د فورمولونو

او جدولونو ټولګه

Ketabton.com

(ریاضیات، فزیک، کیمیا، جیولوجي او بیولوژي)

د کانکور ازموینې د ګډون کوونکو او د پوهنتون د محصلینو غوره همکار

+۲۰۵۰ فورمولونه

+۴۵ جدولونه

+۹۰ ګرافونه

ترتیب کوونکی: انجنیر محمد اجمل بهرام زوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فورمولونو او جدولونو ټولګه

ترتیب کوونکی: انجنیر محمد اجمل بهرام زوی

کمپوز او ډیزاین : انجنیر محمد افضل ذاکر

چاپ لړ: اول

چاپ شمېر: ۱۰۰۰ ټوکه

چاپ کال: ۲۰۱٦ز (۱۳۹۵ل) کابل

خپرندوی: علمي خپرندویه ټولنه/ ګردیز

چاپځای: حسین احمد چاپخانه

د دې کتاب د چاپ حق له لیکوال سره خوندي دی .

د ترلاسه کېدو ځایونه:

علمي کتاب پلورنځی

پته: د ګردیز ښار، غزني لین، د عبدالحمید ګردیزي
مارکیټ، پکتیا ، افغانستان

اړیکشمېرې: ۰۷۷۲۹۳٦۳۴۱(۰)۹۳+/۰۷۷۲۲۸۸۱۹۰(۰)۹۳+

برېښنالیک: ilmiketabtoon@gmail.com

کابل:

۱- مستقبل کتاب پلورنځی

۲- خیبر کتاب پلورنځی

جلال اباد:

۱- مومند کتاب پلورنځی

۲- ختیځ کتاب پلورنځی

۳- یار کتاب پلورنځی

خوست: رحیمي کتاب پلورنځی

کندهار: کروړ کتاب پلورنځی

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحیم

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

د لوی خدای«جل جلاله» ډیر شکر ادا کوم چې ماته یې د دې کوچني کتاب د ترتیب کولو وړتیا را په برخه کړه.

څرنګه چې تیرو څو لسیزو جګړو او ناخوالو زموږ د ګران هېواد بیلابیلې بنسټیزې برخې له منځه وړې او یا یې ډیر زیان ور اړولی دی، چې له دې څخه یوه ارزښتناکه برخه د علم او پوهې ده. نو اړینه ده چې هر افغان د هیواد پالنې د حس له مخې د خپل توان تر کچې پورې د بېلابېلو علومو په برخه کې که هغه دیني وي یا ساینسي؛ په بډاینه کې ونډه واخلي. نو دې اړتیا ته په کتو سره مې د (فورمولونو او جدولونو ټولګه) تر سرلیک لاندې دا کوچنی کتاب ترتیب کړ، چې له نېکه مرغه دا دی اوس ستاسو په لاس کې دی.

ددې کتاب د تصحیح په برخه کې د خوست د شیخ زاید پوهنتون ښاغلو استادانو هر یو، پوهندوی امرالله آصفي د کیمیا په برخه کې، پوهنمل علي جان عادل د فزیک په برخه کې او پوهیالي اسد الله سروري او د کابل پوهنتون د ساینس پوهنځي استاد پوهیالی ثمرالدین جبران د ریاضیاتو په برخه کې ډیره مرسته کړې ده.

دا کتاب د ټاټوبي په ملي ژبه (پښتو) کې د خپل ډول لومړنی دی. د دې کتاب څخه د ښوونځیو زده کوونکي په ځانګړې توګه د کانکور د ازموینې ګډونوال او همدارنګه د پوهنتونونو د بېلابېلو پوهنځیو محصلان ګټه پورته کولای شي.

دا کتاب پنځه برخې لري، لومړۍ برخه یې د ریاضیاتو ده چې د حساب، الجبر، مثلثاتو، هندسې، احصایې او احتمالاتو مهم فورمولونه او جدولونه لري، دوهمه برخه یې فزیک، دریمه برخه یې کیمیا، څلورمه برخه یې جیولوجي او پنځمه برخه یې د بیولوژي ده چې هره برخه یې خپل خپل مهم فورمولونه او جدولونه لري.

په پای کې د خپل ګران تره او د بهرام زوی توتاخیل ساختماني شرکت رئیس الحاج محمد داود توتاخیل څخه د زړه له کومې مننه کوم چې د دې کتاب د چاپ مالي لګښت یې پر غاړه واخیست.

څرنګه چې دا لیکنه زما لومړنۍ هڅه ده نو طبعاً به ځینې نیمګړتیاوې ولري، نو د ګرانو لوستونکو څخه هیله لرم چې د نیمګړتیاوو سره د مخامخ کیدو په صورت کې دې د لاسمون لپاره راسره ګټورې مشورې شریکې کړي.

په درنښت

انجنیر محمد اجمل بهرام زوی (توتاخیل)

mohammadajmalhairan@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیکلړ

(c) ketabton.com: The Digital Library

C9M804

د اسریزن فرسول

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځينو واحداتو د يو پر بل د اړولو فکتورونه

❖ اوږدوالی $(Length)$

$1m = 10dm = 10^2 cm = 3.28 ft = 1.094\ yard = 39.37 in$

$1mm = 10^{-3} m \ ;\ 1\mu(micron) = 10^{-6} m \ ;\ 1nm = 10^{-9} m$

$1\,\AA(Angstrom) = 10^{-10} m \ ;\ 1pm = 10^{-12} m$

$1Km = 10Hm = 10^2 Dm = 10^3 m$

$1\,yard = 0.914m = 3\,ft$

$1ft = 12inch \ ;\ 1\,inch = 2.54cm$

$1\,mi(mile) = 1760\ yard = 1.609\ Km \ ;\ 1\,ligth - year = 9.461 \cdot 10^{15} m$

❖ مساحت $(Area)$:

$1m^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2 = 10.8 ft^2$

$1Hm^2 = 1Hectare = 10^4 m^2$

$1mi^2 = 640 acres = 2.59 Km^2$

؛ $1acre = 43560 ft^2 = 4046.9 m^2$

$1ft^2 = 144 in^2 = 929 cm^2$

20 بسواسې = 1 بسوه ; 20 بسوې = 1 جريب

1 جريب = $2000m^2$

❖ حجم $(Volume)$

$1l(liter) = 10^3 cm^3\ ,\ cc\ ,\ ml = 1.057 gt(quart)$

$1m^3 = 10^3 l = 35.32 ft^3 = 264\, u.s.gal(gallon)$

$1ft^3 = 7.481\ u.s.gal = 28.32 l$

$1u.s.gal = 231 in^3 = 3.795 l$

$1\,British\ gal = 1.201\ u.s.gal$

$1u.s.Barel = 42 u.s.gal = 158.98 l$

❖ وخت $(Time)$

$1hr = 60\min = 3600s$

$1d(day) = 86400s = 24hr$

$1y(year) = 365.25d = 3.156 \cdot 10^7 s$

$1\,century = 100y$

❖ کتله $(Mass)$

$1kg = 10^3 gr = 2.2 lb = 0.068 slug = 5000 carat$

$1ton = 10^3 kg \ ;\ 1oz(ounce) = 0.028 kg = 0.062 lb$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$1\,u.s.ton = 907.2kg = 2000lb \;\; ; \;\; 1slug = 14.593kg$

$1\,u.s.ton = 1016kg = 2240lb$

$1\,lb = 0.4536kg = 16\,oz \;\; ; \;\; 1\,carat = 0.2gr$

$1\,u.k.stone = 6.35kg = 14lb$

❖ وزن یا قوه $(weight \;\&\; force)$

$1\,N = 10^5\,dyne = 0.225lb = 7.233\,poundal$

$1\,lb = 4.45N \;\; ; \;\; 1\,KN = 10^3\,N \;\; ; \;\; 1\,K(klb) = 10^3\,lb$

$1\,kgf = 9.81\,N \;\; ; \;\; 1grf = 981dyne$

❖ زوایه $(Angle)$

$1^\circ = 60' = 3600'' = 0.0174\,rad$

$1\,grad = 0.9^\circ = 54' = 0.0157\,rad$

$1\,rad = 57.3^\circ = 63.66\,grad$

$1\,circle = 360^\circ = 400\,grad = 6400mil\,(mils)$

❖ سرعت $(Speed)$

$$1\frac{m}{s} = 60\frac{m}{\min} = 3.6\frac{km}{hr} = 2.237\frac{mi}{hr}(mph)$$

$$1\frac{ft}{s} = 0.3048\frac{m}{s} = 0.6818\frac{mi}{hr}$$

$$1\frac{mi}{hr} = 88\frac{ft}{\min} = 1.609\frac{km}{hr}$$

❖ فشار $(Pressure)$

$$1\,pa(pascal) = 1\frac{N}{m^2} = 1.45\cdot 10^{-4}\,\frac{lb}{in^2}(psi)$$

$1\,bar = 10^5\,pa = 14.5\,psi \;\; ; \;\; 1piz = 10^3\,pa = 10^4\,Barry$

$1\,atm = 1.0132bar = 101.32kpa = 14.69\,psi$

$1\,atm = 76\,cm\,Hg = 1033.23\,cm\,H_2O$

$1\,ksi = 10^3\,psi = 68.046\;\; atm$

❖ کار او انرژي $(work \;\&\; Energy)$

$1\,J = 10^7\,erg = 0.2389\;Cal = 0.738\;ft\cdot lb$

$1\,Cal = 4.186J = 0.004BTU(British\;lhermal\;unit)$

$1\,BTU = 1055\,J \;\; ; \;\; 1KW\cdot hr = 3.6\cdot 10^6\,J = 860\;kcal$

❖ توان $(Power)$

$$1\,w(watt) = 1\frac{J}{s} = 3.41BTU/hr$$

$$1HP = 550\frac{ft\cdot lb^f}{scc} = 74.7w$$

❖ کثافت $(Density)$

$$1\frac{kg}{m^3} = 10^{-3}\,\frac{gr}{cm^3} = 0.06243\frac{lb}{ft^3} \;\; ; \;\; 1\frac{gr}{cm^3} = 1.940\frac{slug}{ft^3}$$

حساب

په ریاضیاتو کې د ځینې علامو د کارولو هدف

هدف	علامه
اول کمیت مثبت، دوهم منفي	$\pm$
اول کمیت منفي، دوهم مثبت	$\mp$
د دوو کمیتونو مساوي والی	$=$
د دوو کمیتونو نه مساوي والی	$\neq$
د دوو کمیتونو مطابقت لرل	$\equiv$
د دوو کمیتونو متناسب والی	$\propto$ یا $\sim$
د لومړني کمیت لوی والی	$>$
د لومړني کمیت کوچني والی	$<$
لومړنی کمیت ډیر لوی دی	$\gg$
لومړنی ډیر کوچنی دی	$\ll$
لومړي کمیت مساوي یا لوی	$\geq$
لومړي کمیت مساوي یا کوچنی	$\leq$
د دوو کمیتونو تقریباً مساوي والی	$\cong$ یا $\approx$
ادامه لرل	$\Rightarrow$
او	$\wedge$
یا	$\vee$
نسبت عصمه ارزنگه	$:$
تناسب	$::$
د هر (x) لپاره	$\forall x$
د (x) د ځینې قیمتونو لپاره	$\exists x$
شامل والی (موجودیت)	$\in$
نه شامل والی (نه موجودیت)	$\notin$
اتحاد	$\cup$
تقاطع	$\cap$
فرعي	$\subset$
غیرفرعي	$\not\subset$
خالي سیټ	$\emptyset$
زاویه	$\angle$
د دوو خطونو عمود والی	$\perp$
د دوو خطونو موازیتوب	$\parallel$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو خطونو نا موازيتوب	$\nparallel$
د دوو خطونو مساويتوب او موازيتوب	$\#$
د (x) د متحول تغيرات	Δx
د $y = f(x)$ د تابع تغيرات	Δy
د (x_i) د ټولو قيمتونو مجموعه	$\sum x_i$
د (x_i) د ټولو قيمتونو حاصل ضرب	$\prod x_i$
لايتناهي	∞

د عددونو طبقې

مرتبه	عدد	مرتبه	عدد
زر	10^3	سپتليون	10^{24}
ميليون	10^6	اکتيليون	10^{27}
بيليون(ميليارد)	10^9	نونيليون	10^{30}
تريليون	10^{12}	کواتوارددیسیلیون	10^{45}
کوادريليون	10^{15}	سکس ديسيليون	10^{51}
کونيتليون	10^{18}	ندوم ديسيليون	10^{60}
سکستيليون	10^{21}	ګوګول	10^{100}

د عددونو ډولونه

❖ لومړني عددونه: هغه دي چې پرته له يو او خپل ځان څخه په بل عدد پوره د ويش ور نه وي: $P = \{2,3,5,7,11,\cdots\}$

❖ مرکب عددونه: هغه دي چې پرته له يو او خپل ځان څخه په نورو عددونو هم پوره د ويش وړ وي: $C = \{4,6,8,9,10,\cdots\}$

- د يو (1) عدد نه لومړنی او نه مرکب دی.

❖ طبيعي عددونه: $N = \{1,2,3,4,5,6,7,8, \dots\}$

❖ مکمل عددونه: $N_0 = \{0,1,2,3,4,5,6,7, \dots\}$

❖ تام عددونه: $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

❖ ناطق عددونه: $Q = \{x/x = \frac{a}{b} \text{ ، } a, b \in z \land b \neq 0\}$

❖ غير ناطق عددونه: هغه عددونه دي چې د $\frac{a}{b}$ په شکل نشي وړاندې کيدلای يا هغه عددونه چې نه په اعشاري محدود او نه په متوالي ډول ښودل کيدای شي: $Q' = \{\dots, \sqrt{2}, e, \pi, \dots\}$

❖ حقيقي عددونه: $R = \{-\infty, \dots, +\infty\}$

❖ موهومي عددونه: $I_m = \{xi/x \in R \land i = \sqrt{-1}\}$

❖ مختلط عددونه: $C = \{x + iy/x, y \in R \land i = \sqrt{-1}\}$

❖ دوه مثبت جذرونه: $-\frac{b}{a} > 0$

❖ دوه منفي جذرونه: $-\frac{b}{a} < 0$

❖ هم علامه جذرونه: $\frac{c}{a} > 0$

❖ مختلف العلامه جذرونه: $\frac{c}{a} < 0$

❖ مساوي او مختلف العلامه جذرونه: $b = 0$

❖ يو د بل معکوس جذرونه: $a = c$

غیر مساوات (Inequalities)

د غیر مساواتو ځانګړتیاوې

❖ $a > b \Rightarrow a \pm c > b \pm c$

❖ $a > b \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c \vee \frac{a}{c} > \frac{b}{c}\ ,\ c > 0$

❖ $a > b \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c \vee \frac{a}{c} < \frac{b}{c}\ ,\ c < 0$

❖ $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}\ ,\ a > 0\ ,\ b < 0$

❖ $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}\ ,\ a > 0\ ,\ b > 0$

❖ $a > b \wedge c > d \Rightarrow a + c > b + d$

❖ $a > b \wedge c > d \Rightarrow a - d > b - c$

❖ $a > b > 0 \wedge n > 0 \Rightarrow a^n > b^n$

❖ $a > b > 0 \wedge n < 0 \Rightarrow a^n < b^n$

❖ $x^2 < a \Rightarrow |x| < \sqrt{a}\ ,\ a > 0$

❖ $x^2 > a \Rightarrow |x| > \sqrt{a}\ ,\ a > 0$

❖ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Rightarrow f(x) \cdot g(x) > 0\ ,\ g(x) \neq 0$

❖ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Rightarrow f(x) \cdot g(x) < 0\ ,\ g(x) \neq 0$

❖ $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}\ ,\ a > 0\ ,\ b > 0$

انټروالونه (Intervals)

❖ ترلی انټروال: $[a,b] = \{x \in IR: a \leq x \leq b\}$

❖ خلاص: $(a,b) = \{x \in IR: a < x < b\}$

❖ له چپ لوري نیم خلاص (له ښي لوري نیم تړلی): $(a,b] = \{x \in IR: a < x \leq b\}$

❖ له ښي لوري نیم خلاص (له چپ لوري نیم تړلی): $[a,b) = \{x \in IR: a \leq x < b\}$

❖ د خلاصو انټروالونو اتحاد: $(-\infty,a) \cup (b,\infty) = \{x \in IR: x < a \vee x > b\}$

❖ د نیمه تړلو انټروالونو اتحاد: $(-\infty,a] \cup [b,\infty) = \{x \in IR: x \leq a \vee x \geq b\}$

مطلقه قیمت (Absolute Value)

❖ $|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$

د مطلقه قیمت ځانګړتیاوې

❖ $|-x| = |x| \geq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معادلې تشکیلول د جذرونو د مجموعې او حاصل ضرب څخه

$$x^2 + Sx + P = 0$$

❖هغه معادله چې جذرونه يې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو (m) برابره وي $ax^2 + bmx + cm^2 = 0$ ده

❖ هغه معادله چې جذرونه يې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو مخالف العلامه وي $ax^2 - bx + c = 0$ ده.

❖ هغه معادله چې جذرونه يې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو معکوس وي $cx^2 + bx + a = 0$ ده.

د دیکارت قانون

۱)که $\left(\frac{c}{a} > 0\right)$ وي نو دواړه جذرونه هم علامه دي:

الف–که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي دواړه جذرونه مثبت دي.

ب-که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي دواړه جذرونه منفي دي.

۲) که $\left(\frac{c}{a} < 0\right)$ وي نو جذرونه مختلف العلامه دي:

الف-که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي د مثبت جذر مطلقه قیمت زیات دي

ب-که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي د منفي جذر مطلقه قیمت زیات دی.

۳) که $\left(\frac{c}{a} = 0\right)$ وي نو یو صفري او بل د صفر خلاف جذر لري:

الف–که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي د صفر خلاف جذر مثبت دي.

ب-که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي نو د صفر خلاف جذر منفي دي.

۴)که $\left(-\frac{b}{a} = \frac{c}{a} = 0\right)$ وي دواړه جذرونه صفري دي.

۵) که معادله یو تحول ولري، یو مثبت جذر او که دوه تحوله ولري، دوه مثبت جذرونه او که تحول ونه لري، نو دوه منفي جذرونه به ولري.

-که $0 > \Delta$ شي نو تحول په معادله کې کومه معنا نه لري

پارامتریک معادلې

هغه معادلې چې له اصلي مجهول پرته يو فرعي مجهول هم ولري مثلاً: $mx^2 + 2mx + 12m^2 = 0$

m ته د معادلې پارامتر وایي.

که جذرونه د (m) له جنسه غوښتل شوي وي (Δ) يې تشکیلو و جذرونه يې لاسته راځي، او که په لاندې ډول غوښتل شوي وي نو:

❖ حقیقي جذرونه: $\Delta > 0$

❖ مساوي جذرونه: $\Delta = 0$

❖ موهومي جذرونه: $\Delta < 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د علامو ضرب او وېش(تقسیم) په الجبر کې

❖ $(+)\cdot(+) = + = (+)\div(+)$
❖ $(-)\cdot(-) = + = (-)\div(-)$
❖ $(+)\cdot(-) = - = (+)\div(-)$
❖ $(-)\cdot(+) = - = (-)\div(+)$

معادلې

❖ لومړۍ درجه یو مجهوله: $ax + b = 0 \;;\; a \neq 0$
❖ دوهمه درجه یو مجهوله: $ax^2 + bx + c = 0$
❖ دریمه درجه یو مجهوله: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
❖ لومړۍ درجه دوه مجهوله: $ax + by = c$
❖ دوهمه درجه دوه مجهوله: $ax^2 + by^2 = c$
❖ لومړۍ درجه درې مجهوله: $ax + by + cz = d$

دوهمه درجه یو مجهوله معادلې

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad a \neq 0$$

❖ محمد بن موسی فرمول: $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\;;\;\Delta = b^2 - 4ac$
❖ د محمد بن موسی د نیمايي فرمول: $x_{1,2} = \frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$
❖ که $\Delta > 0$ شي نو دوه حقیقي مختلف جذرونه لري.
❖ که $\Delta = 0$ شي نو دوه مساوي جذرونه لري.
❖ که $\Delta < 0$ شي نو دوه موهومي جذرونه لري.

د دوهمه درجه یو مجهوله معادلو د جذرونو عملیې:

❖ د جمعې حاصل: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
❖ د تفریق حاصل: $|x_1 - x_2| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$
❖ د ضرب حاصل: $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
❖ د مربعاتو مجموعه: ${x_1}^2 + {x_2}^2 = S^2 - 2P = \frac{b^2-2ac}{a^2}$
❖ د مکعباتو مجموعه: ${x_1}^3 + {x_2}^3 = S^3 - 3PS = \frac{3abc-b^3}{a^3}$
❖ معکوسه مجموعه: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$
❖ معکوس تفریق: $\left|\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{c}\right|$
❖ معکوس ضرب: $\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2} = \frac{a}{c}$
❖ د دوهمې درجې یو مجهوله معادلې تشکیلول چې جذرونه یې معلوم وي: $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

یا: $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الجبر (Algebra)

پولينوم

- که د P(x) پولينوم په (x-a) وويشو د باقيمانده قضيې پر بنسټ پاتې (باقي) له P(a) سره مساوي ده.
- که د P(x) پولينوم په (x-a) وويشو او پاتې (باقي) صفر شي نو (x-a) د P(x) د پولينوم يو فکتور دی.
- د فکتور د معکوسې قضيې په اساس که (x-c) د M(x) د پولينوم يو فکتور وي، نو M(c)=0 او د (c) عدد د M(x)=0 د پولينومي معادلې يو جذر دی.
- هموجنه افاده: چې د ټولو حدونو درجې يې سره مساوي وي: متجانس

$$a^2b^3 + bc^4 - z^5 + x^3y^2$$

مطابقتونه يا عينيتونه (Identities)

- $(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n}{2!}a^{n-2}b^2 + \cdots + b^n$
- $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1})$

n-مثبت تام عددونه دي

- $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1})$

n-طاق مثبت تام عددونه دي

- $a^n + b^n = \left[a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} - \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right]\left[a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} + \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right]$

$\binom{n}{k} \frac{n!}{(n-k)!k!} a^{n-k} \cdot b^k$ n- جفت مثبت تام عددونه دي

- د دوه جمله يي k- ام حد: $\frac{n!}{(k-1)!\cdot(n-(k-1))!}a^{n-(k-1)}b^{k-1}$
- په انکشاف ورکړشوي شکل کې د حدونو شمېر: $n+1$
- په انکشاف ورکړشوي شکل کې د ضريبونو مجموعه:

که a او b متحولين وي: $(a+b)^n = 2^n$

که x او y متحولين وي: $(ax+by)^n = (a+b)^n$

مثلاً: $(3x+4y)^3 \Rightarrow (3+4)^3 = 7^3 = 343$

د ځينې مطابقتونو انکشاف ورکړ شوی يا د تجزيې شکل:

- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2$
- $a^2 + b^2 = (a + b - \sqrt{2ab})(a + b + \sqrt{2ab})$
- $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2 - \sqrt{2a^2b^2})(a^2 + b^2 + \sqrt{2a^2b^2})$
- $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $\sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \cdots}}} = \frac{\pm 1+\sqrt{4a+1}}{2}$
- ❖ $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \ldots \sqrt{x}}}} = \sqrt[2^n]{x^{2^n-1}}$, $n \rightarrow$ جذرونو تعداد

د کسري عددونو عمليې

- ❖ $a \pm \frac{b}{c} = \frac{ac \pm b}{c}$
- ❖ $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm b}{b}$
- ❖ $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$
- ❖ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
- ❖ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$
- ❖ $\left(a \pm \frac{b}{c}\right)\left(d \pm \frac{f}{e}\right) = \frac{(ac \pm b)(ed \pm f)}{ce}$

د دوو عددونو او د دوی د کوچني مشترک مضرب او لوی مشترک قاسم تر منځ اړيکه

- ❖ $G.C.D \times L.C.M = a \times b$

د تناسب خاصيتونه

- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, $\frac{a}{b} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{m}{n}$
- ❖ $\frac{a}{m} = \frac{b}{m}$, $m = m \Rightarrow a = b$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ يا $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b \pm a} = \frac{c}{d \pm c}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{h \cdot a}{b} = \frac{h \cdot c}{d}$ يا $\frac{a}{h \cdot b} = \frac{c}{h \cdot d}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

اوسط

- ❖ حسابي اوسط: $A_A = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
- ❖ هندسي اوسط: $A_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$
- ❖ هارمونيک (مؤلفه) اوسط: $A_H = \frac{2a \cdot b}{a+b}$
- ❖ ګډه اړيکه يې: ${A_G}^2 = A_A \cdot A_H$, $A_A \geq A_G \geq A_H$

ربحه او زکات

- ❖ ساده ربحه: $R = \frac{S \cdot M \cdot N}{100}$ (Nنرخ، Mموده، Sسرمايه)
- ❖ مرکبه ربحه: $R = P - A$, $P = A(1+N)^n$

A لومړنۍ سرمايه، Pاخري سرمايه، n د کلونو شمېر

- ❖ زکات: $\text{زکات} = \frac{\text{سرمايه}}{40}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

طاقت

که چیرې $a,b \in R^+;\ m,n \in Z$ وي

$$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{m-\text{خلې}} = \prod_{i=1}^{m} a \ ;m > 0$$

د طاقت قوانین

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m \cdot b^m \cdot c^m = (a \cdot b \cdot c)^m$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(\frac{a}{b})^{-m} = (\frac{b}{a})^m$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^0 = 1 \quad ;a \neq 0$

جذر

- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\,; (a,b \in R^+ \cup \{0\}; m,n \in N)$

د جذر قوانین

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a^{m+p}}$
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n \cdot m]{a^m \cdot b^n}$
- $\sqrt[n]{a^p} \cdot \sqrt[m]{a^q} = \sqrt[n \cdot m]{a^{pm+nq}}$
- $\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{a^p}} = \sqrt[n]{a^{m-p}}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \qquad ,b \neq 0$
- $\frac{\sqrt[m]{a^x}}{\sqrt[n]{a^y}} = \frac{\sqrt[m \cdot n]{a^{x \cdot n}}}{\sqrt[m \cdot n]{a^{y \cdot m}}} = \sqrt[mn]{a^{xn-ym}}$
- $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a^{n-m}}$
- $(\sqrt[n]{a^m})^p = \sqrt[n]{a^{mp}}$
- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = \sqrt[mn]{a^p}$
- $a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$
- $a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} + c\sqrt[n]{x} = (a+b+c) \cdot \sqrt[n]{x}$
- $\frac{1}{\sqrt[n]{a}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a} \qquad ,a \neq 0$
- $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$
- $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a-b} \ ,a,b \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په هغه صورت کې چې: $A \subset B \wedge B \subset A$

❖ فرعي سټ: A د B فرعي سټ دی هغه وخت چې د A ټول عناصر په B کې شامل وي. $A \subset B$

❖ د فرعي سټونو شمېر: 2^n (n د عناصرو شمېر)

❖ د خاص فرعي سټونو شمېر: $2^n - 1$

❖ د سټونو تقاطع: د A او B دوو سټونو د تقاطع سټ هغه دی چې عناصر یې هم په A او هم په B کې شامل وي.

$$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

❖ د سټونو اتحاد: د A او B دوو سټونو د اتحاد سټ هغه دی چې عناصر یې لږ تر لږه په A یا B کې شامل وي.

$$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$$

❖ د سټونو د تقاطع اتحادي خاصیت:

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

❖ د سټونو د اتحاد اتحادي خاصیت:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

❖ غیر مشترک (مجزا) سټونه: هغه سټونه چې هیڅ مشترک (ګډ) عنصرونه لري لکه A او B سټونه: $A \cap B = \phi$

❖ معین سټ: چې عناصر یې معین او د شمیرلو وړ وي:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

❖ غیر معین سټ: چې عناصر یې د شمیرلو وړ نه وي:

$$B = \{1, 2, 3, \cdots\}$$

❖ د سټونو سټ: چې ټول عناصر یې سټونه وي:

$$P = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{a, c\}\}$$

❖ د طاقت سټ: چې عناصر یې د یوه بل سټ فرعي سټونه وي:

د A سټ د طاقت سټ:

$$A = \{x, y, z\} \;;\; P(A) = \{\phi, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, A\}$$

❖ د دوو سټونو تفاضل: A تفاضل د B یا $A \backslash B$ هغه سټ دی چې عناصر یې په A کې شامل او په B کې شامل نه وي.

$$A \backslash B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

د سټونو متناظر تفریق: د $A - B$ او $B - A$ سټونو اتحاد د A او B سټونو متناظر تفریق دی:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

یا: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) \Rightarrow A \Delta B = B \Delta A$

❖ مکمله سټ: که چېرې $B \subset A$ وي، نو $A \backslash B$ ته د B مکمله سټ وایي.

$$B' = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$i^{4n} = 1 \quad ; \quad i^{4n+1} = i$

$i^{4n+2} = -1 \quad ; \quad i^{4n+3} = -i$

په هغه صورت کې چې (i) د موهومي عددونو واحد او $n \in N_0$ وي

❖ د $z = x + yi$ مختلط عدد مزدوج $\bar{z} = x - yi$

❖ د يو مختلط عدد د مزدوج ځانګړتياوې

1) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$

2) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$

3) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = \bar{z}_2 \cdot \bar{z}_1$

4) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

5) $z + \bar{z} = 2x$

6) $z - \bar{z} = 2yi$

7) $\bar{\bar{z}} = z$ 8) $z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2$

❖ د عددونو د ستونو ترمنځ اړيکه: $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

دوېش قابليت

❖ پر ۲: چې يو يز رقم يې صفر يا جفت وي.

❖ پر ۳: چې د رقمونو مجموعه يې پر ۳ د وېش وړ وي.

❖ پر ۴: چې اولي دوه رقمونه يې صفر يا پر ۴ د وېش وړ وي.

❖ پر ۵: چې يو يز رقم يې صفر يا ۵ وي.

❖ پر ۶: چې يو وخت پر ۲ او ۳ د وېش وړ وي.

❖ پر ۷: د لومړي رقم ۲ چنده له باقي عدد څخه منفي کوو حاصل به صفر يا پر ۷ د وېش وړ وي.

❖ پر ۸: چې اولي ۳ رقمونه يې صفر يا پر ۸ د وېش وړ وي.

❖ پر ۹: چې د رقمونو مجموعه يې پر ۹ د وېش وړ وي.

❖ پر ۱۰: چې يو يز رقم يې صفر وي.

❖ پر ۱۱: د يو عدد د جفتو او طاقو رقمونو حاصل تفريق صفر يا پر ۱۱ د وېش وړ وي

❖ پر ۱۲: چې په يو وخت پر ۳ او ۴ د وېش وړ وي.

سټ

❖ د ځانګړو شيانو جمع آوري (collection) ته سټ وايي.

❖ معادل ستونه: يو ازې د عناصرو تعداد يې سره مساوي وي.

❖ مساوي ستونه: چې ټول عناصر يې سره يو شان وي $A = B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $|-x| \neq -|x|$
- ❖ $|x| \geq x\,;\ |x| > -x$
- ❖ $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- ❖ $|x + y| \leq |x| + |y|$
- ❖ $|x - y| > |x| - |y|$
- ❖ $|xy| = |x||y|$
- ❖ $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}\ ,\ y \neq 0$
- ❖ $|x| = \sqrt{x^2}$
- ❖ $|x^n| = |x|^n$
- ❖ $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

مطلقه قیمت او حل یې $(a > 0)$

- ❖ $|x| = a \Rightarrow x = \pm a$
- ❖ $|x| < a \Rightarrow -a < x < a\,;\ a > 0$
- ❖ $|x| > a \Rightarrow x > a \vee x < -a\,;\ a > 0$
- ❖ $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$
- ❖ $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a \ \vee\ x \leq -a$

لوګاریتم (Logarithm)

❖ $\log_a y = x \Leftrightarrow y = a^x,\ a \neq 1,\ \ y, a > 0$

د لوګاریتم ځانګړتیاوې

- ❖ $\log_a a = 1$
- ❖ $\log_a 1 = 0$
- ❖ $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$
- ❖ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- ❖ $\log_{a \cdot r} x = \frac{1}{\log_x a + \log_x r}$
- ❖ $\log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y}$
- ❖ $\log_y x = \frac{\ln x}{\ln y}$
- ❖ $\log_a a^r = r$
- ❖ $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_{a^r} x = \frac{1}{r} \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_{a^s} x^r = \frac{r}{s} \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_a \sqrt[s]{x^r} = \frac{r}{s} \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_a x \cdot \log_x a = 1$
- ❖ $\log_a x \cdot \log_r a \cdot \log_s r = \log_s x$
- ❖ $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$
- ❖ $a^{\log_a x} = x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $a^{\log_a x+\log_a y} = x \cdot y$
- ❖ $a^{\log_a x-\log_a y} = \frac{x}{y}$
- ❖ $a^{\log_r x} = x^{\log_r a}$
- ❖ $\log_a[\log_b(\log_c x)] = d \Leftrightarrow x = c^{b^{a^d}}$
- ❖ $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x = co\log_a x$
- ❖ $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{x} = \log_a x$
- ❖ $\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$

د معمولي او طبيعي لوګاریتم تر منځ اړیکه

- ❖ $\log x = (0,4343)lnx$
- ❖ $lnx = (2,3026)\log x$
- ❖ $\log_a 0 = \begin{cases} -\infty \ , \ a > 1 \\ +\infty \ , \ a < 1 \end{cases}$

یادونه: د معمولي لوګاریتم ټولې ځانګړتیاوې د طبیعي لوګاریتم لپاره د پلی کیدو وړ دي

- ❖ $lne^{f(x)} = f(x) \ \ , \ \ e^{lnf(x)} = f(x)$
- ❖ هره لوګاریتمي تابع معکوسه تابع لري چې $f(x) = a^x$ او $g(x) = \log_a x$ تابعګانې یو دبل معکوسې تابعګانې دي او ګرافونه یې د $x = y$ مستقیم خط ته متناظر دي
- ❖ هره لوګاریتمي تابع یو په یو یا انجکتیف($injective$) ده. یعنې: د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ دی.
- ❖ انتي لوګاریتم: که $\log_a y = x$ وي، نو y د x د لوګاریتم انتي لوګاریتم بلل کیږي یعنې: $y = antilo\,gx$

ترادف یا تصاعد (Sequence)

حسابي ترادف

- ❖ n-ام حد: $a_n = a_1 + (n-1)d$
- ❖ د ترادف منځنی حد: $a_n = \frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$
- ❖ د ترادف ګډ توپیر چې n-ام او m-ام حدونه یې معلوم وي:

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$$

- ❖ د (n)حدونو مجموعه: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
- ❖ یا: $S_n = \frac{n}{2}(a_n + a_1)$
- ❖ د (m) حدونو د شاملولو لپاره ګډ توپیر: $d = \frac{a_n - a_1}{m+1}$
- ❖ د (n) طبیعي اعدادو مجموعه: $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$
- ❖ د (n) جفتو اعدادو مجموعه: $S_n = n(n+1)$
- ❖ د (n) طاقو اعدادو مجموعه: $S_n = n^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په حسابي تصاعد کې

1- که د حدونو شمیر طاق وي: $S_n = n \cdot \text{منځنی حد}$

2- که منځنی حد معلوم وي: $a_1 + a_n = \text{د منځني حد دوه چنده}$

3- کله چې k-ام حد او ګډ توپیر معلوم وي نو n-ام حد:

$$a_n = a_k + (n-k)d \,, n > k$$

هارمونیکي ترادف: چې معکوس یې یو حسابي ترادف وي.

