بسم الله الرحمن الرحیم

## کتاب پیژندنه

**د کتاب نوم:** احصائیه او احتمالات

**څانګه:** اداره او منجمنټ

**مولف:** محبوبه مموزی او میره محمد شاه رفیعی

**ژباړن:** نورالله عماد

**د څار کمېټه:**

- محمد آصف ننګ د تخنیکي او مسلکي زده کړو معین
- ډیپلوم انجنیر عبدالله کوزاېي د تعلیمي نصاب رییس
- محمد اشرف وحدت په تعلیمي نصاب کې د معینیت د مقام سلاکار

**د تصحیح کمېټه:**

- محمد احسان احسان
- شیرګل شینواری

**د ګرافیک او ډیزاین څانګې مسئول :** محمد جان علیرضایي

**ګرافیک او ډیزاین:** محمد سلیم خان

**چاپ کال:** ۱۳۹۲ لمریز کال

**تیراژ:** ۳۰۰۰

**چاپ ځل:** لومړی

**وېب پاڼه:** www.dmtvet.gov.af

**بریښنالیک:** info@dmtvet.gov.af

**کې ISBN:** ۹۷۸۹۹۳۶۳۰۰۵۱٤

# ملي سرود

دا وطن افغانستان دی — دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې — هر بچی یې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی — د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو — د ترکمنو د تاجکو
ور سره عرب، ګوجر دي — پامیریان، نورستانیان
براهوي دي، قزلباش دي — هم ایماق، هم پشه یان
دا هیواد به تل ځلیږي — لکه لمر پر شنه آسمان
په سینه کې د آسیا به — لکه زړه وي جاویدان
نوم د حق مو دی رهبر — وایو الله اکبر وایو الله اکبر

# د پوهنې وزير پيغام

**ګرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!**

د يوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د همغې ټولنې د پياوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهرو فکرونو په کار او زيار پورې تړلي دي. همدا بشري قوه او کاري متې دي چې د هيواد انکشافي اهدافو ته د رسيدو لارې چارې طی کوي او د يوه نيکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمينوي.

انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د يوه سوکاله ژوند د اسبابو او ايجاباتو د تکميل لپاره خپل اغيزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځايه ده چې د يوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپيريال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هيڅ حالت کې نه نفی کيږي او نه هم منقطع کيږي.

په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت مسوولیت او مکلفيت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همدااراز معقولو او مشروعو قوانينو ته په ژمنتيا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چابکه او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپيڅلي هدف ته د رسيدو په خاطر د انساني ظرفيت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنيکي کادرونو روزنه او پراختيا يو اړين مقصد دی. همدا په تخنيکي او مسلکي زده کړو مزين تنکي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سيستماتيک ډول د هيواد انکشاف محقق او ميسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند تګ لاره، دولتداري او ټولنيز نظام د اسلام له سپيڅلو احکامو څخه الهام اخيستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي بايد په علمي معيارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادي او معنوي ودې ته پکې لومړيتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفيت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربيت او په سوچه اسلامي روحيې د هغوی پالنه نه يوازي پخپل ذات کې يوه اساسي وجيبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه يې وژغوري او د نورو له سياسي او اقتصادي احتياج څخه يې آزاد کړي.

زموږ ګران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربيون بايد په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نيکمرغه افغانستان ارمان، يوازې او يوازې د دوی په پياوړو متو، ويښ احساس او نه ستړي کيدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنيکي زده کړو له امله کيدای شي په ډيرو برخو کې د افغانستان انکشافي اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو ليکوالانو، مولفينو، ژباړونکو، سموونکو او تدقيق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهير کې د ټولو کورنيو او بهرنيو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومي مننه کوم. له درنو او پياوړو استادانو څخه رجامندانه هيله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدريس او فعاله تدريب سره دې د زړه په ټول خلوص، صميمي هڅو او وجداني پيکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي.

د نيکمرغه، مرفه، پرمختللي او وياړمن افغانستان په هيله

**فاروق وردګ**

**د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير**

# لړلیک

**مقدمه**

له نفوس، توليدي او صنعتي موسساتو او د يو هيواد له محصولاتو څخه په دقيقه توګه معلومات لرل مبرمه اړتيا ده، چې له دې پرته د هر ډول ټولنيزو او اقتصادي پاليسيو طرح او تطبيق او د طرحه شوو پلانونو تحقق غير ممکن وي. د همدې اړتيا له مخې د پرمختګ او ودې په لور ګام په ګام ويښ او متمدن بشريت د معلوماتو او تخليص د راټولولو او له هغه څخه د نتيجه اخستلو په غرض له علمي ميتودونو او روشونو څخه استفاده کړې ده.

د حساب سيستماتيک مفاهيم او منظم تکامل انسان بريالى کړ تر څو د احصائيې او احتمالاتو د علم بنسټ کيږدي او د همدې علم په مرسته اوس هم زياتې ستونزې او مهم مسايل په اقتصادي او ټوليزو کارونو کې حلوي. د احصائيې او احتمالاتو تيوري چې نن ورځ د زياتره تعليمي ځانګو لکه اقتصاد، کرنې، کمپيوټر د مطالعې وړ ګرځول کيږي، توانيدلې د معاصر انسان د ټولنيزو فعاليتونو ټول اړخونه تر خپلې وړانګې لاندې راولي. په عمومي بڼه احصائيه د لوړو رياضياتو له يوې ځانګې څخه ده چې د تاريخ له علم سره ډېر لرغونتوب لري.

له احصائيې څخه په استفادې کولاى شو له محدودو معلوماتو څخه نسبتاً دقيقې نتيجې لاس ته راوړو. له دې پلوه متخصصينو احصائيه د هنر د تصميم نيونې په شان په نامعينو شرايطوکې تعريف کړې ده. زموږ ګران هيواد چې د تخنيکي او مسلکي بيا رغونې په حال کې دى، د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د مسلکي او فني کادرونو او د مؤثرو او برياليو اداري کارکوونکو روزنه يې د خپلو دندو له برخو څخه ګرځولې ده او هڅه کوي چې د ادارې او حسابدارۍ د انسټيټيوټونو له لارې کارکوونکي وروزي تر څو وکړاى شي په دولتي او خصوصي ادارو کې د کارونو د ادارې او لارښوونې په غرض، د کاري پلانونو د جوړونې او سمبالښت دندې سرته ورسوي. نو ځکه د هغوى خبريدل د احتمالاتو او احصائيې له اساساتو څخه او د هغه په کار اچونه په ورځنيو کارونو کې يو له مهمو اړتياوو څخه شمېرل کيږي. هيله لرو تر څو ګران محصلين د دغه اثر په مطالعې سره وکولاى شي د احصائيې د علم په ارزښت ځانونه پوه کړي او وکړاى شي د دندو د سرته رسولو پر وخت له هغې څخه مطلوبه ګټه واخلي.

په درناوى

**د کتاب ټولیزه موخه:**

- د احصایې تعریف، د احصایوي پړاوونو پېژندل، مرکزي میلان مقیاس او د انحراف یا خوریدو د مقیاسونو پېژندل.
- د احتمالاتو، د هغوی د بنسټیزو قواعدو او ترکیباتو د تیورۍ پېژندنه.

# لومړی څپرکی

## د احصايې تعريف او اصطلاح

**ټوليزه موخه:**
د احصايې له اصطلاح او تعريف څخه بشپړه پوهه

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای کې محصلين کولای شي لاندې موضوعات تعريف او توضيح کړي:

1- په علمي بڼه د احصائيې مفهوم او د احصائيې د علم تعريف
٢- له ټولنې سره د احصائيې د اړيکو مفهوم
٣- د احصائيې تاريخچه
۴- د اقتصاد او پلان جوړونې په امورو کې له احصائيې څخه د استفادې موارد

احصائيه عربي کلمه ده چې معنا يې د ژوند د اړوندو مسايلو شمارل، نيول او کله هم شمېرل ښکاره کوي. د اقتصاد د پوهانو او د احصايې د نظر خاوندانو په عقيده د Statistic کلمه د status له کلمې څخه مشتق شوې چې، له هغې څخه د قانوني وضعيت او قانوني موقف مفاهيم استنتاج کيږي. سربېره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت، حالت او وضعيت معنا هم اخيستل کيږي. د status علمي تفسير د دولت او سياستوالو د اړتيا وړ ارقامو او معلوماتو په کلمې منتج کيږي.

د احصائيې د علم په اړه بېلابېل تعريفونه ورکړل شوي، چې ځينې يې محدود مفاهيم او ځينې نور يې پراخ مفاهيم رانغاړي، مثلاً يو يې د ارقامو علم او بل يې د يوې پرمختللې يا پرمختګ په لور ټولنې د خصوصياتو د موندلو مطالعې وسيله ښودلې. ځينو د زياتو طبقاتو

او بېلابېلو ګروپونو مطالعه، د احصائيې د علم د ښکاره ځانګړنو له جملې څخه ګڼلې ده، چې په ټوليزو اصولو سره، د کار وړ اطلاعات د دولت د کارکوونکو اوسياستوالو د علمي څېړنو د استفادې په غرض ارزښتناک نقش لري. د احصائيې د مفهوم موضوع او اطلاق له کچې يا اندازې څخه عبارت ده يا په بل عبارت هغه څيزونه يا موضوعات، چې د شمار په قيد کې د راتلو امکان و لري او د شمېرلو په مرسته  څرګندېدلای شي د هغه په علمي او پراخه مفهوم کولای شو احصائيه داسې تعريف کړو:

احصائيه د لاندې موضوعاتو په غرض د علم يا علمي طريقو له مجموعې څخه عبارت ده:

۱- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) راټولونه، لنډيز او ترتيب.

۲- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو)څرګندول.

۳- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) مطالعه او تحليل.

۴- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) نتيجه ګيري، تفسير او څېړنه .

۵- د تحليل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په نظر د تصاميمو نيول.

په بل عبارت احصائيه د تحليل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په نظر د علم يا د علمي ميتودونو له مجموعې څخه د ټولونې په غرض، په يو يا څو برخو کې د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) د څرګندولو او تحليل له انسجام او د هغه په اړه نتيجه اخيستنې او تصميم نيونې څخه عبارت دی. په عملي ژوند کې د احصائيې له يوې ورځې نه بلې ورځې ته زيات او دايمي اهميت د انکار وړ نه دی او په درملنه (طبابت)، بيالوژي، کيميا، فزيک او بالاخره د طبيعي علومو په ټولو ځانګو کې يې د منلو وړ اهميت لاسته راوړی دی. همدارنګه د ذهني علومو نيمه برخه هم رانغاړي. په ځانګړی توګه په هغو علومو کې، چې د هغوی د بحث وړ توکی يا(اجزاوې) بشپړ وي او بشر د ټولنې(جمعيت) په توګه په دولتي، کلتوري او اقتصادي ژوند کې ځانګړی راول لوبوي او د دې علم له مرستې څخه ستړګې نه شي پټولای.

**له ټولنې سره د احصائيې اړيکې:**

د هرې ورځې په تېرېدو سره  بشر دننني ژوند مفاهيمو ته اړتيا پيدا کوي، چې د احصائيوي تحليل شوو معلوماتو پر مخ ټينګ ولاړ وي او سربېره پر دې د احصائيوي مډرنو روشونو بنسټ ايښودنه د احتمالاتو د تيوريو د اساساتو له مخې شوې ده. د علومو په بېلابېلو ځانګو لکه بيالوژي، طب، اقتصاد، اجتماعيات، ښوونې او روزنې،کرنې او صنعت کې

تل د استفادې وړ ګرځي. البته له احصائيې څخه په ځينو څانګو کې له يوې برخې څخه او په نورو څانګو کې له بلې برخې څخه ګټه اخيستل کيږي. له احصائيې څخه د علومو له څانګو څخه د يوې څانګې په توګه او له خاصو ميتودونو او روشونو څخه د يوې ساحې په توګه په لاندې ډګرونو کې په پراخه توګه کار اخيستل کيږي:

۱- د کرنې او صنعتي محصولاتو د توليد او توضيح په ډګرکې.
۲- د نفوسو،کورنيو او وګړو د خصوصياتو په ډګر کې.
۳- د مهاجرتونو، مسافرتونو او په هغه پورې د اړوندو حالاتوپه ډګر کې.
۴- د فزيکي، اقتصادي، ټولنيزو بنسټونو د ودانولو او د هغوی د ساتنې او څارنې په ډګر کې.
۵- د علومو په بېلابېلو څانګو کې د علمي څېړنو، مطالعاتو او سروې ګانو په ډګر کې.
۶- د سياست، رهبري د روشونو، ټاکنو او انساني حقوقو په ډګر کې.
۷- د مالياتو د ټولونې او ترانسپورت په ډګر کې.
۸- د ملي او نظامي خدماتو د ښوونې او روزنې او د نفوسو د جلب په ډګر کې.
۹- د ساينس او تکنالوژۍ په ډګر کې.
۱۰- د ببېړنيو حالاتو اوچټکو مرستو، بيا رغونې او د اقتصادي پراختيا په ډګر کې.

**د احصائيې تاريخچه:**

احصائيې د دولتونو د اختصاصي علومو، پراختيا او پيدايښت له څانګو څخه د يوې څانګې په توګه ارتوالی او انکشاف پيدا کړی او اوږده سابقه لري. لرغونو مصريانو، بابليانو اوروميانو به د سرچينو او نفوسو مفصل ريکارډونه د دولت د کارونو په منظور ساتل. د ارسطو په وخت کې به احصائيه د دولتي، نفوس شمېرنې او ټکټونو په مسايلوکې په کار اچول کيده.

د روم په امپراتورۍ کې له هغې څخه د کار اخيستلو شواهد شته، د يوناني سکندر لپاره احصائيه د اهميت وړ وه. د هغه وخت امپراتورۍ د لومړي ځل لپاره د خپل دولت بيلانس سمبال کړ چې، خپل عساکر او بيړۍ به يې شميرلې. همدارنګه مصريانو او روميانو په بېلابېلو مواردو کې له احصائيوي روشونو څخه استفاده کړې ده. د بېلګې په ډول د يوناني فيثاغورث په وخت کې له اوسطو قواعدو او د وسطي حدودو سنجش څخه استفاده شوې ده.

احصائیه په ۱۶ او ۱۷ پیړۍ کې په ځانګړي توګه د قمار د لوبو د اوښتونکو ترمنځ مروجه وه ځکه چې هغوی په احتمال او چانس عقیده درلوده او ستونزې او مسایل به یې د هغې زمانې لویو علماوو لکه ګالیله(Galila)، کاردینو (Cardano)، برنولي او فرمت (Farmet) ته وړاندې کړل تر څو له هغوی څخه ځواب لاس ته راوړي. په عین وخت کې د احصائیې زیات پرمختګونه په اروپا کې رامنځ ته شول. لومړی جان ګرانت (John Grant) په انګلستان کې د ریاضیاتو له لارې د احصائیې په اړه مطالعه وکړه. په طبي احصائیو کې یې بیمې او اقتصاد په نشر ورسول. د نوموړي مطالعات وروسته په دقیقه توګه په قاعده کې د لویو اعدادو تر سرلیک لاندې د برنولي په مرسته توضیح او تشریح شول او وروسته یو اثر د پیارسون Pearson په مرسته خپور شو.

دیمایتر Demoiter عالم، د لومړي ځل لپاره په ۱۷۳۳کال کې توضیح جوړونه ونوموله. همدارنګه د نجوم په ساحه کې د احتمالاتو د تطبیق قوانین د لاپلاس Laplace او ګوس Gouss په مرسته تر سره شوې دي. د ۱۹ پیړۍ په پیل کې بلجیمي مشهور منجم او احصائیه پوه ادولت کواتلیت د لومړي ځل لپاره احصائیوي تیوري ګانې د علمي څېړنو په سر ته رسولو کې د میتود او روش په توګه د استفادې وړ وګرځولې. همدارنګه دVnapp په نوم یو عالم د عمر په بېلابېلو وختونو کې د انسانانو د مړینې په اړه احصائیه جوړه او خپره کړه. ګالتن Galton د بیولوژي په ساحه کې د وراثت په علم پورې اړوند مخصوصو مسایلو کې د احصائیوي روشونو تطبیق مروج کړ او انګلیسي احصائیه پوه رونالد فشر Ronand Fisher هم د کرنې په ساحه کې د علمي او تحقیقاتي تجربو د طرحې په اړه احصائیه په ښه توګه مروجه او پراخه کړه.

له تاریخي پلوه د احصائیې تیوري خپل پراختیایي پړاوونه د زیاتو علماوو په مرسته د نړۍ په بېلابېلو ځایونو کې وهلي دي. دا یو ستونزمن کار دی تر څو د بېلابېلو ځانګو د پوهانو لست چې د احصائیې په پراختیا کې یې مرسته کړې جوړ کړو! د احصائیې د تاریخچې په هکله زیاتوو چې:

۱- په چین او لرغوني هند کې د مسیح له میلاد څخه زرکاله وړاندې د نفوس سرشمیرنه او د شتمنیو، مالونو او نفوسو اندازه نیونه منځ ته راغلې ده.

۲- له میلاد څخه وړاندې د درې زره کلونو په شاو خوا کې مصریانو، بابلیانو او رومیانو د نفوسو او ځمکو ریکارد ساته.

۳- له میلاد څخه ۳۵۰۰ کاله ترمخه په مصر کې د نفوسو سرشمېرنې رواج درلود، په کلیمیانو(ټپیانو) پورې اړوند یو کتاب((د اعدادوکتاب))په نوم چې د سړیو سرشمېرنه د سرتېرو د جلب په مقصد د جنګ لپاره رانغاړي.
۴- په اتلسمه پیړۍ کې دولت پېژندنه په پوهنتونونو کې تدریس کېده، دا څانګه یې د Statistics په نوم یادوله، چې وروسته د Arithmetician politics سیاسي حساب دانانو په نوم منځ ته راغله.
۵- په مصر کې د فرعون په وخت کې نغده کلنګ (خراج) او کلنګ یا خراج له خپله محصولاتو څخه اخیستل کېده، دا کلنګ د څو کلنو د منځنیو پیداوارو په اساس محاسبه او وروسته اخیستل کېده.
۶- د خُلفای راشدینو او حضرت عمرفارق(رض) په دوره کې د ځمکو تقسیم بندي د خلافت تر نظام لاندې منځ ته راغله. د حکامو د مالونو او جایدادو حساب اخیستنه او حساب ورکونه تر سره کېده.
دعراق له فتحې سره هم مهاله د خلکو شمېرنه منځ ته راغله. سعد بن وقاص (رض)د کرنیزو ځمکو اندازه کول پیل کړل.
۷- انګلیسي رونالد فیشرRonal Fisher چې تر ۱۹۶۲کاله ژوندی ؤ، د کرنې په ساحه کې څېړنې او د علمي څېړنو په برخه کې یې په بې ساري توګه احصائیې ته پراخوالی ورکړ.

