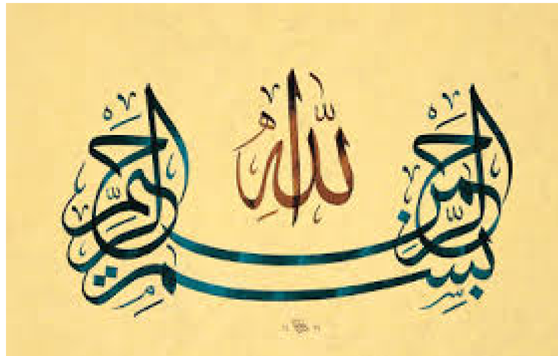
عملی احصائیه

احصائیوي مفاهیم او محاسبې د کمی څېړنو له مثالونو سره

مؤلف: دوکتور امیر محمد منصوري

۱۳۹۳ هـ ش



د عالم او علم ښښونکي ذات په نامه

اهدا

د ګران هیواد په تعلیم مینومعلمانو ته یې اهدا کووم.

ګرانې کورنۍ او خوږو اولادونو ته، چې د دوی د نازولو وخت مې هم د دې کتاب لیکلو ته ور کاوو، یې ډالۍ کووم.

فهرست

عملی احصائیه-احصائیوي مفاهیم او محاسبې د کمې څېړنو له مثالونو سره

ددې کتاب د محتوی په هکله مخکینۍ خبرې

د لوی او ښېونکی خدای (ج) په لوی نامه!

اوسنۍ نړۍ د معلوماتو نړۍ بلل کیږي او معلومات را ټولول، تحلیلول او ارائیه کول په ننۍ نړۍ کې د ژوند یوه ورځنۍ مسئله ګرزیدلې ده. احصایوي پوهه د معلوماتو د ارائیه کولو او لوستلو په اړه وي، نو ځکه د احصایې او احصایوي محاسبو په اړه پوهه په ننی نړۍ کې د ګټور ژوند تیرولو یوه لزومه ده. که څه هم د معلوماتي تکنالوژي پرمختګ او اسانتیاوی د محاسبو ډیر پیچلی او ستونځمن کارونه اسانه کړی خو بیا هم کمپیوټرونه نشی کولای د انسان په ځای عمل وکړی، بلکه برعکس د بشر قومانده عملی کولای شی. له دغه ځایه څخه د دې اړتیا شته، بلکه لا نوره هم زیاته شوی، چې موږ د احصایوي مفاهیمو او محاسبو په هکله لازمه پوهه ولرو تر څو د کمپوټری اسانتیاوو څخه ښه ګټه واخستلای شو. د احصایې په هکله اړینه پوهه زموږ په دندو او مسولیتونو پورې اړه لری، اما بنیادی پوهه یې د هر چا لپاره ګټوره او حتی لازمی وي.

زموږ په تعلیمي نظامونو کې د احصائیې په اړه پوهه یوازې د عالي تحصیلاتو په مراکزو کې د ریاضي د مضمون د یوې برخې په توګه، هغه هم په ډیر نظري ډول، تدریس کیده. پدې اواخرو کې د هیواد په تعلیمي نصاب کې احصائیوي مفاهیم او مسایل ور زیات شوي دي. له بلی خوا پدې اواخرو کې په هیواد کې د معاصرو علومو ډیر متنوع مراکز را منځته شوي چې د علومو غیر مروجې ساحې، په کومو کې چې احصایوي پوهه یوه اساسي برخه وي، وړاندې کوی. په دغه ډول مراکزو کې د احصائیوی پوهې په اړه اکثراً له خارجی منابعو څخه، په خاصه په انګلیسی ژبه کې، کار اخسنل کیږي. دغه واقیعیت ته په کتو سره دا ستونځه هم شته چې احصایوي مفاهیم زموږ په عادی او حتی تعلیمي ژبو کې نا اشنا ښکاری او ډیر ورسره بلد نه یو. خاصه ستونځه دا هم وي چې احصایوي پوهه لکه څومره چې په ریاضیکي استدلال پورې اړه لری همدومره ، او بلکه لا ډیره، په منطق او ژبني استدلال پورې تړلې وي. له دغه اړخه بیا هغه کسان چې د منطق په هکله یو څه پوهه لري په خاصه توګه اسلامی تعلیمات لری، کیدای شي د احصایې په ژبه ښه تره پوه شي. دغه یوه ښیګڼه ده چې زموږ هغه وطنوال چې غیر ساینسي تعلیمات لري هم د احصایوي محاسبو او مفاهیمو په هکله په خپلو ژبو کې له لیکلو منابعو څخه په اسانی ګټه اخستلای شي. تر ټولو مهمه دا ده چې زموږ په ژبو کې د احصایې په هکله معتبر منابع هم ډیر کم او حتی په نشت حساب دي. دغه واقیعتونه او اړتیاوې د دې کتاب د تهیه کولو او لیکلو یو اساسي مشوق وو. زما خپله د تدریس اوږده تجربه د مختلفو

تعلیمي نهادونو په مختلفو سطحو کې (له مکتب څخه د ماستري تر پروګرامونو پورې) دا ده چې زموږ ځوانان د احصائیې او احصائیوي مفاهیمو او محاسبو په هکله لازمې پوهې ته اشده اړتیا لری ترڅو وکولای شي چې په بریالیتوب سره عالي تحصیلات وکړای شي او هم د معلوماتو په دې نړۍ کې اغیزمن ژوند وکړي او د ټولنې ګټور غړی شي. په هیواد کې د دغې اړتیا شتون زه دې ته وهڅولم چې دا کتاب ولیکم تر څو له یوې خوا موجوده اساسي اړتیا تر یوه حده پوره کړي او له بلې خوا نور وطنوال پدې هکله نورو لیکنو ته چمتو او تشویق کړي.

د احصائیې د مفاهیمو او محاسبو په هکله منابع ډیر زیات پیدا کیږي- په دواړو کتابي شکل او هم د بریښنایي کتابتونونو او دایرة المعارفونو (ویکیپیډیاوو) په شکل، خو اکثراً په نورو ژبو او په خاصه توګه په انګلیسي ژبه وي. د دې لیکنې یو بل هدف هم دا دی چې د احصایې په اړه د دې کتاب محتوی به لوستونکي دې ته ښه تیار کړي چې له دغه ډول منابعو څخه ښه ګټه پورته کړای شي او پدې علم کې یې تبحر او تعمق زیات شي. د احصایې پوهه پخپله هم یوه ډیره په زړه پورې پوهه ده او چې څوک یې په مبادیو او اساساتو باندې پوه شي، نو پخپله هم تشویقیږی چې خپله پوهه ژوره کړي. پدې کتاب کې کوشش شوی چې د احصایوي مفاهیمو د اصطلاحاتو تر څنګ د هغوی انګلیسي معادل اصطلاحات هم ولیکل شی. د دې کار هدف هم دا دی چې تر څو له لوستونکو سره مرسته وشی چې په مفاهیمو د ښه پوهیدلو لپاره نورو منابعو ته هم مراجعه وکړي او له هغوی څخه ښه ګټه واخستلای شي.

لکه چې مخکې مو اشاره وکړه، زموږ په ژبو کې د احصائیوي مفاهیمو معادل اصطلاحات غیر معمول دي. که څه هم زموږ پخوانیو پوهانو او عالمانو ډیر زیار ایستلی او د ډیرو احصایوي مفاهیمو لپاره مناسب اصطلاحات یې ترتیب کړي وو، خو له یوې خوا د دې علم اخیرني پرمختګونه اووسعت او له له بلې خوا زموږ په هیواد کې د اخیرو لسیزو د غمیزو له وجې د دغې لړۍ په ټپ دریدلی وضعیت زموږ په ژبو کې د احصائیوي معادلو اصطلاحاتو ستونځه زیاته کړی ده. برسیره پر دی زموږ په ژبو کې د غیر مسلکی، او ډیر ځله د غیر مسؤلانه تشبث له وجی د علمی او مسلکی اصطلاحاتو ستونځه نوره هم زیاته شوی ده. د دې لپاره چې اوسنی کتاب له لوستونکو او د علم له مینه والو او حاجتمندو سره ښه مرسته وکړای شي، په کتاب کې د کلاسیکو ژبو اصطلاحات کاریدلي دي. له دغه ځایه څخه د ژبې د سوچه کولو پر ځای تأکید او ترکیز پدې شوی چې احصائیوي اصطلاحات جامع مفهوم او دلالت ولري. د دې کار هدف دا هم دی چې موږ د علمی اصطلاحاتو لپاره د اړتیا په هکله پوه شو او د ژبې د سوچه والي پر ځای د خپلو ژبو د غنا لپاره هم ملاوې وتړو.

د دې کتاب په تهیه کولو کې ټول کوشش شوی چې د ریاضیکي پوهې له ډیرو اساسي روابطو څخه کار واخستل شي او حتی یوازې د حسابي پوهې لرل به هم کافي و بلل شي تر څو یو څوک د دې کتاب په محتوی پوه شي. د حسابي پوهې تر څنګ د منطق اساسات چې په ژبني

مهارتونو پوري هم اړه لري، لرل هم یوه لزومه ده. همدغه علت دی چې کله کله د دې کتاب ژبه پیچلې کوي اما په دقت لوستل به دغه ستونځه انشا الله چې هواره کړای شی. کو شش شوی چې افغانی او اشنا مثالونه او د هیواد له تعلیمي او کلتوری قرینی سره سم مثالونه ور کړل شی، چې له یوې خوا لوستونکي ته د پوهیدلو لپاره اسانه وي او هم به د وطني مسایلو په هکله ضمني معلومات ارایه کړای شی.

پدې کتاب کې د احصائیي اساسي مفاهیم او محاسبې راغلي دي. په لومړي سر کي کوشش شوی چې مربوطه اصطلاحات تعریف او بیان شی او بیا وروسته احصایوی محاسبات بیان شوي دي. کوشش شوی چې یو مفهوم په مختلفو عباراتو وړاندې شی تر څو لوستونکی ښه ور باندې پوه شي. تر دوهم فصل وروسته بیا په مخکینیو دوو فصلونو کې ذکر شوي مفاهیم او محاسبات په لږ څه پیچلي شکل بیا بیا راغلي دي او په هر ځل لیدو سره یې، که څه هم تکراري ښکاري، د اغلاق او تعمق درجې یې زیاتې شوې وي. پدې ترتیب سره هیله کیږي چې لوستونکي به تر پایه د اساسي مفاهیمو په هکله د زده کړې تر حده رهنمایي کړای شي. د ښې ګټې اخستنې لپاره یې د لوستلو داسې توصیه کیږي چې ګټوره به وي چې لومړی او دو هم فصلونه یې څو څو ځلي ولوستل شی تر څو له اساسي مفاهیمو سره ښه بلد شي او تر هغه وروسته یې پاته برخې ولوستل شی. که چیرې د کومو مفاهیمو په هکله ستونځه ولری نو ښه به وي چې له بل چا سره یې شریکه کړي، کیدای شي مرستندوی وي.

هیله کیږي چې دغه کتاب لوستل به د هر چا لپاره ګټور وي او هر ډول لوستونکي ته توصیه کیږي، که د مکتب شاګرد، د پوهنتون محصل، ژورنالست او یا سیاسیون وي، خو په خاصه د مکاتبو معلمان، د عالي تحصلاتو استادان، محصلینو اومحققینو ته به ډیر ګټور وي او هیله کیږي د دوی په کارونو کې به مرسته ور سره وکړای شی. برسیره پر دی دغه کتاب کیدای شي په هیواد کې د دارالمعلمینو او پوهنتونونو د احصایې په مضامینو کې د درسي کتاب او یا ممد درسي کتاب په شکل و کارول شی.

له لوستونکو څخه هیله لرم چې په نقادو سترګو یې ولولي تر څو د بیا اصلاح او ښه کیدو لپاره یې مشورې ور کړای شي . پدې هیله چې د هیواد والو لپاره به مو یو څه کړی وي او د هیواد ځوان نسل ته به یو څه ګټه ورسولای شي دغه لیکنه ختموم او د دوعاوو غوښتنه در څخه کووم.

په پای کې د ګران همکار ایران ګل څخه د زړه له کومې مننه کوم چې نه یوازې یې په کمپوتر کې د لیکلو ستونځمن کار وکړ، بلکې د زده کړې په احساس یې هم لوست.

لومړی فصل

احصائیه- تعریفات او مفاهیم یې

لومړی فصل احصائیه- تعریفات او مفاهیم یې

مقدمه

پدې فصل کې د احصائیې د مبادیو او اساسي مفاهیمو په هکله یو څه معلومات وړاندې کیږي. ددی بحث هدف دا دی چې پد ی ترتیب به له یوې خوا لوستونکي د احصائیوي مفاهیمو او اصطلاحاتو سره بلد شی او له بلې خوا به په راتلونکو فصلونو کې د احصائیوي محاسباتو په هکله لومړنی مفکورې ولري. هیله کیږي چې پدې ترتیب سره به له لوستونکو سره له دی کتاب څخه د اغیزمنې ګټې اخیستنې په هکله مرسته شوې وي.

احصائیه (Statistics): تعریف، موضوع، غرض او ګټې یې

د احصایې کلمه تر ډیره وخته د د ولت یا سیاسي ساحو په اړه عددي معلوماتو ته راجع کیده، مثلاً د نفوسو احوال اونور او کله کله خو به په دولتي تشکیلاتو کې داسی اداری وي چې له دغه ډول مسایلو سره به یې سروکار وو، مثلاً زموږ په هیواد کې د نفوسو د سجل ریاست او د مرکزي احصایې ریاست او نور.

احصائیه د معلوماتو او ارقامو دراټولولو، تنظیمولو، تحلیلولو، تعبیرولو او ارائیه کولو مطالعې او پوهې ته ویل کیږي. پر دغو اړخونو برسیره احصائیه د معلوماتو د راټولو له ټولو اړخونو، د پلانولو او د راټولولو د طریقو د طرحې په شمول، احتوا کوي. ځینې پوهان احصائیه د **ساینس** یوه ریاضیکي مجموعه بولي چې د معلوماتو (دارقامو) را ټولولو، تحلیلولو، تعبیرولو یا توضیح کولو،او معرفي کولو (ارایه کولو) ته راجع کیږي. ځینې نور یې بیا د **ریاضي یوه څانګړې څانګه** بولي چې د معلوماتو د راټولولو او تعبیرولو سره سروکار لري. خو احصائیه د هغې د تجرباتي ماهیت او په عملي ساحه باندې تمرکز له وجهی معمولآ یو **متمایز ریاضیکي ساینس** بلل کیږي نه د ریاضي یوه څانګه. د احصایې ډیره برخه ریاضي نه وي، مثلاً : د دې اطمنان حاصلول چې معلومات او ارقام پداسې طریقو را ټول شوي چې د اعتبار وړ استنتاج ځینې کیدای شي، معلوماتو ته کود ورکول او د معلوماتو حفظول تر څو معلومات وسائل شي او د بیا استفادې او مقارینې (مقایسی) لپاره وکارول شي، د معلوماتو خلاصه کول او د فهم وړ ګرزول (د لازمو جدولونو او ګرافونو په شکل)، راپور لیکل او نور. له بلی خوا ریاضیکي احصائیه (Mathematical statistics) د احتمالاتو د تیوري او د ریاضي له نورو څانګو څخه په استفادې سره د ریاضي له اړخه د احصایې مطالعې ته وایي. ځینې مؤلفین لیکي چې د ریاضیکي احصایې اصطلاح د احصایې له تیوري سره نژدې رابطه لري مګر په تیوري برسیره دساینسي موډل او غیر احصایوي احتمالاتو تیوري هم پکې شاملې وي.

د احصايي اړوند لومړنۍ ليکنه په نهمه ميلادی پيړی کې د **الکندي** (al-Kindī) د «**الرساله فی استخراج المعما** » تر عنوان لاندې ليکنه بلل کيږي. الکندی چې بشپړ نوم يې (أبو يوسف يعقوب بن إسحاق الصبّاح **الکندي**) وو، د اسلامی تمدن د عروج د دوری يو پياوړی عالم او په (801–873 م) کلونو کی يی ژوند کاوو چی د عباسی دوری د بغداد په دارالحکمه کی يی علمی خدمتونه کړی دی. الکندی پخپل کتاب کې په تشريح سره ليکلي چې رموزي پيغامونه څنګه لوستل کيږي او دا چې په رموزي متنونو کې د حروفو د وقوعاتو د مقسمی له تحليل (Frequency distribution)څخه څنګه کار اخستل کيږي.دغه ليکنه د رموزو (شفرونو) د تحليل دعلم (Cryptanalysis) او د احصايي (Statistics) دواړو پيل او زيږون بلل کيږي[1] چې په ورپسې پيړيو کې يې وده کړې وه.

د احصايي لومړنۍ مفکورې د حکومتونو په هغو اړتياوو را څرخيدې چې د خپلو پاليسيو لپاره يې د نفوسو د احوال (ديموګرافيک) او اقتصادی ارقامو او معلوماتو په اړه وي. په ۱۹ سمه پيړۍ کې بيا د احصايي د علم ساحه پراخه شوه او په عمومي توګه د ارقامو او معلوماتو را ټولول او تحليلول پکې شامل شول. په نني عصر کې له احصايي څخه په پراخه پيمانه په د ولتي چارو، تجارتي چارو ، طبعي او بشري علومو کې کار اخيستل کيږي. د احصايې رياضيکي اساسات بيا په اولسمه پيړۍ کې د احتمالاتو د تيوري له پرمختګ سره چې فرانسوی فيلسوف او رياضي پوه پاسکال (۱۶۲۳ - ۱۶۶۲ ميلادی کلونه) يي باني وو، بيان شوي وو. د احتمالاتو تيوري بيا د لوبو د چانس (مثلاً قمار) له مطالعې څخه را پورته شوې وه. معاصرو کمپيوترونو بيا د لويې پيمانې د ارقامو او محاسبو د اجرا لپاره لاره هواره کړه او نورې داسې نوې طريقې يې ، چې په لاس د ا جرا وړ نه وي، ممکنه کړي.

احصائيه او د **احتمالاتو تيوري** يو له بل سره ډير نزدې اړيکي لري خو لنډ فرق يې دا کيدای شي چې د احتمالاتو په تيوري کې د يوی مجموعې (جمعيت) د را کړل شويو **پاراميترونو** (مثلاً اوسط، مود، فاصله او نور) د مشاهدې (وقوع) احتمالات په يوه وړه اتفاقاً اخستل شوې نمونه کې مطالعه کيږي، يعنې د «**کل**» مواصفات په «**جز**» کې کتل کيږي او د « **قياس Deduction** » د اصل له مخې ادعا کيږي يا فرض کيږي چه دغه نمونه «جز» په دغه (جمعيت) يا مجموعه يا سيټ «کل» پورې اړه لري يا يې يوه برخه ده. برعکس، د احصايې محاسبې **د ټول جمعيت يا نفوس** څخه د يوې نمونې په مطالعه کولو سره د « **استقرآ Induction** » د اصل له مخې د ټولې مجموعې يا جمعيت د مواصفاتو په هکله فرضيې جوړوي او نتيجه ګيري کوي يا له «جز» څخه د «کل» په اړه فرضيې وړاندې کوي.

---

[1]. د Statistics کلمه په انګريزي ژبه کې د جمع په شکل استعماليږي او مفرد شکل، يعنی د Statistic اصطلاح د ميخانيک يوې څانګې ته ، چې د قواوو له مطالعې سره سروکار لري، ويل کيږي.

پدې پرمختللې نړۍ او د معلوماتي تکنالوژي په زمانه کې دا یوه ورځ په ورځ زیاتیدونکې اړتیا ده ترڅوپوه شو چې معلومات څنګه پروسیس کیږي یعنې څه وربانديې کیږي او څنګه هغه د استفادې په وړ پوهې تبدیل او ترجمه کیدای شي چې پدې ترتیب د احصایوي محاسبو د پوهې اهمیت لا ډیر شو. احصائیه د یوې موضوع په بڼه زموږ په پخواني تعلیمي نصاب کې نه تدریسیده، خو په نوي نصاب کې د نهم ټولګی او پورته ټولګیو د ریاضي د مضمون په درسي کاتبونو کې را نغښتل شوې ده.

احصائیه او څیړنې

علم شناسي (Epistemology) د علم یا پوهې د ماهیت او اشکالو له علم څخه عبارت دی. بر سیره پردې علم شناسي دا هم احتوی کوي چې علم څنګه تر لاسه کیږي او څنګه ښودل کیږي او منابع یې کومې دي او معتبره پوهه کومه ده. د علم منابع (علم له کوم ځایه څخه تر لاسه کولای شو) مختلفې وي او دبشري تاریخ په اوږدو کې مختلفې منابع د معتبرې پوهې د منابعو په حیث بلل شویوې او له یوې ټولنې څخه وبلې ټولنې ته فرق سره لري. په عمومي توګه د بشر د پوهې منابع په وحی (ماءورای طبیعت)، تجربه، استدلال یا منطق (عقل) او څیړنې (تحقیق)کې خلاصه کیدای شي. د بشري پوهې له پورته ذکر شویو مراجعو او منابعو څخه یو هم تحقیقات (څیړنې) دي. څیړنې د دې لپاره تر سره کیږي چې د بشر د پوهې موجوده ذخیره پراخه شي او یا هم د موجوده پوهې د کارولو موارد زیات شي. په بله ژبه، تحقیقات د دې لپاره تر سره کیږي چې د یوه شي په برخه کې معلومات تر لاسه شي، یا موجود معلومات ژور او عمیق شي، یا د موجوده ادعاوو صحت یا نه صحت و کتل شي، یا هم د یوې تیوري امتحانول په بدل چاپیریال کې کتل کیږي، یا د مفاهیمو تر منځ د اړیکو مطالعه وشي، یا بشري مسایلو ته یو حل پیدا شي، د یو حل جامیعیت وکتل شي، یا نور. د یوې څیړنې اهداف که هر څه وي خو معمولاًڅیړنې د معلوماتو (ارقامو) له را ټولولو، خلاصه کولو، تحلیلولو او تعبیرولو سره سرو کار لري.

څیړنې په مختلفو طریقو تر سره کیږي او مختلف شکلونه لري ، خو په عمده ډول کیفي Qualitative او یا کمي Quantitatvie ماهیت لري نو ځکه یې کیفي او کمیی څیړنې بولی. **کیفي څیړنې** تر ډیره حده له کلمو او د هغو له معناوو سره د معاملې کولو په اړه وي، خو **کمی څیړنې** بیا د عددي معلوماتو (ارقامو) له تحلیل او تعبیر سره سرو کار لري. نو له دغه ځایه څخه احصایوي محاسبات د کمیی څیړنو یوه اساسي وسیله بلل کیږي. د یوې څیړنې لپاره د ارقامو په شکل د لازم شمیر را ټول شویو معلوماتو توحیدولو، خلاصه کولو، تحلیلولو، تعبیرولو، تعمیمولو او د هغو له صحت څخه د اطمنان حاصلولو لپاره احصایوي پوهه یوه لزومه ده.

ځېرنې کېدای شي د کومې موجوده تيوري يا نظريې د ازميلو او يا هم د کومې نوې تيوري د ايجاد په اړه وي. په دواړو دغو صورتونو کې له استدلال څخه کار اخستل کيږي. استدلال عمدتاً په دوه ډوله وي: قياسي استدلال(Deductive reasoning) ؛ او استقرايي استدلال (Inductive reasoning).

قياس يا قياسي استدلال (کله کله استنتاجي استدلال هم بلل شوی) په منطقي استدلال باندې بنا دی چې په منطق کې د ارستو له لويو لاسته راوړنو څخه ګڼل کيږي. قياسي استدلال په يوه منل شوي اصل (کلي قاعده) يا بديهه اصل (بې له ثبوت څخه منل شوی وي) باندې بنا وي . د منطقي استدلال بنيادي اصل دا دی چې د يوې سلسلې منطقي قدمونو په اخستلو سره به له «عموم» څخه د «خاص» په اړه د يوې معتبرې ادعا له مخې نتيجه ګيري کيږي، يعنې يوه عامه قاعده د خاص حالت لپاره کتل کيږي، مثلاً:

انسان فنا کيدونکی دی   (منل شوی عمومي اصل)

ارستو يو انسان دی   (خاص شی)

نو ارستو فناکيدونکی دی   (له عامې قاعدې څخه د خاص حالت لپاره نتيجه ګيري)

يا :

سيارې د لمر په شاو خوا ګرزی.   (منل شوی عمومي اصل)

مځکه يوه سياره ده.   (خاص شی)

نو مځکه د لمر په شاوخوا ګرزی.   (له عامې قاعدې څخه د خاص حالت لپاره نتيجه ګيري).

په رياضي کې يې مثال کېدای شي دا سی وي:

موازي خطونه يو بل نه قطع کوي.

د يوې مربع مقابلې ضلعې سره موازي وي.

نو د مربع مقابلې ضلعې نه سره قطع کوي.

پدې ترتيب سره دغه ډول استدلال معمولاً «له تيوري څخه د مشاهدې» او يا له « کل څخه د جز» په صورت کې تر سره کيږي، يا په بل عبارت د تيوري ازمويل د قياسي استدلال اساسي موضوع وي. کميی ځيرنی معمولا د قياسی استدلال د اصل له مخی تر سره کيری، يعنی د معلوماتو د راټولو لپاره فرضيی موجودی وی او د فرضيو ازمويل يی هدف وی.

استقراء یا استقرايي استدلال بیا له جز څخه د کل و خواته وي. استقراء په لغت کې «کلي په کلي تللو) ته ویل کیږي. او په اصطلاح کې د مختلفو حالتونو او د ارقامو (معلوماتو) د یو سیټ آزمایلو په وسیله استدلال کولو او نتیجه اخیستلو ته استقرايي استدلال ویل کیږي. د استقرايي استدلال معنی دا وي چې موږ د یو لوی جمعیت «کل» څخه یوه اتفاقي اخیستل شوې نمونه (جز) مطالعه کوو او د هغه جز مواصفات ټول جمعیت «کل» ته عمومیت ورکوو. ساینس پو هان د طبیعت د مختلفو قوانینو د کشفولو لپاره له استقرايي استدلال څخه کار اخلي. د احصایي د علم پو هان له استقرايي استدلال څخه کار اخلي ترڅو دوی د راټولو شویو معلوماتو او ارقامو څخه ترلاسه شوې نتیجه ګیري تسوید کړي.

استقرايي استدلال کیدای شي په یوه «دعوا» یا بیانیه عبارت منتج شي. دعوا بیا یوه بیانیه جمله وي چې ریښتیني بلل کیږي، خو «صحت» یا «غلطوالی» یې ثبوت شوی نه وي او کیدای شي «صحیح» وي یا «غلطه»، یا په بل عبارت ومنله شی او یا رده شي. نو استقراء یا استقرايي استدلال د قیاس پر خلاف، «له مشاهدې څخه تیوري » او «له جزڅخه د کل » خواته تر سره کیږي. د استقرايي استدلال په نتیجه کې د نمونه شویومشاهدو له مخې شاید یوه «ادعا (دعوا)» یا فرضیه جوړه شی. پدی ترتیب سره کیفی څیړنی د استقرایی استدلال له مخی تر سره کیږی، یعنی د راټول شویو معلوماتو له تحلیل او تعبیر څخه کیدای شی یو عمومی اصل استخراج شی.

استقرايي استدلال په حقیقی ژوند کې د «دعواوو» یا فرضیو د جوړولو لپاره ډیر ګټور دی، خو بیا هم کله کله ستونځمن وي. مثلا، کله کله د ډیرو لابراتواري آزموینو او حالتونو د مطالعې په مرسته د استقرايي استدلال له مخې ثابته شوي وي چه یوه دوا بشپړه مامونه ده او هیڅ جانبي خطرات او عوارض نلري. خو ډیر ځله داسې پیښ شوي دي چه تر یو وخت وروسته بیا پیدا شی چې هغه ډیره خطرناکه او مضره ثابته شوی وي. دغه خبره د دې دلیل دی چه د یوې جوړی شوې (دعوا) لپاره باید د ډیرو حالاتو آزموینې وشي ترڅو صحت یې تضمین شي. له دغه ځایه څخه د احصايي علم داسې مسایل ، لکه تعمیم کول، د باور او اطمنان سطحې، وتلي او نادر حالالت او نور مفاهیم احتوی کوي تر څو د څیړنو نتایج د امکان تر حده باوری وي.

عمومي احصائيوي مفاهيم

د دې لپاره چه مختلف احصائيوي مفاهيم او اصطلاحات ښه معرفي شي، نو لومړی لاندې یو مثال ګورو.په راتلونکو پاڼو کې به د احصائيې مربوطه مروج او معمول مفاهيم د دغه مثال په مرسته توضيح شي.

مثال: په لاندې جدول کې د هيواد د یوه ولايت د ليليه ليسې د لسم ټولګي د زده کونکو د کلنۍ ازمويني د رياضي نمبرې راکړل شويدي. غواړو دغه ارقام د احصايې د پوهې په اساس خلاصه، تحليل او مقايسه کړو.

جمعيت (Population) د هغو ټولو واحدونو سيټ چې نمونه ځينې اخستل شوې وي، جمعيت بلل کيږي. په پورتني مثال کې دغه صنف دهيواد د ټولو لسم صنفونو يوه وړه نمونه ده. د هيواد د لسم صنفونو ټول شاګردان جمعيت بلل کيږي. په درسي کتابونو کې کله کله ټولګی، نفوس او نور نومونه ورته اخستل شوي وي. خومناسبه او معموله اصطلاح يې «جمعيت» دی.

مثال: دهيواد ټول مکاتب يو جمعيت اويو څومکتبونه يې يوه نمونه وي او هر مکتب به يې يو واحد (مشاهده شوی حالت) وي. د يو ولايت مکاتب بيا د هيواد د ټولو مکاتبو يو فرعي سيټ دی. نو پورتنی مکتب د هغه ولايت د مکاتبو لپاره يوه نمونه ده.

نمونه (Sample): د ټول جمعيت څخه يوې برخې ته چه دڅيړنو لپاره اخستل شوې وي، نمونه ويل کيږي. د ټول جمعيت (د يو سيټ د ټولو عناصرو) مطالعه کول اکثراً ناممکن وي، نو د دې لپاره چه د ټول جمعيت د يو شمير مواصفاتو په هکله څيړنه وکړو معمولاً يوه نمونه ځنې اخلو. نمونه اخستل د احصايوي قواعدو او اصولو له مخې کيږي او ځانګړې طريقې ايجابوی تر څو د ټول جمعيت يو ښه تمثيل وکړای شي او د محاسبو لاسته راغلي مواصفات د ټول جمعيت د مواصفاتو په هکله د اعتبار وړ معلومات راکړای شي (لاندې يې ولولی).البته هر څومره چې نمونه لويه وي، همدومره به د ټول جمعيت ښه تمثيل وکولای شي او دقيق معلومات به راکړي - په اصطلاح چې «مشت نمونه خروار» وي.

د نمونې حدود: يعني هغه ساحه چې نمونه ورڅخه ټاکل کيږي، يا په بل عبارت د يوه جمعيت د ټولو مشتمله واحدونو لست ته ويل کيږي. مثلاً که د هيواد د يوه ولايت د لسم ټولګی د شاګردانو د رياضي د زده کړې لاسته راوړنې (نتايج) مو د مطالعې او څيړنې هدف وي ، نو د ولايت د ټولو لسم صنفونو د شاګردانو لست به د دغې نمونې حدود وي.

تمثيلي نمونه: هغه نمونه چې د يو جمعيت ښه تره نمايندګي وکړای شي. پورته مثال کيدای شي ښه نمونه نه وي کافی به نه وي او د دې لپاره چې دغه څيړنه مو د اعتبار وړ شي، شايد د ډيرو صنفونو د نتايجو ليدنې ته اړتيا وي تر څو د ولايت د لسم صنفونو د مشخصاتو او مواصفاتو په هکله يوه د اعتبار وړ ادعا وکړای شو.

نمونه ای اشتباه: د نمونې او جمعیت تر منځ تفاوت ته ویل کیږي.

احتمالي نمونه: یوه نمونه چې له یوه جمعیت څخه په اتفاقي ډول انتخاب شوی وي. بر عکسه یې **غیر احتمالي نمونه** وي.

د مشاهدې واحد یا واحد (case) : په څیړنو کې د مطالعې هغه برخه چې مواصفات یې څیړل کیږي، واحد بلل کیږي.د مشاهدې واحد (Case)، کیدای شي افراد وي (شاګردان، معلمان)یا شیان وي ،اداري(مکاتب)، سازمانونه، کورنی، ښارونه، ولسونه، هیوادونه، صنعتي محصولات، لکه پرزې، خوراکي شیان او نورکیدای شي.

مثلاً: که دهیواد دلسم صنف شاګردانو په هکله تحقیق کوو نو د هیواد د لسم صنف ټول شاګردان (جمعیت) بلل کیږي هغه لسم صنفونه چې د مطالعې لپاره مو د هغو د شاګردانو په هکله معلومات راټول کړي (نمونه) بلل کیږي. هغه شاګردان چه د هغو په هکله مو د نمونې په توګه په تعین شویو صنفونو کې معلومات راټول کړي، د مطالعې (واحد) بلل کیږي، یعنې هر شاګرد چه په هکله یې معلومات راټول شوي د مطالعې واحد بلل کیږي. هغه مواصفات چه د یو شاګرد په هکله مو معلومات ور ته تر لاسه کړي (متحول) بلل کیږي، مثلاً د شاګرد نمرې، عمر، د والدینو تعلیم، کورنی میاشتنی عاید، او نور.

متحول (Variable): د احصایې د موضوع له مخې متحول یوصفت یا یوې مشخصې ته ویل کیږي چه د مطالعې واحدونه د هغې له مخې سره تفکیک کیږي چې دغه مشخصه (متحول) د مشاهده شویو واحدونو څخه د یوه او بل لپاره فرق سره لري.

مثلاً: په راکړل شوي جدول کې د شاګردانو نمرې، د دوی عمر او بالاخره د دوی جنسیت او نور هغه متحولونه دي چه مشاهده شوي حالات د دغو له مخې سره تفکیک کیږي.ځینې له دغو مواصفاتو څخه د هر شاګرد له بل شاګرد سره متفاوت وي. مثلاً: عمر، کورنی عاید او نور خو ځینې بیا د یو ګروپ او بل ګروپ شا ګردانو سره فرق ولري مثلاً: د معلم تعلیمي سویه او نور. پدې ترتیب هغه متحول چې تغیر نه کوي «ثابت متحول» بلل کیږي. مثلا د یوه صنف د شاګردانو معلم د هر شاګرد لپاره یو شان مواصفات لري، نو د دغه صنف لپاره معلم یو ثابت متحول دی. اما که د صنفونو معلمان فرق سره ولري، نو بیا د معلمانو مواصفات د صنفونو لپاره متغییر متحول کیدای شي.

په ساینس او څیړنو کې مواصفه یا وصف بِهِ (مثلا رنګ) د یوه شي (مثلا شخص یا شی) یوې مشخصې یعنې ځانګړتیا او بیلوونکي علامې ته وایی. د یوه شي مواصفه معمولا یو طبعي یا ذاتي ماهیت لري په داسی حال کې چې متحول بیا د دغه ماهیت تنفیذي (عملی کیدونکې) طریقه وي چې د ارقامو په شکل د معلوماتو د اضافي عملیو په مرسته معرفي او ښودل کیدای شي. مثلاً د ګل رنګ یوه مواصفه او بیلونکې علامه او یوه ذاتی مشخصه یې وي او ګلان له یو بل

څخه د رنګ له مخې سره تمیز کیږي. کله چې ګلان د رنګونو له مخې او بیا د رنګونو د کیفیت له مخې مطالعه کوو، نو بیا رنګ د ګلانو لپاره یو متحول کیږي. د رنګ ډول، کیفیت، شدت، رقاقت او غلظت او نور یې د تحول مقیاسونه وي.هر متحول ته عددي قیمت ور کول کیدای شي. مثلاً: ۵. ډېر زیات ۴. ډېر ۳. یو څه ۲. لږ ۱.ډېر لږ

مقدار یا قیمت د هر متحول قیمتونه متفاوت وي او یو متحول د قیمت اخیستلو د یوې ساحې یا ډومین(**Domain**) په حدودو کې قیمتونه اخیستلای شي.

ډومین(Domain) د هغو ټولو ممکنه قیمتونو سیټ ته وایي چې یومتحول یې د اخیستلو جواز لري یعنې کولای شي چې په هغې محدوده کې قیمت وا خلي. د متحول قیمتونه په منطقي ډول تنظیم شوي وي او باید د هر یوه متحول لپاره ځان ځانته تعریف شي. ډومین یا ساحه کیدای شي غټه وي یا وړه وي . یو تر ټولو کوچنی ممکنه دومین داسی متحول لرلای شی چې یوازې دوه قیمتونه اخیستلای شي چې دوه قیمته یا دوګانه *(Binary)(*Dichotomous*)* ډومین یې بولي. غټ دومینونه غیر دوه قیمته متحولونه لري چې لوړ قیمتونه لرلای شي.

د مواصفې (بیلوونکو نښو attribute) او متحول مثالونه:

عمر د یو انسان یوه مواصفه ده چې په مختلفو لارو تنفیذیدای یا د مشاهدې او یا اندازی وړ په شکل ښودل کیدای شي. عمر کیدای شي یو دوه فرعي مواصفه شي نو یوازې یو له دووفرعی حالتونو څخه واخیستلای شی، یعنې: "زوړ" او یا "ځوان" یې ممکن او جایز شکلونه کیدای شي. پدې صورت کې د "عمر" مواصفه د یو دوه ګانه متحول پشان ښودل شوی وي. بل شکل یې کیدای شي داسی وي چې له دوو څخه زیات شکلونه هم اختیارولای شی او کیدای شي چې ترتیبي شکل ولري نو دغه مواصفه د یو ترتیبي متحول په وسیله معرفي شوې وي ، مثلاً "ځوان"، "متوسط عمر" او " زوړ". همدا راز د عمر مواصفه کیدای شي د نسبتي اعدادو په وسیله معرفي شي، مثلاً: ۱، ۲، ۳، ....۹۹ کلن او نور، یعنې حقیقی عمر په کلونو و ښودل شي.

دووم مثال: د "ټولنیزقشر" مواصفه هم د "عمر" د مواصفی په شان عملی کیدای شي، یعنې په " ټیټ قشر"، " منځنی قشر" او "لوړ قشر" " تنفیذیدای شی. کیدای شي د دغو طبقو هره یوه بیا په دوو نورو فرعي طبقو تقسیم او پدې ترتیب دغه مواصفه په شپږو مواصفاتو بدله شي. همدا راز مختلفو شکلونو ته یې مختلف اصطلاحات استعمالیدای شي، لکه کارګر، کارفرما، او نور.

د احصائیوي طریقو په مرسته کیدای شي چې راټول شوی معلومات خلاصه او جمع بندي شي، یعنې په لنډ او معنا لرونکي شکل واړول شي. مثلاً په جدولونو کې یې خلاصه وښودل شي.

دغه ډول محاسبات توصیفي احصائیه (Descriptive statistics) بلل کیږي. توصیفي احصایې په خاص ډول د تجربو او څیړنو د نتایجو د بیان او ارایه کولو په برخه کې ډیرې ګټورې وي. برسیره پردې په تر لاسه شویومعلوماتو او ارقامو کې د نښو او علایمو له مخې د رابطو یو موډل جوړیدای شی، پدی ډول چې د مشاهدو اتفاقي توب او ناباوري یې په نظر کې نیول شوی وي. یعنې دا چې تر لاسه شوي معلومات خو د معیینه واحد لپاره په اتفاقي ډول مشاهده شوي معلومات دي نو مخکینی رابطه یې معلومه نه ده، بلکې په مشاهده شوو ارقامو او معلوماتو کې د نښو او علایمو د مطالعې له مخې به یې ممکنه رابطه او د رابطې پیداکولو یو مودل جوړولای یا پیشبینی کولای شو.

توصیفي احصایې د یوه متحول لپاره محاسبه کیږي چه « **یو متحوله تحلیل** (**Univivariateanalysis**)» بلل کیږي.مثلاً:

- د شاګردانو د نمرو لپاره:
- د ټولو شاګردانو د نمرو اوسط.
- دشاګردانو د نمرو مود او منځنی (میدیان).
- انحراف او معیاري انحراف.
- د شاګردانو د نمرو مقسمه (د نمرو فیصدی د شاګردانو په ګروپونوکې)

که چیرې د متحولونو ترمنځ متقابله اړیکې مطالعه کوو نو بیا **«دوه متحوله تحلیل»**

(Bi-Variateanalysis) تر سره کوو. په دوه متحوله تحلیل کې د یوه متحول (**مستقل متحول Independent variable**) او بل متحول (**تابع متحول Dependent variable**) ترمنځ رابطه کتل کیږي. د د وو متحولونو ترمنځ د اړیکو مطالعه دا معنی لري چې داسې شواهد او نښې وګورو چې آیا د یوه متحول تغییرات د بل متحول له تغییراتوسره همغږي دي که نه؟ دغه موضوع د متقابله اړیوکو د تحلیل(Correlation Analysis) په نوم یادیږي چې په وروسته فصلونو کې په تفصیل څیړل شوې ده).

مثلاً: داچه د شاګردانو نمرې د دوی له جنس سره کوم تفاوت لري اوکه نه؟ یا داچه د شاګردانو نمرې د دوی له عمر سره څنګه تغیر کوي او که نه؟. یا دا چې د یوه صنف د نمرو اوسط د بل صنف له نمرو سره کوم تفاوت لري او که نه؟ او دا چې دغه تغییر د کومو عواملو په وسیله توجیه کیدای شي، مثلاً د عمر ، جنس، د معلم تجربه او نور.**د متحولینو مقیاس کیدای شي کیفي او یا کمیی وي.** کیفي یا تصنیفی(Qualitative variables یا Categorical) مقیاسونه د یو موجود یا شی مواصفات او مشخصات په کټیګوریو کې تصنیفوی. کمیی مقیاس (Quantitative variables) د متحول مشخصات په عددي مقادیرو سره ښیی او پدې ترتیب حسابي عملیې ور باندې اجرا کیدای شي. مثال: استعداد یا لیاقت د شاګردانو یو متحول دی. که د یوې ازموینی د نمرو په مرسته د شاګردانو لیاقت وښودل شي نو کمیی مقیاس به وي. خو

کيدای شي د شاګردانو لياقت د نمرو په ځای د « لايق، متوسط او ضعيف» په کټيګوريو سره وښوودل شی چې دغه به بيا کيفي مقياس وي.

په پورتني تصنيف برسيره متحولونه او ارقام (معلومات) کيدای شي، **متصل او يا منفصل** ماهيت ولري. **متصل متحول** (**Continuous Variables**) هغه کميی متحول ته وايی چې د دوو نقطو تر منځ لا يتناهي قيمتونه اخستلای شي، يا په بل عبارت يو متصل متحول د اعدادو په خط باندې هر قيمت اخستلای شي او د متوقعه اخستل شويو قيمتونو تر منځ يې خلا نه وي . **منفصل يا منقطع متحول** (**Discrete variables**) هغه کميی متحول ته وايی چې متوقعه اخستونکي قيمتونه يې محدود او د شمير وړ وي. يا په بله ژبه کميی متحولونه د اعدادو پر خط هر ممکن قيمت نشي اخيستلای. مثلاً د شاګردانو اوسط نمرې کيدای شي د صفر او سلو تر منځ هر قيمت واخلي، نو يو متصل متحول دی. همدا راز د قدونو اندازې کيدای شي په يوه معيينه محدوده کې هر قيمت واخستلای شي چې پدې ترتيب يو متصل متحول دی. خو بر عکس په يوه کورنۍ کې د ماشومانو شمير، د يو چا د دوستانو شمير او نور بيا د منفصله متحولونو مثالونه دی.

ارقام يا ډاتا (Data)

د« **ارقام يا ډاتا Data**»، معلومات او پوهې کلمې ډير ځله يو د بل په ځای سره ګډې استعماليږی. وايي چې د دغو دريو اصطلاح ګانو تر منځ تفاوت د دوی د تجرد په درجې پورې تړلی دی، يعنې ډاتا عينې شی دی نو د تجرد تر ټولو ټيټه سويه ده، معلومات د تجرد دوهمه او پوهه د تجرد تر ټولو لوړه سطحه وي. په ځانګړي ډول ډاتا کومه معنی نشي ارائيه کولای. ډاتا (ارقام) سمبولونه وي خو چې کله هغه يو شي ته راجع شي نو معلومات وګرزی. مثلا 1.50 متره يو رقم دی چې يوازې يو مقدار ښيي، خو دا چې «د شاګرد د قد لوړوالی 1.50 متره دی»، بيا معلومات بلل کيدای شي. د دې لپاره چې ډاتا په معلوماتو واوړي نو بايد تعبير شي او يوه معنی ورکړل شي. مثلا د تيراجمير د څوکې لوړوالی معمولاً «ډاتا (ارقام)» بلل کيدای شي، د تيراجمير د څوکې د جيولوژيکي مشخصاتو په اړه يو کتاب ممکن «معلومات» وبلل شي او د تيراجمير څوکې ته د ختلو د ښې لارې دعملي معلوماتو يو راپور شايد «پوهه » وبلل شی. د يوې پديدې، مثلاً د شاګردانو د قدونو ، په اړه را ټول شوي ارقام (ډاتا) يو ډول اشارې او نښې لري. دغه نښې او اشارې معلومات بلل کيږي چې په ترتيب سره زموږ پوهه د دغې پديدې په اړه زياتولای شي.

توصيفي احصائيه (**Descriptive statistics**) د راټولو شويو عددي معلوماتو يعنې ارقامو (ډاتا) د تنظيم او خلاصه کولو پوهې ته ويل کيږي. د توصيفي احصايې د محاسبو په مرسته د راټولو شويو معلوماتو (ارقامو) اساسي مشخصات له **کميی اړخه** توصيف او بيانيږي او پدې ترتيب راټول شوي معلومات په يوه معنی دار شکل تنظيم او خلاصه کيږي. توصيفي احصائيه

له استنتاجي يا استقرايي احصايي (inferential statistics يا inductive statistics) سره دا فرق لري چې هدف يې يوازې په نمونه اې توګه د راټولو شويو معلوماتو خلاصه کول وي بې له دې چې له هغه څخه د ټول هغه سيټ يا جمعيت (کل) په اړه، چې دغه نمونه ځينې اخستل شويده، يو څه ووايي. د استنتاجي محاسبو يو هدف هم د نمونې له احصايوي محاسباتو (احصايو) څخه د ټول جمعيت د احصايوي محاسبو (پاراميترونو) تخمين او حدود تعينول دي. بل هدف يې د احصايوي فرضيو ازمويل دي يعنې د تر لاسه شويو احصايو د تساوي او تفاوتونو په هکله فرضيې ازمويل دي.

پدې فصل کې به موږ توصيفي احصايې بيان کړو او استنتاجي محاسبې به په نورو راتلونکو فصلونو کې وګورو.

د دې لپاره چې د يوه متحول په اړه په يو لوی مقدار راټول شوي معلومات او مشاهدات خلاصه کړای شو، په توصيفي احصائيه کې د تخليص يا خلاصه کولو له **کميی محاسبو** او يا **بصري محاسبو** څخه کار استل کيږي.

د توصيفي احصايې يو شمير مقادير، مفاهيم او محاسبې

توصيفي يا توضيحي احصايې (Descriptive statistics): لکه له نوم څخه چې يې ښکاري، يوازې د يوه متحول مشاهده شوي مقادير خلاصه کوي او د فهم اوتعبير وړ شکل ته يې را اړوي. د يوه متحول توصيفي احصايې په دوه ډوله معرفي کيدای شي: په عددي ډول او ګرافيکي (بصري) ډول. په لاندې پاڼو کې به اول د عددي او وروسته به بيا د ګرافيکي ښودنو په هکله وغږيږو.

د يوه متحول په هکله را ټول شوي ارقام (معلومات) د توصيفي احصايې په مرسته خلاصه کيږي. د توصيفي احصايو يو شمير ساده کميی محاسبې په لاندې ډول معرفي کيږي:

1. **د مرکزيت د تمايل مقادير**(Measures of central tendency): مود، ميډيان، اوسط
2. **د تشتت مقادير** (Measures of dispersion): فاصله (Range)، انحراف، معياري انحراف
3. **د مشاهداتو ويش يا مقسمه** (distribution): د فريکوينسي جدول

١. د مرکزيت مقادير

مود (Mode) هغه قيمت چې د معلوماتو په يوه سيټ کې تر ټولو ډير ځلي مشاهده او واقع شوی وي.

ميډيان (Me) چې ځيني يې **منځنۍ** هم بولي،هغه قيمت چې د معلوماتو په يوه سيټ کې نيمايي مشاهدات تر هغه پورته او پاته نيمايي تر هغه کښته واقع وي.

اوسط (A) د مشاهداتو د کميتونو حسابي اوسط ته وايي او د ټولو مشاهداتو د عددي مجموعې او د هغو د شمير له تقسيم څخه لاسته راځي. د نمونې اوسط په μ او د ټول جمعيت اوسط په A يا X ښوودل کيږي.

٢. د تشتت مقادير

فاصله (R) د مشاهداتو تر ټولو د لوی او تر ټولو د کوچني قيمت (د يوه متحول د مشاهده شويو قيمتونو د اعظمي او اصغري مقدار تر منځ) فرق ته ويل کيږي.

انحراف

معياري انحراف (Standard Deviation - Std) د يوه متحول د هر مشاهده شوي کميت او اوسط فرق ته انحراف اود هرې مشاهدې او اوسط د تفاوتونو (انحرافونو) اوسط ته معياري انحراف وايي. ځيني مشاهدې به له اوسط څخه زياتې او نورې به ځيني وړې وي ، يا په بله خوله د هرې مشاهدې ځانګړی انحراف به کله مثبت او کله منفي وي. همدغه علت دی چې د معياري انحراف (يا په بل عبارت د انحرافونو اوسط) د پيداکولو لپاره لومړی دغه تفاوتونه مربع کوي او بيا يې جذر پيدا کوي (په لاندې مثال کې يې وګورئ).

انحراف يا وريانس (Variance - Var) مربع شوي معياري انحراف ته وايی، يعنې:

$$\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{(n-1)}$$

انحراف کله په V او کله کله بيا د تعريف سره سم په σ^2 سره ښوودل کيږي.

(σ - سيګما لوستل کيږي او يونانی کوچنی حرف دی. لوی حرف يې Σ دی).

د انحراف ضريب (Variance Coefficient -VC) د انحراف ضريب د تشتت نسبت و اوسط ته را ښيی، يعنې د معياري انحراف او اوسط نسبت ته ويل کيږي. دغه مقدار د دو معياري انحرافونو مقايسه را کوی. مثلاً که د دوو مشاهده شويومتحولونو او يا د دوو سيټونو لپاره د يوه متحول (مثلاً د لسم صنفونو د شاګردانو د رياضي نمرې) اوسطونه او هم معياري انحرافونه سره فرق ولري نو بيا يې د انحراف د ضريب په مرسته سره پرتله کولای شو. د هر يوه چې دغه د انحراف ضريب لوی وي نو ويلای شو چې د تشتت نسبت يې او سط ته لوی دی

او نسبت و هغه بلې ته ډېره متشتته ده. دغه ضريب يوازې د هغو متحولونو لپاره محاسبه کيدای شي چې منفی قيمت و نشي اخستلای.

$$c_v = \frac{\sigma}{\mu}$$

(μ - ميو لوستل کيږي او يونانی کوچنی حرف دی).

۳. مقسمه (Distribution -D) د مشاهداتو د مقاديرو د وقوع فريکوينسي ته ويل کيږي او د هغو د شکل په هکله معلومات وړاندې کوي. د مقسمې د ښودلو لپاره د مشاهدو د وقوعاتو د تعدد يا کثرت او يا فريکوينسي (Frequency) له مقدار څخه کار اخستل کيږي نو ځکه د فريکوينسي مقسمه (Frequency distribution) يې بولي . که چيرې معلومات (مشاهده شوي ارقام) د دوی د عددي قيمت له مخې ګروپ شوي وي نو دغه ډول مقسمه کميی مقسمه او که چيرې معلومات په غير عددي کتيګوريو يا ګروپونو کې تنظيم شوی وی نو بيا يې کيفي يا تصنيفی (Qualitative) يا (Categorical) مقسمې بولي. مثلاً د شاګردانو نمرې د نمرو په مختلفو ګروپو کې لکه ۱۰- ۲۰، ۲۱-۳۰، ۳۱-۴۰ .... ۹۰-۱۰۰ کميی مقسمه ده. برعکس که د اعلی، عالی، وسط، ضعيف او ډير کمزوری په کتيګوريو کې تنصيف شوی نمرې بيا کيفي مقسمه ده.

فريکوينسي يا د وقوعاتو تعدد (F) فريکوينسي يا د وقوع تعدد (چې په درسی کتابونو کې يې کثرت بللی) دا را ښيي چې يوه مشاهده څو ځلی تکرار شوې او دغه تکراری مقدار يې د ټولو مشاهداتو د شميرڅو فيصده کيږي، يعنې فريکوينسي په ټول سيټ کې د هری مشاهدې له فيصدی څخه عبارت ده. معمولاً د مشاهداتو شمير ډير وي او مقدارونه يې هم مختلف وي، نو اکثره وخت د مشاهدو مقدارونه په ګروپونو ويشل کيږي چې «ګروپ شوي ارقام » يې بولي. د لاندې مثال په جدول کې دهرې مشاهدې يعنې د شاګردانو د هرې نمرې شمير او فيصدي محاسبه شوې ده، خو د بصري محاسبو يعنې ګرافونو د جوړولو لپاره دغه د شاګردانو نمرې په ګروپونو ويشل شوي او په هر ګروپ کې د وقوعاتو تعدد (فريکوينسي يا کثرت) او فيصدی يې محاسبه شوې او د ګرافونو د جوړولو لپاره په کار وړل شوې دي.

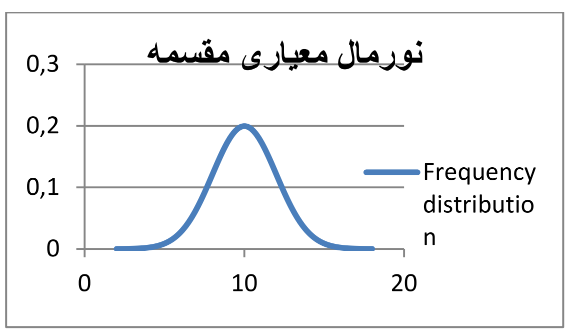
نورماله مقسمه (Normal Distribution): نورماله مقسمه يوې منظمې منحني ته ويل کيږي چې د فريکوينسيو (کثرت يا د وقوعاتو تعدد) داسې يو ويش را ښيي چې د اوسط په دواړو خواوو کې متناظره وي، يعنې اوسط يې د تناظر محور وي او پاته مشاهدې د اوسط

دوارو خواوو ته په مساويانه ډول واقع شوې وي. نورمال منحني د زنګ یا ګړنجووني غوندې شکل لري (لاندې یې وګورئ).

مقسمه کیدای شي نورماله (یعنې د مرکزیت د مقادیرو په دوارو خواوو کې متناظره) وي او یا کږه یعنې غیر متناظره وي . د مقسمي نورمالتوب په دوه ډوله مقادیرو اندازه کیږي: **کوږوالی یا تحریف (Skewness)** او **پيتوالی یا څوکه ورتوب (Kurtosis)** .

کوږوالی یا تحریف له اوسط څخه د یوې مقسمې کوږوالی ښئ (راسته) او یا چپی خواته په ګوته کوي. که چیرې ډیر مشاهدات له اوسط څخه ښئ خواته ولیدل شي نو منفي کوږ والی او که کینې خواته ولیدل شي نو مثبت کوږ والی را ښیی. د یوې مقسمې کوږوالی د کوږوالي د ضریب په مرسته تعینیږی. مثلاً که د یوه صنف د شاګردانو د نمرو د فریکوینسي مقسمي ښی خواته چپوله وي نو معنی یې دا ده چې ډیرو شاګردانو لوړې نمرې وړی دي او داسي به تعبیریږی چې د امتحان سوالونه به اسانه وو. بر عکس که دغه مقسمه چپی خواته چپوله وي نو ډیرو شاګردانو به له اوسط څخه ټیټې نمرې اخستي وي. (د نورمال مقسمي په بحث کې به یې مفصلاًولولی).

پيتوالی بیا دا را ښیي چې له معمول څخه زیات مشاهدات د اوسط په نژدې کې پراته دي (مثبت پيتوالی)، او که برعکس په غیر معمول ډول مشاهدات پراخه تیت شوي دي (منفي پيتوالی). د یوې مقسمې پيتوالی هم د یوه ضریب په مرسته ټاکل کیږي. (دغه دواړه مفاهیم په راتلونکی فصل کی د نورمال مقسمې په مبحث کې په وضاحت څیړل شوی دی). لاندې د نورمال معیاري مقسمې یو ګراف وګورئ.



سلنه (Percentile) : سلنه یا پرسینتایل په احصائیه کي د یوه متحول هغه قیمت ته ویل کیږي چې یوه فیصدي مشاهدات له هغه قیمت څخه ټیټ واقع شوی وي. لکه چې له نوم څخه یې ښکاري، سلنه د ډاټا یا ارقامو سیټ په سلو مساوي برخو تقسیموي. مثلاً که عبدالقدیر په خپل صنف کې لسم نمره وي او په صنف کې ټول 50 تنه شاګردان وي نو 40 شاګردانو یعنی (40 = 50-10) به له عبدالقدیر څخه ټیټې نمرې وړی وي. د احصایې په ژبه وایو چې عبدالقدیر70 سلنه نمرې لري یعنې 40/50 یا % 70 د صنف شاګردان له عبدالقدیر څخه ټیټې

نمرې لري. همدا راز دا چې «په یوه لسم صنف کې په ریاضي کې د شاګردانو د کلني امتحان د نمرو ۲۰ سلنه ۷۵ ده» دا معنی لري چې ۲۰ فیصده شاګردانو تر ۷۵ ټیټې نمرې تر لاسه کړي دي، یعنې ۲۰ فیصده مشاهدات (نمرې) تر ۷۵ نمرو لږ دي.

د یوه متحول (پیښی) اړوند معلوماتو (ارقامو) د یوه سیټ لپاره اوسط، انحراف (وریانس او معیاری انحراف) او مقسمه (د وقوعاتو فریکوینسی) د احصائیی اساسی او کلیدی مفاهیم، او په اصطلاح د احصایی الفبا ، دی او د ارقامو د سیټ ماهیت او شکل په ښه توګه توصیفولای شی. نور احصائیوی مفاهیم، چی په وروسته فصلونو کی به یې ولولو، د یوی پدیدې (متحول) د تیوریتیکی ماهیت ریاضیکی مودلونه بیانوی. د یوی پدیدې په هکله له تجربه کولو (مشاهده کولو) څخه تر لاسه شوی معلومات (ارقام) او نتایج د یوه متحول له ریاضیکی مودلونو، یا په بله ژبه له تیوریتیکی ماهیت، سره مقایسه کیږی او د هغو نظری مودلونو په رڼا کی د مشاهداتو (تجربو) نتایج تعبیر او تفسیریږی. مثلاً دا چی ډیربشری مواصفات (قد، عمر، ذکاوت (هوش)، د فزیکی پدیدو مکرری اندازی، او نور) نورمال مقسه لری. مثلاً د بالغو انسانانو د قد په صورت کی به یې معنی دا وی چی د ټولو انسانانو (یو جمعیت) دغه ډول مواصفه (قد) به د نورمال منحنی په شان مقسمه ولری. د دې معنی داده چی یو کم شمیر انسانان (مشاهدات) به ډیر لوړاو یا ډیر ټیټ قدونه لری (۲ فیصده به غیر عادی لوړ او۲ فیصده به غیر عادی ټیټ)، ۱۴ فصیده به لوړ او همدومره به ټیټ وی او متباقی ۶۸ فصیده به د اوسط په نژدی کی واقع وی (معمول قدونه به لری). که چیری موږ د یوه کلی د اوسیدونکو (نمونه) قدونه مطالعه کوو، نو لومړنی فرضیه به مو دا وی چی د دغه کلی د اوسیدونکو د قدونو فریکوینسی به هم دا ډول شکل ولری.

دو هم فصل

توصيفي احصائيې (Descriptive statistics) - محاسبې او د معلوماتو خلاصه كول

دو هم فصل توصيفي احصايي (Descriptive statistics) - محاسبې او د معلوماتو خلاصه کول

مقدمه

د احصا ئیی مضمون کیدای شي د رياضي د مغلقتيا له اړخه په مختلفو سويو وړاندې او معرفي شي. کوشش شوی چه دغه مواد داسي تهيه شي چه د ليسي دورې د رياضي پوهه ورته کافي شي.

تطبيقي احصايه ياعملي احصائيه يعني د رياضيکي احصايي عملي او هغه برخه ده چه نظري نه خو ډيره عملی وي، په واقيعت کې د رياضيکي احصائي يوه لنډه خلاصه ده. کوشش کوو چه په دې ليکنه کې مفاهيم، تعريفات او اصطلاحات او دهغو تر منځ روابط وړاندې شی تر څو له لوستونکي سره مرسته وکړي چه د احصائي په مبادیو ښه پوه شي. د احصائيې علم د ساينس هغه څانګه ده چه د معلوماتو له راټولولو، تنظيمولو او خلاصه کولو، تحليل او نتيجه ګيري (استنتاج) يا تصميم نيونې او وړاندوينې سره سر او کار لري. په حقيقت کې اخرنی ټکی، يعنې استنتاج کول، داحصائې اساسي هدف وي چه له جمعيت څخه د يوې تمثيلي نمونې څخه د تر لاسه شويو معلوماتو له مخې د ټول جمعيت لپاره نتيجه ګيري کيږي.