❖ هارمونیکي حسابي اوسط: $a_n = \frac{2(a_{n-1})(a_{n+1})}{a_{n-1}+a_{n+1}}$

هندسي ترادف

❖ n-ام حد: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

❖ د ترادف منځنی حد: $a_n = \sqrt{(a_{n-1})(a_{n+1})}$

❖ ګډ نسبت: $r = \sqrt[n-m]{\frac{a_n}{a_m}}$

❖ د (m) حدونو د شاملولو لپاره ګډ نسبت: $r = \sqrt[m+1]{\frac{a_n}{a_1}}$

❖ د (n) حدونو مجموعه: $S_n = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} \;,\; r > 1$

❖ د (n) حدونو مجموعه: $S_n = \frac{a_1 \cdot (1 - r^n)}{1-r} \;,\; r < 1$

❖ د لایتناهي حدونو مجموعه: $S_\infty = \infty \;,\; r \geq 1$

❖ د لایتناهي حدونو مجموعه: $S_\infty = \frac{a_1}{1-r} \;,\; |r| < 1$

په هندسي تصاعد کې

1- که اول حد، آخر حد او د حدونو شمیر معلوم وي، نو د تصاعد د حدونو د ضرب حاصل مساوي دی له:

$$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

2- که د تصاعد د حدونو شمیر طاق وي، نو د حدونو د ضرب حاصل:

$$P_n = \left(\text{منځنی حد}\right)^n$$

3- کله چې k-ام حد او مشترک نسبت معلوم وي نو n-ام حد:

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k} \,, \qquad n > k$$

سلسلې یا مجموعې (Series)

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n \sum_{k=1}^{n} a_i$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$\frac{n}{2}(n+1)$

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = \sum_{k=1}^{n} 2k = n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = \sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$$

$n(n+1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^2+3^2+\cdots+(2n-1)^2=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2=\frac{n(4n^2+1)}{3}$$

$$1^3+3^3+\cdots+(2n-1)^3=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^3=n^2(4n^2-1)$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k}\approx 1$$

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+..+\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{n}{n+1}$$

$$1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{(n-1)!}+\cdots=e=2.718281\ldots$$

$$1+x+x^2+x^3+\cdots=\sum_{k=1}^{\infty}(x^k)=\frac{1}{1-x}$$

د سلسلو يا مجموعو ځانګړتياوې

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^{2k}=1$$

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{2k-1}=-1$$

$$\sum_{k=1}^{n}c=c\cdot n$$

$$\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\cdot\sum_{k=1}^{n}a_k$$

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k\pm b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k\pm\sum_{k=1}^{n}b_k$$

د عدد ليکني علمي طريقه *Scientific notation*

❖ کولای شو هر عدد د 10 د توان په څیر وليکو، لکه: د N عدد داسې ليکو $N=a\cdot 10^n$ چې په دې حالت کې $1\le a<10$ او n يو تام عدد دی.

متريکس (Matrix)

❖ د (A) يو متريکس:

فرعی قطر

$$A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n}\\ a_{31} & a_{22} & a_{33} & \cdots & a_{3n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}_{m\times n}$$

اصلی قطر

m د سطرونو شمېر او n د ستونونو شمېر رانښيي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

i د سطر(کرښې) نمبر او j د ستون(ستنې) نمبر راښيي، مثلاً:

$$a_{ij} = a_{23} \Rightarrow i = 2 \wedge j = 3$$

د متریکسونو ډولونه

❖ سطري متریکس: چې یوازې یو سطر ولري:

$$A = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \cdots \quad a_n]_{1\times n}$$

❖ ستوني متریکس: چې یوازې یو ستون ولري:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}_{m\times 1}$$

❖ صفري متریکس: چې ټول عناصر یې صفرونه وي:

$$0_{2\times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 4}$$

❖ مربعي متریکس: چې د سطرونو او ستونونو شمېر یې سره مساوي وي:

$m=n$

$m=n$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

❖ مستطیلي متریکس: چې د سطرونو او ستونونو شمېر یې مساوي نه وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

❖ قطري متریکس: له اصلي قطر پرته نور ټول عناصر یې صفر وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ سکالري متریکس: هغه قطري متریکس چې د اصلي قطر عناصر یې سره مساوي وي:

$$A = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & N \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ واحد متریکس: چې په سکالري یا قطري متریکس کې د اصلي قطر عناصر د یو(1) عدد وي:

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ ښکتنی مثلثي متریکس: چې د یو مربعي متریکس اصلي قطر څخه پورته عناصر صفرونه وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ پورتنی مثلثي متریکس: چې د يو مربعي متریکس د اصلي قطر څخه ښکته عناصر صفرونه وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times3}$$

يادونه: د ښوونځي په رياضي کې د پورتني او ښکتني مثلثي متریکسونو په اړه يو څه تيروتنه شوې ده، په پورته ډول سم دی، د لازياتو معلوماتو لپاره د رياضياتو مهمو کتابونو ته مراجعه وکړئ(۱۱ ټولګی،۲ څپرکی،۲۱۱ مخ)

❖ متقابل(متضاد) متریکس: چې عناصر يې يو په يو د لومړي متریکس متضاد وي:

$$A = (a_{ij})_{m\times n} \Rightarrow -A = (-a_{ij})_{m\times n}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times3} \Rightarrow -A$$

$$= \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{bmatrix}_{3\times3}$$

❖ ترانسپوز متریکس: که په لومړي متریکس کې د سطرونو او ستونو ځايونه تبديل شي نو دوهم متریکس ته د لومړي متریکس ترانسپوز متریکس وايي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}_{3\times2}, A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{bmatrix}_{2\times3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 9 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}_{3\times2}, A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}_{2\times3}$$

❖ د ترانسپوز متریکس ځانګړتياوې:

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A \pm B \pm C \pm \cdots)^T = A^T \pm B^T \pm C^T \pm \cdots$
3. $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
4. $(\alpha \cdot A)^T = \alpha \cdot A^T \quad , \quad \alpha \in IR$
5. $(-A)^T = -A^T$

❖ متناظر متریکس: يو مربعي متریکس هغه وخت متناظر دی چې $a_{ij} = a_{ji}$ وي، په متناظر متریکس کې $A = A^T$ دی:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times3} = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 7 \\ -2 & 9 & 3 \\ 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}_{3\times3}$$

الحاقی متریکس ❖ متوصله يا مجاور (Adjoint) متریکس: چې د اصلي قطر د عناصرو ځايونه تبديل او د فرعي قطر د عناصرو علامې

متناظر: چې ترانسپوز نې بیرته لمړی متریکس شي -

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلي شي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}_{2\times2} \Rightarrow AdjA = \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}_{2\times2}$$

د متريکسونو عمليې

❖ جمع او تفريق: دوه متريکسونه هغه وخت جمع او تفريق کولای شو چې هم مرتبه وي:

$$A = (a_{ij})_{3\times3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$B = (b_{ij})_{3\times3} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$A + B = C = c_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} \end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$A - B = C = c_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & a_{13}-b_{13} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & a_{23}-b_{23} \\ a_{31}-b_{31} & a_{32}-b_{32} & a_{33}-b_{33} \end{bmatrix}_{3\times3}$$

د جمعی او تفريق ځانګرتياوې:

1. $A + B = B + A$
2. $A - B \neq B - A$
3. $(A \pm B) \pm C = A \pm (B \pm C)$
4. دعينيت عنصر د متريکسونو په جمع کې صدق کوي، خو په تفريق کې صدق نه کوي:

$$A + 0 = 0 + A = A$$

❖ ضرب: دسکالر ضرب په متريکس کې:

$$A = (a_{ij})_{m\times n}, \quad K \cdot A = (Ka_{ij})_{m\times n}$$

په متريکس کې د سکالر ضرب ځانګړيتاوې:

که چيرې A او B هم مرتبه متريکسونه او $\alpha \wedge B \in IR$ وي نو:

$1 - \alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$

$2 - (\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$

$3 - \alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A = \beta(\alpha A)$

❖ د متريکسونو ضرب: د ضرب لپاره بايد د لومړي متريکس د ستونونو شمېر د دوهم متريکس د سطرونو د شمېر سره مساوي وي:

$$A = (a_{ij})_{m\times n}, B = (b_{ij})_{n\times q}, A \cdot B = C = (c_{ij})_{m\times q}$$

$$(a_{ij})_{m\times n} \cdot (b_{ij})_{n\times q} = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} \cdot b_{ij} = (c_{ij})_{m\times q}$$

$$A = (a_{ij})_{2\times2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}_{2\times2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$B = (b_{ij})_{2\times3} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}_{2\times3}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} \end{bmatrix}_{2\times3}$$

د مټریکس د ضرب ځانګړتیاوې:

1. په عمومي توګه د دوو مټریکسو په ضرب کې:

$$AB \neq BA$$

2. که هم مرتبه مټریکسونه وي، نو: $AB = BA$

3. $(AB)C = A(BC)$

4. $(A+B)C = AC + BC$

5. $K(AB) = (KA)B = A(KB)\ ,\ \ K \in IR$

د مټریکسونو لیکل د مستطیلي جدول په ډول:

❖ مثال: لاندې مټریکسونه د مستطیلي جدول په ډول ولیکئ.

$a).\ (a_{ij})_{2\times2} = (2i + 3j)_{2\times2}$

$a_{ij} = 2i + 3j\ ;\ a_{11} = 2\cdot1 + 3\cdot1 = 5$

$a_{12} = 2\cdot1 + 3\cdot2 = 8\ ,\ a_{21} = 2\cdot2 + 3\cdot1 = 7$

$a_{22} = 2\cdot2 + 3\cdot2 = 10 \Rightarrow a_{ij} = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}_{2\times2}$

$b).\ (a_{ij})_{2\times3} = (3i\cdot j)_{2\times3}\ ;\ a_{ij} = 3i\cdot j$

$a_{11} = 3\cdot1\cdot1 = 3\ ,\ a_{12} = 3\cdot1\cdot2 = 6$

$a_{13} = 3\cdot1\cdot3 = 9\ ,\ a_{21} = 3\cdot2\cdot1 = 6$

$a_{22} = 3\cdot2\cdot2 = 12\ ,\ a_{23} = 3\cdot2\cdot3 = 18$

$a_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 6 & 12 & 18 \end{bmatrix}_{2\times3}$

ډیټرمینانټ (Determinant)

❖ $A = (a_{ij})_{m\times m} \Rightarrow detA = |A|$

❖ د (2×2) مرتبې لرونکي مټریکس دیترمینانت:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

❖ د (3×3) مرتبې لرونکي مټریکس دیترمینانت:

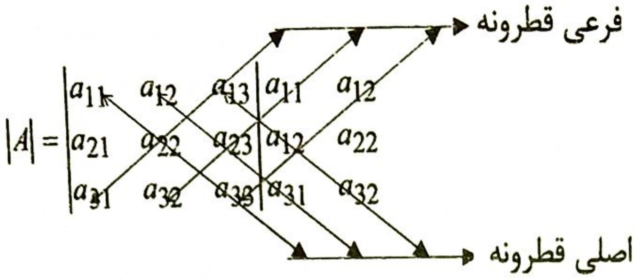
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

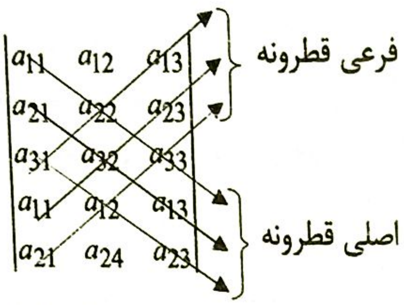
$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$
$$- a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

د ساروس په طریقه د (3×3) مرتبه مټریکس د ډیټرمینانت محاسبه:

په دغه طریقه کې د دیترمینانت دوه لومړي ستونونه ښي لورې ته یا دوه لومړي سطرونه لاندیني برخه کې په لاندې ډول تکرار لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library





$$|A|=(a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{12}a_{23})$$
$$-(a_{31}a_{22}a_{13}+a_{11}a_{32}a_{23}+a_{21}a_{12}a_{33})$$

❖ د دیترمینانت ځانګړتیاوې

1- که د $A_{n\times n}$ متریکس دیوه سطر او یا یوه ستون ټول عناصر صفرونه وي، نو:

$$|A|=\begin{vmatrix}0&0&0\\a&b&c\\d&e&f\end{vmatrix}=0 \quad , \quad |A|=\begin{vmatrix}0&a&b\\0&c&d\\0&e&f\end{vmatrix}=0$$

2- که د $A_{n\times n}$ متریکس دوه سطرونه یا دوه ستونونه سره مساوي وي، نو:

$$|A|=\begin{vmatrix}a&b&c\\a&b&c\\d&e&f\end{vmatrix}=0 \quad , \quad |A|=\begin{vmatrix}a&a&d\\b&b&e\\c&c&f\end{vmatrix}=0$$

3- که د $A_{n\times n}$ متریک دیوه سطر او یا یوه ستون عناصر د بل سطر او یا ستون د عناصرو ګڼ فکتور وي، نو:

$$|A|=\begin{vmatrix}a&b&c\\\lambda a&\lambda b&\lambda c\\d&e&f\end{vmatrix}=\lambda\begin{vmatrix}a&b&c\\a&b&c\\d&e&f\end{vmatrix}=\lambda(0)=0$$

4- که د A متریکس دیترمینانت او A^T متریکس دیترمینانت یو له بل سره مساوي وي: $|A|=|A^T|$

❖ منفرد متریکس: $A_{n\times n} => |A|=0$

❖ غیر منفرد متریکس: $A_{n\times n} => |A|\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ معکوس میټریکس: B میټریکس د A د میټریکس معکوس دی هغه وخت چې:

$$AB = B \cdot A = I \text{ (واحد میټریکس) } , B = A^{-1}$$

❖ هغه وخت یو میټریکس د معکوس میټریکس لرونکی دی چې:

1- میټریکس مربعي وي.

2- دیترمینانت یې د صفر خلاف وي.

یادونه: د معکوس میټریکس موضوع د 2×2 مرتبې میټریکس دی چې له لاندې فورمول څخه لاسته راځي:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj\, A \quad , \quad |A| \neq 0$$

❖ له معکوس میټریکس څخه په کار اخیستنې د خطي معادلو د سیستم حل:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = C_1 \\ a_2x + b_2y = C_2 \end{cases} , \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} , \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} , \quad B = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B$$

د خطي معادلو د سیستم حل د کرامر په طریقه

❖ د خطي درې مجهوله معادلو سیستم:

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z &= d_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z &= d_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z &= d_3 \end{aligned} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

د x, y او z قیمتونه:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} \;\; ; \;\; y = \frac{|A_y|}{|A|} \;\; ; \;\; z = \frac{|A_z|}{|A|} \;\; ; \;\; |A| \neq 0$$

د سیستم زیات شوی میټریکس:

$$\left[\begin{array}{ccc:c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & d_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & d_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & d_3 \end{array}\right]$$

- د $|A_x|$ د محاسبې لپاره د لومړي ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، د 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.

- د $|A_y|$ د محاسبې لپاره د دویم ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.

- د $|A_z|$ د محاسبې لپاره د دریم ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.

د معادلو د سیستم حل د گوس ($Gouse$) په طریقه

د گوس په طریقه د معادلو د سیستم د حل لپاره د ضریبونو متریکس او ثابت قیمتونه لیکو، وروسته په سطرونو او ستونو باندې لومړنۍ عملیې (جمع، تفریق، ضرب او تقسیم) سرته رسوو یا سطرونه او ستونونه په یو سکالر کې ضربوو چې په پایله کې یو مجهول پاتې کېږي او قیمت یې لاسته راځي، وروسته د نورو مجهولونو قیمت په لاس راوړو، د متریک سطرونه په ، $R_1, R_2, \cdots$ ښیو.

مثال: لاندې د خطي معادلو سیستم د گوس په طریقه حل کوو:

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x+3y=7 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1-R_2\to R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2\cdot(-1)\to R_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{y=2} \quad , \quad \begin{matrix} x+2y=5 \\ x+2(2)=5 \end{matrix} \Rightarrow x = 5-4 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

پاملرنه: $R_1 - R_2 \rightarrow R_2$ په دې معنا چې له لومړي سطر څخه (2) سطر تفریق او په (2) سطر کې لیکل شوی دی.

$R_2(-1) \rightarrow R_2$ په دې معنا چې دویم سطر په (-1) کې ضرب شوی او په دویم سطر کې لیکل شوی دی.

وکتورونه (Vectors)

- ❖ وکتور: هغه کمیت دی چې هم مقدار لري او هم جهت لري؛ لکه: قوه، تعجیل،....
- ❖ د شعاع وکتور یا د موقعیت وکتور: چې مبدا یې د وضعیه کمیتونو د قایم سیستم په مبدا کې واقع وي.
- ❖ د وضعیه کمیتونو په قایم سیستم کې د یو وکتور ښودل:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

a_x د x او a_y د y په محور د $\vec{a}$ فاصله او ترتیب ښیي.

- ❖ د وکتور او x محور تر منځ زاویه:

$$\theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right)$$

- ❖ په دوه بُعدي فضا کې د وکتور ښودنه:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x_i + y_j$$

i او j واحد وکتورونه دي.

- ❖ واحد وکتور: چې اوږدوالی یې یو واحد وي: $1 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \vec{u}$
- ❖ مساوي وکتورونه: چې اوږدوالی یې سره مساوي، هم جهته او موازي وي:

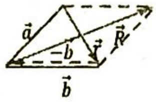
$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \quad , \qquad \vec{a} \parallel \vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ صفري وکتور: $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = 0$

❖ مخالف یا منفي وکتورونه: چې اوږدولې یې مساوي او جهت یې مخالف وي: $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AO}|, \overrightarrow{AO} = -\vec{a}, \overrightarrow{OA} = \vec{a}$

د وکتورونو جمع او تفریق(د متوازي الاضلاع په طریقه)



$$\left.\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{a} + \vec{b}\\ \vec{r} &= \vec{a} - \vec{b}\end{aligned}\right\}$$

❖ په دوه بُعدي(مستوي) کې د وکتورونو د جمعې قاعده:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \end{pmatrix}, \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + \acute{x} \\ y + \acute{y} \end{pmatrix}$$

❖ په دوه بُعدي(مستوي) کې د وکتورونو د سکالري ضرب قاعده:

$$a \cdot \vec{u} = a \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \end{pmatrix}, \qquad a \in IR$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د وکتور ښودنه:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overrightarrow{xi} + \overrightarrow{yj} + \overrightarrow{zk}$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

په درې بُعدي فضــا کې د x, y او z د محورونو په امتداد واحد وکتورونه دي:

$$i = (1,0,0)\,, \quad j = (0,1,0)\,, \quad k = (0,0,1)$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د وکتورونو د جمعې قاعده:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \\ \acute{z} \end{pmatrix}, \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + \acute{x} \\ y + \acute{y} \\ z + \acute{z} \end{pmatrix}$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د وکتورونو د سکالري ضرب قاعده:

$$a \cdot \vec{u} = a \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \\ az \end{pmatrix}$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د دوو ټکو تر منځ واټن:

$$p_1 = (x_1, y_1, z_1)\,, \qquad p_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

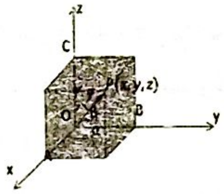
$$|\overrightarrow{p_1 p_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د یو ټکي واټن له مبدا څخه:

$$|\overrightarrow{p_1 p_2}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

❖ د یوه وکتور د جهت زاویې او کوساینونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{OP} = \vec{r}\\ \overrightarrow{OA} = \vec{r_x}\\ \overrightarrow{OB} = \vec{r_y}\\ \overrightarrow{OC} = \vec{r_z}\end{array}\right\}$$

❖ د $(\vec{r})$ وکتور د جهت کوساینونه:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cdot\cos\alpha$$
$$\cos\beta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\cdot\cos\beta$$
$$\cos\gamma = \frac{z}{r} \Rightarrow z = r\cdot\cos\gamma$$

❖ د جهت د زاویو او کوساینونو ترمنځ اړیکه:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$
$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$$

❖ د دوو وکتورونو سکالري ضرب(په مستوي او یا فضا کې):

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cdot\cos\theta;\ \ \vec{u}\wedge\vec{v} \neq \vec{0}$$

❖ عمودي وکتورونو سکالري ضرب: $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{v}$

❖ د ضرب تبدیلي خاصیت: $\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}$

❖ د ضرب توزیعي خاصیت په جمع:

$$\vec{u}(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$$

❖ د ضرب توزیعي خاصیت: $(c\cdot\vec{u})\vec{v} = c(\vec{u}\cdot\vec{v})$

❖ د دوو وکتورونو وکتوري ضرب: ($\vec{n}$ واحد وکتور)

$$\vec{u}\times\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cdot\sin\theta\cdot\vec{n}$$

❖ په فضا کې د دوو وکتورونو وکتوري ضرب:

$$\vec{a} = a_1\vec{i} + b_1\vec{j} + c_1\vec{k}, \vec{b} = a_2\vec{i} + b_2\vec{j} + c_2\vec{k}$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k\\ a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}$$

❖ د وکتوري ضرب خاصیتونه:

$\vec{u}\times\vec{u} = 0$

❖ $\vec{u}\times\vec{v} = -\vec{v}\times\vec{u}$

❖ $\vec{u}\times(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\times\vec{v} + \vec{u}\times\vec{w}$

❖ $\vec{u}\times(k\vec{v}) = (k\vec{u})\times\vec{v} = k(\vec{u}\times\vec{v}), k\in IR$

د $\vec{u}\times\vec{v}$ وکتور په $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو عمود دی.

❖ د وکتورونو خطي ترکیب:

$$\vec{\alpha}\,\vec{a} = \alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_2\overrightarrow{a_2} + \cdots + \alpha_n\overrightarrow{a_n}$$

وکتور د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \dots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونو خطي ترکیب په نوم یادیږي

*سکالري حاصل ضرب

$\vec{u}\cdot\vec{v} = a1a2 + b1\cdot b2 + c1\cdot c2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پداسې حال کې چې α_1 د $\overrightarrow{a_1}$ وکتور د i, j او k ضریبونو مجموعه وي او په همدې توګه α_2 تر α_n پورې.

❖ په n بُعدي فضــا کې د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب پواسطه د یوه وکتور ښودل:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1e_1 + x_2e_2 + \cdots + x_ne_n$$

پداسې حال کې چې $(e_1, e_2, \dots, e_n)$ طبیعي واحد وکتورونه دي.

❖ د وکتورونو خطي استقلال: د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \cdots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونه په یوه وکتوري ساحه کې خطي استقلال لري، که چیرې:

$$\begin{cases} \alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_1\overrightarrow{a_2} + \cdots + \alpha_n\overrightarrow{a_n} = 0 \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0 \end{cases}$$

❖ د وکتورونو خطي ارتباط: د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \cdots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونه خطاً مربوط (خطي غیرخپلواک) یـا خطي انحصــارلري، کـه چیرې یوازې او یوازې، $\alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_1\overrightarrow{a_2} + \cdots + \alpha_n\overrightarrow{a_n} = 0$ وي او کم ترکمـه یوله ضـریبونو د $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ څخه خلاف د صفر وي.

❖ د مخلوط ضرب حاصل(دری ګونی ضرب):

لاندې څو امکانه وجود لري:

$$i)\quad \vec{a}(\vec{a}\times\vec{b}) = 0$$

$$ii)\quad (\vec{a}\cdot\vec{c})\cdot\vec{b} \neq (\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c} \neq (\vec{b}\cdot\vec{c})\cdot\vec{a}$$

$$iii)\quad \vec{a}(\vec{b}\times\vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$iv)\quad \vec{a}(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}\times\vec{c}) = \vec{c}(\vec{a}\times\vec{b})$$

رابطه (اړیکه)

❖ که $A \wedge B \neq \phi$ وي نود $A \times B$ هر فرعي سټ له A څخه په B کې یوه رابطه ده، که $(a, b) \in IR$ وي، ویل کیږي چې a له b سره رابطه لري او د (aRb) په شکل لیکل کیږي.

❖ خطي رابطه: کـه چیرې د یوې رابطې ګراف مسـتقیم خط وي، نو د متحولینونو ترمنځ رابطه خطي ده.

❖ د کارتیزیني ضرب حاصل:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}\ ,\ A \wedge B \neq \phi$$

❖ که $(A \neq B)$ وي نو: $A \times B \neq B \times A$

❖ که د A سټ د عناصرو شمیر m او B سټ n وي، نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A\times B$ د عناصرو شمیر $(m\times n)$ دی.

❖ که R که A څخه په B کې یوه رابطه وي، نو:

$R\subset A\times B$

❖ که R په A کې یوه رابطه وي نو: $R\subset A\times A$

❖ که د $A\times B$ د عناصرو شمیر $m\times n$ وي، نو د A څخه په B کې د ټولو رابطو شمیر:

$$2^{m\times n}$$

❖ د R د تعریف ساحه:

$Dom_R=$ {د مرتبو جوړو لومړني عنصرونه دي}

❖ د R د قیمتونو ناحیه:

$Range_R=$ {د مرتبو جوړو دویمی عنصرونه دي}

❖ د R معکوسه رابطه:

$$R^{-1}=\{(y,x)\mid(x,y)\in R\}\ ,\ (x,y)\in R\Leftrightarrow(y,x)\in R^{-1}$$

❖ د R دومین د R^{-1} رینج او د R رینج د R^{-1} دومین دی.

❖ معادله رابطه: د R رابطه د A په سټ کې یوه معادله رابطه ده، که لاندې درې خاصیتونه ولري:

1. انعکاسی خاصیت: $\forall x\in A\Rightarrow(x,x)\in R$
2. تناظری خاصیت: $\forall(x,y)\in R\Rightarrow(y,x)\in R$
3. انتقالي خاصیت: $(x,y)\in R\wedge(y,z)\in R\Rightarrow(x,z)\in R$

مثال: د مساوات رابطه د حقیقی عددونو په سټ کې یوه معادله رابطه ده

تابع (Function)

د ځینو تابعګانو د تعریف ناحیې او ګرافونه:

❖ ثابته تابع: $f(x)=c\ ;Domf(x)=IR$

$$\begin{cases}f(x)=\frac{3}{2}\\ f(x)=2\end{cases}$$

❖ د عینیت تابع: $y=f(x)=x\ ,\ Domf(x)=IR$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مطلقه قیمت تابع: $y = f(x) = |x|\,; Domf(x) = IR$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

❖ پولینومي تابع:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0\ ;\ n \in N\ ;\ Domf(x) = IR$$

$$y = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 2$$

a) خطي تابع: $f(x) = ax + b\,; a \neq 0$

$Domf(x) = IR$

$$\begin{cases} f(x) = 0.5x \\ f(x) = x - 1 \end{cases}$$

b) دویمه درجه تابع: $f(x) = ax^2 + bx + c; a \neq 0$

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3 \\ y = 2x^2 - 4 \end{cases}$$

❖ ناطقه تابع: $f(x) = \frac{p(x)}{g(x)}\ ;\ g(x) \neq 0$

$Domf(x) = IR - \{g(x) = 0\}$

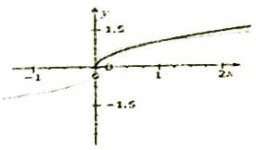
$$y = \frac{x}{x^2 - 9}$$

❖ جذري تابع:

- د جذر درجه طاقه ده: $y = \sqrt[2n-1]{g(x)}\ ;\ Domy = IR$
- د جذر درجه جفته ده: $y = \sqrt[2n]{g(x)}$

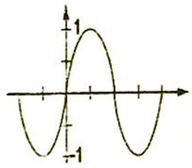
$Domy = \{x / x \in IR, g(x) \geq o\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = \sqrt[3]{x} \end{cases}$$

❖ مثلثاتي تابع: مثلاً: $y = \sin x$



$Domy = IR \, , R_y = [-1,1]$

❖ معکوسه مثلثاتي تابع: مثلاً:

$y = \sin^{-1} x = arc\sin x \Rightarrow x = \sin y$

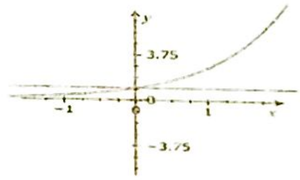
$Domy = [-1,1] \, , R_y = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

❖ هوموگرافیک تابع: $y = \frac{ax+b}{cx+d} \, ; \; c \neq 0$

$Domy = IR - \{cx + d = 0\}$

$f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$

❖ اکسپوننشیل تابع: $f(x) = a^x \, , f(x) = e^x ; D_f = IR$



❖ لوګاریتمي تابع: $y = \log_a g(x)$

$Domy = \{x / x \in IR \, , g(x) > 0\}$

$$\begin{cases} y = \log_2 x \\ y = \log_{10} x \end{cases}$$

د اکسپوننشیل تابع ځانګړتیاوې

1. د هرې تابع $Dom = IR$ و $Range = IR^+$ دی.
2. هره تابع یې یو په یو ($injective$) ده.
3. هره تابع یې د $a > 1$ لپاره متزایده، د $a < 1$ لپاره متناقصه او $a = 1$ لپاره ثابت تابع ده.
4. د هرې تابع ګراف یې د $(0,1)$ ټکي څخه تیریږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. د $f(x)=a^x$ او $g(x)=a^{-x}$ تابع ګانو ګرافونه نظر (y) محور ته متناظر پراته دي.

6. هر تابع يې معکوس لري چې معکوسه تابع يې $\log_a x$ ده.

❖ تابع په يوه انټروال کې متزايده ده که:

$$if\ \ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)\ \ ;\ \ x_1, x_2 \in D_f$$

❖ تابع په يوه انټروال کې متناقصه ده که:

$$if\ \ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)\ \ ;\ \ x_1, x_2 \in D_f$$

❖ جفته تابع: $f(-x) = f(x)$

❖ طاقه تابع: $f(-x) = -f(x)$

❖ معکوسه تابع: يوه تابع هغه وخت معکوس پذيره ده چې بايجکتيف وي نو که په يوه تابع کې د (x) او (y) ځايونه تعويض شي او معادله د (y) لپاره حل شي، لاسته راغلې تابع د لومړۍ تابع معکوسه ده.

$$\rightarrow f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)}$$

$$\rightarrow f\left(f^{-1}(x)\right) = f^{-1}(f(x)) = x$$

- د f(x) او g(x) تابع ګانې هغه وخت يو د بل معکوسې دي چې:

$$(fog)_{(x)} = (gof)_{(x)} = x$$

❖ د تابع ګانو ترکيب يا مرکبې تابع ګانې:

$$(fog)_{(x)} = f\left(g(x)\right) = f[g(x)]$$

$$Dom(fog)_{(x)} = \{x \in IR / x \in Domg, g(x) \in Domf\}$$

❖ د علامې تابع:

$$sgn = \begin{cases} 1\ ;\ \ x > 0 \\ 0\ \ ;\ \ x = 0 \\ -1\ ;\ \ x < 0 \end{cases}$$

$$Dom_{sgn} = IR\ , \qquad Range_{sgn} = \{-1,0,1\}$$

❖ يو په يو تابع (انجکتيف): که يو له لاندې شرطونو صدق وکړي تابع يو په يو ده.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)\ \ ;\ \ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2$$

❖ ضمني تابع: کله چې د x او y متحولينو ترمنځ اړيکه د $f(x,y)=0$ اړيکې پواسطه تعين شي، نو ويل کيږي چې y د x د متحول ضمني تابع ده. د دايرې، بيضوي، ..... انکشاف لرونکې معادلې ضمني تابع ګانې دي: $x^2+y^2=r^2$

❖ پارامتريک تابع: شونې (ممکنه) ده چې د $y=f(x)$ تابع په غير مستقيم ډول د يوه دريمې متحول t (t پارامتر) پواسطه په لاندې ډول وښيو، چې د يوې تابع ښودل د پارامتريکې تابع په ډول ښيي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases} x = u(t) \\ y = V(t) \end{cases}$$

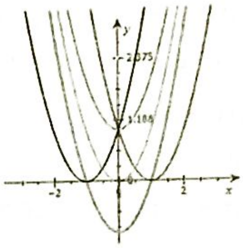
د تابع ګانو دګراف انتقال د $(c > 0)$ ثابت عدد په اندازه:

❖ عموداً پورته خواته: $y = f(x) + c$

❖ عموداً ښکته خواته: $y = f(x) - c$

❖ ښي خواته: $y = f(x - c)$

❖ چپې خواته: $y = f(x + c)$



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^2 + 1 \\ y = x^2 - 1 \\ y = (x-1)^2 \\ y = (x+1)^2 \end{cases}$$

د تابع ګانو دګراف کش کول او منعکس کول $(C < 1)$

❖ په عمودي ډول د ګراف کش کیدل د (C) په اندازه: $y = Cf(x)$

❖ په عمودي ډول د ګراف غونجیدل (راټولیدل) د (C) ثابت عدد په اندازه:

$$y = \left(\frac{1}{C}\right) f(x)$$

❖ په افقي ډول د ګراف کش کیدل د (C) ثابت عدد په اندازه:

$$y = f\left(\frac{x}{c}\right)$$

❖ په افقي ډول د ګراف غونجیدل د (C) ثابت عدد په اندازه:

$y = f(Cx)$

❖ د ګراف منعکس کیدل نظر د (x) محورته: $y = -f(x)$

❖ د ګراف منعکس کیدل نظر د (y) محورته: $y = f(-x)$

د تابع ګانو څلورګونې عملیې

❖ $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

$Dom(f \pm g)(x) = Domf \cap Domg$

❖ $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$Dom(f \cdot g)(x) = Domf \cap Domg$

❖ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$Dom\left(\frac{f}{g}\right)(x) = Domf \cap Domg - \{x/g(x) = 0\}$$

هایپربولیک تابع ګانې

❖ $\sin hx = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$, ❖ $\cos hx = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$

❖ $\tan hx = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$, ❖ $\cot hx = \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$

❖ $\sec hx = \frac{2}{e^x+e^{-x}}$, ❖ $\csc hx = \frac{2}{e^x-e^{-x}}$

د هایپربولیک تابع ګانو معکوسې تابع ګانې

❖ $y = \arcsin hx \quad , \ x \in IR$

❖ $y = \arccos hx \quad , \ x \in [1, \infty)$

❖ $y = \arctan hx \quad , \ x \in (-1,1)$

❖ $y = \text{arccot}\, hx \ , \ x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

❖ $y = \text{arcsec}\, hx \ , \ x \in (0,1]$

❖ $y = \arcsin hx \ , \ x \in IR \ , \ x \neq 0$

مجانبونه په ناطقو تابع ګانو کې

❖ عمودي: مخرج مساوي په صفر فرض کوو عمودي مجانب لاسته راځي:

$$y = \frac{g(x)}{h(x)}; \ h(x) \neq 0$$

❖ افقي: پدی لاندی ډول د تابع لیمیټ نیسو افقي مجانب لاسته راځي:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{h(x)}$$

❖ مایل: څرنګه چې د ا مجانب هم یو مستقیم خط ($y = ax + b$) ده، نو د لاسته راوړلو لپاره یې د a او b قیمتونه په لاندې ډول لاسته راوړو او په تابع کې یې وضع کوو نو د مایل مجانب معادله لاسته راځي:

$$a = \lim_{x\to\infty} f(x)/x \ ; b = \lim_{x\to\infty}(f(x) - ax)$$

- یوه ناطقه تابع یو یا څو عمودي مجانبونه درلودلای شي خو یو افقي یا مایل مجانب به لري

لیمیټ (Limit)

❖ په لیمیټ کې باید د چپې خوا او د ښۍ خوا لیمیټ د تابع د اصلي لیمیټ سره مساوي وي:

$$\lim_{x\to a} f(x) = l$$

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = l$$

$$\lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a^+} f(x)$$

❖ شتون نه لري:

د لیمیټ ځانګړتیاوې

❖ $\lim\limits_{x\to a} c = c$

❖ $\lim\limits_{x\to a} x = a$

❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \pm \lim\limits_{x\to a} g(x)$

❖ $\lim\limits_{x\to a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$

❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to a} g(x)$

❖ $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}\ ,\ \lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$

❖ $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$

❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^n$

❖ $\lim\limits_{x\to a}[\sin f(x)] = \sin\left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]$

❖ $\lim\limits_{x\to a}\log_d f(x) = \log_d\left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]$

❖ $\lim\limits_{x\to a}[c^{f(x)}] = c^{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$

❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$

❖ $\lim\limits_{x\to a} f(g(x)) = f\left(\lim\limits_{x\to a} g(x)\right)$

f په g(x) کې متمادي وي

❖ د څو معادله يي تابع گانو لپاره د هرې تابع يو طرفه لېميټ محاسبه کوو که سره مساوي شول لېميټ لري او که مساوي نه شول لېميټ نه لري. مثلاً:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5\,; x < -2 \\ 1 - 3x\,; x \geq -2 \end{cases};\ \lim_{x\to -2} f(x)$$

وروسته له محاسبې پوهېږو چې تابع په $(x \to -2)$ کې لېميټ نه لري

❖ بې اندازه کوچنۍ تابع گانې: $\lim\limits_{x\to a} \varepsilon(x) = 0$

❖ د ساندويچ قضيه: که دا $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ شرط د هر (x) لپاره په يوه غيرتړلي انټروال کې چې د (a) عدد پکې شامل وي او که $(x \neq 0)$ صدق وکړي، په هغه صورت کې چې:

$$\lim_{x\to a} f(x) = b = \lim_{x\to a} h(x) \Rightarrow \lim_{x\to a} g(x) = b$$

❖ قضيه: که چېرې $f(x) < g(x)$ وي د لېميټ د شتون په صورت کې يې لېميټ دی: $\lim\limits_{x\to a} f(x) \leq \lim\limits_{x\to a} g(x)$

د مبهم شکل لرونکو تابع گانو لېميټ

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty, \ldots$

❖ $\left(\frac{0}{0}\right)$: د لېميټ لپاره يې لومړی تابع د تجزيې په مرسته ساده کوو، د ابهام عامل (خبيثه فکتور) له منځه وړو او بيا يې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیمیټ قیمت لاسته راوړو.