په افغانستان کې له هغې دورې څخه چې، د مستوفیتونو نوم اخیستل کیږي، د حکومتونو معاملات له احصائیې سره او د احصائیې په کار اچونه د حکومتي (عامه) شتمنیو په راټولونه او سمبال کې څرګندوي.

په وروستیو کلونو کې احصائیه د یوه دسپلین په بڼه منځ ته راغله او په زیاتره علمي او نظري څانګو کې یې د ورځې په تېرېدو سره ډېر اهمیت تر لاسه کړی او د دې پېړۍ په نیمایي کې د احصائیې کورسونه په ترتیب سره د ښوونې او روزنې، اقتصاد او د روحیاتو په ډیپارټمنټونو کې او اوس د بېلابېلو هیوادونو د پوهنتونونو په زیاترو ډیپارټمنټونو کې تدریس او تعقیبیږي. د ۱۳۵۴ لمریز کال له پیل نه را په دې خوا احصائیوي رشتوي مضامین او د احصائیې او اکسونومټري څانګه (ډیپارټمنټ)د اقتصاد د پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلې، چې د اقتصاد پوهنځي د دې ډیپارټمنټ لومړني فارغان د ۱۳۵۶لمریز کال په پای کې ټولنې ته وړاندې شول.

**له احصائیې څخه ګټه اخیستنه او په پلان جوړونه او اقتصاد کې د هغې اهمیت:**

څرنګه چې مخکې یادونه وشوه د احصائیې تاریخي لرغونتوب ډېرو تېرو زمانو ته رسیږي، د احصائیې پراختیا او د استفادې مواردو هم بېلابېل پړاوونه وهلي او اوس هم د ودې په حال کې ده. په لرغونو ټولنو کې احصائیه د نفوس د شمېرلو، د مالیاتو ورکړه او د مکلفیتونو د سرته رسولو په مقصد په کار اچول کېده. له حیاتي احصائیې او د نفوسو د احوال ثبت سره مینه له دوو اړخونو زیاته شوي. یو له دې اړخه چې د ساري ناروغیو تلفات او شیوع یې په سمه توګه وسنجول شي او پرې پوه شو. او بل له دې اړخه، چې نفوس د دولت مهم قدرت او عظمت په خاصه توګه نظامي قدرت پېژندل کېده. د حیاتي (مړینه او زېږېدنه) احصائیو له ثبت او د نفوسو له احصائیې څخه وروسته، په اروپا کې زیاتره په کلیسا ګانو کې د کشیشانو په مرسته په دفترونو کې لیکل کیدې او دولتي څانګو هغه ته اعتبار ورکاوه. همدارنګه په اروپا کې اقتصادي احصائیې په خاصه توګه بهرني تجارت او قیمت بیه اوسپنو (فلزاتو)په تدریج سره اهمیت ترلاسه کړ. احصائیوي معلومات، چې په غالب ګمان د دولت پټ رازونه پېژندل کېدل، په تدریج سره په ورځپاڼو او جریدو کې خپرې او په هر ځای کې ووېشل شوې. د احصائیوي معلوماتو د صحت او اعتبارپه اړه لازمې څېړنې ترسره شوې. په احصائېه او اقتصاد کې د ریاضي او احتمالاتو شاملول د احصائیې په زیاته پراختیا کې ځانګړي قدمونه وشمېرل شول. د احصائیوي علماوو لومړنۍ نړیواله جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصائیې د نړیوال کانګرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه.

د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصائیه د مهمې او بنسټیزې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنترول او څارنې په امورو کې استعمالیږي.

زموږ په هیواد کې هم د احصائیې مرکزي اداره د عظمی صدارت تر مسقیم اثر لاندې په ۱۳۵۲کال کې جوړه شوه او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړي ډول د لاندینیو موخو په اړه فعالیت کوي.

۱- د هیواد له عیني شرایطو سره سم د اړتیا وړ علمي سیستم او د احصائیوی تمرکز تأمین او توسعه د علمي او نړیوالو معیارونه سره سم د انکشافي، اقتصادي، ټولنیزو او د ټولو مواردو د پلانونو او پروګرامونو د لارښوونې او استفادې د ترتیب په مقصد.

۲- د ادارې، موسساتو او ټولو وګړو د احصائیوي فعالیتونو د علمي او مسلکي لارښوونو لپاره نظارت چې، د احصائیوي معلوماتو او ارقامو په راټولولو اقدام کوي.

۳- په ملي سطحه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تمرکز او تنظیم.

۴- د میتودولوژۍ تثبیت، د حیاتي وقایع د احصائیې ثبت او راټولونه او د هغه تدریجي عامول یا دودول په ملي سطحه.

۵- د هغو پروژو او پروګرامونو د کار د پرمختګ او تطبیق په اړوند چې د دولت په انکشافي پلانونو کې شامل دي د احصائیو او ارقامو راټولونه- د راپورونو د جوړونې او بررسۍ په منظور- او لازم وړاندیزونه په دې برخه کې ذیصلاح مقاماتو ته ورکول.

په لنډ ډول د نن ورځې احصائیه او احصائیوي معلومات د ژوند په ټولو مسایلو کې سر او کار لري د ارقامو او شمېرو استنتاج، تحلیل، ترتیب او جوړونه په ټولو امورو کې او په پلان جوړونه کې په عمومي توګه په کار اچول کیږي. د بېلګې په ډول د نفوسو احصائیه، حیاتي ځانګړې احصائیې، د تجارت احصائیه، بانکي احصائیه، د کانو او صنایعو احصائیه، د کرنې احصائیه، د مخابراتو او مواصلاتو احصائیې، د ښوونې، عامه روغتیا او ټولنیزو خدماتو احصائیه، مالي احصائیه، د ملي محاسباتو احصائیې او داسې نور.

**د لومړي څپرکي د مطالبو لنډیز:**

**د احصائیې تعریف:** احصائیه د شمېرو او معلوماتو د راټولونې، لنډیز او ترتیب، او د نتیجه اخستنې د مطالعې او تحلیل او د راټولو شوو معلوماتو او شمېرو په اړه د تصمیم نیونې په غرض د علم یا علمي روشونو له مجموعې څخه عبارت ده.

**داحصائیې مفهوم:** احصائیه له کچې یا اندازې څخه عبارت ده یا په بل عبارت هغه څیزونه یا موضوعات دي، چې د شمېرې په قید کې راوړل شي او د شمېرلو په مرسته توضیح کړل شي.

**داحصائیې اړیکې له ټولنې سره:** د بشر ننني ژوند د ورځې په تېرېدو سره هغو مفاهیموته اړتیا پیدا کوي چې، په احصائیوي تحلیل شوو معلوماتو استوار دي او د علومو په بېلابېلو څانگو کې په کار اچول کیږي. په اقتصاد او پلان جوړونه کې د احصائیې د استفادې موارد او د هغه اهمیت زیات دی. څرنگه چې موږ وویل د احصائیې تاریخي لرغونتوب ډېرو تېرو زمانو ته رسیږي، چې له احصائیې څخه انکشاف او د استفادې مواردو هم بېلابېل پړاوونه وهلي او تر اوسه هم په وده کې ده.

**داحصائیې تاریخچه :**احصائیې د علومو له اختصاصي څانگو څخه د یوې څانگې په توگه انکشاف او پراخوالی پیدا کړی او اوږده سابقه لري.

## د لومړي څپرکي پوښتنې:

۱- په پښتو او انگلیسي کې د احصائیې لغوي معنا څه ده؟

۲- د هغو مفاهیمو نوم واخلئ چې د Status له کلمې څخه اخیستل شوي؟

۳- احصائیه په علمي او پراخ مفهوم سره تعریف کړئ ؟

۴- د احصائیې اهمیت په ټولو مالي مسایلو کې په عمومي توگه او د پلان جوړونې په اړه په لنډ ډول ولیکئ؟

۵- د احصائیې د علمي تاریخچې په اړه لنډ توضیحات ورکړئ؟

۶- د احصائیې تاریخچه د کابل پوهنتون په اقتصاد پوهنځي کې ولیکئ؟

۷- له احصائیې څخه په استفادې د احصائیې جوړونې دندې تشریح کړئ؟

۸- په لرغونو ټولنو کې له احصائیې څخه دکومو مقصدونو لپاره کار اخیستل کېده؟

۹- د هغو مهمو علماوو او پوهانو نومونه واخلئ چې، د احصائیې د علم په انکشاف کې یې ښکاره ونډه درلوده؟

# دويم څپرکی

## د احصائیوي څېړنو پړاوونه

**ټوليزه موخه:**

داحصائيوي عمليو او څېړنو د پړاوونو پر مفاهيمو پوهېدل

**د زده کړې موخې:** په دې څپرکې کې زده کوونکي بايد له لاندې موضوعاتو سره آشنايي پيدا کړي:

۱- د احصائيوي عمليو او څېړنو د پړاوونو زده کول.

۲- د شمېرو څرګندول د احصائيوي بڼو (شکلونو) په وسيله سره.

۳- د احصائيوي جدولونو توضيح او ترتيب کول.

۴- د احصائيوي ګرافونو د مفهوم توضيح او انځور کول.

۵- دخطي او غيرخطي ګرافونو ترتيبول.

څرنګه چې په مخکني څپرکي کې وويل شول احصائيه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې، د هغو په اساس شمېرې او معلومات راټولې، ترتيب، لنډې، تحليل او څرګنديږي او نظر هغه ته نتيجه ګيري او تصميم نيونه کيږي.

د دې عمليو د ترسره کولو لپاره بايد لاندې پړاوونه ترسره شي:

۱- د موخې ټاکل يا تثبيت چې، څېړنه يا تحقيق په همدې منظور ترسره کيږي.

۲- د تجربې طرحه يا ټاکل .

۳- د شمېرو او معلوماتو راولونه.

۴- د شمېرو او معلوماتو ترتيبول.

۵- نتيجه ګيري او تصميم.

اوس په لنډه توګه د دې هر يوه په څرګندولو پيل کوو.

**د موخې تثبيت يا ټاکل:**

احصائيوي تحليل په شمېرو او ارقامو پيل کيږي. څېړونکي بايد له هرڅه نه د مخه څرګنده کړي چې، د اړتيا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض کومه موضوع څېړي. نو په دې اساس هغه بايد پوښتنه او ستونزه په دقيقه او څرګنده توګه طرحه او وټاکي چې، څه ډول شمېرې او معلومات د اړتيا وړ دي.

بايد څرګنده کړو چې، د احصائيوي پايلو کيفيت او څرنګوالی چې لاس ته راځي د راټولو شوو شمېرو په مناسبوالي او ثقه والي باندې متکي دي چې، په خپل وار سره د طرحې شوې ستونزې په سم تشخيص او طرحې پورې اړه لري.

په احصائيه کې د هغو شمېرو مجموعه چې د يوې طرحې شوې ستونزې په اړه کېدای شي راټولې شي د ټولګي(جماعت) په نامه يادېږي. د بېلګې په ډول که د يوه مملکت په قوای کار کې د بېکارۍ د فيصدي  موندنه په يوه ټاکلي زمان کې طرحه شوې ستونزه وي، په دې صورت کې ټولګی (جماعت)، خپلې ټولې کتنې(مشاهدات) په هماغه مملکت او په هماغه زمان کې د ټولو بېکارو او يا په کار اخته کارګرانو په اړه رانغاړي.

بايد يادونه وکړو چې يو احصائيوي ټولګی يا جماعت د يوې ځانګړې ستونزې په اړه د کتنو (مشاهداتو) مجموعه رانغاړي.

**د تجربې طرح يا ټاکل:**

که چېرې د پام وړ ستونزه په دقيقه توګه طرح شوه، څېړونکي بايد تصميم ونيسي چې اړوندو کتنو مجموعه ټوله يا د هغې يوه برخه مطالعه کړي. که چېرې ټول  (جماعت) مطالعه کړي په « ټوليزشمار» سره او که چېرې تاسې د هغه يوه برخه ووينی، اړوند ګړنلاره د «نمونه ګيرۍ» په نوم يادېږي. ټوليز شمار عملاً  زيات وخت او زيات لګښت غواړي او حتی د هغه تطبيق ځينې وخت د امکان وړ نه وي نو د هغه په ځای ناچاره بايد د نمونه اخستنې له لارې مطالعه ترسره شي. په نمونه اخستنې کې هڅه کيږي ترڅو د نمونه يې شمېرو په اساس چې، له ټولګي (جماعت)څخه نمونه ګيري شوې ده تصميم ونيول شي، نو په دې اساس نښه يا سمپل بايد له اړوند ټولګي(جماعت) څخه استازيتوب وکړي. د احصائيوی ځانګړې برخې داسې نښې يا نمونې اخيستل، احصائيوي تيوري جوړوي او داسې پوښتنې لکه نمونه اخستنه بايد تر کومې اندازې لويه وي، څه ډول شمېرې بايد راټولې شي، دا شمېرې څه ډول راټولې شي، چې دا ډول پوښتنې د احصائيې په هغې څانګې پورې اړونديږي چې، د ((تجربې طرح)) يا د نښې د طرحې په نوم يادېږي، د نښې طرح بايد په

بشپړ دقت سره ترسره شي، پرته له دې نه شو کولای مطلوبې نتیجه اخستنې ته ورسیږو. د نمونې طرح کېدای شی په بېلابېلوبنو تر سره شی لکه ناڅاپی یا تصادفی نمونه ګیری او غیر ناڅاپي یا غیر تصادفي نمونه اخستنه، په خپل وار سره اتفاقي نمونه ګیري په مختلفو بڼو اتفاقي ویشل کیږي. لکه ساده ناڅاپي یا اتفاقي نمونه ګیري او مقیده ناڅاپي یا اتفاقي نمونې طرح کیدای شي په بېلابېلو بڼو تر سره شي. لکه ناڅاپي(یا تصادفي) نمونه ګیري ونه ګیري، یواړخیزه، دوه اړخیزه او څو اړخیزه او مکرره نمونه ګیري، همدارنګه غیر اتفاقي نمونه ګیري د توپیر لرونکي یا تفاوتي نمونه ګیرۍ په بڼه په صحیح او ډاډ سره نیول کیږي چې هر یو د دغو نمونه ګیرۍ لارې د ځانګړو ښېګڼو یا مزایاوو او نیمګړتیاو لرونکې دي چې تر یوه حده پورې د کتنو یا مشاهداتو په ډول او د احصاییوي سروې په موخې پورې اړه لري

**د احصائیوي شمېرو او معلوماتو راټولونه:**

د احصائیوي څېړنو دربیم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راتولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر یو احصائیوی څېړنیز پړاو ته زیات وخت او زیات لګښت غواړي. او دا پړاو هغه وخت ښو پایلوته رسیږي چې، په دې اړه شخصي قضاوتونه دخیل نه وي.

په عمومي توګه د معلوماتو ترلاسه کول او د شمېرو راتولونه په دوه بڼو تر سره کیږي.

**مستقیم او غیر مستقیم:**

په مستقیمه بڼه څېړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو، سروې (نمونوي یا بشپړه) او کتنو یا مشاهداتو له لارو راټولې کړي.

په غیر مستقیمه بڼه څېړونکی کولای شي معلومات د مکتوب، پوښتنپاڼو (استعلام)، فورمو، د نشراتو د سرچینو له اخځلیکونو څخه په استفادې او داسې نورو په مرسته لاسته راوړي. باید څرګنده کړو چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې به ښه دا وي تر څو وخت سموالی او اقتصاد په نظر کې ونیول شي.

**د احصائیوی شمېرو سمبالول:**

د موخې له سمبالولو، تثبیت یا ټاکلو څخه وروسته، د تجربې یا نمونې طرح او د شمېرو راټولونه باید سمبال، لنډه او تصنیف شي.که چېرې راټولې شوې شمېرې اوږدې وي باید هغوی د سمبالولو په غرض لنډې کړای شي. د بېلګې په ډول سمې یا صحیحی شمېرې د

۱۰,۱۰۰,۱۰۰۰ او داسې نور په واحدونو لنډې (خلاصه) شي، يا اوړدو اعشاري خانو ته دې له امکاناتو سره سم ډېرو نږدې لومړۍ، دويمې او دريمې خانو ته تقرب ورکړل شي.

له لنډيز وروسته شمېرې بايد واضحې او د لوستلو وړ وليکل شي او د آسانولو، ښه لوستلو او تحليل په غرض سمبال شي. د شمېرو سمبالول او تصنيف په بېلابېلو لارو تر سره کېداى شي.

که چېرې شمېرې د کميت او اندازې په نظر سمبال او تصنيف شي کومه لړۍ يا سلسله چې په لاس راځي (د پيښې د بيا وېشنې) يا د فريکونسي وېشنې په نوم يادېږي، چې په درېم څپرکي بد کې تشريح شوي.

همدارنګه که شمېرې د زمان يا مهال له مخې سمبال شي، اړوندې لړۍ يا سلسلې به سربېره پر جغرافيايي، محيطي،کيفيتي، جنسي او د ټولو خصوصياتو د موقعيت او شرايطو له مخې يوه زماني لړۍ يا سلسه لنډه او څرګنده وي.

د شمېرو څرګندول کېداى شي د احصائيوي بېلابېلو بڼو (شکلونو) لکه جدولونو، ګرافونو او زياترو هندسي بڼو په مرسته ترسره شي. د څېړنو په څلورم پړاو کې ځينې وخت د تشريحي يا توصيفي احصائيې په نوم هم يادېږي.