جمعيت : لکه چې مخکی مو وويل، د احصايې له نظره د شيانو يو سيټ ته وايي چه دغه شيان د هغه جمعيت عناصر بولي او ټول ئې يو شمير ګډ مواصفات لري. مثلاً د يوه مکتب ټول شاګردان. دا چه نشوکولای او حتی کله به ممکنه هم نه وي چه ديوه ليست ټول عناصر مطالعه کړو، نو معمولاً د مطالعې لپاره د جمعيت څخه يو ه وړه برخه د نمونی په توګه په نظر کې نيول کيږي چه په واقيعت کې د جمعيت يو فرعي سيټ وي. د جمعيت د غه فرعی سيټ نمونه (Sample) بلل کيږي. فرض کړی چه د يوه صنف شاګردان په نظر کې نيسو او په اتفاقي ډول دری تنه شاګردان ځنی تعينوو دغه دری تنه د ټول صنف اتفاقي نمونه (Random Sample) بلل کيږي.
په جمعيت کې يا د جمعيت په يوه نمونه کې موجود عناصر د مشاهدو (Observation) ، مقاديرو، نمرو يا معلومات (Data) په نوم ياديږی.

د معلوماتو د اندازه کولو سطحی او ډولونه

د يوه متحول په اړه معلومات کيدای شي په لاندې څلورګوني ډولونو اندازه شوي وي:

تسميه وي معلومات (Nominal data): چه کوم طبعي تر تيب ونلري فقط مسمی شوي وي، لکه نومونه، کتيګوری، تعليمي رشته اونور. په تسميه وي معلوماتو د جمع، تفريق اونور

حسابي عملیات نشی اجراکیدای، بلکه یوازې شیان ور باندی تصنیف یا صنف بندی شوی وي او یوازې په تسمیه وي توګه یو مشاهده ورباندې مسمی شوی وي. کیدای شي تسمیه وي معلومات په اعدادو هم وښودلای شي، مثلاً: تور او سپین چه کیدای شي تور=۱ او سپین = ۲ وبولو یا بر عکس سپین = ۲ او تور = ۱ وبولو.

تر تیبی قیمت (معلومات) Ordinal Data : د تسمیه وي بر عکس د معلوماتو تر تیبی قیمت کیدای شي معلوما ت په یوی خاصي درجې سره تر تیب کړي. مثلاً جګ او ټیټ چه ترتیب ئې معنی او مفهوم لري او د یو بل په نسبت فرق سره لري.

د معلوماتو په دواړو تسمیه وي او هم تر تیبی قیمتونو باندې عملیی نشو اجراکولای یعنې نشو کولای چه سره جمع یا تفریق ئې کړو. اما دواړه یې د معلوماتو د تصنیف کار کولای شي.

وقفه ایز اویا فاصله ایز قیمتونه (Interval Data) : د معلوماتو دغه ډول قیمتونه (اندازې) ترتیبی قیمتونو ته ورته دي، یوازې داچه طبعي صفر یعنې د پیل نقطه نلري او د تفریق عملیه ورباندې اجرا کیدای شی.

نسبتي قیمتونه (Ratio Data) : د معلوماتو نسبتي قیمتونه فاصله ایز قیمت ته ورته وي خو یوه اضافي مشخصه ئې دا ده چه د تقسیم عملیه هم ورباندې اجرا کیدای شي. نسبتي قیمتونه طبعي صفر یعنې د پیل نقطه هم لري.

هغه ډول متحول چې د «بلې» او یا «نه» ځواب غواړي، د دوه ګانه یا دوه متبادله

(Dichotomous) متحول په نوم یادیږي.

مثال : لاندې معلومات د قیمتونو کوم ډول مقیاسونه راښیي ؟

۱. د هیواد د تاریخ د 1838 م او 1938 میلادي کلونو تاریخ .

دغه مثال د فاصله ایز قیمت اندازه ښئیي. طبعي صفر نلري یعني (د صفر میلادی کال نلري). همداراز د تقسیم عملیه پکی کومه معنی نلري یعنې 1838 / 1938 هیڅ معنی نلري. نو پدې لحاظ د دغه معلوماتو قیمت نسبتي نه بلکې فاصله ایز دی.

۲. د کابل پوهنتون د طب پوهنځي د محصلانو میاشتنی عاید (په افغانیو سره) .

دغه مثال د نسبتي قیمت نمونه ده. دلته د تقسیم عملیه معنی لری، یعني که د یوه محصل د سږ کال میاشتنی عاید 1000 افغانی او د تیر کال ئې 500 افغانی وي نو د سږ کال او پروسږکال دمیاشتنی عاید نسبت ئې $2 = 500 \div 1000$ کیږي.

همداراز کیدای شي کوم یو محصل میاشتنی عاید ونلري یعني عاید ئې صفر وي، نو طبعي صفر هم پکی شته.

۳. د 12 صنف د شهادتنامې درجه (اعلی ، عالی ، متوسط ، ښه) یا A,B,C او D .

پورته مثال یو تر تیبی قیمت گذاری بیانوی ځکه چه :

۱) کیدای شي په یو خاص ترتیب ذکرشی مثلاً له پورته ښخه ښکته خواته .

۲) حسابي عملیه نشي ورباندې اجراکیدای.

۴. د پوهنتون د محصلانو نسبت (نارینه او ښځینه). پدغسې صورت کې هیڅ کوم واضح او طبعي ترتیب نه وي همداراز عملیه نشی ورباندې اجراکیدای.

په یوه جمعیت کې د افرادو (عناصرو) په هکله معلومات او ارقام راټولیږی چه متحول بلل کیږي. متحول د یوه جمعیت د عناصرو مشخصې وي. متحولین کیدای شي مختلف النوع قیمتونه ولری؛ مثلاً ځیني به عددي وي، ځیني به گروپونه وي (کتیگوری) وي لکه زاړه ، ځوانان ، ماشومان او تی خور).

مثلاً یو تعمیر (10) ورونه لري مساحت یې 100 متر مربع دی (عددي قیمتونه). خو دغه کور د کوچنی کورنی لپاره دی (چه په حقیقت کې کوم عددي قیمت نلري) . له دغه ځایه متحولین په دوه کتیگوریو ویشل شوی وي : کیفي (Qualitative) او کمی (Quantitative) یا «لفظي» او«معدود». په پورتني مثال کې د دریم او څلورم مثال معلومات کیفي بلل کیدای شي .

کمی متحولین (Quantitative Variable) کیدای شي متصل (پیوست) او یا منفصل یا منقطع(Discrete) وي. **منفصل یا منقطع (Discrete)** متحول هغه کمی متحول ته ویل کیږي چه د قیمتونو له یوه لست ښخه محدود او د شمیر وړ قیمتونه اخیستلی شی . یومنفصل متحول د حقیقي اعدادو په یوه خط باندې ددو نقطو ترمنځ هر قیمت نشي اخستلای . پدې ترتیب سره د منفصل متحول هر قیمت د حقیقي اعدادو په خط باندې د منزوي اوله یوبل ښخه په یوه فاصله پرتو نقطو په شکل رسم کیږي.

مثالونه : د ماشومانو شمیر چه یوه کورنی یې لرلای شی، یو منفصل متحول دی.

د یو شاگرد د ملگرو شمیر هم یو منفصل متحول دی.

متصل متحول هغه کمی متحول ته وایي چه لایتناهی یا نا محدود شمیر قیمتونه واخستلای شی . مثلاً د شاگردانو د څلورنیم میاشتنی امتحان نمرې چه له صفر ښخه تر ۴۰ پورې کیدای شي هر قیمت ولری.

کله چې له یوه جمعیت ښخه د نموني په حیث معلومات د ارقامو په شکل تر لاسه کړو، نو د مربوطه جمعیت په هکله کیدای شي دوه ډوله پیشگویی ولرو: یو دا چې د مربوطه جمعیت د مشخصاتو په هکله معلومات لرو تر څو له نموني ښخه استنتاج په نسبتاً ښه اطمنان سره وکړای شو. مثلاً د تي خورو ماشومانو د مړیني میزان په ملي سطحه، په ملي سطحه د سواد

کچه، په ملي سطحه د اوسط عمر او نور. که موږ غواړو چې په يوه سيمه کې د تي خورو ماشومانو د مړيني په هکله څيړنه وکړو او په ملی سطحه دغه ميزان معلوم وي، نو دغه ډول تر لاسه شوی ارقام پارامیتریک ارقام بولي، ځکه چې د دغه متحول احصايي د ټول جميعيت لپاره (په ملی سطحه) معلومي دي. معمولاً فرض کيږي چې د جمعيت د مطالعه کيدونکي متحول مقسمه به نورمال وي. دغه ډول تر لاسه شويو ارقامو (معلوماتو) ته **پارامتيريک ارقام Parametric data** وايی، يعنې د جمعيت د پاراميترونو په هکله قبلي معلومات لرو او د نمونې څخه تر لاسه شوی احصايي له هغو سره مقايسه کوو او نتيجه ګيري يې کوو. مثلآ دا راته معلومه ده چې په هيواد کی د نارينه وو اوسط ژوند ۴۲ کاله او د ښځينه وو ۴۳ کاله دی.اوس که په يوه سيمه کی دغه متحول يعنی اوسط ژوند مطالعه کوو نو هغه احصائی چی له نمونی (د مطالعی له سيمی) څخه تر لاسه کيږی، پارامتريک ارقام يی بولو.

دوهم ډول ارقام بيا **غير پاراميتريک ارقام None -parametric data** بولي. غير پارامتيريک معلومات يا ارقام هغه وي چې د جمعيت په هکله کومه فرضيه په نظر کې نه وي. د دې علت معمولاً دا وي چې د جمعيت د مشخصاتو په هکله معلومات نه وي. د پارا ميتريک او غير پاراميتريک ارقامو مفکوره په عمل کې دا معنی لري: هغه ارقام چې تسميوي او ترتيبي مقدارونه وي، غير پاراميتريک فرض کيږي. بر عکس وقفه اي او نسبتی ارقام بيا پاراميترتريک فرض کيږي.

د ارقامو مخکيني څلور ډوله مقياسونو تفکيک ډير مهم دی، ځکه چې دا چې کوم ډول احصايوي ټيسټ مناسب دی چې کار ځيني واخلو، د متحول د مقياس په ډول پورې تړلی وي. يعنې پارا ميتريک ټستونه بايد د پاراميتريک ارقامو لپاره او بر عکس غير پاراميتريک ټسټونه بايد د غير پاراميتريک ارقامو لپاره وکارول شي. بر عکس کارول يې صحيح نه وي.

د دې لپاره چه د راټولوشويو ارقامو څخه تر ټولو ښه معلومات ترلاسه کړو او د هغو له مخې د جمعيت په اړه تر ټولوښه تصميم ونيولای شو، نو راټول شوي معلومات بايد خلاصه شي او د دې لپاره يو شمير محاسبې تر سره کيږي چه په اساسي توګه په دو برخو ويشل شويدی :

۱. توصيفي احصائي (Descriptive Statistics) .

۲. استنتاجي احصائي (Inferential Statistics) .

توصيفي احصائيي (Descriptive Statistics) او محاسبې يې

کله چه موږ له يو جمعيت څخه نمونه وټاکو نو هدف مو د نمونې په دقيق او واضح ډول د نمونې د مشخصاتو پيداکول او تو ضيح کول وي. داسی چه تر لاسه شوي معلومات به په

اساسي توګه د ټول جمعیت د مشخصاتو او مواصفاتو په هکله هم صحت ولري او صدق به وکړي. د ترلاسه شویو معلوماتو توضیح او یا خلاصه کول په دوو طریقو تر سره کیږي:

۱. ګرافیکي ښوونه ۲ . عددي ښوونه

پخوا لدې چه د معلوماتو د ارائیه کولو خلاصه کولو طریقې بیان کړو لومړی د فریکوینسي مقسمې (Frequency Distribution) یاپه لنډ ډول د مقسمې په هکله معلومات وړاندې کوو.

مقسمه (Frequency Distribution)

کله چه د معلوماتو یو لوی سیټ ولرو نو د هغو څخه د یو ښه تصویر او کافي معلوماتو د تر لاسه کولو لپاره مجبوریږو چې هغه په یو شمیر ګروپونو و ویشو.

مثال: د هیواد د یوه ولایت د ۱۳۹۰ هـ ش کال د ۲۸۵ تنو د فارغانو د کانکور نتایج دلاندی جدول په څیر خلاصه کولای شو.

جدول : د هیواد د یوه ولایت لیسو د ۱۳۹۰ کال د فارغانو د کانکور نمرې

نسبي فریکوینسي (٪)	عددي فریکوینسي	د نمرو کتیګوري
0.4%	1	**141- 151**
1.4%	4	**152- 162**
4.6%	13	**163-173**
7.7%	22	**174-184**
11.6%	33	**185-195**
15.4%	44	**196-206**
17.5%	50	**207-217**
15.4%	44	**218-228**
12.6%	36	**229-239**
8.1%	23	**240-250**
3.9%	11	**251-261**
1.1%	3	**262-272**
0.4%	1	**273- 283**
100.0%	**285**	

پورته جدول د وقوعاتو (فریکونسي) مقسمه بلل کیږي . که چیرې معلومات د عددي قیمتو له مخې په ګروپونو کې تنظیم شوی وي نو مطلوبه جدول عددي یا کمی مقسمه (Quantitative

(Distribution) بلل کيږي. كه چيرې معلومات په غير عددي كتيګوريو كې تنظيم شوى وي. نو بيا داډول جدول کتيګورى يا كيفي مقسمه بلل كيږي. مثلاً په لاندې جدول کې د مكتب د پريښودو دلايل او د ارايه شويو ځوابونو نسبي فريکوينسي (فيصدی).

جدول :د مکتب پریښودو دعواملو په اړه د شاګردانو نظرونه

د مکتب پریښودو عوامل (ولې مو مکتب پریښود)				
نور عوامل	د ناروغي په وجه	مکتب لرې وو	درس مې نه زده کیده	په کور کې د کار اړتیا وه
11%	5%	9%	39%	36%

د مقسمې جدول د جوړولو لپاره په لاندې توګه عمل كوو:

١. د صنف د كتيګوري تعينول.

٢. په تعين شويو كتيګوريو كې د معلوماتو (مشاهدو) تقسيمول.

٣. په هر صنف كې د معلوماتو تعداد شميرل.

په پورته عمل کې لومړی قدم تر ټولومهم دی او پا ته دوه قدمونه محض يو فيزيکي عمل دی. که له يوې خوا د راټول شويو معلوماتو لپاره د کتيګوريو يا صنفونو شمير کم وی، نو د مقسمې معلومات به ناواضح اومبهم وي. له بلی خوا د کتيګوريو شمير زيات وي، نو د لوستونکو لپاره به مشتبيه كوونكى وي او په مغالطه كې به لويږی. د کتيګوريو دشمير په ټاکلو کې تر ټولو ښه لارښوونه د اړتيا له مخې د کتيګوريو د مثالی شمير تعيينول دی چې بايد د نمونې د مشاهدو د شمير سره متناسب وي چه لاندې فارمول ئې بيانو:

$K = 1 + 3{,}3\ log n$ یا $K = \sqrt{n}$

n- د نمونې د مشاهدو شمير او K– د کتيګوريو شمير وي. واضح خبره ده چه پدې تر تيب سره د كتيګوريو ياصنفونو تر لاسه شوی عدد كه اعشاري عدد وي نو به يو تام عدد ته تقريب كيږي.

د مشاهدو لپاره د کتيګوريو جوړولو په وخت کې لاندې يو شمير نور احتياطي تدابير او شرائط بايد په نظر کې نيول شوي وي:

١. هر مشاهده شوی رقم یوازې او یوازې یوه صنف ته منسوبیدلای شی.

٢. تر ټولو لوی او کوچنی رقم بايد د تصنيف په حدودوکی شامل وي.

۳. هیڅ یو له مشاهده شویو ارقامو (معلوماتو) څخه نه باید د دوو پر لپسې صنفونو د حدودو تر منځ واقع شي.

۴. پر لپسې صنفونه به له یو بل څخه مجزاوي، یعنې حدود به ئې ګډ نه وي او مشترک فاصل به لري.

باید چه د صنفونو عرض سره یو شان وي یعنې د تصنیف حدودو تر منځ فاصله باید په یوه اندازه وي.

لاندې په یوه مثال کې ئې وګورۍ . فرض کړی چه لاندې جدول کې د احصائیې د مضمون د (۵۰) تنو محصلینو نمرې شودل شوی دی.

۷۵	۸۹	۶۶	۵۲	۹۰	۶۸	۸۳	۹۴	۷۷	۶۰
۳۸	۴۷	۸۷	۶۵	۹۷	۴۹	۶۵	۷۰	۷۳	۸۱
۸۵	۷۷	۸۳	۵۶	۶۳	۷۹	۶۹	۸۲	۸۴	۷۰
۶۹	۷۵	۲۹	۸۸	۷۴	۳۷	۸۱	۷۶	۷۴	۶۳
۶۹	۷۳	۹۱	۸۷	۷۶	۵۸	۶۳	۶۰	۷۱	۸۲

غواړو چه د پورته جدول لپاره د مقسمي جدول جوړکړو. ګورو چه له ۲۰ څخه تیټه او ۱۰۰ څخه پورته نمرې نشته نو لاندې صنفونه (دنمرو کتیګورۍ) به مناسبې وي:

صنف (کتیګورۍ)	شمیر	فریکوینسی	نسبتی فریکوینسی (٪)	متراکمه نسبتی فریکوینسی (٪)
29-20	/	1	2	2
39-30	//	2	4	6
49-40	//	2	4	10
59-50	///	3	6	16
69-60	///// ///// //	12	24	41
79-70	//////////////	14	29	69
89-80	////////////	12	24	94
99-90	///	3	6	100

په پورته جدول کې د فریکوینسي (دوقوعاتو تعداد) ستون دارابنئی چه په مر بوطه کتیګورۍ (صنف) کې په کوم شمیر مشاهدې واقع دی او د نوموړی صنف فریکوینسي ئې بولي. د یوه

صنف لوړ او ټيټ ممکنه قيمتونه د نوموړي صنف حدود بلل کيږي. دغه حدود په پورتني جدول کې په لومړي ستون کې د صنف تر عنوان لاندې ګوري. لکه چه وينو د لومړي صنف

(کتيګورى) حدود 20 او 29 دى. يعنې ټيټ حد يې 20 او لوړ حد ئې 29 دى. که د مشاهدو او نمرو عددونه اعشاره دار وي ، مثلاً : ۵،۳۵ – ۵،۲۹----- --------او ۵،۹۹ – ۵،۸۹ . داچه څوخانى اعشارى عدد د حدودو لپاره تعين کړو، پدې پورې اړه لرى چه د معلوماتو ارقام مو څو خانى اعشارى اعداد لرى، تر څو د معلوماتود مشاهدو هيڅ رقم په دوو صنفونو (کتيګوريو) کې رانشى. همداراز د کتيګوريو د منځ نقطې (Midpoint) د سرحدي عددونو حسابي اوسط دى يعنې ددواړود جمع د حاصل په نيمايي کى دى، يعنې:

$$\frac{90+99}{2} = 94{,}5 \text{ ، } \frac{30+39}{2} = 34{,}5 \quad \text{ ، } \frac{20+29}{2} = 24{,}5$$

د کتيګوريو عرض د صنفونو د سرحدى اعدادو له تفريقولو څخه پيداکوو، يعنې:

$$29{,}5 - 19{,}5 = 10 \text{ ، } 39{,}5 - 29{,}5 = 10 \text{ ، } \quad 99{,}5 - 89{,}5 = 10$$

د فريکوينسي مقسمه يا په لنډ ډول مقسمه د اړتيا په صورت کې په فيصدى سره هم ښوول کيږي. دد ى لپاره د هرى کتيګورى فريکوينسي د ټولو کتيګوريو د فريکوينسي په مجموعه تقسيمو او په سل کې ئې ضربوو. دغه فيصدي مقسمه نسبتي فريکوينسي يا نسبتي مقسمه

(Relative Frequency) بلل کيږي. که د هرې کتيګورى نسبتي فريکوينسي د مخکينى کتيګورى له نسبتي فريکوينسي سره جمع شي نو متراکمه نسبتي فريکوينسي يا مقسمه (Cumulative relative Frequency) ئې بولي.

د پورتني جدول په دريم ستون کې فريکوينسي (عدد) او په څلورم ستون کې نسبتي فريکوينسي (فيصد) ښودل شوي دي. د جدول په اخرني ستون کې متراکمه فريکوينسي (فيصد) ښوول شويده.

د معلوماتو ګرافيکى معرفى او ښوونه (نمايش)

د کمي (Quantitative) معلوماتو (ارقامو) د ښوونى او نمايش لپاره معمولاً هستوګرام څخه کار اخيستل کيږي او د کيفي ارقامو او معلوماتو د ښوونى، نمايش او معرفي لپاره معمولاً د ميله ايز (يا مستطيلى) ګراف (Bar Graph) څخه کار اخستل کيږي. که د ميله ايز ګراف د صنفونو ترمنځ فاصله محوه کړو نو هستوګراف ځنى جوړيږى. داچه کميى معلومات معمولاً مسلسل ته ورته وي نو ځکه په هستوګرام ښودل کيږي. برعکس کيفي معلومات يوازې د عددي کودونو په مرسته ښوول شوى وي، يعنې عددي کود ورکړل شوى وي، نو هيڅکله هم متصل

قیمتونه نشی اخیستلای او د میله ایز گراف په مرسته، داسی چه د هر قیمت میله یا ستنی له یوبل سره متصله وي، نشی ښوول کیدای شي.

د هستو گرام د جوړولو لپاره لاندې قدمونه اخستل کیږي:

۱. د معلوماتو (ارقامو) په لیستې کې اعظمي او اصغري تعینوو. بیا فاصله (Range) ټاکو یعني: R = Max – Min

۲. تصمیم نیسو چه څومره کتیگورۍ به مناسبی وي . د کتیگورۍ شمیر باید یوتام عدد وي او معمولاً د $5 < K < 20$ په حدودو کې وي. په پاس ذکر شویو فارمولونو کې د یوه په مرسته تعیینیږی .

۳. د صنف د کیتگوری عرض (W) ټاکو یعني W = R/K بیا د صنف د عرض قیمت مناسب عدد ته تقرب ورکوو، داسی چه د صنف له منځنی نقطې او حدودو یا سرحدی قیمتونو سره متصادف نه شی.

۴. بیا د صنف ټیټ او لوړ حدود (LL1 او UL1) تعینوو، یعنی: UL1 = LL1+W

۵. معلومات گورو او شمیر ئې په مربوطه کتیگوریو کې حسابوو. (یا د ایکسل په پروگرام کې د Countif له قوماندی څخه کار اخلو، یعنې د ستون په اخر کې لیکو چې:

= Countif (An1:Ani)

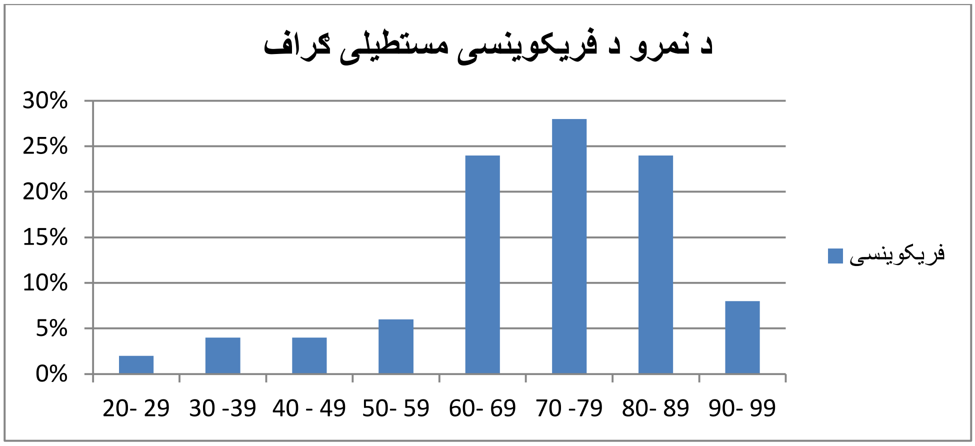
او بیا دغه رقم د فریکوینسي په جدول کې د مربوطه کتیگوری په مقابل کې لیکو.

۶. دهرې کتیگورۍ د فریکوینسي (د مشاهدوشمیر) لیکو.

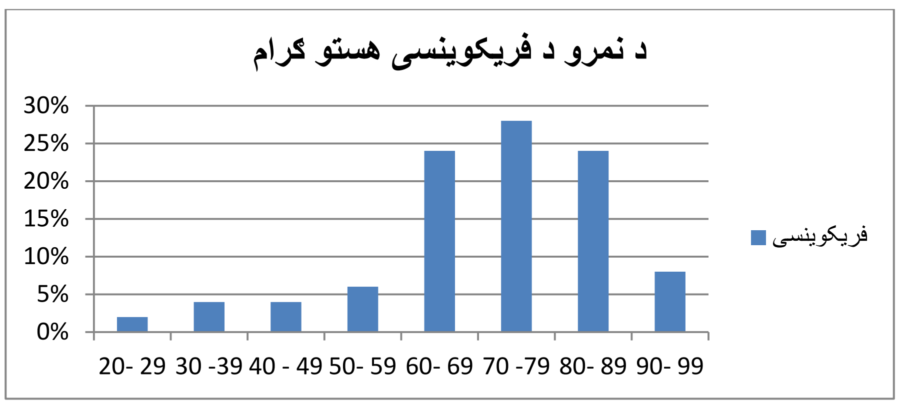
۷. بیانو هستوگرام ورته رسموو. په افقی محور (د x محور) باندې صنفونه او په عمودی محور (د y محور) د صنفونو فریکوینسي تعینوو. د صنفونو عرض سره یو شان دی اما د هر صنف جگوالی په هغه صنف کې د فریکوینسي د مقدار په تناسب جگ او یا ټیټ وي.

که د هستوگرام د هرې میلې (ستنی) څوکې د خط په واسطه له یوبل سره ونښلوو نو یو منکسر خط به تر لاسه شی چه د فریکوینسي پولیگون (Polygon) یا کثیر الا ضلاع ئې بولي (لاندې شکل وگورئ)

د مخکیني مثال لپاره میله ایزگراف او هستوگرام په لاندې توگه تر لاسه شوی دی .

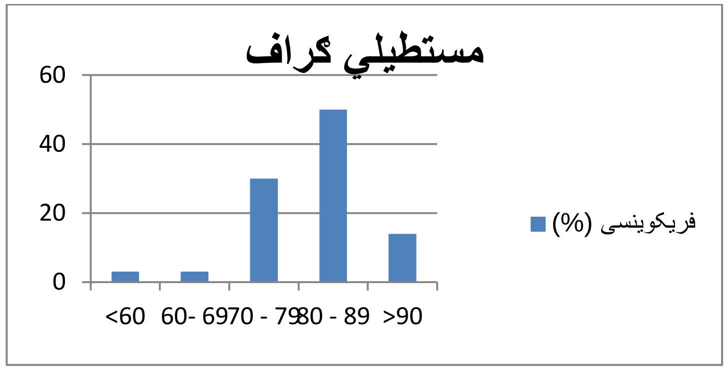


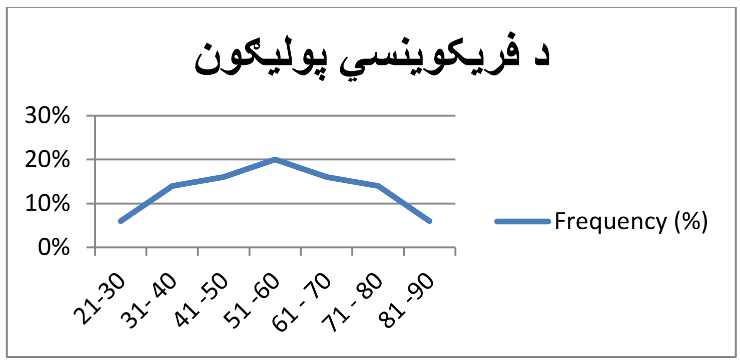
لکه چې وینی یې دغه مقسمه یو څه ښی خواته کږه ده او نورماله نه ښکاری. معنی یې دا وي چې د دغو شاګردانو مود نمره تر اوسط لوړه ده.



په لاندې شکل کې د عین یو ډول ارقامو لپاره د میله ای یا مستطیلي چارټ په میله چارټ کې په افقي محور د نمرو کټیګوري او په عمودی محور د هغو مقدار په فیصد ښوودل کیږي.

د شاګردانو د نمرو د فریکوینسي میله اي چارت





۲. د شاګردانو د نمرو فریکوینسي

د نمرو کتیګوری	فریکوینسي (٪)
<60	**3.3 %**
60-69	**3.3 %**
70-79	**30%**
80-89	**50%**
>90	**13.3 %**
	% 100

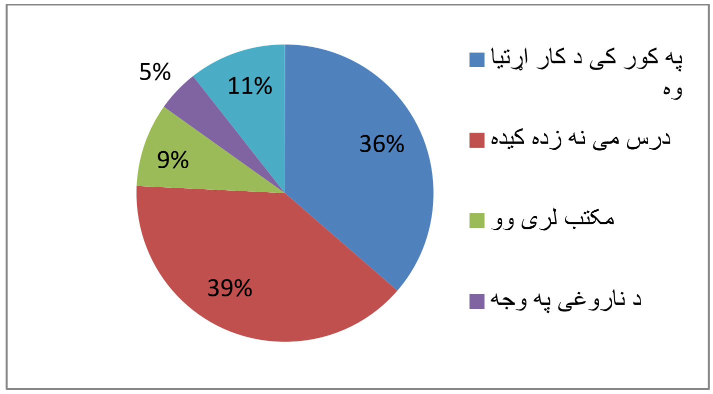
لاندی د یوی نمونی د مشاهداتو د خلاصی یو بل مثال وینی. لکه چی لولئ یی، دغه معلومات د مکتب پریښودو د عواملو په هکله د شاګردانو نظرونه بیانوی. لاندی عین معلومات په دری شکلونو: جدول، مستطیلی ګراف او هم دائیروی چارت کی، ښوودل شوی دی.

په دایروي چارت کې د دایرې مخ د نمرو د کتیګوریو په تناسب سره ویشل کیږي.

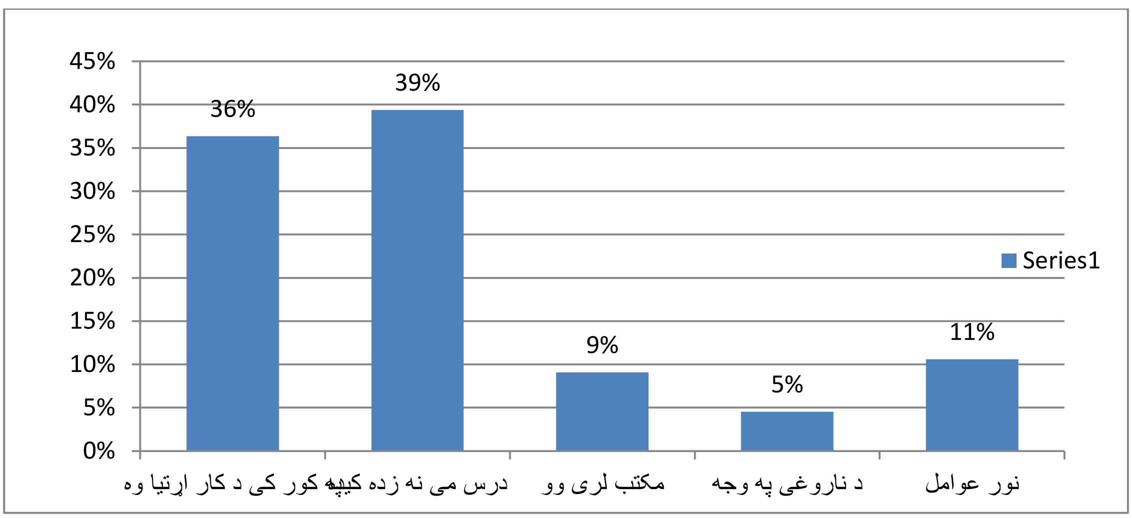
جدول : د مکتب پریښودو دعواملو په اړه د شاګردانو نظرونه

د مکتب پریښودو عوامل (ولی مو مکتب پریښووود)				
نور عوامل	د ناروغی په وجه	مکتب لری وو	درس می نه زده کیده	په کور کي د کار اړتیا وه
11%	5%	9%	39%	36%

د شاګردانو نظرونه د مکتب پریښودو د عواملو په هکله دایروي ګراف



د شاګردانو نظرونه د مکتب پریښودو د عواملو په هکله میله اي ګراف



د معلوماتو یا ارقامو (Data) د خلاصه کولو عددي طریقې

لکه چې مخکې مو وویل، د کمی معلوماتو د خلاصه کولو مقادیر په لاندې توګه وي:

۱. د مرکزیت مقادیر،

۲. د تشتت مقادیر،

۳. د موقیعت مقادیر،

۴. د خروج (باندیوالي) مقدار.

۱. دمرکزیت مقادیر ځلور وي:

الف :اوسط یا حسابي اوسط (Average).

ب: مود (Mode) یا تر ټولو ډیر واقع شوی یا مشاهده شوی مقدار.

ج: منځنی یا میډیان (Median) د یوی نمونې یا جمعیت نیمائي عناصر له هغه څخه لوی او یا ته نیمائی ئې تر هغه کوچنی وي.

د: د فاصلې منځ (Mid – Range) : که څه هم په ندرت سره کار ځنې اخستل کیږي.

او $$MR= (Max + Min)/2$$

د اوسط یا حسابي اوسط محاسبه کول: فرض کړی چه د مشاهدو شمیر مو (n) وي او مشاهده شوی مقادیر یی: $X_1,X_2,X_3....X_n$ وی.

اوسط ئې ($\bar{x}$) (ایکس زبر لوستل کیږي) د ټولو مشاهدو د عددي قیمتونو د مجموعی او په نمونه کې د مشاهدو د شمیر له تقسیم څخه لاسته راځی، یعنې :

$$\bar{x} = (X_1, X_2, X_3...+ Xn)/ n$$

په لنډ ډول یې داسی ښیو: $\overline{x} = \sum_{i=1}^{i=n} X\ i/n$:

$\sum$ –سیګما لوستل کیږي او یو یوناني حرف دی چه د مجموعي په معنی استعمالیږي.
Xi- یعنې i ومه مشاهده پدې ترتیب X_1– لومړی X_2– دوهمه مشاهده اونور.

که چیرې دغه نمونه د جمعیت یوه برخه وي نو د جمعیت ټول عناصربه N وي او د جمعیت له ټولوعناصرو څخه به مو یوازې (n) عناصر د نمونې لپاره رااخستي وي او N به زیات وي نسبت n ته پدې ترتیب به د ټول جمعیت او نمونې اوسطونه تفاوت سره لري.

په احصائیه کې د جمعیت اوسط په µ (میولوستل کیږي) سره ښوول کیږي. نو د جمعیت اوسط (µ) به عبارت وي له :

$$\mu= (X_1+X_2+X_3...X_N)/N$$

یا: $$\mu = \sum_{i=1}^{i=N} X\ i/N$$

مثال: په یوه ولایت کې د ۱۳۹۱ هـ ش کال د دولسم ټولګیو د فارغانو نمرې مطالعه کوو. د هغه ولایت د دولسم ټولګي ټول فارغان جمعیت دی او ټول شمیر ئې N بولو. که چیرې موږ د دولسم ټولګي د ټولو فارغانو نمرې راټولې او مطالعه کړو نو زموږ د مطالعې مورد ټول جمعیت دی. پدې ترتیب به دهغه ولایت د ۱۳۹۱ هش کال د دولسم ټولګیو د فارغانو اوسط نمرې، د مثال په توګه، عبارت دی له :

$$\mu = \sum_{i=1}^{i=N} (X\,i) \,/\, N$$

خو که چیرې د دغه ولایت د لیسو یو شمیر شاګردان ئې د نمونې په توګه تعین کړو او د دغې نمونې د فارغانو نمرې مطالعه کوو نو بیا به نمونې له اوسط څخه خبری کوو، یعنې:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{i=n} (X\,i)/n$$

په ځینو خاصو مواردو کې د حسابي اوسط تر څنګ دوه ډوله نور اوسطونه هم کله کله استعمالیږی چه عبارت دي له :

۱. هندسي اوسط ($\bar{G}$) : د مشاهدو د مقدارونو د ضرب د حاصل له n ام جذر څخه عبارت دی یعنې: $\bar{G} = (X_1 * X_2 * X_3 \ldots X_n)^{1/n}$ یا:

$$\bar{G} = \sqrt[n]{(X\,1 * X2 * \ldots \ldots Xn}$$

۲. هارمونیک اوسط ($\bar{H}$) : د مشاهدو د شمیر او د مشاهدو د عددي مقدارونو د معکوس د مجموعې له حاصل تقسیم څخه عبارت دی یعنې: $\bar{H} = n / \sum_{i=1}^{i=n} (\frac{1}{xi})$

مثال فرض کړی چه د هیواد ۱۳۸۷ هـ ش کال دریاست جمهوري لپاره د کاندیدانو عمرونه 56,63,70,38,65,60,55,50,45,40,35 کلونه وو.

داچه د ریاست جمهوري ټول کاندیدان همدومره وو نو دغه معلومات د ټول جمعیت په هکله دي. نو اوسط ئې په لاندې توګه پیداکیږي:

$$\mu = (56+63+70+38+65+60+55+50+45\ +35)/11$$

پس: $\boldsymbol{\mu = \frac{577}{11}} = 52.5$

نو د هیواد د ۱۳۸۷ هش کال د جمهوری ریاست لپاره د کاندیدانو اوسط عمر 52.5 کاله وو. که چیرې په هغه کال کی د هیواد د ولسي جرګې لپاره د کاندیدانو عمرونه مطالعه کوو نو دا چه شمیر ئې ډیر وو، مجبور یو چه په اتفاقي توګه یوه نمونه ځنې راواخلو او بیا ئې د عمرونو اوسط محاسبه کړو. لاسته راغلی اوسط به د جمعیت (د ټولو کاندیدو وکیلانو) له اوسط سره نژدی وي اما څه فرق به ولری.

مود په یوه جمعیت یا یوه نمونه هغه مشاهده وي چه ډیر تر ستر‌ګو کیږي یعنې ډیر ځلي واقع شوې وي. کیدای شي یو نمونه هیڅ مود ونلري . مثلاً پورتني مثال کې هره مشاهده یوازې یو ځل واقع شوې وه.

کله کله بیا کیدای شي دوه یا درې مودونه وي. دوه مود لرونکې نمونه د دوه کوپې اوښ (مایع اوښ) په شان ښکاري.

لکه چه مخکې مو وویل منځنی یا میډیان د هغې مشاهدې عددي قیمت وي چه د مشاهدې صف په دوو مساوي برخو جلاکوي، یعنې نیمایی (50%) مشاهدات ورڅخه پورته او پاتی نیمائې (50%) ورڅخه ښکته واقع وي. د منځنی د پیداکولو لپاره لومړی تر لاسه شوی عددي ارقام په صعودی او یا نزولی تر تیب تنظیموو. بیا د مشاهدو شمیر (n) ګورو. که n طاق عدد وي نو یوازې یو عدد (مشاهده) به وي چه (50%) مشاهدات ئې په دواړو خواوکی راځی او دغه رقم منځنی ده. نو منځنی به n+1)/2) حد وي. که چیرې n جفت عدد وي نو واضح ده چه د صف په منځ کې به دوه قیمتونه راشی، یعنې د مشاهدې د صف (n/2) او (n/2+1) دوه حدونه به په منځ کې وي. پداسی صورت کې منځنی ددغو دواړو حدونواوسط بلل کیږي.

مثلاً: په مخکنی مثال کې به منځنی څومره وي؟
داچه جمهوري ریاست ته د کاندیدانو شمیر (11) او یوطاق عدد دی، نو منځنی به د صف:

6 = 2/(11+1) ، یعنی شپږم حد وي.
راځی چه د کاندید ریس جمهورانو عمرونه په نزولي ډول تر تیب کړو (له کوچني څخه تر لوی پورې) (35,38,40,45,50,55,56,60,63,65,70).

لکه چه وینی شپږم حد (55) دی چه پوره 5 حدونه ورڅخه زیات او 5 ورڅخه کم دی. نو Median= 55 یاشپږم حد دی.

۲. د تشتت مقادیر (Measures of Dispersion) د معلوماتو په یوه صف کې د مرکزیت مقادیر داښئي چه د نوموړي صف عناصر څومره سره نژدې دي. بر عکس د تشتت مقادیر یې دا را په ګوته کوي چه د صف عناصر څومره سره خواره او له منځ څخه لری سره پراته دی.

د تشتت مقادیر درې دي: فاصله (Range) ، وریانس (تفاوت یا انحراف) (Variance) او معیاري انحراف. لاندې به ئی هر یو په ترتیب سره بیان شی.

فاصله د اعظمی او اصغری ترمنځ تفاوت ښئیی ، یعني R= Max-Min په پورتنی مثال کې : دیوه کاندید ریس جمهور عمر 70 کاله اود بل 35 کاله وو، چه لومړی ئې تر ټولو مشر او دوهم تر ټولو کشر وو. نو د مشاهدې پدې صف کې Max= 70 او Min= 35 پس -70 =R 35=35 یعني فاصله یا R ئې 35 کاله دی.

وريانس او معياري انحراف (مخکی ليکل شويدی)

د نمونې لپاره وريانس په (S^2) اود جعيت وريانس په $(Ϭ^2)$ ښيو.

$$S^2 = \frac{\sum_{I=1}^{I=N}(X_i - X)^2}{n-1}$$

او همداراز:

$$Ϭ^2 = \frac{\sum_{i=1}^{I=N}(y_i - \mu)^2}{N}$$

همداراز د نمونې لپاره معياري انحراف په (S) او د جمعيت لپاره په (Ϭ) ښودل کيږي.

$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N}(X_I - \overline{X})^2}{N-1}}$ او $Ϭ = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N}(y_i - \mu)^2}{N}}$ (Ϭ– « **سيګما»** لوستل کيږي)

مثال: په يوه جمعيت کې لاندې مشاهدې تر لاسه شوی دی: 8 ,6 ,4 ,2 او 10 . تاسی ئې وريانس او معياري انحراف محاسبه کړی.

$\mu=(2+4+6+8+10)/5= 30/5 = 6$

پس $\mu = 6 = \bar{x}$ (دجمعيت اوسط) او داچه دغه جمعيت پخپله نمونه ده، نو: $\mu = \overline{x}$ (دجمعيت اونمونی اوسط سره برابر دی).

نومعياری انحراف به عبارت وي له:

$Ϭ^2= [(2-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(10-6)^2]/5$

پس : $Ϭ^2 = 8$

او:

$$Ϭ = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

که چيرې دغه مشاهدات ټول جمعيت نه خو له هغه څخه يوه نمونه وي، نو معياري انحراف به ئي فرق ولری(څکه چه مجموعه به په $n-1= 5- 1= 4$ تقسيم کيږي)، يعنې :

$S^2 = [(2-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(10-6)^2]/4 = 10$

پس: $S^2 = 10$ او $S= \sqrt{10}$ نو: $S = \sqrt{10} > Ϭ = \sqrt{8}$

دا راښيي چه د نمونې معياري انحراف (S) د جمعيت تر معياري انحراف (Ϭ) زيات دی.لکه چه په فارمول کې ښکاری هر څومره چه د مشاهدوشمير ډير وي په همغه اندازه به انحراف کوچنی کيږي.

د معياري انحراف د پيدا کولو او محاسبې لپاره لاندې بل ساده مثال وړاندې کيږي:

مثال د یوه جمعیت د لاندې ارقامو لپاره معیاري انحراف محاسبه کړی.

$$2,\ 4,\ 4,\ 4,\ 5,\ 5,\ 7,\ 9.$$

حل: وینو چې ټول اته ارقام دي نو په اول قدم کې یې اوسط پیدا کووچی ۵ به شي، یعنې:

$$\frac{2+4+4+4+5+5+7+9}{8} = 5.$$

د معیاري انحراف د محاسبې لپاره په دوهم قدم کې اول د هرې مشاهدې فرق له اوسط څخه پیدا او بیا یې مربع کوو، یعنې:

$$\begin{array}{ll} (2-5)^2 = (-3)^2 = 9 & (5-5)^2 = 0^2 = 0 \\ (4-5)^2 = (-1)^2 = 1 & (5-5)^2 = 0^2 = 0 \\ (4-5)^2 = (-1)^2 = 1 & (7-5)^2 = 2^2 = 4 \\ (4-5)^2 = (-1)^2 = 1 & (9-5)^2 = 4^2 = 16. \end{array}$$

په دریم قدم کې د دغو قیمتونو اوسط پیدا او بیا یې مربع جذر تر لاسه کوو، یعنې:

$$\sqrt{\frac{9+1+1+1+0+0+4+16}{8}} = 2.$$

نو معیاري انحراف به مو عبارت وي له: Std = 2

یادونه: د اساني لپاره به له دی څخه وروسته د نموني معیاري انحراف په S ، او وریانس به یې په V یا S^2 سره ښیيو. متحول په X او د متحول مشاهده شوی قیمت په Xi سره ښیيو .

د کمی معلوماتو د عددي مقادیرو ځیني مواصفات

که د یوې مشاهدې له ارقامو سره یو ثابت عدد جمع او یا ور سره ضرب شی نو د نویو لاسته راغلیو ارقامو اوسط به له اولنی اوسط څخه د ثابت په اندازه لوی وي . یعنې که:

$X_1, X_2, \ldots\ldots X_n$ د لومړی مشاهدې ارقام،$\bar{X}$ د هغی اوسط او b یو تام عدد وي ، نود :

$Y_1 = X_1 + b,\ Y_2 = X2 + b,\ \ldots\ldots,\ Yn = Xn + b$

لپاره به ولرو چې:

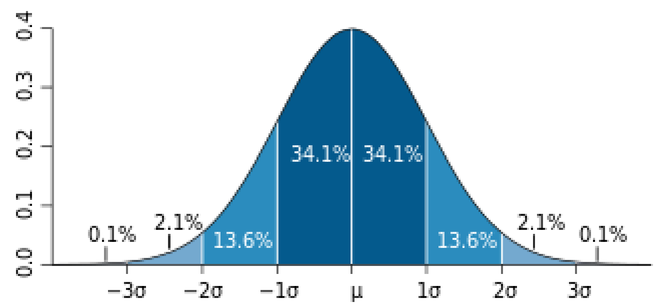
$\bar{Y} = \bar{X} + b$

او همداراز که په یو ثابت عدد کې ضرب شی نو: $\bar{Y} = \bar{X} * b$

د ثابت د ضربولو او جمع کولو په صورت مود، میدیان یا منځنی هم په همدغه ډول تغیر کوي. اما که چیری یو ثابت عدد هری مشاهدې ته ورجمع کړو، نو وریانس او همدا ډول معیاري انحراف ئې تغیری نکوی. اما که په یو ثابت عدد کې ئې ضرب کړو نو وریانس ئې د هغه ثابت

عدد د مربع سره د ضرب په اندازه او معياري انحراف د هغه ثابت عدد د مطلقه قيمت سره د ضرب په اندازه تغير کوي.

مهمه مشخصه ئې داده چه که د مقسمي شکل په نسبي توګه يو زنګ ډوله شکل ته ورته وي، يعني نورمال منحني ته ورته وي، نو تجربوښوولي چه: د (µ-Ϭ) او (µ+Ϭ) په ساحه کې به تقريباً % 68 مشاهدات واقع وي, د µ-2 Ϭ او µ+2 Ϭ ترمنځ به 95% مشاهدات واقع وي. د µ-3 Ϭ او µ+3 Ϭ ترمنځ به 99.7% مشاهدات واقع وي.



د کمی معلوماتو د موقعيت مقادير (Measures of Position)

طبعي ده چي د يوه متحول مشاهده شوی قيمتونه فرق سره لری او مشاهده شوی قيمتونه يي له لوی څخه تر کوچنی پورې د اوسط په شاو خوا کې پراته وي. د اوسط په شاوخوا کې د يو ه متحول مشاهده شوی قيمت موقعيت د معياري انحراف د قيمت له مخي ټاکل کيدای شي. ديوی مشاهدې د عددي قيمت د موقعيت د تعين مقاديرلاندی څلوردی:

١. د Z درجه (Z-Score) ؛

٢. سلنه (Percentile) ؛

٣. لسنه (Decile) ؛ او

۴. ربع (Quartile).

د Z درجه يا نمره هغه فاصله راښيي چه د مشاهدې يو عددي قيمت ئې د ټولو مشاهدو له اوسط څخه د معياري انحراف د څو چنده په اندازه لري، په بل عبارت داچه يوه نقطه له اوسط څخه د معياري انحراف د څو چنده په اندازه فاصله لري. د Z درجه يو نسبت دی نو کوم واحد نلري او که سم پام ورته وکړو نو د معياري انحراف يو ضريب وي. طبعي خبره ده چه د نمونې او

جمعیت لپاره دغه درجه فرق سره لری، چه د لاندې فارمولو پواسطه ئې محاسبه کوو.د نمونې (Sample) لپاره د Z درجه به عبارت وی له :

$$Z = \frac{(xi-\overline{x}\ )}{s}$$

او د جمعیت د Z درجه:

$$Z = \frac{xi-\mu}{\sigma}$$

<u>سلنه (Percentile)</u> :

یوه سلنه دابښيي چه د مشاهدو همدومره فیصده له نوموړی نقطې څخه لږ یا برابردی. سلنه د یوې مشاهدې موقیعت په ټولو مشاهدو کې رابښی. مثلاً د یوه شاګرد نمرې 70 سلنه دی،یعنې 70% شاګردان له نوموړی څخه ټیټې نمرې لری.

P1 P2 P99

لسنه یا عشریه (Decile) بیا د سلنی لس فیصده ښيي. مثلاً پنځه لسنی 50% معنی لری.

ربع (Quartile) بیا یوه ډیره معموله سلنه ده. ربع د مشاهدې صف په څلورو مساوی برخو ویشی. لکه چی په لاندی خط کی ښوول شوی دی.

دمشاهدی لوړ قیمت — دمشاهدی ټیټ قیمت

Q1	Q2	Q3	Q4
25% معلومات	25% معلومات	25% معلومات	25% معلومات

د ارقامو (معلوماتو) د تحلیل په وخت کې همیشه باید **<u>مفرط</u>** قیمتونه، یعنې د مشاهدو هغه قیمتونه چه په اخیري څنډو کې واقع شوی وي، په نظر کې ولرو او یو څه غور ورباندې وکړو. مفرط مشاهدات یعنې هغه چه تر نورو ټولو لوی او یا تر ټولو کوچنی عددي قیمت ولری، کیدای شي چه د یوه چانس له مخې واقع شوی وي یا د متحول په اندازه کولو کې د اشتبا ه له لاری پیداشوی وي، په کمپیوتر (یا کاغذ) کې د معلوماتو د لیکلو په وخت په غلطی لیکل شوی وي، او یا هم د نمونه ګیري د غلطی له سببه رامنځته شوی وي. په عمومي توګه د جمعیت او نمونې د اوسط او معیاري انحراف ترمنځ تفاوت وي، ولوکه نمونه ګیري ډیره په احتیاط او په سمه توګه هم تر لاسه شوی وي.

په احصائيه کې د جمعيت او نمونې د مشخصاتو توپيرونه په لاندې ډول وي:
پارامیتر (Parameter):د جمعيت د مشاهدو د سيټ يوې مشخصې ته وايي، لکه:

N– د جمعيت د عناصرو شمير؛

µ- د جمعيت د يوې مشخصې اوسط؛

Ϭ- د جمعيت د يوې مشخصې معياري انحراف؛

Ϭ2- د جمعيت د يوې مشخصې وريانس.

احصائيه يا آمار (Statistic) بيا د نمونې د مشاهدو يوې مشخصې ته وائی، لکه :

n- دنمونی عناصرو شمير؛

$\overline{X}$- د نمونې د يوې مشخصې اوسط؛

S- د نمونې د يوې مشخصې معياري انحراف؛

S^2- د نمونې د يوې مشخصې وريانس.

د ګروپ شويو معلوماتو توصيفي احصائي محاسبه کول

کله کله معلومات او ارقام په جدولونوکی په ګروپ شوی شکل راکړل شوی وي. او پدې ډول د مشاهدو دقيق ارقام نه وي راکړل شوی او يوازې دومره پوهيدای شو چه په يوه صنف يا کتيګوری کی ئې فريکوينسي څومره ده. له دغه ځايه څخه مجبوريږو چه د کتيګوريو له منځنۍ نقطعی او فريکوينسي څخه کارواخلو او د نمونې نورې احصائې لکه اوسط ، معياري انحراف اونور ځنې محاسبه کړو. که د کتيګوريو منځنۍ نقطه په $\mathbf{X_i}$ او فريکوينسي ئې په $\mathbf{F_i}$ وښيو، نو لاندې فارمولونه به ولرو (د نمونې او يا جمعيت لپاره):

$$\text{(دجمعيت اوسط)}\ \mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i F_i}{\sum_{i=1}^{n} F_i}$$

$$\text{(د نمونې اوسط)}\ \overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i F_i}{\sum_{i=1}^{n} F_i}$$

په پورته فارمولونو کې X_i د i- ومی کتيګوری منځنی نقط ده او $\mathbf{F_i}$ د هغی فريکوينسي او n د کتيګوريو (صنفونو) تعداد وي. همداراز د معياري انحراف او وريانس لپاره به ولرو چه:

$$\text{(د جمعیت وریانس) } Ϭ^2 = \frac{\sum_{I=1}^{I=N}(X_i - \mu)2 * fi}{\sum_{n=1}^{I=N} fi}$$

$$\text{(د نمونی وریانس) } S^2 = \frac{\sum_{I=1}^{I=N}(X_i - \bar{X})2 * fi}{\sum_{n=1}^{I=N} fi - 1}$$

معیاري انحراف به د پورته فارمولومربع جذر وي یعني:

$$Ϭ = \sqrt{Ϭ^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)2 * f_i}{\sum_{i=1}^{n} F_i}}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \bar{X})2 * f_i}{\sum_{i=1}^{1=N} F_i - 1}}$$

مثال: په لاندې جدول کې د یو مکتب د یوه صنف د شاګردانو نمرې په اتو کټیګوریوکې د معلومو فریکوینسیو سره سم را کړل شوې دي. احصایې یې محاسبه کوو.

جدول ۳: د شاګردانو د نمرو د فریکوینسي جدول

د کټیګوری حدود	د کټیګوری فریکوینسي	د کټیګوری منځ	= Fi*A	= (Ai-A)	$= (Ai-A)^2$	$= Fi*(Ai-A)^2$
20- 29	1	25	25	-46.6	2171.6	2171.6
30 -39	2	35	70	-36.6	1339.6	2679.1
40 - 49	2	45	90	-26.6	707.6	1415.1
50- 59	3	55	165	-16.6	275.6	826.7
60- 69	12	65	780	-6.6	43.6	522.7
70 -79	14	75	1050	3.4	11.6	161.8
80- 89	12	85	1020	13.4	179.6	2154.7
90- 99	4	95	380	23.4	547.6	2190.2
مجموعه	50		3,580			12,122

حل: د پورته جدول په لومړیو دریو ستونونو کې (د جدول له چپی خوا څخه) ارقام تیار را کړل شوی وو. د جدول په څلورم ستون کې ارقام د دوهم او دریم ستون له ضربولو څخه لاسته راځي. په څلورم ستون کې د لاسته راغلیو ارقامو مجموعه (د ستون په اخری لیکه کې یې

لولو) پیداکوو چې ۳۵۸۰ دی. او هم وینو چې د ټولو فریکوینسیو مجموعه یا د ټولو مشاهدو شمیر ۵۰ دی.
د اوسط د پیدا کولو لپاره دغه د څلورم ستون مجموعه په ۵۰ ویشو او وینو چې:

$$A = 3580/50 = 71.6$$

نو اوسط به عبارت شی له: $A = 71.6$

د معیاري انحراف او وریانس د پیداکولو لپاره د پورتني جدول په پنځم ستون کې د کتیګوریو د منځ نقطې قیمت له پیدا شوي اوسط (71.6) څخه تفریقوو. بیا دغه لاسته راغلی تفاوت مربع کوو او د هرې کتیګورئ لپاره یې په شپږم ستون کې لیکو. په پای کې د دغه مربع شویو قیمتونو مجموعه د هرې کتیګورۍ د فریکوینسی په مقدار کې ضربوو او د هرې کتیګورۍ په مقابل کې یې په اووم ستون کې لیکو. په پای کې د اووم ستون ټول لاسته راغلي مقادیر سره جمع کوو (د اووم ستون په اخري لیکه کی یې لولی). ګورو چې دغه عدد ۱۲۱۲۲ دی.
بالاخره دغه لاسته راغلی عدد د فریکوینسیو په شمیر ویشو او وریانس لاسته راځي، یعنې:

$$S^2 = \sum ((Ai-A)^2 * Fi)/\sum Fi-1= 12122/50 = 242.4$$

نو وریانس به یې 242.4 وي. او بالا خره معیاري انحراف به یې:

$$S= \sqrt{S2} = \sqrt{242.4} = 15.6$$

پس معیاري انحراف به یې 15.6 شی.

په لنډ ډول لیکلای شو چې:

$n=8$، $\sum_{i=1}^{i=8} fi = 50$ (د کتیګوریو شمیر)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{8} \mathrm{XiFi}}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{i=8}} \mathrm{Fi}} = [1(25) + 2(35) + 2(45) + 3(55) + 12(65) + 14(75) + 12(85) + 4(95)]/50$$

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{3580}{50} = 71{,}6$$

همداراز :

$$\mathrm{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{8}(\mathrm{Xi}-\overline{\mathrm{X}})}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{8} \mathrm{fi}-1} =$$

$$\mathrm{S}^2=247.4$$

او:

$$\mathrm{S} = \sqrt{S^2} = \sqrt{247.4} = 15.6$$

پورتنی مفاهیم به په لاندې نورو مثالونو کې هم واضح شی.

مثال: د یوه مکتب د لسم الف ټولګی د ټولو۱۹ تنو شاګردانو د ریاضي د مضمون د کلنی امتحان اوسط نمرې په لاندې ډول دی:

شمیره	نمرې	شمیره	نمرې
1	97	11	80
2	86	12	78
3	85	13	76
4	84	14	73
5	83	15	72
6	83	16	72
7	82	17	70
8	81	18	60
9	80	19	60
10	80		

تاسی یې توصیفي احصائیی محاسبه کړی.

په پورته مثال کې د شاګردانو نمرې متحول ، د هرې نمرې عدد یوه مشاهده او پخپله هر شاګرد یو واحد بولی.

پخپله یوازی دغه عددونه (د شاګردانو نمرې) ارقام (ډاتا) دی ځکه بې له دې چې دا ښیی چه مثلاً د احمد نمرې ۸۲، د محمود ۹۷ او نور دی، نور څه نشي ځینی پوهیدای. دغه ارقام مشاهدات هم بولو ځکه لیدل شوي دي. خو دا چې ټول ۱۹ تنه دي او تر ټولو ټیټه نمره ۶۰ ، تر ټولو جګه نمره ۹۷ ده او سط نمره ۷۸ ده او نور، بیا معلومات بلل کیږي.

مود : وینو هغه مقدار چې تر ټولو ډیر تر سترګو کیږي.۸۰ دی چې په دغو ټولو ۱۹ مشاهدو (دشاګردانو نمرو) کې درې ځلي واقع شوی دی، نو **مود 80 = Mode**

میډیان یا منځنی: وینو چې ټولی مشاهدې یو طاق عدد (۱۹) دی نو میډیان یې باید هغه نمره وي چې ۹ تنو ور څخه پورته او پاته نه تنو ور څخه ټیټه نمره اخستی وي. که وګورو نو ۸۰ هغه عدد دی چې پوره ۹ مشاهدې تر هغه پورته او همدومره ور څخه کښته واقع دی. نو

میډیان: Med = 80

د میډیان د پیداکولولپاره ارقام په نزولي یا صعودي ډول ترتیبوو او کومه مشاهده چې په منځ کې ده نو هغه به مطلوبه منځنی وي.

اوسط: د ټولو نمرو مجموعه ۱۴۸۲ کیږي چې که دغه مجموعه د ټولو په شمیر، چې ۱۹ دی، وویشو نو: **اوسط**: $\bar{A}$ = **78** کیږي. د اوسط فارمول په لاندې ډول دی:

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^{i=19} Ai}{n}$$

$\bar{A}$= (97+86+85+81+80+80+80+78+76+73+72+72+70+60+60+

84+83+83+82)/(19)

$\bar{A}$= 1482/19= 78

فاصله: وینو چې د مشاهدو له جملی څخه اعظمي مقدار ۹۷ او اصغري یې ۶۰ دی، نو:

R = Max – Min = 97 - 60 = 37

د **معیاري انحراف** محاسبه لږ پیچلې وي چې فورمول یې لاندې دی او په لاندې جدول کې یې معرفي کوو.

$$\textbf{Std} = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{(n-1)}}$$

په پورته فارمول کې :

Std - Standard Deviation - یا معیاري انحراف چې د نمونې په صورت کې د S په توری سره او د جمعیت په صورت کې په σ ښوودل کیږي.

$\bar{X}$ - د مشاهدو اوسط ؛

Xi - د هرې مشاهدې قیمت؛

n- د مشاهدو شمیر؛

(∑- سیګما یونانی حرف دی او د مجموعی لپاره سمبول وي.)

جدول ۱. د لسم ټولګی د شاګردانو ریاضي د نمرو د کمی مواصفاتو د محاسبې جدول

	الف	ب	ج	د	هـ	و
شمیره	**مشاهده (نمرې) (Ai)**	**فریکوینسي یا د وقوع تعداد (n)**	**نسبی فریکوینسي (فیصدی) (n/60*100)=F)**	**متراکمه فیصدی (د مخکینیو مجموعه)**	**له اوسط څخه د هری مشاهدې انحراف (A-Ai)**	**د ځانګړو انحرافاتو مربع $(A\text{-}Ai)^2$**
1	97	1	5%	100%	19	361
2	86	1	5%	95%	8	64
3	85	1	5%	89%	7	49
4	84	1	5%	84%	6	36
5	83	2	11%	79%	5	25
6	83				5	25
7	82	1	5%	68%	4	16
8	81	1	5%	63%	3	9
9	80				2	4
10	80	3	16%	58%	2	4
11	80				2	4
12	78	1	5%	42%	0	0
13	76	1	5%	37%	2-	4
14	73	1	5%	32%	5-	25
15	72	2	11%	26%	6-	36
16	72				6-	36
17	70	1	5%	16%	8-	64
18	60	2	11%	11%	18-	324
19	60		0 %		18-	324
مجموعه	**1482**	**19**				**1410**

د پورتني جدول په شان، د معیاري انحراف د محاسبې لپاره لومړی د هرمشاهده شوي رقم تحریف له اوسط څخه پیدا کوو (د هـ ستون)، بیا هغه مربع کوو (د و ستون). بیا د **د ټولو ځانګړو انحرافاتو د مربع مجموعه** سره جمع کوو (د و ستون اخری حجره)**.** دغه لاسته راغلی مجموعه (د و د ستون اخری لیکه) چې **(۱۴۱۰) کیږي**، د شمیر په یو کم (یعني ۱۸= ۱ - ۱۹) یی ویشو او مربع جذر یې پیدا کوو.