❖ $(\frac{\infty}{\infty})$: د $f(x) = \frac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+\cdots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+\cdots+b_n}$ تابع په پام کې ونیسئ، که چیرې $(x \to \infty)$ کړې وي؛ نو دلته درې حالته ممکن دي:

(1) د $m = n$ لپاره: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{a_0}{b_0}$

(2) د $m > n$ لپاره: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

(3) د $m < n$ لپاره: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$

❖ $(\infty - \infty)$ او $(0 \cdot \infty)$: ددې د لیمیټ پیداکولو لپاره یې د کسرونو له جمع کولو، ضرب او مزدوج څخه ګټه اخلو او هغه داسې ساده کوو تر څو د $(\frac{0}{0})$ یا $(\frac{\infty}{\infty})$ بڼه غوره کړي، وروسته یې لیمیټ پیدا کوو.

❖ $(1^\infty, \infty^0, 0^0)$:

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)\right)^{g(x)} \Rightarrow \lim_{x\to a}[g(x)\cdot lnf(x)]$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta x} = e^{\alpha\cdot\beta}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to\infty}(x)^{\frac{1}{x}} = 1$$

$$(1)^\infty : \lim_{x\to a}[u(x)]^{v(x)} = e^p \ ; p = \lim_{x\to a}[v(u-1)]$$

د مبهم شکل د لیمیټونو ځینې نور فرمولونه

❖ $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^n-a^n}{x-a} = n\cdot a^{n-1}$

❖ $\lim\limits_{x\to a}\frac{x-a}{x^n-a^n} = \frac{1}{n\cdot a^{n-1}}$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^n-1}{x} = lna$

❖ $\lim\limits_{x\to a}\frac{\sqrt[m]{x}-\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{x}-\sqrt[n]{a}} = \frac{n}{m\cdot\sqrt[m\cdot n]{a^{m-n}}}$

❖ $\lim\limits_{x\to\infty} e^x = \infty$

❖ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

❖ $\lim\limits_{x\to\infty}\ln(x) = \infty$

❖ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} x^n = \infty \quad ; n \to$ جفت

❖ $\lim\limits_{x\to\infty} x^n = \infty, \lim\limits_{x\to-\infty} x^n = -\infty \quad ; n \to$ طاق

مثلثاتي لیمیټونه

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\sin x = \lim\limits_{x\to 0}\tan x = 0$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\cos x = \lim\limits_{x\to 0}\sec x = 1$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\cot x = \lim\limits_{x\to 0}\csc x = \infty$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$ ❖ $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin ax}{bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=1$ ❖ $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan ax}{bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin ax}{\sin bx}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan ax}{\tan bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to0}\frac{c\cdot\sin ax}{\tan bx}=\lim\limits_{x\to0}\frac{c\cdot\tan ax}{\sin bx}=\frac{a\cdot c}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos x-1}{x}=0$

❖ $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x$ او $\lim\limits_{x\to\infty}\cos x \Rightarrow$ موجود نه دي

د تابع گانو متماديت

❖ د f(x) یوه تابع د x=a په ټکي(نقطه) کې هغه وخت متمادي بلل کیږي چې:

(1) د f(x) تابع د x=a په ټکي کې تعریف شوی وي.

(2) راکړل شوی تابع د (a) په ټکي کې لیمیټ ولري.

(3) د f(a) قیمت باید د f(x) له لیمیټ سره مساوي وي:

$$\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$$

مشتق (Derivative)

$$f'(x)=y'=\frac{df}{dx}=\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}(f(x))=Df(x)$$

$$\lim_{\Delta x\to0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{dy}{dx}=y'=f'(x)$$

❖ د منحني میل د هغې په هر اختیاري ټکي کې:

$$y=f(x)\Rightarrow f'(x)=m_T=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

د مشتق قوانین

❖ $y=c\Rightarrow y'=0$

❖ $y=ax\Rightarrow y'=a$

❖ $y=c\cdot f(x)\Rightarrow y'=c\cdot f'(x)$

❖ $y=x^n\Rightarrow y'=n\cdot x^{n-1}$

❖ $y=(x^{-n})\Rightarrow y'=-\frac{n}{x^{n+1}}$

❖ $y=u\pm v\pm\ldots\Rightarrow y'=u'\pm v'\pm\ldots$

❖ $y=u\cdot v\Rightarrow y'=u'\cdot v+v'\cdot u$

❖ $y=u\cdot v\cdot w\Rightarrow y'=u'\cdot v\cdot w+u\cdot v'\cdot w+u\cdot v\cdot w'$

❖ $y=\frac{u}{v}\Rightarrow y'=\frac{u'\cdot v-v'\cdot u}{v^2}$

❖ $y=\sqrt{u}\Rightarrow y'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

❖ $y=\sqrt[n]{u^m}\Rightarrow y'=\frac{m\cdot u'}{n\cdot\sqrt[n]{u^{n-m}}}$ که چیرې n>m وی لئ

❖ $y=\frac{c}{v}\Rightarrow y'=\frac{-c\cdot v'}{v^2}$

$y=\sqrt[n]{u^m}\quad m>n\Rightarrow y'=\frac{m\cdot u'\sqrt[n]{u^{m-n}}}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $y = \frac{u}{c} \Rightarrow y' = \frac{u'}{c}\ ; c \neq 0$

❖ $y = |u| \Rightarrow y' = \frac{u u'}{|u|}$

د معکوسو تابع ګانو مشتق

❖ $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y) \Rightarrow y'_x = \frac{1}{x'_y}$

د پارامتریک تابع ګانو مشتق

❖ $\begin{cases} x = u(t) \\ y = v(t) \end{cases} \Rightarrow y'_x = \frac{v'(t)}{u'(t)} = \frac{y'_t}{x'_t}$

د مرکبو تابع ګانو مشتق (ځنځیري قاعده)

❖ $y = f(g(x)) \Rightarrow y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ or $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

د مثلثاتي تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$

❖ $y = \sin u \Rightarrow y' = u' \cdot \cos u$

❖ $y = \sin^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \sin^{n-1} u \cdot \cos u$

❖ $y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$

❖ $y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \cdot \sin u$

❖ $y = \cos^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \cos^{n-1} u \cdot \sin u$

❖ $y = \tan x \Rightarrow y' = \sec^2 x$

❖ $y = \tan u \Rightarrow y' = u' \cdot \sec^2 u$

❖ $y = \tan^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \tan^{n-1} u \cdot \sec^2 u$

❖ $y = \cot x \Rightarrow y' = -\csc^2 x$

❖ $y = \cot u \Rightarrow y' = -u' \cdot \csc^2 u$

❖ $y = \sec x \Rightarrow y' = \sec x \cdot \tan x$

❖ $y = \sec u \Rightarrow y' = u' \cdot \sec u \cdot \tan u$

❖ $y = \csc x \Rightarrow y' = -\csc x \cdot \cot x$

د مثلثاتي معکوسو تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \arcsin x \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \arcsin u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

❖ $y = \arccos x \Rightarrow y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \arccos u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$

❖ $y = \arctan x \Rightarrow y' = \frac{1}{1+x^2}$

❖ $y = \arctan u \Rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$

❖ $y = \operatorname{arccot} x \Rightarrow y' = \frac{-1}{1+x^2}$

❖ $y = \operatorname{arccot} u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$

❖ $y = \operatorname{arcsec} x \Rightarrow y' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

❖ $y = \operatorname{arcsec} u \Rightarrow y' = \pm \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} \begin{cases} +;\ u > 1 \\ -;\ u < -1 \end{cases}$

❖ $y = \operatorname{arccsc} x \Rightarrow y' = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$

❖ $y = \operatorname{arccsc} u \Rightarrow y' = \mp \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} \begin{cases} -; & u > 1 \\ +; & u < -1 \end{cases}$

د هایپربولیک تابع‌ګانو مشتقات

❖ $y = \sinh x \Rightarrow y' = \cosh x$

❖ $y = \sinh u \Rightarrow y' = u' \cdot \cosh u$

❖ $y = \cosh x \Rightarrow y' = \sinh x$

❖ $y = \cosh u \Rightarrow y' = u' \cdot \sinh u$

❖ $y = \tanh x \Rightarrow y' = \operatorname{sech}^2 x$

❖ $y = \tanh u \Rightarrow y' = u' \cdot \operatorname{sech}^2 u$

❖ $y = \coth x \Rightarrow y' = -\operatorname{csch}^2 x$

❖ $y = \coth u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{csch}^2 u$

❖ $y = \operatorname{sech} x \Rightarrow y' = -\operatorname{sech} x \cdot \tanh x$

❖ $y = \operatorname{sech} u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{sech} u \cdot \tanh u$

❖ $y = \operatorname{csch} x \Rightarrow y' = -\operatorname{csch} x \cdot \coth x$

❖ $y = \operatorname{csch} u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{csch} u \cdot \coth u$

د هایپربولیک معکوسو تابع‌ګانو مشتقات

❖ $y = \sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

❖ $y = \cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

❖ $y = \tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{1-x^2}; |x| < 1$

❖ $y = \coth^{-1} x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{1-x^2}; |x| > 1$

❖ $y = \operatorname{sech}^{-1} x = \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \operatorname{csch}^{-1} x = \ln(\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{1+x^2}}{|x|}) \Rightarrow y' = -\frac{1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$

د لوګاریتمي او اکسپوننشیل تابع‌ګانو مشتقات

❖ $y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln a} = \frac{\log_a e}{x}$

❖ $y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} = \frac{u' \cdot \log_a e}{u}$

❖ $y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$

❖ $y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u}$

❖ $y = a^x \Rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$

❖ $y = a^u \Rightarrow y' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

❖ $y = e^x \Rightarrow y' = e^x$

❖ $y = e^u \Rightarrow y' = u' \cdot e^u$

❖ $y = u^u \Rightarrow y' = u^u(u' \cdot \ln u + u')$

❖ $y = u^v \Rightarrow y' = u^v\left(\frac{v \cdot u'}{u} + \ln u \cdot v'\right)$

ضمني مشتقات

❖ $y' = -\frac{f'(x)}{f'(y)} = -\frac{\text{د تابع مشتق نظر } x \text{ ته } (y \text{ ثابت دی})}{\text{د تابع مشتق نظر } y \text{ ته } (x \text{ ثابت دی})}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لایب نیتز فرمولونه

❖ $y = u \cdot v \Rightarrow y'' = u''v + 2u'v' + uv''$

❖ $y = u \cdot v \Rightarrow y''' = u'''v + 3u''v' + 3u'v'' + uv'''$

❖ $y^{(n)} = (uv)^{(n)} = u^{(n)}v + nu^{(n-1)}v' + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}u^{(n-2)}v'' + \cdots + uv^{(n)}$

لوړ مرتبه (متوالي) مشتقات

❖ $y'' = f''(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{dx^2}$

❖ $y''' = f'''(x) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^3y}{dx^3}$

❖ $y^{(n)} = f^{(n)}(x) = \frac{d^ny}{dx^n} = \left(f^{(n-1)}(x)\right)'$

❖ $y = x^m \Rightarrow y^{(n)} = (x^m)^{(n)} = \frac{m!}{(m-n)!}x^{m-n}$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n)} = (x^n)^{(n)} = n!\ ; n \in N$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n+1)} = (x^n)^{(n+1)} = 0$

❖ $y = a^x \Rightarrow y^{(n)} = (a^x)^{(n)} = a^x \cdot \ln^n a$

❖ $y = e^x \Rightarrow y^{(n)} = (x^n)^{(n)} =$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n)} = (e^x)^{(n)} = e^x$

❖ $y = e^{mx} \Rightarrow y^{(n)} = m^n \cdot e^{mx}$

❖ $y = a^{mx} \Rightarrow y^{(n)} = m^n \cdot a^{mx} \cdot \ln^n a$

❖ $y = \frac{ax+b}{cx+d}, c \neq 0 \quad \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-c)^{n-1} \cdot n! \cdot (ad-bc)!}{(cx+d)^{n+1}}$

❖ $y = \log_a x \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{x^n \cdot \ln a}$

❖ $y = \ln x \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{x^n}$

❖ $y = \sin x \Rightarrow y^{(n)} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

❖ $y = \cos x \Rightarrow y^{(n)} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

د مشتق د کارونې ځایونه

❖ د مماس میل په $(x_1, f(x_1))$ ټکي کې: $f'(x_1) = m_t$

یا وایو چې په یوه ځانګړې ټکي کې د مماس میل په راکړل شوي ټکي کې د تابع د لومړي مشتق څخه عبارت دی.

❖ تابع ثابته ده: $f'(x) = 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې متزایده ده: $f'(x) > 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې متناقصه ده: $f'(x) < 0$

❖ اعظمي ټکی: $f''(x) < 0,\ f'(x) = 0$

❖ اصغري ټکی: $f''(x) > 0,\ f'(x) = 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې محدبه ده: $f''(x) < 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې مقعره ده: $f''(x) > 0$

❖ انعطاف ټکی: $f'''(x) \neq 0,\ f''(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د هوپیتال قاعده: $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{0}{0}$ یا $\frac{\infty}{\infty}\Rightarrow$

$$\Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

که وروسته له لومړي مشتق نیولو څخه بیا هم د تابع شکل مبهم وه، بیا بیا یې مشتق نیسو تر څو له مبهم شکل څخه ووځي.

❖ د متوسط قیمت قضیه(لاگرانژ قضیه): که چیرې $f(x)$ په $[a,b]$ کې متمادي او په (a,b) کې د مشتق وړ وي، د (a,b) د انټروال څخه د (c) یو عدد شته:

$$f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)\Rightarrow f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

یا وایو چې په دې ټکي کې د قاطع خط میل د مماس خط د میل سره مساوي دی یا په بل عبارت د c په ټکي کې د قاطع خط د مماس د خط سره موازي دی.

انټیگرال (Integral)

❖ غیر معین انټیگرال(د لومړنۍ تابع پیدا کول):

$$\int f(x)dx=F(x)+c\,;\ \ F'(x)=f(x)dx$$

د غیر معین انټیگرال ځانګړتیاوې او د بیلا بیلو تابع ګانو انټیګرال

❖ $\int dx=x+c$

❖ $\int k\cdot f(x)dx=k\int f(x)dx=k\cdot F(x)+c$

❖ $\int[f(x)\pm g(x)]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

❖ $\int[f(x)\cdot g(x)]dx\neq\int f(x)dx\cdot\int g(x)dx$

❖ $\int[f(x)\div g(x)]dx\neq\int f(x)dx\div\int g(x)dx$

❖ $\int xdx=\frac{x^2}{2}+c$

❖ $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c\,;\ \ n\neq-1$

❖ $\int x^{\frac{p}{q}}dx=\frac{p}{p+q}x^{\frac{p+q}{q}}+c$

❖ $\int(ax+b)^n dx=\frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}+c\,;\ \ n\neq-1$

❖ $\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

❖ $\int\frac{du}{u}=\ln|u|+c$

❖ $\int\frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{x}+c$

❖ $\int\frac{1}{ax+b}dx=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+c$

❖ $\int\frac{ax+b}{cx+d}dx=\frac{a}{c}x+\frac{bc-ad}{c^2}\ln|cx+d|+c$

❖ $\int\frac{1}{(x+a)(x+b)}dx=\frac{1}{a-b}\ln\left|\frac{x+b}{x+a}\right|+c\,;a\neq b$

❖ $\int\frac{1}{1-x^2}dx=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|+c$

❖ $\int\frac{1}{a^2-x^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\int \frac{1}{x^2-a^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$

❖ $\int \frac{x}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+a^2) + c$

❖ $\int \sqrt{x}dx = \frac{2x}{3}\sqrt{x} + c$

❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x} + c$

❖ $\int \frac{du}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u} + c$

❖ $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}dx = \frac{2}{a}\sqrt{ax+b} + c$

❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2\pm a^2}}dx = \ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right| + c$

❖ $\int \frac{1}{1+x^2}dx = \arctan x + c$

❖ $\int \frac{1}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + c$

❖ $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + c$

❖ $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \arcsin\frac{x}{a} + c$

❖ $\int \frac{du}{a^2-u^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u+a}{u-a}\right| + c$

❖ $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + c$

❖ $\int \sqrt{a^2-u^2}du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2-u^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{u}{a} + c$

د لوګاریتمي او اکسپوننشیل تابع ګانو انتیګرال نیونه

❖ $\int e^x dx = e^x + c$

$\int \log_a x\, dx = x\cdot\log_a\frac{x}{e} + c$

❖ $\int e^{ax}dx = \frac{1}{a}e^{ax} + c$

❖ $\int x\cdot e^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1) + c$

❖ $\int a^x dx = \frac{1}{\ln a}a^x + c$

❖ $\int a^{mx}dx = \frac{1}{m\cdot\ln a}a^{mx} + c$

❖ $\int \ln cx\, dx = x\cdot\ln cx - x + c$

❖ $\int (\ln x)^2 dx = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x + c$

❖ $\int \frac{(\ln x)^n}{x}dx = \frac{(\ln x)^{n+1}}{n+1} + c\,;\ n \neq 1$

❖ $\int \frac{1}{x\cdot\ln x}dx = \ln|\ln x| + c$

د مثلثاتي تابع ګانو انتیګرال نیونه

❖ $\int \sin x\, dx = -\cos x + c$

❖ $\int \sin mx\, dx = -\frac{1}{m}\cos mx + c$

❖ $\int \cos x\, dx = \sin x + c$

❖ $\int \cos mx\, dx = \frac{1}{m}\sin mx + c$

❖ $\int \tan x\, dx = -\ln|\cos x| + c = \ln|\sec x| + c$

❖ $\int \cot x\, dx = -\ln|\csc x| + c = \ln|\sin x| + c$

❖ $\int \sec x\, dx = \ln|\tan x + \sec x| + c$

❖ $\int \csc x\, dx = \ln|\csc x - \cot x| + c$

❖ $\int \sin^2 x\, dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\int \cos^2 x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + c$

❖ $\int \tan^2 x\,dx = \tan x - x + c$

❖ $\int \cot^2 x\,dx = -\cot x - x + c$

❖ $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$

❖ $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$

❖ $\int \frac{1}{\sin x}dx = \int \csc x\,dx = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + c$

❖ $\int \frac{1}{\cos x}dx = \int \sec x\,dx = \ln\left|\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + c$

❖ $\int \sin x \cdot \cos x\,dx = -\frac{1}{4}\cos 2x + c$

❖ $\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}dx = \ln|\tan x| + c$

❖ $\int \sin^2 x \cdot \cos x\,dx = \frac{1}{3}\sin^3 x + c$

❖ $\int \sin x \cdot \cos^2 x\,dx = -\frac{1}{3}\cos^3 x + c$

❖ $\int \sin^n x \cdot \cos x\,dx = \frac{\sin^{n+1} x}{n+1} + c$

❖ $\int \sin x \cdot \cos^n x = \frac{\cos^{n+1} x}{n+1} + c$

❖ $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx = \int \sec x \cdot \tan x\,dx = \sec x + c$

❖ $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x}dx = \int \cot x \cdot \csc x\,dx = -\csc x + c$

❖ $\int \sin mx \cdot \sin nx\,dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + c$

❖ $\int \sin mx \cdot \cos nx\,dx = -\frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} + c$

❖ $\int \cos mx \cdot \cos nx\,dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + c$

په پورتنیو دریو فرمولونو کې باید $(m^2 \neq n^2)$ وي.

همدارنګه د $\int \sin \alpha x \cdot \cos \beta x\,dx$ ډوله انتیګرالونو د محاسبې لپاره کولای شو له لاندینیو ۴ فورمولو څخه کار واخلو:

❖ $\sin \alpha x \cdot \cos \beta x = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)x + \sin(\alpha-\beta)x]$

❖ $\sin \alpha x \cdot \sin \beta x = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)x - \cos(\alpha+\beta)x]$

❖ $\cos \alpha x \cdot \cos \beta x = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)x + \cos(\alpha-\beta)x]$

❖ $\cos \alpha x \cdot \sin \beta x = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)x - \sin(\alpha-\beta)x]$

❖ $\int \sin(\ln x)\,dx = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c$

❖ $\int \cos(\ln x)\,dx = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c$

د معکوسو مثلثاتي تابع ګانو انتیګرال نیونه

❖ $\int \arcsin x\,dx = x \cdot \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$

❖ $\int \arccos x\,dx = x\cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$

❖ $\int \arctan x\,dx = x\tan^{-1} x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$

❖ $\int \text{arccot}\, x\,dx = x\cot^{-1} x + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$

د هایپربولیک تابع ګانو انتیګرال نیونه

❖ $\int \sinh x\,dx = \cosh x + c$

❖ $\int \cosh x\,dx = \sinh x + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $\int \tanh x\, dx = \ln(\cosh x) + c$
- ❖ $\int \coth x\, dx = \ln|\sinh x| + c$
- ❖ $\int \operatorname{sech} x\, dx = \tan^{-1}(\sinh x) + c$
- ❖ $\int \operatorname{csch} x\, dx = -\cot^{-1}(\cosh x) + c$
- ❖ $\int \operatorname{sech}^2 x\, dx = \tanh x + c$
- ❖ $\int \operatorname{csch}^2 x\, dx = -\coth x + c$
- ❖ $\int \operatorname{sech} x \cdot \tanh x\, dx = -\operatorname{sech} x + c$
- ❖ $\int \operatorname{csch} x \cdot \coth x\, dx = -\operatorname{csch} x + c$

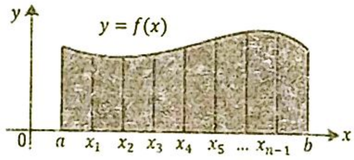
د هایپربولیک معکوسو تابع ګانو انتیګرال نیونه

- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \sinh^{-1} x + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} dx = \sinh^{-1} \frac{x}{a} + c\, ;\ a > 0$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \cosh^{-1} x + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} dx = \cosh^{-1} \frac{x}{a} + c\, ;\ x > a > 0$
- ❖ $\int \frac{1}{1-x^2} dx = \begin{cases} \tanh^{-1} x + c, & x^2 < 1 \\ \coth^{-1} x + c, & x^2 > 1 \end{cases}$
- ❖ $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}} dx = -\operatorname{sech}^{-1} x + c$
- ❖ $\int \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx = -\operatorname{csch}^{-1}|x| + c,\ \ x \neq 0$

معین انتیګرال (د منحني او x محور تر منځ محصور شوی مساحت):

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$F'(x) = f(x)dx$$



❖ د ریمان د مجموعې لیمیټ (معین انتیګرال):

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = A\, ;\ \ \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = F(x)\Big|_a^b$$

د معین انتیګرال ځانګړتیاوې

- ❖ $\int_a^a f(x)dx = 0$
- ❖ $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
- ❖ $\int_a^b dx = b - a$
- ❖ $\int_a^b c \cdot dx = c(b-a)$
- ❖ $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx\ ,\quad b \in [a,c]$
- ❖ $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx\ ;\ \ f(x) \geq g(x)$
- ❖ $\int_a^b f(x)dx \geq 0\, ;\ \ f(x) \geq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \le \int_a^b |f(x)|dx \;;\; a<b$

د $|f(x)|$ انتیګرال په $[a,b]$ کې : $|f(x)| = f^+(x) + f^-(x)$

❖ $f^+(x) = \begin{cases} f(x); f(x) \ge 0 \\ 0 \quad ; f(x) < 0 \end{cases}, f^-(x) = \begin{cases} -f(x); f(x) < 0 \\ 0 \quad ; f(x) \ge 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_a^b |f(x)|dx = \int_a^b f^+(x)dx + \int_a^b f^-(x)dx$$

د ټوټه ډوله تابع ګانو انتیګرال

❖ $f(x)\begin{cases} g(x); a \le x \le c \\ h(x); c \le x \le b \end{cases}, c \in [a,b]$

$\Rightarrow \int_a^b f(x)dx = \int_a^c g(x)dx + \int_c^b h(x)dx$

د متناظرو تابع ګانو معین انتیګرال

❖ جفته تابع f ,$[f(-x) = f(x)] \Rightarrow \int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$ ❖

❖ طاقه تابع $\rightarrow f$,$[f(-x) = -f(x)] \Rightarrow \int_{-a}^a f(x)dx = 0$

په تعویضي طریقې سره انتیګرال نیونه

غیرمعین:

❖ $\int f(x)dx = \int f\big(u(t)\big)u'(t)dt \;;\; x = u(t)$

معین:

❖ $\int_a^b f(x)dx \;; x = g(t), \Rightarrow \int_c^d f\big(g(t)\big)g'(t)dt$

$c = g^{-1}(a), \qquad d = g^{-1}(b)$

د انقسام په طریقه انتیګرال نیونه

حصوی فرمول

$u = f(x), \qquad v = g(x)$

د غیرمعین لپاره : ❖ $\int udv = u\cdot v - \int vdu$

د معین لپاره : ❖ $\int_a^b udv = u\cdot v\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

د انقسام په طریقه انتیګرال نیونه

❖ د انقسام په انتیګرال نیونه کې ځینې تابع ګانې تکراري بڼه اختیاروي او موږ اړ کیږو تر څو بیې څو ځله پدې طریقه انتیګرال ونیسو تر څو نتیجې ته ورسیږو خو ددې ډول تابع ګانو لپاره یو بله طریقه هم لرو چې د جدولي طریقې په نوم یادیږي مثلاً: $\int f(x)\cdot g(x)\,dx$

۱- د $f(x)$ به تر هغې مشتق نیسو چې صفر شي.

۲- د $f(x)$ په مقابل کې به د $g(x)$ انتیګرال نیسو.

۳- د علامو ترتیب: $+,-,+,-,+,-,\dots$

مثال: $\int x^2\cdot e^x\,dx = ?$

انتګرال   مشتق

(c) ketabton.com: The Digital Library

انټګرال

$$\begin{array}{ccc}
\overline{f(x) = x^2} & & \overline{g(x) = e^x} \\
 & \searrow^{+} & \\
2x & & e^x \\
 & \searrow^{-} & \\
2 & & e^x \\
 & \searrow^{+} & \\
0 & & e^x
\end{array}$$

$$\int x^2 \cdot e^x\, dx = x^2 e^x - 2xe^x + 2e^x + c$$

د بینوم دیفرانسیل انټیګرال: $\int x^m \cdot (a + bx^n)^p dx$

m، n او p(+ یا -) نسبتي عددونه دي او $a, b \in IR$.

❖ د چیبیشف دعوی: پورتنی انټیګرال په دریو طریقو ساده کولای شو:

۱) که $p \in Z^+$ مثبت تام عدد وي نو د $(a + bx^n)^p$ افاده د بینوم فرمول د انکشاف په واسطه د ck^x په شکل بدلیږي چې انټیګرال یې په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

۲) که $\frac{m+1}{n} \in Z$ وي نو $t = \sqrt[r]{a + bx^n}$ وضع کوو (r د p مخرج دی) انټیګرال ساده کیږي او حل کوو یې.

۳) که $\frac{m+1}{n} + p \in Z$ وي نو د $t = \sqrt[r]{\frac{a+bx^n}{x^n}}$ په وضع کولو سره انټیګرال ساده کیږي او حل کوو یې.

قسمي کسرونه

❖ هغه کوچني کسرونه چې د یوه واقعي کسر د جمعې د عواملو په شکل لیکل شوي دي، که هغوی سره جمع کړو نو راکړل شوی واقعي کسر په لاس راځي.

۱- که چیرې د $\frac{p_m(x)}{p_n(x)}$ د کسري پولینوم مخرج د خطي بیلابیلو ضربي عواملو څخه جوړ وي چې تکرار نه وي راغلي، په لاندې بڼه بدلیدلای شي:

$$\frac{p_m(x)}{p_n(x)} = \frac{A}{x - x_1} + \frac{B}{x - x_2} + \cdots + \frac{N}{x - x_n}$$

۲- که د کسر د مخرج ضربي عوامل لومړۍ درجه پولینوم وي چې ځینې یې تکرار راغلي وي یعنې که $(x - x_0)$ عامل n-ځلې په مخرج کې تکرار شوی وي نو لیکلای شو چې:

$$\frac{p_m(x)}{p_n(x)} = \frac{A}{x - x_0} + \frac{B}{(x - x_0)^2} + \cdots + \frac{N}{(x - x_0)^n}$$

۳- که د مخرج ضربي عامل دویمه درجه پولینوم وي د تجزیې

(c) ketabton.com: The Digital Library

ور نه وي او تکرار هم نه وي راغلې نو د $\frac{p_m(x)}{p_n(x)}$ واقعي پولينوم يو قسمي کسر $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$ بڼه لري

۴- که د صورت درجه د مخرج څخه لويه وي نو دوه عمليې وروباندې اجرا کيږي:

الف) صورت پر مخرج تقسيموو.

ب) مخرج به تجزيه کوو باقي په مخرج کې ليکو نتيجه لاسته راځي.

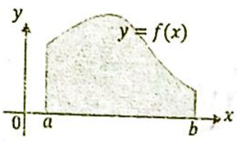
د قسمي کسرونو په مرسته انتيګرال نيونه

❖ ځينې هغه تابع ګانې چې د پورتنيو څلورو ډولو کسري تابع ګانو ته ورته وي او وغواړو چې انتيګرال يې ونيسو نو په پورتنۍ طريقه يې په قسمي کسرونو ويشو او بيا يې جلا، جلا انتيګرال نيسو.

د انتيګرال کارونه(تطبيقات)

❖ د منحني د محصور شوې سطحې مساحت محاسبه:

$$A = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

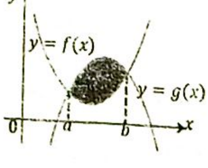


- د منحني د پارامتريک معادلو له مخې مساحت

$$\begin{cases} x = u(t) \\ y = v(t) \end{cases} ; \begin{matrix} \alpha \le t \le \beta \\ u(\alpha) = a \\ u(\beta) = b \end{matrix} \Rightarrow A = \int_a^b y\,dx = \int_\alpha^\beta v(t)\cdot u'(t)\,dt$$

❖ د دوو محصور شويو منحني ګانو ترمنځ د مساحت محاسبه:

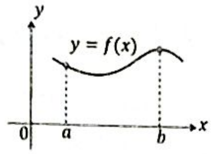
$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$



❖ د منحني يا د منحني د يوې برخې(قوس) اوږدوالې:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\,dy\ ,\ \ L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



- د منحني د پارامتریک معادلو له مخې د قوس اوږدوالې:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2}\, dt$$

❖ د دایرې د محیط پیدا کول:(r شعاع)

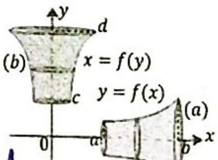
$$\begin{cases} x = r\cos t \\ y = r\sin t \end{cases} ; \; P = \int_a^b \sqrt{x'^2 + y'^2}dt$$

د دوراني جسمونو د حجمونو محاسبه:

❖ د (x) محور په شاوخوا د تابع د دوران څخه لاسته راغلي جسم حجم: $V = \int_a^b \pi[f(x)]^2dx$ (a شکل)

❖ د (y) محور په شاوخوا د تابع د دوران څخه لاسته راغلي جسم حجم: $V = \int_c^d \pi[f(y)]^2dy$ (b شکل)

$V = \pi \int_a^b F(x)^2 dx$



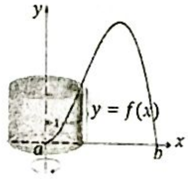
$V = \pi \int_a^b F(y)^2 dy$

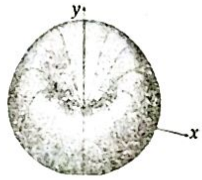
❖ د جسم حجم نظر د مقطع مساحت ته:

$V = \int_a^b A(x)dx$ ($A(x)$ د مقطع مساحت دی)

❖ د استوانه‌یي شیلونو په واسطه د جسم د حجم محاسبه چې د یوه عمودي خط څخه د دوران په نتیجه کې لاسته راغلې وي:

$V = \int_a^b 2\pi x \cdot f(x)dx$ (x د شیل شعاع، y=f(x) د شیل لوړوالې)



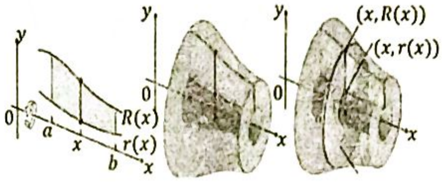


❖ د یوه افقي خط څخه د دوران لپاره کولی شو پاسني فرمول کې د (x) او (y) ځایونه تعویض کړو: $V = \int_a^b 2\pi y \cdot f(y)dy$

❖ د واشر(Washer) د مساحت په واسطه د (x) د محور څخه د دوران په نتیجه د لاسته راغلي جسم د حجم محاسبه:

$$V = \int_a^b \pi\{[R(x)]^2 - [r(x)]^2\}dx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دوراني جسمونو بهرنۍ مساحت

❖ د (x) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S=\int_a^b 2\pi y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

❖ د (y) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S=\int_a^b 2\pi x\sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\,dy$$

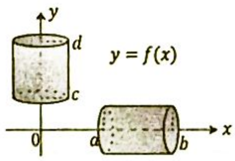
-د پارامتريک معادلو له مخې:

❖ د (x) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S=2\pi\int_\alpha^\beta y\cdot\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=2\pi\int_\alpha^\beta y\cdot\sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2}\,dt$$

❖ د (y) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S=2\pi\int_\alpha^\beta x\cdot\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=2\pi\int_\alpha^\beta x\cdot\sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2}\,dt$$



د يوې تغيرکوونکې قوې په واسطه ترسره شوې کار:

❖ د (x) محور په اوږدو کې: $W=\int_a^b F(x)dx$

د مومنټ محاسبه کول

❖ د (x) محور په شاوخوا: $M_x=\rho\int_a^b \frac{1}{2}[f(x)]^2dx$

❖ د (y) محور په شاوخوا: $M_y=\rho\int_a^b xf(x)dx$

د دوو منحني ګانو تر منځ د برخې لپاره مومنټ محاسبه کول

❖ د (x) محور په شاوخوا:

$$M_x=\rho\int_a^b\frac{1}{2}\{[f(x)^2]-[g(x)^2]\}dx$$

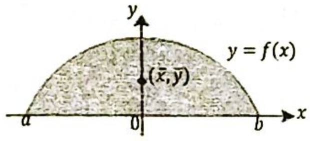
❖ د (y) محور په شاوخوا: $M_y=\rho\int_a^b x[f(x)-g(x)]dx$

د ثقل مرکز پيدا کول

❖ $\bar{x}=\frac{M_y}{m}=\frac{\int_a^b xf(x)dx}{\int_a^b f(x)dx}$, $\bar{y}=\frac{M_x}{m}=\frac{\int_a^b\frac{1}{2}[f(x)]^2dx}{\int_a^b f(x)dx}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\bar{x} = \frac{1}{A}\int_a^b xf(x)dx\ ,\ \bar{y} = \frac{1}{2A}\int_a^b [f(x)]^2 dx$



د دوو منحني ګانو تر منځ د ثقل مرکز

$$\bar{x} = \frac{\int_a^b x[f(x) - g(x)]dx}{\int_a^b [f(x) - g(x)]dx}, \bar{y} = \frac{\int_a^b \frac{1}{2}\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\}dx}{\int_a^b [f(x) - g(x)]dx}$$

دیوې تابع منځنۍ (متوسط) قیمت

❖ $f_{avg} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

غیر واقعي انتیګرالونه (Improper Integrals)

په دوه ډوله دي:

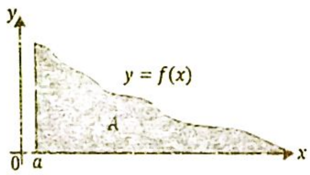
۱-لایتناهي انټروالونه:

ممکن د انتیګرال پورتنی یا لاندینی یا دواړه سرحدونه(∞)وي

❖ $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b\to+\infty}\int_a^b f(x)dx\ ,\ [a, +\infty)$

❖ $\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \lim_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)dx\ ,\ (-\infty, b]$

❖ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)dx + \int_c^{+\infty} f(x)dx$

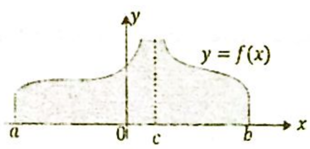


۲- غیر متمادي انتیګرالونه: پدې حالت کې د انتیګرال سرحدونه ثابت عددونه دي، مګر د انتیګرال لاندې تابع د سرحدونو له ډلې څخه په یوه کې د تعریف وړ(متمادي) نه ده.