**نتيجه ګيري او تصميم:**

که چېرې د ټول ټولګي (جماعت) نمونه يا تجربه راونغاړي، يعنې احصائيوي څېړنه په يوه سروې کې د کُلی شمار په بڼه وي، د نظر وړ سروې د وروستى پړاو تشريحي احصائيه يعنې څلورم پړاو، چې پورته يې يادونه وشوه جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو کې د ټولګي (جماعت) خصوصيات او مشخصات توضيح او تشريح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې ستونزې په اړه تصميم نيول کيږي. په خلاف د دې که چېرې سروې نمونوي وي او يواځې له مجموعې څخه يوه برخه غوره کړي، په دې حالت کې تشريحي احصائيه د څېړنې وروستى پړاو نه دى، بلکې د زياتو مطالعاتو او احصائيوي عمليو غوښتنه کوي. ځکه د يوه ټولګي(جماعت)د نمونې له مطالعې او تحليل څخه موخه د هماغه ټولګي (جماعت) په اړه نتيجه ګيري اوتصميم نيونه ده. نو ځکه د نمونوي سروې ګانو په صورت کې د څېړنې او احصائيوي عمليو وروستى پړاو د شمېرو د نمونو په نظر له نتيجه ګيرۍ څخه عبارت دى.

د احصائيوي بڼو (شکلونو) په مرسته د شمېرو څرګندول:

احصائيوي شمېرې او معلومات له راټولونې، سمبالونې، يووالي (توحيد) او تصنيف څخه وروسته بايد څرګندې شي، د شمېرو څرګندېدل په عمومي توګه په دوو لارو ترسره کيږي. په شفاهي يا لفظي ډول او د احصائيوي بڼو په وسيله په ليکلې بڼه.

احصائیوي بڼې (شکلونه) ډېرې دي خوپه عمومي توګه په دوه ډلو وېشل کیږي:

**احصائیوي جدولونه او احصائیوي ګرافونه:**

**احصائیوي جدولونه او د شمېرو جدول بندي:**

جدول بندي د پرتلنې او تحلیل په غرض د شمېرو او معلوماتو د سیستماتیک او منظمو سمبالولو څخه عبارت دی.که څه هم احصائیوي جدولونه د موخې او ستونزې د لیکل شوو شمېرو په نظر زیات دي اما په عمومي توګه په دوه ډوله ویشل کیږي، عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه.

په عمومي جدولونو کې لومړنۍ شمېرې یا اصلي شمېرې سمبال او لیکل شوي او د عمومي مقصدونو لپاره په کار اچول کیږي، په داسې حال کې، چې د شمېرو او معلوماتو خصوصي جدولونه، سمبال او خلاصه شوې د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي.

د یوه احصائیوي جدول په سمبالولو او جوړولو کې باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي.

**عنوان:** هر احصائیوي جدول باید د یوه عنوان یا سرلیک لرونکی وي، د جدول سرلیک باید په ښکاره او لنډ ډول او د هغه په پورتنۍ برخه کې ولیکل شي او باید درې شیان څرګند کړي:

الف- په جدول کې د لیکل شوو شمېرو محتوی او د بحث وړ موضوع.

ب- هغه ځای چې شمېرې رانغاړي.

ج- هغه وخت یا مهال چې د هغې په وسیله لیکل شوې شمېرې رانغاړل شوي دي.

د سرچینې یا اخځلیک:که چېرې لومړنۍ یا اصلي  شمېرې د لومړي ځل لپاره د څېړونکي په مرسته راټولې شوې وي کېدای شي پرته د اخځلیک یا سرچینې له یادولو څخه په یوه جدول کې ولیکل شي، که چېرې لیکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي باید د هغوی سرچینې او مأخذونه د جدول په ښکته برخه کې او له لمن لیک څخه مخکې ولیکل شي.

یادښت یا لمن لیک:که چېرې په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې زیاتې تشریح او توضیح ته د یادښتونو او لمن لیکونو په بڼه اړتیا پیدا کړي، دا یادښتونه باید په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې خو له اخځلیک او سرچینې څخه وروسته ځای پر ځای شي.

د جدول خانې (ستون) او قطارونه: هر احصائیوي جدول خانې (ستونونه) او قطارونه لري چې، د هغوی اندازه په هماغه جدول کې د لیکل شوې موضوع په څرنګوالي، د شمېرو او معلوماتو په اندازې پورې مربوطیږي. د جدول خانې او قطارونه باید د زیات وضاحت لپاره د فرعي سرلیکونو لرونکی وي. که چېرې د خانو او قطارونو شمېر زیات وي ښه به وي، د آسانۍ د څرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندي شي. څرنګه چې په ۱-۲ جدول کې

لیدل کیږي څلور خانې دي چې، دویمه خانه په وار سره په پنځو نورو فرعي خانو باندې وېشل کیږي سربېره پر دې دا جدول شپږ قطاره و نه لري.

د کچې (مقیاس) واحد: په جدول کې باید د مقیاس واحد یا واحدونه په څرګنده توګه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او یا د هرې خانې تر فرعي عنوانونو لاندې ولیکل شي. د بېلګې په ډول څرنګه چې د ۱-۲جدول ټولې لیکل شوې شمېرې په فیصدۍ سره سنجول شوي دي په دې حالت کې یواځې د مقیاس یو واحد (فیصدۍ) شتون درلود او د جدول تر اصلي عنوان لاندې څرګند شوي دي. په جدول کې باید د امکان تر حده هڅه وشي ترڅو ګډ واحد په کار واچول شي، د بېلګې په ډول که لومړنۍ شمېرې په کیلو ګرام، ټن، من، پاو او داسې نورو چې، ټول د وزن مقیاس دي، راټولې شوې وي ښه به وي دا ټول په یوه ګډ مروج مقیاس باندې لکه کیلو ګرام تبدیل او په جدول کې څرګندې شي.

په جدول کې د شمېرو ترتیب: په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې باید په وضاحت او پوره دقت سره خلاصه، ترتیب، توحید او په اړوند جدول کې ولیکل شي. ترڅو د پرتلنې او تحلیل لوستل آسانه کړي او اړوندې شمېرې کولای شو د لاندینیو بنو څخه د یوې بنې په توګه ترتیب او ډلبندي کړو.

- د الفبا د تورو له اړخه (مثلاً الف - ب - ج - د - او داسې نور)
- د زمان یا مهال له نظر ه(لکه ورځ، میاشت، کال او داسې نور)
- د اداري واحدونو او جغرافیایي موقعیت په نظر (لکه ولسوالۍ، ولایت، هیواد، شمال، سوېل(جنوب) او داسې نور.
- د دموګرافیکي خصوصیاتو له نظر ه(لکه نظر سن، جنس، مورنۍ ژبې او داسې نور).
- د فزیکي، بیالوژیکي، تخنیکي او داسې نورو خصوصیاتو له نظره.
- د بل تعامل یا مشخصاتو او خصوصیاتو له نظره.

په ۱-۲ جدول کې د خانو(ستونو) ترتیب د پرمختللو هیوادونو د خصوصیاتو او د هغوی د جغرافیایي موقعیت په نظر تر سره شوي څرنګه چې د جدول قطارونه د زمان یا مهال یعنې د ۱۹۶۰-۱۹۸۱ کلونو په نظر سمبال شوي دي.

**غونډ (مجموع):** په عمومي توګه د یوه جدول خانې او قطارونه د هغه جدول د لیکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي دي، البته د خانو او قطارونو د شمېرو په مجموع کولو کې د ګډ مقیاس واحدونه شرط دي. څکه نشو کولای د مقیاس توپیر لرونکي او بېلابېل واحدونه غونډ (مجموعه) کړو. د دې شرط د شتون په صورت کې د یوه جدول د قطارونو او خانو(ستونونو) مجموع معمولاً د هغه د مخالف لوري په آخر کې ښودل کیږي.

په ۱-۲ جدول کې د خانو او قطارونو د مجموعې اخيستل کوم مفهوم نه لري نو ځکه نه ده ښودل شوې. بايد زياته کړو که چېرې د جدول شمېر زيات وي هر جدول بايد د تړاو او موضوع له پلوه نمره بندي شي، د جدول هره برخه په خاصه توګه د جدول د آخري خانو او قطارونو فرعي سرليکونه (عنوانونه) يعنې د مجموعې قطار بايد په ځرګند ډول خط کشي شي.

بېلګه: لاندې جدول په پام کې نيسو.

د هيواد د منسوجاتو د توليداتو اندازه په ۱۳۸۰-۱۳۸۲ کلونوکې(ارقام په مليون متر)

| کال / دجنس ډول | نخي منسوجات | سندي منسوجات | پشمي يا وړين منسوجات |
|---|---|---|---|
| 1389 | 26.5 | 10.8 | 0.2448 |
| 1381 | 31.9 | 6.8 | 0.2769 |
| 1382 | 37.8 | 6.8 | 0.2866 |

۱-۲ جدول د پرمختللو هيوادونو د داخلي مجموعي محصولاتو د ودې روش په ۱۹۶۰-۱۹۷۹ کلونوکې او په کلنۍ فيصدي باندې د ۱۹۸۰-۱۹۸۱ کلونو وړاندوينه.

| کال | د پرمختګ په حال کې هيوادونه: په عمومي توګه | افريقا | لاتينه امريکا | د آسيا سوهيل او لوېديځ | د آسيا ختيځ | د پرمختګ په حال کې صنعتي هيوادونه د نفتو صادراتوونکي | هغه هيوادونه چې پرمختګ يې کړی |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 196-1970 | 0.5 | 4.6 | 5.5 | 4.7 | 8.7 | 5.2 | 3.1 |
| 1970-1980 | 6.2 | 5.3 | 5.9 | 5.4 | 9.0 | 5.4 | 3.1 |
| 1978 | 5.2 | 4.8 | 4.6 | 6.8 | 3.2 | 5.3 | 3.3 |
| 1979 | 5.3 | 5.3 | 6.3 | 4.8 | 3.0 | 5.2 | 2.4 |
| 1980 | 5.9 | 6.1 | 5.8 | 5.3 | 7.0 | 5.7 | 2.6 |
| 1981 | 6.0 | 6.3 | 5.6 | 6.1 | 7.0 | 5.4 | 3.4 |

**سرچينه:** د سکرتريت UNCTA  ځانګې دې د ملي او نړيوالو رسمي شمېرو او سرچينو په اساس وليدل شي.

**احصائيوي ګرافونه:** ګرافونه د دوو يا زياتو متحولو تر منځ د اړيکو له جوليز (شکلي) څرګندولو څخه عبارت دی. د ګرافونو ډولونه او بڼې ډېرې زياتې دي چې د متحول په ډول او  شمېر، د شمېرو په څرنګوالي او د ستونزو په ډول پورې اړونديږي چې، په بېلابېلو بڼو نظر موخو ته په خاصه توګه انځور څرګنديږي. په دې ځای کې څو ډوله ساده ګرافونه او معمولي ګرافونه او چارتونه په وروستي څپرکي کې توضيح کيږي.

**خطي ګرافونه:** په دې ډول ګرافونوکې څرنګه چې د هغوی له نوم څخه څرګنديږي د متحولو تر منځ  خطی اړيکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقيمو کرښو په مرسته ښودل کيږي. د بېلګې په ډول که چېرې اړيکې د تابع متحول y او خپلواک متحول  (تابع کوونکی) X خطي وي دا ډول اړيکې معمولاً د مستقيمې کرښې د يوې معادلې په وسيله په لاندې بڼه څرګنديږي:

$$Y=a+bx$$

په دې ځای کې b,a ثابت دی، لومړنی يې د عمودي قاطع په نوم او دويم يې دx ضريب په نوم ياديږي.

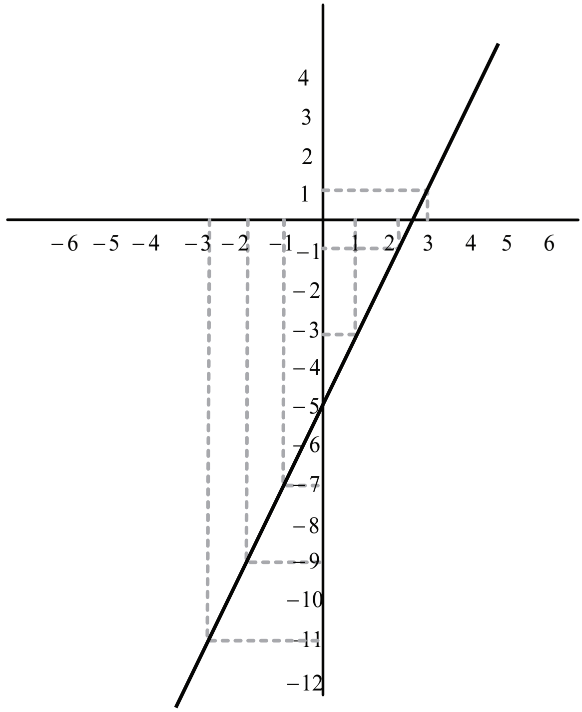
۱ بېلګه- د $y=-5+2x$  معادلې ګراف انځور کړئ.

د دې معادلې ګراف څرنګه چې په بڼه کې ښودل شوی دی کولای شو په دوه لارو انځور کړو.

**لومړی:** د x د توپير لرونکو ارزښتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پيدا کوو. دا ارزښتونه د x او y د وضعيه کمياتو په محورونو کې په ليک نښو (نقطه ګذاري) په نښه کوو.

| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | -11 | -9 | -7 | -5 | -3 | -1 | 1 |

څرنګه چې د x او y د ذکر شوو ارزښتونو له هرې جوړې څخه د (x,y) يو ټکی جوړيږي. د دې ټکو د موقعيت په ټاکلو سره د هغوی په ګراف او نښلولو(اتصال)کې مطلوب مستقيم خط انځور کيږي.




دا معادله ځينې وخت د y=ax+b په بڼه ښکاره کيږي، چې البته د مفهوم له پلوه له ۱-۲ معادلې سره بې تفاوته ده.

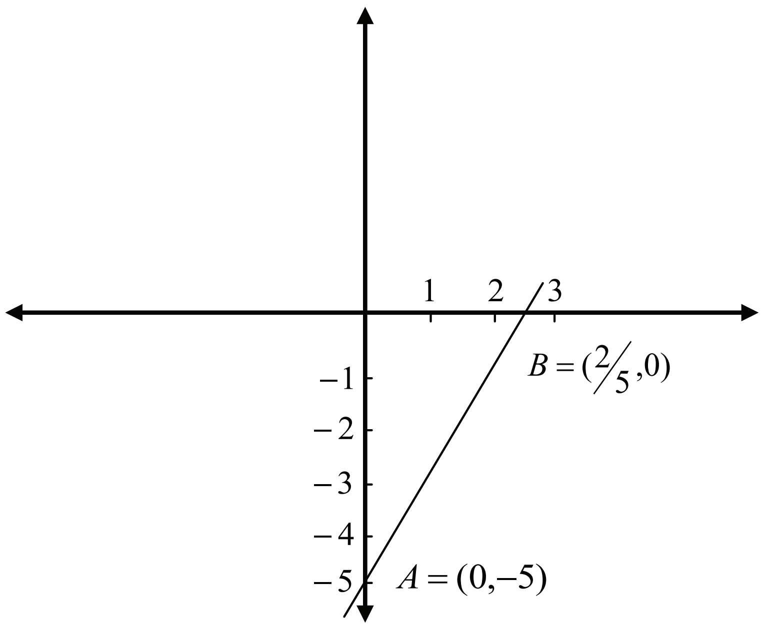
**دويم:** څرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقيمې کرښې يوه معادله ده او د اړوند مستقيم خط د انځورولو لپاره بسنه کوي ترڅو دوه ټکي چې په هغوی کې د x,y په محورونو پورې اړوند مستقيم خط قطع کوي، وټاکو. يعنې که په يادې شوې معادله کې$x=0$ وضع شي $y=-5$ ده او په لنډه توګه که $y=0$ وي $x=\frac{5}{2}$ کيږي.

دا دوه ټکي (50-) او $(\frac{5}{2},0)$چې په ګراف کې په ترتيب سره د A او B په توګه ښودل شوې دي. د دغو دوو ټکو له نښلېدو څخه او د هغه امتداد اډوو خواوو ته مطلوبه مستقيمه کرښه انځوروي.

که څه هم دواړه يادې شوې طريقې يوې نتيجې ته رسيږي خو دويمه طريقه آسانه ده لږ وخت او لږه عمليه غواړي. بايد زياته کړو چې، په پورتني مثال کې د x او y تر منځ

اړیکه یوه مستقیمه خطي اړیکه ده ځکه مستقیمه کرښه په صعودي (لوړېدونکې) پورې اړونده ده. د x ارزښت له زیاتېدو سره د y تابع هم لوړ ارزښتونه اختیاروي. په بل عبارت څرنګه چې د x ضریب اشاره یعنې b مثبت دی. x او y له یو بل سره یوه مستقیمه خطي اړیکه لري.

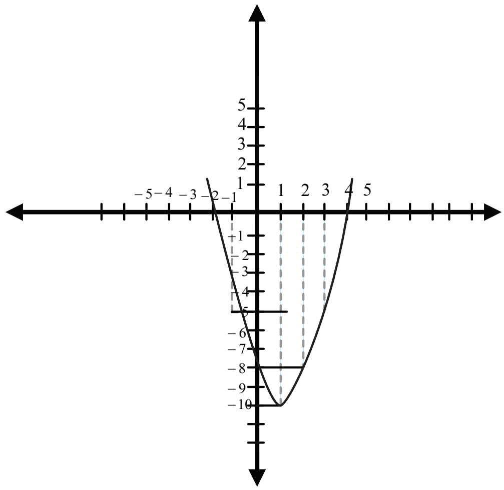
Y=2x-5




**غیر خطي ګرافونه:** د احصائیوي معلوماتو د څرګندولو بله بڼه د غیرخطي ګرافونو په بڼه ده. هغه معادلات چې په دې ډول ګرافونو پورې مربوطیږي له دویمې درجې معادلې $y=ax^2+bx+c$ څخه عبارت دی. له دې ډول معادلاتو څخه حاصل شوي ګرافونه په غیرخطي بڼه کې لاس ته راځي. دا ډول معادلات کولای شو د قیمت ګذارۍ یا هم د هغه د معادل جذرونو د پیدا کولو له لارې پیدا کړو.