دغه د تقسیم حاصل 78.3   اومربع جذر یې 8.9 کیژی، نو وریانس یې 78.3   او معیاري انحراف به یې 8.9 = Std شی.

د **وريانس** يا انحراف (Var) يا (V) لپاره فارمول لاندې دی:

$$\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{(n-1)}$$

که د پورتني جدول د هـ په ستون کی د وريانس يا انحراف قيمت ته وګورئ، و به وينی چې ځينې يې مثبت او ځينې يې منفي علامه لري. معنی يې داده چې ځينې مشاهدې له اوسط څخه غټې او نورې بيا ور څخه کوچنی دي. همدغه علت دی چې د اوسط انحراف د پيداکولو لپاره يې مربع شوی قيمت د مشاهدو په تعداد ويښل کيږي .

معياري انحراف دوه مشاهدې داسې سره مقايسه کوي چې د اوسط په شاوخوا کې يې تشتت او پراګندګي ګوري. يعني کيدای شي چې دوه داسې مختلفې مشاهدې ولرو چې اوسطونه يې سره يو شان وي، خو معياري انحرافونه يې سره فرق ولری.

مثلاً که د يوه بل صنف د نمرو اسط هم 78 وي، خو معياري انحراف يې 15 وي. نو ويلای شو چې دوهم صنف نسبت پورتنی صنف ته ډير متشتت دی، يعني د شاګردانو نمرې يې د اوسط په شاوخوا نسبتاً لرې سره پرتې دي. د دې لاسته را وړنی معنی کيدای شي دا وي چې په دو هم صنف کې ځينې شاګردان لايق او ځينې کمزوری دی، پداسې حال کې چې د پورتنی اول صنف شاګردان سره نژدې دی.

د **انحراف د ضريب** د محاسبې لپاره د معياري انحراف قيمت **(Std = 8.9)** د اوسط په قيمت **A = 78** ويشو. نو د انحراف ضريب به عبارت شي له: **8.9/78= 0.11**

د يوې **سلنې** د لوستلو لپاره د متراکمې فيصدي ستون لولو او هره سلنه يې چې وغواړو تر لاسه کولای شو؛ مثلاً ټولی نمرې (۱۰۰ ٪) تر ۹۷ ټيټې دي، ۶۸ ٪ نمرې تر ۸۲ ټيټی دی او نور ، يعني سل سلنه يې ۹۷، ۶۸ سلنه يې ۸۲ دی او نور. وينو چی (۹۷) نمره سل سلنه ده يعنی، سل فيصده شاګردانو تر ۹۷ ټيټی نمری وړی دی.

په پورته جدول کې د (ب) په ستون کې نسبی فريکوينسي(فيصدی) او د (ج) په ستون کې متراکمه فيصدي هم محاسبه شوی ده چې د بصری محاسبو (ګرافونو) د تشکيل لپاره په کاريږی.

متراکمه فيصدی، لکه چې په جدول کې يې وينی، د يوی نقطې د تعداد دوقوع فيصدی او تر هغه د ټيټو نقطو د فيصدی مجموع ښيی. په پورته جدول کې مو نمرې په تنازلی ډول ترتيب کړي دی يعنې له لوی څخه د ټيټ خواته، نو ځکه مو متراکمه فيصدی د ستون له لاندې خوا څخه يعنې له ټيټی نمرې څخه را پيل کړی ده. د جدول په ۱۹ ليکه کې د اخری ۶۰ په مقابل

کې صفر فیصده دا معنی لری چې د ۶۰ نمره یې صفر سلنه ده، یعنې تر ۶۰ ټیټه نمره هیچا هم نه ده وړی.

یادونه: لکه چې وینی د پورتنی جدول د (ب) په ستون کې مو د هری نمرې د وقوع تعداد یا فریکوینسي پیدا کړی ده او د نمرې لپاره مو کتیګوری نه دی جوړی کړی. دا کار که څه هم د ډیرشمیر مشاهدو لپاره عملی نه وي، اما ممکن وي.

د توصیفي احصایو د محاسبې لپاره د کمپیوټر له پروګرامونو څخه ګټه اخستل

ډیر وختونه د را ټول شویو معلوماتو او ارقامو حجم ډیر لوی وي، یعنې د مشاهداتو شمیر زیات وي، نو په لاس او قلم د احصایوي محاسباتو سنجول ډیر ستونځمن کار وي. د ښی پوهیدنی لپاره توصیه کیږي چې توصیفي احصایې د کوچنی مقدار فرضی مشاهدو لپاره په لاس او قلم محاسبه کول ډیر ګټور وي. د احصایوی محاسباتو د تر سره کولو لپاره کمپیوټری پروګرامونو ډیری اسانتیاوی را منځته کړی دی. ډیر مسلکی کمپیوټری پروګرامونه شته چې ډیر معمول او مشهور یې د ایس پی اس اس یا

(Statistcial Package for Social Sciences -SPSS) او ایکسل Excel دی. د ایکسل پروګرام یو عادي کمپیوټري پروګرام دی چې اکثریت ور سره اشنا دي. برعکس اس پی اس اس بیا یو پرمختللی مسلکي پروګرام دی چې که له یوی خوامغلق دی اما له بلی خوا ډیرې اسانتیاوې لري اما د عادي کمپیوټري پروګرام برخه نه وي او باید چې واخستل شي.

زموږ په شرایطو کې د احصایوي محاسباتو لپاره له ایکسل څخه استفاده کول عملي ښکاري.

د توصیفي عددي ښوونی لپاره د ایکسل د پرګرام په مینو کې د فارمول (Formula) او تابع (Function) له اسنتیاوو څخه په لاندې توګه کار اخستلای شو.

۱. د ارقامو په جدول کې د توصیفي احصایو د محاسبې مطلوب ستون و ټاکئ او بیا په لاندې ډول عمل وکړئ:

1. Formula 2. Function 3. Statistical

۲. تر هغه وروسته د ستاتیستیکی احصائیو له لست څخه چې په را ښکاره شویی دربچه کې یې ګورو، مطلوبه احصائیه خوښه کړي. بیا به در څخه وغوښتل شی چې هغه متحول او د هغه د مشاهدو حدود ورته په نښه کړي چې مطلوبه احصائیه یې غواړی. د ار قامو په جدول کې یې په نښه او بیا به یې کیکاږی.

مثال: فرض کړی چې موږ د یوه ولایت د مکاتبو د یوې سروې د معلوماتو یوه برخه د ایکسل د پروګرام په یوه پاڼه کې په لاندی شان لرو. د هر متحول د ستون په پای کی د پورته په څیر عمل کوو او د لاندې په شان به یې مطلوبی احصائیې پیدا کړو.

د هیواد په یوه ولایت کې د مکاتبو د معلمانو دسروی یوه برخه معلومات

مسلسله شمېره	جنسیت	عمر (کلونه)	تعلیمی سویه	د معلمی تجربه (کلونه)
1	نارینه	24	3	6
2	نارینه	22	3	2
3	ښځینه	52	3	23
4	ښځینه	23	3	3
5	ښځینه	48	3	25
6	نارینه	32	3	7
7	نارینه	45	4	12
8	نارینه	20	3	2
……				
69	نارینه	45	4	12
70	نارینه	20	3	2
71	ښځینه	27	3	2

اوسط	= Average (AI5:AI17)	= Countif (AI5:AI17,1)	= Average (AI5:AI17)
مود	= Mode (AI5:AI17)	= countif (AI5:AI17, 2)	= Mode (AI5:AI17)
میدیان	= Median (AI5:AI17)	= Countif (AI5:AI17, 3)	= Median (AI5:AI17)
معیاري انحراف	= Stdev (AI5:AI17)	= Countif (AI5:AI17,4)	= Stdev (AI5:AI17)

د بصري توصيفي احصائيو، يعنې د خلاصه شويو کميی معلوماتو گرافيکی ښوودنی لپاره هم د ایکسل د پروګرام له اسانتیاوو څخه بشپړه مرسته تر لاسه کولای شو. کله چې د ارقامو خلاصه په جدولونو کې ترتيب شی، نو د ګرافونو د رسمولو لپاره بايد چې د فريکيونسی جدولونه جوړ کړو. تر هغه وروسته بيا مستقل او تابع متحولونه ټاکو او د بيا د ايکسل د پروګرام د قوماندی له لست څخه د Insert تکمه کيکاږو چې بيا د ګرافونو مختلف انواع را څرګنديږی. د ګرافونو په انواعوکې د مستطيلی ګراف Bar graph، خطی ګراف Line graph او يا هم دايروی Pie chart ګرافونو نومونه وي. تر هغه وروسته مطلوب ګراف خوښوو. تر دې وروسته بيا را څخه غوښتل کيږي چې د ګراف لپاره لازم ستونونه تعيين کړو. کله کله د X او Y او کله هم د ارقامو د ساحی د تعيين غوښتنه را څخه کيږي. د دغو سوالونو په ځوابولو سره به د OK تڼی کيکاږو او مطلوب ګراف به رسم شی. کولای شو چې تر لاسه شوی ګراف بيا بل ځای ته او يا هم بل فايل ته انتقال کړو.

يو څوک که هر څومره د احصايوي مفاهيمو او محاسبو سره اشنا وي همدومره به د ايکسل له پروګرام څخه ګټه اخستنه ور ته اسانه وي او کوم خاص مشکل به و نلري او په اساني سره به د ايکسل د پروګرام قوماندی په خپل اختيار کې داسی ولری چې له ټولو اسانتياوو څخه به يې ښه ګټه واخستلای شي. اما په ياد ولرئ چې ايکسل او يا بل کمپيوتري پروګرام د انسان مغز او اراده نشي تعويضولای بلکه يوه وسيله وي، نو که يو څوک د احصايوي مفاهيمو په معنی پوه نه وي د ايکسل له اسانتياوو څخه کار نشي اخستلای. بيا هم د ايکسل د پروګرام د مرستې په دربچه کې د اکثرو احصايو مفاهيمو او محاسبو په هکله کافی معاونتونه شته. دغه مرستندويه مواد او مثالونه نه يوازې د احصايوي محاسبو د اجرا د طرزالعمل په هکله کافی معلومات او مثالونه لری، بلکه د احصايوی مفاهيمو په هکله هم ښه کافی معلومات وړاندې کوی چې زده کړه هم ځينې کيدای شي.

يادونه: د دې کتاب په اووم فصل کې د يوی سروی ارقام په يوه جدول کې تهيه شوي دي. توصيه کيږي چې تاسي دغه ارقام د خپل کمپيوتر د ايکسل په پروګرام کې وليکئ. که څه هم ستاسی به يو دوه ساعته وخت ونيسي اما اطمنان درکوم چې که تاسی په هغه باندې تمرين وکړی نو د احصايي په اړه د ډيرو مفاهيمو له زده کړی سره به ډيره مرسته وکړی. تاسی کولای شی چې هم توصيفي او هم استنتاجي احصايي او هم يو متحوله او دوه متحوله تحليل په دغه جدولونو باندې عملي تمرين کړی. د کمپيوتر خاصې زده کړی ته کومه خاصه اړتيا نه وي او مــــــــــــــه ځينــــــــــــــې ويريـــــــــــــــږئ!.

دريم فصل

نمونه (Sample)، نمونه ګيري (Sampling) او احتمالات

دریم فصل: نمونه (Sample) ، نمونه ګیري (Sampling) او احتمالات

مقدمه

فرض کړی چه تاسود خپل پوهنتون د محصلینو د نظریاتو په هکله ځېرنه کول غواړی. مثلاً غواړی دا معلومه کړی چه ستا سي د پوهنتون محصلين د مختلفو مسايلو په هکله څه نظر لري؟ يا د دوی د سلوک ځيني اړخونه وګوری او ياهم د دوی د کورني سوابقو معلومات ترلاسه کړی. که تاسي په يوه يا دری واړو برخو کې ځیرنه کوی، نو غالباً به تاسی د لیکلي پوښتنلیک (Questionnaire) اويا هم شفاهي پوښتنليک (Structure Interview) څخه کارواخلی. پخواله دی چه تاسی خپله ځېرنه مطرح کړی لومړی بايد دا تصميم ونيسی چه له څو تنو او څه ډول کسانو څخه به مطلوب معلومات راټولوی. فرض کړی چه ستاسی په پوهنتون کې ټول ټال ۹۰۰۰ تنه محصلين دی نو دا تقريباً ناممکنه وي، يعنې نه به وخت ولری او نه منابع، چه د ټولو محصلانو سروی وکړی، يعنې له ټولو محصلانو څخه مطلوب معلومات راغونډ کړی. په دومره لوی شمير پوښتنليکونه ليږل او راټولول ممکن نه ښکاری او ترديې زيات په دومره ډير شمير مصاحبی کول (په شفاهی توګه معلومات راټولول) خو تر دی هم زيات ناممکن بريښی. حتمی خبره ده چه تاسی به د پوهنتون له محصلينو څخه يو نمونه وټاکی. د سروی د طريقو لپاره نمونه ګيري حتمی وي اما د ځيرنو په نورو طريقو کې هم له نمونې څخه کار اخيستل کيږي. په بل عبارت په سروی کې د پوښتنليک او يا تنظيم شوی مصاحبی په طريقو د معلوماتو راغونډول هدف وي نو نمونه ګيري ئې يوه لزومه بلل کيږي. تاسی به د محصلينو څخه په څه ډول نمونه وټاکی؟

ايا دابه کافی وي چه که تاسی دليليی په مرکزي وينګ کې ودريږی او هر محصل ته چه له تاسي څخه تيريږي پوښتنليک ورکړی؟ يا دا چی د پوهنتون د محصلينو له اتحاديی څخه وغواړی چی د مصاحبو لپاره محصلين در وپيژنی؟ يا دا چه د خپل پوهنځي يوه يوه محصل ته پوښتنليک ورکړی.

د دغو پوښتنو ځوابول پدې پوري اړه لری چه که تاسی غواړی چه د خپلی ځيرنې لاسته راوړنی مو د پوهنتون ټولو محصيلينو ته تعميم کړی ، يعنې داسی ادعا وکړی چه د پوهنتون د محصلينو نظر داسی اويا هاسی دی. په دغسی يوه صورت کې په مخکينی پاراګراف کې دری واړه نمونه ګيري به ونشی کولای چه د پوهنتونونو د ټولو محصلينو څخه نمايندګی وکړی. ددی لپاره چه د نمونی د ځيرنې څخه لاسته راوړی مواد ټول د هغه جمعيت لپاره له کومه څخه چه دغه نمونه راخيستل شويده تعميم کړای شی، نو نمونه مو بايد د ټول جمعيت ممثله وي.

پخواله دی چه د نمونه ګيري په طريقو وغږيږو د نمونه ګيري يو شمير اساسي اصطلاحاتو او مفاهيمو باندې به اول وغږيږو .

د نمونه ګیري اساسي مفاهیم او اصطلاحات

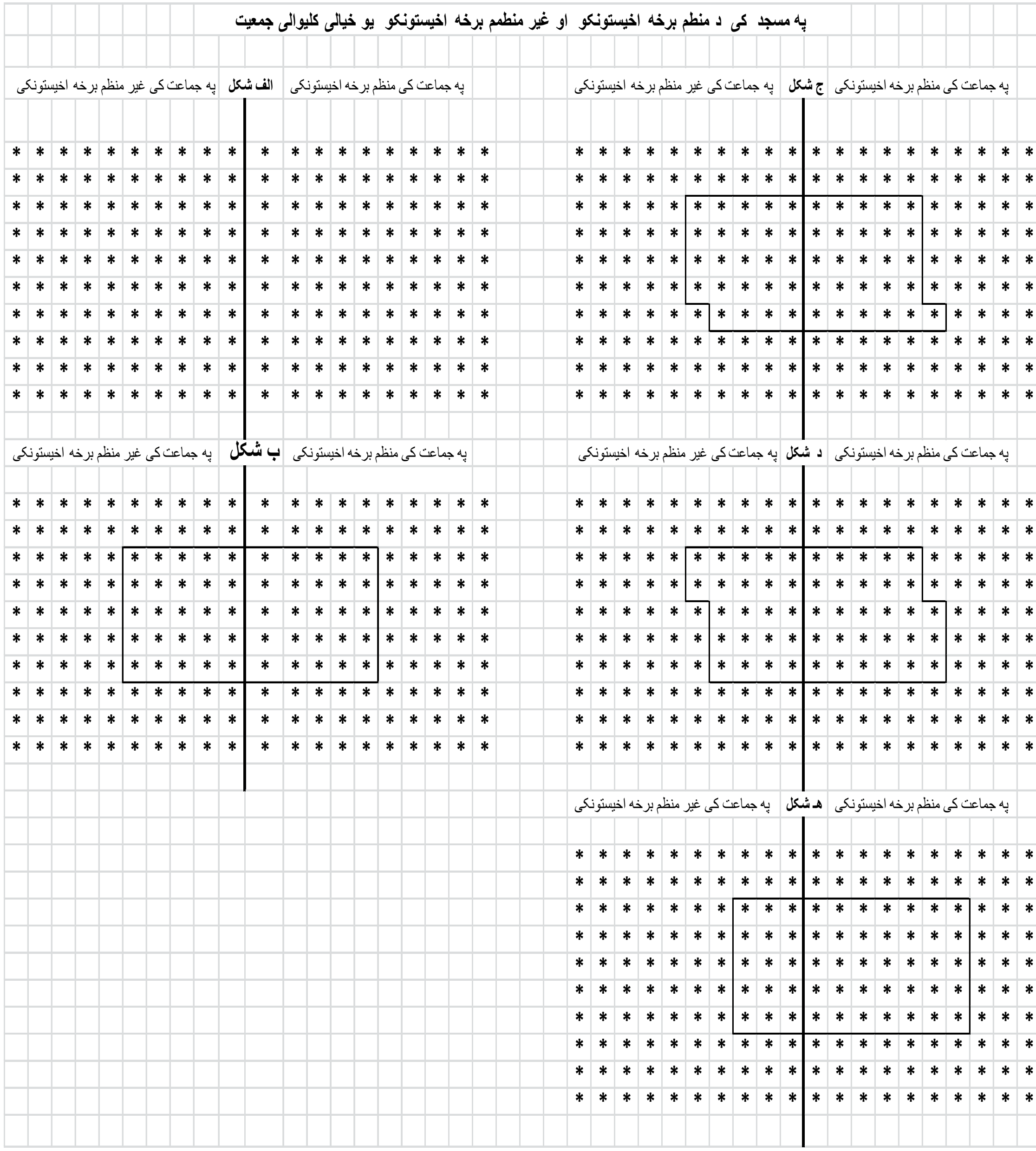
یو شمیر دلایل شته چه د نمونه ګیري هغه ستراتیژي ګاني چې د دی فصل په سر کې ذکر شوی، د پوهنتون د محصلینو له جمعیت څخه یوه ښه تمثیلوونکی نمونه رانکړي. ځیني مهم له دغو دلایلو ئي لاندې دی. په پورتني لومړیو دوو صورتو کې شاید ډیر محصلان ستاسی د پوښتنو په وخت کې په لیلیه کې موجود نه وي. پدې ترتیب به ټولو محصلانو ته په مساویانه توګه لاسرسی نه وي شوی او لاسته راغلی نمونه به د غیر حاضرو محصلانو نظرونه منعکس نه کړی. همداراز هغه موقیعت چه تاسی به هلته دریږی او محصلانو ته به پوښتتلیکونه ورکوی هم به شاید ډیری اغیزی ولری. کیدای شي چه ډیر محصلان داسی وي چه له هغی نقطې او یا محل څخه نه تیریږی اویا معملاً دلیلیی په نورو ځایو یالاروکی وي.

ویل کیږي چه په عمومي توګه په نادرست ډول یوه نمونه ګیري د لاندې دری ډوله غلطیو منبع کیدای شی :

- که چیرې نمونه اخستل اتفاقي نه وي نو کیدای شي بشری تمایلات په جمعیت کې ځینو غړیو ته ترجیح ورکړي. د دغه ډول غلطی منشأ د اتفاقي نمونه ګیري په مرسته رفع کیدای شي.
- که چیرې د نمونه ګیري حدود نا مناسب وي نو بیا سره لدې چه که اتفاقي نمونه ګیري تر سره هم شی، خوبیا هم اخستل شوی نمونه د ټول جمعیت بشپړه ممثله نه شی کیدای.
- د نمونه ګیري د اشتباه دریمه منبع په دې کې وي چه که کله د تعیین شوی عضو لخوا ځواب ورکول رد شي یعني ونه غواړي چه په سروې کې برخه واخلي. دغه مسئله ځکه مهمه ده چه هغوی چه غواړی او هغوی چه نه غواړی چه په سروی کې برخه واخلي شاید نظرونه یی په ځینو برخو کې له یو بل سره ډیرتفاوت ولری چه پدې توګه اخستل شوی نمونه د ټول جمعیت یوښه تمثیل نشی کولای.

د نمونه ګیري اشتباه (غلطی) : د یوی ښی ممثلي نمونې ترلاسه کولو لپاره د نمونه ګیري اشتباه ډیر اهمیت لری. ددی اهمیت د ښودنی لپاره لاندې مثال ته وګوری (د Bryman 2012 له کتاب څخه اقتباس).

مثال : فرض کړی چه زمونږ د مطالعې مواد یو ۲۰۰ کسیزه جمعیت دی (فرضاً د یوه مسجد بالغ متعلقین چې ۲۰۰ تنه دی) او غواړو چه ۵۰ کسیزه نمونه ځینې واخلو. فرض کړئ چه یو متحول مو په مسجد کې په جماعت لمونځ کولو کې منظمه برخه اخستنه وي. همداراز داسې فرض کوو چه ټول جمعیت د دغه متحول له مخې په دوو مساوی ګروپونو ویشل شوی دی، یعني نیمائی په جماعت لمونځ کې منظمه برخه اخلی او بله نیمائی یې منظم نه را ځی. (الف شکل) .



که چیرې زموږ نمونه د نوموړی جمعیت یوه بشپړه ممثله نمونه وي نو زموږ دا ۵۰ کسیزه نمونه به هم د دغه متحول له مخې په مساویانه ډول مشتمله وي (لکه په ب شکل کې) . د ج په شکل کې يې وینو چه په نمونه کې په جماعت کې برخه اخستونکی (۲۶) او برخه نه اخستونکی (۲۴) دی، یعني د لومړی گروپ نمایندگی یکی لوی رنگه ده. په (د) شکل کې

وضعیت نورهم خراب دی او لومړی ګروپ نسبت دوهم ګروپ ته زیات معرفی شوی دی. د (هـ) په شکل کې مسٔله نوره هم وخیمه ده او هغوی چه په جماعت کې برخه اخلی په نمونه کې ئی ونډه ډیره زیاته ده او له (۵۰) څخه ئي (۳۵) دی، پداسی حال کې چه هغوی چې په جماعت کې منظمه برخه نه اخلی (۱۵) دی. احتمالی نمونه ګیري که څه هم په بشپړ ډول نه خو تر ډیره د نمونه ګیري ستونځی راکمولای شی.

احتمالي نمونه ګیري او ډولونه یې

فرض کړی چه موږغواړو د پوهنتون د محصلینو د تلیفون میاشتنی مصارف وڅیړو او غواړوهغه عوامل پیداکړو چه د تلیفون میا شتنی مصارف ورسره اړه لری. کیدای شي موږ دغه څیړنه یوازې په یوه نژدی پوهنتون کې تر سره کړو . پدې صورت کې به زموږ د څیړنې جمعیت یوازې د دې پوهنتون ټول محصلین وي. ددې معنی داده چه موږ د خپلو څیړنو نتایج یوازې ددې پوهنتون ټولو محصلینو ته تعمیم کولای شو. موږ نشو کولای چه د دغی څیړنې د نتایجو له مخې د نورو پوهنتونونو د محصلینو د تلیفون میاشتنیو مصارفو او د هغو عواملو په اړه چه ورسره تړلي دي، څه ووایو. موږ باید داهم وبولو چه موږ یوازې د پوهنتون د لیلیه محصلینو (دبدل اعاشه محصلینو په شمول) په اړه څیړنه کوو او نهاري محصلین ځنی ایستل کیږي. داسی فرض کړی چه پدې پوهنتون کې ټول ټال (۹۰۰۰) لیلیه محصلین دی.

د احتمالي نمونه ګیري اساسي ډولونه عبارت دی له:

۱. ساده اتفاقي نمونه ګیري (Simple random sampling).

۲. منظمه نمونه ګیري (Systematic Sampling) .

۳. نسبي یا په قشرونو کې اتفاقي نمونه ګیري (Stratified Random Sampling) .

۴. څومرحله ایزه ګروپی نمونه ګیري (Multi stage cluster sampling).

ساده یا بسیطه اتفاقي نمونه ګیري: که له یوه جمعیت څخه په اتفاقي ډول نمونه واخیستل شی نو د جمعیت هرواحد (هره عضوه) په نمونه کې د شمولیت مساوی احتمال لری. فرض یې کړی چه موږ کاپی مالی منابع لرو چه له ۴۵۰ تنو محصلینو سره مصاحبی وکړو او معلومات ځني راټول کړو. د دې معنی داده چه د جمعیت د هرواحد په نمونه کې د شمولیت احتمال ۹۰۰۰/۴۵۰ ، یعني له شلو څخه یو دی. دغه د نمونه ګیري کسر بولو او د n/N په شکل ښودل کیږي، چیری چه N د جمعیت اندازه او n د نمونې اندازه ښئی.

له يو جمعيت څخه بسيطه نمونه ګيري د لاندې مراحلو په شان تر سره کيږي:

۱. د جمعيت تعريف او تعينول: زموږ په مثال کې مو فيصله وکړه چه پوازې د پوهنتون ليليه محصلين به زموږ د څيړنې جمعيت وي، نو زموږ د پوهنتون د ليليه محصلينو ټول شمير به پدې صورت کې N وي چه هغه ۹۰۰۰ وو او دا به زموږ مطلوب جمعيت وي.

۲. د نمونه ګيري حدود تعينول: ددی لپاره چه هغه افراد (محصلين) چه په معيارونو برابر وي بايد ځينې جلاکړو. ددی لپاره د يو پوهنتون اداره شايد مرسته وکړی او هغه لستونه راکړی چه ليليه محصلين پکی شامل وي تر څو نهاری محصلين ځينی جلاکړو.

۳. د نمونې حد (اندازه) بايد تعين کړو: موږ فيصله وکړه چه ۴۵۰ تنه به د سروی لپاره ټاکو.

۴. د ټولوليليه محصلينو يو لست په عددي تر تيب جوړول او هر يوه ته يو نمبر ټاکل: پدې صورت کې له ۱ څخه تر N پورې يعنې ۹۰۰۰ – ۱ پورې به وي .

۵. د اتفاقي اعدادو د جدول په مرسته، چه د اکثرو احصايې کتابونو په پای کې ضميمه وي او د دی کتاب په ضميمه کې هم شته، ۴۵۰ مختلف اعداد، چه ديوه او ۹۰۰۰ ترمنځ پراته وي، ټاکو.

۶. بيا د محصلينو لست ته ګورو او هغه کسان ټاکو چه دغه ۴۵۰ اتفاقي اعداد ورسره برابر وي، يعنې په لست کې د هر يوه په مقابل کې چې له دغو ۴۵۰ اتفاقي اعدادو څخه ليکلی وي، هغه نشانی کوو. دغه ۴۵۰ نشانی شوی کسان به زموږ نمونه شی.

په دغه ډول اتفاقي ساده نمونه ګيري کې دوه ډيری مهمی نقطې دی: يوداچه په دغه طريقه د نمونې تعينول تقريباً د شخصی تمايلاتو څخه خالی وي. دوهم داچه د نمونې د تعين پروسه د محصلينو په موجوديت پورې کومه اړه نلري. برسيره پر دی په نمونې کې تعين شوی افراد قبلی اګاهی هم نلري.

يادونه: د اتفاقي اعدادو د لست جوړولو لپاره د تيارو جدولو په ځای د کمپيوټر له پروګرامونو څخه هم کار اخستل کيدای شي چيری چې د اتفاقي اعدادو مؤلد يعنی

(Random number generator) په نوم پروګرام پيداکيږی.

د اتفاقي اعدادو د جدول څخه د کار اخستنی لار ښوونی :

د احصايې د کتابونو په ضمايمو کې او يا د کمپيوتر د اتفاقي اعدادو مؤلد پروګرام څخه په ګټی سره د اتفاقي اعدادوجدول ګورو. وينو چه پدغه جدول کې پنځه رقمی اعداد دلاندی په شان د جدول په ستونوکی ښکاری.

۰۹۱۸۸
۹۰۰۴۵
۷۳۱۸۹
۷۵۷۶۸
۵۴۰۱۶
۰۸۳۵۸
۲۸۳۰۶
۵۳۸۴۰
۹۱۷۵۷
۸۹۴۱۵

وينو چه په دغه جدول کې اتفاقي اعداد پنځه رقمی دی او موږ اعظمی 9000 چه يو څلور رقمی عددي ټاکلای شو، نو هيڅ يو له دغو اتفاقي اعدادو څخه زموږ د جمعيت سره تطابق نکوی خو يوازې 09188 او 08358 موږ يوازې لومړي څلور رقمونه را اخلو اوپدې ترتيب به ولرو چه:

9188
0045
3189
5768
4016
8358
8306
3840
1757
9415

بياهم وينو چه له لاسته راغلو اتفاقي اعدادو څخه دوه (۹۴۱۵ او ۹۱۸۸) ئی تر ۹۰۰۰ زيات دی، يعنې زموږ د جمعيت په لست کې داسی محصل نشته چه دغه نمبر ولری نو ور څخه تيريږو. پدې لحاظ به هغه محصل چه په لست کې ۴۵ نمبر ورکړل شوی وي به لومړی تن وي چه په نمونه کې شامل وبلل شی. دوهم به هغه محصل وي چه په لست کې ئی نمبر ۳۱۸۹

، دریم به ۵۷۶۸ اوپدی ترتیب نور... ددغی جنجالی پروسی په ځای به ښه وي چې منظمه نمونه ګیري وکارول شی .

منظمه نمونه ګیري د بسیطی اتفاقي نمونه ګیري یو بل اسانه ډول دی. **دمنظمې نمونه ګیري(Systematic sample)** په طریقه کې د نموني واحدونه د نموني له محدودې څخه په مستقیمه توګه ټاکل کیږي بی له دې چه د اتفاقي اعدادو په شکل واړول شي.

پوهیږو چه له ۲۰ تنوڅخه یو باید تعین شی او په لومړیو شلو کې یعني له یوه تر ۲۰ پورې په اتفاقي ډول له یوه عدد څخه پیل کوو. مثلاً په لست کی ۱۶ م نمبر محصل به لومړی تعین شوی تن وي او نور به تر هروشلو وروسته تن انتخابوو، یعنې : ۱۱۶،۹۶،۷۶،۵۶،۳۶،۱۶ اونور .

د نسبي نمایند ګي لپاره اتفاقي نمونه ګیري:

زموږ په فرضی پوهنتون کې کیدای شي مختلف پوهنځي وي او د محصلانو تعداد او ډول فرق سره ولري. کیدای شي داسې فرض شي چې د پوهنځي ډول د محصلینو د تلیفون څخه د استفادی په حد او ذهینت پورې اړه ولري. د دې لپاره چه د نمونی ټاکل د پوهنځیو نسبی نمایندګی وکړای شی نو باید چه د نمونې لپاره تعیین شوی افراد هم د پوهنځیو د محصلانو د شمیر په تناسب تر سره شی. یعنې هغه پوهنځی چه محصلین یې ډیر وي، په نمونه کې ئې هم باید ونډه لویه وي. مثلاً که د بشری علومو په پوهنځی کې محصلین ۱۸۰۰ تنه وي اودا چه د نمونې کسر سره سم به په هرو ۲۰ تنو کې یو ټاکل کیږي، نو پدې تر تیب د بشری علومو د پوهنځی له ۱۸۰۰ تنو څخه باید ۹۰ تنه وټاکل شی، یعنې:

$$n = \frac{1800}{20} = 90$$

مثلاً که په پوهنتون کې پنځه پوهنځي وي نو په هغو کې د محصلینو په تناسب نمونه به د لاندې جدول په شان ښکاري .

پوهنځی	د محصلینو تعداد	نسبی نمونه	بسیطه اتفاقي یا منظمه نمونه(فرض حال)
بشری علوم	۱۸۰۰	۹۰	۴۵
ټولنیز علوم	۱۲۰۰	۶۰	۷۰
ساینس	۲۰۰۰	۱۰۰	۱۲۰
انجینری	۱۸۰۰	۹۰	۸۴
ټول	۹۰۰۰	۴۵۰	۴۵۰

د احتمالي نمونه ګيري يو بل شکل هم څومرحله ايزه نسبي نمونه ګيري يا

(Multi stage Cluste Sampling) ده. له **څومرحله ايزی نسبی نمونه ګيري يا**

(Multi stage Cluster sampling) څخه هغه وخت کار اخستل کيږي چه د نمونې حدود په مختلفو ځايو کې وي اوپه يوه ځای نه وي. مثلاً که غواړو چه د محصلانو ملي نمونه انتخاب کړو نو غالباً به مجبور يو چه مختلفو سيمو ته سفر وکړو تر څو په نمونه کې انتخاب شوی محصلان ووينو يا معلومات ځنی راټول کړو، چه دغه کار په ترتيب سره ډيروخت او مصارف ايجابوی. دغه ډول ستونځه هغه وخت واقع کيږي چه نمونه ګيري له مختلف الطبع جمعيت څخه اخستل شوی وي.

په دغه ډول ستونځمن حالت کې د کار د اسانتيا لپاره يوه طريقه هم د ګروپی نمونه ګيري يا نسبتي نمونه ګيري طريقه وي. په ګروپی يا نسبتي نمونه ګيري کې لومړی د نمونې اخستنی لپاره په لومړی وار کې له جمعيت څخه، مثلاً په ملي او يا د زون په سطحه ، ګروپونه تعينيږی دغه ګروپونه په واقيعت کې د ټول جمعيت تقسيمول په مشابهو وړو ګروپونو کې ايجابوي. فرض کړئ چه مورد ټول هيواد په سطحه د (۵۰۰) تنو محصلانو يوه نمونه انتخابول غواړو. يوه طريقه به داوی چه لومړی مورد هيواد له پوهنتونونو څخه يو شمير د نمونې په توګه وټاکو او بيا د يوه ټاکل شوی پوهنتون څخه د نمونې لپاره محصلان ټاکو. په دغو دواړو مرحلو کې د احتمالي نمونه ګيري له طريقې څخه کاراخيستل کيدای شي. نو موږ په لومړی قدم کې په اتفاقي توګه د هيواد له ټولوپوهنتونونو څخه لس انتخابوو او بيا له دغو لسو پوهنتونونو څخه په هريوه کې (۵۰۰) تنه محصلان په اتفاقي توګه د نمونې لپاره انتخابوو.

داسی هم کولای شو چه لومړی د هيواد پوهنتونونه د يوډول مشترکو مواصفاتو له مخې په ګروپونو ووېشو(لومړی قدم) او بيا له هر ګروپ څخه ينځه پنځه پوهنتونونه تعين کړو(دوهم قدم) او بالاخره هر يوه له هغوڅخه ۵۰۰ تنه محصلين وټاکو(دريم قدم). مثلاً لومړی د هيواد پوهنتونونه په زړواو نويو پوهنتونونو ويشو، بيا پنځه له نويو او پنځه له زړو پوهنتونورا اخلو، او بالاخره محصلين ځنې ټاکو.

د احتمالي نمونه ګيري کوايف

داحتمالي نمونې له مخې کولای شو چه د دغه ډول نمونې څخه د ټولوشويو معلوماتو له مخې د ټول جمعيت لپاره چه دغه نمونه ځنی اخستل شويده استنتاج وکړو، يا په بل عبارت د نمونې څخه تر لاسه شوو معلوماتوته عمومي شکل ورکړو او ووايو چه د ټول جمعيت کيفيت به دغه

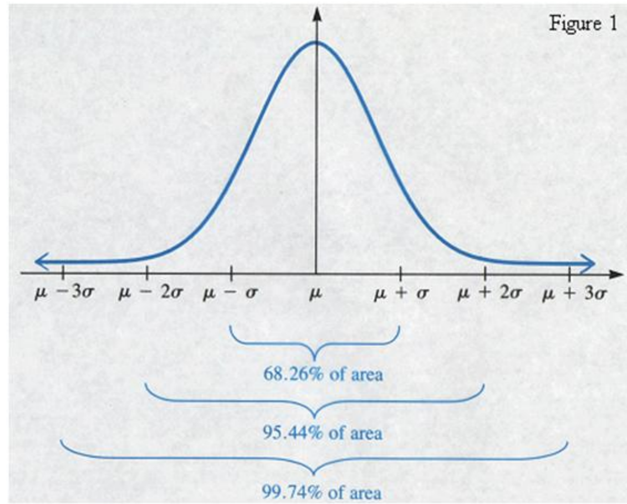
رنګ وي. ددې معنی دانده چه موږ د نمونې ارقام او ټول جمعیت یو شان بولو. که موږ هغه مخکینی ۴۵۰ تنو محصلانو د هفته ای تلیفون مصارف راواخلو نو دهغوی اوسط مصارف

($\bar{X}$) (یعنې د نمونې اوسط ($\bar{X}$) له مخې د ټول جمعیت د تلیفون د مصارفو اوسط (میو-μ) پیداکولای شوچه د اشتباه (غلطی) د یوی معینی حاشیی په نظر کې نیولو سره کولای شو چه د ټول جمعیت اوسط (μ) حدود وټاکو.

له اتفاقي نمونې څخه جمعیت ته (From random sample to the population)

فرض کړی چه موږ د ۴۵۰ کسیزې نمونې څخه پیداکړل چه د محصلینو د تلیفون هفته وار اوسط مصارف ۱۰۰ افغانی شوي. اساسي خبره داده چه په څومره اعتماد سره ویلای شو چه د ټول جمعیت (د پوهنتو د ټولو محصلینو) هفته وار مصارف به په اوسط ډول هم همدومره (۱۰۰) افغانی وي. سره له دی چه نمونه مو په احتمالي توګه له ټول جمعیت څخه تر لاسه کړی وي یعنې هر محصل په نمونه کې د راتللو احتمال یو شان وو. که چیرې موږ له ټول جمعیت څخه بی شمیره زیاتی (لایتناهی) نمونې راواخلو، نو وبه ګورو چه د نمونو د یوه متحول اوسط په هر ځل د اول جمعیت د اوسط سره فرق لری. دغه تفاوتونه به د نورمال منحنی، چه مخکی مو یادونه ځنی کړی وه، شکل ولری (لاندې شکل یې وګوری). یعنې که د لایتناهی نمونو اوسطونه پیداکړو نو دغه اوسطونه د ټول جمعیت د اوسط په شاوخوا کې د نورمال منحنی د قانون (مواصفاتو) سره سم د هغه په شاوخواکی واقع وي. نو د نیمایی نمونو اوسطونه به ورڅخه لوی او په عین اندازه نوربه ځنی لږوی. په هره اندازه چه د نورمال منحنی د تناظر د محور څخه ښی خواته ځو، یعنې ورڅخه زیاتیږی، په همغه اندازه به د کم شمیر نمونو اوسطونه وي. په بل عبارت ډیر کم شمیر نمونې به داسی اوسط ولری چه د جمعیت د اوسط څخه ډیر لوی او یا ډیری کوچنی وي. د نمونو داوسط تفاوتونه ته **دنمونی اشتباه(Sampling error**) وائی . د نمونی اشتباه اندازه کیږي چه په (S E) ښودل کیږي.SE یو تقریبی مقدار راښی چه په هغه اندازه به د نمونې اوسط د جمعیت له اوسط څخه تفاوت ولری.

د نمونې اشتباه یا غلطی په بشپړ ډول د اندازه کولو وړ ځکه نه وي چې د جمعیت پارامترونه نه وي معلوم نو ځکه معولآ د نمونې د احصائیو له مخې د جمعیت پارامیترونه تخمینیږی. اما که چیرې د نمونې د احتمال یو موډل جوړ کړای شو نو معمولآ د نمونې اشتباه هم محاسبه کولای شو. یو نظری مودل هم د نورمال منحنی دی. نورمال منحنی د احتمالاتو د مقسمی یو ډیر معمول شکل دی چې دا را ښیی چې یوه مشاهده به په کوم احتمال سره د نورمال منحنی د دوو قیمتو تر منځ واقع وي. تجربې ښیی چې اکثرا بشری مشخصات د نورمال منحنی ماهیت لری، نو که د یوه متحول احصایي له نمونې څخه پیداکړو او بیا یې د هغی مشخصی له نورمال منحنی سره مقایسه کړو نو و به کولای شو چې د نمونی داشتباه حدود تخمین کړو.



پور ته ګراف د نورمال منحني شکل دی (له بریښنایی دایرة المعارف یعني ویکیپیدیا څخه په مننه).

که چیرې د یوه متحول د احتمال مقسمه نور مال وي او د نمونې څخه پیدا کړو چې اوسط یې X او معیاري انحراف (σ) وي ، نو له پورتنی منحنی څخه په ګټې اخستنی څخه د هغه تر لاسه شوی اوسط (X) او د هغه د مربوطه جمعیت د اوسط (μ) په اړه د لاندې په شان معلومات تر لاسه کولای شو:

a. $P(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) \approx 68\ \%$

(**لولو یې چې**: د دې احتمال چې د نمونې اوسط به د جمعیت له اوسط څخه د معیاري انحراف (σ) د یو چند په اندازه لوی یا کوچنی وي، ۶۸ فیصده وي. یاپه بل عبارت: ۶۸ فیصده احتمال لري چې د نمونې اوسط (x) به د μ - σ او μ + σ تر منځ وي.)

b. $P(\mu < x < \mu + \sigma) \approx 34\ \%$

c. $P(\mu - \sigma < x < \mu) \approx 34\ \%$

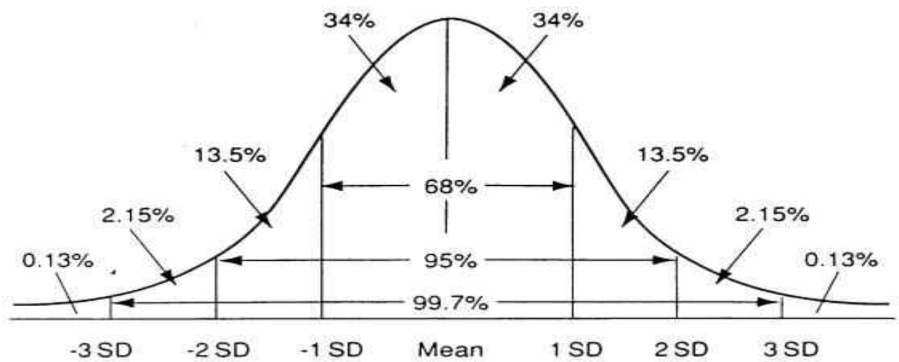
d. $P(\mu < x < \mu + 2\sigma) \approx 34+16=50\ \%$

e. $P(x < \mu - 2\sigma) \approx 2.5\ \%$

f. $P(x > \mu - 2\sigma) \approx 97.5\ \%$

g. $P(x < \mu + 3\sigma) \approx 99.7\%$

د نورمال منحنی په لاندې ګراف کې نور هم واضح لوستل کیدای شي.



د نمونه ګيري تيوري له مخې ۶۸ فيصده د نمونواوسطونه به د يوه معياري انحراف په اندازه د جمعيت د اوسط څخه کم اويازيات وي او ۹۵ فيصده د ټولونمونواوسطونه به ۱،۹۶(تقريباً دوه) برابر د معياري انحراف په اندازه زيات اوياکم وي. برعکس ۹۵ فيصده احتمال لري چې د ټول جمعيت اوسط د نمونې د اوسط څخه د معياري انحراف د دوه برابره په اندازه زيات ياکم وي يعنې :

$$\mu_0 - 2 \ \text{Std} \leq \ \mu \leq \mu_0 + 2 \ \text{Std}$$

نوکه زموږ د ۴۵۰ کسيزې نمونې د هفته وارتليفون د مصارفواوسط ۱۰۰ افغانۍ اومعيارى انحراف ئی لس افغانۍ وي نو په ۹۵ فيصده اعتماد سره ويلاى شو چه د پوهنتون د محصلانو د تليفون هفته وار مصارفو اوسط به د10 . 2 + 100) (او (10 . 2 – 100)، يعنې 120 او 80 افغانيو ترمنځ وي.

هرڅومره چه معياري اشتباه کوچنۍ وي په همغه اندازه به دغه حدود کوچنی وي. برعکس هرڅومره چه معياري اشتباه (چه په واقيعت کې د نمونې معياري انحراف دى) لويه وي، همدومره به دغه حدود پراخ وي. د نسبتي نمونه ګيري په صورت کې به د اوسط معياري اشتباه کوچنۍ وي ځکه چه دګروپونو ترمنځ موجود تفاوت تر يوه حده پورې رفع شوى وي ځکه چه هر ګروپ به نسبتي نمايندګی ولرى يعنې له هر ګروپ څخه د هغه د حجم اووسعت په اندازه نمونه رااخستل شوى وي اوپه دقيقه توګه ئې نمايندګی شوى وي. بر عکس که ګروپی نمونه ګيري داسی شوى وي چه د ګروپ نسبتي نمونه په نظر کې نه وي نيول شوى يعنې د هر ګروپ د حجم په اندازه نمونه نه وي ځنی اخيستل شوى، نو معياري انحراف به يې لوى وي او پدې ترتيب به د اتفاقي نمونه ګيري تر صورت د جمعيت د اوسط حدود ډيرى پراخ وي. زموږ د مثال په صورت کې کيداى شي په ځينو پوهنتونونو کې محصلان له تليفون څخه ډير کار اخلی او کيداى شي چه د پوهنتون په نمونه کې ټاکل شوى وي او پدې تر تيب به نمونه اى اشتباه زياته وي.

د احتملی نمونه ګيري ډير اهميت پدې کې دی چې پدې طريقه را ټول شوي معلومات د يوی نمونې څخه ټول هغه جمعيت ته چې دغه نمونه ور څخه را اخيتل شوی وه تعميم کولای شو.

د نمونی اندازه – نمونه بايد څومره وي ؟ په دې توګه ښکاري چه هر څومره چه نمونه لويه وي همدومره به ترلاسه شوی محاسبې دقيقی او مطمئنی وي. اما لويه نمونه زيات امکانات اووخت غواړی چه معمولاً په نظر کې نيول کيږي. د نمونې اندازه په دې پوري اړه لری چه موږ څومره اشتباه تحمل کولای شو. ځينې وختونه به دا مهمه وي چه يوه څيړنه بايد ډيره د قيقه وي او دا ايجابوی چه غلطی بايد ډيره کمه وي، نو پداسی يوه صورت کې لازمه وي چه لويه نمونه ولرو. په ځينو نورو حالاتو کې بيا وخت او امکانات او وسايل ډير مهم وي او کيدای شي په يوه وړه نمونه قناعت وشی اماپدی صورت کې به د غلطی تحمل ته تيار يو. (د نمونی د اندازی او حجم په اړه به په وروسته فصلونو کې بشپړ بحث ولولی).

غير احتمالي نمونه ګيري (Non – Probability Sampling)

د احتمالي نمونه ګيري اساسي مشخصه خو داوه چه د يوه جمعيت هر غړی مساوی چانس لری او په نمونه کې د راتلو احتمال ئی سره يوشان وي. پدې ترتيب به نمونې څخه د يوه متحول په هکله ترلاسه شوی محاسبې د ټول جمعيت لپاره د احتمال په يوه محدوده کې صدق کولای شی، په بل عبارت ټول جمعيت ته تعميم کيدای شي.

غير احتمالي نمونه د نمونه ګيري هغه ټول شکلونه احتواکوی کوم چه د احتمالي نمونه ګيري د اصولو سره سم نه وي ترلاسه شوی.عمده ډولونه يې : **کم تکليفه "Convenience Sampling" نمونه ګيري سهميه وي نمونه ګيري " Quota sampling " او د واوری غونډارې نمونه ګيري "Snowball Sampling "** بلل کيږي.

کم تکليفه نمونه ګيري : لکه چه له نوم څخه ئې ښکاری هغه ډول نمونه ګيري ته وائي چه څيړونکی يعنې محقق ته د لاس رسی له اړخه اسانه او بی تکليفه وي. فرض کړی چه يو محقق غواړی چه د مکتب د مديريت د هغو مشخصاتو په اړه چه معلمانو ته مطلوب وي، څيړنه کوی. پدې صورت کې د هيواد د مکاتبو معلمان به د څيړنې واحد (Unit) او د ټولو معلمانو لست به د نمونه ګيري حدود وي. فرض کړی چه نوموړی محقق د تربيه معلم د کورسونو ناظم دی چه د تحقيق د عملی کولو په وخت کې تصادفآ يو تعداد صنفونه راغونښتی او تنظيمی چاری ئې په مخ بيايی. نو محقق کولای شی پدغو صنفونوکی له موجوده معلمانو څخه د پوښتنليک له لاری معلومات راټول کړی. يوه لويه ښيګنه به ئې داوي چه محقق به تقريباً دا ټول پوښتنليکونه

(Questionnaire) بيرته په اسانۍ ترلاسه کړي او پدې تر تيب به د ځوابولو ميزان (Response rate) ډير ښه وي. لاسته راوړنی کيدای شي ډير په زړه پورې معلومات

ورکړی. اما په دغه ډول نمونه ګيري کې ستونځه داوی چه هغه معلومات چه پدغه ډول ستراتيژی کې ترلاسه شوی وي د تعميم کيدلو مجال نلري يا به ډير کم وي، د اځکه چه موږ نه پوهيږو چه دغه نمونه د کوم ډول جمعيت څخه نمايندګی کوی. ځواب ورکونکی يوازې هغه معلمان دی چه محقق ته نژدی دی او په پوره باور سره د ټولو معلمانو د نظرياتو تمثيل اونمايندګی نشی کولای.

واوری غونډاری نمونه ګيري (Snowball Sampling) : پدغه طريقه کې محقق لومړی د يو محدود شمير افرادو سره تماس نيسی اوله هغو سره د تماس په مرسته له نورو سره رابطه پيداکوی. پدې طريقه کې هم لويه خطره داوی چه نمونه د جمعيت تمثيلوونکی نشی کيدای.

سهميه وي نمونه ګيري (Quota sampling): دغه ډول نمونه ګيري ګروپی احتمالي نمونه ګيري (Stratified Sampling) ته ورته وي، اما د ګروپونو څخه نمونه بيا د احتمالي نمونې په شان نه وي. هدف داوی چه د جمعيت څخه يو داسی نمونه جوړه شی چه د جمعيت د جوړښت تناسب په نسبی توګه منعکس کړای شی. لکه د عمر له مخې د نژاد له مخې، د جنسيت له مخې، ټولنيز قشرونه اود دغه ډول ګروپونو ترکيب او نور.

احتمالات (Probability)

مفاهيم او اصطلاحات

د احتمال او احتمالاتو له تصورڅخه معمولاً په عادی ژوند کې کار اخلو. مثلاً وايو ډير احتمال شته چه باران به واوری، داچه فصلونه ښه وو، نو ډير احتمال لری چه د غلی نرخ به ټيټ وي، او يانور. دغه ډول وړاندوينی او تصميم نيونی د احتمالاتو او د احصايوي محاسبو په بنا تر سره شوی وي. احتمال او احتمالات (Probability) له احصائيې سره نژدی اړيکی لری، داځکه چه اکثر احتمالات په تير وخت کې د دغو حوادثو د احصايو په نسبت تر سره کيږي او همدغه علت دی چه موږ لومړی احصايې مطالعه کوو. لکه چه مخکی مو وويل، د تر سره شويو احصايو له مخې د ټول جمعيت يا پديدې په هکله قاعدې جوړيږی او بيا ددغو کلي قاعدو له مخې احتمالات او وړاندوينی کيږي.

د يوی پيښې احتمال يو کسر وي چه په فيصد او هم نسبت سره ئې ښودلای شو. د کسری عدد صورت هغه مطلوب عدد وي چه د احتمال شرايط ورته صدق کوی. برعکس د احتمال د عدد مخرج د ټولو ممکنه حالتونو شمير ښيی.

$$\text{احتمال} = \frac{\text{دمطلوبوحالاتوشمير}}{\text{دممکنوحالاتوشمير}}$$

مثلاً که یوه سکه (روپۍ) دوه مخونه لری (شیر او خط) وغورځوو، نو ټول ممکن حالتونه دوه وي، یعنې شیر یا خط به وي. د شیر یا خط احتمال $\frac{1}{2}$ دی. په بل عبارت 50% امکان لری شیر وي او 50% خط.

مثال: په یوه خلطه کې (20) مردکۍ دي، 5 ئې سرې او 15 ئې شنې دی. که په پټو سترګو لاس ور وغزوو، نو د سرو مردکیو د را اخستلو احتمال به $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}=\mathbf{0.25}=\mathbf{25\%}$ او د شنو مردکیو احتمال به: $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}=75\%$ **وي.** فرض کړی چه په دغو پنځو سرو مردکیو کې ۲ ګلداری او پاته دری یوازې سرې وي او همداراز د 15 شنو مردکیو له جملی څخه 3 شنی ګلداری او پاته ئې یوازې شنی وي، نو:

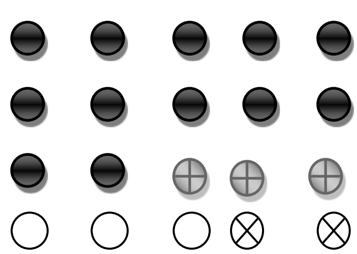
ددې احتمال به څومره وي چه موږ له نوموړی کڅوړی څخه یوه مردکی راوخلو چه سره وي **او** ګلداره وي؟

همداراز: ددې احتمال به څومره وي چه یوه مردکی راواخلو چه سره وي **یا** ګلداره وي؟

پورتنی دوه جملی ډیر فرق سره لری. یعنې د (او) او(یا) کلمی د دغو جملو مطلب سره بدلوی. (او) دا معنی لري چه مطلوب حالت به دواړه شرطونه صدق کوی یعنې دواړه شرطونه به همزمان پکې وي. برعکس (یا) دامعنی لری چی مطلوب حالت به یو یا بل او یا هم دواړه شرطونه صدق کوی. په پورته لومړۍ جمله کې غوښتل شوی چه مطلوبه مردکی به هم سوررنګ لری «او» هم به ګلداره وي. پوهیږو چه د 20 مردکیو له جملې څخه 5 سرې او بیا په دغو کې یوازې دوه ګلداره دي. نو مطلوب مردکي به (2) له (20) څخه وي، یعنې احتمال به ئې:

$$\mathbf{P(\otimes)=\frac{2}{20}=0,1}$$

او **یا:** $\mathbf{P(\otimes)=0,1}$



$\otimes$ د ګلداری مردکی نښه.

د پورته دوهمې جملې له غوښتنې سره سم به مطلوبه مردکی سره وي او یا ګلداره وي. سرې مردکی (5) دی او د سرو مردکیو له جملې څخه (2) ګلدارې دي. برسیره پردې د شنو مردکیو

له جملې څخه هم درې ګلدارې دي نو د مطلوبه مردکيو شمير به عبارت وي له 2 سرې ګلدارې يا 3 شنې ګلدارې چه ټولې 5 ګلدارې مردکې کيږي. نو ددې احتمال چې سره يا ګلداره مردکې راواخلو به عبارت وي له:

$$\mathbf{P(\ \otimes \cap \ \bigcirc\ )= \frac{5}{20}+\frac{3}{20}= \frac{8}{20}= 0{,}4= 40\%}$$

له دغه ځايه پوهيږو چه دوه کوچنې د ربط توری يا حروف (**او** ، **يا**) د جملې په مفاهيموکې څومره لوی بدلون راولې.

په احتمالاتو کې دوه نور مفاهيم (**مکمله او متقابلاً منحصر** پيښې) دی

Complementary & Mutualy Exclusive Events . دوه پيښې هغه وخت يو د بل **مکمله** بولې چه د يوې پيښې دوه داسې مطلوب حالتونه وي چه يوازې همدغه دوه حالتونه ممکن وي. مثلاً يوه روپی دوه مخونه لري، خط يا شير، نو يوازې دغه دوه ممکن حالتونه موجود دی. نوځکه ئې مکمله بولی يعنې يا به شير وي او يا به خط وي، يا که يو نه وي نو هغه بل به واقع شی. که شير نه وي نو خط به وي اوبيا هم بر عکس. خو که يو مکعب چه شپږ مخونه ئې نمبر ولری يعنې (1، 2، 3، 4، 5 او 6) وغورزو او ووايو چه يا اول او يا هم دوهم مخ به ئې ووينو. نو دغه حالتونه يو د بل مکمل نه دی ځکه چه کيدای شي دری ، څلور او يا نور شی. خو که ووايو چه د مکعب به هغه مخ واوړي چه (يو) دی او يا به هغه مخ چه (يو) نه وي ، نو بيا يو د بل مکمل بلل کيږي. ځکه دغه دوڵ دوه حالتونه يو د بل مکمل دی له دغو دوحالتونو څخه به حتمی يو واقع کيږي- يا هغه مخ را اوړی جی يو ور باندې ليکلی شوی او يا به هغه نه را اوړی.

په دغه مثال کې «له کڅوړې څخه مردکي رااخلو چه شنه وي او يا سره وي » مکمله جمله ده.

متقابلاً منحصری پيښې د يوی پيښې هغه دوه مطلوب حالتونه دی چه دواړه همزمان نشی واقع کيدای. که ووايو چه : له کڅوړی څخه داسی يو مردکی راواخلو چه سره او شنه ګلداره وي متقابلاً منحصره جمله ده. ځکه چه دا نا ممکنه ده چه په «دغه کڅوړه کې به يوه مردکی هم سره وي اوهم به شنه ګلداره» وي. خو داچه مردکی د «شنه يا ګلداره» وي بيا متقابلاً منحصره جمله نده، ځکه کيدای شي سره ګلداره مردکی راواخلو.

دوړاندويني او مشاهده کيدني احتمال

د يوى پيښي د احتمال د محاسبې لپاره دوه لارى موجودى دى:

۱. يا داچه د رياضي په مرسته ئي حساب کړى او يا ۲. د اچه عملاً ئي تجربه کړو او ويى شميرو.

درياضى په مرسته محاسبه شوى احتمال نظرى احتمال (Theoretical Probability) بلل کيږي. د نظرى احتمال د پيداکولو لپاره به د مطلوبو حالتونو شمير د ټولو ممکنو حالتونوپه شمير تقسيموو.

د تجربوى احتمال په صورت يوه پيښه د تجربې کولو په وخت کې ګورو او مطلوبه حالتونو شمير ئي د ټولو تر سره شويو (اجراشويو) حالتونو په شمير ويشو.

مثال: که يوه روپى (سکه) 36 ځلى واچوو او د هر ځل اچونى د شير (عکس) او خط شمير ئي ثبت کړو او لاندې نتيجه تر لاسه کړو.

ع عکس(شير) خ - خ – خ -ع - ع - خ - ع - ع - ع - ع
خ (خط) ع - خ - خ - ع - خ - ع - ع - ع - ع - خ
ع - خ - ع - خ - خ - ع - ع - ع - خ - خ
خ - خ - ع - ع - خ - ع - خ - ع - ع - ع

ع 19 ځلى او خ 17 ځلى شى نو:

$$P(خ)= \frac{17}{36} = 0,47\ ; P\left(ع\right) = 53\% \text{ يا } P\left(ع\right) = \frac{19}{39} = 0,53$$

يعني د سکى په ۳۶ ځلى غورزونى کې د عکس احتمال 53 % او د خط احتمال 47% شو.
په داسې حا ل کې چه په نظري توګه د (ع) او (خ) يعنې عکس (شير) او خط احتمال سره يو شان دى، يعنې: $P\left(ع\right) = P\left(خ\right) = 50\%$

مرکبې پيښې (Compound events)

د احتمالاتو په ژبه کې مرکبې پيښې هغه دوه يا ډير شيان يا پيښې دى چه وقوع ئي همزمان (په يوه وخت کې) مطلوب وي .د مرکبو پيښو احتمال د پيداکولو لپاره له مختلفو طريقو کار اخستل کيداى شي.
مثال:که يوه بيډى او يوه سکه غورزاره کړو ددى احتمال چه سکه يا «ع او يا خ » خو بيډى «اس» شى ، به څومره وي؟

حل: پوهېږو چه یوه بیړۍ ځلورمخونه لرۍ. اس، خر، مږ، او وزه، پدې ترتیب به دلاندی لست په شان ټول اته حالتونه ممکن وي او یوازې دوه (ځلورم او اتم نمبر) به مطلوب حالتونه وي

ع – د سیکی د عکس(شیر) مخ
خ – د سکی د خط مخ
خ – د بیړی د خر مخ
م – د بیړی د مږ مخ
و – د بیړی د وزی مخ
آ – د بیړی د آس مخ

شمیره	سکه	بیړۍ
1	ع	خ
2	ع	م
3	ع	و
4	ع	آ
5	خ	خ
6	خ	م
7	خ	و
8	خ	آ

د مطلوب حالت احتمال به دوه له 8 څخه وي ، یعنې : $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=25\%$
نو 25% فیصده احتمال شته چه د بیړۍ او سکی په یو ځل همزمان غورزولوکی به د سکی عکس یا خط د بیړۍ د اس له مخ سره همزمان واقع شی.

دوهم مثال: که په یوه خلطه کې 6 جوړه جرابی وي چه له یوه تر شپږ (6- 1) پورې نمبر ورکړل شوی وي ، او دوه جوړی لاسموغان (دستکش) چه یو ئي سور او بل ئی شین رنګ لری، شته. که لاس ور وغزوو ددی احتمال به څومره وي چه جفت عددي جرابه او شین رنګ لاسموغان راواخلو؟

لکه چه په لست کې وینو مطلوب حالتونه (شین رنګ لاسموغان او جفت عددي جرابی) ټول دری دی: 4,2 او 6 پداسی حال کې چه ټول ممکن حالتونه (12) دی. نود (جفت عددي جرابی او شین رنګ لاسموغان) احتمال =

$$P=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0.25$$

نود مطلوب حالت احتمال به 25% فیصده وي.

