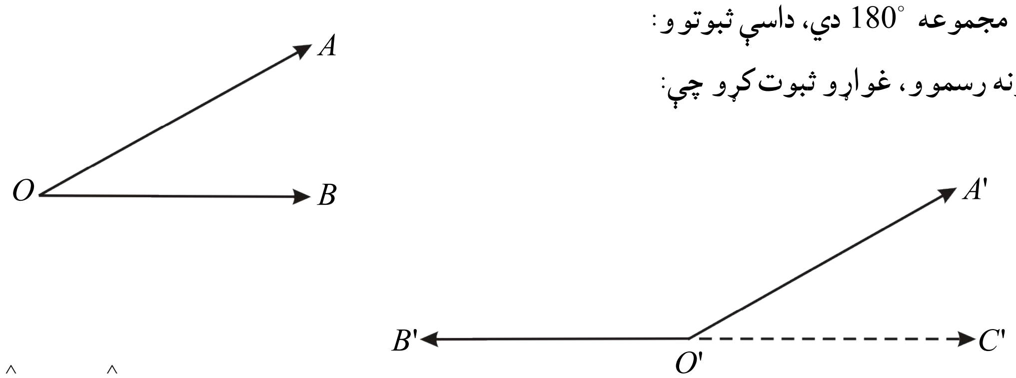
2. څوک کولای شي داسې دوه زاویې چې ضلعې یې یوه په یوه موازي او مختلف‌الجهت وي، رسم کړي؟

پوښتنې د زده‌کوونکو په واسطه حل او ځوابونه په لاس راوړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

که چیرې د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهت او د هغو یوه، یوه ضلع موازي او مختلف جهتونه ولري، ددې دواړو زاویو مجموعه 180° دي، داسې ثبوتوو:

لومړی شکلونه رسموو، غواړو ثبوت کړو چې:



$\hat{AOB} + A'\hat{O}'B' = 180^\circ$

د O له نقطې څخه د OB له ضلعې سره موازي او مخلتلف‌الجهت رسموو.

په شکلونو کې لیدل کېږي چې $\overline{OA} // \overline{O'A'}$, $\overline{OB} // \overline{O'B'}$ دي، همدارنګه $\overline{OA}$ او $\overline{O'A'}$ ضلعې هم جهته، $\overline{OB}$ او $\overline{O'B'}$ ضلعې مختلف‌الجهت دي، د مخکې قضیې له مخې لیکلای شو: $A\hat{O}B = A'\hat{O}'C'$

له بلې خوا پوهېږو چې $A'\hat{O}'C' + A'\hat{O}'B' = 180^\circ$

اوس له پورتنی مساوات څخه د $A'\hat{O}'C'$ زاویې مساوي قیمت په لیکلو سره لیکو: $A\hat{O}B + A'\hat{O}'B' = 180^\circ$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- که د دوو زاویو پراخوالی سره مساوي وي او د یوې زاویې یوه ضلع د بلې زاویې له ضلعې سره موازي وي، ایا د هغو زاویو نورې ضلعې هم یوه له بلې سره موازي دي. ولې؟

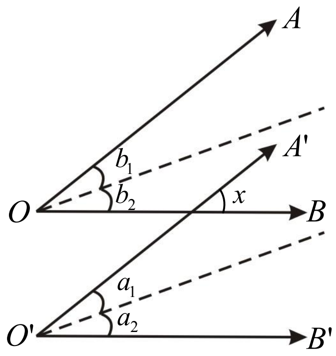
حل: د تېر لوست، د لوستل شوې قضیې له مخې(په فضاکې دوې زاویې چې دوه په دوه موازي او هم جهت ضعلې ولري یو له بل سره مساوي دی).

ځرنگه چې د دوو زاویو پراخوالی سره مساوي دي او د یوې زاویې یوه ضلع د بلې زاویې له یوې ضلعې سره موازي ده؛ نو نورې ضلعې یې هم سره موازي دي.

2- که د دوو زاویو ضلعې سره موازي وي، ثابت کړئ چې د دغو زاویو، ناصف‌الزاویې هم یو له بل سره موازي او ایا یو پر بل عمود دي.

حل: په $A\hat{O}B$ زاویه‌کې $\hat{b}_1=\hat{b}_2$

او په $A'\hat{O}'B'$ زاویه‌کې $\hat{a}_1=\hat{a}_2$



ځرنگه چې $\hat{x}=\hat{a}_1+\hat{a}_2$ ...(متوافقې له مخې) او همدارنگه $\hat{x}=\hat{b}_1+\hat{b}_2$ ...(متوافقې له مخې) کېږي؛نو له بلې خوا پوهېږو چې $\hat{a}_1=\hat{a}_2$ او $\hat{b}_1=\hat{b}_2$ ده؛نو:

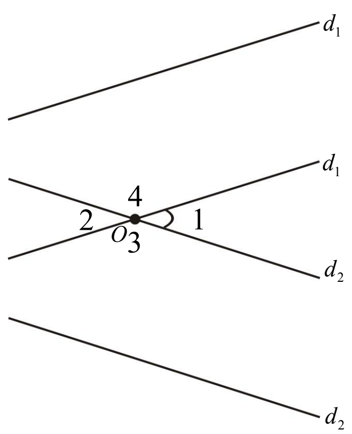
$$2\hat{a}_1=2\hat{b}_1 \Rightarrow \hat{a}_1=\hat{b}_1 \quad , \quad \hat{a}_2=\hat{b}_2$$

همدارنگه له پوښتنې څخه پوهېږو چې $\overline{OB}$ او $\overline{O'B'}$ سره موازي دي او وښوول شو چې $\hat{a}_1=\hat{b}_1$ ده؛ نو که چیرې دوې زاویې سره مساوي او یوه، یوه ضلع یې موازي وي؛ نو بله ضلع یې هم خامخا یو له بله سره موازي ده.

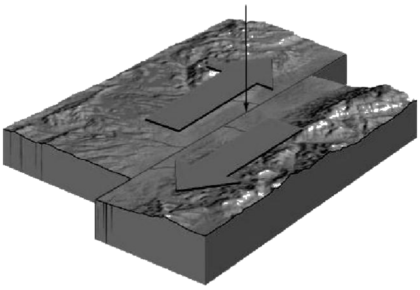
په نتیجه‌کې که چیرې د دوو زاویو ضلعې دوه په دوه سره موازي وي؛ نو د هغو زاویو ناصف‌الزاویې هم سره موازي دي.

3- د d_1, d_2 دوو متنافرو مستقیمونو ترمنځ زاویه پیداکړئ.

حل: د d_1 او d_2 دوه متناظر خطونه په فضاکې په پام‌کې نیسو، د مستوي د (O) له اختیاري ټکي څخه د Od_1 او Od_2 خطونه په ترتیب له d_1 او d_2 سره موازي رسموو، لکه په شکل‌کې څلور زاویې چې د Od_1 او Od_2 خطونو په واسطه جوړېږي، دوه په دوه یو له بل سره مساوي او یا یو د بل متممې دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library



دريم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې موازي مستقيم خطونه او موازي مستوي گانې

د درسي کتاب (105) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د مستقيم خطونو او مستوي‌گانو په موازي حالتونو پوه شي. • د متقاطع مستوي‌گانو له گډ فصل سره موازي مستقيم رسم کړای شي. • له پورتنۍ پوهې او مهارت څخه په ورځنی ژوند کې کار واخېستلای شي او خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز او انفرادي کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	د کاغذ دوې پاڼې- لښتې او ميز
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته راواړوئ او ورڅخه وپوښتئ: • څوک ويلای شي څه وخت يو مستقيم خط له يوې مستوي سره موازي بلل کېږي؟ • کوم دوه مستقيم خطونو ته يو له بل سره موازي ويل کېږي؟ • کيدای شي چې په فضا کې دوې مستوي‌گانې يوه له بلې سره موازي وي؟ زده‌کوونکو ته وخت ورکړی چې پورتنۍ ځوابونه وواييي له هغه پرته تاسو په لنډه توگه معلومات ورکړئ، بيا د لوست بهير او فعاليت پيل کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، دنده ورکړئ چې د کتاب(105) مخ فعاليت له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي. په ياد ولرئ چې دا فعاليت په درې قضيو پورې اړه لري. له فعاليت وروسته د دوو ډلو استازي راځي او د خپل ډلې کارونه تشريح او څرگندوي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. وروسته په عملي توگه د زده‌کوونکو په گډون سره داسې کار وکړئ يو داوطلب زده‌کوونکی د ټولگي مخې ته راوغواړئ ورته وواياست چې دا دوې لښتې د خطونو په توگه او د مېز سطح د يوې مستوي په توگه ومنئ.

غوښتل شوي زده‌کوونکي ته وواياست چې يوه لښته د مېز په سطحې باندې کېښېږدي او بله لښته په فضا کې داسې ونيسي چې د نومړې لښتې سره موازي وي، که زده‌کوونکی ستونزه ولري، مرسته او لارښوونه وکړئ، بيا له زده‌کوونکو څخه پوښتنه وکړئ:

ايا دا لښته يوازې د مېز په سطحې باندې له پرتې لښتې سره موازي ده او که د مېز له سطحې سره هم موازي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښايي چې زده‌کوونکي ځواب وواييي له هغه پرته شکل په تخته بانـدې رسـم د قضيې مفهـوم ورتـه بيـان او ثبـوت يـې د زده-کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره وکړئ. په همدې ډول دويـم داوطلـب زده‌کوونکی د ټولګي مخې تـه راوغـواړئ يـوه لښته او دوې پاڼې د کاغذ ورکړئ د کاغذ دواړه پاڼې دې څنګ، په څنګ داسې ونيسي چې له تقاطع يې يو ګـډ فـصل مـنځ تـه راشي او لښته دې په فضا کې داسې ونيسی چې له ګډ فصل سره موازي ډول غوره کړي او وپوښتئ؛ دا لـښته يـوازې لـه ګـډ فصل سره موازي ده که له مستوي‌ګانو سره هم موازي ده؟ که زده‌کوونکي ځواب وواييي ښه به وي، له هغه پرته تاسـو ورتـه وواياست دا لښته له مستوي‌ګانو سره هم موازي ده.

په پای کې ددې فعاليت د اړوند قضيې مفهوم بيان او شکل يې پر تخته بانـدې رسـم د شـکل لـه مخـې د زده‌کوونکـو پـه ګـډون اوفعالې برخې اخېستنې سره ثبوت کړئ.

په همدې ډول د درسي کتاب 106 مخ وروستی قضيه د پوښتنې او ځواب په توګه د زده‌کوونکـو پـه فعـالې برخـې اخېـستنې سره د شکل له مخې پر تخته باندې ثبوت کړئ او مفهوم يې له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکيم لپاره څو تنه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړي د هـرې قـضيې مفهـوم او بيان ورکړئ ورته وواياست چې د قضيو له بيان سره سم شکلونه پر تختې باندې رسم کړئ د ستونزو پـه صـورت کـې مرسـته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ د لوست په اړه داسې پوښتنې وکړئ:

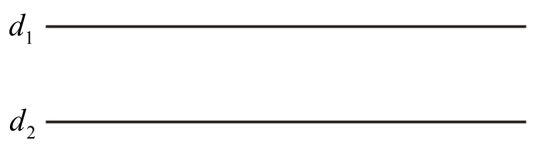
1. که چيرې Δ د يو مسقتيم خط له يوې مستوي سره موازي وي، ايا د Δ مستقيم له هغه خطونو سره چې په مـستوي کې پراته دي موازي دی؟(ځواب هو)
2. که چير د Δ مستيم خط له دوو متقاطع مستويګانو سره موازي وي، ايا د Δ مستقيم خط د نومـوړي مـستوي‌ګـانو له ګډ فصل سره هم موازي دی؟(ځواب هو)

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

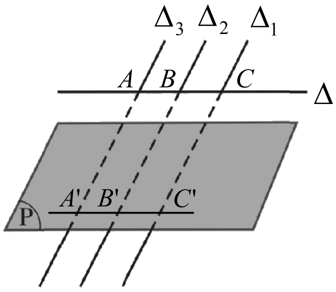
9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- که چيرې د d_1 او d_2 مستقيم خطونه سره موازي وي، څو موازي مستوي‌ګانې له هغو سره رسمولای شئ؟

حل: که چيرې دوه خطونه سره موازي وي له هغو سره بې شمېره موازي مستوي‌ګانې رسم کيدای شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library



2- که چیرې د Δ_1 , Δ_2 او Δ_3 موازي خطونه د P مستوي او د Δ مستقیمې کرښې په واسطه په داسې حال کې چې د Δ مستقیمه کرښه د P له مستوي سره موازي ده، قطع شي، ثبوت کړئ چې مخامخ قطع شوي قطعات یو له بل سره مساوي دي.

حل: که چیرې Δ_1 , Δ_2 او Δ_3 موازي خطونه د Δ مستقیم خط د A , B او C په ټکو کې قطع کړي او د P مستوي نوموړي خطونه د A' , B' او C' په ټکو کې قطع کوي، نو د $\overline{AB}$ او $\overline{A'B'}$ خطونه سره موازي دي، څرنګه چې د Δ مستقیمه کرښه د P له مستوي سره موازي ده، نو $AA'BB'$ شکل یوه متوازي‌الاضلاع ده، همدارنګه د $\overline{BC}$ او $\overline{B'C'}$ خطونه سره موازي دي؛ له دې امله $\overline{AB}=\overline{A'B'}$ دی، همدارنګه د BC او $B'C'$ خطونه سره موازي دي، نو د $BB'CC'$ شکل هم یوه متوازي‌الاضلاع ده؛ چې په نتیجه کې $\overline{BC}=\overline{B'C'}$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضایي هندسه

په فضا کې متعامدې مستقیمې کرښې او مستوي ګانې

د درسي کتاب (107) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د متعامد مستقیمو کرښو او مستويګانو په مفهوم پوه شي. • په فضا کې یو پر بل باندې متعامد مستقیم خطونه او مستويګانې رسم کړای شي. • د اړتیا په وخت کې له متعامدو مستقیم خطونو او مستويګانو څخه کار واخېستلای شي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی: د سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • که چیرې د Δ مستقیمه کرښه د P په مستوي باندې د (O) په ټکي کې عمود وي، ایا هغه ټول مستقیم خطونه چې د مستوي د همدې (O) له ټکي څخه تېرېږي د Δ پر مستقیمې کرښې عمود دي؟ ښاغلی ښوونکی که چیرې زده‌کوونکي ځواب و وایي ښه به وي، پرته له هغه کوښښ وکړی چې د پوښتنې ځواب په لنډه توګه و وایاست، هو ټول هغه مستقیمونه چې د مستوي د (O) له نقطې څخه تېرېږي، د Δ پر مسقتیم باندې عمود دي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

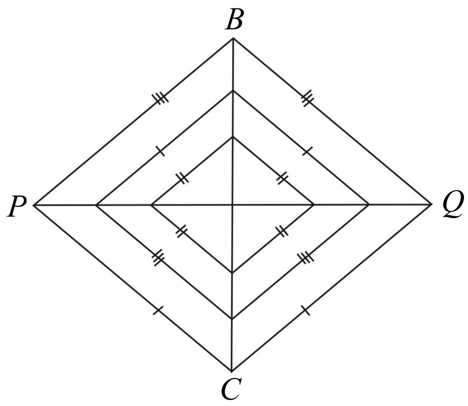
ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو و وېشئ ورته و وایاست چې د درسي کتاب(107) مخ فعالیت له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي او شکل یې په بشپړ ډول رسم کړي. وروسته دې د دوو ډلو استازي د رسم شوي شکل طریقه نورو ته تشریح او توضیح کړي. که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي. کوښښ وکړئ چې تېروتنه یې د دوستي په فضا کې د بلې ډلې په واسطه سمه شي؛ یعنې د یوه سالم رقابت په منځ ته راوړلو یوه ډله د بلې ډلې تېروتنې سمې کړي، په پای کې ښوونکی د همدې مخ د قضیې مفهوم ورته بیان او شکل دې مرحله په مرحله په بشپړ ډول پر تخته باندې رسم کړي او ثبوت دې د شکل له مخې د زده‌کوونکي څخه د پوښتنې او ځواب په ډول وشي.

ښاغلی ښوونکی کوښښ وکړئ هغه کرښې یو پر بل عمود یا یو له بل سره مساوي او همدارنګه هغه شکلونه چې یو په بل انطباق منونکي وي،بې د زده‌کوونکو په واسطه پیدا کړئ، که چیرې زده‌کوونکي ستونزې ولري، تاسو یې په جلا، جلا ډول ورته پیدا او وښایاست. په پای کې یې ثبوت د هغه چارټ له مخې چې مخکې مو جوړ کړی دی د زده‌کوونکو په ګډون او فعالې ونډې اخېستنې سره سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوخوالي لپاره دکتاب د 108 مخ فعالیت زده‌کوونکو ته ورکړئ چې هر یو یې په انفرادي ډول په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي، وروسته درې تنه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې هر یو یې د فعالیت یوه، یوه برخه سرته ورسوي او تشریح یې کړي، که چیرې ستونزې ولري، مرسته او لارښوونه وکړئ او مخامخ شکل پر تخته باندې رسم مساوي اندازې یې ورو ښایاست.



7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ د لوست په اړه داسې پوښتنې وکړئ:

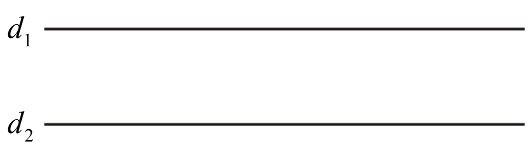
1. که چیرې د Δ مستقیمه کرښه د P پر مستوي باندې د (O) په ټکي کې عمود وي، ایا کیدای شي ټول هغه مستقیمونه چې د(O) له ټکي څخه تېرېږي د Δ پر مستقیم عمود وي؟
2. که چیرې دوه مستقیم خطونه د Δ پر مستقیم خط چې د مستوي د(O) له نقطې څخه تېرېږي عمود وي، ایا د Δ مستقیم په هغه مستوي باندې چې ددې دوو مستقیمو له تقاطع څخه تېرېږي، هم عمود دي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ او شکلونه یې پر تخته باندې رسم کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

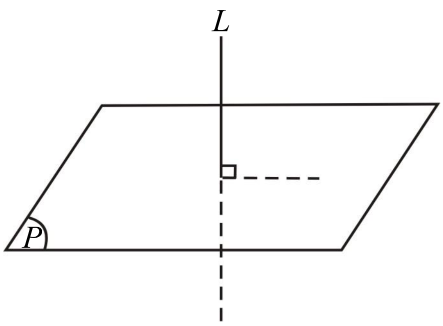
1- که چیرې د d_1 او d_2 خطونه یو له بل سره موازي وي، له هغو سره څو موازي مستوي‌ګانې رسمولای شئ؟

حل: که چیرې دوه خطونه سره موازي وي، له هغو سره بې شمېره موازي مستویګانې رسمولای شو.



2- که د L خط د P پر مستوي عمود وي، آیا ټولې هغه مستوي‌ګانې چې د L خط په کې پروت دی، د P پر مستوي باندې عمود دي؟

حل: (هو) که چیرې د L خط د P پر مستوي عمود وي، په دې صورت کې ټولې هغه مستوي‌ګانې چې د L خط په کې پروت دی، د P پر مستوي باندې عمود دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې موازي مستوي‌گانې

د درسي کتاب (109) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د دوو موازي مستوي‌گانو په مفهوم پوه شي. • په فضا کې د دوو موازي مستوي‌گانو په جوړښت به پوه شي. • په فضا کې موازي مستوي‌گانې به رسم کړای شي. • د اړتیاپه وخت کې موازي مستوي‌گانې وکارولای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز او انفرادي کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې وروسـته د زده‌کوونکـو پـام دکتـاب عنـوان او ورودي برخې ته راوگرځوي او وپوښتيئ: • دکتاب د ورودي برخې مخامخ شکل څو پوړه(طبقې) لري؟ • د پورته پوړ کړکی، دکښته پوړ له کړکیو سره څه ډول حالت لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونـه لـه زده‌کوونکـو څخـه پـه لاس راوړئ، لـه هغـه پرتـه د هغـو دموازي والي حالتونه تشريح او څرگند کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي پـه مناسـبو ډلـو وویشئ ورتـه وواياسـت چې د درسـي کتـاب 109 مـخ فعاليـت لـه بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي، د فعالیت له سرته رسـولو وروسـته د دریـو ډلـو اسـتازي راوغـواړی چې خپـل سـرته رسـولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، دکومې ډلې د تېروتنې په صورت کې بله داوطلب ډله دې هغه داسې اصلاح کړي چې د ټولـو د قناعت وړ وگرځي.

بیا د یوه زده‌کوونکي په واسطه د(110) مخ هغه دوه شکلونه چې پـه فعاليـت کـې $d_1 // \Delta_1$ او $d_2 // \Delta_2$ دي، پـر تختـه رسـم کړی د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

همدارنگـه یـو داوطلـب زده‌کـوونکی تختـې تـه راوغـواړئ چـې دوې مـوزاي مـستوي‌گـانې د شـرطونو لـه مخې پر تختـه او نورزده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې رسم کړي، یو له بل سره دې پرتله کړي. په پای کې د شکلونو له مخې د قضیې مفهـوم او پایله ورته بیان او ثبـوت یې د زده‌کوونکـو پـه گـډون او فعـالې برخـې اخيـستنې سـره، دپوښـتنې او ځـواب پـه ډول سـرته ورسوئ، ترڅو زده‌کوونکي د قضیې په مطلب ښه پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره له زده‌کوونکو څخه په لاندې ډول پوښتنې وکړئ، چې ځوابونه و وایي:

- څوک کولای شي څلور مستقیم خطونه داسې رسم کړي چې نوموړي خطونه دوه په دوه متقاطع او هم دوه په دوه یو له بل سره موازي وي؟
- ایا د پورته هرې متقاطع جوړې خطونو څخه یوه مستوي تېرېږي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه په انفرادي ډول له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، که چیرې کوم زده‌کوونکی تېروتنه کوي د بل داوطلب زده‌کوونکي په واسطه یې تېروتنه اصلاح کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې داډمن شي چې زده‌کړه شوې ده او که نه؟ د ارزونې لپاره داسې پوښتنې وکړئ:

1. په فضا کې د دوو موازي مستويګانو امکان شته؟
2. څوک دوې موازي مستويګانې رسمولای شي؟
3. موازي مستويګانې څو مشترکې نقطې لري؟

کولای شئ په همدې ډول نورې پوښتنې وکړئ او ځوابونه یې له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، تر څو سمه ارزونه وشي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

که چیرې د E او F مستويګانې سره موازي وي او د L_1 مستقیمه کرښه د E په مستوي او د L_2 مستقیمه کرښه د F په مستوي کې پرتې وي، آیا $L_1 // L_2$ دی؟

حل: که چیرې E او F مستويګانې سره موازي وي او د L_1 او L_2 مستقیم خطونه په اختیاري لورې په ترتیب سره د E او F په مستويګانو کې واقع وي، څرنګه د E مستوي د F له مستوي سره موازي ده؛ نو ټول هغه خطونه چې د E په مستوي کې پراته دي،له هغه ټولو خطونو سره چې د F په مستوي کې دي موازي دي، په پایله کې ویلای شو $L_1 // L_2$ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(څلور درسي ساعتونه)

هرې پوښتنې ته څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب يې پيدا او کرښه ترې تاو کړئ.

1- د P مستوي د A او B نقطې مفروض دي. که د A او B د نقطو فاصله له p مستوي څخه مساوي وي، د P مستوي په هر حال کې:

a) د AB له خط سره موازي ده.
b) د AB خط يې له منځه تيرېږي.
c) د AB خط عمودي ناصف دی.
(d) د AB له خط سره موازي دي يا له AB څخه تيرېږي.

2- که د Δ خط د P په مستوي باندې عمود وي، نو:

(a) د Δ خط د مستوي پر ټولو خطونو عمود دی.
b) د Δ خط يوازې د P مستوي پر دو و خطونو عمود دی.
c) د Δ خط د P مستوي له بې شمېره خطونو سره موازي دی.
d) د Δ خط يوازې د P مستوي له يوه خط سره موازي ده.

3- په دقيق ډول له لاندې کومو اجزاو و څخه يوه مستوي نه تيرېږي له:

(a) له هغو درې نقطو څخه چې پر يو مسقيم واقع دی.
b) له دو و متقاطع خطونو څخه.
c) د يو خط او د هغې له خارجې نقطې څخه.
d) څلور متمايزې(مختلفې نقطې)

4- له لاندې ځوابونو څخه کوم يو يې هر وخت سم نه وي.

(a) که د Δ مستقيم خط د P له مستوي سره موازي وي او له هغه خط څخه يوه مستوي تېره کړو، دا مستوي د P له مستوي سره موازي ده.
b) که د Δ او Δ' دوه خطونه د d له خط سره موازي وي، هغه وخت Δ او Δ' يو له بل سره موازي دي.
c) که د Δ او Δ' دوه خطونه موازي وي او د P مستوي د Δ خط قطع کړي، د Δ' خط هم قطع کولای شي.
d) که دوې مختلفې مستوي‌گانې په يوه نقطه کې شريکې وي، نو نوموړې مستوي‌گانې د ياد شوې ټکي په امتداد شريکې دي.

5- د Δ خط د P مستوي قطع کوي، خو د P پر مستوي عمود نه دی. دا خط د P مستوي په څو خطونو باندې عمود دی؟

(a) 0 b) 1 c) 2 d) بې شمېره

6- له لاندې ځوابونو څخه کوم يو يې هر وخت سم نه دی.

(a) که کوم خط د مستوي له خطونو سره موازي وي او متمايز وي، نوموړی خط د هغې له مستوي سره موازي دی.
b) که يو خط يوه له متقاطع مستويگانو څخه قطع کړي، بله هم قطع کوي.
c) که يو خط يوه له دو و موازي مستويگانو څخه قطع کړي، بله يې هم قطع کوي.
d) که يوه مستوي يوه له دو و موازي مستوي‌گانو څخه قطع کړي، بله يې هم قطع کوي.

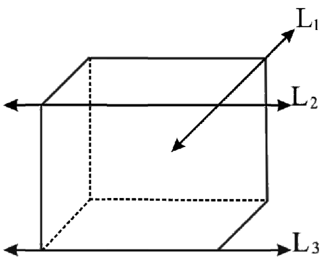
(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې سوالونه حل کړئ.

1- که دوه مستقیم خطونه له یوې مستوې سره موازي وي، نوموړي مستقیم خطونه په خپل منځ کې عمودکیدای شي ؟

حل: نوموړي خطونه په خپلو منځو کې عمودکېدای نشي.

2- په لاندې مستطیل کې د L_2, L_1 او L_3 خطونو موقعیت نظر یو بل ته څرګند کړئ. د دې خطونو کومې جوړې متقاطع، کومې جوړې یې موازي او کومې جوړې متنافرې دي ؟

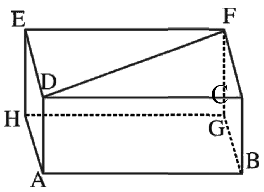


حل: د L_1 او L_2 خطونه په یوه سطح کې دي، خو د L_3 خط د L_1 او L_2 خطونه بشکته خوا ته موقعیت لري. L_1 او L_2 خطونه متقاطع خو د L_2 او L_3 خطونه نوموازي دي، نو L_1 او L_3 خطونه متنافر دي.

3- که د P_1 او P_2 مستوي‌ګانې د P پر مستوي باندې عمود وي، د P_1 او P_2 مستوي‌ګانې په خپل منځ کې موازي دي ؟

حل: هو، که چیرې د P_1 او P_2 مستوي‌ګانې د P پر مستوي باندې عمود وي؛ نو P_1 او P_2 مستوي‌ګانې پخپل منځ کې سره موازي دي.

4- په مخامخ شکل کې هر څلور ضلعي یو مستطیل دی.



a) د دوو مستوي‌ګانو نومونه واخلئ چې پر $\overline{AD}$ عمود وي او وواېئ ولې عمود دي ؟

b) د دریو قطعه خطونو، نومونه واخلئ چې پر $ABCD$ مستوي باندې عمود وي.

c) د $E\hat{D}F$ زاویه قایمه ده.

d) د $D\hat{F}C$ زاویه قایمه ده.

حل:

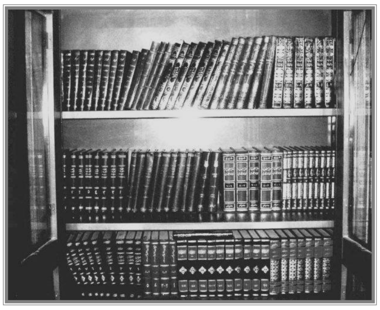
a) د $ABGH$ او $DCFE$ مستوي‌ګانې د معکب مستطیل دوې سطحې دي او یو له بل سره موازي دي. د یوې قضیې په اساس چې وایي(که چیرې دوې مستوي‌ګانې په یو خط عمود وي، په خپل منځ کې موازي دي.)؛ نو څرنګه چې نوموړې دواړه مستویګانې موازي دي؛ نو ځکه په $\overline{AD}$ خط عمودي دي.

b) $\overline{ED}, \overline{AH}$ او $\overline{FC}$ خطونه پر $ABCD$ مستوي باندې عمود دي

c) د $E\hat{D}F$ زاویه قایمه نه ده؛ ځکه چې پورتنی شکل یو مکعب مستطیل دی، د $E\hat{D}C$ زاویه یوه قایمه ده، په داسې حال کې چې د $E\hat{D}F$ زاویه د $E\hat{D}C$ له زاویې څخه کوچنۍ ده.

d) د $D\hat{F}C$ زاویه قایمه نه ده؛ ځکه چې $E\hat{F}C$ زاویه قایمه؛ یعنې 90° ده، ولې د $D\hat{F}C$ زاویه د $E\hat{F}C$ له زاویې څخه کوچنۍ ده؛ نو ځکه قایمه نشي کېدلای.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شلورم څپرکی: ترادفونه

ترادفونه *Sequences*

د درسي کتاب (117) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د ترادفونو، متزاید ترادفونو او متناقصو ترادفونو په مفهوم پوه شي. • ترادفونه جوړ او a_n حد یې پیداکړای شي. • د ترادفونو په جوړولو او n – ام حد په پیدا کولو سره خوښي ښکاره او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډلهییز، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • څوک کولای شي و وایي چې د طبیعي عددونو د هر وروستیو او مخکینیو عددونو ترمنځ توپیر څو دي؟ • څوک کولای شي په ترتیب 8 عددونه له کوچني څخه د لوی خوا ته ولیکي؟ • څوک کولای شي 12 عددونه له لوی څخه د کوچني خوا ته ولیکي؟ همدارنګه د کتاب د ورودي شکل په برخه کې معلومات وغواړی او کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړی، له هغه پرته تاسو لنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی یوه داوطلب زده‌کوونکي ته بلنه ورکړئ چې په ترتیب سره تر شلو پورې ټول جفت عددونه ولیکي او بیا وپوښتئ چې د هر دوو پرله پسې عددونو ترمنځ توپیر څو دي؟

که چیرې زده‌کوونکي ځواب و وایي ښه به وي له هغه پرته تاسو ځواب و وایاست. په همدې ډول یو بل زده‌کوونکی راوغواړئ چې په ترتیب سره تر شلو پورې ټول طاق عددونه پر تخته ولیکي، بیا وپوښتئ چې د هر دوو پرله پسې عددونو ترمنځ توپیر څو دی؟

ښایي زده‌کوونکي ځواب و وایي د ځواب د نه ویلو په صورت کې تاسو ځواب و وایاست او هم و وایاست چې لومړی یې د جُفت عددونو د ترادف په نامه او دویم یې د طاق عددونو د ترادف په نامه یادیږي، چې د جفت عددونو ترادف د $2n$ او د طاق عددونو ترادف د $2n-1$ په واسطه په لاس راځي. په پای کې د ترادف تعریف ورته بیان او د تعریف ناحیه یې(طبیعي

(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونه) د قیمتونو ناحیه یې(حقیقي عددونه) ورته وواياست او دا ترادف یعنې $a_1, a_2, a_3 \ \ldots \ a_n$ چې د ترادف په نامه یادېږي پر تخته ولیکئ او هم ورته وواياست ترادف باید مرتب او منظم شکل ولري، نه نامرتب او غیر منظم شکل.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ دکتاب 117 مخ فعالیت ورکړئ چې د بحث او خبرو وروسته د هر یوه ترادف پراختیایي شکل ولیکي، وروسته د متزایدو او متناقصو ترادفونو په برخه کې پوښتنې وکړئ چې هره ډله په وار سره ځواب ووايي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

بیا دوه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې یو یې د $a_n = n^2$ ترادف او بل یې د $b_n = \dfrac{n}{3}$ ترادف د $n = 1, 2, 3, 4, \ \ldots$ لپاره پیدا کړي، دریم زده‌کوونکی دې په هغو کې متزاید او متناقص ترادف وښيي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکیم او زده‌کړې لپاره دکتاب 118 مخ دویم مثال د یو داوطلب زده‌کوونکي په واسطه حل کړئ او نور زده‌کوونکي دې په خپل کتابچو کې دکتاب له لېدو پرته حل کړي، په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي ترادف په منظم او مرتب ډول لیکي او که نه؟ د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډ من شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي:

1. د ترادف د تعریف ناحیه کوم عددونه کیدای شي؟
2. د ترادف د قیمتونو ناحیه کوم عددونه کیدای شي؟
3. ایا نامرتب یا غیرمنظم عددونه یو ترادف جوړولای شي؟

کوښښ وکړئ چې هر ځواب په وار سره له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته اولارښوونه وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی دې په ردیفونو کې د عددونو ترتیب په پام کې ونیسي؛ لکه:

1) $1, 3, 5, 7, 9 \ \ldots$

2) $1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{5}, \ \ldots$

3) $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \ \ldots$

چې د ردیفونو مثالونه دي. ټکی، ټکی او درې ټکی(...) راښیي چې عددونه دوام لري په عمومي ډول د عددونو ترتیب: $a_1, a_2, a_3 \ \ldots \ a_n$ تر یوې ځانګړې قاعدې لاندې د ردیف یا *Sequence* په نامه یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a_1, a_2, a_3 \ ... \ a_n$ عددونه دي چې هر يو يې د رديف د حد په نامه يادېږي، څرنگه چې د طبيعي عددونو شمېر نه ختمېږي، نو ددې رديف د حدونو شمېر هم بې‌شمېره او اخري حد يې نه شو ټاكلى، معمولاً يو رديف د هغه د $n-$ام حد يعنې a_n په مرسته تعريفېږي چې د لاندې سلسلې حدونه داسې ښودل كېږي، په داسې حال كې چې $n>0$ وي:

$$0,1,0,1,0 \ , \ ... \ , \ \frac{1+(-1)^n}{2}$$

$$0,2,0,2,0 \ , \ ... \ , \ [1+(-1)^n]$$

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- په لاندې ترادفونوكې $n-$ام حد وټاكئ؟

$$\left.\begin{array}{l} 1,3,5,7, \ ... \\ \frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{9} \ , \ ... \end{array}\right\}$$

حل:

$$\left.\begin{array}{l} 1,3,5,7 \ , \ ... \ , \ 2n-1 \\ \frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{9} \ , \ ... \ , \ \frac{1}{3n} \end{array}\right\} \quad n=1,2,3 \ ...$$

2- كه يو ترادف د $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ راكړل شوى وي، 6 لومړني پرله پسې حدونه يې وليكئ.

حل n ته له طبيعي عددونو څخه قيمت وركوو:

$$a_1 = \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \frac{(-1)^{1+1}}{1} = \frac{(-1)^2}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$a_2 = \frac{(-1)^{2+1}}{2} = \frac{(-1)^3}{1} = -\frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^{3+1}}{3} = \frac{(-1)^4}{3} = \frac{1}{3}$$

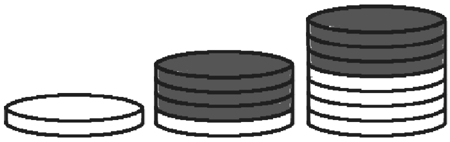
$$a_4 = \frac{(-1)^{4+1}}{4} = \frac{(-1)^5}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$a_5 = \frac{(-1)^{5+1}}{5} = \frac{(-1)^6}{5} = \frac{1}{5}$$

$$a_6 = \frac{(-1)^{6+1}}{6} = \frac{(-1)^7}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$1 , -\frac{1}{2} , \frac{1}{3} , -\frac{1}{4} , \frac{1}{5} , -\frac{1}{6} , ... , \frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

حسابي ترادف ***Arithmetic sequence***

د درسي کتاب (119) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د حسابي ترادف په مفهوم پوه شي. • حسابي ترادفو نه جوړ او هر حد یې پیدا کړای شي. • د حسابي ترادفونو په اړوند پوښتنې وکړای شي. • ددې پوهې او مهارت په سرته رسولو سره په ځان باور پیدا او خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي ، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودې برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • مخامخ څو شکلونه وینئ؟ • په هر شکل کې څو کړۍ(حلقې) لیدل کېږي؟ • د هر دوو پرله پسې شکلونو دکړیو ترمنځ توپیر څو دي؟ • ایا توپیرونه مساوي دي او که نه؟ زده‌کوونکي د هر شکل کړۍ شمېرې او د هر دوو پرله پسې شکلونو د حلقو توپیر په‌ګوته‌کوي د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ او ورته و وایاست چې توپیرونه یو ثابت عدد دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ دکتاب 119 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې د دریو ډلو استازي خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته د یو مثال په ورکولو سره توضیح کوي. که کومې ډلې تېروتنه کړې وي کوښښ وکړئ تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، بیا تاسو د حسابي ترادف تعریف ورته بیان او په هغو کې ګډ توپیر(*Common differents*) لومړی حد(a_1) وروښایاست داسې چې د متزاید او متناقص ترادفونو خاصیتونه د (d) په اشارې پورې اړه لري دکتاب د مثالونو په واسطه چې $d < 0, d > 0$ وي، تشریح او توضیح کړئ.

یو داوطلب زده‌کوونکي ته بلنه ورکړې چې دکتاب د 120 مخ لومړی مثال پر تخته حل او نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې دکتاب له لېدو پرته حل کړي د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کوي، د تېروتنې په صورت کې هغه اصلاح او ځانونه پرې وپوهوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې د کتاب دویم مثال د (a) او (b) اجزاوې پر تخته حل کړي او څرګند یې کړي چې کوم یو یې ترادف دی او کوم یو یې ترادف نه دی، په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډ مـن شـي ایـا زده‌کوونکو لوست زده کـړی او کـه نـه؟ نـو د لانـدې پوښـتنوپه‌کولـو سـره دې زده‌کوونکي وارزوي:

1. که چیرې $d < 0$ وي، ترادف متزاید دی او که متناقص؟
2. که چیرې $d > 0$ وي، ویلای شئ چې ترادف متزاید دی او که متناقص؟
3. که چیرې د هرو دوو پرله پسې حدونو توپیر ثابت عددونه وي؛ حسابي ترادف کیدای شي؟
4. څوک د حسابي ترادف تعریف ویلی شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو یې بیا هم ورته توضیح کړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښـاغلی ښـوونکی د ردیفونـو د هـرو دوو پرلـه پـسې حـدونو فـرق یـو پېژنـدل شـوی او ثابـت عـدد دی د $a_1, a_2, a_3 \ \dots \ a_n$ ردیف چې د حسابي ردیف(*Arithmetic sequence*) یا حسابي تصاعد(*Arithmetic progression*) پـه نامـه یـادېږي او هـر حد یې نظر د هغه مخکني حد څخه یو ثابت او پېژندل شوی فرق لري چې د مـشترک تفاضـل پـه نامـه یـادېږي او پـه d سـره ښوول کېږي کیدای شي d یو مثبت یا منفي عدد او یا هم صفر وي.

په همدې ډول که چیرې پوښتنه وشي په‌کوم صورت کې د b, a او c عددونه یو حسابي ردیف جوړوي. باید ورته وواياست د تصاعد د تعریف په پام کې نیولو سره تل په یو حسابي تصاعد کې داسې رابطه شتوالی ولري:

$$b - a = c - b$$

همدارنګه پورته رابطه د حسابي تصاعد وسطي حد په لاس راوړو چې په ټولو حسابي ردیفونو کې مطابقت کوي.

$$b - a = c - b \quad \Rightarrow \ b + b = c + a$$

$$2b = c + a \qquad \Rightarrow \ b = \frac{c + a}{2}$$

b د یو ردیف د دوو حـدونو تـرمنځ وسـطي عـدد دی چـې د a او c پـه مـنځ کـې قـرار لـري او دا خاصیت پـه ټولـو حـسابي ردیفونو کې صدق کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب (126) مخ د دويمې او څلورمې پوښتنې حل.

2- ايا $\frac{5}{4}, 1, \frac{3}{4}$ يو حسابي ترادف تشکيلوي؟ د پوښتنې د سموالی په صورت کې يې مشترک توپير پيدا کړئ.

حل ددې پوښتنې د پوهېدو لپاره چې پورتنی ترادف حسابي ترادف دی او که نه؟ بايد د هر دو و پرله‌پسې حدونو ترمنځ ګډ توپير ثابت عدد وي.

$$1-\frac{3}{4}=\frac{4-3}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{4}-1=\frac{5-4}{4}=\frac{1}{4}$$

څرنګ چې ګډ توپير ثابت عدد يعنې $\frac{1}{4}$ دی، نو راکړل شوی ترادف، حسابي ترادف دی.

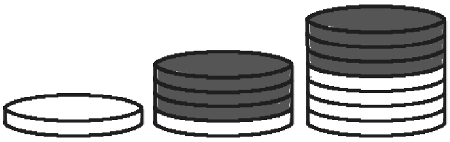
4- که $a_1=-\frac{1}{2}$, $a_{10}=\frac{84}{2}$ وي، د d قيمت په لاس راوړئ.

حل:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= -\frac{1}{2} \\ n &= 10 \\ a_{10} &= \frac{84}{2}=42 \\ d &= ? \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &a_n = a_1(n-1)d \\ &a_n - a_1 = (n-1)d \\ &d=\frac{a_n-a_1}{n-1}=\frac{42-(-\frac{1}{2})}{10-1}=\frac{42+\frac{1}{2}}{9}=\frac{\frac{84+1}{2}}{2}=\frac{\frac{85}{2}}{9}=\frac{85}{18}=4.7\overline{2} \end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه



په یوه حسابي ترادف کې n – ام حد پیدا کول

د درسي کتاب (121) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د $a_n = a + (n-1)d$ په رابطه کې n, a, a_n او d وپېژني. • په نوموړي رابطه کې نامعلوم یا غوښتل شوي حد یا برخه پیدا کړای شي. • د اړتیا په وخت کې لاس ته راغلی فورمول او نورې برخې یې وکاروي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته یو ځل بیا د زده‌کوونکو پام د تېر لوست شکل ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • که چیرې په یوه حسابي ترادف کې لومړی حدي(a)، ګډ توپیر(d) راکړل شوی وي، څوک کولای شي n – ام حد یې پیدا کړي؟ • څوک د ... $a_n = 2, 6, 10$ په ترادف کې لومړی او ګډ توپیر ښودلای شي. ښایي چې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي له هغه پرته تاسو ځوابونه ورته ووایاست او بیا د لوست بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ او د کتاب حسابي ترادف یعنې ... 5,7,9,11,13 پر تخته ولیکئ ورته ووایاست چې هره ډله دې له خبرو او بحث وروسته په نوموړي ترادف کې لومړی حد، ګډ توپیر پیدا او بیا دې د یوې رابطې له مخې دویم حد، دریم حد، څلوم حد، پنځم حد، شپږم حد... وښیي او هره ډله دې کوښښ وکړي چې د پیدا شوو رابطو له مخې د a_n عمومي رابطه هم په لاس راوړي. د فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته تشریح کوي د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

د موضوع د مهم‌والي له امله تاسو هم په بشپړ ډول د n – ام حد پیدا کولو لپاره ګام په ګام کار وکړئ چې په پایله کې د $a_n = a + (n-1)d$ عمومي فارمول ثبوت او په لاس راوړئ، ترڅو زده‌کوونکي وکولای شي په نوموړي رابطه کې n, a, d او a_n وپېژني، بیا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې هر یو د په ترتیب سره لومړی مثال او دویم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې هم عینې مثالونه د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. که چیرې د تختې په حل کې کومه تېروتنه وي، د یو بل داوطلب زده‌کوونکي په واسطه یې اصلاح کړئ، د ستونزو په

(c) ketabton.com: The Digital Library

صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د کتاب 123مخ فعالیت په لاندې ډول زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې حل کړي:

$a_4 = 3$, $a_{25} = 87$, 315 – ام حد یې په لاس راوړی.

$a_4 = a + (n-1) = a + (4-1)d \Rightarrow a + 3d = 3$

$a_{25} = a + (n-1) = a + (25-1)d \Rightarrow \pm a \pm 24d = \pm 87$

$-21d = -84 \Rightarrow d = \frac{-84}{-21} = 4$

په پورته معادلو کې لومړی a او d پیدا، وروسته 315 حد دې پیدا کړي، لومړی دې زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې حل او په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی هغه پر تخته حل کړي، ترڅو زده‌کوونکي په خپلو تېروتنو پوه شي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو د لاندې پوښتنو په کولو سره دې زده‌کوونکي وارزوي:

1. د $a_n = a + (n-1)d$ رابطه په پام کې ونیسئ:

- a_n د ترادف څوم حد ښیي؟
- a د ترادف کوم حد ښیي؟
- n په یوه ترادف کې څه شي ښیي.
- d په یوه ترادف کې څه شي ښیي.

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1- د مخامخ ترادف35 -ام حد پیدا کړئ. $-2\ ,\ 5\ ,\ 12\ ,\ ...$

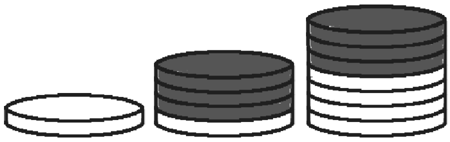
حل پوهېږو چې پورتنی ترادف یو حسابي ترادف او ګډ توپیر یې 7 دی، نو د n – ام حد پیدا کولو له فورمول څخه کار اخلو.

$$\left.\begin{array}{l} a=-2 \\ d=7 \\ n=35 \\ a_{35}=? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_n = a+(n-1)d \\ a_{35} = -2+(35-1)\cdot 7 \\ a_{35} = -2+34\cdot 7 \\ a_{35} = -2+228 = 236 \end{array}$$

$$a_{35} = 236$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم څپرکی: ترادفونه



د حسابي ترادف وسطي حد

د درسي کتاب (123) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د حسابي ترادف د وسطي حد هارمونیکي ترادف پر مفهوم پوه شي. • د حسابي ترادف وسطي حد او هارمونیکي پوښتنې حل کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په درلودلو سره د موضوع په اړه ورځني ستونزې حل او په ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډلهییز، انفرادي ، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د موضوع د ښه پوهېدو لپاره د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوګرزوي: • څوک کولای شي د 5 او 7 عددونو حسابي وسط پیدا کړي. • د 19 او 17 عددونو ترمنځ کوم عدد دی؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو د هرې پوښتنې ځواب د اړوندې عملیې په واسطه پیدا کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته وواياست که چیرې د یوه حسابي ترادف درې پرله پسې حدونه؛ لکه: a_{n-1}, a_n او a_{n+1} ولرو، په داسې حال کې چې a_{n-1} او a_{a+1} معلوم وي، څرنګه کولای شو د a_n یعنې وسطي حد پیدا کړو.

زده‌کوونکي له کتاب څخه استفاده نه کوي په خپلو ډلو کې دې بحث وربانديې وکړي او فعالیت دې سرته ورسوي، په پای کې د دریو ډلې استازي خپل کار نورو ته توضیح کوي د تېروتنې په صورت کې مرسته وکړئ که چیرې ټولو ډلو تېروتنې کړې وي، تاسو د $\frac{a_{n+1}+a_{n-1}}{2}$ په افاده کې د هر یوه قیمت په اېښودلو سره a_n وسطي حد په لاس راوړئ.

یو داوطلب زده‌کوونکي ته بلنه ورکړئ چې د فورمول په تطبیق کولو سره لومړی مثال پر تخته حل کړي په همدې ډول دویم داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې دویم مثال پر تخته حل او د x قیمت له پیدا کولو وروسته یې ترادف ولیکي او نور زده‌کوونکي دې عین کار د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي. په پای کې دې خپل حلونه له تختې سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په همدې ډول د 123مخ یادونه چې د یوه حسابي ترادف له لومړي حده پرته دوه نور حدونه ورکړل شوي دي. د هغو له مخې دې ګډ توپیر په لاس راوړي.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده) که چیرې زده‌کوونکي ونه شي کولای، تاسو یې له اضافي معلوماتو څخه په استفادې سره ثبوت کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د کتاب 124مخ لومړی مثال زده‌کوونکو ته ورکړي چې د کتاب له لېدو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړي او ترادف یې بشپړ کړي. د کار څارنه وکړي. په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی نوموړی مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وارزوي:

1. که چیرې a_n د یوه حسابي ترادف وسطي حد وي د هغه مخکنی او وروستنی حد په څه شي سره ښودلای شو ؟
2. د یوه حسابي ترادف وسطي حد د یوه حسابي ترادف د دوو پرله پسې حدونو له مجموع سره مساوي کیدا شي ؟
3. که د یوه ترادف درې پرله پسې حدونه د a_n, a_{n-1} او a_{n+1} ولرو د نوموړي حسابي ترادف وسطي حد د کوم فورمول په واسطه افاده کېږي.

کوښښ وکړی چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړی له هغه پرته تاسو ورته تشریح او توضیح کړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی که چیرې په حسابي ترادف کې یوازې د $n-$ام او $m-$ام حدونه معلوم وي؛ نو ګډ توپیر یې داسې په لاس راوړو:

$$a_n = a+(n-1)\cdot d \quad \dots \text{ I}$$
$$a_m = a+(m-1)\cdot d \quad \dots \text{ II}$$

له I معادلې څخه II معادله تفریقوو:

$$\begin{aligned} a_n - a_m &= a+(n-1)\cdot d - \{a+(m-1)\cdot d\} \\ &= a+(n-1)\cdot d - a-(m-1)\cdot d \\ &= a+nd-d-a-md+d \\ &= nd-md=(n-m)d \end{aligned}$$

$$a_n - a_m = (n-m)d \quad \Rightarrow \quad d=\frac{a_n-a_m}{n-m}$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 126 مخ دریمې پوښتنې حل.

3- د $2\sqrt{2}$ او $16\sqrt{2}$ ترمنځ حسابي وسط په لاس راوړئ.

حل د حسابي وسط له عمومي فورمول څخه په‌کار اخېستنې سره لرو چې:

وسطي حد $a_n=\frac{a_{n+1}+a_{n-1}}{2}$

$$A=\frac{a_1+a_2}{2}=\frac{2\sqrt{2}+16\sqrt{2}}{2}=\frac{18\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad A=9\cdot\sqrt{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه

هارمونيکي ترادف

د درسي کتاب (124) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هارمونيکي ترادف او هارمونيکي حسابي ترادف په مفهومونو پوه شي. • هارمونيکي ترادفونه او د هغه عکس تشخيص کړای شي. • د يوه حسابي ترادف لپاره هارمونيکي ترادف په پيدا کولو سره خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډله‌ييز، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوګرزوي: • څوک د 5 عدد معکوس عدد پرتخته ليکي؟ • څوک ويلای شي چې $\frac{1}{25}$ د کوم عدد معکوس دی؟ • که چيرې a هر حقيقي عدد وي، څوک ويلای شي د هغه معکوس څه ډول ليکلای شو؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی يو حسابي ترادف پر تخته وليکئ او يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې ددې ترادف د هر حد معکوس په پرله پسې ډول چې ترادف جوړ کړي، وليکي. که چيرې زده‌کوونکي يې وليکي ښه به وي له هغه پرته تاسو يې په بشپړ ډول ورته وليکئ او د هغه له مخې د هارمونيکي ترادف تعريف وکړئ.

همدارنګه ورته وواياست که چيرې a_n يو حسابي ترادف وي او د هغه معکوس $\frac{1}{a_n}$ هم يو ترادف وي، نو نوموړی ترادف يو هارمونيکي ترادف بلل کېږي.

همدارنګه درې داوطلب زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې يو يې لومړی مثال بل يې دويم مثال او دريم يې، دريم مثال پر تختې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې کار وکړي او خپل حلونه دې له تختې سره پرتله کړي، د ستونزې په صورت کې مرسته وکړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ ورته وواياست د هارمونيکي حسابي وسط فورمول د درې پرله پسې حدونو؛ لکه a_{n+1}, a_n, a_{n-1} په داسې حال کې چې $n = 2,3,4, \ldots$ وي پيدا کړي، زده‌کوونکي په خپلو ډلو کې بحث وربانديې کوي او فعاليت سرته رسوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فعالیت په پای کې د دریو ډلو استازي خپل کار نورو ته توضیح او معلومات ورکوي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې ښوونکی د مخکینیو معلوماتو له مخې عمومي فورمول؛ یعنې $a_n = \frac{2(a_{n-1})(a_{n+1})}{a_{n-1}+a_{n+1}}$ ورته توضیح او تشریح کوي او نوموړي افاده په لاس راوړي اړوند مثال دې پر تخته حل کوي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د هارمونیکي ترادف او هارمونیکي حسابي وسط په اړه لاندې پوښتنې زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې حل یې کړي:

- د $4,7,10,13,16,$ ... حسابي ترادف، هارمونیکي ترادف ولیکئ.
- د 4 او 10 عددونو هارمونیکي حسابي وسط پیدا کړی د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

د کار څارنه وکړئ په پای کې دې داوطلب زده‌کوونکي نوموړي پوښتنې پرتخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره دې زده‌کوونکي وازمویې:

1. څوک هارمونیکي ترادف تعریفوي؟
2. که چیرې په یوه هارمونیکي ترادف کې $a_1 = \frac{1}{2}$ او $d = -2$ وي، هارمونیکي ترادف یې پیدا کړئ.
3. ایا هر حسابي ترادف هارمونیکي ترادف لري؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ او د زده‌کړې په هکله ځان ډاډمن کړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی ښایي چې زده‌کوونکي ددې پوښتنې په برخه کې ستونزې ولري، ایا د طبیعي طاقو عددونو معکوس ترادف، یو هارمونیکي ترادف کیدای شي n – ام حد یې ولیکئ.

طبیعي طاق عددونه: $1\ ,\ 3\ ,\ 5\ ,\ 7\ ,\ 9\ ,\ ...\ ,\ 2n+1$

په پورته ترادف کې $d = 2, a = 1$ دی؛ نو معکوس یې عبارت دی له: $1\ ,\ \frac{1}{3}\ ,\ \frac{1}{5}\ ,\ \frac{1}{7}\ ,\ \frac{1}{9}\ ...\ \frac{1}{2n+1}$ په دې صورت کې پورتنی ترادف یو هارمونیکي ترادف دی n – ام حد یې له $\frac{1}{2n+1}$ څخه عبارت دی چې $n = 0,1,2,3,\ ...$ قیمتونه اخېستلای شي او پورتنی ردیف په لاس راتلای شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 126 مخ د پنځمې پوښتنې حل.

5- له لاندې ترادفونو ځخه کوم یو حسابي ترادف دی ؟

$a)\ 2\ ,\ \frac{9}{4}\ ,\ \frac{5}{2}\ ,\ \frac{11}{4},\ ...$

$b)\ 3\ ,6\ ,9\ ,12,\ ...$

حل که چیرې د دواړو ترادفونو د هر دوو پرله پسې حدونو ګډ توپیر ثابت عدد وي؛ نو نوموړي ترادفونه حسابي ترادف کیدای شي.

د b جزء حل

$$d = 6-3 = 3$$
$$d = 9-6 = 3$$
$$d = 12-9 = 3$$

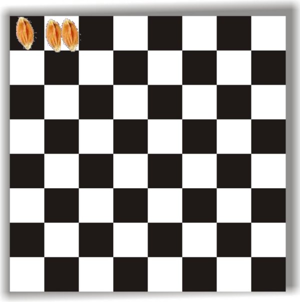
د b جزء ترادف هم حسابي ترادف دی او ګډ توپیر یې عبارت له 3 ځخه دی.

د a جزء حل

$$d = \frac{9}{4} - \frac{2}{1} = \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4}$$
$$d = \frac{5}{2} - \frac{9}{4} = \frac{10-9}{4} = \frac{1}{4}$$
$$d = \frac{11}{4} - \frac{5}{2} = \frac{11-10}{4} = \frac{1}{4}$$

د a جزء ترادف حسابي ترادف دی او ګډ توپیر یې $\frac{1}{4}$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

هندسي ترادف(*Geometric sequences*)

د درسي کتاب (127) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هندسي ترادف په مفهوم پوه شي. • د هندسي ترادف په اړه پوښتنې حل او له حسابي ترادف سره یې توپیر وکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په پیدا کولو سره په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ....
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد....
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي شکل ته راوګرزوئ او د شطرنج تخته او د هغه خانې(کورونه) ورو پېژني. بیا داسې ورته وواياست او وپوښتئ: • که چیرې د یوې تختې په لومړی خانه کې یوه دانه غنم په دویمه خانه کې دوه دانې غنم په همدې ترتیب په هره وروستی خانه کې د مخکینی خانې دوه برابره غنم کېښودل شي وواياست چې: 1. په دریمه خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ 2. په شپږمه خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ 3. په اتمه خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ 4. په 64 خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ ښایي چې زده‌کوونکي د درې لومړیو پوښتنو ځوابونه وواییږ خو د 64 خانې د غنمو شمېر پیدا کول ستونزمن کار دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ ورته وواياست چې دکتاب 127مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي، د فعالیت په پای کې د دریو ډلو استازي خپل فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کوي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. په پای کې تاسو موضوع داسې تشریح کړئ:

که چیرې a_1 د هندسي ترادف لومړی حد او q یو ثابت عدد وي په عمومي ډول یو هندسي ترادف داسې لیکل کېږي:

$$a_1 \ , \ a_1q \ , \ a_1q^2 \ , \ a_1q^3 \ , \ a_1q^4 \ , \ \ldots \ , \ a_1q^{n-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې دلته a_1 لومړی حد او q ګډ نسبت دی، یو هندسي ترادف د ګډ نسبت او لومړي حد په درلودلو سره پېژندل کېږي او داسې تعریف کېږي:

هغه ترادف چې د دوو پرله پسې حدونو ترمنځ نسبت یو ثابت عدد(q) وي، د هندسي ترادف په نامه يادېږي.

ورته وواياست د حسابي ترادف په شان، په هندسي ترادف کې هم متزاید او متناقص ترادف شته چې د(q) د لاندې په خصوصیت سره پېژندل کېږي:

- که چیرې $q > 1$ وي، ترادف متزاید دی، د یوه مثال په واسطه یې توضیح کړی.
- که چیرې $q < 1$ وي، ترادف متناقص دی، په یوه مثال کې وښایاست.
- که چیرې $q = 1$ وي، ثابت ترادف په لاس راځي.

بیا یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د کتاب د 128 مخ لومړی مثال پر تخته حل کړي، نور زده‌کوونکي دې د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي او د تختې له حل سره دې پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د کتاب د 128 مخ دا فعالیت ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي.

- په یوه هندسي ترادف کې $a_1 = 2$ او $q = 3$ دي a_3, a_2 او a_4 حدونه پیدا کړئ.

حل:

$$a_1 = 2$$
$$a_2 = a_1 q = 2 \cdot 3 = 6$$
$$a_3 = a_1 q^2 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$$
$$a_4 = a_1 q^3 = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$$

په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی پورتنی پوښتنه پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل تېروتنې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي د کتاب د 128 مخ دویم مثال زده‌کوونکو ته ورکړي چې په خپلو کتابچو کې حل او د q ثابت عدد له مخې متزاید ترادف او متناقص ترادف وښیي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د ردیفونو بل ډول له هندسي ردیفونو څخه عبارت دی د $a_1, a_2, \ldots, a_n$ یو ردیف د هندسي ردیف(*Geometric sequences*) یا هندسي تصاعد (*Geometric progression*) په نامه یادېږي چې هر حد یې د مخکیني حد له ضربولو څخه په یو مشخص او ثابت عدد کې حاصل شي او n-ام حد یې عبارت دی له aq^{n-1} څخه.

تاسو پوهېږئ چې په عمومي ډول یو هندسي ردیف د لاندې شکل لرونکی دی:

$$a\ ,\ a\cdot q\ ,\ a\cdot q^2\ ,\ a\cdot q^3\ ,\ \ldots\ ,\ aq^{n-1}$$

q مشترک نسبت بلل کېږي.

همدارنګه که چیرې څوک وپوښتي که b, a او c یو هندسي ردیف جوړ کړي، د هغو ترمنځ به څه ډول رابطه شتوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ولري.(q د هغو مشترک نسبت دی)

$$b = aq \qquad c = bq = (aq)\cdot q = aq^2$$

$$b^2 = a^2\cdot q^2 \Rightarrow b^2 = a\cdot a\cdot q^2 \Rightarrow b^2 = a\cdot c \ , \quad aq^2 = c \Rightarrow b^2 = ac$$

یعنې b د a او c وسطي حد دی.

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 132 مخ د لومړی او دويمې پوښتنې حل.

1. د هندسي ترادف 5 حدونه داسې وليکئ چې لومړی حد يې 5 او اخيري حد يې $\frac{5}{16}$ وي.

حل

$$\left.\begin{array}{l} a = 5 \\ n = 5 \\ a_n = \frac{5}{16} \\ q = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_n = a\cdot q^{n-1} \Rightarrow \frac{5}{16} = 5\cdot q^{5-1} \\ \frac{5}{16} = 5\cdot q^4 \Rightarrow q^4 = \frac{5}{16\cdot 5} = \frac{5}{80} \\ \sqrt[4]{q^4} = \sqrt[4]{\frac{5}{80}} \Rightarrow q \approx \frac{1.5}{3} \approx \frac{1}{2} \end{array}$$

$$5\ ,\ 5(\frac{1}{2})\ ,\ 5(\frac{1}{2})^2\ ,\ 5(\frac{1}{2})^3\ ,\ 5(\frac{1}{2})^4$$

ترادف عبارت دی له: $5\ ,\ \frac{5}{2}\ ,\ \frac{5}{4}\ ,\ \frac{5}{8}\ ,\ \frac{5}{16}$

2. له لاندې ترادفونو څخه کوم يو يې هندسي ترادف دی؟

$a)\ \frac{2}{3}\ ,\ -\frac{2}{3}\ ,\ \frac{2}{3}\ ,\ -\frac{2}{3}\ ,\ \ldots$

$b)\ -4, -2, 0, 2, 4, \ \ldots$

حل a) که چيرې د دواړو ترادفونو د هر دو و پرله پسې حدونو ګډ نسبت ثابت عدد وي؛ نو نوموړي ترادفونه هندسي ترادفونه کيدای شي.