❖ $\int_a^b f(x)dx = \lim_{c\to a^+}\int_c^b f(x)dx\ ,\ \ (a, b]$

❖ $\int_a^b f(x)dx = \lim_{c\to b^-}\int_a^c f(x)dx\ ,\ \ [a, b)$

❖ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx\ , a < c < b$



تقریبي (اټکلي) انتیګرال نیونه

پدې طریقو کې مورډ ځینو تابع ګانو چې په اسانۍ نشو کولای انتیګرال یې ونیسو لکه: $y = \sqrt{1 + x^4}, y = \frac{1}{\ln x}, y =$ $\sin x^2$ ... نو کولای شو پدې طریقو سره د معین انتیګرال

(c) ketabton.com: The Digital Library

اټکلي قیمتونه لاسته راوړو.

❖ د ذوذنقه‌یي قاعدې څخه په ګټه اخیستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx T_n = \frac{\Delta x}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

❖ د منځنی (وسطي) ټکي څخه په ګټه اخیستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx M_n = \Delta x[f(x_1^*) + f(x_2^*) + \cdots + f(x_n^*)]$$

❖ د سیمپسون قاعدې څخه په ګټه اخیستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{\Delta x}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] \; ; \quad n \to \text{جفت}$$

x_i^* منځنی نقطه ده د: $[x_{i-1}, x_i]$ او همدارنګه $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مثلثاتو برخه

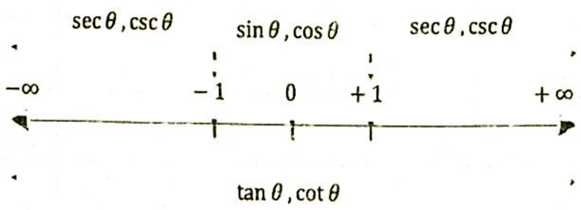
د ځینو مشهورو زاویو مثلثاتي نسبتونه											
نسبتونه	R	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	D	0°	15°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\theta$		0	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\theta$		1	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan\theta$		0	$2-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
$\cot\theta$		∞	$2+\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞
$\sec\theta$		1	$\sqrt{6}-\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-1	∞	1
$\csc\theta$		∞	$\sqrt{6}+\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	∞	-1	∞

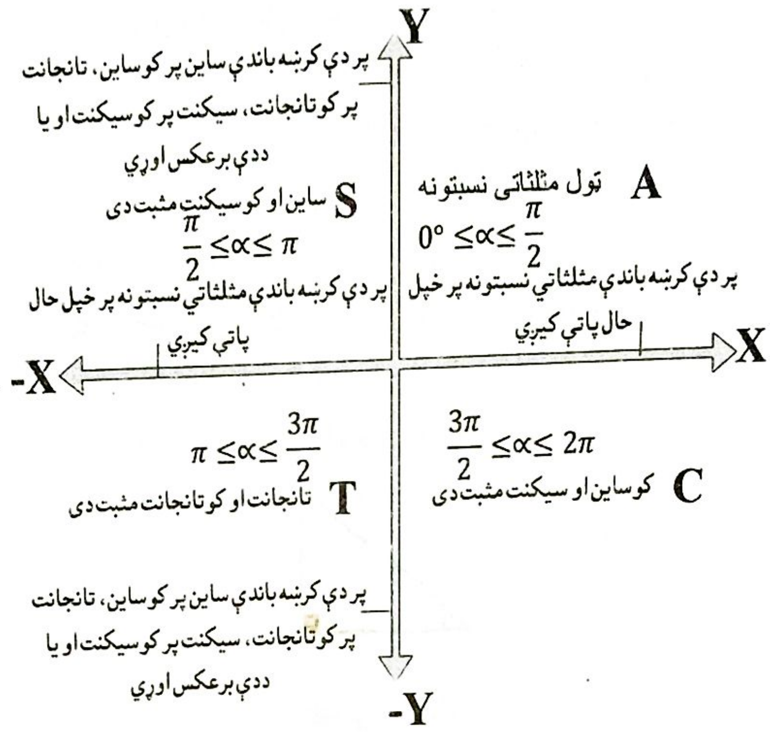
د یو او بل له جنسه د مثلثاتي نسبتونو پیدا کول						
نسبتونه	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$
$\sin\theta$	$\sin\theta$	$\pm\sqrt{1-\cos^2\theta}$	$\pm\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{\sec^2\theta-1}}{\sec\theta}$	$\frac{1}{\csc\theta}$
$\cos\theta$	$\pm\sqrt{1-\sin^2\theta}$	$\cos\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\pm\frac{\cot\theta}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\frac{1}{\sec\theta}$	$\pm\frac{\sqrt{\csc^2\theta-1}}{\csc\theta}$
$\tan\theta$	$\pm\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}$	$\tan\theta$	$\frac{1}{\cot\theta}$	$\pm\sqrt{\sec^2\theta-1}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{\csc^2\theta-1}}$
$\cot\theta$	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2\theta}}{\sin\theta}$	$\pm\frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\frac{1}{\tan\theta}$	$\cot\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	$\pm\sqrt{\csc^2\theta-1}$
$\sec\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\frac{1}{\cos\theta}$	$\pm\sqrt{1+\tan^2\theta}$	$\pm\frac{\sqrt{1+\cot^2\theta}}{\cot\theta}$	$\sec\theta$	$\pm\frac{\csc\theta}{\sqrt{\csc^2\theta-1}}$
$\csc\theta$	$\frac{1}{\sin\theta}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\tan\theta}$	$\pm\sqrt{1+\cot^2\theta}$	$\pm\frac{\sec\theta}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	$\csc\theta$

د اختیاري زاویو مثلثاتي نسبتونه								
نسبتونه / زاویه	$90-\theta$	$90+\theta$	$180-\theta$	$180+\theta$	$270-\theta$	$270+\theta$	$360-\theta$	$360+\theta$
$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\sin\theta$
$\cos\theta$	$\sin\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\cos\theta$
$\tan\theta$	$\cot\theta$	$-\cot\theta$	$-\tan\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$-\cot\theta$	$-\tan\theta$	$\tan\theta$
$\cot\theta$	$\tan\theta$	$-\tan\theta$	$-\cot\theta$	$\cot\theta$	$\tan\theta$	$-\tan\theta$	$-\cot\theta$	$\cot\theta$
$\sec\theta$	$\csc\theta$	$-\csc\theta$	$-\sec\theta$	$-\sec\theta$	$-\csc\theta$	$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\sec\theta$
$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$	$-\csc\theta$	$-\sec\theta$	$-\sec\theta$	$-\csc\theta$	$\csc\theta$

د متضادو زاویو نسبتونه
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\csc(-\theta) = -\csc\theta$

د مثلثاتي نسبتونو د تعریف ناحیې:





په ناحیو کې د مثلثاتي نسبتونو علامې			
$\sin\theta$ $\csc\theta$	$\tan\theta$ $\cot\theta$	$\cos\theta$ $\sec\theta$	ناحیه
+	+	+	I
+	−	−	II
−	+	−	III
−	−	+	IV

گڼه	د کوترمینل زاویو مثلثاتي نسبتونه
1	$\sin(n \cdot 2\pi + \theta) = \sin\theta$
2	$\cos(n \cdot 2\pi + \theta) = \cos\theta$
3	$\tan(n \cdot 2\pi + \theta) = \tan\theta$
4	$\cot(n \cdot 2\pi + \theta) = \cot\theta$
5	$\sec(n \cdot 2\pi + \theta) = \sec\theta$
6	$\csc(n \cdot 2\pi + \theta) = \csc\theta$

د یوه مثلث د شتون شرطونه

- $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
- $a + b > c, a + c > b, b + c > a$

د درجې، ګراد او راديان تر منځ اړيکه:

❖ $\frac{d}{180}=\frac{g}{200}=\frac{R}{\pi}$

❖ $1rad=\frac{180^\circ}{\pi}\approx 57^\circ\,17'4''$

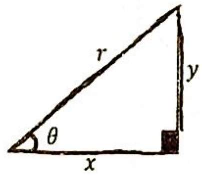
❖ $1^\circ=\frac{\pi}{180}rad\approx 0.017453rad$

❖ د دايرې شعاع: $r=\frac{s}{\theta}=\frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{مرکزي زاويه په راډيان}}$

❖ د ساعت د دوو ستنو ترمنځ زاويه: $\theta=|5.5min-30|$

❖ د فيثاغورث قاعده د قايم الزاويه مثلث لپاره):

$$r^2=x^2+y^2=\left(\text{مجاوره ضلع}\right)^2+\left(\text{مقابله ضلع}\right)^2$$



مثلثاتي نسبتونه

❖ $\sin\theta=\frac{y}{r}$ ❖ $\cos\theta=\frac{x}{r}$ ❖ $\tan\theta=\frac{y}{x}$

❖ $\cot\theta=\frac{x}{y}$ ❖ $\sec\theta=\frac{r}{x}$ ❖ $\csc\theta=\frac{r}{y}$

د مثلثاتي نسبتونو تر منځ اړيکې

❖ $\sin\theta=\frac{1}{\csc\theta}$ ❖ $\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$

❖ $\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$ ❖ $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

❖ $\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ ❖ $\sin\theta\cdot\csc\theta=1$

❖ $\cos\theta\cdot\sec\theta=1$ ❖ $\tan\theta\cdot\cot\theta=1$

د مثلثاتو اساسي او فرعي رابطې

❖ اساسي رابطه: $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

❖ فرعي رابطې: $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$; $\tan^2\theta=\sec^2\theta-1$

$\cot^2\theta=\csc^2\theta-1$; $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$

$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$

د مثلثاتي تابع ګانو ګرافونه او نورې ځانګړتياوې

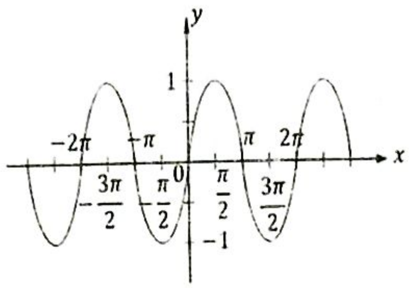
❖ ساين: $y=\sin x$

رنج: $R_y=[-1,1]$

ساين طاقه تابع ده؛

پريود: 2π

دومين: $D_y=(-\infty,\infty)=IR$



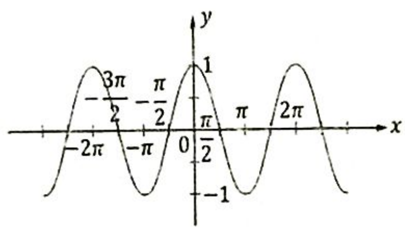
❖ کوساین: $y = \cos x$

رنج: $R_y = [-1,1]$

کوساین جفته تابع ده؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = (-\infty, \infty) = IR$



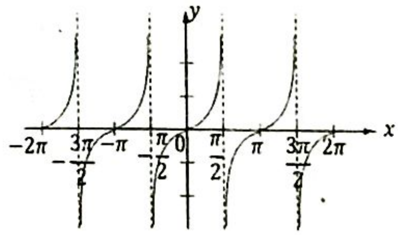
❖ تانجانت: $y = \tan x$

رنج: $R_y = (-\infty, \infty) = IR$

تانجانت طاقه تابع ده؛

پریود: π

دومین: $D_y = IR \setminus \left\{(n + \frac{1}{2})\pi\right\},\ n \in Z$



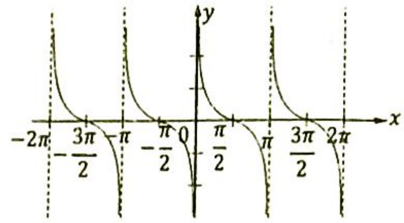
❖ کوتانجانت: $y = \cot x$

رنج: $R_y = (-\infty, \infty) = IR$

کوتانجانت طاقه تابع ده؛

پریود: $.\pi$

دومین: $D_y = IR \setminus \{n\pi\},\ n \in Z$



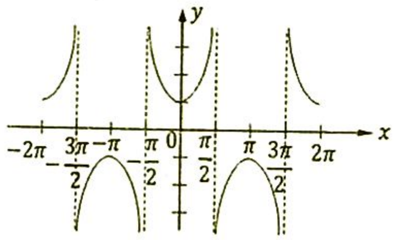
❖ سیکنټ: $y = \sec x$

رنج: $R_y = IR\backslash(-1,1)$

سیکنټ جفته تابع ده؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = IR\backslash\left\{(n+\frac{1}{2})\pi\right\}\ ,\ n \in Z$



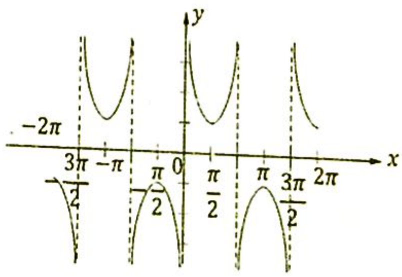
❖ کوسیکنټ: $y = \csc x$

رنج: $R_y = IR\backslash(-1,1)$

کوسیکنټ طاقه تابع ده؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = IR\backslash\{n\pi\},\ n \in Z$



د دوو زاویو د مجموعې او تفاضل مثلثاتي نسبتونه

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$$

$$\sec(\alpha \pm \beta) = \frac{\sec\alpha \cdot \sec\beta \cdot \csc\alpha \cdot \csc\beta}{\csc\alpha \cdot \csc\beta \mp \sec\alpha \cdot \sec\beta}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\csc(\alpha \pm \beta) = \frac{\sec\alpha \cdot \sec\beta \cdot \csc\alpha \cdot \csc\beta}{\sec\alpha \cdot \csc\beta \pm \csc\alpha \cdot \sec\beta}$$

د دريو زاويو د مجموعې مثلثاتي نسبتونه

$$\sin(\alpha+\beta+\gamma) = \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin\gamma + \sin\beta\cos\alpha\cos\gamma + \sin\gamma\cos\alpha\cos\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta+\gamma) = \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - \cos\alpha$$
$$\sin\beta\sin\gamma - \cos\gamma\sin\alpha\sin\beta - \cos\beta\sin\alpha\sin\gamma$$
$$\tan(\alpha+\beta+\gamma) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma - \tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\tan\gamma}{1 - \tan\alpha\tan\beta - \tan\beta\tan\gamma - \tan\alpha\tan\gamma}$$

د دوو زاويو د مثلثاتي نسبتونو مجموعه او تفاضل د ضرب حاصل په شکل

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$$
$$\tan\alpha - \tan\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$$
$$\cot\alpha + \cot\beta = \frac{\sin(\beta+\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\cot\alpha - \cot\beta = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$$
$$\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$$
$$\tan\alpha + \cot\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\tan\alpha - \cot\beta = -\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)$$
$$\cos^2\alpha - \cos^2\beta = -\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$$
$$\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)$$

د زاويو د مثلثاتي نسبتونو د ضرب حاصل د جمع او تفاضل په شکل

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$$
$$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$$
$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$
$$\tan\alpha\cdot\tan\beta=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\cot\alpha+\cot\beta}$$
$$\tan\alpha\cdot\cot\beta=\frac{\tan\alpha+\cot\beta}{\cot\alpha+\tan\beta}$$

د دوه ځلي زاويې څخه تر n- ځلي زاويې مثلثاتي نسبتونه

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha$$
$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$$
$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$
$$\cot 2\alpha=\frac{\cot^2\alpha-1}{2\cot\alpha}$$
$$\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$$
$$\cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$
$$\tan 3\alpha=\frac{3\tan\alpha-\tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$$
$$\cot 3\alpha=\frac{\cot^3\alpha-3\cot\alpha}{3\cot^2\alpha-1}$$
$$\sin 4\alpha=4\sin\alpha\cdot\cos\alpha-8\sin^3\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 4\alpha=8\cos^4\alpha-8\cos^2\alpha+1$$
$$\tan 4\alpha=\frac{4\tan\alpha-4\tan^3\alpha}{1-6\tan^2\alpha+\tan^4\alpha}$$
$$\cot 4\alpha=\frac{1-6\tan^2\alpha+\tan^4\alpha}{4\tan\alpha-4\tan^3\alpha}$$
$$\sin 5\alpha=5\sin\alpha-20\sin^3\alpha+16\sin^5\alpha$$
$$\cos 5\alpha=16\cos^5\alpha-2\cos^3\alpha+5\cos\alpha$$
$$\tan 5\alpha=\frac{\tan^5\alpha-10\tan^3\alpha+5\tan\alpha}{1-10\tan^2\alpha+5\tan^4\alpha}$$
$$\cot 5\alpha=\frac{1-10\tan^2\alpha+5\tan^4\alpha}{\tan^5\alpha-10\tan^3\alpha+5\tan\alpha}$$
$$\sin(n\alpha)=2\sin[(n-1)\alpha]\cdot\cos\alpha-\sin[(n-2)\alpha]$$
$$\cos(n\alpha)=2\cos[(n-1)\alpha]\cdot\cos\alpha-\cos[(n-2)\alpha]$$
$$\tan(n\alpha)=\frac{\tan[(n-1)\alpha]+\tan\alpha}{1-\tan[(n-1)\alpha]\cdot\tan\alpha}$$
$$\cot(n\alpha)=\frac{\cot[(n-1)\alpha]\cdot\cot\alpha-1}{\cot[(n-1)\alpha]+\cot\alpha}$$

د $\sin\alpha$ او $\sin 2\alpha$ له جنسه د $(\frac{\alpha}{2})$ او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha}+\sqrt{1-\sin 2\alpha}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha}-\sqrt{1-\sin 2\alpha}}{2}$$
$$\tan\alpha=\frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha}+\sqrt{1-\sin 2\alpha}}{\sqrt{1+\sin 2\alpha}-\sqrt{1-\sin 2\alpha}}$$
$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{1+\sin\alpha}+\sqrt{1-\sin\alpha}}{2}$$
$$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{1+\sin\alpha}-\sqrt{1-\sin\alpha}}{2}$$
$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{1+\sin\alpha}+\sqrt{1-\sin\alpha}}{\sqrt{1+\sin\alpha}-\sqrt{1-\sin\alpha}}$$

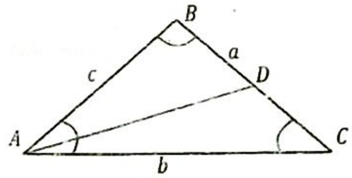
د $\cos\alpha$ او $\cos 2\alpha$ له جنسه د $(\frac{\alpha}{2})$ او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}};\quad \cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}}$$
$$\tan\alpha=\pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}};\quad \cot\alpha=\pm\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}}$$
$$\sec\alpha=\pm\sqrt{\frac{2}{1+\cos 2\alpha}};\quad \csc\alpha=\pm\sqrt{\frac{2}{1-\cos 2\alpha}}$$
$$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};\qquad \cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$
$$\tan\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}};\qquad \cot\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$$

د $\tan\alpha$ او $\tan\frac{\alpha}{2}$ له جنسه د (2α) او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha};\quad \cos 2\alpha=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$
$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha};\quad \sin\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$
$$\cos\alpha=\frac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}};\quad \tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

د مثلث اړونده فورمولونه



❖ د مثلث مساحت د دوو ضلعو او ددې ضلعو تر منځ د زاويې له جنسه: $S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin C$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S=\frac{1}{2}ac\cdot\sin B \quad , \quad S=\frac{1}{2}bc\cdot\sin A$$

❖ د مثلث مساحت چې زاويې او يوه ضلع يې معلومه وي:

$$S=\frac{a^2\cdot\sin B\cdot\sin C}{2\sin A}$$

❖ د مثلث مساحت د ضلعو له جنسه(د هيرون فرمول):

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

p د مثلث د محيط نيمايي ده:

$$p=\frac{a+b+c}{2}$$

❖ د مثلث د محيطي دايرې شعاع:

$$R=\frac{abc}{4S}=\frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

❖ د مثلث د محاطي دايرې شعاع:

$$r=\frac{S}{p}$$

❖ د قايم الزاويه مثلث مساحت(a,b قايمې ضلعې):

$$S=\frac{1}{2}ab$$

❖ د متساوي الساقين مثلث مساحت

$$S=\frac{1}{2}a\sqrt{b^2-\frac{a^2}{4}}$$;(a=b)

❖ د مثلث مساحت چې د رأسونو نقطې يې معلومې وي:

$$S=\frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{matrix}\right\|$$

❖ د مثلث د داخلي ناصف الزاويې اوږدوالې:

$$\overline{AD}=\frac{2}{b+c}\sqrt{p\cdot b\cdot c(p-a)}$$

❖ په هر مثلث کې د مياني اوږدوالې:

$$M_a=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}$$

متساوي الاضلاع مثلث

❖ ارتفاع: $h=\frac{a}{2}\sqrt{3}$

❖ مساحت: $S=\frac{h\cdot a}{2}=\frac{a^2}{4}\sqrt{3}$

❖ د محيطي دايرې شعاع: $R=\frac{a}{3}\sqrt{3}$

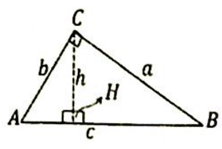
❖ د محاطي دايرې شعاع: $r=\frac{a}{6}\sqrt{3}$

❖ محيط: $p=3a$

د قايم الزاويه مثلث قضيې

۱- $\overline{AC}\cdot\overline{CB}=\overline{CH}\cdot\overline{AB}$

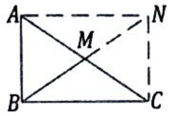
۲- $\overline{CB}^2=\overline{AH}\cdot\overline{HB}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

۳- $(\overline{BM})$ میانه ده:

$$\overline{BM}=\frac{\overline{AC}}{2}$$



۴- که پورتني شکل کې $(\hat{C}=30°)$ فرض کړو نو:

$$\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{AC}$$

د مثلث د ضلعو له جنسه دیوې زاویې د نیمایي مثلثاتي نسبتونه

$$\begin{cases}\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}\\ \sin\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-c}{ac}}\\ \sin\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}\end{cases};\quad\begin{cases}\cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}\\ \cos\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}}\\ \cos\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\tan\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}\\ \tan\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}\\ \tan\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}\end{cases};\quad\begin{cases}\cot\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{p(p-a)}{(p-b)(p-c)}}\\ \cot\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{p(p-b)}{(p-a)(p-c)}}\\ \cot\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{p(p-c)}{(p-a)(p-b)}}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sec\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{bc}{p(p-a)}}\\ \sec\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{ac}{p(p-b)}}\\ \sec\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{ab}{p(p-c)}}\end{cases};\quad\begin{cases}\csc\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{bc}{(p-b)(p-c)}}\\ \csc\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{ac}{(p-a)(p-c)}}\\ \csc\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{ab}{(p-a)(p-b)}}\end{cases}$$

د ساین قانون(Law of sine)

$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R=\frac{abc}{2S}$$

د کوساین قانون(Law of cosine)

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A\Rightarrow\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos B\Rightarrow\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos C\Rightarrow\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ba}$$

همدارنګه دا لاندې رابطې هم صدق کوي:

$$a=c\cdot\cos B+b\cdot\cos C$$

$$b=c\cdot\cos A+a\cdot\cos C$$

$$c=a\cdot\cos B+b\cdot\cos A$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجانت قانون(Law of tangent)

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}} \quad ; \quad \frac{a+c}{a-c}=\frac{\tan\frac{A+C}{2}}{\tan\frac{A-C}{2}}$$

همدارنګه لاندې رابطې هم صدق کوي

$$\frac{b+c}{b-c}=\frac{\tan\frac{B+C}{2}}{\tan\frac{B-C}{2}}$$

$$\tan\frac{A-B}{2}=\frac{a-b}{a+b}\cdot\cot\frac{C}{2}$$

$$\tan\frac{B-C}{2}=\frac{b-c}{b+c}\cdot\cot\frac{A}{2}$$

$$\tan\frac{C-A}{2}=\frac{c-a}{c+a}\cdot\cot\frac{B}{2}$$

د کوتانجانت قانون(Law of cotangent)

$$\cot\frac{A}{2}=\frac{p-a}{r} \; ; \; \cot\frac{B}{2}=\frac{p-b}{r} \; ; \; \cot\frac{C}{2}=\frac{p-c}{r}$$

همدارنګه:

$$\frac{\cot\frac{A}{2}}{p-a}=\frac{\cot\frac{B}{2}}{p-b}=\frac{\cot\frac{C}{2}}{p-c}$$

(r) د مثلث د محاطي دايرې شعاع او (p) د مثلث د محيط نيمايي ده.

د (Mollweid) **فرمولونه**

$$\frac{a-b}{c}=\frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}$$

$$\frac{b-c}{a}=\frac{\sin\frac{B-C}{2}}{\cos\frac{A}{2}} \quad ; \quad \frac{c-a}{b}=\frac{\sin\frac{C-A}{2}}{\cos\frac{B}{2}}$$

د نيوټن فرمولونه

$$\frac{a+b}{c}=\frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{C}{2}}$$

$$\frac{b+c}{a}=\frac{\cos\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \quad ; \quad \frac{c+a}{b}=\frac{\cos\frac{C-A}{2}}{\sin\frac{B}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې (Trigonometry Equations)

لومړۍ درجه یو مجهوله معادلې

$A\sin x \pm B\cos x = R\cdot\sin(x\pm\alpha)$

$A\cos x \pm B\sin x = R\cdot\cos(x\mp\alpha)$

څرنګه چې: $R=\sqrt{A^2+B^2}\ ;\ \ \alpha=\tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$

د لومړۍ درجه دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سیستمونه او د حل شرطونه یې

❖ لومړی ګروپ:

$\begin{cases}\sin x\pm\sin y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}\ ,\ \begin{cases}\cos x\pm\cos y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $a^2-4\sin^2\frac{\alpha}{2}\le 0$

❖ دوهم ګروپ:

$\begin{cases}\sin x\cdot\sin y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

$\begin{cases}\sin x\cdot\cos y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}\ ,\ \begin{cases}\cos x\cdot\cos y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $-\cos^2\frac{\alpha}{2}\le a\le\sin^2\frac{\alpha}{2}$

❖ دریم ګروپ:

$\begin{cases}\frac{\sin x}{\sin y}=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}\ ,\ \begin{cases}\frac{\cos x}{\cos y}=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

❖ څلورم ګروپ:

$\begin{cases}\tan x\pm\tan y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}\ ,\ \begin{cases}\cot x\pm\cot y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $a^2-4+4a\cdot\cot\alpha\ge 0$

❖ پنځم ګروپ:

$\begin{cases}\tan x\pm\tan y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $-1\le\frac{1+a}{1-a}\cos\alpha\le 1$

❖ شپږم ګروپ:

$\begin{cases}\frac{\tan x}{\tan y}=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $-1\le\frac{a-1}{a+1}\sin\alpha\le 1$

معکوس مثلثاتي نسبتونه

- ❖ $y=\sin x\Rightarrow x=\arcsin y$
- ❖ $y=\cos x\Rightarrow x=\arccos y$
- ❖ $y=\tan x\Rightarrow x=\operatorname{artan} y$
- ❖ $y=\cot x\Rightarrow x=\operatorname{arccot} y$
- ❖ $y=\sec x\Rightarrow x=\operatorname{arcsec} y$
- ❖ $y=\csc x\Rightarrow x=\operatorname{arccsc} y$

په معکوسو مثلثاتي نسبتونو کې بیلابیلې عملیې

$\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$$
$$\operatorname{arcsec} x + \operatorname{arccsc} x = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x = \operatorname{arccsc}\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\arccos x = \operatorname{arcsc}\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\arctan x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{x}\right) \ , x > 0$$
$$\operatorname{arccot} x = \arctan\left(\frac{1}{x}\right) \ , x > 0$$
$$\operatorname{arcsec} x = \arccos\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\operatorname{arccsc} x = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$
$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$
$$\arctan(-x) = -\arctan x$$
$$\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$$
$$\operatorname{arcsec}(-x) = \pi - \operatorname{arcsec} x$$
$$\operatorname{arccsc}(-x) = -\operatorname{arccsc} x$$

$$\sin^{-1} A \pm \sin^{-1} B = \sin^{-1}\left(A\sqrt{1-B^2} \pm B\sqrt{1-A^2}\right)$$
$$\cos^{-1} A \pm \cos^{-1} B = \cos^{-1}\left(AB \mp \sqrt{(1-A^2)(1-B^2)}\right)$$
$$\tan^{-1} A \pm \tan^{-1} B = \tan^{-1}\left(\frac{A \pm B}{1 \mp AB}\right)$$

د معکوسو مثلثاتي نسبتونو ترکیب

$$\sin(\sin^{-1} x) = x \quad , -1 \le x \le 1$$
$$\cos(\cos^{-1} x) = x \quad , -1 \le x \le 1$$
$$\tan(\tan^{-1} x) = x \quad , \quad x \in IR$$
$$\cot(\cot^{-1} x) = x \quad , \quad x \in IR$$
$$\sec(\sec^{-1} x) = x \quad , -1 \ge x \ge 1$$
$$\csc(\csc^{-1} x) = x \quad , -1 \ge x \ge 1$$

$$\sin^{-1}(\sin y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$$
$$\cos^{-1}(\cos y) = y \quad , \quad 0 \le y \le \pi$$
$$\tan^{-1}(\tan y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$$
$$\cot^{-1}(\cot y) = y \quad , \quad 0 < y < \pi$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\sec^{-1}(\sec y) = y \quad , \quad 0 \le y \le \pi , y \ne \frac{\pi}{2}$$
$$\csc^{-1}(\csc y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2} , y \ne 0$$

$$\sin(\cos^{-1} x) = \cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1 - x^2}$$
$$\tan(\sin^{-1} x) = \cot(\cos^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$$
$$\cot(\sin^{-1} x) = \tan(\cos^{-1} x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$$
$$\sec(\sin^{-1} x) = \csc(\cos^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$
$$\sec(\sin^{-1} x) = \csc(\cos^{-1} x) = \frac{1}{x}$$

$$\sin(\tan^{-1} x) = \cos(\cot^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$$
$$\cos(\tan^{-1} x) = \sin(\cot^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$
$$\cot(\tan^{-1} x) = \tan(\cot^{-1} x) = \frac{1}{x}$$
$$\sec(\tan^{-1} x) = \csc(\cot^{-1} x) = \sqrt{1 + x^2}$$
$$\csc(\tan^{-1} x) = \sec(\cot^{-1} x) = \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x}$$

$$\sin(\sec^{-1} x) = \cos(\csc^{-1} x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$$
$$\cos(\sec^{-1} x) = \sin(\csc^{-1} x) = \frac{1}{x}$$
$$\tan(\sec^{-1} x) = \cot(\csc^{-1} x) = \sqrt{x^2 - 1}$$
$$\cot(\sec^{-1} x) = \tan(\csc^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$
$$\csc(\sec^{-1} x) = \sec(\csc^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\sin(2 \cdot \sin^{-1} x) = 2x \cdot \sqrt{1 - x^2}$$
$$\cos(2 \cdot \cos^{-1} x) = 2x^2 - 1$$
$$\tan(2 \cdot \tan^{-1} x) = \frac{2x}{1 - x^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هندسې برخه

د زاويو ډولونه

❖ قايمه زاويه: $\hat{\alpha} = 90^\circ$

❖ حاده زاويه: $0^\circ < \hat{\beta} < 90^\circ$

❖ منفرجه زاويه: $90^\circ < \hat{\beta} < 180^\circ$

❖ مستقيمه زاويه: $\hat{\alpha} = 180^\circ$

❖ مكمله زاويې: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$

❖ متممې زاويې: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$

مضلع ګانې

❖ د (n) ضلعي مضلع د داخلي زاويو مجموعه:

$$A = (n-2)180^\circ$$

❖ د (n) ضلعي مضلع د قطرونو مجموعه: $D = \frac{n(n-3)}{2}$

❖ د منظمې مضلع د يوې داخلي زاويې پراخوالی:

$$\alpha = \frac{A}{n} \text{ يا } \alpha = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$$

❖ د منظمې مضلع د يوې خارجي زاويې پراخوالی:

$$\beta = \frac{360^\circ}{n}$$

❖ ديوې مضلع د يوه رأس څخه د قطرونو تعداد: $d = n - 3$

❖ د يوې منظمې مضلع د ضلعو تعداد كه داخلي زاويې يې معلومې وي:

$$n = \frac{360^\circ}{180^\circ - \alpha}$$

❖له يوه رأس څخه د مضلع په منځ كې د مثلثونو شمېر:

$$\Delta = n - 2$$

❖ د محيطي دايرې شعاع: $R = \frac{a}{2\sin\frac{\pi}{n}}$

❖ د محاطي دايرې شعاع: $r = \frac{a}{2\tan\frac{\pi}{2}} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$

❖ محيط: $P = n \cdot a$

a د منظمې مضلع د يوې ضلعې اوږدوالی.