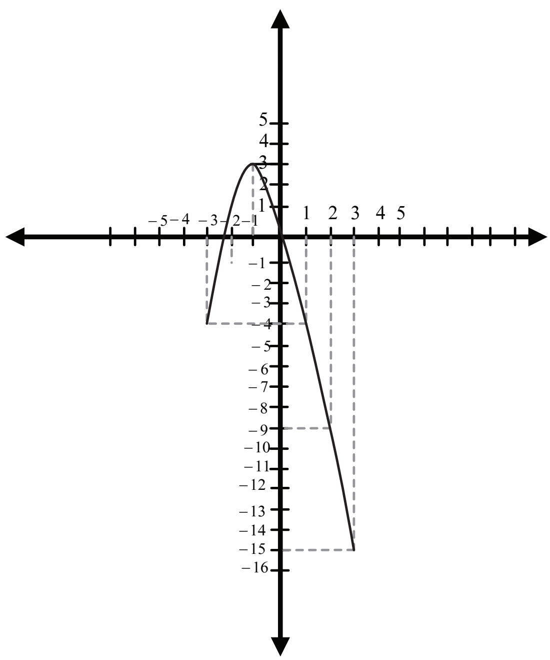
**بېلګه:** د لاندې معادلې ګراف پیدا کړئ. $y=x^2-2x-8$

| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | 0 | -5 | -8 | -10 | -8 | -5 | 0 |




**۲ بېلګه** – د $y=-x^2-2x-1$ تابع ګراف انځور کړئ.

| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | 4 | -1 | 2 | -1 | -4 | -9 | -15 |



**دریمه بېلګه:** د $y=-8-2x+x^2$ معادلې څخه په دې ځای کې پوهيږو چې د y د محور منحني د $y=-8$ په نقطه کې قطع کوي ځکه چې $x=0$ او $y=-8$ کیږي خو د x محور د منحني د ټکو د تشخیص او تثبیت لپاره باید $y=0$ وضع شي. په دې صورت کې به ولرو.

$X^2-2x-8=0$

په دې ځای کې مجبور یو د دې معادلې جذرونه پیدا کړو. د معادلې جذرونه کولای شو په لاندې طریقو پیدا کړو.

که چېرې په یوه معادله کې د جذرونو تشخیص ساده وي، کولای شو معادله په دوو قوسونو تجزیه کړو داسې چې د دوو مطلوبه اعدادو حاصل د a د عمودي قاطع ارزښت سره مساوي او د هغه د جمع حاصل د b ارزښت سره مساوي شي. د پورتنۍ معادلې پر بنسټ کولای شو داسې ولیکو.

$(x-4)(x+2)=0$

چې په نتیجه کې $X_1=-2$ او $X_2=4$ به وي.

که په نورو حالاتو کې تجزیه په قوسونو باندې ستونزمنه وي په عمومي توګه له لاندیني فورمول څخه استفاده کوو.

$$X_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

نظر فرمول ته هم د معادلې جذرونه عبارت دي له:

$$X_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-32}}{2}=\frac{2\pm6}{2}$$

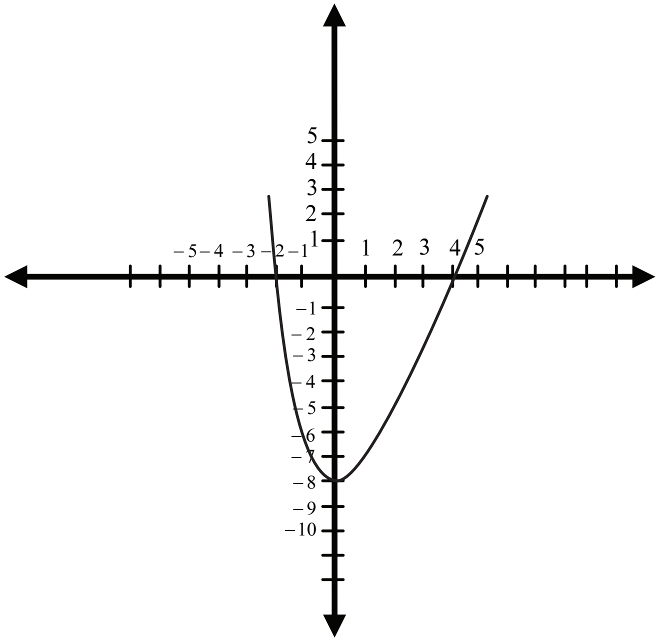
$X_2^2\ 4=$ $X_1=-2$

د معادلې د جذرونو سربېره د x لپاره متفاوت ارزښتونه وضع کوو د y اړوند ارزښتونه پیدا کیږي.

| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | 7 | 0 | -5 | -8 | -9 | -8 | -5 | 0 | 72 |

اوس نظر پورته معلوماتو ته کولای شو د ورکړل شوې معادلې ګراف انځور کړو.

$Y=-8-2x+x^2$



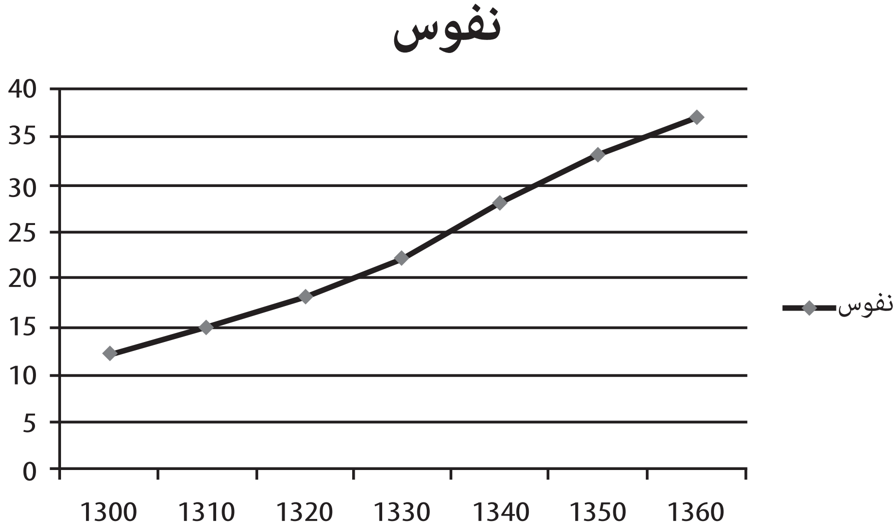

څرنګه چې ليدل کيږي مطلوبه منحني د يوه پارابول په بڼه ده، په پيل کې لوېدونکې (نزولي) د $y=-9$ له اصغري ارزښتونو څخه وروسته د دويم ځل لپاره لوړيږي (صعود کوي).

نوټ: که چېرې د $x^2$ ضريب منفي وي د پارابول خوله مخ ښکته خلاصيږي او که چېرې د$x^2$ ضريب مثبت وي د پارابول خوله مخ پورته خلاصيږي.

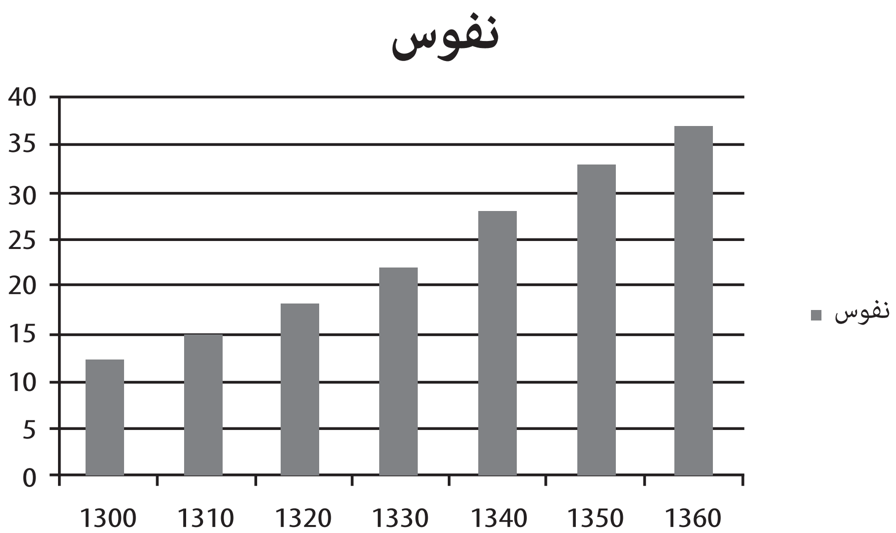
احصائيوي نور ګرافونه: په احصائيوي ګرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توګه متحولې تابع په عمودي محور کې او خپلواک متحول يا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کيږي.

بېلګه: د يوه هيواد نفوس په تېرو شپېتو کلونو کې په لاندې ډول ورکړل شوی.

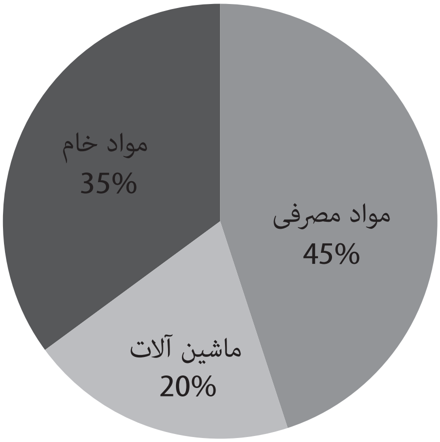
| X | 1300 | 1310 | 1320 | 1330 | 1340 | 1350 | 1360 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | 12 | 15 | 18 | 22 | 28 | 33 | 37 |



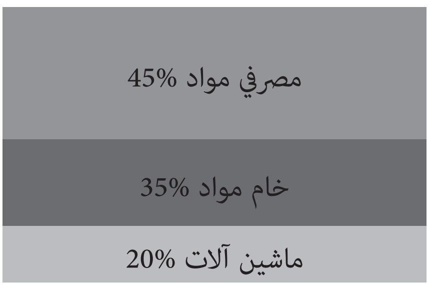

پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د عمودي مستقیمو کرښو په بڼه انځور کړو.



**بېلګه:** فرض کړئ د یوه هیواد ۴۵ فیصده واردات مصرفي مواد، ۳۵ فیصده اومه مواد، ۲۰فیصده نور ماشین آلات جوړوي دا معلومات کولای شو د یوې دایرې په مرسته څرګند کړو.




یا کولای شو پورتني معلومات په یوه مستطیل یا مربع کې څرګند کړو.




**د دویم څپرکي د مطالبو لنډیز**

د احصائیوي څېړنو پړاوونه پنځه دي.

۱- د موخې ټاکل یا تثبیت.

۲- د تجربې طرح یا ټاکل.

۳- د شمېرو او معلومـــاتو راټولونه.

۴- د شمېرو ترتیبول.

۵- نتیجه احستنه او تصمیم نیونه.

د احصائیوي بڼو په وسیله د شمېرو څرګندول په احصائیوي جدولونو او احصائیوي ګرافونو کې شامل دي.

احصائیوي جدولونه د پرتلنې او تحلیل په غرض د اعدادو او معلوماتو له سیستماتیک او منظمو ترتیبولو څخه عبارت دي.

**احصائیوي جدولونه په دوه ډوله دي:** عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه احصائیوي جدولونه څو ځانګړي ټکي لري:

عنوان یا سرلیک، اخځلیک او سرچینه، یادښت او لمن لیک، د جدول خانې (ستونونه) او قطارونه، د مقیاس واحد، په جدول کې د شمېرو ترتیب، ټولګه (مجموع).

**احصائیوي ګرافونه:** د دوو یا زیاتو متحولو تر منځ د اړیکو له جولیز (شکلي) څرګندولو څخه عبارت دي. بڼې او شمېرې یې زیاتې دي، چې د هغوی له جملې څخه خطي او غیرخطي ګرافونه معمول دي.

**خطي ګراف:** معادله یې $y=ax+b$

**غیر خطي ګرافونه:** معادله یې $y=ax^2+bx+c$

او پرته له دې کولای شو احصائیوي معلومات په هندسي بڼو کې لکه دایره، مستطیل، مربع او داسې نورو کې هم وښیو.

## د دویم څپرکي پوښتنې

۱- یو احصائیوي جدول څه ته وایي او باید څه ځانګړتیاوې ولري؟

۲- احصائیوي ګرافونه څه دي او د هغوی نوم واخلئ؟

۳- د خطي ګراف معادله ولیکئ؟

۴- د$(0,4)$ او $(3,-5)$ او $(-2,-4)$ او $(3,-4)$ او $(0,0)$او $(-5,10)$ ټکي په یو وضعیه کمیت کې نقطه ګذاري کړئ؟

۵- د $y=2x-4$ د معادلې ګراف انځور کړئ؟

۶- د $y=-2x2-3x=1$ منحني معادله انځور کړئ؟

۷- د یوه بانک ۲۵٪ غونډ (مجموعي) پورونه اوږد مهاله پورونه، د هغه 15 فیصده منځ مهاله پورونه او د هغه 60 فیصده نور لنډ مهاله پورونه جوړوي، دا معلومات د یوې دایرې او یوه مستطیل یا مربع په وسیله څرګند کړئ؟

# درېیم څپرکی

## د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه او د فریکونسي وېشنه

**ټولیزه موخه:**

د فرېکونسي توضیح او تشریح او له هغه څخه د ګټې اخیستلو پراوونه:

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای کې زده کوونکي له لاندې مفاهیمو سره آشنایي پیدا کوي.

۱- د فریکونسي د وېشنې مفهوم او تعریف

۲- د فریکونسي په ویشنه کې د لومړنیو شمیرو د راټولونې، یوالي(توحید)او انسجام

۳-  د فریکونسي په وېشنه کې د شمېرو تصنیف

۴- د فریکونسي د جدول تخنیکي مفاهیم او اصطلاحات

۵- د فریکونسي د وېشنې ګرافیکي څرګندونه په تحول، هستوګرام، بارچارت، بارګراف، پای ګراف، د خط ماتی او تصویري ګراف یا سمبولیک ګراف په تحول

۶- د احصائیوي ګرافونو ګټې

**مفهوم:** د مسلکي احصائیوي تصمیمونو او نتیجه ګیري په راټولو شوو شمېرو، ارقامو او طرحه شوو ستونزو باندې متکی دي. د راټولو شوو شمېرو ډول به په طرحه شوو ستونزو پورې اړوند وي، د شمېرو او معلوماتو په څرنګوالي پورې اړوند د شمېرو تشریحي مقیاسونه او معیارونه کولای شو په دوامداره توګه یا پرته له دې چې د مهال عامل په پام کې ونیسو په خپل وار سره راټول کړو. په راټولو شوو شمېرو سربېره امکان لري یو، دوه یا زیاتره متحوله

را ونغاړي. لکه اعداد د یو شمېر وګړو د قد، وزن یا عمر په اړه، د یوشمېر کارګرانو مزد یا اجوره یا د یوه ګروپ مامورینو معاش، په یوه مضمون کې د یوه ټولګي د محصلینو د آزموینې نمرې او داسې نور، ټول اعداد یو متحوله دي. یا اعداد د وګړو په لګښت او عاید پورې اړوند، د محصلینو قد، وزن، د یوې پېرودل شوې متاع قیمت او اندازه، د یوه هیواد واردات او صادرات او داسې نورې بېلګې دوه متحوله اعداد دي.

په زیاتره مواردو کې د دوو یا زیاتو متحولو تر منځ اړیکې په احصائیه کې د بحث وړ ګرځي.

د یو متحوله اعدادو ویشل او تشریح چې د زمان عامل په هغه کې ذیدخل نه وي، د مقیاس او اندازه ګیرۍ دوه ډوله ځانګړې نمرې مني. دا مقیاس د بحث وړ اعدادو له اوسط ګیرۍ او انحراف یا پراګندګۍ څخه عبارت دی.

که چېرې اعداد څرنګه چې مخکې هم وویل شو د هغوی کمیت او اندازې ته په کتو ترتیب او توضیح شي دغه عملیه د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادېږي.

**د فرېکونسي په وېشنه کې د لومړنیو اعدادو راټولونه، توحید او انسجام:**

د شمېرو را ټولونه په مستقیمه یا غیرمستقیمه توګه معمولاً په اتفاقي یا په تیت ډول تر سره کیږي، لومړني اعداد له را ټولونې وروسته باید ترتیب، توحید او لنډې کړی شي تر څو د نتیجه ګیرۍ او تحلیل څرګندونه آسانه کړي. د بېلګې په ډول یوه احصائیوي ستونزه داسې طرحه شوې تر څو په یوه ښار کې د کورنیو د کلني عاید د څرنګوالي په اړه په خاصه توګه څېړنه او تصمیم نیونه ترسره شي. په دې هکله یوه نمونوي سروې طرحه او تطبیق کیږي. نظر دې سروې ته د ۱۴۲ کورنیو د عایدتو په اړه معلومات د نمونې په ډول راټولیږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه اعداد دي چې، د هغه لومړنۍ بڼه د ۱-۳ په جدول کې څرګنده شوې ده.