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}(\frac{3}{2}) = -1$$

$$q = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}(-\frac{3}{2}) = -1 \Rightarrow q = \frac{a_4}{a_3} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}(\frac{3}{2}) = -1$$

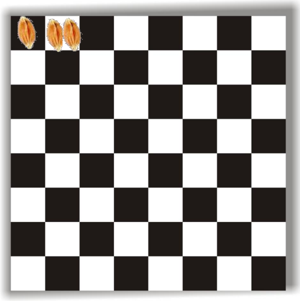
د a جزء يو هندسي ترادف دی.

حل b)

$$q = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \quad , \quad q = \frac{0}{-2} = 0 \quad , \quad q = \frac{4}{2} = 2$$

له ګډ نسبت څخه موږ لرو چې د b جزء ترادف، هندسي ترادف نه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

په هندسي ترادف کې د n – ام حد پیدا کول او د هندسي ترادف وسطي حد

د درسي کتاب (130) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په هندسي ترادف کې د n – ام حد او وسطي حد په مفهومونو پوه شي. • په هندسي ترادف کې د n – ام حد او وسطي حد تشخیص او پوښتنې حل کړای شي. • د پورتنیو مفهومونو په پوهېدو سره خوښ او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب . . . .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد. . . .
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راواړوي: • په یوه هندسي ترادف کې a څه شی ښیي؟ • په یوه هندسي ترادف کې q څه شی ښیي؟ • په یوه هندسي ترادف کې a_n څه شی ښیي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ له هغه پرته تاسو هر یو وروپېژنئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ او د هندسي ترادف لاندې حدونه پر تختې ولیکئ:

$$a\ ,\ \ a\cdot q\ ,\ \ a\cdot q^2\ ,\ \ a\cdot q^3\ ,\ \ a\cdot q^4\ ,\ \ \dots$$

ورته وواياست په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته د پورتني هندسي ترادف n – ام حد پیدا کړئ، همدارنګه د دوو پرله‌پسې حدونو له وېشلو څخه د (q) ګډ نسبت په لاس راوړئ، بیا د دوو ډلو استازی راځي او خپل سرته رسولي فعالیت نوروته تشریح کوي که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې تاسو د عمومي نظر په اچولو سره n – ام حد یعنې $a_n = a\cdot q^{n-1}$ د پیداکولو طریقه توضیح او معلومات ورکړئ، ترڅو زده‌کوونکي د هغه په مفهوم لاښه پوه شي.

بیا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې یو یې لومړی مثال او بل یې دویم مثال پر تخته حل او تشریح کړي نور زده‌کوونکي دکتاب له لېدلو پرته په خپلو کتابچو کې حل او خپل حلونه دې له تختې سره پرتله کړي.

په همدې ډول زده‌کوونکو ته وواياست که چیرې M د یو تناسب طرفین a او b وسطین وي، په څه ډول کولای شو د M قیمت د a او b حقیقي مثبتو عددونو په واسطه پیداکړو په خپلو ډلو کې دې کار وکړي، چې د M قیمت د a او b له جنسه پیدا کړي. زده‌کوونکي په خپلو ډلو کې کار کوي او بیا د دریو ډلو استازي خپل فعالیت نورو ته تشریح کوي د ستونزو په صورت کې دې مرسته او لارښوونه وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې تاسو د تناسب په جوړلو سره د $M=\sqrt{a\cdot b}$ رابطه تشریح او معلومات ورکړئ همدارنګه ورته و وایاست که چیرې د هندسي ترادف درې پرله پسې حدونه؛ لکه: a_{n-1} , a_n او a_{n+1} ولرو په دې صورت کې لیکلای شو چې:

$$q=\frac{a_n}{a_{n-1}}\ \dots\ \mathrm{I}$$

همدارنګه:

$$q=\frac{a_{n+1}}{a_n}\ \dots\ \mathrm{II}$$

د I او II له پرتلې لیکو:

$$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{a_{n+1}}{a_n}\ \Rightarrow\ a_n^2=(a_{n+1})(a_{n-1})\ \Rightarrow\ a_n=\sqrt{(a_{n+1})(a_{n-1})}$$

پورتنی دواړه رابطې د یو هندسي ترادف د وسطي حد د پیداکولو طریقه ده. په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی راوغواړئ چې دکتاب د 131 مخ دریم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې هم دا مثال دکتاب له لېدلو پرته حل، او حلونه دې له تختې سره پرتله کړي، تېروتنې دې وپوښتي او اصلاح دې کړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره دکتاب د 131 مخ څلورم مثال پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته و وایاست چې دکتاب له لېدو پرته یې په انفرادي توګه په خپلو کتابچو کې حل کړي، بیا یو داوطلب زده‌کوونکی راوغواړئ چې پرتخته یې حل کړي که چیرې تېروتنه کوي، مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ دکتاب د 131 مخ وروستی فعالیت دې له مثال سره ورکړي چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي، دکار څارنه وکړئ، که چیرې کوم زده‌کوونکی پوښتنه کوي، ښوونکی دې مرسته وکړي. په پای کې دې دوه زده‌کوونکي په وارسره راوغوښتل شي چې پر تخته یې حل کړي.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د درسي کتاب د 131 مخ فعالیت په لاندې توګه سرته ورسوی:

$$a\ ,\ \ a\cdot q\ ,\ \ a\cdot q^2\ ,\ \ a\cdot q^3\ ,\ \ a\cdot q^4\ ,\ \ \dots$$

$$a_n=a\cdot q^{n-1}$$

$$\frac{a_n}{a}=q^{n-1}$$

$$\sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a}}=q$$

په همدې ډول که چیرې درې پرله پسې حدونه a_{n-1}, a_n, a_{n+1} ولرو؛ نو q په لاندې ډول هم په لاس راځي:

$$q=\frac{a_n}{a_{n-1}}\ ,\quad q=\frac{a_{n+1}}{a_n}$$

په دې ځای a_{n-1} د a_n مخکینی حد او همدارنګه a_n د a_{n+1} مخکینی حد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 132 مخ د دریمې، څلورمې او پنځمې پوښتنې حل.

3- د $\ldots, \frac{5}{8}, \frac{5}{2}, 5$ هندسي ترادف دولسم حد پیدا کړئ.

حل

$$a = 5$$
$$n = 12$$
$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{5}{2}}{5} = \frac{5}{2}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{2}$$
$$a_{12} = a_1\cdot q^{12-1} = 5\cdot(\frac{1}{2})^{11} = 5(\frac{1}{2})^{11} = \frac{5}{2048}$$

4- د $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$ هندسي وسط په لاس راوړي.

حل

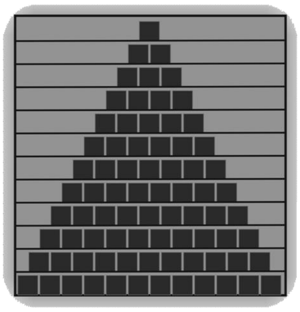
$$M = \sqrt{a\cdot b} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3})^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

5- د $27, ?, ?, ?, \frac{1}{3}$ حدونو تر منځ درې هندسي وسطونه په لاس راوړئ.

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = \frac{1}{3} \\ n = 5 \\ a_5 = 27 \\ q = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_5 = a_1\cdot q^{5-1} = a_1 q^4 \\ 27 = \frac{1}{3}\cdot q^4 \\ 81 = q^4 \Rightarrow \sqrt[4]{81} = \sqrt{q^4} \Rightarrow q = 3 \end{array}$$

$$a_1 = \frac{1}{3}$$
$$a_2 = a_1\cdot q = \frac{1}{3}\cdot 3 = 1$$
$$a_3 = a_1\cdot q^2 = \frac{1}{3}\cdot 3^2 = \frac{1}{3}\cdot 9 = 3$$
$$a_4 = a_1 q^3 = \frac{1}{3}(3^3) = \frac{1}{3}\cdot 27 = 9$$
$$a_5 = a_1\cdot q^4 = \frac{1}{3}\cdot 3^4 = \frac{1}{3}\cdot 81 = 27$$
$$\frac{1}{3},\ 1,\ 3,\ 9,\ 27,\ \ldots$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

د ترادفونو قسمي مجموعه

د درسي کتاب (133) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د ترادفونو د قسمي مجموعې په مفهوم پوه شي. • د ترادفونو د قسمي مجموعې پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د پورته پوهې اخېستلو او مهارت په سرته رسولو سره خوښی ښکاره کوي او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي موضوع ته راوګرزوئ او وپوښتئ: • یوه زده‌کوونکی ته و وایاست چې له پورته څخه کښته خوا ته د الماری د لسم کتار د قوطیو شمېر څو دي؟ • زده‌کوونکي هغه شمېرې، د قوطیو له شمېرلو وروسته ځواب وايي. • په همدې ډول زده‌کوونکو ته و وایاست تاسو هر یو په الماری کې د ټولو قوطیو شمېر پیدا کړئ. زده‌کوونکي شمېرې، هر یو په وار سره خپل ځواب وايي، وګورئ چې ځوابونه یې سم دي او که نه؟ په پای کې سم ځواب پر تخته ولیکئ او بیا د لوست بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی او ورته و وایاست چې دکتاب د 133 مخ فعالیت له خبرو او بحث وروسته په خپلو ډلو کې سرته ورسوي، بیا د هرې ډلې استازی راځي د خپلې ډلې کار نورو ته توضیح کوي، ښایي چې د لومړی او دویمې پوښتنو ځوابونه د هغوی لپاره اسانه وي، خو د $n-$ ام حد د جمعي حاصل پیداکول به ورته ستونزمن کار وي، تاسو ورته و وایاست چې حقیقتاً د یو ترادف د زیاتو یاد بې نهایت د حدونو د جمعي حاصل پیداکول ستونزمن کار دی؛ خو په عمومي ډول د $a_1, a_2, a_3, \ \dots \ , a_n$ ترادف د n لومړیو حدونو د جمعي حاصل داسې لیکو:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ \dots \ + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې په پورته افاده کې $\sum$ سېګما د يوې مجموعې په توګه د محاسبې د اسانتيا او لنډولو لپاره پـه کـار وړل شـوې ده او i د هغه د انډکس په نامه يادېږي چې i له يو څخه تر n پورې قيمتونه اخېستلای شي، يوازې i د انډکس پـه توګـه نـه اسـتعمالېږي بلکې نور توري هم په کـار وړي، خـو i,n,k ډېـر د پـام وړ او معمـول دي؛ لکـه: $\sum_{i=1}^{n}2i, \sum_{k=1}^{n}2k$ او $\sum_{j=1}^{n}2j$ هـر يـو يـې لـه 1 څخه تر n پورې قيمت اخلي او جمع کېږي، لکه:

$$\sum_{j=1}^{n}2j = 2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ \dots\ +2n = 2+4+6+\ \dots\ +2n$$

همدارنګه د لومړی مثال $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{10}$ په غزيدلي شکل د جمعې حاصل پيدا او حل کړي. چې د موضـوع پـر مفهـوم ښـه پـوه شـي، د مثـال لـه حـل وروسـته د دويـم مثـال دواړه اجـزاوې پـر تختـه وليکـئ او دوه داوطلـب زده‌کـوونکي پـه وار سـره تختـې تـه راوغواړئ چې يو يې د a جزء او بل يې د b جزء پر تخته حل کړي. نور زده‌کوونکي دې همدا مثال دکتـاب لـه لېـدلو پرتـه پـه خپلو کتابچو کې حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ پـه پـای کـې زده‌کـوونکي خپـل حـل د تختـې لـه حل سره پرتله او تېروتنې سموي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم او پوهېدو لپاره دکتـاب 134 مـخ دويـم او څلـورم مثالونـه زده‌کوونکو تـه ورکـړئ چې دکتاب له لېدو پرته يې په خپلو کتابچو کې حل کړي، بيا دوه داوطلب زده‌کـوونکي تختـې تـه راوغـواړئ چې پـر تختـه يـې حل او توضيح يې کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښـاغلی ښـوونکی ډاډمـن شـي چې ايـا زده‌کـوونکو لوسـت زده‌کـړی دی او کـه نـه؟ نـو زده‌کـوونکي دې د لانـدې پوښتنو په‌کولو سره وازمويي:

- په عمومي ډول د ترادف n لومړيو حدونو د جمعې د حاصل په ډول ليکلای شو: $\sum_{i=1}^{n}ai$
- په $\sum_{i=1}^{n}ai$ کې (i) د څه په نامه يادېږي؟
- په پورته افاده‌کې i کوم قيمتونه اخېستلای شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د پوښتنو په صورت کې زده‌کوونکو ته ويلای شي، کولای شو د n متحـول پـه تعـويض سـره د L لـه جـنس چې وروستی حد دی، د جُفتو عددونو د ترادفونو قسمي مجموعـه پـه لاس راوړو، د جفت عـددونو لـپاره $a=2$ او $d=2$ دي، اوس د L وروستی حد فارمول په پام کې نيولو سره د n قيمت په لاس راوړو:

$$L = a+(n-1)\cdot d \ \Rightarrow\ 2+(n-1)\cdot 2 = 2+2n-2$$
$$L = 2n \ \Rightarrow\ n = \frac{L}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس $S=\frac{n}{2}\left[2a+(n-1)d\right]$ په عمومي فورمول کې د n پر ځای $\frac{L}{2}$ لیکو:

$$S=\frac{\frac{L}{2}}{2}\left[2a+(\frac{L}{2}-1)\cdot d\right] \Rightarrow \frac{\frac{L}{2}}{2}\left[2a+(\frac{L-2}{2})2\right]$$

$$S=\frac{L}{4}(2a+l-2)=\frac{2aL+L^2-2L}{4}$$

$$S=\frac{2L(a-1)+L^2}{4}=\frac{2l(2-1)+L^2}{4}=\frac{2l+l^2}{4}=\frac{l(l+2)}{4}$$

د دو و قوسونو په شکل داسې لیکلای شو:

$$S=\frac{(L+a)(l-a+2)}{4}$$

اوس غواړو چې د $1,3,5,7,9,\ ...$ طاق عددونو لپاره هم د L له جنس فورمول لاس ته راوړو، چې $a=1$ او $d=2$ کېږي، لرو چې:

$$L=a+(n-1)d$$

$$L=1+(n-1)\cdot 2=1+2n-2=2n-1 \Rightarrow L+1=2n \Rightarrow \boxed{n=\frac{L+1}{2}}$$

$$S=\frac{n}{2}\left[2a+(n-1)d\right]=\frac{1}{2}\cdot\frac{L+1}{2}\left[2a+(\frac{L+1}{2}-1)\cdot 2\right]$$

$$S=\frac{L+1}{4}\left[2a+\frac{L+1-2}{2}\cdot 2\right]=\frac{L+1}{4}(2a+L-1)=\frac{(L+a)(2\cdot a+l-1)}{4}=\frac{(L+a)(2\cdot 1-L-1)}{4}$$

$$S=\frac{(L+a)(l+1)}{4}=\frac{(L+a)(L+a-1+1)}{4}=\frac{(l+a)(l-1+2)}{4}$$

$$S=\frac{(l+a)(l-a+2)}{4}$$

په دریم حالت کې غواړو له وروستي حد څخه په کار اخیستنې د مسلسلو عددونو لپاره فورمول په لاس راوړو؛ یعنې د $1,2,3,4,5,6,\ ...$ په پام کې نیسو، مونږ لرو چې: $a=1$ او $d=1$ دی.

$$L=a+(n-1)\cdot d=1+(n-1)\cdot 1=1+n-1$$

$$L=n$$

اوس په $S=\frac{n}{2}\left[2a+(n-1)\cdot d\right]$ په فارمول کې د n پر ځای L ږدو:

$$S=\frac{n}{2}\left[2a+(n-1)\cdot d\right]=\frac{l}{2}\left[2a+(L-1)\cdot 1\right]$$

$$S=\frac{l}{2}(2a+L-1)=\frac{l}{2}(2\cdot 1+L-1)=\frac{L}{2}(l+1)$$

$$S=\frac{L(L+1)}{2} \quad \text{یا} \quad S=\frac{(L+1)(L-1+1)}{2}$$

$$S=\frac{(L+1)(L-a+1)}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 136 مخ د پوښتنو حل.

1. لاندې مجموعې حساب کړئ.

$a)\ \sum_{i=1}^{6}\sqrt{i}\qquad b)\ 3\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{i+1}\qquad c)\ \sum_{k=1}^{3}(4k^2-3k)$

حل

$$a)\ \sum_{i=1}^{6}\sqrt{i}=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+2+\sqrt{5}+\sqrt{6}=3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}$$
$$=3+1.4+1.73+2.23+2.44=10.81$$

$$b)\ 3\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{i+1}=3(\frac{1}{1+1}+\frac{1}{2+1}+\frac{1}{3+1}+\frac{1}{4+1}+\frac{1}{5+1}+\frac{1}{6+1})=3(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7})$$
$$=3(\frac{420+280+210+168+140+120}{840})=3(\frac{1338}{840})=\frac{4041}{840}=4.77$$

$$c)\ \sum_{k=1}^{3}(4k^2-3k)=(4\cdot1^2-3\cdot1)+(4\cdot2^2-3\cdot2)+(4\cdot3^2-3\cdot3)=(4-3)+(16-6)+(36-9)$$
$$=1+10+27=38$$

2. لاندې مجموعې د $\sum$ په شکل کې ولیکئ.

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{19}{20}$

$b)\ 1+4+9+...+n^2$

$c)\ 1+3+5+7+...+(2n-1)$

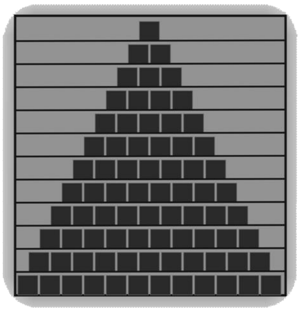
حل

$$a)\ \frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{19}{20}=\sum_{k=2}^{20}\frac{k-1}{k}$$

$$b)\ 1+4+9+...+n^2=\sum_{k=1}^{n}k^2$$

$$c)\ 1+3+5+7+...+(2n-1)=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

د ترادفونو قسمي مجموعه

د درسي کتاب (133) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د يوه ترادف د قسمتي حدونو د جمعې حاصل په مفهوم پوه شي. • د يوه ترادف د قسمي حدونو د جمعې حاصل پوښتنې حل کړای شي. • د ترادفونو قسمي مجموعې او ټولو حدونو مجموعې توپير وکړای شي. • د پورته دوارو مجموع له توپير پيدا کولو سره په ځان باور پيدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، تشريحي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام بيا يو ځلې ورودي موضوع ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • له يوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړئ د اتم کتار د قوطيو شمېر څو دي؟ • ايا کولای شئ د قوطيو د ټولو کتارونو له مخې د هغه ترادف وليکئ؟ ښايي چې زده‌کوونکي د تېر لوست په پوهېدو ځوابونه ووايي او که ستونزه ولري، تاسو مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو پام موضوع ته راوګرزوئ او وواياست، تراوسه مو يوازې د يوه ترادف n حدونو د جمعې حاصل ترلاسه کړ، که وغواړو د $\{a_n\}_{n\in N}$ د ټولو حدونو د جمعې حاصل پيدا کړو، ايا د حدونو د جمعې حاصل د افادې په ډول ورته ليکلای شو؟

که چيرې زده‌کوونکي ځواب ووايي ښه به وي، له هغه پرته يې تاسو يې داسې وليکئ:

$$a_1+a_2+a_3+\ \dots\ +a_n+\ \dots\ =\sum_{i=1}^{\infty}a_i$$

په دې صورت کې i ټول طبيعي عددونه اخېستلای شي چې $\sum_{i=1}^{\infty}a_i$ د بې‌نهايت سلسلې يا(Series) په نامه يادېږي.

کولای شو په رياضي کې د عددونو د بې‌نهايت شمېر جمع کول د رياضي د ځينو قاعدو په کارولو سره د يوې سلسلې د n لومړيو عناصرو مجموعه پيدا کړو؛ لکه:

$$\sum_{i=1}^{\infty}a_i=a_1+a_2+a_3+\ \dots\ +a_n+\ \dots$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې د نوموړي سلسلې د n حدونو د قسمي مجموعې په نامه يادېږي، پيدا کړو که هغه په S_n سره وښيو داسې ليکو:

$$S_1 = a_1$$
$$S_2 = a_1 + a_2$$
$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ \dots \ + a_n = \sum_{i=1}^{\infty} a_i$$

بيا يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې دکتاب 135 مخ مثال پر تختې حل کړي، د لوست په پای کې د سلسلو درې واړه خاصيتونه چې دکتاب 136 مخ کې دي، درې زده‌کوونکي دې په وار سره تشريح کړي، د ستونزو په صورت مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم او پوهېدو لپاره په لاندې ډول پوښتنې زده‌کوونکوی ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې کار ورباندې وکړي.

د $1+2+3+ \ \dots \ \dots + n + \ \dots$ سلسلې S_5 او S_{10} محاسبه کړي.

زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې کار کوي، بيا دې يو داوطلب زده‌کوونکی نوموړی پوښتنه پر تخته حل کړي، که چيرې کوم زده‌کوونکي تېروتنه کړي وي اصلاح دې کړي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) دقيقې

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی ډاډمن شي ايا زده‌کوونکو لوست زده‌کړی دی او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره دې وازمويي:

- $\sum_{i=1}^{n} a_i$ ، i د څه په نامه او کوم قيمتونه اخېستلای شي؟
- $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ ، k د څه په نامه او کوم قيمتونه اخېستلای شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی که چيرې په يوه ترادف کې وروستی حد وپېژنو، د جُفتو او طاقو عددونو مجموعه د وروستی حد له جنسه هم په لاس راوړلای شو، L وروستی حد، d ګډ توپير دی، غواړو چې د ترادف د مجموعې فورمول د L له جنس پيدا کړو، اوس د n قيمت پيدا کوو:

$$L = a + (n-1) \cdot d$$

$$L - a = nd - d \quad \Rightarrow L - a + d = nd \quad \Rightarrow n = \frac{L - a + d}{d}$$

څرنګه چې په جُفتو عددونو کې $a = 2$ او $d = 2$ کېږي؛ نو لرو:

$$n = \frac{L - 2 + 2}{2} \quad \Rightarrow n = \frac{L}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د $S=n(n+1)$ په فورمول کې د n په ځای $\frac{1}{2}L$ ږدو: $S=\frac{L^2-2L}{4} \Rightarrow S=\frac{1}{2}L(\frac{1}{2}L+1)=\frac{1}{4}L^2-\frac{1}{2}L$

پوهېږو چې $d=2$ ده: $S=\frac{l^2+2l}{2\cdot d} \Rightarrow S=\frac{L^2+2L}{2\cdot 2}$

همدارنگه په طاقو عددونو د $1,3,5,7,9, \ldots$ کې $a=1$ او $d=2$ ده موږ لرو چې:

$$L=a+(n-1)\cdot d \;\Rightarrow\; L=1+2n-2 \quad \text{یا} \quad L=2n-1 \;\Rightarrow\; L+1=2n \;\Rightarrow\; \boxed{n=\frac{L+1}{2}}$$

اوس د $S=n^2$ په فورمول کې د n پر ځای $\frac{L+1}{2}$ لیکو: $(\frac{L+a}{2})^2$ یا $S=(\frac{L+1}{2})^2$

پوهېږو چې $d=2$ ده؛ نو: $S=(\frac{L+a}{d})^d$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 136 مخ د دریمې پوښتنې حل.

3. لاندې قسمي مجموعې په لاس راوړئ.

$a)\ \sum_{i=4}^{n} i(i+2) \qquad b)\ \sum_{i=1}^{n}(3i-2) \qquad c)\ \sum_{i=1}^{n}(2+5i)$

حل

$$a)\ \sum_{i=4}^{n} i(i+2)=4(4+2)+5(5+2)+6(6+2)+\ \ldots\ +n(n+2)=4\cdot 6+5\cdot 7+6\cdot 8+\ \ldots\ +n(n+2)$$
$$=24+35+48+\ \ldots\ +n(n+2)$$

$$b)\ \sum_{i=1}^{n}(3i-2)=(3\cdot 1-2)+(3\cdot 2-2)+\ \ldots\ +(3n-2)=1+4+7+\ \ldots\ +(3n-2)$$

$$c)\ \sum_{i=1}^{n}(2+5i)=(2+5\cdot 1)+(2+5\cdot 2)+(2+5\cdot 3)+\ \ldots\ +(2+5n)=7+12+17+\ \ldots\ +(2+5n)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a_1 =$, $d =$, $a_n =$?

$1+2+3+4+ \ldots +n=$

$\frac{n}{2}\cdot[2a+(n-1)\cdot d]$

څلورم څپرکی: ترادفونه

د حسابي ترادف د n لومړیو حدونو قسمي مجموعه

د درسي کتاب (137) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د حسابي ترادف د حدونو د مجموعې یا حسابي سلسلې په مفهوم پوه شي. • د حسابي سلسلې اړوند پوښتنې حل کړای شي. • د حسابي سلسلې د مفهوم په پوهېدو او د هغو د پوښتنو په حلولو سره خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ....
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوي او پوښتي: • په کتاب کې د $a_n=?, d=?, a=?$ هر یو څه شی افاده کوي؟ • د $1+2+3+4+ \ldots +n$ افاده کومه مجموعه ښیي؟ • که چیرې $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ یو ترادف وي، ایا $a_1+a_2+a_3+ \ldots +a_n$ د پورته ترادف قسمي مجموع کیدای شي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو یې تشریح کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د کتاب(137) مخ د حدونو د جمعې لپاره عمومي فورمول په خپلو ډلو کې له بحث او خبرو وروسته ثبوت کړي او بیا دې د یوې ډلې داوطلب استازی هغه پر تخته ثبوت کړي، که چیرې نوموړی زده‌کوونکی تېروتنه کوي د بلې ډلې په واسطه دې اصلاح شي.

له ډلهییز فعالیت وروسته تاسو د فارمول له مخې د حسابي سلسلې تعریف وکړئ، چې زده‌کوونکي د حسابي سلسلې په مفهوم ښه پوه شي.

بیا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې یو یې لومړی مثال او بل یې دویم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي د کتاب له حل څخه ګټه وانه خلي، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په همدې ډول د کتاب د 139 مخ لومړی فعالیت زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې کار وربانـدې وکـړي چـې د طبیعي پرله پسې عددونو د جمعې د حاصل؛یعنې د $S=\frac{n}{2}(n+1)$ فارمول په لاس راوړي، که زده‌کوونکي ستونزې ولـري تاسو يې داسې ثبوت کړئ، په طبیعي پرله پسې عددونو کې $a=1$ او $d=1$ په پام کې ونیسئ د $S=\frac{n}{2}\left[2a+(n-1)d\right]$ په فورمول کې محاسبه سرته ورسوئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره د کتاب 139 مخ کې د طبیعي جُفت پرله پسې عددونو د جمعې پـه اړونـد مثـال او همدارنگه دریم مثال زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې د کتـاب لـه لېـدو پرتـه حـل کـړي، بیـا دې یـو داوطلب زده‌کونکی هغه پر تخته حل کړي او نـور زده‌کـوونکي دې خپـل حلونـه ورسـره پرتلـه کـړي. د سـتونزو پـه صـورت کـې مرسـته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست زده‌کړې دی او که نه؟ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښـتنو په واسطه وازمويي:

- څوک کولای شي د طبیعي طاقو پرله پسې عددونو د جمعې د حاصل فورمول پر تخته ولیکي؟
- په لاندې افادو کې کومه یوه حسابي سلسله او کومه یوه يې حسابي ترادف ده:

$a_1, a_2, a_3, \ \ldots \ , a_n$

$a_1+a_2+a_3+ \ \ldots \ +a_n$

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د حسابي ردیف د n لومړیو حدونو د قسمي مجموعې لپاره لاندې دوه فورمولونه پیدا شول:

$$S_n=\frac{n(a+a_n)}{2} \ \ldots \ (I) \qquad S_n\frac{n\left[2a+(n-1)d\right]}{2} \ \ldots \ (II)$$

له I فورمول څخه هغه وخت کار اخېستل کېږي چې لومړی حد، n -ام حد او د حدونو شمېر يې معلوم وي.

او له (II) فورمول څخه هغه وخت کار اخېستل کېږي چې لومړی حد، گډ توپیر او د حـدونو شـمېر معلـوم وي؛ لکـه لانـدې مثالونه:

1) د $\ldots \ , 2,5,8,$ په حسابي ردیف کې د 8 حدونو مجموعه پیدا کړئ:

په نوموړي ردیف کې $a=2 \ , \ d=5-2=3 \ , \ n=8$ نو د (2) فورمول په‌کار اخېستنې سره لیکو:

$$S_8=\frac{8\left[(2\cdot2+(8-1)\cdot3\right]}{2}=\frac{8\left[4+(7)\cdot3\right]}{2}=\frac{8\cdot(4+21)}{2}=\frac{8\cdot25}{2}$$

$$S_8=\frac{200}{2}=100$$

2) د $21,17,13,9,5$ حسابي ردیف مجموع پیدا کړئ.

په لومړی ردیف کې $a=21, a_n=5, n=5$ لرو؛ نو د (1) فورمول په کار اخېستنې سره لیکو:

$$S_5=\frac{5(21+5)}{2}=\frac{5(26)}{2}=\frac{130}{2} \ \Rightarrow \ S_5=65$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د درسي کتاب د 140 مخ د پوښتنو حل.

1. د لاندې حسابي ترادفونو لسم او $n-$ ام حدونه پیدا او همدرانګه د نومو ړو ترادفونو د لسو حدونو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

$i)\ \ 2,0,-2,-4,\ \dots$
$ii)\ 1,5,9,13,\ \dots$
$iii)\ -2,-1,0,1,2,\ \dots$

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ n = 10 \\ d = -2 \\ a_{10} = ? \end{cases}$$

حل $i)$

$$a_{10} = a_1 + (n-1)d = 2 + (10-1)(-2) = 2 + 9(-2) = 2 - 18 = -16$$

$$S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2\cdot 2 + (10-1)(-2)]$$

$$S_{10} = 5[4 + 9(-2)] = 5(4-18) = 5(-14) = -70$$

حل $ii)$

$$\left.\begin{array}{l} a = 1 \\ d = 4 \\ n = 10 \\ a_{10} = ? \\ S_{10} = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_{10} = 1 + (10-14)4 = 1 + 9\cdot 4 = (1+36) = 37 \\ a_n = a + (n-1)d = 1 + (n-1)4 = 1 + 4n - 4 = 4n - 3 \\ S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2\cdot 1 + (10-1)4] = 5[2 + 9\cdot(4)] = 5(2+36) \\ S_{10} = 5\cdot 38 = 190 \end{array}$$

حل $iii)$

$$\left.\begin{array}{l} a = -2 \\ d = 1 \\ n = 10 \\ a_{10} = ? \\ S_{10} = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_{10} = a + (n-1)d = -2 + (10-1)\cdot 1 = -2 + 9\cdot 1 = -2 + 9 = 7 \\ a_n = a + (n-1)d = -2 + (n-1)\cdot 1 = -2 + n - 1 = n - 3 \\ S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2(-2) + (10-1)\cdot 1] = 5[-4 + 9] = 5\cdot 5 = 25 \end{array}$$

2. که یو ترادف د ... $2,5,8,11,$ په ډول راکړل شوی وي. د لاندې مجموعو قیمتونه حساب کړئ.

$a)\ \ S_8 = ?$ $\qquad\qquad b)\ \ S_{10} = ?$

حل $a)$

$$\left.\begin{array}{l} a = 2 \\ d = 3 \\ n = 8 \\ S_8 = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} S_8 = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{8}{2}[2\cdot 2 + (8-1)\cdot 3] = 4(4 + 7\cdot 3) = 4(4+21) \\ S_8 = 4\cdot 25 = 100 \end{array}$$

حل $b)$

$$\left.\begin{array}{l} a = 2 \\ d = 3 \\ n = 10 \\ S_{10} = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2\cdot 2 + (10-1)\cdot 3] = 5(4 + 9\cdot 3) = 5(4+27) \\ S_{10} = 5\cdot 31 = 155 \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم څپرکی: ترادفونه

1 ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$

د یوه هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل

د درسي کتاب (141) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانیږي چې: • د هندسي ترادف د جمعې حاصل یا هندسي سلسلې په مفهوم پوه شي. • د هندسي سلسلې اړوند پوښتنې حل کړای شي. • د هندسي سلسلې په پوهېدو او د هغو د پوښتنو په حلولو سره خوښی ښکاره او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي کار، تشریحي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرزوئ او وپوښتئ: • څوک ویلای شي دوه نیمایي ($\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$) څو کېږي؟ • څوک ویلای شي $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ او $\frac{1}{4}$ څو کېږي؟ • څوک ویلای شي $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ او $\frac{1}{16}$ څو کېږي؟ • ایا ویلای شئ چې په وروستي افاده کې هر یو حد له بل حد څخه څه ډول لاس ته راځي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته و وایاست په هره پوښتنه کې ټول حدونه سره جمع کوو، خو په وروستي افاده کې هر حد په $\frac{1}{2}$ کې ضرب او وروستی حد لاسته راغلی دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته و وایاست چې د کتاب 141 مخ فعالیت په خپلو کتابچو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوي او په پای کې د هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل یا د هندسي سلسلې فورمول په لاس راوړي. بیا د د دوو ډلو استازي راځي او خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کوي که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، هغه د بلې ډلې په واسطه د دوستۍ په فضا کې اصلاح کړئ. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او بیا تاسو همدا فعالیت په بشپړ توګه ورته تشریح او توضیح کړئ د ټولو مراحلو په پام کې نیولو سره د $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ عمومي فارمول په داسې حال کې چې $q \neq 1$ وي، په لاس راوړی او د زده کوونکو پوښتنو ته ځوابونه و وایاست.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې یو یې لومړی مثال او بل یې دویم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې په عین وخت کې د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي او بیا دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي، د اړتیا په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکو د لوست د لاښه تحکیم او زده‌کړې لپاره زده‌کوونکو ته په لاندې ډول پوښتنه ورکړی چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي:

- که په یوې هندسي سلسلې کې $a_1 = 3$ او $q = 2$ وي، په دې صورت کې S_6 پیدا کړئ.

ښاغلی ښوونکی د کار څارنه کوي او په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی دې پوښتنه پر تخته حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د لوست له زده‌کړې څخه ځان ډاډمن کړي؛ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په واسطه وازمویې:

1- په هندسي سلسله د $S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ کې وواياست:

- a_1 څه شي ښیي؟
- q څه شي ښیي ؟
- S_n څه شي ښیي ؟

2- د ... $2, 6, 18, 54$ په ترادف کې د 10 حدونو د جمعې حاصل پیدا کړئ.

کوښښ وکړئ چې زده‌کوونکي هر یو یې په خپلو کتابچو کې حل کړي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د $S_n = \dfrac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ فورمول د یوه هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل ښیي، د نوموړي فورمول تطبیقول په پوښتنو کې په لاندې ډول کېدای شي:

1) د ... $3, 6, 12,$ په هندسي تصاعد کې د لس لومړیو حدونو د جمعې حاصل پیدا کړئ.

په دې تصاعد کې $a = 3$, $q = \dfrac{6}{3} = 2$ او $n = 10$ دي.

$$S_{10} = \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{3(1024 - 1)}{1} = 3 \cdot 1023 = 3069$$

2) که چیرې په یو هندسي تصاعد کې لومړی حد 2 ، ګډ نسبت یې (-2) وي، د څو حدونو د جمعې حاصل یې 22 کېږي؟

$$a = 2 \quad , \quad q = -2 \quad , \quad S_n = 22 \quad , \quad n = ?$$

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{2\left[(-2)^n - 1\right]}{-2 - 1} = 22$$

مساوات دواړه خواوې په $\dfrac{1}{2}$ کې ضربوو:

$$\Rightarrow \left\{\frac{2\left[(-2)^n - 1\right]}{-3}\right\}\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \frac{(-2)^n - 1}{-3} = 11 \;\Rightarrow\; (-2)^n - 1 = -33$$

$$\Rightarrow (-2)^n = -33 + 1 \;\Rightarrow\; (-2)^n = -32 \;\Rightarrow\; (-2)^n = (-2)^5 \;\Rightarrow\; \boxed{n = 5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

د درسي کتاب د 142 مخ د پوښتنو حل.

1. په $\ldots,\frac{2}{9},\frac{2}{3},2$ هندسي ترادف کې د 10 جملو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

حل

$$S_n=\frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$\left.\begin{array}{l} a=2\\ q=\frac{1}{3}\\ n=10\\ S_{10}=?\end{array}\right\}\quad S_{10}=\frac{2(1-\frac{1}{3})^{10}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{2\left[1-(\frac{1}{3})^{10}\right]}{\frac{3-1}{3}}=\frac{2\left[1-(\frac{1}{3})^{10}\right]}{\frac{2}{3}}=\frac{2\cdot 3\left[-(\frac{1}{3})^{10}\right]}{2}=3\cdot\left[1-(\frac{1}{3})^{10}\right]$$

$$S_{10}=3-3\cdot 3^{-10}=3-3^{-9}=3-\frac{1}{3^9}=3-\frac{1}{19683}=\frac{3\cdot 19683-1}{19683}$$

$$S_{10}=\frac{59049}{19683}=3$$

2. د $384,\ \ldots\ ,3,6,12$ په هندسي ترادف کې د حدونو شمېر او مجموعه پيدا کړئ.

حل

$$a_n=a\cdot q^{n-1}\ \Rightarrow 384=3\cdot 2^{n-1}\ /\div 3\ \Rightarrow 2^{n-1}=128\ \Rightarrow 2^n\cdot 2^{-1}=128$$

$$\left.\begin{array}{l} a=3\\ q=2\\ a_n=384\\ n=?\\ S_n=?\end{array}\right\}\quad \Rightarrow \frac{2^n}{2}=128\ \Rightarrow 2^n=256\ \Rightarrow 2^n=2^8\ \Rightarrow \boxed{n=8}$$

$$S_n=\frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$S_8=\frac{3(1-2^8)}{1-2}=\frac{3(1-256)}{-1}=\frac{3(-255)}{-1}\ \Rightarrow \boxed{S_8=765}$$

3. د $\ldots\ ,4,12,36$ په ترادف کې د څو جملو د جمعې حاصل 484 کېږي، د n – ام حد قيمت پيدا کړئ.

حل

$$\left.\begin{array}{l} a=4\\ q=3\\ S_n=484\\ n=?\\ a_n=?\end{array}\right\}\quad S_n=\frac{a(1-q^n)}{1-q}=\frac{4(1-3^n)}{1-3}=484\ \text{يا}\ \frac{4(3^n-1)}{3-1}=484$$

$$=\frac{4\cdot(3^n-1)}{2}\cdot 2=484/\cdot 2\ \Rightarrow 4\cdot(3^n-1)=968\ \Rightarrow 4\cdot 3^n-4=968$$

$$4\cdot 3^n=968+4\ \Rightarrow 4\cdot 3^n=972/\div 4$$

$$3^n=243\ \Rightarrow 3^n=3^5\ \Rightarrow \boxed{n=5}$$

$$a_n=a\cdot q^{n-1}=4\cdot 3^{5-1}=4\cdot 3^4=4\cdot 81=324$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه

$$S_\infty = \frac{a}{1-q} , |q|<1$$

لایتناهي هندسي سلسلې

د درسي کتاب (143) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هندسي سلسلې د متباعد او متقارب سلسلو په مفهوم پوه شي. • متباعد او متقارب سلسلې تشخیص او یو له بله یې توپیر وکړای شي. • د متباعد او متقاربو سلسلو په پوهېدو سره خوښي ښکاره او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راوګرزوئ: • که یو ترادف په ترتیب حد په حد کوچنی شي څه ډول ترادف بلل کېږي؟ • که یو ترادف په ترتیب حد په حد لوی شي څه ډول ترادف بلل کېږي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ له هغه پرته تاسو ځوابونه وواياست(یعنې لومړی یې متقارب او دویم یې متباعد دی)

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ او داسې پوښتنه وکړئ که $q=\frac{1}{2}, a=3$ وي، هندسي ترادف یې پیدا کړی او د هندسي سلسلې عمومو فورمول یعنې د $a(\frac{q^n-1}{q-1})$ په تطبیقولو سره د پنځو لومړیو حدونو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

که چیرې زده‌کوونکي ستونزې ولري، تاسو مرسته وکړئ او داسې یې حل کړئ:

$$S_5 = \frac{3\{(\frac{1}{2})^5-1\}}{\frac{1}{2}-1} = 3\frac{3(\frac{1}{32}-1)}{\frac{1}{2}-1} = 3\cdot(\frac{\frac{1-32}{32}}{-\frac{1}{2}}) = \frac{3\cdot(-\frac{31}{32})}{\frac{-1}{2}} = 3(-\frac{31}{32}\cdot\frac{-2}{1}) = 3\cdot(\frac{31}{16}) = \frac{93}{16}$$

په همدې ډول یو بل داطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ ورته وواياست که چیرې $a=3$ او $q=2$ وي، هندسي ترادف یې پیدا او د هندسي سلسلې د عمومي فورمول په تطبیقولو سره د پنځو لومړیو حدونو د جمعې حاصل پیدا کړئ که بیا هم ستونزه ولري، تاسو یې داسې حل کړئ: $S_5 = \frac{3\cdot(2^5-1)}{2-1} = \frac{3(32-1)}{1} = 3\cdot 31 = 93$

بیا له زده‌کوونکو څخه پوښتنه وکړئ په لومړي او دویم ځواب کې څه توپیر وینئ. کوم یو یې کوچنی او کو یو یې زیات دی او په هره یوه ډله کې ګډ نسبت څومره دی، ښایي ټول زده‌کوونکي ځوابونه وواياي بیا هم تاسو د لانبه پوهېدو لپاره له پورته مثالونو څخه په‌ګټې اخېستنې سره موضوع داسې تشریح کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې په یوه هندسي سلسله کې $|q|>1$ وي او د حدونو شمېر يې معلوم نه وي، د متباعدې(Divertgent series) په نامه يادېږي. او که چیرې $|q|<1$ وي هغه د متقاربې(convergent series) په نامه يادېږي او د دواړو د جمعې حاصل د $S=a(\frac{q^n-1}{q-1})$ په واسطه پیدا کېږي. د لوست په پای کې دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې يو يې د 144 مخ لومړی مثال او بل يې دویم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې دکتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، دکار څارنه وکړئ د پوښتنو او تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ په پای کې دې زده‌کوونکي هر يو خپل حل د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره ښاغلی ښوونکی دې دکتاب دریم او څلورم مثالونه د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخیستنې سره پر تخته حل کړي په داسې حال کې چې د مثالونو ټولې مرحلې گام په گام په پام کې ونیسي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی ځان ډاډمن کړي چې زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي.

- که چیرې د $(\frac{1}{2})$ عدد د 3,2 او 5 په توانونو رفع شي، لاس ته راغلي عددونه په ترتیب زیاتېږي او که کوچني کېږي؟
- که چیرې د 2 عدد په ترتیب د 3,2 او 5 په توانونو رفع شي، لاس ته راغلي عددونه په ترتیب زیاتېږي او که کوچني کېږي؟
- که $|q|<1$ وي او د حدونو شمېر معلوم نه وي کومه سلسله جوړوي؟
- که $|q|>1$ وي او د حدونو شمېر معلوم نه وي کومه سلسله جوړوي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د هندسي ترادف تر عنوان لاندې د 127 مخ ورودي برخې کې د شطرنج د تختې په 64 کور کې د غنمو شمېر او همدارنگه د ټولو غنمو شمېر په لاند ډول معلوم ولای شو:

حل: $q=2, a=1$ او $n=64$ دي؛ نو:

$a_{64}=1\cdot 2^{64-1}=2^{63}=9.22337\cdot 10^{18}$ دانې غنم

اوس بیا مطالعه کوو چې د شطرنج په ټولو خانو کې مجموعاً څو دانې غنم دي؟

حل: څرنگه چې $q=2, a=1$ او $n=64$ دي، نو د عمومي فورمول له مخې لیکو:

$$S_{64}=\frac{a\cdot(q^n-1)}{q-1}=\frac{1\cdot(2^{64}-1)}{2-1}=2^{64}-1=1.84467\cdot 10^{19}-1\approx 1.84467\cdot 10^{19}$$ دانې غنم

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. لاندې هندسي مجموعې په لاس راوړئ.

$i)\ 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\ldots$, $ii)\ 5+1+\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\ldots$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل i) سلسله متقاربه ده:

$$\left.\begin{array}{l} a=1 \\ q=\frac{1}{3} \\ S_n=? \end{array}\right\} \begin{array}{l} |q|=\left|\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}<1 \\ S_n=\frac{a}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\frac{3-1}{3}}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2} \end{array}$$

حل ii) سلسله متقاربه ده:

$$\left.\begin{array}{l} a=5 \\ q=\frac{1}{5} \\ S_n=? \end{array}\right\} \begin{array}{l} |q|=\left|\frac{1}{5}\right|=\frac{1}{5}<1 \\ S_n=\frac{a}{1-q}=\frac{5}{\frac{1}{1}-\frac{1}{5}}=\frac{5}{\frac{5-1}{5}}=\frac{5}{\frac{4}{5}}=\frac{5}{1}\cdot\frac{5}{4}=\frac{25}{4}=6.25 \end{array}$$

2. لاندې اعشاري پيريوديک(متوالي) کسرونه په عام کسر واړوئ.

$a)\ 0.2\overline{4}$ $\qquad b)\ 0.\overline{5}$

حل a)

$$0.2\overline{4}=0.2444\ ...=0.2+0.04+0.004+0.0004+\ ...=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{4}{1000}+\frac{4}{10000}+\ ...$$

$$=\frac{1}{5}+\frac{4}{100}\left[1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\ ...\right]$$

د قوس په دننه کې يو ه بې نهايت هندسي سلسله ده؛ يعنې: $S_n=?\ ,\quad a=1\ ,\quad q=\frac{1}{10}\ ,$

نو سلسله متقاربه ده: $|q|=\left|\frac{1}{10}\right|=\frac{1}{10}<1$

$$S_n=\frac{a}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{10}}=\frac{1}{\frac{10-1}{10}}=\frac{1}{\frac{9}{10}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{10}{9}=\frac{10}{9}$$

$$0.2\overline{4}=\frac{1}{5}+\frac{4}{100}\cdot\frac{10}{9}=\frac{1}{5}+\frac{4}{90}=\frac{18+4}{90}=\frac{22}{90}=\frac{11}{45}\Rightarrow \boxed{0.2\overline{4}=\frac{11}{45}}$$

حل b)

$$0.\overline{5}=0.5555\ ...$$

$$0.5=0.5+0.05+0.005+0.0005+\ ...\quad =\frac{5}{10}+\frac{5}{100}+\frac{5}{1000}+\frac{5}{10000}+\ ...$$

$$=\frac{5}{10}(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\ ...)$$

$$\left.\begin{array}{l} a=1 \\ q=\frac{1}{10} \\ S_n=? \end{array}\right\} |q|=\left|\frac{1}{10}\right|=\frac{1}{10}<1$$

نو سلسله متقاربه ده.

د قوس په دننه کې يو ه بې نهايت هندسي سلسله ده، چې:

$$S_n=\frac{5}{10}\cdot\frac{a}{1-q}=\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{10}}=\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{\frac{10-1}{10}}=\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{\frac{9}{10}}=\frac{5}{10}\cdot\frac{10}{9}=\frac{5}{9}\Rightarrow \boxed{S_n=\frac{5}{9}=0.\overline{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنې ولولئ، د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې پيدا او له هغه څخه کړۍ تاو کړئ.

1. د $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\ ...$ ترادف $n-$ام حد کوم دی؟

$a)\ \frac{\sqrt{n}-1}{n}$ $\quad b)\ \frac{\sqrt{n}+3}{n+2}$ $\quad c)\ \frac{n}{n-1}$ $\quad$ ⓓ $\frac{n+1}{n}$

2. که $a_n=\frac{3n-1}{2n-1}$ د ترادف $n-$ام حد وي، د دغه ترادف څو وم حد $\frac{11}{7}$ دی؟

$a)\ 3$ $\quad$ ⓑ 4 $\quad c)\ 5$ $\quad d)\ 6$

3. د $...\ ,-9,-5,-1,3,$ حسابي ترادف دولسم حد عبارت دی، له:

ⓐ 35 $\quad b)\ 38$ $\quad c)\ -35$ $\quad d)\ -38$

4. د $...\ ,0.1,0.4,0.7,1,1.3,$ حسابي ترادف ګډ توپير عبارت دی، له:

ⓐ 0.3 $\quad b)\ 0.1$ $\quad c)\ \frac{2}{3}$ $\quad d)\ -\frac{2}{3}$

5. د $...\ ,96,48,24,12,6,$ هندسي ترادف ګډ نسبت عبارت له:

$a)\ -\frac{1}{2}$ $\quad$ ⓑ $\frac{1}{2}$ $\quad c)\ \frac{2}{3}$ $\quad d)\ -\frac{2}{3}$

6. د $5,\frac{5}{2},\frac{5}{4},\frac{5}{8},\frac{5}{16},\ ...$ هندسي ترادف لسم حد عبارت دی، له:

$a)\ \frac{3}{512}$ $\quad b)\ \frac{5}{510}$ $\quad c)\ -\frac{5}{512}$ $\quad$ ⓓ $\frac{5}{512}$

7. د يوه هندسي ترادف د n جملو د جمعې د حاصل فورمول عبارت دی، له:

$a)\ S_n=a\frac{1+q^n}{1-q}$ $\quad$ ⓑ $S=a\frac{q^n-1}{q-1}$ $\quad c)\ S=a\frac{1+q^n}{1+q}$ $\quad d)$ هيڅ يو

8. په بې نهايت هندسي متقاربو سلسلو کې ګډ نسبت عبارت دی، له:

$a)\ q=0$ $\quad b)\ |q|>1$ $\quad$ ⓒ $|q|<1$ $\quad d)$ هيڅ يو

لاندې پوښتنې حل کړئ.

1. څو دوه رقمي طبيعي عددونه لرو چې د څلورو مضرب وي؟

حل: لومړی دوه رقمي طبيعي عددونه ليکو:

10 , 11 , (12) , 13 , 14 , 15 , (16), 17 , 18 , 19 , (20), 21 , 22 , 23
(24), 25 , 26 , 27 , (28), 29 , 30 , 31 , (32), 33 , 34 , 35 , (36), 37
38 , 39 , (40) , 41 , 42 , 43 , (44), 45 , 46 , 47 , (48), 49 , 50 , 51
(52), 53 , 54 , 55 , (56), 57 , 58 , 59 , (60), 61 , 62 , 63 , (64), 65
66 , 67 , (68), 69 , 70 , 71 , (72), 73 , 74 , 75 , (76), 77 , 78 , 79
(80), 81 , 82 , 83 , (84), 85 , 86 , 87 , (88), 89 , 90 , 91 , (92), 93
94 , 95 , (96), 97 , 98 , 99

دوه ويشت دوه رقمي عددونه لرو چې د 4 مضرب دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. د 21 او 31 ترمنځ په بېل بېل ډول درې حسابي وسطونه ولیکئ. $21, \square, \square, \square, 31$

حل:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = 21 \\ a_1 + 4d = 31 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 4d = 31 - 21 = 10 \\ d = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5 \end{array}$$

$$21, 23.5, 26, 28.5, 31$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{21 + 26}{2} = \frac{47}{2} = 23.5$$

a_3 وسطي حد دی، نو:

$$a_3 = \frac{21 + 31}{2} = \frac{52}{2} = 26$$

$$a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{26 + 31}{2} = \frac{57}{2} = 28.5$$

3. که یوه حسابي ترادف د لومړي او وروستي جملې مجموعه ($a_1 + a_n = 24$) او د n لومړیو جملو مجموعه یې 3720 وي، د نوموړي ترادف د حدونو شمېر وټاکئ؟

حل: پوهېږو چې د n لومړیو جملو مجموعه له $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$ فارمول څخه لاسته راځي، نو:

$$a_1 + a_n = 24$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n] = 3720 \Rightarrow \frac{n}{2}[24] = 3720$$

$$12n = 3720 \Rightarrow n = \frac{3720}{12} = \frac{1240}{4} = 310 \Rightarrow \boxed{n = 310}$$

4. د لاندې ترادف د 100 جملو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

$$3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

حل:

$$\left.\begin{array}{l} a = 3 \\ d = 2 \\ n = 100 \\ S_{100} = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{100}{2}[2 \cdot 3 + (100-1)2] \\ S_{100} = 50[6 + 99 \cdot 2] = 50[6 + 198] = 50[204] \\ \boxed{S_{100} = 10200} \end{array}$$

5. که د یوه هندسي ترادف دویمه جمله 6 او اوومه جمله یې 192 وي، ګډ نسبت یې وټاکئ.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} aq = 6 \\ aq^6 = 192 \end{array}\right\} \begin{array}{l} (aq)q^5 = 192 \\ 6q^5 = 192 / \div 6 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q^5 = 2^5 \Rightarrow \boxed{q = 2} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. د یوه هندسي ترادف د 8 لومړیو جملو د جمعې قسمي حاصل 17 برابره ،د هغه د څلورو لومړیو جملو دی، د نوموړي ترادف ګډ نسبت حساب کړئ.

حل:

$$S_8 = a\frac{1-q^8}{1-q},\quad S_4 = a\frac{1-q^4}{1-q}$$

$$a\frac{1-q^8}{1-q} = 17a\frac{1-q^4}{1-q} \ /\cdot(1-q)$$

$$1-q^8 = 17-17q^4 \ \Rightarrow\ 1-q^8-17+17q^4 = 0 \ \Rightarrow\ -q^8+17q^4-16 = 0 \ /\cdot(-1)$$

$$q^8-17q^4+16=0$$

که چیرې $q^4 = y$ وضع کړو، نو:

$$y^2-17y+16=0$$

$$\Delta = 289-64 = 225 \ \Rightarrow\ \sqrt{\Delta} = \pm 15$$

$$y = \frac{17+15}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$q^4 = 16 \ \Rightarrow\ q^4 = 2^4 \ \Rightarrow\ \boxed{q=2}$$

7. د لاندې سلسلې د جمعې قسمي حاصل په لاس راوړئ.

$$0.1+0.01+0.001+0.0001+\ldots$$

حل:

$$0.1+0.01+0.001+0.0001 = \frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\ \ldots$$

$$= \frac{1}{10}\left[1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\ \ldots\right]$$

$$= \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{1-q} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{\frac{1}{1}-\frac{1}{9}} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{\frac{9}{10}} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{10}{9} = \frac{1}{9}$$

8. د یوه ناپایه هندسي ترادف لومړی حد 9 او پنځم حد یې $\frac{1}{9}$ دی، د نوموړي ترادف د حدونو د جمعې حاصل پیدا کړئ.

حل:

$$a = 9,\quad aq^4 = \frac{1}{9},\quad S_n = ?$$

$$aq^4 = \frac{1}{9} \ \Rightarrow\ aq^4 = \frac{1}{9} \ \Rightarrow\ 81q^4 = 1$$

$$q^4 = \frac{1}{81} \ \Rightarrow\ q^4 = (\frac{1}{3})^4 \ \Rightarrow\ \boxed{q = \frac{1}{3}}$$

$$S_n = 9\frac{1-q^n}{1-q} = 9\frac{\frac{1}{1}-(\frac{1}{3})^5}{1-\frac{1}{3}} = 9\frac{\frac{1}{1}-\frac{1}{243}}{\frac{2}{3}} = 9\frac{\frac{243-1}{243}}{\frac{2}{3}} = 9\frac{242}{243}\cdot\frac{3}{2} = \frac{9\cdot 242}{162} = \frac{1089}{81} = 13.\overline{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9. د 3 او 96 عددونو تر منځ 4 هندسي وسطونه په بېل بېل ډول وليکئ.

$$3, \square, \square, \square, \square, 96$$

حل:

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6$$

$$\left.\begin{array}{l} a=3 \\ aq^5=96 \\ n=6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3q^5=96 \quad / \div 3 \\ q^5=32 \quad \Rightarrow q^5=2^5 \quad \Rightarrow \boxed{q=2} \end{array}$$

$$3\ ,\ 6\ ,\ 12\ ,\ 24\ ,\ 48\ ,\ 96$$

$$a_n=\sqrt{a_{n-1}\cdot a_{n+1}}$$

$$a_2=\sqrt{a_1\cdot a_3}=\sqrt{3\cdot 12}=\sqrt{36}=6$$

$$a_3=\sqrt{a_2\cdot a_4}=\sqrt{6\cdot 24}=\sqrt{144}=12$$

$$a_4=\sqrt{a_3\cdot a_5}=\sqrt{12\cdot 48}=\sqrt{576}=24$$

$$a_5=\sqrt{a_4\cdot a_6}=\sqrt{24\cdot 96}=\sqrt{2304}=48$$

10. د $2+\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\ldots$ هندسي سلسلې د اتو لومړيو حدونو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

حل:

$$S_n=a\cdot\frac{1-q^n}{1-q}$$

$$\left.\begin{array}{l} a=2 \\ q=\frac{1}{3} \\ n=8 \\ S_8=? \end{array}\right\} \begin{array}{l} S_8=2\dfrac{1-(\frac{1}{3})^8}{1-(\frac{1}{3})} \\ S_8=2\dfrac{1-\frac{1}{6561}}{\frac{2}{3}}=2\dfrac{\frac{6560}{6561}}{\frac{2}{3}}=2\dfrac{6560}{6561}\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{19680}{6561}=2.9995\overline{4} \quad \Rightarrow \boxed{S_8\approx 3} \end{array}$$

11. که $a=4$ او $d=3$ وي، هارمونيکي ترادف د $n=12$ لپاره په لاس راوړئ.

حل:

$$4\ ,\ 7\ ,\ 10\ ,\ 13\ ,\ 16\ ,\ 19\ ,\ 22\ ,\ 25\ ,\ 28\ ,\ 31\ ,\ 34\ ,\ 37$$

$$\frac{1}{4},\frac{1}{7},\frac{1}{10},\frac{1}{13},\frac{1}{16},\frac{1}{19},\frac{1}{22},\frac{1}{25},\frac{1}{28},\frac{1}{31},\frac{1}{34},\frac{1}{37}$$

لاندې پيريوديک(متوالي) کسرونه په عامو کسرونو واړوئ.

$a)\ 2.\overline{8}$ $\qquad b)\ 3.\overline{57}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

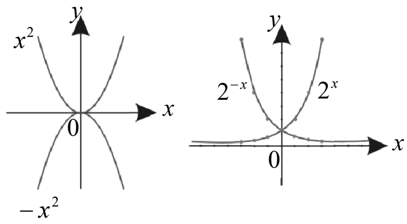
حل $a)$:

$$2.\overline{8} = 2.8888\ \ldots = 2 + 0.8 + 0.08 + 0.008 + 0.0008 + \ \ldots$$
$$= 2 + \frac{8}{10} + \frac{8}{100} + \frac{8}{1000} + \frac{8}{10000} + \ \ldots$$
$$= 2 + \frac{8}{10} \cdot \left[1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \ \ldots\right] = 2 + \frac{8}{10} \cdot \frac{1}{\frac{9}{10}}$$
$$= 2 + \frac{8}{10} \cdot \frac{10}{9} = 2 + \frac{8}{9} = \frac{18+8}{9} = \frac{26}{9}$$

حل $b)$:

$$3.5\overline{7} = 3.57575757\ \ldots$$
$$= 3 + 0.57 + 0.0057 + 0.000057 + 0.00000057 + \ \ldots$$
$$= 3 + \frac{57}{100} + \frac{57}{10000} + \frac{57}{1000000} + \frac{57}{100000000} + \ \ldots$$
$$= 3 + \frac{57}{100} \cdot \left[1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{1000000} + \frac{1}{100000000} + \ \ldots\right]$$
$$= 3 + \frac{57}{100} \cdot \frac{1}{\frac{99}{100}} = 3 + \frac{57}{100} \cdot \frac{100}{99} = 3 + \frac{57}{99} = \frac{297+57}{99} = \frac{354}{99} = \frac{118}{33} \Rightarrow \boxed{3.5\overline{7} = \frac{118}{33}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پنځم څپرکی: لوګاریتم

اکسپوننشیل تابعګانې (*Exponential functions*)

د درسي کتاب (153) مخ

د لوست وخت: (دوه درسي ساعتونه) **لومړی درسي ساعت**

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د اکسپوننشیل تابعګانو په مفهوم پوه شي. • د اکسپوننشیل تابعګانو ګرافونه رسم او پوښتنې حل کړای شي. • د اکسپوننشیل تابعګانو په پوهېدو او د هغو ګرافونو په رسمولو خوښي ښکاره او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • تاسو له تېر ټولګي څخه پوهېږئ چې د $f(x)=x^2$ او $f(x)=-x^2$ ګرافونه نظر د y محور ته یو د بل متناظر دي. • ایا ویلای شئ د کتاب د ورودي برخې له شکلونو څخه کوم یو شکل په دې تابعګانو پورې اړه لري؟ په همدې ډول په ورودي شکل کې یو بل شکل هم لیدل کېږي، ایا هغه هم یو د بل متناظر دي؟ که زده‌کوونکي ستونزې ولري، تاسو ورته وواياست. وروسته به ثابت شي چې د $f(x)=2^x$ او $f(x)=2^{-x}$ تابعګانو ګرافونه هم یو د بل متناظر دي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د فعالیت په پای کې د تابع عمومي شکل یعنې $f(x)=a^x$ تعریف د کتاب له مخې زده‌کوونکو ته بیان او ورته وواياست چې پورتنی تابعګانې د اکسپوننشیل تابع د a په قاعده بولي.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د کتاب 153 مخ فعالیت ورکړئ چې د $f(x)=2^x$ تابع د $x\in Z$ مختلفو قیمتونو لپاره ګراف رسم او د y له محور سره د تقاطع ټکی په لاس راوړي.

بیا په همدې ډول دې د $f(x)=2^{-x}$ تابع ګراف رسم کړي او د دواړو تابعګانو ګرافونه او قیمتونه دې یو له بل سره پرتله کړي، چې د قیمتونو له مخې متزایده او متناقصه تابع وښيي.