❖ د مضلع مساحت: $S = \frac{nR^2}{2} \cdot \sin\frac{2\pi}{n}$

❖ د مضلع مساحت: $S = q \cdot r = q\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \ (q = \frac{P}{2})$

❖ د دوو منظمو مشابه مضلع ګانو د محيطونو، محيطي او محاطي دايرو تر منځ نسبت: $\frac{P}{P'} = \frac{R}{R'} = \frac{r}{r'}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلور ضلعي ګاڼي (Quadrilateral)

مربع Square:

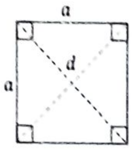
❖ محیط: $P = 4a$

❖ مساحت: $S = a^2$

❖ قطر: $d = \sqrt{2}a$

❖ د محیطي دایرې شعاع: $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

❖ د محاطي دایرې شعاع: $r = \frac{a}{2}$



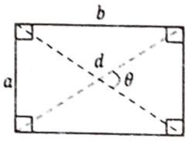
مستطیل Rectangle:

❖ محیط: $P = 2(a + b)$

❖ مساحت: $S = a \cdot b = \frac{1}{2}d^2 \cdot \sin\theta$

❖ قطر: $d = \sqrt{a^2 + b^2}$

❖ د محیطي دایرې شعاع: $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$



متوازي الاضلاع Parallelogram:

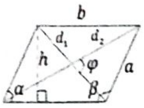
❖ محیط: $P = 2(a + b)$

❖ مساحت: $S = a \cdot h = a \cdot b \cdot \sin\alpha$

❖ مساحت: $S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\varphi$

❖ ارتفاع: $h = b \cdot \sin\alpha = b \cdot \sin\beta$

❖ د قطرونو د مربعاتو مجموعه: ${d_1}^2 + {d_2}^2 = 2(a^2 + b^2)$



لوزي (معین) Rhombus:

❖ محیط: $P = 4a$

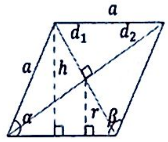
❖ مساحت: $S = a \cdot h = a^2 \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

❖ د قطرونو د مربعاتو مجموعه: ${d_1}^2 + {d_2}^2 = 4a^2$

❖ ارتفاع: $h = a \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2a}d_1 \cdot d_2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د محاطي دايرې شعاع: $r = \frac{h}{2} = \frac{d_1 \cdot d_2}{4a} = \frac{a \cdot \sin\alpha}{2}$

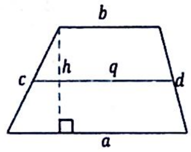


ذوذنقه Trapezoid:

❖ محیط: $P = a + b + c + d$

❖ مساحت: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = q \cdot h$

❖ منځنی خط: $q = \frac{a+b}{2}$

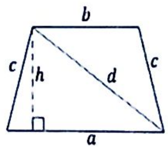


متساوي الساقین ذوذنقه Isosceles Trapezoid:

❖ قطر: $d = \sqrt{ab + c^2}$

❖ ارتفاع: $h = \sqrt{c^2 - \frac{(a+b)^2}{4}}$

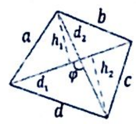
❖ مساحت: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = q \cdot h$



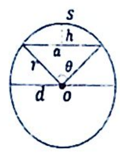
کیفي څلور ضلعي General Quadrilateral:

❖ محیط: $P = a + b + c + d$

❖ مساحت: $S = \frac{d_1}{2}(h_1 + h_2) = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \cdot \sin\varphi$



دایره (Circle):



❖ محیط: $P = 2\pi r = \pi \cdot d$

❖ وتر: $a = 2\sin\frac{\theta}{2} = 2\sqrt{2h \cdot r - h^2}$

❖ مساحت: $S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{P \cdot d}{4} = \frac{P \cdot r}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مرکزي زاويې پراخوالی: $\theta = \frac{s}{r}$ (θپه راديان)

❖ د قطاع محيط: $P' = s + 2 \cdot r$

❖ د قطاع مساحت: $S' = \frac{r \cdot s}{2} = \frac{r^2 \cdot \theta}{2}$ (θپه راديان)

❖ د قطعې محيط: $P'' = s + a$

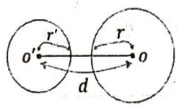
❖ د قطعې مساحت: $S'' = \frac{1}{2}[s \cdot r - a(r - h)]$

❖ د قطعې تقريبي مساحت: $S'' \approx \frac{2}{3} h \cdot a$

❖ د قطعې ارتفاع: $h = r - \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - a^2}\ ; h < r$

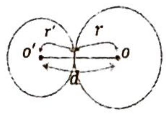
د دوو دايرو موقعيت نسبت يو بل ته

❖ ناپريکړې يا نامتقاطع دايرې:



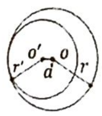
$d > r + r'$

❖ خارجاً مماس دايرې:



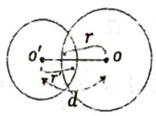
$d = r + r'$

❖ داخلاً مماس دايرې:



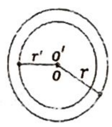
$d = |r - r'|$

❖ متقاطع دايرې:



$|r - r'| < d < r + r'$

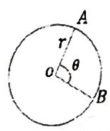
❖ متحدالمرکز دايرې:



$d = 0$

د دايرې اړوند زاويې

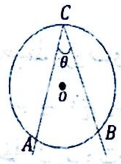
❖ مرکزي زاويه:



$A\hat{O}B = \hat{\theta} = \overset{\frown}{AB}$

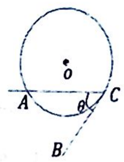
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ محیطي زاویه:



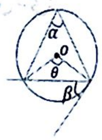
$A\hat{B}C = \hat{\theta} = \frac{1}{2}\cdot \overset{\frown}{AC}$

❖ مماسي زاویه:



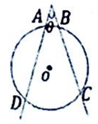
$\hat{\theta} = \frac{1}{2}\cdot \overset{\frown}{AC}$

❖ د محیطي، مماسي او مرکزي زاویو تر منځ اړیکه چې د عین قوس په مقابل کې واقع کوي:



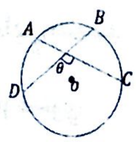
$\hat{\alpha} = \hat{\beta} = \frac{1}{2}\cdot \hat{\theta}$

❖ خارجي زاویه:



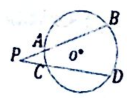
$\hat{\theta} = \frac{\overset{\frown}{CD} - \overset{\frown}{AB}}{2}$

❖ داخلي زاویه:



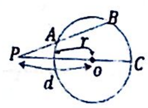
$\hat{\theta} = \frac{1}{2}\cdot \left(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{DC}\right)$

په دایره کې د اوږدوالي اړیکې

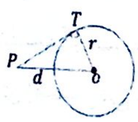


$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

د یو ټکي طاقت نظر دایرې ته



$PA \cdot PB = d^2 - r^2$



$PT^2 = d^2 - r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) که یو ټکی د دایرې څخه بهر پروت وي نو طاقت يې مثبت دی:

$p_{(0)} = d^2 - r^2 > 0$

ب) که یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي نو طاقت يې صفر دی:

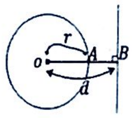
$p_{(0)} = d^2 - r^2 = 0 \Rightarrow d^2 = r^2$

ج) که یو ټکی د دایرې په داخل کې پروت وي نو طاقت يې منفي دی:

$p_{(0)} = d^2 - r^2 < 0 \Rightarrow d^2 < r^2$

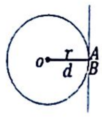
د دایرې سره د یوې مستقیمې کرښې حالتونه

❖ که کرښه له دایرې سره ګډ ټکی ونه لري:



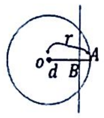
$d > r$

❖ که کرښه له دایرې سره یو ټکی ولري
نو کرښه پر دایره مماس دی:



$d = r$

❖ که کرښه له دایرې سره دوه ګډ ټکي ولري:



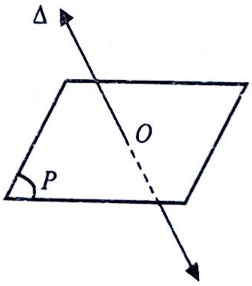
$d < r$

فضایي هندسه

په درې بعدي فضاکې کرښه او مستوي

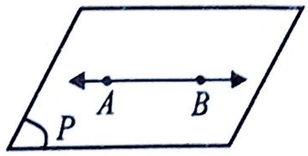
د یوې مستقیمې کرښې او یوې مستوي نسبي حالت

1- که چیرې یو مستقیمه کرښه او یوه مستوي یوه مشترکه نقطه ولري نو یو له بل سره متقاطع دي.

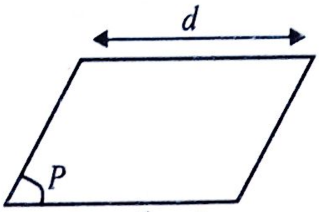


2- که چیرې یو مستقیمه کرښه له یوې مستوي سره دوه او یا له دوو څخه زیاتې ګډې (مشترکې) نقطې ولري، نو مستقیمه کرښه په مستوي کې شامله یا ورسره منطبقه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

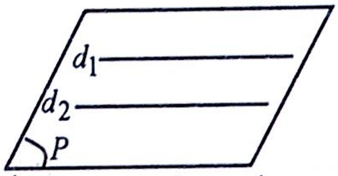


3– که چیرې یو مستقیمه کرښه له یوې مستوي سره هیڅ ګډه نقطه ونه لري، نو دامستقیم له مستوي سره موازي دی.

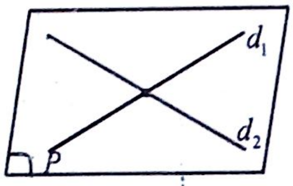


❖ له یو بل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

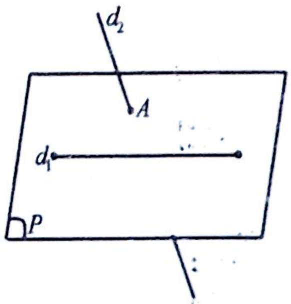
1– په یوې مستوي کې دوه کرښې هغه وخت موازي بلل کیږي چې هیڅ ګډ ټکی ونه لري.



2– په یوه مستوي کې دوه کرښې، چې یو ګډ ټکی ولري، متقاطع کرښې بلل کیږي.



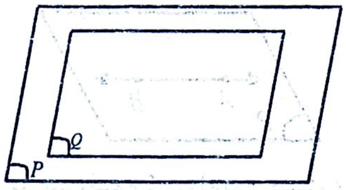
3– که دوه کرښې چې په یوه مستوي کې واقع نه وي او کوم ګډ ټکي هم ونه لري، متنافرې کرښې بلل کیږي.



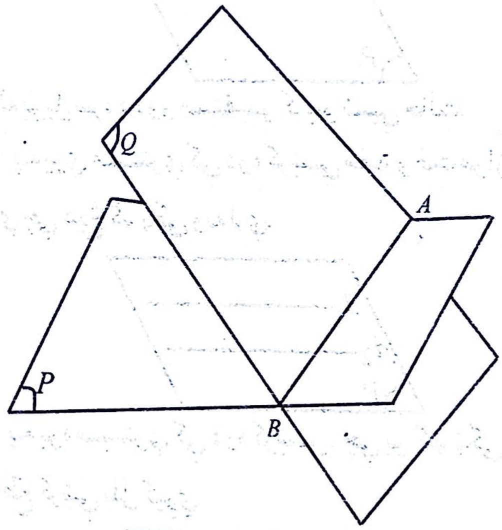
د دوو مستوي ګانو نسبي حالت

1– که چیرې دوې مستوي ګانې لږ ترلږه درې مشترکې نقطې ولري، چې د یو مستقیم خط په امتداد پرتې نه وي، یو پر بل منطبقې مستوي ګانې بلل کیږي.

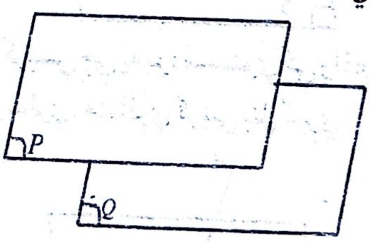
(c) ketabton.com: The Digital Library



2- که چیرې دوې مستوي ګانې یو ګډ مستقیم خط ولري متقاطع مستوي ګانې بلل کیږي. دغه AB مشترک خط ته مشترک فصل هم وایي.



3- که چیرې دوه مستوي ګانې هیڅ کوم ګډ ټکی ونه لري، سره موازي دي.



د بیلابیلو جسمونو د بیلابیلو ځانګړتیاوو فورمولونه

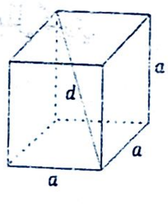
مکعب Cube:

❖ حجم: $V = a^3$

❖ جانبي مساحت: $S = 4a^2$

❖ ګلي مساحت: $A = 6a^2$

❖ قطر: $d = \sqrt{3} \cdot a$



(c) ketabton.com: The Digital Library

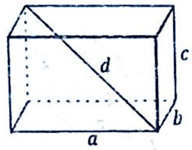
مکعب مستطیل :Rectangular Parallelepiped

❖ حجم: $V = a \cdot b \cdot c$

❖ جانبي مساحت: $S = 2(bc + ac)$

❖ کُلي مساحت: $A = 2(ab + ac + bc)$

❖ قطر: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

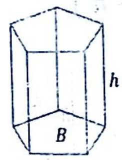


منشور :Prism

❖ حجم: $V = B \cdot h$

❖ جانبي مساحت:(P د قاعدې محیط) $S = P \cdot h$

❖ کُلي مساحت: $A = P \cdot h + 2B = S + 2B$



استوانه :Cylinder

❖ حجم: $V = B \cdot h = \pi r^2 h$

❖ جانبي مساحت: $S = 2\pi r \cdot h$

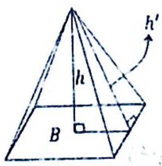
❖ کُلي مساحت: $A = S + 2B = 2\pi r(h + r)$

هرم:Pyramid

❖ حجم: $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

❖ جانبي مساحت: $S = \frac{P \cdot h'}{2}$

❖ کُلي مساحت: $A = S + B$



(c) ketabton.com: The Digital Library

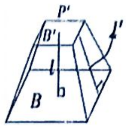
ناقص هرم :Frustum of Pyramid

❖ حجم: $V = \frac{K}{3}\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right)$

❖ جانبي مساحت: $S = \frac{l'}{2}(P + P')$

❖ کُلي مساحت: $A = S + B + B'$

❖ د مقطع مساحت: $B' = B \cdot \frac{K^2}{h^2}$

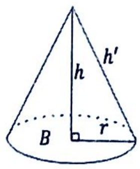


مخروط :Cone

❖ حجم: $V = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$

❖ جانبي مساحت: $S = \frac{P \cdot h'}{2} = \pi r h'$

❖ کُلي مساحت: $A = S + B = \pi r(r + h')$



ناقص مخروط:Frustum of Cone

❖ د مقطع شعاع: $r' = r \cdot \frac{K}{h}$

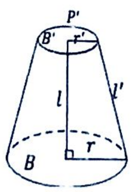
❖ حجم: $V = \frac{\pi K}{3}(r^2 + r'^2 + r \cdot r')$

❖ جانبي مساحت: $S = \pi \cdot l'(r + r')$

❖ کُلي مساحت: $A = S = B + B'$

❖ د مقطع مساحت: $B' = B \cdot \frac{K^2}{h^2} = \pi r^2 \cdot \frac{K^2}{h^2}$

په ناقص هرم او مخروط کې د (K) قیمت: $K = h - l$



کره :Sphere

❖ حجم: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

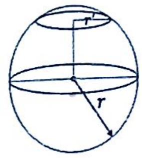
❖ د سطحي مساحت: $A = 4\pi r^2 = \pi d^2$

❖ د مقطع مساحت: $s = \pi r' = \pi(r^2 - y^2)$

❖ د مقطع شعاع: $r' = \sqrt{r^2 - y^2}$

y- د کُرې د مرکز او قطع شوې برخې د مرکز تر منځ فاصله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



❖ د څو اړخيز جسم لپاره د (Euler) قاعده: $F+V=E+2$
V- رأسونه، E- ضلعې، F- اړخونه يا مخونه د جسم.

تحليلي هندسه

❖ په يو محور د دوو ټکو ترمنځ واټن:

$$d=AB=|x_2-x_1|=|x_1-x_2|$$

❖ په سطحه کې د دوو ټکو ترمنځ واټن:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

❖ د يوې نقطې واټن د وضعيه کمياتو له مبدا څخه:

$$d=\sqrt{x^2+y^2}$$

❖ د دوو ټکو ترمنځ واټن په قطبي مختصاتو کې:

$$d=\sqrt{{r_1}^2+{r_2}^2-2r_1r_2\cos(\theta_2-\theta_1)}$$

❖ د هغې نقطې مختصـات چې قطعه خط په يو نسـبت باندې ويشي:

$$P\left(x=\frac{x_1+x_2\cdot r}{1+r},y=\frac{y_1+y_2\cdot r}{1+r}\right)$$

❖ د $(\frac{m}{n})$ په نسبت د يوه قطعه خط ويشل:

$$P\left(x=\frac{nx_1+mx_2}{n+m},y=\frac{ny_1+my_2}{n+m}\right)$$

❖ د قطعه خط د نيمايي نقطې مختصات:

$$P\left(x=\frac{x_1+x_2}{2},y=\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

❖د مستقيم خط ميل چې د (x) محور سره د (θ) زاويه ولري:

$$m=\tan\theta$$

❖ د مستقيم خط ميل چې دوې نقطې يې معلومې وي:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

د مستقيم خط معادلې

❖ عمومي معادله: $Ax+By+c=0$

۱- ميل او (y) محور سره تقاطع ټکی معلوم وي: $y=mx+b$

۲- چې د (x) محور سره موازي وي: $y=b\ ,\ b\neq 0$

۳- چې د (y) محور سره موازي وي: $x=a\ ,\ a\neq 0$

۴- ميل او يوه نقطه يې معلومه وي: $y-y_1=m(x-x_1)$

۵- دوې نقطې يې معلومې وي: $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

محوراتو سره تقاطع نقطه معلومه وی.

۶- د محوراتو معادله: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

۷- نارمل معادله: $x\cos\theta+y\sin\theta-p=0$

p د عمود خط اوږدوالی، θ د عمود خط د میل زاویه.

۸- د مستقیم خط عمومي معادله د نورمال معادلې په شکل:

$$\frac{Ax}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{By}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}=0$$

۹- د مستقیم خط معادله په قطبي مختصاتو کې:

$$\frac{b}{r}=\sin\theta-a\cdot\cos\theta$$

❖ د یو ټکي واټن د مستقیم خط څخه: $d=\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$

$$d=x_1\cos\theta+y_1\sin\theta-p$$

❖ د دوو موازي خطونو ترمنځ واټن: $d=\frac{|C_2-C_1|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

معادلی له معیاري شکل وی

❖ د وضعیه کمیاتو له مبدا نه د یو مستقیم خط واټن:

$$d=\frac{|C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

❖ د دوو مستقیمو خطونو ترمنځ زاویه: $\tan\theta=\frac{m_2-m_1}{1+m_1\cdot m_2}$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پر بل عمود دي چې:

$$m_1\cdot m_2=-1\quad,\quad A_1\cdot A_2+B_1\cdot B_2=0$$

عمومي شکل افاده کوی

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت متقاطع دي چې:

$$m_1\neq m_2\quad,\quad \frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پر بل منطبق دي چې:

$$m_1=m_2\ ,\ \ b_1=b_2\ ,\ \ \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت موازي دي چې:

$$m_1=m_2\ ,\ \ b_1\neq b_2\ ,\ \ \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$$

❖ د مثلث مساحت د رأسونو د مختصاتو له مخې:

$$\begin{cases}A(x_1,y_1)\\B(x_2,y_2),S=\frac{[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]}{2}\\C(x_3,y_3)\end{cases}$$

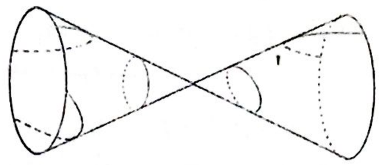
❖ د مثلث مساحت چې د رأسونو نقطې یې معلومې وي:

$$S=\frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix}x_1 & y_1 & 1\\x_2 & y_2 & 1\\x_3 & y_3 & 1\end{matrix}\right\|$$

❖ د مثلث د ثقل مرکز: $P\left(x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3},y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مخروطي مقاطع (Conic Sections)



د مخروطي مقاطعو د ستندرد د حالت معادلې

- ❖ پارابول: (e عن المرکزيت) $y^2 = 4Px \;,\; e = 1$
- ❖ دايره: $x^2 + y^2 = 1 \;,\; e = 0$
- ❖ بيضوي: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \;,\; 0 < e < 1$
- ❖ هايپربولا: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \;,\; e > 1$
- ❖ د مخروطي مقاطعو عمومي معادله:

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

پورتنۍ معادله کې:

که $A \cdot B = 0$ شي، د پارابولا معادله لاسته راځي.

که $A = B$ شي، د دايرې معادله لاسته راځي.

که $A \neq B > 0$ شي، د بيضوي معادله لاسته راځي.

که $A \cdot C < 0$ شي، د هايپرابولا معادله لاسته راځي.

❖ د مخروطي مقاطعو معادلې په قطبي مختصاتو کې: په عمومي صورت که چيرې هادي د قطبي محور سره موازي وي، د مخروطي مقاطعو معادله په قطبي مختصاتو کې عبارت ده له:

$$r = \frac{e \cdot P}{1 \pm e \cdot \cos\theta}$$

پدې ځای کې د عن المرکزيت لپاره درې حالتونه شتون لري:

1- $e = 1$ د پارابول حالت دی.

2- $e < 1$ د بيضوي حالت دی.

3- $e > 1$ د هايپربول حالت دی.

دايره (Circle)

❖ د هغې دايرې معادله چې مرکز يې د وضعيه کمياتو مبدا وي:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

❖ د هغې دايرې معادله چې مرکز يې $c(h,k)$ وي:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = R^2$$

د دايرې د معادلو خصوصي حالتونه

- ❖ مرکز يې د (x) په محور: $(x-h)^2 + y^2 = R^2; k = 0$
- ❖ مرکز يې د (y) په محور: $x^2 + (y-k)^2 = R^2; h = 0$
- ❖ د (x) په محور مماس:

$$(x-h)^2 + (y-R)^2 = R^2 \;;\; |k| = R$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د (y) په محور مماس:

$$(x-R)^2+(y-k)^2=R^2\ ;\ |h|=R$$

❖ دواړو محورو سره مماس:

$$(x-R)^2+(y-R)^2=R^2\ ;\ |h|=|k|=R$$

❖ د وضعیه کمیاتو له مبدا څخه د یوې دایرې د تیریدو شرط:

$$h^2+k^2=R^2$$

❖ د دایرې عمومي یا انکشاف یافته معادله:

$$Ax^2+By^2+Dx+Ey+F=0$$

❖ پورتنۍ معادله کې د دایرې مرکز: $C\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$

❖ پورتنۍ معادله کې شعاع: $R=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$

- دایره حقیقي ده: $D^2+E^2-4F>0$
- دایره نقطوي ده: $D^2+E^2-4F=0$
- دایره مجازي ده: $D^2+E^2-4F<0$

❖ د دایرې د مماس معادله په $p(x_1,y_1)$ ټکي کې:

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

❖ د دایرې د مماس میل په $p(x_1,y_1)$ کې: $m=-\frac{h-x_1}{k-y_1}$

❖ د مماس د تماس په ټکي $p(x_1,y_1)$ کې د شعاع میل:

$$m_r=\frac{k-y_1}{h-x_1}$$

❖ د $x^2+y^2=R^2$ دایرې د مماس معادله په $p(x_1,y_1)$ کې:

$$x\cdot x_1+y\cdot y_1={x_1}^2+{y_1}^2=R^2$$

❖ د دایرې د مماس اوږدوالی له $p(x_1,y_1)$ ټکي څخه:

$$\overline{PT}=\sqrt{(x_1-h)^2+(y_1-k)^2-R^2}$$

د دوو دایرو د جذري محور معادله

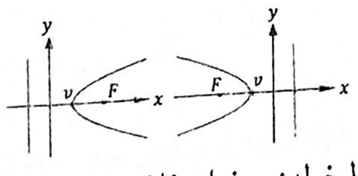
❖ د دواړو دایرو د معادلو حاصل تفریق څخه لاسته راځي:

$$\begin{array}{r} x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0 \\ -\quad x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0 \\ \hline \end{array}$$

پارابولا (Parabola)

رأس یې په **(0,0)** ټکي کې او د تناظر محور (x) وي:

❖ معادله: $y^2=4px$



p>0 د پارابول خوله ښۍ خواته خلاصه ده (مقعر).

p<0 د پارابول خوله چپې خواته خلاصه ده (محدب).

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د رأس مختصات: $V(0,0)$

❖ د محراق مختصات(P محراقي فاصله): $F(p,0)$

❖ مؤجه خط(هادي): $x=-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $y=0\ ;(x-axis)$

❖ غيرمحراقي محور: $x=0\ ;(y-axis)$

❖ عمودي وتر: $\overline{AB}=4p$

❖ د عمودي وتر نقطې: $AB(x,\pm y)$

رأس يې په (h,k) تکي کې او د تناظر محور د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $(y-k)^2=4p(x-h)$

❖ د رأس مختصات: $V(h,k)$

❖ د محراق مختصات: $F(h+p,k)$

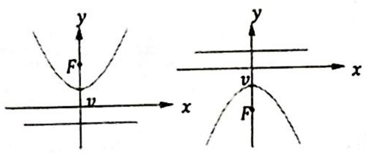
❖ مؤجه خط(هادي): $x=h-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $y=k$

❖ غيرمحراقي محور: $x=h$

رأس يې په $(0,0)$ تکي کې او د تناظر محور (y) وي:

❖ معادله: $x^2=4py$



p>0 د پارابول خوله پورته خواته خلاصه ده (مقعر).

p<0 د پارابول خوله ښکته خواته خلاصه ده (محدب).

❖ د رأس مختصات: $V(0,0)$

❖ د محراق مختصات(P محراقي فاصله): $F(0,p)$

❖ مؤجه خط(هادي): $y=-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $x=0\ ;(y-axis)$

❖ غيرمحراقي محور: $y=0\ ;\ (x-axis)$

❖ عمودي وتر: $AB=4p$

❖ د عمودي وتر نقطې: $AB(\pm x,y)$

رأس يې په (h,k) تکي کې او د تناظر محور د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $(x-h)^2=4p(y-k)$

❖ د رأس مختصات: $V(h,k)$

❖ د محراق مختصات: $F(h,k+p)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ مؤجه خط(هادي): $y = k - p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $x = h$

❖ غير محراقي محور: $y = k$

بيضوي (Ellipse)

عمومي ځانګړتياوې:

❖ لوی قطر: طول $AA' = 2a$

❖ کوچنی قطر: طول $BB' = 2b$

❖ د محراقونو تر منځ فاصله: طول $F_1F_2 = 2c$

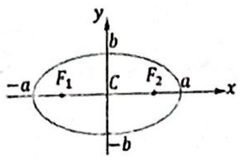
❖ محراقي فاصله: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

❖ عن المرکزيت: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}\ ; 0 < e < 1$

❖ عمودي وتر(لتس ريکتم): $\overline{MM'} = \frac{2b^2}{a}$

مرکز يې په $(0,0)$ ټکي کې او لوی قطر يې د (x) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



$a > b > 0$ وي بيضوي افقي ده.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(\pm c, 0)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(\pm a, 0)$

❖ د کوچني قطر د رأ سونو مختصات: $BB'(0, \pm b)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $y = 0$

❖ غير محراقي محور: $x = 0$

مرکز يې په (h,k) ټکي کې او لوی قطر يې د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h \pm c, k)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(h \pm a, k)$

❖ د کوچني قطر د رأ سونو مختصات: $BB'(h, k \pm b)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = h \pm \frac{a}{e} = h \pm \frac{a^2}{c}$

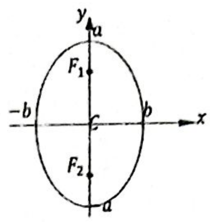
❖ محراقي محور: $y = k$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ غیر محراقي محور: $x = h$

مرکز یې په $(0,0)$ ټکي کې او لوی قطر یې د (y) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$



$a > b > 0$ وي بیضوي عمودي ده.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(0, \pm c)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(0, \pm a)$

❖ د کوچني قطر د رأ سونو مختصات: $BB'(\pm b, 0)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $x = 0$

❖ غیر محراقي محور: $y = 0$

مرکز یې په (h, k) ټکي کې او لوی قطر یې د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h, k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h, k \pm c)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(h, k \pm a)$

❖ د کوچني قطر د رأ سونو مختصات: $BB'(h \pm b, k)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = k \pm \frac{a}{e} = k \pm \frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $x = h$

❖ غیر محراقي محور: $y = k$

هایپربولا(Hyperbola)

عمومي ځانګړتیاوې:

❖ د هایپربولا اړیکه: $c^2 = a^2 + b^2$

❖ د حقیقي رأسونو ترمنځ فاصله: $AA' = 2a$

❖ د مجازي رأسونو ترمنځ فاصله: $BB' = 2b$

❖ د محراقونو ترمنځ فاصله: $F_1F_1 = 2c$

❖ محراقي فاصله: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

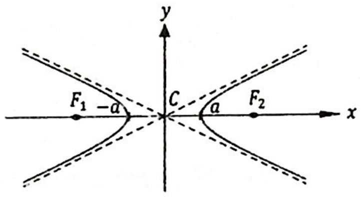
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ عن المرکزیت: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} \;\; ; e > 1$

❖ عمودي وتر(لتس ریکتم): $\overline{MM'} = \frac{2b^2}{c}$

مرکز يې په $(0,0)$ ټکي کې او محراقي محور يې د (x) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



د هایپربولا خولې ښي او چپ لور ته خلاصې دي.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(\pm a, 0)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(0, \pm b)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(\pm c, 0)$

❖ مجانبونه: $y = \pm\frac{b}{a}x$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = \pm\frac{a}{e}$

❖ محراقي محور: $y = 0$

❖ غیرمحراقي محور: $x = 0$

مرکز يې په (h,k) ټکي کې او محراقي محور يې د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(h \pm a, k)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(h, k \pm b)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h \pm c, k)$

❖ مجانبونه: $(y-k) = \pm\frac{b}{a}(x-h)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = h \pm \frac{a}{e}$

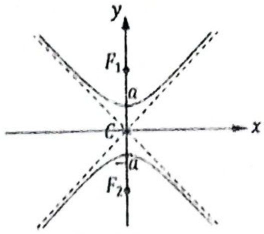
❖ محراقي محور: $y = k$

❖ غیرمحراقي محور: $x = h$

مرکز يې په $(0,0)$ ټکي کې او محراقي محور يې د (y) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د هایپربولا خولې پورته او ښکته خواته خلاصې دي.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(0, \pm a)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(\pm b, 0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(0, \pm c)$

❖ مجانبونه: $y = \pm\frac{a}{b}x$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = \pm\frac{a}{e}$

❖ محراقي محور: $x = 0$

❖ غیرمحراقي محور: $y = 0$

مرکز یې په (h, k) ټکي کې او محراقي محور یې د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h, k)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(h, k \pm a)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(h \pm b, k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h, k \pm c)$

❖ مجانبونه: $(y - k) = \pm\frac{a}{b}(x - h)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = k \pm \frac{a}{e}$

❖ محراقي محور: $x = h$

❖ غیرمحراقي محور: $y = k$

د یوې نقطې موقعیت نظر مخروطي مقاطعو ته

له نقطې څخه د (x) او (y) قیمتونه رااخلو او د منحني یا اړونده مخروطي مقطع په معادله کې یې وضع کوو نو درې حالتونه به ولرو:

❖ که ښي او کیڼ(چپ) لوري سره مساوي شول، نو نقطه د منحني په محیط پرته ده.

❖که ښي لوری زیات شي، نو نقطه د دایرې، بیضوي او پارابول په داخل کې او د هایپربولا په خارج کې واقع ده.

❖که چپ لوری زیات شي، نو نقطه د دایرې، بیضوي او پارابول په خارج کې او هایپربولا په داخل کې واقع ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې کرښې موقعیت نظر مخروطي مقاطعو ته د (x) او (y) قیمتونه د مستقیمې کرښې له معادلې څخه لاسته راوړو او د منحني په معادله کې یې وضع کوو، دوهمه درجه یو مجهوله معادله لاسته راځي، (Δ) یې تشکیلوو $(\Delta= b^2 - 4ac)$:

- ❖ که $(\Delta> 0)$ شو، مستقیمه کرښه منحني په دوو نقطو کې قطع کوي.
- ❖ که $(\Delta= 0)$ شو، مستقیمه کرښه له منحني سره مماس ده.
- ❖ که $(\Delta< 0)$ شو، مستقیمه کرښه منحني نه قطع کوي.

احصائیه Statistics

- ❖ (Data) ډیټا: لومړنیو راټولو شویو معلوماتو ته وایي.
- ❖ [illegible] (meanor average) که (n) [illegible] عددونه ولرونو او [illegible] ټولو عددونو مجموعه [illegible] دي.

$$\overline{X} = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$$

- ❖ [illegible] (mode): په راټول شویو [illegible] عدد یا [illegible] زیاته فریکونسي ولري [illegible] وي [illegible] عددونو کې (5) مود [illegible] امکان لري چې یوه سلسله [illegible] معلومات بویامې له یوه څخه زیات موډونه ولري [illegible] ورته [illegible].
- ❖ د نسبي کثرت فیصدي:

$$[illegible] = \frac{\text{مطلق کثرت}}{\text{دټولې ډیټا کثرت}} \times 100\%$$

- ❖ غیر متصلې ډیټا اوسط:

$$\overline{X} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots f_nx_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

- ❖ (x) یوه ډیټا او f د هغې کثرت دی.
- ❖ وزني اوسط:

$$\overline{X} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

- ❖ میانه (median): کله چې راکړل شوي معلومات منظم (صعودي یا نزولي ډول) کړونو منځنی عدد یې میانه ده او که د عددونو شمیر جفت وه نو د دوو منځنیو عددونو اوسط یې میانه ده مثلاً په لاندې معلوماتو کې (7) میانه ده:

1,2,3,7,10,13,17

- ❖ د تحول ساحه (Range):

(c) ketabton.com: The Digital Library

$Range =$ ترټولو زيات قيت - ترټولو کم قيمت

❖ دانحراف اوسط:

$$\text{دانحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

$x_1, x_2, \cdots x_n$ ډيټا ګانې، $\bar{X}$ د ډيټاګانو اوسط او n د ډيټاګانو شمير ده.

❖ د $P-$ ام څلورمې (ربعي) موقعيت:

$$C_{QP} = \frac{P \cdot n}{4} + \frac{1}{2} \quad (\text{د ډيټاګانو شميره } n \text{ ، } p = 1,2,3)$$

❖ ربعي (دڅلورمو) انحراف:

$$Q = Q_3 - Q_1$$

Q_1 او Q_3 په ترتيب سره د ډيټا لومړی څلورمه (ربعه) او دريمه څلورمه ده.

❖ واريانس $(Variance)$:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

❖ ځينې وخت لدې فورمول څخه هم واريانس په لاس راوړي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

❖ واريانس په هغه صورت کې چې ډيټا په کلاسونو کې ترتيب شوې وي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=2}^{n} f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=2}^{n} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$N = \sum_{i=1}^{n} f_i$$

- x د کلاس مرکز، f يې فريکونسي وي او

وي

❖ معياري انحراف:

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\bar{x}^2}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}\right)^2}$$

❖ معیاری انحراف د فریکونسیوله جدول څخه:

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}-\bar{x}^2}$$

❖ د بدلونونو ضریب:

$$C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}=\frac{\text{معیاری انحراف}}{\text{اوسط}}$$

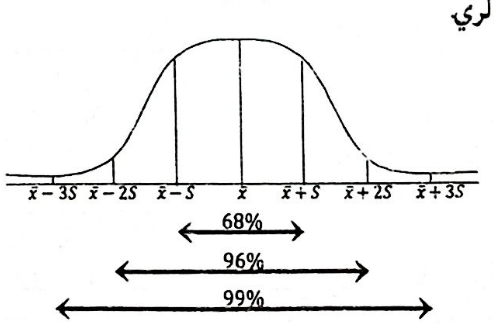
❖ د تحول ضریب: $C\cdot V\%=100\cdot\frac{S}{x}$

❖ په نورمال منحنی کې پراګنده ګي (تیتوالی):

– که چیرې $(\bar{x})$ اوسط او (S) معیاري انحراف وي، نو 68% د پلټنې موارد د $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ په فاصله کې یعنې د اوسط په شاا و خوا د معیاري انحراف په فاصله کې ځای لري.

– 96% دپلټنې موارد د $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ په فاصله کې ځای لري

– 99% د پلټنې موارد د $(\bar{x}-3S,\bar{x}+3S)$ په فاصله کې ځای لري



❖ د نورمال توزیع د ډول شاخصونه:

1– د خمیدلو (Skewness) شاخص: هغه توزیع چې د اوسط په دواړو خواوو کې متناظره نه وي خمیدل نومیږي، چې په دوو لاندې ضریبونو ښودل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د خميدلو ضريب:

$$\alpha_3 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{S^3}$$

- که $\alpha_3 = 0$ وي، نو توزيع متناظره ده.
- که $\alpha_3 > 0$ وي، نو د توزيع خميدل مثبت دي، يعنې ښـي لوري ته خميده ګي لري.
- که $\alpha_3 < 0$ وي، نو د توزيع خميدل منفي دی، يعنې کيڼ لوري ته خميده ګي لري.

ب: د پيرسون د خميدلو ضريب: $K_{(p)} = \frac{3(\bar{x} - med)}{S}$

- که $SK_{(p)} = 0$ وي، نو توزيع متناظره ده.
- که $SK_{(p)} > 0$ وي، نو توزيع منحني مثبت خميدل لري.
- که $SK_{(p)} < 0$ وي، نو توزيع منحنی منفي خميدل لري.