۱-۳ جدول په لومړي سر کې داسې کوم مفهوم نه شي افاده کولای، البته له یو څه دقت څخه وروسته کولای شو ډېر کوچنی او ډېر لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتی د اعدادو اوسط د مجموع په اخستلو او د هغوی په اندازه باندې تقسیم کړو. له دې څخه زیات نه شو کولای له دغه جدول څخه ګټه واخلو.

| 3-1 جدول په1385کال کې 142 کورنیو وسطي عاید( زر افغانۍ) | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 68000 | 68031 | 67785 | 67480 | 68047 | 67050 | 66029 |
| 66071 | 67092 | 67488 | 67800 | 68060 | 67046 | 68070 |
| 69500 | 69537 | 69482 | 69456 | 67471 | 67880 | 68997 |
| 66100 | 66144 | 67812 | 68089 | 67513 | 67120 | 68110 |
| 67819 | 67531 | 67136 | 67152 | 67200 | 67170 | 66952 |
| 67246 | 67750 | 67960 | 68990 | 68976 | 68927 | 68853 |
| 68820 | 68450 | 68302 | 68200 | 68150 | 66210 | 66290 |
| 67204 | 67177 | 67830 | 67540 | 67850 | 67548 | 68151 |
| 67168 | 67851 | 67177 | 69937 | 69202 | 69150 | 68950 |
| 67940 | 67752 | 67440 | 66930 | 66217 | 67740 | 66931 |
| 66341 | 66336 | 67217 | 67548 | 67850 | 68217 | 68291 |
| 67878 | 67550 | 67230 | 66400 | 68910 | 67920 | 67730 |
| 67412 | 66920 | 66402 | 67710 | 67922 | 67910 | 68870 |
| 68841 | 68800 | 66914 | 69836 | 69453 | 68778 | 67901 |
| 66867 | 67381 | 67680 | 66840 | 67320 | 67680 | 67877 |
| 66730 | 66827 | 66810 | 67320 | 67664 | 67860 | 68641 |
| 69609 | 69650 | 68333 | 67891 | 66532 | 67247 | 66600 |
| 67571 | 66709 | 67250 | 67584 | 67800 | 68398 | 69734 |
| 69242 | 68600 | 66802 | 69210 | 66700 | 69120 | 69200 |
| 68470 | 69172 | 66750 | 67281 | 67609 | 67830 | 67849 |
| | | | 67250 | 67291 | | |

په پورتني جدول کې له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتې ګټې اخیستلو لپاره باید هغوی په منظمه توګه ترتیب او لنډې کړو. د هغوی په افاده کولو پورې اړوند د اعدادو د خلاصه کولو یوه لار د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې ده. د زیاتې آسانۍ لپاره په ۱۰۰۰ واحدونو باندې د اعدادو له ترتیب او خلاصه کولو څخه وروسته د اعدادو په اعشاري تحلیل او څرګندولو کې له درې خانو څخه یې دوو خانو ته اختصار پیدا کړي، څرنګه چې د اعشارې دریمه خانې ته د اعشارې دویمې خانې تقرب ورکړل شوی دی. که چېرې په دې تقرب کې د دریمې خانې شمېره له ۵ پنځوڅخه کوچنۍ وي له هغه څخه تیریږو او که دا شمېره له ۵ پنځو څخه لوړه وي وروستۍ شمېره یعنې د اعشارې دویمه شمېرې ته د یوه په زیاتیدو

ارتقاء ورکول کيږي، د بېلګې په ډول:

د ۶۶،۰۲۹ شمېره په ۶۶،۰۳ او د ۶۹،۲۴۲ شمیره په ۶۹،۲۴ لنډېږي (مختصر) شوې دي.

د ۱-۳ جدول اعداد له ترتيب او لنډيز وروسته په ۲-۳ جدول کې ښرګند شوي دي.

بايد ووايو چې کولای شو اعداد په (صعودي) توګه ترتيب کړو، يعنې له کوچني عدد څخه پيل او په ترتيب سره په لوړ عدد سره يې پای ته ورسوو. يا برعکس کولای شو اعداد په ناقصه توګه ترتيب کړو، څرنګه چې لوړې شمېرې لومړی او په ترتيب سره، اعداد يو پر بل پسې ليکو تر څو کوچني عدد ته ورسيږو. د۱-۳ جدول اعداد البته له لنډيز څخه وروسته په يا صعودي ډول ترتيب او په ۲-۳ جدول کې ترتيب شوې دي.

| 3-2 جدول په1385 کال کې  د 142 کورنيو وسطي عايد  (زر افغانۍ) | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 66.03 | 66.91 | 67.32 | 67.71 | 67.90 | 68.30 | 69.15 |
| 66.07 | 66.92 | 67.38 | 67.73 | 67.91 | 68.33 | 69.15 |
| 66.00 | 66.93 | 37.41 | 67.74 | 67.92 | 68.40 | 69.20 |
| 66.14 | 66.95 | 67.44 | 67.75 | 67.92 | 68.45 | 6920 |
| 66.21 | 67.05 | 67.47 | 67.75 | 67.94 | 68.47 | 69.21 |
| 66.29 | 67.09 | 67.47 | 67.78 | 67.96 | 68.60 | 69.24 |
| 66.34 | 67.12 | 67.48 | 67.79 | 68.00 | 68.64 | 69.45 |
| 66.37 | 67.13 | 67.49 | 67.80 | 68.03 | 68.73 | 69.46 |
| 66.40 | 67.15 | 67.51 | 67.80 | 68.05 | 68.78 | 69.48 |
| 66.42 | 67.17 | 67.53 | 67.81 | 68.05 | 68.80 | 69.50 |
| 66.53 | 67.18 | 67.54 | 67.82 | 68.06 | 68.82 | 69.54 |
| 66.60 | 67.20 | 67.55 | 67.83 | 68.07 | 68.84 | 69.61 |
| 66.71 | 67.20 | 67.55 | 67.83 | 68.01 | 68.85 | 69.65 |
| 66.75 | 67.22 | 67.55 | 67.85 | 68.11 | 68.87 | 69.73 |
| 66.78 | 67.23 | 67.58 | 67.85 | 68.15 | 68.91 | 69.84 |
| 66.80 | 67.25 | 67.61 | 67.85 | 68.15 | 68.93 | 69.94 |
| 66.81 | 67.25 | 67.65 | 67.86 | 68.17 | 68.95 | |
| 66.83 | 67.28 | 67.66 | 67.88 | 68.18 | 68.98 | |
| 66.84 | 67.29 | 67.68 | 67.88 | 68.20 | 68.99 | |
| 66.87 | 67.32 | 67.68 | 67.89 | 68.22 | 69.00 | |
| | | | | 68.29 | 69.12 | |

### د شمېرو تصنیف

که چېرې د شمېرو تعداد لږ وي یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي، د شمېرو ترتیب د ۲-۳ جدول په بڼه او د هغه څرګندول به نسبتاً آسان او ګټور وي، خو که چېرې د اعدادو شمېر ډېر زیات یا نمونه یې نسبتاً لویه وي، د شمېرو ترتیب د نوموړي جدول په څېر ستومانه کار دی او زیات وخت هم غواړي. سربېره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې پرته نه شو کولای له هغه څخه نور کار واخلو.

نو ځکه لازمه ده چې شمېرې په خلص او لنډ ډول داسې ترتیب شي تر څو د هغه څرګندول آسانه شي او کېدای شي زیات او ژور تحلیل تر سره شي تر څو د شمېرو پیچلی خصوصیت او اړیکې کشف او توضیح شي. د شمېرو د څرګندولو لنډیز او په عین حال کې ساده کول د هغوی د خاصیت او څرنګوالي له لاسه ورکولو پرته، د پیښېدو د بیا وېشنې (د فریکونسي د وېشنې) اساسي موضوع ده. یعنې شمېرې د صنفونو په بڼه چې، ځینې یې د (صنف، پوړ، ګروپ او ډلې په نوم هم یادیږي) ترتیب شوي. د اړوندو کتنو (مشاهداتو) او واقعاتو د پېښې یا وقوع (فریکونسي) تکرار او زیاتوالی په هر صنف کې تثبیت او وټاکل شي.

په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتیب، تصنیف او څرګندیږي د بیا پېښې جدول (جدول تکرار وقوع) یا د (فریکونسي جدول)په نوم یادیږي.

په لومړنۍ بڼه د ټاکل شوو صنفونو په نظر د راټولو شوو شمېرو د وېشلو لپاره کولای شو د خط بندي له پاڼې (یا په عامیانه عبارت له چوب خط) یا د ثبت له فورمې څخه ګټه واخلو. په دې پاڼه کې لکه ۳-۳ جدول د هر ټولګي په وړاندې هغه شمېرې چې په هغه پورې اړوندیږي خط کوو. په بل عبارت د هغو کورنیو شمېر چې، د هغو وسطي عاید په هر ټولګي کې شاملیږي، د هماغه ټولګي په وړاندې خط کوو، له دې خطونو څخه وروسته (دکورنیو تعداد) شمارو او د جدول په بله خانه کې یې په عدد څرګندوو. دا اعداد (د هر ټولګي په وړاندې د ثبت شوو خطونو شمېر) د ټولګي د بیا پېښېدلو (تکرار وقوع) یا فریکونسي څخه عبارت دی.

۳-۳ جدول په ۱۳۸۵کال کې د ۱۴۲ کورنیو ارو د کلنۍ وسطي عاید خط بندۍ پاڼه

| کورنیواره اندازه | چوب خط | کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ) |
|---|---|---|
| 10 | 𝍸 𝍸 \| | 66.00-6649 |
| 15 | 𝍸 𝍸 𝍸 | 66.50-66.99 |
| 25 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 | 67.00-67.49 |
| 40 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 | 67.50-67.99 |
| 20 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 | 68.00-68.49 |
| 14 | 𝍸 𝍸 \|\|\|\| | 68.50-68.99 |
| 11 | 𝍸 𝍸 \| | 69.99-69.49 |
| 7 | 𝍸 \|\| | 69.50-69.99 |
| ۱۴۲ | | |

۴-۳ جدول په ۱۳۸۵کال کې د ۱۴۲ کورنيو ارو دکلني وسطي عايد ثبت پاڼه

| 66.00<br>66.49 | 66.50<br>66.99 | 67.00<br>67.49 | 67.50<br>67.99 | 68.00<br>68.49 | 68.50<br>68.99 | 69.00<br>69.49 | 69.50<br>69.99 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 66.03 | 66.53 | 66.05 | 67.51 | 68.00 | 68.60 | 69.00 | 69.50 |
| 66.07 | 66.60 | 66.09 | 67.53 | 68.03 | 68.64 | 69.12 | 69.54 |
| 66.10 | 66.71 | 66.12 | 67.54 | 68.05 | 68.73 | 69.15 | 69.61 |
| 66.14 | 66.75 | 66.14 | 67.55 | 68.06 | 68.78 | 69.17 | 69.65 |
| 66.21 | 66.78 | 66.15 | 67.55 | 68.07 | 68.80 | 69.20 | 69.73 |
| 66.29 | 66.80 | 66.17 | 67.55 | 68.09 | 68.82 | 69.21 | 69.84 |
| 66.34 | 66.81 | 6..18 | 67.57 | 68.11 | 68.84 | 69.24 | 69.94 |
| 66.34 | 66.83 | 66.20 | 67.58 | 68.15 | 68.85 | 69.25 | |
| 66.37 | 66.84 | 66.20 | 67.61 | 68.15 | 68.87 | 69.46 | (7) |
| 66.40 | 66.87 | 66.22 | 67.65 | 68.17 | 68.91 | 69.48 | |
| 66.42 | 66.91 | 66.23 | 67.66 | 68.18 | 68.93 | | |
| | 66.92 | 66.25 | 67.68 | 68.20 | 68.95 | (11) | |
| (10) | 66.93 | 66.25 | 67.71 | 68.22 | 68.98 | | |
| | 66.93 | 66.28 | 67.73 | 68.29 | 68.99 | | |
| | 66.95 | 66.29 | 67.74 | 68.30 | | | |
| | | 66.32 | 67.75 | 68.33 | (14) | | |
| | (15) | 66.38 | 67.75 | 68.40 | | | |
| | | 66.41 | 67.78 | 68.45 | | | |
| | | 66.44 | 67.79 | 68.47 | | | |
| | | 66.47 | 67.80 | | | | |
| | | 66.47 | 67.80 | (20) | | | |
| | | 66.48 | 67.81 | | | | |
| | | 66.48 | 67.82 | | | | |
| | | | 67.83 | | | | |
| | | (24) | 67.83 | | | | |
| | | | 67.85 | | | | |
| | | | 67.85 | | | | |
| | | | 67.85 | | | | |
| | | | 67.85 | | | | |
| | | | 67.86 | | | | |
| | | | 67.86 | | | | |
| | | | 67.89 | | | | |
| | | | 67.90 | | | | |
| | | | 67.91 | | | | |
| | | | 67.92 | | | | |
| | | | 67.92 | | | | |
| | | | 67.94 | | | | |
| | | | 67.96 | | | | |
| | | | (40) | | | | |

په ۴-۳ جدول کې د ثبت د فورمې د سمبالولو طریقه ښودل شوې ده. په دې عملیه کې ټولګي په افقي بڼه (د جدول د خانو د عنوان په څېر) د جدول په پورتنۍ برخه کې سمبال شوي دي او هغه شمېرې یا اقلام چې په هر ټولګي پورې اړوندېږي تر هماغه ټولګي لاندې ثبت شوي دي. وروسته د هر ټولګي د اقلامو تعداد شمېرل کیږي او د هغوی مجموع د هماغه ټولګي د اړوندو اقلامو په پای کې د دوو لېندیو په منځ کې لیکل شوي دي، دا مجموعې د هر ټولګي فریکونسي جوړوي.

که څه هم د ثبت فورمې د خط بندۍ په پرتله زیات کار غواړي، خو د زیات کار په لرلو سره ښه والی هم لري.

**الف**- هغه اقلام چې سهواً ثبت شوي کېدای شي په آسانۍ سره اصلاح یا نورو اړوندو خانو ته ولېږدوي.

**ب**- که لومړني ټولګي د قناعت وړ نه وي کولای شو هغه په آسانۍ سره د دوهم ځل لپاره تصنیف کړو.

**ج**- هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای پرځای شوی، کولای شو په ښه توګه د هماغه ټولګي له اوسط سره پرتله کړو.

په یاد باید ولرو چې کولای شو د خط بندۍ پاڼه او د ثبت فورمه نظر لومړنیو شمېرو ته تشکیل کړو. او که شمېرې ترتیب شوې وي کار به په مراتبو سره آسان شي.

د ۳-۳ جدول د خط بندۍ د پاڼې پایلې او یا د ۴-۳ جدول د ثبت فورمې اوس کولای شو د فریکونسي په یوه جدول کې لکه د ۵-۳ جدول څرګند کړو.

۵-۳ جدول په ۱۳۸۵کال کې د ۱۴۲ کورنیو ارو دکلني وسطي عاید فریکونسي جدول

| کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ) | دکورنیو ارو اندازه (فریکونسي) |
|---|---|
| 66.00-6649 | 10 |
| 66.50-66.99 | 15 |
| 67.00-67.49 | 25 |
| 67.50-67.99 | 40 |
| 68.00-68.49 | 20 |
| 68.50-68.99 | 14 |
| 69.99-69.49 | 11 |
| 69.50-69.99 | 7 |
| | 142 |

**د فریکونسي جدول تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم:**

ځینې تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم د فریکونسۍ د جدول په اړه شته چې لري دا مفاهیم په لاندې توګه توضیح کیږي.

- **ټولګی:** په احصائیه کې د دوو عددو په وسیله هر ټاکل شوی واټن لکه 66.00 66.49- یا 69.99-69.50 د ټولګي، صنف، پوړ یا ګروپ په نامه یادیږي.
- **د ټولګي حدود:** هغه دوه عدده چې یو ټولګی رانغاړي د هماغه ټولګي حدود نومول کیږي. د ټولګي کوچنی عدد د ښکتني حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولګي د پورتني حد په نوم یادیږي. لکه:

  په ټولګي کې 66.49-66.00 چې له 66.00 تر 66.49 لوستل کیږي ښکتنی حد یې 66.00 او پورتنی حد یې 66.49 ده.
- **د ټولګي سرحد:** د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکیني ټولګي پورتنی حد د ښکتني سرحد په نوم او همدارنګه د دې ټولګي د پورتني حد اوسط او د وروستني ټولګي ښکتنی حد د اړوند ټولګي د پورتني سرحد په نوم یادیږي. د بېلګې په ډول د 67.49-67.00 په ټولګي کې لرو چې:

$$\text{ښکتنی سرحد} = \frac{67.00+66.99}{2} = 66.995$$

$$\text{پورتنی سرحد} = \frac{67.49+67.50}{2} = 67.4955$$

- **د ټولګیو واټن:** د یوه ټولګي واټن د هماغه ټولګي د ښکتني حد او د مخکني ټولګي د پورتني حد له توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول په دوو مخکینیو ټولګیو کې د ټولګي واټن له 0.50 یا 500 افغانۍ څخه عبارت دی. یعنې: په ټولګي کې 66.49-66.00 او 66.99-66.50 په نظر کې نیسو.

  0.5=66.50-66.00 او یا 0.5-=66.50-66.00 = دټولګي واټن

  کولای شو د ټولګیو واټن د اوسطونو تر منځ نظر توپیر ته هم سنجش کړو.
- **د ټولګي پراخ والی:** د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښکتني سرحد

ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول په 67.00-67.49 لرو چې:

0.5=67.995-67.495

په دې بېلګو کې د ټولګیو واټن او پراخوالی په تصادفي توګه له یو بل سره مساوي دي خو دا حالت شاید په ټولو مواردو کې صدق ونه کړي.

- **د ټولګي فریکونسي:** د یوه ټولګي فریکونسي د هغو پېښو یا واقعاتو او کتنو یا مشاهداتو له تعداد (تکرار)څخه عبارت دی چې، په هماغه ټولګي پورې اړونديږي. لکه په ۵-۳ جدول کې د ټولګي فریکونسي 68.00-68.49 له 20 کورنیو وګړو څخه عبارت ده. یعنې د 142 سروې شوو کورنیو وګړو له جملې څخه د هغو 20 کورنیو وګړو کلنی عاید 68.00-68.49 زره افغانۍ دی.
- **د ټولګي منځ:** د یوه ټولګي وسط یا منځنی ټکی یا نقطه د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د ټولګي اوسط یا وسط 67.00-67.49 له 67.245 څخه عبارت دی یعنې:

$$\text{د ټولګي وسط} = \frac{67.00+67.49}{2} = 67.245$$

**د فریکونسي د وېشنې ګرافیکي څرګندونه:** د فریکونسي وېشنه کولای شو، د ګرافونو په مرسته هم څرګنده کړو. د احصائیوي اعدادو او معلوماتو ګرافیکي څرګندونه څرنګه چې په مختلفو ډولونو او بېلابېلو بڼو په مطالعه شوه په بېلابېلو بڼو او ډولونو ترسره کيږي. د فریکونسي د وېشنې د څرګندولو معمولي بڼه د بارچارت، هستوګرام یا ستوني ګراف په مرسته وي. بارګراف، پای ګراف، خط ماتی ګراف، د هغوی تصویري یا سمبولیک ګراف وي. په دې ځای کې په لنډه توګه ئې احصائیوي بڼې او د څرګندولو او انځورولو کړه وړه توضیح کيږي.