په پای کې د دوو ډلو له استازو څخه وغواړئ چې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کړي، که چیرې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کومې ډلې تېروتنه کړي وي د بلې ډلې په واسطه يې اصلاح کړئ.

يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پورتنی فعالیت د $f(x)=(\frac{1}{2})^x$ تـابع لپـاره سـرته ورسـوي، د سـتونزې پـه صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی څرنګه چې د اکسپوننشیل تابع د زده‌کوونکو لپاره نوي موضوع او څه نـا څـه سـتونزمنه هـم ده، د لوسـت د لاښه تحکيم او زده‌کړې لپاره تاسو يو ځـل بيا د زده‌کوونکـو پـه فعـالې برخـې اخيسـتنې سـره(د پوښـتنې او ځـواب پـه توګـه) موضوع تکرار کړی، چې زده‌کوونکي د اکسپوننشیل تابع په هکله ښه پوه شي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي:

1. د $f(x)=x^2$ او $f(x)=-x^2$ ګرافونه نظر کوم محور ته يو د بل متناظر دي؟
2. د $f(x)=x^2$ په تابع کې $x\in Z$ لپاره تل مثبت دي او که منفي؟
3. د $f(x)=a^x$ په تابع کې $a=1$ کېدای شي او که $a\neq 1$ وي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه په وار سره له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د سـتونزو پـه صـورت کې مرسـته او لارښـوونه وکړئ.

8- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

دلاندې اکسپوننشیل تابع ګانو ګرافونه په قایمو مختصاتوکې رسم کړئ.

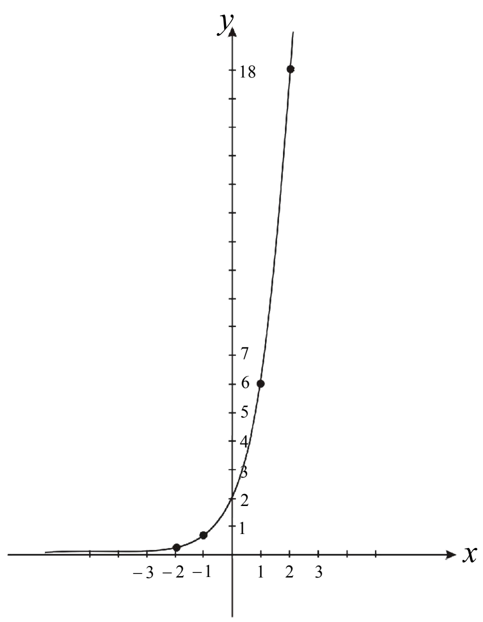
$a)\ f(x)=2\cdot 3^x$

$b)\ f(x)=2\cdot 3^{-x}$

د (a) **حل:** په هره تابع کې x ته څو تام مثبت او منفي قیمتونه ورکوو او د تابع قیمت په لاس راوړو:

x	$f(x)$
0	2
1	6
-1	$\frac{2}{3}$
2	18
-2	$\frac{2}{9}$

$f(x)=2\cdot 3^x$

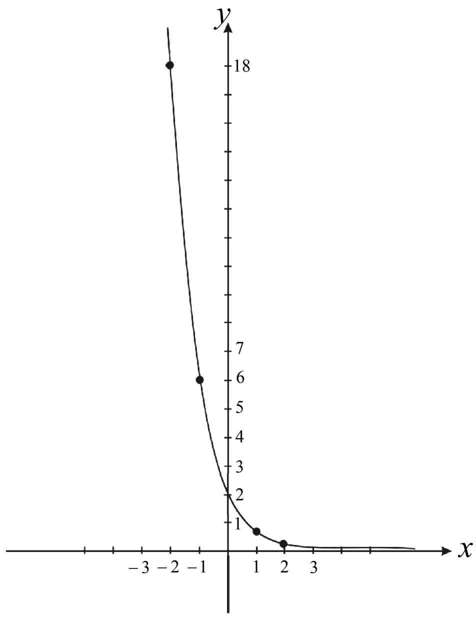


(c) ketabton.com: The Digital Library

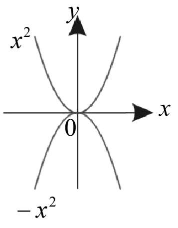
د (b) **حل**:

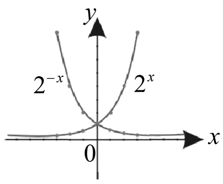
$$f(x) = 2\cdot 3^{-x}$$

x	$f(x)$
0	2
1	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{2}{9}$
-1	6
-2	18



(c) ketabton.com: The Digital Library





پنځم څپرکی: لوګاریتم

اکسپوننشیل تابعګانې(*Exponential functions*)

د درسي کتاب (**154**) **مخ**

د لوست وخت:(**دوه درسي ساعتونه**) **دویم درسي ساعت**

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د اکسپوننشیل په تابع کې متزایده او متناقصه تابع وپېژني. • متزاید او متناقصې تابعګانې تشخیص او توپیر یې وکړای شي. • ددې پوهې او مهارت له سرته رسولو څخه خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډلهییز، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته راوګرځوي او وپوښتي: • د $f(x)=2^x$ تابع د y محور په کوم ټکي کې قطع کوي؟ • د $f(x)=2^{-x}$ تابع د y محور په کوم ټکي کې قطع کوي؟ • ایا دا دواړه تابعګانې نظر کوم محور ته یو د بل متناظر دي؟ ښایي چې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي، له هغه پرته تاسو له تېر لوست څخه په ګټې اخېستنې سره ځوابونه ورته ووایاست.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لوست د پوښتنې او ځواب په توګه داسې پیل کړئ:

- څوک ویلای شي د $f(x)=a^x$ په تابع کې که $a>1$ وي، تابع متزایده ده او که متناقصه؟
- څوک ویلای شي د $f(x)=a^x$ په تابع کې که $a<1$ وي، تابع متزایده ده او که متناقصه؟

که چیرې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي ښه به وي او که نه تاسو داسې ورته تشریح کړئ:

که چیرې د اکسپوننشیل په تابع کې $a>1$ وي، تابع متزایده او که $1<a$ وي، تابع متناقصه او که $a=1$ وي؛ نو تابع ثابته ده. زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د کتاب د 154 مخ جدولونه چې یو یې د $f(x)=2^x$ او بل یې د $f(x)=2^{-x}$ تابع پورې اړه لري، په کمیات وضعیه کې د هر ټکي د کمیاتو په ټاکلو سره د دواړو تابعګانو ګرافونه رسم او په هغو کې دې متزایده او متناقصه منحني لومړی د قیمتونو له مخې او بیا په ګرافونو کې وښیي، ددې فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ او خپل سرته رسولي فعالیت دې د غوښتنو سره سم نورو ډلو ته تشریح کړي، که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي د یوې بلې ډلې په واسطه یې اصلاح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیا یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې دکتاب 154 مخ مثال جدول جوړ او گراف یې د جدول له مخې په دقیقه توگه رسم کړي او نور زده‌کوونکي دې دکتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. که کوم زده‌کوونکی پوښتنه کوي، مرسته ورسره وکړئ، په پای کې د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه یو په یو ورته وواياست چې زده‌کوونکي ورباندې پوه شي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

د لوست د لاښه تحکیم لپاره د $f(x)=2^x$, $f(x)=\frac{1}{2^x}$ تابعگانې زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په هغوی کې متزایدې او متناقصې ساحې وښیي او هم د y له محور سره د تقاطع ټکی پیدا کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په پوښتلو سره وازمويي:

1. د اکسپوننشیل هره تابع د $a>1$ قیمتونو لپاره متزایده ده؟
2. که د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه وي، د قیمتونو ناحیه یې څه ډول عددونه کېدای شي؟
3. ایا هره اکسپوننشیل تابع، معکوس تابع لري؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د کتاب 155 مخ فعالیت په لاندې ډول ثبوت کېږي، که زده‌کوونکي ونشي کولای تاسو یې ورته ثبوت کړئ:

1) $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, 2) $f(x-y)=\frac{f(x)}{f(y)}$

3) $f(a\cdot x)=(f(x))^a$

که $(x,y)\in R$ وي؛ نو:

1) $f(x+y)=a^{(x+y)}=a^x\cdot a^y=f(x)\cdot f(y) \Rightarrow f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$

2) $f(x-y)=a^{(x-y)}=a^x\cdot a^{-y}=a^x(a^y)^{-1}=a^x\cdot\frac{1}{a^y}=f(x)\cdot\frac{1}{f(y)}=\frac{f(x)}{f(y)} \Rightarrow f(x-y)=\frac{f(x)}{f(y)}$

3) $f(a\cdot x)=a^{ax}=(a^x)^a=(f(x))^a \Rightarrow f(a\cdot x)=(f(x))^a$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

دلاندې اکسپوننشیل تابع گانو گرافونه په قایمو مختصاتوکې رسم کړئ.

$c)$ $f(x)=-2^x$

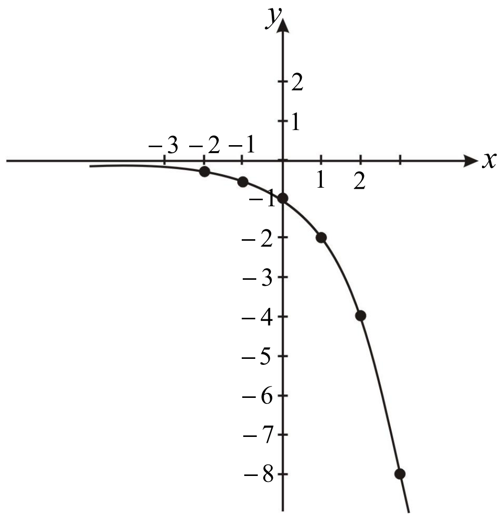
$d)$ $f(x)=-2^{-x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د (c) **حل**: په هره تابع کې x ته څو تام مثبت او منفي قیمتونه ورکوو او د تابع قیمت په لاس راوړو:

x	$f(x)$
0	-1
1	-2
2	-4
3	-8
-1	$-\frac{1}{2}$
-2	$-\frac{1}{4}$

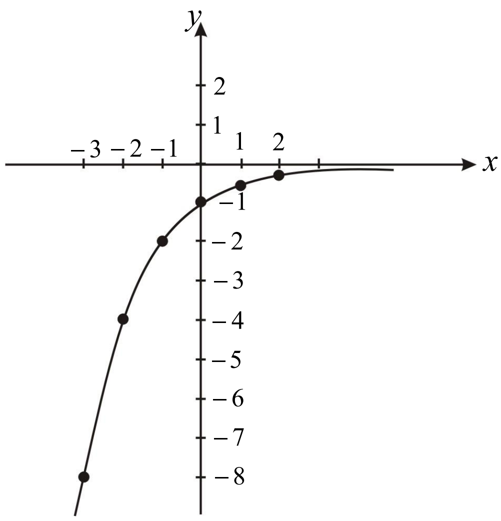
$f(x)=-2^{x}$



د (d) **حل**:

x	$f(x)$
0	-1
1	$-\frac{1}{2}$
2	$-\frac{1}{4}$
-1	-2
-2	-4
-3	-8

$f(x)=-2^{-x}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاريتم

$$y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$$

لوګاریتم

د درسي کتاب (157) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي د لوګاريتم په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي په طاقت لرونکو عددونو کې لوګاريتمي قيمتونه تشخيص او وټاکي. • زده‌کوونکي د عددونو لوګاريتمي قيمتونه پيداکړای شي. • زده‌کوونکي د پورته مهارت په سرته رسولو سره خوښي ښکاره او په ځان باور پيدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب عنوان او ورودي برخې ته راوګرځوي او وپوښتي: • د $y = x^3$ په افاده کې د $x = 2,3,4$ په قيمتونو سره y کوم قيمتونه غوره کوي؟ • ايا د $y = a^x$ تابع په کوم بل ډول هم ليکلای شو؟ که چيرې زده‌کوونکي ځوابونه وواپي ښه به وي، له هغه پرته تاسو ورته وواياست او بيان يې کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ دکتاب د 157 مخ فعاليت ورکړئ چې په خپلو ډلو کې يې له بحث او مشورې وروسته جدول بشپړکړي او پوښتنو ته سم ځوابونه پيداکړي.

بيا د درې ډلو استازي راوغواړئ چې د خپلې ډلې سرته رسولي فعاليت او ځوابونه نورو ته توضيح کړي. که چيرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي د بلې ډلې په واسطه يې اصلاح کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې تاسو د لوګاريتم عمومي حالت او تعريف د $y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$ افادې له مخې زده‌کوونکو ته تشريح کړی، ترڅو هغوی د لوګاريتم په مفهوم او ضرورت ښه پوه شي.

له هغه وروسته اړوند مثالونه يعنې $\log_2 8 = 3$ او $\log_{10} 1000 = 3$ پر تخته حل او تشريح کړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه پوهېدو لپاره د حل شوي مثال په ډول پوښتنې پر تخته وليکئ، زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې يې حل کړي، تاسو دکار څارنه او کنترول وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي. د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. نور زده‌کوونکي دې خپل ځوابونه د تختې له حل سره پرتله او د تېروتنې په صورت کې دې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه:** (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په واسطه سره وازمویي:

1) $\log_3 9 = ?$ 2) $\log_2 16 = ?$ 3) $\log_3 27 = ?$

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه:**

1. لاندې لوګاریتمي اړیکې د هغوی په اړوندو افادو واړوئ.

$a)\ \log_{10} N = x$, $b)\ \log_{\frac{1}{6}} 36 = -2$

$c)\ \log_9 81 = 2$, $d)\ \log_5 5 = 1$

حل: څرنګه چې لوګاریتم د طاقت یو بېل ډول ښوونه ده، نو اړوند افادې یې د طاقت په شکل په لاس راوړو:

$a)\ \log_{10} N = x \Rightarrow N = 10^x$

$b)\ \log_{\frac{1}{6}} 36 = -2 \Rightarrow 36 = (\frac{1}{6})^{-2}$

$c)\ \log_9 81 = 2 \Rightarrow 81 = 9^2$

$d)\ \log_5 5 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1$

2. د لوګاریتم په کارونې سره د لاندې افادو (طاقت لرونکو عددونو) معادل شکل ولیکئ.

حل:

$a)\ 4^3 = 256 \Rightarrow \log_4 256 = 3$

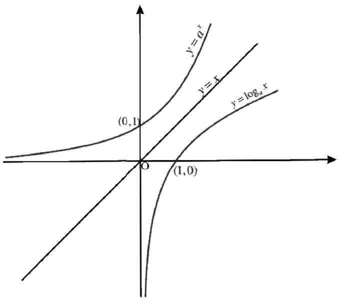
$b)\ 2^5 = 32 \Rightarrow \log_2 32 = 5$

$c)\ 10^4 = 10000 \Rightarrow \log_{10} 10000 = 4$

$d)\ 10^{-1} = 10^y \Rightarrow \log_{10} 10^{-1} = y$

$e)\ y = 2^x \Rightarrow \log_2 y = x$

$f)\ y = 3^x \Rightarrow \log_3 y = x$



پنځم څپرکی: لوګاریتم

لوګاریتمي تابعګانې

د درسي کتاب (159) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د لوګاریتمي تابعګانو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د لوګاریتمي تابعګانو پوښتنې حل او ګرافونه به یې رسم کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې له لوګاریتمي تابعګانو څخه کار واخلي او خوښي به ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد (چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته د لاندې پوښتنو په طرح کولو سره راوګرځوئ: • څوک ویلای شي د 8 عدد، معکوس عدد، کوم عدد دی؟ • څوک ویلای شي د $\frac{2}{3}$ عدد، معکوس عدد کوم عدد دی؟ • څوک ویلای شي کوم ډول تابعګانې معکوسې تابګانې لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزې په صورت کې تاسو ورته لنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی د اکسپوننشیل تابع معکوسه تابع چې د لوګاریتمي تابع په نامه یادېږي، ددې تعریف او شرایطو په برخه کې زده‌کوونکو ته بشپړ معلومات ورکړئ، وروسته د $f(x)=a^x$ او $g(x)=\log_a x$ تابعګانې چې د یو بل معکوسې تابعګانې بلل کېږي وروپېژني او ګرافونه یې رسم کړئ، وروښیاست چې دا ګرافونه د $y=x$ مستقیم ته متناظر دي، بشپړ توضیحات ورته ورکړي.

وروسته زده‌کوونکو ته دنده ورکړئ چې د درسي کتاب 160 مخ لومړی مثال دکتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل او ګراف یې رسم کړي. د کار څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، بیا یو دا وطلب زده‌کوونکي تختې ته راوغواړی چې پر تخته یې حل کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړی، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وېشئ، ورته وواياست چې دکتاب د همدې مخ فعالیت په خپلو ډلو کې د بحث او مشورې په کولو سره سرته ورسوئ. د فعالیت په پای کې د دوو یا دریو ډلو استازي خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته توضیح کوي. که

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، د یوې بلې ډلې په واسطه یې اصلاح کړی(ددې فعالیت بشپړ حل تاسو ته په اضافي معلوماتو کې درکړل شوی دی).

د لوست په پای کې دې ښاغلی ښوونکی د لوګاریتمي تابعګانو خاصیتونه، هر یو جلا جلا توضیح او تشریح کړي. ترڅو زده-کوونکي د لوګاریتمي تابع په مفهوم او خاصیتونو ښه پوه شي او هغه مثال چې د 2 په قاعده، لوګاریتمي قیمتونه یې غوښتل شوي حل او ځوابونه یې په لاس راوړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکي د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره دویم مثال پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته وواياست چې دکتاب له لیدو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړي. په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی نوموړی مثال پر تخته حل او نور زده-کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، د لوست دریم مثال پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته وواياست د کتاب له لیدو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړي. دکار څارنه وکړئ، په پای کې یو زده‌کوونکی راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی دکتاب 160 مخ فعالیت چې د $2^x, (\frac{1}{2})^x$ اکسپوننشیل تابعګانې دي، ګرافونه او معکوس تابعګانې په لاندې ډول دي:

$y = 2^x$ تابع په پام کې نیسو:

x	-2	-1	0	1	2
$y=2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

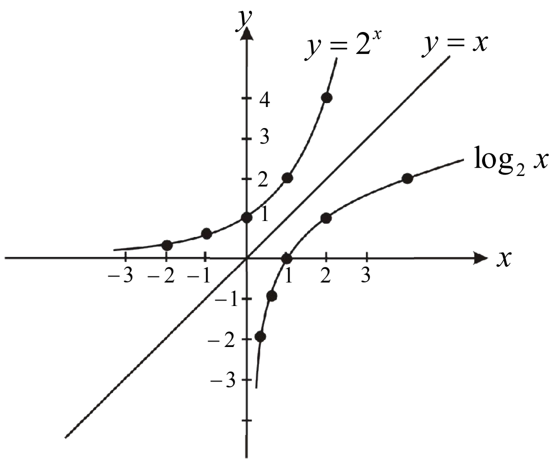
$$\left.\begin{matrix} x=1 \\ y=2 \end{matrix}\right\}(1,2) \quad , \quad \left.\begin{matrix} x=2 \\ y=4 \end{matrix}\right\}(2,4)$$

د $y = 2^x$ تابع معکوسه تابع $f(x) = \log_2^x$ ده.

x	1	2
$f(x)$	0	1

$$\left.\begin{matrix} x=1 \\ f(x)=\log_2^x=0 \end{matrix}\right\}(1,0)$$

$$\left.\begin{matrix} x=2 \\ f(x)=1 \end{matrix}\right\}(2,1)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د $y=(\frac{1}{2})^x$ تابع په پام کې نیسو:

x	0	1	2
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

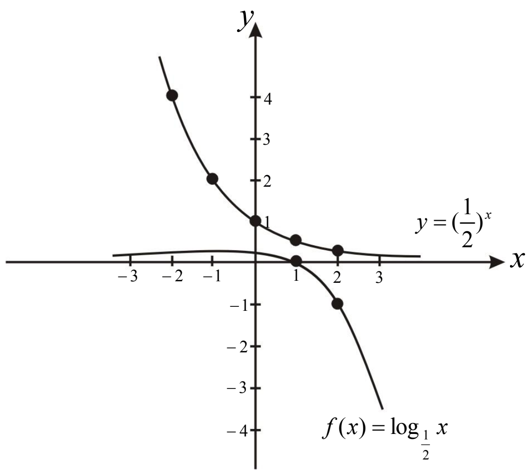
$\left.\begin{matrix}x=0\\y=1\end{matrix}\right\}(0,1)$ $\quad \left.\begin{matrix}x=1\\y=\frac{1}{2}\end{matrix}\right\}(1,\frac{1}{2})$ $\quad \left.\begin{matrix}x=2\\y=\frac{1}{4}\end{matrix}\right\}(2,\frac{1}{4})$

د $y=(\frac{1}{2})^x$ تابع معکوسه تابع عبارت له $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$ څخه ده.

x	1	2
$f(x)$	0	-1

$\left.\begin{matrix}x=1\\\log_{\frac{1}{2}}x=0\end{matrix}\right\}(1,0)$

$\left.\begin{matrix}x=2\\\log_{\frac{1}{2}}x=-1\end{matrix}\right\}(2,-1)$



9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه:**

1. د $f(x)=\log_2 x$ تابع قیمتونه په $f(32), f(\frac{1}{32}), f(1), f(2)$ کې پیدا کړئ.

حل:

$$f(x)=\log_2 x$$
$$f(2)=\log_2 2=1$$
$$f(1)=\log_2 1=0$$
$$f(\frac{1}{32})=\log_2\frac{1}{32}=\log_2 2^{-5}=-5\log_2 2=-5\cdot 1=-5$$
$$f(32)=\log_2 32=\log_2 2^5=5\cdot\log_2 2=5\cdot 1=5$$

2. د $f(x)=\log_3 x$ تابع قیمتونه په $f(1)$ او $f(\frac{1}{81})$ کې په لاس راوړئ.

حل:

$$f(x)=\log_3 x$$
$$f(1)=\log_3 1=0$$
$$f(\frac{1}{81})=\log_3(\frac{1}{81})=\log_3 3^{-4}=-4\cdot\log_3 3=-4\cdot 1=-4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

$$\left.\begin{matrix}\log_e N \\ \log_{10} 10^3\end{matrix}\right\} = ?$$

معمولي لوګاریتم او طبیعي لوګاریتم

د درسي کتاب (163) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د معمولي او طبیعي لوګاریتمونو په مفهومونو پوه شي. • معمولي او طبیعي لوګاریتمونه یو له بله تفکیک، د هر یوه پوښتنې حل او ګرافونه یې رسم کړای شي. • د اړتیا په وخت کې له هر یو لوګاریتم څخه کار واخلي او خپلې ستونزې حل کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب عنوان او ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • په‌کومو قاعدو سره لوګاریتمونه پېژنی ؟ • ایا د لوګاریتمونو قاعدې یوازې 2 او 3 دي، که نور عددونه هم د لوګاریتم قاعده کېدای شي ؟ • ایا تاسو د معمولي لوګاریتم او طبیعي لوګاریتم سره بلدیت لرئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، له هغه پرته تاسو معلومات ورکړئ او یوه انګیزه پیدا کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی دلوګاریتم تعریف او د هغوی ډولونه(معمولي لوګاریتم، طبیعي لوګاریتم) ورته توضیح کړئ، بیا معمولي لوګاریتم چې قاعده یې 10 ده، ورته تعریف او لازم توضیحات ورکړئ د همدې په اړوند مثال کې 10^0 او 10^2 لوګاریتمونه ورته پیدا کړئ، د نورو عددونو لوګاریتمونه دې زده‌کوونکي هر یو په خپلو کتابچو کې په لاس راوړي او ګراف دې په خپلو کتابچو کې رسم کړي. دکار څارنه وکړئ، د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې څو داوطلب زده‌کوونکي دې د نومړو عددونو لوګاریتمونه پر تخته پیدا کړي، ستاسو په مرسته دې ګراف پر تخته رسم کړي.

په همدې ډول طبیعي لوګاریتم چې قاعده یې e ده ورته تعریف او د e قیمت چې $e = 2.71828182...$ ده، ورته په‌ګوته کړی(پیدا کول یې د همدې ټولګي کار نه دی).

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی د $y = e^x$ او $y = e^{-x}$ تابع ګرافونه دې د $x = -2,-1,0,1,2$ قیمتونو لپاره رسم کړي، د فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ چې د خپل سرته رسولي فعالیت په برخه کې نورو ته معلومات ورکړي د اړتیا په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

وروسته ښاغلی ښوونکی دې دکتاب د 165 مخ د همدې اړوند مثال پر تخته حل او ګراف دې رسم کړي، ترڅو زده‌کوونکي د دواړو موضوعګانو په مفهوم ښه پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لا ښه تحکیم لپاره زده‌کوونکو ته د 10^4, 10^5, $\ln e^{-3}$ او $\ln e^4$ پوښتنې ورکړئ چې د نومورو عددونو لوګاریتمونه په خپلو کتابچو کې پیدا کړي، بیا یو داوطلب زده‌کوونکي تختې ته راوغواړئ چې هغه پر تخته حل او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلي ښوونکي: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمویي:

- هغه لوګاریتم چې قاعده یې 10 ده په څه نوم یادېږي؟
- هغه لوګاریتم چې قاعده یې e ده په څه نوم یادېږي؟
- ایا د 1 عدد هم د لوګاریتم قاعده کېدای شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه په شفاهي توګه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلي ښوونکی د کتاب د 162 مخ فعالیت په لاندې توګه حلېږي:

د $f(x)=\log_2 x$ تابع قیمت د $\sqrt{2}$ ، $x=28$ لپاره په لاس راوړئ.

حل:

$$f(\sqrt{2})=\log_2\sqrt{2}=\log_2 2^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_2 2=\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$$

$$f(28)=\log_2 28=\log_2 4\cdot 7=\log_2 4+\log_2 7=\log_2 2^2+\log_2 7$$
$$=2\cdot\log_2 2+\log_2 7=2\cdot 1+\log_2 7=2+\log_2 7$$

ښاغلي ښوونکی د 166 مخ فعالیت په لاندې توګه سرته ورسوئ:

$$a)\ \ y=\ln\frac{1}{e^7}=\log_e\frac{1}{e^7}=\log_e e^{-7}=-7\log_e e=-7\cdot 1=-7$$

$$b)\ \ \log 0.0001=\log 10^{-4}=-4\cdot\log 10=-4\cdot 1=-4$$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

لاندې لوګاریتمونه حساب کړئ.

$a)\log_e e^8$ $\qquad b)\ln\frac{1}{e^{-3}}$

$c)\log 0.01$ $\qquad d)\log\frac{1}{10^{-2}}$

حل:

$$a)\ \ \log_e e^8=8\cdot\log_e e=8\cdot 1=8$$

$$b)\ \ \ln\frac{1}{e^{-3}}=\ln e^3=3\ln e=3$$

$$c)\ \ \log 0.001=\log 10^{-3}=-3\cdot\log 10=-3$$

$$d)=-2\log\frac{1}{10^{-2}}=\log 10^2=2\cdot\log 10=2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

$$\log(\frac{x}{y}) = \log x - \log y$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د لوګاریتم قوانین

د درسي کتاب (167) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي به د لوګاريتم د قوانينو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د لوګاريتم د قوانينو په تطبيق سره پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتيا په وخت کې لوګاريتمي قوانين وکاروي او په ځان باور پيداکوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته د لاندې پوښتنو په کولو سره راوګرځوئ: • په ضرب کې د مساوي قاعدو لپاره د توانونو قانون څه ډول دی؟ • ايا د $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ له افادې سره بلديت لرئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې تاسو داسې معلومات ورکړئ چې د يوې انګيزې د پيداکولو سبب وګرځي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی: زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ ورته وواياست چې د کتاب 167 مخ فعاليت په خپلو ډلو کې د بحث او مذاکرې په کولو سره سرته ورسوي، د فعاليت له پای ته رسولو وروسته د دريو ډلو استازي راوغواړئ چې خپل سرته رسولی فعاليت نورو ته پر تخته توضيح او تشريح کړي، د ستونزو او تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. بيا دوو زده‌کوونکو ته هدايت ورکړئ چې په وار سره لومړی او دويم قوانين ولولي او مفهوم يې په ورکړل شوو مثالونو کې پر تخته توضيح کړي، که اړتيا وي لارښوونه ورته وکړئ، وروسته تاسو دريم قانون(چې د دوو يا څو عددونو د حاصل ضرب لوګاريتم دی) د مفهوم له توضيح کولو وروسته د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره مرحله په مرحله ثبوت کړي، وريسې د کتاب لومړی مثال پر تخته حل او توضيح کړئ، چې زده‌کوونکي د نوموړي قانون په مفهوم پوه شي، په همدې ډول د کتاب د 168 مخ فعاليت ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې بحث او مذاکره وربانديې وکړي او فعاليت د عددي مثالونو په واسطه سرته ورسوي، که چيرې ستونزې ولري، له اضافي معلوماتو څخه په کار اخيستنې سره يې تاسو ورته توضيح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره دویم مثال پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې هر یو یې په خپله کتابچه کې حل کړي، دکار څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی دا پوښتنه پر تخته حل او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمویي:

$\log_{10}(100\cdot 5)=?$ $\qquad \log_{116}1=?$ $\qquad \log_2 8$

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د 168 مخ فعالیت په لاندې توگه سرته ورسوي:

حل:

$$1)\ \log(x+y)\neq\log_a x+\log_a y$$
$$2)\ \log(x\cdot y)\neq\log x\cdot\log y$$

د پورته مساوات سموالی د عددي مثال په واسطه ښیو:

$$1)\ \log(10+100)\neq\log 10+\log 100$$
$$\log 110\neq 1+2\ \Rightarrow\ 2.414\neq 3$$

$$2)\ \log(10\cdot 100)\neq\log 10\cdot\log 100$$
$$\log(1000)\neq 1\cdot 2$$
$$3\neq 2$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. لاندې ضربي افادې د جمعې د حاصل په شکل او دجمعې د حاصل افادې د حاصل ضرب په شکل ولیکئ او د امکان په صورت کې یې وروستی قیمت په لاس راوړئ.

حل:

$$a)\ \log_4(5x^2)=\log_4 5+\log_4 x^2=\log_4 5+\log_4 x+\log_4 x=\log_4 5+2\log_4 x$$
$$b)\ \log_{10}(10x^2y)=\log_{10}10+\log_{10}x^2+\log_{10}y=1+\log_{10}x+\log_{10}x+\log_{10}y$$
$$c)\ \log_{10}5+\log_{10}20=\log_{10}(5\cdot 20)=\log_{10}100=\log_{10}10^2=2$$
$$d)\ \log_{12}36+\log_{12}4=\log_{12}(36\cdot 4)=\log_{12}144=\log_{12}12^2=\log_{12}12+\log_{12}12=1+1=2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

$$\log(\frac{x}{y}) = \log x - \log y$$

پنځم څپرکی: لوگاریتم

د لوگاریتم قوانین

د درسي کتاب (168) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د لوگاریتم د څلورم او پنځم قانون په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د پورته قوانینو اړوند پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي پورتني قوانین د مسایلو په حل کې وکاروي او خپلې ستونزې حل کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	تشریحي، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د یوې انگیزې پیداکولو لپاره د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوگرځوئ: • په تقسیم کې د مساوي قاعدو لپاره د توانونو قوانین څه ډول دي؟ • ایا له $\log(\frac{x}{y}) = \log x - \log y$ او $\log x^n = n\log x$ افادو سره بلدیت لرئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې تاسو معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی په 168 مخ کې د لوگاریتم څلورم قانون(چې د دوو عددونو د لوگاریتم تقسیم دی) د یوه زده‌کوونکي په واسطه ولولئ، کوښښ وکړئ چې زده‌کوونکي د هغه مفهوم په فارمولي ډول پر تخته ولیکي، له هغه پرته تاسو مفهوم ورته توضیح او فارمول یې پر تخته ولیکئ او مرحله په مرحله د زده‌کوونکو په فعال گډون سره یې پر تخته ثبوت کړئ. بیا دوه زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې لومړی او دویم مثالونه د فارمول په تطبیق کولو سره پر تخته حل کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په همدې ډول د لوگاریتم پنځم قانون(چې د یوه توان لرونکي عدد لوگاریتم دی) د یوه بل زده‌کوونکي په واسطه ولولئ او مفهوم دې بیان کړي. که چیرې زده‌کوونکي ستونزه ولري، تاسو ورته بیان او مفهوم په فارمولي ډول پر تخته ولیکئ او د $\log x^n = n \cdot \log x$ فارمول ثبوت د زده‌کوونکو په فعال گډون سره مرحله په مرحله توضیح او تشریح کړئ او پایله په لاس راوړئ، له همدې قانون څخه په کار اخیستنې سره د $\sqrt[n]{x}$ لوگاریتم یعنې $\frac{1}{n}\log x$ په لنډ ډول ولیکئ او په پای کې لومړی مثال ورته حل او توضیح کړئ، چې زده‌کوونکي د لوست په مفهوم پوه او هغه وکاروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکیم لپاره د 169 مخ وروستی دویم مثال پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې د کتاب له لیدو پرته يې په خپلو کتابچو کې حل کړي وروسته یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته باندې يې حل کړي. نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمویي:

$\log(\frac{A}{B}) = ?$ $\quad$ $\log(A)^n = ?$ $\quad$ $\log(\frac{100}{10}) = ?$

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی: د کتاب 169 مخ وروستی فعالیت په لاندې توگه حلېږي:

حل:

$$a)\ \log_3(0.12) = \log_3(\frac{12}{100}) = \log_3(\frac{3}{25}) = \log_3 3 - \log_3 25 = 1 - \log_3 25$$

$$b)\ \log_5 \sqrt{8} = \log_5 (8)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log_5 8$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

2. لاندې د خارج قسمت افادې په تفاضل او د تفاضل افادې په خارج قسمت واړوئ، د امکان په صورت کې وروستې ځوابونه په لاس راوړئ.

حل:

$$a)\ \log_7 \frac{63}{49} = \log_7 63 - \log_7 49 = \log_7(7\cdot 9) - \log_7 7^2$$
$$= \log_7 7 + \log_7 9 - 2\cdot\log_7 7 = 1 + \log_7 9 - 2 = \log_7 9 - 1$$

$$b)\ \log\frac{125}{80} = \log 125 - \log 80 = \log 125 - \log(10\cdot 8)$$
$$= \log 125 - \log 10 - \log 8 = \log 125 - 1 - \log 8$$

$$c)\ \log_a(x^2 a) - \log_a x^2 = \log_a \frac{x^2\cdot a}{x^2} = \log_a a = 1$$

$$d)\ \log_{10} 1000 - \log_{10} 100 = \log_{10}\frac{1000}{100} = \log_{10} 10 = 1$$

3. لاندې لوگاریتمونه حساب کړئ.

$a)\ \log_{10}(0.0001) = ?$ $\quad$ $b)\ \log_2(8)^{-\frac{1}{3}} = ?$

حل:

$$a)\ \log_{10}(0.0001) = \log_{10}\frac{1}{10000} = \log_{10}\frac{1}{10^4} = \log_{10} 10^{-4} = -4\log_{10} 10 = -4\cdot 1 = -4$$

$$b)\ \log_2(8)^{-\frac{1}{3}} = \log_2(2^3)^{\frac{1}{3}} = \log_2 2^{\frac{3}{3}} = \log_2 2 = 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

$$\log_b m = \frac{\log_a m}{\log_a b}$$

د لوګاریتم د یوې قاعدې اړول په بله قاعده

د درسي کتاب (171) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د یوه عدد لوګاریتم په یوه مشخصه قاعده وپېژني. • زده‌کوونکي د شپږم او اووم قانون په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي یو لوګاریتم له یوې قاعدې څخه بلې قاعدې ته واړوي. • زده‌کوونکي ددې قاعدو په اړولو سره خوښي ښکاره او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	تشریحي، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • څوک ویلای شي چې 4^2 او 2^4 یو له بله سره څه توپیر لري؟ او حاصلونه یې پیدا کړئ. • څوک کولای شي د $\log_b m = \frac{\log_a m}{\log_a b}$ افاده توضیح کړئ. • ایا په لوګاریتم کې د قاعدو د اړولو امکان شته؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، که چیرې ستونزې ولري تاسو ځوابونه ورته ووایاست.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی: شپږم قانون چې د لوګاریتم د یوې قاعدې اړول بلې قاعدې ته دي، په درسي کتاب کې له تعریف څخه مفهوم اخیستل یوه اندازه ستونزمن دی، نو زده‌کوونکي داسې وپوهوئ:

که چیرې $\log_a m$ ولرو غواړو د قاعدې په بدلولو سره یعنې $\log_b m$ پیدا کړو.

ثبوت یې مرحله په مرحله د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره پر تخته توضیح او تشریح کړئ، وروسته دوه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې لومړی او دویم مثالونه پر تخته حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. په همدې ډول د لوګاریتم اووم قانون چې د یوه معکوس لوګاریتم پیداکول دي‌ورته تعریف‌او فارمولي شکل یې پر تخته‌ولیکئ.

ددې ثبوت هم د زده‌کوونکو په فعال ګډون او برخې اخیستنې سره سرته ورسوئ. کوښښ وکړئ چې د ثبوت په وخت کې د پوښتنې او ځواب په توګه د زده‌کوونکو پام لوست ته راواړوئ.

په پای کې د موضوع اړوند مثال د یوه داوطلب زده‌کوونکي په واسطه پر تخته حل کړئ، چې زده‌کوونکي په مطلب پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست لاښه تحکیم لپاره ددې لوست وروستنی فعالیت یعنې د 172 مخ فعالیت پوښتنې پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي، د ستونزو په صورت کې یې تاسو پر تخته حل او توضیح کړئ او زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه د $\log_a M = \dfrac{1}{\log_M a}$ له فارمول تطبیق سره وازمويي:

$a)\ \log_{32} 2 = ?\qquad b)\ \log_{27}\sqrt{3} = ?$

حل:

$$\log_{32} 2 = \frac{1}{\log_2 32} = \frac{1}{\log_2 2^5} = \frac{1}{5\cdot\log_2 2} = \frac{1}{5\cdot 1} = \frac{1}{5}$$

$$\log_{27}\sqrt{3} = \log_{27}(3)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_{27} 3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\log_3 27} = \frac{1}{2\cdot\log_3 3^3} = \frac{1}{2\cdot 3\log_3 3} = \frac{1}{6\cdot 1} = \frac{1}{6}$$

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی هغه فعالیت چې د لوست د تحکیم لپاره درکړل شوی دی داسې حلېږي:

حل:

$$a)\ \log_{64} 2 = \frac{1}{\log_2 64} = \frac{1}{\log_2 2^6} = \frac{1}{6\cdot\log_2 2}\ \Rightarrow\ \log_{64} 2 = \frac{1}{6\cdot 1} = \frac{1}{6}$$

$$b)\ \log_4\sqrt{(25)^6} = \log_4(25^6)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_4(25)^6 = \frac{6}{2}\cdot\log_4 25 = 3\cdot\log_4 25 = 3\cdot\log_4 5^2 = 3\cdot 2\log_4 5 = 6\log_4 5 = \frac{6}{\log_5 4}$$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

لاندې لوګاریتمونه ساده کړئ.

حل:

$$d)\ \log_{121} 14641 = \log_{(11)^2}(11)^4 = \frac{4}{2}\log_{11} 11 = 2\cdot 1 = 2$$

$$e)\ \ln x = 2.3026\cdot\log x = \ln 672000 = 2.3026\cdot\log 672000 = 2.3026\cdot\log 6.72\cdot 10^5$$
$$= 2.3026(\log 6.72 + \log(10^5)) = 2.3026(\log 6.72 + 5) = 2.3026\log 6.72 + 11.513$$

$$f)\ \ln 0.00927 = 2.3026\cdot\log 0.00927 = 2.3026\cdot\log(9.27\cdot 10^{-3}) = 2.3026\cdot\log 9.27 + 2.3026\cdot\log 10^{-3}$$
$$= 2.3026\cdot\log 9.27 + 2.3026(-3)\log 10 = 2.3026\log 9.27 - 6.9078$$

$$g)\ \ln 0.235 = 2.3026\log 0.235 = 2.3026\log(2.35\cdot 10^{-1})$$
$$= 2.3026(\log 2.35 - 1) = 2.306\cdot\log 2.35 - 2.3026$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د لوګاریتم قوانین

د درسي کتاب (172) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د لوګاریتم د اتم قانون په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د اتم قانون مطابق پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت نوموړی قانون وکاروي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي ، ډله‌ییز، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوګرځوي: • څوک ویلای شي، د یوه توان لرونکي عدد لوګاریتم مساوي له څه شي سره دی؟ • څوک د $\sqrt{10}$ لوګاریتمي قیمت پیداکولای شي؟ • ایا د $\log_{a^n} x$ (قاعده توان لرونکی وي) افادې سره بلدیت لرئ. کوښښ وکړئ چې د یوې انګیزې پیداکولو لپاره ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې د هرې پوښتنې ځواب ورته وواياست او هم یادونه وکړئ چې د $\log_{a^n} x$ افادې قیمت پیداکېدای شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی اتم قانون چې په یوه لوګاریتمي افاده کې قاعده یې توان لرونکې وي کولای شو، لوګاریتمي قیمت یې پیدا کړو چې عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب د هغه عدد په لوګاریتمي قیمت کې یعنې: $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$

ددې مفهوم له توضیح کولو وروسته ثبوت یې مرحله په مرحله د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره توضیح او تشریح کړئ. ترڅو مطلوب په لاس راشي.

وروسته هغه پایلې چې د پورتني قانون له ثبوت څخه په لاس راځي هر یو تشریح او معلومات ورکړئ. بیا دوه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې د لوست اړوند لومړی او دویم مثالونه پر تخته حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب 173 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له بحث او مذاکرې وروسته سرته ورسوي د فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ چې د خپل سرته رسولي فعالیت په برخه کې نورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ته معلومات ورکړي، دستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.
ښاغلی ښوونکی په همدې توګه د معمولي او طبيعي لوګاريتمونو ترمنځ اړيکه د لوګاريتمونو د يوې قاعدې اړول بلې قاعدې ته په ګټه اخېستنې سره داسې ثبوت کړئ چې زده‌کوونکي فعال ګډون ولري او بيا يې لومړی مثال پر تخته حل کړي.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکيم او پوهېدو لپاره د لوست دويم مثال پر تخته وليکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې د کتاب له ليدو پرته يې خپلو کتابچو کې حل کړي،بيا يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته يې توضيح او حل کړي. نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي د ورکړ شوو مثالونو په ډول پوښتنې دې پر تخته وليکي او زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، د کار څارنه وکړئ د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ تر څو پايله لاسته راشي.

8- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

$$a)\ \log_{\frac{1}{3}} 3^{-4} = \log_{3^{-1}} 3^{-4} = \frac{-4}{-1}\log_3 3 = \frac{4}{1}\cdot 1 = 4$$

$$b)\ \log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2}\log_3 3 = \frac{3}{2}\cdot 1 = \frac{3}{2}$$

$$c)\ \log_8 4 = \log_{2^3} 2^2 = \frac{2}{3}\log_2 2 = \frac{2}{3}\cdot 1 = \frac{2}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\log_{10}10=1$

$\log_{10}100=2$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

کرکترستیک او مانتیس

د درسي کتاب (175) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي د کرکترستیک او مانتیس په مفهومونو پوه شي. • زده‌کوونکي د یوه عدد په لوګاریتمي قیمت کې کرکترستیک او مانتیس تشخیص کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې کرکترستیک او مانتیس هر یو وکاروي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • څوک ویلای شي چې $\log_{10}100=?$, $\log_{10}1000=?$ او $\log_{10}10000=?$ • وواياست چې د پورته عددونو د ارقامو د شمېر او صحیح لوګاریتمي قیمتونو ترمنځ کومه اړیکه یا توپیر لیدل کېږي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې د صحیح لوګاریتمي او د عددي ارقامو د شمېر توپیر په لنډ ډول ورته وواياست.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی د موضوع تعریف د یوه زده‌کوونکي په واسطه داسې ولولئ چې ټول زده‌کوونکي یې واوري. له هغه وروسته تاسو په دې برخه کې لنډ معلومات ورکړئ ورته وواياست:

په لوګاریتمي قیمتونو کې دوه برخې لیدل کېږي، یو یې صحیح عدد چې کرکترستیک نومېږي، بله یې مانتیس ده چې اعشاري برخه ده.

په حقیقت کې د یوه عدد لوګاریتمي قیمت د هغه کرکترستیک او مانتیس له مجموع څخه عبارت دی.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ ورته وواياست چې هره ډله دې دکتاب د 175 مخ جدول بشپړ کړي او تش ځایونه دې د مناسبو عددونو په واسطه ډک کړي. د ډله‌ییز فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ چې د خپل ډلې سرته رسولي کار نورو ته توضیح او تشریح کړئ د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

وروسته هغه پوښتنې چې په دې اړه د کتاب په 176 مخ کې راغلي، د پوښتنې او ځواب په توګه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ او صحیح ځوابونه په لاس راوړئ او پایله یې توضیح کړئ، په پای کې د عدد لیکنې علمي طریقه (scientific notation) ورته

(c) ketabton.com: The Digital Library

ولیکئ او ورته وواياست هر عدد، د 10 پر توان یعني د $N = a\cdot 10^n$ په شکل لیکلای شو، په داسې حال کې چې $1 \le a < 10$ او n یو تام عدد دی، پوره معلومات ورکړی او په دې اړه لومړی مثال چې درې اجزاوې لري، په ترتیب حل او زده‌کوونکي وربانديې پوه کړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او زده‌کړې لپاره دویم مثال پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې د کتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي د کتاب د **177** مخ دریم مثال پر تخته ولیکی او زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي، همدرانګه د 0.995,56.784,89.435 او 0.0789 عددونو کرکټرستیک په شفاهي توګه وپوښتئ او زده‌کوونکي وازمويي.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

دلاندې لوګاریتمونو کرکټرسټیک په شفاهي ډول وواياست؟

$a)\ \log 0.9560$ $\qquad b)\ \log 956.0$

$c)\ \log 2345$ $\qquad e)\ \log 9560$

$d)\ \log 3.875$ $\qquad f)\ \log 0.0009560$

حل:

$a)$: له یوه څخه کوچنی عدد کرکټرستیک منفي علامه لري او قیمت یې د اعشاري علامې ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د یوه په اندزه زیات دی، څرنګه چې د اعشاري ښی لوري ته صفرونه نشته، نو کرکټرستیک یې منفي یو دی.

$b)$: که چیرې د یوه عدد صحیح برخه چې د صفر خلاف وي، نو د هغه عددونو لوګاریتم کرکټرستیک مساوي دی د صحیح برخې د ارقامو شمېر منفي یو دی، نو کرکټرستیک یې 2 دی.

$c)$: څرنګه چې د صحیح ارقامو شمېر 4 دي، نو کرکټرستیک یې 3 دی.

$d)$: بیا هم د صحیح ارقامو شمېر 1 او که یو ورڅخه کم شي، نو کرکټرستیک یې صفر دی.

$e)$: کرکټرستیک 3 دی.

$f)$: د اعشاري علامې ښي لوري صفرونه 3 دي، که یو ورسره جمع شي 4 کېږي، څرنګه چې عدد له یوه څخه کوچنی دی، نو کرکټرستیک یې -4 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

$$\left.\begin{matrix}\log 0.501\\ \log 5.01\\ \log 50.1\\ \log 501\end{matrix}\right\}=?$$

د لوګاریتم جدول

د درسي کتاب (179) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي په لوګاریتمي جدول کې د مانتیسا پیداکولو په طریقه پوه شي. • زده‌کوونکي لوګاریتمي جدول وکارولای شي او د عددونو مانتیسا قیمت به پیداکړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې په لوګاریتمي محاسبو کې له جدول څخه ګټه واخېستلای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	تشریحي، ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • د یوه عدد په لوګاریتمي قیمت کې کرکترستیک برخه څه ډول پیداکولای شو ؟ • ایا د مانتیس برخې ټاکلو لپاره هم کومه طریقه شته ؟ • د 50.1,5.01,0.501 او 501 عددونو هر یوه کرکترستیک وټاکئ وواياست د کرکترستیکونو توپیر په څه شي کې دي ؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې د تېر لوست په مرسته لنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د مانتیس د پیداکولو طریقې پوهېدو لپاره لومړی د لوګاریتمي عدد دوه برخې یعنې صحیح او اعشاري برخې ورته تشریح کړئ، ورته وواياست صحیح برخه یا مشخصه د ارقامو د شمېر له مخې په یوه طریقه سره چې مخ کې لوستل شوې ده او مانتیسا یوازې او یوازې د جدول له مخې په یوه خاصه طریقه سره پیداکېږي، له جدول څخه پرته بله کومه طریقه نه لري چې د یوه عدد، د مانتیسا برخه پیدا شي.

جدولونه مختلف جوړ شوي چې د مختلفو ارقامو درلودونکي دي، یعنې ځینې 7 رقمي، ځینې 5 رقمي، ځینې 4 او یا 3 رقمي اعشاري خانې لري. چې د مانتیسا پیداکولو لپاره‌کار ورڅخه اخېستل کېږي، په جدول کې ستون او سطر په نښه شوي دي چې د ستون او سطر له مخې مانتیسا داسې ټاکل کېږي، په کوم عدد کې چې د هغو تقاطع مطابقت کوي، مانتیسا بلل کېږي، چې دا موضوع په درسي کتاب کې هم په څرګنده توګه تشریح شوې ده.

له څرګندونو وروسته اړوند مثال یې ورته حل کړئ د جدول له مخې د 76 سطر او 5 ستون د تقاطع عدد چې له مانتیسا څخه عبارت ده په ګوته کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د تحکیم لپاره د کتاب د 180 مخ دویم او دریم مثالونه پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې له کتاب څخه د نه استفادې په صورت کې يې په خپلو کتابچو کې حل کړي. بيا دې دوه زده‌کوونکي په وار سره مثالونه پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو د زده‌کوونکو د ازموینې لپاره د کتاب څلورم مثال عددونه پر تخته ولیکئ چې لوگاریتمي قیمتونه يې به خپلو کتابچو کې پیدا کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. دلاندې لوگاریتمونو کرکترستیک په شفاهي ډول وواياست او مانتیس يې د جدول له مخې پیدا کړئ.

$a)\ \log 222$ $\quad b)\ \log 0.921$

$c)\ \log 928$ $\quad d)\ \log 527$

$e)\ \log 0.024$ $\quad f)\ \log 2400$

$h)\ \log 0.00024$ $\quad j)\ \log 24$

حل:

$a)$: کرکترستیک يې 2 او مانتیسا يې د جدول له مخې پیدا کوو، یعنې:

$$\log 222 = \log(2.22\cdot 10^2) = \log 2.22 + 2$$

اوس د 2.22 عدد مانتیس د جدول په 22 سطر او 2 ستون کې لټوو چې د هغو تقاطع له 3464 عدد سره مطابقت کوي، په پای کې لوگاریتم داسې محاسبه کوو:

$$\log 222 = \log 2.22 + 2 = 0.3436 + 2 = 2.3436$$

$b)$: د b جز کرکترستیک -1 دی.

$$\log 0.921 = \log(9.21\cdot \mathbf{10}^{-1}) = \log 9.21$$

د 9.21 عدد مانتیسا په جدول کې د لومړي ستون او 92 – ام سطر د تقاطع عدد دی چې عبارت دی له9643 څخه یعنې:

$$\log 0.921 = \log 9.21 - 1 = 0.9643 - 1 = \overline{1}.9643$$

$c)$: د c جزء کرکترستیک 2 دی.

$$\log 928 = \log(9.28\cdot 10^2) = \log 9.28 + 2$$

د 9.28 مانتیس د لوگاریتم جدول د اتم ستون او 92 – ام سطر د تقاطع عدد دی، یعنې: $\log 9.28 = 0.9814$

$$\log 928 = \log 9.28 + 2 = 0.9675 + 2 = 2.9675$$

$d)$: د d جزء کرکترستیک 2 دی.

$$\log 527 = \log(5.27\cdot 10^2) = \log 5.27 + 2$$

د 5.27 عدد مانتیسا په جدول کې د 7 – ام ستون او 52 – ام سطر په تقاطع کې گورو، معلومېږي چې:

$$\log 527 = \log(5.27 + 2) = 0.7218 + 2 = 2.7218$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$e)$: د e جزء کرکترستیک -2 دی.

$$\log 0.024 = \log 2.4 \cdot 10^{-2} = \log 2.4 - 2$$

څرنګه چې $\log 2.4 = 0.3802$ دی، نو:

$$\log 0.024 = \log 2.4 - 2 = 0.3802 - 2 = \overline{2}.3802$$

$f)$: د f جزء کرکترستیک 3 دی.

$$\log 2400 = \log(2.4 \cdot 10^{3}) = \log 2.4 + 3$$

څرنګه چې $\log 2.4 = 0.3802$ دی، نو:

$$\log 2400 = \log 2.4 + 3 = 0.3802 + 3 = 3.3802$$

$h)$: د h جزء کرکترستیک -4 دی.

$$\log 0.00024 = \log(2.4 \cdot 10^{-4}) = \log 2.4 - 4$$

د e او f جزونو څخه پوهېږو چې $\log 2.4 = 0.3802$ دی، نو:

$$\log 0.00024 = \log 2.4 - 4 = 0.3802 - 4 = \overline{4}.3802$$

$j)$: د j جزء کرکترستیک 1 دی.

$$\log 24 = \log(2.4 \cdot 10) = \log 2.4 + 1 = 0.3802 + 1 = 1.3802$$

2. د لاندې لوګاریتمونو قیمتونه په لاس راوړئ.

$a)\ \log(2.73)^{3}$ $\qquad b)\ \log\sqrt[5]{0.0762}$

حل:

$$a)\ \log(2.73)^{3} = 3\log(2.273) = 3(0.4362) = 1.3086$$

$$b)\ \log\sqrt[5]{0.0762} = \log(0.0762)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}\log(0.0762) = \frac{1}{5}\log(7.62 \cdot 10^{-2}) = \frac{1}{5}[\log 7.62 - 2]$$

$$= \frac{1}{5}[0.8820 - 2] = \frac{1}{5}[-1.118] = -0.2236 \pm 1 = \overline{1}.7764$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

$$\log 481 = 2.6821$$
$$\log N = 1.6580$$
$$N = ?$$

انتي لوګاریتم

د درسي کتاب (183) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د انتي لوګاریتم په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکړای شي د ورکړل شوو لوګاریتمونو له مخې اړوند عددونه پیدا کړي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې له نوموړي عملیې څخه کار واخلي او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د لاندې پوښتنو په کولو سره دکتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ: • څوک ویلای شي که لوګاریتمي قیمت ولرو د اړوند عدد پیداکول ممکن دی؟(هو) • د لوګاریتمي کوم قیمت له مخې ویلای شو چې عدد څو رقمي دی؟ (د کرکترستیک له مخې) کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې تاسو لنډ معلومات ورکړئ بیا د لوست فعالیت پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی: لومړی د انتي لوګاریتم تعریف ورته ووایاست او بیا د داسې مثال په ورکولو سره تشریح کړي که چیرې $\log_{10} 20 = 1.30103$ وي، نو 1.30103 د 20 د عدد لوګاریتم بلل کېږي او د 20 عدد، د 1.30103 انتي‌لوګاریتم بلل کېږي. وروسته زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی چې هره ډله دکتاب 183 مخ فعالیت د بحث او مشورې وروسته سرته ورسوي، دکار څارنه وکړئ.

د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ په پای کې د دوو ډلو استازي تختې ته راوغواړئ چې په وار سره خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته توضیح کړي او تېروتنې اصلاح شي.

وریسې اړوند مثال پر تخته حل کړئ او په جدول کې د عدد د پیداکولو طریقه د پوښتنې او ځواب په توګه وروښیاست چې زده‌کوونکي د انتي لوګاریتم په پیداکولو کې مهارت پیدا کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره دویم او دریم مثالونه پر تخته باندې ولیکئ، زده‌کوونکو ته وواياست چې دکتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، د زیات ستونزو په صورت کې تاسو یې بیا پر تخته حل او تشریح کړئ چې زده‌کوونکي تېروتنې اصلاح کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو د زده‌کوونکو د ازمویلو لپاره دکتاب څلورم مثال عددونه پر تخته ولیکي یو داوطلب زده‌کوونکی راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي او لوست وازمویي.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

دلاندې هر یوه انتي لوگاریتم قیمت په لاس راوړئ.

$a)\ anti\log 4.9479 \qquad b)\ anti\log(-5.0521)$

حل $a)$:

$$anti\log 4.9479 = N \Rightarrow \log N = 4.9479$$

د نوموړي لوگاریتم د مانتیس برخه یعنې 0.9479 د لوگاریتم په جدول کې پیداکوو، په جدول کې گورو چې دکوم سطر او ستون تقاطع دی، دغه د سطر او ستون د تقاطع عدد داسې لیکو چې د ستون عدد اړوند عدد ښي لوري ته قرار ولري چې عبارت دی له 8.87 عدد څخه، یعنې: $\log 8.87 = 0.9497$

څرنگه چې کرکترستیک 4 دی، نو د صحیح رقمونو شمېر 5 دی، په پایله کې $N = 88700$ دی:

$$anti\log 4.9497 = 88700$$

حل $b)$:

$$anti\log(-5\ ,\ 0521) = N \Rightarrow \log N = -5\ ,\ 0521\ ,\ N = ?$$

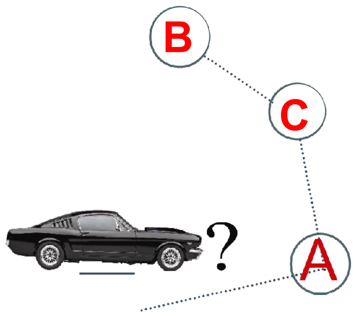
څرنگه چې مانتیسا باید منفي نه وي، ددې لپاره لیکو: $(-5-1+1-5.052) = -6+9479$

اوس د نوموړي لوگاریتم د مانتیس برخه یعنې 0.9497 د لوگاریتم په جدول کې پیداکوو چې عبارت دی له 8.87 عدد څخه، نو په پایله کې:

$$N = (8,87 \cdot 10^{-6}) = 0.00000887 \Rightarrow N = 0.00000887$$

$$\Rightarrow anti\log(-5,0521) = 0.00000887$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پنځم څپرکی: لوګاریتم

خطي انټرپولېشن

د درسي کتاب (185) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي د خطي انټرپولېشن په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د هغو عددونو لوګاریتم چې په جدول کې نشته د انټرپولېشن په طریقه پیدا کړي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې د خطي انټرپولېشن طریقه په مناسب ډول وکاروي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب . . .
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوی، بیا د A، B او C ټکي پر تخته رسم او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ: که د C ټکی د A او B ټکو منځنی(وسطي) ټکي وي: • د A او C ټکو ترمنځ فاصله په همدې ثابت سرعت سره په څومره وخت کې وهي؟ • د C او B ټکو ترمنځ فاصله په همدې ثابت سرعت سره په څومره وخت کې وهي؟ ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو وواياست چې د A او B ښارونو ترمنځ د وخت په نیمايي کولو سره د A او C، همدارنګه د C او B ښارونو ترمنځ وختونه ټاکل کېدای شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی: زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشی، دکتاب د 185 مخ فعالیت ورکړی چې له بحث او مذاکرې وروسته يې سرته ورسوي او ځوابونه يې پیدا کړي. بیا د دوو یا دریو ډلو استازي تختې ته راوغواړئ چې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته تشریح او توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړی. وروسته تاسو دا پايله که چیرې د یو نامعلوم قیمت پیدا کولو لپاره چې د دوو معلومو عددونو ترمنځ پروت وي، د معلومو عددونو په مرسته د نامعلوم عدد قیمت پیدا کړو، په لنډ ډول توضیح کړي او خطي انټرپولېشن ورته تعریف، زده‌کوونکي د هغه په مفهوم پوه کړئ.

په پای کې د هغه په اړوند لومړی مثال چې په هغه کې خطي انټرپولېشن توضیح شوي ده، پر تخته مرحله په مرحله یعنې د عددونو او مانتیسونو تویږونو پیداکول او تناسب جوړول د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

د لوست د لانبه تحکيم او پوهېدو لپاره دکتاب دويم مثال پر تخته وليکئ ورته و واياست چې دکتاب له ليدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. وروسته يوداوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغوارئ چې پر تخته يې حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي چې ايا زده‌کوونکو لوست زده‌کړی او که نه؟ دکتاب دريم مثال پر تخته وليکئ او يو زده‌کوونکی راوغوارئ چې پر تخته يې حل کړي همدارنګه څو پوښتنې په شفاهي توګه وپوښتئ او زده‌کوونکي وازمويي.

8- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

په لاندې اړيکو کې د x او z قيمتونه پيدا کړئ.

$$a)\quad z=\log 0.001582 \qquad\qquad b)\quad x=\log 6.289$$

حل a):

$$\log 0.001582=\log(1.582\cdot 10^{-3})=\log 1.582-3$$

څرنګه چې د 1.582 عدد لوګاريتم په جدول کې نشته، نو له خطي انټرپولېشن څخه کار اخلو يعنې د 1.580 او 1.590 عددونو لوګاريتم په جدول کې شته.

نو څرنګه چې: $1,580<1,582<1,590$ دی.