2- د پړسوب $(kurtosis)$ شـاخص: د اشـاخص دانښـيي چې د توزيع يوه منحني څه وخت جکوالی او څه وخت ټيټوالی لري:

$$\alpha_4 \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

يا د کثرت د جدول په شتون کې د پړسوب شاخص:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

❖ د پيوستون ضريب:

$$r = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n}xy}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x \cdot S_y}$$

❖ د خطي ميلان معادله (د ريګريشن کرښه): $y = ax + b$

❖ د خطي ميلان معادله کې د (a) قيمت: $a = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$

❖ د خطی ميلان معادله کې د (b) قيمت: $b = \bar{y} - a\bar{x}$

❖ د تعجيل او پيوسته احتمال تابع: $F(x) = P(X \le x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ که چیرې $f(x)$ د احتمال تابع او (x) تصادفي متحول وي، نو ددې احتمال چې x د k_1 او k_2 په منځ کې وي برابر دی له:

$$P(k_1 \le x \le k_2) = \int_{k_1}^{k_2} f(x)dx$$

❖ که چیرې x پیوسته ناڅاپي متحول او $k_1 < k_2$ څخه وي نو:

$$P(k_1 \le x \le k_2) = F(k_2) - F(k_1)$$

❖ د x ناڅاپي مجزا متحول اوسط: $E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i)$

❖ د x ناڅاپي مجزا (گسته) احتمال واریانس:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(x_i)]^2 f(x_i)$$

❖ د نا بریالیتوب احتمال: (P د بریالیتوب احتمال)

$$q = 1 - P$$

❖ د n ځلي آزماینبت څخه د m ځلي بریالیتوب احتمال:

$$P(X \le m) = \binom{n}{m} P^m q^{n-m} \quad ; \quad 0 \le m \le n$$

❖ د پورتني دوه جمله یي د توزیع اوسط: $\overline{X} = nP$

❖ د پورتني دوه جمله یي د توزیع معیاري انحراف:

$$S = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

❖ د پواسن د احتمال توزیع فورمول:

$$P(X = m) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^m}{m!} \ , \ e = 2.71828$$

❖ د پواسن په توزیع کې اوسط = ویانس: $\lambda = n \cdot P$

❖ په ټاکلي وخت د احتمال و مماسې لپاره د پواسن فورمول:

$$P(X = m) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^m}{m!}$$

– t د ټاکلي وخت نسبت پر ټول وخت چې اوسط ورکړل شوی وي، m د ور تللو شمیر د t په واحد وخت کې او د ورتگ شمیر اوس په واحد کې دی.

❖ د نورمال توزیع احتمال:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right)^2} \quad , \quad \begin{cases} \pi = 3.14189 \\ e = 2.71828 \end{cases}$$

❖ د نورمال د توزیع احتمال بل فورمول: $f(x) = N(x, \bar{x}, S)$

– x پیوسته تصادفي مقدار او $f(x)$ د منحني جګوالی راښيي

❖ د x پیوسته تصادفي متحول د نورمال احتمال توزیع په یوه انټروال کې:

$$f(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right)^2}$$

❖ ستېنډرډ نورمال متحول: $Z = \dfrac{x - \bar{x}}{S}$

❖ نمونه يي اوسط:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

❖ د ټولنې اوسط: $\mu = E(\bar{x}_n)$

❖ د $\bar{x}_n$ متحول وریانس، δ^2 د ټولنې وریانس:

$$V(\bar{x}_n) = \frac{1}{n}\delta^2$$

❖ د نمونې وریانس: $S_n^2 = S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

❖ د نمونه يي وریانس اوسط: $E(S^2) = \delta^2$

❖ د لوییې ټولنې د حجم ښودنه: د لوییې ټولنې حجم $= \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

❖ د کوچنۍ ټولنې د حجم ښودنه:

(N د ټولنې عناصرو شمیر) د کوچنې ټولنې حجم $\dfrac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\dfrac{N-m}{N-1}}$

❖ د تقریبي نورمال توزیع د اوسط $(\mu_{\bar{x}} = \mu)$ وریانس:

$$\delta_{\bar{x}}^2 = \frac{\delta^2}{n}$$

❖ د نورمال ستېنډرډ توزیع ناڅاپه متحول: $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د نمونې د نسب آماره: $\hat{P} = \dfrac{x}{n}$

❖ د x نا ثاېي متحول اوسط: $E(x) = np$

❖ د x نا ثاېي متحول وریانس: $V(x) = npq$

❖ د دوه جمله يي د توزیع په پاملرنې سره د $\hat{P}$ توزیع:

$$f(n\,\hat{p}) = \binom{n}{n\,\hat{p}} p^{n\,\hat{p}} (1-p)^{n(1-\hat{p})} \quad ; \quad \hat{p} = 0\,, \frac{1}{n}, \cdots, 1$$

❖ د نورمال ستنډرډ توزیع: $Z = \dfrac{x - np}{\sqrt{npq}} = \dfrac{\hat{p} - p}{\sqrt{\dfrac{p\,q}{n}}}$

❖ د $\hat{p}$ وریانس: $V(\hat{p}) = \dfrac{p \cdot q}{n}$

❖ د $\hat{p}$ اوسط: $E(\hat{p}) = p$

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالات Probability

❖ د يوې پېښـې چانس بيانول په عدد (رقم) سـره د احتمال په نوم يادېږي.

❖ د A ناڅاپي پېښې احتمال:

$$P(A)=\frac{T}{S}=\frac{\text{د ناڅاپي پېښې د مساعدو حالتونو شمير}}{\text{د تجربې د ټولو پايلو د حالتونو شمير (د نمونې فضا)}}$$

❖ د E پېښې احتمال: (n د نمونې د فضا غړي) $P(E)=\dfrac{1}{n}$

❖ د B ناممکنې پېښې احتمال: $P(B)=0$

❖ د B خامخا پېښېدونکې پېښې احتمال: $P(B)=1$

❖ د اتفاقي (ناڅاپي) پېښو شمير:

(n د نمونې د فضا د غړو شمير) 2^n

❖ اتفاقي پېښـه (E): د S د نمونې فضـا هر فرعي سـټ يوه اتفاقي پېښه ده.

❖ د E اتفاقي پېښې احتمال تل د (0) او (1) ترمنځ وي:

$0\le P(E)\le 1$

❖ د A ناڅاپي پېښې مکمله: $P(\overline{A})=1-P(A)$

❖ د مستقلو پېښو لپاره د جمعې اصل:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

❖ د مستقلو پېښو لپاره د ضرب اصل:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

❖ د جمعې عمومي اصل:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

❖ مشروط (Conditional) احتمال:

$$P_B(A)=(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\ ,\ P(B)\neq 0$$

$$P(A\cap B)=P(B)\cdot P(A/B)=P(A)\cdot P(B/A)$$

❖ $n-$ ام فکتوريل: $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n\ ;\ n\in IN_0$

❖

$0!=1$

❖ $1!=1$

❖ د ستيرلينګ فورمول د $n-$ ام فکتوريل لپاره:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\cdot\left(\frac{n}{e}\right)^{n} \quad , \quad \begin{cases}\pi = 3.14\cdots \\ e = 2.71\cdots\end{cases}$$

❖ د (n) عنصرونو د ترتیب ډولونه چې (n) غړو د $(permutation)$ پرموټیشن په نامه هم یادیږي په (P_n) سره ښودل کیږي.

❖ د (P_n) ترتیب، چې تکرار نا شوني وي: $P_n = n!$

❖ د (P_n) ترتیب، چې تکرار (K_n) ځلې شوني وي:

$$P_n^{K_1, k_2, \cdots, k_n} = \frac{n!}{K_1!\cdot K_2!\cdot K_3!\cdot\ldots\cdot K_n!}$$

❖ ترکیب Combination:

$$C_K^n = \binom{n}{K} = \frac{n!}{K!(n-K)!} \quad , \quad 0 \le K \le n$$

د ترکیبونو ځانګړتیاوې

❖ که $k = 0$ شي یا $(n = k)$ شي د ترکیب قیمت (1) دی:

$$\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$$

❖ که $(n = k+1)$ شي د ترکیب قیمت (n) کیږي:

$$\binom{n}{k} = n$$

❖ $\binom{n}{k_1} = \binom{n}{k_2} \quad ; \quad k_1 + k_2 = n$

❖ $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

❖ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$

❖ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

❖ $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$

❖ $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \cdots (-1)^n \binom{n}{2} = 0$

❖ $\binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \binom{n+2}{n} + \cdots + \binom{n+m}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\cdots=2^{n-1}$
- ❖ $\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\cdots=2^{n-1}$
- ❖ $\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\binom{n}{2}^2+\cdots+\binom{n}{n}^2=\binom{2n}{n}$
- ❖ $\binom{m}{0}\binom{n}{P}+\binom{m}{1}\binom{n}{P-1}+\cdots+\binom{m}{P}\binom{n}{0}=\binom{m+n}{P}$
- ❖ $(1)\binom{n}{1}+(2)\binom{n}{2}+(3)\binom{n}{3}+\cdots+(n)\binom{n}{n}=n\cdot 2^{n-1}$
- ❖ $(1)\binom{n}{1}-(2)\binom{n}{2}+(3)\binom{n}{3}-\cdots(-1)^{n+1}\cdot(n)\binom{n}{n}=0$

❖ تبدیل $(Variation)$ پرته له تکراره:

$$V_k^n=k!\cdot C_k^n=\frac{n!}{(n-k)!}$$

❖ تبدیل، سره له تکراره:

$$V_k^n=n^k$$

❖ د خط د را تلو احتمال په $k-$ ام مرتبه کې:

$$P_{(\text{خط راتګ})}=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

❖ د بینوم قضیه (دبرنولي د پرابلم احتمال):

$$B(n,p,k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

❖ د $(a+b)^n$ دوه جمله يي انکشاف عبارت دی له:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\cdot a^k\cdot b^{n-k}$$

❖ د بائیز $(Bayex)$ فرومول:

$$P_A(B_i)=\frac{P(A\cap B_i)}{P(A)}=\frac{P(B_i)\cdot P_{B_i}(A)}{\sum_{k=1}^{n}P(B_k)\cdot P_{B_k}(A)}\quad;\quad i=1,\cdots,n\quad;\quad\begin{cases}P(B_i)\neq 0\\ P(A)\neq 0\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فزيک Physic

د کميتونو د اندازه کولو، واحداتو او د مادې د فزيکي حالتونو جدولونه

اجزاء			اضعاف		
د 10^n شکل	سمبول	د مختاړي نوم	د 10^n شکل	سمبول	د مختاړي نوم
10^{-1}	d	ديسي	10^{1}	D	ديکا
10^{-2}	c	سانتي	10^{2}	H	هکتو
10^{-3}	m	ملي	10^{3}	K	کيلو
10^{-6}	µ	مايکرو	10^{6}	M	ميګا
10^{-9}	n	نانو	10^{9}	G	ګيګا
10^{-12}	p	پيکو	10^{12}	T	تيرا
10^{-15}	f	فمتو	10^{15}	P	پيتا
10^{-18}	a	اتو	10^{18}	E	اګزا
10^{-21}	z	زپتو	10^{21}	Z	زيتا
10^{-24}	y	يوکتو	10^{24}	Y	يوتا

کميتونه	M.K.S	C.G.S	M.T.S	F.P.S	دايمنشن
کتله	kg	gr	ton	slug	$[M.L^0.T^0]$
اوږدوالی	m	cm	m	ft	$[M^0.L.T^0]$
وخت	sec	sec	sec	sec	$[M^0.L^0.T]$
سرعت	m/sec	cm/sec	m/sec	ft/sec	$[M^0.L.T^{-1}]$
قوه	N	dyne	stene	lb	$[M.L.T^{-2}]$
کار	Joul	erg	Kjoul	ft·lb	$[M.L^2.T^{-2}]$
توان	Watt	erg/sec	Kwatt	HP	$[M.L^2.T^{-3}]$
تعجيل	m/sec^2	cm/sec^2	m/sec^2	$ft/inch^2$	$[M^0.L.T^{-2}]$
فشار	Pascal	Bary	Piz	lb/ft^2	$[M^0.L.T^{-2}]$
کثافت	kg/m^3	g/cm^3	ton/m^3	$slug/ft^3$	$[M.L^{-3}T^0]$
انرژي	Joul	erg	Kjoul	ft·lb	$[M.L^2T^{-2}]$
دحرارت مقدار	Kcalory	calory	Termi		$[M.L^2T^{-2}]$

په (SI) يا نړيوال سيستم کې د اساسي کميتونو واحدات			
ګڼه	کميت	نوم	واحد
۱	کتله	کيلوګرام	Kg
۲	اوږدوالی	متر	M
۳	وخت	ثانيه	sec

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴	د مادې مقدار	مول	mol
۵	د نور شدت	کانډیلا	candela
۶	دحرارت درجه	کالوین	°K
۷	د برق جریان	امپیر	Amp
په (SI) یا نړیوال سیستم کې د بشپړونکي کمیتونو واحدات			
۱	مسطحه زاویه	رادیان	rad
۲	فضایي(جامده)زاویه	ستې رادیان	st-rad

ځانګړتیا	جامد	مایع	غاز
کتله	ثابت	ثابت	ثابت
وزن	ثابت	ثابت	ثابت
حجم	ثابت	ثابت	متغیر
شکل	ثابت	د لوښي	متغیر
تراکم	نه لري	ډیر کم	ډیر
د جذب قوه	زیاته	کمه	نه لري(دفعي قوه)
مالیکولي حرکت	نه لري(اهتزازي)	بطي(بروني)	تیز
مالیکولي فاصله	نه لري	کمه	ډیره

۱: سکالري کمیت: هغه کمیت چې یوازې مقدار یې په نظر کې نیول کیږي. لکه: اوږدوالې، کتله، وخت....

۲: وکتوري کمیت: هغه کمیت چې په مقدار سربیره لوري(جهت) یې هم په نظر کې نیول کیږي. لکه: قوه، سرعت....

وکتور

- د وکتورښودل په یوه سطحه کې:

$\vec{a}\begin{pmatrix} X_i \\ Y_j \end{pmatrix}$ (د وکتور مبداء د قایمو وضعیه کمیاتو مبداء ده)

- د وکتور مقدارچې مختصات یې راکړې وي:

$$a = \sqrt{X_i^2 + Y_j^2}$$

- د دوو وکتورونو محصله چې تر منځ یې د(α) زاویه وي:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot cos\alpha}$$

- د یوه وکتور عمودي مرکبه: $R_y = R \cdot sin\alpha$
- دیوه وکتور افقي مرکبه $R_x = R \cdot cos\alpha$
- هغه زاویه چې یو وکتور یې د (x) محور سره جوړوي:

$$\alpha = arctan(\frac{R_y}{R_x})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قوه

❖ قوه: $\vec{f} = m \cdot \vec{a}$

❖ تعجيل: $\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m}$

❖ د دوو قوو محصله: $R = \sqrt{f_1^{\,2} + f_2^{\,2} + 2f_1 f_2 \cdot cos\alpha}$

❖ د دوو قوو تفريق: $R = \sqrt{f_1^{\,2} + f_2^{\,2} + 2f_1 f_2 \cdot cos\alpha}$

❖ د دوو موازي قوو محصله ($\alpha=0°$): $R = f_1 + f_2$

❖ د دوو عمودي قوو محصله ($\alpha=90°$): $R = \sqrt{f_1^{\,2} + f_2^{\,2}}$

❖ د دوو مخالفو قوو محصله ($\alpha=180°$): $R = f_1 - f_2$

❖ د يوې قوې عمودي مركبه: $f_y = f \cdot sin\alpha$

❖ د يوې قوې افقي مركبه: $f_x = f \cdot cos\alpha$

❖ د قوو د مركبو څخه په ګټه اخيستنې سره د هغوی محصله قوه او هغه زاويه چې محصله قوه يې د (x) محور سره جوړوي:

$$R = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2}\,,\ \ \alpha = \tan^{-1}(\frac{F_y}{F_x})$$

❖ د يو جسم وزن: $N = m \cdot g$

❖ د وزن او كتلې تر منځ اړيكه: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1}{m_2}$

❖ د قوې مومنت: $M = f \cdot l$

❖ يا: $M = f \cdot d \cdot \sin\alpha$

❖ د تعادل شرطونه:

1- د (x) په محور د ټولو قواوو مجموعه بايد مساوي له صفر سره وي:

$$f_{1x} + f_{2x} + \ldots + f_{nx} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0$$

2- د (y) په محور د ټولو قواوو مجموعه بايد مساوي له صفر سره وي:

$$f_{1y} + f_{2y} + \ldots + f_{ny} = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0$$

3- د دوران د مومنتونو مجموعه بايد مساوي له صفر سره وي:

$$f_1 \cdot l_1 + f_2 \cdot l_2 + \ldots + f_n \cdot l_n = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$

❖ كه چيرې $\sum F = 0$ خو $\sum M \neq 0$ وي، جسم د انتقالي تعادل په حالت كې دی، يعنې جسم تعجيل نه اخلي، بلكې په دوران پيل كوي.

❖ كه چيرې $\sum F \neq 0$ خو $\sum M = 0$ وي، جسم د دوراني تعادل په حالت كې دی، يعنې دا چې جسم په دوران پيل نه كوي، خو تعجيل لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مومنت قانون: $f_1 \cdot d_1 = f_2 \cdot d_2$

❖ د جسم وزن د لفت د پورته تلو پر وخت: $N = m(g + a)$

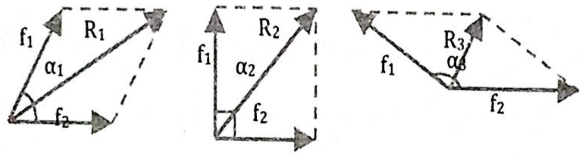
❖ د جسم وزن د لفت د ښکته تلو پر وخت: $N = m(g - a)$

❖ د کپل (زوج) یا جوړه یي قوې د دوران مومنت: $M = f \cdot l$

❖ د څو قوو الجبري محاسبه: $R = \sqrt{(\sum f_x)^2 + (\sum f_y)^2}$

❖ په متلاقي قوو کې:

$R_3 < R_2 < R_1 \quad ; \quad \alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$



اصطکاک

❖ د اصطکاک قوه: $f_f = \mu \cdot N$

- د ستاتیکي اصطکاک قوه: $f_s = \mu_s \cdot N$

- د ډینامیکي اصطکاک قوه: $f_k = \mu_k \cdot N$

- د دوراني اصطکاک قوه: $f_r = \mu_r \cdot N \cdot \cos\alpha$

μ_s د ستاتیکي اصطکاک، μ_k د ډینامیکي اصطکاک او $\mu_r = r \cdot \tan\alpha$ د دوراني اصطکاک ضریبونه دي.

د پورته دری اصطکاکونو د قوو ترمنځ توپیر: $f_r < f_k < f_s$

❖ داخلي اصطکاک (لزجیت): هغه اصطکاک دی چې په د مایعاتو په داخل کې د حرکت پر وخت رامنځته کیږي:

$$R_i = \eta \cdot \frac{A \cdot v}{d}$$

η د مایع د اصطکاک ضریب، v د مایع سرعت، A د مقطع مساحت او d پنډوالی.

کار

❖ کار: (V حجم، P فشار) $W = F \cdot d$

❖ که کار په یوه زاویه ترسره شي: $W = F \cdot d \cdot \cos\theta$

ځانګړې حالتونه

1- که $0° \leq \theta < 90°$ شي، ترسره شوی کار مثبت دی او محرک کار یې بولي.

2- که $90° < \theta \leq 180°$ شي، ترسره شوی کار منفي دی او مقاوم کار یې بولي

3- که $\theta = 90°$ شي، کار صفر دی.

❖ د اصطکاک قوې کار:

$$W_f = f_f \cdot d = \mu \cdot N \cdot d = \mu \cdot mgd \cdot \cos\alpha$$

❖ د ثقل قوې کار: $W = m \cdot g \cdot h$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ تعجيل لرونکی کار: $W = m \cdot a \cdot d$

❖ ارتجاعي کار(د فنر پر مټ ترسره شوی کار): $W = \frac{1}{2}k \cdot x^2$

یا: $W = \frac{1}{2}k({x_1}^2 - {x_2}^2)$

❖ هغه کار چې د ګاز په مرسته له ثابت فشار سره پر پستون تر سره کيږي:

$$W = P \cdot (V_2 - V_1) = P \cdot \Delta V$$

انرژي

❖ ميخانيکي انرژي: $E_M = E_K + E_P = m\left(g \cdot h + \frac{v^2}{2}\right)$

❖ پوتانشيلي(ذخيروي) انرژي: $E_P = m \cdot g \cdot h$

❖ پوتانشيلي انرژي او کار: $W = \Delta E_P = mgh_2 - mgh_2$

❖ په الاستيکي جسم کې پوتانشيلي انرژي: $E_P = \frac{1}{2}k \cdot x^2$

❖ حرکي انرژي: $E_K = \frac{1}{2}m \cdot v^2$

❖ حرکي انرژي او کار: $W = \Delta E_K = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2$

❖ د انستاين فرمول(د مادې بدلېدل په انرژي): $E = m \cdot c^2$

توان

❖توان(vسرعت) $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = \frac{m \cdot a \cdot d}{t} = m \cdot a \cdot v = F \cdot v$

❖ توان د ثقل قوې په کار کې: $P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$

❖ توان د اصطکاک قوې په کار کې: $P = \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot d}{t}$

ساده ماشينونه

❖ د رافعې قانون او ميخانيکي ګټه يې:

$$R \cdot a = F \cdot b \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{b}{a}$$

❖ د رافعې قانون چې د رافعې وزن په نظر کې ونيسو:

$$R \cdot a = x \cdot N + F \cdot b$$

x له اتکاء ټکي څخه د رافعې تر نيمايي فاصله، N د رافعې وزن

❖ ثابت څرخونه او ميخانيکي ګټه يې:

$$R \cdot r = F \cdot r \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{r}{r} = 1$$

❖ متحرک څرخونه او ميخانيکي ګټه يې:

$$R \cdot r = F \cdot 2r ; MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/2} = 2$$

❖ د يو پړي مرکب څرخونه او ميخانيکي ګټه يې:

$$F = \frac{R}{n} ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/n} = n$$

❖ د څو پړو مرکب څرخونه او ميخانيکي ګټه يې:

$$F = \frac{R}{2^n} ; MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/2^n} = 2^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ مایله سطحه او میخانیکي ګټه یې:

$$F \cdot l = R \cdot h \;\; ; \;\; MA = \frac{R}{F} = \frac{l}{h}$$

❖ د پانې(فانې) میخانیکي ګټه:

$$MA = \frac{L}{S} = \frac{\text{د پانې اوږدوالی}}{\text{د پانې څوکه یا کوچنۍ سطحه}}$$

❖ پیچ او میخانیکي ګټه یې:

$$F \cdot 2\pi r = R \cdot l \;\; ; \;\; MA = \frac{R}{F} = \frac{2\pi r}{l}$$

❖ د کوهي څرخ او میخانیکي ګټه یې:

$$F \cdot R = N \cdot r \;\; ; \;\; MA = \frac{R}{r} = \frac{N}{F}$$

د ثقل مرکز

❖ د یوې میلې د ثقل مرکز په افقي محور: $X_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

❖ د ثقل مرکز په دوه بُعدي سطحه کې د کتلې له مخې:

$P(X_C, Y_C)$

د (X) مختصه: $X_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

د (Y) مختصه: $Y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$

❖ د جسم (درې بُعدي) د ثقل مرکز د کتلې له مخې: د پورته X_C او Y_C تر څنګ یې: $Z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$

❖ د جسم (درې بُعدي) د ثقل مرکز د وزن له مخې:

$$X_C = \frac{\sum N_i x_i}{N} , Y_C = \frac{\sum N_i y_i}{N} , Z_C = \frac{\sum N_i z_i}{N}$$

❖ د جسم (درې بُعدي) د ثقل مرکز د حجم له مخې:

$$X_C = \frac{\sum V_i x_i}{V} , Y_C = \frac{\sum V_i y_i}{V} , Z_C = \frac{\sum V_i z_i}{V}$$

فشار، جریان او کثافت

❖ فشار: (F قوه، S سطحه) $P = \frac{F}{S}$

❖ فشار په مایعاتو کې:

$P = \rho \cdot g \cdot h$ (ρ کثافت، g د ځمکې تعجیل، h ارتفاع)

❖ د پاسکال قانون: (S د پستون مساحت) $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$

❖ د متمادیت معادله: (A د عرضي مقطع مساحت، v د جریان سرعت)

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

❖ د برنولي قانون: $P + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = constant$

❖ د برنولي په قانون کې د فشار توپیر:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}({v_1}^2 - {v_2}^2)$$

❖ د ارشمیدس قوه: (V حجم) $F = \rho \cdot V \cdot g$

❖ تراکمي فشار ($stress$): $\delta = \frac{F}{A} = \frac{\text{قوه}}{\text{د سیم د مقطع مساحت}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ اوږدوالي او فشار:

$P = E\frac{\Delta L}{L}$ (E د يونګ د ارتجاعيت مودول)

❖ د بُلک موډول: $B = \frac{stress}{strain} = \frac{\Delta P}{\Delta V/V_1} = V_1 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta V}$

❖ د شير $stress$: $\delta_s = \frac{F}{A} = \frac{\text{مماسي قوه}}{\text{د شير د کتاب سطحه}}$

❖ د شير $strain$: $\varepsilon_s = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\text{غوڅ شوی واټن}}{\text{د کتاب ترمنځ فاصله}}$

❖ د شير موډول: $S = \frac{\delta_s}{\varepsilon_s} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{F \cdot L_0}{A \cdot \Delta L}$

❖ د دالټن قانون(دځو مخلوطو ګازونو فشار): $P = \frac{P_1V_1 + P_2V_2}{V}$

❖ پورتنۍ رابطه کې د (V) قيمت: $V = V_1 + V_2$

❖ کتلوي کثافت: $\rho = \frac{m}{V}$

❖ وزني کثافت: $\gamma = \frac{N}{V}$

❖ د کتلوي او وزني کثافت ترمنځ اړيکه: $\gamma = \rho \cdot g$

❖ مخصوصه وزن: $Sp \cdot g = \frac{\text{د جسم کثافت}}{\text{د سټنډرډ مادې کثافت}}$

سټنډرډ ماده د مايعاتو او جامداتو لپاره اوبه او د ګازاتو لپاره هوا ده.

❖ په مايع کې د جسم وزن: $\acute{N} = N - V \cdot \rho$

تودوخه (حرارت)

❖ د $°C$، $°K$، $°R$ رومر، $°F$ ترمنځ رابطه:

$$\frac{°C}{5} = \frac{°F - 32}{9} = \frac{°R}{4} = \frac{°K - 273}{5}$$

❖ د °C او °F ترمنځ رابطه: $°C = \frac{9}{5}(°F - 32)$

❖ د °C او °K ترمنځ رابطه: $°C = °K - 273$

❖ د °C او °R ترمنځ رابطه: $°C = \frac{5}{4}°R$

❖ تودوخيز ظرفيت: $A = \frac{Q}{\Delta T} = c \cdot m$

❖ مخصوصه تودوخه(حرارت): $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{A}{m}$

❖ د تودوخې مقدار: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

❖ د تودوخې خپرېدل د هدايت په وسيله: $Q = K \cdot S \cdot T \cdot \frac{\Delta T}{L}$

❖ د دوو جسمونو ترمنځ تودوخيز تعادل:

$$m_1 \cdot c_1(\theta - T_1) = m_2 \cdot c_2(T_2 - \theta)$$

θ د تعادل د تودوخې درجه، 2 انډکس لرونکي کميتونه د ګرم جسم او 1 انډکس لرونکي کميتونه د سوړ جسم لپاره دي

❖ طولي انبساط: $L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$

❖ د طولي انبساط ضريب او واحد يې: $\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} = °K^{-1}$

❖ سطحي انبساط: $S = S_0(1 + \beta \cdot \Delta T)$

❖ حجمي انبساط: $V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$

$T_F° = \frac{9}{5}(T_C + 32)$

$T_C° = \frac{5}{9}(T_F - 32)$ $T_K = T_C° + 273$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ يادونه: $\beta = 2\alpha \ , \ \gamma = 3\alpha$

❖ د تودوخې جريان او واحد يې: $H = \frac{dQ}{dt} = \frac{K \cdot S \cdot \Delta T}{L} = \frac{Joul}{sec}$

❖ دتودوخې درجې ګرادينت: $\frac{\Delta T}{L}$ = د تودوخې درجې ګرادينت

❖ د جسم د تودوخېزهدايت د تناسب ضريب: $K = \frac{dQ \cdot L}{dt \cdot S \cdot \Delta T}$

❖ په (SI) سيستم کې د (K) واحدات:

$$\frac{watt}{m \cdot °K}, \frac{Joul}{m \cdot °K \cdot sec}, \frac{Cal}{m \cdot °C \cdot sec}$$

د K قيمتونه د مختلفو توکو لپاره			
توکي	K په $\frac{watt}{m \cdot °K}$	توکي	K په $\frac{watt}{m \cdot °K}$
المونيم	205,0	کنګريټ	0,8
برونز	109,1	لرګی	0,2-0,4
مس	385,5	وړۍ(نمد)	0,04
سرپ	34,7	هوا	0,024
سپين زر	406,0	ارګون	0,016
پولاد	50,2	هيليوم	0,14
شيښه	0,8	هايدروجن	0,14
کنګل	1,6	اکسيجن	0,023

❖ د جذب قابليت: $\varepsilon = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\text{جذب شوې انرژي}}{\text{ټوله وارده شوې انرژي}}$

❖ د تشعشع قانون: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{O_1}{O_2}$

(S) في واحد د سطحې باندې د خپرې شوې انرژي اندازه او (O) جذب شوې انرژي

❖ د وين قانون:(m·K متر·کالوين): $\lambda_{max} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3} m \cdot k}{T}$

❖ د وين ثابت: $2{,}9 \cdot 10^{-3} m \cdot k$

❖ د ستيفن بولتزمن قانون: $R_B = \delta \cdot T^4$

❖ د ستيفن بولتزمن ثابت: $\delta = 5{,}67 \cdot 10^{-8} J/m^2 \cdot K^4 \cdot s$

❖ د خپورشوې تشعشعي انرژي مقدار چې د جسم له سطحې څخه د وخت په واحد کې خپريږي:

$$R = \varepsilon \cdot \delta \cdot A\left({T_1}^4 - {T_1}^4\right)$$

د ε قيمت: د مکمل تور جسم لپاره (1) او د صاف او روښانه جسم لپاره (0) دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سنیماتیک (علم الحرکت)

1) یو بُعدي حرکتونه

❖ د مستقیم الخط حرکت معادله یا وهل شوې فاصله:

$$x = v \cdot t$$

❖ پورتنۍ معادله د لومړنۍ فاصلې په شتون کې:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

❖ متوسط سرعت: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 + v_2 + \cdots + v_n}{n}$

❖ لحظوي سرعت: $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

❖ تعجیل: $a = \frac{v}{t} = \frac{x}{t^2}$

❖ متوسط تعجیل: $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ ← تعجیل

❖ لحظوي تعجیل: $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$

❖ د فاصلې لومړی مشتق نظر وخت ته سرعت دی: $v = \frac{dx}{dt}$

❖ د فاصلې دوهم مشتق او د سرعت اول مشتق نظر وخت ته تعجیل دی:

$$a = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

تعجیلي غیر منظم مستقیم الخط حرکت $(a > 0)$

❖ د حرکت معادله: $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت ترمنځ رابطه: $v^2 = 2a \cdot x$

که لومړنۍ سرعت هم شتون ولري:

❖ د حرکت معادله: $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت ترمنځ رابطه:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a \cdot (x - x_0)$$

❖ وخت (زمان): $t = \frac{v - v_0}{a}$

❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې فاصله:

$$x_n = v_0 + \frac{1}{2} a (2t - 1)$$

تأجیلي یا تأخیري غیر منظم مستقیم الخط حرکت $(a < 0)$

❖ د حرکت معادله: $x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 - a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت ترمنځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 - 2a \cdot x$

❖ د ودرېدو (توقف) وخت: $t = \frac{v_0}{a}$

❖ د ودرېدو (توقف) فاصله: $x = \frac{{v_0}^2}{2a}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

آزاد سقوط

- د حرکت معادله: $h = \frac{1}{2}gt^2$
- د سرعت معادله: $v = g \cdot t$
- د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = 2gh$
- ځمکې ته د رسیدو وخت: $v = g \cdot t$
- د ځمکې جاذبوي تعجیل: $g = 32\frac{ft}{sec^2} = 9{,}81\frac{m}{sec^2}$
- په n-ام لحظه کې وهل شوې ارتفاع: $x_n = \frac{1}{2}a(2t - 1)$

پورته خواته عمودي غورځوونه(پرتاب)

- د حرکت معادله: $h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- د سرعت معادله: $v = v_0 - g \cdot t$
- د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 - 2g \cdot x$
- آعظمي ارتفاع: $h_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$
- آعظمي یا د اوج نقطې ته د رسېدو وخت: $t_{max} = \frac{v_0}{g}$
- د تګ او راتګ وخت: $T = 2t_{max} = \frac{2v_0}{g}$

ښکته خواته عمودي غورځوونه

- د حرکت معادله: $h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- د سرعت معادله: $v = v_0 + g \cdot t$
- د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \cdot x$

2) دوه بُعدي حرکتونه:

- منځنی(متوسط) سرعت: $v_m = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2}$
- لحظوي سرعت: $v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$
- منځنی تعجیل: $a_m = \sqrt{\left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right)^2}$
- لحظوي تعجیل: $a = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2} = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$

افقي غورځول

- د حرکت معادله په افقي لوري(جهت): $x = v_0 \cdot t$
- د حرکت معادله په عمودي لوري: $y = \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- آعظمي افقي فاصله: $x = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$
- په عمودي یا د Y د محور په لوري سرعت: $v = g \cdot t$
- د حرکت د مسیر رابطه: $Y = \frac{g}{2{v_0}^2} \cdot x^2$
- نهایي(اخیرنی) سرعت: $v^2 = {v_0}^2 + g^2 \cdot t^2$
- هدف ته د جسم د رسېدو وخت: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د حرکت او سرعت ترمنځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \cdot h$

مایل غورځول

❖ د ځمکې د جاذبوي تعجیل په شتون کې د حرکت معادلې:

$x = v_0 t \cdot \cos\theta \quad , \quad y = v_0 t \cdot \sin\theta - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

❖ د سرعت معادلې: $v_x = v_0 \cdot \cos\theta$

$v_y = v_0 \cdot \sin\theta - g \cdot t$

❖ د حرکت د مسیر رابطه: $Y = x \cdot \tan\theta - \frac{g \cdot x^2}{2{v_0}^2 \cdot \cos^2\theta}$

❖ د اوج نقطې ته د رسېدو وخت: $t_{max} = \frac{v_0 \cdot \sin\theta}{g}$

❖ هدف ته د جسم د رسېدو وخت: $T = 2t_{max} = \frac{2v_0 \cdot \sin\theta}{g}$

❖ د اوج نقطې لوړوالی (ارتفاع): $y = h_{max} = \frac{{v_0}^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}$

❖ د پرتاب آعظمي افقي فاصله: $x = \frac{{v_0}^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$

❖ د اوج تر نقطې افقي فاصله: $x = \frac{{v_0}^2 \cdot \sin 2\theta}{2g}$

❖ د اوج نقطې مختصات:

$$P(x, y) \Rightarrow P\left(\frac{{v_0}^2 \cdot \sin 2\theta}{2g}, \frac{{v_0}^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}\right)$$

❖ د حرکت او سرعت معادله: $v^2 = {v_0}^2 - 2g \cdot h$

ډینامیک (علم القوه)

دایروي یا منحني الخط حرکتونه

❖ زاویوي سرعت او واحد یې: $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{Rad}{sec}$

❖ منځنی زاویوي سرعت: $\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

❖ لحظوي زاویوي سرعت: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

❖ فریکونسي: (n د دورانونو شمیر، t وخت) $f = \frac{n}{t}$

❖ پریود (د یوه مکمل دور وخت): $T = \frac{1}{f}$

پریود او فریکوینسي یو له بل سره معکوسې اړیکې لري.