**۱- هیستوګرام:** دیوه احصائیوي ګراف یو هیستوګرام یا د فریکونسي هیستوګرام له یو شمېر مستطیلونو څخه جوړ شوی دی څرنګه چې:

a. مستطیلونه په عمودي توګه د (x) پر افقي محور باندې په دې ډول ځای پرځای شوي دي چې، د هغوی عرض د ټولګیو د واټن له اندازې سره مساوي او وسط ئې د ټولګیو په وسطي ټکي باندې وي.

b. د مستطیلونو ساحه یا مساحت د اړوندو ټولګیو له فریکونسیو سره متناسبه دي، دا

حالت البته هغه وخت صدق کوي چې، د ټولګیو واټن ګډ (مشترک) وي پرته له دې باید د مستطیلونو لوړوالی (ارتفاع) برابر کړی شي.

c. د مستطیلونو شمېر د ټولګیو له شمېر سره سم د یوې فریکونسي په ویشنه کې وي.

د یوه هیستوګرام په انځور کې باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي.

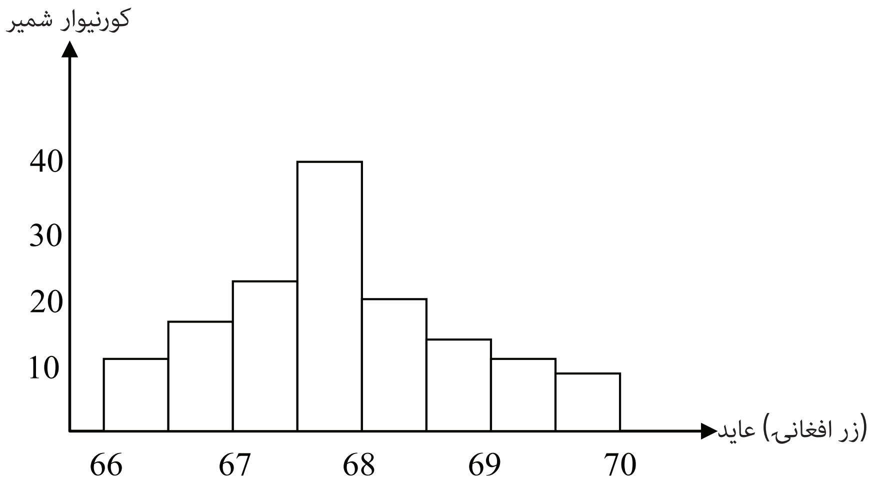
**الف**- د فریکونسي د وېشنې هیستوګرام ۵-۳جدول په ۱-۳ شغل یا کارکې څرګند شوي دي. د فریکونسي په دې بڼه کې ټولګي په افقي محور ( xمحور) کې وضع شوي دي او د y د محور مقیاس بندي باید له صفر څخه پیل او له قطع کېدو پرته دوام پیدا کړي.

**ب**- په افقي محور کې باید یو واټن د بشپړو ټولګیو د نیم یا یوه واټن په اندازه د مستطیل په خوا کې کېښودل شي.

**ج**- د x افقي محور باید داسې مقیاس بندي شي چې، وکړی شي د اړوندو ټولګیو د مستطیلونو پایې په وضاحت سره وښيي، د دې محور مقیاس بندي معمولاً د ټولګیو د حدودو پر اساس ترسره کیږي، که شمېرې اوږدې (متمادي) وي د یوه ټولګي پورتنی حد د وروستني ټولګي له ښکتني حد سره برابریږي. په دې صورت کې د ګراف مستطیلونه له یوبل سره نښتي وي. که چېرې شمېرې اوږدې نه وي یعنې غیر متمادي وي ښه به وي چې د ټولګیو ښکتنی حد د x په محور کې وښودل شي. په ځینو حالاتوکې یواځې د ټولګیو وسطي ټکی د افقي محور پر مخ څرګندیږي. (۲-۳)بڼه

**د**- څرنګه چې پورته اشاره وشوه د x محور باید د ټولګیو د واټن د ګډ والي په صورت کې په مساوي حد ووېشل شي. که چېرې د ټولګیو واټن له یو بل سره توپیر ولري د محور مقیاس بندي باید له هغوی سره سمه ترسره شي د بېلګې په ډول که د ټولګیو واټن توپیر ولري باید دا توپیر د افقي محور پر مخ په وضاحت سره وښودل شي.  که واټن 5 او د بل یې 15,5وي په دې صورت کې د دویم ټولګي واټن د x د محور پرمخ باید د لومړني ټولګي د واټن څو برابره وي. په دې حالاتو کې د اصلي فریکونسیو پر ځای د فریکونسیو زیاتوالي یا کثرت څرګندیږي.

**هـ**- په هیستوګرام کې معمولاً د مستطیلونو اوږدوالی د هغوی له عرض څخه زیات وي. خو په ځینو مواردو کې د هغه بالعکس امکان لري یعنې په هغو حالاتوکې چې، د یوه ټولګي واټن (د وضع شوو واحدونو په اساس) د هماغه ټولګي له اړوندې فریکونسي څخه لوی وي. اړوند مستطیل د هغه له اوږدوالي څخه د زیات عرض لرونکی وي.

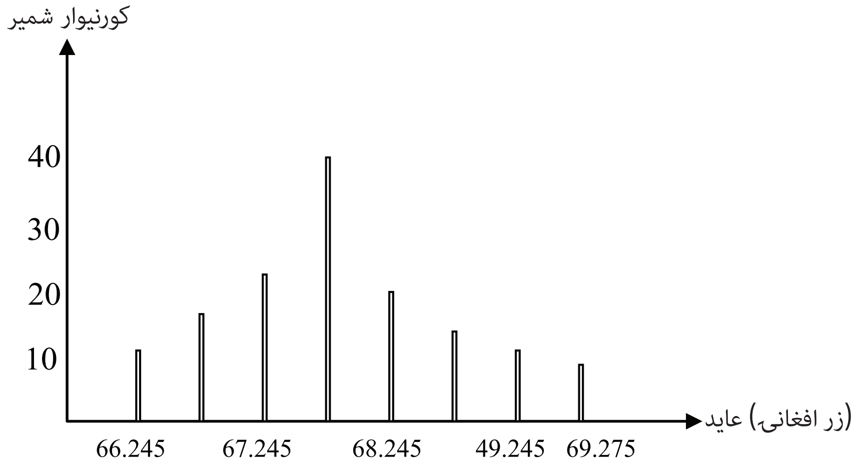



(۱-۳) بڼه په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو کلنی اوسط عاید په هیستوګرام

د یادونې وړ ده چې په ۱-۳ بڼه کې د هر مستطیل ساحه د ۵-۳ په جدول کې د هر ټولګي د فریکونسي له تعداد سره مساوي وي. همدارنګه د پورتنۍ بڼې مجموعي ساحه د فریکونسیو له مجموعې سره مساوي وي. په عمومي توګه د یوه هیستوګرام له انځور څخه هغه مهم ټکی، چې کیدای شي پرې پوه شو د هر ټولګي د واټن د ساحې متناسب والی پر افقي محور باندې د هماغه ټولګي د فریکونسي له ویشنې څخه ده. د هیستوګرام د دې خصوصیتونو په نظر کولای شو ووینو چې، د فریکونسي محور څرګندوي. په حقیقت کې د پېښو یا کتنو (وقوع او مشاهداتو) زیاتوالی د هر مقیاس واحد په نظر د x محور افاده کوي.

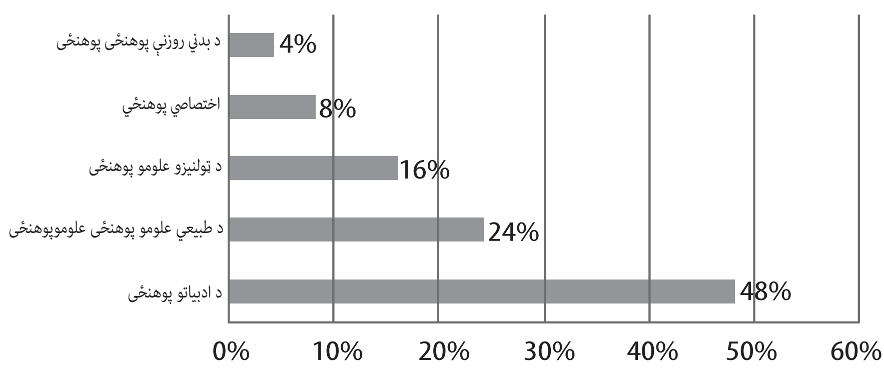
**۲- بار چارت:** د یوې فریکونسي د وېشنې د څرګندولو بله لار د بارچارت په مرسته ترسره کیږي. په دې بڼه کې د۱-۳ بڼې د مستطیلونو په ځای عمودي کرښې رسمیږي. د هرې عمودي کرښې ستنه (پایه) په افقي محور کې د ټولګي په وسطي ټکي باندې ځای پرځای کیږي چې، دهغې اړوندې فریکونسي لوړوالی (ارتفاع) ښیي.

زموږ د مطالعې وړ بېلګه بارچارت، په ۲-۳ بڼه کې څرګنده شوې ده. باید یادونه وکړو چې، بارچارت زیاتره د غیر متمادي اعدادو د ګرافیکي څرګندولو په اړه په کار اچول کیږي.

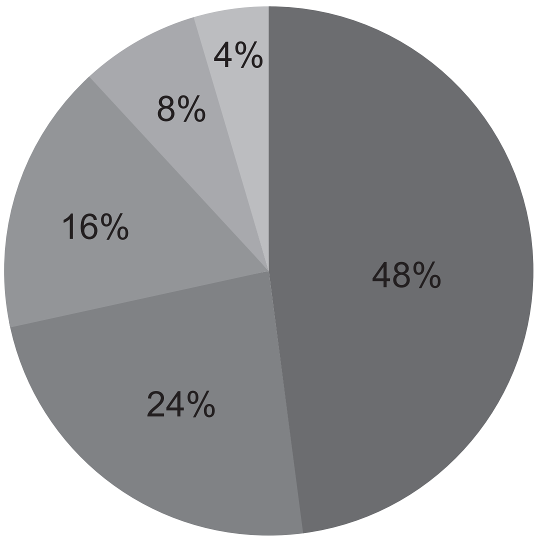



(۲-۳) بڼه په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو کلنی وسطي عاید بارچارت

**۳- بارګراف BAR GRAPH:** باراګراف له احصائیوي ګرافونو څخه یو ګراف دی چې، د فیصدۍ په اساس له مجموع څخه انځوریږي. د بېلګې په ډول که چېرې د کابل د ښوونې او روزنې په پوهنتون کې د ادبیاتو پوهنځي د محصلینو شمېر 48%، د طبیعي علومو د پوهنځي د محصلینو شمېر24% او د ټولنیزو علومو د پوهنځي د محصلینو شمېر16%، د اختصاصي پوهنځي د محصلینو شمېر8% او د بدني روزنې د پوهنځي د محصلینو شمېر4% وي، دا معلومات له بارګراف څخه په استفادې په لاندې شان څرګندوو.



**۴- پای ګراف Pie graph:** پای ګراف هم د فیصدۍ په اساس له غونډ (مجموع) څخه انځوریږي، چې یوه بشپړه دایره نظر ورکړل شوو فیصدیو ته په پام کې نیول کیږي او پای ګراف نظر هماغې وېشل شوې فیصدۍ ته د دایرې پر سر انځوریږي. په دې روش کې د یو درست (کُل) تشکیل کوونکي اجزاوو فیصدي د دایرې د وړانګې (شعاع) په مرسته چې، مرکزي زاویه یې د جزء له فیصدیو سره متناسبه وي. په دې منظور د پای ګراف ورکړل شوې فیصدي په پام کې نیسو.



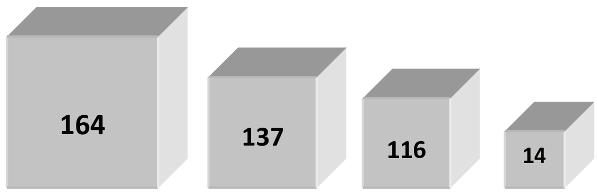

د ادبیاتو پوهنځی 48%
د طبیعي علومو پوهنځی 24%
د ټولنیزو علومو پوهنځی 16%
د اختصاصي علومو پوهنځی 8%
د بدني روزنې پوهنځی 4%

**۵- خط ماتی (شکسته) ګراف Broken Line Graph:** خط ماتی ګراف د متحولینو ترمنځ د اړیکو د څرګندولو لپاره په کار اچول کیږي. په دې صورت کې دا اړیکه د متحولینو د قیمتونو د مرتبو جوړو په ذریعه د ټکو په بڼه د وضعیه کمیاتو د سیستم پر مخ ښودل

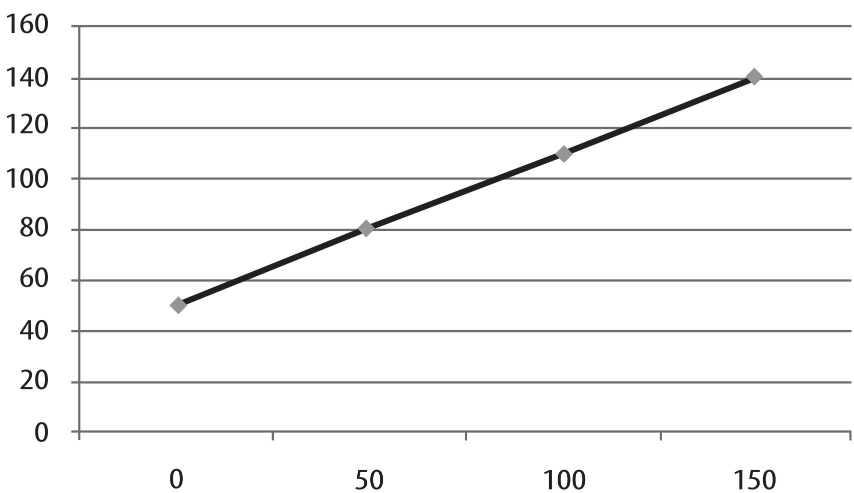
کیږي او وروسته لاسته راغلي ټکي د ټوټه کرښو په مرسته له یو بل سره نښلوو چې د ګراف بڼه په لاس راځي او هغه ګراف چې په دې ترتیب لاسته راځي د خط ماتي ګراف په نوم یادیږي.

خط ماتی ګراف معمولاً هغه وخت د استفادې وړ ګرځي چې، د یو متحول بدلونونه په زماني وقفو کې تر مطالعې لاندې نیول کیږي. لکه د زړه ګراف او داسې نور.

**۶- تصویري یا سمبولیک ګراف Picto Graph:** په تصویري ګراف کې ارقام د سمبولیکو کوچنیو تصویرونو په مرسته ښودل کیږی. د هر تصویر او سمبول کچه په رقم پورې اړوندیږي. لکه د ۱۶ تنو، ۱۱۶، ۱۳۷، ۱۶۴ تنو ارقام کولای شو د مکعباتو په بڼه نظر کوچنیو او لویو ارقامو ته په لاندې توګه وښیو.




سمبولیک ګراف




خط ماتی ګراف

**نسبي او متراکمې (مجموعي) فريکونسي ګانې**

**نسبي فريکونسي:** د يوه ټولګي نسبي فريکونسي د هماغه ټولګي د فريکونسي نسبت د ټولو ټولګيو د فريکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فيصدۍ څرګنديږي، مثلاً د لومړي ټولګي نسبي فريکونسي په لاندې معلوماتو کې عبارت ده له:

د صعودي (زياتېدونکې) متراکمې فريکونسۍ جدول

| X | F | متراکمه فريکونسي زياتېدونکې |
|---|---|---|
| 34-45 | 10 | 10 |
| 45-55 | 15 | 25 |
| 55-65 | 12 | 37 |
| 65-75 | 17 | 54 |
| 75-85 | 12 | 66 |
| 85-95 | 5 | 71 |
| 95-105 | 10 | 81 |
| مجموع | $\sum F = 81$ | |

د لومړي ټولګي نسبي فريکونسي $= \dfrac{10}{81}.100 = 12.34\%$

**متراکمه (مجموعي) فريکونسي:** د متراکمو يا مجموعي فريکونسي ګانو وېشنه کولای شو په دوو لارو وښيو، يعنې د صعودي (زياتېدونکو) متراکمې فريکونسي وېشنه او د ټيټېدونکې(متناقصې) متراکمې فريکونسي وېشنه.

**الف- صعودي (زياتېدونکې) متراکمه فريکونسي:** په دې فريکونسي کې له لومړنۍ فريکونسي يا د ټولګي له کوچنۍ فريکونسي څخه پيل شوې. په ترتيب سره د هر ټولګي له فريکونسي سره جمع او د اړوند ټولګي په وړاندې ځای پرځای شوي دي، مثلاً د لومړي ټولګي متراکمه فريکونسي په پورته مثال کې 10 دويم ټولګی 25، دريېم ټولګی 37، څلورم ټولګی 54 او په همدې ترتيب تر اووم ټولګي 66، 71 او 81 دي او يا اووم ټولګی له لومړي څخه تر اومه پورې د ټولو فريکونسي ګانو مجموع ده.

**ب- ټيټېدونکې (متناقصه) متراکمه فريکونسي:** د متناقصو متراکمو فريکونسي ګانو په ترتيبولو کې يا د فريکونسي ګانو مجموع د لومړي ټولګي په وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتيب سره د هر ټولګي فريکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه

تفریــق او د اړوند ټولګي په وړاندې لیکل شــوي دي. مثلاً: د لومړي ټولګي ټیټېدونکې متراکمــه فریکونسي 81 یعنې د فریکونسي ګانو مجموع او د فریکونسي ګانو له مجموع څخه وروســته، د لومړي ټولګي فریکونسي منفي د دویم ټولګي د متراکمې مجموع په فریکونسي کې لیکل کیږي او په همدې ډول تر اووم ټولګي پورې دوام پیدا کوي.