له بلې خواله جدول څخه پوهېږو چې:

$$\left.\begin{array}{l}\log 1.580=0.1987\\ \log 1.590=0.2014\end{array}\right\}$$

$$\log 1.580<\log 1.582<\log 1.590$$

$$0.1987<\log 1.582<0.2014$$

که $\log 1.582=x$ سره وښيو، نو $0.1987<x<0.2014$

د عددونو او لوګاريتمونو د توپير په پام کې نيولو سره داسې ليکو:

عددونه	لوګاريتمونه
1.590	0.2014
1.582	x
1.580	0.1987

$$0.01\left[\begin{array}{l}1.590\\ 0.002\left[\begin{array}{l}1.582\\ 1.580\end{array}\right.\end{array}\right.\qquad \left.\begin{array}{r}0.2014\\ \left.\begin{array}{r}x\\ 0.1987\end{array}\right]d\end{array}\right]0.0027$$

$$\frac{d}{0.0027}=\frac{0.002}{0.01}\;\Rightarrow\; d=\frac{0.0027\cdot 0.002}{0.01}=0.00054$$

اوس د d قيمت دکوچني عدد له مانتيس سره جمع کوو چې حاصل يې د مطلوب عدد لوګاريتم دی.

$$0.1987+d=0.1987+0.00054=0.1992\quad\Rightarrow\;\log 1.582=0.1992$$

$$=\log 0.001582=\log 1.582-3=0.1992-3=-2.8008\pm 1$$

$$\Rightarrow\; z=\log 0.001582=-3+0.1992=\overline{3}.1992$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل $b)$:

$x = \log 6.289$

د 6.289 عدد لوګاریتم په جدل کې نشته، خو د 6.280 او 6.290 عددونو لوګاریتمونه په جدول کې شته، یعنې:

$\log 6.280 = 0.7980$

$\log 6.290 = 0.7987$

پوهېږو چې:

$6.280 < 6.289 < 6.290$

$\log 6.280 < \log 6.289 < \log 6.290$

$0.7980 < \log 6.289 < 0.7987$

که $x = \log 6.289$ وضع کړو، نو $0.7980 < x < 0.7987$

$$\begin{array}{ccc} & \text{عددونه} & \text{لوګاریتمونه} & \\ 0.01\left[\begin{array}{l} \\ 0.009\left[\begin{array}{l}\\ \\ \end{array}\right.\end{array}\right. & \begin{array}{c} 6.290 \\ 6.289 \\ 6.280 \end{array} & \begin{array}{c} 0.7987 \\ x \\ 0.7980 \end{array} & \left.\begin{array}{l} \\ \left.\begin{array}{l}\\ \\ \end{array}\right] d \end{array}\right] 0.0007 \end{array}$$

$$\frac{d}{0.0007} = \frac{0.009}{0.01} \Rightarrow d = \frac{0.0007 \cdot 0.009}{0.01} = 0.00063$$

$$0.7980 + d = 0.7980 + 0.00063 = 0.7986 \Rightarrow x = \log 6.289 = 0.7986$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

$$\log_2(x^2-1)=3$$

$$5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$$

د لوګاریتمي او اکسپوننشیل معادلو حل(اکسپوننشیل معادلې)

د درسي کتاب (189) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د اکسپوننشیل معادلو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي اکسپوننشیل معادلې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د اکسپوننشیل معادلو د حل طریقه په ریاضیکي مسایلو کې وکاروي او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، تشریحي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوي، داسې چې د ورودي برخې معادلې پر تخته ولیکي: • څوک ویلای شي د $2x+4=20$ په معادله کې مجهول څه شی ده؟ • د $5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$ په معادله کې مجهول څه شی ده؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې په لنډ ډول ورته وواياست په دواړو معادلو کې x مجهول دی، خو په لومړي معادله کې x د یو حد ضربي عامل په ډول او په دویمه معادله کې x د مساوات دواړه خواوو ته د توان په شکل دی او په دواړو معادلو کې د x لپاره هغه قیمتونه پیداکوو چې د معادلو تعادل برقرار شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د $5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$ اکسپوننشیل معادله پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې په دې اړه فکر وکړئ بیا له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ:

د x په‌کومو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې یو له بل سره مساوي کېږي؟

څرنګه کولای شو په دې ډول معادلو کې د x مجهول لپاره قیمت پیداکړو؟

ښایي چې ځینې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي، خو بیا هم د اکسپوننشیل معادلو تعریف ورته وکړئ او داسې ورته وواياست:

د اکسپوننشیل معادلو د حل لپاره د دواړه خواوو قاعدې سره مساوي کوو او بیا د توان د قوانینو له مخې چې قاعدې مساوي وي، نو توانونه یې هم خامخا یو له بل سره مساوي کېږي، توانونه یو له بله سره مساوي ونیسی او حل یې کړئ.

بیا د تعریف او راکړل شوې معلومات په اړه د کتاب لومړی مثال پر تخته ولیکئ او د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره مرحله

(c) ketabton.com: The Digital Library

په مرحله پر تخته حل کړئ، ترڅو زده‌کوونکي د قاعدو په مساوي کولو پوه شي، او قاعدې مساوي کړای شي، په پایله کې د مجهول توان لپاره قیمت پیدا کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره د $2^4 = 8^{3x-1}$ اکسپوننشیل معادله پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې يې حل کړي، وروسته يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته يې حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د $16^{x+1} = 64^{x-2}$ اکسپوننشیل معادلې په واسطه وازمويي چې په خپلو کتابچو کې يې حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

په لاندې اکسپوننشیل معادلو کې د x قیمت په لاس راوړئ.

$$a)\quad (11)^{3x-1} = 11$$
$$b)\quad 7^{2x-1} = 3^{x+3}$$

حل $a)$:

$$(11)^{3x-1} = 11 \;\Rightarrow\; 11^{3x}\cdot 11^{-1} = \frac{11^{3x}}{11} = 11 \;\Rightarrow\; 11^{3x} = 121 \;\Rightarrow\; 11^{3x} = 11^2$$

قاعدې مساوي دي، نو توانونه هم مسای کېږي:

$$3x = 2 \;\Rightarrow\; x = \frac{2}{3}$$

حل $b)$:

$$7^{2x-1} = 3^{3x+3} \;\Rightarrow\; 7^{2x}\cdot 7^{-1} = 3^{3x}\cdot 3^3 \;\Rightarrow\; \frac{7^{2x}}{7} = 27\cdot 3^x \;\Rightarrow\; 7^{2x} = 7\cdot 27\cdot 3^x \;\Rightarrow\; 7^{2x} = 189\cdot x^3$$

$$\Rightarrow\; \log 7^{2x} = \log(189\cdot 3^x) \;\Rightarrow\; 2x\cdot\log 7 = \log 189 + \log 3^x$$
$$\Rightarrow\; 2x(0.8451) = 2.2765 + x\cdot\log 3$$
$$\Rightarrow\; 1.6902x = 2.2765 + x(0.4771) = 1.6902x - 0.4771x = 2.2765$$
$$\Rightarrow\; 1.2131x = 2.2765 \;\Rightarrow\; x = \frac{2.2765}{1.2131} \;\Rightarrow\; x = 1.8765$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\log_2(x^2-1)=3$$

$$5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

لوګاریتمي معادلې

د درسي کتاب (190) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي په لوګاریتمي معادلو کې د متحول یا مجهول په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي لوګاریتمي معادلې حل کړای شي او طریقه یې وکاروي. • زده‌کوونکي لوګاریتمي معادلې د اړتیا په وخت کې په ریاضیکي مسایلو کې وکاروي او خپلې ستونزې په خوښی سره حل کړئ.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، تشریحي، پوښتنه او ځواب. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د ورودي برخې لاندې پوښتنو ته راوګرځوئ: • د $8^{3x-1}=2^4$ معادله د کومې معادلې په نامه یادېږي؟ • د $\log_2(x^2-1)=3$ معادله د کومې معادلې په نامه یادېږي؟ • د $\log_2(x^2-1)=3$ معادلې معادل شکل لیکلای شی؟ ښاغلی ښوونکی کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې تاسو لومړی ته د اکسپوننشیل معادله دویمې ته لوګاریتمي معادله وواییې او د دویمې معادلې، معادل شکل چې له $x^{2-1}=3^2$ څخه عبارت دی او دلوست د پیل لپاره ښه انګیزه کېدای شي، ولیکي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی لوګاریتمي افادې یا هغه لوګاریتمي معادلې چې مجهول لرونکی وي، زده‌کونکي ته تعریف او د لوګاریتمي معادلو ډولونه وروښیاست، بیا د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره لومړی د څو لوګاریتمي معادلو، معادل شکلونه پیداکړئ او وروسته د هغه د حل طریقه د لوګاریتمي قوانینو له مخې ساده او بیا چې د اکسپوننشیل په معادله بدلېږي، طریقه یې کار وکړئ.

د اکسپوننشیل معادلو د حل طریقې په‌کار اخېستنې سره د مجهول قیمت په لاس راوړئ.

د پوښتنې او ځواب په ډول توضیح او تشریح کړئ او وریسې د لوست لومړی مثال پر تخته د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره مرحله په مرحله حل کړئ او د x قیمتونه په لاس راوړئ.

وروسته دوه داوطلب زده‌کوونکي تختې ته راوغواړئ چې دویم او دریم مثالونه په وار سره پر تخته حل کړي، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره د کتاب څلورم مثال پر تخته ولیکئ، څرنګه چې پوښتنه یوه اندازه ستونزمنه ده،لومړی یو څه معلومات ورکړئ، وروسته یو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي او نور زده‌کوونکي دې د کتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې د $\log(x^2+36)-2\log(-x)=1$ معادلې په واسطه وارزوي چې په خپلو کتابچو کې حل او د x قیمت په لاس راوړي.

حل:

$$\log\frac{x^2+36}{x^2}=\log 10 \;\Rightarrow\; \frac{x^2+36}{x^2}=10 \;\Rightarrow\; x^2+36=10x^2$$

$$\Rightarrow\; -x^2+10x^2-36=0 \;\Rightarrow\; 9x^2=36 \;,\quad x_{1,2}=\pm 2 \;\Rightarrow\; \begin{matrix} x_1=2 \\ x_2=-2 \end{matrix}$$

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

په لاندې لوګاریتمي معادلو کې د x قیمت په لاس راوړئ.

$c)\quad \log\sqrt{x}+3=4$

$d)\quad \log_5\frac{x-1}{x-2}=2$

حل $c)$:

$$\log\sqrt{x}+3=4 \;\Rightarrow\; \log\sqrt{x}=4-3 \;\Rightarrow\; \log\sqrt{x}=1$$
$$\sqrt{x}=10^1 \;\Rightarrow\; \sqrt{x}=10 \;\Rightarrow\; (\sqrt{x})^2=10^2 \;\Rightarrow\; x=100$$

حل $d)$:

$$\log_5\frac{x-1}{x-2}=2$$
$$\frac{x-1}{x-2}=5^2 \;\Rightarrow\; \frac{x-1}{x-2}=25$$
$$x-1=25(x-2) \;\Rightarrow\; x-1=25x-50$$
$$x-25x=-50+1 \;\Rightarrow\; -24x=-49$$
$$24x=49 \;\Rightarrow\; x=\frac{49}{24}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{matrix} \frac{28.8}{78.8} \\ 3.17\cdot 88.2 \end{matrix}\right\} = ?$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د ریاضیکي عملیو په سرته رسولو کې له لوګاریتم څخه کار اخېستنه

د درسي کتاب (193) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده‌کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د ریاضیکي عملیو په سرته رسولو کې له لوګاریتم څخه د کار اخېستنې په طریقه پوه شي. • د هرې عملیې اړوند لوګاریتمي قانون تشخیص، تطبیق او پوښتنې حل کړای شي. • ددې عملیو په سرته رسولو او د لوګاریتمي قوانینو تطبیق په کارولو خوښې ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې:**	انفرادي، ډله‌ییز، تشریحي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • ایا په ضرب او تقسیم کې د اعشاري عددونو عملیې د لوګاریتم په کارولو سره سرته رسولای شو ؟ • ایا د لوګاریتم په واسطه د توان او جذر عملیې په اسانۍ سره سرته رسولای شو ؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، پرته له هغه تاسو ځوابونه ورکړئ، ورته ووایاست. هو کولای شو د لوګاریتم په مرسته پورتنی عملیې په اسانی سره سرته ورسوو.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی یو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې په لوګاریتم کې د ضرب قانون پر تخته ولیکي، وروسته ورته ووایاست چې دکتاب لومړی مثال یعنې د ضرب د حاصل لوګاریتم په مرسته له جدول څخه په‌کار اخېستنې حل کړي. زده‌کوونکی پر تخته کار کوي. په پای کې لیدل کېږي چې د لاس ته راغلې مانتیس عدد په جدول کې نشته، ورته ووایاست چې د انترپولېشن په مرسته د لوی او کوچني مانتسونو عددونو په پام کې نیولو سره اړونده عدد په لاس راوړئ. زده‌کوونکي له تېر لوست څخه په‌کار اخېستنې سره عملیې سرته رسوي او مطلوب په لاس راوړي، وروسته په دې هکله تاسو د مرحلو په پام کې نیولو سره لنډ معلومات ورکړئ. په همدې ډول یو بل زده‌کوونکی راوغواړئ چې په لوګاریتم کې د یو خارج قسمت پیدا کولو قانون پر تخته ولیکي، لکه په ضرب کې د قانون ټولې مرحلې دې دکتاب په اړوند مثال باندې سرته ورسوي. وروسته تاسو د ټولو مرحلو په پام کې نیولو سره لنډ معلومات ورکړئ چې زده‌کوونکي د تقسیم په عملیه کې له لوګاریتم څخه په‌کار اخېستنې سره پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

همدارنګه درېيم داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ ورته وواياست چې د لوګاريتم د توان لرونکي عددونو قانون پر تخته وليکي او د همدې قانون په اړوند مثال پر تخته حل کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، د کتاب د 194 او 195 مخونو فعاليتونه چې ضرب او تقسيم دي ورکړئ چې له بحث او مذاکرې وروسته هره ډله فعاليتونه سرته ورسوي، وروسته د دوو ډلو استازي تختې ته راوغواړئ چې يو يې د ضرب په برخه کې او بل يې د تقسيم په برخه کې خپل د ډلې کار نورو ته توضيح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

د لوست د لا ښه تحکيم لپاره د کتاب 195 مخ فعاليت چې يو توان لرونکی عدد دی پر تخته وليکئ او زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، وروسته يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته يې حل کړي او نور زده-کوونکي دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړی.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې شفاهي پوښتنو په واسطه وازمويي:

- آيا کولای شو د ضرب د عمليې د ساده کولو لپاره له لوګاريتم څخه کار واخلو ؟
- آيا د تقسيم د عمليې د اسانه کولو لپاره له لوګاريتم څخه کار اخېستلای شو ؟
- آيا د لوګاريتم په واسطه د توان لرونکي عددونو محاسبه سرته رسولای شو ؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړی.

8- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

1. لاندې د ضرب حاصل د لوګاريتم په واسطه محاسبه کړئ.

$$0.097\cdot 7.78=?$$

حل:

$$\log 0.097\cdot 7.78=\log 0.097+\log 7.78=\log(9.7\cdot 10^{-2})+\log 7.78$$
$$=\log 9.7+\log 7.78-2=0.9868+0.8910-2$$
$$1.8778-2=\pm 1-0.1222=-1+0.8778=\overline{1}.8778$$
$$\mathit{anti}\log(-0.1222)=\mathit{anti}\log(-1.8778)$$
$$\mathit{anti}\log(-1)=10^{-1}$$
$$\mathit{anti}\log(-0.1222)=7.55\cdot 10^{-1}=0.755=\overline{1}.8778$$
$$\mathit{anti}\log(-0.1222)=0.755\quad\Rightarrow\quad 0.097\cdot 7.78=0.755$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. لاندې د تقسیم حاصل د لوګاریتم په واسطه حساب کړئ.

$$a)\quad \frac{8}{737}=?\qquad\qquad b)\quad \frac{32.2}{25.1}=?$$

حل $a)$:

$$\log\frac{32.2}{25.1}=\log 32.2-\log 25.1=\log 3.22\cdot 10-\log 2.51\cdot 10$$
$$=\log 3.22+\log 10-\log 2.51-\log 10=\log 3.22+1-\log 2.51-1$$
$$=0.5079-0.3997=0.1082$$
$$anti\log 0.1082=1.28\quad\Rightarrow\quad \frac{32.2}{25.1}=1.28$$

حل $b)$:

$$\log\frac{32.2}{25.1}=\log 32.2-\log 25.1=\log 3.22\cdot 10-\log 2.51\cdot 10+1-1$$
$$=\log 3.22+1-\log 2.51-1=0.5079-0.3997=0.1082$$
$$anti\log 0.1082=1.28\quad\Rightarrow\quad \frac{32.2}{25.1}=1.28$$

3. لاندې توان لرونکي عدد دلوګاریتم په واسطه محاسبه کړئ.

$$(964)^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{(964)^2}=?$$

حل:

$$\log(964)^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}\log 964=\frac{2}{3}\log(9.64\cdot 10^2)=\frac{2}{3}\log 9.64+\frac{4}{3}=\frac{2}{3}\cdot 0.9841+\frac{4}{3}$$
$$=0.6560+1.3333=1.9893=0.9893+1$$
$$anti\log 1.9893=9.76\cdot 10=97.6\quad\Rightarrow\quad (964)^{\frac{2}{3}}=97.6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پنځم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(شپږ درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنې په غور ولولئ، د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب يې پيدا او له هغه څخه کړۍ تاو کړئ.

1. $\log_{\sqrt{2}}(\frac{1}{4})$ مساوي له څو سره دی ؟

$a)\ 4$ ⠀ $(b)\ -4$ ⠀ $c)\ 3$ ⠀ $d)\ -3$

2. د $\log_b \sqrt[4]{81} = \frac{1}{4}$ اړيکه کې د b قيمت عبارت دی له:

$a)\ \frac{1}{4}$ ⠀ $(b)\ 81$ ⠀ $c)\ \sqrt{81}$ ⠀ $d)\ -4$

3. د $\log_3 81 - \log 0.01$ افادې قيمت په لاس راوړئ.

$a)\ 0$ ⠀ $b)\ 4$ ⠀ $(c)\ 6$ ⠀ $d)\ 9$

4. د x قيمت په $\log 81 - \log 2x = \log 3$ افاده کې مساوي له څو سره دی.

$a)\ 2$ ⠀ $b)\ 3$ ⠀ $c)\ 4$ ⠀ $(d)\ 13.5$

5. $\log_2 16 = ?$

$(a)\ 4$ ⠀ $b)\ 3$ ⠀ $c)\ 5$ ⠀ $d)\ -4$

6. $\log_{\frac{1}{5}} 125$

$a)\ 3$ ⠀ $(b)\ -3$ ⠀ $c)\ 4$ ⠀ $d)\ 5$

7. د $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$ قيمت عبارت دی له :

$a)\ \frac{1}{2}$ ⠀ $b)\ -\frac{1}{2}$ ⠀ $(c)\ 1$ ⠀ $d)\ -1$

8. د x قيمت د $3^{x-1} = 9$ په معادله کې عبارت دی له :

$a)\ x=-3$ ⠀ $b)\ x=9$ ⠀ $c)\ x=-9$ ⠀ $(d)\ x=3$

9. د $\log 234.21$ مشخصه ياکرکترستيک عبارت دی له:

$a)\ 0$ ⠀ $b)\ 1$ ⠀ $(c)\ 2$ ⠀ $d)\ 3$

10. د يوه عدد دلوګاريتم معکوس عبارت دی له:

$a)\ \log_a m = \frac{1}{\log_a m}$ ⠀ $b)\ \log_a m = -\frac{1}{\log_a m}$ ⠀ $(c)\ \log_a m = \frac{1}{\log_m a}$ ⠀ $d)$ هيڅ يو

1. په لاندې معادلو کې د x قيمت پيدا کړئ

$a)\ 3^x = 3^{3x+2}$ ⠀ $b)\ 3^{2x} = 9^{4x-1}$

$c)\ \log_3(x+2) = 2\log_3 9$ ⠀ $d)\ 16^{x+1} = 64^{x-2}$

$e)\ 15^{2x-1} = 7^{x+1}$ ⠀ $f)\ \log\sqrt{x+1} = 1 - \frac{1}{2}\log x$

$g)\ \log(4x-3) = 2 - \log 20$ ⠀ $h)\ \log_5(x-1) - \log_5(x-2) = \log_5 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل $a)$:

$$3^x = 3^{3x+2} \Rightarrow 3x+2 = x \Rightarrow 3x - x + 2 = 0 \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

حل $b)$:

$$3^{2x} = 9^{4x-1} \Rightarrow 3^{2x} = (3^2)^{4x-1} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{2(4x-1)} \Rightarrow 2(4x-1) = 2x$$

$$8x - 2 = 2x \Rightarrow 8x - 2x = 2 \Rightarrow 6x = 2$$

$$x = \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

حل $c)$:

$$\log_3(x+2) = 2\log_3 9$$

$$\log_3(x+2) = \log_3 9^2$$

که چیرې په لوګاریتم کې قاعدې سره برابر وي، نو خپله اعداد هم سره برابر وي، نو:

$$x + 2 = 9^2 = 81$$

$$x = 81 - 2 = 79 \Rightarrow x = 79$$

حل $d)$:

$$16^{x+1} = 64^{x-2}$$

$$((4)^2)^{x+1} = ((4)^3)^{x-2} \Rightarrow 4^{2(x+1)} = 4^{3(x-2)} \Rightarrow 2x + 2 = 3x - 6 \Rightarrow 8 = x \Rightarrow x = 8$$

حل $e)$:

$$(15)^{2x-1} = 7^{x+1} \Rightarrow \log(15)^{2x-1} = \log 7^{x+1} \Rightarrow (2x-1)\log 15 = (x+1)\log 7$$

$$\Rightarrow (2x-1)(1.1761) = (x+1)(0.8451) \Rightarrow 2.3522x - 1.1761 = 0.8451x + 0.8451$$

$$\Rightarrow 2.3522x - 0.8451x = 1.1761 + 0.8451 \Rightarrow 1.5071x = 2.0212 \Rightarrow x = \frac{2.0212}{1.5071}$$

حل $f)$:

$$\log\sqrt{x+1} = 1 - \frac{1}{2}\log x$$

$$\log\sqrt{x+1} + \frac{1}{2}\log x = 1 \Rightarrow \log\sqrt{x+1} + \log x^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$\log(\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x}) = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x} = 10^1$$

$$(x+1)\cdot x = 100 \Rightarrow x^2 + x - 100 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(1)(-100) = 1 + 400 = 401$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{401}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{-1-\sqrt{401}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+20.02}{2} = \frac{19.02}{2} = 9.51 \quad , \quad x_2 = \frac{-1-20.02}{2} = \frac{-21.02}{2} = --10.51$$

حل $g)$:

$$\log(4x-3) = 2 - \log 20 \Rightarrow \log(4x-3) + \log 20 = 2$$

$$\log[(4x-3)\cdot 20] = 2 \Rightarrow 20(4x-3) = 10^2$$

$$80x - 60 = 100 \Rightarrow 80x = 160 \Rightarrow x = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل $h)$:

$$\log_5(x-1)-\log_5(x-2)=\log_5 2 \quad \Rightarrow \quad \log_5\frac{x-1}{x-2}=\log_5 2$$

څرنګه چې قاعدې سره مساوي دي، نو خپله لوګاریتمي عددونه هم سره مساوي دي:

$$\frac{x-1}{x-2}=2 \quad \Rightarrow \quad x-1=2x-4$$

$$x-1-2x+4=0 \quad \Rightarrow \quad -x+3=0 \quad \Rightarrow \quad -x=-3 \quad \Rightarrow \quad x=3$$

2- لاندې لوګاریتمي افادې د لوګاریتم د قوانینو په کارولو سره ساده کړئ.

$a)\log_8 3\sqrt{4}=?$ $\qquad b)\log_3\frac{1}{243}=?$

$c)\log_{10}\sqrt[4]{100}=?$ $\qquad d)\log(\frac{8}{\sqrt{128}})=?$ $\qquad e)\ \log_{10}\frac{\sqrt[3]{10}}{0.1}=?$

حل $a)$:

$$\log_8\sqrt[3]{4}=\log_{2^3}2^{\frac{2}{3}}=\frac{\frac{2}{3}}{3}\log_2 2=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$$

حل $b)$:

$$\log_3\frac{1}{243}=\log_3 1-\log_3 243=0-\log_3 3^5=-\log_3 3^5=-5\log_3 3=-5\cdot 1=-5$$

حل $c)$:

$$\log_{10}\sqrt[4]{100}=\log_{10}(100)^{\frac{1}{4}}=\log_{10}10^{\frac{2}{4}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

حل $d)$:

$$\log\frac{8}{\sqrt{128}}=\log 8-\log\sqrt{128}=\log 8-\log(128)^{\frac{1}{2}}=\log 8-\frac{1}{2}\log 128=\log 8-\frac{1}{2}\cdot\log 1.28\cdot 10^2$$

$$=\log 8-\frac{1}{2}\log 1.28+2=0.9031-0.5(0.1072)+2$$

$$=0.9031-0.0536+2=0.8495+2=2.8495$$

حل $e)$:

$$\log\frac{\sqrt[3]{10}}{0.1}=\log\sqrt[3]{10}-\log 0.1=\frac{1}{3}\log 10-\log 10^{-1}=\frac{1}{3}\cdot 1-(-1)\log 10$$

$$=\frac{1}{3}+1=\frac{1+3}{3}=\frac{4}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. لاندې لوګاریتمونه محاسبه کړئ.(دا پوښتنې تکراري دي)

$a)\quad \log_8 \sqrt[3]{4} = ?$ $\qquad b)\quad \log_3 \frac{1}{243} = ?$

$c)\quad \log_{10} \sqrt[4]{100} = ?$ $\qquad d)\quad \log_{10} \frac{\sqrt[3]{10}}{0.1} = ?$ $\qquad e)\quad \log \frac{8}{\sqrt{128}} = ?$

4. لاندې انتي لوګاریتمونه پیدا کړئ.

$a)\ 1.7300 \quad b)\ 0.8954 \quad c)\ 4.5682 \quad d)\ \overline{2}.1987$

حل $a)$: په جدول کې د 1.7300 لوګاریتم اړوند عدد پیدا کو و :

$$anti\log 1.7300 = anti\log(0.7300+1) = 5.37\cdot 10 = 53.7$$
$$anti\log 1.7300 = 53.7 \quad \Rightarrow \ \log 53.7 = 1.7300$$

حل $b)$:

$$anti\log(0.8954)$$

$$anti\log 0.8954 = 7.86$$

حل $c)$:

$$anti\log 4.5682 = anti\log(0.5682+4) = 3.7000\cdot 10^4 = 37000$$

حل $d)$:

$$anti\log \overline{2}.1987 = nati\log(0.1987-2) = (1.58\cdot 10^{-2} = 0.0158$$
$$anti\log \overline{2}.1987 = 0.0158$$

5. دلاندې هر عدد لوګاریتم حساب کړئ.

$a)\ 89500 \quad b)\ 91 \quad c)\ 3065.3 \quad d)\ \log 0.002$

حل $a)$:

$$\log 89500 = \log(8.59\cdot 10^4) = \log 8.95 + 4$$
$$= 0.9518 + 4 = 4.9518$$

حل $b)$:

$$\log 91 = \log(9.1\cdot 10) = \log 9.1 + 1 = 0.9590 + 1$$
$$= 1.9590$$

حل $c)$:

$$\log 65.3 = \log 6.53\cdot 10 = \log 6.53 + 1$$
$$= 0.8149 + 1 = 1.8149$$

حل $d)$:

$$\log 0.002 = \log(2.00\cdot 10^{-3}) = \log 2.00 - 3$$
$$= 0.3010 - 3 = \overline{3}.3010$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. د لوګاریتم په مرسته لاندې حاصل ضرب پیدا کړئ.

$a)\quad 2.01\cdot 52.9 \qquad\qquad b)\quad (0.0062)(-34.8)$

حل $a)$:

$$\log 2.01\cdot 52.9=\log 2.01+\log 52.9=\log 2.01+\log(5.29\cdot 10)$$
$$=\log 2.01+\log 5.29+1$$
$$0.3032+0.7235+1=2.0267$$
$$anti\log 2.0267=anti\log(0.0267+2)=1.06\cdot 100=106 \quad\Rightarrow\quad 2.01\cdot 59.9=106$$

حل $b)$: څرنګه چې د b په جز کې د ضرب حاصل یو منفي عدد کېږي، منفي عددونه لوګاریتمي قیمت نه لري او په جدول کې هم نشته له دې امله د لوګاریتمي له طریقې د هغه حل نا ممکن دی.

7. د لاندې تقسیم حاصل د لوګاریتم په مرسته پیدا کړئ.

حل $a)$:

$$\log\frac{0.888}{256}=\log 0.888-\log 256=\log 0.888-\log(2.56\cdot 10^2)=\log 0.888-\left[\log(2.56\cdot 10^2)\right]$$
$$=\log(8.88\cdot 10^{-1})-\log 2.56-2=\log 8.88-1-\log 2.56-2$$
$$=\log 8.88-\log 2.56-3=0.9484-0.4082-3$$
$$=0.5402-=\overline{3}.5402$$
$$anti\log(-2.4598)=anti\log(0.5402-3)=3.47\cdot 10^{-3}=0.00347$$
$$\Rightarrow\quad 0.888\div 256=0.00347$$

حل $b)$:

$$\log\frac{17.3}{7.47}=\log 17.3-\log 7.47=\log(1.73\cdot 10)-\log 7.47=\log 1.73-\log 7.47+1$$
$$=0.2380-0.8733+1=0.3647.$$
$$anti\log 0.3647=2.32 \quad\Rightarrow\quad 17.3\div 7.47=2.32$$

8. د لاندی توان لرونکو عددونو قیمتونه د لوګاریتم په مرسته پیدا کړئ.

$a)\,(7.42)^3 \qquad b)\,(-84.7)^2 \qquad c)\,\sqrt{418} \qquad d)\,\sqrt{0.21}$

حل $a)$:

$$\log(7.42)^3=3\log 7.42=3(0.8704)=2.6112$$
$$anti\log(2.6112)=anti\log(0.6112+2)=4.09\cdot 100=409$$
$$\Rightarrow\quad (7.42)^3=409$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b):

$$\log(-84.7)^2 = 2\log(-84.7) = 2\log(-8.47\cdot 10) = 2\log(-8.47) + 2\log 10$$
$$= 2\log(-8.47) + 2$$

پوهېږو چې عدد په توان د جفت مساوي له یوه مثبت عدد سره دی، د منفي علامې په پام کې نـه نیولـو سـره لوګـاریتمي عملیې سرته رسوو چې د 8.47 مانتیس عبارت دی له 0.9279 څخه، نو:

$$2(0.9279) + 2 = 1.8558 + 2 = 3.8558$$

مانتیس یعنې 0.8558 په جدول کې نه لیدل کېږي، نو د انترپولېشن عملیې ته اړتیا ده او دا وروستی موضوع ده چې راځي.

حل c):

$$\log\sqrt{418} = \log(418)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log 418 = 0.5\log(4.18\cdot 10^2) = 0.5\log 4.18 + 0.5\cdot 2$$
$$= 0.5(0.6212) + 1 = 0.3106 + 1 = 1.3106$$
$$anti\log 1.3106 = anti\log(0.3106 + 1) = 2.05\cdot 10 = 20.5$$
$$\Rightarrow \sqrt{418} = 20.5$$

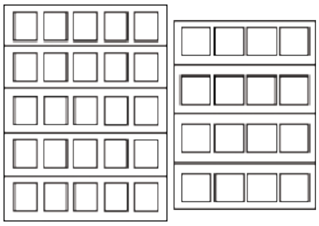
حل d):

$$\log\sqrt{0.21} = \log(0.21)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log 0.21 = 0.5\log(2.1\cdot 10^{-1}) = 0.5\log 2.1 + 0.5(-1)$$
$$= 0.5(0.3222 - 1) = 0.5(-0.6778) = -0.33890$$

څرنګه چې مانتیسا باید مثبت وي، نو د -0.33890 سره د مثبت او منفي یو عدد جمع کوو:

$$-0.33890 + 1 - 1 = 0.6611 - 1 = \overline{1}.6611$$
$$anti\log(\overline{1}.6611) \approx 0.459 \quad \Rightarrow \sqrt{0.21} \approx 0.459$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپږم څپرکی: متریکسونه

متریکسونه(Matrices)

د درسي کتاب (205) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د متریکسونو په مفهوم پوه شي. • د M نقطې متناظر نظر د x یا y محور ته پیدا کړای شي، همدارنگه ضرایب په جدول کې وښودلای شي. • د متریکسونو په کارولو سره د ریاضي له علم سره مینه پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ، د 206 مخ د متریکسونو چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې لـه مخکې مو جوړ کړی دی، د ټولگي مخې ته وځړوي او ورودي پوښتنه له زده کوونکو څخه وپوښتئ. طبیعي ده چې زده کوونکي پوښتنې ته ځواب وایي، ځکه ډېره ساده پوښتنه ده.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- ښاغلي ښوونکی، زده کوونکي په مناسبو ډلو وویشی چې د کتاب 205 مخ فعالیت په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي.
- د فعالیت په بهیر کې د ډلو له کار او فعالیت څخه کتنه وکړئ او د اړتیا په صورت کې مرسته ورسره وکړئ.
- د ډلهییز کار په پای کې یو زده کوونکی راوغواړئ چې خپل ډلهییز فعالیت نورو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې تاسو د پوښتنې او ځواب په طریقه د زده کوونکو فعالیت اصلاح کړی.
- ښاغلی ښوونکی د متریکس تعریف زده کوونکو ته ووایي او د کتاب د 206 مخ د B, A او C متریکسونو سطرونه او ستونونه په داسې حال کې چې چارټونه یې د ټولگي په مخکې ځوړند دي، زده کوونکو ته وروپېژنئ.
- له زده کوونکو څخه وپوښتئ چې د متریکس مرتبه څه شی ده، که چیرې کوم زده کوونکی ځواب ورکړ ښه ده، که چیرې ځواب یې ورنه کړ د متریکس مرتبه هم زده کوونکو ته وروپېژنئ.
- د کتاب د 207 مخ د فعالیت اړوند C, B, A او D متریکسونه یوه زده کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته د هغو مرتبه وټاکي، په عین وخت کې نورو زده کوونکو ته وواياست چې د نوموړو متریکسونو مرتبه په خپلو کتابچو کې وټاکي. په پای کې تختې ته ولاړ زده کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې بل زده کوونکی دې د نوموړو متریکسونو مرتبه پر تخته وټاکي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره د کتاب د 207 مخ مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره و ارزوئ:

1. متریکس څه ته وایي؟ یو زده‌کوونکی دې تعریف کړي.
2. یو زده‌کوونکی دې د $B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ -1 & 0 & 4\end{pmatrix}$ متریکس مرتبه ولیکي.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

د A متریکس د $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ یا $A=(a_{ij})_{m\times n}$ په واسطه ښودل کېږي او که مرتبه یې معلومه وي د $[a_{ij}]$ یا (a_{ij}) په شکل لیکو، څرګنده ده چې د $m\times n$ مرتبې متریکس د $m\cdot n$ په شمېر عناصر لري.

مثال: یو متریکس چې 12 عنصره ولري، څو ممکنه ترتیبونه به ولري؟

حل: څرنګه چې د $m\times n$ مرتبې متریکس د $m\cdot n$ په شمېر عناصر لري، نو یو متریکس چې 12 عنصره ولري د هغه ټولې مرتبې جوړې داسې په لاس راوړو چې د ضرب حاصل یې 12 شي.

$(1,12), (12,1), (2,6), (6,2), (3,4), (4,3)$

نو د دغه متریکس ممکنه مرتبې $1\times12\ ,\ 12\times1\ ,\ 2\times6\ ,\ 6\times2\ ,\ 3\times4\ ,\ 4\times3$

دي، چې په ترتیب سره د کیڼې خوا فکتورونه د سطرونو شمېر او ښي خوا فکتورونه د ستونونو شمېر ښیي.

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. د لاندې متریکسونو مرتبې ولیکئ.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 5 & 6\\ 3 & 6 & 0\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ -1 & 0 & 4\end{pmatrix}$$

حل: پوهېږو چې د یو متریکس مرتبه د $m\times n$ په شکل ښودل کېږي، داسې چې m د سطرونو او n د ستونونو شمېر راښیي، نو:

$$A_{m\times n}=A_{3\times3}\qquad,\qquad B_{m\times n}=B_{2\times3}$$

2. لاندې متریکسونه د مستطیلي جدول په شکل ولیکئ.

$a)\ (a_{ij})_{3\times3}=(2i+3j)_{3\times3}\qquad b)\ (a_{ij})_{2\times3}=(\frac{i}{j})_{2\times3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a): د $(a_{ij})_{3\times3}$ متریکس عمومي حالت لیکو او پوهېږو چې i د عنصر ځای په سطر کې او j د عنصر ځای په ستون کې ښیي:

$$(a_{ij})_{3\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}=(2i+3j)_{3\times3}$$

$$a_{11}\ ,\ i=1\ ,\ j=1 \Rightarrow 2i+3j=2+3=5$$
$$a_{12}\ ,\ i=1\ ,\ j=2 \Rightarrow 2i+3j=2+6=8$$
$$a_{13}\ ,\ i=1\ ,\ j=3 \Rightarrow 2i+3j=2+9=11$$
$$a_{21}\ ,\ i=2\ ,\ j=1 \Rightarrow 2i+3j=4+3=7$$
$$a_{22}\ ,\ i=2\ ,\ j=2 \Rightarrow 2i+3j=4+6=10$$
$$a_{23}\ ,\ i=2\ ,\ j=3 \Rightarrow 2i+3j=4+9=13$$
$$a_{31}\ ,\ i=3\ ,\ j=1 \Rightarrow 2i+3j=6+3=9$$
$$a_{32}\ ,\ i=3\ ,\ j=2 \Rightarrow 2i+3j=6+6=12$$
$$a_{33}\ ,\ i=3\ ,\ j=3 \Rightarrow 2i+3j=6+9=15$$

$$(a_{ij})_{3\times3}=(2i+3j)_{3\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 8 & 11 \\ 7 & 10 & 13 \\ 9 & 12 & 15 \end{pmatrix}_{3\times3}$$

حل b):

$$(a_{ij})_{2\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}=(\frac{i}{j})_{2\times3}$$

$$a_{11}\ ,\ i=1\ ,\ j=1 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{1}{1}=1$$
$$a_{12}\ ,\ i=1\ ,\ j=2 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{1}{2}$$
$$a_{13}\ ,\ i=1\ ,\ j=3 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{1}{3}$$
$$a_{21}\ ,\ i=2\ ,\ j=1 \Rightarrow \frac{i}{j}=2$$
$$a_{22}\ ,\ i=2\ ,\ j=2 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{2}{2}=1$$
$$a_{23}\ ,\ i=2\ ,\ j=3 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{2}{3}$$

$$(a_{ij})_{2\times3}=(\frac{i}{j})_{2\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

شپږم څپرکی: مټریکسونه

د مټریکس ډولونه

د درسي کتاب (209) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د مټریکس ډولونه وپېژني. • مټریکسونه له یو بل سره تشخیص کړای شي. • په ژوندکې د مټریکسونو په ارزښت پوه شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو لـه سـرته رسولو څخه وروسته ورودي پوښتنه لـه زده‌کوونکو څخه وپوښتۍ چې زده‌کوونکي د هغې په اړه فکر وکړي. د پوښتنې لومړي جز ته زده‌کوونکي ځواب ویلای شي، خو د دویم جز ځواب د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته روښانه کېږي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- ښاغلی ښوونکی په ترتیب سره د مټریکسونو عنوانونه پر تخته ولیکئ او په نوبت سره له زده‌کوونکو څخه وغواړئ چې د هر مټریکس بېلګه پر تخته ولیکي، که چېرې ستونزې ولري لارښوونه ورته وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي چې د کتاب 211 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي. د ډله‌ییز کار په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار پر تخته نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې د نوموړي توضیحاتو د زده‌کوونکو قناعت حاصل نه کړ، بل داوطلب زده‌کوونکی دې دغه فعالیت توضیح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم:** (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب 212 مخ له پوښتنو څخه د a او b جزونه د پوښتنې او ځواب په طریقه په زده‌کوونکو باندې حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه:** (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د مټریکسونو ډولونه پر تخته ولیکي.
2. یو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د یو مټریکس اصلي قطر او فرعي قطر راوښیي.
3. یو زده‌کوونکی دې دکتاب د 212 مخ د پوښتنو c جز حل کړي، یعني نوم او مرتبه دې مشخصه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

د دوه قطري متريکسونو د جمعې حاصل بيا هم يو قطري متريکس دی.

ثبوت: څرنګه چې د قطري متريکس ټول عناصر له اصلي قطر پرته ټول صفرونه دي، نو فرضوو چې $A=(a_{ii})$ او $B=(b_{ii})$ قطري متريکسونه دي، په دې حالت کې په اسانۍ سره ليدل کېږي چې:

$$C=A+B=(a_{ii}+b_{ii})=((a+b)_{ii})=(c_{ii}) \;\;\Rightarrow\; C=(c_{ii})$$

مثال: که چيرې $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&4&0\\0&0&6\end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&0\\0&0&5\end{pmatrix}$ قطري متريکسونه وي، نو:

$$A+B=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&4&0\\0&0&6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&0\\0&0&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+1&0+0&0+0\\0+0&4+3&0+0\\0+0&0+0&6+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&7&0\\0&0&11\end{pmatrix}$$

وليدل شو $A+B$ يو قطري متريکس دی.

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

1. لاندې متريکسونه په پام کې ونيسئ، مرتبې او اړوند نومونه يې وټاکئ:

$a)\; A=\begin{pmatrix}3&4&-5\\1&-2&3\\0&1&0\end{pmatrix}$ $\quad b)\; B=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ $\quad c)\; C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

$d)\; D=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}$ $\quad e)\; E=\begin{pmatrix}5&-6&7&8\end{pmatrix}$ $\quad f)\; F=\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}$

$g)\; G=\begin{pmatrix}3\\2\\-1\\0\end{pmatrix}$ $\quad h)\; H=\begin{pmatrix}3&-1\\-1&0\end{pmatrix}$

حل $a)$: د a جز متريکس مرتبه $m\times n=3\times 3$ او مربعي متريکس دی.

حل $b)$: د b جز متريکس مرتبه $O_{m\times n}=O_{3\times 3}$ او صفري متريکس دی.

حل $c)$: د c جز متريکس مرتبه $m\times n=3\times 3$ او واحد متريکس دی.

حل $d)$: د d جز متريکس مرتبه $m\times n=3\times 3$ او سکالري متريکس دی.

حل $e)$: د e جز متريکس مرتبه $m\times n=1\times 4$ او سطري متريکس دی.

حل $f)$: د f جز متريکس مرتبه $m\times n=1\times 2$ او سطري متريکس دی.

حل $g)$: د g جز متريکس مرتبه $m\times n=4\times 1$ او ستوني متريکس دی.

حل $h)$: د h جز متريکس مرتبه $m\times n=2\times 2$ او له مربعي متريکس څخه عبارت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A+A=$
$A-A=$
$A+B=$
$A-B=$
$B+B=$
$B-B=$
?

شپږم څپرکی: متریکسونه

د متریکسونو جمع او تفریق

د درسي کتاب (213) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د متریکسونو د جمعې او تفریق په طریقه پوه شي. • د متریکسونو د جمعې او تفریق عملیه سرته ورسوي. • په بریالیتوب سره د ریاضي د عملیو په سرته رسولو سره خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي افادو چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي افادو چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او د ورودي پوښتنې په اړه لـه زده‌کوونکـو څخـه وپوښـتئ، زده‌کوونکي دې له فکر کولو څخه وروسته ځواب ووایي، که چیرې سم ځواب ورنه شي کړای د متریکسونو د جمعې لومړی مثال د ورودي پوښتنې حل دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی(د متریکسونو جمع) عنوان پر تخته ولیکئ او له لنډو توضیحاتو څخه وروسته د مثال حل د پوښتنې او ځواب په طریقه حل کړئ.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د کتاب 213 مخ فعالیت د یو بل په مشوره په خپلو ډلو کې سرته ورسوي، په پای کې د یوې ډلې استازي ته دنده ورکړئ چې خپل ډلهییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې زده‌کوونکو تېروتنه وکړه لارښوونه ورته وکړئ.
- د متریکسونو د جمعې او تفریق د خاصیتونو عنوان پر تخته ولیکئ، د پوښتنې او ځواب په طریقه د لوست بهیر ته ادامه ورکړئ.
- په داسې حال کې چې زده‌کوونکو کتابونه ترلې وي، د کتاب 214 مخ لومړی مثال دې د یو کسیز فعالیت په توګه سرته ورسوي، د فعالیت په پای کې یو زده‌کوونکی دې خپل فعالیت پر تخته نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې تاسو مرسته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب 214 مخ د فعالیت دویم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې کار وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د $A_{2\times2}$ مټریکس پر تخته ولیکي.
2. له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د $B_{2\times3}$ مټریکس پر تخته ولیکي.
3. یو زده‌کوونکی راوغواړئ چې د کتاب 214 مخ د پوښتنو د a جز اړوند A او B مټریکسونه سره جمع کړي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د کتاب د 214 مخ د فعالیت حل:

فعالیت: د یوه مثال په واسطه وښایاست چې $A-B\neq B-A$

حل: که چیرې $A=\begin{pmatrix}1&2&4\\5&8&7\\6&3&9\end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix}0&7&9\\8&10&4\\3&5&6\end{pmatrix}$ وي، نو:

$$A-B=\begin{pmatrix}1&2&4\\5&8&7\\6&3&9\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&7&9\\8&10&4\\3&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-0&2-7&4-9\\5-8&8-10&7-4\\6-3&3-5&9-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-5&-5\\-3&-2&3\\3&-2&3\end{pmatrix}$$

$$B-A=\begin{pmatrix}0&7&9\\8&10&4\\3&5&6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&2&4\\5&8&7\\6&3&9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0-1&7-2&9-4\\8-5&10-8&4-7\\3-6&5-3&6-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&5&5\\3&2&-3\\-3&2&-3\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\ A-B\neq B-A$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

لاندې مټریکسونه د امکان تر حده جمع او تفریق کړئ:

$a)\ A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-1&0\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$

$b)\ A=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\end{pmatrix}$

$c)\ A=\begin{pmatrix}1&1\\2&0\\-1&3\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}1&3&4\\-1&0&1\end{pmatrix}$

حل: دوه مټریکسونه هغه وخت سره جمع او تفریق کېدلای شي چې یو شان مرتبه ولري.

$$a)\ A+B=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+3&2-1&3+0\\4+0&-1+(-1)&0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&1&3\\4&-2&1\end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-1&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-3&2+1&3-0\\4-0&-1+1&0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&3&3\\4&0&-1\end{pmatrix}$$

$$b)\ A+B=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+2&2+2\\-1+1&-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&4\\0&-2\end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-2&2-2\\-1-1&-1+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\-2&0\end{pmatrix}$$

a): څرنګه چې لیدل کېږي د c جز اړونده A او B مټریکسونه هم مرتبه نه دي، نو د نومړو مټریکسونو د جمعې او تفریق حاصل په لاس نه شو راوړای، یعنې جمع او تفریق کیدای نه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$K \cdot A = K\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

په متریکس کې د سکالر ضرب

د درسي کتاب (215) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانیږي چې: • په یوه متریکس کې د سکالر د ضرب په مفهوم پوه شي. • په یوه متریکس کې سکالر ضرب کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره د ریاضي له علم سره مینه پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ، په 216 مخ کې د b, a او c افادو چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي برخې چارټ د ټولګي پـه مخکې وځـروئ او ورودي پوښـتنه لـه زده‌کوونکو څخه وپوښـتئ، طبیعي ده چې زده‌کوونکو ته انګیزه پیداکېږي او د پوښتنې په اړه فکر کوي، که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونـه شي ویلای د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي پوښتنې ځواب په لاس راځي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب 215 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د ډلو د فعالیت له بهیر څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او له ضعیفو ډلو سره مرسته وکړئ.
- د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډلهییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې ستونزې ولري لارښوونه ورته وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی هغه تعریف چې د فعالیت پایله ده، زده‌کوونکو ته وواياست.
- دکتاب د 215 مخ مثال د پوښتنو او ځواب په طریقه په زده‌کوونکو حل کړئ.
- دکتاب د 216 مخ(په متریکس کې د سکالر د ضرب خاصیتونه) عنوان پر تخته ولیکئ او د اړونده افادو چارټ د ټولګي په مخکې وځروئ او د هغه په اړه اړین توضیحات ورکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست تـه د ښـه تحکیم ورکولـو لپاره دري زده‌کوونکي پـه وار سـره راوغـواړئ، چې یـو زده‌کوونکی $\alpha(\beta \cdot A)$، دویم زده‌کوونکی $(\alpha\beta)A$ او دریم زده‌کوونکی $\beta(\alpha \cdot A)$ پیداکړي او په پـای کې پـایلې یې سـره پرتلـه کـړي، معلوم به شي، چې: $\alpha(\beta A) = (\alpha \cdot \beta)A = \beta(\alpha A)$ کېږي.

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکو ته وواياست چې له کتاب څخه کار وانه خلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې په یو متریکس کې د یو سکالر د ضرب قاعده بیان کړي.
2. یو زده‌کوونکی دې لاندې مساواتونه بشپړ کړي:

$\alpha(A+B)=?$

$(\alpha+\beta)A=?$

$\alpha(\beta A)=?$

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. که چیرې $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\alpha=2$ او $\beta=1$ راکړل شوي وي. په متریکس کې د سکالر د ضرب درې خاصیتونه تطبیق کړئ؟

حل:

$a)\ \alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$

$$2\left[\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]=2\left[\begin{pmatrix} 2-1 & 0+0 \\ 1+1 & -1+0 \end{pmatrix}\right]=2\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha A=2\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot 2 & 2\cdot 0 \\ 2\cdot 1 & 2(-1) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha B=2\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2(-1) & 2\cdot 0 \\ 2\cdot 1 & 2\cdot 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha A+\alpha B=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4-2 & 0+0 \\ 2+2 & -2+0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$b)\ (\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$

$$(\alpha+\beta)A=(2+1)\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=3\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3\cdot 2 & 3\cdot 0 \\ 3\cdot 1 & 3(-1) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\alpha A=2\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot 2 & 2\cdot 0 \\ 2\cdot 1 & 2(-1) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\beta A=1\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1\cdot 2 & 1\cdot 0 \\ 1\cdot 1 & 1\cdot(-1) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha A+\beta A=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4+2 & 0+0 \\ 2+1 & -2-1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c)\quad \alpha(\beta A)=(\alpha\beta)A=\beta(\alpha A)$$

$$\alpha(\beta A)=2\left[1\cdot\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}\right]=2\begin{pmatrix}1\cdot 2 & 1\cdot 0\\ 1\cdot 1 & 1\cdot(-1)\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 2 & 2\cdot 0\\ 2\cdot 1 & 2\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}$$

$$(\alpha\beta)A=(2\cdot 1)\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 2 & 2\cdot 0\\ 2\cdot 1 & 2\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}$$

$$\beta(\alpha A)=1\left[2\cdot\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}\right]=1\cdot\begin{pmatrix}2\cdot 2 & 2\cdot 0\\ 2\cdot 1 & 2\cdot(-1)\end{pmatrix}=1\cdot\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot 4 & 1\cdot 0\\ 1\cdot 2 & 1\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}$$

2. که $A=\begin{pmatrix}5 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ او $K=3$ وي، KA او $\frac{1}{K}A$ پیداکړئ.

حل:

$$KA=3\begin{pmatrix}5 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot 5 & 3\cdot 1 & 3\cdot 1\\ 3\cdot 0 & 3\cdot 1 & 3\cdot 2\\ 3\cdot 0 & 3\cdot 0 & 3\cdot 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15 & 3 & 3\\ 0 & 3 & 6\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{K}A=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}5 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\cdot 5 & \frac{1}{3}\cdot 1 & \frac{1}{3}\cdot 1\\ \frac{1}{3}\cdot 0 & \frac{1}{3}\cdot 1 & \frac{1}{3}\cdot 2\\ \frac{1}{3}\cdot 0 & \frac{1}{3}\cdot 0 & \frac{1}{3}\cdot 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\\ 0 & 0 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی: متریکسونه

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}=?$$

د دوو متریکسونو ضرب

د درسي کتاب (217) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د دوو متريکسونو د ضرب په طريقه پوه شي. • دوه ورکړ شوي متريکسونه سره ضرب کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت او د فعاليتونو له سرته رسولو څخه خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهييز او يو کسيز کار... .
3- **مرستندويه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي برخې چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، چې د هغې په اړه فکر وکړي او ځواب ووايي، که ځواب ونه شي ويلای، د توضيحاتو او د مثال له حلولو څخه وروسته به د ورودي پوښتنې په ځواب پوه شي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

- ښاغلی ښوونکی د دوو متريکسونو د ضرب په اړه له لنډو توضيحاتو څخه وروسته دکتاب د 218 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په طريقه داسې چې خپل توضيحات مو په کې تطبيق کړی وي، حل کړئ.
- دکتاب د 218 مخ دويم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طريقه په ټولګي کې حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشی، زده‌کوونکي دې کتابونه وتړي، ترځو د يو بل په مشوره دکتاب د 218 مخ دريم مثال حل کړي. په پای کې د يوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ييز کار نورو زده‌کوونکو ته توضيح کړي.
- دکتاب د 219 مخ فعاليت يوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته کار وکړي په عين وخت کې دغه فعاليت نورو زده-کوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې يې په انفرادي ډول حل کړي. په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې د نورو زده‌کوونکو پام ځان ته واړوي او خپل فعاليت دې هغو ته توضيح کړي. د اړتيا په صورت کې تاسو لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکيم ورکولو لپاره دکتاب 219 مخ څلورم مثال د پوښتنې او ځوابونو په طريقه د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره حل کړئ او دا چې په عمومي ډول د دوو متريکسونو په ضرب کې د بدلون خاصيت صدق نه کوي، زده‌کوونکو ته بيان کړئ چې دا د ورودي پوښتنې ځواب دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکی دې د متریکسونو د ضرب خاصیتونه د افادو په پام کې نیولو سره یعنې:

$$A(B+C)=AB+AC \quad , \quad K(AB)=(KA)B=A(KB)$$

$$(A+B)C=AC+BC \quad , \quad IA=AI=A$$

زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو وارزوی:

1. یو زده‌کوونکی دې ووایي چې د دوو متریکسونو د ضرب لپاره کوم شرط ضروري دی؟
2. یو زده‌کوونکی دې د متریکسونو د ضرب خاصیتونه ووایي.
3. که چیرې د B, A او C درې متریکسونه ولرو، یو زده‌کوونکی دې د راکړل شوو متریکسونو توزیعي خاصیت ولیکي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

i) : که چیرې n یو طبیعي عدد او A یو مربعي متریکس وي، په دې حالت کې که $A^{n+1}=A$ وي ووایي چې د A متریکس پریودي (Periodic) دی او پیریود یې n دی. د $n=1$ لپاره $A^2=A$ کېږي. په دې حالت کې A متریکس ته Idempotent متریکس وایي.

ii) : که چیرې A یو مربعي متریکس وي او $n\in IN$ وي، نو که $A^n=0$ شي په دې حالت کې A متریکس ته Nilpotent متریکس وایي، داسې چې انډکس یې n دی. یا په بل عبارت د A متریکس ته Nilpotent د n انډکس سره وایي.

مثال i): وښایاست چې $A=\begin{pmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{pmatrix}$ متریکس Idempotent دی.

حل:

$$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+2-4 & -4-6+8 & -8-8+12\\ -2-3+4 & 2+9-8 & 4+12-12\\ 2+2-3 & -2-6+6 & -4-8+9\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{pmatrix}=A \;\Rightarrow\; A^2=A$$

څرنګه چې $A^2=A$ په لاس راغی، نو د A متریکس Idempotent دی.

مثال ii): وښایاست چې $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 3\\ 5 & 2 & 6\\ -2 & -1 & -3\end{pmatrix}$ متریکس Nilpotent او انډکس یې 3 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}1&1&3\\5&2&6\\-2&-1&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&3\\5&2&6\\-2&-1&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+5-6&1+2-3&3+6-9\\5+10-12&5+4-6&15+12-18\\-2-5+6&-2-2+3&-6-6+9\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0&0&0\\3&3&9\\-1&-1&-3\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}0&0&0\\3&3&9\\-1&-1&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&3\\5&2&6\\-2&-1&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0+0+0&0+0+0&0+0+0\\3+15-18&3+6-9&9+18-27\\-1-5+6&-1-2+3&-3-6+9\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

څرنگه چې $A^3=0$ شو، نو د A متریکس د 3 له انډکس سره Nilpotent دی.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې متریکسونو د ضرب حاصل په لاس راوړئ.

$a)\ \begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5&0\\0&1\end{pmatrix}=?$ $\qquad b)\ \begin{pmatrix}-2&3\\-1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=?$

$c)\ \begin{pmatrix}3&-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$ $\qquad d)\ \begin{pmatrix}2&3\\4&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}=?$

حل $a)$: هغه وخت دوه متریکسونه یو له بل سره ضربولای شو چې د لومړي متریکس د ستونونو شمېر د دویم متریکس د سطرونو له شمېر سره برابر(مساوي) وي او دریم متریکس چې له ضرب څخه په لاس راځي.

د سطرونو شمېر یې د لومړی متریکس د سطرونو او د ستونونو شمېر یې د دویم متریکس د ستونونو له شمېر سره برابر دی:

$$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\cdot5+1\cdot0&0\cdot0+1\cdot1\\2\cdot5+0\cdot0&2\cdot0+0\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0+0&0+1\\10+0&0+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\10&0\end{pmatrix}$$

د $b)$ **جز حل**:

$$\begin{pmatrix}-2&3\\-1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\cdot3+3\cdot4\\-1\cdot3+2\cdot4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6+12\\-3+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}$$

د $c)$ **جز حل**:

$$\begin{pmatrix}3&-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}=\left(3\cdot(-2)+(-2)\cdot1+1\cdot1\right)=\left(-6-2+1\right)=\left(-7\right)$$

د $d)$ **جز حل**:

$$\begin{pmatrix}2&3\\4&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot(-3)+3\cdot2\\4\cdot(-3)+2\cdot2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6+6\\-12+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-8\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی: متریکسونه

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -1 & 4\end{pmatrix}$$

$$A^T=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$$

د یوه متریکس ټرانسپوز متریکس

د درسي کتاب (217) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې وتوانېږي چې: • د یوه متریکس د ترانسپوز متریکس په مفهوم پوه شي. • متناظر متریکسونه وپېژنئ. • د ټرانسپوز متریکس له خاصیتونو سره بلدتیا پیدا کړي. • د یوه متریکس ټرانسپوز او همدارنگه متناظر متریکس و لیکلای شي. • د پورتنیو مفهومونو د پوهېدو له امله به خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ، د(متناظر متریکس پېژندل) عنوان اړونده چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي پوښتنې چارټ د ټولگي په مخکې وځروئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، د زده‌کوونکو پام پوښتنې ته راواړوئ چې د هغې په اړه فکر وکړي که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ویلای د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته به د پوښتنې ځواب په لاس راوړي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب 221 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د فعالیت له بهیر څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ، په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې لارښوونه وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی دلوست عنوان(متناظر متریکس پېژندل) پر تخته ولیکئ او اړونده چارټ یې د ټولگي په مخکې وځروئ، په وار سره دوه، دوه زده‌کوونکي راوغواړئ چې لومړی د متریکس اصلي او فرعي قطرونه او وروسته په متناظرو متریکسونو کې عناصر نظر اصلي قطر ته خپلو ټولگیوالو ته وروپېژني.
- ښاغلی ښوونکی د ټرانسپوز متریکس د خواصو عنوان پر تخته ولیکئ او د خاصیتونو په اړه زده‌کوونکو ته توضیحات ورکړئ.
- دکتاب د 222 مخ فعالیت یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته کار وکړي په عین وخت کې دغه فعالیت نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې پرې کار وکړي، په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لا ښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب 222 مخ مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. د یو متریکس ترانسپوز څه ته وایي؟
2. یو زده‌کوونکی دې پر تخته یو متناظر متریکس په رقمونو ولیکي؟
3. د ترانسپوز متریکس هر یو خاصیت دې یو زده‌کوونکی پر تخته ولیکي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د A او B متریکسونه په پام کې ونیسئ، د هغوی ترانسپوز متریکسونه په لاس راوړئ.

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\\0&2&3\end{pmatrix}_{3\times3}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}0&4&-2\\4&5&3\\-2&3&0\end{pmatrix}_{3\times3}$$

حل:

$$A^T=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&2\\3&5&3\end{pmatrix}_{3\times3}\quad,\quad B^T=\begin{pmatrix}0&4&-2\\4&5&3\\-2&3&0\end{pmatrix}_{3\times3}$$

2. په پورتنیو متریکسونو باندې د 3 عدد لپاره د ترانسپوز متریکس د څلورم خاصیت سموالی وښایاست.

حل:

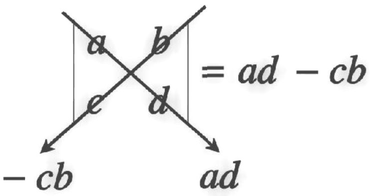
$$(\alpha A)^T=\alpha A^T\quad,\quad \alpha\in IR$$

$$(\alpha A)^T=\left[3\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\\0&2&3\end{pmatrix}\right]^T=\begin{pmatrix}3&6&9\\0&3&15\\0&6&9\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}3&0&0\\6&3&6\\9&15&9\end{pmatrix}$$

$$\alpha A^T=3\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\\0&2&3\end{pmatrix}^T=3\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&2\\3&5&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0&0\\6&3&6\\9&15&9\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\ (3A)^T=3A^T$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپږم څپرکی: متریکسونه

ډیترمېنانت

د درسي کتاب (223) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د ډیترمېنانت په مفهوم پوه شي. • د ډیترمېنانت اړونده پوښتنې حل کړای شي. • د پوښتنو له حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ، د 3×3 متریکسونو د ډیترمېنانت د محاسبې اړونده چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د پوښتنې چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ: • څوک کولای شي چې یو مربعي متریکس داسې وټاکي چې $ad-cb=0$ شي؟ زده‌کوونکي پرېږدی چې د ورودي پوښتنې د حل په اړه فکر وکړي، که چیرې زده‌کوونکي په دې ونتوانېږي، نو ښاغلی ښوونکی دې د اصلي قطر او فرعي قطر عددونه داسې وټاکي، چې د دواړو قطرونو د ضرب حاصل یې عین عدد شي، لکه: $\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = 7\cdot5-5\cdot7=35-35=0$

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د هغه تعریف له مخې چې د A له متریکس څخه د یوه ډیترمېنانت نسبت ورکړل شوی دی، توضیح کړئ، وروسته د کتاب هغه عنوان چې د(2×2 مرتبې متریکسونو د ډیترمېنانت محاسبه) ده، پر تخته ولیکئ او اړونده مثال یې د پوښتنې او ځوابونو په طریقه حل کړئ.
- دکتاب د 223 مخ فعالیت په ډلهییزه توګه په زده‌کوونکو باندې کار وکړئ.
- د کتاب عنوان د(3×3 متریکسونو ډیترمېنانت محاسبه) پر تخته ولیکئ او له اړونده چارټ څخه په کار اخیستنې سره د حل ټول پړاوونه یې ګام په ګام سرته ورسوئ او زده‌کوونکو ته د حل په بهیر کې برخه ورکړئ.
- دکتاب 225 مخ مثال په ټولګي کې د پوښتنو او ځوابونو په طریقه حل کړئ.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د 225 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- دکتاب د 226 مخ دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره د کتاب 226 مخ فعالیت په انفرادي ډول په ټولګي کې کار وکړئ(انفردي ډول، هغه ډول دی چې ښاغلی ښوونکی ورسره بلدتیا لري.)