❖ خطي سرعت: (s قوس) $v = \frac{S}{t}$

❖ د خطي او زاویوي سرعت تر منځ اړیکه: $v = \omega \cdot R$

❖ خطي سرعت د یوه مکمل دوران لپاره: $v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$

❖ زاویوي سرعت د یوه مکمل دوران لپاره: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

❖ د حرکت معادله: $S = v \cdot t = \omega \cdot R \cdot t$

❖ تعجیل: $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = v \cdot \omega$

❖ زاویوي تعجیل: $\alpha = \frac{\omega}{t}$

❖ د خطي او زاویوي تعجیل اړیکه: $a = R \cdot \alpha$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايروي حرکتونو معادلې

❖ د حرکت معادله: $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

❖ د سرعت معادله: $\omega = \omega_0 + \alpha t$

❖ د حرکت او سرعت اړيکه: $\omega^2 = \omega_0 + 2\alpha\theta$

❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې زاويه:

$$\theta_n = \omega_0 + \frac{1}{2}\alpha(2t - 1)$$

❖ جذب المرکز قوه: $F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot R \cdot \omega^2$

❖ فرارالمرکز قوه: $F_{cg} = -\frac{m \cdot v^2}{R} = -m \cdot R \cdot \omega^2$

ځانګړي حالتونه:

1- که $F_{cp} > F_{cg}$ وي نو جسم مرکز ته لويږي.

2- که $F_{cp} < F_{cg}$ وي نو جسم د دايرې له سطحې څخه بهر وځي.

3- که $F_{cp} = F_{cg}$ وي نو جسم د دايرې په سطحه حرکت کوي.

❖ حرکي انرژي: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot R^2 \cdot \omega^2$

❖ د دوران ټُرک: $\tau = F \cdot R$

د نيوټن قوانين او ځينې نور فورمولونه

۱- عطالت (انرشيا): هر جسم خپل د حرکت او سکون حالت تر هغه ساتي تر څو چې يو بهرنی عامل پرې عمل ونه کړي.

۲- قوه د تعجيل سره مستقيماً متناسبه ده: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

۳- عمل او عکس العمل قوې سره مساوي او مخالف الجهت دي: $F_a = -F_r$

❖ د جاذبې جهاني قوه (د نيوټن د جاذبې قانون): $F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$

❖ د جاذبې جهاني ثابت: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg}$

❖ د ځمکې تعجيل په (h) ارتفاع کې:

$$g' = g\left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = G\frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

❖ د ځمکې شعاع: $R_e = 6.4 \cdot 10^6 m$

❖ د ځمکې د کتلې فرمول: $M_e = \frac{R^2 \cdot g}{G}$

❖ د لمر د کتلې فرمول: $M_s = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2}$

T يو کال په ثانيو، د R قيمت: $R = 1.5 \cdot 10^{11} m$

❖ د مدار سرعت: $V_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$

❖ د فرار سرعت: $V_{esc} = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}$

❖ د لمر د جاذبې قوې فرمول: $F_{cp} = \frac{4\pi^2 R \cdot M}{T^2}$

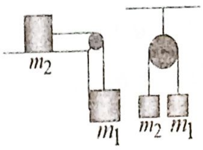
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د هوا مقاومت: $R = K \cdot S \cdot v^2 \rho \cdot \sin\theta$

K دهوا د مقاومت ضریب، v سرعت، s د جسم سطحه

کشش په تار کې (Tension)

❖ د موازي کتلو: $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \quad , \quad T = \frac{2m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$



❖ د عمودي او افقي کتلو:

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \quad , \quad T = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

امپولس، مومنتم او ټکر (تصادم)

❖ امپولس (ضربه): $I = F \cdot t$

❖ مومنتم: $M = m \cdot v$

❖ د امپولس او مومنتم اړیکه: $I = M \Rightarrow F \cdot t = m \cdot v$

❖ ارتجاعي ټکر: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 \acute{v}_1 + m_2 \acute{v}_2$

❖ غیر ارتجاعي ټکر: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = \acute{v}(m_1 + m_2)$

v مخکې له ټکره سرعت، $\acute{v}$ وروسته له ټکره سرعت

مایله سطحه

❖ قوه: $F = mg \cdot \sin\theta$

❖ که مایله سطحه اصطکاک ولري، نو قوه:

$$F = mg \cdot \sin\theta - R$$

❖ تعجیل: $a = g \cdot \sin\theta$

❖ د اصطکاک په شتون کې تعجیل: $a = g \cdot \sin\theta - \frac{R}{m}$

❖ د حرکت معادله: $x = v_0 t + g \sin\theta \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + g \sin\theta \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت اړیکه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \sin\theta \cdot x$

اهتزازي (هارمونیکي) حرکتونه

❖ پریود د فنر-کتلې په سیستم: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

❖ فریکونسي د فنر-کتلې په سیستم کې: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

❖ زاویوي فریکونسي د فنر-کتلې په سیستم کې: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

❖ د رقاصې پریود: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

❖ د رقاصې فریکونسي: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

❖ زاویوي فریکونسي په رقاصه کې: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ د فنر ثابت: $K = m \cdot \omega^2 = \frac{F}{x}$
- ❖ د فنر په اهتزاز کې د حرکت معادله: $x = x_0 \cdot \cos \omega \cdot t$
- ❖ د فنر په اهتزاز کې د سرعت معادله: $v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{{x_0}^2 - x^2}$
- ❖ تعجیل په فنر کې: $a = -\frac{k}{m} \cdot x$
- ❖ د هارمونیکي حرکت معادله: $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
- ❖ د سرعت معادله: $v = -\omega \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
- ❖ د تعجیل معادله: $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
- ❖ قوه: $F = -m \cdot x \cdot \omega^2$
- ❖ حرکي انرژي: $E_k = \frac{1}{2}k({x_0}^2 - x^2)$
- ❖ ذخیروي انرژي: $E_p = \frac{1}{2}k \cdot x^2$
- ❖ میخانیکي انرژي: $E_M = E_k + E_p = \frac{1}{2}k \cdot {x_0}^2$

څپې(موجونه)

- ❖ د څپې اوږدوالی: $\lambda = \frac{v}{f} = v \cdot T$
- ❖ د څپې زاویوي فریکوینسي: $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- ❖ د څپې سرعت: $v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$
- ❖ د پړي په اوږدو کې د څپې د خپریدو سرعت: $v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$
- ❖ د میخانیکي څپې انکسار: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$
- ❖ د ساده څپې تابع: $y = a \cdot sin\varphi$
- ❖ د څپې تابع: $y = a \cdot \sin \omega t$
- ❖ د یوه مکمل دور لپاره د څپې تابع: $y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t$
- ❖ د څپې د خپریدو تابع: $y_M = a \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$
- ❖ د څپې انرژي: $E = m \cdot c^2$ یا $E = f \cdot h$
- ❖ h د پلانک ثابت: $h = 6.62 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$
- ❖ د هم فازه اهتزازي ذرو ترمنځ د لارې توپیر: $d_2 - d_1 = k\lambda$
- ❖ د k قیمت پورتنۍ رابطه کې: $k = 0,1,2,3, \ldots$
- ❖ د متقابل فازه اهتزازي ذرو ترمنځ د لارې توپیر:

$$d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

- ❖ د k قیمت پورتنۍ رابطه کې: $k = 0,1,2,3, \ldots$

غږ(صوت) او نوري وړانګې

- ❖ د غږ سرعت په ګازاتو کې(د لاپلاس فرمول): $v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$
- ❖ γ د ځانګړو تودوخیزو ظرفیتونو نسبت په C_P ثابت فشار او C_v ثابت حجم کې دی: $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د ګازاتو د عمومي قانون په نظر کې نيولو سره د غږ سرعت:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{R \cdot T}{M}}$$

❖ د ګازاتو ثابت: $R = 8.314 \frac{Joul}{mol \cdot {}^{\circ}K}$

❖ د غږ انعکاس:

(v د غږ سرعت، $\acute{v}$ د منعکس شوي غږ سرعت) $\acute{v} < v$ $v > \acute{v}$

❖ د ريزونانس پواسطه د غږ سرعت: $v = 2f(L_2 - L_1)$

❖ د غږ د شدت واحد: $\frac{Joul}{cm^2 \cdot sec} = \frac{Watt}{cm^2}$

❖ د نوري څپې د چټکتيا (شدت) تابع: $I = 4a^2 \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2}$

❖ د رڼا نوار واټن (فاصله): $x = \frac{m \cdot \lambda \cdot D}{d}$; $m = 0,1,2, \ldots$

❖ د تياره نوار واټن: $x = \frac{(2m+1) \cdot \lambda \cdot D}{2d}$; $m = 0,1,2, \ldots$

❖ د نوري لارو توپير: $\text{تفاوت} = \frac{x \cdot d}{D} = m\lambda$; $m = 0,1,2, \ldots$

اتومي فزيک

❖ د يوه جسم د جذب ضريب:

$$a\lambda = \frac{\text{جذب شوي تشعشعي انرژي د } \lambda \text{ څپې له اوږدوالي سره}}{\text{تشعشعي وارده شوي انرژي د } \lambda \text{ څپې له اوږدوالي سره}}$$

❖ د تور جسم لپاره د جذب ضريب قيمت: $a\lambda = 1$

❖ د الکترومقناطيسي څپې انرژي (د ماکس پلانک نظريې پر اساس): $E = nh\nu$

h د پلانک ثابت $h = 6.63 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$، ν فريکونسي او n کوانتمي عدد دی.

❖ د يو الکترون د برقي چارج مقدار:

$$1e = 1.602 \cdot 10^{-19} coul$$

❖ يو الکترون ولټ انرژي: $1ev = 1.602 \cdot 10^{-19} Joul$

❖ د الکترون پوټانشيلي انرژي: $U = \frac{-ke^2}{r}$

❖ د الکترون حرکي انرژي: $k_E = \frac{1}{2} mv^2$

❖ د الکترون مجموعي انرژي د r په شعاع په يو ثابت مدار باندې: $E = \frac{k \cdot e^2}{2r}$

k د کولمب ثابت $9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{coul^2}$ ، e د اتوم چارج

❖ د يوه اتوم د مدار مجاز يا ممکنه وړانګه:

$$r_n = a_0 \cdot n^2 , \quad \begin{cases} n = 1,2,3, \ldots \\ r = 2,3, \ldots \end{cases}$$

❖ د بور اتوم وړانګه (شعاع): $a_0 = \frac{h^2}{m \cdot k \cdot e^2 \cdot 4\pi^2}$

❖ د سويو ترمنځ د انرژي اختلاف: $h\nu = E_{n1} - E_{n2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د جسم کتله (m) د حرکت په وخت کې (د انستاین د کتلې نسبیت): $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

❖ د یو کوانتم نور مومنتم (د حرکت اندازه): $p = \frac{hf}{c}$

❖ د فوتون د څپې اوږدوالی:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{h \cdot c}{\text{د فوتون انرژي}} = \frac{h}{\text{د فوتون مومنتم}}$$

❖ د فوتون انرژي: $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ یا $E = m_{ph}c^2$

m_{ph} د فوتون د انرژي معادل کتله ده.

❖ د ډي بروګلي د څپې اوږدوالی: $\lambda = \frac{h}{\text{د ذرې مومنتم}} = \frac{h}{mv}$

❖ د ډي بروګلي د څپې سرعت: $v = \frac{h}{\lambda \cdot m}$

❖ د دوو عدم قطعیتونو حاصل ضرب: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$

Δx عدم قطعیت په مکان کې او Δp عدم قطعیت په مومنتم کې دی.

❖ د نور سرعت: $c = 3 \cdot 10^5 \frac{Km}{sec} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{sec}$

هستوي فزیک

❖ د هستې د شعاع د اوږدوالي واحد فمتومتر (fm) دی چې فرمي (Fermi) هم ورته وایي: $fm = Fermi = 10^{-15}m$

❖ اتومي کتله (اتومي وزن): $A = Z + N$

Z د پروټونونو شمیر، N د نیوټرونونو شمیر

❖ د اتوم هسته: (X د یو اتوم کیمیاوي علامه) $x \cong {}_Z^AX^N$

❖ د هایدروجن د اتوم هسته $\cong {}_1^1H$ یا ${}_1^1H^0$

❖ د هلیوم د اتوم هسته $\cong {}_2^4He$ یا ${}_2^4He^2$

د ذرې نوم	د کولن (کولمب) چارج	کتله (Kg)	وړانګه په (fm)
الکترون	$-1.6 \cdot 10^{-19}$=-e	$9.1 \cdot 10^{-13}$	په موجود وسایلو د اندازې وړ نه دی
پروټون	$+1.6 \cdot 10^{-19}$=+e	$1.67 \cdot 10^{-27}$	1/2
نیوټرون	صفر	$1.68 \cdot 10^{-27}$	1/2

د (α)، (β) او (γ) د وړانګو وتل (خارجیدل)

❖ د (α) وړانګې وتل: ${}_Z^AX^N \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y^{N-2} + {}_2^4\alpha^2$

❖ د (β) وړانګې وتل: ${}_Z^AX^N \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y^{N-1} + {}_{-1}^{0}\beta$

❖ د (γ) وړانګې وتل: ${}_Z^AX^N \rightarrow {}_Z^AX^N + \gamma$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الفا(α)، بيتا(β) او گاما(γ) د تشعشعاتو جدول

ذره	سمبول	ترکيب	چارج	په مور(اصلي) هستې باندې تاثير
الفا	$\alpha\left({}^{4}_{2}He\right)$	2پروتون 2نيوترون	$+2$	د کتلې کموالی ، د نوي عنصر توليد
بيتا	$\beta\left({}^{0}_{-1}e\right)$	الکترون پوزيترون	-1 $+$	کتله يې عدد ثابت ، د نوي عنصر توليد
گاما	γ	فوتون	0	د انرژي له منځه تلل

د نور فزيک

❖ نوري سيلان:(ω د نور انرژي، t وخت) $\Phi = \frac{\omega}{t}$

❖ د نور شدت يا نوري قوه:(Ω فضايي زاويه) $I = \frac{\Phi}{\Omega}$

❖ د روښنايي مقدار:(S سطحه) $E = \frac{\Phi}{S}$

يا:(I د نورشدت، R د سرچينې څخه عمودي فاصله) $E = \frac{I}{R^2}$

يا:(α هغه زاويه چې سرچينه يې د سطحې سره جوړوي) $E = \frac{I\cos\alpha}{R^2}$

انعکاس

❖ د انعکاس قوانين:

1- وارده وړانگه، منعکسه وړانگه او نارمل خط په يوه مستوي کې واقع دي.

2- وارده زاويه او منعکسه زاويه سره مساوي دي. $i = r$

متلاقي هنداري

❖ په دوو متلاقي هندارو کې د تصويرونو شمېر:

$$n = \frac{360}{\alpha} - 1$$

❖ د دوو متلاقي هندارو تر منځ زاويه: $\alpha = \frac{360}{n+1}$

- که د دوو متلاقي هندارو تر منځ زاويه صفر يا موازي هندارې وي نو د تصويرونو شمير لايتناهي دی.

- که جسم ثابت وساتل شي او هنداره په موازي ډول د (L) په اندازه انتقال شي نو تصوير به د ($2L$) په اندازه تغير وکړي نسبت اول تصوير ته.

- که وارده شعاع ثابته وي او هنداره د خپل محور په چاپېره د (α) زاويې په اندازه دوران وکړي نو منعکسه شعاع به د (2α) په اندازه دوران وکړي.

- په مستوي هندارو کې تصوير مجازي دی.

کروي هنداري

په کُروي هندارو کې د حقيقي او مجازي تصويرونو توپيرونه:

حقیقي تصویر	مجازي تصویر
د منعکسه شعاعوو د تقاطع خځه تشکیلیږي	د منعکسه شعاعوو د امتداد تقاطع ځخه تشکیلیږي
د پردې پر مخ نیول کیږي	د پردې پر مخ نه نیول کیږي
معمولاً سرچپه تشکیلیږي	معمولاً راسته تشکیلیږي
د هندارې مخ ته تشکیلیږي	د هندارې شاته تشکیلیږي

مقعرې کروي هندارې		
د حقیقي جسم موقعیت	د تصویر موقعیت	د تصویر خصوصیات
انحنا مرکز-لایتناهي	انحنا مرکز-محراق	حقیقي، کوچنی $\gamma < 1$، سرچپه
انحنا مرکز	انحنا مرکز	حقیقي، مساوي $\gamma = 1$، سرچپه
انحنا مرکز-محراق	انحنا مرکز-لایتناهي	حقیقي، لوی $\gamma > 1$، سرچپه
محراق	لایتناهي	
محراقي فاصله	د هندارې شاته	مجازي، لوی $\gamma > 1$، راسته
لایتناهي	محراق	حقیقي، نقطوي $\gamma < 1$

محدبې کروي هندارې			
دجسم حالت	دجسم موقعیت	دتصویر موقعیت	د تصویر خصوصیات
حقیقي	لایتناهي	محراق	مجازي، نقطوي $\gamma < 1$
حقیقي	رأس-لایتناهي	محراقي فاصله	مجازي، کوچنی $\gamma < 1$، راسته
مجازي	انحنا مرکز-لایتناهي	انحنا مرکز-محراق	مجازي، کوچنی $\gamma < 1$، سرچپه
مجازي	انحنا مرکز	انحنا مرکز	مجازي، مساوي $\gamma = 1$، سرچپه
مجازي	انحنا مرکز-محراق	انحنا مرکز-لایتناهي	مجازي، لوی $\gamma > 1$، سرچپه
مجازي	محراق	لایتناهي	
مجازي	محراقي فاصله	د هندارې مخ ته	حقیقي، لوی $\gamma > 1$، راسته
مجازي	لایتناهي	محراق	مجازي، نقطوي $\gamma < 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ محراقي فاصله: $f = \frac{R}{2}$

❖ د ګروي هنداري د انحنا شعاع: $R = 2f$

❖ د مقعرو هندارو فرمول(د ګاووس فرمول):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

p' د تصوير فاصله له هنداري نه، p د جسم فاصله له هنداري نه. که بعد له محاسبې د p' قيمت (-) شو تصوير مجازي او که (+) شو تصوير حقيقي دی.

❖ د نيوټن فرمول د ګروپ هندارو لپاره: $f^2 = x \cdot x'$

x' د تصوير او x د جسم فاصله د هنداري له محراق څخه ده.

$$p = x + f \qquad , \qquad p' = x' + f$$

❖ لوی ښودنه: $\gamma = \frac{p'}{p} = \frac{I}{O}$

I د تصوير اوږدوالی، O د جسم اوږدوالی

د نور انکسار

❖ د انحراف زاويه:(r منکسره زاويه) $\theta = i - r$

❖ د محيط د انکسار مطلقه ضريب: $n = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}}$

❖ د دوو محيطونو ترمنځ د انکسار نسبي ضريب(د سنيل قانون):

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = n$$

❖ د انکسار مطلق ضريب: $N = \frac{\text{په خلا کې د نور سرعت}}{\text{د نظر وړ محيط کې د نور سرعت}}$

❖ د يوه جسم ظاهري ژوروالی په مايع کې: $d' = \frac{d}{n}$

❖ د جسم د حقيقي او ظاهري موقعيت ترمنځ فاصله:

$$AA' = d\left(1 - \frac{1}{n}\right) = d - d'$$

❖ د جسم د حقيقي او ظاهري موقعيت ترمنځ فاصله له متوازي السطوح تېغې څخه:

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad \text{(e د تېغې ضخامت)}$$

❖ په متوازي السطوح تېغه کې د انحراف مقدار:

$$d = e\frac{\sin(i - r)}{\cos r}$$

❖ بحراني زاويه: $\sin \theta_c = \frac{n_r}{n_i} = \frac{1}{n}$

❖ د اوبو بحراني زاويه 48° او د ښيښې 42° ده.

❖ منشور ته ورودي زاويه: $\sin i_1 = n \cdot \sin r_1$

❖ له منشور نه خروجي زاويه: $\sin i_2 = n \cdot \sin r_2$

❖ د منشور د رأس زاويه: $A = r_1 + r_2$

❖ د منشور د انحراف زاويه: $D = i_1 + i_2 - A = A(n-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د منشور د انکسار ضریب اصغري انحراف په حالت کې:

$$n = \frac{\sin\frac{D_{min} + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$$

د اجسامو د نور د انکسار ضریب:	
مواد	د انکسار ضریب(n)
الماس	2.42
اوبه	1.33
کوارتز	1.54
الکول	1.36
ښیښه	1.5

عدسیې

❖ (↕) د محدبې عدسیې او (⌶) د مقعرو عدسیو سمبول دی.
د عدسیو لپاره ویلی شو چې ټول هغه قوانین چې په ګروي هندارو کې د محدبو هندارو لپاره وه د مقعرو عدسیو لپاره او کوم چې د مقعرو هندارو لپاره وه د محدبو عدسیو لپاره د تطبیق وړ دي.

❖ اوپتیکي قوه یا د عدسیو قدرت (f محراقي فاصله):

$$C = \frac{1}{f}$$

❖ د مرکبو عدسیو قدرت: $C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

❖ د محدب الطرفین عدسیې قدرت:

$$C = \frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$

❖ د مقعر الطرفین عدسیې قدرت:

$$C = \frac{1}{f} = (n-1)(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

نوري وسیلې او آلې

❖ د تطابق لمنه: $a = \frac{1}{d} - \frac{1}{D}$

D حد اکثر او d حد اقل د لیدلو فاصله.

❖ د ذره بین توان (قدرت): $P = \frac{1}{f}$

❖ د ذره بین لوی ښودنه: $M = \left|-\frac{p}{f} - 1\right|$

یا: $M = p \cdot d = \frac{1}{f} \cdot d$

❖ د مایکروسکوپ توان: $P = \gamma_{Ob} \cdot P_{Oc}$

❖ د مایکروسکوپ لوی ښودنه: $\gamma = \gamma_{Ob} \cdot \gamma_{Oc} = \frac{A"B"}{AB}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د دوربين لوی ښودنه: $\gamma = \frac{f_{Ob}}{f_{Oc}}$

❖ د ټولو نوري وسايلو لوی ښودنه: $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{I}{O}$

د نور واحدات		
کميتونه	نوم	واحد
نوري سيلان Φ	لومين	Lumen
د روښنايي مقدار E	لکس	Lux
د نور شدت I	کنډل	Candle
د نور د منبع شدت	ويول	Violle
د عدسيو قدرت C	ديوپتري	Dioptri

د برېښنا (برق) فزيک

❖ د کولمب قانون(د جذب او دفعي قوه): $F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$

❖ د کولمب ثابت يا د تناسب ضريب: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$MKS: K = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{coul^2} \quad , CGS: K = 1 \cdot \frac{dyne \cdot cm^2}{st - coul^2}$$

❖ د برقي ساحې شدت: $E = \frac{F}{q} = K \cdot \frac{q}{d^2}$

❖ پوتانشيل توپير يا ولتاژ: $V = \frac{W}{q} = \frac{F \cdot d}{q} = E \cdot d$

❖ د پوتنشيل توپير او برقي ساحې تر منځ اړيکه:

$$\Delta V = E \cdot \Delta S$$

ΔS د A او B تر منځ فاصله ده

❖ کار په برق کې: $W = F \cdot d = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d}$

❖ برېښنايي پوتنشيل انرژي: $E_p = q \cdot E \cdot d$

کاندنسر (خازن)

❖ د خازن ظرفيت: $C = \frac{q}{V}$

❖ د موازي لوحو لرونکي خازن ظرفيت: $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$

S د لوحو مساحت، d د لوحو ترمنځ فاصله او

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ په خلا کې د برقي نفوذ ضريب دی.

❖ په خازن کې ذخيره شوې انرژي: $E = \frac{1}{2} V \cdot q$

د خازنونو تړل په مسلسل ډول

❖ چارج: $q = q_1 = q_2 = \cdots = q_n$

❖ ولټيج(پوتنشيل تفاوت): $V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

❖ معادل ظرفيت: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$

د خازنونو تړل په موازي ډول

❖ چارج: $q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ ولتيج(پوتنشيل تفاوت): $V = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$
❖ معادل ظرفيت: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

د مستقيم جريان برقي دورې(سرکټونه)

❖ د برېښنا جريان:(t وخت) $I = \frac{q}{t}$
❖ د چارج مقدار: $q = I \cdot t$
❖ برقي کار: $W = V \cdot q = V \cdot t \cdot I = R \cdot I^2 \cdot t$
❖ برقي توان: $P = \frac{W}{t} = V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} = \varepsilon \cdot I$
❖ د برېښنايي سرکټ معادله:(r داخلي مقاومت) $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$
❖ برقي محرکه(الکتروموتيف) قوه: $\varepsilon = (R + r) \cdot I$
❖ د هادي مقاومت: $R = \rho \cdot \frac{L}{A}$
❖ مخصوصه مقاومت: $\rho = \frac{R \cdot A}{L}$
❖ برېښنايي هدايت: $g = \frac{1}{R} = \frac{A}{\rho \cdot L}$
❖ برېښنايي مقاومت: اوم قانون $R = \frac{V}{I} \rightarrow$
❖ په برقي مقاومت د حرارت تاثير: $R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$
❖ مخصوصه هدايت: $\sigma = \frac{1}{\rho}$
❖ که په سرکټ کې ډېر مقاومتونه وي: $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r}$

د مقاومتونو تړل په مسلسل ډول

❖ جريان: $I = I_1 = I_2 = \cdots = I_n$
❖ ولتيج(پوتنشيل تفاوت): $V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$
❖ معادل مقاومت: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$

د مقاومتونو تړل په موازي ډول

❖ جريان: $I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$
❖ ولتيج(پوتنشيل تفاوت): $V = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$
❖ معادل مقاومت: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$
❖ د ويستون په پُل کې مجهول مقاومت: $R_X = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3$
❖ د ترانسفرمر رابطه: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2}$

قوانين

❖ د کرشوف لومړی قانون: $\sum I = 0$
❖ د کرشوف دوهم قانون: $\sum V = \sum R \cdot I$
❖ د اوم لومړی قانون: $V = R \cdot I$

V د پوتنشيل توپير د مقاومت په دوو انجامونو کې

❖ د اوم دوهم قانون: $V = E - r \cdot I$

V د پوتنشيل توپير د برېښنايي مؤلد په دوو انجامونو کې

❖ د ژول قانون يا د برق د جريان حرارتي اثر: $H = 0.24RI^2 \cdot t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په مقناطیس او برق کې د جذب او دفعې قوه	F	N	dyne
د خازن ظرفیت	C	Farad	
د برق جریان	I	Amp	
د هادي مقاومت او برقي مقاومت	R	(ohm)Ω	
مخصوصه مقاومت	ρ	Ω·m	Ω·cm
د مؤلد محرکه قوه	ε	Volt	
برقي انرژي او کار	W	Joul	erg
داخلي مقاومت	r	(ohm)Ω	
د مقناطیسي ساحې شدت	H	Teslla	Gauss
مقناطیسي سیلان	Φ	Weber	Maxwell

په فزیک کې ځینې ثابت قیمتونه:

- ❖ د نور سرعت په خلا کې: $C = 2.9979 \cdot 10^8 \, {}^{m}/_{sec}$
- ❖ د نور سرعت په هوا کې: $C = 2.99709 \cdot 10^8 \, {}^{m}/_{sec}$
- ❖ د ځمکې جاذبوي تعجیل: $g = 9.81 \, {}^{m}/_{sec^2}$
- ❖ د جاذبې جهاني ثابت: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \, {}^{N \cdot m^2}/_{Kg^2}$
- ❖ په خلا کې د برقي نفوذ ضریب: $\varepsilon_0 \approx 9 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$
- لنور سرکه ← ❖ د الکترومقناطیسي څپو د خپرېدو سرعت: $3 \cdot 10^8 \, {}^{m}/_{sec}$
- ❖ د مقنایسي هدایت ثابت: $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \, H/m$
- ❖ د اوګدرو عدد: $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$
- ❖ د ګازاتو عمومي ثابت: $R = 8.314 \frac{Joul}{mol \cdot K}$
- ❖ د فارادې عدد: 96 500 ← $F = 9.65 \cdot 10^4 coul$
- ❖ د ژول د قانون ثابت په برق کې: $K = \frac{1}{4.18} = 0.24$
- ❖ د پلانک ثابت: $h = 6.625 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$
- ❖ د چارج واحد: $\bar{e} = 1.602 \cdot 10^{-19} coul$
- ❖ د بولتزمن ثابت: $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{Joul}{K}$
- ❖ د ستیفن بولتزمن ثابت: $\delta = 5.67 \cdot 10^{-8} \, {}^{Joul}/_{m^2 \cdot K \cdot sec}$
- ❖ د وین ثابت: $2.9 \cdot 10^{-3} m \cdot K$
- ❖ د بورون شعاع: $a = 5.292 \cdot 10^{-11} m$
- ❖ د بورون مګنیتون: $\mu_b = 9.274 \cdot 10^{-24} \, {}^{Joul}/_{T}$
- ❖ د ریډبرګ ثابت: $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځيني جسمونو کثافت

Kg/m^3	gr/cm^3	اجسام	گڼه
$19.3 \cdot 10^3$	19.3	سره زر Au	1
$10.5 \cdot 10^3$	10.5	سپين زر Ag	2
$13.6 \cdot 10^3$	13.6	سيماب Hg	3
$7.86 \cdot 10^3$	7.86	اوسپنه Fe	4
$1 \cdot 10^3$	1	خالصې اوبه په 4°C کې H_2O	5
$1.025 \cdot 10^3$	1.025	د سمندر اوبه په 15°C کې	6
$0.917 \cdot 10^3$	0.917	يخ	7
$0.806 \cdot 10^3$	0.806	الکول R-OH	8
1.29	$1.29 \cdot 10^{-3}$	هوا Air	9
0.598	$0.598 \cdot 10^{-3}$	د اوبو بخار 100°C	10
0.0899	$8.99 \cdot 10^{-5}$	د هايدروجن گاز H	11
1.251	$1.251 \cdot 10^{-3}$	نايتروجن N	12
1.429	$1.429 \cdot 10^{-3}$	اکسيجن O	13
$0.75 \cdot 10^3$	0.75	لرگی Wood	14
$0.80 \cdot 10^3$	0.8	پطرول	15
$2.5 \cdot 10^3$	2.5	ښيښه Glass	16
$2.7 \cdot 10^3$	2.7	المونيم Al	17
$21.5 \cdot 10^3$	21.5	پلاتين Pt	18
$3.5 \cdot 10^3$	3.5	الماس C	19
$8.9 \cdot 10^3$	8.9	مس Cu	20
$1.98 \cdot 10^3$	1.98	کاربن دای اکسايد CO_2	21
$5.5 \cdot 10^3$	5.5	د ځمکې اوسط کثافت	22
$1.4 \cdot 10^3$	1.4	د لمر اوسط کثافت	23
$2.8 \cdot 10^3$	2.8	د ځمکې قشر	24
$9.5 \cdot 10^3$	9.5	د ځمکې هسته	25
$1.6 \cdot 10^5$	160	د لمر هسته	26

د غږ سرعت په ځينو موادو کې

سرعت په m/sec	د اجسامو فزيکي حالت او نوم
331	هوا په 0°C کې
228	کاربن دای اکسايد CO_2 په 0°C کې
337	کاربن مونو اکسايد CO په 0°C کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

8

1435	اوبه H_2O
11065	بنزین C_6H_6
5106	المونیم Al
5120	اوسپنه Fe

د ځینې سماوي جسمونو فزیکي مشخصات

❖ د لمر کتله: $1.97 \cdot 10^{30} Kg$

❖ د لمر د کرې اوسط شعاع: $6.95 \cdot 10^{8} m$

❖ د لمر او ځمکې تر منځ اوسط فاصله: $1.5 \cdot 10^{11} m$

❖ د ځمکې کتله: $5.96 \cdot 10^{24} Kg$

❖ د ځمکې اوسط شعاع: $6.37 \cdot 10^{6} m$

❖ د ځمکې حجم که چېرې کُروي فرض شي: $11 \cdot 10^{20} m^3$

❖ د ځمکې د فرار سرعت: $11.2\ Km/sec$

❖ د ځمکې سرعت د لمر په چاپېره: $28.5976\ Km/sec$

❖ د ځمکې او سپوږمۍ تر منځ اوسط فاصله: $3.84 \cdot 10^{8} m$

❖ د سپوږمۍ کتله: $7.3 \cdot 10^{22} Kg$

❖ د سپوږمۍ اوسط شعاع: $1.74 \cdot 10^{6} m$

❖ د سپوږمۍ دوراني تعجیل د ځمکې په چاپېره:

$a = 0.272\ cm/sec^2$

❖ د سپوږمۍ په سطح تعجیل: $g = 1.635\ m/sec^2$

❖ د سپوږمۍ د دوران وخت د ځمکې په چاپېره:

27 ورځې، 7 ساعته، او 43 دقیقې

❖ یو نوري کال: $9.461 \cdot 10^{15} m$

مواد	د طولي انبساط ضریب (α)
سرپ	$29 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
المونیم	$24 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
برنج	$19 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
مس	$17 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
اوسپنه (فولاد)	$12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
کانکریټ	$12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
معمولي ښیښه	$11 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
پایرکس ښیښه	$3.3 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
کوارټز	$0.5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
الماس	$1.2 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مواد	د حجمي انبساط ضريب (γ)
ايتر	$1.51 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
کاربن تيتراکلورايد	$1.18 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
الکول	$1.01 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
بنزين	$0.95 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
د زيتون تيل	$0.68 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
اوبه	$0.21 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
سيماب	$0.18 \cdot 10^{-3} K^{-1}$

يوناني الفبا

تلفظ	کوچني حروف	لوی حروف	Pronunciation
الفا	α	A	Alpha
بيتا	β	B	Beta
گاما	γ	Γ	Gamma
دلتا	δ	Δ	Delta
اپسيلون	ε, ϵ	E	Epsilon
زيتا	ζ	Z	Zeta
ايتا	η	H	Eta
تيتا	θ, ϑ	Θ	Theta
يوتا	ι	I	Iota
کپه	κ	K	Kappa
لمدا	λ	Λ	Lambda
ميو	μ	M	Mu
نيو	ν	N	Nu
کسي	ξ	Ξ	Xi
اومايکرون	o	O	Omicron
پای	π, ϖ	Π	Pi
رو	ρ	P	Rho
سيگما	σ, ς	Σ	Sigma
تاو	τ	T	Tau
اِيپسيلون	υ	Υ	Upsilon
في	ϕ, φ	Φ	Phi

(c) ketabton.com: The Digital Library

Chi	Χ	χ	چي
Psi	Ψ	ψ	سي
Omega	Ω	ω	اومیګا

له لمر څخه د شمسي نظام د سیارو واټن		
1	عطارد	$5.79 \cdot 10^{10} m$
2	زهره	$1.082 \cdot 10^{11} m$
3	ځمکه	$1.496 \cdot 10^{11} m$
4	مریخ	$2.279 \cdot 10^{11} m$
5	مشتري	$7.783 \cdot 10^{11} m$
6	زحل	$1.427 \cdot 10^{12} m$
7	اورانوس	$2.87 \cdot 10^{12} m$
8	نپتون	$4.497 \cdot 10^{12} m$
9	پلوتو	$5.9 \cdot 10^{12} m$

د ځمکې د سیارې تشکیلوونکي عنصرونه		
عنصر	سمبول	دځمکې په کتله کې:
اکسیجن	O	46.6%
سلیکان	Si	27.7%
المونیم	Al	8.1%
اوسپنه	Fe	5.0%
کلسیم	Ca	3.6%
سودیم	Na	2.8%
پوتاشیم	K	2.6%
مګنیزیم	Mg	2.1%
تیتانیم	Ti	0.4%
هایدروجن	H	0.1%

(c) ketabton.com: The Digital Library

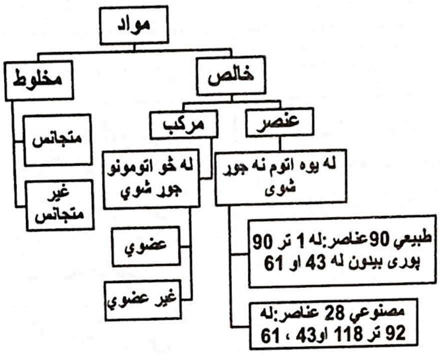
د رومي اعـدادو جدول	
رومي	عدد
I	1
II	2
III	3
IV	4
V	5
VI	6
VII	7
VIII	8
IX	9
X	10
XX	20
XXX	30
XL	40
L	50
LX	60
LXX	70
LXXX	80
XC	90
C	100
D	500
M	1000
	5000
	10000
$\bar{L}$	50000
$\bar{C}$	100000
$\bar{D}$	500000
$\bar{M}$	1000000