د متناقصې (ټیټېدونکې) متراکمې فریکونسي جدول

| X | F | زیاتېدونکې متراکمه فریکونسي |
|---|---|---|
| 34-45 | 10 | 81 |
| 45-55 | 15 | 71 |
| 55-65 | 12 | 56 |
| 65-75 | 17 | 44 |
| 75-85 | 12 | 27 |
| 85-95 | 5 | 15 |
| 95-105 | 10 | 10 |

**د دریېم څپرکي د مطالبو لنډیز:**

- **د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه (د فریکونسي وېشنه):** که چېرې اعداد نظر د هغوی کچې او کمیت ته ترتیب او توضیح شي دغه عملیه د پېښېدو بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادوي.
- **د اعدادو راټولونه:** د فریکونسي په وېشنه کې د لومړنیو اعدادو توحید او انسجام معمولاً په مستقیم او غیر مستقیم ډول په اتفاقي او خپور (پراګنده) توګه تر سره کیږي. اعداد له راټولونې وروسته ترتیب، توحید او خلاصه کیږي تر څو تحلیل او نتیجه ګیري آسانه شي.
- **د اعدادو تصنیف:** که چېرې اعداد لږ یا د نمونې کچه کوچنۍ وي د اعدادو ترتیب نسبتاً آسانه دی، که چېرې اعداد زیات او نمونه نسبتاً لویه وي د اعدادو ترتیب په جدول کې آسانه کار نه دی، زیات وخت غواړي او محدوده ګټه ورڅخه اخستل کیږي.

نو څکه اعداد په هغه بڼه چې ترتیب، تصنیف او څرګندیږي د بیا پېښېدو جدول (د فریکونسۍ جدول) په نوم یادیږي.

**د فریکونسي جدول تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم**

**ټولګی:** په احصائیه کې هر ټاکل شوی واټن د دوو عددو په وسیله لکه 66.00-66.49 د ټولګي په نوم یادیږي.

**د ټولګـــي حـــد او حدود:** هغه دوه عدده چــې يو ټولګی رانغــاړي، د ټولګي حد او حدود يادېږي. کوچنی عدد د ښکتني حد او لوی عدد د پورتني حد په نوم يادېږي.

**د ټولګي سر حد:** د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکني ټولګي پورتنی حد، د ښــکتني سرحد په نوم، او د نظر وړ ټولګي پورتني حد او د وروســتني ټولګي ښکتنی حد د پورتني سرحد په نوم يادېږي.

**د ټولګــي واټــن:** د هماغه ټولګي د ښــکتني حد او د مخکني ټولګي دښــکتني حد توپير د ټولګي واټن دی.

**د ټولګــي پراخ والی:** د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښــکتني سرحد ترمنځ توپير دی.

**د ټولګي فريکونسي:** د هغو پېښــو او کتنو (واقعاتو او مشــاهداتو) له تعداد (تکرار) څخه عبارت دی چې په هماغه ټولګي پورې اړونديږي.

**د ټولګي وسط:** د يوه ټولګي منځنۍ برخه د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی.

د فرېکونــسي د وېشــنې ګرافيکي څرګندونه:کولای شــو دځينو ګرافونو لکه: هيســتوګرام، باراګراف، پای ګراف، خط ماتي او تصويري ګراف يا سمبوليک ګراف په وسيله څرګند کړو.

## د دريم څپرکي پوښتنې

١- د فريکونسي د وېشنې مفهوم په لنډه توګه توضيح کړئ؟

٢- په هغه کې لاندي ورکړل شوي معلومات

66.00-66.49

66.50-66.99

67.00-67.49

67.50-67.99

الف- د ټولګي حد او حدود وټاکئ؟

ب- د ټولګي ښکتنی او پورتنی سرحد وټاکئ؟

ج- ټولګی تشخيص کړئ؟

د- د ټولګيو پراخ والی وټاکئ؟

هـ- د ټولګيو اوسط تشخيص کړئ؟

٣- د يوې کورنۍ کلني لګښتونه ورکړل شوي دي، دا لګښتونه د بارګراف او پای ګراف د احصائيوي ګراف په بڼه څرګند کړئ؟

4- د ټولګي واټن څه شی دی؟

# څلورم څپرکی

## مرکزي (اوسط) میلان مقیاس

**ټولیزه موخه:**

د اوسطونو په مفهوم پوهېدل او د هغوی د ځانګو بنې.

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای کې باید محصلین د حساب د څانګې د اوسطونو مفهوم تعریف او توضیح کړای شي.

١- حسابي اوسط

٢- هندسي اوسط

٣- هارمونیکي اوسط

۴- مربعي اوسط

- مود (د فریکونسۍ زیاتوالی) د هغو اوسطونو په مفهوم پوهېدل چې، وسطي موقعیت لري.
- میدیان (د فریکونسي اوسط)
- د کارتیلونو، سانیلونو او دسیلونو په سنجش او مفهوم پوهېدل

**اوسطونه:** یو شمېر احصائیوي مقیاسونه شتون لري چې، د اوسطونو په توګه په کار اچول کیږي. اوسطونه د هغوی د ریاضي اړخونو له پلوه په دوه ګروپونو باندې وېشل کیږي.

هغه شمېرې چې د حساب د سنجش له نظره د عدد د اوسط په توګه راوځي او دویم ګروپ چې منځنی موقعیت لري.

**لومړی ګروپ:** په لومړني ګروپ کې حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونیکي اوسط شامل دي.

**دویم گروپ:** میديان (د فریکونسي وسط) مود ( د فریکونسي زیاتوالی) او داسې نور رانغاړي. باید ووایو چې په زیاتره ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا تشریحي مشخصې ته اړتیا لرو، تر څو نظر هغه ته د بلې لړۍ شمېرې مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو اعدادو څخه استازیتوب وکړي چې، د هغې په وسیله تشریح کیږي. په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل یا میلان همدارنګه د لړۍ د شمیرو ویشنه د یوه مرکزي یا وسطي ارزښت په خواکې وښيي. له دې پلوه استازی عدد د مرکزي میلان مقیاس یا معمولاً د اوسط په نوم یادیږي.

یا په بل عبارت د یوې لړۍ یا سلسلې اوسط د یوه ارزښت یا یوه عدد څخه دی، چې له ټولو اعدادو څخه استازیتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د لړوالي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ یا سلسلې په وسط یا مرکز کې ځای پرځای کیږي، ځینې وخت د مرکزي ګذارش مقیاس په نوم هم نومول کیږي.

څرنګه چې مو وویل مرکزي تمایل یا د مرکزي میلان مقیاس د بېلا بېلو ځانګو لرونکي دي چې زیات معمولي يې عبارت دي له:

1- **حسابي اوسط:** د ورکړل شوو اعدادو د ټولو ارقامو حاصل جمع د هغوی پر تعداد باندې له تقسیم څخه عبارت دی. که چېرې دحسابي وسط په $\overline{X}$ او ورکړل شوې شمېرې یا ارقام په $X_1$ ، $X_2$، $X_3$ ..... $X_n$ وښودل شي نو حسابي اوسط مساوي کیږي په:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 \ldots X_n}{n} = \frac{\sum_{n=1}^{n} X_1}{n}$$

د ($\Sigma$) (زیګما) علامه (د یوناني لوی توري سیګما یا زیګما) معمولاً د مجموع یا جمع کولو په مفهوم په کار اچول کیږي.

د بېلګې په ډول که 10 عدده ولرو او هر یو یې په $x_1$ (i=1,2,…10) افاده کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموعه پیدا کړو کولای شو ولیکو.

$$X_1+X_2+\ldots..+X_{10}=\sum_{i=1}^{10} X_1$$

**بېلګه:** د ارقامو حسابي اوسط 3,11,12,13,14,16,17,18 عبارت دی له:

$$\overline{X} = \frac{3+11+12+13+14+16+17+18}{8} = \frac{104}{8} = 13$$

**بېلګه:** که اوه عدده، 2، 7، 8، 5، 13، 15، 20 ولرو د هغه حسابي اوسط به عبارت وي له:

$$\overline{X}=\frac{15+2+7+8+5+13+20}{7}=\frac{70}{7}=10$$

له مؤثر اوسط څخه يو د استفاده کولو خصوصي حالات په هغه حالت کې دی چې، د څو ستونو آمارو يا ارقامو عمومي اوسط د هر سټ د اوسطونو په مرسته مطلوب وي. لکه که چېرې $X_1$ اوسط $n_1$ عدد، $X_2$ اوسط $n_2$ په همدې ترتيب بالاخره $X_n$ اوسط $n_k$ عدد وي تردې شرايطو لاندې عمومي اوسط مساوي دی له:

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_1\overline{X_1}}{\sum_{i=1}^{k}n_1}$$

**بېلګه:** د يوه ټولګي د 26 تنو اوسطې نمرې 74.7 د همدې ټولګي د 32 تنو نورو اوسطې نمرې85.2 او د همدې ټولګي د پاتې 35 تنو اوسط 71.5 دی. د ټولګي اوسطه نمره محاسبه کړئ.

$$\overline{X}=\frac{26(74.7)+32(85.32)+35(71.5)}{26+32+35}=77.12$$

**بېلګه:** يو هټۍ وال 28 کيلوګرامه چاى، يو کيلو ګرام په120000 افغانۍ، 18 کيلوګرامه چاى يو کيلوګرام په 130000 افغانۍ او 48 کيلوګرامه چاى، يو کيلو ګرام په 13500 افغانۍ خرڅ کړ، د هر يو کيلو ګرام چاى اوسط قيمت معلوم کړئ.

$$\overline{X}=\frac{28(120000)+18(130000)+48(135000)}{28+18+48}=129545.5Af$$

**الف- د اوږدې يا متمادي لړۍ حسابي اوسط (ډلبندي شوي اعداد):** د اوږدو تصنيف شوو اعدادو اوسط ځاى کولاى شو له لاندې درېو لارو لاسته راوړو.

a- مستقيم ميتود

b- غير مستقيم ميتود يا فرضي اوسط

c- د پړاويز (مرحله اي) انحراف ميتود

**a-** په مستقيم ميتود کې د يوې اوږدې لړۍ د حسابي اوسط سنجش لپاره کولاى شو له لاندې فورمول څخه ګټه واخلو.

$$X=\frac{\sum fn}{\sum f}$$

چې په هغه کې X اوسط، m د ټولګي وسطي ټکی، f د ټولګیو اړونده فریکونسي ښيي.

**بېلګه:** د سلو تعاوني مغازو د خرڅلاو د اندازې په اړه لاندې معلومات په لاس کې شته، د خرڅلاو وسطي اندازه یا کچه معلومه کړئ.

د خرڅلاو اندازه (زر افغانۍ)

| X | f | M | Fm |
|---|---|---|---|
| 5-15 | 10 | 10 | 100 |
| 15-25 | 20 | 20 | 400 |
| 25-35 | 30 | 30 | 900 |
| 35-45 | 25 | 40 | 1000 |
| 45-55 | 10 | 50 | 500 |
| 55-65 | 5 | 60 | 300 |
| | | | $\sum fm=3200$ |

$$X=\frac{\sum fn}{\sum f}$$

$$X=\frac{3200}{100}$$

X=32زرافغانۍ

**b- د فرضي اوسط په طریقه:** له لاندې فورمول څخه ګټه اخیستل کیږي.

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}$$

چې په هغه کې A فرضي اوسط او $\sum d$ مساوي دی له d=m-A سره.

**بېلګه:** پورتنی تمرین په پام کې نیسو، د وسطي خرڅلاو اندازه د دې میتود په مرسته پیدا کړئ.

فرض کړئ چې A یا  فرضي اوسط مساوي له 30 سره وي.

| X | F | M | d=m-A | Fd |
|---|---|---|---|---|
| 5-15 | 10 | 10 | 10-30=-20 | -200 |
| 15-25 | 20 | 20 | 20-30=-10 | -200 |
| 25-35 | 30 | 30 | 30-30=0 | 0 |
| 35-45 | 25 | 40 | 40-30=10 | 250 |
| 45-55 | 10 | 50 | 50-30=20 | 200 |
| 55-65 | 5 | 60 | 60-30=30 | 150 |
| | $\sum f = 100$ | | | $\sum fd = 200$ |

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f} \Rightarrow X = 30+\frac{200}{100} = 32$$ زره

**C- د مرحله یي انحراف میتود:** په دې روش کې د سنجشونو د آسانۍ لپاره د ټولګیو ګډ واټن سنجول کيږي او د هغه نتيجه په ګډ واټن کې ضربيږي چې، فورمول يې په لاندې ډول دی.

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}.C$$

چې په هغه کې d=m-A او C د ټولګیو ګډ واټن ښيي فرض کوو چې، A د فرض اوسط مساوي له 40 سره وي.

د مخکینۍ بېلګې ارقام په پام کې ونيسئ. د وسطي خرڅلاو  اندازه د پورتني فورمول په مرسته سنجش کړئ. د خرڅلاو اندازه (په زر افغانۍ).

| X | F | M | m-A=d | $d'=\frac{d}{c}$ | Fd' |
|---|---|---|---|---|---|
| 5-15 | 10 | 10 | -30 | -3 | -30 |
| 15-25 | 20 | 20 | -20 | -2 | -40 |
| 25-35 | 30 | 30 | -10 | -1 | -30 |
| 35-45 | 25 | 40 | 0 | 0 | 0 |
| 45-55 | 10 | 50 | 10 | 1 | 10 |
| 55-65 | 5 | 60 | 20 | 2 | 10 |
| | 100 | | | | $\sum fd' = -80$ |

A=40

C=10

$$X=A+\frac{\sum fd'}{\sum f}.C$$

$$X=40+\frac{-80}{100}.10=40-8=32$$ زر

**۱ـ هندسي اوسط:** هندسي اوسط د m له جذر د n له حاصل ضرب، له کتنې او یا ارزښتونو څخه عبارت دي. که په یوه لړۍ کې دوه عدده شتون ولري، د هغه مربع جذر او که درې شمېرو لرونکی وي، مکعب جذر او په همدې ترتیب د لړۍ د ارقامو له تعداد سره سم د هغه جذر اخیستل کیږي. په سمبولیک ډول هندسي اوسط د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي:

$$GM=\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3....X_n}$$

چې په هغه کې $X_1$، $X_2$، $X_3$، $X_n$ او داسې نور د لړۍ بېلا بېل اقلام ښیي. که چېرې د لړۍ اقلام درې یا له دریو څخه زیات وي د ارزښتونو ضرب کول او د هغه د جذر لاسته راوړل ډېر ستونزمن کار دی، د سنجش د ساده کولو لپاره له لوګاریتم څخه استفاده کیږي.

**د یواځې (منفردو) کتنو هندسي اوسط سنجش:** د یواځې (انفرادي) کتنو د هندسي اوسط سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخیستل کیږي. $GM\ \frac{\sum \log x}{N}$

**بېلګه:** د لاندې کتنو هندسي اوسط پیدا کړئ.

N=5 $\quad GM=\frac{11.31}{5}=2.26$

| X | Log X |
|---|---|
| 125 | 2.09 |
| 275 | 2.43 |
| 300 | 2.47 |
| 185 | 2.26 |
| 115 | 2.06 |

$$\sum \log x = 11.31$$

**بېلګه:** د 45 او 90 او 180 اعدادو هندسي اوسط او حسابي اوسط پیدا کړئ.

**حل:** هندسي اوسط $GM=\sqrt[3]{45.90.180}=\sqrt[3]{729000}=90$

حسابي اوسط $Am=\dfrac{45+90+180}{3}=105$

**بېلګه:** د درې شمېرو 2، 4 او 8 هندسي او حسابي اوسط عبارت دی له:

$$G=\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3....X_n}$$

$$G=\sqrt[3]{(2)(4)(8)}=64=4$$

$$\overline{X}=\frac{2+4+8}{3}=\frac{16}{3}=4.7$$

په عمومي توګه د مثبتو اعدادو د هرې لړۍ یا سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط څخه لوی وي. یا دا چې د لړۍ ټول اعداد له یوبل سره مساوي وي او که چېرې د لړۍ اعداد ټول یو شان برابرې وي. د نوموړې لړۍ حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له یو بل سره مساوي وي. او که چېرې پورتنی فورمول د لوګاریتم په بڼه افاده کړو د هندسي اوسط سنجش په مراتبو آسانه کیږي یعنې:

$$G=(X_1.X_2.\ \dots\ X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{Log } G=\frac{1}{n}\log(X_1.X_1...X_n)=\frac{1}{n}(\log x_1+\log x_2...+\log x_n$$

$$G=\frac{\sum\log x}{n}$$

**بېلګه:** د 3، 5، 6، 6، 7، 10 او 12 هندسي اوسط پیدا کړئ.

**حل :**

$$G=\sqrt[n]{(X_1)(X_2)...(X_n)} \qquad G=(X_1)(X_2)(X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{Log } G=\frac{\sum\log x}{n}$$

$$G=\sqrt[7]{(3)(5)(6)(6)(7)(10)(12)}=\sqrt[7]{453600}$$

$$\text{Log G}=\frac{1}{7}\log 453600$$

G=6.43

**او یا کولای شو ولیکو:**

$$\text{Log G} = \frac{1}{7}(\log3+\log5+\log6+\log7+\log10+\log12)$$

G=6.43

**b: د لنډې (غیر متمادي) لړۍ هندسي اوسط سنجش:** د لنډې (غیر متمادي) لړۍ د هندسي اوسط سنجش د لاندې فورمول په مرسته ترسره کیږي:

$$\text{GM}=\frac{\sum f\log X}{\sum f}$$

**بېلګه:** په یوه احصائیوي تحقیق یا څېړنه کې په ۹۳ کورنیو کې کلنی عاید په لاندې ډول لاسته راغلی دی.

| X | F | LogX | flogX |
|---|---|---|---|
| 10000 | 1 | 4 | 4 |
| 800 | 50 | 2.9 | 145 |
| 400 | 25 | 2.6 | 65 |
| 7500 | 2 | 3.87 | 7.74 |
| 1000 | 3 | 3 | 9 |
| 1500 | 4 | 3.17 | 12.68 |
| 1200 | 3 | 3.07 | 9.21 |
| 600 | 5 | 2.77 | 31.85 |
| | $\sum f=93$ | | $\sum f\log X=266$ |

$$\text{GM}=\frac{\sum f\log X}{\sum f}=\frac{266}{93}=2.9$$

**د اوړدې (متمادي) لړۍ هندسي اوسط سنجش:** د اوړدې (متمادي) لړۍ د هندسي اوسط د سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخيستل کيږي:

$$GM=\frac{\sum f\log m}{\sum f}$$

په دې ځای کې m د ټولګيو وسطي ټکی دی.