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د 3×3 میټریکس ډیترمېنانت پر تخته ولیکي؟
2. یو زده‌کوونکی دې د ساروس په طریقه د ډیترمینانت محاسبه توضیح کړي؟

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. د لاندې دیترمېنانتونو مقدار په لنډ ډول محاسبه کړئ.

$$a)\begin{vmatrix}1&0\\2&4\end{vmatrix}\quad,\quad b)\begin{vmatrix}5&-2\\3&7\end{vmatrix}\quad,\quad c)\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}\quad,\quad d)\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}$$

حل:

$$a)\begin{vmatrix}1&0\\2&4\end{vmatrix}=1\cdot4-2\cdot0=4-0=4$$

$$b)\begin{vmatrix}5&-2\\3&7\end{vmatrix}=5\cdot7-(-2)\cdot3=35+6=41$$

$$c)\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}=-1(1\cdot6-3\cdot5)=-1(6-15)=-1(-9)=9\ \dots\ I$$

$$\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}=-1(2\cdot6-1\cdot3)=-(12-3)=-9\ \dots\ II$$

$$\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}=0(2\cdot5-1\cdot1)=0(10-1)=0\cdot9=0\ \dots\ III$$

$$I+II+III=9-9+0=0$$

$$d)\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}=0(5-3)=0\cdot2=0\ \dots\ I$$

$$\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}=-(-25-6)\cdot4=-(-31)4=124\ \dots\ II$$

$$\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}=(-5-2)\cdot2=(-7)\cdot2=-14\ \dots\ III$$

$$I+II+III=0+124-14=110$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. د لاندې دیترمینانتونو مقدار د ساروس په طریقه په لاس راوړئ.

$$a)\begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 7 \end{vmatrix} \quad , \quad b)\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

حل:

$$a)\left|\begin{array}{ccc|cc} 3 & 5 & 6 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 7 & -4 & 1 \end{array}\right. = (42+0-6)-(-48+0-35)=36+83=119$$

$$b)\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & -3 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 7 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 & 2 \end{array}\right. = (-3+14-30)-(-3+14-30)=-19+19=0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د ډیترمېنانت خاصیتونه

د درسي کتاب (227) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د ډیترمېنانت په خاصیتونو پوه شي. • د ډیترمېنانت له خاصیتونو څخه د پوښتنو په حل کې کار واخلي. • په اړونده موضوع کې د پوهې او مهارت په لرلو سره خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو لـه سرته رسولو څخه وروسته ورودي برخې چارټ د تولګي په مخکې ځوړند کړئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغې پـه اړه فکر وکړي. کـه چیرې زده‌کـوونکي ځـواب ونـشي ویلای. دکتـاب د 228 مخ د لـومړي مثال لـه حلولو وروسته به د ورودي پوښتنې په ځواب پوه شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب 227 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د فعالیت په بهیر کې د زده‌کوونکو له ډله‌ییز کار څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ، په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې دې ښاغلی ښوونکی مرسته ورسره وکړي.
- ښاغلی ښوونکی د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته د ډیترمېنانت خاصیتونه زده‌کوونکو ته توضیح کړی او د کتاب د 227 مخ لومړی خاصیت په انفرادي ډول په زده‌کوونکو باندې سرته ورسوی، ترڅو د نوموړي خاصیت سموالی په عملي ډول و ویني.
- ښاغلی ښوونکی لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په تولګي کې حل کړئ چې د دې مثال له حل څخه د ورودي پوښتنې حل څرګندېږي.
- دکتاب د 228 مخ دویم مثال د ډیترمېنانت ګډ ضربي عامل پیدا کړئ او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې ایا ددې ډیترمېنانت دکوم بل سطر یا ستون ګډ ضربي عامل پیداکولای شو او که نه؟ زده‌کوونکي دې استدلال وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب 228 مخ د پوښتنې د a جز ډیترمېنانت د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د ډیترمېنانت لومړی او دویم خاصیتونه ووایي.

2. یو زده‌کوونکی دې د $|A|=\begin{vmatrix}1 & 5 & 4\\ 2 & 15 & 3\\ 3 & 25 & 7\end{vmatrix}$ ډیترمېنانت ګډ ضربي عامل پیدا کړي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د دېترمېنانت دخواصو په مرسته د لاندې دېترمېنانتونو قیمت په لاس راوړئ.

$$a)\ \begin{vmatrix}0 & 1 & 2\\ 0 & 3 & 4\\ 0 & 5 & 6\end{vmatrix} \qquad b)\ \begin{vmatrix}1 & 2 & 4\\ 7 & 9 & 11\\ 0 & 0 & 0\end{vmatrix} \qquad c)\ \begin{vmatrix}3 & 5 & 8\\ 0 & 4 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

حل $a)$: د a جز د ډیترمېنانت د لومړي ستون ټول عناصر صفرونه دي، نو نوموړی ډیترمېنانت له صفر سره مساوي دی.

حل $b)$: څرنګه چې د b جز د ډیترمېنانت د دریم سطر ټول عناصر صفرونه دي، نو ډیترمېنانت له صفر سره مساوي دی.

حل $c)$:

$$\begin{vmatrix}3 & 5 & 8\\ 0 & 4 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix} = 1\cdot(3\cdot 4 - 0\cdot 5) = 12$$

یا په بله طریقه:

$$\begin{vmatrix}3 & 5 & 8\\ 0 & 4 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}\begin{matrix}3 & 5\\ 0 & 4\\ 0 & 0\end{matrix} = (12+0+0)-(0+0+0) = 12-0 = 12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د 2×2 مرتبې متریکسونو ضربي معکوس

د درسي کتاب (229) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې:
- **پوهنیزه**	• د 2×2 مرتبې متریکسونو د ضربي معکوس په مفهوم پوه شي.
- **مهارتي**	• د نوموړو متریکسونو ضربي معکوس پیدا کړای شي.
- **ذهنیتي**	• د 2×2 مرتبې متریکسونو د ضربي معکوس له پیداکولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یو کسیز کار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي برخې د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې څخـه وروسـته د ورودي برخـې د شـکل چـارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښـتئ ترڅو فکـر وکـړي او ځواب ووایي له هغه پرته د فعالیت له سرته رسولو څخه به وروسته د ورودي پوښتنې پـه ځـواب پوه شي.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي چې دکتاب 229 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي. د فعالیت په پایله کې د یوې ډلې له استازي وغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې لارښوونه ورته وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی د فعالیت پایله چې د ورودي پوښتنې ځواب دی او تعریف هم له هغه څخه په لاس راځي، زده‌کوونکو ته وواياست. وروسته دکتاب د 229 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه زده‌کوونکو ته حل کړئ.
- د(الحاقي متریکس(Adjoint matrix) عنوان پر تخته ولیکئ او د لوست بهیر د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره یې پر مخ بوزی.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لانبه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 230 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه حل کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د معکوس منوونکي متریکس شرطونه ووایي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. یو زده‌کوونکی دې ووایي چې د دوو مربعي متریکسونو یعنې د A او B د ضربولو په صورت کې کوم ډول متریکس لاس ته راځي؟

3. یو زده‌کوونکی دې ووایي چې د یوه متریکس د الحاقي متریکس پیداکولو لپاره څه باید وکړو؟

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. له لاندې متریکسونو څخه کوم یو متریکس معکوس لري؟

$$a)\quad A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ -10 & -2\end{pmatrix} \qquad b)\quad B=\begin{pmatrix}5 & 19\\ 4 & 15\end{pmatrix}$$

حل $a)$: هغه وخت یو متریکس معکوس متریکس لري چې:

- متریکس مربعي وي.
- ډیترمېنانت یې خلاف د صفر وي.

$$A=\begin{vmatrix}5 & 1\\ -10 & -2\end{vmatrix}=-10-(-10)=-10+10=0$$

د a جز د متریکس اړونده ډیترمېنانت صفر دی، نو معکوس نه لري.

حل $b)$:

$$|B|=\begin{vmatrix}5 & 19\\ 4 & 15\end{vmatrix}=75-76=-1\neq 0$$

څرنګه چې ډیترمېنانت د صفر خلاف دی، نو د b جز متریکس معکوس متریکس لري او په لاندې ډول یې په لاس راوړ:

$$AdjB=\begin{pmatrix}15 & -19\\ -4 & 5\end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\frac{1}{|B|}adjB=\frac{1}{-1}\begin{pmatrix}15 & -19\\ -4 & 5\end{pmatrix}=-1\begin{pmatrix}15 & -19\\ -4 & 5\end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\begin{pmatrix}-15 & 19\\ 4 & -5\end{pmatrix}$$

2. د لاندې متریکسونو معکوس متریکس په لاس راوړئ او ویې ازمویئ.

$$1)\quad A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix} \qquad 2)\quad B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix} \qquad 3)\quad C=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

حل $1)$:

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=1-6=-5\neq 0$$

$$adjA=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{-5}\begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-1}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}$$

$$AA^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{-1}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-1}{5}+\frac{6}{5} & \frac{2}{5}-\frac{2}{5}\\ \frac{-3}{5}+\frac{3}{5} & \frac{6}{5}-\frac{1}{5}\end{pmatrix}\Rightarrow AA^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل 2):

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 2 = -5 \neq 0$$

$$adjB = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} adjB = \frac{1}{-5}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$BB^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5}+\frac{2}{5} & \frac{-2}{5}+\frac{2}{5} \\ \frac{-3}{5}+\frac{3}{5} & \frac{2}{5}+\frac{3}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{5} & 0 \\ 0 & \frac{5}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

حل 3):

$$|C| = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 3 = 2 \neq 0$$

$$adjC = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{|C|} adjC = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$CC^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}+\frac{3}{2} & -\frac{3}{2}+\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}-\frac{1}{2} & \frac{3}{2}-\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی: متریکسونه

$$X = A^{-1} \cdot B$$

له معکوس متریکس څخه په کار اخېستنې سره د خطي معادلو د سېستم حل

د درسي کتاب (231) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • له معکوس متریکس څخه په کار اخېستنې سره د خطي معادلو د سیستم د حل په طریقه پوه شي. • له معکوس متریکس څخه دکار اخېستنې په صورت کې د خطي معادلو سیستم حل کړي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره په ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي برخې د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکي د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي برخې چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتئ، چې زده‌کوونکي د ورودي پوښتنې په اړه فکر وکړي. امکان لري چې زده‌کوونکي ځواب ونه شي ویلای، خو د دوی فکر موضوع ته راټولېږي، د فعالیت له سرته رسولو او د لومړي مثال له حللو وروسته د ورودي پوښتنې ځواب په لاس راځي او د زده‌کوونکو په ذهن کې ځای نیسي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وېشئ چې دکتاب د 231 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د زده‌کوونکو له ډله‌ییزکار او فعالیت څخه څارنه وکړئ او د زده‌کوونکو هغه ډلې چې ستونزې لري لارښوونه ورته وکړي. د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ، چې خپل ډله‌ییزکار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.
- دکتاب د 232 مخ لومړی مثال د موضوع د څرګندوالي لپاره د پوښتنې او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړي.
- دکتاب د 232 مخ دویم مثال یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې حل کړي.(البته د زده‌کوونکو کتابونه به تړلي وي.) په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې، ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکي ته لارښوونه وکړئ چې مثال په صحیح ډول حل کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 233 مخ دریم مثال د پوښتنو او ځوابونو په ډول په ټولګي کې حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلي ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. يو زده‌کوونکی دې ووايي چې د معادلو سيستم له څو معادلو څخه جوړ شوی وي؟
2. يو زده‌کوونکی دې د معادلو يو سيستم پر تخته وليکي.
3. يو زده‌کوونکی دې د دويمې پوښتنې اړونده معادلو سيستم د ضريبونو متريکس، د معادلو د ښي خوا د ثابتو عددونو ستوني متريکس او همدارنگه د مجهولو عددونو ستوني متريکس پر تخته وليکي.

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

له معکوس متريکس څخه په‌گټه اخيستنې، د لاندې خطي معادلو سيستمونه حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases}2x-y=1\\5x-2y=2\end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases}3p-5q=7\\2p-4q=6\end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases}a+b=11\\4a-b=9\end{cases}$$

حل a):

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1\\5 & -2\end{pmatrix}\ ,\quad B=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\ ,\quad X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B$$

هغه وخت يو سيستم حل لري، چې د متحولينو د ضريبونو د متريکس ډيترمينانت د صفر خلاف وي.

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & -1\\5 & -2\end{vmatrix}=-4+5=1\neq 0$$

څرنگه چې $|A|\neq 0$ دی، نو سيستم حل لري.

$$adjA=\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{1}\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2+2\\-5+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ x=0\ ,\quad y=-1$$

$$b)\ \begin{cases}3p-5q=7\\2p-4q=6\end{cases}$$

حل b):

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\begin{pmatrix}3 & -5\\ 2 & -4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}7\\ 6\end{pmatrix},\quad X=\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}3 & -5\\ 2 & -4\end{vmatrix}=-12+10=-2\neq 0$$

لیدل کېږي چې $|A|\neq 0$ دی، نو سیستم حل لري.

$$adjA=\begin{pmatrix}-4 & 5\\ -2 & 3\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{-2}\begin{pmatrix}-4 & 5\\ -2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -\frac{5}{2}\\ 1 & -\frac{3}{2}\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}2 & -\frac{5}{2}\\ 1 & -\frac{3}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\ 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14-15\\ 7-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix}\Rightarrow p=-1,\quad q=-2$$

$$c)\ \begin{cases}a+b=11\\ 4a-b=9\end{cases}$$

حل c):

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}11\\ 9\end{pmatrix},\quad X=\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{vmatrix}=-1-4=-5\neq 0$$

خرنگه چې $|A|\neq 0$ دی، نو سیستم حل لري.

$$adjA=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -4 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{-5}\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -4 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{5} & \frac{1}{5}\\ \frac{4}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}\frac{1}{5} & \frac{1}{5}\\ \frac{4}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}11\\ 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{11}{5}+\frac{9}{5}\\ \frac{44}{5}-\frac{9}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{20}{5}\\ \frac{35}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 7\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 7\end{pmatrix}\Rightarrow a=4,\quad b=7\quad \text{یا}\quad (a,b)=(4,7)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}$$
$$y=\frac{|A_y|}{|A|}$$
$$z=\frac{|A_z|}{|A|}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د خطي معادلو سیستم د کرامر په طریقه (crammers rule)

د درسي کتاب (235) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د خطي معادلو د سیستم حل دکرامر په طریقه پوه شي. • د معادلو سیستم دکرامر په طریقه حل کړي. • دکرامر په طریقه د معادلو د سیستم له حلولو خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي پوښتنې شکل چارټ او د درې مجهوله معادلو د سیستم چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح (5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، چې زده‌کوونکي د پوښتنې په اړه فکر وکړي که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونه شي ویلای، د لوست د بهیر له توضیحاتو څخه وروسته به د ورودي پوښتنې په ځواب پوه شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- د معادلو د سیستم چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او له زده‌کوونکو څخه وغواړئ چې د ضریبونو متریکس یعنې A پر تخته ولیکي. که چیرې زده‌کوونکي ونشي کولای، ښاغلی ښوونکی دې د لوست بهیر د پوښتنو او ځوابونو په طریقه څرګند کړي.
- ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي او دکتاب د 236 مخ فعالیت په ډله‌ییزه توګه په زده‌کوونکو سرته ورسوي د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د ستونزو د لرلو په صورت کې لارښوونه ورته وکړئ.
- د $|A_x|$,$|A_y|$ او $|A_z|$ ډیټرمېنانتونو د محاسبې لپاره د لومړي مثال پر ځای لومړی دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه کار وکړئ، ځکه چې لومړی مثال د 236 مخ $|A_x|$,$|A_y|$ او $|A_z|$ ډیټرمېنانتونو د محاسبو په اړه له ویناوو سره مطابقت نه لري.
- دکتاب د 236 مخ د لومړي مثال $\begin{cases} x-3y=3 \\ 2x+y=2 \end{cases}$ سېستم د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لا ښه تحکیم ورکولو لپاره یوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې د $\begin{cases} x-3y=3 \\ x+2y=5 \end{cases}$ معادلو سیستم د کرامر په طریقه پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دغه د معادلو سیستم دې نور زده‌کوونکي په کتابچو کې حل کړي، په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکي دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت یوه داوطلب زده‌کوونکي ته وواياست چې تېروتنې يې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د درې مجهوله معادلې عمومي شکل(په حرفونو) پر تخته ولیکي.
2. یو زده‌کوونکی دې د x, y او z ضریبونه چې په عمومي معادله کې لیکل شوي دي، پر تخته ولیکي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې معادلو سیستمونه حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y-z=2 \\ 2x+y-2z=1 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x+y-az=0 \\ ax+2y-z=0 \\ 2x+ay+2z=0 \end{cases}$$

حل $a)$:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} 1$$

$$|A|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 1 \end{array}\right| = (2-2+1)-(-2-1-2)=1-(-5)=1+5=6\neq 0$$

څرنګه چې $|A|=6\neq 0$ نو سیستم د حل وړ دی.

$$|A_x|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right| = (2-1+2)-(-1-1-4)=3-(-6)=3+6=9$$

$$|A_y|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 1 \end{array}\right| = (-4-2+1)-(4-1-2)=-5-1=-6$$

$$|A_z|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right| = (-1+4+1)-(-2+2+1)=4-1=3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \\ y &= \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{-6}{6} = -1 \\ z &= \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow (x, y, z) = (\frac{3}{2}, -1, \frac{1}{2})$$

حل b):

$$\begin{cases} x + y - az = 0 \\ ax + 2y - z = 0 \\ 2x + ay + 2z = 0 \end{cases} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -a \\ a & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -a \\ a & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ a & 2 \\ 2 & a \end{matrix} = (4 - 2 - a^3) - (-4a - a + 2a) = 2 - a^3 + 3a$$

پورته سیستم هغه وخت د حل وړ دی چې $2 + 3a - a^3 \neq 0$ وي.

$$|A_x| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -a \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & a & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad |A_y| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -a \\ a & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad |A_z| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & 2 & 0 \\ 2 & a & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{0}{|A|} = 0 \quad , \quad y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{0}{|A|} = 0 \quad , \quad z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{0}{|A|} = 0$$

$$(x, y, z) = (0, 0, 0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی: متریکسونه

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x+3y=7 \end{cases}$$

د معادلو د سیستم حل دگوس(Gouse) په طریقه

د درسي کتاب (239) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • دگوس(Gouse) په طریقه د معادلو د سیستم په حل پوه شي. • دگوس(Gouse) په طریقه د معادلو سیستم حل کړای شي. • د معادلو د سیستم د حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي برخې د معادلو سیستم چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې څخـه وروسـته ورودي پوښـتنه لـه زده‌کوونکـو څخه وپوښتي، ترڅـو زده‌کـوونکي موضـوع تـه ځیـر شـي، ځکـه کلـه چـې د مثـال لـه حـل څخـه وروسته د ورودي پوښتنې ځواب وواياست، موضوع به د زده‌کوونکو په ذهن کې وي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی دکتاب د 239 مخ مثال په ټولګي کې حل کړئ.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ترڅو دکتاب د 239 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي. په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. د تېروتنې په صورت کې(که چیرې وخت شتون ولري، د بلې ډلې استازي ته دنده ورکړئ) لارښوونه ورته وکړئ او تېروتنې یې اصلاح کړئ.
- دکتاب د 240 مخ دویم مثال د زده‌کوونکو په ګډون سره په ټولګي کې حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی یوه زده‌کوونکي ته ووایاست چې دکتاب د 240مخ فعالیت پر تخته سرته ورسوي. په پای کې هغه زده‌کوونکی چې تختې ته ولاړ دی، خپل فعالیت دې نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. که چیرې د فعالیت په بهیر کې تېروتنه ولیدل شي، لارښوونه ورته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 241 مخ دریم مثال د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه ډاډه شي له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د معادلو په یو سیستم کې د مجهولو عددونو ضریبونه او ثابت عددونه وښيي.
2. یو زده‌کوونکی دې په لنډ ډول د معادلو د سیستم حل د(Gouse) په طریقه توضیح کړي.

8) د ښوونکي لپاره اضافي معلومات

$$\begin{cases} x_2+x_3=0 \\ x_1+x_3=2 \\ x_1+x_2=0 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2-R_3\to R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2+R_1\to R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$2x_3 = 2 \quad \Rightarrow \boxed{x_3 = 1}$

$-x_2 + x_3 = 2 \;\Rightarrow -x_2 + 1 = 2 \;\Rightarrow -x_2 = 1 \;\Rightarrow \boxed{x_2 = -1}$

$x_1 + x_2 = 0 \quad \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \;\Rightarrow x_1 - 1 = 0 \;\Rightarrow \boxed{x_1 = 1}$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې خطي معادلو سیستمونه دگوس په طریقه حل کړئ.

$a)\ \begin{cases} 3x - y = -5 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} 2x + 4y - 10z = -2 \\ 3x + 9y - 21z = 0 \\ x + 5y - 12z = 1 \end{cases} \qquad c)\ \begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ x + 2y = 3 \\ -3y = -6 \end{cases}$

حل $a)$:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 3 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{-3R_2\to R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & -5 \\ -3 & -9 & -15 \end{array}\right) \xrightarrow{R_1+R_2\to R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & -5 \\ 0 & -10 & -20 \end{array}\right)$$

$-10y = -20 \;\Rightarrow\; y = 2$

$3x - y = -5$

$3x - 2 = -5 \;\Rightarrow\; 3x = -3 \;\Rightarrow\; x = -1 \;\Rightarrow\; (x, y) = (-1, 2)$

حل $b)$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -10 & -2 \\ 3 & 9 & -21 & 0 \\ 1 & 5 & -12 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-R_1\to R_1} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 3 & 9 & -21 & 0 \\ 1 & 5 & -12 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1+R_2\to R_2} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 1 & 5 & -11 & 2 \\ 1 & 5 & -12 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{-R_2+R_3\to R_3} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 1 & 5 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{2R_2+R_1\to R_2} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 0 & 6 & -12 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$-z = -1 \;\Rightarrow\; \boxed{z = 1}$

$6y - 12z = 6 \;\Rightarrow\; 6y - 12\cdot 1 = 6 \;\Rightarrow\; 6y = 6 + 12 \;\Rightarrow\; 6y = 18 \;\Rightarrow\; \boxed{y = 3}$

$-2x - 4y + 10z = 2 \;\Rightarrow\; -2x - 4\cdot 3 + 10\cdot 1 = 2 \;\Rightarrow\; -2x - 12 + 10 = 2$

$-2x - 2 = 2 \;\Rightarrow\; -2x = 4 \;\Rightarrow\; \boxed{x = -2}$

$(x, y, z) = (-2, 3, 1)$

حل $c)$: دغه سیستم تقریباً حل دی، ځکه چې:

$-3y = -6 \;\Rightarrow\; y = 2$

$x + 2y = 3$

$x + 4 = 3 \;\Rightarrow\; x = -1$

$(x, y) = (-1, 2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنو ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، له سم ځواب څخه کړۍ تاو کړئ.

1. که $|A|=3$ وي، نو $|A^{-1}|$ پیدا کړئ.

$(a)\ \frac{1}{3}$ ✓ $\quad b)\ 9 \quad c)\ \frac{1}{9} \quad d)\ 3$

2. که $A=\begin{pmatrix} 2m-3 & -1 \\ 1 & m \end{pmatrix}$ معکوس منو ونکی متریکس وي، نو د m قیمت به څو وي؟

$a)\ m=1\,,\ \frac{1}{2} \quad b)\ m\neq 1 \quad c)\ m=0 \quad (d)\ m\neq 1\,,\ \frac{1}{2}$ ✓

3. که $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ وي، د x هغه متریکس په لاس راوړئ چې په دغه رابطه کې $Ax=A^{-1}$ صدق وکړي.

$a)\begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 25 & 14 \end{pmatrix} \quad (b)\begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -25 & 14 \end{pmatrix}$ ✓ $\quad c)\begin{pmatrix} 9 & 5 \\ -25 & -16 \end{pmatrix} \quad d)\begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -25 & -12 \end{pmatrix}$

4. د $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ متریکس لاندې د $y=2x$ د خط بدلون منو ونکي خط پیدا کړئ.

a) د y محور $\quad$ b) د x محور $\quad$ (c) $y+2x=0$ ✓ $\quad$ d) $y=0$

5. د x په کومو قیمتونو دغه دیترمېنانت $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$ صفر دی؟

$a)\ x=1,2 \quad b)\ x=3,1 \quad c)\ x=\frac{1}{2},3 \quad (d)\ x=3,2$ ✓

6. د $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ دیترمېنانت حاصل په لاس راوړئ.

$a)\ 29 \quad b)\ 39 \quad (c)\ 19$ ✓ $\quad d)\ 9$

لاندې پوښتنې حل کړئ.

1. که $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ وي، لاندې محاسبې غوښتل شوې دي:

$a)\ 3A-2B \qquad b)\ -4A+3B$

حل $a)$:

$$3A-2B=3\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -10 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3+10 & 9-2 \\ 0-4 & 12-6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 13 & 7 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

حل $b)$:

$$-4A+3B=-4\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 0 & -16 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -15 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4-15 & -12+3 \\ 0+6 & -16+9 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -19 & -9 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. که چیرې $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 0 & 3\end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ راکړل شوي وي، نو AB او BA محاسبه کړئ او وواياست چې $AB = BA$ دی او که نه؟

حل:

$$AB=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+0+4 & 0+0-2\\ -2+0+6 & 0+0-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & -2\\ 4 & -3\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+0 & 0+0 & 4+0\\ -1-3 & 0+0 & -2+9\\ 2+1 & 0+0 & 4-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0 & 4\\ -4 & 0 & 7\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

نو ويلای شو چې $AB \neq BA$ دی.

3. لاندې متريکسونه په پام کې ونيسي:

$$C=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & 2\end{pmatrix},\quad A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

اشتراکي خاصيت، توزيعي خاصيت او د متريکسونو ضرب د درېو متريکسونو لپاره وښاياست.

حل:

$$A(B+C)=AB+AC$$

$$\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 8\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-8 & 16+4\\ 0-2 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 20\\ -2 & 1\end{pmatrix}$$

$$AB=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6-8 & 8+8\\ 0-2 & 0+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 16\\ -2 & 2\end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4+0 & 8-4\\ 0+0 & 0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

$$AB+AC=\begin{pmatrix}-2 & 16\\ -2 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 20\\ -2 & 1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ A(B+C)=AB+AC$$

$$(A+B)C=AC+BC$$

$$\left[\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & 2\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 8\\ -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10+0 & 20-8\\ 4+0 & -8-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10 & 12\\ 4 & -11\end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4+0 & 8-4\\ 0+0 & 0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

$$BC=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6+0 & 12-4\\ 4+0 & -8-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 8\\ 4 & -10\end{pmatrix}$$

$$AC+BC=\begin{pmatrix}-4 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6 & 8\\ 4 & -10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10 & 12\\ 4 & -11\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ (A+B)C=AC+BC$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د متریکسونو ضرب د دریو متریکسونو لپاره ښیو:

$$ABC=\left[\begin{pmatrix}2&4\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&4\\-2&2\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}-2&4\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6-8&8+8\\0-2&0+2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&4\\0&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-2&16\\-2&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&4\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+0&-8-16\\4+0&-8-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&-24\\4&-10\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2&-12\\2&-5\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}1&-6\\1&-\frac{5}{2}\end{pmatrix}$$

4. لاندې دیترمینانت په لنډ ډول محاسبه کړئ.

$$A=\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}$$

حل:

$$\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=1(0-2)=-2\ \dots\ I$$

$$\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=-2(1-4)=-2(-3)=6\ \dots\ II$$

$$\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=-1(1-0)=-1\ \dots\ III$$

$$I+II+III=-2+6-1=3\ \Rightarrow\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=3$$

5. د لاندې متریکس معکوس متریکس د الحاق(ad joint) په طریقه پیدا کړئ.

$$M=\begin{pmatrix}2&-5\\3&-9\end{pmatrix}$$

حل:

$$adjM=\begin{pmatrix}-9&5\\-3&2\end{pmatrix}$$

$$|M|=\begin{vmatrix}2&-5\\3&-9\end{vmatrix}=-18+15=-3\neq 0$$

څرنګه چې $|M|\neq 0$ دی، نو M متریکس معکوس منو ونکی دی.

$$M^{-1}=\frac{1}{|M|}\cdot adjM$$

$$M^{-1}=\frac{1}{-3}\begin{pmatrix}-9&5\\-3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-\frac{5}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}\ \Rightarrow M^{-1}=\begin{pmatrix}3&-\frac{5}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. د لاندې خطي معادلو سیستمونه د کرامر په طریقه حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases} 2x+y+z=6 \\ x-2y+2z=10 \\ 3x-y-z=4 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x_1-2x_2=4 \\ 2x_1+4x_2=5 \end{cases}$$

حل $a)$:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|A|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & -1 & 3 & -1 \end{array}\right|=(4+6-1)-(-6-4-1)=9-(-11)=9+11=20$$

$$|A_x|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 6 & 1 & 1 & 6 & 1 \\ 10 & -2 & 2 & 10 & -2 \\ 4 & -1 & -1 & 4 & -1 \end{array}\right|=12+8-10-(-8-12-10)=10-(-30)=10+30=40 \Rightarrow |A_x|=40$$

$$|A_y|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 6 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 10 & 2 & 1 & 10 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 4 \end{array}\right|=-20+36+4-(30+16-6)=20-40=-20 \Rightarrow |A_y|=-20$$

$$|A_z|=\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & 6 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 10 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 4 & 3 & -1 \end{array}\right|=-16+30-6-(-36-20+4)=8-(-52)=8+52=60 \Rightarrow |A_z|=60$$

$$\left.\begin{array}{l} x=\dfrac{|A_x|}{|A|}=\dfrac{40}{20}=2 \\ y=\dfrac{|A_y|}{|A|}=\dfrac{-20}{20}=-1 \\ z=\dfrac{|A_z|}{|A|}=\dfrac{60}{20}=3 \end{array}\right\} \Rightarrow (x,y,z)=(2,-1,3)$$

حل $b)$:

$$\begin{cases} x_1-2x_2=4 \\ 2x_1+4x_2=5 \end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad , \quad |A|=\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}=4+4=8\neq 0$$

$$|A_{x_1}|=\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}=16+10=26 \Rightarrow |A_{x_1}|=26$$

$$|A_{x_2}|=\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}=5-8=-3\neq 0 \Rightarrow |A_{x_2}|=-3$$

$$x_1=\frac{|A_{x_1}|}{|A|}=\frac{26}{8}=\frac{13}{4} \quad , \quad x_2=\frac{|A_{x_2}|}{|A|}=\frac{-3}{8} \Rightarrow (x_1,x_2)=(\frac{13}{4}\ ,\ -\frac{3}{8})$$

میزان:

$$x_1-2x_2=4$$

$$\frac{13}{4}-2\cdot(-\frac{3}{8})=\frac{13}{4}+\frac{3}{4}=\frac{16}{4}=4$$

$$2x_1+4x_2=5$$

$$2\cdot\frac{13}{4}+4\cdot\frac{-3}{8}=\frac{13}{2}-\frac{3}{2}=\frac{10}{2}=5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

7. د لاندې خطي معادلو سیستمونه د گوس په طریقه حل کړئ.

$$a)\begin{cases}2x-3y+3z=0\\3x+2y-5z=0\\5x-4y-2z=0\end{cases}\qquad b)\begin{cases}2x+3y-7=1\\2y+27=-2\end{cases}$$

حل $a)$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}2&-3&3&0\\3&2&-5&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)\xrightarrow{\frac{1}{2}R_1\to R_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\3&2&-5&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-3R_1+R_2\to R_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{9}{2}+2&\frac{-9}{2}-5&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-5R_1+R_3\to R_3}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&\frac{15}{2}-4&\frac{-15}{2}-2&0\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&\frac{7}{2}&\frac{-19}{2}&0\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-R_2+R_3\to R_3}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&\frac{7}{2}-\frac{13}{2}&0&0\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&-3&0&0\end{array}\right)$$

$$-3y=0 \Rightarrow y=0$$

$$\frac{13}{2}y-\frac{19}{2}z=0 \Rightarrow -\frac{19}{2}z=0 \Rightarrow z=0$$

$$2x-3y+3z=0 \Rightarrow 2x-3\cdot 0+3\cdot 0=0 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow (x,y,z)=(0,0,0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل $b)$:

$$\begin{cases}2z+3y-7=1\\2y+27=-2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x+3y=8\\0\cdot x+2y=-29\end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 8\\0 & 2 & -29\end{pmatrix}$$

$$2y=-29 \Rightarrow y=-\frac{29}{2}$$

$$2x+3y=8 \Rightarrow 2x+3\cdot\frac{-29}{2}=8 \Rightarrow 2x-\frac{87}{2}=8 \Rightarrow 2x=8+\frac{87}{2} \Rightarrow 2x=\frac{16+87}{2}=\frac{103}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{130}{4} \Rightarrow (x,y)=(\frac{103}{4},\frac{-29}{2})$$

8. د لاندې خطي معادلو سیستمونه د معکوس متریکس په طریقه حل کړئ.

$$a)\begin{cases}3x+y+1=0\\4x+3y-2=0\end{cases} \qquad b)\begin{cases}x-y=2\\x+2y=-1\end{cases}$$

حل $a)$:

$$\begin{cases}3x+y+1=0\\4x+3y-2=0\end{cases} \qquad \begin{cases}3x+y=-1\\4x+3y=2\end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\4 & 3\end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \quad , \quad X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B$$

$$|A|=\begin{vmatrix}3 & 1\\4 & 3\end{vmatrix}=9-4=5$$

$$adjA=\begin{pmatrix}3 & -1\\-4 & 3\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adjA=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3 & -1\\-4 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\\\frac{-4}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\\\frac{-4}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\\\frac{4}{5}+\frac{6}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-5}{5}\\\frac{10}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \Rightarrow x=-1 \quad , \quad y=2$$

$$(x,y)=(-1,2)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b):

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 1 = 3$$

$$adjA = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

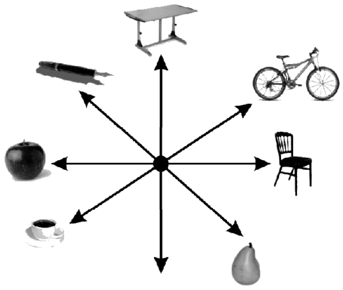
$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot adjA = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1}B = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \\ \frac{-2}{3} - \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{3} \\ \frac{-3}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 1 \quad , \quad y = -1$$

$$\Rightarrow (x, y) = (1, -1)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د وضعیه کمیاتو په قایم سېستم کې وکتورونه

د درسي کتاب (249) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د وکتور په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکولای شي د وکتور په اړه مثال حل کړای شي. • زده‌کوونکي له وکتور څخه په ورځنی ژوندکې کار واخلي او ورڅخه خوښې ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغي ښوونکی له سلام او روغبړ وروسته د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې څخه مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • په ورودي شکل کې څه شی وینئ؟ • په ځینو دیوالونو باندې به مو دغه → نښه لیدلی وي، څه معنا لري؟ • ستاسو په فکر یا نظر وکتور له قطعه خط سره څه توپیر لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې لنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، ورته وواياست چې د کتاب 249مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوي. بیا د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته توضیح کوي، که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، هغه د بلې ډلې په واسطه په دوستانه فضاء کې پر تخته اصلاح کړی، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او خپل لوست داسې پیل کړئ:

جهت لرونکی قطعه خط ته وکتور وایي، یا په بل عبارت هغه کمیت چې هم مقدار لري او هم جهت لري؛ لکه تعجیل، فاصله، قوه او داسې نور او هر غشی د یوه وکتور ممثل دی.

هغه وکتور چې مبداء یې د وضعیه کمیتونو دقایم سېستم په مبداء کې وي، د شعاع وکتور(*Position vector*) په نوم یادېږي، هغه وکتور چې طول یعنې اوږدوالی یې صفر وي، له صفر وکتور(*Zero vector*) څخه عبارت دی.

6- **د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم لپاره د درسي کتاب 250 مخ مثال زده‌کوونکو ته په یو کسیز ډول ورکړئ، هر زده‌کوونکی دې په

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېل‌بېل ډول د کتاب له لیدلو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړئ بیا تاسو څو تنه زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره مقایسه کړي، تاسو څارنه وکړئ، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې لوست یو ځل بیا ورته توضیح کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوی:

1. څوک وکتور تعریف کولای شي؟
2. د وکتور تیر د څه شي په معنا دی؟
3. که د یوه وکتور اوږدوالی صفر وي، کوم وکتورو ته ویلای شو؟
4. که چیرې د یوه وکتور مبداء د قایمو مختصاتو په مبداء کې واقع وي، دغه ډول وکتور ته څه وایي؟

کوښښ وکړی چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د وکتور بحث له ډېرو مهمو بحثونو څخه شمېرل کېږي، زیاتې کارونې یې په فزیک کې دي، ځکه هغه کمیتونه چې هم مقدار لري او هم جهت لري وکتوري کمیتونه دي، لکه د نیوټن قانون کې چې قوه مساوي ده د کتلې او تعجیل له حاصل ضرب څخه یا په سمبولیک ډول $\vec{F}=m\vec{a}$ یعنې هم قوه او هم تعجیل وکتوري کمیتونه دي، همدارنګه کار چې فارمول یې $\vec{W}=\vec{F}\cdot d\cdot\cos\theta$ دی یو وکتوري کمیت دی. مقناطیسي ساحه هم یوه وکتوري فضا تشکیلوي.

د وکتور اوږدوالی د هغه وکتور له طول څخه عبارت دی. دوه وکتورونه هغه وخت سره مساوي بلل کېږي، چې عین جهت ولري او اوږدوالی یې سره برابر وي که چیرې د وکتور جهت بدلون ومومي منفي کېږي؛ لکه په لاندې ډول:

$\overrightarrow{OB}=\vec{a}\qquad O\xrightarrow{\vec{a}}B$

$\overrightarrow{BO}=-\vec{a}\qquad O\xleftarrow{-\vec{a}}B$

وکتور په دوه ډوله ښوول کېږي:

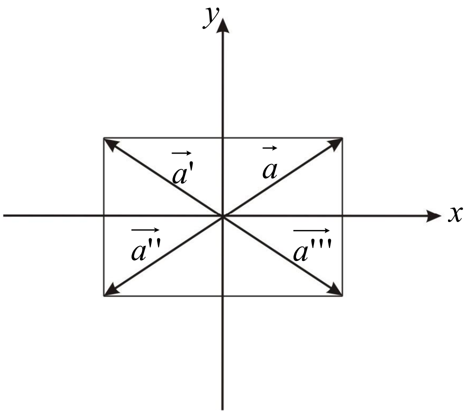
1. د وکتور ستوني ښوونه.
2. د وکتورسطري ښوونه.

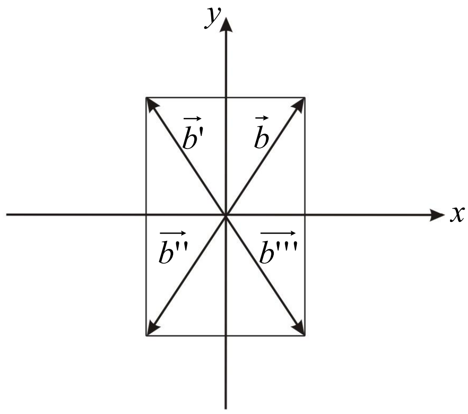
9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. د هغو وکتورونو لپاره چې په لومړي مثال کې ورکړل شوي دي، مطلوب دي:
   a. د هر یوه وکتور درې ممثل وکتورونه رسم کړئ.
   b. دواړه وکتورونه د شعاع وکتور په موقعیت کې رسم کړئ.
   c. د هغوی مخالف وکتورونه کوم وکتورونه دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل $a)$: د لومړي مثال وکتورونه عبارت دي له $\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ او $\overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$





د $\overrightarrow{a}$ درې ممثل وکتورونه عبارت دي له $\overrightarrow{a'}$ ، $\overrightarrow{a''}$ او $\overrightarrow{a'''}$ او د $\overrightarrow{b}$ درې ممثل وکتورونه عبارت دي له $\overrightarrow{b'}$ ، $\overrightarrow{b''}$ او $\overrightarrow{b'''}$ وکتورونو څخه.

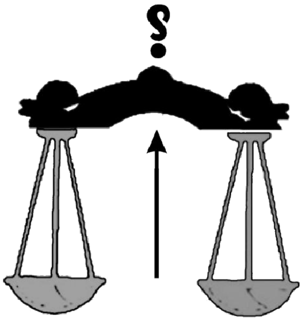
حل $b)$: د b جزء پوښتنه د کتاب په 250 مخ کې حل شوی(کوم وکتورونه چې رسم شوي دي د شعاع وکتور په موقعیت کې رسم شوي دي.)

حل $c)$: پوهیږو چې $\overrightarrow{a}=-\overrightarrow{a}$ یو دبل خلاف وکتورونه دي؛ نو:

$$\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} \quad , \quad -\overrightarrow{a}=-\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \quad , \quad -\overrightarrow{b}=-\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د دوو ټکو ترمنځ واټن او منځنی ټکی

د درسي کتاب (251) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د دوو ټکو ترمنځ د واټن او منځنی ټکي په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د اړوندې موضوع پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د پورته پوهې او مهارت په درلودلو سره وکولای شي ورځنی مسایل حل او ورځخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، یوکسیزکار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې ځخه وروسته د تېر لوست له مهمو ټکو ځخه لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې مو تیار کړی راواړوئ او وپوښتئ: • ایا کولای شی د دوو معلومو ټکو ترمنځ واټن پیدا کړئ؟ • هغه فارمول چې د دوو ټکو ترمنځ واټن پرې معلومېږي څه شی دی؟ • د خط کش پرمخ هغه ټکي وټاکئ چې د شهادت دګوتې په واسطه یې تعادل وساتل شي؟ کوښښ وکړئ‌چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ورته وواياست چې دکتاب 251 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوي، بیا دې د یو یا دوو ډلو استازی خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي، هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی، د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او خپل د لوست بهیر داسې پیل کړی:

د دوو ټکو ترمنځ واټن او منځنی ټکی:

د دوو ټکو ترمنځ واټن د $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ فارمول په واسطه لاس ته راځي چې دلته x_1 لومړی مرکبه او y_1 دویمه مرکبه او همدارنګه x_2 لومړی مرکبه او y_2 دویمه مرکبه ښیي.

او د دوو ټکو یعنې (x_1, y_1) او (x_2, y_2) منځنی ټکي فورمول $X_m = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1+x_2}{2} \\ \frac{y_1+y_2}{2} \end{pmatrix}$ دی چې X_m د همدې خط یا

وکتور منځنی ټکی دی $X_m = (x_m\,, y_m) = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

د لوست د لاښه تحکیم لپاره د درسي کتاب 252 مخ لومړی مثال زده‌کوونکو ته په گروپي ډول ورکړئ، هر زده‌کوونکی دې په بېل بېل ډول په خپل گروپ کې د کتاب له لیدو پرته فکر وربانديې وکړي. بیا تاسوپه وار سره د یو یا دوو ډلو استازی د تختې مخې ته راوغواړئ چې نوموړی مثال پر تخته حل کړئ که د کومې ډلې استازي تېروتنه کوي، تېروتنه یې د یو بل گروپ په واسطه حل کړئ.

تاسو د کار څارنه وکړئ، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې لوست ورته یو ځل بیا توضیح او تشریح کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په پوښتلو سره وارزوئ:

1. ایا له دوو (x_1, y_1) او (x_2, y_2) ټکو څخه همېشه یوه کرښه تېرېږي؟
2. د نوموړي کرښې ریاضیکي معادله کوم شکل لري؟
3. د هغه ټکي فارمول وواياست چې نیمایي خط یې ښې لوري او نیمایي خط یې کیڼ لوري ته پراته دي.

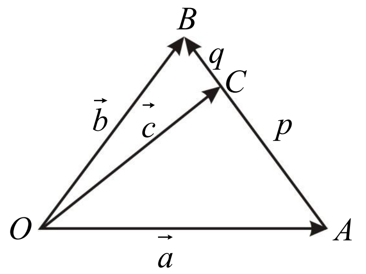
کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي، مونږ لاندې قضیه په پام کې نیسو:

قضیه: که چیرې $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د A او B ټکو شعاع وکتورونه وي، C ټکی د AB خط داخلاً د $\frac{p}{q}$ په نسبت ویشي، نو د $\vec{c}$ شعاع وکتور د C په ټکي کې عبارت دی له: $\vec{c} = \frac{qa+pb}{q+p}$

که چیرې $p=q$ سره شي، C ټکی د AB خط منځنی ټکی دی.



$$\frac{AC}{BC} = \frac{p}{q} \Rightarrow q \cdot AC = p \cdot BC$$

ثبوت: که C د AB کرښه داخلاً د $\frac{p}{q}$ په نسبت وویشي؛ نو:

د OAC له مثلث څخه پوهېږو چې:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{a} + \vec{p} = \vec{a} + \frac{\vec{p}}{\overline{AB}} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{a} + \frac{\vec{p}}{p+q} \cdot \overrightarrow{AB}$$

له شکل څخه پوهېږو چې $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{a} + \frac{\vec{p}}{\vec{p}+\vec{q}}(\vec{b} - \vec{a}) = \vec{a} + \frac{\vec{p}\vec{b} - \vec{a}\vec{p}}{\vec{p}+\vec{q}}$$

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\vec{a}p + \vec{a}q + p\vec{b} - \vec{a}p}{\vec{p}+\vec{q}} = \frac{\vec{a}q + p\vec{b}}{p+q}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې درکړ شو ټکو ترمنځ واټن او همدارنګه منځني ټکي یې پیدا کړئ.

$i)\quad B(2,7) \quad , \quad A(3,4)$

$ii)\quad N(5,1) \quad , \quad M(1,5)$

$iii)\quad Q(8,8) \quad , \quad P(1,8)$

حل:

$$i)\ \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{a^2{}_x + a^2{}_y} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2-3)^2+(7-4)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$M = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1+x_2}{2} \\ \frac{y_1+y_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3+2}{2} \\ \frac{4+7}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

$$ii)\ \left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(5-1)^2+(1-5)^2}$$

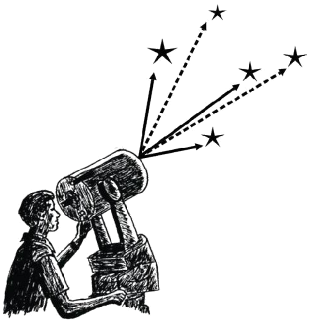
$$\left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = \sqrt{4\cdot 4\cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

$$M = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1+x_2}{2} \\ \frac{y_1+y_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1+5}{2} \\ \frac{5+1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$iii)\ \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(8-1)^2+(8-8)^2} \ \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{49+0} = 7$$

$$M = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1+x_2}{2} \\ \frac{y_1+y_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8+1}{2} \\ \frac{8+8}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ \frac{16}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

وکتورونه په سطح او فضاء کې

د درسي کتاب (254-253) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي په سطح او فضا کې د وکتورونو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکړای شي په دې اړه پوښتنې حل کړي . • زده‌کوونکي د سطحې او فضا د وکتورونو ترمنځ توپیر وکړای شي او ورځخه په ورځني ژوندکې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیزکار
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(د ورودي شکل چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې مخکې مو تیار کړی راواړوئ او وپوښتئ: • په سطح او فضاکې وکتورونه یو له بل سره څه توپیر لري؟ • ایا د یوه وکتور ستوني او سطري ښوونه د وکتور په طول کومه اغیزه لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وېشی ورته وواياست چې دکتاب 253 مخ فعالیت په خپلو ډلوکې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوئ، بیا دې د یوې یا دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ وروسته د

i) $\vec{u}+\vec{v}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$ (د جمعې قاعده)

ii) $a\cdot\vec{u}=a\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ax\\ay\end{pmatrix}$ (دسکالري ضرب قاعده)

قاعدې په بشپړه توګه تشریح او توضیح کړئ.

د هغو ټولو مرتبو جوړو سیټ چې د پورته قاعدې په څېر د جمعې او سکالري ضرب قاعدې پرې تطبیق وي، د $1R^2$ (مستوي) د وکتورونو فضا او یا په مستوي کې د وکتور په نامه یادېږي.

د دوو ځانګړو وکتورونو $\vec{i}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ او $\vec{j}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ په پام کې نیولو سره چې اوږدوالی یې یو واحد او $|\vec{i}|=|\vec{j}|=1$ دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{u}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ هر اختياري وکتور لپاره او $\vec{u}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\y\end{pmatrix}=x\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=x\vec{i}+y\vec{j}$

$\vec{i}$ او $\vec{j}$ واحد وکتورونه دي چې د x او y محورونو په امتداد پراته دي.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

د لوست د لاښه تحکيم او پوهې لپاره د درسي کتاب 254 مخ لومړی مثال ii او iii جزونه زده‌کوونکو ته په يو کسيز ډول ورکړئ چې د کتاب لـه ليدو پرتـه يې په خپلـو کتابچو کې حـل کـړي، بيا وروسته څو زده‌کوونکي پـه وارسره تختې تـه راوغواړئ چې نوموړي مثالونه پر تخته حل کړي، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې لـه حـل سـره پرتلـه کـړي، کـه کـوم زده‌کوونکي تېروتنه کړې وي، تېروتنه دې له تختې څخه اصلاح کړي، تاسو د کار څارنه وکړئ او د ستونزو پـه صـورت کـې ورسره مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ ايا زده‌کړه شـوې ده او کـه نـه؟ نـو زده‌کـوونکي د لانـدې پوښـتنو پـه پوښـتلو سـره وارزوئ:

1. له وکتور څخه په سطحه کې څه ډول استفاده کېږي؟
2. د وکتور ستوني ښوونه او سطري ښوونه يو له بل سره څه توپير لري؟
3. له واحد وکتور څخه په کوم ځای کې کار اخيستل کېږي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه لاس ته راوړئ له هغه پرته تاسو مرسته ورسره وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسـو پـه معلومـاتو کـې زيـاتوالی راغلـی وي؛ نـو د واحـد وکتـور پـه اړه لنډ معلومـات پـه لاندې ډول دی:

واحد وکتور له هغه وکتور څخه عبارت دی چې طول يې يو واحد او د مختصې د جهت د تزايد لپـاره تـرې کـار اخلـي، ټـولې مقناطيسي او برقي ساحې وکتوري ساحې دي، چې له واحد وکتور څخه ګټه اخلي. د يوه وکتور واحـد وکتـور عبـارت دی د هغه وکتور نسبت د وکتور پر اوږدوالي يعنې د $\vec{a}$ واحد وکتور عبارت دی له: $\vec{a}=|\vec{a}|\cdot\vec{e_a}$ يا $\vec{e_a}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

يعنې د $\vec{a}$ يو وکتور مساوي دی د هغـه وکتـور لـه طـول، ضـرب د نومـوړی پـه واحـد وکتـور کـې پـه سـطح کـې د x او y محورونو واحد وکتورونه $\vec{i}$ او $\vec{j}$ دی چې $\vec{i}=(1,0)$ او $\vec{j}=(0,1)$.

مثال: د $\vec{a}=2\vec{i}+4\vec{j}$ راکړل شوی واحد وکتور يې په لاندې ډول په لاس راوړو:

$$\vec{e_a}=\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{2\vec{i}+4\vec{j}}{\sqrt{4+16}}=\frac{2\vec{i}+4\vec{j}}{\sqrt{20}}=\frac{2\vec{i}+4\vec{j}}{2\sqrt{5}}=\frac{2\vec{i}}{2\sqrt{5}}+\frac{4\vec{j}}{2\sqrt{5}}$$

د $\vec{a}$ د وکتور واحد وکتور $\vec{e_a}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\vec{i}+\dfrac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. که $\vec{u}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ او $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ وي، $\vec{u}+2\vec{v}$ ، $\vec{u}-2\vec{v}$ او $2\vec{u}+4\vec{v}$ پیداکړئ.

حل:

$$2\vec{u}=2\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 2\\2(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$$

$$2\vec{v}=2\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 3\\2\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$$

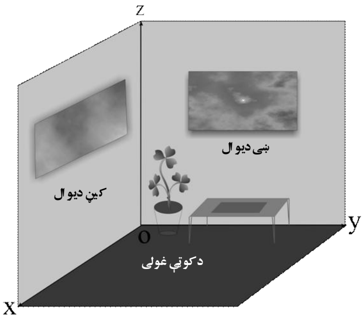
$$4\vec{v}=4\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot 3\\4\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12\\8\end{pmatrix}$$

$$\vec{u}+2\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+6\\-1+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}$$

$$\vec{u}-2\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-6\\-1-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-5\end{pmatrix}$$

$$2\vec{u}+4\vec{v}=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}12\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+12\\-2+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16\\6\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

په درې بعدي فضا کې د ټکي مختصات

د درسي کتاب (258-255) مخونه

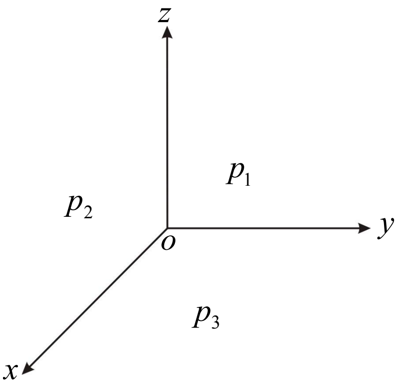
د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي په درې بعدي فضا کې د ټکي د مختصاتو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکړای شي يو ټکی په درې بعدي فضا کې وټاکي. • زده‌کوونکي د پورتنی پوهې او مهارت په درلودلو سره وکړای شي په ورځنی ژوند کې ورڅخه کار واخلي او ترې خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب ډله‌ييز او يوکسيزکار
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد(د ورودي شکل چارټ)
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست له مهمو ټکو څخه لنډه يادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې مو تيار کړی راواړوئ او وپوښتئ: • تاسو په شکل کې څه وينئ؟ • کيڼ ديوال، ښي ديوال او د ټولګي غولی يو له بل سره څه اړيکه لري؟ • په شکل کې څو مستويګانې وينئ؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی د خپل لوست بهير داسې پيل کړئ:

هغه فضا چې موږ په کې ژوندکوو د درې بعدي فضا په نامه يادېږي، درې بعدي (IR^3) فضا د ټولو هغو مرتبو درې ګونو (x, y, z) څخه عبارت دی چې په دې ډول تعريفېږي: $IR^3 = IR \times IR \times IR = \{(x, y, z) \ / \ x, y, z \in IR\}$



درې بعدي فضا د درې محورونو y, x او z په واسطه تعريفېږي، دغه محورونه د O په ټکي کې يو پر بل عمود دي او له دغو محورونو څخه درې د P_2, P_1 او P_3 مستويګانې لاس ته راځي. د درې بعدي فضا قايم مختصات داسې نوموي چې که يو تن ودرېږي، هغه محور چې د ليدونکي د تنې په لور دی د z محور او هغه محور چې د ليدونکي د ليد په لوري دی د y محور او هغه محور چې د ليدونکو د ښي لاس په لوري پروت دی، د x محور دی.

د دغو درې واړو محورونو د تقاطع ټکی(O) د مختصاتو مبدا ده، په پای کې د يوه ټکي ټاکل په درې بعدي فضا کې ورته توضيح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د درسي کتاب 255 مخ هغه معلومات چې د یوه ټکي د ټاکلو لپاره ورکړ شوي دي(په درې بعدي فضا کې د یوه ټکي د ځای ټاکل) مرحله په مرحله یې د زده‌کوونکو په ګډون پر تخته باندې په عملي توګه تطبیق کړی، وروسته ورته په درې بعدي فضا کې د $(x, y, z) = (2,3,1)$ ټکی د زده‌کوونکو په مرسته وټاکئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په پوښتلو سره وارزوئ:

1. ایا کولای شئ د (x, y) ټکي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ؟
2. دوه بعدي فضا له درې بعدي فضا سره څه توپیر لري؟
3. ایا کولای شئ چې د $(6,3,7)$ ټکی په درې بعدي فضا کې وښایاست؟

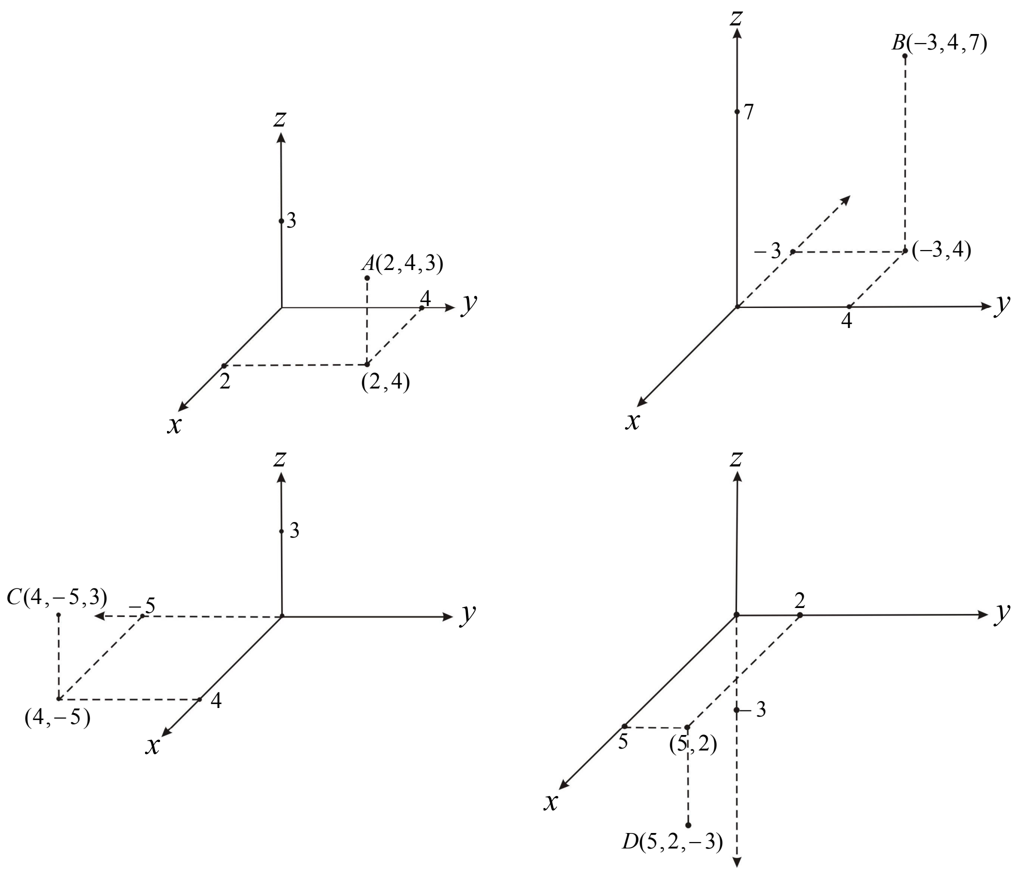
کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ، د ځواب د نه ویلو په صورت کې ورسره مرسته او د لوست له مهمو ټکو څخه لنډه یادونه وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي؛ نو لاندې څو مثالونه په پام کې ونیسئ:

مثال: د $A(2,4,3)$ ، $B(-3,4,7)$ ، $C(4,-5,3)$ او $D(5,2,-3)$ ټکي په درې بعدي فضا کې وښایاست.

حل: پوهېږو چې د هر محور منفي جهت د هغه محور له امتداد یافته څخه حاصلېږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1. لومړۍ پوښتنه تکرار راغلې دی.

2. که $\vec{u}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ او $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ وي د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو جهت ته واحد وکتور پیدا کړئ.

حل: له واحد وکتور څخه د مختصې د جهت د تزاید لپاره استفاده کېږي او واحد وکتور عبارت دی له نسبت د وکتور پر نورم د وکتور یا په سمبولیک ډول د $\vec{a}$ وکتور واحد وکتور عبارت دی له: $\overrightarrow{e_a}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

$$\overrightarrow{e_u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=\frac{\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}}{\sqrt{2^2+1}}=\frac{\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{\sqrt{5}}\\-\frac{1}{\sqrt{5}}\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{e_v}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\frac{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}}{\sqrt{9+4}}=\frac{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}}{\sqrt{13}}=\frac{1}{\sqrt{13}}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{3}{\sqrt{13}}\\\frac{2}{\sqrt{13}}\end{pmatrix}$$

3. که د $\vec{u}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$ ، $\vec{v}=4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}$ او $\vec{w}=6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}$ درکړل شوي وکتورونه په پام کې ونیسئ او لاندې پوښتنو ته ځوابونه ومومئ.

$a)\ 2\vec{u}-6\vec{v}+4\vec{w}=?$ $\qquad b)\ |\vec{u}-\frac{1}{3}\vec{v}-2\vec{w}|=?$

یادونه: ددې پوښتنې a او b جزونه په کتاب کې نه دي چاپ شوي.

حل:

$$a)\ 2\vec{u}-6\vec{v}+4\vec{w}=2(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k})-6(4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k})+4(6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k})$$
$$=4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}-24\vec{i}-36\vec{j}-12\vec{k}+24\vec{i}-36\vec{j}-12\vec{k}$$
$$=(4-24+24)\vec{i}+(6-36-36)\vec{j}+(2-12-12)\vec{k}$$
$$=4\vec{i}-66\vec{j}-22\vec{k}$$

$$b)\ |\vec{u}-\frac{1}{3}\vec{v}-2\vec{w}|=\left|(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k})-\frac{1}{3}(4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k})-2(6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k})\right|$$
$$=\left|(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k})-\frac{4}{3}\vec{i}-2\vec{j}-\frac{2}{3}\vec{k}-12\vec{i}+18\vec{j}+6\vec{k}\right|$$
$$=\left|(2-\frac{4}{3}-12)\vec{i}+(3-2+18)\vec{j}+(1-\frac{2}{3}+6)\vec{k}\right|=\left|-\frac{34}{3}\vec{i}+19\vec{j}+\frac{19}{3}\vec{k}\right|$$
$$=\sqrt{(-\frac{34}{3})^2+(19)^2+(\frac{19}{3})^2}=\sqrt{\frac{1156}{9}+361+\frac{361}{9}}=\sqrt{361+\frac{1517}{9}}=\sqrt{\frac{3249+1517}{9}}$$
$$=\sqrt{\frac{4766}{9}}=\frac{69.036}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4. $\vec{u}$ او $\vec{v},\vec{v}$ او $\vec{w},\vec{w}$ او $\vec{u}$ وکتورونو ترمنځ واټن پیدا کړئ.