1	شين رنګ لاسموغان
2	**شين رنګ لاسموغان**
3	شين رنګ لاسموغان
4	**شين رنګ لاسموغان**
5	شين رنګ لاسموغان
6	**شين رنګ لاسموغان**
1	سور رنګ لاسموغان
2	سور رنګ لاسموغان
3	سور رنګ لاسموغان
4	سور رنګ لاسموغان
5	سور رنګ لاسموغان
6	سور رنګ لاسموغان

د احتمالاتو په هکله دوه لاندې نور تعريفونه هم د يادونې وړدي:

تجربه (Experiment): هغه پروسی ته وايی د کومی په نتيجه کې چه مشاهده (اندازه) تر لاسه شی. د نمونې حوزه يا ساحه (Sample Space) د يوې تجربې لپاره د ټولو ممکنه نتايجو ليست ته وايي يعنې د ټولو اندازو سيټ چه يوه تجربه ئی ممکن واخلی.

مثلاً د يوې سکې (روپۍ) دوه ممکن حالتونه وي شير ياخط {شير، خط}=S

يا S = {H,T}

يوه پيښه (Events) د يوی احتمالي تجربې د نمونې د ساحی څخه د تر لاسه شويو نتيجو مجموعې ته وايی. پيښه کيدای شي بسيطه وي (يوه نتيجه ولری) او يا مرکبه وي (چه له يوه زيات نتايج ولری).

مثال: که يو مکعب (شپږ مخی) چه هر مخ ئي په 5,4,3,2,1 او 6 نشانی شوی وي، وغورزو، نو:

1. که هغه مخ چه (1) ولری رابرسيره شی، نتيجه به ئي X={1} او که هغه مخ چه (2) ولری رابرسيره شی، نتيجه به ئي X_2= {2} او نور.
2. د نمونې ساحه (S) ئي ټول شپږ ممکن حالتونه دی، يعنې: S={1,2,3,4,5,6}
3. هغه پيښه چه جفت اعداد ولری به عبارت وي له : E={2,4,6}

د یوی پیښې د نتیجې احتمال د هغې د وقوع چانس یا نسبتي فریکوینسي یعني فیصدی ته وایی که د یوې تجربې د نمونې ساحه n نقطې ولري نو دهرې نقطې د وقوع احتمال به Pi وي او لیکو چه: $P(X_i) = Pi$

د یوی پیښې (E) احتمال د P(E) به صفر یا له صفر څخه لوی وي او یو یا له یوه څخه به کم وي، یعني: $0 \leq P(E) \leq 1$ یا $0 \leq Pi \leq 1$

په یوه تجربه کې د ټولو نتایجو د احتمال مجموعه (یو) وي، نو که $S=\{X_1,X_2,\ldots X_n\}$ وي، پس لرو چې:

$$P(S) = \sum_{i=1}^{n} Pi = 1$$

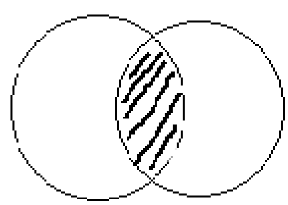
د پیښې د احتمال محاسبه او عملیات

که A او B دوه پیښې وي چه د S په ساحه کې معینې وي نو:

1. د A او B اتحاد یعنی A ∪ B هغه سیټ ته وائي چه:

$$A \cup B = \{X|\ X \in A \text{ یا } X \in B\ \}$$

یعني: (A یا B ، د X ټولو هغو قیمتونو څخه عبارت دی چه په A کې شامل وي یا په B کې)



A U B

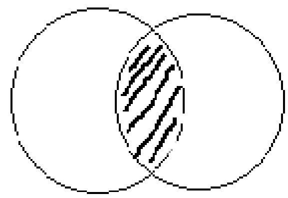
$X \in A$ یعني X د A عنصر وي یا په A کې شامل دی.

پورتنی شکل د دو سیټونو (A) او (B) اتحادي سیټ ښیی، په بل عبارت اتحاد سیټ د (A) او (B) د سیټونو له ټولو عناصرو څخه جوړ شوي سیټ ته وایی خو د دواړو سیټونو مشترک عناصر یکې نه شمیرل کیږي.

د دوو سیټونو تقاطع چه $A \cap B$ (A او B) د لاندې سیټ په مرسته تعریف کیږي:

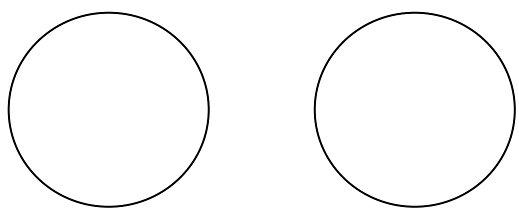
$$A \cap B = \{X|X \in A \text{ او } X \in B\}$$

يعنې د $A \cap B$ يا د تقاطع سيټ د ټولو هغو عناصرو سيټ ته ويل کيږي چه همزمان په A او B کې شامل وي يا ددواړو سره شريک وي.



$A \cap B$

که د دوو پيښو يو تقاطع سيټ خالی سيټ وي نو ويل کيږي چه دغه دوه پيښې کوم مشترک عنصر نلري او له يو بل څخه مجزا (Mutually exclusive) بلل کيږي چه په لاندې شکل کې يې ګوری.



A B

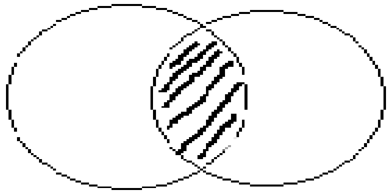
که دوه مجزا سيټونه (A) او (B) ولرو نو د جمع کولو د قانون له مخې به ولرو چه:

P(A يا B) =P (A) + P(B)

د جمع کولو عمومي قانون په لاندې توګه دی:

$$P(A \text{ يا } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ او } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په ساده توګه ويلای شو چه هغه ساحه چه د دواړو سيټونو تر منځ مشترکه ده دوه ځلی په نظر کې نيول کيږي ،نو ځکه بايد ځينې کمه شی، (لکه چه په شکل کې ښکاری).



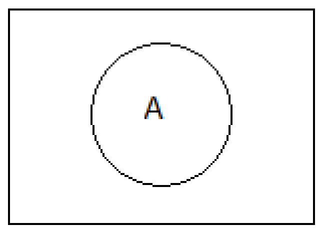
$A \cap B$

د A سیټ تکمیلی سیټ چه په $\bar{A}$ (A خط) او یا Á (A زور) ښودل کیږي د هغو عناصرو سیټ ته وایی چه په (A) سیټ کې شامل نه وي، یعنې:

$$\bar{A}= \{X|X€A\}$$

X€A یعني X پهA پورې اړه نلري یا X د A کوم عنصر ندی. په بل عبارت X€A د X∈A نفیه (Negation) سیټ دی.

∪

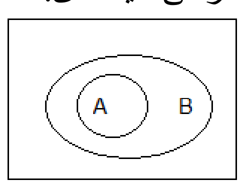


د تکمیل قاعده: که دوه پیښي (E) او É یا دوه سیټونه یو د بل مجزا وي او دواړه کوم مشترک عنصر ونلری یعنې: $E \cup É = S$ او $E \cup É = \emptyset$

(Ø د خالی سیټ ښنه وي)، نو P(É) = 1-P(E)

یا په بل عبارت: 1= P(S) = P(E یا É) =P (E)+P(É)

که د یوه سیټ ټول عناصر په بل سیټ کې شامل وي نو دغه سیټ د دوهم سیټ فرعی سیټ بلل کیږي> لکه په لاندې شکل کې چه (A) د (B) فرعی سیټ دی.



فرعي سیټ داسې ښودل کیږي: A ∈ B

که A د B فرعی سیټ وي او B د A فرعی سیټ وي، نو A = B

همدارازکه : B∈A او C∈B پس : A = B

مثال: لاندې د نمونې ساحه (S) په نظر کې نیسو:

S={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)

فرض کړی چه:

A={1,2,3,4,5,6), B={3,4,5,7,8,9}, E={2,4,6,8,10,12},

F={3,6,9,12}, G={5,7,11}

پدې برسیره داسی فرض کړی چه د دغی نموني د ساحي (s) هر عنصر مساوي چانس لري.

لاندې محاسبات او سوالونه ځواب کړئ:

1, $A \cup B$ او $P(A \cup B)$

2, $A \cap B$ او $P(A \cap B)$

3, $E \cap F$ او $P(E \cap F)$

4, $\acute{E}, P(\acute{E})$

5, $P(F \cup G)$

حل: د نموني ساحه (S) ټول 12 عناصر لري، د A سيټ 6، د B سيټ 7، د E سيټ 4 او د G سيټ 3 عناصر لري. د A او د B سيټونه 4 عناصر مشترک سره لری.

پس:

$$P(A) = \frac{6}{12}, \quad P(B) = \frac{7}{12}, \quad P(A \cap B) = \frac{4}{12}$$

او :

$$P(A \cup B) = \frac{6}{12} + \frac{7}{12} - \frac{4}{12} = \frac{7+7-4}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0.75$$

همداراز د E او F قيمتونه دوه عناصر مشترک سره لری (6 او 12). د E په سيټ کې ټول جفت اعداد دي نو (É) يعني نفيه يعني هغه عناصر چه په E کې ندی شامل، به متباقی طاق عددونه وي. د F او G سيټونه هيڅ مشترک عنصر نلري نو د تقاطع سيټ يې خالي سيټ وي (هيڅ عنصر به نلري) ځکه چه داسی عدد نشته چه هم په E او هم په G کې شامل وي. برعکس اتحادی سيټ به ئي د F او G دواړو سيټونو د عناصرو مجموع وي.

پس کولای شو ووايو چه:

1. دا چه: A U B={1,2,3,4,5,6,7,8,9}

نو: $P(A \cup B) = \frac{9}{12} = 0.75$ یا 75%

2. داچه: $A \cap B = \{3,4,5,6\}$

نو: $P(A \cap B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0.3$

3. داچه: $E \cap F = \{6,12\}$

نو: $P(E \cap F) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = 0.16$

4. داچه: É={1,3,5,7,9,11}

نو لروچه: $P(\acute{E}) = \frac{6}{12} = 0.5$

5. داچه: $P(F \cup G) = P(F) + P(G) - P(F \cap G)$

نو: $P(F \cup G) = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} - \frac{0}{2} = \frac{7}{12} = 0.583$

په احتمالاتو باندې د جمع کولو په قانون بر سیره نور قوانین هم اجرا کیدای شي. د جمع کولو قانون د دوو مجزا پیښو په هکله وي، یعنې د اچه که یوه ئی واقع شی نو بله هم.

په احتمالاتو کې دوه پیښې هغه وخت مستقلې (Independent) بلل کیږي چه له دوی څخه د یوې وقوع د دوهمې په وقوع کوم اثر ونلري. له دغه ځایه څخه دوه پیښې تابع یا تړلی (Dependent) بلل کیږي، که چیرې د یوی وقوع د دوهمی په واقع کیدو اثر ولري.

مثلاً که دوه سکې دوه ځلي وغورزوو، نو د دوهم ځل نتایج د لومړي ځل په نتایجو پورې هیڅ اړه نلري. همدارنګه که یو شپږ مخی مکعب یو ځل وغورزو او هغه مخ یې چه (1) ورباندې لیکلی رابرسیره شي نو که دوهم ځل یې غورزو نو نتایج ئي د لومړی ځل له نتایجو سره هیڅ اړه نلري. که چیرې دوه سکې همزمان وغورزو، نو د شیر (H) یا خط (T) به ممکنه څلور حالتونه وي.

$$S= \{HH, HT, TH, TT\}$$

داچه همزمان دواړه «شیر» شي، یوازې یو له څلورو ممکنه حالتونوڅخه دي، نو د دی احتمال چه دواړه به «شیر» وي عبارت دی له:

$$P\{HH\}=\frac{1}{4}$$

له دې ځایه څخه پوهیږو: $P(\{H\}) = 1/2$ او $P(\{HH\}) = P([H]) * P(\{H\})$

او د احتمالاتو د ضرب قانون عبارت دی له:

د E او F دوه پیښې هغه وخت او یوازې هغه وخت مستقلی وي چه د دوی د اتحادی سیټ احتمال د دوی د احتمالاتو د ضرب له حاصل سره برابر وي یعنې :

$$P(E , F)= P(E)*P(F)$$

که د یوې پیښې د وقوع لپاره د بلې پیښې واقع کیدل شرط وي، نو دغه ډول دوه پیښې یو د بل څخه منزوی او نا پیلی پیښې نه بلل کیږي. مثلاً د باران اوریدو لپاره اوریځ شرط دی، خو که اوریځ وي نو ډیر احتمال شته چه باران وشی. دلته د باران اوریدل او داوریځی وجود له یو بل سره تړلی دی، یعني اوریځ لازمی شرط دی اما کافی ندی -شاید اوریځ وي اما باران ونشی. د دوو له یو بل سره تړلیو پیښو احتمال په P(E|F) سره ښودل کیږي او لولو یی چه : د E د پیښې د وقوع احتمال پدې شرط چه د F پیښه واقع شی یا د F په پیښه پورې د E مشروط احتمال.

که د A او B دوه یو ډول پیښې وي، نو :

$$P(A|B) = \frac{P(A \text{ او } B)}{P(B)} \quad \text{یا} \quad P(B|A) = \frac{P(A \text{ او } B)}{P(A)}$$

له پورته فارمولونو څخه ښکاري چه A او B به ناممکنه پیښې نه وي، یعني د دوی احتمال به صفر نه وي یا :

$$P(B) \neq 0 \qquad \text{او} \quad P(A) \neq 0$$

پس د احتمالاتو د ضرب عمومي قانون عبارت دی له :

$$P(A \text{ او } B) = P(A \cap B) = P(A|B) * P(B) = P(B|A) * P(A)$$

د احتمالاتو پورتنی بحث د احصایې له محاسبو او مفاهیمو سره اړیکې لري. د استنتاجي احصایې لویه مسئله په یوه احتمال سره د نتایجو تعمیم کول دی. یعنې دا چې له تجربو څخه لاسته راغلی احصایې په یوه احتمال یا د احتمال په یوه محدوده کې د جمعیت د پارا میترونو لپاره یو متقارب شاخص کیدای شي. برسیره پردې د پیښو له تیوریتیکي مودلونو څخه کار اخیستل هم تر ډیره پورې د احتمال د اصولو سره کارول کیږي. دی ته په پام سره د احتمالاتو پورتني مفاهیم ترتیب شول او هیله ده چې مندرجه مصطلحات به یې د احصایې په مفاهیمو او محاسبو باندې د ښه پوهیدلو په اړه مرسته وکړای شي.

شپږم فصل

اتفاقي متحولين او د احتمالاتو مقسمې

څلورم فصل: اتفاقي متحولين (Random variable) او د احتمالاتو مقسمي

مقدمه

اتفاقي تجربه (Random experiment) د اندازه کولو یا مشاهده کولو هغې پروسی ته وایي چه نتایج یا محصول ئی په بشپړه توګه مخکی نشی اټکل کیدای. ټول ممکنه را ټول شوي نتایج یې د یوی اتفاقي تجربې د نمونې ساحه (S) بولي. په دغسې یوه اتفاقي تجربه کې هر ترلاسه کیدونکی مقدار یومعین احتمال (چانس) لری. مثلاً د یوې سکې(روپۍ) غورځول یوه اتفاقي تجربه ده. ځکه نه پوهیږو چه خط به شی او که شیر، اما د نمونې ساحه به یې [خط یا شیر] وي. په دغه شان د یوه صنف د شاګردانو قدونه او وزنونه اندازه کول یوه اتفاقي تجربه ده، په یوه کیمیاوي ماده کې د اوسپنې د مقدار تعینول هم یوه اتفاقي تجربه ده. دغه ته په کتو سره موږ په ورځني ژوند کې ډیر ځله له اتفاقي تجربو سره مخامخ کیږو، یعني داسی چه مشاهده یا ئی اندازه کوو چه مخکی له مخکی ئې نتایج په بشپړه توګه نشو اټکل کولای.

اتفاقي متحول هر هغه حقیقی کمیت او یا عددي مقدار ته وائې چه قیمت یا اندازه ئی د اتفاقي تجربې په نتیجه پورې تړلی وي یا د هغی په نتیجه کې تر لاسه کیږي. په احصائیوي محاسبو کې اتفاقي متحول په غټ حرف (X) او هغه قیمت چه اخلی یې، په کوچنی حرف (x) باندې ښوول کیږي.

مثال د سیکی د اچولو په پیښه کې د سیکی د ''شیر''مخ (X) یو اتفاقي متحول دی چه کیدای شي یو او یا صفر وي، یعني $x = 1$ یا $x = 0$ (که مطلوب مو شیر وي نو وقوع یې (یو) بولو او که نه وو، وقوع یې صفر بولو). د یو چا د وزن د اندازه کولو په مثال کې د شخص وزن (X) اتفاقي متحول او هغه قیمت چه د هغه وزن ئې اخلي(x) دی چه کیدای شي د 50.5Kg او 150.5Kg تر منځ هر قیمت واخلي، یعني: $50.5Kg \le X \le 150.5Kg$

له پورته مثالونو څخه معلومیږی چه اتفاقي متحول کیدای شي منفصل (Discrete) یا متصل (Continuous) وي. لکه چې په مخکینیو بحثونو کې مو ولوستل، منفصل یا منقطع اتفاقي متحول هغه اتفاقي متحول ته وائې چه یا محدود او یا معدود (د شمیر وړ) قیمتونه ولری. مثلاً د یو چا د ورونو او خویندو شمیر، د یو چا د تره د زامنو شمیر اونور. منقطع اتفاقي متحول په ګراف کې د نقطو په شکل ښوول کیږي. متصل اتفاقي متحول هغه متحول ته ویل کیږي چه نا محدود او لایتناهی قیمتونه اخستلای شی. مثلاً له کوره تر مکتب پورې فاصلی یا د اشخاصو وزنونه او نور. متصل متحول په ګراف کې د یوه مسلسل او غیر منقطع خط په شان ښودل کیدای شي.

یو اتفاقي متحول یو قیمت په یوه معین احتمال سره اخلی. په بل عبارت دا چه یو اتفاقي متحول به یو قیمت ولري یومعین احتمال دی. مثلاً که د یوه متحول (X) قیمت (x) شی نو احتمال به ئي P(X) وي او لیکو چه: $F(x)= P(X= x) = P(X)$. د منقطع متحولینو په صورت دغه احتمال د ګراف یوه نقطه وي او د متصلو متحولونو په صورت کې به د دو نقطو ترمنځ د منحني تر هغې قطعی لاندې مساحت وي.

مثال : دوه روپۍ دوه ځلي اچوو او داچه څو ځلی به شیر راووزي شمیرو او غواړو پوهه شو چه احتمال به ئې څومره وي.

ګورو چه یو له لاندې څلورو حالاتو څخه به په هر یو ځل اچولو کې ممکن وي چې:

یا به دواړه شیر (ش) یا خط (خ) یا یو خط بل شیراو یاهم یو شیربل خط شی یعنې:

خ خ ، ش خ ، خ ش، ش ش . نو داچه د هیڅ یوی مخ شیر نه وي یعنې دواړه خط (خ خ) وي، احتمال ئې له څلورو حالاتو څخه یو دی، یعنې: $\frac{1}{4}$ =0.25= داچه لږ تر لږه د یوې روپۍ د شیر مخ را واوړي (خ ش یا ش خ) دوه حالتونه یې صدق کوی، یعنې: $\frac{2}{4}$ =0.50= بالاخره چه د دواړو روپیو د شیر مخ راواوړی (ش ش) له څلورو ممکنه حالاتو څخه یوازې یو ئې صدق کوی، یعنې: $\frac{1}{4}$= 0.25 .

X	0	1	2
P(X)	0.25	0.50	0.25

لکه چه پورته ئې ګورو هیڅ احتمال منفي نه دی او مجموعه ئې (0.25+0.50+0.25) یو کیږي.

متراکمه مقسمه (Cumulative distribution)

تر دغه ځایه مو د یوه متحول د یوه قیمت د اخستلو د احتمال په هکله خبرې وکړې. متراکم احتمال د مقسمي د یو قیمت څخه د ټیټو قیمتو اخستلو د احتمال مجموعي ته وائي. د منفصل اتفاقي متحول لپاره دغه متراکمه مقسمه د لاندې رابطې په شان وي:.

$$F(K)=P(X \leq K)=\sum_{i=1}^{i=k} P(xi)$$

اود متصل اتفاقي متحول په صورت کې به ولرو چه :

$$F(X)=\int_{-\infty}^{X} F(t)dt$$

که له انتیګرال سره بلد نه یاست نو تشویش مه کوئ ځکه چه په عملی احصائیي کې ئي د محاسبو اسانه لارې جوړې شویدی. د منفصل اتفاقي متحول د قیمتو او د هغو د اخستلو مربوط متناسب احتمالات په جدولونو کې جوړشوي او لوستل کیږي. د متصل متحول لپاره داسی فارمولونه دی چه په یوه خط باندې د هغه متحول احتمال تعریف شوی وي او رابښیی ئي.

د اتفاقي متحول د احصائیو متوقعه قیمت

لکه چه مخکې مو وویل په احصائیې کې د متحول د اندازه کولو په اړه د اوسط (Average) او انحراف (Variation) یا معیاري انحراف (Standard Deviation) مفاهیم ډیر مهم وي. معمولاً غواړو پوهـ شو چه د یوه متحول اوسط قیمت څومره دی او دا چه تر لاسه شوي یا مشاهده شوي مقادیر د اوسط په شاوخوا کې څومره متشتت او پراګنده پراته دي، یعني معیاري انحراف (Std) یې څومره دی.

لکه چه مخکې مو د ګروپ شویو معلوماتو د احصائیو د معلومولو او محاسبه کولو په بحث کې ولوستل د یو منفصل اتفاقي متحول متوقعه قیمت یا اوسط د لاندې فارمول په مرسته پیداکولای شو:

$$E(X)= \mu_x=\sum_{i=1}^{i=n}[xiP(xi)]$$

په پورتني فارمول کې: (x) د اتفاقي متحول قیمت او P(x) د X مربوط هغه احتمال دی چه هغه به دغه د x قیمت واخلی.

د متصل متحول په صورت کې له لاندې فارمول څخه کار اخستل کیږي:

$$E(X)=\mu x =\int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)dx$$

له پورته فارمولونو څخه ښکاري چه اوسط (x) د وزني اوسط څخه عبارت دی. یعني څومره چه د یوه مقدار وزن په ټولو مشاهدو کې وي، په همغه اندازه به ئي فیصدی لوړه وي.

مثال: د رحمن بابا د دولسم ټولګی 90 تنو زده کوونکو په څلورنیم میاشتني امتحان کې د لاندې جدول په شان نمرې وړې دي. تاسې یې اوسط، وریانس (انحراف) او معیاري انحراف پیداکړئ؟

جدول: د رحمن باب لیسی د دولسم ټولګی د ۹۰ تنه شاګردانو ګروپ شوی نمرې

شماره	نمرې (x)	تعداد (n)	د هری نمرې احتمال (p(x	x. p(x)
1	20	10	0.11	2.22
2	40	15	0.17	6.67
3	60	40	0.44	26.67
4	80	15	0.17	13.33
5	100	10	0.11	11.11
	ټول	**90**	**1.00**	**60.00**

په پورته جدول کی دریم ستون دا راښئی چی لسو تنو ۲۰ نمری (دوهم ستون)، ۱۵ تنو ۴۰ ۴۰ تنو ۶۰ ، ۱۵ تنو ۸۰ او ۱۰ تنو سل نمری وړی دی. په څلورم ستون کی د هری نمری احتمال دا معنی لری چی، مثلآ، دا چی یوه شاګرد ۲۰ نمری وړ وی احتمال به یی ۱۱ فیصده (۰,۱۱)، چی ۴۰ نمری به یی وړی وی احتمال به یی۱۷ فیصده (۰,۱۷) او نور وی.

لکه چي په جدول کې يې ګورو:

a) اول يې اوسط حسابوو، يعني:

$=20(0.11)+40(0.1)+60(44)+80(0.17)+100(0.11)= 60$

نو اوسط به ئې 60 وي، يعني: $E(X)= \mu_x = \mathbf{60}$

b) د انحراف ($\mathbf{Var= \sigma^2}$) او معياري انحراف ($\boldsymbol{\sigma}$) د محاسبې لپاره ئې له عملي فارمولو څخه کار اخلو، يعني: داچه انحراف د X د هر اخیستل شوی قیمت او اوسط د تفاوتونو د مر بع له اوسط څخه عبارت دی، يعني:

$$\boldsymbol{\sigma^2}=E(x- \mu_x)^2 = E(X^2)- \mu_x^2$$

چیری چې:

σ^2- وریانس،

$E(X^2)$ - د مشاهدو د مربع قیمتونو اوسط، او:

μ_x^2 - د مشاهدو د اوسط مربع دی.

پدې ترتیب لومړی باید د (X) د مشاهده شویو قیمتونو مربع پیداکړو او بیا د دغو مربع شویو قیمتونو اوسط پیداکړو، یعنې مجموعه به ئې د هغو په شمیر و ویشو. با لاخره به ددغه تر لاسه قیمت او د μ_x^2 تفاوت پیداکړو. لکه چې په لاندې جدول کې یې وینی.

شماره	نمرې (x)	(x2)
1	20	400
2	40	1600
3	60	3600
4	80	6400
5	100	10000
	ټول	**22000**

$$\mathbf{E(X^2) = \frac{\sum_{i=1}^{5} X^2}{5} = \frac{22000}{5} = 4400}$$

دا چه $E(X) = 60$ ، نو:

$$(E(X))^2 = (\mu_x)^2 = 60^2$$

نو : $\mathbf{\mu_x^2 x = 60^2 = 3600}$

پس: $\mathbf{\sigma^2 = E(X^2) - \mu_x^2 = 4400 - 3600 = 800}$

پس انحراف به یې مساوي شي له: $\sigma^2 = 800$

بالاخره معیاري انحراف به مساوي شي له:

$$\sigma = \sqrt{800} = +\sqrt{\sigma 2}$$

پس: $\sigma = \sqrt{800}$

د احتمالاتو مشهورې مقسمې

د احتمالاتو مقسمې د احصائیې په محاسبو کې د یو مودل په توګه پکاریږی. دغه ډول نظري مقسمې د حقیقي ژوند د پدیدو یو اسانه شوې شکل وي. ډیری پیښې په طبعیت کې د دغو مقسمو په شان ښکاري. مثلاً د انسانانو د قد لوړوالی یوه نورمال مقسمه، پدې معنی چه یوه کمه فیصدي انسانان له اوسط قد څخه ډیر لوړوی پداسی حال کې چه یو بل کم شمیر به بیا ډیر ټیټ قد لري. د اکثریت انسانانو قدونه به اوسط قد په شاوخوا کې واقع وي. همداراز د هوش درجې یعنې (IQ) د انسانانو عمرونه، د امتحانونو نتایج، او نور. د ځینو نورو پیښو د احتمالاتو مقسمې بیا نور شکلونه لری.

کله چه په تجربوی توګه کوم متحول مطالعه کیږي نو د هغه متحول پارامیترونه یا احصایوي مشخصات د هغه د مربوطه نظري مقسمو یا موډلونو سره کتل کیږي او د دغی ډول مقایسې له مخې استینتاج کیږي او د تجربې څخه د ترلاسه شویو مشخصاتو یعنې د نمونې مشخصاتو له مخې د ټول جمعیت د مشخصاتو لپاره نتیجه کیږي. یا په بل عبارت د جز له مخې د کل مشخصات تعینیږی. ډیری طبعی پدیدی داسی وي چه مقسمې یعنې د وقوع احتمالات ئې د یوه ریاضیکي مودل سره تقریباً برابر وي او له دغه ځایه څخه د دغو ریاضیکي مودلونو له مخې د

دغه ډول پدید وړاندوینه کیدای شي او یا ئې په نمونه وي توګه د مطالعې په اساس د ټول جمعیت مشخصات توضیح کیدای شي. مثلاً: یو غشی د یوی نښې پر لور ویشتل کیږي نو یابه نښه وویشتل شي اویا نه؛ یوه روپۍ غورزو یا به شیر شی او یا خط ؛ په صنف کې له محصلانو پوښتنه کوو چه څوک په خپل موبایل کې د حساب ماشین لري؟ یا به یې لري یا نه، او داسی نور. که فکر وکړو پورتنی پدیدې یوازې دوه متبادل ځوابونه لري: (بلی، نه ؛ خط شیر؛ بلی ، نه) یا په لنډ ډول مطلوب او یا نا مطلوب (منظور یا نا منظور) ځوابونه لري. د دغه ډول پدیدو د وقوع احتمالاتو ته دوه متبادله مقسمه یا (Binomial Distribution) وایی. نورې مشهورې مقسمې د پوایسون (Poison) ، هندسي (Geometric) هایپر هندسي (Hyper geometric) او منفي دوه متبادله (Negative Binomial) مقسمی بلل کیږي.

د احتمال دوه متبادله مقسمه (Binomial probability distribution)

د احتمالاتو په تیوري او احصایي کې دوه متبادله مقسمه، چه **د برنولي تجربه**

(**Birnoli trail**) ئې هم بولی، هغی اتفاقي منفصلی تجربې ته وائي چه یوازې دوه ممکن حالتونه غوره کولای شي: **مطلوب یا نامطلوب** او د هر ځل تجربه کولو په حالت کې ئې د مطلوب حالت د وقوع احتمال ثابت او عین شی وي.

په خلص ډول ویلای شو چه دوه متبادله یا باینومیال تجربه هغه تجربې ته وائي چیرې چه یو عمل په عین شکل سره بیا بیا تکراریږی مثلاً د یوې روپۍ څو ځلي غورځول په پرلپسي توګه او مطلوبه پیښه (شیر یا خط) پکی کتل. پدې ترتیب که دغه ډول پیښه یوځل تکرارشي نو د برنولي تجربه بلل کیږي او که د برنولي تجربه مکرراً تکرار شی نو باینومیال مقسمه بلل کیږي.

د برنولي تجربې لاندې څلور اساسي شرطونه لري:

1. د مشاهدو شمیرمعین وي.
2. هره مشاهده یا ازموینه مستقله وي، یعنې د هر ځل تجربه کولو نتیجه په نورو مخکینیو پورې تړلې نه ده- یا په بل عبارت کوم تاثیر نه ورباندې لری.
3. هره مشاهده به یوازې او یوازې یو له دوو حالتونو څخه غوره کوی- مطلوب او نا مطلوب (بلی او نه). د مطلوب ځواب احتمال به (P) او د نامطلوب به (1-P) وي، یا په بل عبارت د دواړو مطلوب او نا مطلوب د وقوع د احتمال مجموعه به (یو) وي، یعنې:

$$p + q = 1 \quad \text{او} \quad q = 1 - p$$

4. همداراز مونږ د یوې پیښې (X) لپاره د څو ځلی(n) تجربه کولو په نتیجه کې یوازې د مثبت (یامطلوب) حل غوښتونکي یو، نو مطلوبه پیښه (X) به د (x= 0, 1, 2, …, n) قیمتونه اخلي.
5. د برنولي د n ځلي تجربه کولو په نتیجه کې د x لپاره د مطلوب ځوابونو احتمال د لاندې فارمول څخه پیداکوو:

$$P(X=x) = P\binom{n}{k} = \binom{n}{k} p^K q^{n-k}$$

پورته فارمول داسی لوستل کیږي : ددی احتمال چه په n ځلي تجربه کولو کې به K ځلي مطلوب ځواب تر لاسه کړو عبارت دی له : $\binom{n}{k} p^K q^{n-k}$

چیرى چه:

n = د تجربه کولو شمیر،

K= دمطلوبو حالتونو شمیر،

n-k = د نامطلوبو حالتونوشمیر،

p = په یو ځل تجربه کولو کې د مطلوب حالت احتمال،

q= 1-P = . په یو ځل تجربه کولو کې د نامطلوب حالت احتمال،

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ د برنولي ضریب بولي او لولو ئې چه « د k ځلي مطلوبو پدیدو امکان د n ځلي په تجربه کولو کې» او له ریاضي څخه پوهیږو چې: n! = 1.2.3…n (n! فاکتوریال n)

مثال: یو امتحان لس څلور ځوابه سوالونه لرى. که یو محصل د ټولو لسو سوالونو ځوابونه د حدس وهلو په مرسته حل کړي نو د دې احتمال به څو وي چه نوموړى پوره (7) سوالونه صحیح کړي؟

حل: لروى چى:

n=10

k=7

N-k=3

له څلورو ځوابونو څخه د یوه صحیح ځواب احتمال p = 0.25,

په څلورو ځوابونوکې د دریو غلطو ځوابونو احتمال به مساوی وی له: q =1-p = 0.75

او پيدا کوو چې:

نو:

$10! = 3628800$

$7! = 5040$

$3! = 6$

$$\frac{10!}{7! * 3!} = \frac{3628800}{5040 * 6} = 120$$

پس:

$$P\ (\text{اوه مطلوب حالات له لسو څخه}) = \binom{10}{7}(0.25)^7(0.75)^3$$

$P\,(7/10) = 0.0031$ يا: $p(7/10) = 0.3\ \%$

د برنولي په مقسمه کې اوسط او انحراف

يو اتفاقي متحول X چه پاراميترونه ئې n او p (د تجربه کولو شمير (n) او په هر ځل تجربه کولو کې د مطلوبې پيښې احتمال (P)) وي، د بر نولي مقسمه ئې د (Z) يو بل متحول دی چه د n ځلی له مجموعی سره برابر دی چه هر ځل به (صفر) اويا (يو) قيمت واخلی. داچه د z دغه متحول د (يو) قيمت د اخستلو يعني د مطلوب حالت احتمال ئې P وي، نو د هر متحول اوسط به ئې:

(**1 * P + 0 * (1-P)**) شی او انحراف (وريانس) به ئې : p(1-p) وي. د مستقلواتفاقی متحولونو(n ځلی د پاراميترونو د جمع کولو له لاری به د برنولی د مقسمې اوسط او انحراف د n ځلی د z مستقلو متحولونو د اوسط او انحراف له مجموعی سره برابر شی، يعني:

$\mu_x = n\text{-}p$ (اوسط)

$\boldsymbol{\sigma_x}^2 = n*p*(1-p)$ (وريانس يا انحراف)

مثال: يو لوبغاړی توپ 20 ځلي د باسکيټبال ټوکری ته ورغورزاروي. (هرځل د توپ اچول يو متحول دی) او n ځلي د توپ اچول به يو بل متحول د Z شی چه اوسط او انحراف (وريانس) ئې د n مستقلو متحولونو مجموعه ده. فرض کړی په ټوکرئ کې د توپ د لويدو احتمال (p = 0,1) وي يعني (په ټوکرئ کې د توپ لويدل)، نو د خطا کيدو احتمال به يې (q = 0.9) وي. په شل ځلی اچولو کې په ټوکرئ کې د توپ د لويدلو د وقوع احتمال اوسط به څومره وي ؟

داچه: $n = 20$, $P = 0,1$ او $q = 1\text{-}p = 0.9$

نو : $\mu_x = n*p = 20.0,1= 2$ او $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{2}} = n*p(1\text{-}p)$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{2}} = 20 \,.\, 0,1(1 - 0,1) = 2(0,9) =1.8$$

په بل عبارت: په اوسط ډول به په هر 20 ځلي توپ اچولو کې یوازې دوه ځلي توپ په ټوکرۍ کې واچوی(ګول به یې وکړی).که داکار یعنې ۲۰ ځلي توپ اچول ډیر واري تکرار کړي، نو د ګول وهلوحدود به ئې عبارت وي له: $\mu_x+ \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{x}}$ او $\mu_x- \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{x}}$

دا چې: $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{x}}= \sqrt{\boldsymbol{\sigma 2}} = \sqrt{1.8} = 1.3$

او: $2+1.3= 3.3$ او $2- 1.3= 0.7$

نو: په یو ځل توپ اچولو کې د ګول کولو د $p = 0.1$ احتمال سره به په شل ځلو توپ اچولو کې د اوسط ګول کولو شمیر به د ۳،۳ او ۰،۷ تر منځ وي ، یعنې:

$$0.7> \mu<3.3$$

په خلص ډول:- باینومیال یا دوه متبادله (دوه وجهی) مقسمه، د احتمال هغې مقسمې ته ویل کیږي چه د n ځل مستقل تجربه کولو په نتیجه کې د مطلوبو پیښو تعداد راښیي چه د مطلوب احتمال (P) وي. هر ځل تجربه کول دوه متبادله لري، یعنې: مطلوب او نا مطلوب (بلی او نه). دغه ډول تجربې چه د «مطلوب یا نامطلوب» یا «رد او قبول» یوازې دوه متبادل ځوابونه لري، د برنولي د تجربې په نوم هم یادیږي. خو د برنولي د تجربې په صورت کې $n = 1$ دی یعنې یوازې یو ځل تجربه کول.

باینومیال مقسمه د احصایوي اعتبار (Significance) د باینومیال ازموینی (Binomial test) لپاره اساس دی. یعني کومی پدیدی چه باینومیال مقسمه ولری نو د تجربو په نتیجه کې د راټول شویو معلوماتو او احصایو د مؤثقیت او اعتبار د ازمویلو لپاره یې همدغه د باینومیال مقسمه د یوه مودل په توګه استعالیږي او لاسته راغلي احصایي ورسره مقایسه کیږي.

د باینومیال مقسمې لپاره یو شرط دادی چه که n نمونې د N له جمعیت څخه راواخلو، نو د هر ځل تجربې تر اجرا وروسته به د را اخستل شوې تجربې په عوض بله ور زیاتوو. که داسې ونشي نو مقسمه به بیا باینومیال نه وي او دغه ډول مقسمه بیا هایپرهندسي مقسمه بولي.

مثلاً که په یوه خلطه کې ۲۰ مردکي وي چه 15 ئې سرې او 5 ئې شنې وي او مطلوب مو د شنې مردکي را اخستل وي. نو هر ځل چه یوه مردکي راباسو، نو زموږ په خلطه کې به یوه مردکي کمه شي. همدا سبب دی چه بیرته به ئې ورزیاتوو، ترڅوپه خلطه کې د شلو مردکیو تعداد پوره وي.

د لومړی صورت په شان د شنې مردکی را اخستل مستقل او په دوهم صورت کې غیر مستقل دی، ځکه شمیر به یې کم او احتمال به ئې زیات وي. یعنې له ۱۹ څخه به یې حسابوو .

څومره چه د n تعداد زیاد شی همدومره به باینومیال مقسمه نورمال مقسمې شکل ته نژدی کیږي. ویل کیږي چه که $n > 20$ وي یعنې د تجربه کولو تعداد تر شلو زیات وي او احتمال (p) صفر او یا یوه ته ډیر نژدی نه وي نود نورمال کیدو شرط یې برابروي.

که یو اتفاقي متحول د باینومیال مقسمې مطابق وي چه پارامترونه ئې n او p وي (n د تجربه کولو یا هڅو شمیر او p د مطلوبی نتیجی احتمال وي) نو لیکو چه $X \sim B(n,p)$. پدغسی صورت د n شمیر تجربه کولو کې د پوره K ځلی مطلوبی نتیجی د لاسته راوړلو او یا وقوع احتمال به ئې د کتلوی احتمال د تابع (Probability mass function) د لاندې فارمول په شان وي:

$$F(k; n,p)= p(x= k)= \binom{n}{k} p^K (1-p)^{n-k}$$

چیری چه :

$n \in N$ (n - تجربو شمیر)،

$P\ E \in [0,1]$ (د مطلوب حالت احتمال- چه یا به صفر او یا به یو وي)،

$K = 0,1,2,\ldots n$ (دمطلوبو نتیجو شمیر) ،

او: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (د باینومیال ضریب بلل کیږي).

پورتنی فارمول د اسی لولو: موږ په n ځلي تجربه کولو کې K ځلی مطلوبه نتیجه غواړو . یعنې k ځلي مطلوبه نتیجی (p^K) او (n-k) ځلي نامطلوبه نتیجه یا ناکامي

$(1-p)^{n-k}$. خو د k (مطلوبوشمیر) کیدای شي د صفر او n ترمنځ هر څومره وي او په n ځلی تلاشونو کې د $\binom{n}{k}$ د شمیر په اندازه مختلفې لارې دي چه مطلوب پکې تقسیم کیدای شي.

هغه تجربې او عملي پدیدې چه د متحولونو ماهیت او طبعیت ئې د باینومیال مقسمې له تیوریکي مودل سره نژدیوالی ولري نو د باینومیال مقسمې د فارمولونو (کتلوي احتمال تابع) په اساس د جوړشویو جدولونو څخه کاراخیستل کیږي او د تجربو څخه تر لاسه شوی احصایې ورسره مقایسه او قضاوت ورباندې کیږي. لاندې تابع د باینومیال مقسمې د ماخذ جدولونو د جوړولو لپاره پکاریږی چه بیا له (یو) سره مقایسه کیږي:

$$\frac{f(k+1,n,p)}{f(k,n,p)} = \frac{(n-k)P}{(k+1)(1-P)}$$

همیشه به د (μ) قیمت یو تام عدد وي چه لاندې غیر مساوات صدق کوی:

$$(n + 1) P-1 \le \mu < (n+1) P$$

پورتنۍ تابع د $\mu < K$ په ساحه کې یکنواخت متزایده او د $\mu > K$ یکنواخت متناقصه تابع وه، اما که $(n+1)$ P یو تام عدد شی نو یوازې دغه عدد یوه استثنا دی چیری چې دغه تابع د لاندې دوو قیمتونو لپاره اعظمی وي:

$(n+1)$ P-1 او $(n+1)$ P

دغه د μ قیمت د برنولی د تجربې د نتیجی «مود» وي.

د باینومیال د تجربې د متراکمی مقسمې تابع (Cumulative probability function) په لاندې توګه توضیح او بیانیدای شی.

$$F(K,n,p)=P(X \le K)=\sum_{i=1}^{k} p^{i}(1-P)^{n-i}$$

په لاندې مثال کې ګرافونه او جدول ګوری.

مثال: که د پورتني مثال د باسکیټبال توپ اچول وګورو. که په یوه ځل د ګول احتمال $p = 0.5$ وي او شل ځلي توب د باسکیټ بال ټوکرۍ ته واچوی، نو پیدا کړی چې:

۱. د دې احتمال به څو وي چې شل سره واری ګول شي؟

۲. ددی احتمال به څو وي چې یوازې یو ځل ګول شي؟ او

۳. د دې احتمال به څو وي چې لس ځلي ګول شي؟

حل: $n= 20$، $p= 0.5$، $k_1= 20$، $k_2= 1$ او $k_3= 10$ دی.

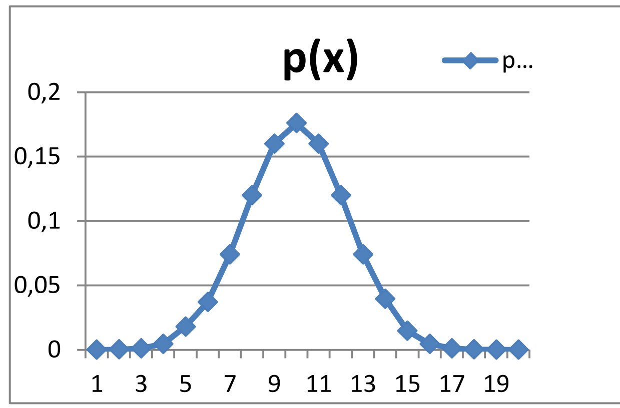
د دغه ډول محاسبې لپاره د ایکسل په یوه پاڼه کې د لاندې په شان یو جدول جوړ کړئ چې د فارمول مربوط محاسبات پکې غوښتل شوی وي. بیا هر ځل د k تعداد بدل کړئ او وبه ګورئ چې مطلوب احتمال تغییر کوی. که k قیمت له $k =1$ څخه تر $k=20$ پوری و ازمایئ د لاندې په شان قیمتونه به لاس ته را شی:

په لاندې جدول کې د $k= 1$ $k= 10$ $k= 20,$ لپاره د احتمال قیمتونه ګوری.

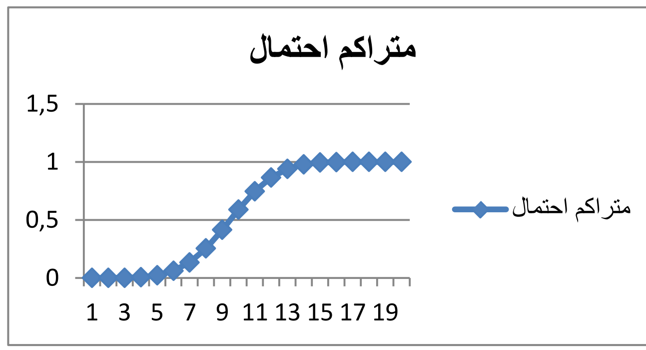
P	0.5	p	0.5	P	0.5
1-p	0.5	1-p	0.5	1-p	0.5
N	20	n	20	N	20
K	20	k	10	K	1
n-k	0	n-k	10	n-k	19
n!/(n-k)!k!	**1**	**n!/(n-k)!k!**	**184756**	**n!/(n-k)!k!**	**20**
n!	2.4329E+18	n!	2.43E+18	n!	2.43E+18
K!	2.4329E+18	K!	3628800	K!	1
(n-k)!	1	(n-k)!	3628800	(n-k)!	1.22E+17
p^k	9.5367E-07	p^k	0.000977	p^k	0.5
q(n-k)	1	q(n-k)	0.000977	q(n-k)	1.91E-06
P(x)	**9.5367E-07**	**P(x)**	**0.176197**	**P(x)**	**1.91E-05**

په لاندې ډول به يي د $p = 0.5$, $n = 20$ او $k = 20$ لپاره د احتمال ، متراکم احتمال او د مقسمي او متراکمي مقسمي جدولونه او ګرا فونه تر لاسه شي.

p	0.5	
	n=20, k= 20	
x	**p(x)**	متراكم احتمال
1	0.0000019	0.0000019
2	0.00018	0.0001819
3	0.0011	0.0012819
4	0.0046	0.0058819
5	0.018	0.0238819
6	0.037	0.0608819
7	0.074	0.1348819
8	0.12	0.2548819
9	0.16	0.4148819
10	0.176	0.5908819
11	0.16	0.7508819
12	0.12	0.8708819
13	0.074	0.9448819
14	0.0396	0.9844819
15	0.0147	0.9991819
16	0.0046	1.0037819
17	0.0011	1.0048819
18	0.00018	1.0050619
19	0.000019	1.0050809
20	0.00000095	1.00508185



x	p(x)	متراکم احتمال
1	0.000019	0.000019
2	0.00038	0.000399
3	0.0011	0.001499
4	0.0046	0.006099
5	0.018	0.024099
6	0.037	0.061099
7	0.074	0.135099
8	0.119	0.254099
9	0.16	0.414099
10	0.1756	0.589699
11	0.158	0.747699
12	0.118	0.865699
13	0.074	0.939699
14	0.0396	0.979299
15	0.0147	0.993999
16	0.0046	0.998599
17	0.0011	0.999699
18	0.00018	0.999879
19	0.00002	0.999899
20	0.000019	0.999918



مثال:- یوه بیدی چې په هر ځل غورزولو کې یوازې یا مړ او یا وزه کیدای شي او د مړ کیدو(S) احتمال یې 0.3 دی، یعنې. $P(S) = 0.3$. که شپږ ځلی یې وغورزو چې مطلوب مو «مړ» وي (یعنې غواړو چه مړ وګټو)، نو وواياست چه د دې احتمال به څو وي چه:

1. یوځلي مږ شي؟
2. دوه ځلي مږ شي؟
3. شپږ واړه ځلي مږ شي؟

(Goat = G او وزه Sheep = S مږ)

$$P(x)=\binom{6}{k} p^{k}(1-P)^{6-K}$$

$$P(0\ S) = f(0)= p(S= 0) = \binom{6}{0}\ 0.3^{0}(1-0.3)^{6-0} \approx 0.1176$$

$$P(1\ S) = f(1)= p(S =1) = \binom{6}{1}\ 0.3^{1}(1-0.3)^{6-1} \approx 0.3025$$

$$P(2\ S) = f(2) = p(S= 2) = \binom{6}{2}\ 0.3^{0}(1-0.3)^{6-2} \approx 0.3241$$

$$P(3\ S) = f(3) = p(S= 3) = \binom{6}{3}\ 0.3^{0}(1-0.3)^{6-3} \approx 0.0895$$

$$P(4\ S) = f(4) = p(S= 4) = \binom{6}{4}\ 0.3^{0}(1-0.3)^{6-4} \approx 0.1852$$

$$P(5\ S) = f(5) = p(S = 5) = \binom{6}{5}\ 0.3^{0}(1-0.3)^{6-5} \approx 0.0102$$

$$P(6\ S) = f(6) = p(S=6) = \binom{6}{6}\ 0.3^{0}(1-0.3)^{6-6} \approx 0.0007$$

(اوسط) $\mu_X = n * p=6 * 0.3 = 1,8$

(انحراف) Variance = $Ϭ_{x}^{2} = n * p(1-p) = 6 * 0.3(1-0.3) = 1.26$

که: $(n+1)\ p = 0$

او یا یوکسري عدد وي:

نو: **= (n+1)p**

که: $(n+1)\ p \in \{1,\dots n\}$

نو: **= (n+1)p او (n+1)p-1**

Mode =

که: $(n+1)p = n+1$

نو: **= n**

که n*p (يعني د تجربو د شمير او د مطلوب د احتمال د ضرب حاصل) يو تام عدد وي، نو اوسط، منځنی (ميديان) او مود درې واړه سره برابر او له n*p سره مساوي دي.

داچه په پورتنی مثال کې: $(n+1)p = (6+1)\ 0.3 = 2.1$ يو کسری عدد دی، نو:

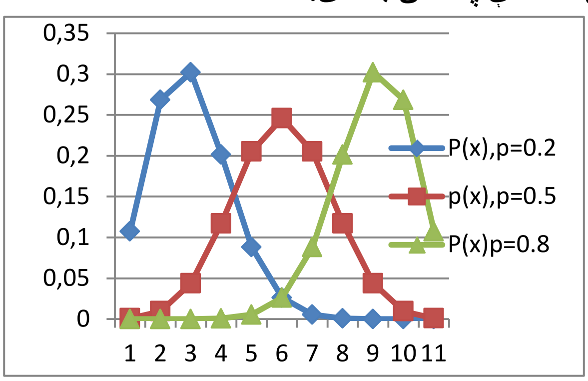
$$Mode = (n+1)p = (6+1)0.3 = 2.1$$

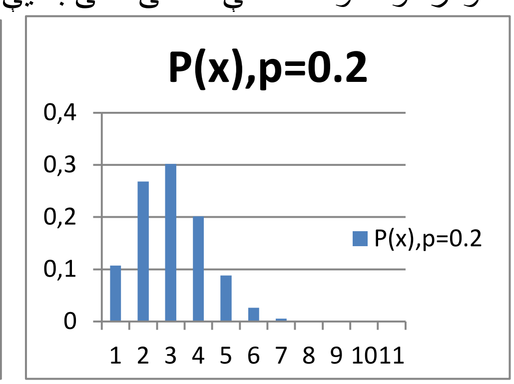
که د پورتنی مثال په شان يوه داسی پيښه چې د مطلوب د وقوع احتمال يې p =0.2, p = 0.5 او p = 0.8 وي ، او لس لس ځلې تجربه و رباندې وکړو او احتمال يې پيداکړو د لاندې جدول او ګراف په شان نتايج به تر لاسه کړو.

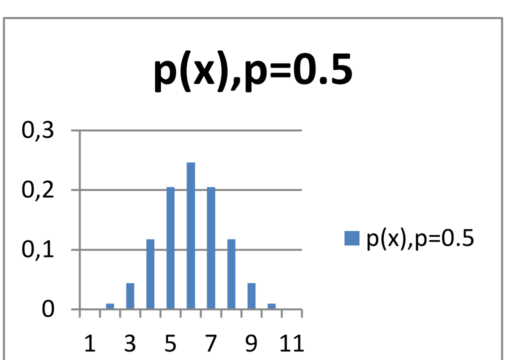
x	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
P(x),p = 0.2	0.10737	0.26844	0.30199	0.20133	0.08808	0.02642
p(x),p =0.5	0.00098	0.00977	0.04395	0.11719	0.20508	0.24609
P(x)p =0.8	1,00E-07	4.1E-06	7.4E-05	0.00079	0.00551	0.02642

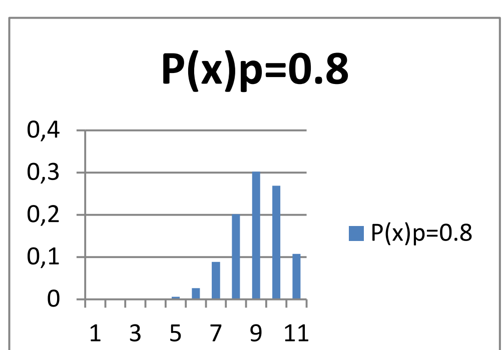
x	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
P(x),p =0.2	0.00551	0.00079	7.4E-05	4.1E-06	1,00E-07
p(x),p =0.5	0.20508	0.11719	0.04395	0.00977	0.00098
P(x)p =0.8	0.08808	0.20133	0.30199	0.26844	0.10737

او هستوګرامونه او د مقسمي منحنی ګانی به يې د لاندې په شان ښکاری:









وینو چه د $p = 0.2$ لپاره د مقسمې احتمال هستوګرام چپ طرف ته او د $p = 0.8$ لپاره ښی خواته منحرف (کوږ)او د $p = 0.5$ لپاره تقريباً متناظر او د زنګ په شان ښکاري. که د احتمال مقسمه $(P = 0,5)$ د $n = 30$ او یا $n = 70$ لپاره محاسبه کړو نو وبه ګورو چه په لومړی صورت کې هم یو څه منحرف ښکاري خو په دوهم صورت کې به تقريباً نورمال او د مود په برابر متناظر کیږي. یعنی چې هر څومره د تجربو شمیر لویږی د احتمالاتو مقسمه نور مال شکل غوره کوی.

د دې څخه دا نتیجه اخلو: هر څومره چه د باینومیال تجربه کولو(تلاشونو) شمیر ډیریږی همدومره به د (X) د اتفاقي متحول د احتمال مقسمې شکل نورمال حالت ته رانژدې کیږي.

په احصایې کې یوه قاعده داسې وایي چه کله چی انحراف (وریانس) لس او یا لوی وي، یعنې:

$np(1-p)$، >10 نو د دغه باینومیال اتفاقي متحول مقسمه به تقريباً نورمال شکل ته ورته وي.

مثال: د مخابراتو د وزارت د ادعا سره سم په 1392هش کی 75% اوسیدونکی موبایل خدماتو ته لاسرسی لری. د هیواد د اتباعو یوه 300 کسیزه نمونه په اتفاقي ډول سروې شوې تر څو یې اوسط او معیاري انحراف معلوم کړي. یعنې داچه په دغې نمونه کې په اوسط ډول څومره اتباع موبایل تلیفون لري او داچه تشتت او پراګندګي ئې څنګه او څومره ده؟

پورته مثال د باینومیال شرایط صدق کوي.

$P = 75\%$ دا معنی لري چه که له یو چا پوښتنه وکړو چه موبایل لرې که نه؟ نو 0.75 احتمال لری چه ځواب به هو وي ، یا دا چې که له سلوتنو پوښتنه وکړو نو له هغو څخه به د ۷۵ تنو ځواب هو وي. نو: $P = 0.75$ او: $1\text{-}p = 1\text{-}0.75 = 0.25$

پس:-

$$\mu_x = n * p = 300 * 0.75 = 225$$

$$Б_x = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{300(0.75)0.25)} = 7.5$$

مثال: لاندې درې باینومیال احتمالي مقسمې درکړل شوي تاسی یی د k د قیمت د یوه او لسو تر منځ (1-10) قیمتونو لپاره احتمال پیداکړئ او بیا هر یوه ته ئي هستوګرام جوړ کړی؟

A, n=10 P= 0,2

B, n=10 P= 0,5

C, n=10 P= 0

حل: د دغو باينوميال مقسمو د راکړل شويو پارامترونو لپاره احتمالات د لاندې رابطې څخه پيداکوو:

$$P(X) = \binom{n}{k} p^{K}(1-P)^{n-k}$$

چيرى چې: $k = 1, 2, \ldots 10$

او هستوګرامونه او جدولونه يې مخکې بيا ن او معرفي شول.

د پوايسون مقسمه (Poisson distribution)

که د باينوميال په يوه تجربه کې د تلاشونو (تجربه کولو) شمير لايتناهي زيات وي او د شمير (n) او احتمال (P) حاصل ضرب ثابت عدد وي، نو پدغسې يوه صورت حال کې د با ينوميال مقسمه د پواسيون مقسمې ته تقارب کوي او ورته منتهي کيږي. نو د پوايسون مقسمه د باينوميال د مقسمې تقارب دی خو چې n فوق العاده زيات وي او P فوق العاده کم وي. د احصايي د يوې قاعدې په اساس کافي ده چه:

$n \geq 20$ او $P \leq 0.05$ وي يا $n \geq 100$ او $np \leq 10$ وي.

د پوايسون مقسمه هغه وخت صدق کوي چه که يوه اتفاقي پديده ديوې مسلسلي وسيلي په امتداد اندازه شي.

مثلاً: د غرمې د ډوډۍ په وخت د يوه هوټل استقباليي ته د راتلونکو تليفوني اړيکو شمير ، د کابل د ښار د کوټه سنګی په واټ کې د سهار 8 او 9 بجو تر منځ د ترافيکي پيښو شمير او نور. د دغه ډول پيښو د احتمال مقسمه د پوايسون د مقسمې مطابق وي او د کتلوي احتمال تابع يې لاندې شکل لري.

$$P(X=x) = P(X) = \frac{\lambda^{x} e^{-x}}{x!}$$

چيرى چه: $X = 0,1,2\ldots$ او $\lambda > 0$

λ (لنبدا) د اندازه ګيري په يوه واحد کې د اندازه کيدونکو پيښو اوسط شمير يا د (پيښو غلظت) راښيي. مثلاً د وخت، اوږدوالی. مساحت او يا حجم په واحد کې.

د پورتنی فارمول لپاره د λ او X د مختلفو قيمتونو لپاره د P(x) معادل قيمتونه په جدولونوکې لوستل کيږي. د پوايسون د مقسمې په صورت کې اوسط او انحراف دواړه سره يو شان او له λ سره مساوی وي يعني : $\mu_X = \text{б}_X^2 = \boldsymbol{\lambda}$

مثال:- د یوه ښار په یوه څلور لارې کې د هرې شنبې د سهار د 9-8 بجو په منځ کې په اوسط ډول څلور ترافیکی پیښې ثبت شویدي. دغه پیښه د پوایسون د مقسمې په مرسته توضیح کیدای شي چه

$\lambda = 4$.

د دې احتمال به څومره وي چه د شنبی په کومه ورځ به :

الف: هیڅ ترافیکي پیښه ونشي؟

ب: لږ تر لږه یوه ترافیکي پیښه وشي؟

ج: پوره څلور ترافیکی پیښې وشي؟

الف:

حل: په دریمه ضمیه کې د λ په جدول کې ګورو چه د $X= 0$ او $\lambda= 4$ لپاره د احتمال قیمتونه به عبارت وی له: $P(X = 0) = 0.018$ دي. نو $P(0) = 0.018$

ب: لږ ترلږه یوه ترافیکي پیښه دا معنی لري چه یوه او یا زیاتې ترافیکي پیښې ولیدل شي،

یعني :

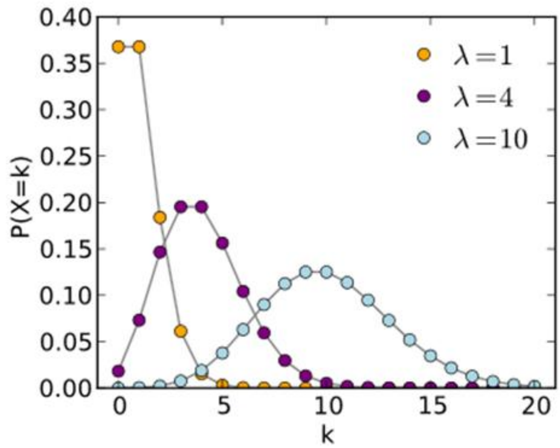
$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X \leq 0) = 1 - P(X = 0)$$
$$= 1 - 0.018 = 0.982$$

ج:

$$P(X = 4) = {4^4 * e^{-4}}/{4!} = 0.96$$

د (ج) د برخې لپاره ځواب په جدول کې هم په اسانی کتلای شو چیری چه: $X= 4$ او $\lambda = 4$.

لاندې ګراف د پوایسون د مقسمې تابع د لنبدا د مختلفو قیمتونو لپاره را ښیي. په یاد باید ولرو چې دغه ډول منحني یوه تیوري راښیي چې مونږ عملي او تجرباتي مشاهدې د دغه ډول مودلونو سره د مقایسې له لارې محاسبه کوو.



لکه چې په پورته ګراف کې وينو، هر څومره چې د لنبدا λ قيت لوړ وي، همدومره به منحني نورمال شکل ته ور نژدې وي. د 10 = λ لپاره نورمال ښکارى.