(c) ketabton.com: The Digital Library

کیمیا (Chemistery)

❖ د عناصرو دوراني جدول په طاقو پریودونو کې د عنصرونو تعداد: $\frac{(n+1)^2}{2}$

❖ د عناصرو دوراني جدول په جفتو پریودونو کې د عنصرونو تعداد: $\frac{(n+2)^2}{2}$



د فلزاتو او غیر فلزاتو تر منځ توپیرونه	
فلزات	غیر فلزات
الکترون له لاسه ورکوي	الکترون اخلي
تحمض کیږي	ارجاع کیږي
د اکسیډیشن نمبر (+) دی	د اکسیډیشن نمبر(-) دی
رنګ لري	اکثراً بې رنګه دي
اتومي شعاع یې لویه ده	ا[illegible]مي شعاع یې کوچنۍ ده
ایوني شعاع یې کوچنۍ ده	ای[illegible]
د جدول په چپ او ښکته خوا کې قرار لري	د جدول پ[illegible] او پورته خوا کې قرار لري
د برېښنا او تودوخې تیروونکي دي	د برېښنا او تودوخې تیرول یې ډیر ضعیفه یا عایق دي
خلا لرونکي دي	خلا نه لري
د لوړ کثافت لرونکي دي	د ټیټ کثافت لرونکي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخلوطونو بېلګې	
بېلګې	د مخلوطونو ډولونه
الیاژونه	جامد په جامد کې
مالګه په اوبو کې	جامد په مایع کې
کاربن په دود کې	جامد په ګاز کې
الکول په اوبو کې	مایع په مایع کې
کرستالي اوبه	مایع په جامد کې
د اوبو بړاس په هوا کې	مایع په ګاز کې
ګاز لرونکي څښاکونه	ګاز په مایع کې
په پلاتین کې هایدروجن	ګاز په جامد کې
هوا	ګاز په ګاز کې

د بېلابېلو مرکباتو مالیکولي فرمولونه

- ❖ اوبه: H_2O
- ❖ اوزون: O_3
- ❖ کاربن دای اکساید: CO_2
- ❖ کاربن مونو اکساید: CO
- ❖ سلفر دای اکساید: SO_2
- ❖ امونیا: NH_3
- ❖ د مالګې تېزاب(هایدروکلوریک اسید): HCl
- ❖ مرکیوریک کلوراید(سوبلېمه): $HgCl_2$
- ❖ سلفوریک اسید(د ګوګړو تېزاب): H_2SO_4
- ❖ فاسفوریک اسید: H_3PO_4
- ❖ نایتریک اسید(د شورې تیزاب): HNO_3
- ❖ کاربونیک اسید: H_2CO_3
- ❖ سلطاني تېزاب: $HNO_3 + 3HCl$
- ❖ سوډیم هایدرواکساید(د کاستک سوډا): $NaOH$
- ❖ چونه چې اوبه وربه رسېدلې نه وي: CaO
- ❖ د چونې ډبره: $CaCO_3$
- ❖ چونه چې اوبه ورته رسېدلې وي: $Ca(OH)_2$
- ❖ پوتاشیم سیانایډ: KCN
- ❖ د خوړو مالګه(سوډیم کلوراید): $NaCl$
- ❖ باروت(سوډیم نایتریت): $NaNO_3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ پوتاشیم کاربونیټ: K_2CO_3
- ❖ پوتاشیم سلیکیټ: K_2SiO_3
- ❖ د ګلوبر مالګه: Na_2SO_4
- ❖ امونیم سلفاید: $(NH_4)_2S$
- ❖ مقناطیس (مګنیتایت): Fe_3O_4
- ❖ کلسیم هایدروکسي کلوراید: $CaOHCl$
- ❖ ګچ: $CaSO_4 \cdot 2H_2O$
- ❖ نیل توتیا: $CuSO_4 \cdot 5H_2O$
- ❖ شنه توتیا: $FeSO_4 \cdot 7H_2O$
- ❖ د فوسیجن ګاز: $COCl_2$

بیلابیل ایونونه

- ❖ سلفیت: SO_4^{2-}
- ❖ سلفایت: SO_3^{2-}
- ❖ تیو سلفیت: $S_2O_3^{2-}$
- ❖ بای سلفیت: HSO_4^{1-}
- ❖ فاسفیت: PO_4^{3-}
- ❖ فاسفایت: PO_3^{3-}
- ❖ بای فاسفیت: HPO_4^{2-}
- ❖ نایتریت: NO_3^{1-}
- ❖ نایترایت: NO_2^{1-}
- ❖ امونیم: NH_4^{1+}
- ❖ کاربونیټ: CO_3^{2-}
- ❖ بای کاربونیټ: HCO_3^{1-}
- ❖ هایپو کلوریت: ClO^{1-}
- ❖ کلورایت: ClO_2^{1-}
- ❖ کلوریت: ClO_3^{1-}
- ❖ پر کلوریت: ClO_4^{1-}
- ❖ اسیتیت: CH_3COO^{1-}
- ❖ کرومیت: CrO_4^{2-}
- ❖ دای کرومیت: $Cr_2O_7^{2-}$
- ❖ سیاناید: CN^{1-}
- ❖ تیو سیاناید: SCN^{1-}
- ❖ هایدرو اکساید: OH^{1-}
- ❖ اوکزالیت: $C_2O_4^{2-}$
- ❖ پرمنګنیت: MnO_4^{1-}

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ ارسنیت: AsO_4^{3-}

❖ هایدرونیم: H_3O^{1+}

❖ پراکساید: O_2^{2-}

❖ برومیت: BrO_3^{1-}

د کیمیا ځینې فرمولونه

❖ کتلوي کثافت: $D_m = \frac{m}{V}$

❖ د ګاز مولي کثافت: $D_{mol} = \frac{m(mol)}{V_{STP}} = \frac{\text{مولي کتله}}{\text{د یو مول حجم}}$

❖ وزني کثافت: $D_w = \frac{W}{V}$

❖ مخصوصه وزن: $SG = \frac{\text{د مادي کثافت } D}{\text{د ستنډرډ مادي کثافت } D'}$

❖ د اتومونو کتله د $10^{-22} - 10^{-24}kg$

یا $10^{-25} - 10^{-27}kg$ کمیت تر منځ شتون لري.

❖ د اتومي کتلې واحد: $1amu = 1.661 \cdot 10^{-27}kg$

❖ اتومي وزن: $A = P^+ + N^0$

❖ اتومي نمبر(د پروتونونو شمېر): P^+

❖ اصلي مدار کې د الکترونونو اعظمي تعداد: $Z = 2n^2$

❖ اصلي مدار کې د اوربتالونو اعظمي تعداد: $O = n^2$

❖ د مخالف العلامه ایوني ذرو تر منځ د جذب قوه:

$F = K\frac{q_1q_2}{\varepsilon^0 r^2}$ (ε^0 د محلل د ډای الکتریک ثابت)

❖ د مولونو تعداد: $n = \frac{m}{M} = \frac{\text{کتله}}{\text{مالیکولي کتله}}$

❖ د بایل قانون: $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

❖ د چارلز قانون: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

❖ د ګیلوسک قانون: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$

❖ د ګازاتو د ترکیب قانون: $\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$

❖ د اوګدرو اصل: $\frac{n}{V} = k$

❖ د ایډیال(خیالي)ګازاتو معادله: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

❖ د ګازونو مالیکولي کتله: $M = \frac{mRT}{PV}$

❖ د ګازونو د مخلوط سیستم ټول فشار: $P_{Total} = \frac{n_{Total}RT}{V}$

❖ د ګراهام د مالیکولي خپرېدنې قانون د دوو ګازونو لپاره:

$$\frac{V_A(Diffusion)}{V_B(Diffusion)} = \frac{\sqrt{M_B}}{\sqrt{M_A}}$$

❖ د تیزابو معادل ګرام وزن: $EQ_{Acid} = \frac{M}{\text{د } H \text{ تعداد}}$

❖ د القلیو معادل ګرام وزن: $EQ_{Base} = \frac{M}{\text{د } OH \text{ تعداد}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مالگو معادل گرام وزن: $EQ_{Salt} = \frac{M}{\text{د فلز تعداد} \times \text{د فلز ولانس}}$

❖ په مرکب کې د يوه عنصر فيصدي: $\frac{\text{اتومي وزن} \times \text{تعداد} \times 100}{\text{د مرکب ماليکولي وزن}}$

❖ وزني فيصدي: $W\% = \frac{100 \times \text{د منحله مادې مقدار} \, gr}{\text{د محلول مقدار په گرام}}$

❖ حجمي فيصدي: $V\% = \frac{100 \times \text{د منحله مادې مقدار}}{\text{د محلول مقدار}}$

❖ مولي برخه: $N_1 = \frac{n_1}{n_1+n_2+\cdots+n_i}$

❖ کتلوي برخه: $W_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2+\cdots+m_i}$

❖ د کتلوي فيصدي برخه: $W_1\% = \frac{m_1 \cdot 100}{m_1+m_2+\cdots+m_i}$

❖ مولريتي: $M = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V}$

❖ د مولريتي غلظت: $C_M = \frac{m \cdot 1000ml \cdot Moler}{M \cdot V}$

❖ د نارمليتي غلظت: $C_N = \frac{m \cdot 1000ml \cdot Narmal}{EQ \cdot V}$

❖ د مولل غلظت: $C_m = \frac{m \cdot mol \cdot 1000gr \cdot molal}{M \cdot m'}$

M د حل کيدونکې مادې ماليکولي کتله، m' د محلل کتله

❖ مولر محلول= د منحله مادې مقدار+کافي اوبه=1Liter

❖ د تيتر غلظت: $C_T = \frac{\text{حل کيدونکې ماده په گرام}}{\text{حل کيدونکې ماده په ملي ليتر}}$

❖ تيتريشن(خنثی کول): $C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2$

❖ د الکتروليت محلولونو ازموتيک فشار: $P = iCRT$

i د وانت هوپ ضريب، R د گازاتو ثابت: $R = 8.31 \frac{Joul}{mol \cdot K}$

❖ د هايدروجن د ايون غلظت: $PH = -\log[H^+]$

❖ د (OH) د ايون غلظت: $POH = -\log[OH^-]$

❖ په تيزابي محلول کې(محلول تيزابي دی):

$POH > 7, [H^+] > 10^{-7}M, PH < 7, [OH^-] < 10^{-7}M$

❖ په القلي محلول کې:

$POH < 7, [OH^-] > 10^{-7}M, PH > 7, [H^+] < 10^{-7}M$

❖ په خنثی محلول کې(محيط خنثی دی):

$PH = POH = 7, [H^+] = [OH^-] = 10^{-7}M$

❖ په هر محلول کې: $PH + POH = 14$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کلچکوفسکي قاعده او په اصلي او فرعي مدارونو کې د الکترونونو دوېش قاعده

اصلي مدار	فرعي مدارونه پې			
K	$1s^2$			
L	$2s^2$	$2p^6$		
M	$3s^2$	$3p^6$	$3d^{10}$	
N	$4s^2$	$4p^6$	$4d^{10}$	$4f^{14}$
O	$5s^2$	$5p^6$	$5d^{10}$	$5f^{14}$
P	$6s^2$	$6p^6$	$6d^{10}$	
Q	$7s^2$	$7p^6$		

$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}$
$5d^{10}\ 6p^6\ 7s^2\ 5f^{14}\ 6d^{10}\ 7p^6$

فرعي مدار	د الکترونو شمېر	اوربتالونه
s	2	⇅ 1
p	6	⇅ ⇅ ⇅ ~~2~~ 3
d	10	⇅ ⇅ ⇅ ⇅ ⇅ 5
f	14	⇅ ⇅ ⇅ ⇅ ⇅ ⇅ ⇅ → 7

عضوي کیمیا

sp هایبریډیزیشن:

- ❖ د s برخه او p برخه مساوي یعنې (1/2) ده.
- ❖ دا هایبرید په استلین کې موجود دی.
- ❖ د اړیکو ولانسي زاویه (°180) ده.

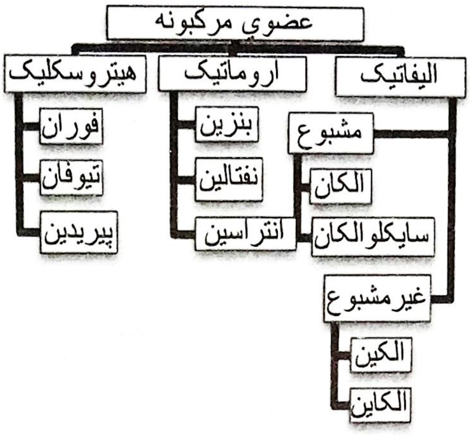
sp^2 هایبریډیزیشن:

- ❖ د s برخه (1/3) او p برخه (2/3) ده.
- ❖ دا هایبریډیزیشن په غیر مشبوع هایډروکاربنونو خصوصاً د اتلین په کورنۍ کې موجود دی.
- ❖ د اړیکو ولانسي زاویه یې (°120) ده.

sp^3 هایبریډیزیشن:

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د s برخه (1/4) او p برخه (3/4) ده.
- دا هایبریدیزیشن په مشبوع هایدروکاربنونو کې موجود دی.
- د اړیکو ولانسي زاویه یې (109.5°) ده.



د ځینو الکانونو کیمیاوي فرمولونه

- میتان: CH_4
- ایتان: C_2H_6
- پروپان: C_3H_8
- بیوتان: C_4H_{10}
- پنتان: C_5H_{12}
- هگزان: C_6H_{14}
- هپتان: C_7H_{16}
- اوکتان: C_8H_{18}
- نونان: C_9H_{20}
- دیکان: $C_{10}H_{22}$
- ان دیکان: $C_{11}H_{24}$
- دو دیکان: $C_{12}H_{26}$
- ترای دیکان: $C_{13}H_{28}$
- تیترا دیکان: $C_{14}H_{30}$
- پنتا دیکان: $C_{15}H_{32}$
- ایکوزان: $C_{20}H_{42}$
- پنتاکونتان: $C_{50}H_{102}$
- هکتان: $C_{100}H_{202}$

د عضوي مرکباتو عمومي فرمولونه

- الکانونه: C_nH_{2n+2}
- الکینونه: C_nH_{2n}
- الکاینونه: C_nH_{2n-2}

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ سایکلو الکانونه: C_nH_{2n}
- ❖ الکایل راډیکال: C_nH_{2n+1}
- ❖ بنزین: C_nH_{2n-6}
- ❖ نفتالین: C_nH_{2n-12}
- ❖ انتراسین: C_nH_{2n-18}
- ❖ ډاینونه: C_nH_{2n-2}
- ❖ الدوز: $C_nH_{2n}O_n$
- ❖ کاربوهایدریټونه: $C_n(H_2O)_m$
- ❖ الکول: $R-OH$
- ❖ هلاید (X=Br, Cl, F, I): $R-X$
- ❖ الديهايد: $R-CO-H$
- ❖ کیتون: $R-CO-R$
- ❖ عضوي تيزاب: $R-COOH$
- ❖ ایتر: $R-O-R$
- ❖ ایستر: $R-COO-R$
- ❖ تیو ایتر: $R-S-R$
- ❖ امین: $R-NH_2$
- ❖ امايد: $R-CO-NH_2$
- ❖ مرکپتان(تایول): $R-S-H$
- ❖ سلفو: $R-SO_3H$
- ❖ نایترو: $R-NO_2$
- ❖ سیانايد: $R-CN$

د بیلابیلو عضوي مرکباتو کیمیاوي فرمولونه

- ❖ کلورو میتان(میتایل کلوراید): CH_3Cl
- ❖ دای کلورو میتان: CH_2Cl_2
- ❖ کلوروفارم(ترای کلورو میتان): $CHCl_3$
- ❖ تترا کلورو میتان(کاربن تتراکلوراید): CCl_4
- ❖ دای کلورو دای فلورو میتان: CCl_2F_2
- ❖ ایتلین: C_2H_4
- ❖ استلین: C_2H_2
- ❖ میتانول: CH_3OH
- ❖ ایتانول: C_2H_5OH
- ❖ دای میتایل ایتر: CH_3-O-CH_3
- ❖ دای ایتایل ایتر: $C_2H_5-O-C_2H_5$
- ❖ دای میتایل کیتون: $CH_3-CO-CH_3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ فارمیک اسید: $HCOOH$
- ❖ اسیتیک اسید: CH_3-COOH
- ❖ کلورواسیتیک اسید: $CH_2Cl-COOH$
- ❖ بنزوییک اسید: C_6H_5-COOH
- ❖ اکزالیک اسید: $(COOH)_2$
- ❖ مالوتیک اسید: $HOOCCH_2COOH$
- ❖ پالمتیک اسید: $C_{15}H_{31}-COOH$
- ❖ اولئیک اسید: $C_{17}H_{33}-COOH$
- ❖ ستاریک اسید: $C_{17}H_{35}-COOH$
- ❖ دای میتایل ایستر: $CH_3-COO-CH_3$
- ❖ میتایل تایول CH_3-S-H
- ❖ فارم الدیهاید: CH_2O
- ❖ اسیت الدیهاید: CH_3-CHO
- ❖ بنز الدیهاید: C_6H_5-CHO
- ❖ بنزین: C_6H_6
- ❖ نفتالین: $C_{10}H_8$
- ❖ انتراسین: $C_{14}H_{10}$
- ❖ فینول: C_6H_5OH
- ❖ تولوین: $C_6H_5CH_3$
- ❖ انیلین: $C_6H_5NH_2$
- ❖ بنزالدیهاید: C_6H_5CHO
- ❖ نشایسته(خو قیمته قندونه): $(C_6H_{10}O_5)_n$
- ❖ گلوکوز او فرکتوز: $C_6H_{12}O_6$
- ❖ سکروز(بوره): $C_{12}H_{22}O_{11}$
- ❖ لکتیک اسید: $C_3H_6O_3$
- ❖ ایتلین گلایکول: CH_2OHCH_2OH
- ❖ پالمتیک اسید: $C_{15}H_{31}-COOH$
- ❖ ستیاریک اسید: $C_{17}H_{35}-COOH$
- ❖ فینول فتالین: $C_{20}H_{14}O_4$
- ❖ صابون: $C_{17}H_{35}COONa$
- ❖ اسکاربیک اسید: $C_6H_8O_6$
- ❖ تروپین: $C_{17}H_{35}NO_2$
- ❖ مورفین: $(C_{17}H_{19}NO_3)H_2O$
- ❖ نیکوتین: $C_{10}H_{14}N_2$
- ❖ کلسیم کارباید: CaC_2

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ سلفونیک اسید: $C_6H_5SO_3H$
- ❖ د ترپینونو بسیط فرمول: $C_{10}H_{16}$
- ❖ پایرایدین: C_5H_5N
- ❖ اسپرین: $C_9H_8O_4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جیولوجي (Geology).

د منرالونو ځانګړتیاوې کړې دي

1- باید جامد وي.

2- باید طبیعي وي.

3- باید غیر عضوي وي.

4- باید کیمیاوي خالصه ماده وي کیدی شي عنصر یا مرکب واوسي.

5- باید کرستال وي.

منرالونه په لاندې ډلو ویشل شوي دي په 8 ګروپونو ویشل شوي

1- خالص عناصر، لکه: سره زر، سلفر او الماس.

2- سلفایدونه، لکه: پایرایت (FeS_2) او ګالینیت (PbS).

3- اکسایدونه او هایدروکسایدونه، لکه: هیماتایت (Fe_2O_3).

4- کاربناتونه، لکه: کلسیت $(CaCO_3)$.

5- هالایدونه، لکه: هالیت $(NaCl)$.

6- سلفاتونه، لکه: ګچ $(CaSO_4 \cdot 2H_2O)$.

7- فاسفاتونه، لکه: اپاتیت .

8- سیلیکاتونه، لکه: فلدسپارونه $(KAlSi_3O_8)$.

کلکوالی (سختي)

د ماووس جدول پر بنسټ کلکوالی	
تالک	1
ګچ	2
کلسیت	3
فلوریت	4
اپاتیت	5
ارتوکلاز	6
کوارتز	7
توپاز	8
کوراندم	9
الماس	10
معیاري کلکوالی	
د ګوتې نوک	2.5
مسي سکه	3.5
د اوسپنې ټوټه	4.5
د ښیښې ټوټه	5.5
پولادي چاقو	6.5

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځينې منرالونو کيمياوي فرمولونه

❖ کوراندم:	Al_2O_3
❖ بوکسيت:	$Al_2O_3 \cdot H_2O$
❖ کيولايت:	$Al_3F_{14}O_5$
❖ مولايت:	$Al_6O_{13}Si_2$
❖ بريل:	$BeAl_2Si_6O_{18}$
❖ کلسيت:	$CaCO_3$
❖ فلورايت:	CaF_2
❖ دولوميت:	$CaMg(CO_3)_2$
❖ ګچ:	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$
❖ کادموسيلايت:	$CdSe$
❖ سيريانيت:	CeO_2
❖ سيزيم ميتا تيتانيت:	Cs_2TiO_3
❖ اسکولايت:	Cr_2O_3
❖ ملخيت:	$Cu_2CO_3(OH)_2$
❖ کوويلايت:	CuS
❖ چالکوسايت:	Cu_2S
❖ دای جينايت:	Cu_9S_5
❖ چالکوپايرايت:	$CuFeS_2$
❖ کيوبانيت:	$CuFeS_3$
❖ ارسينوپايرايت:	$FeAsS$
❖ سيديرايت:	$FeCO_3$
❖ ليمونايت:	$FeO_2H \cdot nH_2O$
❖ هيماتايت:	Fe_2O_3
❖ مګنيتايت:	Fe_3O_4
❖ پايرايت:	FeS_2
❖ فيالايت:	Fe_2SiO_4
❖ ارتوکلاز(فلدسپار):	$KAlSi_3O_8$
❖ کريولايت:	Na_3AlF_6
❖ البيت:	$NaAlSi_3O_8$
❖ هاليت:	$NaCl$
❖ ګالينيت:	PbS
❖ کوارتز:	SiO_2
❖ تالک:	ZnO
❖ سفاليرايت:	ZnS

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیولوژي (Biology)

د پروکاریوت او یوکاریوت حجرو توپیرونه			
ګڼه	ځانګړتیاوې	پروکاریوت	یوکاریوت
1	مایتوکاندریا	نه لري	لري
2	اندوپلازمیک ریتیکولم (ER)	نه لري	لري
3	کلوروپلاست	نه لري	لري
4	ګلجي اجسام	نه لري	لري
5	هستوي غشأ	نه لري	لري
6	ریبوزوم	لري خو کوچنی	غټ وي
7	میتوسیس	نه لري	لري
8	حجروي دیوال	نه لري	نباتي حجرې یې لري

د حیواني او نباتي حجرو توپیرونه			
ګڼه	ځانګړتیاوې	حیواني حجره	نباتي حجره
1	حجروي دیوال	نه لري	لري
2	پلاستید	نه لري	لري
3	سنتروزوم	لري	نه لري
4	واکیول	کوچني او زیات	یو او لوی
5	هسته	د حجرې په منځ کې	د حجرې په یوې خوا کې
6	د تېلوفېز په پای کې حجروي ویش	د ژوروالي په واسطه ویشل کیږي	د حجرې په منځ کې سلولوزي دیوال منځ ته راځي

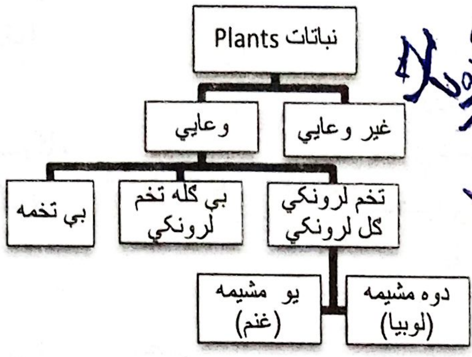
د حجرې بېلابېل پروتوپلازمیک او دندې یې		
ګڼه	د حجرې پروتوپلازمیک	فزیولوژیکي دندې یې
1	پلازمایي غشا	نیمه قابل نفوذ، د موادو جذب او کنټرول
2	هسته	د DNA ترکیب، د جنیتیکي او ارثي

(c) ketabton.com: The Digital Library

		خواصو لیږدونه، د حجرې د بیولوژیکي فعالیتونو کنترول
3	هسته ګی	د RNA ترکیب، د پروټین ترکیب
4	مایتوکاندریا	د حجرې تنفس، د انرژۍ تولید
5	رایبوزوم	د پروټین ترکیب
6	اندوپلازمیک ریټیکولم	د موادو لیږدونه، خوځښت، پروټین جوړول
7	لیزوزوم	هضمي انزایمونه لري، پروتیني مواد تجزیه کموي
8	سنتریول	د حیواني حجرو په ویشلو کې برخه اخلي
9	پلاستیدونه	په نباتي حجرو کې موجود دي، خوراکي توکي جوړوي، مختلف رنګونه تولیدوي او مواد زیرمه کوي
10	ګلجي اجسام	د حجرې ترشحي فعالیت، د قندونو ترکیب

د ژوندیو موجوداتو د طبقه بندی اووه پوړونه		
1	عالم	Kingdom
2	فایلم	Phylum
3	ټولګی	Class
4	ارډر	Order
5	کورنۍ	Family
6	جینس	Genuse
7	نوعه	Species

(c) ketabton.com: The Digital Library



کرویات 45%
پلازما 55%

د وینې کرویات(د ټولې وینې 45% دي)		
ډول	په یو ملي لیتر کې شمیر	دندې
سره کرویات	5 تر 6 میلیونو	د اکسیجن او غذایي موادو لیږدول
سپین کرویات	7 تر 10 زرو	د میکروبونو پر وړاندې د بدن دفاع
دمویه صفحات	150 تر 500 زرو	د وینې پړن کیدل

هغه ناروغۍ چې د بکتریا او ویروسونو په واسطه منځته راځي			
نوم	د بدن هغه برخې چې زیان وینې	د ناروغۍ عامل	د ناروغۍ نښې
ایډز	د وینې سپین کرویات	ویروس	ټوخی، د اشتها کموالی، ډنګریدل، تبه، د سینې درد او بلغمو کې وینه
توبرکلوز	سږي	بکتریا	د پوستکي ژیړوالی، تبه ، کانګې، سرخوږی او د ځیګر په برخه کې درد
هیپاټایټس	ځیګر	ویروس	د لاړو د غدو

(c) ketabton.com: The Digital Library

(ویروسي ژیړی)			پړسیدل او تبه
بوغوټ (کله چرک)	د لاړو غدې	ویروس	سرخوږی، ملا او غاړې د عضلاتو سختوالی، د غړو فلج
گوزڼ (د ماشومانو فلج)	عصبي حجرې، مغز او نخاع	ویروس	سرخوږی، ملا او غاړې د عضلاتو سختوالی، د غړو فلج
سینه بغل	سږي	بکتریا، ویروس او آن ځیني محرک گازونه	تبه، د ملا په برخه کې درد، ټوخي او بلغم
تیتانوس	تپ	بکتریا	فلج، خو په زیات حالت کې د مړینې لامل کیږي

A-E-D-K

ویتامینونه A-E-d-K				
په شحمو (غوړو) کې منحل ویتامینونه				
ویتامین	سرچینه(منبع)	په بدن کې یې دندې	په بدن کې یې د کموالي زیان	په بدن کې یې د زیاتوالي اغېزې
A	لبنیات، ځیگر، هگې، گازرې او سره بانجان	د سترگو په لید او د پوستکي په سلامتیا کې مرسته کوي	شبکورې، د پوستکي وچېدل او د بدن مقاومت کمیدل	پښتورگو، هډوکو او ځیگر ته زیان رسېدل، سرخوږی، کانگې او د لید خرابوالی
D	لبنیات، د هگې ژیړ او د کب غوړي	له بدن سره د کلسیم او فاسفورس په جذب او مصرف او د بدن په وده کې مرسته کوي	د هډوکو کږېدل په تېره بیا په ماشومانو کې او په لویانو کې د هډوکي نرمي (پوکي)	بې خوبي، د زړه سستوالی، په معده، کولمو، او اعصابو کې ناراحتي
E	نباتي غوړي، وچې مېوې	د حجرو د غشأ ساتنه او ځېنې نورې	د وینې د سرطان شونتیا(امکان)	پوره معلوم نه دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	لکه:بادام، پسته، غوزان...	دندي.		
K	سابه، چای او غوښې	د وینې د پرن کېدو په وخت کې د پروتین په جوړونه کې عمده رول لري	د تیپي کېدو په وخت کې د زیاتې وینې بهېدل	ځیگر به زیان رسېدل او د وینې کموالی
په اوبو کې منحل ویتامینونه				
B_1 (Thiamin)	موم پلي، دانې او سابه	د کاربوهایدریت په میتابولیزم کې برخه اخلي او د زړه او اعصابو د دندو په سرته رسولو کې مرسته کوي	د بري بري ناروغۍ لامل کیږي په دې حالت کې ناروغ په عصبي ناراحتیو اخته کیږي او د زړه د سکتې خطر پېدا کیږي	معلوم نه دی
B_2 (Ribo Flavin)	لبنیات، غوښه، هگۍ سابه	د پوستکي صحت او د انساجو په ترمیم کې مرسته او د میتابولیزم په تعاملاتو کې برخه اخلي	د پوستکي د ناروغیو سبب کیږي	معلوم نه دی
B_3 (Niacin)	غوزان، غوښه، کچالو، سره بانجان او نور...	پوستکي سالم ساتي او د کاربوهایدریتونو په میتابولیزم کې اساسي رول لري	د پیلاگرا د Pellagra ناروغۍ لامل کیږي	د بدن، پښو او لاسونو پرسېدل او ځیگر ته زیان رسوي
B_6 (Pyridoxin)	غوښه، کېله او سابه	د امینو اسیدونو په میتابولیزمي تعاملاتو کې مرسته کوي	عضلاتي او عصبي ناراحتي	د پښو بې حسي، د لاسونو نه همغږي او د مغزي اعمالو غیر طبیعي کېدل
B_{12} (Synaccobalamin)	غوښه، لبنیات، شېدې	د وینې د سرو حجرو په جوړولو کې مرسته	د وینې کموالی او عصبي ناراحتي	معلوم نه دی
C (Ascorbic Acid)	د ستروس د کورنۍ مېوې، گلپې، سره بانجان او کچالو	د اوریو ساتنه او د بدن د مقاومت د زیاتوالي لامل کیږي	سکروي ناروغۍ	د معدې او کولمو ناروغي، د بدن د معافیت سیستم کمزوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جین تخنیک په مرسته جوړ شوي درمل د امریکا په متحده ایالاتو کې			
ګڼه	مواد	د تولید کال	کارول یې
1	انسولین	1982 م	شکرې ناروغی
2	د وینې د خټه کیدو فکتور	1983 م	هیموفیلې ناروغی
3	ایکومبیواکس HB	1986 م	د هیپاټایټس B واکسین
4	سوماتو تروپین	1987 م	د ودې د هورمون کمښت
5	اکتیوازي انزایم	1987 م	د زړه ودریدل
6	ارتروپونین	1988 م	د وینې کموالی

ضیایي ترکیب (Photosynthesis):

$$CO_2 + 6H_2O + \text{د لمر رڼا} \xrightarrow{\text{کلوروفیل}} C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

د نخامیه غدې هورمونونه			
ګڼه	هورمون	د هدف انساج	اغیزې یې
1	ACTH (Acreno Cortico Tropic H.	ادرینال غدې	د کورټیزول د هورمون ترشح یا نور سترويد هورمونونه د ادرینال د کارټکس څخه
2	FSH (Follicle Stimulating H.	تخمدانونه او خصیې	د نارینه او ښځینه ګمیټونو انکشاف او د جنسي غدو فعالیت تنظیموي
3	LH (luteinizing H.)	تخمدانونه او خصیې	د تخمې اچولو په وخت کې د تخمې ازادیدل له تخمدانونو او خصیو څخه د جنسي هورمونونو ترشح تحریکوي
4	Prolactin	د شېدو غدې	د شیدو غدو ته انکشاف ورکوي او په تیونو کې د شیدو تولید تحریکوي
5	GH (Growth H.)	د ټولو انساج د تایروييد هورمونونو ازادیدل	د کرپندوکو، هډوکو او عضلاتو وده تحریکوي
6	TSH (Thyroid Stimulating H.)	تایروييد غده	د تایروييد غدې پواسطه، د تایروييد د هورمونونو ازادیدل تحریکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

7	ADH (Anti-Diuretic H.)	پښتورګي او د وینې رګونه	له پښتورګو څخه د اوبو بیا ځلي جذب او د وینې د رګونو انقباض تحریکوي
8	Oxytocin	د شیدو غدې او رحم	د رحم انقباض او د شیدو ترشح کوي

د مونوهایبرید تزویج لپاره د پونیټ مربعګانې

که چېرې (2) نباتات د قد لپاره دوه مختلف الیلونه ولري (هیتروزایګوس وي) د پونیټ د مربعګانو له مخې به د جینوټایپ تناسب (1:2:1) دی خو د فینوټایپ له نظره به ¾ لوړقد او ¼ ټیټ قد دي.

ښځینه جینونه → / نارینه ↓	F	f
F	FF	Ff
f	Ff	ff

پای

د کیمیاوي عناصرو دوراني جدول

اتومي نمبر	سمبول	اتومي وزن	نوم
1	H	1.0083	هایدروجن

C جامد — Hg مایع — H ګاز — Rf نامعلوم

فلزات — غیر فلزات

القلي فلزات | ځمکني القلي فلزات | لنتنايد سلسله / اکتنايد سلسله | انتقالي فلزات | ضعیف فلزات | نجیبه ګازات

ګروپ → / دوره ↓	IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB	VIIIB	VIIIB	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA
1	1 H																	2 He 4.003
2	3 Li 6.941	4 Be 9.012											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne 20.18
3	11 Na 22.989	12 Mg 24.305											13 Al 26.892	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar 38.948
4	19 K 39.098	20 Ca 40.078	21 Sc 44.956	22 Ti 47.88	23 V 50.94	24 Cr 51.996	25 Mn 54.938	26 Fe 55.847	27 Co 58.933	28 Ni 58.69	29 Cu 63.546	30 Zn 65.39	31 Ga 69.72	32 Ge 72.61	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr 83.80
5	37 Rb 85.467	38 Sr 87.62	39 Y 1.0083	40 Zr 91.22	41 Nb 92.91	42 Mo 95.94	43 Tc (98)	44 Ru 101.91	45 Rh 102.91	46 Pd 106.42	47 Ag 107.87	48 Cd 112.41	49 In 114.82	50 Sn 118.71	51 Sb 121.75	52 Te	53 I	54 Xe 131.30
6	55 Cs 132.91	56 Ba 137.33	57 La 138.91	72 Hf 178.49	73 Ta 180.95	74 W 183.85	75 Re 186.21	76 Os 190.2	77 Ir 192.22	78 Pt 195.09	79 Au 196.97	80 Hg 200.59	81 Tl 204.38	82 Pb 207.2	83 Bi 208.98	84 Po (209)	85 At	86 Rn (222)
7	87 Fr 223.02	88 Ra 226.03	89 Ac (227)	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg 263.12	107 Bh 264.1	108 Hs (265.1)	109 Mt (266.1)	110 Ds (269)	111 Rg (272)	112 Cn (285)	113 Uut (284)	114 Fl (289)	115 Uup (288)	116 Lv (292)	117 Uus 291	118 Uuo 294

58 Ce 140.12	59 Pr 140.91	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.4	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.93	66 Dy 162.50	67 Ho 164.93	68 Er 167.26	69 Tm 168.93	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97
90 Th 232.04	91 Pa 231.04	92 U 238.03	93 Np 237.05	94 Pu (240)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (248)	98 Cf (251)	99 Es 25.08	100 Fm 257.1	101 Md (257)	102 No 259.1	103 Lr 262.11

ترتیب او دیزاین:
محمد اجمل
بهرام زوی

علمي خپرندویه ټولنه
پکتیا د ګردیز ښار غزني لین د حاجي عبدالحمید ګردیزي تجارتي مارکېټ
اړیکښمېرې: 0772936341 - 0772288190 - 0797174047
برېښنا لیک: ilmiketabtoon@gmail.com
خپرندویه ټولنه - ګردیز

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library