حل:

$$\left|\overrightarrow{uv}\right| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

$$\left|\overrightarrow{uv}\right| = \sqrt{(4-2)^2+(6-3)^2+(2-1)^2} = \sqrt{2^2+3^2+1^2} = \sqrt{14} \Rightarrow \boxed{\left|\overrightarrow{uv}\right| = \sqrt{14}}$$

$$\left|\overrightarrow{vw}\right| = \sqrt{(6-4)^2+(-9-6)^2+(-3-2)^2} = \sqrt{2^2+15^2+5^2} = \sqrt{4+225+25} = \sqrt{254}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left|\overrightarrow{vw}\right| = \sqrt{254}}$$

$$\left|\overrightarrow{wu}\right| = \sqrt{(2-6)^2+(3+9)^2+(1+3)^2} = \sqrt{4^2+12^2+4^2} = \sqrt{16+144+16} = \sqrt{176} = 4\sqrt{11}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left|\overrightarrow{wu}\right| = 4\sqrt{11}}$$

5. هغه وکتور واحدونه پیدا کړئ چې د $\vec{v},\vec{u}$ او $\vec{w}$ وکتورونو په جهت پراته وي؟

حل:

$$\vec{e}_u = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \frac{2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = \frac{2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}}(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}) = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{e}_u = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

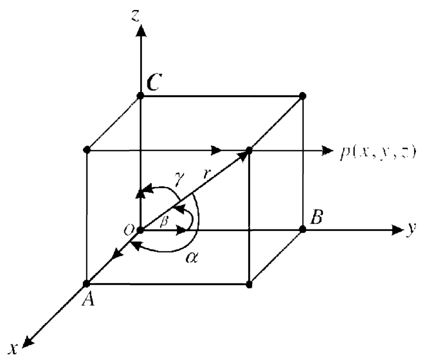
$$\vec{e}_v = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{4^2+6^2+2^2}} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{16+36+4}} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{56}} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{2\sqrt{14}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k} \Rightarrow \vec{e}_v = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

$$\vec{e}_w = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{\sqrt{6^2+(-9)^2+(-3)^2}} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{\sqrt{36+81+9}} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{\sqrt{126}} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{3\sqrt{14}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}-\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}-\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k} \Rightarrow \vec{e}_w = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}-\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}-\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د یوه وکتور د جهت زاویې او کوساینونه

د درسي کتاب (259) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي به د یوه وکتور د جهت زاویو او کوساینونو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي به د یوه وکتور د جهت زاویو او کوساینونو اړوند پوښتنې حل کړای شي. • د پورتني پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان باور پیداکړي او ورځخه خوښې ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیزکار
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد(د ورودي شکل چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست له مهمو ټکو څخه لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې مخکې مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • په چارټ کې څه شی وینئ؟ • د شعاع وکتور په واسطه په فضاکې څو زاویې جوړېږي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ورته وواياست چې د کتاب 259 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوئ، بیا دې د یو یا دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي، هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او د لوست بهیر داسې پیل کړئ:

که د $\vec{r}$ شعاع وکتور د قایمو مختصاتو له محورونو سره په ترتیب د α, β او γ زاویې جوړې کړي، په دې صورت کې لیکلای شو:

$$\overrightarrow{OP}=\vec{r}\ ,\quad \overrightarrow{OA}=\vec{r_x}\ ,\quad \overrightarrow{OB}=\vec{r_y}\ ,\quad \overrightarrow{OC}=\vec{r_z}$$

کولای شو د $\vec{r}$ د وکتور د جهت کوساینونه په لاندې ډول ولیکو:

$$\cos\alpha=\frac{x}{r} \Rightarrow x=r\cos\alpha$$

$$\cos\beta=\frac{y}{r} \Rightarrow y=r\cos\beta$$

$$\cos\gamma=\frac{z}{r} \Rightarrow z=r\cos\gamma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې هره ډله په درې بعدي فضاکې یوه نقطه وښيي، همدارنګه د نوموړي نقطې شعاع وکتور رسم کړي، بیا دې د نوموړي وکتور د جهت زاویې او کوساینونه پیداکړي، تاسو څارنه وکړئ یعنې له ډلو څخه لیدنه وکړئ، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې ورسره مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوئ:

1. دکوم ډول وکتور د جهت زاویې او کوساینونه پیداکولای شو؟
2. د α زاویه له کوم محور سره جوړیږي؟
3. د β زاویه د څه شي په واسطه لاس ته راځي؟
4. د γ زاویه له شعاع وکتور سره څه ډول اړیکه لري؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ د ځواب د نه ویلو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي، لاندې تعریف په پام کې نیسو:

شعاع وکتور: هغه وکتور چې مبداء یې د درې بعدي فضا د وضعیه کمیاتو په مبداء کې واقع وي، α هغه زاویه ده چې شعاع وکتور یې د x له محور سره جوړ وي.

β: هغه زاویه ده چې شعاع وکتور یې د y له محور سره جوړ وي.

γ: هغه زاویه ده چې شعاع وکتور یې د z له محور سره جوړ وي.

همدارنګه $\vec{i}$, $\vec{j}$ او $\vec{k}$ په درې بعدي فضاکې واحد وکتورونه دي. $\vec{i}$ د x د محور واحد وکتور $\vec{j}$ د y د محور واحد وکتور او $\vec{k}$ د z د محور واحد وکتور دی، قیمتونه یې په لاندې ډول دي:

$$\vec{i}=(1,0,0)=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \quad , \quad \vec{j}=(0,1,0)=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \quad , \quad \vec{k}=(0,0,1)=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. که $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ ، $\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ او $\vec{w}=5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ وي، پیداکړئ؟

$a)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=?$ $\quad b)\ \vec{v}-3\vec{w}=?$ $\quad c)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$a)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}+2(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$$
$$=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}+6\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$$
$$\Rightarrow \boxed{\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}}$$

$$b)\ \vec{v}-3\vec{w}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-3(5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k})=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-15\vec{i}+3\vec{j}-9\vec{k}$$
$$=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k} \quad \Rightarrow \boxed{\vec{v}-3\vec{w}=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}}$$

$$c)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\left|3(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|=\left|9\vec{i}-6\vec{j}+6\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|$$
$$=\left|14\vec{i}-7\vec{j}+9\vec{k}\right|=\sqrt{14^2+(-7)^2+9^2}=\sqrt{196+49+81}=\sqrt{326}$$
$$\Rightarrow \boxed{\left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\sqrt{326}}$$

2. د α اندازه داسې پیداکړئ چې د $\alpha\vec{i}+(\alpha+1)\vec{j}+2\vec{k}$ وکتور اوږدوالی مساوي په 3 وي.

حل:

$$\left|\alpha\vec{i}+(\alpha+1)\vec{j}+2\vec{k}\right|=3$$
$$\sqrt{\alpha^2+(\alpha+1)^2+2^2}=3$$
$$\sqrt{\alpha^2+\alpha^2+2\alpha+1+4}=3 \Rightarrow (\sqrt{2\alpha^2+2\alpha+5})^2=3^2 \Rightarrow 2\alpha^2+2\alpha+5=9$$
$$\Rightarrow 2\alpha^2+2\alpha-4=0 \Rightarrow \alpha^2+\alpha-2=0 \Rightarrow (\alpha-1)(\alpha+2)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}\alpha-1=0 \Rightarrow \alpha=1\\ \alpha+2=0 \Rightarrow \alpha=-2\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپرکی: وکتورنه

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\theta$$

د دوو وکتورونو د سکالري ضرب حاصل

د درسي کتاب (261) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د دوو وکتورونو د سکالري ضرب په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د دوو وکتورونو سکالري ضرب په یوه عددي پوښتنه کې تطبیق کړای شي. • زده‌کوونکي د پورتني پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان باورمن او ډاډ پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد، د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • ایا کولای شئ د دوو حقیقي عددونو ضرب حاصل په لاس راوړئ. • تاسو د دوو یا څو حقیقي عددونو د ضرب لپاره دغو دوو (×,·) علامو څخه کار اخیستی دی ایا د دوو وکتورونو د ضرب لپاره هم کولای شئ، له نوموړو علامو څخه کار واخلئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته وواياست چې د کتاب 261 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوئ بیا دې د یو یا دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي، هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او د لوست بهیر داسې پیل کړئ:

که $\vec{u}$ او $\vec{v}$ دوه وکتورونه چې صفر نه وي په مستوي یا فضا کې په پام کې نیسو د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ سکالري ضرب په (·) سره ښيي، که $\vec{u}$ او $\vec{v}$ دوه وکتورونه وي او وغواړو د سکالري ضرب حاصل يې په لاس راوړو نو:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\theta$$

په داسې حال کې چې $|\vec{u}|$ د $\vec{u}$ د وکتور اوږدوالی او $|\vec{v}|$ د $\vec{v}$ د وکتور اوږدوالی او θ د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو ترمنځ زاویه ده. په داسې حال کې چې ($0\le\theta\le\pi$) سره وي. که وغواړو د دوو وکتورونو ترمنځ زاویه په لاس راوړو له دغه فورمول $\cos\theta=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$ څخه کار اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې د درسي کتاب 262 مخ لومړی مثال د سکالري ضرب د تعریف په پام کې نیولو سره ورته مرحله په مرحله حل لـه خواصو سره یې تشریح او توضیح کړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره زده‌کوونکو ته په یو کسیزه توګه دنده ورکړئ چې د کتاب لـه لیدلو پرته د درسي کتاب 263 مخ دریم مثال حل کړي، تاسو د ټولګي څارنه وکړئ او د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ:

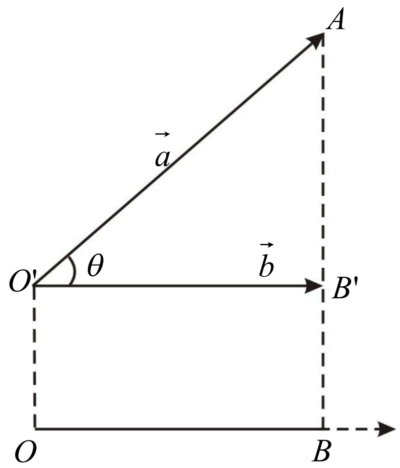
1. د دوو حقیقي عددونو د ضرب حاصل کوم عدد دی؟
2. ایا د دوو وکتورونو د سکالري د ضرب حاصل وکتوري کمیت دی او که سکالري کمیت؟
3. په حقیقي عددونو کې تبادلوي خاصیت یعنې $2\cdot 3=3\cdot 2$ یا $a\cdot b=b\cdot a$ دی، ایا د دوو وکتورونو په سکالري ضرب کې تبادلوي خاصیت $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ هم صدق کوي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ، د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو معلومات په دې اړه زیات شوی وي، همدارنګه ځینې پوښتنې په تمرین کې راغلي دي چې حل یې د لاندې معلوماتو په واسطه کېږي.

د یوه وکتور تصویر (ارتسام) په ټاکلي جهت: که د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو ترمنځ زاویه په θ سره وښیو، نو د $\vec{a}$ د وکتور تصویر (ارتسام) (*projection*) د $\vec{b}$ وکتور په جهت عبارت دی، له:



$$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=|\vec{a}|\cos\theta\,\vec{e_b}$$

پوهېږو چې:

$$\vec{e_b}=\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=|\vec{a}|\cos\theta\cdot\vec{e_b}=|\vec{a}|\cdot\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}\cdot\vec{b}$$

$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}\vec{b}$ د $\vec{a}$ وکتور مرتسم (تصویر) د $\vec{b}$ په جهت.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. وښایاست چې د $\vec{v}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ د وکتور مرتسمونه د $\vec{k},\vec{j},\vec{i}$ واحد وکتورونو په امتداد په ترتیب سره له c,b,a سره مساوي دي.

حل: د $\vec{a}$ وکتور مرتسم د $\vec{b}$ د وکتور په امتداد په لاندې ډول دی:

$$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=\frac{\vec{b}\cdot\vec{a}}{|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}\cdot\vec{b}$$

نو لرو چې:

$$P_{\vec{i}}^{\vec{v}}=\frac{\vec{i}\cdot\vec{v}}{\vec{i}\cdot\vec{i}}\cdot\vec{i}=\frac{\vec{i}(a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k})}{1}\cdot\vec{i}=(ai\cdot i+bi\cdot j+ci\cdot k)i=(a+b\cdot 0+c\cdot 0)\cdot i=ai$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\vec{i}}^{\vec{v}}=ai}$$

$$P_{\vec{j}}^{\vec{v}}=\frac{\vec{j}\cdot\vec{v}}{\vec{j}\cdot\vec{j}}\cdot\vec{j}=\frac{\vec{j}(a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k})}{1}\cdot\vec{j}=(ai\cdot j+bj\cdot j+ck\cdot j)j=(a\cdot 0+b+c\cdot 0)j=bj$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\vec{j}}^{\vec{v}}=bj}$$

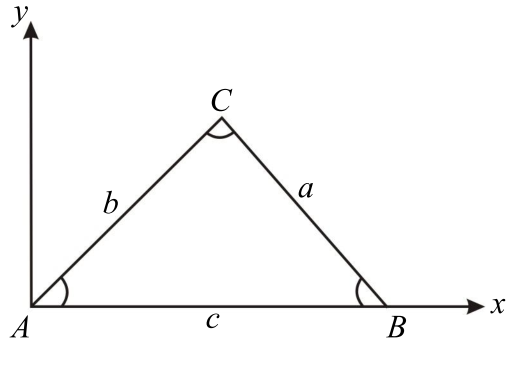
$$P_{\vec{k}}^{\vec{v}}=\frac{\vec{k}\cdot\vec{v}}{\vec{k}\cdot\vec{k}}\cdot\vec{k}=\frac{\vec{k}(a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k})}{1}\cdot\vec{k}=(ai\cdot k+bj\cdot k+ck\cdot k)k=(a\cdot 0+b\cdot 0+c)k=ck$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\vec{k}}^{\vec{v}}=c\vec{k}}$$

2. وښایاست چې په هر $\overset{\Delta}{ABC}$ کې لاندې اړیکې وجود لري:

$i)\ a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A \qquad ii)\ a=b\cdot\cos C+c\cdot\cos B$

حل:



$i)$

$$a=|\overline{BC}|=\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

څرنګه چې $x=b\cos A$ او $y=b\sin A$ دی؛ نو:

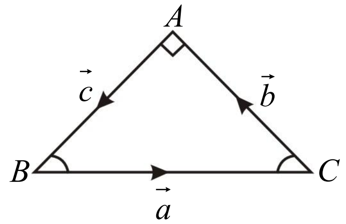
$$a=\sqrt{(b\cos A-c)^2+(b\sin A)^2}\ \Rightarrow\ a=\sqrt{b^2\cos^2 A-2bc\cos A+c^2+b^2\sin^2 A}$$

$$\Rightarrow a^2=b^2(\cos^2 A+\sin^2 A)-2bc\cos A+c^2$$

$$\boxed{a^2=b^2+c^2-2bc\cos A}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ii)



$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CA}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{c}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0 \ /\cdot\vec{a}$

$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot 0=0$

$\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}=0$

$|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|+|\vec{a}||\vec{b}|\cos(180^\circ-C)+|\vec{a}||\vec{c}|\cos(180^\circ-B)=0$

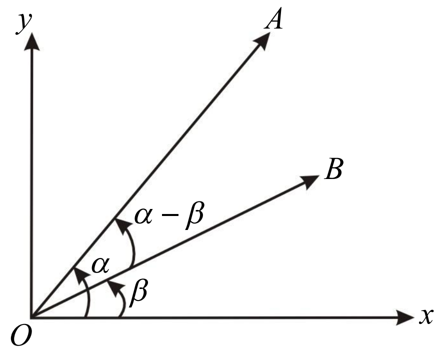
$a\cdot a-ab\cos C-ac\cos B=0$

$a^2-ab\cos C-ac\cos B=0/\div a$

$a-b\cos C-c\cos B=0 \quad \Rightarrow \quad a=b\cos C+c\cos B$

3. ثبوت کړئ چې: $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

حل:



$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

که چیرې $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ او $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ دوه واحد وکتورنه د xy په مستوي کې وي، دغه دوه واحد وکتورونه د xy په مستوي کې د α او β زاويې جوړوي، همدارنګه پوهېږو چې: $\vec{a}=a_1i+a_2j=xi+yj$

د $\vec{a}$ د وکتور مرکبه د x پر محور عبارت دی له $a_1=x=\cos\alpha$، همدارنګه د $\vec{a}$ د وکتور مرکبه د y پر محور عبارت دی له $a_2=y=\sin\alpha$ او د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو نورم يا طول عبارت دی له $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$ دی؛ نو ليکلای شو:

$\vec{a}=a_1i+a_2j=xi+yj=\cos\alpha\, i+\sin\alpha\, j \ \ldots \ \text{I}$

$\vec{b}=b_1i+b_2j=xi+yj=\cos\beta\, i+\sin\beta\, j \ \ldots \ \text{II}$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو ترمنځ زاويه عبارت ده له: $(\alpha-\beta)$ او د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو سکالري ضرب په لاس راوړو:

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\alpha-\beta)=1\cdot 1\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos(\alpha-\beta) \ \ldots \ \text{III}$

که د I او II اړيکې له يو بل سره ضرب کړو، په لاس راځي:

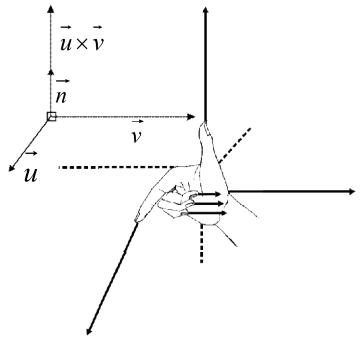
$\vec{a}\cdot\vec{b}=(\cos\alpha\, i+\sin\alpha\, j)\cdot(\cos\beta\, i+\sin\beta\, j)$

$=\cos\alpha\, i\cos\beta\, i+\cos\alpha\, i\sin\beta\, j+\sin\alpha\, j\cos\beta\, i+\sin\alpha\, j\sin\beta\, j$

$=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta \ \ldots \ \text{IV}$

له III او IV اړيکو څخه ليکلای شو، چې $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د وکتوري ضرب حاصل

د درسي کتاب (265) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د وکتوري ضرب په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د دوو وکتورونو وکتوري ضرب په لاس راوړای شي. • زده‌کوونکي د پورتني پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان ډاډمن او ورځخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې مخکې مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • په چارټ کې څه وینئ؟ • په چارټ کې څو وکتورونه وینئ او یو له بل سره څه اړیکه لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د لوست بهیر داسې پیل کړئ:

د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونه چې د صفر خلاف وي په پام کې نیسو د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ دوو وکتورونو د وکتوري ضرب حاصل په $\vec{u} \times \vec{v}$ سره ښيي او په لاندې ډول تعریفېږي: $\vec{u} \times \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin\theta\, \vec{n}$

په داسې حال کې چې θ د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ $(0 \le \theta \le \pi)$ وکتورونوترمنځ زاویه او $\vec{n}$ د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو په واسطه د جوړې شوې مستوي له عمود واحد وکتور څخه عبارت دی، یا په بل عبارت د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو وکتوري ضرب له هغه دریم وکتور څخه عبارت دی چې ددوی په مبدا باندې عمود دی.

یو مهم توپیر د سکالري او وکتوري ضرب دا دی چې د دوو وکتورونو سکالري ضرب یو سکالر دی او د دوو وکتورونو د وکتوري ضرب حاصل یو وکتور دی.

د دوو وکتورونو خطي ترکیب:

د یوه سیټ د وکتورونو د سکالري مضربونو مجموعه د همغه سیټ د وکتورونو د خطي ترکیب په نامه یادېږي. که $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$ د یوه سیټ وکتورونه او $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in IR$ سکالرونه وي، په دې صورت کې د $\vec{a}$ وکتور په

(c) ketabton.com: The Digital Library

داسې حال کې چې $\vec{a} = \alpha_1 \vec{a_1} + \alpha_2 \vec{a_2} + \; .... \; + \alpha_n \vec{a_n}$ وي، د $\vec{a}$ وکتور د $\vec{a_1}\,, \vec{a_2}\,, \; .... \; , \vec{a_n}$ وکتورونو د خطي ترکیب په نامه یادېږي.

که چیرې په یوه خطي ترکیب کې $\alpha_1 = \alpha_2 = \; .... \; = \alpha_n = 0$ وي، وکتورونه خطي خپلواکي لري او که یو د $(i = 1, 2, ..., n)\alpha_i$ د صفر خلاف وي، وکتورونه خطي خپلواکي نه لري.

په پای کې د درسي کتاب 265 مخ لومړی مثال د $\vec{a_1}$ او $\vec{a_2}$ وکتورونو د وکتوري ضرب حاصل په لاس راوړئ او په دویم پړاو کې د نوموړو وکتورونو خطي ترکیب، خطي خپلواکي او خطي غیر خپلواکي ورته په لاس راوړی.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهې په موخه د درسي کتاب 266 مخ دویم مثال زده‌کوونکو ته په یوکسیزه توگه ورکړی چې د کتاب له لیدلو پرته یې حل کړي، په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی د تختې مخې ته راوغواړئ چې نوموړی مثال پر تخته باندې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، د ټولگي ځارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

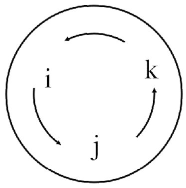
ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ډاډمن شی ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ د لاندې پوښتنو په کولو سره زده‌کوونکي وارزوئ:

1. د دوو وکتورونو وکتوري او سکالري ضرب یو له بل سره څه توپیر لري؟
2. که چیرې $\alpha_1 = \alpha_2 = \; .... \; = \alpha_n = 0$ سره وي، ایا وکتورونه خطي خپلواکي لري او که نه؟
3. که یو د $(i = 1, 2, ..., n)\alpha_i$ خلاف د صفر وي، ایا وکتورنه خطي خپلواکي لري او که نه؟
4. ایا د دوو وکتورنو وکتوري ضرب حاصل وکتوري کمیت دی او که سکالري؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته او لوست ورته یو ځل بیا توضیح او تشریح کړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي، یو ځل بیا د واحد وکتورونو د تشکیل لپاره هغه دایروي جوړښت چې په درسي کتاب کې هم راغلی لیکو:



او د دوو وکتورونو وکتوري ضرب تعریف چې وایي د دوو وکتورونو وکتوري ضرب له هغه دریم وکتور څخه عبارت دی چې د نوموړو وکتورونو په مبداء باندې عمود دی؛ یعنې:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} = |\vec{a}|\,|\vec{b}| \cdot \sin\theta\, \vec{n}$$

د درسي کتاب 270 مخ کې $\vec{i} \times \vec{i} = 0$ ، $\vec{j} \times \vec{j} = 0$ او $\vec{k} \times \vec{k} = 0$ دی.

$$\vec{i} \times \vec{i} = |\vec{i}| \cdot |\vec{i}| \cdot \sin 0^\circ = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$$

$$\vec{j} \times \vec{j} = |\vec{j}| \cdot |\vec{j}| \cdot \sin\theta = 1 \cdot 1 \cdot \sin 0^\circ = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$$

$$\vec{k} \times \vec{k} = |\vec{k}| \cdot |\vec{k}| \cdot \sin\theta = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپرکی: وکتورنه

د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په واسطه د یوه وکتور ښودل

د درسي کتاب (267) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په واسطه د یوه وکتور دښودلو په مفهوم پوه شي. • په دوه بُعدي، درې بُعدي او بالاخره په n بُعدي فضا کې طبیعي واحد وکتورونه وپېژني. • یو وکتور د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په شکل وښودلای شي. • د پورته پوهې او مهارت له حاصلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست چې د وکتورونو خطي ترکیب دی، زده‌کوونکو ته په لنډ ډول تکرار کړئ، وروسته له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ: • ایا د (x_1, x_2, x_3) وکتورد طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په شکل ښودلای شو ؟ ښاغلی ښوونکی که چیرې زده‌کوونکي ځواب وو ایي ښه به وي، له هغه پرته تاسې یې حل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی په دوه بُعدي، درې بُعدي او بالاخره په عمومي حالت یعنې n بُعدي فضا کې د ورکړ شوو وکتورونو ښودل د واحد وکتورونو د ضربیونو د مجموعې په شکل زده‌کوونکو ته توضیح او تشریح کړئ.
- ښاغلی ښوونکی هغه عنوان چې د(وکتورونو خطي خپلواکي) ده، پر تخته باندې ولیکئ او زده‌کوونکو ته وو ایي چې د $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$ وکتورونه په یوه وکتوري ساحه کې خطي خپلواکي لري، که چیرې د غه خطي ترکیب $\alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + \ldots + \alpha_n\vec{a}_n = 0$ مساوي صفر وي، نو په دې صورت کې $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = 0$ سره شي. وروسته د(غیر خپلواک) عنوان پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته یې تعریف او توضیح کړئ، ورپسې هغه یادونه چې په کې د یوه سټ د وکتورونو د خطي خپلواکي په لاس راوړلو پراوونه دي، د 268 مخ مثال په حلولو سره په ټولګي کې توضیح او تشریح کړئ، تر څو زده‌کوونکي د وکتورونو د خطي خپلواکي په مفهوم ښه پوه شي.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د کتاب د 269 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې د یو بل په مشوره سرته ورسوي. وروسته د یوې ډلې استازي راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. بیا تاسې د فعالیت پایله ورته توضیح او ددې مخ لومړی مثال پر تخته مرحله په مرحله حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د کتاب 270 مخ دويم مثال زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په انفرادي توګه يې د کتاب له ليدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. وروسته يو داوطلب زده‌کوونکی دې نوموړی مثال پر تخته حل او د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډه شي ايا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ د لاندې پوښتنو په کولو سره زده‌کوونکي وارزوي:

1. يو زده‌کوونکی دې په درې بُعدي فضاکې طبيعي واحد وکتور پر تخته وليکي؟

2. يو زده‌کوونکی دې د $\vec{a}=(2,3)$ وکتور د طبيعي واحد وکتورونو د خطي ترکيب په شکل وليکی؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د درسي کتاب د 267 مخ د فعاليت حل:

$$S=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$$
$$\alpha_1(1,0,0)+\alpha_2(0,1,0)+\alpha_3(0,0,1)=0$$
$$(\alpha_1,0,0)+(0,\alpha_2,0)+(0,0,\alpha_3)=0$$
$$(\alpha_1+0+0,\ 0+\alpha_2+0,\ 0+0+\alpha_3)=0$$
$$(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=0 \Rightarrow \alpha_1=0,\quad \alpha_2=0,\quad \alpha_3=0$$

څرنګه چې $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$ دی، نو S خطي خپلواکي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپرکی: وکتورنه

د مخلوط ضرب حاصل یا درې ګونی ضرب (*Triple product*)

د درسي کتاب (270) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د مخلوط ضرب حاصل په مفهوم پوه شي. • په مخلوط ضرب پورې اړونده پوښتنې حل کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لاس ته راوړلو سره خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته تېر لوست په لنډ ډول تکرار کړئ او ددې لپاره چې د زده‌کوونکو پام موضوع ته راواړوئ، په لاندې ډول وپوښتئ: • د $(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$ د ضرب حاصل وکتور دی او که سکالر ؟ • ایا $(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$ له $(\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{a}$ سره مساوي دي ؟ که چیرې زده‌کوونکي ځوابونه وواییي ښه به وي، له هغه پرته تاسو په لنډ ډول معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د لوست عنوان(د مخلوط د ضرب حاصل) پر تخته باندې ولیکئ او زده‌کوونکو ته د دوو یا څو وکتورونو د ضربولو ټول حالتونه توضیح او تشریح کړی، بیا زده‌کوونکو ته وواییئ چې د $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})$ اړیکه د متوازي‌السطوح له حجم څخه عبارت ده، په داسې حال کې چې د $\vec{a}$, $\vec{b}$ او $\vec{c}$ وکتورونه د متوازي‌السطوح ضلعې وي.
- ښاغلی ښوونکی د درسي کتاب 271 مخ د تطبیقاتي مسئلې عنوان پر تخته ولیکئ او د 2,1 او 3 مسئلې د پوښتنو او ځوابونو په طریقه د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکیم لپاره دکتاب 273 مخ څلورم مثال چې د یوې متوازي‌السطوح مساحت شکل یې پر تخته رسم کړي او یو داوطلب زده‌کوونکي ته وواياست چې پر تخته یې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې یې دکتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. د تېروتنې په صورت کې مرسته وکړئ. په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي او تېروتنې دې اصلاح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډه شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ د لاندې پوښتنو په کولو سره زده‌کوونکي وارزوئ:

1. د $(\vec{c}\cdot\vec{a})\vec{b}$ د ضرب حاصل وکتور دي او که سکالر؟

2. یو زده‌کوونکی دې $\sin(\alpha+\beta)$ ته د تختې پر مخ انکشاف ورکړي.

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. که $\vec{a}_1 = t^2+t+2$، $\vec{a}_2 = 2t^2+t$ او $\vec{a}_3 = 3t^2+2t+2$ وي، وښایاست چې نوموړي وکتورونه خطي خپلواکي لري؟

حل:

$$\alpha\vec{a_1}+\beta\vec{a_2}+\gamma\vec{a_3} = \alpha(t^2+t+2)+\beta(2t^2+t)+\gamma(3t^2+2t+2)=0$$
$$=\alpha t^2+\alpha t+2\alpha+2\beta t^2+\beta t+3\gamma t^2+2\gamma t+2\gamma=0$$
$$=(\alpha+2\beta+3\gamma)t^2+(\alpha+\beta+2\gamma)t+2\alpha+2\gamma=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}\alpha+2\beta+3\gamma=0\\ \alpha+\beta+2\gamma=0\\ 2\alpha+2\gamma=0\end{cases} \Rightarrow 2\alpha+2\gamma=0 \Rightarrow \boxed{\alpha=-\gamma}$$
$$\alpha+\beta+2\gamma=0 \Rightarrow -\gamma+\beta+2\gamma=0 \Rightarrow \beta+\gamma=0 \Rightarrow \boxed{\beta=-\gamma}$$
$$\Rightarrow \boxed{\alpha=\beta=-\gamma}$$

نو د $\alpha=\beta=-\gamma$ د ټولو قیمتونو لپاره پورتنی خطي ترکیب صدق کوي او د α، β او γ لپاره داسې قیمتونه هم شتون لري چې صفر نه وي؛ نو په نتیجه کې نوموړي وکتورونه خطي خپلواکي نه لري.

2. وښایاست چې $\vec{a}=2i+3j+4k$ او $\vec{b}=4i+6j+8k$ وکتورونه یو له بل سره کوم ډول خطي اړیکه لري؟

حل:

$$\alpha\vec{a}+\beta\vec{b} = \alpha(2i+3j+4k)+\beta(4i+6j+8k)$$
$$=2\alpha i+3\alpha j+4\alpha k+4\beta i+6\beta j+8\beta k=0$$
$$=(2\alpha+4\beta)i+(3\alpha+6\beta)j+(4\alpha+8\beta)k=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}2\alpha+4\beta=0\\ 3\alpha+6\beta=0\\ 4\alpha+8\beta=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha+2\beta=0\\ \alpha+2\beta=0\\ \alpha+2\beta=0\end{cases}$$
$$\Rightarrow \alpha=-2\beta$$

نو په نتیجه کې د $\alpha=-2\beta$ په ټولو قیمتونو کې پورتنی خطي ترکیب صدق کوي او د α او β لپاره د صفر خلاف قیمتونه هم موجود دي، نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونه خطي خپلواکي نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. ثبوت کړئ چې $\vec{a}_1 = 2i$, $\vec{a}_2 = 5j$ او $\vec{a}_3 = 9k$ وکتورونه خطي خپلواکي لري.

حل:

$$\alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_2\overrightarrow{a_2} + \alpha_3\overrightarrow{a_3} = 0$$

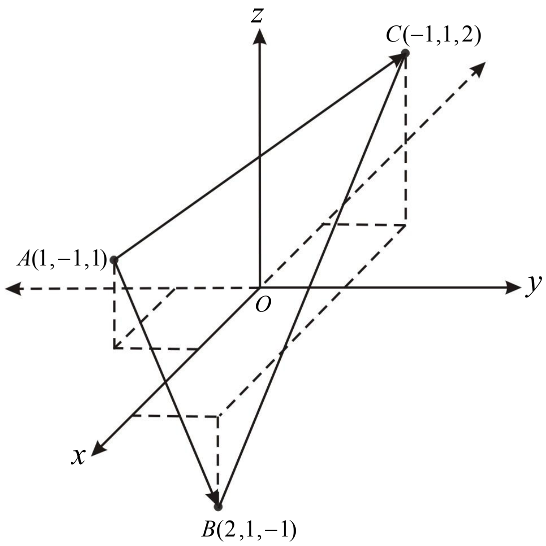
$$\alpha_1 2i + \alpha_2 5j + \alpha_3 9k = 0 \;\Rightarrow\; 2\alpha_1 = 0 \;\;,\;\; 5\alpha_2 = 0 \;\;,\;\; 9\alpha_3 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

په پایله کې ویلی شو چې پورتني وکتورونه خطي خپلواکي لري.

4. د هغه مثلث مساحت پیدا کړئ چې راسونه یې $A(1,-1,1)$ ، $B(2,1,-1)$ او $C(-1,1,2)$ وکتورونو په واسطه درکړل شوی وي، همدارنگه هغه واحد کتور چې پر ABC مستوي عمود دی، مطلوب دی.

حل:



$$\overrightarrow{AB} = (2-1, 1-(-1), -1-1) = (1, 2, -2) = i + 2j - 2k$$

$$\overrightarrow{AC} = (-1-1, 1-(-1), 2-1) = (-2, 2, 1) = -2i + 2j + k$$

$$A(A\overset{\Delta}{B}C) = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\left|(i+2j-2k)\times(-2i+2j+k)\right| = \frac{1}{2}\left|2k - j + 4k + 2i + 4j + 4i\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|6i + 3j + 6k\right| = \frac{1}{2}\sqrt{6^2+3^2+6^2} = \frac{1}{2}\sqrt{36+9+36}$$

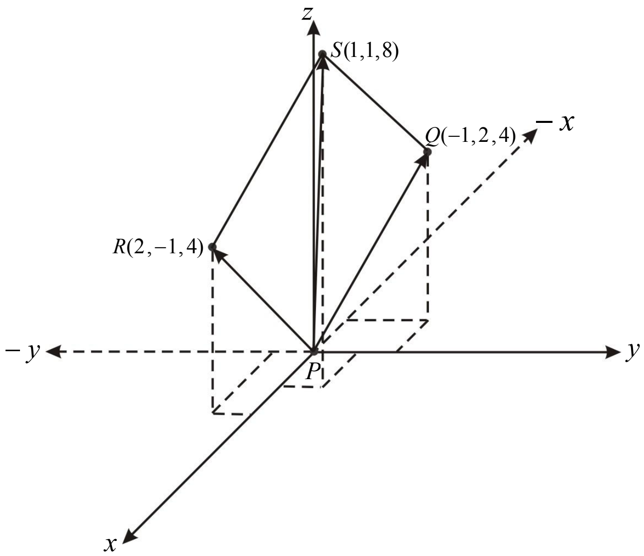
$$= \frac{1}{2}\sqrt{81} \quad\Rightarrow\quad \boxed{A(A\overset{\Delta}{B}C) = \frac{1}{2}\sqrt{81} = \frac{1}{2}\cdot 9 = 4.5unit^2}$$

هغه واحد وکتور چې د ABC پر مستوي عمود دی، دغه بحث د درسي کتاب او خصوصاً د دغه فصل له سویې لوړ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. د هغې متوازي الاضلاع مساحت پیدا کړئ چې د $P(0,0,0)$, $Q(-1,2,4)$ ، $R(2,-1,4)$ او $S(1,1,8)$ وکتورونو په واسطه ځانګړی شوی وي.

حل:



$$\overrightarrow{PQ} = (-1-0, 2-0, 4-0) = (-1,2,4) = -i + 2j + 4k$$

$$\overrightarrow{PR} = (2-0, -1-0, 4-0) = (2,-1,4) = 2i - j + 4k$$

$$\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = i\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= i(8+4) - j(-4-8) + k(1-4) = 12i + 12j - 3k$$

$$\left|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}\right| = \sqrt{12^2 + 12^2 + (-3)^2} = \sqrt{144+144+9} = \sqrt{297} = 3\sqrt{33}$$

د متوازي‌الاضلاع مساحت $= 3\sqrt{33}$

6. که $\vec{u} = 2i - j + k$ ، $\vec{v} = 4i + 2j - k$ سره وي، د لاندې وکتورونو د ضرب حاصل پیدا کړئ؟

$i)\ \vec{u} \times \vec{u}$ $\qquad ii)\ \vec{u} \times \vec{v}$ $\qquad iii)\ \vec{v} \times \vec{u}$

حل:

$$i)\ \vec{u} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-1+1)i - (2-2)j + (-2+2)k = 0$$

$$ii)\ \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (1-2)i - (-2-4)j + (4+4)k = -i + 6j + 8k$$

$$iii)\ \vec{v} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (2-1)i - (4+2)j + (-4-4)k = i - 6j - 8k = -(-i + 6j + 8k)$$

$$= -\vec{u} \times \vec{v}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم ټولګي د عمومي پوښتنو حل(اته درسي ساعتونه)

1): که $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$ او $\vec{b}=4\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$ وي:

a): $\vec{a}\cdot\vec{b}$ b): $\vec{b}\cdot\vec{a}$ مطلوب دی

حل:

$$a)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k})(4\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k})=3\cdot4+(-1)(3)+(5)(-2)$$
$$=12-3-10=12-13=-1$$

$$b)\ \vec{b}\cdot\vec{a}=(4\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k})(3\vec{i}+-\vec{j}+5\vec{k})=12-3-10=-1$$

2): که چېرې د $P(2,3)$ او $Q(6,-2)$ ټکي د $\overrightarrow{OP}$ او $\overrightarrow{OQ}$ شعاع وکتورونو پای وي، په دې صورت کې د P او Q په مستوي کې د $xi+yj$ وکتور په څېر ولیکئ.

حل:

$$\overrightarrow{OP}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=2\vec{i}+3\vec{j}$$
$$\overrightarrow{OQ}=\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}=6\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=6\vec{i}-2\vec{j}$$

3): که چیرې $A(1,-1)$ ، $B(2,0)$ ، $C(-1,3)$ او $D(-2,2)$ درکړل شوي وي، د $\vec{AB}$ او $\vec{CD}$ وکتورونو حاصل جمع مطلوب دی.

حل:

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}2-1\\0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\vec{i}+\vec{j}$$
$$\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix}-2+1\\2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}=-\vec{i}-\vec{j}$$
$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{i}-\vec{j}=0$$

4): که چیرې $A(2,5)$ ، $B(-1,1)$ او $C(2,-6)$ درکړل شوي وي، مطلوب دی:

$i)\ \vec{AB}=?$ $ii)\ 2\vec{AB}-\vec{CB}=?$ $iii)\ 2\vec{CB}-2\vec{CA}=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$i)\ \overrightarrow{AB}=(-1-2,1-5)=(-3,-4)=-3\vec{i}-4\vec{j}$$

$$ii)\ \overrightarrow{CB}=(-1-2,1+6)=-3\vec{i}+7\vec{j}$$

$$2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=2(-3\vec{i}-4\vec{j})-(-3\vec{i}+7\vec{j})=-6\vec{i}-8\vec{j}+3\vec{i}-7\vec{j}=-3\vec{i}-15\vec{j}$$

$$iii)\ \overrightarrow{CA}=(2-2,5+6)=(0,11)=+11\vec{j}\ \Rightarrow\ 2\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{CA}=2(-3\vec{i}+7\vec{j})-2(11\vec{j})$$

$$=-6\vec{i}+14\vec{j}-22j=-6\vec{i}-8\vec{j}\ \Rightarrow\ 2\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{CA}=-6\vec{i}-8\vec{j}$$

5: که چېرې $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ ، $\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ او $\vec{w}=5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ ورکړل شوی وي، **مطلوب دی:**

$i)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}$ $\qquad ii)\ \vec{v}-3\vec{w}$ $\qquad iii)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=?$

حل:

$$i)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=(\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k})+2(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$$

$$=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}+6\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$$

$$=(1+6+5)\vec{i}+(2-4-1)\vec{j}+(-1+4+3)\vec{k}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}}$$

$$ii)\ \vec{v}-3\vec{w}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-3(5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k})=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-15\vec{i}+3\vec{j}-9\vec{k}$$

$$=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{v}-3\vec{w}=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}}$$

$$iii)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\left|3(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|=\left|9\vec{i}-6\vec{j}+6\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|$$

$$=\left|14\vec{i}-7\vec{j}+9\vec{k}\right|=\sqrt{14^2+(-7)^2+9^2}=\sqrt{196+49+81}=\sqrt{326}$$

$$\boxed{\left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\sqrt{326}}$$

(iv: د $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ او $\vec{w}$ راکړل شوو وکتورونو په جهت واحد وکتورونه پیداکړئ

$$\overrightarrow{e_u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=\frac{\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}}{\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{i}+\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{j}-\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{k}$$

$$\overrightarrow{e_v}=\frac{3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{9+4+4}}=\frac{3}{\sqrt{17}}\vec{i}-\frac{2}{\sqrt{17}}\vec{j}-\frac{2}{\sqrt{17}}\vec{k}$$

$$\overrightarrow{e_w}=\frac{5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}}{\sqrt{5^2+(-1)^2+3^2}}=\frac{5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}}{\sqrt{25+1+9}}=\frac{5}{\sqrt{35}}\vec{i}-\frac{1}{\sqrt{35}}\vec{j}+\frac{3}{\sqrt{35}}\vec{k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6): د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ درکړل شو و وکتورونو لپاره سکالري ضرب حاصل د $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ، $\vec{b}\cdot\vec{a}$ او وکتوري ضرب حاصل د $\vec{a}\times\vec{b}$ او $\vec{b}\times\vec{a}$ پیدا او دوه په دوه یې پرتله کړئ، که چیرې $\vec{a}$ او $\vec{b}$ په لاندې توګه وي:

$$i)\ \begin{cases}\vec{a}=2i+j-k\\ \vec{b}=i-j+k\end{cases} \qquad ii)\ \begin{cases}a=i+j\\ b=i-j\end{cases}$$

$$iii)\ \begin{cases}\vec{a}=3i-2j+k\\ \vec{b}=i+j\end{cases} \qquad iv)\ \begin{cases}\vec{a}=-4i+j-2k\\ \vec{b}=2i+j+k\end{cases}$$

حل:

$$i)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})=2(i\cdot i)-j\cdot j-k\cdot k=2-1-1=0$$

$$\vec{b}\cdot\vec{a}=(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})=2-1-1=0 \ \Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})\times(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})=2i\times i-2i\times j+2i\times k+j\times i-j\times j+j\times k-k\times i+k\times j-k\times k$$

$$=2\cdot 0-2k-2j-k-0+i-j-i-0=-3j-3k \ \Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-3j-3k$$

$$\vec{b}\times\vec{a}=(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})\times(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})=2i\times i+i\times j-i\times k-j\times 2i-j\times j+j\times k+k\times 2i+k\times j-k\times k$$

$$=0+k+j+2k-0+i+2j-i-0=3j+3k \ \Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$$

$$ii)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(i+j)(i-j)=i\cdot i-j\cdot j=1-1=0$$

$$\vec{b}\cdot\vec{a}=(i-j)(i+j)=i\cdot i-j\cdot j=1-1=0$$

$$\boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=(i+j)\times(i-j)=i\times i-i\times j+j\times i-j\times j=0-k-k+0=-2k$$

$$\vec{b}\times\vec{a}=(i-j)\times(i+j)=i\times i+i\times j-j\times i-j\times j=0+k+k=2k$$

$$\boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}}$$

$$iii)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})(i+j)=3i\cdot i+3i\cdot j-2j\cdot i-2j\cdot j+k\cdot i+k\cdot j=3-2=1 \ \Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=1$$

$$\vec{b}\cdot\vec{a}=(i+j)(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})=i\cdot 3i-i\cdot 2j+i\cdot k+j\cdot 3i-j\cdot 2j+j\cdot k=3-0+0+3\cdot 0-2+0$$

$$=3-2=1 \ \Rightarrow\ \vec{b}\cdot\vec{a}=1 \quad \boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})\times(i+j)=3i\times i+3i\times j-2j\times i-2j\times j+k\times i+k\times j$$

$$=3\cdot 0+3k+2k-2\cdot 0+j-i=-i+j+5k$$

$$\vec{b}\times\vec{a}=(i+j)\times(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})=3i\times i-2i\times j+i\times k+3j\times i-2j\times j+j\times k$$

$$=0-2k-j-3k-2\cdot 0+j=i-j-5k=-(-i+j+5k) \quad \boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$vi)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$

$=-4\cdot 2i\cdot i-4i\cdot j-4i\cdot k+2j\cdot i+j\cdot j+j\cdot k-2\cdot 2k\cdot i-2k\cdot j-2k\cdot k$

$=-8-4\cdot 0-4\cdot 0+2\cdot 0+1+0-4\cdot 0-2\cdot 0-2\cdot 1=-8+1-2=-9 \quad \Rightarrow \boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=-9}$

$\vec{b}\cdot\vec{a}=(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})=-2\cdot 4+1-2\cdot 1=-8+1-2=-9 \quad \Rightarrow \boxed{\vec{b}\cdot\vec{a}=-9}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}}$

$\vec{a}\times\vec{b}=(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})\times(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$

$=-4i\times 2i-4i\times j-4i\times k+j\times 2i+j\times j+j\times k-2k\times 2i-2k\times j-2k\times k$

$=0-4k-4(-j)-2k+0+i-4j-2(-i)+0=-4k+4j-2k+i-4j+2i=3i-6k$

$\vec{b}\times\vec{a}=(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})\times(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})$

$=2i\times(-4i)+2i\times j+2i\times(-2k)+j\times(-4i)+j\times j+j\times(-2k)+k\times j+k\times(-2k)$

$=0+2k+4j+4k+0-2i-4j-i+0=-3i+6k=-(3i-6k)$

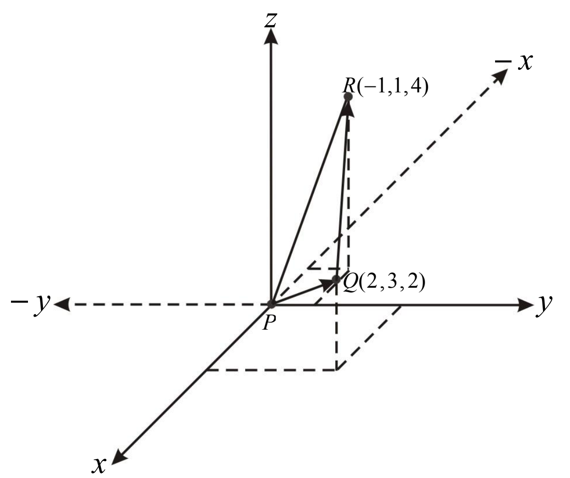
$\boxed{\Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}}$

7): د هغو مثلثونو مساحت مطلوب دی چې راسونه يې د لاندې ټکو په واسطه ټاکل کېږي:

$i):\quad P(0,0,0),\quad Q(2,3,2),\quad R(-1,1,4)$

$ii):\quad P(1,-1,-1),\quad Q(2,0,-1),\quad R(0,2,1)$

حل $i)$:



$\overrightarrow{PQ}=(2-0,3-0,2-0)=(2,3,2)=2i+3j+2k$

$\overrightarrow{QR}=(-1-2,1-3,4-2)=(-3,-2,2)=-3i-2j+2k$

$A(P\overset{\Delta}{Q}R)=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{QR}\right|=\frac{1}{2}\left|(2i+3j+2k)\times(-3i-2j+2k)\right|$

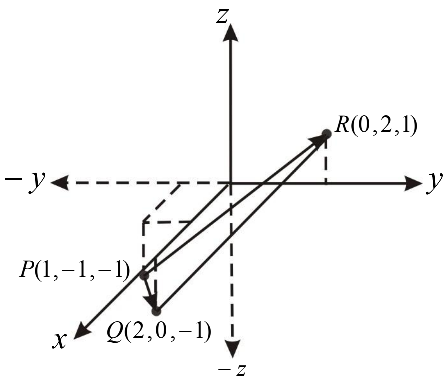
$=\frac{1}{2}\left|-4k-4j+9k+6i-6j+4i\right|=\frac{1}{2}\left|10i-10j+5k\right|$

$=\frac{1}{2}\sqrt{10^2+(-10)^2+5^2}=\frac{1}{2}\sqrt{100+100+25}=\frac{1}{2}\sqrt{225}$

$A(P\overset{\Delta}{Q}R)=\frac{15}{2}=7.5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل (ii):



$$\overrightarrow{PQ} = (2-1, 0-(-1), -1-(-1)) = (1,1,0) = i + j$$
$$\overrightarrow{PQ} = i + j$$
$$\overrightarrow{PR} = (0-1, 2-(-1), 1-(-1)) = (-1,3,2)$$
$$\overrightarrow{PR} = -i + 3j + 2k$$
$$A(P\overset{\Delta}{Q}R) = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}\right| = \frac{1}{2}\left|(i+j)\times(-i+3j+2k)\right|$$
$$= \frac{1}{2}|3k - 2j + k + 2i| = \frac{1}{2}|2i - 2j + 4k|$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 4^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4+4+16} = \frac{1}{2}\sqrt{24} = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$$
$$A(P\overset{\Delta}{Q}R) = \sqrt{6}$$

8): د هغې متوازي الاضلاع مساحت مطلوب دی چې راسونه يې د لاندې ټکو په واسطه تاکل شوي وي.

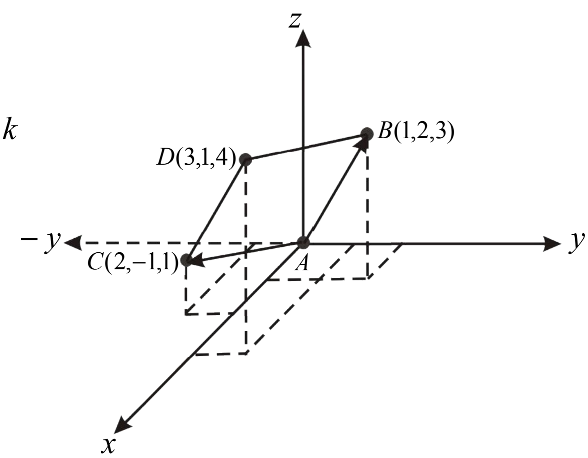
$i)$ $A(0,0,0)$, $B(1,2,3)$, $C(2,-1,1)$, $D(3,1,4)$

$ii)$ $A(1,2,-1)$, $B(4,2,-3)$, $C(6,-5,2)$, $D(9,-5,0)$

$iii)$ $A(1,-1,1)$, $B(-1,2,2)$, $C(-3,4,-5)$, $D(-3,5,-4)$

حل (i):

$$\overrightarrow{AB} = (1-0, 2-0, 3-0) = (1,2,3) = i + 2j + 3k$$
$$\overrightarrow{AB} = i + 2j + 3k$$
$$\overrightarrow{AC} = (2-0, -1-0, 1-0) = (2,-1,1) = 2i - j + k$$
$$\overrightarrow{AC} = 2i - j + k$$



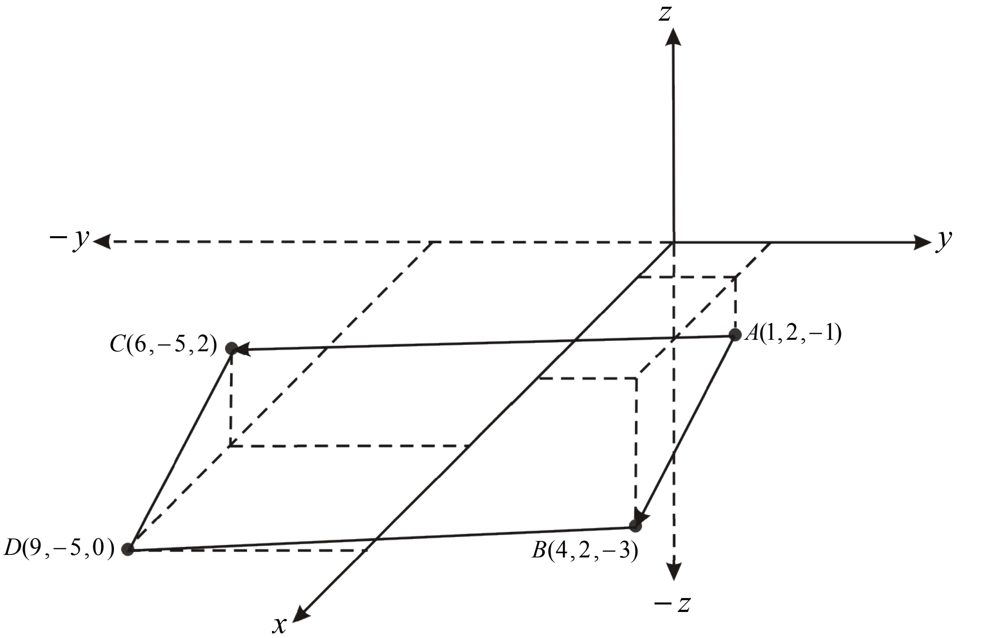
د متوازي الاضلاع مساحت $= A = \left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = \left|(i+2j+3k)\times(2i-j+k)\right|$

$$= |-k - j - 4k + 2i + 6j + 3i| = |5i + 5j - 5k|$$
$$= \sqrt{5^2 + 5^2 + (-5)^2} = \sqrt{25+25+25}$$

د متوازي الاضلاع مساحت $A = \sqrt{75}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل $(ii$:



$$\overrightarrow{AB} = (4-1, 2-2, -3-(-1)) = (3, 0, -2) = 3i - 2k$$

$$\overrightarrow{AC} = (6-1, -5-2, 2-(-1)) = 5, -7, 3 = 5i - 7j + 3k$$

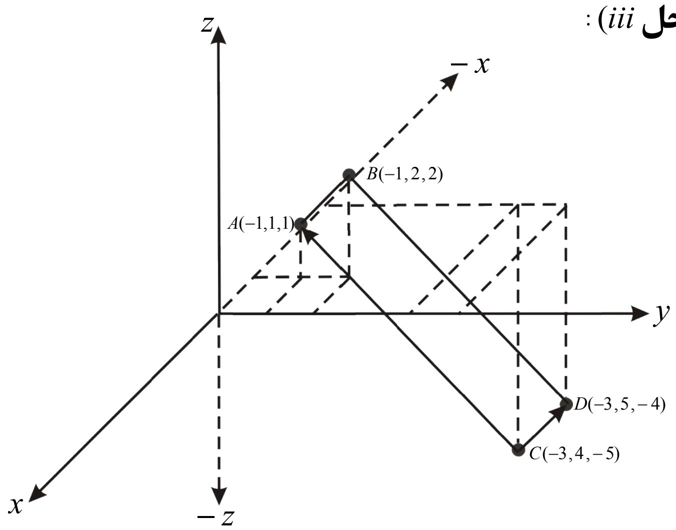
$$\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \left|(3i-2k)\times(5i-7j+3k)\right| = \left|15i\times i - 21i\times j + 9i\times k - 10k\times i + 14k\times j - 6k\times k\right|$$

$$= \left|0 - 21k - 9j - 10j - 14i - 0\right| = \left|-14i - 19j - 21k\right|$$

$$\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{(-14)^2 + (-19)^2 + (-21)^2} = \sqrt{196+361+441} = \sqrt{998} = 31.591$$

مساحة متوازي الاضلاع $= 31.591$

حل $(iii$:



$$\overrightarrow{CD} = (-3-(3), 4-5, -5-(-4))$$

$$= (0, 1, -1) = j - k$$

$$\overrightarrow{CA} = (-3-(-1), 4-1, -5-1)$$

$$= (-2, 3, -6) = -2i + 3j - 6k$$

$$\left|\overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CD}\right| = \left|(-2i+3j-6k)\times(j-k)\right|$$

$$= \left|-2k + 2(-j) + 3\times 0 - 3j - 6(-i) + 6\times 0\right|$$

$$= 6i - 5j - 2k = \sqrt{6^2 + (-5)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{36+25+4} = \sqrt{65} = 8.062$$

مساحة متوازي الاضلاع $= 8.062\, unit^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9): کوم وکتورونه عمود او کوم موازي دي ؟

$$i)\quad \vec{u}=5i-j+k,\quad \vec{v}=j-5k,\quad \vec{w}=-15i+3j-3k$$

$$ii)\quad \vec{u}=i+2j-k\ ,\quad \vec{v}=i+j+k,\quad \vec{w}=-\frac{\pi}{2}\vec{i}+\frac{\pi}{2}\vec{j}$$

پوهېږو چې دوو $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو د سکالري ضرب حاصل عبارت دی له:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cos\theta \;\Rightarrow\; \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$$

اوس که چیرې $\cos\theta=\pm1$ وي، د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونه یو له بل سره موازي او که چیرې $\cos\theta=0$ شي، نوموړي وکتورونه یو پر بل عمود دي.

حل $i)$: ټول وکتورونه دوه پر دوه تر څېړنې لاندې نیسو:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cos\theta \;\Rightarrow\; \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(5i-j+k)(j-5k)}{\sqrt{5^2+(-1)^2+1^2}\sqrt{1^2+(-5)^2}}=\frac{-1-5}{\sqrt{25+1+1}\sqrt{1+25}}$$

$$=\frac{-6}{\sqrt{27\cdot26}}=\frac{-6}{26.49}=-0.226 \;\Rightarrow\; \cos\theta=-0.226$$

نو د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونه نه سره موازي او نه یو پر بل عمود دي.

$$\vec{u}\cdot\vec{w}=|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \;\Rightarrow\; \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(5i-j+k)(-15i+3j-3k)}{\sqrt{5^2+(-1)^2+1^2}\sqrt{(-15)^2+3^2+(-3)^2}}=\frac{-75-3-3}{\sqrt{27}\sqrt{243}}=\frac{-81}{\sqrt{27\cdot243}}$$

$$=\frac{-81}{\sqrt{6561}}=\frac{-81}{81}=-1 \;\Rightarrow\; \cos\theta=-1$$

څرنګه چې $\cos\theta=-1$ دی، نو د $\vec{u}$ او $\vec{w}$ سره موازي خو جهتونه مخالف دي.

$$\vec{v}\cdot\vec{w}=|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \;\Rightarrow\; \cos\theta=\frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(j-5k)(-15i+3j-3k)}{\sqrt{1+(-5)^2}\sqrt{(-15)^2+3^2+(-3)^2}}=\frac{3+15}{\sqrt{26}\sqrt{243}}=\frac{18}{\sqrt{26\cdot243}}$$

$$=\frac{18}{\sqrt{6381}}=\frac{18}{97.485}=0.2265 \;\Rightarrow\; \cos\theta=0.2265$$

څرنګه چې $\cos\theta=0.2265$ دي، نو د $\vec{v}$ او $\vec{w}$ وکتورونه نه سره موازي او نه یو پر بل عمود دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل ii):

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cos\theta \quad\Rightarrow\quad \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(i+2j-k)(i+j+k)}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{1+2-1}{\sqrt{1+4+1}\sqrt{1+1+1}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{6\cdot 3}}=\frac{2}{\sqrt{18}}=\frac{2}{4.242}=0.4715 \quad\Rightarrow\quad \cos\theta=0.4715$$

څرنګه چې $\cos\theta=0.4715$ دي، نو د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونه نه سره موازي او نه يو پر بل عمود دي.

$$\vec{u}\cdot\vec{w}=|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \quad\Rightarrow\quad \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(i+2j-k)(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{2}j)}{\sqrt{6}\sqrt{\frac{\pi^2}{4}+\frac{\pi^2}{4}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}+\pi}{\sqrt{6}\sqrt{\frac{\pi^2}{2}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}}{\sqrt{6\cdot\frac{\pi^2}{2}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}}{\sqrt{3\pi^2}}=\frac{-\frac{\pi}{2}}{\pi\sqrt{3}}=\frac{-1}{2\sqrt{3}} \quad\Rightarrow\quad \cos\theta=\frac{-1}{2\sqrt{3}}$$

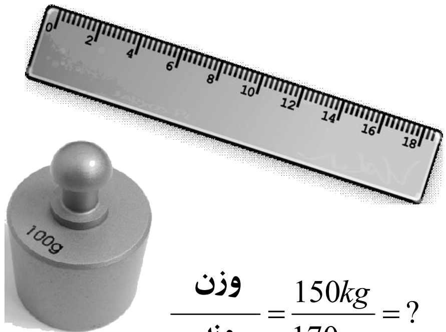
نو د $\vec{u}$ او $\vec{w}$ وکتورونه نه سره موازي او نه يو پر بل عمود دي.

$$\vec{v}\cdot\vec{w}=|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \quad\Rightarrow\quad \cos\theta=\frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(i+j+k)(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{2}j)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{\frac{\pi^2}{4}+\frac{\pi^2}{4}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}}{\sqrt{3}\sqrt{\frac{\pi^2}{2}}}=\frac{0}{\sqrt{3}\sqrt{\frac{\pi^2}{2}}} \quad\Rightarrow\quad \cos\theta=0$$

څرنګه چې $\cos\theta=0$ په لاس راغلی، نو $\vec{v}$ او $\vec{w}$ وکتورونه يو پر بل عمود دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\frac{\text{وزن}}{\text{ونه}} = \frac{150kg}{170cm} = ?$$

اتم څپرکی: احصائیه

د بدلونونو ضریب(*Coefficient Variations*)

د درسي کتاب (281-282) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د بدلون(تغیراتو) د ضریب په مفهوم پوه شي. • د یوې ټولنې د بدلون ضریب پیدا کړای شي. • د بدلون د ضریب په مفهوم پوه او له محاسبې څخه یې په ورځنی ژوندکې ګټه واخلي او د خوښي احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یوکسیزکار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیاوړ مواد. . .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • څوک کولای شي چې ووایي که چیرې د یوې ټولنې اندازه په متر او د بلې ټولنې اندازه په کیلو ګرام اندازه شوي وي ایا دا دوه ټولنې سره د پرتلې(مقایسې) وړ دي. • څوک کولای شي ووایي چې دوه ټولنې څه وخت یو د بل سره د پرتلې(مقایسې) وړ دي. همدارنګه دکتاب د ورودي شکل په اړه معلومات وغواړئ او کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې په ټولګي کې لس تنه زده‌کوونکي ناڅاپه وټاکي، په همدې ډول یو بل زده‌کوونکی راوغواړئ چې په ترتیب سره د دغو لس تنو زده‌کوونکو د ونې او وزن پوښتنه وکړي او پر تخته یې ولیکي؛ بیا نورو زده‌کوونکو ته ووایاست چې هر تن دې د ونې او وزن اوسط او معیاري انحراف په خپلو کتابچو کې په لاس راوړي او له زده‌کوونکو وپوښتئ؛ څوک کولای شي د تختې پر مخ د لیکلې ډېټا اوسط او معیاري انحراف په لاس راوړي؟ که چیرې داوطلب زده‌کوونکی پیدا شي اجازه ورکړئ چې په لاس یې راوړي او د نه شتون په صورت کې تاسو پخپله د نوموړی ډېټا اوسط او معیاري انحراف په لاس راوړئ وروسته دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

په پای کې تاسو ورته د بدلون ضریب تعریف؛ یعنې د بدلون یا تغیراتو ضریب چې په C.V ښودل کېږي او له هغه نسبت

(c) ketabton.com: The Digital Library

څخه عبارت دی چې د معیاري انحراف او اوسط له تقسیم څخه پـه لاس راځـي او مطلق یو بې واحده عـدد دی چې د دو و نامتجانسو ټولنو د پرتلې لپاره کارول کېږي او په سـمبولیک ډول یې $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ پـر تختـه ولیکـئ چې لـه لاس تـه راغلـي ډېټا اوسط او معیاري انحراف څخه پیدا شوی دی، نسبت یې په لاس راوړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ او د درسي کتـاب(281) مـخ فعالیـت ورکـړئ چې لـه بحث او خبـرو وروسـته د بـدلون ضریب ولیکي او هره ډله دې په وار سره ځواب ووایي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لا پوخوالي لپاره د درسي کتـاب(282) مـخ لـومړی مثـال د داوطلب زده‌کوونکی پـه واسطه حـل کـړئ او نـور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې د درسي کتاب له لیدو پرته حل کړي.