هندسي مقسمه (Geometric distribution)

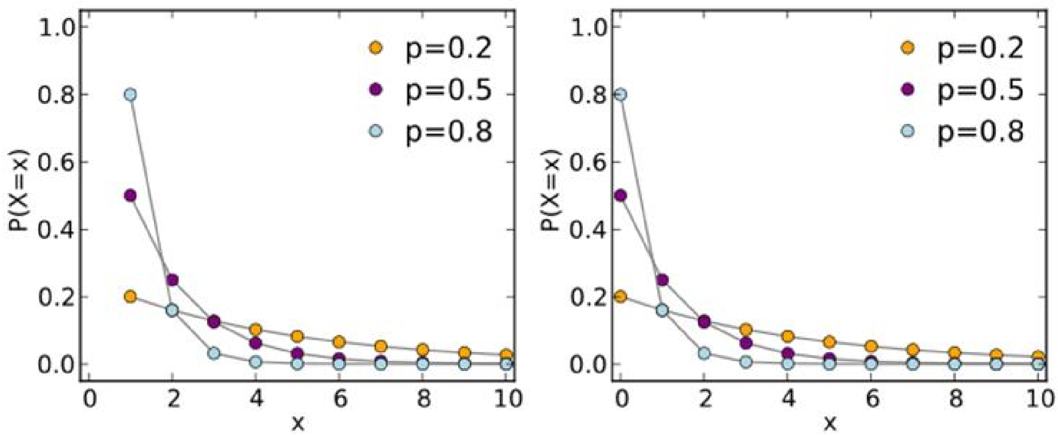
که په يوه تجربه کې نور ټول شرائط د باينوميال د مقسمې په شان وي يعنې په يوه تجربه کې يوازې او يوازې دوه متبادلونه وي (مطلوب يا نا مطلوب) او د مطلوب احتمال (P) وي او د نامطلوب احتمال (1-P) وي پس p+q=1. که پداسې يوه تجربه کې موږ د X د هغه شمير په لټه کې يو تر څو چه په لومړي ځل مطلوب تر لاسه کړو، پداسې حال کې چه تلاشونه (تجربه کول) مو مستقل وي يعنې په يو بل پورې تړلی نه وي، نو د دغه شرايطو په نظر کې نيولو سره د دغسې يوه منفصل احتمال مقسمه هندسي مقسمه بلل کيږي. د هندسي مقسمې د احتمال کتلوي تابع لاندې فارمول لري:

$$P(X = K) = p\, q^{k-1}$$

چيرې چه: q =1-p او K = 0,1,2,……

پورتنی فارمول د هندسي مقسمې د مودل کولو په هغه صورت کې وي چيری چې د لومړي موفقيت ترلاسه کولوپورې د تلاشونو (تجربو) شمير مطلوب وي. برعکس تر لومړي موفقيت پورې د ناکامو تلاشونو (تجربو) د شمير لپاره د هندسي مقسمې لاندې فارمول استعماليږي.

$$P(Y= K) = p\, q^{k}$$



پورتنی دوه منحنی د مطلوب د احتمال د مختلفو قیمتونو لپاره د هندسی مقسمي د لومړي او دوهم صورت شکلونه را ښيي.

مثال:- په یوه فابریکه کې دا معلومه ده چه په هرو سلو تولیداتو کې ئي په اوسط ډول یو ناقص وي. د دې احتمال به څو وي چې د فابریکی د محصولاتو د کیفیت نظارتچی ته پنځم کتل شوی محصول ناقص په ګوتو ورشي؟

حل:- داچه $K=5$ ، $P = 0.01$ ، نو: $P(5) = (0.01)(0.99)^4 = 0.0096$

د هندسي مقسمي په صورت کې $\mu = \frac{1}{P}$ (اوسط) او $\sigma^2 = (1-P)P$ (وریانس)

په دواړو صورتونو کې د احتمالاتو لړۍ یوه هندسي سلسله کیږي. دهندسي مقسمي په صورت کې د متوقعه قیمت(اوسط) او انحراف رابطي په لاندي ډول دي:

$E(X) = \mu_X = \frac{1}{P}$ (اوسط) او $\sigma^2(X) = \frac{1-P}{P^2}$ (وریانس)

هایپر هندسی مقسمه (Hyper Geometric distribute)

په باینومیال مقسمه کې د هر ځل تجربه کولو څخه وروسته د را اخستل شوې نمونی معوض بیرته پکی اچوو او پدې ترتیب تجربه کول مستقل وي او د مطلوب احتمال په هر ځل تجربه کولو کې تغیر نه خوري او ثابت وي. که چیرې د تجربه کولو (یا نموني اخستلو) څخه وروسته د نموني معوض بیرته پکي وانه چوو، نو د تجربي کولو نتیجي به مستقلي نه وي بلکي د مخکینی تجربي له خوا به متاثره کیږي او د مطلوب احتمال به تغیر کوی.

دغه ډول باینومیال مقسمه هایپر هندسي مقسمه بولي.

مثلاً:- که په یوه خلطه کې *20* مردکی وي چه *15* ئې شنی او *5* ئې سوررنګه وي. زموږ هدف د شین رنګ مردکی تر لاسه کول وي. نو په اول ځل تجربه کې به شین رنګ مردکی احتمال :

$$\frac{15}{20} = 0.75$$

وي. که له خلطې څخه یوه مردکي راوباسو (فرق نکوي چه مطلوبه وي او که نامطلوبه) خو په خلطه کې به یوه مردکی کمه شی (۱۹مردکی به پاته شی). که دغه را اخستل شوی مردکي بیرته ورزیاته نکړو نو په دوهم ځل تجربه کې به د مطلوب یا نامطلوب احتمال فرق ولری.

فرض کړی چه لومړی ځل مو شین رنګ مردکی تر لاسه کړه نو په خلطه به 14 شنی مردکی پاته وي او پدې ترتیب په دوهم ځل تجربه کې د شین رنګ مردکی احتمال به:

$$\frac{14}{19} = 0.74$$ شی.

هایپر هندسی مقسمه په ډیرو ساحو کې مثلاً الیکترونیکی امتحانولو او د تولیداتو د کیفیت کنترول او نورو کې د استفادی مورد وي. به دغه ډول مواردو کې رااخستل شوی نمونه بیرته نه پکی ښودل کیږي. د هایپرهندسی مقسمې لپاره د جمعیت یو معین حد (N) *په نظر* نیول کیږي چه د مورد نظر شیانو د دوو کتیګوریو څخه تشکیل شوی وي: (قابل قبول) او(ناقص). که د قابل قبول اشیاو شمیر چه له ټول جمعیت څخه مو د نمونې په توګه را اخیستې وي R وبولو نو د ناقصوشیانو شمیر به N-R شي. دغه ډول پدیدې هایپر هندسي مقسمې راښیی او لاندې دوه مشخصی لري.

1. د N په شمیر د معلوموشیانو له جمعیت څخه مو په اتفاقي توګه n شیان را انتخاب کړی دی.
2. د R په شمیر را اخستل شوی شیان د قبول وړ یا مطلوب اوپا ته N-R بیا د ناقص په کتیګوری کې راځی.

د X مطلوبو شمیر د هایپرهندسی مقسمې اتفاقي متحول بولو او د کتلوی احتمال تابع یې له لاندې رابطې څخه تر لاسه کیږي:

$$P(X = x) = P(x) = \frac{\binom{R}{x}\binom{N-R}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$0 \le n - x \le N$ او $0 \le x \le R$ $x = 0, 1, 2 \ldots n,$

په پورتنی فارمول کې وینو چه د مطلوب د وقوع احتمالات د یو شمیر عناصرو له جملی څخه په یوه معیین شمیر کې د تر کیبولو له لاری تر لاسه کیږي چه د ضرب د ساده قوانینو په مرسته ئې حل کولای شو. یعنې:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!\,(N-n)!} \quad \text{او} \quad \binom{R}{x} = \frac{R!}{x!\,(R-x)!},$$

$$\binom{N-R}{n-x} = \frac{(N-R)!}{(n-x)!\left((N-R)-(n-x)\right)!}$$

که خپلی مخکینی د مردکیو خلطی ته راشو او وغواړو چه پیداکړو چه پنځه ځلی له خلطی د مردکی په را اخستلو کې به د شنی مردکی د تر لاسه کولو احتمال څنګه وي ؟ وبه لرو چې:

N= 20

R= 15

N-R=5 $$P(X=x) = P(x) = \frac{\binom{15}{x}\binom{5}{5-x}}{\binom{20}{5}}$$

n= 5

n-x= 5-X

X (د شنو مردکیو شمیر په پنځه ځلی تلاشونو کې) د ساده فاکتوریالی محاسبو له مخې چه یوازې د ضربولو عملیی پکی وي، پیداکوو او په لاندې جدول کې د x د مختلفو قیمتونو لپاره د *P(X)* احتمالات ښوودل شویدی. دغه جدول په ایکسیل کې د فارمولونو د محاسبې له لارې x د مختلفو قیمتونو *(X=0,1,2,3,4,5)* لپاره په اسانه جوړیدلی شي.

د دې احتمال چه په پنځه ځلي مردکی را اخستلو کې به هیڅ یوه شنه مردکی را وا نه خلو *(X=0)* به عبارت وي له :

$$P(X=0) = \frac{\binom{15}{0}\binom{5}{5}}{\binom{20}{5}} = \frac{\left(\frac{\mathbf{15}!}{\mathbf{0}!(\mathbf{15})!}\right)\left(\frac{\mathbf{5}!}{\mathbf{5}!(\mathbf{0}-\mathbf{0})!}\right)}{\frac{\mathbf{20}!}{\mathbf{5}!(\mathbf{20}-\mathbf{5})!}}$$

پس: P(X= 0)= 0.00064

که X= 1 نو پیداکوو چه: P(X= 1) = 0.00483 او داسی نور...

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	0.000644	0.00483	0.0677	0.29347	0.44021	0.1937

د هايپر هندسی اتفاقي متحول (يعني هغه متحول چه مشخصه ئي هايپر هندسی مقسمه تعقيبوی) اوسط (μ) او وريانس (σ) په عبارت وي له :

$$\sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \ .n.\frac{R}{N} \ .\left(1-\frac{R}{N}\right) \text{ او } \mu = {nR}/{N}$$

نورماله مقسمه (Normal distribution)

د نورمالې مقسمې تصور په اتلسمه عيسوي پيړۍ کې رامنځته شوی وو. ساينس پوهانو او ستورو پيژندونکو دا وليدل چه که د عين کميت اندازه کول په مکرره توګه ترسره شي (مثلاً د شيانو ترمنځ فاصلې، کتلې او نور) نو د اندازو ترمنځ تفاوتونه ئي خامخا موجود وي.خو که دغه اندازه کول ډير ځله تکرار شي او فريکوينسي (دوقوع تعداد) ئي وکتل شي نو يو شکل، چه نورمال منحني ئي بولي، به تکرار کړي. نورمال مقسمه د ګاوس *(Gauss)* د مقسمې په نوم هم ياديږی. ګاوس په*1855 - 1777* ميلادی کلونو کې ژوند کاوو او د دغی مقسمې لپاره يې الجبری معادله ترتيب کړه.

نورماله مقسمه بې له شکه په احصائيه کې له ډيرو مهمو مقسمو څخه شميرل کيږي او تر بل هر ډول مقسمو څخه د استعمال او ګټې زيات موارد لري. په احصائيه کې د نورمال مقسمې د اهميت لپاره لاندې څلور عمده دلايل موجود دي:

1. نورمال مقسمه د ډيرو پديدو د عملي او حقيقي مقسمو سره سمون لري او په اساني ورسره معادل کيدای شي. مثلاً: يو شمير انساني مواصفات او مشخصات لکه: وزن، قد ، او *IQ*. همداراز دفزيکی پروسو محصول لکه: مقادير او مساحات، او نور.
2. لکه چه پورته وويل شو، د ډيرو فزيکي او اقتصادي پديدو د عين يوه کميت مکرره اندازه کول او د اندازه ګيري اغلاط ئي او همداراز د ډيرو اتفاقي متحولونو اوسطونه چه له يو بل څخه په مستقله توګه له عين يوې مقسمې څخه را اخيستل شوی وي، د نورمال مقسمې په شان وي .
3. نورمال مقسمه د احتمالاتو د ډيرو قوانينو لپاره يو دقيق تقارب ورکولای شي (يعنې په دقيق ډول ورته تقارب کوي) لکه باينوميال مقسمه .
4. نورمال مقسمه د استنتاجي احصائي *(Inferential statistics)* او احصايوي استنتاج (يا نتيجه ګيری) په تيوري کې ډير مهم رول لري.

5. که چیرې کوم ډول عددي ارقام (معلومات) له نورمال مقسمې سره مطابقت ونه لري نو په اکثرو مواردو کې د یو شمیر تصحیحاتو په مرسته کولای شی چه د نورمال مقسمي شکل ته یی را واړوو.

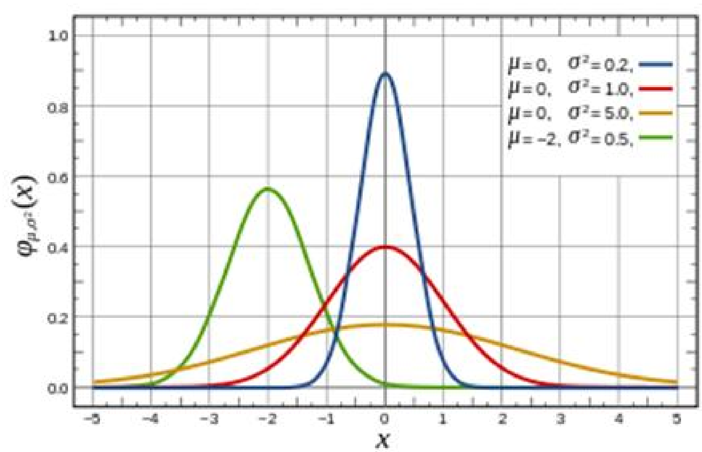
دیوه اتفاقي متحول *(X)* چه مقسمه یې نورمال ډول وي د احتمال دکثافت تابع *(Probability density function)* ئې له لاندې فارمول څخه پیداکیږی:

$$f(x) = \frac{1}{\text{б}\sqrt{2\text{л}}} e^{[-(x-\mu)^2/2\text{б}^2}$$

چیری چه: μ اوسط او б^2 ئې وریانس (انحراف) او б ئې معیاري انحراف دی، چیری چې:

$-\propto < x < \propto$, $-\propto < \mu < \propto$ او $0 < \text{б} < \propto$ وی.

لکه چې په لاندې ګراف کې وینی، هر څومره چې وریانس کوچنی وي همدومره به د نورمال مقسمې کوږوالی او پیتوالی کم وي. همدا راز پوهیږی چې هر څومره چې د تجربو شمیر زیات وي په هم هغه اندازه به وریانس کوچنی وي. له دی څخه دا نتیجه اخلو چې هر څومره چې په یوه تجربه کې د مشاهدو شمیر لوی وي په هغه اندازه به نورمال مقسمې ته ور نژدې یو.



(پورتنی او څو نور ګرافونه له پرینښنایی دایرة المعارف یعنې ویکیپیډیا څخه را اخستل شوی دی. له مولفینو څخه په مننه).

د تجربو د شمیر او د مقسمې د نورمال توب تر منځ مناسبت په لاندې مثال کې و ګوری.

مثال: فرض کړی چې موږ یو متحول درې ځلې مطالعه کوو، داسې چې په لومړي ځل مو ۷، دوهم ځل مو ۱۳ او په دریم ځل مو ۲۵ مشاهدې تر سره کړې یا مو اندازی وکړی. په دغه صورت کې مو په لومړی، دوهم او دریم ځل کې د مشاهدو شمیر عبارت دی له:

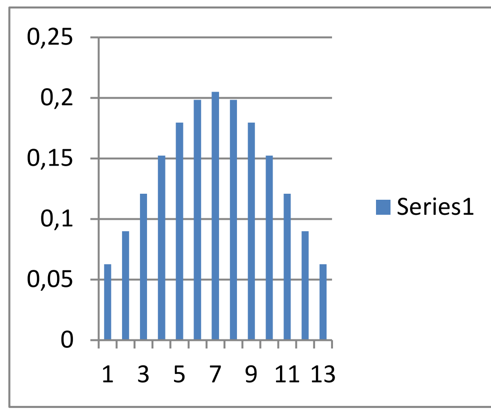
$n_1= 7$, $n_2= 13$, $n_3= 25$ په لاندی جدول کی یی محاسبات وینی.

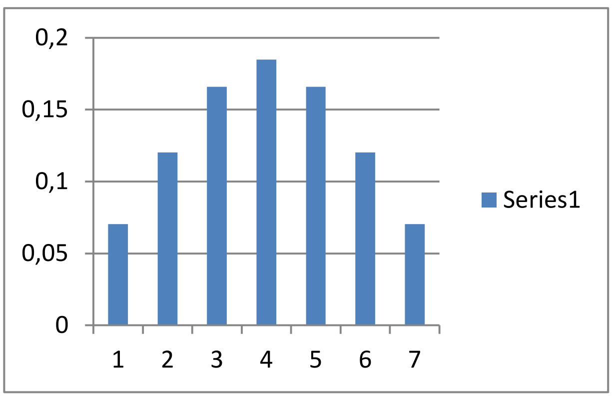
جدول : د عین یوه متحول د نمونی د مختلف شمیراندازو لپاره د هغه نورمالتوب، معیاری انحراف، د تحریف او پرسوب ضریبونه

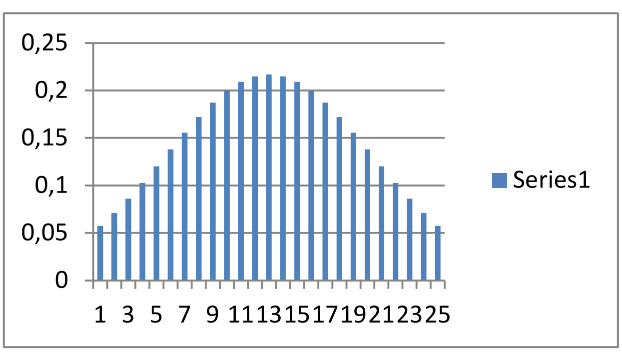
	N= 7	N = 13	N= 25
	3	3	3
	4	3,5	3,25
	5	4	3,5
	6	4,5	3,75
	7	5	4
	8	5,5	4,25
	9	6	4,5
		6,5	4,75
		7	5
		7,5	5,25
		8	5,5
		8,5	5,75
		9	6
			6,25
			6,5
			6,75
			7
			7,25
			7,5
			7,75
			8
			8,25
			8,5
			8,75
			9
Average اوسط	**6**	**6**	**6**
Std معیاری انحراف	**2,16025**	**1,947220241**	**1,83995**
N د مشاهدو شمیر	**7**	**13**	**25**
Skew د تحریف ضریب	0	0	0
Kurt د پرسوب ضریب	-1,2	-1,2	-1,2

د مختلف شمير تجربو لپاره د عين يوه متحول اوسط، معياري انحراف او نورمالتوب					
Average	6	Average	6	Average	6
Std	2.160247	Std	1.94722	Std	1.83995
N_1	7	N_2	13	N_3	25

لاندې يې د نورمال مقسمي گرافونه گورى.







په یوه نورمال مقسمه کې : **اوسط = منځنی (میډیان) = مود (μ = Median = Mode)**

د نورمال مقسمي د کثافت د تابع گراف د اوسط μ په دواړو خواوو کې متناظر وي. د ټولو مقادير تقريباً $2/3$ برخې له اوسط څخه د یوه معیاري انحراف په اندازه یوی او بلی خوا ته واقع وي، یعني د دې احتمال چه د یوی مشاهدې مقدار به د $\mu + \sigma$ او $\mu - \sigma$ ترمنځ وي تقريباً *68%* وي ، یا

$P(\mu\text{-}\sigma \leq X \leq \mu+\sigma)= 0.6826$

او تقریبآ 95% مشاهدات به د معیاري انحراف د دوه چنده په اندازه له اوسط لوی او یا واړه وي.

$P(\mu\text{-}2\sigma \leq X \leq \mu+2\sigma)= 0.9544$

او

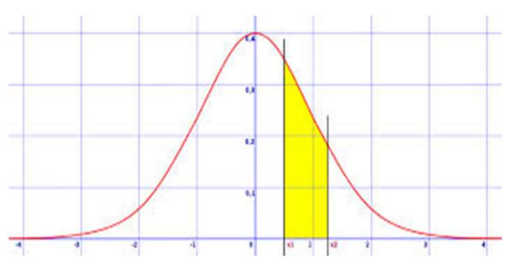
$P(\mu\text{-}3\sigma \leq X \leq \mu+3\sigma= 0.997$

Mean= Mode= Median

د احتمالاتو د پیداکولو او د X د اوسط (μ) او معیاري انحراف (σ) د فوق العاده زیات اهمیت له وجهی پورتنی تابع په معیاري نورمال تابع راوړل کیږي. که د X له قیمت څخه اوسط تفریق شی نو یوه اړول شوی مقسمه چه «معیاري نورمال(*Standard Normal Distribution*)» مقسمه ئي بولی، لاسته راځی (د z مقسمه یی هم بولی). په معیاري نورمال مقسمه کې $\mu=0$ او $\sigma=1$ وي. د معیاري نورمال مقسمي په اساس جدولونه جوړ شوی چه د احتمالاتو د مختلفو قیمتونو او د مشاهدو (تجربو) د شمیر له مخي ئي نور قیمتونه څنی ترلاسه کیدای شي.

د نورمال تابع تر ګراف لاندې مساحت احتمالات راښئي پدې ترتیب د X د دووقیمتو مثلاً (a , b) ترمنځ د $f(x)$ دتابع اینتګرال هغه احتمال ښئي چه $a \leq x \leq b$ وي ،په بل عبارت:

$$P\ (a \leq x \leq b)=\int_a^b \mathrm{f(x)dx}$$



که چیرې $a=b$ یعنې یوه نقطه وي نو $\int_a^a \mathrm{f(x)dx} = 0$

یعني تر یوی نقطې لاندې مساحت نه وي (بلکه یو خط وي چه په نظری توګه مساحت نلري)

مثال:- په ګران هیواد کې د 1391 هش د یوه ولایت د کانکور په ازموینه کې297 د لیسو د فارغانو اوسط نمره 212 او معیاري انحراف ئي 24 دی نو که د امتحان د نتایجو مقسمه نورمال وي ووایاست چې: .

الف: څو فیصده نتایج به د 187 او 236 ترمنځ وي.

ب: یوه شاګرد پدې ازموینه کې *295* نمرې وړی نتیجه ئې د نورو په مقایسه څنګه ده؟

ج: د کابل د طب پوهنځی یوازې د لیسو هغه فارغان مني چه په لومړیو *16%* کې وي. و وایاست چه کومه نمره به د طب د پوهنځی له شرط سره برابریږی؟

حل: په پورتنی مثال کې $\mu=212$ او $б=24$ او $N=297$ دی.

الف: لکه چه په لاندې شکل کې ئې وینی د پورتنی مقسمې نورمال ګراف کې به *68%* نتائج به د *196* او *240* نمرو ترمنځ وي.

ب: داچه *97.7%* نتایج به *152* او *254* ترمنځ وي، نو هغه شاګرد چه *285* نمرې وړی ممتاز شاګرد دي.

ج: داچه *68%* نتایج د *197* او *236* نمرو ترمنځ دي. نوپاتی *32%* نمرې به له دغی ساحی څخه د باندې وي. یا داچه *16%* به ورڅخه زیات او پاته *16%* به ورڅخه کمی وي. نو ویلای شو چه دغه *16%* به د طب په پوهنځی کې د شمولیت حق ولری.

اما دا چه *16%* نتایج به له *187* نمرو څخه کم او یا له *236* نمرو څخه زیاتی وي نو یو شاګرد باید له *236* څخه ډیری نمری واخلی تر څو مطلوب پوهنځی ته د شمولیت حق ولری.

که دلاندی نورمال مقسمې د کثلوی کثافت تابع ته وګورو وینوچی یولوی شمیر اوسطونه (µ) او انحراف (б) به ولرو.

$$f(x)=\frac{1}{б\sqrt{2л}}e^{[-(x-\mu)^2/2б^2}$$

د بی شمیره اوسطونو او وریانسونو د دغسی یو ترکیب لپاره په هیڅ شکل ممکنه نه ښکاری چه یو جدول او یا جدولونه ولری. د دی کار د اسانتیا لپاره د Z نمری ، چی معیاری درجه یا

(Standar Score) یی هم بولی، له فارمول څخه کاراخلی چه پدی صورت کی به یوازی یو جدول زمونږ مشکل حلولای شی کوم چی د نورمال منحنی لاندی مساحت ښیی.

د Z درجه یا معیاری درجه *(Standard scores)*

د Z درجه د مشاهدو د یوه خاص قیمت فاصله (موقیعیت) د هغو له اوسط څخه راښیی چی د فاصلی واحد یی معیاری انحراف وی، یعنی له اوسط څخه یی فاصله د معیاری انحراف په ضریب سره راښیی.

$$Z=\frac{x-\bar{x}}{s}$$

چېرې چې: z - د معیاری انحراف واحدونه، x - د یوی مشاهدی مقدار، $\bar{x}$ - د مشاهدو اوسط، او s - معیاری انحراف دی.

کله چې د یوی مقسمی مشاهده شوی ارقام معیاری درجې ته را واړول شي، یعنی دZ درجه یې پیداشي، نو یوازې یو جدول کافی دی چې مقسمی سره مقایسه کړای شو، که څه هم چې مقیاسونه یې سره مختلف وی.

مثلا: د یوی مقسمی اوسط ۴۰ او معیاری انحراف یې ۵ دی. د نوموړی مشاهدی د یوه مقدار، مثلا ۵۰ ، موقیعیت به د اوسط په نسبت عبارت وی له:

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

دا چې: $x= 50$ $s= 5$ $\bar{x} = 40,$ دی ، نو:

$Z = \frac{50-40}{5} = 2$ نو دغه د ۵۰ قیمت به له اوسط څخه د معیاری انحراف د دوه چنده په اندازه لوی وی. همدا رازد یوی بلی نمری ، مثلا ۳۰ موقیعیت به عبارت وی له:

$Z = \frac{30-40}{5} = -2$ یعنی د مشاهدی دغه د ۳۰ مقدار به د معیاری انحراف د دوه چنده په اندازه له اوسط څخه کوچنی وی.

د نورمال منحنی دمعیاری شکل یعنی د Z درجې لپاره خاص جدول جوړ شوی چې د Z جدول یې بولی (د کتاب په ضمیمه کی یې لولی). د Z جدولونه په یوه مقسمه کی د مشاهداتو هغه نسبت را ته ښیي چې د اوسط او د مشاهدی د بل یوه معیین قیمت تر منځ واقع کیدای شی. د غه جدولونه د Z د مختلفو قیمتونو لپاره نسبتونه را کوی. مثلاً په جدول کی لولو چې د $Z = ۱$ او اوسط تر منځ د نورمال منحنی د مساحت برخه به 0.4313 یا 34.13 فیصده وی. نو وایو چې 34.13 فیصده به په دغه ساحه کی واقع وی.

معیاری نورمال منحنی یعنی د Z منحنی یوه متناظره منحنی وی، نو په جدول کی یوازی د Z د مثبت قیمتونو لپاره نسبتونه را کړل شوی وی او د Z منفی قیمتونو لپاره یې د همغه قیمت د مثبت لپاره لوستلای شو.

د Z قیمت د معیاري انحراف تر درې برابره پورې وي، یا په بل عبارت د معیاري نورمال مقسمې د اوسط په دواړو خواوو کې د 3σ په اندازه قیمتونه واقع وي.

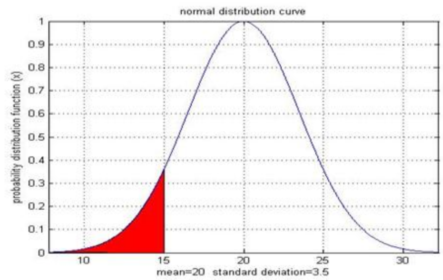
پدې ترتیب سره د معیاري نورمال مقسمې لپاره یو جدول جوړ شوی چه د مشاهدو شمیر ئې N او $\mu = 0$ او $\sigma = 1$ دي.

د نورمال مقسمې تر ګراف لاندې مساحت دمحاسبې لپاره لاندې درې حالتونه دی:

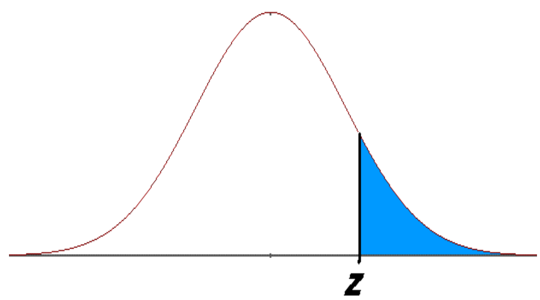
1. د یوه اتفاقي متحول د دووقیمتونو ترمنځ مساحت (د مخکینی ګراف په شان)

$$P(a < x < b)= \int_a^b f(x)dx$$

2. د یوه اتفاقي متحول د یوه مقدار چپی خواته د مساحت پیداکول یعني $P(X < C)$ که د اعتماد سطحه مو 95 % تعیین کړی وي نو بحرانی قیمت به مو $\alpha = 0.05$ وي. نو لاندې ګراف داسی لولو: په ۹۵٪ اعتماد سره ویلای شو چې c به له x ځخه لویه وي.



3. د یوه اتفاقي متحول د یوه ځخه ښی خواته د مساحت پیداکول یعني $P(x > d)$



پدې ترتیب سره بې له شکه چه موږ به له یوه جدول ځخه د هر اتفاقي متحول (X) هر اوسط (μ) او هر معیاري انحراف (б) وقوع احتمال پیداکړای شو. پدې ترتیب سره به د معیاري نورمال مقسمي له جدول ځخه استفادی کولو سره زموږ ډیره سر ګرداني او محاسبات را لنډیږی.

دغه اړول د مخکینی فارمول له مخي تر سره کیږي. یعني $Z = \frac{X-\mu}{б}$ یا: $X=б . Z+\mu$

نو مخکینی احتمالات به لاندې شکلونه غوره کړی:

1: $P (Z_1 \leq Z \leq Z_2)= P(a \leq x \leq b)$

2: $P (Z \leq Z_3)=P(x < c)$

3: $P (Z \geq Z_4)=P(x > d)$

د معیاري نورمال مقسمي په جدول کې د یوی نقطي ځخه چپی خواته مساحت ښئ، نو پورته لومړی برخې مساحت داسی پیداکوو:

$P(Z_1 \le Z \le Z_2) = P(Z \le Z_2) - P(Z \le Z_1)$

او د پورتنی دوهمی برخې احتمال په جدول کې مستقیماً لوستلای شو.

د دریمی برخې احتمال د پیداکولو لپاره: داچه د نورمال معیاري منحنی او د X د محور ترمنځ مساحت یو دي. او په جدول کې د یوی څخه چپی خواته مساحت راکړل شوی وي. نو د پورته دریمی برخې لپاره احتمال به په لاندې توګه په خپله محاسبه کړای شو.

$P(Z \ge Z_4) = 1 - P(Z \le Z_4)$

مثال:- د (X) یو متحول لپاره چه N(70, 100) دی پیداکړی چې:

1: $P(56.5 < X < 90.1)$

2: $P(x < 73.2)$

3: $P(x > 68.8)$

حل: داچه $\mu=70$ او $\sigma=10(\sigma^2=100)$ نو که د دغه متحول قیمتونه د معیاري نورمال مقسمې شکل ته راوړو نو وبه لروچه: $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

دا چه:

$$\begin{cases} \mu=70 \\ \sigma=10 \\ X_1=56.5 \\ X_2=90.1 \end{cases}$$

نو:

$$P(56.5 < X < 90.1) = P\left({(56.5-70)}/{10} < Z < {(90.1-70)}/{10}\right)$$

$$= P\left(-\frac{13.5}{10} < Z < \frac{20.01}{10}\right)$$

$$= P(-1.35 < Z < 2.01) = P(Z<2.01) - P(Z<-1.35) = 0.9778 - 0.0885 = 0.8893$$

د نورمال معیاري مقسمې په جدول کې (ضمیمه ده) لولو چې:

د $(Z = 2.01)$ لپاره $P = 0.9778$ او همدا راز د $Z = -1.35$ د $Z = -1.3$ لپاره تر 0.05 لاندې لولو چه : $P = 0.0885$

نوټ: لکه چې د دې کتاب په ضميمه کې يې ګوری، د Z قيمتونه په افقی ستون کې تر يوې خاني اعشارې پورې ليکل شوي او د دوهمی اعشاري خانې اعدادو لپاره د Z قيمتونه په نورو ور پسې ستونونو کې لوستل کيږي.

2- همداراز لروچه:

$$P\ ((X < 73.2) = P(Z < \frac{73.2 - 70}{10})\ = P(Z\ <\ 0.32) = 0.6255$$

3: په همدغه ډول لرو چه:

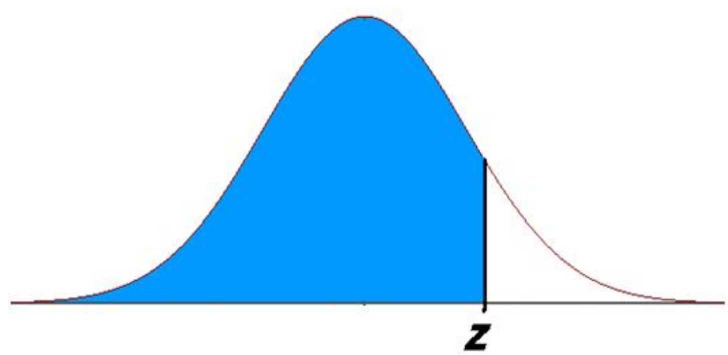
P(X > 86.8) = 1-P(X < 86.8)= $1 - P(Z < \frac{86.8-70}{10})$

يعني:

1-P(Z < 1.68)=1-0.9535=0.0465

برعکس که د يوې نقطې احتمال راکړل شوی وي، يعني په معياري نورمال مقسمه کې تر يوی نقطې پورې (له نقطې څخه چپی خواته) مساحت راکړل شوی وي، نو د متحول دغه قيمت هم د پورتنی عمليې د برعکس عمل په مرسته پيداکوو.

مثلاً: د لاندې شکل په شان د يوی نقطې احتمال راکړل شوی غواړوچی د متحول د دغې نقطې قيمت پيداکړو مثلاً : μ=60 او $б^2$=25



په پورته شکل کې لرو چه : P(X < x) = 0.9972 او دا چه $Z = \frac{(X-\mu)}{б}$

د Z په جدول کې د 2.7 په ليکه کې تر (0.07) خانی لاندې لولو چه: P = 0.9972

نود Z= 2.77 لپاره د Z په جدول کې پيدا کوو چې: P=0.9972

پس: P(Z < 2.77)=0.9972 نو له $Z = \frac{(X-\mu)}{б}$ څخه به ولرو چه:

$P(Z<2.77)=0.9972$

$P\left(Z=\frac{(X-\mu)}{\sigma}\right)=P\left(\frac{(X-60)}{5}\right)$

$P(Z<2.77)=P\frac{(X-60)}{5}<2.77)=0.9972$

$\frac{(X-60)}{5}=2.77 \Rightarrow X=5(2.77)+60=73.85$

پس: داچه د X دغه متحول له 73.85 څخه کوچنی قیمت واخلي یا په بل عبارت تر 73.85 پورې قیمت واخلي نو احتمال ئې 0.9972 یا 99.7 فیصده دی. دغه قیمت (0.9972) متراکم احتمال هم بولي، یعنې د X د ټولو هغو قیمتونو د اخستلو د احتمال مجموع چه له 73.85 څخه ټیټ دی.

په لنډ ډول وایو د دې لپاره چه نورمال مقسمه د یوه تیوریتیکی مودل په حیث وکاروو او تجربوي نتایج ورسره مقاسیه کړای شو، نو معیاري نورمال مقسمې ته اړول کیږي. که دانه وي نو د هر μ او б لپاره به: یا د نورمال مقسمې د احتمال معادله، چه ډیره مغلقه محاسبه غواړی حل کوو، او: یا به د اوسط (μ) او انحراف (б) د هر قیمت لپاره ځانګړي جدولونه جوړو او کاږو، چه داکار تقریباً ناممکن دي.

معیاري نورمال مقسمه داسې مقسمه ده چه اوسط ئې صفر او انحراف ئې یو دی، یعنې: (μ=0, б=1) او د متحول قیمت ئې چه په (z) ئې ښیو عبارت دي له: $Z=\frac{(X-\mu)}{\sigma}$

داچه د نورمال مقسمې ټول قیمتونه د σ 3+μ او σ 3-μ ترمنځ وي> نو د z قیمت به د صفر او دریو ترمنځ وي.

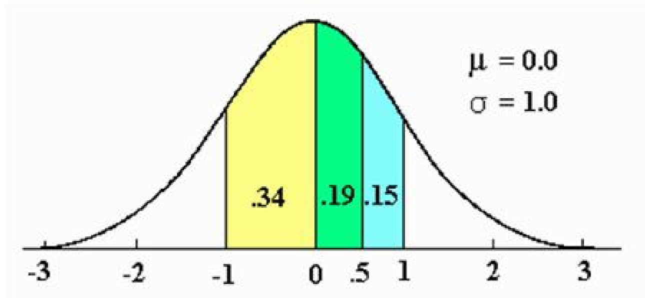
کله چه د یوه متحول مشخصه، چه مقسمه ئې نورمال وي، مطالعه کوو، نو که د دغه متحول اوسط او انحراف راته معلوم وي نو کولای شو چه د معیاري نورمال مقسمې له جدولونو څخه ئې د مواصفاتو په هکله نتیجه ګیري وکړو.

د معیاري نورمال مقسمې د جدولونو څخه په دوه ډوله کار اخلو:

1. یا داچه د نوموړي متحول یو قیمت راکړل شوی غواړو چه د نوموړی متحول د دغه قیمت یا ورڅخه لوړ او یا ټیټ قیمت اخستلو احتمال پیداکړو.
2. او یا داچه احتمال راکړل شوی غواړو چه د متحول (x) هغه قیمت پیداکړو چه راکړل شوی احتمال سره به ئې واخلي.

د دې لپاره لومړی د (Z) قیمت له $Z=\frac{(X-\mu)}{\sigma}$ او یا: X = б * Z + μ رابطې څخه پیداکوو. نو که د یوی نقطې احتمال راکړل شوی وي د هغه لپاره په جدول کې د (Z) قیمت لولو او په پورتنی رابطه کې ئې وضع او د (X) قیمت په لاس راځی. که چیرته برعکس د (X) قیمت راکړل شوی وي نو د احتمال لپاره ئې د Z د قیمت ($Z=\frac{(X-\mu)}{\sigma}$) لپاره په جدول کې مطلوب احتمال پیداکولای شو.

د نورمال معیاري مقسمي منحني (ګراف) یو بشپړ متناظر ګراف دی، یعني 50% مساحت د تناظر د محور یعني اوسط ښخه یوې او یا تر 50% بلې خواته واقع دی. تر منحني لاندې مساحت یو واحد دی. د یوی نقطې د احتمال قیمت په جدول کې متراکم احتمال راښیئ $(P(Z<z_1) = p)$ نو معنی ئې داده چه هغه احتمال چه متحول له راکړل شوی قیمت ښخه ټیټ قیمت اخلی .



د مقسمي په اړه دوه نور مفاهیم هم ډېر معمول دي چې د نورمال مقسمي کوږوالی یا تحریف Skewness او پیتوالی یا څوکه ورتوب Kurtosis دی، چې پرسوب یې بولي. یوه مقسمه کیدای شي د مود او اوسط په شاوخوا بشپړه متناظره نه وي او یو څه ښی یا چپې خواته کږه وي، چې په لمړي صورت کې منفی او په دوهم صورت کې یي مثبت کوږ والی بولي. منفی کوږوالی دا معنی لري چې ډېر مشاهدات د منحني ښی خواته واقع دي. بر عکس مثبت کوږوالی بیا دا ښیی چې ډېر مشاهدات د منحني په کینه خوا کې واقع دی. لاندې شکلونه یې ښه بیانولای شی.

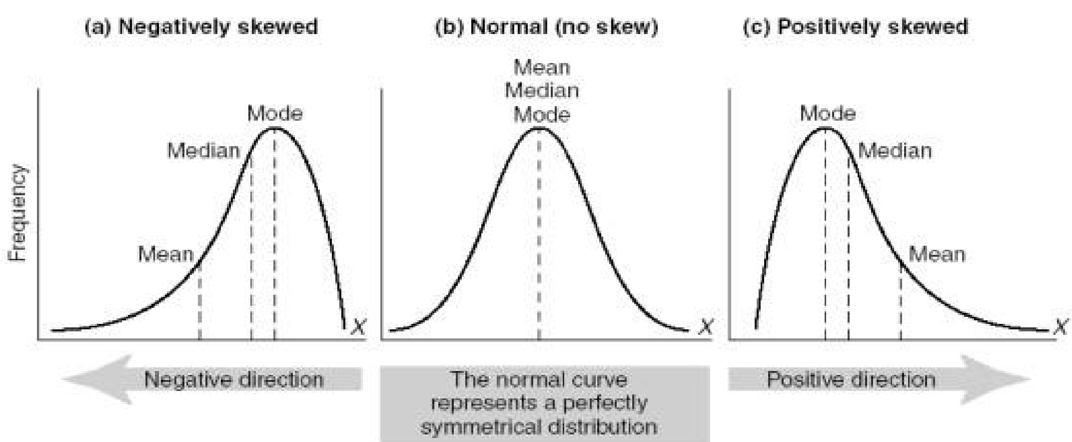


FIGURE 15.6 Examples of normal and skewed distributions

د یوه متحول د مقسمي د تحریف یا کوږوالی ماهیت د هغی د کوږوالی د ضریب Skewness په مرسته تعینیږی. د مقسمی د کوږوالی یا تحریف ضریب (Skew) له لاندی فارمول ښخه پیداکیږی:

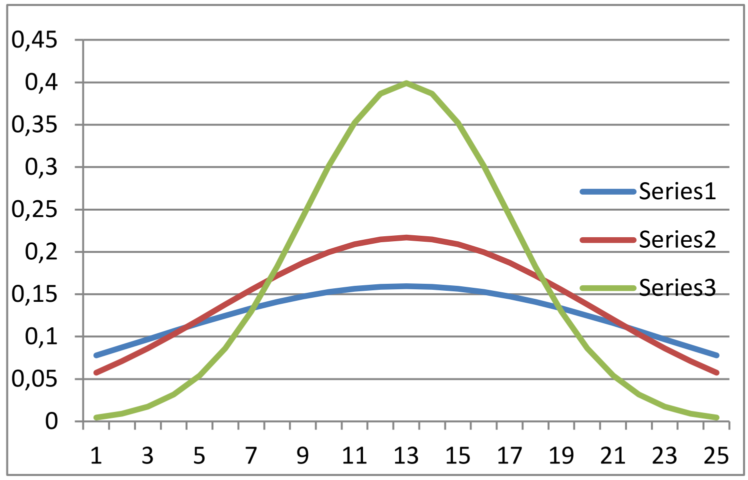
$$\frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)^3$$

همدا راز د یوه متحول مقسمه کیدای شي څوکه وره او یا پیته وي، چی پړسوب Kurtosis یی هم بولی. مثبت پړسوب د نورمال منحنی نسبتاً څوکه ورتوب او منفی پړسوب یی نسبی پلنتوب یا هوارتوب را ښئی.
د یوی مقسمې دغه ډول انحراف د پړسوب د ضریب Kurt په مرسته تعینیږی، چی فارمول یی په لاندی توګه دی.

$$\left\{\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)}\sum\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)^4\right\}-\frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

چیری چی د مقسمی د تحریف (کوږوالی) او څوکه ورتوب (پړسوب یا پیتوالی) په پورته دواړو فارمولونو کی:
n – د نمونی د مشاهدو شمیر؛
x_i _ د هری مشاهدی عددی قیمت؛
$\bar{x}$ - د نمونی اوسط؛ او
s - د نمونی معیاری انحراف دی.
د پړسوب د ضریب قیمت او نښه د نورمال منحنی نسبی څوکه ورتوب یا پلنتوب بیانوی.
د مقسمو د پیتوالی او یا څوکه ور حالت شکلونه په لاندینی ګراف کې په ښه توګه لیدلای شی.
لاندی ګراف د نورمال منحنی د اوسط دعین یوه قیمت لپاره (چه ۶ دی) د معیاری انحراف د دریو مختلفو قیمتونو لپاره ښیی چی S= 1.0 S= 1.84 S= 2.5, دی.
وینو چی هر څومره چی د معیاری انحراف قیمت لوړ وی همدومره به د منحنی پیتوالی زیات وی او د S= 1.0 به د منحنی پیتوالی بشپړ نورمال او عادی وی.
لاندینی ګراف د یوفرضی متحول د ۲۵ مشاهدو چی قیمتونه یی د ۳ او ۹ تر منځ او د دوو مشاهده شویو قیمتونو تر منځ فاصله یی ۰،۲۵ ، اوسط یی ۶ دی د معیاری انحراف د۲،۵ ،

۱،۸ او ۱ قیمتونو لپاره په ایکسل پاڼه کی په اسانی جوړولای او کتلای شی



د مقسمي د انحراف ضریبونه یعني د تحریف (Skew) او پړسوب (KURT) ضریبونه د ایکسل د پروګرام په مرسته په ډیره اسانی سره محاسبه کیدای شي. که د ارقامو یو لست ولرو، مثلاً د شاګردانو د نمرو یو ستون، نو فقط دغه ستون ور ته نشاني کوو او د ایکسل د قوماندي له لست څخه د Skew او یا Kurt قومانده خوښوو او امر ورته کوو چي محاسبه یي کړي. د دغی عملیی په پای کي د دغو ضریبونو عددي قیمت د دوی له نښی (مثبت یا منفی) سره را ته را کوی. نور تعبیر یي نو زموږ خپل کار وي.

که د پورته ګراف د مربوطه ارقامو له پاره د ایسکل په پاڼه د پړسوب ضریب (KURT) محاسبه کړو، وبه وینو چی د د غه ضریب قیمت KURT = -1,2 کیږی (په مخکینی جدول کی یی محاسبه و ګوری). د دغه ضریب منفی نښه دا په نښه کوی چی دغه منحنی تر عادی حالت لږ څه پلنه ده.

تر دغه ځایه مو د اتفاقي متحولونو د مقسمو او د هغوی د تیوریتیکي مودلوپه هکله بحث ولید. دغه مباحث ټول د دې په اړه وي چي موږ له یوی نموني څخه ترلاسه شوی احصایي ځنګه تعبیر کړو او معنی ځیني واخلو. پاته بحثونه به د نمونو څخه د تر لاسه شویو احصایو او د جمعیت د پارامیترونو د روابطو په هکله وي.

پنځم فصل

استنتاجي احصائيې او له نمونې څخه جمعيت ته

پنځم فصل: استنتاجي احصائيي (Inferential Statistic)

د استنتاجي احصايو يو هدف له نموني څخه د ټول جمعيت لپاره نتيجه ګيری کول دی. کوم مواصفات چي د نمونوي تجربو له مخي محاسبه شوی وي احصايي بلل کيږي. اما د ټول جمعيت مواصفات بيا پاراميترونه (Parameters) بولي. د نموني احصايي د جمعيت د پاراميترونو لپاره پوشاخيص او متقارب قيمتونه دی.

د يوه جمعيت د مواصفاتو(پاراميترونو) د تعيين او مطالعې لپاره په نمونه ای ډول يوه نمونه مطالعه کوو. ځکه وخت، منابع، امکانات اوکله ناکله د جمعيت ډير لوی حجم د دې مجاز نه ورکوي چه د جمعيت ټول عناصر مطالعه کړو او يوه نمونه چې په معتبره توګه (د نمونه ګيري د اصولو سره سم) ټاکل شوې مطالعه اود نمونې د احصايو له مخې د ټول جمعيت پارا ميترونه ټاکل کيږي. مثلاً د انسانانو د قدونو جګوالی، وزنونه او د امتحانونو نتايج او نور. همدا راز د توليداتو کيفيت، د اندازه ګيريواعداد اونور.

د نمونې احصايې، لکه چه مخکی مو وويل، حسابي اوسط ،فاصله ، ربع، عشره، سلنه، انحراف(σ^2) او معياري انحراف (σ) دی. لکه چې مخکی مو وليدل دغه احصايې په لاندې توګه توضيح او محاسبه کړی:

۱- اوسط: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n-1}$

۲- انحراف : $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-\bar{X})^2}{n-1}$

همداراز : $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^2-(\sum Xi)^2}{n-1}$

معياري انحراف : $S = \sqrt{S^2}$

مثال: په کورنيو کې تر (15) کلنی د کم عمرما شومانو لپاره يوه کوچنۍ سروې ښيي چه په سروی شويو کورنيو کی دغه د ماشومانو شمير په لاندې ډول دی. د ماشومانو اوسط شمير او انحراف يې پيدا کړی؟

4, 3, 2, 5, 4, 1, 6, 5, 4, 2, 2, 5, 4, 2, 3

$$\boldsymbol{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n-1} = \frac{52}{15-1} = \frac{52}{14}$$

پس:

$\overline{X} = 3$

$S^2 = \frac{\sum(Xi-\overline{X})^2}{n-1} = 1,643$

$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1,643} = 1,282$

$S = 1,282$

د نمونې احصايي د جمعيت د پارا مترونو د متقارب شاخص په حيث

د نمونې څخه تر لاسه شوی احصايي د جمعيت د پاراميترونو سره په کامل ډول يو شان کيدای نشی. لکه څنګه چې وايي « مشت نمونه خروار» وي، خو په خپله خروار کيدای نه شی. کيدای شي نمونې د جمعيت استثنايی حالات نه وي منعکس کړی، په اندازه کولو کې غلطي شوې وي، او يا نور. په هر صورت کله چه له نمونې څخه د جمعيت د پارا ميترونو په هکله خبرې کيږي يا استنتاج کيږي نو د اعظمي ورته والي (Maximum Likelihood) د اصل له مخې کيږي او يو شمير اوليه شرطونه بايد د نمونې په هکله صدق وکړي. هغه شرايط په لاندې ډول دي.

د نمونې او د جمعيت د حجم تناسب

فرض کړئ يو جمعيت چه پکې شامل هر عنصر يوه خاصه مشخصه لري او يا يې نلري. موږ له دغه جمعيت څخه په اتفاقي ډول يوه نمونه را اخلو او په عناصروکی يې د مطلوبې مشخصی مطا لعه کوو.

له جمعيت څخه د يوه عنصر تاکل يوه تجربه ده چه: يا به مطلوبه مشخصه پکې وي اويا به پکې نه وي. لکه چه مخکې مو وليدل دغه ډول تجربه چه يوازې مطلوب اويا نا مطلوب ځواب ولری د **برنولی تجربې** په نوم يا ديږی.

فرض کړوچه د اتفاقي تجربو شمير مو (n) وي يعنې د (n) ځلی عناصرمو ځنی را اخستی وي. د نمونې حجم ($\overline{P}$) - P زبر) عبارت دی له: $\acute{P} = \frac{X}{n}$ چيری چه X په نمونه کې د هغو عناصرو شمير دی چې مطلوبه مشخصه لری.

د نمونې حجم ($\acute{P}$) يوه احصايه ده چه د جمعيت حجم (P) چه پارا ميتر دی ، يوه تقريبی حدود را ښودلای شی.

ډير ځله دا غوښتل کيږي چه د دې لپاره د جمعيت د اوسط او د هغه د نسبت د تخمين غلطی تر يوه معين حد وړوکې وي، نو د نمونې حجم بايد څومره وي يا نمونه مو بايد څومره لويه وي.

لکه چه مخکی مو و ویل د جمعیت د اوسط (µ) او د نمونې او جمعیت نسبت د باور په یوې سطحې (α) د تخمین لپاره لاندې فارمو په کار وړل کیږي.

$$E = Z_{\propto/2} . Ϭ/\sqrt{n}$$

$$E = Z_{\propto/2}\sqrt{\frac{\acute{p}(1-\acute{p})}{n}}$$

او د باور سطحه به $100(1-\propto)\%$ وي.

نو لکه چې پورته وینو هر څومره چه نمونه وړه وي (یعنې n وړوکی وي) همدومره به مطلوب دقیق نه ترلاسه کیږي، یعنې د اشتباه (E) قیمت به لوړ وي.

پدې ترتیب د زغملو وړ غلطي (E) او د باور په یوه معینه سطحه د یوې نمونې له مخې د نمونې لازم حجم (n) ته یو تخمینی قیمت پیداکولای شو، یعنې: $n = (Z_{\propto/2} . Ϭ/E)^2$

همدارز د نمونې او جمعیت د نسبت لپاره به ولرو چه:

$n = (Z_{\propto/2} . Ϭ/E)^2 . \acute{p}(1-\acute{p})$ (که چیرې د جمعیت نسبت p معلوم وي)

او یا:

$N = 0.025(^{\propto}/_{2} . Ϭ/E)^2$ (که چیرې د جمعیت نسبت p معلوم نه وي).

د نمونې حجم (اندازه) Sample size

ډیر ځله د دې اړتیا وي چه د نمونې مقدار باید څومره وي ، ترڅو د جمعیت د اوسط اوحجم د غلطیو څخه اطمنان حاصل شوی وي اوپه صحیح ډول محاسبه شي یا لږ تر لږه د پارامیترونو د اشتباه مقدار تریوه معین مقدار لږ وي. هر څومره چه د نمونې شمیر لږ وي په همغه اندازه د پارامیترونو مطلوب دقیق مقدار په لاس نه راځی. له بلی خواکه نمونه ډیره لویه وي او غیر ضروری وي نو منا بع او انرژی به موبی ځایه ضایع شوی وي. که د قبول وړغلطی حد (E)معلوم وي او د باور حد یعنې $100(1-\propto)\%$ او د جمعیت معیاري انحراف راکړل شوی وي نو کولای شو د نمونې شمیر یا حجم له لاندې رابطې څخه لاسته راوړو: $n=(Z_{\propto/2}/E)^2$. چیری چه د $Z_{\propto/2}$ قیمت د Z په جدول کې لولو.

لکه چه مخکی مو اشاره کړې وه څومره چه د نمونې مقدار غټ وي په همغې اندازه په ډیراطمنان سره ویلای شو چه د نمونې احصایي د جمعیت پارا میتر ته ورنژدې وي. له بلې خوا

که له عین یوه جمعیت څخه څو ځلې نمونه ګیري وشي نو د هرې نمونې احصایې د اوسط ($\overline{X}$) او د معیار انحراف (Б) به له یو بل څخه فرق ولري. دی ته په کتو سره د ټولو ممکنه اوسطونو ، انحرافونو او مقسمو د اوسط مفکوره را پیدا کیږي. لاندې مفاهم پدې هکله د توجه او غور وړدی.

متقاربې احصایې او ددوی دنمونو مقسمې

فرض کوو چه د n په اندازه یوه ساده اتفاقي نمونه له یوه جمعیت څخه ترلاسه شوی چه د جمعیت پارامیترونه (μ) (اوسط) او ($Б^2$) (وریانس) وي، نو د نمونې اوسط ($\overline{X}$) به د جمعیت له اوسط سره برابر وي پدې شرط چې د نمو نی وریانس له ($Б^2/n$) مساوي وي،

یعنې:

$$S^2 = \frac{\sigma 2}{n}, \qquad S = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

هر څومره چه n لوی وي یعنې ډېر معلوما ت له جمعیت څخه را واخلو، همدومره به د نمونې او د جمعیت د اوسطونو تر منځ تفاوت لږ او بالاخره صفروي.
نو د جمعیت د پارامیتر د هرډول مقسمې په صورت کې یعنې که د جمعیت د پارامیتر مقسمه نورمال وي او که نه وي، د نمونې مقسمه تقریباً نورمال شکل تر لاسه کوی او د نمونې د احصایو $\overline{X}$ او S^2 له مخې د ټول جمعیت د پارا میترونو په هکله د حدودو د تخمین (Interval Estimation) (یا د اعتماد حد) د اصل له مخې نتیجه ګیري کیږي. په دې تر تیب سره ویلای شو چه د جمعیت پارا میتر به په دغو حدودو کې وي یعنې:

$\mu = \overline{X} \pm E$ چیری چه E د اشتباه معنی ورکوی او د اشتباه (غلطی) حاشیه او حد ښیی.

که د X یوه جمعیت د پارا میترونو د پیداکولو لپاره د نمونې احصایې یعنې اوسط ($\overline{X}$) او وریانس (S^2) پیدا کړو نو نه پوهیږو چه د جمعیت پارا میترونه به څومره تفاوت ور سره لري او ایا دغه مقادیر د ټول جمعیت لپاره ویلای شو؟ په څومره یقین سره ویلای شو چه د ټول جمعیت پارا میترونه به د نمونې له احصائیو سره ورته وي؟ د دې لپاره باید د جمعیت د پارامیترونو حدود د نمونې د احصائیو له مخې وښیو.

د یوه اوسط د باور حدود (Confidence Interval)

که د یوه جمعیت اوسط (μ) او وریانس ($Б^2$) معلوم وي نو د نمونې د اوسط لپاره د

$100(1-\propto)\%$ په اعتماد سره د باورد حد پیدا کولو لپاره دری لاندې حا لتونه په کاریږی:

اول حالت : (د جمعيت وريانس معلوم دی) نو:

$$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{Б/\sqrt{n}}$$

په پورته فارمول کې د Z مقسمه د N(0,1) شکل لري (په مخکی بحث کې مو ولوستل) نو:

$$P(-Z_{\propto/2}<Z<+ Z_{\propto/2})= 1- \propto$$

يا:

$$\bar{X} -Z_{\propto/2}*Б/\sqrt{n} < \mu < \bar{X} +Z_{\propto/2}*Б/\sqrt{n}$$

پورتنی رابطه د μ اوسط په اړه د Z د حدودو په نوم یا دیږی. که د هر باور حدود را کړل شوی وي نو د نموني اوسط یا غلطی حاشیه يې پيداکولای شو، یعني:

ټيټ حد + پورتنی حد = 2*(دنمونی اوسط)

او: ټيټ حد – پورتنی حد = 2 * (د غلطی حاشيه)

دوم حالت: د جمعيت وريانس مجهول دی اود نموني حجم لوی دی $(n\geq 30)$:

دا چه د جمعيت وريانس $(Б^2)$ نه پيژنو نو د نموني د معياري انحراف له مخې يې تخمينوو. په پورتني فارمول کې د (Б) په ځای (S) وضع کوو او وبه لروچی:

$$\bar{X} -Z_{\propto/2}*S/\sqrt{n} < \mu < \bar{X} +Z_{\propto/2}*S/\sqrt{n}$$

دريم حالت: د جمعيت وريانس مجهول او د نموني حجم لږدی $(n< 30)$:

نو داچه د نموني حجم کوچنی دی نو سوال پيدا کيږي چه ايا جمعيت مقسمه به نورمال وي که نه؟ که چيرې د جمعيت مقسمه نورمال نه وي ، پدغسی صورت کې بيا له غير پاراميتريک مقسمې څخه کار اخيستل کيږي (چه په بل ځای کې به وروسته بيان شی). خو که چيرې د جمعيت د دغه متحول (مواصفي) مقسمه نورمال وي نو بياله لاندې رابطې څخه کار اخيستل کيږي تر څو د جمعيت د اوسط (μ) لپاره د باور (اعتماد) حد ود وټاکو:

$$T = \frac{\bar{X}- \mu}{S/\sqrt{n}}$$

په پورتنۍ رابطه کې (T) یو بل اتفاقي متحول دی چه د احصایي په ژبه د (n-1) استقلالیت په درجی (Degree Freedom) د t مقسمه لری. (د t مقسمه د معیاري نورمال مقسمې خواص لری خو وریانس یې له یوه څخه لوی وي، یعنې: ($Б^2 > 1$) .

د t مقسمه د استقلایت د درجی تابع وي او څومره چه د هغی د استقلالیت درجه (n) زیاتیږی په هم هغه اندازه د t مقسمه معیاري نورمال مقسمې ته د نژدی کیدو میلان لری.

دT د اتفاقي متحول لپاره چه په پورته فارمول کې ښکاری به ولروچه:

$$P(-t\alpha/2<t<+ t\alpha/2 = 1-\alpha$$

یا:

$$\overline{X} - t_{\alpha/2} S/\sqrt{n} < \mu < \overline{X} + t_{\alpha/2} S/\sqrt{n}$$

د $t_{\alpha/2}$ قیمت په جدول کې د n-1 درجی د استقلالیت په مقابل کې لولو او معیاري انحراف (S) له نمونې څخه پیدا کوو.

مثال : یو طبي څیرونکی د هیواد د یوې غرنۍ سیمې په اوبو کې د ایوډین مقدار څیري. نوموړی څیرونکی شپاړس ځلی یې اوبه تجربه کې او په یوه لیتر او بوکی یې د آیودین د مقدار لاندې نتایج تر لاسه کړی دی . (دغه او ددی فصل څو نور مثالونه د Mohammed A. Shayib (2012), *Applied Statistics*) له کتاب څخه اخستل شوي دي- په مننه)

1 , 0.9 , 1.1 , 1.2 , 0.8 , 1.1 , 1.1 , 1.2 , 1.1 , 0.7 , 0.9 , 1

(ملي ګرام په یوه لیتر کې[mg/lit)

څیرونکی غواړي چه د نتایجو را پور د 95% باورپه سطحی سره وښیی.

حل: داچه د جمعیت وریانس او په ترتیب سره معیاري انحراف ئې معلوم نه دی او د نمونې حجم هم کوچنی دی (n=16<30) نو مجبور یو فرض کړو چه مقسمه به نورمال وي نو د قضیی حل د پورته دویم حالت په شان تر سره کوو.

له تر لاسه شویو ارقامو څخه به ولرو چه :

$n = 16$

$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n-1} = 1,0$

او

$S^2 = 0,02154$

$S = \sqrt{S^2} = 0,14676$

د باورپه $\propto = 0, 05$ سطحې (يعني ٪۹۵ باور) سره د t په جدول کې د $n - 1 = 16 - 1 = 15$ په مقابل کې د (t) قيمت پيدا کو، يعني:

$$t_{0.25} = 2, 131$$

بالآخره د μ لپاره د باور دحد د فارمول څخه پيدا کووچه:

$$\overline{X} - t_{\alpha/2}\, S/\sqrt{n} < \mu < \overline{X} + t\alpha/2\, {}^{S}/_{\sqrt{n}}$$

$$1 - 2{,}131 \,.\, {}^{1.4676}/_{\sqrt{16}} < \mu < 1 + 2{,}131 \,.\, {}^{1.46766}/_{\sqrt{16}}$$

$$0{,}9218 < \mu < 1{,}0782$$

نو په 95% باور سره ويلای شو چه د نوموړی سيمی په اوبو کې به د آيودين اوسط مقدارد $0, 923$ mg/lit او $1, 0782$ mg/ lit ترمنځ وي.

همدا راز د جمعيت د وريانس(معياري انحراف) لپاره هم د باور حدود تعينيدای شی. د جمعيت د معياري انحراف لپاره د باور حدود هم د نموني څخه د تر لاسه شويو احصايو له مخي ترلاسه کولای شو چه په لاندې توګه محاسبه کيږي.