په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي اوسط او معیاري انحراف سم په لاس راوړای شي او که نه؟

د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ډاډمـن شـئ، ایا زده‌کوونکو لوسـت زده کـړی دی او کـه نـه؟ د لوسـت پـه اړونـد لـه زده‌کوونکو څخـه لانـدې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

1. د یوې ټولنې د بدلون ضریب څه مفهوم لري؟
2. که چیرې د یوې ټولنې د بدلون ضریب زیات وي دا په څه معنا ده؟
3. که چیرې ټوله ډېټا سره برابره وي، د بدلون ضریب مساوي له څو سره کېږي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلي ښوونکی کوم فرمول چې د بدلون ضریب لپاره په درسي کتاب کې لیکل شوی دی او دوه مثالونه هم په همـدې اړونـد حل شوي دي، که چیـرې ډېټـا د فریکونـسي د یـو جـدول پـه شـکل راکـړل شـوی وي یـا زده‌کـوونکي پوښـتنه وکـړه چې د دغـه جدول د بدلون ضریب څرنګه محاسبه کولای شو، د دې پوښـتنې د ځـواب لپـاره بیـاهم د بـدلون د ضـریب فرمـول پـه پـام کې نیسو چې $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ دی، S معیاري انحراف او $\bar{x}$ اوسط ښیي.

د فریکونسي د جدول اوسط د $\bar{x}=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$ فرمول په واسطه لاسته راځـي، چې x_i د دسـتو(ګـېډیو) مرکـز f_i یـې اړونـده فریکونسي ښیي یا په بل عبارت $\bar{x}=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+\ \dots\ +x_nf_n}{f_1+f_2+\ \dots\ +f_n}$ او د فریکونـسي د جـدول معیـاري انحـراف د $S=\sqrt{\frac{f_1(x_1-\bar{x})^2+f_2(x_2-\bar{x})^2+\ \dots\ +f_n(x_n-\bar{x})^2}{f_1+f_2+\ \dots\ +f_n}}=\sqrt{\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum f_i}}$ فرمـول پـه واسـطه محاسـبه کـوو او وروسته له محاسبې څخه د بدلون ضریب د $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ فرمول په واسطه په لاس راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. دلاندې ډېټا د بدلونونو یا تغیراتو ضریب حساب کړئ؟

$$1 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

حل پوهېږو چې د بدلونونو یا تغیراتو د ضریب فرمول عبارت دی؛ له $C \cdot V = \dfrac{S}{\bar{x}}$ چې په ذکر شوي فرمول کې S معیاري انحراف او $\bar{x}$ اوسط ښیي.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+3+4+5+6}{5} = \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5} = 3.8$$

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(1-3.8)^2 + (3-3.8)^2 + (4-3.8)^2 + (5-3.8)^2 + (6-3.8)^2}{5}$$

$$S^2 = \frac{(-2.8)^2 + (-0.8)^2 + (0.2)^2 + (1.2)^2 + (2.2)^2}{5} = \frac{7.84 + 0.64 + 0.04 + 1.44 + 4.84}{5} = \frac{14.8}{5}$$

$$S^2 = 2.96 \quad \Rightarrow \quad S = \sqrt{2.96}$$

$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2.96}}{3.8} = \frac{1.72}{3.8} = 0.452$$

که د تغیراتو ضریب په 100 کې ضرب شي، د تحول ضریب په لاس راځي:

$$C \cdot V = \frac{\sqrt{2.96}}{3.8} \cdot 100 = 0.452 \cdot 100 = 45.2\%$$

2. که چیرې اوسط مساوي په 4 او معیاري انحراف مساوي په 6 وي، د بدلون یا تغیراتو ضریب څو دي؟

حل:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{x} = 4 \\ S = 6 \\ C \cdot V = ? \end{array}\right\}$$

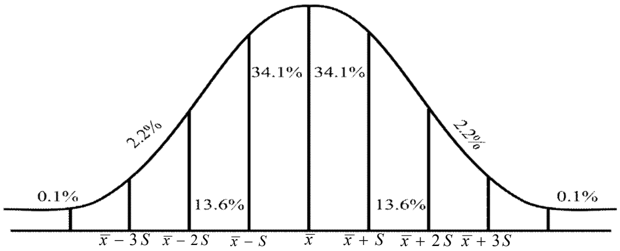
د تغیراتو ضریب $C \cdot V = \dfrac{S}{\bar{x}}$

د تغیراتو ضریب $C \cdot V = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2} = 1\dfrac{1}{2} = 1.5$

3. ستاسو د ټولګي د زده‌کوونکو د سن دبدلون ضریب 10 کاله وروسته څومره تغیر یا بدلون کوي؟ کمېږي او که ډېرېږي؟

4. **حل** څرنګه چې د ټولګي د زده‌کوونکو شمېر تغیر نه کوي او سن یې لوړېږي، په دې معنا چې اوسط یې زیاتېږي؛ نو د بدلون یا تغیراتو ضریب کمېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

په نورمال منحني کې تېتوالی(پراګنده‌ګي)

د درسي کتاب (283-284) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د نورمال منحني، پراګندګی(تېتوالی) په مفهوم پوه شي. • د نورماله منحني او غیر نورمالې منحني توپیر وکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په پیداکولو سره په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ييز او يو کسيزکار. . .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد. . .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې تـه راواړوي اوپـه نورمال منحني کې د ډېټا د توزیع سلنه پـه بېلـو بېلـو انټروالونـو کې وښیاست او داسې پوښتنه وکړئ، که چیرې د ټولې ډېټا توزیع د یوې نورمال منحني په شکل وي؛ څومره ډېټا پـه $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ انټروال کې او څو سلنه ډېټا پـه $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ انټروال کې پرته ده. کوښښ وکړئ چې ځوابونه لـه زده‌کوونکو څخه پـه لاس راوړئ، لـه هغـه پرتـه تاسـو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی پـه کتاب کې د A او B شرکت د حقوقـو د تـادیې ګـراف پـه بېـل بېـل ډول پر تخته رسم کړئ او له زده‌کوونکو وغواړئ چې هره ډله دې دګراف له مخې د شرکتونو د تادیې په اړه بحث وکړي او ووایي چې کوم شرکت د حقوقـو پـه ورکـړه کـې زیاتـه پراګنـدګي لـري، وروسـته د هـرې ډلـې استازی دې خپـل سـرته رسـولی فعالیت نورو ته تشریح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

د موضوع د مهم والی له امله تاسو هم په بشپړه توګه د نورمالې توزیع په هکله ګام په ګام توضیحات ورکړئ، داسې چې کـه چیرې مونږ د یوې ټولنې راټول شوې ډېټا د یـوې منحني پـه شـکل سـره وښـیو، دغـه منحنـي بـه کـوم شکل غـوره کـړي او د منحني نورمال حالت مونږ ته د ډېټا په هکله کوم معلومات راکولای شي.

بیا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغـواړئ چې هـر یـو پـه ترتیـب سـره د درسـي کتـاب د مثـال د لـومړی او دويم جزونه پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې هم نوموړی مثال په خپلو کتابچو کې دکتاب له لیدو پرته حـل کـړي کـه چیرې د تختې په حل کې څه ستونزه وي د یو بل داوطلب زده‌کوونکی په مرسته یې اصلاح کړئ، تاسـو مرسـته وکـړئ او پـه پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاپوخوالي لپاره د درسي کتاب د (283) مخ فعالیت په لاندې ډول زده‌کوونکو تـه ورکـړي، چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي:

1. په اوسط ډول د کوم شرکت د حقوقو تادیه ډېره ده؟
2. کوم شرکت د حقوقو د تادیې په میزان کې خپلو کارکوونکو ته لږه پراګندګي لري؟
3. د دواړو شرکتونو د حقوقو تادیات سره پرتله کړئ؟

تاسو د کار څارنه وکړئ او په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی دې نومـوړي پوښـتنې پـر تختـه حـل کـړي او نـور زده‌کـوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ډاډمـن شـئ، ایـا زده‌کوونکو لوسـت زده کـړی دی او کـه نـه؟ د لوسـت پـه اړونـد لـه زده‌کوونکو څخـه لانـدې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- د نورمال توزیع منحني په $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ انټروال کې څو سلنه ډېټا پرته ده؟
- د نورمال منحني په $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ انټروال کې څومره ډېټا پرته ده؟
- د نورما منحني په $(\bar{x}-3S,\bar{x}+3S)$ انټروال کې څوسلنه(فیصده) ډېټا پرته ده؟
- په یوه نورمال منحني کې له $2S$ ډېر انحراف او له $3S$ څخه زیات انحراف د څه شي په معنا ده؟
- هغه ډېټا چې د $3S$ په اندازه له اوسط څخه واټن ولري د کوم ډول ډېټا په نوم یادېږي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی پوهانو نارمل منحني د یو مـودول پـه شـکل منلـي او د مـشاهدو او د ناڅـاپي پېـښو د پـایلو لـه مخې یې د خطاګانو قانون ته پراختیا ورکړې ده، په لومړی پړاو کې د خطاګانو قانون محض د عمومیاتو د یوې مجموعې په شکل چې پـه اکثرو مواردو او حادثـاتو کـې بـه یـې صـدق کـاوه، منلـی وه Abraham Demoiver(1667-1745م) تقریباً دوه سـوه کاله د مخه کله چې د نارمل منحني معادله استخراج کړه، د خطاګانو قانون یې د ریاضي په شکل تعریف کړ.

د نارمل منحني معادله: د متحولینو ترمنځ د اړیکې څېړل په حقیقت کې د علمي فعالیتونو اساسي موضوع ده او هره تـابع دا ډول اړیکې(رابطې) افاده کوي، پوهېږو چې یوه تابع معمولاً د $y=f(x)$ په شکل ښـودل کېـږي دا فرمـول ښـیي چې y د x تابع ده.

د نارمل منحني ګراف د ریاضي یوه ستونزمنه تابع ده چې د منحني‌ګانو یو صنف ورکوي او شمېر یې بې‌نهایت زیـات دی چې د حسابي اوسط او معیاري انحراف په قیمتونو سـره تاکـل کېـږي، د نارمـل منحنـي معادلـه دا ده: $y=\dfrac{1}{S\sqrt{2\pi}}e^{-\dfrac{(x-\bar{x})^2}{2S^2}}$

په دې تابع کې:

y : د منحني جګوالی دی چې د x له یوه ټاکلي قیمت سره تطابق کوي.

x : یو عدد یا رقم(په ازموینه کې نمره) ده چې د y له یو ټاکلي قیمت سره مطابقت کوي.

$\bar{x}$: د x متحول حسابي اوسط دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

S : د x متحول معیاري انحراف دی.

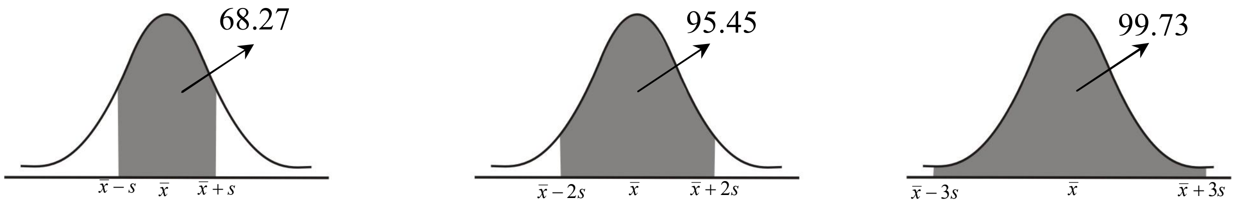
π : یو ثابت عدد دی چې عددي قیمت یې تقریباً ...3.1416 دی.

e : یو ثابت عدد دی چې عددي قیمت یې تقریباً ...2.7183 دی.

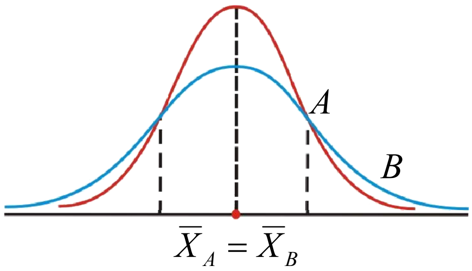
9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

کـه چیـرې 68.28% فیـصده مـشاهدات د $(\bar{x}-S\ ,\ \bar{x}+S)$ پـه فاصـله کـې پراتـه وي، ایـا ویـلای شـئ، چـې 95.45% او 99.73% مشاهدات په کومه فاصله کې قرار لري؟ انټروالونه له نورمالې منحني سره وښایاست؟

حـل: ویـلای شـو چې 95.45% مـشاهدات پـه $(\bar{x}-2S , \bar{x}+2S)$ انټـروال کـې پراتـه دي او 99.73% مـشاهدات پـه $(\bar{x}-3S , \bar{x}+3S)$ واټن(فاصله) کې پراته دي او گرافونه یې په لاندې ډول دي:



(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

د نورمال توزیع د ډول شاخصونه

د درسي کتاب (285) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- د زده کړې موخې **- پوهنیزه** **- مهارتي** **- ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د نورمالې توزیع په شاخصونو او د هغوی د موقعیت په مفهوم پوه شي. • د نورمالې توزیع توپیر له غیرنورمالې توزیع سره وکړای شي. • د اړتیا په وخت کې لاس ته راغلي فرمول او نورې اجزاوې یې پیدا کړای شي او ورسره د خوښۍ احساس وکړي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار. . .
3- مرستندویه مواد:	د اړتیاوړ مواد. . .
4- د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته یو ځل بیا د زده‌کوونکو پام د تېر لوست شکل ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • د نورمالې توزیع منحنی کوم شکل لري او څه وخت متناظره بلل کېږي؟ • ددې لپاره چې د یوې احصایوي مجموعې اطلاعات متناظر د مثبت او منفي اشارو لرونکي وي؛ نو له کوم ډول منحنی څخه باید کار واخلو؟ • ایا ویلای شئ چې اوسط، وسط او موډ په نورماله توزیع کې څېرې موقعیت لري؟ ښایي چې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي له هغه پرته تاسو ځوابونه ورته ووایاست او دلوست بهیر پیل کړئ.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ ورته ووایاست چې د درسي کتاب(285) مخ فعالیت پخپلو ډلو کې له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي. د فعالیت د سرته رسولو په پای کې دې د هرې ډلې استازی خپل فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ په پای کې تاسو موضوع داسې تشریح کړئ:

هغه توزیع چې د اوسط په دواړو خواوو متناظره نه وي، خمېدل نومېږي چې په لاندې دوو ضریبونو سره ښودل کېږي:

الف) $\alpha_3 = \dfrac{\frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^3}{S^3}$ دا هغه شاخص دی چې د خمېدلو د میزان د ټاکلو لپاره کارول کېږي او α_3 هغه عدد دی چې یوازې د پرتله کولو لپاره ترې کار اخیستل کېږي که $\alpha_3 = 0$ وي؛ نو توزیع متناظره ده او که $\alpha_3 > 0$ وي، توزیع مثبت خمېدګي *Positive skewness* لري، یعنې د توزیع منحنی ښۍ لورې ته پرته ده او که $\alpha_3 < 0$ وي؛ نو د توزیع منحنی کیڼې خوا ته خمېدګي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) $SK_{(P)} = \frac{3(\bar{x} - med)}{S}$ دا فرمول د پیرسن د فرمول په نامه یادېږي، په متناظره توزیع کې د پیرسن د خمېدلو ضریب مساوي له صفر سره دی که $SK_{(P)} > 0$ وي، د توزیع منحني ښي لوري ته پرته ده او که $SK_{(P)} < 0$ وي، د توزیع منحني کینې لوري ته پرته ده.

یوه داوطلب زده‌کوونکي ته بلنه ورکړئ چې د $\{6,9,5,4,3,12,19,30\}$ ډېټا د خمېدلو میزان د α_3 په واسطه په لاس راوړي او نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، د تېروتنې په صورت کې ورسره مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلي ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره له زده‌کوونکو څخه په وار سره وپوښتئ:

1. هغه توزیع چې د اوسط په دواړو خواوو کې متناظره نه وي په څه نوم یادېږي؟
2. هغه شاخص چې د توزیع حالت څرګندوي په څو ډوله دی؟
3. که چیرې $\alpha_3 > 0$ وي، توزیع څه ډول توزیع ده؟
4. که چیرې $\alpha_3 = 0$ وي، توزیع کوم حالت لري؟
5. $SK_{(P)}$ د څه شي شاخص دی او په کوم نوم یادېږي؟
6. که چیرې $SK_{(P)} < 0$ وي، د توزیع حالت څرګند کړئ؟
7. که چیرې $SK_{(P)} = 0$ وي اوسط، وسط او موډ یو له بل سره څه ډول اړیکه لري؟
8. که چیرې $SK_{(P)} > 0$ وي ایا اوسط او وسط یو له بل سره برابر دي؟

د ځوابونه ویلو په صورت کې ښوونکی دې ورته تشریح او توضیح کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- یوه توزیع څه وخت نورماله توزیع ده؟
- د پیرسن فرمول څه راښیي؟ ویې لیکئ.
- که چیرې د α_3 په فرمول کې $x_i = \bar{x}$ سره شي د توزیع منحني کوم حالت لري؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د خمېدلو کوم فرمول چې په درسي کتاب کې تشریح شوی دی د خامې ډېټا لپاره صدق کوي خو که چیرې د فریکونسي جدول درکړل شوی وي او د خمېدلو ضریب پیدا کول مطلوب وي د هغې لپاره د α_3 فرمول داسې بڼه(شکل) لري $\alpha_3 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^3}{S^3}$ چې د لته f_i د اړوندو صنفونو فریکونسي ښیي او پراختیایي شکل یې په لاندې ډول دی:

$$\alpha_3 = \frac{\frac{1}{n}\left[f_1(x_1-\bar{x})^3 + f_2(x_2-\bar{x})^3 + \ \dots\ + f_n(x_n-\bar{x})^3\right]}{S^3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مهمه خبره دا ده چې د پيرسن ضريب د خمېدګي ښه شاخص دی؛ يعنې $SK_{(P)}=\frac{3(\bar{x}-med)}{S}$ فرمول کې له med څخه کار اخېستل شوي او په درسي کتاب کې med د خامې ډېټا لپاره کار شوی مګر د فريکونسي د جدول لپاره نه دی کار شوی دا به د راتلونکي لوست په اضافي معلوماتو کې توضيح شي چې څرنګه کولای شو د فريکونسي د جدول لپاره med په لاس راوړو او همدارنګه که چيرې توزيع نارمل وي؛ نو: $SK_{(P)}=0$

$$SK_{(P)}=0 \;\Rightarrow\; \frac{3(\bar{x}-med)}{S}=0 \;\Rightarrow\; 3\bar{x}-3med=0$$

$$3\bar{x}=3med \;\Rightarrow\; \bar{x}=med$$

يعنې په نورمال توزيع کې اوسط له وسط سره برابر دی.

همدارنګه که چيرې توزيع ښي لوري ته خمېدګي ولري؛ يعنې $SK_{(P)}>0$ دی نو په دې حالت کې اوسط له وسط څخه لوی دی:

$$SK_{(P)}>0 \;\Rightarrow\; \frac{3(\bar{x}-med)}{S}>0 \;\Rightarrow\; 3\bar{x}-3med>0 \;\Rightarrow\; \bar{x}>med$$

او که چيرې توزيع کيڼ لوري ته خمېدګي ولري په دې معنی چې $SK_{(P)}<0$ دی؛ نو اوسط له وسط څخه کوچنی دی:

$$SK_{(P)}<0 \;\Rightarrow\; \frac{3(\bar{x}-med)}{S}<0 \;\Rightarrow\; 3\bar{x}-3med<0 \;\Rightarrow\; \bar{x}<med$$

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

د يوه ټولګي د زده‌کوونکو د احصايې د مضمون نمرې په لاندې ډول ورکړ شوي دي، د پيرسون د پرسوب ضريب حساب کړئ.

نمرې	د زده‌کوونکو شمېر
40-50	4
50-60	6
60-70	10
70-80	4
80-90	4
90-100	2

حل: په لومړی ځل د خمېدلو ضريب په لاس راوړو:

$$\alpha_3=\frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^3}{S^3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}=\frac{4\cdot 45+6\cdot 55+10\cdot 65+4\cdot 75+4\cdot 85+2\cdot 95}{4+6+10+4+4+2}=\frac{1990}{30}=66\frac{1}{3}=66.3$$

$$S^2=\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum f_i}=\frac{4(45-66.3)^2+6(55-66.3)^2+10(65-66.3)^2+4(75-66.3)^2+4(85-66.3)^2+2(95-66.3)^2}{30}$$

$$=\frac{4\cdot 453.7+6\cdot 127.7+10\cdot 1.7+4\cdot 75.7+4\cdot 349.7+2\cdot 823.7}{30}$$

$$=\frac{1814.8+766.2+17+302.8+1398.8+1647.4}{30}=\frac{5947}{30}=198.23 \quad\Rightarrow\quad \boxed{S=14.07}$$

$$\sum f_i(x_i-\bar{x})^3=4(45-66.3)^3+6(55-66.3)^3+10(65-66.3)^3+4(75-66.3)^3+4(85-66.3)^3+2(95-66.3)^3$$

$$=4\cdot 9663.6+6\cdot 1442.9+10\cdot 2.2+4\cdot 658.5+4\cdot 6539.2+2\cdot 23639.9$$

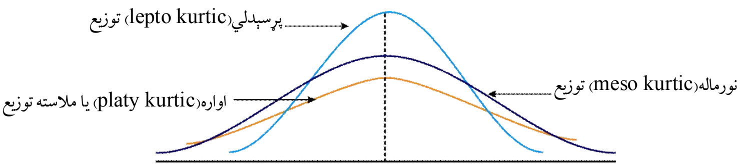
$$=38654.4+8657.4+22+2634+26156.8+47279.8=123404.4$$

$$\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^3=\frac{123404.4}{30}=4113.48$$

$$\alpha_3=\frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^3}{S^3}=\frac{4113.48}{(14.07)^3}=\frac{4113.48}{2785.36}=1.47$$

ځرنګه چې $\alpha_3>0$ دی؛ نو منحني ښي لوري ته خمېدګي(*positive skewness*) لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

د پرسوب(kurtosis) شاخص

د درسي کتاب (286) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- د زده کړې موخې **- پوهنیزه** **- مهارتي** **- ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د پرسوب د شاخص په مفهوم پوه شي. • د توزیع منحني تشخيص کړای شي. • د پورته پوهې په درلودلو سره د موضوع په اړه ورځنۍ ستونزې حل او په ځان باور پیدا کړي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار. . .
3- مرستندويه مواد:	د 286 مخ د شکل چارټ . . . .
4- د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته یو ځل بیا د زده‌کوونکو پام د تېر لوست شکل ته راوګرځوئ او ویوښتئ: په تېرو لوستونو کې مو د توزیع د منحني نورمال حالت د توزیع د منحني خمېدل ښي لورته او کیڼ لوري ته او اړوند شاخصونه مو مطالعه کړل، اوس یو بل شاخص چې د نورمال منحني جګوالی او تېټوالي پرې څرګندېږي، تر څېړنې لاندې نیسو، له زده‌کوونکو وپوښتئ: • څوک ويلای شي چې د منحني لوړوالی او ټېټوالی په کومو کمیتونو پورې اړه لري؟ ښايي چې زده‌کوونکي ځواب ونه وایي له هغه پرته تاسو ځواب ورته و وایاست او د لوست بهیر پیل کړئ.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشی ورته و وایاست که چیرې د توزیع منحني د یوې ډېټا لپاره رسم شي جګوالی او ټیټوالی یې په څه پورې اړه لري، په (داسې حال کې چې د منحني خمېدګي ښي او کیڼ لوري ته د پوښتنې وړ نه ده)، جګوالی یې په ډېټاکومه اغېزه لري او هغه درې شاخصونه چې عبارت دي له اوسط، وسط او موډ څخه ایا په دغه ډول منحني کې سره برابر دي او که نه؟

زده‌کوونکي له کتاب څخه کتنه نه اخلي، په خپلو ډلو کې دې بحث وربانديې وکړي او فعالیت دې سرته ورسوي، په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل کارونه نوروته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته وکړئ که چیرې ټولو ډلو تېروتنې کړې وي؛ نو تاسو ورته توضیح او تشریح ورکړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د منحني د جگوالی او تېټوالي لپاره یو بل شاخص چې په لاندې ډول دی:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^4}{S^4} = \frac{\frac{1}{n}\left[(x_1 - \bar{x})^4 + (x_2 - \bar{x})^4 + (x_3 - \bar{x})^4 + \ \ldots \ + (x_n - \bar{x})^4\right]}{s^4}$$

ترې کار اخېستل کېږي او د منحني جگوالی او تېټوالی پرې تشخیص کېږي؛ یعنې که $\alpha_4 = 3$ وي؛ د توزیع منحنـي نارمـل حالت لري او که چیرې $\alpha_4 < 3$ وي؛ منحني د نارمل منحني پـه پرتلـه تېـټوالی لـري او کـه $\alpha_4 > 3$ وي؛ منحنـي د نارمـل منحني په پرتله جگوالی لري.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښـاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي او پیاوړتیا د درسي کتاب 286 مخ مثال زده‌کوونکو ته ورکړئ چې د درسـي کتـاب لـه لیدلو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړئ، د کار څارنه وکړئ، په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی نوموړي مثـال پـر تختـه حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، تاسو وگورئ که چیرې زده‌کوونکو د مثـال لـه حـل سره ستونزې درلودې، تاسو نوموړی مثال پر تخته حل کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ډاډمن شی، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او کـه نـه؟ د لوسـت پـه اړونـد لـه زده‌کوونکـو څخـه لانـدې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- که چیرې $\alpha_4 = 3$ وي؛ د توزیع منحني کوم شکل ځانته غوره کوي؟
- که چیرې $\alpha_4 > 3$ وي؛ د توزیع منحني د نارمل منحني په پرتله جگوالی لري او که تېټوالی لري؟
- که چیرې $\alpha_4 < 3$ وي؛ د توزیع منحني د نارمل منحني په پرتله جگوالی لري او که تېټوالی لري؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښـوونکی په درسي کتاب کې د منحني د جگوالي او تېټوالي لپاره یو مثال کار شـوی او هغـه هـم د خـامې ډېټـا لپـاره، که چیرې د کثرت جدول موجود وي، د منحني د جگوالي او تېـټوالـي شـاخص (α_4) د لانـدې فرمـول پـه واسطه چـې f_i د اړوندو صنفونو فریکونسي ښیي په لاس راځي:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i - \bar{x})^4}{S^4} = \frac{\frac{1}{n}\left[f_1(x_1 - \bar{x})^4 + f_2(x_2 - \bar{x})^4 + f_3(x_3 - \bar{x})^4 + \ \ldots \ + f_n(x_n - \bar{x})^4\right]}{s^4}$$

او بله مهمه خبره دا ده چې په پوښتنو کې د فریکونسي جدول درکړل شوی او د پیرسن ضریب غوښتل شوی چې پـه نومـوړي فرمول کې وسط(med) ته اړتیا ده او وسط د فریکونسي په جدول کې نه دی تطبیق شوی، نو که چیرې د فریکونـسي جـدول درکړل شوی وي او وسط پیداکول مطلوب وي له لاندې فرمول څخه په لاس راځي: $med = L + C(\frac{\frac{N}{2} - fc}{fm})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې په پورتني فرمول کې:

L : د وسط د صنف ښکتنی سرحد دی.

C: د وسط د صنف وسعت دی.

N: د ټول جدول مجموعي فریکونسي ښيي.

fc : د وسط صنف تجمعي فریکونسي ده.

fm : د وسط صنف فریکونسي ده.

نوټ د وسط صنف له هغه لومړنی صنف څخه عبارت دی چې د هغه تجمعي فریکونسي له $\frac{N}{2}$ څخه زیاته وي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

په تېر لوست کې مو د خمېدګي اړوند پوښتنې حل کړې، هغه پوښتنې چې په جګوالي پورې اړه لري په لاندې ډول یې حلو و.

حل: اوس د پړسوب(kurtosis) ضریب په لاس راوړو:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^4}{S^4}$$

$$\sum f_i(x_i-\bar{x})^4 = 4(45-66.3)^4 + 6(55-66.3)^4 + 10(65-66.3)^4 + 4(75-66.3)^4 + 4(85-66.3)^4 + 2(95-66.3)^4$$
$$= 823338.46 + 97828.41 + 28.56 + 22915.90 + 489132.38 + 1356930.43 = 2790174.14$$

$$\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^4 = \frac{2790174.14}{30} = 93005.80$$

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^4}{S^4} = \frac{93005.80}{(14.07)^4} = \frac{93005.80}{39190.10}$$

$$\alpha_4 = 2.37$$

څرنګه چې $\alpha_4 < 3$ دی؛ نو نظر نورمال منحني ته د منحني پړسوب کم دی؛ یعنې نظر نارمل منحني ته ټیټوالی لري.

اوس د پیرسن د خمېدګي(خمېدل) ضریب په لاس راوړو او پوهېږو چې دریم صنف د وسط صنف دی، ځکه تجمعي فریکونسي یې له $\frac{N}{2}$ څخه زیاته ده.

$$N = 30 \Rightarrow \frac{N}{2} = 15,\quad fc = 10,\quad fm = 10,\quad L = 60,\quad C = 10$$

$$SK_{(P)} = \frac{3(\bar{x}-med)}{S}, \qquad med = L + C\left(\frac{\frac{N}{2}-fc}{fm}\right)$$

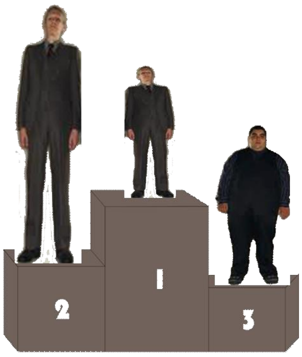
$$med = 60 + 10\left(\frac{15-10}{10}\right) = 60 + 5 = 65$$

$$SK_{(P)} = \frac{3(\bar{x}-med)}{S} = \frac{3(66.3-65)}{14.07} = \frac{3(1.3)}{14.07} = \frac{3.9}{14.07}$$

$$\boxed{SK_{(P)} = 0.277}$$

څرنګه چې $SK_{(P)} = 0.277 > 0$ دی؛ نو د توزیع منحني مثبت خمېدګي یا ښي لوري ته پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

څو متحوله ټولنې

د درسي کتاب(287-288) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د څو متحوله ټولنې په مفهوم پوه شي. • یومتحوله، دوه متحوله، درې متحوله... ټولنې یو له بل څخه توپیر وکړای شي. • د دوه متحوله ټولنې د متحولینو ترمنځ د اړیکې له پیداکولو څخه په خپل ورځني ژوند کې کار واخېلستلای او ورڅخه خوښي ښکاري کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) ... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل تنظیم کړی راوګرځوئ، بیا داسې وپوښتئ: • په ځوړند شوي چارټ کې څه شی وینئ؟ • که چیرې د یوه تن وزن معلوم وي کولای شی د ونې اندازه یې وټاکئ؟ • که چیرې د یوه تن د ونې اندازه معلومه وي، ایاکولای شئ وزن یې پیدا کړئ؟ • دغه ټولنه څو متحولین لري؟ او کوم دي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړئ او خپل درسي بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د درسي کتاب 287 مخ فعالیت ورکړی چې له خبرو او بحث وروسته یې سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې ځارنه اود ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي که کومې ډلې تېروتنه کړي وي، تېروتنه یې د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی، بیا یې تاسو داسې تشریح کړئ:

څو متحوله ټولنې له هغو ټولنو څخه عبارت دی چې په هغو کې څو متحولین موجود وي هر هغه شی چې د اندازې وړ وي متحول بلل کېږي؛ خو په دغه لوست کې موږ دوه متحوله ټولنې تر څېړنې لاندې نیسو، لکه د ونې او وزن ترمنځ اړیکه چې دا یوه دوه متحوله ټولنه ده، غواړو چې د دغو دوو متحولینو(ونې او وزن) ترمنځ اړیکه پیداکړو په دې معنا چې که یو یې معلوم وي بل یې په څه ډول پیداکولای شو؟

ددې لپاره په لومړي ګام کې دې د معادلو د جوړېدو لپاره لازم معلومات راټول شي اوپه دویم ګام کې دې راټول شوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

معلومات د ارزښت لرونکو متحولینو په څېر قایم مختصات په یوه مستوي کې راټول او په نښه کېږي، هغه شکل چې د دغو ټکو له نښلېدو څخه په لاس راځي موږ ته یو دګراف راښیي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دلوست د لا پوخوالي او پیاوړتیا لپاره د درسي کتاب 287 مخ مثال زده‌کوونکو ته ورکړي چې د درسي کتاب له لیدلو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړئ دکار څارنه وکړئ، په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی نوموړي مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، تاسو وګورئ که چیرې زده‌کوونکو د مثال له حل سره ستونزې درلودې تاسو نوموړی مثال پر تخته حل کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- که چیرې د خپل یوه ټولګي‌وال د ونې په اندازه وپوهېږئ کولای شئ د هغه د وزن اندازه په لاس راوړئ؟
- که وغواړو د یوه ټولګي د زده‌کوونکو د ونې او وزن مقدار یو ځای وڅېړو؛ نو دغه څه ډول یوه ټولنه ده؟
- د احصایې له نظره متحول تعریف کړئ.
- د داسې یوې ټولنې نوم واخلئ چې یوازې او یوازې یو متحول ولري.
- په تېر حل شوي مثال کې لومړی او دویمه مختصه څه شی راښیي؟
- ایا کولای شئ چې د یوې درې متحوله ټولنې نوم واخلئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي؛ یعنې څرنګه کولای شو د دوو متحولینو ترمنځ اړیکه پیدا کړو؟

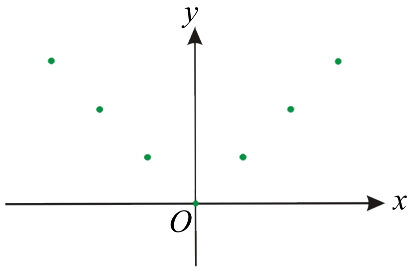
ددې لپاره چې یو متحول د بل متحول له مخې وړاند وینه وکړو؛ نو باید د دواړو متحولینو ترمنځ د اړیکو په هکله پوره معلومات ولرو؛ یعنې لومړی باید د یوې ټولنې د ټولو غړو په هکله چې د اندازې په هکله یې کومې پایلې موجودې وي، تر کتنې لاندې ونیول شي او وروسته ددې متحول له مخې د بل متحول لپاره وړاندوینه کیدای شي د وړاندوینې په پروسه کې چې یوه مهمه فرضیه موجوده ده او باید هغه موږ ترکتنې لاندې ونیسو، د دوو متحولینو ترمنځ خطي اړیکه ده، دا اړیکه د یوې مستقیمې کرښې په شکل ښودل کېږي او پوهېږو چې د مستقیمې کرښې معادله $y = a + bx$ شکل لري، په دې معادله کې a یو ثابت مقدار دی، که $x = 0$ شي؛ نو $y = a$ کېږي او هغه معادله چې د متحولینو ترمنځ اړیکه افاده کوي د تخمین یا د سنجش د معادلې په نوم یادېږي.

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د زراعتي محصولاتو دلوړوالي لپاره فکتورونه، لکه اوبه، دکود اندازه، دکود ډول، لمر او د خاورې ډول موثر ګڼل کېږي، ایا ویلی شئ چې په دغه ټولنه کې لږ تر لږه له څو ډوله متحولینو سره سر او کار لرئ؟

حل: په دې ټولنه کې لږ تر لږه پنځه ډوله متحولین موجود دي؛ ځکه چې په احصائیه کې یې متحول داسې تعریف کړی دی: هر شی چې د اندازې وړ وي متحول دی؛ نو په نوموړې ټولنه کې پنځه متحولین چې عبارت دي له: اوبه، کود، دکود ډول، لمر او د خاورې ډول.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

د پراګندهګی ګراف

د درسي کتاب (289-290) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي و توانېږي: • د پراګندګی د ګراف په مفهوم پوه شي. • د یوې دوه متحوله ټولنې د پراګندګی ګراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په سرته رسولو سره په ځان باور پیدا کړي او د پراګندګی د ګراف له رسم څخه د خوښۍ احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یوکسیزکار . . .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) . . . .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست له مهمو ټکو څخه یادونه وکړي او د زده‌کوونکو پام د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل چمتو کړی راوګرځوئ بیا داسې وپوښتئ: • ایا په ګراف کې ټول ټکي په یوه مستقیمه کرښه پراته دي؟ • ولې دغه ډول ګراف ته د پراګندهګی ګراف وایي؟ • کولای شئ د ګراف ټول ټکي د مرتبو جوړو په شکل وښایاست؟ • کولای شئ د دغه ګراف ریاضیکي معادله په لاس راوړئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړی او خپل درسي بهیر پیل کړی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د درسي کتاب 289 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي. که کومې ډلې تېروتنه کړي وي، کوښښ وکړئ چې تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، بیا تاسو د پراګندګی د ګراف په هکله داسې معلومات ورکړی د پراګندګی ګراف ته ځکه د پراګندګی ګراف وایي چې په دغه ګراف کې ټول ټکي تیت او پاشان دي د یوې مستقیمې کرښې په امتداد نه دي پراته.

همدارنګه یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د 289 مخ مثال پر تختې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې د کتاب

(c) ketabton.com: The Digital Library

له لیدو پرته همدغه مثال په خپلو کتابچو کې حل کړي او خپل حلونه دې د تختې له حل سره پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته ورسره وکړي، په پای کې ټولو زده‌کوونکو ته په یو کسیزه توګه دنده ورکړي چې د $\{(4,5),(5,2),(3,2),(1,5)\}$ ټکي د پراګنده‌ګی په ګراف کې رسم کړي، تاسو څارنه وکړئ او د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړی.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاپوخوالي او پیاوړتیا لپاره یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د د درسي کتاب 290 مخ د الف او هـ اجزاوې د پراګنده‌ګی د ګرافونو اړوندې مرتبې جوړې او په لاس راوړي، نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

تاسو څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه ورته وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه ترلاسه کړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ:

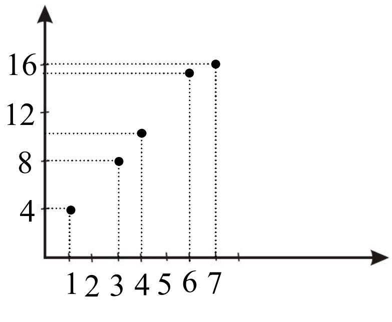
- د پراګنده‌ګی ګراف ته ولې د پراګنده‌ګی ګراف وایي؟
- که چیرې د پراګنده‌ګی ګراف درکړل شوی وي، تاسو یې اړوندې مرتبې جوړې او په لاس راوړلای شئ؟
- ایا د پراګنده‌ګی په ګراف کې ټول ټکي د یو خط په امتداد واقع دي؟
- ایا حتمي ده چې د پراګنده‌ګی په ګراف کې به ټول ټکي د یوه مستقیم خط په امتداد پراته نه وي؟
- د 290 مخ د (ج) جزء د پراګنده‌ګی په ګراف کې اړوندې مرتبې جوړې، کومې دي؟
- د ب جزء د پراګنده‌ګی د ګراف د ټولو ټکو له نښلېدو څخه کوم ډول شکل لاس ته راځي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د پراګندګی د ګراف په اړه اضافي معلوماتو ته اړتیا نشته؛ ځکه دا داسې یوه موضوع ده چې د پیوستون له ضریب سره کمک کوي؛ نو موږ په دغه ځای کې په یوه مثال باندې بسنه کوو.

که د یو شمېر زده‌کوونکو د دوو ازموینو پایلې په پام کې ونیسو او د لومړي ازموینې پایلې په x او د دویمې ازموینې پایلې په y سره وښیو د x او y ترمنځ اړیکه د قایمو مختصاتو په افقي او عمودي محور باندې ښودلای شو، داسې چې د نمرو هره جوړه په قایمو مختصاتو کې یوه نقطه ورکوي، د نمرو لاندې جدول د هغه له ګراف سره په پام کې نیسو:

x	1	3	4	6	7
y	4	8	10	14	16

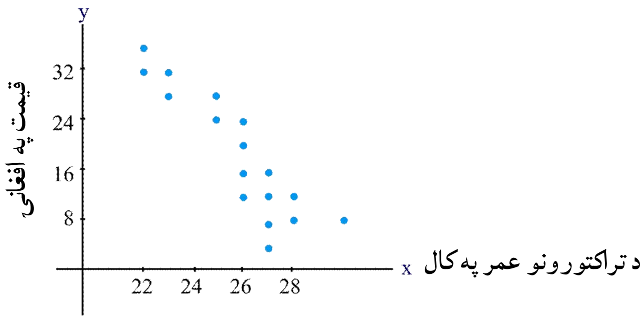


(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله د دغه بحث مهم ټکي دا دي چې د پراګندګۍ په ګراف کې هر ټکی یوه مرتبه جوړه او هره مرتبه جوړه یو ټکی د پراګندګۍ په ګراف کې را په ګوته کوي.

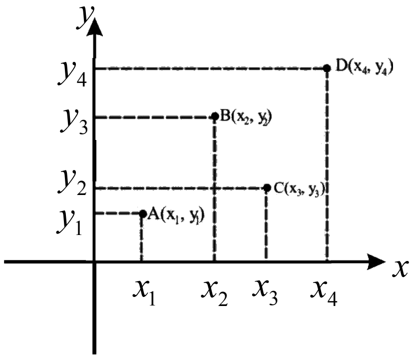
9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

لاندې ګراف دیو شمیر تراکتورونو عمر راښیي، ایا ددې دوو متحولینو تر منځ کومه اړیکه یا ارتباط وینې؟ توضیح یې کړئ.



حل څرنګه چې له پوښتنې څخه څرګندیږي په دغه ټولنه کې دوه متحولین موجود دي، یو یې د تراکتورونو عمر او بل یې د تراکتورونو قیمت دی، څرنګه چې په ګراف کې معلومیږي ټول ټکي تقریباً په یوه خط پراته دي(ځینې یې د خط پاس او ځینې یې د خط ښکته لور ته واقع دي)؛ نو د دواړو متحولینو ترمنځ هغه وخت قوي اړیکه شتون لري چې ټکي خط ته نږدې یا په خط باندې پراته وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

پیوستون او د پیوستون ضریب

د درسي کتاب (291-294) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د پیوستون او د پیوستون د ضریب په مفهوم پوه شي. • د یوې ټولنې د متحولینو ترمنځ د لږ پیوستون او ډېر پیوستون توپیر وکړای شي. • دپورته پوهې او مهارت په درلودلو سره وکړای شي چې په ورځنیو چارو کې تړې گټه واخلي او په ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یوکسیزکار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) . . .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د موضوع د ښه پوهېدو لپاره د تېر لوست لنډه یادونه اړینه ده، د زده‌کوونکو پام د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل چمتو کړی راوگرځوئ، بیا داسې وپوښتئ: • ایا شونې ده چې د چارټ گراف ټول ټکي د یوې مستقیمې کرښې په واسطه سره ونښلول شي؟ ولې؟ • ایا داسې کومه کرښه شتون لري چې له دغو ټکو څخه تېره شي او ټول ټکي ورته نږدې واټن ولري؟ • وایاست چې د مناسبې کرښې معادله به کوم شکل ولري چې ټولو ټکو ته نږدې وي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړئ او خپل درسي بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي د درسي کتاب 291 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي. که کومې ډلې تېروتنه کړې وي، کوښښ وکړئ چې تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، په پای کې تاسو موضوع داسې توضیح کړئ: که چیرې یوه دوه متحوله ټولنه ولرئ او وغواړئ چې ددغې ټولنې د متحولینو ترمنځ اړیکه پیدا کړئ؛ نو باید د ټولنې د پراگندګۍ گراف رسم شي، په هره اندازه چې د پراگندګۍ د گراف ټکی د یوه مستقیم خط په امتداد واقع وي د متحولینو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترمنځ پیوستون زیات دی او په هره اندازه چې ټکي لـه مـستقیمې کرښـې څخـه لـري پراتـه وي، د متحولینـو تـرمنځ د پیوسـتون اړیکه کمه ده؛ نو هغه شاخص چې د دو و متحولینو ترمنځ پیوستون ښیي د پیوستون له ضریب څخه عبـارت دی او پـه r سـره ښودل کېږي چې فرمول یې $r = \dfrac{\frac{1}{n}\sum xy - \bar{x}\,\bar{y}}{S_x \cdot S_y}$ دی.

د موضوع د مهم‌والي لـه املـه ښاغلی ښـوونکی دې د درسـي کتـاب 292مـخ مثـال پـر تختـه حـل کـړي او د فرمـول اجـزاوې؛ لکه $\frac{1}{n}\sum xy, \bar{x}, \bar{y}, S_x$ او S_y د زده‌کوونکو په واسط په لاس راوړي، زده‌کوونکي دې پـه خپلـو کتـابچو کـې نـوټ کـړي. د فرمول د اجزاوو د په لاس راوړلو په وخت کې که کومې ستونزې پیدا شي، تاسو ورسره مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره د درسي کتاب 293 مخ مثال د یو داوطلـب زده‌کـوونکي پـه واسـطه حـل کـړي او نور زده‌کوونکي دې همدغه مثال په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدلو پرته حل کړي، په پـای کـې زده‌کـوونکي دې خپـل حلونـه د تختې له حل سره پرتله کړي.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي د پیوستون د ضریب د فرمول اجزاوې په سمه توگه په لاس راوړلـی شـي او کـه نـه؟ د سـتونزو په صورت کې تاسو مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ددې لپاره چې ډاډمن شی، ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لانـدې پوښـتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- پیوستون او د پیوستون ضریب څه مفهوم لري او کوم وخت پکارېږي؟
- که چیرې د پراګنده‌ګۍ د ګراف ټول ټکي په یوه کرښه پراته وي د r قیمت څو دی؟
- که r مثبت وي؛ نو د x د قیمتونو په ډېروالي y کمېږي او که زیاتېږي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د پیوستون(اړیکې ضریب) د متحولینو د اړیکو ترمنځ یو شاخص دی چې مختلف ډولونه لـري؛ خـو د هغـوی اکثریت ځینې مشترک صفتونه لري، که دوه متحوله په خپل منځ کې مثبته اړیکه ولري؛ نو د هغوی د پیوسـتون ضـریب مثبـت 1 دی او که منفي اړیکه ولري؛ نو د پیوستن ضریب یې -1 دی او که دوه متحوله په خپل مـنځ کـې هـیڅ اړیکـه ونلـري؛ نـو د پیوستون ضریب یې صفر دی، په دې ډول که د پیوستون ضریب په r وښیو؛نو $-1 \le r \le +1$ په لنډه توګـه کـه $r = +1$ وي؛ نـو د دوو متحولینـو تـرمنځ اړیکـه کـاملاً مثبـت او کـه $r = -1$ وي، نـو اړیکـه کـاملاً منفـي او کـه $r = 0$ وي؛ نـو د دواړو متحولینو ترمنځ اړیکه شتون نلري.

په نورو حالتونو کې چې ټکي په بشپړه توګه په مستقیمه کرښه نه وي، کیدای شي چې اړیکـه مثبـت، کیـدای شـي اړیکـه منفـي او کیدای شي چې اړیکه د منحني کرښې په شکل وي او یا دا چې هیڅ اړیکه شتون ونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هرڅومره چې ټکي مستقيمې کرښې ته نږدې کېږي د پيوستون درجه لوړېږي، د پيوستون ضريب ددې فرمول په واسطه چې د

انحرافي ارقامو په نوم يادېږي، هم محاسبه کېږي $r = \frac{\sum xy}{\sum x^2 \cdot \sum y^2}$ چې دلته $x = X - \overline{X}$ او $y = Y - \overline{Y}$ ښيي.

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- لاندې ډېټا راکړل شوې ده، د ډېټا د پيوستون ضريب محاسبه کړئ.

x	1	2	3	4	5
y	4	3	2	1	0

حل:

$$\overline{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\overline{y} = \frac{4+3+2+1+0}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$S_x^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n} = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$S_y^2 = \frac{(4-2)^2 + (3-2)^2 + (2-2)^2 + (1-2)^2 + (0-2)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Rightarrow S_x = \sqrt{2} \quad , \quad S_y = \sqrt{2}$$

د x ونو او y ګانو د ضرب حاصل $= \sum xy = 1\cdot 4 + 2\cdot 3 + 3\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 = 4+6+6+4+0 = 20$

$$r = \frac{\frac{\sum x\cdot y}{n} - \overline{x}\cdot\overline{y}}{S_x \cdot S_y}$$

$$r = \frac{\frac{20}{5} - 3\cdot 2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

موږ ويلي وو که چيرې د پيوستون ضريب قيمت ± 1 شي، نو ټول ټکي پر خط باندې پراته دي او د y خطا شتون نه لري.

2- د خپلو ټولګيوالو د ونې او وزن تر منځ د پيوستون ضريب حساب کړئ؟

حل که چيرې د زده‌کوونکو ونې په x او وزن يې په y سره وښيو؛ نو د ټولګي د زده‌کوونکو لپاره لاندې جدول يو فرضي ټولګی د لس تنو زده‌کوونکو لپاره په پام کې نيسو:

$x(cm)$	163	165	167	169	171	145	142	140	130	147
$y(kg)$	62	65	70	75	80	70	75	60	55	50

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{10}x_i}{n}=\frac{163+165+167+169+171+145+142+140+130+147}{10}=\frac{1539}{10}=153.9$$

$$\bar{y}=\frac{62+65+70+75+80+70+75+60+55+50}{10}=\frac{662}{10}=66.2$$

$$S_x^2=\frac{(163-153.9)^2+(165-153.9)^2+(167-153.9)^2+(169-153.9)^2+(171-153.9)^2}{}$$

$$+\frac{(145-153.9)^2+(142-153.9)^2+(140-153.9)^2+(130-153.9)^2+(147-153.9)^2}{10}$$

$$S_x^2=\frac{82.81+123.21+171.61+228.01+292.41+79.21+141.61+193.21+571.21+47.61}{10}$$

$$S_x^2=\frac{1930.9}{10}\quad\Rightarrow\quad\boxed{S_x=13.89}$$

$$S_y^2=\frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n}$$

$$=\frac{(62-66.2)^2+(65-66.2)^2+(70-66.2)^2+(75-66.2)^2+(80-66.2)^2+(70-66.2)^2}{}$$

$$+\frac{(75-66.2)^2+(60-66.2)^2+(55-66.2)^2+(50-66.2)^2}{10}$$

$$S_y^2=\frac{17.64+1.44+14.44+77.44+190.44+14.44+77.44+38.44+125.44+262.44}{10}$$

$$S_y^2=\frac{819.6}{10}=81.96\quad\Rightarrow\quad S_y=9.05$$

$$\sum x\cdot y=163\cdot62+165\cdot65+167\cdot70+169\cdot75+171\cdot80+145\cdot70+142\cdot75+140\cdot60+130\cdot55+147\cdot50$$

$$\sum x\cdot y=10106+10725+11690+12675+13680+10150+10650+8400+7150+7350$$

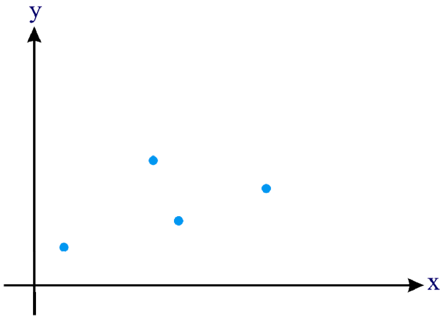
$$\sum x\cdot y=102576$$

$$\frac{\sum x\cdot y}{n}=\frac{102576}{10}=10257.6$$

$$r=\frac{\frac{\sum x\cdot y}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x\cdot S_y}=\frac{10257.6-10188.18}{13.89\cdot9.05}=\frac{69.42}{125.704}\quad\Rightarrow\quad r=0.552$$

د 0.552 عدد رابنيي د تکو نيمايي يې د خط پورته خوا ته او نيمايي نور يې د خط ښکته خوا ته پراته دي، يعنې ويلی شو چې د x (ونې) او y (وزن) ترمنځ 55% اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

د خطي میلان معادله (*The linear regression equation*)

د درسي کتاب (**298-295**) **مخونه**

د لوست وخت: (**یو درسي ساعت**)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د خطي میلان معادلې په مفهوم پوه شي. • د یوې ډېټا(چې په هر ارتباط وي) د خطي میلان معادله پیدا کړای شي. • د پوره پوهې او مهارت په درلودلو سره وکړای شي له هغه څخه په ورځنیو چارو کې کار واخلي او ورڅخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یو کسیزکار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) . . .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته له زده‌کوونکو څخه د تېر لوست پوښتنه وکړئ او پام یې د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل چمتو کړی راوګرځوئ، بیا داسې وپوښتئ: • په مخامخ چارټ کې څه شی وینئ؟ • ایا ټول ټکي د یوې مستقیمې کرښې په امتداد پراته دي ؟ • کولای شئ و وایاست چې که چیرې د پراګندګی ګراف موجود وي، تاسو یې د په ښبو شوو ټکو له ښېلولو څخه د منحنی معادله لاس ته راوړئ؟ • ایا په مخامخ شکل کې داسې یوه کرښه رسمېدلای شي چې ټول ټکي ورته نږدې وي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړئ او خپل درسي بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو و وېشی ورته و وایاست چې د درسي کتاب د 295 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې د بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي، د فعالیت په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کړي د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې تاسو موضوع داسې تشریح کړئ.

د خطي میلان معادله څرنګه چې له نوم څخه یې هم څرګنده ده د هغه مناسب خط معادله ښیي چې د پراګندګی د ګراف ټول

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکي ورته نږدې پراته وي، د پراګندګۍ په ګراف کې ټول ټکي په يوه خط نه وي پراته، بلکې له هر ټکي څخه يوه کرښه تېرېدلای شي، نو ددې لپاره بايد داسې يوه کرښه چې ټولو ټکو ته نږدې وي په لاس راوړو چې دغه کرښه د خطي ميلان په نوم يادېږي د خطي ميلان معادلې په لاس راوړلو لپاره بايد a او b معلوم وي او همدارنګه پوهېږو چې د هر خطي ګراف معادله $y = ax + b$ دی؛ نو بايد a او b معلوم وي، نو $a = r\frac{S_y}{S_x}$ او $b = \overline{y} - a\overline{x}$ چې دلته r د پيوستون ضريب $\overline{y}$ د y متحول اوسط، $\overline{x}$ د x د متحول اوسط، S_y د y د متحول معياري انحراف او S_x د x د متحول معياري انحراف دی، د a او b لاس ته راوړلو څخه وروسته د $y = ax + b$ په معادله کې د a او b قيمتونه ږدو او په لاس راغلي معادله د خطي ميلان له معادلې څخه عبارت ده.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره د درسي کتاب 298 مخ مثال د يو داوطلب زده‌کوونکي په واسطه حل کړی او نور زده‌کوونکي دې همدغه مثال په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

تاسو د کار څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې يو ځل بيا لوست توضيح کړئ او مثال ورته حل کړئ.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي په سمه توګه $a,\ S_x, S_y, r, \overline{y}, \overline{x}$ او b په لاس راوړلی شي او که نه؟ بيا هم د ستونزو په صورت کې ورته لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- د خطي ميلان معادله څه شی راښيي؟
- ايا د پراګندګۍ په ګراف کې ټول ټکي په يوه کرښه واقع کيدای شي؟
- ايا د پراګندګۍ په ګراف کې داسې کرښه رسمولای شي چې له ټولو ټکو تېره شي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی يو بل مفهوم چې د پيوستون په موضوع کې د يادونې وړ دی، د رجعت مفهوم دی چې دا د ميلان په مفهوم هم يادوي په احصائيه کې د پيوستون او ميلان($Regression$) موضوعات يو له بل سره دومره نږدې اړيکه لري چې اکثراً يود بل پر ځای په کار وړل کېږي.

د پيوستون اصطلاح د دوو متحولينو د ارتباط درجې ته اطلاق کېږي.

کله چې دوه متحوله يو له بل سره ارتباط ولري، نو د يو متحول له مخې د بل متحول وړاندوينه کېدای شي، خو د ميلان

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلمه د یوې پیښې د متحولینو هغو صفاتو او مشخصاتو ته اطلاقېږي چې د دوو متحولینو ترمنځ ارتباط بشپړ نه وي.
د وړاندوینې په پروسه کې چې یوه مهمه فرضیه موجوده ده او باید هغه موږ یې ترکتنې لاندې ونیسو، د دوو متحولینو ترمنځ خطي رابطه ده، دا رابطه د یوه مستقیم خط په شکل ښودل کېږي او پوهېږو چې د مستقیم خط معادله د $y = ax + b$ شکل لري، په دې معادله کې a یو ثابت مقدار دی که $x = 0$ شي، نو $y = b$ کېږي، که د پراګندګی(متفرق دیاګرام $scater \;\; diagram$) په ګراف کې ټولې نقطې په یوه مستقیم خط قرار ولري چې د متحولینو ترمنځ خطي ارتباط او پیوستون($Linear\ Regression$) موجود دی کیدای شي ساده یا څو خطي بلل کېږي.
په دې خصوصیت سره نوموړی منحني ته په احصائیه کې($Least\ Squares\ Curves$) او یا($Least\ Square\ Regression$) وايي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:
که چیرې $y = 2x + 3$ د y د ریګریشن معادله نظر x ته او د x اوسط مساوي په 2 راکړل شوی وي، د y اوسط څومره دی؟

حل د خطي میلان د معادلې په پام کې نیولو سره:

$$y = 2x + 3 \;\;\Rightarrow\;\; a = 2 \;\;,\;\;\; b = 3$$

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x} = 2\\ \bar{y} = ?\end{array}\right\}\;\; b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$b - \bar{y} = -a\bar{x}$$

$$-\bar{y} = -a\bar{x} - b \,/\cdot(-1)$$

$$\bar{y} = a\bar{x} + b = 2\cdot 2 + 3 = 4 + 3 = 7 \;\;\Rightarrow\;\; \boxed{\bar{y} = 7}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(شپږ درسي ساعتونه)

1-که چیرې په یوه ټولنه کې چې اوسط یې $\bar{x}=50$ او واریانس یې $S^2=64$ سره وي، د بدلون ضریب y چې له $y=2x+10$ رابطې سره سم بدلون مومي څو دی؟

حل:

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x}=50\\ S^2=64 \quad \Rightarrow \quad S=8\end{array}\right\} \quad C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}=\frac{8}{50}$$

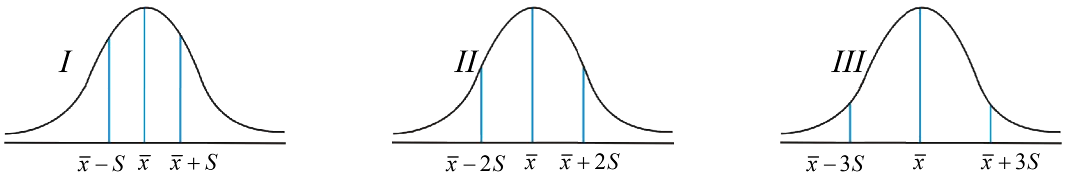
$$C\cdot V=0.16$$

$$C\cdot V=16\%$$

2-که چیرې د هر زده کوونکی په نمرو کې 20% نمبرې ورزیاتې شي، نو د نمبرو د بدلون په ضریب څه اغیزه کوي؟

حل: که چیرې د هر زده‌کوونکي په نمرو باندې 20% ورزیاتې شي، نو اوسط یې زیاتیږي ځرنګه چې $\bar{x}$ د بدلون په ضریب کې $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ په مخرج کې قرار لري، نو د بدلون یا تغیراتو ضریب یې هم کمیږي.

3- د هغو ټولنو فیصدي چې په لاندې درکړل شو و منحني ګانو کې پرتې دي، ولیکئ؟



حل: په I ټولنه کې د پلټنې ټول موارد په $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ کې 68% دي په II ټولنه کې ټول د پلټنې موارد چې په $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ انټروال کې پراته دي، 96% دي.

او په III منحني ګراف کې هغه ډېټا چې په $(\bar{x}-3S,\bar{x}+3S)$ انټروال کې پرته ده 99% ده.

4- لاندې اړیکو ته په پاملرنې سره وواياست چې کومه یوه له دغو اړیکو څخه یو متحوله، دوه متحوله او درې متحوله اړیکې دي.

الف: ستاسو د ټولګیوالو د ونو اندازه؟

ب: د یو شي د عمومي مصرف او جنس ترمنځ اړیکه؟

ج: د یوې استوانې د حجم، جګوالي او د قاعدې د مساحت تر منځ اړیکې؟

حل: هر شی(عنصر) چې د اندازې وړ وي متحول بلل کېږي.

الف: یو متحوله اړیکه ده او متحول یې د ټولګي د زده‌کوونکو د ونو اندازې دي.

ب: دوه متحوله اړیکه ده او متحولین یې عمومي مصرف او جنس دی.

ج: درې متحوله اړیکه ده او متحولین یې حجم، جګوالی او د قاعدې مساحت دی.

5- د يو ټولګي د مصرف شوو ساعتونو د شمېر او د زدکوونکو د نمبرو تر منځ چې د 20% له مخې اخېستل شوي دي، د مرتبو جوړو په شکل په لاندې ډول دی:

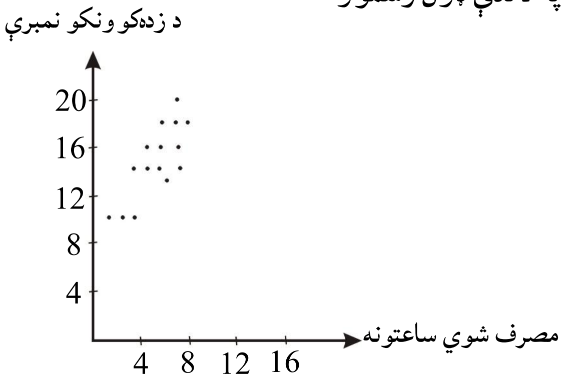
(2,10) , (3,10) , (3,14) , (4,10) , (4,14)

(5,14) , (5,16) , (6,12) , (6,16) , (6,18)

(7,14) , (7,18) , (7,20) , (8,16) , (8,18)

د زده کونکو د مصرف شوو ساعتونو او نمبرو تر منځ د اړیکو له مخې ګراف رسم او خپلې پایلې وڅېړئ؟

حل: تر هر څه د مخه لومړی د وضعیه کمیاتو سېستم رسمو و، د x پر محور مصرف شوی ساعتونه او د y پر محور د زده‌کوونکو نمرې ښیو او ګراف یې په لاندې ډول رسمو و:



له پورته ګراف څخه دا پایله په لاس راځي چې د مصرف شوو ساعتونو په زیاتوالي د زده‌کوونکو نمبرې هم زیاتېږي.

6- مخامخ ډېټا په پام کې ونیسئ:

x	1	1	2	3
y	1	5	4	2

په ورکړ شوي ډېټا کې د پیوستون ضریب حساب کړئ؟

حل:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+3}{4} = \frac{7}{4} = 1.75$$

$$\bar{y} = \frac{1+5+4+2}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$S_x^2 = \frac{(1-1.75)^2 + (1-1.75)^2 + (2-1.75)^2 + (3-1.75)^2}{4} = \frac{0.56+0.56+0.06+1.56}{4} = \frac{2.74}{4}$$

$$S_x = 0.82$$

$$S_y^2 = \frac{(1-3)^2 + (5-3)^2 + (4-3)^2 + (2-3)^2}{4} = \frac{4+4+1+1}{4} = \frac{10}{4} = 2.5 \Rightarrow S_y = 1.58$$

$$\sum x \cdot y = 1\cdot 1 + 1\cdot 5 + 2\cdot 4 + 3\cdot 2 = 1+5+8+6 = 20$$

$$\frac{1}{n}\sum x \cdot y = \frac{20}{4} = 5$$

$$r = \frac{\frac{\sum x\cdot y}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x \cdot S_y} = \frac{5-1.75\cdot 3}{0.82\cdot 1.58} = \frac{5-5.25}{1.29} = \frac{-0.25}{1.29} \Rightarrow \boxed{r = -0.19}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- که چیرې د پیوستون ضریب صفر ته نږدې وي، نو خطا ډېره، که لږه ده؟

حل: هر څومره چې د پیوستون ضریب صفر ته نږدې وي، په دې معنی دی چې د متفرق دیاګرام ټول ټکي له خط څخه زیاته فاصله لري، نو خطا ډېره ده.

8- که چیرې د پیوستون ضریب د $+1$ او -1 عدد ته نژدې وي، نو د y د خطا په اړوند څه وایئ؟

حل: که چیرې $r=\pm 1$ وي، نو ټول ټکي د $y=ax+b$ په خط باندې پراته دي او خطا هیڅ شتون نه لري.

9- د سروې له مخې چې د یوه ښوونځي د A او B په دوو ټولګیو کې شوې ده،لاندې عددونه د کیلوګرام په حساب د زده‌کوونکو د وزن لپاره راټول شوي دي:

A:	65	63	67	64	62	70	66	68	67	78	69	71
B:	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

د پاسنیو عددونو په پام کې نیولو سره:

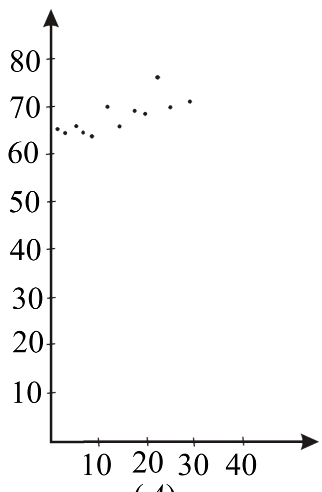
الف: د ډېټا د پراګنده‌ګي ګراف رسم کړئ؟

ب: د اړوندې مستقیمې کرښې معادله په لاس راوړئ a او b وټاکئ؟

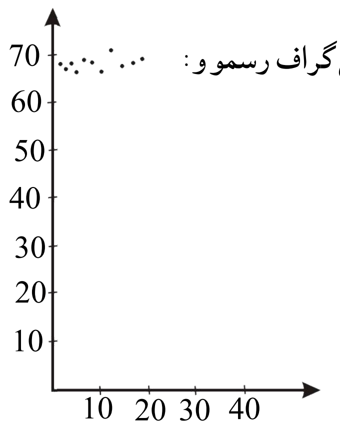
ج: اړونده مستقیمه کرښه نظر د ریګرېشن معادلې ته رسم کړئ؟

حل:

الف) لومړی د هر ګروپ بېل بېل د پراګندګی ګراف رسمو و:



(A)



(B)

ب)

$$A_{\bar{x}}=\frac{65+63+67+64+62+70+66+68+67+78+69+71}{12}=\frac{810}{12}=67.50$$

$$B_{\bar{y}}=\frac{68+66+68+65+69+66+68+65+71+67+68+70}{12}=\frac{811}{12}=67.58$$

$$S_x^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}=\frac{(65-67.5)^2+(63-67.5)^2+(67-67.5)^2+(64-67.5)^2+(62-67.5)^2+(70-67.5)^2}{}$$

$$\frac{+(66-67.5)^2+(68-67.5)^2+(67-67.5)^2+(78-67.5)^2+(69-67.5)^2+(71-67.5)^2}{12}$$

$$=\frac{6.25+20.25+0.25+12.25+30.25+6.25+2.25+0.25+0.25+110.25+2.25+12.25}{12}$$

$$=\frac{203}{12}=16.9 \quad\Rightarrow\quad \boxed{S_x=4.1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S_y^2=\frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n}=\frac{(68-67.58)^2+(66-67.58)^2+(68-67.58)^2+(65-67.58)^2+(69-67.58)^2+(66-67.58)^2}{}$$

$$\frac{+(68-67.58)^2+(65-67.58)^2+(71-67.58)^2+(67-67.58)^2+(68-67.58)^2+(70-67.58)^2}{12}$$

$$=\frac{0.176+2.496+0.176+6.656+2.016+2.496+0.176+6.656+11.696+0.336+0.176+5.856}{12}$$

$$=\frac{38.91}{12}=3.24\ \Rightarrow\ \boxed{S_y=1.8}$$

$$\sum A_xB_y=65\cdot68+63\cdot66+67\cdot68+64\cdot65+62\cdot69+70\cdot66+66\cdot68+68\cdot65+67\cdot71+78\cdot67+69\cdot68+71\cdot70$$

$$=4420+4158+4556+4160+4278+4620+4488+4420+4757+5226+4692+4970$$

$$\sum A_xB_y=54745\ \Rightarrow\ \frac{\sum A_xB_y}{n}=4562.08$$

$$r=\frac{\frac{\sum A_xB_y}{n}-A_{\bar{x}}\cdot B_{\bar{y}}}{S_x\cdot S_y}=\frac{4562.08-67.50\cdot67.58}{4.1\cdot1.8}=\frac{4562.08-4561.65}{7.38}=\frac{0.43}{7.38}=0.058$$

$$a=r\frac{S_y}{S_x}=0.058\frac{1.8}{4.1}=0.0256$$

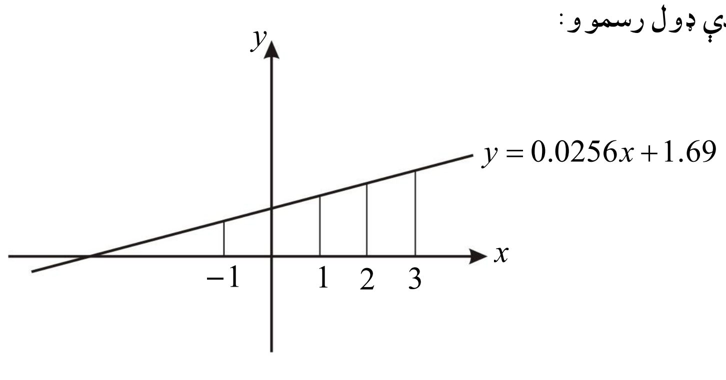
$$b=\bar{y}-a\bar{x}=1.8-(0.0256)(4.1)=1.8-0.105=1.69$$

$$y=ax+b$$

د ریګرېشن معادله $\boxed{y=0.0256x+1.69}$

ج: خرنګه چې د ریګرېشن معادله چې له $y=0.0256x+1.69$ څخه عبارت ده، په لاس راوړو اوس خط يې دقيمتونو له مخې په لاندې ډول رسمو و:

x	y
1	1.71
2	1.74
3	1.76
−1	1.6



10- که چيرې x او y سره بشپړ پيوستون او معکوس ولري، يعنې $S_x=S_y$، نو د y د ريګريشن خط نسبت x ته کوم دی؟

1) $y=-\frac{1}{2}x+b$ 2) $y=\frac{1}{2}x+b$

(3) $y=x+b$ (4) $y=-x+b$

حل: که چيرې x او y بشپړ پيوستون ولري، په دې معنا دی چې د تغييراتو ضريب $r=\pm1$ دی، نو:

$$a=r\frac{S_y}{S_x}=\pm\frac{S_y}{S_x}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څرنګه چې $S_x = S_y$ دی، نو:

$$a = \pm\frac{S_y}{S_x} = \pm 1$$

$$y = ax + b$$

$$y = \pm x + b \quad \Rightarrow \quad y = x + b \quad , \quad y = -x + b$$

11- د 20 تنو زده‌کوونکو د رياضي او فزيک د مضمون 20% د آزموينې پايلې چې په لاندې ډول وړکړ شوي، رسم کړئ؟

زده‌کوونکي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
د رياضي نمرې (x)	18	8	12	18	16	6	10	6	16	10	12
د فزيک نمرې (y)	16	10	8	18	14	10	10	6	10	14	10

زده‌کوونکي	12	13	14	15	16	17	18	19	20
د رياضي نمرې (x)	12	10	16	18	12	6	14	14	12
د فزيک نمرې (y)	6	12	16	12	12	8	12	14	16

ـ د ريګريشن د کرښې معادله په لاس راوړئ؟

ـ آيا د دوو آزموينو د پايلو تر منځ اړيکې شتون لري؟

حل:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = \frac{246}{20} = 12.3$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{20} y_i}{20} = \frac{234}{20} = 11.7$$

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20}(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(18-12.3)^2 + (8-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (18-12.3)^2 + (16-12.3)^2 + (6-12.3)^2 + (10-12.3)^2 + (6-12.3)^2 + (16-12.3)^2 + (10-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (10-12.3)^2 + (16-12.3)^2 + (18-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (6-12.3)^2 + (14-12.3)^2 + (14-12.3)^2 + (12-12.3)^2}{20}$$

$$= \frac{32.49 + 18.49 + 0.09 + 32.49 + 13.69 + 39.69 + 5.29 + 39.69 + 13.69 + 5.29 + 0.09 + 0.09 + 5.29 + 13.69 + 32.49 + 0.09 + 39.69 + 2.89 + 2.89 + 0.09}{20} = \frac{258.51}{20} = 12.92 \Rightarrow \boxed{S_x = 3.59}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S_y^2=\frac{\sum_{i=1}^{20}(y_i-\bar{y})^2}{n}=(16-11.7)^2+(10-11.7)^2+(8-11.7)^2+(18-11.7)^2+(14-11.7)^2+(10-11.7)^2+$$

$$\frac{+(10-11.7)^2+(6-11.7)^2+(10-11.7)^2+(14-11.7)^2+(10-11.7)^2+(6-11.7)^2+(12-11.7)^2+ \\ +(16-11.7)^2+(12-11.7)^2+(12-11.7)^2+(8-11.7)^2+(12-11.7)^2+(14-11.7)^2+(16-11.7)^2}{20}$$

$$S_y^2=\frac{18.49+2.89+13.69+39.69+5.29+2.89+2.89+32.49+2.89+5.29+2.89+32.49+0.09+}{}$$

$$\frac{+18.49+0.09+0.09+13.69+0.09+5.29+18.49}{20}$$

$$S_y^2=\frac{218.2}{20}=10.91 \Rightarrow \boxed{S_y=3.3}$$

$$\sum x\cdot y=18\cdot16+8\cdot10+12\cdot8+18\cdot18+16\cdot14+6\cdot10+10\cdot10+6\cdot6+16\cdot10+10\cdot14+12\cdot10+12\cdot6$$
$$+10\cdot12+16\cdot16+18\cdot12+12\cdot12+6\cdot8+14\cdot12+14\cdot14+12\cdot16$$
$$=288+80+96+324+224+60+100+36+160+140+120+72+120+256+216+144+48+168+196+192$$

$$\sum x\cdot y=3040 \quad , \quad \frac{\sum x\cdot y}{n}=\frac{3040}{20}=152$$

$$r=\frac{\frac{\sum x\cdot y}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x\cdot S_y}=\frac{152-12.3\cdot11.7}{3.59\cdot3.3}=\frac{152-143.91}{11.847}=\frac{8.09}{11.847}=0.68$$

د پیوستون له ضریب څخه لاندې پایله په لاس راځي.

- د x قیمت په ډېروالي د y قیمت هم ډېرېږي.
- یعنې x او y ترمنځ تقریباً 68% پیوستون شتون لري.

$$a=r\frac{S_y}{S_x}=0.68\frac{3.3}{3.59}=\frac{2.244}{3.59}=0.625$$

$$b=\bar{y}-a\bar{x}=11.7-0.625(12.3)=11.7-7.687=4.013$$

د رېګرېشن معادله: $y=ax+b \Rightarrow \boxed{y=0.625x+4.013}$

هو، د دوو ازموینو ترمنځ ($y=0.625x+4.013$) اړیکه شتون لري.

12- پر چنګښو د خوراک د مالګې د 5 او 1 فیصده محلول اغیزې د یون پلازما پر میزان د هغوی په بدن کې په لاندې جدول کې ثبت شوي دي؟

د مالګې په محلول کې د پاتېکېدو وخت	50	40	30	20	10	5	0
د یون پلازما میزان(mm)	136	132	126	122	118	110	90

ـ په پاسنی جدول کې متحولین وڅېرئ؟

ـ په پورتنیو متحولینو کې کوم یو خپلواک او کوم یو ناخپلواک متحول دی؟

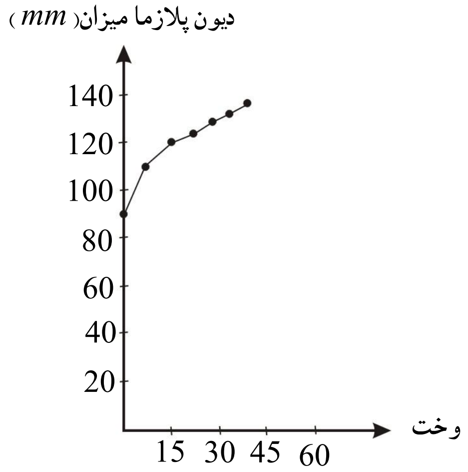
ـ د دې ګراف په رسم کې خپلواک متحول په افقي محور وښایاست؟

ـ یو داسې ګراف رسم کړئ چې د دواړو متحولینو ترمنځ اړیکه وښیي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

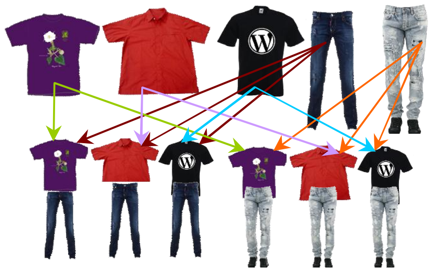
حل:

- په پورتني جدول کې دوه ډوله متحولین دي لومړی یې وخت دویم متحول یې د یون پلازما میزان دی.
- په پورتنیو متحولینو کې وخت خپلواک متحول او یون پلازما ناخپلواک متحول دی.



له پورتني گراف څخه څرگندېږي چې د وخت په زیاتېدو سره د یون پلازما میزان هم زیاتېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نهم څپرکی: احتمالات

پرموټېشن یا ترتیب (*Permutation*)

د درسي کتاب (305-308) **مخونه**

د لوست وخت: (**یو درسي ساعت**)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د پرموټېشن یا ترتیب په مفهوم پوه شي. • د پرموټېشن یا ترتیب په اړه پوښتنې حل کړي. • د پورته پوهې او مهارت په پیداکولو سره په ځان باور پیدا کړي او په ورځنیو مسائلو کې ترې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار. . .
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد. . .
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راواړوي او وپوښتي: • څوک ویلای شي په څو ډوله کولای شو درې کمېسونه او دوه پطلونونه سره جوړه جوړه واغوندو؟ • په څو ډوله کولای شئ درې قلمونه د قلمونو په بکسه کې سره خوا په خوا کېږدئ؟ • له {2,5,7} عددونو څخه څو درې رقمي عددونه جوړېدای شي؟ په دې شرط چې عدد په کې تکراري نه وي. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي، د درسي کتاب 305 مخ فعالیت ورکړي چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی دې سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي، که کومې ډلې تېروتنه کړې وي، کوښښ وکړئ، تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، بیا تاسې د پرموټېشن یا ترتیب تعریف داسې ورته وکړئ:

په یوه کتار کې یو د بل څنګ ته د n متمایزو شیانو تنظیم داسې چې د هغوی د اېښودلو ترتیب په پام کې وي، د ترتیب په نامه یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که په ترتیب کې تکرار مجاز نه وي، نو مساوي په $P_n = n!$ او که چیرې تکرار مجاز وي، نو مساوي په $P_n = n^n$ دی.
د لانبې پوهې لپاره زده‌کوونکي دې د 306 مخ لومړی مثال په خپلو کتابچو کې حل کړي او وریسې تاسو نوموړی مثال پر تخته باندې حل کړئ چې زده‌کوونکي خپل حل د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې اصلاح کړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې د کتاب دویم، دریم او څلورم مثالونه پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

1. څوک پرموټېشن یا ترتیب تعریفولای شي؟
2. $5!$ مساوي له کوم عدد سره دی؟
3. له $2,3,4,7,8$ عددونو څخه څو پنځه رقمي عددونه جوړېدای شي؟(تکراري رقم نه وي).
4. په څو ډوله کولای شو چې د A, B او C هېوادونو بیرغونه په یوه کتار کې سره خوا په خوا کېږدو؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د یوه طبیعي عدد لپاره د$(n\cdot(n-1)\cdot\ ...\ \cdot 3\cdot 2\cdot 1)$ حاصل ضرب په لنډ ډول په $n!$، (n – فکتوریل) ښودل کېږي او د تعریف له مخې $1!=1$ او $0!=1$ دی.

$$2! = 2\cdot 1 = 2$$
$$3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$$
$$4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$$
$$5! = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 120$$
$$6! = 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 720$$
$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\ \ ...\ \ 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$$

$$1)\ \frac{4!\,6!}{8!} = \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 6!}{8\cdot 7\cdot 6!} = \frac{8\cdot 3}{8\cdot 7} = \frac{3}{7}$$
$$2)\ \frac{(n+1)(n+2)!}{(n+3)!} = \frac{(n+1)(n+2)!}{(n+3)(n+2)!} = \frac{n+1}{n+3}$$
$$3)\ \frac{6!}{7!-6!} = \frac{6!}{6!(7-1)} = \frac{6!}{6!\cdot 6} = \frac{1}{6}$$
$$4)\ \frac{2n!(n-2)!}{4(2n-2)!n!} = \frac{2n(2n-1)(2n-2)!(n-2)!}{4(2n-2)!n(n-1)(n-2)!} = \frac{2n(2n-1)}{4n(n-1)} = \frac{2n-1}{2(n-1)}$$

د لوست په اړوند د لازیاتو معلوماتو لپاره یو مثال په پام کې نیسو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: له {1,5,4,2,8} عددونو څخه څوپنځه رقمي عددونه پرته له تکراري رقم څخه چې له 30000 څخه لوی وي جوړولای شو.

حل: د پنځو رقمونو لپاره پنځه تش ځایونه په پام کې نیسو او دغو پنځو ځایونو ته عددونه داسې ټاکو چې له 30000 څخه لوی وي.

د لس زریز خانې د ډکولو لپاره د راکړل شوو عددونو له سټ څخه درې امکانه شتون لري، چې دا درې د لس زریز خانې لاندې لیکو یعنې په لس زریز خانه کې د پوښتنې د شرط سره سم 4,5,8 رقمونه لیکلای شو او د لس زریز خانې د ډکولو لپاره له نوموړي سټ څخه د 1 او 2 رقمونه نشو ټاکلی ځکه چې غوښتل شوی پنځه رقمي عدد له 30000 کمېږي، څرنګه چې د لس زریز خانې د ډکولو لپاره یو له 5,4 او 8 رقمتونو څخه وټاکل شو، په سټ کې څلور رقمونه پاتې کېږي، چې د زریز خانې د ډکولو لپاره له دغو څلورو رقمتونو څخه هر یو رقم ټاکلی شو، یعنې د زریز خانې د ډکولو لپاره څلور امکانه شتون لري چې 4 د زریز خانې لاندې لیکو او همدارنګه د سلیز خانې د ډکولو لپاره درې رقمه پاتې کېږي چې د سلیز خانې د ډکولو لپاره درې امکانه شتون لري، چې په پورته ډول 3 د سلیز خانې لاندې لیکو، په همدې ډول د لسیز خانې د ډکولو لپاره دوه امکانه او یویز خانې لپاره یو امکان شتون لري چې په ترتیب سره 2 او 1 د لسیز او یویز خانو لاندې لیکو. په پای کې د نوموړو خانو د ډکولو لپاره د امکاناتو د ضرب حاصل د غوښتل شوو پنځه رقمي عددونو شمېر راښیي.

لس زریز	زریز	سلیز	لسیز	یویز
↓	↓	↓	↓	↓
3	4	3	2	1

$$N = 3\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 12\cdot 6 = 72$$

یعنې له پورته رقمونو څخه 72 پنځه رقمي عددونه چې تکرار په کې شوني نه وي په لاس راتلای شي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. څو پنځه رقمي عددونه وجود لري چې لومړی رقم یې 2 او وروستي رقم یې مساوي په 4 وي، په عدد کې هیڅ رقم تکراري نه وي؟

حل: پوهېږو چې ټول یو رقمي عددونه {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} دي، نو لاندې پنځه خالي ځایونه په پام کې نیسو:

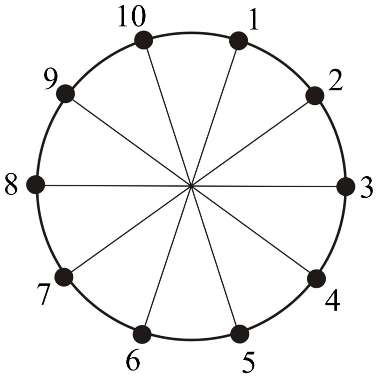
↓	↓	↓	↓	↓
1	8	7	6	1

$336 = 56\cdot 6 = 1\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 1 =$ ټول پنځه رقمي عددونه چې لومړی رقم یې 2 او وروستی رقم یې 4 او تکرار هم مجاز نه وي.

2. په څو ډوله 10 نفره کولای شي، د یوه ګردې میز په شاوخوا کښېني چې له دې جملې څخه 2 تنه غواړي په هر حالت کې سره خوا په خوا کښېني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل



هغه دوه تنه چې غواړي هر وخت سره خوا په خوا کېنې، دوی دواړو ته يو حالت په پام کې نيول کېږي، نو کله چې دوه چوکۍ د دوو تنو په واسطه اشغال شي، نو 8 چوکۍ پاتې کېږي په !8 ډوله دوی وربانـدې کښېناستلی شي او دوی دواړه هم دوه حالتونه لري، يعنې د دوی دواړو د ځای بدلون هم دوه حالتونه دي چې په 2 کې ضربېږي يعنې په لاندې ډول:

$$2(8!) = 2(8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1) = 2(40320) = 80640$$

يعنې دوی په 80640 ډوله کولای شي دګردي ميز په شاوخوا کښېني.

3. په څو ډوله کولای شئ 3 سره توپونه، 2 آسماني او څلور زيړ توپونه سره خوا په خوا په يو کتار کې کېږدو. (د هم رنګه تو پونو په کتار کې د هم رنګه توپونو ځای بدلول بل حالت نه شمېرل کېږي.)

حل دا پوښتنه په مرکب ترتيب باندې حلېږي، په کتاب کې له دغه نوم څخه يادونه نه ده شوې، ولې فرمول يې په کتاب کې شته.

$$P_n^{(k_1, k_2, \ldots, k_n)} = \frac{n!}{(k_1!\cdot k_2!\cdot \ \ldots \ \cdot k_n!)}$$

$$\left.\begin{aligned} n &= 3+2+4=9 \\ k_1 &= 3 \\ k_2 &= 2 \\ k_3 &= 4 \end{aligned}\right\} \quad P_9^{(3,2,4)} = \frac{9!}{3!\cdot 2!\cdot 4!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4!}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1\cdot4!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot5}{2\cdot1} = 9\cdot4\cdot7\cdot5 = 36\cdot35 = 1260$$

نهم څپرکی: احتمالات

ترکیب(Combination)

د درسي کتاب (309-310) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د ترکیب په مفهوم پوه شي. • د ترکیب په اړه پوښتنې حل او تشخیص کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په پیداکولو سره په ورځني ژوندکې ورځنه کار واخلي او له املهٔ یې خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېرلوست په یادونې سره د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • د 2 او 3 عددونو ترکیب له کوم عدد سره مساوي دی؟ • ایا ستاسو له نظره ترتیب او ترکیب یو له بل سره څه اړیکه لري؟ • د دوو تابعګانو ترکیب په څه ډول او شرط یې کوم دی؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د درسي کتاب 309 مخ فعالیت ورکړئ، چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې ځارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي، که کومې ډلې تېروتنه کړې وي، کوښښ وکړی، تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی، بیا تاسو داسې د ترکیب تعریف ورته وکړئ:

له n متمایزو شیانو څخه د r شیانو ټاکل($r \le n$) داسې چې په هغو کې د ټاکلو(انتخاب) ترتیب په پام کې نیول شوی نه وي، ترکیب نومېږي او ترکیب د $C\binom{n}{r} = C_r^n = \binom{n}{r}$ په سمبول سره ښیي. او $\binom{n}{r}$ داسې لوستل کېږي(n په r) او د تعریف له مخې $\binom{n}{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ سره دی، وروسته ښاغلی ښوونکی دې دکتاب 310 مخ لومړی مثال په تخته حل کړي او له زده‌کوونکو څخه دې د حل شوي مثال په اړه توضیحات وغواړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره یو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب دویم مثال پر تخته حل کړي، په عین وخت کې نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړي او کوښښ وکړي چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړي:

1. د ترتیب او ترکیب ترمنځ څه توپیر دی؟
2. $C_3^5=\binom{3}{5}$ له کوم عدد سره مساوي دی؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی غواړو وښیو چې $0!=1$ دی، پوهېږو چې $n!=n(n-1)(n-2)\ \dots\ 3\cdot2\cdot1$ دی، نو لرو:

$$(n+1)!=(n+1)n!$$

که دلته $n=0$ شي، نو:

$$(0+1)!=(0+1)0!$$
$$1=1!=1\cdot0!\ \Rightarrow\ 0!=1!=1$$

اوس غواړو ثابت کړو چې $C_n^n=\binom{n}{n}=1\ ,\ \ C_0^n=\binom{n}{0}=1$ او $\binom{n}{r}+\binom{n}{r-1}=\binom{n+1}{r}$ دی.

حل: د ترکیب له تعریف څخه په کار اخیستنې سره لرو چې:

$$C_0^n=\binom{n}{0}=\frac{n!}{0!(n-0)!}=\frac{n!}{1\cdot n!}=1$$

$$C_n^n=\binom{n}{n}=\frac{n!}{n!(n-n)!}=\frac{n!}{n!\cdot0!}=\frac{n!}{n!\cdot1}=\frac{n!}{n!}=1$$

$$\binom{n}{r}+\binom{n}{r-1}=\frac{n!}{r!(n-r)!}+\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}=\frac{n!(n-r+1)+rn!}{r!(n-r+1)!}$$
$$=\frac{n!(n-r+1+r)}{r!(n+1-r)!}=\frac{(n+1)n!}{r!(n+1-r)!}$$

$$\binom{n}{r}+\binom{n}{r-1}=\frac{(n+1)n!}{r!(n+1-r)!}=\frac{(n+1)!}{r!(n+1-r)!}=\binom{n+1}{r}=C_r^{n+1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- له او و تورو لکه د A,B,C,D,E,F او G څو 4 توري کلمې، پرته له تکراري توري څخه جوړولای شو ؟

حل پوهېږو چې ټول توري 7 دي، نو د څلورو تورو د کلمو د جوړولو لپاره موږ څلور تش ځايونه په پام کې نيسو چې د لومړي تش ځای لپاره د 7 تورو له ډلې څخه 7 امکان شتون لري، يعني:

↓ ↓ ↓ ↓

4 5 6 7

$840 = 42 \cdot 20 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 =$ ټولې څلور حرفي کلمې چې له پاسنيو تورو څخه په لاس راځي.

2- د واليبال په يوه ليگ کې، 7 ټيمونه گډون لري. ټيمونه په څو ډوله کولای شي لومړی، دويم او دريم مقام لاس ته راوړي؟

حل

دريم مقام	دويم مقام	لومړی مقام
↓	↓	↓
5	6	7

$= 7 \cdot 6 \cdot 5 = 42 \cdot 5 = 210$

يعنې ټيمونه په 210 ډوله کولای شي لومړی، دويم او دريم مقام لاسته راوړي.

3- له 4 نارينه‌وو او 6 مېرمنو څخه 2 نارينه او 3 ښځې داسې ټاکو چې نارينه په کې يو رئيس او دويم يې مالي مسؤول وي.

حل له پوښتنې څخه معلومېږي چې له 4 نارينه‌وو او 6 مېرمنو څخه 2 نارينه او 3 مېرمنې داسې ټاکو چې لومړی نارينه رئيس او دويم نارينه مالي مسؤول وي، د نارينه‌وو په ټاکلو کې د ټاکلو ترتيب په پام کې دی، نو د نارينه‌وو ټاکل په تبديل حلېږي او د مېرمنو ټاکل 3 تنه او د ټاکلو ترتيب يې هم په پام کې نه دی، نو د مېرمنو ټاکل په ترکيب باندې حلېږي.

د نارينه‌وو ټاکل $= P_2^4 = V_2^4 = \dfrac{4!}{(4-2)!} = \dfrac{4!}{2!} = \dfrac{4\cdot3\cdot2!}{2!} = 4\cdot3 = 12$

د مېرمنو ټاکل $= C_3^6 = \binom{6}{3} = \dfrac{6!}{3!(6-3)!} = \dfrac{6!}{3!\cdot3!} = \dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3!}{3\cdot2\cdot1\cdot3!} = \dfrac{6\cdot5\cdot4}{6} = 5\cdot4 = 20$

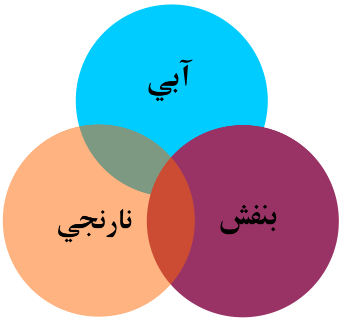
له 4 نارينه‌وو او 6 مېرمنو څخه د 2 نارينه‌وو او 3 مېرمنو ټاکل $= P_2^4 \cdot C_3^6 = 12\cdot20 = 240$

په پايله کې ويلی شو چې موږ دوه نارينه او درې مېرمنې شرايطو ته په پاملرنې سره په 240 ډوله ټاکلی شو.

نوټ: ښاغلی ښوونکی، دريمه پوښتنه د تبديل په عنوان پورې اړه لري، د تبديل له لوست وروسته دې دا پوښتنه حل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی: احتمالات



ترکیب(Combination)

د درسي کتاب (311) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- د زده کړې موخې **- پوهنیزه** **- مهارتي** **- ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانیږي چې: • د ترکیب په مفهوم پوه شي. • د ترکیب په اړه پوښتنې حل او تشخیص کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په پیداکولو سره په ورځني ژوندکې ورځنه‌کار واخلي او له املـه یې خوښي ښکاره کړي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار. . .
3- مرستندویه مواد:	د اړتیا وړ مواد. . .
4- د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې څخـه وروسـته د تېر لوست پـه یـادونې د زده-کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • په شکل کې څو رنګونه وینئ؟ • د ابي او نارنجي رنګ ترکیب کوم رنګ دی؟ • ستاسو په نظر ژیړ رنګ دکومو رنګونو له ترکیبه جوړیږي؟ • د 5 او 2 عددونو ترکیب کوم عددونه دي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونـه لـه زده‌کوونکـو څخـه پـه لاس راوړئ، د سـتونزو پـه صـورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښـوونکی زده‌کـوونکي پـه مناسـبو ډلـو وویشـئ، د درسـي کتـاب 311 مـخ فعالیت ورکړئ چې لـه خبـرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنـه او د سـتونزو پـه صـورت کې مرسته وکړئ پـه پای کې تاسو موضوع داسې تشریح کړئ:

ځینې وخت د بېلابېلو شیانو، اجزاوو، امکاناتو او شکلونو ترتیبول په مطلوب شکل هـم د ترتیـب او هـم د ترکیـب لـه لارې کیدای شي، مثلاً د بېلابېلو ګلانو ګـډون د زینتـي سـاحې لپـاره، د بېلابېلـو ګلانـو غـوره کـول، د بېلابېلـو هېوادونـو د بیرغونـو اېښودل داسې چې خپل لازم موقعیت ولري او داسې نور مثالونه، خو بیـاهم ترکیب لـه ترتیـب سـره تـوپیر لـري، مـوږ ترکیـب داسې تعریفوو: د عددونو، شیانو یا اجزاوو داسې ګروپ‌بندي ده چې په هغو کې سلسلهٔ مراتب او نوبت نه مراعات کېږي، یا پـه بل عبارت له n شیانو څخه r داسې چې $0 \le r \le n$ شیانو ټاکل چې د ټاکلو ترتیب په کې په پام کـې نـه وي نیـول شـوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

او فرمول یې $C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ دی.

د لانبې پوهې لپاره تاسو ورته دکتاب 312 مخ لومړی مثال پر تخته حل کړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره یو داوطلب(چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب 312 مخ دویم مثال پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې دکتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لاربښوونه او همکاري وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ډاډمن شی، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. څوک ترکیب تعریفولای شي؟
2. ترکیب له ترتیب سره څه توپیر لري؟
3. د ترکیب $C_2^6 = \binom{6}{2}$ حاصل له کوم عدد سره مساوي کېږي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د ترکیب اهمیت په دې کې دی چې د څېړنو لپاره د نمونو(*sample*) غوره کولو لپاره ضروري ده، ترڅو د عددونو له یوې مجموعې څخه تول عددونه په نمونه کې ځای ونیسي او برعکس د بېلابېلو افرادو یا شیانو څخه یو جمعیت یا نفوس(*papulation*) ترکیب شي، نو ځکه دا دوه اړخیز اهمیت لري. په احتمالاتو کې مورږ هم د جمعیت(نفوس) او هم د نمونې لپاره ځانګړی تعریف لرو: نفوس د هغوشیانو، افرادو، پېښو یا امکاناتو څخه عبارت دی چې مجموعه یې ګډ خصوصیات لري. اوس څو مثالونه چې د ترکیب د بحث اړوند دي په پام کې نیسو.

غواړو وښیو چې د هر $k \geq 1$ څخه $\frac{k}{n}\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1}$ دی.

ثبوت:

$$\frac{k}{n}\left[\frac{n!}{k!(n-k)!}\right] = \frac{k}{n}\left[\frac{n(n-1)!}{k(k-1)!(n-k)!}\right] = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} \quad \ldots *$$

$$\binom{n-1}{k-1} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-k+1)!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} \quad \ldots **$$

$$*,** \Rightarrow \frac{k}{n}\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1}$$

همدارنګه غواړو ثبوت کړو چې $(k+1)\binom{n}{k+1} = (n-k)\binom{n}{k}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثبوت:

$$(k+1)\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}=(k+1)\frac{n!}{(k+1)k!(n-k-1)!}=\frac{n!}{k!(n-k-1)!}=\frac{(n-k)n!}{k!(n-k)(n-k-1)!}$$

$$=(n-k)\frac{n!}{k!(n-k)!}=(n-k)\binom{n}{k}\ \Rightarrow\ (k+1)\binom{n}{k+1}=(n-k)\binom{n}{k}$$

$$\Rightarrow\ (k+1)!\binom{n}{k+1}=(n-k)\binom{n}{k}$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- که چیرې په یوه ازموینه کې له 10 پوښتنو څخه 7 پوښتنو ته ځوابونه مطلوب وي، په څو ډوله کولای شو چې له 10 پوښتنو څخه 7 پوښتنې د حل لپاره وټاکو ؟

حل څرنگه چې له لس پوښتنو څخه 7 پوښتنو ته ځواب مطلوب دی، له دې څخه معلومېږي چې د انتخاب ترتیب په نظر کې نه دی، له دې امله دا پوښتنه د ترکیب په طریقه حلېږي.

$$C_r^n=\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$C_7^{10}=\frac{10!}{7!(10-7)!}=\frac{10!}{7!3!}=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7!}{7!\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$C_7^{10}=10\cdot 3\cdot 4=120$$

2- په یوه مستوي کې پنځه ټکي چې په یوه کرښه پراته نه دي، په پام کې ونیسئ د دې ټکو په نښه کولو سره په څو ډوله مثلث جوړولای شو.

حل دا پوښتنه د ترکیب په طریقه حلېږي، ځکه چې په همدې کې د انتخاب ترتیب په هغو کې په پام کې نه دی نیول شوی څرنگه چې مثلث له دریو ټکو څخه تېرېږي،نو:

$$C_3^5=\frac{5!}{3!(5-3)!}=\frac{5\cdot 4\cdot 3!}{3!2!}=\frac{5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 2\cdot 1}$$

$$C_3^5=5\cdot 2=10$$

یعنې په 10 ډوله کولای شو چې له ټکو څخه مثلثونه جوړ کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- که چیرې $P(n,2)-C_2^n=36$ سره وي، د n قیمت پیدا کړئ؟

حل

$$P(n,2)=\frac{n!}{(n-2)!}$$

$$C_2^n=\frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$P(n,2)-C_2^n=\frac{n!}{(n-2)!}-\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{2!n!-n!}{2!(n-2)!}=\frac{n!(2!-1!)}{2!(n-2)!}=\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!}=36$$

$$=\frac{n(n-1)}{2}=36/\cdot 2$$

$$\Rightarrow\ P(n,2)-C_2^n=n^2-n=72$$

$$\Rightarrow\ n^2-n-72=0\ \ \Rightarrow\ \Delta=1^2-4(1)(-72)$$

$$\Delta=1+288=289$$

$$\sqrt{\Delta}=\pm 17$$

$$n_1=\frac{1+17}{2}=\frac{18}{2}=9\ \ ,\ \ n_2=\frac{1-17}{2}=\frac{-16}{2}=-8$$

خرنگه چې n منفي قیمت نه شي اخېستلای، نو $n=9$ دی.

میزان:

$$P(n,2)-C_2^n=36$$

$$P(9,2)-C_2^9=36$$

$$P(9,2)=\frac{9!}{(9-2)!}=\frac{9!}{7!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7!}{7!}=9\cdot 8=72$$

$$C_2^9=\binom{9}{2}=\frac{9!}{2!(9-2)!}=\frac{9!}{2!7!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7!}{2\cdot 1\cdot 7!}=9\cdot 4=36$$

$$P(9,2)-C_2^9=72-36=36$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی: احتمالات

تبدیل(Variation)

د درسي کتاب (313-316) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د تبدیل په مفهوم پوه شي. • د تبدیل اړوند مثالونه حل کړای شي. • د تبدیل د موضوع په اړه ورځنی ستونزې حل او په ځان باورمن شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یوکسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام تېر لوست ته راواړوئ او د کتاب د ورودي برخې په اړه داسې وپوښتئ: • د چارټ په شکل کې څه شی وینئ واضح یې کړئ. • ستاسو په نظر تبدیل له ترکیب سره څه توپیر لري؟ • له $\{a,b,c,d,e\}$ تورو څخه څو درې حرفي کلمې جوړېدای شي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، د درسي کتاب د 313 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړی په پای کې د یوې یا دوو ډلو استازي دې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي، که کومې تېروتنې وي، کوښښ وکړي، تېروتنې یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی. بیا وروسته تاسې داسې د تبدیل تعریف وکړئ:

له n متمایزو شیانو څخه د k شیانو ټاکل داسې چې $k \le n$ وي او د ټاکلو ترتیب یې په پام کې وي، له تبدیل څخه عبارت دی او په $V_k^n = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ فارمول سره، ښودل کېږي، یا په بل عبارت د عددونو، شیانو او اجزاوو داسې تنظیمول دي چې د نوبت سلسله په کې رعایت شي، د موضوع د لانبه پوهاوی لپاره د درسي کتاب د 313 مخ مثاله پر تخته حل کړئ او ګام په ګام د تبدیل فرمول وریاندې تطبیق کړئ او لازم توضیحات ورکړئ په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ او ورته وواياست چې د پوهنتون له کلمې څخه څو درې حرفي کلمې پرته له تکراري توري څخه جوړېدای شي؟

د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره یو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکي تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب 314 مخ مثال پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته قضیه حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې له زده‌کوونکو څخه سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. د تبدیل او ترکیب ترمنځ څه توپیر وجود لري؟
2. $V(5,2)=V_2^5$ له کوم عدد سره مساوي دی؟
3. په څو مختلفو ډولونو کولای شو 5 تنه محصلین له یوه 17 کسیز ټولګي څخه یوه پنځه ځانګیزه کورس ته نوم لیکنه وکړو؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی تبدیل نه یوازې د پلټونو په تبدیل، نسل ګیرۍ، د بوټو د تنظیم، د یو شمېر عملیاتو، اوبه لګولو او نورو په هکله دګټې وړ دی، بلکې په ورزشي، سیاسي، کلتوري، ګڼ شمېر مسائلو او نورو کې هم مونږ ته د ښه تنظیمولو لپاره پوهه راکوي؛ مثلاً د هېواد د 34 ولایتونو ورزشي ټیمونه څو څو ځله یو له بل سره د مخامخ کېدو احتمال او چانس لري او څو لوبې باید ورته تنظیم شي، یا په هېواد کې د ټاکنو لپاره د وکیلانو، بهر ته د تلونکو هیاتونو د تبدیل په جوړولو، په نړیوالو غونډو کې د هېوادونو د بیرغونو اېښودلو شکل، د لویو غونډو لپاره د هر هېواد یا د هیات هر غړي ته یوه ورځ د ریاست مشري سپارل او نورو مسائلو کې هم ډېر کارول کېږي.

د موضوع د لاښه وضاحت لپاره لاندې مثال په پام کې نیسو.

فرضوو چې د یو روغتون رئیس غواړي له 5 تنو ډاکټرانو څخه درې تنه ډاکټران داسې وټاکي چې تر ټولو ښه او لایق وي، نو د روغتون رئیس د 5 تنو څخه به لومړی ډاکټر د څلور تنو څخه به دویم ډاکټر او له درې تنو څخه دریم تن وټاکي، نو دلته 60 لارې(طریقې) شتون لري، ترڅو درې تنه ډاکټران له 5 تنو ډاکټرانو څخه وټاکل شي. دا 60 طریقې ددې فورمول په واسطه محاسبه کولای شو:

حل:

$$V_k^n = V(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$V_3^5 = V(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2!}{2!} = 5\cdot4\cdot3 = 60$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. د فوټبال په یوه سیالۍ کې 12 ټیمونه ګډون لري، په څو ډوله کولای شو ګټونکي لومړی، دویم او دریم مقام ته وټاکو.

حل پورتنی پوښتنه په تبدیل پورې اړه لري، ځکه چې په هغه کې د انتخاب ترتیب په پام کې دی:

دریم مقام	دویم مقام	لومړی مقام
↓	↓	↓
10	11	12

$$N = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 12 \cdot 110 = 1320$$

له فورمول څخه هم همدغه ځواب لاسته راځي:

$$V_3^{12} = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{9!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$$

2. د یو ولسم ټولګي له 20 تنو زده‌کوونکو څخه په څو ډوله دوه تنه، د ټولګي د استازي او د استازي د مشرمرستیال په توګه ټاکلی شو.

حل

د استازي مشر مرستیال	استازي
↓	↓
19	20

$$N = 20 \cdot 19 = 380$$

یا د فورمول څخه هم په لاس راځي:

$$V_2^{20} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{18!} = 20 \cdot 19 = 380$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{array}{c}
1 \\
1 \quad 1 \\
1 \quad 2 \quad 1 \\
1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\
1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\
1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1
\end{array}
$$

نهم څپرکی: احتمالات

د بېنوم قضيه

د درسي کتاب (317-318) مخونه

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د بينوم د قضيې په مفهوم پوه شي. • د بينوم د قضيې په مرسته د $(a \pm b)^n$ مطابقت ته پراختيا ورکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان باور پيدا کړي او په ورځني ژوند کې ترې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ييزکار او يو کسيز... .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه يادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • په مخامخ شکل کې عددونه په کوم ترتيب تنظيم شوي دي؟ • د څلورمې ليکې عددونه کوم دي؟ • د $(a+b)^3$ مطابقت ضريبونه په لاس راوړئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ د درسي کتاب 317 مخ فعاليت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعاليت سرته ورسوي، د فعاليت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې دې د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولی فعاليت نورو ته توضيح کړي، که کومې ډلې تېروتنې کړې وي، کوښښ وکړی تېروتنه يې د يوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ. بيا وروسته تاسو موضوع داسې تشريح کړئ:

په يوه ناځاپي تجربه کې چې دنمونې فضا غړي يې په مساوي احتمال په تجربه کې بيا بيا د تکرار وړ وي، د تجربې په n ځله تکرار کې د بينوم د انکشاف k – ام حد کې لاندې احتمال لري: $\binom{n}{k}P^k(1-P)^{n-k}$

پورتنی بينوم په $B(n,p,k)$ سره ښودل کېږي چې د برنولي د احتمال په نامه يادېږي او داسې $B(n,p,k)=\binom{n}{k}P^k(1-P)^{n-k}$ ليکل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دغه فورمول د هغې پيښې لپاره کارول کېږي چې له دوو حالتونو څخه خالي نه وي يا کاميابي يا ناکامي مثلاً د يوې سکې په غورځېدو کې که د خط راتګ مطلوب وي؛ نو دلته دوه حالتونه شتون لري يا به خط راشي يا به شېر.

او همدارنګه د يوې پيښې د پېښېدو احتمال P او د نه پېښېدو احتمال يې $q = 1 - p$ دی.

6- د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره يو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب 318 مخ مثال پر تخته حل کړي، په عين وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) دقيقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شی، چې ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې له زده‌کوونکو څخه سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. کولای شو د هرې ناڅاپي تجربې نمونه‌يي فضا په داسې يوې نمونه‌يي فضا واړوو چې دوه غړي ولري؟
2. که چيرې د يوې نمونه‌يي فضا د يوه غړي د پېښېدو احتمال P وي، د بلې پيښې احتمال به يې څو وي؟
3. که چيرې دا ډول تجربې n ځلې تکرار شي، نو د $k-$ام ځلې وړل په n ځلې تکرار کې يې احتمال پيدا کړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی تراوسه مو د بينوم قضيې په هکله يو څه معلومات ترلاسه کړل، خو اوس غواړو پوه شو چې په احتمالاتو کې د بينوم له قضيې څخه د څه شي لپاره استفاده کېږي، دا موضوع په يوه مثال کې ښيو:

مثال: يوه دوه مخيزه سکه په پام کې ونيسئ، يوه مخ ته يې شېر نوم ورکړئ او بل مخ ته يې خط ووايې، که د H حرف له شېر څخه او T حرف له خط څخه نمايندګي وکړي د H او T د فريکونسي وېش چې د سکې د څلور ځلې غورځولو په واسطه منځ ته راځي، د بينوم د قضيې په کارولو سره يې محاسبه کوو.

$$(H+T)^4 = H^4 + 4H^3T + 6H^2T^2 + 4HT^3 + T^4$$

ددې مساوات ښی خوا د H او T د تورو توانونه د ترکيب له نوعيت څخه نمايندګي کوي، داسې چې ښي خوا د هر حد ضريبونه هغه فريکونسي ښيي، چې يو ترکيب مثلاً H^3 يا H^2 تکرارېږي، په دې ډول ويلای شو چې $H^3(H,H,H)$ په کې 4 ځلې تکرار شوی دی او د پايلو مجموع د سکې د غورځولو په عمليه کې مساوي په 16ده؛ يعنې د ټولو حدونو د ضريبونو مجموعه 16 کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

وښيئ چي:

$$\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\cdots+(-1)^n\binom{n}{n}=0 \qquad (I)$$

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\cdots+\binom{n}{n}=2^n \qquad (II)$$

حلI: د I مساوات له ښي لورى څخه کيڼ لوري په لاس راوړو او همدارنګه د نيوټن له بينوم څخه کار اخلو؛ يعنې:

$$(a+b)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+\ \dots\ +\binom{n}{n}b^n$$

$$0=(1+(-1))^n=\binom{n}{0}1^n+\binom{n}{1}1^{n-1}(-1)+\binom{n}{2}1^{n-2}(-1)^2+\binom{n}{3}1^{n-3}(-1)^3+\ \dots\ +\binom{n}{n}(-1)^n$$

$$0=\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-\binom{n}{3}+\ \dots\ +(-1)^n\binom{n}{n}$$

حل II : پوهېږو چې $2=1+1$ کېږي؛ نو بيا هم د نيوټن له بينوم څخه کار اخلو او له ښى لورى کيڼ لورى په لاس راوړو:

$$2^n=(1+1)^n=\binom{n}{0}1^n+\binom{n}{1}1^{n-1}\cdot 1+\binom{n}{2}1^{n-2}\cdot 1^2+\binom{n}{3}^{n-3}\cdot 1^3+\ \dots\ +\binom{n}{n}1^n$$

$$2^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\ \dots\ +\binom{n}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی: احتمالات

دوه جمله‌یي احتمال

د درسي کتاب (319-322) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د دوه جمله‌یي احتمال په مفهوم پوه شي. • د دوه جمله‌یي احتمال په هکله اړوندې پوښتنې حل کړای شي. • له دوه جمله‌یي احتمال څخه په ورځني ژوند کې کار واخلي او ورڅخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییزکار او یو کسیز. . . .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیاوړ مواد. . . .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته له تېر لوست څخه په یادونې سره د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • په چارټ کې کوم شکلونه ګورئ؟ • که چیرې یوه سکه پورته واچول شي، کله چې سکه بېرته په ځمکه لوېږي، کوم مخ به یې پورته خواته راشي(شېر که خط)؟ • ایا د یوې سکې په اچولو سره به له شېر او خط راتلو څخه پرته کوم بل حالت راشي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړی د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشی د درسي کتاب 319 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې دې د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي، که کومې ډلې تېروتنې کړې وي، کوښښ وکړی چې تېروتنې یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ. بیا وروسته تاسو موضوع داسې تشریح کړئ:

کولای شو د هرې ناڅاپې تجربې نمونه‌یي فضا په داسې یوې نمونه‌یي فضا واړوو چې دوه غړي لري.

که چیرې د دا ډول نمونه‌یي فضا د یوه غړي احتمال P وي، نو هرومرو د بل حالت احتمال $q=1-p$ او ناکامې دي.

که چیرې دا ډول تجربې n ځلې تکرار شي، نو د $k-$ ام ځلي وړل(بریالی کېدل) په n ځلې تکرار کې P او له n ځلې څخه پاتې حالتونه چې د بایللو او ماتې خوړلو احتمال یعنې $q=1-p$ دی.

په پورته فورمول کې: $P(k,n,p)$ په n ځلي تکرار کې $k-$ ام ځلي وړل $=\binom{n}{k}P^k(1-p)^{n-k}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

P : د ناڅاپي پيښې د پېښېدو احتمال د نمونې په هر واحد کې

k : ناڅاپي مطلوبه پايله

n : د نمونې فضا شمېر

$\binom{n}{k}$ د مطلوبې پيښې ضريبونه چې مساوي دی په $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

وروسته تاسو د درسي کتاب 320 مخ لومړی مثال له فورمول څخه په کار اخېستنې سره د پوښتنې او ځواب په طريقه حل کړئ.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره يو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د درسي کتاب 320 مخ دويم مثال په تخته حل کړي، په عين وخت کې دې نور زده‌کوونکي هم په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

په پای کې داوطلب زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې ددرسي کتاب د 320 او 321 مخونه دريم، څلورم او پنځم مثالونه پر تخته حل کړي، تېروتنې يې د نورو زده‌کوونکو په واسطه اصلاح کړئ له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده-کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې له زده‌کوونکو څخه سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. که يوه سکه 5 ځلې واچول شي په دريم ځل کې يې د خط راتګ احتمال پيدا کړئ.
2. د دوه جمله‌يي احتمال فورمول وواياست او اجزاوې يې تشريح کړئ.
3. که يوه سکه 20 ځلې واچول شي، په 12 ام ځل کې يې د شېر راتګ احتمال څومره دی؟
4. دوه جمله‌يي احتمال په احتمالاتو کې د څو احتمالي پېښو لپاره په کار وړل کېږي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د دوه جمله‌يي احتمال هره هغه رياضيکي افاده ده چې دوه حده ولري؛ يعنې هغه ناڅاپي پېښه چې د پېښېدو احتمال يې له دوو حالتونو څخه خالي نه وي، يا کاميابي او يا ناکامي په احتمالاتو کې دوه جمله‌يي احتمال هغه وخت کارول کېږي چې کله موږ دوې مشاهدې سره يو ځای ليکو په ځانګړې توګه د احتمالاتو په سنجش کې ډېر معمول دی، د لاښه وضاحت لپاره لاندې مثال په پام کې نيسو.

مثال: که چيرې په 6 دانو هګيو کې د څلورو چرګانو او دوو چرګو د راوتلو احتمال پيداکړو، نو په 6 واړو کې د ښځينه چرګوړو احتمال داسې محاسبه کوو:

$$P(k,n,p)=\binom{n}{k}P^{k}(1-P)^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}P^{k}(1-p)^{n-k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$k=4$ ټولې ناخاپې پېښې

$n=6$ ټولې هګۍ

$P=\frac{1}{2}$ د چرګ یا چرګې د وتلو احتمال یا په یوه هګۍ کې 50% د چرګې او 50% د چرګ احتمال:

$$P(4,6,\frac{1}{2})=\binom{6}{4}(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^2=\frac{6!}{4!(6-4)!}\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}=\frac{6!}{4!\cdot 2!}\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}$$

$$P(4,6,\frac{1}{2})=\frac{6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}=\frac{15}{64}=0.23=23\%$$

یعنې له 6 هګیو څخه د ښځینه چرګوړی راوتل 23% امکان لري.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

یوه سکه څو ځله غورځوو، د دې احتمال پیداکړې چې:

(i): په 4 ځله غورځېدو کې، 2 ځلې خط راشي.

(ii): په 6 ځله غورځېدو، 3 ځلې خط راشي

(iii): په 8 ځله غورځېدو کې، 4 ځلې خط راشي.

(iv): فکر وکړئ چې که سکه 2n ځلې وغورځول شي او n ځلې خط راشي، د n په ډېریدو، د p بدلون په څه ډول دی؟

حل (i): د درسي کتاب د 316 مخ د خط راتګ له فورمول څخه په کار اخېستنې سره لرو:

P (خط راتګ) $=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$ د خط راتګ احتمال په $k-$ ام مرتبه کې

$$P(2)=\frac{\binom{4}{2}}{2^4}=\frac{\frac{4!}{2!(4-2)!}}{16}=\frac{\frac{4\cdot 3\cdot 2!}{2!\cdot 2!}}{16}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

حل (ii): P (3 ځلې خط راتګ) $=\frac{\binom{6}{3}}{2^6}=\frac{\frac{6!}{3!(6-3)!}}{64}=\frac{\frac{6!}{3!\,3!}}{64}=\frac{\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 3!}}{64}=\frac{20}{64}=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

په همدې ډول:

حل (iii): P (4 ځلې خط راتګ) $=\frac{\binom{8}{4}}{2^8}=\frac{\frac{8!}{4!\,4!}}{256}=\frac{\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 4!}}{256}=\frac{7\cdot 2\cdot 5}{256}=\frac{70}{256}=\frac{35}{128}$

په عمومي توګه:

حل (iv): P (په $2n$ ځلې غورځېدو کې n خط) $=\frac{\binom{2n}{n}}{2^{2n}}=\frac{\binom{2n}{n}}{4^n}=\frac{\frac{(2n)!}{n!(2n-n)!}}{2^{2n}}=\frac{\frac{(2n)!}{n!\cdot n!}}{2^{2n}}$

یعنې ددې احتمال چې په $2n$ ځلې غورځېدو کې n ځلې خط راشي عبارت دی له: $\frac{\binom{2n}{n}}{2^{2n}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم ټولګي د عمومي پوښتنو حل(څلور درسي ساعتونه)

1- د لاندې عددونو سټ په پام کې ونیسئ:

$$S=\{0,1,2,3,4,5,6\}$$

(i): په څو ډوله کولای شو له پورتنیو عددونو څخه 3 رقمي عددونه جوړ کړو.

(ii): ټول 3 رقمي جفت عددونه به څو وي؟

حل (i): د درې رقمي عددونو د جوړولو لپاره درې تش ځایونه په پام کې نیولی شو، اوس د سلیز خانې د ډکولو لپاره د S په سټ کې له راکړل شوو عددونو څخه شپږ امکانه شتون لري، ځکه چې یو رقم یې صفر دی، چې د سلیز په خانه کې یې نه شو لیکلای، ځکه درې رقمي عدد په لاس نه راځي. څرنګه چې په نوموړي سټ کې ټول اووه عددونه دي او یو یې په سلیز خانه کې ټاکل شوی دی، نو د لسیز خانې لپاره هم شپږ امکانه موجود دي، له هغه وروسته د یویز خانې د ډکولو لپاره پنځه عددونه پاتې کېږي، ویلای شو چې د یویز خانې د ډکولو لپاره پنځه امکانه شته، چې په لاندې ډول لیکل شوي دي:

↓	↓	↓
6	6	5

$$6\cdot 6\cdot 5=36\cdot 5=180$$

حل (ii): د ټولو درې رقمي جُفتو عددونو د شمېر د پیدا کولو لپاره درې تش ځایونه په پام کې نیسو. له شرط سره سم لومړی د یویز خانې د ډکولو لپاره څلور امکانه شته، یعنې د یویز خانه د $(0,2,4,6)$ هر یوه عدد په واسطه ډکولای شو. د لومړي جزء په ډول د لسیز خانې ډکولو لپاره شپږ امکانه شتون لري، نو د سلیز خانې د ډکولو لپاره پنځه عددونه پاتې کېږي، خو څرنګه چې صفر د سلیز په خانه کې نه شو لیکلای، ځکه درې رقمي عدد نه راکوي، نو له دې امله د سلیز خانې د ډکولو لپاره څلور امکانه شتون لري، چې په لاندې ډول ښودل شوي دي:

↓	↓	↓
4	6	4

$$4\cdot 6\cdot 4=24\cdot 3=96$$

2- په څو ډوله 6 تنه زده‌کوونکي په یوه کتار کې څنګ په څنګ دریدلی شي؟

حل:

↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	2	3	4	5	6

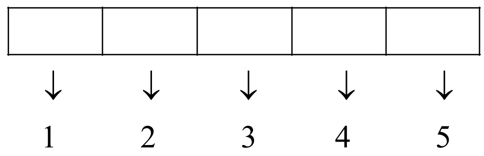
$$N=6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=30\cdot 24=720$$

یعنې په 720 ډوله کولای شي په یوه کتار کې ودرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په څو ډوله ابوبکر، زبیر، یاسر، حنظله او خبیب کولای شي، په یوه کتار کې خوا په خوا د یو یادګاري تصویر د اخیستلو لپاره ودرېږي؟

حل:



$$N = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 20 \cdot 6 = 120$$

یعنې ابوبکر، زبیر، یاسر، حنظله او خبیب کولای شي، د تصویر اخیستلو لپاره په یوه کتار کې په 120 ډوله ودرېږي.

4- په څو ډولونو کولای شو چې 9 تنه په درې 3 ګروپونو ووېشو؟

حل:

$$N_1 = C_3^9 = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!\ 6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6!} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 12 \cdot 7 = 84$$

$$N_2 = C_3^6 = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!\ 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3!} = 5 \cdot 4 = 20$$

$$N_3 = C_3^3 = \binom{3}{3} = 1$$

$$N = N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 = 84 \cdot 20 \cdot 1 = 1680$$

یعنې کولای شو 9 تنه په 1680 ډوله په 3 ګروپونو باندې ووېشو.

5- د پاسکال د مثلث له مخې د $(a+b)^7$ انکشاف په لاس راوړئ؟

حل:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

$$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$$

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library