فرض کړی چه د جمعيت مقسمه نورمال ده او وريانس ئې $Б^2$ دی.

نو د نموني د انحراف لپاره لروچه : $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2$ له دغه فارمول څخه يو بل اتفاقي متحول لاسته راځي چهχ^2 (کبنی مربع لوستل کيږي) ئې بولی او رابطه ئې عبارت دی له: $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{Б^2}$

د کبنی مربع (χ^2) اتفاقي متحول د n-1 استقلاليت په درجې سره به د χ^2 مقسمه لری .

فرض کړوچه د $(\boldsymbol{\chi 2_{\alpha/2}})$ او $(\boldsymbol{\chi 2_{1-\alpha/2}})$ دχ^2 هغه قيمتونه وي چه د X په محور ئې د ${}^{\propto}/_{2}$ او $1 - {}^{\propto}/_{2}$ څخه ښی خواته مساحتونه را ښی نو:

$$P\left(\chi^2{}_{1-{}^{\propto}/_{2}} < \chi^2 < \chi^2{}_{{}^{\propto}/_{2}}\right) = 1{-}\propto$$

$$\chi^2 \quad = \frac{(n-1)S^2}{Б^2}$$

او په اسانی سره ويلای شو چه: $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2{}_{{}^{\propto}/_{2}}} < Б^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-{}^{\propto}/_{2}}}$

يعنې د %(1-∝) په باور يا اعتماد سره ويلای شو چه د دي جمعيت معياري انحراف(ϭ) به د

$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}}$ او $\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}}}$ ترمنځ وي.

د $\chi^2_{\alpha/2}$ او $\chi^2_{1-\alpha/2}$ قیمتونه د (n-1) درجی استقلالیت به برابر د χ^2 په جدول کې پيدکوو. د نمونې معياري انحراف (s) له مخکينی فارمول څخه پيداکوو.

مثال:- د دريم ټولګی د رياضي يوه معياري ازموينه کې په اتفاقي ډول د کليوالی مکاتبو د 81 شاګردانو اوسط نمره (67) او معياري انحراف ئې (30) دي. غواړو پوهه شو چه په %95 اعتماد سره به د هيواد د کليوالی مکاتبو د شاګردانو د دريم صنف د رياضي د نمرو د اوسط او انحراف حدود څومره وي؟

حل: داچه 20< n= 81 او د جمعيت انحراف او اوسط دواړه نامعلوم دی نو د اوسط او انحراف لپاره پورتنی دوهم حالت په شان کړنه کوو. فرض کوو چه د جمعيت مقسمه نورمال ده، نو لروچه:

1. د جمعيت د اوسط حدود په %95 اعتماد سره به عبارت وي له :

داچه:

$n = 81 , \bar{x} = 67$ $\alpha/2 = 0.025$ او $S = 30$ دی، نو وبه لرو چې:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} S/\sqrt{n} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} S/\sqrt{n}$$

د Z په جدول کې د ∝=0.05 لپاره لولو چه: $Z_{0.025} = 1.96$ پس د اوسط (µ) لپاره به حدود عبارت وي له :

$$67 - 1.96 * 30/\sqrt{81} < \mu < 67 + 1.96 * 30/\sqrt{81}$$

$$67 - 1.96 * 30/9 < \mu < 67 + 1.96 * 30/9$$

$$60.40 < \mu < 73.5$$

يعنې د کليوالي مکاتبو د دريم صنف شاګردانو د اوسط نمرو حدود به د پورته په شان وي، يا به په دغو حدودو کې وي.

2. د جمعيت د معياري انحراف د حدودو لپاره لروچه:

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2 \ {}^{\propto}/_{2}} < ϭ^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2{}_{1-{}^{\propto}/_{2}}}$$

$({}^{\propto}/_{2} = 0.025)$ او $({}^{1-\propto}/_{2} = 0.975)$ دي، S=30 او n=81 ، n-1=80

نو : $S^2 = 900$ او د n-1=80 لپاره په جدول كي لولو چه:

$X^2_{0.025}$ =106.529 او: $X^2_{0.795}$ = 57.143

نو:

$$\frac{(80)900}{57.153} > ϭ^2 > \frac{(80)900}{106.529}$$

پس: $675.234 < ϭ^2 < 1259.77$

يا: $25.98 < ϭ < 35.49$

د استقلاليت درجه (Degrees of freedom)

په ډيرو علمی او ساينسی ساحو کی د يوه سيستم د استقلاليت درجه د پارامیترونو (شاخيصونو) هغه شمير ته وايی چی په مستقل ډول تحول (تغيير)کولای شی. مثلاً د يوی سطحی پر مخ د يوه شکل موقيعت د استقلاليت دری درجی لری: جهت او د هغه دوه وضعيه کميات. كه چيری دغه شی يوه نقطه وی نو بيا به يی د استقلاليت درجه دوه وی ، ځکه چی جهت د نقطی لپاره کوم بدليدونکی شاخيص نشی کيدای.د استقلاليت د درجی تصور په رياضی کی کله کله د يوه متحول بعدونه (ابعاد) بلل کيږی.

په احصايی کی د يوی احصايی په اخرنی محاسبه کی د مقاديرو هغه تعداد ته وايی چی د تحول (بدلون) وړ وی، يعنی قيمتونه يی په مستقل ډول تغيير خوړلای شی او په نورو پوری تړلی نه وی. د احصايی په ډيرو مسايلو کی د استقلاليت د درجی تعيين غوښتل شوی وی. د استقلاليت درجه يو مثبت تام عدد وی چی د قيوداتو د نه موجوديت ښوودنه کوی او د قيمتونو هغه عدد ته وايی چی تغيير ورکولای شو.

مثال: فرض کړی چی موږ څلور ارقام لرو چی دری يی 20، 10 او 50 دی او يو يی نا معلوم دی او اوسط يی 25 دی.

د ارقامو د اوسط لپاره به ولرو چی: $(20 + 10 + 50 + x)/4 = 25$ دلته x نا معلوم رقم را ښیی. په اسانی پیدا کولای شو چی: $x = 20$

را ځی فرض کړی چی څلور عددونه لروچی اوسط یی 25 دی او دوه له هغو څخه 20 او 10 دی او پاته دوه یی X او Y دی. داوسط د پیداکولولپاره لرو چی:

$(20 + 10+ x + y)/4 = 25.$

د ساده الجبری محاسبی په مرسته پیداکوو چی: $y = 70- x$ پدی ترتیب سره که x ته یو قیمت ورکړو نو د y قیمت پیدا کولای شو. نو دلته مو د استقلالیت درجه یوه ده، یعنی یوازی یو مقدار لرو چی پخپل اختیار یو قیمت اختسلای شی. پدی ترتیب سره د استقلالیت درجه د نامعلومو مقادیرو تر شمیر یو کم وی.

اوس نو فرض کړی چی که موږ سل مقادیر ولرو چی اوسط یی شل وی خو د هیڅ یوه رقم قیمت را ته معلوم نه وی. پدې صورت کی هر یو کولای شی یو قیمت ولری او موږ به 99 د استقلایت درجی ولرو. یعنی له دغو سلو څخه 99 مشاهدی مستقلی دی. دا ځکه چی د ټولو مجموعه باید: $20*100 = 2000$ شی. نو کله چی 99 نا معلوم رقمونه پیدا کړو، نو سلم یی پخپله پیدا کیږی ، یعنی د 99 رقمونو مجموعه به له 2000 څخه تفریق کړو. پدی ترتیب سره موږ له سلو څخه یوازی یو رقم لرو چی مستقل نه دی اومتباقی 99 یی مستقل د ی او کولای شی هر قیمت ولری.

د مختلفو معیاری مقسمو مقدارونه د د وی د استقلالیت د درجی تابع وی او د هغوی قیمت د دوی د استقلالیت د درجی له مخی تعیینیږی. د معیاری مقسمو لپاره، لکه چی مخکی مو وویل، جدولونه تر تیب شوی چی معیاری قیمتونه یی د استقلالیت د یوی معینی درجی لپاره ځینی لوستل کیږی.

که چیری زموږ د نمونی د عناصرو مقدار یعنی د مشاهدو اندازه n وی نو د تی (t) د مقسمی او کی مربع (χ 2) د مقسمو په صورت کی د استقلالیت درجه عبارت له n-1 څخه وی.
که چیر ی د د وو مستقلو نمونو د اوسطونو احصائیی، چی د عناصرو شمیر یعنی مقدار یی n_1 او n_2 وی، گورو، نو د استقلالیت درجه یی د دواړو یعنی $(n_1\text{-}1)$ او $(n_2\text{-}1)$ له جملی څخه د دوی د کوچنی سره برابره وی. که چیری د F له ټسټ څخه کار اخلو، نو که د نمونو شمیر k وی او د هری نمونی د عناصرو شمیر n وی نو د F په فارمول کی د صورت د استقلالیت درجه $k - 1$ او د مخرج لپاره به $k(n - 1)$ وی.

د دوو اوسطونو مقايسه کول

تر اوسه پورې مو پدې بحث وکړ چې د نمونې څخه تر لاسه شوې احصائې (اوسط او انحراف) د اعتماد (باور) په يوه معينه سطحه د ټول جمعيت پارامیترونو ته په کومو حدودو کې واقع وي، يا په بل عبارت څنګه کولای شو چه د نمونې د احصايو له مخې د جمعيت د پارامیترونو د حدودو تخمين وکړو او حدود ئې معلوم کړو. پدې برخه کې به پدې بحث کوو چه که دوه او يا ډيری احصايي ولرو، د دوی ترمنځ د تفاوت يا مشابهت حدود به د باور په يوه معينه سطحه څنګه محاسبه کوو. د دی معنی داهم ده چه په څومره باورسره ويلای شو چه د يوه متحول راکړل شوی احصائي يا سره ورته او يا متفاوتی دي.

فرض کړی چه موږ د يوه متحول اوسط او انحراف له دوو نمونو څخه ترلاسه کړی وي. که چيرې دغه اوسطونه د اعتماد (باور) په يوه سطحه سره ورته وي نو معنی ئې دا کيدای شي چه دغه دواړه اوسطونه په يوه جمعيت پورې تړلی دي. مثلآ د يوه مکتب د لسم ټولګی د دوو ځانګو د زده کوونکو د رياضی نمری، يا د دوو مکاتبو د دولسم ټولګی د زده کوونکو د رياضی نمری، يا د هلکانو او جنکيانو د لسان نمری، يا د دوو سيمو د اوسيدونکو اوسط عمراو نور. په دغو ټولو لومړيو صورتونو کی د زده کوونکو نمری يو متحول دی چی کيدای شی اوسطونه يی فرق سره ولری يا نه.

دغه ډول محاسبې د استفادی ډير زيات موارد لری. مثلاً يو څيړونکی غواړی چه د يوه شي اغيزه د اوسطونو د مقدارونو د مقايسې له لارې وګورئ، د زراعت يو انجينر د دوه ډوله تخمونو حاصلات د اوسطونو د تفاوت له لارې مطالعه کوي، د تدريس د مختلفو طريقو اغيزې د شاګردانو د اوسط نمرو له لارې مطالعه کول، او نور.

فرض کړئ چه موږ دوه جمعيتونه لرو چه له هر يوه څخه د $\mathbf{n_i}$ په حجم نمونې په ساده اتفاقي توګه را اخستل شوې دي. د دغو نمونو اوسطونه $\bar{x}$ او $\bar{y}$ او معياری انحرافونه يی S_1 او S_2 دی. د دغو دوو اوسطونو ترمنځ د باورپه يوه سطحه α د يقينی تفاوت حدودو معنی به داوی چه: په يوه معين اعتماد سره ويلای شو چه که د دوی ترمنځ تفاوت په دغو حدودو کې وي، نو معنی ئې داسی ده چه سره يو شان دی يعني په يوه جمعيت پورې اړه لری.

د تفاوت د حدودو تعين څلور حالتونه

اول: د دغو دوو جمعيتونو انحراف معلوم دی.

پو هيږو چه اوسطونه $\bar{x}$ او $\bar{y}$ هر يو نورمال مقسمه لری چه د جمعيتونو اوسطونه ئي μ_1 او μ_2او انحرافونه ئې $\frac{\sigma_1^2}{n1}$ او $\frac{\sigma_2^2}{n2}$ دی. په لاندې ډول دوه نوی لاسته راغلي متحولونه (Z_1) او (Z_2) به معياري نورمال مقسمه ولري چه اوسط به ئي صفر او انحراف به ئي يو وي.

$$\boldsymbol{Z_2} = \frac{\bar{y} - \mu_2}{\sqrt{\sigma_2^2/\boldsymbol{n_2}}} \quad \text{او} \quad \boldsymbol{Z_1} = \frac{\bar{X} - \mu_1}{\sqrt{\sigma_1^2/\boldsymbol{n_1}}}$$

نو:

$$\boldsymbol{Z} = \frac{(\bar{X} - \bar{y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/\boldsymbol{n_1} + \sigma_2^2/\boldsymbol{n_2}}}$$

او نوی متحول (Z) به معياري نورمال مقسمه ولری، چې اوسط ئي صفر او انحراف ئې يو دی. لکه چه مخکی مو يادونه کړی وه د معياري نورمال مقسمې لپاره لرو چه:

$$P\left(-Z_{\propto/2} < Z < Z_{\propto/2}\right) = 1-\propto$$

يعني د دي احتمال چه Z به له $-Z_{\propto/2}$ څخه لوی او له $+Z_{\propto/2}$ څخه کوچنی وي عبارت دي له: $1-\propto$. داعتماد سطحه يا $\propto$ خو معولاً موږ 95% فرض کوو او $Z_{\propto/2}$ قيمتونه به له جدول څخه لولو. پدې ترتيب سره به د $\propto$ په اعتماد سره د اوسطونو د تفاوت د قبول وړ حدود په لاندې ډول شی:

$$(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{y}}) - \mathbf{Z}_{\propto/2}\sqrt{\sigma_1^2/\boldsymbol{n_1} + \sigma_2^2/\boldsymbol{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{\boldsymbol{X}} - \bar{\boldsymbol{y}}) + \boldsymbol{Z}_{\propto/2}\sqrt{\sigma_1^2/\boldsymbol{n_1} + \sigma_2^2/\boldsymbol{n_2}}$$

پورتنی رابطه د n هر قيمت لپاره که کوچنی وي او که لوی صدق کوي او عمومي فارمول دی.

مثال:- د دو مکاتبو د دولسم د دو صنفونو د شاګردانو نمرې سره مقايسه شوی او لاندې نتايج لاسته راغلی دي.

نمونه	اوسط نمره	د نمونې حجم (n) شمير	د ټول جمعيت (مکتب) انحراف
i	85	12	5
ii	81	10	4

د 95% باور لپاره د دغو دوو اوسط نمرو ترمنځ تفاوت محاسبه کړئ؟

حل: وينو چه: $\propto=0.05$، $\bar{x}=85$ ، $n_1=12$ ، $Ƃ_1^2=(5)^2$ $(Ƃ_1=5)$
$\bar{y}=81$ ، $n_2=10$ ، $Ƃ_2^2=(4)^2$ $(Ƃ_2=4)$، $\propto/_2=0.025$
داچه $\propto=0.05$ نو: $\propto/_2=0.025$ او د Z په جدول کي لولو چه: د 0.025 لپاره د Z قيمت 1.96 دي.
نو: $Z_{\propto/_2}=1.96$

پس: $$(85-81)-1.96\sqrt{5^2/_{12}+4^2/_{10}}=\mathbf{0.238}$$

$$(85-81)+1.96\sqrt{5^2/_{12}+4^2/_{10}}=\mathbf{7.762}$$

نو د اوسطونو ترمنځ د تفاوت حدود په 95% اعتماد سره به عبارت وي له:

$$0.238<\mu_1-\mu_2<7.762$$

دوهم حالت: د هغو جمعيتونو چه نموني ورڅخه استخراج شوی دی انحرافونه ($Ƃ_1^2$ او $Ƃ_2^2$) ئي معلوم ندی اما د نمونو حجم (n_1 او n_2) فوق العاده لوی دی. كه چيرې n1, n2 >30 څخه وي . نو لكه چه مخكی ويل شوی وو د جمعيتونو د انحرافونو په ځای د نمونو له انحرافونو څخه كار اخلو، يعني په پورتنی فارمول كي ($Ƃ_1^2$او$Ƃ_2^2$) په (S_1^2اوS_2^2) تعويض كوو. پدې ترتيب سره د (Z) نوی اتفاقي متحول لاسته راځی چه مقسمه به ئي معياري نورمال مقسمه وي.

$$Z=\frac{(\bar{X}-\bar{y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{Ƃ_1^2/_{n_2}+Ƃ_2^2/_{n_2}}}\ .$$

او يا : $$(\mu_1-\mu_2)=Z\,.\sqrt{S_1^2/_{n_1}+S_2^2/_{n_2}}+(\bar{x}-\bar{y})$$

او د دغه نوی اتفاقي متحول (Z) لپاره به د اوسطونو تفاوت ساحه د $100(1-\propto)\%$ فيصد په باور سره د لاندې په شان ښكاری:

$$(\bar{x}-\bar{y})-Z_{\propto/_2}\sqrt{S_1^2/_{n_1}+S_2^2/_{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{X}-\bar{y})+Z_{\propto/_2}\sqrt{S_1^2/_{n_1}+S_2^2/_{n_2}}$$

مثال: مخكينی مثال بيا په نظر كي نيسو خو د يوی لويی نموني لپاره ئي د لاندې په شان وګورو.

نمونه	اوسط نمره	د نمونې شمیر (n)	د نمونې معیاري انحراف (S)
i	85	32	5
ii	81	30	4

په 95% باور سره ئې حدود پیداکوو.

وبه لرو چه دغه حدود به د(1.753) او(6.247) تر منځ وي.

داچه:

$\bar{x} = 85$ $n_1 = 32$ $(S_1^2 = 25)S_1 = 5$

$\bar{x} = 81$ $n_2 = 30$ $(S_2^2 = 16)S_2 = 4$

$\alpha = 0.05(95\%)$ نو $\alpha/_2 = 0.025$

او د Z په جدول کې لولو چه د $\alpha/_2 = 0.025$ لپاره Z=1.96

پس:

$$(\mathbf{85 - 81}) - \mathbf{1.96}\sqrt{\mathbf{25}/_{\mathbf{32}} + \mathbf{16}/_{\mathbf{30}}} < \mu_1 - \mu_2$$
$$< (85 - 81) + 1.96\sqrt{\mathbf{25}/_{\mathbf{30}} + \mathbf{16}/_{\mathbf{30}}}$$

$$1.753 < \mu_{\mathbf{1}} - \mu_{\mathbf{2}} < 6.247$$

که پورتنۍ د اوسطونو د تفاوت ساحه د پخواني مثال له نتیجې سره مقایسه کړو، وبه وینو چه دغه د تفاوت ساحه ښۍ خواته وړل شوې او تنګه شویده.

دریم حالت: د نمونې حجم (n) کوچنی او د دوو جمعیتونو وریانسونه (σ_1^2اوσ_2^2) نامعلوم دي.

پدې صورت کې به فرضوو چه د هغو دوو جمعیتونو مقسمي نورمال دي چه دغه دوه نمونې ځنې استخراج شوی وي او اوسطونه ئې په ترتیب سره μ_1 او μ_2 دي. سوال دادی چه ایا دغه دوه وریانسونه به سره مساوی وي او که نه؟ که د دغوجمعیتونو وریانسونه سره مساوی وبولو، نو کولای شو چه دغه د دوو نمونو وریانسونه سره ګډ کړو او مشترک قیمت ئې تخمین کړو.

د واریانس دغه قیمت د مشترک وریانس(Pooled variance) په نوم یادیږی او د لاندې رابطي په مرسته پيداکيږی:

$$S^2_{Pooled}=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

پدغه صورت کې یو بل اتفاقي متحول لاسته راځی چه (T) بلل کيږي او قیمت ئې له لاندې څخه په لاس راځی:

$$T=\frac{(\bar{X}-\bar{y})-(\mu_1-\mu_2)}{s_{Pooled}\sqrt{1/n_1+1/n_2}}$$

د T نوی اتفاقي متحول د t مقسمه (Standard t-distribution) لري چه د استقلالیت درجه ئې (n_1+n_2-2) وي. نو د $100(1-\propto)\%$ په باور به د اوسطینو تفاوت ساحه $(\mu_1-\mu_2)$ عبارت شی له:

$$(\bar{x}-\bar{y})-t_{\propto/2}.S_{pooled}\sqrt{1/n_1+1/n_2}<\mu_1-\mu_2$$
$$<(\bar{X}-\bar{y})+s_{Pooled}t_{\propto/2}\sqrt{1/n_1+1/n_2}$$

په دوهم صورت کې یعني که دغه دوه وریانسونه سره مساوي نه وي، نو موږ به بیا هم د T اتفاقي متحول لپاره د t د مقسمه ولرو خو د T قیمت به لاندې رابطي په شان وي:

$$T=\frac{(\bar{X}-\bar{y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1+S_2^2/n_2}}$$

او د استقلالیت درجه (V) به ئې د مخکنی په خلاف له لاندې رابطي څخه پيداکيږی.

$$V=\frac{(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2})^2}{\frac{(\frac{S_1}{n_1})^2}{(n_1-1)}+\frac{(\frac{S_2}{n_2})^2}{(n_2-1)}}$$

یادونه کيږي چه د v قیمت کښتنی تام عدد ته تقریب کيږي.

بالاخره د اوسطینو د تفاوت ساحه به د $100(1-\propto)\%$ په باور سره عبارت وي له:

$$(\bar{x}-\bar{y})-t_{\propto/2}\sqrt{S_1^2/n_1+S_2^2/n_2}<\mu_1-\mu_2<(\bar{X}-\bar{y})+t_{\propto/2}\sqrt{S_1^2/n_1+S_2^2/n_2}$$

د (t) قيمت به د ∝ د مختلفو قيمتونو (داعتماد د مختلفو درجو لپاره مثلاً 0.05 ، 0.01 او نور) او د استقلالیت د مختلفو درجو (n_1+n_2-2) لپاره په جدولونو کې ترتيب شوی وي. او د معينو راکړل شويو قيمتونو لپاره $t_{\propto/2}$ قيمت له جدولونو څخه لوستل او په پورته فارمولونو کې وضع کيږي، ترڅو د اوسطينو د تفاوت ساحه تعين شي.
مثال:مخکينی مثال يو ځل بيا را اخلو خو د کوچنی نمونې او د نمونو د معياري انحرافونو (S) لپاره ئې محاسبه کوو.

نمونه	اوسط نمره	د نمونه (n)	د نمونیمعیاری انحراف (S)
i	85	12	5
ii	81	10	4

د 95% اعتماد په سطحه د اوسطينو د تفاوت ساحه پيداکړی پداسی حال کې چه:
الف: مشترک وریانس ئې وکاروي.
ب: غير مشترک وريانس ئې وکاروئ.
حل :الف: د استقلالیت درجه 20 $df = n_1+n_2-2= 12+10-2=20$ او د t په جدول کې د t قيمت $df=20$ او $\propto= 0.025$ يعني: $1- \ {}^{\propto}/_{2} = 0.975$ لپاره $t= 2.086$ وي. همداراز له فارمول څخه پيداکوو چه:

$$S^2_{Pooled} = \frac{(12-1)5^2+(10-1)4^2}{12+10-2} = \frac{419}{20} = 20.95$$

$$S^2_{Pooled} = 20.95$$

$$S_{Pooled} = \sqrt{20.95} = 4.572$$

پس:

$$(85-81) - 2.086 \cdot 4.577 \sqrt{{}^{1}/_{12} + {}^{1}/_{10}} < \mu_1 - \mu_2$$

$$< (85-81) + 2.086 \cdot 20.95 \sqrt{{}^{1}/_{12} + {}^{1}/_{10}}$$

$$=4 - 9.5478 \cdot \sqrt{0.183} < \mu_1 - \mu_2 < 4 + 9.5478 \cdot \sqrt{0.183}$$

$$= 4 - 9.5478 \cdot 0.42817 < \mu_1 - \mu_2 < 4 + 9.5478 \cdot 0.42817$$

$$= 4 - 4.08815 < \mu_1 - \mu_2 < 4 + 4.08815$$

پس: $\mathbf{-0.088152} < \mu_1 - \mu_2 < \mathbf{8.088152}$

ب: د غير مشترک وريانس په صورت کې لرو چه:

$$V = \frac{\left(\frac{5^2}{12}+\frac{4^2}{10}\right)^2}{\frac{\left(\frac{5^2}{12}\right)^2}{12-1}+\frac{\left(\frac{4^2}{10}\right)^2}{10-1}} = 19.09 = 20$$

پس: v= 20

نو v= 20 يعنې د استقلاليت درجه (v) به 20 وي. پدې ترتيب د t په جدول کې د v= 20 او د ∝= 0.025 لپاره د t قيمت لولو چه عبارت دی له: $t_{0.025\,,19} = \mathbf{2.086}$

$$(85-81) - 2.086\sqrt{{5^2}/{12} + {4^2}/{10}} < \mu_1 - \mu_2$$

$$< (85-81) + 2.086\sqrt{{5^2}/{12} + {4^2}/{10}}$$

$$= 4 - 2.040 \cdot 1.9192 < \mu_1 - \mu_2 < 4 + 1.9192 \cdot 2.086$$
$$= \mathbf{0.0035} < \mu_1 - \mu_2 < 8.0035$$

د يادونې وړ ده چه کله د اوسطينو د تفاوت ساحه د باور په يوه سطحه تعينوو، نو بايد اول د دې اطمينان حاصل کړو چه نمونې په کافی اندازه لويې دي (يعنې آيا په کافی اندازه ډير شمير ارقام لرو) او $(n \geq 30)$ او يا هغه جمعيت چه نمونې ورڅخه را اخستل شوی دي آ يا نورمال مقسمه لری تر څو د اعتماد د ساحی د تعين لپاره ئې د نورمال مقسمې له مودل څخه کار واخستلای شی (يعنې د نويو متحولونو قيمتونه له جدولونو څخه ولوستلای شو).
له ښه مرغه د باور د ساحو د تعينولو پروسه چه پورته ذکر شوه په کافې اندازه انعطاف منونکې ده او له نورمال حالت څخه لږ انحراف ئې په نتايجو کومه خاصه اغيزه نلري.

څلورم حالت: نمونې له يوبل سره تړلې يعنې غير مستقل وي او له دوو جمعيتونو څخه را اخستل شوې وي.

په پورته درې واړو صورتونو کې مو داسی فرض کړی وه چه را اخستل شوې نمونې له يو بل سره تړلې نه وي او مستقلې وي نو د دغو صورتونو لپاره د نمونو د احصائيو له مخې د جمعيتونو د اوسطينو د تفاوت ساحه 100(1-∝)% په باور سره جوړی او تعينوو. پدې بحث کې به اوس د داسی جمعيتونو د اوسطونو د تفاوت ساحه مطالعه کړو چه ورڅخه را اخستل شوی نمونې په کوم شکل له يو بل سره تړلی او غيری مستقلی وي او ياهم جوړه ايز شکل لری.
دغه ډول نمونې کله کله د داسی پيښو لپاره ځيرل کيږي، چيری چه د يوه عامل اغيزه ور باندی

کتل هدف وي. مثلاً عين يو فرد يا شی دوه ځلي يعنې تر معالجې مخته او تر معالجې وروسته ازمويل کيږي. مثلاً د افرادو د وينې فشار تر يو ډول ثقيل تمرين مخکې او تر هغه وروسته اندازه کول، د يو فرد وزن تر يوه خاص پرهيز مخکې او وروسته اندازه کول او نور. پدغسې صورتونو کې د نمونې واحدونه جوړه ايز شکل لري. د جوړه ايز او غير مستقلو نمونو تحليلول فرق سره لري. د دوو غير مستقلو نمونو په صورت کې دغه نمونی د يوه جوړايز شکله نمونې شکل ته را وړل کيږي او بيا ئې د جوړه ايزو نمونو په شان يعنې د دوو نمونو د تفاوتونو په شان تحليل کيږي.

جوړه ايز او يا جوړه شوی نمونه (Paired sample) چه کله کله ئې غير مستقلې نمونې (Dependent Sample) هم بولي چه په طبعي يا قصدي ډول مشاهده شوي شيان سره جوړه کيږي. په جوړه ايزو نمونو کې اندازی د يوی نمونې هر معلومات (مشاهده اندازه) د بلی نمونې له يوه او يوازې يوه معلومات (مشاهدې) سره مقايسه يا جوړه کيږي.

مثال:- که د پنځو کسانو د وينې په فشار باندې د ثقيل تمرين اغيزې ګورو. د هر يوه د وينې فشار له تمرين څخه مخکی اندازه او ياد داشت کوو.

تر تمرين کولو وروسته بيا هم د هر يوه د وينې فشار اندازه او د هغه د مخکينی مقدار سره ئې مقايسه کوو. پدغسی صورت کې د هر يوه تن فشار دوه ځلی وکتل شو او په هر يوه نمونه کې (تر تمرين مخکی او تر هغه وروسته) د هر يوه تن د فشار د مقدار معادل مقدار په دواړو و قفو کې سره مقايسه کيږي. دغه نمونه ګيري د جوړه ايزې نمونې (Paired sample) يو مثال دي. همداراز فرض کړئ چه د کانکور د امادګي د يوه کورس اغيزه د هغه کورس د شاميلينو د امتحان په نتايجو کې مطالعه کوو. له هر يوه شاګرد څخه تر کورس مخکې او بيا تر کورس وروسته امتحان اخستل کيږي او د هر يوه نمرې په جوړه ايز ډول (مخکې او وروسته له کورس څخه) سره مقايسه کيږي. بر عکس که د کانکور د امادګی د کورس اغيزی د شاګرادانو په دوو مختلفو ګروپونو باندې مطالعه کوو، داسی چه يو ګروپ په دغه کورس کې برخه اخلی او بل ګروپ بيا کوم بل کورس تعقيبوی. نو د دغو دوو ګروپونو د قبلی او بعدی امتحان نمرې له يوبل سره اړه نلري او د يوه ګروپ مشاهده په دوهم ګروپ کې معادل مقدار نلري او پدې تر تيب غيری مستقل دي.

جوړه ايزه نمونه ګيري تر غيرمستقلي نمونه ګيري دا ښيګڼه لري چه په لومړی صورت کې نور عوامل او اغيزه لرونکی پيښې کنترول شوی وي، يا په بله ژبه په دواړو وقفو کې د يوه فرد نور مشخصات عين شی وي او پدې ترتيب يوازې او يوازې د يوه عامل اغيزه ښه او په زيات اطمنان سره مطالعه کولای شو. پدغسی يو صورت کې هم به بشپړه توګه د نورو اغيزمنو عواملو کنترول کول ممکن نه وي. مثلاً کيدای شي د يوه فرد صحت تغير وکړی يا کيدای شی بل څه پيښ شی.

غیرمستقل نمونه (Independent sample) بیا داګته لرلای شی چه کیدای شي همزمان یو د کنترول ګروپ ولري. مثلاً د کانکور د امادګی د کورس په مثال کې: یو ګروپ مطلوب کورس تعقیب کړی او بل ئي هیڅ ډول کورس تعقیب نکړی او دریم ګروپ بیا کوم بل کورس ولولی. د دری واړو د قبلی او بعدی امتحان نتایج د غیر مستقل کنترول شوی طرحی له مخي تر سره کیدای شي.

د جوړه ایزو نمونو د اوسطونو د تفاوت د ساحي د تعین لپاره فرض کړی چی د دوو اتفاقي نمونو څخه دوه جوړه شوی مشاهدي X_i او $Y_i(i=1,2,\ldots n)$ لرو.

فرضوو چه هغه جمعیت چه x ونه ورپوری تړلی دي اوسط ئي μ_1 او وریانس ئي σ_1^2 دي، یعنی $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ او د y مربوط جمعیت $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ دي. د محاسبو لپاره د جوړو تفاوتونه پیداکوو، یعني $d_i = X_i - Y_i$ نو وبه لرو چه: $\mu_d = E(D) = E(X-Y) = \mu_1-\mu_2$ (د تفاوتونو د ټول جمعیت اوسط)

$$\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} di}{n}$$ (د نمونې د تفاوتونو اوسط)

$$S_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(di-\bar{x}d)^2}{n-1}$$ (په نمونې کې د جوړو د تفاوتونو انحراف)

د دی معنی داده چه : د (T) اتفاقي متحول چه لاندینی رابطه ئي راکوي، به د (n-1) درجی په استقلالیت د (t) مقسمه ولری، یعنی:

$$T = \frac{\bar{X}_d-(\mu_1-\mu_2)}{S_d/\sqrt{n}}.$$

نو په $100(1-\alpha)\%$ اعتماد سره به د اوسطونو د تفاوت ساحه یعنې: $(\mu_d=\mu_1-\mu_2)$ عبارت وي له:

$$\bar{x}_d - t_{\alpha/2} \cdot {}^{s_d}/_{\sqrt{n}} < \mu_d < \bar{x}_d + t_{\alpha/2} \cdot {}^{s_d}/_{\sqrt{n}}$$

مثال: یو طبي څیړونکی غواړي پیداکړی چه د اوربشو ډوډی په وینه کې د کلوسترول مقدار راکموی او که نه. د دې لپاره ئې 14 تنه په اتفاقي توګه ټاکلی او د دوو هفتو لپاره یی پرهیزانه خوراک ورته توصیه کړی. داسی چه هر یو به د دوو هفتو لپاره یوازې د اوربشو ډوډی خوری. تر هغه وروسته به بیا د دوو هفتو لپاره یوازې د جوارو ډوډی خوری. څیړونکی بیا تر لومړی او دوهم ځل دوه هفته ای وقفو وروسته د هر یوه په وینه کې د کلوسترول مقدار اندازه کړی او دلاندی جدول په شان نتایج ئې پیداکړی دي. په 95% باورسره غواړو پیداکړو چه د کلوسترول د اوسط حدود به کوم وي؟

تشخیصیه نمبر	د جوارو د ډوډی نتیجه	د اوربشو ډوډی نتیجه	تفاوت
1	4.61	3.84	0.77
2	6.42	5.57	0.85
3	5.4	5.85	-0.45
4	4.54	4.8	-0.26
5	3.98	3.68	0.3
6	3.82	2.96	0.86
7	5.01	4.41	0.6
8	4.34	3.72	0.62
9	3.8	3.49	0.31
10	4.56	3.84	0.72
11	5.35	5.26	0.09
12	3.89	3.73	0.16
13	2.25	1.84	0.41
14	4.24	4.14	0.1
Average		$\bar{X}_d$ =	0.363
Std		S_d =	0.406

حل: لروچه:

$$\propto = \mathbf{0.05} \quad n_d = 14 \qquad s_d = 0.406 \qquad \bar{x}_d = 0.363$$

$$t_{n-1,\ 1-\propto/2} = t_{13.0.975}$$

د t په جدول کې لولو چه : $t_{13.0.975} = 2.16$

دلته $t_{n-1,\ 1-\propto/2}$ د t د مقسمې $(1-\propto/2)$سلنه د $n-1$ استقلالیت په درجه را ښیی.

بالاخره پورتني مقادير په مخکينی فارمول کې وضع کوو او پيداکوو چه:

$\sqrt{n} = \sqrt{14} = 3.742$

$0.363 - 2.16 \cdot {}^{0.406}/_{3.742} < \mu_d < 0.363 + 2.16 \cdot {}^{0.406}/_{3.742}$

$0.129 < \mu_d < 0.597$

يعني: موږ په 95% باور سره ويلای شو چه د اوسطينو حقيقي تفاوت به د 0.597 او 0.129 ترمنځ وي.

د دوو وريانسونو ترمنځ د تفاوت د ساحې تخمينول

فرض کړئ چه د دوو نمونو اوسطونه سره مساوي وي، اما له هغو څخه د يوه وريانس لوی وي نسبت د دوهمی نموني وريانس ته. د دي معنی داده چه لومړی نمونه ډيره متشتته ده.

مثلاً د يوه مکتب د دولسم ټولګی د الف او ب د صنفونو د شاګردانو د رياضي د نمرو اوسط سره يوشان (70) دي اما الف د صنف وريانس (معياري انحراف) لوی دي نسبت د ب صنف ته.

پدغسی صورتونو کې د مقايسی طريقه به ئې د دوی وريانس ته په کتو سره تر سره کيږي.

دوه اتفاقي مستقل متحوله فرض کړی چه په دوه نورمالو مقسمو پورې اړه لری او نمونې ئې X_i ، $i= 1,2,\ldots n_1$ او y_i، $i= 1,2,3,\ldots n_2$ وي او فرض کوو چه دواړه په دوو نورمال مقسمو پورې اړه لری چه اوسطونه ئې μ_1 او μ_2 او وريانسونه ئې σ_1^2 او σ_2^2 دي، نو لرو چه:

$$X_1 = N(\mu_1 , \sigma_1^2)$$

او

$$Y_1 = N(\mu_2 , \sigma_2^2)$$

معلومه ده چه په لاندې فارمولونو کې دوه تعريف شوي متحولونه به مستقل وي او هر يو به د کبنی مربع (χ^2) مقسمه ولری چه د استقلاليت درجی به ئې $r_1= (n_1-1)$ او $r_2= (n_2-1)$.

پدغسی صورت کې به لاندې ډول د F يو تعريف شوی متحول د (F) مقسمه ولري چه د استقلاليت دوه درجی به ئې r_1 او r_2 وي. يعني:

$$F = \frac{V/r_1}{V/r_2}$$

يا

$$\frac{1}{F} = \frac{V/_{r_2}}{V/_{r_1}}$$

پدې تر تيب سره د F د امتحان (Fisher test) مفکوره راپيداشوې وه. F قيمتو د ∝ د باور په سطحه باندې د استقلاليت په r_1 او r_2 درجو سره له تيار شويو جدولو څخه لولو او پدې ترتيب د دوو نمونو د وريانسونو نسبت په لاندې توګه تعينوو.

$P\{F_{(1-}{}^{\alpha}/_2, r2 - r1) < F < F({}^{\alpha}/_2, r2 - r1)\} = 1\text{-}\alpha$

يا:

$$F\left(I - {}^{\propto}/_2, {}^{r_2, r_1}\right) \leq \frac{б_1^2 \cdot S_2^2}{б_2^2 \cdot S_1^2} \leq \left({}^{\propto}/_2, {}^{r_2, r_1}\right)$$

له دغه ځايه څخه لرو چه:

$$\frac{1}{F(1 - {}^{\propto}/_2, r_2, r_1)} \frac{S_1^2}{S_2^2} \leq \frac{б_1^2}{б_2^2} \leq F(1 - {}^{\propto}/_2, r_2, r_1)$$

پدې ترتيب سره کولای شو چه د (F) د جدول څخه په ګټی اخستنی سره د دوو وريانسونو د نسبت لپاره د ∝ د باور په سطحه حدود تخمين کړای شو.

مثال:- په يوه تجربوي مکتب کې د لسم صنف د رياضي نوی او زاړه درسی کتابونه د شا ګردانو د کلنی امتحان د نمرو د وريانس له مخې مقايسه کيږي. هدف دادي چه پيداکړوچه ايا د رياضي زاړه درسي کتاب او که نوی درسی کتابونه د شاګردانو يو شان نتايج رامنځته کوی. يوه صنف ته د زړو درسی کتابونو او بل صنف ته د نو يو درسی کتابونو له مخې تدريس شويدی. په يوه صنف کې (121) او په بل صنف کې (61) شاګردان دي. په دغه نمونه کې د يوه صنف د نمرو د وريانس$S_1^2 = 100$ او د بل صنف $S_2^2 = 144$ ترلاسه شويدی . غواړو چه د جمعيت د وريانسونو د نسبت $\frac{б_2^2}{б_1^2}$ حدود ئي د اعتماد په 95% وټيرو.

حل: $S_1^2 = 100$، $S_2^2 = 144$، r_1=120 ، r_2=60، ∝=0.05(5%)

د F په جدول کې د ∝= 0.05 (يعني 0.975 =∝-1 اوr_1= 120 او r_2= 60 لپاره د F قيمت لولو او پيداکوو چه:

F(0.975, 60,120) = 1.5299 او F(0.025, 120,60) = 1.5810

نو پورتنی غير مساوات به ولرو چه:

$$0.941 < \frac{б_2^2}{б_1^2} < 2.277$$

د فرضيو ازميلو ټستونه

د نمونو د احصايو او د جمعيت د پارامیترونو د حدودو تخمینول په پورته بحث کې په تفصيل سره بيان شول. لاندې يو څو نقطې د فرضيو د ازميلو د ټيسټونو په هکله چې پورته بيان شول په خلص ډول وړاندې کيږي.

د z او t ټستونه

د z اوt ټستونه تقريبا سره يوشان دي. دواړه دغه ټستونه له دوو نمونو څخه تر لاسه شوې اوسطونه سره مقايسه کوی او دا راته ښيی چه آيا دواړه دغه نمونې په عين يوه جمعيت پورې اړه لرى او که نه.خو بيا هم دt د ټست څخه د متنوعو موضوعاتو لپاره ګټه اخستل کيږي .که يوه نمونه و لرو او وغواړو چه له دغی نمونې څخه تر لاسه شوی اوسط له يوه معلوم اوسط سره (مثلاً ملی اوسط سره)مقايسه کوو، نود يوی واحدی نمونې د t له ټسټ څخه کار اخلو.

که چيرې دواړه نمونې مستقلې نه وي او يوعا مل مشترک سره ولري (مثلاً جغرافيوي موقعيت اويا مخکی او وروسته له معالجی څخه) نو دجوړه ايز نمونې t ټسټ څخه کاراخلو.

همداراز د دوو نمونو د t ټسټ په صورت کې هم دوه ډوله تنوع پکی وي: لومړی يې هغه نمونې کاروی چه وريانسونه يې سره مساوی نه وي اودوهم يې د هغو نمونو لپاره پکاريږی چه وريانسونه يې سره مساوی وي.

نتايج او تعبيرونه ئې.

د استقلاليت د رجی (df) :

- د z ټسټ لپاره ضرورنه دی ځکه چه د $\propto=5\%$ او $\propto=1\%$ لپاره د $z=1.97$ او $Z=2.58$ څخه کار اخستل کيږي.
- د مساوي او غيرمساوي وريانسونو دواړو په صورت کې د t ټسټ لپاره د استقلاليت درجه $df=(n_1+n_2)-2$ وي.
- د جوړه ايز t ټسټ لپاره به د استقلاليت درجه عبارت وی له: $df=$دجوړوشمير -1

د تجربو هغه ډول معلومات (ارقام) چه z ټسټ ورته پکاريدای شی:

- معلومات (ارقام) له يو بل څخه بايد مستقل وي.
- د z ټسټ هغه وخت مرجح وي چه $n>30$ وي
- مقسمې بايد نورمال وي.خصوصاً که n کوچنی وي خوکه $n>30$ وي ، نوبيا پروانلری.

- د نمونو وریانسونه باید سره یوشان وي (چې د f ټسټ یې مساویتوب یا نه مساویتوب را ښوولای شی).
- ټول عناصرباید اتفاقاً تعین شوی وي باید مساوی چانس ولری.
- د نمونو حجم باید د امکان تر حده سره یوشان وي- خو که لږ فرق و لری، پروا نلري.

د تجربو هغه ډول معلومات (ارقام) چه t ټسټ ورته پکاریدای شی:

- معلومات (ارقام) له یو بل څخه باید مستقل وي. خو د جوړه ایزې نمونې په صورت کې لازمه نده او پدغه صورت کې بیا د جوړه ایزو نمونو د **t ټسټ** څخه کار اخیستل کیږي.
- کله چې $n<30$ نو د t ټسټ باید وکاروو.
- د مساوي اوهم غیرمساوي وریانسونو په صورت کې مقسمې باید نورمال وي.
- وریانسونه باید سره یوشان وي (f ټسټ). خو که وریانسونه سره مساوي نه وو، نو بیا د نامساوی وریانسونو د t ټسټ کارول کیږي.
- ټول عناصرباید اتفاقاً تعین شوی وي او د جمیعت هر مشمول باید مساوي چانس ولري.
- د نمونو حجم باید دامکان تر حده سره یوشان وي خو که لږ فرق ولری، پروا نلري.

د t ټسټ په کارولو طریقه:

۱. باید منتفیه فرضیه جوړه کړو. منتفیه فرضیه په واقعیت کی هغه توقع وی چې د هغی د ازمویلو لپاره دموجوده تجربه طرح کړی ده. فرضاً موږ په یوه څیرنه کی د دو مختلفوسیمو (غرنی او هواری سیمی) د چنار د ونو لوړوالی (قدونه) مطالعه کوو. په دغه صورت کی به یوه مناسبه منتفیه فرضیه داسی وی چی،مثلا: « دد دغو دوو سیمو د چنارد ونو د لوړوالی تر منځ د کتنی وړ تفاوت نشته ». د t تست به دا وښیی چی آیا له مشاهدو څخه تر لاسه شوی ارقام د دغی فرضیی سره موافق دی او یا دا چی د دغی فرضیی سره د ملاحظی وړ تفاوت لری. منتفیه فرضیه محض د «تفاوت د نشتوالی یا د مساوی توب » په اړه وی اما د تفاوتونو د حد او اندازی په اړه څه نه را ته وایی.

۲. د لومړی او دوهمی نمونیا رقام لست کوو.

۳. د لومړی مشاهد ی شمیر یعنی n_1 او د دوهمی یعنی n_2 لیکو.

۴. د لومړی او دو همی نمونی اوسطونه محاسبه کوو، یعنی: $\bar{X}_1$ او $\bar{X}_2$ پیدا کوو.

۵. د نمونو وریانسونه ($\boldsymbol{S_1^2}$ او $\boldsymbol{S_2^2}$) محاسبه کوو. په واقیعیت کی موږ S^2 د σ^2 د تخمین په حیث کاروو.

۶. د تفاوتونو اوسط اود د غو اوسطونو د تفاوتونو وریانس، یعنی S_d^2 محاسبه کوو، یعنی:

$$\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}= S_d^2$$

۷. معیاری انحراف یعنی د S_d^2 مربع جذر پیدا کوو، یعنی: $\sqrt{S_d^2} = S_d$

۸. بیا د t قیمت له لاندی فارمول څخه تر لاسه کوو:

$$\boldsymbol{t} = \frac{(\bar{X}1- \bar{X}2)-(\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\boldsymbol{S_1^2}/\boldsymbol{n_1} + \boldsymbol{S_2^2}/\boldsymbol{n_2}}}$$

دا چی منتفیه فرضیه مو دا وه چی $\mu_1 = \mu_2$ ، نو په پورته فارمول کی به

$0 = (\mu_1 - \mu_2)$ چی بالاخره به پورته فارمول لاندی شکل غوره کړی:

$$\boldsymbol{t} = \frac{(\bar{X}1- \bar{X}2)}{\sqrt{S_d^2}}$$

د یادونی وړ ده چی د $\bar{X}_1$ او $\bar{X}_2$ له جملی څخه چی هر یو وړوکی قیمت ولری له هغه بل لوی څخه به یی منفی کوو تر څو پدی ترتیب د فارمول په صورت هر وخت یو مثبت عدد ولرو .

۹. د تی (t) په جدول کی د اهمیت په یوه معلومه سطحه ، چی معمولآ $p = 0,05$ ، او د ($n_1 + n_2 - 2$) د استقلالیت د درجی په برابرد t قیمت لولو.

۱۰. که چیری له پورتنی فارمول څخه د t تر لاسه شوی قیمت له جدول څخه د هغه د لوستل شوی قیمت څخه لوی وی نو وایو چی :ذکر شوی اوسطونه د اهمیت په راکړل شوی سطحه ، یعنی ($p = 0,05$) له یو بل څخه د ملاحظی وړ تفاوت سره لری .

۱۱. د اهمیت په $p = 0,05$ سطح د ملاحظی وړ تفاوت دا معنی لری چی که زموږ منتفیه فرضیه درسته وی، یعنی اوسطونه فرق نه سره ولری، نو موږ باید له ۵ فیصده څخه په کمو مواقعو کی د t دغه اعظمی قیمت تر لاسه کړو. نو باید د اعتماد په یوه سطح باوری کیدای شو چی دغه نمونی له یو بل سره فرق لری . آما بیا هم تقریبآ ۵ ٪ چانس لری چی زموږ دغه نتیجی غلطی وی ، یعنی اوسطونه سره یو شان وی یافرق نه سره ولری.

که چیرې د باور لوړه سطح و ټاکو، مثلاً $p = 0{,}01$ نو که زموږ د t له فارمول څخه محاسبه شوی قیمت اود $p = 0{,}01$ لپاره په جدول کی له لوستل شوی قیمت څخه لوی وی، نو معنی یی دا ده چی ۹۹ فیصده چانس لری چی اوسطونه له یوبل څخه د ملاحظې وړ فرق ولری.

د کښنی (کی) مربع (χ^2) او لنبدا (λ) ټستونه

د کښنی مربع ټست (χ^2) له تجربو څخه د ترلاسه شویو ارقامو د توضیح او تعبیر لپاره کارول کیږي. د کښنی مربع (χ 2) ټسټ (Chi-square test) موږ ته دا راښی چه دا تخمین کړوچه د دوو متحولینو تر منځ کومه رابطه شته اوکه نه. همدا راز دغه ټست د دوو متحولینو د اړیکو په هکله دا را ته ویلای شی چې دغه اړیکی د احصایې له مخې څومره مهم دی

(Statistical significance) . یا په بل عبارت د غه ټست د دوو متحولینو تر منځ د اړیکو د وجود او هم د اهمیت درجه را ته ښیی.

د χ^2 ټسټ د دوه محتوله احصایو د اړیکولپاره د احتمال جدولو (Contingenc tables) په صورت کې کاراخستل کیږي، ترڅو د هغوتر منځ د اړیکو د وجود او دهغو اړیکو د احصایوي اهمیت سطحه ارزیابی کړو. (د متقاطع جدولو مثالونه لاندې وګوری).

که د احتمال په یوه جدول کې د دوو متحولینو ترمنځ رابطه نه وي، نو دحجرو په ټول امتداد کې به ټول قمیتونه متشتت وي. مثلاً که په لاندې جدول کې د شاګرد جنسیت (هلکان او جنکی) چې په ستونونو کې ښودل شویدی، مستقل متحول وبلل شي او شخصي مکتب ته ور تګ یې تابع متحول وبلل شی (چې په لیکو کې ښوودل شوی دی)، نو له دغه ډول جدول څخه به نتیجه ګیری کیږي چې د شاګرد جنسیت په شخصی مکاتبو کې په شمولیت اغیزه لری یا یې نه لری.

- که چیرې کومه رابطه نه وي موجوده نو د جدول په مربوطه حجره کې به ټول قیمتونه متشتت وي.
- بر عکس که د دغو دوو متحولینو تر منځ یوه رابطه موجوده وي، نو په حجره کې به یوه نښه (علامه) ولیدل شی. (د ګډ وریانس یا همغږی بدلون په مثالو کی یی وروسته بیا وګوری)

که چیرې زموږ د χ^2 ټسټ قیمت چې له نمونې څخه مو تر لاسه کړ د هغه له مربوطه جدول څخه د ترلاسه شوي بحراني قیمت څخه **لوی** اویا ورسره مساوی وي، نو منتفیه فرضیه ردوو، یعنې یوه رابطه شته. بر عکس که زموږ د χ^2 قیمت چه د ټسټ څخه مو ترلاسه کړ، د هغه

له بحراني قيمت څخه، کوم چه په جدول کې مولوستی وي، **کوچنی** وي، نو منتفيه فرضيه منو،يعني وايو چې کومه رابطه نشته.

د χ^2 ټسټ مور. ته د رابطې شتون راښيي، اما دا چه د دغو دوو متحولينو تر منځ د رابطې قوت يا شدت څومره دی، بيا د λ (لنبدا) د ټسټ په مرسته تعينولای شو. د λ (لنبدا) ټسټ داهم راښی چه رابطه څومره قوی ده او هم داچه د رابطې اهميت څومره دی، يعني د احصايي له مخې دغه رابطه څومره مهمه ده.

جدول: د کابل ښار په شخصي مکاتبو کې هلکانو او جنکيانود شموليت دلايل

په شخصی مکتب کې د شموليت ترجيحات	په شخصی مکاتبو کې هلکانو او نجونو د شموليت وجه				
	هلکان		نجونی		دواړه
	شمير	فيصد	شمير	فيصد	فيصد
فاصله نژدی ده	۳	۷	۶	۱۳	10%
د تدريس کيفيت يې ښه ده	۱۵	۳۶	۱۶	۳۳	34%
تعليمي ماحول يې ښه ده	۸	۱۹	۲۵	۵۲	37%
اعتبار يې زيات دی	۱۶	۳۸	۱	۲	19%
ټول	۴۲		۴۸		100%

په پورتني جدول کې د ستونو فيصدی حساب شوی دا ځکه چې د جنسيت تاثر په شخصي مکتب کې په شموليت باندې ګورو. وينو چې پدې نمونه کې جنکيانو ته د شخصی مکاتبو د تعليمي ماحول ښه والی (۵۲ ٪) نسبت هلکانو ته (۱۹ ٪) مرجح بلل کيږي. دا چې د دغو دو متحولينو يعني جنسيت او د شخصی مکتبو کيفيتونه کومه رابطه لری او که نه، د χ^2 ټسټ له لاری او د χ^2 د قيمت د محاسبې له لاری يې مطالعه کوو. که د χ^2 قيمت د هغه له بحرانی قيمت څخه **لوی** وي نو وايو چې رابطه شته او که **کوچنی** وو نو وايو چې کومه رابطه نشته.

د لنبدا λ ټسټ د دو تسميوي (اويا يوه تسميوي او يوه ترتيبي) متحولينو د رابطې قوت راښيي.

۱. دلنبدا(λ) يو قيمت چې له تجربوي ارقامو څخه لاسته راغلی وي ، دا اندازه کوی چه: که موږ د مستقل متحول قيمتونه ولرو نو څومره په ښه توګه کولای شو چې د تابع متحول معادلی نقطې پيداکړای شو.

۲. موږکولای شو چه د λ لپاره ترلاسه شوی قيمت په فيصد واړو او ادعاوکړو چه که چيرې د مستقل متحول قيمتونه ولرو نوپه دومره فيصد سره به د تابع متحول قيمت تخمين کړای شو.

۳. د λ قيمت د يوه او صفر ترمنځ وي.

په خلص ډول وايو چه د λ قيمت په استناد د مستقل متحول له مخې د تابع متحول په هکله وړاندوينه کولای شو.که د مستقل متحول قيمت ولرو نو د λ قيمت په (۱۰۰) کې ضربوو او د وړاندوينې اندازه را کوی.

په لنډ ډول وايو چې د λ قيمت د دو متحولونو ترمنځ د رابطې قوت او شدت راښيي، يعنې:

که : λ=0.0000-0.1 نو: د متحولونو ترمنځ کومه رابطه نشته.

که : λ=0.10-0.20 نو: د متحولونو ترمنځ يوه کمزورې رابطه شته.

که: λ=0.10-0.20 نو: د متحولونو ترمنځ يوه مناسبه رابطه ښيي.

که: λ =0.20-0.30 نو: د متحولونو ترمنځ په کافي اندازه قوی رابطه وي.

که: $\lambda \geq 0.40$ نو: د متحولونو ترمنځ يوه قوي رابطه موجوده وي.

شپږم فصل

فرضيې ازمويل

شپږم فصل: فرضيې ازمويل

په احصائيه کې د فرضيو امتحانول (Hypothesis Testing)

د کمی څېړنې د اجراکولو يو هدف هم د يوی فرضيې ځوابول وي. د فرضيې امتحانول مختلف اړخونه لري. که زموږ د پوهنتون د محصلينو د تليفون د مصارفو د څېړنې مخکينی مثال راواخلو نو د څېړنې هدف مو کيدای شي په لاندې توګه وي.

1. هغه محصلان چه په ليليه کې اوسي تر نهاري محصلانو په اوسط ډول د تليفون زيات مصارف لری؛ يا:
2. د ليليه او نهاری محصلانو تر منځ د تليفون د مصارفو توپير وي؛ يا :
3. ليليه او نهاری محصلان د تليفون يوشان مصارف لری.

دغه فرضيې لکه چه په عباراتو کې معلوميږی مختلفی معناوې لري.

د دې لپاره چه مسئله ښه توضيح شي يو خيالي مثال ګورو او د فرضيو ازمويل پکې تطبيقوو.

مثال : د ساينس د پوهنځي دوه استادان عابد او صالح د لومړي ټولګي دوو جلا صنفونو ته درياضي تدريس کوي.

عابد يوازې لکچر ورکوي او فکر کوي چه د لکچر په اورويدو سره محصلان نوره زده کړه په خپله ښه کولای شي. صالح بيا باورلري چه تر لکچر وروسته تطبيقات د محصلانو سره د رياضي په زده کړه کې ډير ګټوروی. فرض کړی چه په هر صنف کې 50 تنه محصلان دی. استاد عابد يوازې لکچر کافی بولی او فکر کوی چه که محصلان د رياضي مسايل په خپله او خپل شوق حل کړی ډيره ګټه ورته لری. صالح بيا باور لری چه له لکچر سره د تطبيقاتو سمنارونه د تدريس مهم جزدی. فرض کړی چه صالح د لومړی ځل لپاره د لکچر سره محصلانو ته سمنار(تطبيقات) هم تياروی او واضح ده چه دغه سمنارونه د دواړو، محصلانو او هم استاد صالح، ډير وخت نيسی او انرژی وربانديې لګوی. صالح غواړي چه ځان مطمئين کړي چه دی په سيمنارونو خپل وخت بيځايه نه ضايع کوي او سمنارونه د محصلانو زده کړه ښه کوي.

د فرضيی په ازمويلو کې لاندې قدمونه مهم دی:

1. د څېړنې لپاره وضع شوې فرضيه تعريفول او د مطالعه کولو (څېړنو) لپاره يې پارامترونه يا مقياس وضع کول، يعنې څنګه ئې اندازه کړو.
2. اصل فرضيه او منتفيه او متبادله فرضيه تعينول.

3. دا باید واضح شي چه د څېړنې موضوع به څنګه (په کومو لارو) څېړو او څنګه به ئې اندازه کوو او کوم متحویلونه باید وټاکل شی.
4. د اعتبار سطح (Significance Level) ټاکل.
5. یو طرفه او یا دوه طرفه پیشګو یي کول (One or Two Tailed).
6. دا ټاکل چه تر یوی څېړنې لاندې مقسمه نورمال ده او که نه؟ داچه کوم ډول احصایوي ټیسټ په کار یو سو پدې پورې اړه لری چه مقسمه ئې څنګه ده؟
7. لازم او مناسب احصایوي ټیسټ تعیین او په کار ئې اچول.
8. د ټیسټ نتائج تحلیل او تعبیروول .
9. اصل فرضیه «ردول» او یا « قبلول».

پورتنی لاربنوونی د کمیی څېړنو په اکثرو لاربنود کتابونو کې تقریباً سره ورته وي.

مخکینی د صالح او عابد د (یوازې لکچر) او (دلکچراو تطبیقاتو) دتدریس مثال د څېړنې لپاره په نظر کې نیسو.

د دې څېړنې هدف د محصلانو په دوو 50 کسیزو ګروپونو باندې د تدریس د دوو مختلفو طریقو د اغیزو امتحانول دي. یوه طریقه « یوازې لکچر» او بله «لکچر له تطبیقاتو سره یوځای». که زموږ علاقه د اوي چه دغه د تدریس طریقي په عمومي توګه د محصلانو په زده کړه کومی اغیزی لری، نو د نمونه ګیري له اصولو سره سم باید دغه دوه 50 کسیزه ګروپونه تعیین شوی وای.

زموږ په پورتني مثال کې عابد د تطبیقاتو په موثریت شک لري، پداسې حال کې چه صالح بیا پدې عقیده دی چه له لکچر سره تطبیقات له محصلانو سره مرسته کوی چه ښه زده کړه وکړی. د دغو عباراتو په نظر کې نیولو سره د څېړنې لپاره لاندې فرضیه جوړولای شو:

دڅېړنې فرضیه (Research Hypothesis): کله چه محصلان د لکچر تر څنګ د تطبیقاتو سمنارونه هم ولري نو د دوی زده کړه زیاتیږی.

معمولاً داښه وي چه د څېړنې د فرضیی تر څنګ منتفیه او متبادلی فرضی هم ولرو.

منتفیه فرضیه (Null hypothesis): د تطبیقاتو اضافی سمنارونه اخستل د محصلانو په زده کړه اغیزه نلري.

متبادله فرضیه (Alterative Hypothesis) : د تطبیقاتو سمنارونه اخستل د محصلانو په زده کړه مثبته اغیزه لری.

منتفیه فرضیه دا وړاندوینه کوی چه هغه مقسمې چه موږ ئې څېړو سره یوشان دي یعني یو ډول مقسمه ده. د فرضیی ازمویل دامعنی لری چه موږ دهغی دوه مقسمې ګورو چه سره یوشان دي او که سره یوشان وي، نو معنی ئې دا کیږي چه د تطبیقاتو ورزیاتول د لکچرونو

ترڅنګ د محصلانو په زده کړه کوم تاثیر نلري او پدې ترتیب به منتفیه فرضیه منو (قبلوو). برعکس که د مقسمو تر منځ تفاوت موجود وي او دغه تفاوت د احصایې له مخې د اعتبار وړ وي، نو موږ به منتفیه فرضیه ردوو. پدې صورت کې، یعنې د منتفیه فرضی د ردولو په صورت کې، دا سوال پیداکیږی چه: آیا موږ متبادله فرضیه قبوله کړه؟

مخکې لدې چه دغه سوال ته ځواب ورکړو، یوشمیر نور مربوط مفاهیم هم باید وپیژنو.

عملیاتي تعریفونه (Operational definition)

لکه چه مخکې مو یادونه کړې وه، مفاهیم (Concept) یو مجرد تصور وي او د ځیرنو لپاره مفاهیم باید عملیاتی تعریف ولری. مثلاً په پورته مثال کې: زده کړه د زده کړی لاسته راوړنی، زده کړه زیاتیدل، ښه کیدل، په زده کړه تاثیر لرل یا نه لرل او نور څه معنی لری او څنګه ئې اندازه کوو؟.

په پورتني مثال کې موږ مجبور یو چه دا وټاکو چه زده کړه به په څه شی او څنګه اندازه کوو. مهمه خبره داهم ده چه که موږ یو مفهوم اندازه کوو نو دغه د اندازه کولو وسیله باید د اعتبار وړ وي. یعني که بل څوک وغواړی چه دغه وسیله وکاروي هم باید عین نتیجه تر لاسه کړی. زموږ د پورتنی مثال په صورت کې «زده کړه» یو مفهوم دی او کیدای شي صنفی فعالیت، د کورنی وظیفی اجرآ، او یا هم امتحان یوه وسیله وي چې زده کړه وربانديٍ اندازه کړو. د صالح هدف دا دی چه محصلان ئې لوړی نمرې یو سی (یعنې زده کړه ئې زیاته شی یا ښه شی)، نو د 20% امتحان نمرې کیدای شي د محصلانو د زده کړی د اندازه کولو لپاره یو ښه متقارب شاخص وي.

متحولین (Variables): لکه چه مخکی مو وویل متحول کیدای شي مستقل او یا هم تابع وي. زموږ د مثال په صورت کې به :

تابع متحول (Dependent variable): د محصلانو د شل فیصده امتحان نمرې دی.

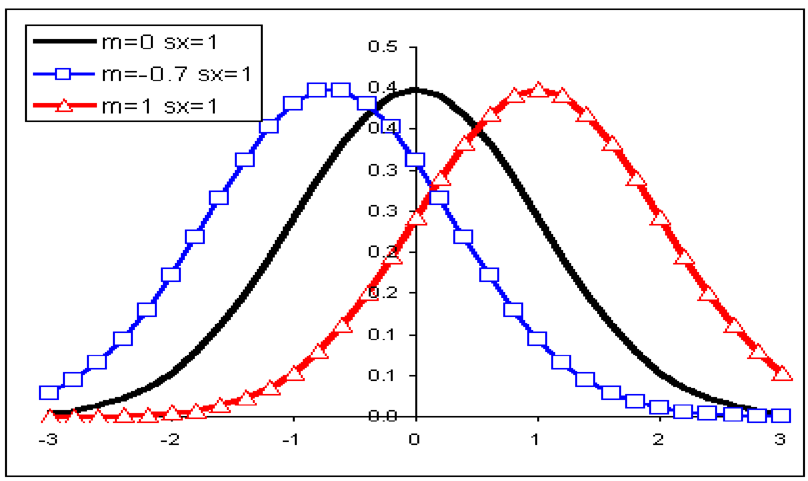
مستقل متحول (Independent variable): د تدریس طریقې (یوازې لکچر او لکچر او تطبیقات).

یو طرفه او **دوه طرفه وړاندوینه (One tile او Two tile prediction):** که چیرې دغه دوه مقسمې (یوازې لکچر او لکچر جمع تطبیقات) سره یوشان وي، نو معنی به ئې داوي چه په لکچر د تطبیقاتو ورزیاتول د درسی میتود په حیث د محصلانو په زده کړه کې کوم زیاتوالی نه راولی او کوم تاثیر نه وربانديٍ لری، پدې ترتیب به موږ منتفیه فرضیه قبلوو. خو که د دغو مقسمو تر منځ د اعتباروړ تفاوت ولیدل شی نو بیا به څه کوو؟ آیا متبادله فرضیه به منو؟ متبادله فرضیه داسی وه چه: د تطبیقاتو سمنارونه د محصلانو به زده کړه مثبته اغیزه

لرى. متبادله فرضيه دوه شيان بيانوى: يو داچه موږ په تابع يا غير مستقل متحول باندې د مستقل متحول د اغيزې وړاندوينه کوو. دوهم داچه د دغې اغيزې جهت به څنګه وي؟ يعني لومړى داچه اغيزه لرى که نه؟ او دوهم داچه څه ډول اغيزه لرى (مثبته که منفى؟)

دغه نقطې په پورتني مثال کې په لاندې توګه توضيح کيږي.

صالح وړاندوينه کوي چه د تدريس هغه طريقه (مستقل متحول) چيرې چې په لکچر(يوازې لکچر مقسمه) برسيره تطبيقات هم پکې وي (د لکچر او تطبيقاتو مقسمه) يو مثبت تاثير لرى (زده کړه زياتوى) او د محصلانو زده کړه (تابع متحول= د امتحان نمرې) زياتيږي. پدې صورت کې د هغه د وړاندوينې جهت يو طرفه دى، يعني زياتيږى(يا کميږى). له بلې خوا د دوه طرفه وړاندوينى معنى داده چه موږ نه پوهيږو چه مقسمه به کومې خواته ځى - زياتيږى که کميږى يعني د نورمال مقسمي منحنى ښى خواته او که چپى خواته کيږي. (د لاندې شکل په شان)



په پورتني ګراف کې منځنۍ مقسمه (تور رنګ) د تطبيقاتو نه تاثير، ښى خواته وړل شوى يې (سور رنګ) د مثبت او کيڼى خواته وړل شوى يې (اسمانى رنګ) د منفى تاثير په صورتونوکى د متوقعه مقسمو اشکال کيداى شي.

که صالح دوه طرفه وړاندوينه کړې واى نو زموږ متبادله فرضيه به د لاندې په شان وه:

متبادله فرضيه (H_1): د تطبيقاتو سمنارونه د محصلانو په زده کړه اغيزه لرى.

په بله ژبه " د مثبت" کلمه د وړاندوينې جهت ټاکي.

که څه هم په پورتنى مثال کې د دوه طرفه وړاندوينې کول بې معنى ښکاري، ځکه چه اضافي تطبقاتي سيمينارونه به يا خو هيڅ اغيزه ونلرى او يا به مثبته اغيزه ولري، خو منفى اغيزه نشى لرلاى. يعني مقسمي به يا سره يو شان وي او يا به د تطيقاتو مقسمه زياته وي (ښى

خواته به وي). اما بیا په ډیرو مواردو کې د دوه طرفه وړاندوینې ضرورت وي او معنی هم لری، مثلاً که صالح د اضافی تطبیقاتی سمنارونو په ځاي د تدریس یو نوی تجربوی میتود په کار یوسی، نو معلومه به نه وي چې آیا دغه نوی میتود به د محصلانو زده کړه زیاته کړی یا کمه ؟ یعني مثبته او که منفی اغیزه به ولری او یا به هم هیڅ اغیزه ونلری.

د اهمیت سطحه (Significance Level): کله چه موږ دې مر حلې ته ورسیږو چه منتفیه فرضیه **قبوله او یا رد** کړو او که ئي **رد** کړو نو بیا متبادله فرضیه قبوله کړو او یا ئي رد کړو. دغه ډول تصامیم به مو د **ردولو او یا قبلولو د شدت په سطحی** پورې اړه لري. یعني داچه موږ په څومره شدت سره یوه فرضیه ردو او یا قبلوو. ددې معنی داوی چه د شک لرلو یا باور لرلو د اهمیت درجه مو څومره تعیین کړیده.

احصایوي اهمیت (Statistical significance) د احتمال په اړه وي، یعني د دي احتمال چه څومره به یوه نمره محض د یوه چانس له لاری اخستل شوی وي؟ په بل عبارت زموږ د احصایوي اهمیت معنی دا وي چې موږ د هغه احتمال پیدا کوو چې د چانس يې نا ممکن وي، یعني په دومره باور سره به دا امکان نلري چې یوه مشاهده به د چانس له مخې له بلی مشاهدې سره ګډه وي.

زموږ په پورتنی مثال کې کیدای شي احصایوي تحلیل دا راته وښيئ چه دغه دوه مقسمې سره یوشان دی او کوم تفاوت پکی نشته، نو موږ به د دغی نتیجی په اساس منتفیه فرضیه ردوو. اما بیا هم وایو چه موږ څومره اعتماد لرو چه د دغو دوو مقسمو تر منځ تفاوت نشته؟

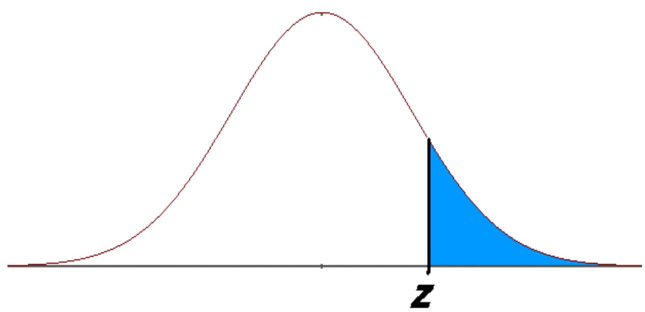
هر څومره چه د اعتماد (باور) سطحه لوړه تعین کړو یا په بل عبارت د «صحت یا نه صحت» تقاضامو لوړه وي، همدومره به مو نیول شوی تصمیم درست وي. په احصائیه کې معمولاً که چیرې5% او تر دې لږ چانس د منلو وړ وي، یعنې که په 100 مشاهدو کې 5 مشاهدې د یوی مقسمې به دوهمه مقسمه کې ونه لیدل شی، نو منتفیه فرضیه نه ردوو. بر عکس که چانس زیات وي او (6 یا ډیر ځلی په 100 کې وي) نو موږ به متفیه فرضیه رد کړو.

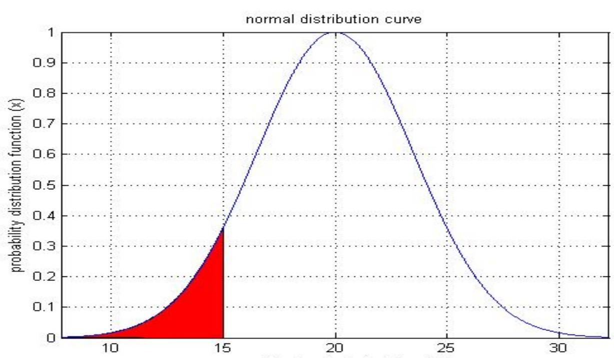
کیدای شي د اهمیت سطحه 0.4 یعني (4%) یا 0.01 یعني (1%) هم وټاکو. څومره چه د باور سطحه زیاته وي، همدومره به په تصمیم کې د قیق یو.

د منتفیه فرضیو قبلول او یا ردول: که چیرې احصایوي تحلیل راته ووائي چه په95 یا (یا 99%) باور سره دغه دوه مقسمې سره یوشان دي او تفاوت پکی نشته، نو موږ منتفیه فرضیه قبلوو (یا لږ تر لږه نه ئي ردوو). خو که دغه دوه مقسمې د اعتماد په یوه معیینه سطحه تفاوت

سره ولری، نو بیا مجبور یو چه متبادله فرضیه یا رد کړو او یا قبوله کړو. پدغسی صورت حال کې د متبادلی فرضی ردول او یا قبلول پدې پورې اړه لری چه موږ "یو طرفه" او که "دوه طرفه" وړاندوینه کړی وه. په بل عبارت آیا موږ ویلی وو چه تطبقات « تاثیر» لری او که «مثبت یا منفی تاثیر» لری. پورتنی بحث په لاندې شکلونو کې ښه واضح کیدای شي.

په لاندې اول او دوهم شکل کې یوه طرفه وړاندوینه (مثبته یا منفی اغیزه) او په ورپسی دوهم شکل کې دوه طرفه وړاندوینه ښوودل کیږي.





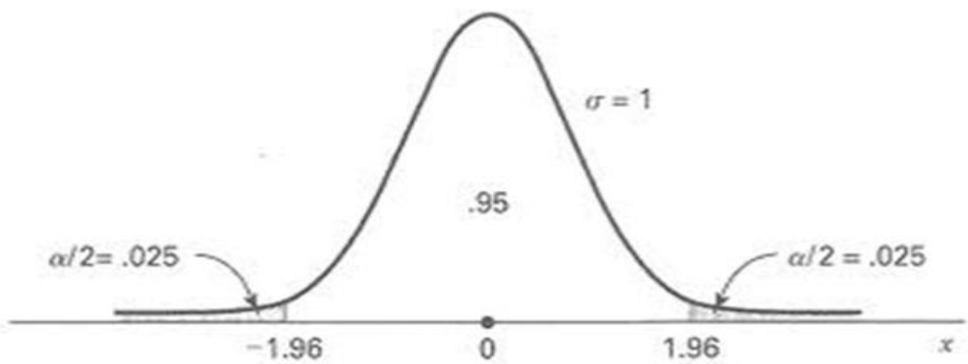
که چیرې موږ:

a) یو طرفه (One tailed) وړاندوینه کړې وي:

b) وړاندوینه مو کړې وي چه زموږ مقسمه (د تطبقاتو مقسمه) په مطلوب لورې تللې ده (یا لویه او یا کمه شویده): او یا مو:

C) د باور په ټاکل شوی سطحه (95%) باندې لاسته راغلی نتیجه احصائیوي اعتماد پوره کوي یعنې د احصایې د قوانینو سره سم د اعتماد وړده.

نو بیا متبادله فرضیه قبلوو. اما که د مطلوب جهت سره مغایرت ولري او یا د اعتماد په معینه سطحه د اهمیت وړنه وي، نو بیا ئې ردوو. لاندې شکل وګورئ.



که چیرې موږ دوه طرفه وړاندوینه کړی وي، معنی ئې داسې ده چه موږ مطمئین نه یو چه عامل به مثبت او که منفی اغیزه ولری (د پورته شکل په شان). په بل عبارت نه پوهیږو چه له لکچر سره تطبقات به د محصلانو د زده کړې لاسته راوړني ښې کړي او که خرابی. د احصایي په ژبه د تطبیقاتو اضافه کول به زموږ مقسمه کوم جهت ته بې ځایه کوي (ښی خواته او که چپی خواته) پدې ترتیب سره د واړه انجامو نه به موږ ته مطلوب وي. د دې مجاز لري چه زموږ د مقسمې (د تطبقاتو مقسمې) 5% او یا لږ نتائج د ورسره مقایسه کیدونکی مقسمې (یوازې لکچر مقسمې) څخه راغلی وي په واقیعت کې د اشتباه چانس دوه چنده کوی یعنې 10% کیږي. پدې توګه موږ یوازې 2.5% چانس منلای شو چه په واقیعت کې 2.5% دواړو انجامو کې 5% کیږي. پدې ترتیب سره که موږ:

a) دوه طرفه وړاندوینه کړې وي،
b) که په معینه سطحه نتیجه د اعتماد وړوي ،

نو موږ متبادله فرضیه منو، یعنې ویلای شو چه په لکچر باندې د " تطبقاتو" ور زیاتول د محصلانو په زده کړه باندې اغیزه لری. همداراز ویلای شوچه جهت به یې کومی خواته وي،یعنې مثبته اغیزه لری .

د اشتباه کولو انواع

په احصائیه کې معمولاً د "قبلولو" او " ردولو " کلمات استعمالوو، دا ځکه چه په حقیقت سره نشو ویلای او نه پوهیږوچه واقعیت څه دی. یعنې نشو ویلای چه " منتفیه فرضیه رښتیا ده که غلطه ده " بلکه یایی " قبلولای" اویا یې هم" ردولای" شو. پدې ترتیب سره د فرضیو په ازمویلوکی د احصایې له مخې موږ دوه ډوله غلطی کولای شوچه په لاندې جدول کې ښکاری:

د منتفيه فرضی ماهيت:

	رښتيا	**غلطه**
منتفيه فرضيه ردول	لومړی ډول غلطی (اشتباه)	صحيح تصميم نيونه
منتفيه فرضيه نه ردول	صحيح تصميم نيونه	دوهم ډول غلطی (اشتباه)

وايی چه ډير کاله پخوا د يو فيلسوف لخوا د علمي طريقي د تو ضيح لپاره لاندې منطقي عبارات ليکل شوی او تحليل شوی وو. له دغو محدود شمير ميلو څخه يوڅويی سپين رنګ دي. پدې بکس کې اکثر ميلی سپين رنګه دی.

نو: غالباً دغه ميلی له کوم بل بکس څخه را اخستل شوی وي.

پورتنی عبارت يو فرضی استنتاج دی او نوموړی فيلسوف پدې مسئله کې منطق د احتمال په ځای کارولی دی.

د فرضيي په ازمويلو کې د پورته جدول په شان د لومړي ډول اشتباه د ترسره کولو احتمال په الفا (∝) سره ښوول کيږي. دغه ډول احتمال (∝) د ټيست (ازموينی) لپاره د اهميت نظری سطحه بلل کيږي. لکه چه مخکی مو وويل چه د ∝ معمولی قيمت ∝= 0.05 او ∝= 0.01 ټاکل کيږي. د ټيسټ د اهميت احتمال (∝) هغه احتمال ته ويل کيږي چه موږ د فرضيی په ازمويلو کې لومړی ډول اشتباه وکړو يعني :

(د لومړی ډول غلطی کولو احتمال)= ∝

(احتمال ددی چه منتفيه فرضيه (H_0) «رد» کړو پداسی حال کې هغه «رښتيا» وي)= ∝

(احتمال د دې چې H_0 «رد» کړو، پداسی حال کې چه متبادله فرضيه (H_1)«غلطه»وي= ∝

د دوهم ډول غلطی د ترسره کيدو احتمال بيټا (β) بولی چه:

(د دوهم ډول غلطی د کولو احتمال)= β

(احتمال د دي چه H_0 «رد» نکړو پداسې حال کې چې H_0 دروغ وي) = β

(احتمال د دي چه H_0 رده نکړو پداسې حال کې چې H_1 رښتيا وي) = β

د لومړی او دوهم ډول غلطی کولو احتمال دا راته وائي چه ټيسټ (د فرضيي ازموينه) څومره ښه ده. څومره چه دغه احتمال کوچنی وي، همدومره به فرضيه ازموينه ښه وي.

د نفی ساحه (Rejection region) یا بحراني ساحه (Critical region) هغه ساحه ده چه د خاص ډول مقسمو څخه په ګټی اخستني ټاکل کیږي، ځکه چه که مطلوبه احصائیه پیدا اود بحراني ساحې له قیمت سره مقایسه شي نو بیا تصمیم نیول کیږي چه فرضیه رد او یا قبوله کړو.

د احصائیوي فرضیو د ازمویلو طریقې

د فرضیو د امتحانولو لپاره به احصایې کې دوه طریقې معمولې دي:

1. کلاسیکه طریقه
2. د P د قیمت طریقه

1. په کلاسیکه طریقه کې د هغو فارمولونو څخه کار اخیستل کیږي چه په مخکی کې مو بحث ورباندې وکړ تر هغه وروسته امتحانول او احصائي محاسبه او د جدولو څخه د هغو له قیمت سره مقایسه کیږي.
2. د p د قیمت په طریقه کې د منتفیه فرضیی د درستوالي احتمال محاسبه کیږي او د هغی احصایي قیمت له نموني څخه تر لاسه او ور سره مقایسه کیږي. که چیرې د p قیمت له α څخه وړوکی وي نو منتفیه فرضیه ردوو. برعکس که د p قیمت له α څخه لوی وي نو منتفیه فرضیه قبلوو.

د فرضیو ازمویل کیدای شي د جمعیت د یوه پارا میتر اویا دوو پارا میترونو په هکله تر سره شی. که چیرې موږ یوه نمونه ولرو او د هغی له مخې مو د نموني احصائي یعني اوسط $\bar{X}$ معیاري انحراف (S) تر لاسه کړی وي او غواړو چه دا وازمایو چه آیا د تر لاسه شویو احصائیو له مخې به د جمعیت اوسط تر یو معین حد لوړ او که کم وي.

پدې صورت کې درې حالتونه لرو:

1. د جمعیت وریانس (Ϭ) معلوم دی.
2. د جمعیت وریانس مجهول دی خو نمونه په کافي اندازه لویه ده (n>30).
3. د جمعیت وریانس مجهول ده اما نمونه کوچنی ده (n<30).

د مخکیني فصل د معلوماتو په رڼا کې د پورتني درې واړو حالتونو لپاره د مناسب احصایوي ټسټ ټاکل زموږ لومړی قدم دی.

لکه چه مخکې مو ولوستل د غسې حالاتو لپاره به موږ د Z ټسټ یا د مساوي وریانسونو او یا غیر مساوي وریانسونود t مناسب ټسټ ټاکو. بیا نو د ایکسل له پروګرام څخه په استفادی سره د P قیمت پیداکوو.

که چیرې د P قیمت د (∝) تر قیمت کوچنی وي (P<∝) نو موږ منتفیه فرضیه، یعنې $\mu=\mu_0$ ردوو او که نه یعنې که (P>∝) وي ، نو بیا ئې نه ردوو.

معمولاً د جمعیت د وریانس په هکله معلومات په لاس کې نه وي نو پورتنی دوهم اویا دریم صورتونه معمول وي.

که چیرې n>30 وي، یعنې د تجربو یا مشاهدو شمیر ۳۰ او یا ور څخه زیات وي، نو موږ د z له ټست څخه کار اخلو، یعنې د z قیمت له لاندې رابطې څخه پیداکوو:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{N}}$$

او که n<30 نو بیا د t له ټستې څخه کار اخلو یعنې

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{N}}$$

په دواړو صورتونو کې د Z او t قیمتونه چې د نمونې د مشاهدو له ارقامو څخه مو د پورته فارمولونو په مرسته تر لاسه کړل، نو بیا دغه ترلاسه شوي قیمتونه یې د Z او t له جدولونو څخه د استقلالیت د درجې او د بحرانی وضع شوی قیمت ،یعنې ($\alpha= 0.05$) او یا هم ($\alpha= 0.01$) په تناسب پیدا کوو او بیا فیصله کوو.

د دوو اوسطونو تر منځ د فرضیې ازمویل (μ_1 - μ_2)

د دوو اوسطونو ترمنځ د تفاوت په هکله د نتیجه ګیري کولو لپاره موږ باید اول وګورو چه هغه نمونې چه دغه دوه اوسطونه ورڅخه تر لاسه شوی دی د مستقلی او که غیر مستقلی نمونه ګیري په طریقه تر لاسه شوی دی. په لاندې بحث کې د مستقلو نمونه ګیریو څخه د ترلاسه شویو دوو اوسطونو د تفاوت په هکله د فرضیو ازمویل وړاندې کیږي.

د دوو مستقلو نمونو څخه د ترلاسه شویو اوسطونو د مقایسی لپاره هم کیدای شي لاندې دری صورتونه وي:

1. د هغو جمعیتونو وریانسونه چه دغه دوه اوسطونه ورڅخه ترلاسه شوی معلوم دي.
2. د جمعیتونو وریانسونه مجهول دي خو نمونې کافی لویې دي.
3. د جمعیتونو وریانسونه مجهول دي، خو نمونې وړی دي.

د دو اوسطونو د مقایسی پورتنی لومړی صورت هم ډیر معمول نه وي، نو یوازې په دوهم او دریم صورت به ئې و غږیږو.

دوهم صورت: که چیرې نمونې فوق العاده لویې وي ($n \geq 30$) او د جمعیتونو وریانسونه مجهول وي نو لکه چه د حدودو د تخمین په مخکینی فصل کې مو ولوستل، د Z له مقسمې څخه کار اخل، یعنې :

$$Z = \frac{(\bar{\boldsymbol{X}} - \bar{\boldsymbol{y}}) - (\mu_{\mathbf{1}} - \mu_{\mathbf{2}})}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$$

یعنې د نمونو له وریانسونو(S_1^2 او S_2^2) څخه د Z متحول د قیمت د محاسبې لپاره کار اخلو.

دریم صورت: که چیرې د جمعیتونو وریانسونه مجهول وي او نمونې کوچنې وي ($n<30$) نو بیا د مشترک وریانس له تصورڅخه (چه په مخکی فصل کې مو ولوست) کاراخلو او د (T) له مقسمې څخه کار اخلو، یعنې:

$$\sigma^2 = \boldsymbol{S^2_{Pooled}} = \frac{(\boldsymbol{n_1}-\mathbf{1})\boldsymbol{S_1^2}+(\boldsymbol{n_1}-\mathbf{1})\boldsymbol{S_2^2}}{\boldsymbol{n_1}+\boldsymbol{n_2}-\mathbf{2}}$$

او

$$T = \frac{(\bar{\boldsymbol{X}} - \bar{\boldsymbol{y}}) - (\mu_{\mathbf{1}} - \mu_{\mathbf{2}})}{s_{Pooled}\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$$

مثال :د غزنی د ښار د لیسو د دولسم ټولګیو د ۵۰۰ هلکانو او۳۵۰ نجونو د کلني امتحان د ریاضي نمرې په ۱۳۹۰ هـ ش کال کې کتل شوي او لاندې احصایې یې محاسبه او تر لاسه شوی دی. د جنکیانو او هلکانو د اوسط نمرو په هکله څه ډول قضاوت کولای شو؟ یعنې څه نتیجه ځینې اخستلای شو؟ (د یو محصل د ماستري له رسالې څخه را اخیستل شوی).
توصیفي احصایې یې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.
جدول: د ۱۳۹۰ ش کال د غزني په ښار کې د دولسم صنف د هلکانو او جنکیانو اوسط نمرې

د شاګردان جنسیت	تعداد	اوسط نمرې	معیاري انحراف
هلکان	۵۰۰	۴۶	۱۰
نجونی	۳۵۰	۳۸	۱۳
ټول	۸۵۰	۴۱	۱۳

وینو چه : د نمونو حجم فوق العاده زیات دی: $n_1=500$ هلکان او $n_2=350$ جنکیانی.

	هلکان	جنکیانی
N	500	350
$\bar{X}$	46	38
S	13	10

نو په اسانی د Z له ټسټ څخه کار اخلو چه د T مقسمه لري . که له ایکسل څخه کار واخلو نو د $\propto = 0.05$ په سطحه د P قیمت پیداکوو.

منتفیه فرضیه مو داوی چه : $\mu_b = \mu_g$

متبادله فرضیه به مو داوی چه : $\mu_b > \mu_g$

(یوطرفه ازمویل یعنې یو جهته وړاندوینه).

که څه هم د نمونې له مخې واضح ښکاری چه د هلکانو اوسط نمرې تر جنکیانو لوړی دی، اما نه پوهیږو چه دغه تفاوت د احصائې له نظره د اعتماد په یوه سطحه ($\alpha = 0.05$) د اهمیت وړ تفاوت دی که نه دی؟ یا په بل عبارت دغه تفاوت د اهمیت وړ دی که نه؟.

دوهم داچه د جمعیتونو یعنې د هلکانو او جنکیانو د نمرو اوسطونه او وریانسونه ندی راته معلوم او د نمونې د اوسطو او وریانسونوو له مخې به ئې ګورو. له ایکسل څخه د دغه دوو نمونود اوسطونو د مقایسی له مخې پیداکوو چه د P قیمت ډیر کوچنی دي. له دغه ځایه منتفیه فرضیه یعنې $\mu_b = \mu_g$ ردوو، یعنې وایو چه دغه دوه اوسطونه سره مساوی ندي.

لاندې مثال هم د کم شمیره نمونو لپاره وګورئ:

مثال: د لاندې دوو اوسطونو د نه مساویتوب ($\mu_b \neq \mu_g$) ادعا امتحان کړی.

	لومړی جمعیت	دوهم جمعیت
N	15	15
$\bar{X}$	15.3	14.2
S	3.2	3.5

فرض کوو چه د جمعیتونو مقسمه نورمال وي، نو وینو چه $n<30$ د دوو نمونو د T له ټسټ څخه به کار واخلو.

1. منتفیه فرضیه $H_0: \mu_1 = \mu_2$ متبادله فرضیه: $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ (دوه طرفه ټسټ) یعنې μ_1 تر μ_2 یا ووړ دی او یا لوی دی.
2. که $\propto = 0.05$ وبولو، نو: د $V = n_1+n_2-2 = 28$ (استقلالیت درجه) لپاره به د دوو طرفه امتحان لپاره د t قیمت په جدول کې پیداکړو چه :

$$T_{\propto/V} = T_{0.025,28} = 2.048 \text{ او } -T_{0.025,28} = 2.048$$

3. د T ټسټ احصائیه به د لاندې فارمول څخه پیداکړو:

$$T = \frac{(\bar{\boldsymbol{X}} - \bar{\boldsymbol{y}}) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_{Pooled}\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$$

$$S^2_{Pooled} = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

او پیدا به کړو چه : $T = 0.898$

4. ګورو چه د (T) دغه محاسبه شوی قیمت د هغه له هغه قیمت څخه چه په جدول کې مو د $\propto/2 = 0.025$ او $V = 28$ لپاره ترلاسه کړ، کوچنی دي، یعنې:

$$T_{0.025,28} = 2.048 > \mathrm{T} = 0.898$$

5. نو فیصله کوو چه منتفیه فرضیه نشو ردولای.
6. او ویلای شو چه: د دغو دوو جمعیتونو اوسطونه سره یوشان دي. که چیرې $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$، یعنې که د جمعیتونو وریانسونه سره مختلف وي نو بیا هم موږ د T د ټسټ څخه کار اخلو، خو د دوو مختلفو استقلالیت د درجو لپاره.

یو دریم حالت ئې داسې کیدای شي چه د جمعیتونو وریانسونه معلوم نه وي، نوبیا له یوه بل ټسټ څخه چه د (Welch) ټسټ ئې بولی کار اخستل کیږي، د ویلچ (Welch) په ټسټ کې د T قیمت عبارت دي له:

$$T = \frac{(\bar{\boldsymbol{X}} - \bar{\boldsymbol{y}}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$$

خو د Welch د ټسټ څخه د استفادي په صورت د (n_1-1) او (n_2-1) له هغی درجی څخه کار اخلو چه په دوی دواړو کې کوچنی وي.

پورتنی محاسبات ټول د ایکسل د پروګرام په مرسته تر سره کولای شو او د مغلقو محاسبه کولو کار ئي کمپیوتر اسانه کوی. اما د محقق لپاره په پورته مسائلو پوهیدل په کار دي تر څو کمپیوټر ته لارښوونه وکړوچه په کوم صورت کې له کوم ټسټ څخه باید کار واخلی.

د ایکسل له پروګرام څخه د فرضیو د ازمویلو کار اخیستل

له ښه مرغه چه معاصرې تکنالوژي د محاسباتو ترسره کول ډیر اسانه کړي دي. د ایکسل په پروګرام کې د Function, Formula او بیا د قوماندی په لست کې د مطلوبې محاسبې تمرین خو مو مخکې درته وښود.

که چیرې انټرنټ ته لاس رسی ولری نو د ایکسل له پرواګرام څخه د احصایوي محاسبو لپاره ډیر مرستندوی مواد پیداکولای شی. یوه طریقه ئي په Youtube.com کې د ویډویی مثالونو لیکل او لوستل دي. د ایکسل پروګرام د t ټسټ مختلف ډولونه د مناسبو صورتونو لپاره لری. د څیړونکی وظیفه یوازې داوي چه ایکسل پروګرام ته لارښوونه وکړی چه موږ کوم ډول ارقام لرو نو کوم ډول ټسټ په کار وو. د ایکسل پروګرام د p قیمت د ارقامو له مخې د مطلوبی د احصائي د محاسبې او په مربوطه جدول کې د هغه له قیمت سره د مقایسی له لاری پیداکوی اود P قیمت راکوی.

که $P = 0.04$ وي نو دا معنی چه 4% احتمال لری چه زموږ منتفیه فرضیه به ربښتیا یعني درسته وي. که $P=0.2$ وي نو دا معنی لري چه 20% احتمال لری چه زموږ منتفیه فرضیه به ربښتیا وي.

د P قیمت د دې احتمال راکوي چه زموږ منتفیه فرضیه ربښتیا یا درسته ده. په معمولی توګه که $P<\alpha$ (چې معمولاً $\alpha=0.05$ (بحرانی ساحه) وضع کوو)، نو که چیرې پیداکړو چه:

$P<0.05$ ، نو: وایو چه موږ منتفیه فرضیه ردوو. برعکس که $P\geq0.05$ نو مو منتفیه فرضو قبلوو یا منو.

مثلاً که منتفیه فرضیه مو $H_0: \mu_1 = \mu_2$ او پیداکړو چه $P = 0.6$ دی، نو دا چې ($P>0.05$)، پس په 95% اعتماد سره منتفیه فرضیه منو، او ویلای شو چه $\mu_1 = \mu_2$ ، یعنې په دغو اوسطونو کې فرق نشته. همداراز د کمپیوټر د ایکسل د قوماندی د لست TTest په دربچه کې د t د ټسټونو مختلف ډولونه هم ښودل شوی وي.

لاندې یې یو مثال در کړل شوی چې د ایکسل له مرستو څخه د ګټې اخیستنې ایشارې او لارښوونې پکې ترلاسه کولای شی.

مثال: د یوی لیسی د دوولسم الف او ب د صنفونو د شاګردان د کلنی ازموینی ریاضي نمرې را کړل شوي ، غواړو چې د دوی د نمرو اوسطونه سره مقایسه کړو .

Group A	Group B
80	80
85	85
60	70
70	85
95	75
55	85
80	75
95	80
60	75
50	80
	95
	75
	80

N	10	13
Aver	73	80.0
Std	16.4	6.5

د تی ټیسټ لپاره په یوه حجره کی لیکو: =TTEST(B6:B15,C6:C18,2,3)

یعنی: « د تی دریم ډول ټیست (۳) د دوه طرفه وړاندوینی په صورت کی (2) د هغو دوو متحولونو لپاره چی د B6:B15 او C6:C18 په ستونونو کی یی ارقام لیکل شویدی د t ټیسټ محاسبه کړه».

د ایکسل څخه د کار اخیستنی لپاره په لاندی ډول قدمونه اخلو:

اول: د الف او ب صنفونو د شاگردانو نمری په دوو ځانگړو ستونو کی لیکو. د هر یو ستون لپاره شمیر ، اوسط او معیاری انحراف د پیداکولو لپاره د Formula او **Function** په دربچه کی د قوماندی په لست کی د Average Count, Sted له قوماندو څخه کار اخلو او د هر ستون په پای کی یی کیکاږو. د معیاری انحراف لوړ قیمت یعنی 16.4 داسی ښیی چی دغه نمونی په یو بل کی سره شریکی ښکاری نو سره مساوی وی.

دوهم: اما موږ غواړو چی د احصایی د ازمویلو په ټیسټ کی یی وگورو. اول یوه فرضیه جوړوو.

دریم : منفیه فرضیه معمولاً داسی وی چی: دغه دوه اوسطونه سره یو شان دی، یعنی :

$$Ho: \mu_1 = \mu_2$$

ځلورم: د Formula بیا د Function په لست کی د TTEST قومانده پیداکوو او کیکاږو يې. نو لاندی شیان به راښکاره شی.

Array1 : یعنی د ارقامو لومړی ګروپ نشانی کوو.

Array2 : یعنی د ارقامو دوهم ګروپ نشانی کوو.

Tail : یعنی یو طرفه او که دوه طرفه وړاندوینه معمولاً 2 یکی لیکو.

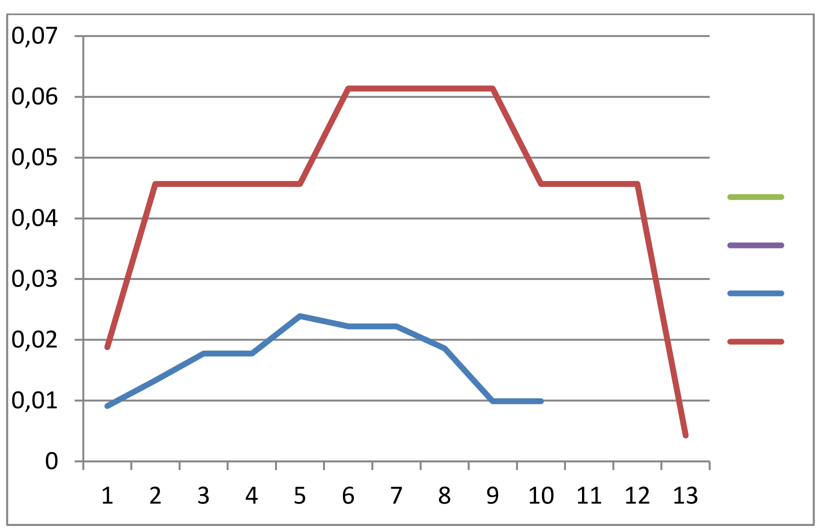
Type : یعنی د تی د تیسټ ډول: معمولاً دری ډوله وي – 3 یکی لیکو او بالاخره د هو بټن (تکمه) کیکاږو او یو اعشاری عدد به و لیکل شی.

دغه عدد د احتمال (p) قیمت دی د کوم له مخی چی موږ منتفیه فرضیه ردوو یا یی منو.

پنځم: وینو چې د احتمال پیداشوی عدد 0.2 دی چی تر 0.05 ډیر لوی دی. نو فیصله کوو چې موږ منتفیه فرضیه نه ردوو ، یعنی وایو چې دغه اوسطونه د احصايي له مخې په 95 فیصده احتمال سره د اهمیت وړ تفاوت نه سره لری.

په ایکسل کی د دوی د نورمال مقسمی لپاره ګرافونه هم رسمولای شو. د دی لپاره به د هر ستون په مقابل کی ولیکی چې : NORMDIS (x,Average,Stdev,False) =

او بیا د «هو» بټن به کیکاږی چی د متحول د هر قیمت لپاره به د نورمال مقسمی قیمت راشی.
نو بیا به له ایکسل څخه وغواړی چی خطي ګراف ورته و کاږی او د لاندی په شان به شکاره شی.



پورته منحني د نورمال مقسمي منحني ده. لکه چې وينی يې، دا چې د مشاهدو شمير لږ دی

نو د مقسمو شکلونه يې هم متصل خطونه نه ښکاري. اما وينی چې د يوی د مقسمې مود او اوسط ښی خواته او دبلی چپی خواته دی ،

يعنې د لومړی مشاهدې اوسط (د ب د صنف د شاګردانو د نمرو اوسط) لوی دی.

که انترنيټ ته لاسرسی لری، نو لاندې او دې ته ورته نور زيات مرستندوی مواد کتلای او استفاده ځينې کولای شی. پدې اړه يو دوه ډير ګټور سايټونه لاندې دی:

http://www.youtube.com/watch?v=JlfLnx8sh-o
http://udel.edu/~mcdonald/statttest.html

اووم فصل

دوه متحوله تحلیل (Bivariate Analysis)

اووم فصل: دوه متحوله تحليل (Bivariate Analysis)

مقدمه

په تيرو فصلونو کې مو ولوستل چه د تجربو څخه د متحو يلينو په هکله توصيفي احصايي څنګه محاسبه کيږي. دا مو هم ولوستل چه د ارقامو د يو متحوله تحليل څخه تر لاسه شوې احصايې څنګه تعبيريږی او د نمونې احصا يې څنګه محاسبه او د حدودو تخمين ئې تر سره کيږي. بر سيره پردی مونږ د استنتاجي احصايې په هکله بحث وکړ او ومو لوستل چه د نمونې څخه د تر لاسه شويو احصايو (اوسط او وريانس) له مخې د جمعيت پا راميترونه په کوم ډول تخمينولای شو. دا مو هم وويل چه د نمونې احصايې د جمعيت د پارا ميترونو لپاره متقارب شاخص وي او هغه حدود هم تعينولای شوچه د باور په يوه سطحه مطمئين کيدای شو چه د نمونې احصايې به پکی واقع وي. او د جمعيت د پارا ميترونو حدود هم تعين کړای شو.

مونږ د احصايوي اهميت (Statistical Significant) او د هغه له مخې تر لاسه شويو احصايو تعبير ولوست او په هکله يې هم وغږيدو.

دغه ټول مباحث د يوه متحول په هکله تحليل اوڅيرنی دی.

د ارقامو يو متحوله تحليل

د ارقامود احصايوي تحليل د ټولو اړخونو د ښې معرفي لپاره لاندې مثال په نظر کې نيسو.

يوه وړوکې تحقياتي پروژه (د Bryman 2012) له کتاب څخه اقتباس شوې)

په يوه نيمه ښاري سيمه کې د اوسيدونکو د خپل کور په باغچه کې د وخت تيرولو او ورتګ په هکله يوه څيرنه شوی . فرض کړی چې دغه څيرنه د يو چا د خپل شخصی کنکجاوی لپاره تر سره شوی تر څو معلومه کړی چې خلک د اضافی وخت د تيرولو لپاره خپل کښت (مثلاً د کور باغچې) ته د څه لپاره ورځی او خپل وخت څنګه پکی تيروی.

لاندې پوښتنليک يې د معلوماتو د را ټولولو لپاره کارولی دی:

پوښتنليک

۱. نارينه که ښځينه ياست:

___ نر ______ ښځه کود: ۱= نر ۲= ښځه

۲. څو کلن ياست؟ --------- کلن کود: د کلونو عدد

۳. کوم یو له لاندې دلایلو څخه تاسي لپاره کبنت ته د تللو اساسي دلیل کیدای شي؟ (مهربانی وکړئ یوازې یو نښاني کړئ).

ــ ساعت مې تیر شي ــ چې تندرست و اوسم ــ وزن مې کم شي ــ له نورو سره مجلس وکړم

ــ وجود مې قوي شي ــ بل کوم هدف لپاره (و یې لیکی)...................................

کود: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ، ۶

۴. کله چې تاسي کبنت ته ولاړ شی، معمولاً څومره منډه وهی ؟

ــ همیشه ــ اکثر وخت ــ کله کله ــ هیڅ وخت کود: ۱، ۲، ۳، ۴

۵. کله چې تاسي کبنت ته ولاړ شی، کله مځکه په بیل وهی یا دی ته ور ته ثقیل کار کوی) ؟

ــ همیشه ــ اکثر وخت ــ کله کله ــ هیڅ وخت کود: ۱، ۲، ۳، ۴

۶. په هفته کې څوورځې تاسی کبنت ته ځی؟ (نښانی یې کړی).

ــ هره ورځ ــ په هفته کې ۴-۶ ورځی ــ په هفته کې دوه دری ورځی

ــ په هفته کې یو ځل ــ په میاشت کې یو ځل ــ په میاشت کې تر یو ځل هم کم

کود: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ، ۶

۷. کله چې د کبنت باغچی ته ځی نو معمولاً تنهی وي او که څوک در سره وي؟

ــ تنهی ځم ــ له ملګری سره ځم ــ د کور له یو چا سره ځم کود: ۱، ۲، ۳

۸. تاسی د منظم تمرین کولو کومه بله طریقه هم لری که نه؟ ــ هو ــ نه کود: ۱، ۲.

۹. که ځوب مو **هو** وي، نو له لاندې لست څخه هغه یو په نښه کړی چې تاسی په دې اخیرو شپږو میاشتو کې اجرا کړی وي؟ (مهربانی وکړی یوازې یو نښانی کړی).

ــ سپورت ــ بایسکل ځغلول ــ سوکه منډی وهل ــ اوږد پیاده تګ ــ بل (ویی لیکی)........

کود: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵

۱۰. که اتم سوال ته مو ځواب **نه** وي ، نو د تاسی په هغه اخیرنی باغچی ته تګ کې مو څو دقیقی په باغچی کې منډی ووهلی؟

ــــــ دقیقی کود: دقیقی په عدد

۱۱. د تاسی په هغه اخیرنی باغچی ته تګ کې څو دقیقی په بیل وهلو کې تیر کړل؟

ــــــ دقیقی کود: دقیقی په عدد

۱۲. تاسی په هغه اخیرنی باغچی ته تګ کې څو دقیقی په نورو تمرینونو، مثلا لاسونه او پښی غوړول، کې تیر کړل؟

کود: دقیقی په عدد

د متحولینو انواع

د پورتنی پوښتنلیک ځانګړې پوښتني له یوه بل سره مختلف مقیاسونه او شکلونه لری؛ مثلاً د پورته پوښتنلیک (2) ,(10) ,(11) , (12) پوښتنی ځوابونه حقیقی اعداد دی . لومړی او (8) پوښتنه دوګانه ځوابونه (د (یا) او (یا) لری) ، نو دوه متبادله یا دوه ګونی مقیاس لری. د متباقی متحولونو قیمتونه دکتګوریو یولست وي، یعنې د کتګوریو له یوه لست څخه به یو قیمت اخلی. که لږ څه ژور ئي وګورو د ځوابونو د کتګوریو د ځوابونو لستونه هم له یو بل سره فرق لری. مثلاً د ځینو سوالونو د ځوابونو کتګوری یو ډول ترتیبی درجی لری. مثلاً د 4 ,5 او 6 سوالونو ځوابونه. د شپږم سوال د ځواب په کتګوریو کې «هره ورځ» تر« په هفته کې 6- 4 ورځی» د پیښې زیاته فریکونسي یا وقوع ښی. همداراز «په هفته کې 6 – 4 ورځی» او بیا تر« په هفته کې 3 – 2 ورځی» زیات واقع کیدل ښیی. خو د (3) ,(7) او (9) پوښتنو ځوابونه بیا کوم درجه لرونکی ترتیب نه ښئي. مثلاً د دریمی پوښتنی د ځوابونو په کتګوری کې نشو ویلای چې د « ساعت تیری » ځواب د «تندرستی» تر ځواب زیات یا کم ارزش لری، یعنې د کمیت په لحاظ دغه ډول کتګوری نشو سره پرتله کولای، بلکه هره یوه ئې خپل حالت بیانوی. په دې ډول سره ویلای شو چه په دغه پوښتنلیک کې لاندې ډول متحولین شته:

فاصله ایز/ وقفه ایز متحولین: د لسمی او یولسمی پوښتنی متحولین داسی دی چه د کتګوریو تر منځ ئې فاصله یوشان ده- یعنې یوه دقیقه ده. دمتحولینو دغه ډول مقیاس تر نورو لوړ مقیاس وي او د احصایوي تحلیل ډیر پراخ او متنوع ډول تخنیکونه ور باندې اجرا کیدای شي.

ترتیبی متحولین: یو شمیر داسی متحولین چه مقیاسونه یې درجه لرونکی ترتیب اخستلای شی ، اما د کتګوریو تر منځ فاصله ئې یو شان نه وي. لکه د شپږم سوال متحول مقیاس. د «هری ورځی» او « 6 – 4 ورځی په هفته کې» د کتګوریو تر منځ فاصله د «6- 4 ورځی په هفته

کې» او «3-2 په هفته کې» تر منځ د فاصلی سره یوشان نده. خوبیا هم یو تدریجی ترتیب لری. که چیرې د دوهم سوال متحول (عمر) په کتګوریوکی ګروپ کړو ،

مثلاً (20> ، (21-30) ، (31 – 40) ، (41-50) او 50<) نو په واقعیت کې موږ فاصله ایز یا وقفه ایز مقیاس په ترتیبی مقیاس اړوو.

__تسمیوي متحولین:__ چه کتیګوریک مقیاس ئې هم بولي چه په کوم ډول درجه دار ترتیب نشی را تلای، مثلاً : د دریم، اوم او نهم ډول پوښتنو ځوابونه.

__دوه ګونی مقیاس:__ که څه هم د تسمیوی مقیاس په شان ښکاری اما داچه یوازې دوه متبادل ځوابونه لری (بلی، نه).

دغه څلور ډوله متحولین (یا د متحولینو څلور ډوله مقیاسونه) د پوښتنلیک په مرسته د را ټول شویو ارقامو له لاری په راتلونکی جدول کې توحید شویدی.

د متحولینو یو بل ډول مقیاس چه د مفاهیمو کثیرالشاخیصي اندازه ښیي ، د لیکرت درجی

(Likert Scale) په نوم یا دیږی. د لیکرت درجه د یوې معانی (احساس، نظریی، رایی، طرز تفکر او نور) دقوت او شدت درجه بیانوي. پدې ترتیب سره ترتیبي مقیاس ته ورته وي.

د لیکرت د درجي مثال:

ستاسی په نظر: (ریاضي ډیره اسانه اوکه ډیره مشکله ده؟)

ډیره اسانه ده   اسانه ده   نه پوهیږم   مشکله ده   ډیره مشکله ده

بل مثال: له لاندې نظریی سره موافق یاست که مخالف: «افغانستان ته د دوهم لاس زړو ارزان بیه موټرونو را واردول نسبت د نویو قیمتی موټرونو را واردولو ته ښه ده»

بالکل موافق یم   موافق یم   نه پوهیږم   مخالف یم   بالکل مخالف یم

یادونه: توصیه کیږي چه تاسي دغه پو ښتنلیک ارقام د لاندې جدول څخه د خپل کمپیو تر د اکسل په پروګرام کې ولیکی. بیائې یوی بلی پاڼی (Sheet) ته انتقال کړی. په دوهمه پاڼه کې په دغه جدول کې د احصائې ټول تمرینونه اجرا کړی. ډیر ګټور به تمام شی.

توصیفي احصائیي

1- دفریکوینسی جدولونه: لکه چه مخکی مو وویل د فریکوینسي جدولونه د متحول په هره کتګوری کې د عناصرو (افرادو) شمیراو فیصدی را ښئی. د فریکونسي جدولونه د هر ډول متحول لپاره جوړیدای او کاریدای شی.

په لاندې جدول کې د پوښتنلیک د ځینومتحولینو لپاره جدولونه وینی.

جدول باغچی ته د تلوملکری (اوم متحول)

باغچی ته د تک ملکری	شمیر	فیصدی(٪)
یوازې	47	52
له ملګرو سره	28	31
دکور له یو چا سره	15	17
ټول	90	100

په پورتنی جدول کې وینی چه تر نیمائي زیات ځواب ورکوونکي (52%) یوازې باغچې ته ځي اوکمه برخه (17%) بیا د کور له یوه غړي سره باغچې ته ځي.

په لاندې جدول کې بیا باغچی ته د تللو دلایل خلاصه شوی دی.

دلیل	**شمیر (عدد)**	**فیصدی (٪)**
ساعت تیری	9	10
تندرستی	31	34
وزن کمول	33	37
دوجود قوت	17	19

په پورتني جدول کې وینی چه هیچاهم له ټولو محتمله ځوابونو څخه دوه (له نورو سره لیدل او بل دلیل) ندی خوښ کړی، نو ځکه په جدول کې نه دی درج شوی. په جدول کې وینو چه 33 تنه (تر نوروزیات ، دوزن دکموالی په هدف او ور پسی زیات کسان (31) تنه د تندرستی لپاره ځی چه په ترتیب سره 37% او 34% کیږي.

د ارقامو له جدول څخه د فاصله ایز یا وقفه ایز متحول د خلاصه کو لو لپاره مجبوریږو چه مناسبې کتګورۍ جوړې کړو (د کتګوریو د جدول ترتیب له دوهم فصل څخه در یادکړی.)

مثلاً غواړو چه باغچی ته د تلونکو کسانو د عمر متحول ترلاسه شوي معلومات (ارقام) خلاصه کړو. اول باید د کتګوریو عرض سره یو شان وي اود کتګوریو انجامونه له یو بل څخه مجزا اوګوښې وي، لاند مثال وګورئ.

جدول: باغچی ته تلونکو عمر

عمر (کتیګوری) -(کلونه)	شمير	فيصدی (٪)
20 او یا کم	3	3
21-30	39	44
31-40	23	26
41-50	21	24
51 او لوی	9	3
ټول	95	100

توصيفي عددي احصايي يې په لاندې توګه محاسبه او تحليلولای شو:

اوسط: يوازې د هغو متحولونو لپاره محاسبه کيدای شي چې فاصله ايز او نسبتي مقياسونو ولری.

په پورتني مثال کې دوهم، لسم، يوولسم او دوولسم متحولين دغه ډول مقياسونه لري نو اوسط ور ته حسابيدای شي. د دوهم متحول يعنې عمر لپاره اوسط مساوي کيږي له:33.6 کاله.

منځنی (ميډيان): منځنۍ د قيمتونو په مقسمه کې منځنۍ نقطه ښيي چې نيمايي مقادير ور څخه پورته او پاته نيمايي ور څخه کښته واقع شوې وي. د اوسط په خلاف منځنۍ د يوه متحول له افراطي قيمتونو، يعنې هغه چې ډير وتلی وي، نه متاثره کيږي. پداسی حال کې چې اوسط بيا دغه نيمګړتيا لري. لکه چې مخکې مو وويل، د منځنی د پيدا کولو لپاره ارقام په تنازلي يا تصاعدي ډول ترتيب او د منځ ټکی يې پيدا کوو. که چيرې د ارقامو شمير جفت عدد وي نو د دوو منځنيو قيمتونو اوسط يې پيداکوو. زموږ په مثال کې د دوهم متحول (عمر) لپاره منځنۍ ۳۱ ده. لکه چې وينو، منځنی لږ څه تر اوسط کوچنی ده، دا ځکه چې يو شمير ډير معمور شاملين (مثلاً پنځم او لسم) د اوسط په قيمت اغيزه لری ، يعنی زياتوی يې.

مود: مود يعنی هغه مشاهده چې تر نورو ډير ځلی واقع شوی وي.د دوهم متحول لپاره مود ۲۸ دی. مود د يو ه متحول دهر ډول مقياس لپاره محاسبه کيدای شي.
د ايکسل په مرسته د اوسط، ميډيان (منځنی) او مود محاسبه کول ډير اسانه دی. د هر ستون (متحول) په پای کې په يوه حجره کې د مساوات (=) تر نښی وروسته د مطلوبی احصايي نوم (البته **په انګليسی تورو!**) وليکی او هغه ساحه چې د دغه متحول قيمت پکی ليکل شوی ور ته نښانی کړی او بيا يې کيکاږی.
مثلا:

= Average (C4:C93)   = Mode(C4:C93)

د تشتت مقادیر هم د پورته په شان محاسبه او تعبیر کیدای شي. مثلاً:

فاصله: د یوه متحول د مشاهده شویو مقادیرو د اعظمی او اصغری قیمت تر منځ فاصله را ښيي او یوازې د فاصله ایز یا نسبتي مقیاسونو لپاره محاسبه کیدای شي. مثلاً د لسم او یولسم متحول لپاره فاصله ۶۴ او ۴۸ ده. د دې معنی دا ده چې په لومړی صورت کې تشتت او پراګندګی تر دوهم حالت زیاته ده. **معیاري انحراف** هم د فاصله ایز او نسبتي مقایاسونو لپاره محاسبه کیدای شي چې مخکی مو پوره توضیحات لیدلی وو. په لاندې جدول کې د هغی وړوکی تحقیقاتی پروژی ارقام ترتیب شوی دی. تاسی کولای شی چې احصایو محاسبې پکی امتحان کړی.

د تحقیقي پروژې تر لاسه شوي ارقامو جدول

متحول ۱	متحول ۲	متحول ۳	متحول ۴	متحول ۵	متحول ۶	متحول ۷	متحول ۸	متحول ۹	متحول ۱۰	متحول ۱۱	متحول ۱۲
1	21	2	1	1	3	1	2	0	33	17	5
1	57	2	1	3	2	3	1	4	22	0	15
1	39	5	2	1	5	1	1	5	17	48	10
1	37	2	1	1	3	1	2	0	34	15	0
1	24	5	2	1	3	1	1	1	0	42	16
1	20	5	1	1	2	1	2	0	22	31	7
1	25	5	1	2	3	1	1	1	21	29	4
1	30	3	1	1	5	1	2	0	23	9	6
1	25	5	2	1	3	1	1	1	23	19	0
1	44	3	1	1	3	2	1	2	22	8	5
1	NA	1	2	2	4	2	1	4	15	10	0
1	41	3	1	1	3	1	2	0	34	10	4
1	25	2	1	1	2	1	2	0	48	22	7
1	41	5	2	1	3	1	1	2	17	27	0
1	31	2	1	1	2	1	2	0	49	21	2
1	46	3	1	1	3	1	1	3	32	10	5
1	24	5	2	1	4	1	1	2	0	36	11
1	28	5	1	1	3	2	1	1	26	22	8
1	27	2	1	1	2	1	1	3	64	15	8
1	36	5	1	1	3	2	2	0	21	24	0
1	34	2	1	1	3	2	1	1	45	15	6
1	28	2	1	1	3	3	1	2	38	13	5
1	44	5	1	1	2	1	2	0	27	19	7
1	45	3	1	1	3	1	1	2	26	10	7
1	27	3	1	1	2	3	1	3	42	13	6
1	37	2	1	1	5	2	2	0	21	11	0
1	22	5	1	1	4	1	1	1	23	17	6
1	37	2	1	1	2	3	2	0	54	12	3
1	23	5	1	1	3	1	1	1	41	27	8
1	28	3	1	1	3	3	2	0	27	11	8
1	28	5	1	1	3	1	1	1	22	15	4
1	48	2	1	1	5	1	1	4	25	11	7
1	28	5	1	1	2	2	2	0	15	23	7
1	28	2	1	1	4	3	1	2	34	18	8
1	50	2	1	1	3	1	1	2	28	14	3
1	37	3	1	1	2	2	2	0	26	14	9
1	26	5	2	1	5	1	1	1	23	19	8
1	28	5	1	1	2	1	1	2	20	24	12
1	34	1	2	2	4	2	1	0	24	12	3
1	53	2	1	1	3	3	1	1	32	17	6
1	43	2	1	1	2	1	1	2	24	14	10
1	45	1	2	2	3	3	2	0	20	11	5
2	44	1	3	1	4	3	1	2	10	23	10
2	19	3	1	2	2	1	1	1	27	18	12
2	27	3	2	1	2	1	2	0	30	17	3

2	27	3	1	1	3	1	1	3	34	17	0
2	36	3	1	2	2	2	1	1	25	18	7
2	51	2	2	2	4	3	2	0	16	18	11
2	29	2	1	2	3	1	2	0	34	22	12
2	22	2	1	3	4	2	1	3	37	14	12
2	46	3	1	1	5	2	2	0	26	9	4
2	41	3	1	2	2	3	1	4	22	7	10
2	46	3	1	2	4	2	1	4	18	8	11
2	24	2	1	1	3	2	1	2	20	7	6
2	39	1	2	3	5	1	2	0	17	0	9
2	18	3	1	2	3	1	2	1	18	7	10
2	38	2	1	2	5	3	1	2	24	14	10
2	30	3	1	1	2	2	2	0	32	13	10
2	29	3	1	3	2	1	2	0	31	0	7
2	42	1	2	2	4	2	1	4	17	14	6
2	25	3	1	1	2	3	2	0	30	17	15
2	34	3	1	1	3	2	1	4	27	14	12
2	50	2	1	2	2	3	2	0	28	8	6
2	30	3	1	1	2	1	1	4	21	9	12
2	27	2	1	2	4	2	1	4	22	10	7
2	43	3	1	1	4	1	2	0	25	13	8
2	27	3	1	1	2	1	1	4	33	10	9
2	38	2	1	3	4	2	2	0	23	0	16
2	31	3	1	2	3	2	2	0	32	11	5
2	23	2	1	1	4	2	1	1	33	18	8
2	34	3	1	2	2	3	2	0	36	8	12
2	40	3	1	1	2	2	1	4	26	9	10
2	24	2	1	1	2	1	1	2	22	10	9
2	31	3	1	2	3	1	1	4	40	16	12
2	33	1	2	2	4	2	2	0	17	10	5
2	29	2	1	2	5	2	1	2	24	9	9
2	43	3	1	1	2	1	2	0	36	17	12
2	32	2	2	2	4	2	2	0	27	13	11
2	23	2	1	1	5	1	1	4	14	11	5
2	43	2	1	2	5	1	2	0	18	7	3
2	23	3	1	1	2	1	2	0	37	17	17
2	36	1	2	2	4	2	1	4	18	12	4
2	41	3	1	1	2	1	1	4	24	11	4
2	28	3	1	1	4	1	2	0	27	12	4
2	35	2	1	1	3	1	1	1	28	14	0
2	36	2	1	1	3	2	2	0	26	9	14
2	29	3	1	1	4	1	1	4	23	13	4
2	30	3	1	1	4	1	2	0	24	10	9
2	26	5	2	1	4	1	1	1	16	23	7
2	44	1	1	1	4	2	2	0	27	18	6

د ارقامو دوه متحوله تحليل (Bivariate analysis)

د احصايوي محاسبو يو هدف هم د دوو ياڅو متحولينو تر منځ روابط څيړل وي. د دوو متحولونو ترمنځ د اړيکو څيړل دا معنی لري چه هغه نبني او علايم وګورو چه په تر لاسه شويو ارقامو کې د يوه متحول تغيرات د بل متحول له تغيراتو سره همغاړی وي. د دوو متحولينو ترمنځ د اړيکو د څيړلو طريقې د دغو دوو متحولونو په ماهيت (د مقياس ډول) پورې اړه لري. يعنې داچه د دوی ترمنځ د اړيکو د څيړلو لپاره د کوم تخنيک څخه کار واخلو پدې پورې اړه لری چه متحولين څه ډول مقياس لري. لاندې جدول د مختلف النوع متحولونو ترمنځ د ممکنه اړيکو د څيړلو تخنيکونه راښی.

د دوو متحولونو ترمنځ د اړيکو د څيړلو طريقې او تخنيکونه *

دوه متبادله/دوګانه (بلی/ نه)	فاصله ايز/ وقفه ايز	ترتيبي	تسميوي	د متحول مقياس
د احتمال جدول + $\chi2$ تسټ +د کرامر د υ مقدار	د احتمال جدول + $\chi2$ تسټ +د کرامر د υ مقدار خو: که تابع متحول پکی معلوم وي نود اوسطونو مقايسه کول هم کيدای شی	د احتمال جدول + $\chi2$ تسټ +د کرامر د υ مقدار	د احتمال جدول + $\chi2$ تسټ + د کرامر د υ مقدار	تسميوی
د سپيرمن د «رو» قيمت (ρ)	د سپيرمن د «رو» قيمت (ρ)	د سپيرمن د «رو» قيت (ρ)	لکه پورته	ترتيبی
د سپيرمن د «رو» قيمت (ρ)	د پرسون د r قيمت	د سپيرمن د «رو» قيت (ρ)	لکه پورته ، او: خود که تابع متحول پکی معلوم وي نود اوسطو مقايسه کول هم کيداشی شی	فاصله ايز/وقفه ايز
د فی (φ) قيمت	د سپيرمن د «رو» قيمت (ρ)	د سپيرمن د «رو» قيمت (ρ)	د احتمال جدول + $\chi2$ تسټ +د کرامر د υ مقدار	دوه متبادله/دوګانه (بلی/ نه)

(د Bryman (2012) له کتاب څخه اقتباس – په منته)

د ارقامو د دوه متحوله تحلیل د توضیح او پوهیدنې لپاره د وړې تحقیقي پروژې د هغه مخکینې مثال ارقام بیا ګورو او پدې مثال کې د دوه متحوله تحلیل محاسبې ښودل کیږي.

د دوو متحولینو ترمنځ اړیکې

کله چه د دوو متحولینو ترمنځ د اړیکو په هکله غږیږو، نوباید په یاد ولرو چه اړیکی ئې د دې معنی نلري چه یو د بل (علت او معلول) دي، بلکه د اړیکو معنی سوچه « یو د بل سره همغاړی » وي، نه یو د بل (علت کیدل) . د اړیکو په صورت کې که چیرې موږ بشپړ اطمنان تر لاسه کړو چه یو متحول په بل پورې تړلی وي، یعنې د یوه متحول تغییر په بل کې هم تغییر راښی، نو بیا محض دومره ویلای شو چه لومړی ئې مستقل او دوهم ئې غیر مستقل (یا تابع) متحول دي.

د احتمال جدولونه (Contingency Tables)

د احتمالاتو جدولونه تر ټولو د باور وړ او اسانه طریقه ده چه د دو متحولونو ترمنځ اړیکی پکی وکتل شی. د احتمالاتوجدول د فریکوینسي جدولونو په شان وي، خو د احتمالاتو په جدول کې همزمان د دو متحولونو د څیړلو امکان وي. په ساده ژبه د دوو متحولونو فریکوینسي همزمان پکی ښودل شوی وي او پدې ترتیب د هغو ترمنځ د اړیکو نښی او علایم پکی لیدل کیدای شي.

جدول: کورنی باغچې ته د ورتلو اهداف د نر او ښځو په تفکیک سره د هغو د احتمالاتو جدول.

اهداف	نارینه		ښځینه	
	تعداد	فیصدی	تعداد	فیصدی
ساعت تیري	3	7	6	13
تندرستي	15	36	16	33
وزن کمول	8	19	25	52
وجود قوي کول	16	38	1	2
ټول	**42**	**100**	**48**	100

د لته دوه متحولین(جنسیت ، یعنې ښځه او نارینه) او باغچې ته د تلو اهداف یو د بل په اړه تحلیل شویدي. داسی فرض کیږي چې کښت (د کور باغچې ته) د تللو اهداف د ښځې او نارینه

لپاره فرق سره لری. پدې صورت کې جنسیت مستقل متحول او باغچی ته د ورتګ اهداف غیرمستقل متحول دی، یعنې: جنسیت په دغو اهدافو اغیزه لری.

د احتمالاتو په دغه ډول جدول کې په اسانی سره ځینې نښی او علایم لیدل کیدای شي،

مثلاً: په پورتنی جدول کې د سروی د ارقامو له مخی وینو چه د وزن کمول د ښځو لپاره تر ټولو لوی دلیل دي چه ښځی د کور باغچی ته ځی. ښکاری چه تندرستی د ښځو لپاره بل مهم دلیل وي چه دوی د کور باغچی ته ورځی. پداسی حال کې چه د نارینه و لپاره بیا د وجود قوي کیدل باغچې ته د تګ مهم هدف وي. د تندرستی (د اندامونو د تناسب ښه کیدل) د نارینه او ښځینه لپاره تقریباً یوشان دی.

د مشترک وریانس(Covariance) (ګډ تغییر) د مفهوم او اصل ساده مثالونه

په لاندی دریو جدولونو کی د یوه خیالی (فرضی) مثال مختلف حالات ګوری چی د مختلفو سیمو د ۸ تنواوسیدونکو د کلنی عاید د دوو متحویلینو معلومات پکی خلاصه شوی دی. متحولین یی: د اوسیدو ځای (ښاری ، نیمه ښاری او کلیوالی) او کلنی عاید (لوړ، متوسط او ټیټ) دی. په لومړی جدول کی وینو چی د د دغو دوو متحولینو تر منځ د بشپړ ګډ بدلون (همغاړی) علایم ښکاری. یعنی په دغه خیالی مثال کی د ښاری سیمو اوسیدونکی د کلنی عاید د کتیګوری په ټیټه، نیمه ښاری په وسطه او کلیوالی اوسیدونکی په لوړه سطحه کی لیدل کیږی. دې ته ورته علایم په ورپسی (دوهم) جدول کی وینو، خو د اوسیدو د ځای د یوی کتیګوری ټول مشاهدات د کلنی عاید په عین یوه کتیګوری کی نه دی بلکه یو کم شمیر یی په نورو کتیګوریو کی هم لیدل کیږی.خوسره لدې بیا هم ویلای شو چی اوسیدو د ځای د یوی کتیګوری اکثر خلک د کلنی عاید په یوه کتیګوری کی دی. خو که متحولین له بل سره همغږی نه و ی او له یو بل څخه مستقل وی نو وایو چی له یو بل سره اړیکی نه لری. دغه شان یو حات په دریم جدول کی ښکاره وینو. د اوسیدو د ځای د یوی کتیګوری خلک (ښاری، نیمه ښاری او یا کلیوالی) د کلنی عاید په مختلفو کتیګوریو (لوړ، متوسط او یا ټیټ) کی لیدل کیږی. پدې ترتیب دغه دوه متحولین (دریم جدول) له یوبل سره ګډ تغییر نلری او سره همغږی نه دی. په بل عبارت پدې صورت د اوسیدو د ځای او د کلنی عاید تر منځ هیڅ کومه مشترکه وجه نشته.

جدول ۱: کلنی عاید او د اوسیدو ځای (بشپړ ګډ تغییر)

.	د اوسیدو ځای			
کلنی عاید	ښاری	نیمه ښاری	کلیوالی	ټول
لوړ	0	0	8	8
متوسط	0	8	0	8
ټیټ	8	0	0	8
ټول	8	8	8	24

جدول ۲: کلنی عاید اود اوسیدو ځای (یوه اندازه ګډ تغییر)

	د اوسیدو ځای			
کلنی عاید	ښاری	نیمه ښاری	کلیوالی	ټول
لوړ	0	2	6	8
متوسط	1	6	1	8
ټیټ	7	0	1	8
ټول	8	8	8	24

جدول ۳: کلنی عاید او د اوسیدو ځای (تقریباً د اړیکو نشتوالی)

	د اوسیدو ځای			
کلنی عاید	ښاری	نیمه ښاری	کلیوالی	ټول
لوړ	2	3	3	8
متوسط	3	2	3	8
ټیټ	3	3	2	8
ټول	8	8	8	24

د پورتنیو دریو جدولونو ارقام د دوه متحوله مقسمو مثالونه ښئی. دوه متحوله مقسمی د دوو متحولونو له کتیګوریو او د هغوی له فریکوینسیو څخه تشکیل شوی وی. لکه چې وینی یی، هر جدول دوه بعدونه لری (افقی او عمودی)- یو بعد د هریوه متحول لپاره.

دوه متحوله جدول کیدای شی د څو یو متحوله مقسمو د سلسلو یوه مجموعه و بلل شی او هر متحول یی ځان ځانته تعبیر شی. مثلا د اوسیدو د ځای هر ستون لپاره ځان ځانته وکتل شی (لکه د ښاری سیمو کلنی عاید او نور).

متقابله یا دوه جانبه اړیکي یا رابطې (Correlation)

متقابله یا دوه جانبه اړیکي یا کوریلیشن (Correlation) د احصایوي روابطو د یو په بل پورې د تړلو یو عمومي حالت ته وائي. متقابله (دوه جانبه) اړیکی « دعلت او معلولیت » معنی نلري، بلکه، لکه چه مخکی مو وویل، یوازې یو له بل سره د « دهمغاړی» کیدو اشاره او علایم را په ګوته کوي.

د دوو متحولینو ترمنځ د دوه جانبه اړیکو د قوت او تشدید درجی مقیاس د اړیکو ضریب

(Correlation Coefficient) دی، چه د پرسون ضریب ئې هم بولي، او معمولاً په (r) یا (ρ– رو) ښودل کیږي. که چیرې د دوو اتفاقي متحولینو د (X او Y) وي چه د N د تجربو څخه تر لاسه شوی اندازی ئي (Xi) او (Yi) وي نو د نموني متقابله اړیکی ضریب (rxy) به ئې له لاندې رابطې څخه پیداکوو:

$$\mathbf{rxy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-\bar{x})(Yi-\bar{y})}{(n-1)S_x\cdot S_y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-\bar{x})(Yi-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Xi-\bar{x})\sum_{i=1}^{n}(Yi-\bar{y})}}$$

پورتنۍ رابطه داسې هم لیکلای شو:

$$\boldsymbol{rxy}\;=\frac{\sum_{i=1}^{n}XiYi-n\bar{x}\,,\bar{y}}{(n-1)S_xS_y}=\frac{n\sum XiYi-\sum Xi\cdot\sum Yi}{\sqrt{n\cdot\sum Xi^2-(\sum Yi)^2}\sqrt{n\cdot\sum Yi^2-(\sum Yi)^2}}$$

چیرې چه:

$\mathbf{r_{xy}}$ - x او y ترمنځ د متقابله اړیکو ضریب.

X_i- د یوه متحول مربوطه ارقام

Y_i- د دوهم متحول مربوطه ارقام

$\bar{X}$– د یوه متحول اوسط

$\bar{Y}$– د بل متحول اوسط

S_x - د یوه متحول معیاري انحراف

S_y - د بل متحول معیاري انحراف

د متقابله اړیکو ضریب ($\mathbf{r_{xy}}$) د ټول جمعیت د اړیکو د ضریب د یو شاخص په توګه کارولای شو او د هغه له مخې د جمعیت لپاه د پرسون د متقابله اړیکو ضریب پیداکولای شو.

د متقابله اړیکو د ضریب قیمت د (+1) او (-1) ترمنځ وي که : $r_{xy}=+1$ شي، نو ویل کیږي چه د دغو دوو متحولینو ترمنځ بشپړ خطي مستقیماً متزایده اړیکه شته خو که $r_{xy}=-1$ شی، نو بیا د دغو دوو متحولینو تر منځ معکوسه خو بشپړ خطي رابطه راپه ګوته کوي. خو که:

$-1<r_{xy}<+1$ شي، نو بیا د دوو متحولینو ترمنځ د موجودې خطي رابطي درجه راښئي. خو که : $r_{xy}=0$ شي، نو دا راښئي چه دغه دوه متحولین بیا هیڅ رابطه نه سره لري.

په لنډه توګه هر څومره چه r_{xy} صفر ته نژدې وي، همدومره د دوو متحولینو تر منځ ضعیفه رابطه او بر عکس هر څومره چه (+1) او یا (-1) ته نژدې کیږي، همدومره د دوی تر منځ قوي خطي رابطه را په ګوته کوي.

لاندې مثال د (Cohen et al 2012) له کتاب څخه را اخیستل شویدی.

مثال: فرض کړئ چه د لاسو او پښو د اندازو ترمنځ متقابله رابطه څیړو. فرض کړی چه موږ د(8-1) له درجه ایز مقیاس څخه کار اخلو. فرض کړئ چه موږ د 8 تنو پښې اولاسونه په عین مقیاس اندازه کړي او نتایج ئې لاندې دي.

جدول: د پښو او لاسونو اندازی

شمیره	د لاسونو اندازه	د پښواندازه
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8

که د پښو او لاسونو داندازو پورتنی صورت ولرو، نو ویلای شو چه د پښو او لاسونو تر منځ یوه بشپړه خطي رابطه موجوده ده. وینو چه څوک چه د پښې نمبر یې یو دی لاسونه ئې هم یو نمبر دي، او د چا چې پښې 8 نمبره دي نو لاسونه ئې هم 8 نمبره دي. نو پدې توګه د پښو او لاسونو د اندازو تر منځ د دغو اتو کسانو د مشاهدو له مخې یوه مثبته (مستقیمه) متقابله رابطه شته، یعنې: چه پښی لویږی لاسونه هم لویږی او برعکس. نوکه د لاسونو (X) او پښو (Y) د دو متحولینو ترمنځ د متقابله رابطې ضریب پیداکړو، وبه وینو چه له (+1) سره مساوي کیږي.

راځئ وګورو چه که د پښو او لاسونو ترلاسه شوي مقیاسونه د لاندې جدول په شان وي، نو rxy به یې څنګه وي.

جدول: د پښنو او لاسونو اندازی (یو مثال)

پښنی	لاسونه	شمیره
8	1	1
7	2	2
6	3	3
5	4	4
4	5	5
3	6	6
2	7	7
1	8	8

لکه چه ښکاري په پورتني صورت کې حالت سرچپه وي او پیدا به کړو چه: $r_{xy} = -1$ یعني معکوسه خو بشپړ خطي رابطه راښئي.

په عملي امورو کې معمولاً ډیر په ندرت سره داسې حالات وینو لکه چه پورته مو وښودل. راځی یو بل حالت د لاندې په شان وګورو.

جدول: د پښنو او لاسونو اندازی بل مثال)

پښنی	لاسونه	شمیره
1	2	1
2	1	2
3	3	3
4	5	4
5	4	5
6	7	6
7	6	7
8	8	8

دمتقابله اړیکود ضریب له فارمول څخه په ګټي اخستني سره به پیداکړوچه په پورته جدول کې د دغو(8) حالاتو لپاره:

$r_{xy}= 0.7857$ دی.

ظاهراً خو ښکاري چه د دغو اتوحالتونو لپاره د لاسونو او پښو ترمنځ د متقابله اړيکو ضريب کافي لوی دی او مستقيمه اړيکه راښئي. اما سوال دادی چه ددې خطي رابطې احصايوي اهميت (Statistical Significance) څومره دی ؟ يعنې څومره د اهميت وړ دی؟

لکه چه مخکی مو يادونه کړی وه چه د احصايوي اهميت لپاره موږ د اعتماد د (باور) يوه سطحه ټاکو مثلاً: 0.05 او يا 0.01 . بيا نو په جدولونو کې د اعتبار په يوه له دغو سطحو څخه د حالتونو د شمير په تناسب (داستقلاليت درجه) د ضريب بحراني قيمت لولو او له فارمول څخه د ترلاسه شوي قيمت سره ئې مقايسه کوو.

په جدول کې به پيداکړو چې: د 8 = N لپاره په جدول کې د 0.05 =∝ لپاره د r قيمت بايد 0.78 او د0.01 =∝ لپاره بايد 0.875 = r وي. معنی يې داده چه موږ په 95% باور سره ويلای شو چه د لاسونو او پښو ترمنځ مثبته رابطه شته خو دغه رابطه بيا د اعتماد په 99% سره نشو تصديقولای- ځکه چی په دوهم صورت له جدول څخه تر لاسه شوی قيمت له

rxy= 0.7857 څخه لوی دی.

(په مخکينيو بحثونو کې مو لوستلي چې د $\hat{X}$ قيمت د متقابله اړيکو د باورد سطحی د احصايوي اهميت په باره کې معلومات راکوی.)

يادونه: تاسی د لاسو او پښو تر منځ د مناسبت پورتنی درې واړه جدولونه در واخلئ او په ايکسل کې يې وليکئ. بيا نقطه يې ګرافونه ورته رسم کړئ او تحليل يې کړئ.

د متقابله اړيکي د مطالعه کولو لپاره هم د متحولينو ماهيت مهم دي. د متقابله رابطې د ضريب مخکينی فارمول يوازې د دوو متصلو متحولينو لپاره چه فاصله ايز يا نسبتي(Interval) يا (Ratio) مقياسونه ولری محاسبه کيداي شی.

که چيرې دواړه متحولين منفصل وي او ترتيبي مقياس ولري نو بيا ئې د متقابله رابطې ضريب د سپيرمن (Spearman) د رابطې له مخې پيداکوو چه فارمول ئې لاندې دي:

$$r = 1 - \frac{6\sum \mathrm{di}^2}{\mathrm{N}(\mathrm{N}^2 - 1)}$$

چيرې چه : d - د جوړو ترمنځ فرق؛

$\sum \mathrm{di}^2$ - د جوړو ترمنځ د فرق د مربعو مجموعه؛ او

N - د جمعيت حجم (د عناصرو شمير) دی.

د مثال په توګه د مخکيني جدول د لاسو او پينو د 8 جوړو مقياسونو لپاره بايد د سپيرمن له فارمول څخه کار واخيستل شی. د متحولينو د نورو ډولونو د مقياسونو په صورت کې نور فارمولونه توصيه کيږي چه دلته ئې يادونه لازمه نه بولم.

د ايکسل له پروګرام څخه د مقابله رابطې د ضريب د محاسبې لپاره يو ځل بيا هغه د وړی تحقيقی پروژی د سروی مثال را اخلو. د سروې په پوښتنليک کې يوازې دوهم، لسم، او دولسم نمبر متحولين فاصله ايز (متصل) مقياسونه لري. راځې چې باغچی ته د تلونکو کسانو د عمر (دوهم نمبر متحول) او د دوی د هغه وخت چه په بيل وهلو يا بل ډول ثقيل تمرينو نو ئې تيروی (يولسم نمبر متحول) ترمنځ متقابله رابطه وڅيړو . که د ايکسل په پاڼه کې د لست په پای کې په خالی حجره کې وليکو چه:

= Correl (c3: c92, L3:L92)

يعني: « باغچی ته د تلونکو کسانو د عمر (چه مربوط ارقام يې د C په ستون کې له C3 څخه تر C92 ليکې پورې ليکل شوي دي) او د دوی د هغه وخت چې په ثقيلو تمرينو ئې تيروی (چه د L په ستون کې له L3 تر L92 ليکی پورې ئې ارقام ليکل شوی دی) ترمنځ د متقابله رابطې د پرسون ضريب يعنې(r) راته محاسبه کړه».

نو پيدا به کړو چه دغه ضريب (r_{xy}= - 0.278) دي. دا چې عدد کوچنی او علامه يې منفی ده نو د دوی تر منځ يوه معکوسه او ضعيفه رابطه راښيي. معنی ئې داده چه داسې يو تمايل ښکاري چه څوک چه عمر ئې ډيريږی، نو هغه به کم وخت په دغه ډول تمرين تيروي. د پرسون ضريب يوازې خطی رابطه راښی. کيدای شي چه رابطې غير خطی وي. د هغو لپاره بيا په نورو کتابو کې لولی.
که د پرسون د ضريب (r) قيمت مربع کړو نو يو بل ډير مهم کميت لاسته راځی چه د تعين ضريب(Coefficient of determination) يې بولی.
که د دغه مربع شوي (r) قيمت په سلو کې ضرب کړو، نو لاسته راغلی عدد (د تعين ضريب) دا راښئي چه د غير مستقل متحول څو فيصده تغيرات د مستقل متحول د تغيير په مرسته توجيه او توضح کيدای شي. که په مخکينی مثال کې (د عمر او ثقيل تمرين وخت) ترمنځ د متقابلی رابطې ضريب چه r_{xy}= - 0.278 دی مربع او بيا ئې په 100 کې ضرب کړو، نو وبه لرو چه:

(r2) = (-0.278)2 = 0.073

(0.073).100 = 7%

نو وايو چه په ثقيل تمرين د وخت تيرولو د تغيراتو (7) فيصده د تمرين كوونكو د عمر په وسيله توجيه كيداى شي.

د انحرافاتو تحليل (Analysis of Variance)

مخکې مو وويل چه د t ټسټ د دې لپاره كاروو ترڅو دا پيداكړو چه آيا د دوو ګروپونو د اوسطونو ترمنځ د احصايي له مخي د اهميت وړتفاوت مو جود دی اوكه نه . د t ټسټ څخه د دوو ګروپونو، يا يوه ګروپ څخه د دوو متحولينو لپاره د تر لاسه شوي اوسطونو او يا هم د يوه ګروپ لپاره په دوو مختلفو زماني وقفو كې تر لاسه شوو اوسطونو د مقايسې لپاره كار اخستل كيږي. لكه چې مخکې مو وويل، د t احصائيه له لاندې رابطې څخه پيدا كيداى شي:

$$t = \frac{\text{دبلينمونېاوسط} - \text{ديوينمونېاوسط}}{\text{داوسطونوترمنځمعياريغلطی}}$$

په ډيرو څيړنيزو مواردو كې له دوو څخه د زياتو اوسطونو د مقايسې اړتيا او غوښتنه كيږي. مثلاً موږ د هيواد د ښاري او كليوالي سيمو په مكاتبو كې د هلكانو او جنكيانو د كلنی ازموينې نتايج مطالعه كوو. پدغسې صورتونو كې د (t) ټسټ كاری نه وي او د انحراف تحليل (Analysis of Variance) يا (ANOVA) له تخنيک څخه كار اخيستل كيږي.

آنووا د ګروپونو د اوسطونو او د ګروپونو تر منځ د وريانس د تحليل لپاره پكاريږی. د يوه خاص متحول په صورت كې مشاهده شوی وريانس د هغه په هغو اجزاوو تجزيه كوی چه دغه مجموعی وريانس يې را منځته كړی وي. آنووا دځو ګروپونو د اوسطونو د مساويتوب د ښوولو په منظور يو احصايوي تيست كاروي او پدې ترتيب د t د تيست يو تعميم شوی شكل يعنې د دوو اوسطونو پر ځای د ډير شمير اوسطونو د مقايسې طريقه بلل كيږي.

د اوسطونو د مقايسه كولول لپاره د ANOVA د كارولو مقدماتی لازمی شرايط د t د ټسټ په شان دي، يعنې : متحولين به اتفاقي وي او مقسمې به نورمال وي. د ANOVA مختلف شكلونه دي خو ډير معمول ئې انووا -يو (ANOVA-1) يعنې يو طرفه وړاندوينه، او انو وا - دوه (ANOVA-2) يعنې دوه طرفه وړاندوينه ده.

د t د ټسټ په شان د ANOVA شرايط هم دادي چه د مستقل متحول مقياس به تسميوي(Categorical) وي مثال: معلمان، شاګردان ، والدين، ولسوالی، او نور او دوهم متحول به متصل متحول وي، مثلاً : (نمرې، عمر، فاصله او نور).

د آنووا محاسبه د f د كميت نسبت د لاندې رابطې په شان محاسبه كوی:

$$F_{ratio} = \frac{\text{دګروپونوترمنځ،انحراف}}{\text{دګروپونوداخلی،انحراف}}$$

د آنووا د محاسبې لپاره: اول د ټولو ګروپونو لپاره په ځان ځانته ډول اوسط محاسبه کيږي. بيا د دغو اوسطونو اوسط محاسبه کيږي. بيا د هر يوه ګروپ لپاره د هرى يوى نتيجى انحراف د ګروپ له اوسط (د ګروپونو تر منځ) څخه پيداکوي. بالاخره بيا د هر ګروپ اوسط له کلي اوسط (د ګروپونو تر منځ) څخه محاسبه کوي. په پای کې دغه دوه تر لاسه شوي قميتونه يو پر بل تقسيموی او د F قيمت لاسته راځی. وروسته بيا د غه قيمت د F په جدول کې دهغه له نظری قيمت سره مقايسه کوی البته د باور د تعييني شوې سطحې له مخې او د احتمال قيمت يې لاسته را ځي.

د يو طرفه آنووا (One-way ANOVA) د محاسبه کولو يو مثال:

فرض کړی چې موږ د دری ډوله کيمياوی سرو اغيزی د نباتاتو په وده باندی څيړو. فرض کړی چې موږ شپږ نمونی مطالعه کړی او د لاندی جدول په شان نتايج لاسته راغلی دی. پدی جدول کی a_1 ، a_2 او a_3 د کيمياوی سرو ډولونه را ښيی.

a_1	a_2	a_3
6	8	13
8	12	9
4	9	11
5	11	8
3	6	7
4	8	12

په دغه تجربه کی زموږ منتفيه فرضيه H0 د F ټسټ لپاره داسی ده:« ټولی دری ډوله کيمياوی سری يو ډول اغيزه لری».
د F-ratio د محاسبه کولو لپاره به په لاندی توګه مراحل تعقيبوو:

اول قدم : د هر ګروپ اوسط محاسبه کوو، يعنی

$$\overline{Y}_1 = \frac{1}{6}\sum Y_{1i} = \frac{6+8+4+5+3+4}{6} = 5$$
$$\overline{Y}_2 = \frac{1}{6}\sum Y_{2i} = \frac{8+12+9+11+6+8}{6} = 9$$
$$\overline{Y}_3 = \frac{1}{6}\sum Y_{3i} = \frac{13+9+11+8+7+12}{6} = 10$$

دوم قدم: د ټولو ګروپونو عمومي اوسط پیداکوو، یعنی:

$$\overline{Y} = \frac{\sum_i \overline{Y}_i}{a} = \frac{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3}{a} = \frac{5+9+10}{3} = 8$$

په پورته فارمول کی a د ګروپونوتعداد را ښیي.

دریم قدم : په ګروپونو کی، یعنی «د ګروپونو تر منځ » د تفاوتونو د مربعاتو مجموعه پیداکوو، یعنی:

$$S_B = n(\overline{Y}_1 - \overline{Y})^2 + n(\overline{Y}_2 - \overline{Y})^2 + n(\overline{Y}_3 - \overline{Y})^2$$
$$= 6(5-8)^2 + 6(9-8)^2 + 6(10-8)^2 = 84$$

په پورته فارمول کی n په هر ګروپ کی د مشاهداتو شمیر راښیي.د «ګروپونو تر منځ» د استقلالیت درجهد ګروپونو دشمیر څخه د یوه کم سره مساوی وی، یعنی:

$$f_b = 3 - 1 = 2$$

پدی ترتیب به پیدا کړو چی د «ګروپونو تر منځ » د اوسط د مربع MS_B به عبارت شی له:

$$MS_B = 84/2 = 42$$

څلورم قدم : د «ګروپونو د داخل» د مربعاتو مجموعه (S_W) پیدا کوو. د دی لپاره اول د هر ګروپ اوسط د هغه ګروپ د هر مشاهده شوی قیمت څخه تفریقوو ، د لاندی جدول په شان :

a_1	a_2	a_3
6−5= **1**	8−9= **−1**	13−10= **3**
8−5= **3**	12−9= **3**	9−10= **−1**
4−5= **−1**	9−9= **0**	11−10= **1**
5−5**= 0**	11−9= **2**	8−10= **−2**
3−5= **−2**	6−9= **−3**	7−10= **−3**
4−5= **−1**	8−9= **−1**	12−10= **2**

د «گروپونو د داخل» د مربعاتو مجموعه (S_W) په پورته جدول کی د ټولو 18 تر لاسه شویوارقامو له مجموعی څخه عبارت دی، یعنی:

$$S_W = ((1)^2) + ((3)^2) + ((-1)^2) + ((0)^2) + ((-2)^2) + ((-1)^2) + ((-1)^2) + ((3)^2) + ((0)^2) + ((2)^2) + ((-3)^2) + ((-1)^2) + ((3)^2) + ((-1)^2) + ((1)^2) + ((-2)^2) + ((-3)^2) + ((2)^2)$$

$$S_W = 1+9+1+0+4+1+1+9+0+4+9+1+9+1+1+4+9+4 = 68$$

د «گروپونو د داخل» لپاره د استقلالیت یعنی (f_w) په عبارت وی له:

$$f_W = a(n-1) = 3(6-1) = 15$$

نو

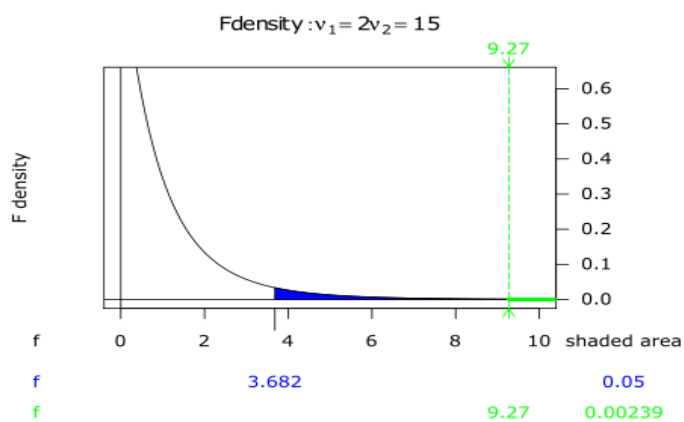
پدی ترتیب به د «گروپونو تر منځ » د اوسط د مربع MS_B به مساوی شی له:

$$MS_W = S_W / f_W = 68/15 \approx 4.5$$

پنځم قدم پنجم: د ***F*-ratio** قیمت مساوی کیږی له:

$$F = \frac{MS_B}{MS_W} \approx 42/4.5 \approx 9.3$$

د يوې احصائيې (مثلاً F) بحرانی قيمت هغه قيمت ته ويل کيږی چې د هغې احصائيې له ټست څخه تر لاسه شوی قيمت له هغه څخه لوړ وی تر څو مورږ منتفيه فرضيه نفی کړای شو. د پورتنی مثال په صورت کی د په جدول کی د استقلاليت د 2 او 15 درجو په مقابل او د اعتماد د سطح د 0.05 په صورت کی د F قيمت لولوچی عبارت دی له: F=9.3 ، يعنی: که α = 0.05 وی نو Fcrit (2,15) = 3.68 دا چې F = 9.3 > 3.68 نو د اعتماد په 5% سطح سره وايو چې د ټست نتايج ښيي چې د اوسطونو تر منځ مشاهده شوی تفاوتونه د ملاحظی يا د اهميت وړ دی ، يعنی کولای شو چی منتفيه فرضيه رد کړو او نتيجه گيری وکړو چی: قوی شواهد موجود دی چی د دغو دريوگروپونو متوقعه اوسطونه له يو بل سره فرق لری.



(پورته گراف له http://en.wikipedia.org/wiki/F-test دايره المعارف يعنی ويکيپيديای څخه را اخستل شوی دی).

د F د قيمت له محاسبې او دفرضيې د ازمويلو او نتيجه گيری څخه وروسته معمولا يو مرور ور باندی کوو. په دغه قدم کی گورو چی آيا په دغو دريو گروپونو کی د هرو دوو گروپونو د اوسطونو تر منځ د اعتماد وړ تفوت نشته او که شته؟ په دغسی صورت کی ښيا په اتفاقی توگه يو يو متحول سره مقايسه کوو چی post hoc ټست يی بولی چی لاندی يی طريقه بيانسږی. گورو چی د اول گروپ اوسط (5) د د وهم گروپ له اوسط څخه چی (9) دی د 4 واحدونو په اندازه فرق لری؛ او د دريم گروپ له اوسط څخه چی (10) دی ، 5 واحده تفاوت لری او بالاخره د دوهم او دريم گروپونو اوسطونه د يوه واحد په اندازه فرق سره لری. ښکاری چی د اول گروپ اوسط د نورو دو گروپونو له اوسطونو څخه زيات تفاوت لری. له دغه ځايه څخه په يوه قوی باور سره ويلای شو چی د لومړی گروپ د مربوط جمعيت اوسط د متباقی دو نورو گروپونو د مربوطه جمعيتونو له اوسطونو سره فرق لری. لکه چی په مخکی فصل کی

مو ولوستل، د دغه هر یوه تفاوت معیاری غلطی، یعنی د وریانس مربع جذر، په لاندی توګه محاسبه کیږی :

$$\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} = S_d^2$$

یعنی معیاری غلطی به عبارت وی له : $\sqrt{4.5/6 + 4.5/6} = 1.2$

نو اول ګروپ له پاتی دوو ګروپونو سره زیات تفاوت لری ، ځکه چی د تفاوت اوسط یی د معیاری انحراف له یوچنده څخه زیات شو. له دغه ځایه په قوی اعتماد سره وایو چی د اول ګروپ اوسط د دوو نورو ګروپونو له اوسطونو سره فرق لری. اما بیا هم داسی شواهد نه لروچی وښیی چی د دووم او دریم ګروپ اوسطونه فرق سره ولری، ځکه چی د یوه واحد په اندازه موجود تفاوت د معیاری انحراف له قیمت سره د مقایسی وړ فرق لری.

مثال: په هیواد کې د وزارت معارف لپاره د کلیوالي او ښاري سیمو د ۱۲ ولایاتو د مکاتبو د دریمو ټولګیو د لسان او ریاضي نمرې د یوه معیاري امتحان له لارې تر لاسه شوي او توصیفي احصایي یې په لاندې جدول کې خلاصه شوې دي. غواړو پیداکړو چې د ښاري او کلیوالي سیمو د هلکانو او جنکیانو د اوسط نمرو تر منځ د اهمیت وړ تفاوت شته او که نه؟. (لاندې ارقام دکتاب د مولف لخوا د وزارت معارف لپاره د یوې تحقیقاتي سروې له راپور څخه را اخیستل شوی دي.)

جدول: د کلیوالي او ښاري سیمو د دریم صنف هلکانو او جنکیانو د ریاضي او لسان اوسط نمرې

د ریاضي اوسط نمرې			د لسان اوسط نمرې				
معیاري انحراف S	اوسط X	شمیرN	معیاري انحراف S	اوسط X	شمیرN	د شاګردانو جنسیت	د مکتب موقیعت
26	**53**	549	21	**61**	549	**هلکان**	**کلیوالی**
30	**47**	395	21	**55**	395	**جنکیانی**	
28	**46**	562	23	**52**	562	**هلکان**	**ښاری**
27	**50**	536	22	**57**	536	**جنکیانی**	
28	**50**	2042	22	**58**	2042		**ټول**

دلته موږ د څلورو ګروپونو اوسط نمرې (کلیوال هلکان، کلیوالي جنکیانې، ښاري هلکان او ښاري جنکیانې) سره مقایسه کوو، نو ددې لپاره چې دا پیدا کړو چې د دغو څلورو اوسطونو

تر منځ تفاوت شته او که نه نو د t ټیست په عوض د وریانس له تحلیل څخه کار اخلو او د F احصائیه محاسبه کوو.
موږ منتفیه فرضیه وضع کوو چې: « د د غو ګروپونو د اوسطونو تر منځ د اهمیت وړ تفاوت نشته».
د دې لپاره چې د F قیمت د نمرو د احصاییو له مخې محاسبه کړو، نو موږ اول د هر ګروپ د معیاري انحراف (چې په جدول کې شته) له مخې د هر ګروپ وریانس پیدا کوو. بیا په هر ګروپ کې د هرې نمرې انحراف له ګروپي اوسط څخه او په پای کې د هغو د مربع مجموعه تر لاسه کوو. (د ګروپونو تر منځ وریانس).همدا راز د عمومي معیاري انحراف (چې د جدول په اخري لیکه کې را کړل شوی) د ټولو مجموعی وریانس او د هری نمرې انحراف له مجموعی اوسط څخه پیدا کوو تر څو د ټولو نمرو د انحرافاتو د مربع مجموعه پیدا کړو (د ګروپونو په منځ کې وریانس).
مجبوریو چې د لاندې په شان نور ستونونه په پورته جدول ور زیات کړو.
د دې لپاره چې په ګروپونو کې او هم په ټول ګروپ کې د هرې نمرې انحراف او د هغوی د انحرافاتو د مربع مجموعه حساب کړو ، نو د معیاري انحرافونو (چې په جدول کې را کړل شوي) او وریانس له رابطې څخه کار اخلو. یعنې:

$$\text{معیاري انحراف} = \sqrt{\text{وریانس}}$$ یعنې:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=N}(X_i - X)^2}{n-1}$$

او همدارااز:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}}$$

د F د احصایې د قیمت د پیداکولو لپاره موږ په واقیعیت کې د ټول ګروپ او هم د ګروپونو په منځ کې د انفرادی نمرې د انحرافاتو مجوعی ته اړتیا لرو، یعنې پیداکوو چې:

$$\sum_{i=1}^{i=N}(X_i - X)^2$$

په پورته جدول کې د لسان او ریاضي دواړو اوسط نمرې را کړل شوي، را ځئ موږ اول یوازې د لسان د نمرو اوسطونه مطالعه کړو.
د ګروپونو په منځ کې او د ګروپونو تر منځ وریانسونه به د لاندې جدول په شان پیدا کړو:

جدول: د کلیوالی او ښاری سیمو د دریم صنف هلکانو او جنکیانو د ریاضي او لسان اوسط نمرې

		د لسان د نمرو اوسط			د هر گروپ وریانس (Var=S2)	د هر گروپ د انحرافاتو مربع (n*Var)	د گروپونو په منځ کې د انحرافاتو د مربع مجموعه	داستقلالیت درجه Df	د گروپونو تر منځ وریانس	د F محاسبه شوی قیمت	احصایو اهمیت یې Signif.
Location	**Stud sex**	**N**	اوسط	معیاري انحراف (S)							
Rural	**Boys**	**549**	**61**	21	455	**249656**	26172	3	8724		**0.000**
	Grils	**395**	**55**	21	445	**175893**					
Urban	**Boys**	**562**	**52**	23	526	**295645**					
	Grils	**536**	**57**	22	493	**264170**	985364	2039	483		
TOTAL		**2042**	**58**	22	495		1011536	2041		**18.05**	

لکه چې وینو د F قیمیت مو 0.975 پیدا کړ.

د ا چې د احتمال دغه تر لاسه شوی قیمت له 0.05 څخه ډیر غټ دی نو موږ منتفیه فرضیه قبلوو، یعنې د باور په ۰،۰۵ سطحی سره د دغو اوسطونو تر منځ د اهمیت وړ تفاوت نشته.

آما د ا ددې معنی نلري چې د هر یوه گروپ د اوسطونو تر منځ به د اهمیت وړ تفاوت نفی شوی وي، بلکه شاید د کلیوالي او ښاري جنکیانو د اوسط نمر و تر منځ به تفاوت نه وي، اما مثلاً د کلیوالی او ښاری هلکانو تر منځ شاید د اهمیت وړ تفاوت وي. دغه به څنګه پیدا کوو؟؟ د دې لپاره یو بل ډول ټست شته چې د post hoc ټست یې بولی او پورته یی یوه نمونه وړاندی شوه

د یادونی وړ ده چې د SPSS کمپوټري پروگرام د احصایوي محاسبو لپاره د ایکسل تر پروګرام ډیر پر مختللی او د دغه ډول محاسبو لپاره هر ډول امکانات لري. له بده مرغه چې تر اوسه پورې د SPSS پروګرام د عادی MS Office په پروګرامونو کې نشته پداسی حال کې چې ایکسل یو عادي پروګرام دی او هر څوک کار ور څخه اخستلای شي.

(په پورته مثال کې د ریاضي لپاره د پورته په شان محاسبې تاسی پخپله و ازمویی).

د آنووا د تحلیل په اړه نور معلومات د احصایئ په ډیرو کتابونو کې لوستلای شی. اسانه لاره ئې د ایکسل په پروګرام کې د هغی او همداراز نورو احصایوي مفاهیمو په هکله لازم او عملی معلومات تر لاسه کولای شی.

په څېړنو کې ډېر ځله تر دو زيات د ډېرو متحولينو ترمنځ د اړيکو او يا هم پر يو بل د دوی اغيزو څېړنه او محاسبه ضرور وي. مثلا کله کله د دوومتحولينو د تحليل په صورت کې کيدای شي يو بل دريم متحول هم په يوه له دغومطلوبو متحولينو څخه اغيزه ولري او غواړو چې د دغه دريم عامل اغيزه وګورو. په احصائيه کې دغه محاسبات د کثيرالمتحوله تحليل

Multi Variate Analysis په نوم يادېږی.

د کثير المتحوله تحليل اساسی هدف په يوه غير مستقل متحول باندې د ځومستقلو متحولونو اغيزې او اړيکې همزمان مطالعه کول وي.

مثلاً:موږ غواړو چې د شاګردانو د کلنی ازموينې نمرې د معلمانو د سوابقو، د شاګردانو د کورنيو سوابقو، د مکتب د کيفيت د شاخيصونو او درسي کتابونو د کيفيت او حتی موجوديت په رابطه و څېړو، نو کيدای شي موږ د شاګردانو داسې ګروپونه سره مقايسه کړو چې نور مواصفات او اغيزه لرونکي عوامل يې سره يوشان وي خو يوازې د هلکانو او جنکيانو نمرې سره مقايسه کړو. پدې صورت کې دوه متحوله تحليل کافي دی. اما اکثراً د شاګردانو پورته ذکر شوي اغيزلرونکی مواصفات حتی د يوه صنف د شاګردانو په صورت کې هم فرق سره لري. نو بيا به کثيرالمتحوله تحليل (Multivariate analysis) کارول کيږي. په احصايي کې د وريانس د تحليل او د ترجع تحليل Regression analysis په نوم ياديږي.

د ترجع (ريګريشن) تحليل د تابع متحول او پر هغه باندې د اغيزمنو متحولينو تر منځ د يوې معادلې د جوړيدلو معنی لري. مثلاً : غواړوچې په مکتب کې د ورځني درسي وخت او د مکتب موقيعيت اغيزې د شاګردانو په نمروباندی وڅيړو. د ترجع د تحليل له مخې به يې يو مودل معادله د لاندې په شان وي:

$$\text{Students scores} = \text{Constant} + \alpha \text{ Study time in school} + \beta \text{ School location}$$

په پورته معادله کې α او β ضريبونه د شاګردانو د نمرو په نتيجه باندې د مکتب د وخت او د مکتب د موقيعيت د وزن (سهم) اندازه ښيي. په معادله کې ثابت عدد د شاګردانو د نمرو هغه برخه را ښيي چې د دغو دوو عاميلينو په مرسته نه بلکې د نورو عواملو په مرسته توضيح کيږي.

کو وريانس او کوريلاشن يعني مشترک انحراف او متقابله رابطه

د دوو متحولينو تر منځ د را بطې ضريب د دوی ترمنځ د رابطې د دقاقت په هکله معلومات وړاندې کوی. د متقابله رابطې ضريب په فارمول کې وينو چې يوه برخه يې د x او y د مشاهده شويو قيمتونو او د هغوی د اوسطونو د تفاوتونو د ضرب د حاصل له مجموع او د هغوی د شمير له حاصل تقسيم څخه لاسته راځي، چه دغه قيمت د کووريانس په نوم يادېږی، يعني:

$$\operatorname{cov} xy = \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \cdots}{N}$$

$$\frac{+ (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}$$

$$= \frac{1}{N} \Sigma (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

دغه رابطه د الجبري ساده قوانينو له مخې په لاندې ډول هم ليکلای شو:

$$\operatorname{cov} xy = \frac{1}{N} \Sigma x_i y_i - \overline{xy}$$

کووريانس يو داسي احصايوي مقدار دی چې دا راښيي چې دوه متحولين تر کومه حده پورې يو د بل سره همغږي يا همغاړي دي، يعني، تغييرات يې يو د بل سره مشابه لوری تعقيبوی. مثلا که يو کميږی نو بل هم کميږی، يا بر عکس. کوريانس يو مقياسی کميت دی، يعنې د متحول مقياس لري، په داسې حال کې چې د کوريليشن ضريب بيا يو نسبت او بې مقياسه کميت ښيي.

د کوو ريانس پورتنیرابطې ته په کتو سره ليکلای شو چې د متقابلی رابطې ضريب د کووريانس او د دغو دوو متحولينو د معياري انحراف د ضرب له حاصل تقسيم څخه عبارت دی ، يعني:

$$\text{Correlation} = r_{xy} = \frac{\operatorname{cov} xy}{s_x s_y}$$

د متقابله رابطې ضريب موږ ته د دوو متحولينو تر منځ د رابطی د د قيقوالی يو ښه تخمين راکوي، اما د هغه له مخې نه شو کولای چې موږ د يوه متحول د قيمت له مخې د بل متحول د مربوطه قيمت تخمين وکړای شو. د دې لپاره د ترجع له مقدار څخه کار اخستل کيږي. مثلاً غواړو تعيين کړو چې که يو متحول د دوو مقدارونو په اندازه لوی شی، بل په څومره اندازه لوی شی؟

که دوه متحولين خطي رابطه سره ولري، نو د دوی دغه رابطه د لاندې الجبري معادلې په مرسته ښودلای شو:

$$y = ax + b$$

پوهيږو چې په پورته رابطه کې b د x له محور سره د تقاتع نقطه او a د هغه خط ميل دی.

که د مخکينيو پېښو او لاسونو تر منځ د مشاهده شويو ارقامود مثال د دريم جدول لپاره د ايکسل په مرسته يو نقطه ايز گراف رسم کړی د لاندې په شان به ښکاره شي.

د پښنو او لاسونو تر منځ د رابطې نقطه ایز ګراف

که چیرې د میلان خط ور ته رسم کړو نو وبه وینو چې ځینې نقطې ور ځخه پورته او ځینې نورې بیا ور ځخه کښته خواته واقع شوي دي. په نقطه ایز ګراف کې دغه خط چې د x او د y متحولینو تر منځ عمومي میلان را ښيي، د ترجع خط یا ریګریشن Regression line په نامه یادیږی چې په پورته ګراف کې یې ګورئ. دغه خط داسې واقع شوی چې د نقطو فاصله له هغه ځخه تر ممکنه حده کوچنی وي. که چیرې د y په محور د یوې نقطې فاصله په $\Delta y = y_i - y_{i+1}$ وښیو، نو:

$\Sigma (\Delta y)^2 = a$ minimum

د دغه خط معادله د« کوچنیو مربع ګانو » د قانون په طریقه خو د تصادف له لارې پیدا کولای شو خو په اسانۍ نه. اما بله طریقه یې د کوواریانس له رابطې ځخه ګټه اخستنه ده، یعنې:

$$a = \frac{cov\ xy}{SxSy}$$

او د خط له پورتنۍ رابطې ځخه د b قیمت په اسانۍ پیداکوو،چې:

$$b = \bar{y} - a\,\bar{x}$$

باید په یاد ولرو چې د غه د ترجع یا ریګریشن خط د اوسط قیمتونو لپاره دی، نو د مستقل متحول دهر قیمت لپاره د تابع متحول دقیق قیمت نه شو ښودلای اما یوه نژدې ساحه یا حدود یې تعیینولای شو

که له ایکسل ځخه وغواړو چې د د دوو راکړل شویو متحولینو لپاره، چې قیمتونه یې په یوه جدول کې درج شوی وي، لکه پورته مثال، نقطه ایز ګراف رسم کړی، نو د پورته په شان نقطه ایز جدول به تر لاسه کړو. کولای شو چې له ایکسل ځخه وغواړو چې د میلان خط او

همداراز د خط تر څنګ د هغه خط معادله هم ور ته وليکی نو د پورته په شان د ميل خط او د هغه تر څنګ د متحولونو تر منځ خطي معادله به هم تر لاسه کړو. لکه چې وينی، خطي معادله يې د لاندې په شان ښکاری:

$$y = 0.928x + 0.321$$

يعني: $a = 0.928, \quad b= 0.321$

د ريګريشن د تحليل او د متحويلينو تر منځ د عليت رابطی نور مودلونه بيا د احصايي يو بل فصل دی چې په نورو ماخذونو کې يې لوستلای شی او ددې لپاره چې ددې کتاب محتوی ور باندې ثقيله نه شي صرف نظر ورڅخه شوی. هغه پورتنی ضمني اشارې به له لوستونکو سره مرسته وکړای شی چې له بنيادی مفاهيمو سره يې اشنايي پيدا کړي.

تمت بالخير

والله على ما نقول وكيل

مآخذ

Amir Mansory (2007) *Drop Out study in basic education level in Afghanistan*. Kabul: SCA

Amir Mansory (2012) Impact Study of DT3 programs and Learning Achievements of grades 3 and 6 of school students. Kabul: MoE/TED

Bryman A., (2012) *Social Research Method*. New York: Oxford University Press.

Cohen, L., Manion, L., and Morrison K. (2012) *Research Methods in Education*. London: Routledge.

Nachmias C., F., and Nachmias D., (2008) *Research Methods in the Social Sciences*. London: Hodder Education

Prawdopodobienstwa i Statistika Matematyczna (1982). Warshawa.

Shayib M. A. (2013) *Applied Statistics*. Bookboon.com

Wackerly D., D. Mendenhall W., Scheaffer R., L**.,** (2008) *Mathematical Statistics with Applicatio*ns. USA:Thomson Brooks/Cole.

http://en.wikipedia.org/wiki/F-test , retrieved on Jan 01 2015.

له یوشمیر بریېننايي دایرة المعارفونو (ویکیپیدیا) څخه استفاده شوی ـ له ځیني ګرافونو او یو شمیرمثالونو څخه يې اقتباس شوی دی.

همدا راز د وزارت معارف لپاره د کارلستاد د پوهنتو ن د ماستری پروګرام د محصلانو له رسالو څخه هم ځیني مثالونه اخستل شوي.

ضمایم

---

۱. د اتفاقی اعداد جدول: د اعدادو په یوه مطلوبه احاطه کی د اتفاقی اعدادو ایجاد لو لپاره د ایکسل پروگرام له اسانتیاو څخه په لاندی توگه کار اخستلای شی:

مثلا: غواړو د ۱ او لسو تر منځ د اتفاقی اعدادو لست جوړ کړو. په لاندی شان عمل کوو:

اول کرسر (شیطانک) په یوه خالی خانه کی ودروی. بیا ایکسل د function په قومانده کی د Math & Trig د قوماندو په لست کی د Randbetween قومانده خوښه کړی. بیا یوه مینو را ښکاره کیږی، چی د ر څخه غواړی چی پورتنی او ټیټ حد ونه (Top او Low) ور ته وښیاست (د پورته مثال لپاره ستاسی ټیټ حد یو او لوړ حد مو لس دی). بیا په نوموړو خانو کی یو او لس ولیکی او هوکی (OK) یی کړی. په نوموړی خانه کی به عدد در ته ولیکل شی، چی دغه عدد ستاسی یو له اتفاقی اعدادو څخه دی. بیا د F9 تکمه کیکاږی چی یو بل اتفاقی عدد در ته لیکل کیږی. پدی تر تیب تر پایه. یَعنی:

1. Function

2. Math & Trig,

3. =Randbetween (top, low)

4. OK

5. F9

نوټ: که انترنیټ ته لاسرسی لری، نو د پورته ذکر شویو او هم لاندینیو ضمایمو ټول مربوط جدولونه په لاندی انترنیتی ادرس پیدا کولای او کاپی کولای شی:

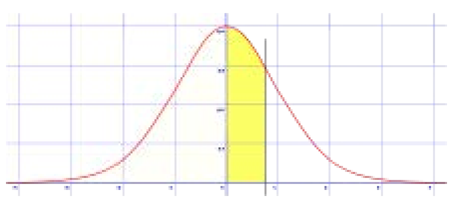
http://www.stat.purdue.edu/~mccabe/ips4tab/bmtables.pdf

۲. د t جدول: د یو طرفه او دوه طرفه وړاندوینی لپاره د اعتماد په مختلو سطحو، یعنی د α د مختلفو قیمتونو، او د استقلایت د مختلفو درجو (Df) لپاره د t د قیمتونو جدول. (له انترنیټ څخه را اخستل شوی دی). د لاندی جدول په لومړی لیکه کی د یو طرفه او په دوهمه لیکه کی د دوه طرفه وړاندوینی په صورت کی د باور د مختلفه سطحو لپاره په ستونو کی د استقلایت د مطلوبی درجی په مقابل کی د t قیمتونه ښوودل شوی وی.

α (1 tail)	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
α (2 tail)	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
df							
1	6.3138	12.7065	31.8193	63.6551	127.3447	318.4930	636.0450
2	2.9200	4.3026	6.9646	9.9247	14.0887	22.3276	31.5989
..							

۳. د معیاری نورمال مقسی یعنی z جدول- لاندی جدول هغه احتمال را ښیی چی د یوی احصایی قیمیت به د صفر او z دقیمت تر منځ وی.

Cumulative from mean (0 to Z)



z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.09**
0.0	0.00000	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994	0.02392	0.02790	0.03188	0.03586
0.1	0.03983	0.04380	0.04776	0.05172	0.05567	0.05966	0.0636	0.06749	0.07142	0.07535
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871	0.10257	0.10642	0.11026	0.11409
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.12930	0.13307	0.13683	0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
..										

مثال: د یوه استاد د امتحان نمری تقریباً نورمال مقسمی ته ور ته دی چی اوسط یی ۸۰ او معیاری انحراف یی ۵ دی. د دی احتمال به څو وی چی یو محصل یی ۸۲ اویا تری ټیټی نمری وړی وی؟

حل:

$$P(X \leq 82) = P\left(Z \leq \frac{82-80}{5}\right) = P(Z \leq 0.40) = 0.15542{+}0.5000 = 0.65542$$

د دی احتمال به څومره وی چی یو محصل یی ۹۰ اویا تردې جګی نمری وړی وی؟

$$P(X \geq 90) = P\left(Z \geq \frac{90-80}{5}\right) = P(Z \geq 2.00) = 1{-}P(Z \leq 2.00) =$$

$$= 1- 0.9772 = 0.0228$$

د دی احتمال به څومره وی چی یوه محصل یی ۷۴ او یا تری ټیټی نمری وړیوی؟

$$P(X \leq 74) = P\left(Z \leq \frac{74-80}{5}\right) = P(Z \leq -1.20) = 0.1151$$

دا چی په جدول کی منفی قیمتونه نشته، نو په لاندی ډول یی محاسبه کړی:

$$P(Z \leq -1.20) = P(Z \geq 1.20) = 1 - 0.8849 = 0.1151$$

۴. د کی مربع جدول

د استفادی کولو په هکله یو څو ټکی:

د جدول لومړی لیکه (سطر) احتمال را ښیی.

د تاسی د مطلوبی استقلالیت د درجی مطابق، د لیکی په اوږدو کی هغه عدد پیدا کړی چی تر ټولو کوچنی را وروسته قیمت ولری.

بیا نو لومړی لیکی ته وګوری او مربوطه احتمال پکی ولولی.

مثال: د تاسی $df = 2$ او د کی مربع قیمت مو 9.10 دی. نو د تاسی مطلوب احتمال به د $P<0.02$ وی.

	p value											
df	**0.25**	**0.20**	**0.15**	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.02**	**0.01**	**0.005**	**0.0025**	**0.001**	**0.0005**
1	1.32	1.64	2.07	2.71	3.84	5.02	5.41	6.63	7.88	9.14	10.83	12.12
2	2.77	3.22	3.79	4.61	5.99	7.38	7.82	9.21	10.60	11.98	13.82	15.20
3	4.11	4.64	5.32	6.25	7.81	9.35	9.84	11.34	12.84	14.32	16.27	17.73
..												
100	109.1	111.7	114.7	118.5	124.3	129.6	131.1	135.8	140.2	144.3	149.4	153.2

۴ ب.د لنبدا جدول

د متحول (x) د مختلفو قیمتونو لپاره د لنبدا د قیمتونو جدول

	$\lambda = E(X)$									
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.905	0.819	0.741	0.670	0.607	0.549	0.497	0.449	0.407	0.368
1	0.995	0.982	0.963	0.938	0.910	0.878	0.844	0.809	0.772	0.736
2	1.000	0.999	0.996	0.992	0.986	0.977	0.966	0.953	0.937	0.920
3	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.994	0.991	0.987	0.981
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.996
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.333	0.301	0.273	0.247	0.223	0.202	0.183	0.165	0.150	0.135
1	0.699	0.663	0.627	0.592	0.558	0.525	0.493	0.463	0.434	0.406
2	0.900	0.879	0.857	0.833	0.809	0.783	0.757	0.731	0.704	0.677
3	0.974	0.966	0.957	0.946	0.934	0.921	0.907	0.891	0.875	0.857
4	0.995	0.992	0.989	0.986	0.981	0.976	0.970	0.964	0.956	0.947
5	0.999	0.998	0.998	0.997	0.996	0.994	0.992	0.990	0.987	0.983
6	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998	0.997	0.997	0.995
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

x	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0	0.111	0.091	0.074	0.061	0.050	0.041	0.033	0.027	0.022	0.018
1	0.355	0.308	0.267	0.231	0.199	0.171	0.147	0.126	0.107	0.092
2	0.623	0.570	0.518	0.469	0.423	0.380	0.340	0.303	0.269	0.238
3	0.819	0.779	0.736	0.692	0.647	0.603	0.558	0.515	0.473	0.433
4	0.928	0.904	0.877	0.848	0.815	0.781	0.744	0.706	0.668	0.629
5	0.975	0.964	0.951	0.935	0.916	0.895	0.871	0.844	0.816	0.785
6	0.993	0.988	0.983	0.976	0.966	0.955	0.942	0.927	0.909	0.889
7	0.998	0.997	0.995	0.992	0.988	0.983	0.977	0.969	0.960	0.949
8	1.000	0.999	0.999	0.998	0.996	0.994	0.992	0.988	0.984	0.979
9	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996	0.994	0.992
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

۵. د رياضی سنبولونه او د یونانی ژبی لوی او واړه حروف

یونانی حروف او د رياضی سمبولونه

لوی حروف		کوچنی حروف		نوم
Alpha;	= Α	alpha;	= α	الفا
Beta;	= Β	beta;	= β	بيتا
Gamma;	= Γ	gamma;	= γ	گاما
Delta;	= Δ	delta;	= δ	ديلتا
Epsilon;	= Ε	ε	= ε	ايپسيلون
Zeta;	= Ζ	zeta;	= ζ	زيتا
Eta;	= Η	eta;	= η	ايتا
Theta;	= Θ	theta;	= θ	تيتا
Iota;	= Ι	iota;	= ι	ايوتا
Kappa;	= Κ	kappa;	= κ	کاپپا
Lambda;	= Λ	lambda;	= λ	لنبدا
Mu;	= Μ	mu;	= μ	ميو
Nu;	= Ν	nu;	= ν	نيو
Xi;	= Ξ	xi;	= ξ	کسی
Omicron;	= Ο	omicron;	= ο	اوميکرون
Pi;	= Π	pi;	= π	پای
Rho;	= Ρ	rho;	= ρ	رهو
Sigma;	= Σ	sigma;	= σ	سيگما
Tau;	= Τ	tau;	= τ	تاو
Upsilon;	= Υ	upsilon;	= υ	اوپسيلون
Phi;	= Φ	phi;	= φ	فهی
Chi;	= Χ	chi;	= χ	کښی (کی)
Psi;	= Ψ	psi;	= ψ	پسی
Omega;	= Ω	omega;	= ω	اوميگا
		theta;	= ϑ	ثيتا
		upsih;	= ϒ	اوپسيه
		piv;	= ϖ	پيو

د کتاب د مؤلف په هکله

داکتر امیر محمد منصوری د خدای بښلی الحاج علی محمد زوی په ۱۳۳۶ هش کال کی د پکتیکا ولایت د سپینه کلی مربوط د منصور کلا په یوه دینداره او علم پالونکی کورنی کی زیږیدلی دی. خپل دری کلن لومړنی تعلیمات یی د کلی په دهاتی ښوونځی او ابتدایی او ثانوی تعلیمات یی د پکتیا ولایت مرکز گردیز ښارد عبدالحی گردیزی په لیلیه لیسه کی بشپړ او د ۱۳۵۴ هش کال کی له لیسی څخه په اعلی درجه فارغ شو. د کانکور په ازموینه کی تر اشتراک وروسته د لوړو نمرو په ترلاسه کولو سره د عالی تحصلاتو د وزارت له خوا د انجنیری په ځانگه کی د پولنډ هیواد ته د لوړ تعلیم لپاره واستول شو.

منصوری د نساجی انجنیری په ځانگه کی د ماستری درجی تر لاسه کولو وروسته د شورویانو د تهاجم په پیل کی هیواد ته راستون شو او د نورو هیوادوالو په شان یی په مقدس جهاد کی برخه اخستنه لازمه وبلله او د هیواد د جنوب په حوزو کی برخه لرله. د مقدس جهاد ترڅنگ یی د هیواد د راتلونکی نسل د روزنی لپاره د ولس د آگاهی او د تعلیم د ترویج لپاره د توان په اندازه کار پیل کړ. تر یوه وخت وروسته چی په هیواد کی د نساجی انجنیری په برخه کی د خدمت کولو هیلی یی په اوبو لا هو شوی، نو د تعلیم په چارو کی د عملی خدمت تر څنگ یی د مسلکی زده کړی لپاره هم بیا له پیله شروع وکړه او په اضافی وخت کی د تعلیم په چارو کی د کار ترڅنگ د لسانس معادل تعلیمات تر لاسه کړل. د هیواد په مربوطه تعلیمی موسسو کی د کار تر څنگ یی د نړیوال اومقارینوی تعلیماتو په ځانگه کی د سویډن د هیواد د ستاکهولم له پوهنتون څخه لومړی په ۲۰۰۱ میلادی کال کی ماستری او بیا په ۲۰۰۷ میلادی کال کی د دوکتورا درجه تر لاسه کړه.

نوموړی په نړیوالو او ملی علمی کنفرانسونو او مجامعو کی برخه اخیستی او د هیواد د تعلیمی امورو په هکله یی څیړنی کړی او د څیړنو له لاری یی د هیواد تعلیمی نظام ته خدمتونه کړی دی. په هیواد کی په دولتی اوغیر دولتی موسساتوکی یی په مختلفو پوستونو، له مشاوریت څخه نیولی د غیر دولتی موسساتو تر ریاست پوری وظایف اجرا کړی دی. د معلمی مقدسه وظیفه یی په هیواد کی د لومړی ټولگی څخه نیولی د لسانس دوری اوبیا د سویډن په پوهنتون کی د ماستری دوری تر پروگرامونو پوری اجرا کړی دی.

منصوری په پښتو، دری او انگلیسی ژبه کی په لسگونو مختلف النوع تالیفات لری چی د لومړی ټولگی د ریاضی کتاب څخه نیولی بیا د پوهنتون د لسانس او ماستری دوری لپاره درسی کتابونه او ممد مواد او په نړیوالو معیارونو برابر علمی اثارتالیف کړی او ژباړلی دی. برسیره پردی یی د تربیه معلم لپاره مختلف علمی مواد تهیه کړی دی او د هیواد په تعلیمی امورو کی د څیړنو راپوررونه یی په نړیوالو علمی مجلو او کتابونو کی چاپ شوی دی. پښتو او دری ژبویی یو شمیر تآلیفات لاندی دی:

1. دست آوردهای آموزشی در مضمون ریاضی شاگرادان مکاتب افغانستان، ۲۰۰۰ م، ترجمه رساله ماستری مولف به زبان انگلیسی از پوهنتون ستاکهلوم ، سویډن؛
2. د ښوونی او روزنی نړیوال ریفورمونه او د افغانستان راتلونکی تعلیمی نظام، (۲۰۰۴م)؛
3. عوامل ترک مکتب شاگرادن مکاتب دوره ابتداییه کشور (۲۰۰۷م)؛
4. ترمودینامیک برای صنف دوهم پوهنځی تعلیم و تربیه، پوهنتون اسلامی (۱۹۹۳ م)؛
5. عملی احصائیه ـ احصائیوی مفاهیم او محاسبات (حاضر کتاب)
6. په اجتماعی علومو کی تحقیق- مفاهیم، اساسات ، طریقی او د معلوماتو د کمی او کیفی تحلیل ستراتیژیگانی (تر تیاری لاندی).