**بېلګه:** د 50 تنو محصلينو د يوه ځانګړي مضمون د نمرو په برخه کې لاندينې معلومات ورکړل شوي دي، وسطي نمره د هندسي له اوسط څخه په استفادې پيدا کړئ.

| نمرې X | د محصلينو شمېر F | M | Log m | F Log m |
|---|---|---|---|---|
| 0-10 | 8 | 5 | 0.69 | 5.52 |
| 10-20 | 12 | 15 | 1.17 | 14.04 |
| 20-30 | 20 | 25 | 1.39 | 27.8 |
| 30-40 | 6 | 35 | 1.54 | 9.24 |
| 40-50 | 4 | 45 | 1.65 | 6.6 |
| | $\sum f=50$ | | | $\sum flogm=63.53$ |

$$GM=\frac{\sum f\log m}{\sum f}=\frac{63.53}{50}=1.27$$

**د هندسي اوسط د استعمال خاص موارد:** هندسي اوسط د خرڅلاو، توليداتو، نفوسو، او د اقتصادي او تجارتي نورو وسيلو د زياتوالي د وسطي فيصدۍ د پيدا کولو لپاره د استفادې وړ ګرځي. د بېلګې په ډول که فرض کړو چې له 1359 کال څخه تر 1367 کال پورې قيمتونه په ترتيب سره 5%، 15% او 18% د قيمت کلنی وسطي زياتوالي 11% د حسابي اوسط په مرسته وي البته دا دقيقه نه ده بلکې 15.9% د هندسي اوسط په مرسته لاسته راغلې.

۲- هندسي اوسط د شاخصونو د منځ ته راتلو لپاره ډېرښه اوسط دی.

۳- په هغو مواردو کې چې کوچني اقلام د ستر ډېر دروندوالي لرونکي او لوی اقلام د کوچني لږ دروندوالي لرونکي وي ډېر مناسب اوسط، هندسي اوسط دی.

**هارمونيکي اوسط:** هارمونيکي اوسط يو ډول اوسط دی چې د استعمال محدود موارد لري او زياتره وخت په خاصو ځايونو کې د احصائيوي اشتباهاتو د مخنيوي لپاره ورڅخه ګټه اخيستل کيږي. له دې اوسط څخه معمولاً په ورځ او يا په ساعت کې د توليد شوو محصولاتو د قيمتونو د لړۍ په تحليل کې ګټه اخيستل کيږي. د هارمونيک اوسط د يواځې (منفرد) کتنو حسابي اوسط د معکوس په توګه محاسبه کيږي.

په دې ترتيب د هارمونيک اعدادو د يوې لړۍ، هارمونيک اوسط عبارت دي له:

$$X = \frac{\sum X}{N} \Leftrightarrow Hm = \frac{N}{\sum \frac{1}{Xn}}$$

$$H = \frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{X_1} + \dfrac{1}{X_2} + \dfrac{1}{X_3} \ldots + \dfrac{1}{X_n}}}{n}$$

$$H = \frac{1}{\dfrac{\sum \frac{1}{x}}{n}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$$

د بېلګې په ډول د درېو اعدادو 2 او 4 او 8 هارمونيک اوسط پيدا کړئ.

$$H = \frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8}}}{3} \frac{\dfrac{1}{\dfrac{7}{8}}}{3} = \frac{3 \times 8}{7} = \frac{24}{7} = 3.43$$

**بېلګه:** يوه موټر 100 کيلومتره واټن له 20 کيلومتره سرعت سره، 100 کيلومتره له 25 کيلومتره سرعت سره او 100 کيلومتره له 50 کيلومتره سرعت سره په يوه ساعت کې وهلی دی، د هغه متوسط سرعت محاسبه کړئ.

**حل:** موټر 300 کیلومتره واټن په بېلا بېلو سرعتونو سره وهلي دي، چې اړوند وختونه عبارت دي له:

$$t_1 = \frac{100}{20} = 5h$$

$$t_2 = \frac{100}{25} = 4h$$

$$t_3 = \frac{100}{50} = 2h$$

**او متوسط سرعت عبارت دی له:**

$$\overline{V} = \frac{100+100+100}{5+4+2} = \frac{300}{t_1+t_2+t_3}$$

$$= \frac{300}{\frac{100}{20}+\frac{100}{25}+\frac{100}{50}} = \frac{3}{\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{50}}$$

$$= \frac{3}{\frac{5+4+3}{100}} = \frac{3}{\frac{11}{100}} = \frac{300}{11} = 27.2$$

له هارمونیک اوسط څخه معمولاً د وسطي سرعت د پیدا کولو لپاره چې، عین واټن په بېلا بېلو سرعتونو سره وهي استفاده کیږي.

د یواځې (منفردو) کتنو د هارمونیک اوسط سنجش: د هارمونیک یواځې (منفرد) اوسطونو په یوه لړۍ کې له لاندې فورمول څخه په استفادې سنجش کیږي چې، په هغه کې $X_1$، $X_2$ او $X_3$ .... $X_n$، د X د متحولونو بېلا بېل اقلام وي او N د کتنو یا مشاهداتو تعداد ښيي.

$$H_m = \frac{N}{\sum \frac{1}{XN}}$$

**بېلګه:** د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

| $X$ | $\frac{1}{X}$ |
|---|---|
| 2 | $\frac{1}{2}$ |
| 4 | $\frac{1}{4}$ |
| 8 | $\frac{1}{8}$ |
| 5 | $\frac{1}{5}$ |
| 10 | $\frac{1}{10}$ |

$$\sum\frac{1}{X}=\frac{47}{40}$$

$$N=5$$

$$HM=\frac{N}{\sum\frac{1}{X_m}}$$

$$HM=\frac{5}{\frac{47}{10}}=4.25$$

**د لنډې (غیر متمادي) لړۍ هارمونیک اوسط سنجش:** په لنډې (غیرمتمادي) لړۍ کې د

هارمونیک اوسط د $HM=\frac{\sum f}{\sum\frac{f}{x}}$ فورمول په مرسته په لاس راځي.

**بېلګه:** د 120 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول ورکړل شوې دي د هغه هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

| F | $\frac{f}{X}$ | $\frac{f}{X}$ |
|---|---|---|
| 20 | $\frac{20}{10}$ | 2 |
| 30 | $\frac{30}{20}$ | 1.5 |
| 50 | $\frac{50}{25}$ | 2 |
| 15 | $\frac{15}{40}$ | 0.37 |
| 5 | $\frac{5}{50}$ | 0.1 |
| $\sum f=120$ | $\sum \frac{f}{x}$ | $\sum \frac{f}{x}=5.97$ |

$$N=120$$

$$HM=\frac{\sum f}{\sum fx}$$

$$HM=\frac{120}{5.97}=20.10$$

**د اوږدې (متمادي) لړۍ هارمونيک اوسط سنجش:** د اوږدې لړۍ د هارمونيک اوسط سنجش لاره لکه د لنډې (غيرمتمادي) لړۍ په شان ده. يواځينی توپير يې دا دی چې، په X کې د ټولګيو وسطي ټکي يعنې m د استفادې وړ ګرځي او د هغه فورمول په لاندې ډول دی.

$$HM=\frac{\sum F}{\sum \frac{f}{m}}$$

**بېلګه:** د لاندې معلوماتو هارمونيک اوسط پيدا کړئ.

| X | F | M | $\frac{f}{m}$ |
|---|---|---|---|
| 10-20 | 4 | 15 | $4/15=0.26$ |
| 20-30 | 6 | 25 | $6/25=0.24$ |
| 30-40 | 10 | 35 | $10/35=0.28$ |
| 40-50 | 7 | 45 | $7/45=0.15$ |

$$HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$$

$$HM=\frac{30}{0.98}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 50-60 | 3 | 55 | $3/55=0.05$ | |
| | $\sum=30$ | | $\sum\frac{f}{m}=0.98$ | HM=30.6 |

**بېلګه:** د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

| X | F | M | $\frac{f}{m}$ |
|---|---|---|---|
| 25-35 | 10 | 30 | $\frac{10}{30}$ |
| 35-45 | 5 | 40 | $\frac{5}{40}$ |
| 45-55 | 15 | 50 | $\frac{15}{50}$ |
| 55-65 | 20 | 60 | $\frac{20}{60}$ |
| 65-75 | 25 | 70 | $\frac{25}{70}$ |
| | $\Sigma f=75$ | | $\Sigma\frac{f}{m}=1.448$ |

$$HM=\frac{\sum f}{\sum\frac{f}{m}}\Rightarrow\frac{75}{1.448}=5.79$$

**مربعي برخه (بخش):** د مربعاتو د حسابي اوسط مربع جذر ته د هغوی د څو عددونو مربعي اوسط ویل کیږي. په بل عبارت د $X_1, X_2, X_3 .... X_n$ اعدادو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$QM=\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}=\sqrt{\frac{X_1^2+X_2^2+...X_n^2}{n}}$$

**بېلګه:** د 1,3,4,5,7 اعدادو مربعي اوسط پیدا کړئ.

$$X^2=\sqrt{\frac{(1)^2+(3)^2+(4)^2+(5)^2+(7)^2}{5}}=\sqrt{\frac{100}{5}}=\sqrt{20}=4.4$$

موږ کولای شو مربعي اوسط هم په بېلو ځانګو کې تر بحث او څېړنې لاندې ونیسو.

**a- د یواځې (منفردې) لړۍ مربعي اوسط یعنې:**

$$\bar{X}^{2}=\sqrt{\frac{\sum X^{2}}{N}}$$

**بېلګه:** د لاندې یواځې (منفردو) اعدادو مربعي اوسط لاسته راوړئ.

| X | $X^2$ |
|---|---|
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |
| 6 | 36 |
| | $\sum X^2=90$ |

$$\bar{X}^{2}=\sqrt{\frac{90}{5}}=\sqrt{18}=4.2$$

**b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ مربعي اوسط:** د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$\bar{X}^{2}=\sqrt{\frac{\sum fX^{2}}{\sum f}}$$

**بېلګه:** د 20 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول ورکړل شوې دي د هغوی مربعي اوسط لاسته راوړئ.

| X | f | $X^2$ | $FX^2$ |
|---|---|---|---|
| 5 | 6 | 25 | 150 |
| 10 | 5 | 100 | 500 |
| 15 | 4 | 225 | 900 |
| 20 | 3 | 400 | 1200 |
| 25 | 2 | 625 | 1250 |
| | $\sum f=20$ | | $\sum fX^2$ |

$$\overline{X}^{2}=\sqrt{\frac{4000}{20}}=\sqrt{200}=14.14$$

**b- په یوه اوږده (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط:** په یوه اوږده (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$X^{2}=\sqrt{\frac{\sum fm^{2}}{\sum f}}$$

**بېلګه:** د مخکینۍ بېلګې ارقام په نظر کې ولرئ په لاندې اورېدې (متمادي) لړۍ کې د هغه مربعي اوسط پیدا کړئ.

| X | f | $m^2$ | $Fm^2$ |
|---|---|---|---|
| 5-15 | 6 | 10=100 | 600 |
| 15-25 | 5 | 20=400 | 2000 |
| 25-35 | 4 | 30=900 | 3600 |
| 35-45 | 3 | 40=1600 | 4800 |
| 45-55 | 2 | 50=2500 | 5000 |
| | $\sum f=20$ | | $\sum fm^2=16000$ |

$$X^{-2}=\sqrt{\frac{\sum fm}{\sum f}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1600}{20}} = \sqrt{800} = 28.28$$

**میدیان (د فریکونسي وسط)**

تر اوسه پورې چې کوم اوسطونه مورږ مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي چې، د یوې نمونې نظر ټولو اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) ته د مشخصو فورمولونو په لړۍ کې محاسبه کیږي. په خلاف د دې په ځینو مواردو کې د وېشل شوو اوسطونو په ځای د اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقفونو ته لکه میدیان (د فریکونسي وسط) یا مود (د فریکونسي زیاتوالی یا کثرت) چې وروسته به مطالعه شي اړتیا پیدا کیږي.

د یوې لړۍ اعدادو میدیان چې د هغوی د کمیت په نظر ترتیب شوي، نومورې لړۍ له وسطي (منځني) عدد څخه عبارت دی، په بل عبارت میدیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې، اړونده لړۍ په دوو برخو داسې ویشي چې، لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء لږ یا مساوي په هغه یا لږ تر لږه پنځوس فیصده د لړۍ اجزاء مساوي یا له هغه څخه لوی وي.

د یوه آمار منځ (وسط) یا ډلبندي (صنف بندي) شوي اعداد د اندازې (صعودي یا نزولي) په ترتیب په لاندې بڼه په لاس راځي.

۱- که چېرې د آمار یا ارقامو اندازه تاق وي په دې صورت کې د هغوی منځ (میانه) له هغه منځني رقم یا عدد څخه عبارت دی چې، د هغه دواړو خواوو ته په مساوي بڼه ارقام ځای په ځای کیږي. مثلاً د اعدادو منځ (میانه) په نزولي بڼه12 ، 13، 14، 15، 16، 17، 18، 19 او 20 څخه عبارت دي. د 16 عدد یعنې پنځم عدد منځنی (میانه) دی.

او یا که د 5 تنو عاید په ترتیب سره2500، 2800، 3200، 3400 او 4000 افغانۍ وي. د میدیان عاید عبارت له 3200 افغانۍ څخه دی.

دا باید څرګند کړو چې، د میدیان تثبیت باید له ټولو نه مخکې اعداد ترتیب کړي.

**بېلګه:** د لاندې اعدادو میدیان پیدا کړئ.

10، 3، 5، 4، 8، 8، 4، 8 او6

پورتني اعداد له ترتیب څخه وروسته په لاندې ډول دي.

3، 4، 5، 6، 8، 8، 8 او10

د دې اعدادو میدیان له 6 څخه عبارت دی.

که چېرې د یوې لړۍ د اجزاوو تعداد جفت وي، د هغه میدیان د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې، د اړوندې لړۍ په وسط کې واقع شوې ده.

بېلګه: د لاندې اعدادو د لړۍ میدیان پیدا کړئ.

5، 18، 5، 15، 7، 12، 9 او11

له ترتیب څخه وروسته لرو:

5، 5، 7، 9، 11، 12، 15 او18

په دې بېلګه کې تعداد د ۸ اجزاوې دي او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده ۹ او ۱۱ ځای پرځای شوي. په دې حالت کې د میدیان ارزښت د هغو دوه عددونو له اوسط څخه عبارت دی چې، د لړۍ په وسط کې واقع شوي دي.

$$\text{Med}=\frac{9+11}{2}=10$$

**بېلګه:** د لاندې لړۍ میدیان پیدا کړۍ.

2500، 2800، 3200، 3400، 4000 او4300

د دې لړۍ میدیان عبارت دی له:

$$\text{Med}=(3200+3400)\div 2=3300$$

**د یواځې (منفردو) کتنو د میدیان سنجش**

په لومړي سر کې به ورکړل شوې کتنې یا اعداد ترتیب کړو. په یوه ګروپ کې د اعدادو شمېر د (۱) له عدد سره جمع او د هغوی حاصل جمع په (۲) وېشل کیږي د شمېرې خارج قسمت ښيي چې، په هغه پورې اړوند ارزښت د میدیان له ارزښت څخه عبارت دی.

مثلاً که د یوې کتنې (مشاهدې) د اعدادو شمېر 15 وي د (1) عدد له 15 عدد سره جمع کیږي او پر 2 وېشل کیږي او خارج قسمت یعنې 8 شمېرې ښيي چې، د هغه اړوند ارزښت له میدیان څخه عبارت دی.

د لوی ګروپ د ګروپونو د سنجش لپاره له همدغه روش څخه ګټه اخیستل کیږي. په یوه ګروپ کې چې، د 2099 کتنو یا مشاهدو لرونکی وي د هغه میدیان به د 1050 اړوندې کتنې یا مشاهدې له ارزښت څخه عبارت وي 1050=2÷(1+2099)، چې د هغه فورمول په لاندې ډول دی.

$$Med\frac{N+1}{2}\Rightarrow\frac{2099+1}{2}=\frac{2101}{2}=1050$$

**بېلګه:** که چېرې د 7 تنو کارګرانو معاش په ورځ کې 100 افغانۍ، 150 افغانۍ، 80 افغانۍ، 160 افغانۍ، 90 افغانۍ، 200 افغانۍ او 104 افغانۍ وي، د هغوی د میدیان معاش سنجش کړئ.

حل:

N=7

| | X |
|---|---|
| 1- | 80 |
| 2- | 90 |
| 3- | 100 |
| 4- | 104 |
| 5- | 150 |
| 6- | 160 |
| 7- | 200 |

$$\frac{N+1}{2}\Rightarrow\frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}=4$$

**4 د میدیان شمېره ده.**

د 2 میدیان شمېره او د دې لړۍ میدیان چې، په څلورمې شمېرې پورې اړوندیږي له 104 عدد څخه عبارت دی یعنې د اوو تنو د معاش میدیان له 104 افغانیو سره برابر دی.

بېلګه: د لاندې اعدادو په لړۍ کې د هغه میدیان پیدا کړئ.

N=10

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$$

X

1- 381

2- 391

3- 407

4- 522

5- 591

6- 672

7- 753

8- 777

9- 1490

10- 2488

11-

څرنګه چې لیدل کیږي 5.5 شمېره یعني د 5 او 6 کتنو (مشاهدو) ترمنځ موقعیت دی. نو د میډیان ارزښت د 5 او 6 شمېرو د وسطي ارزښتونو له ارزښت سره برابر دی او کولای شو هغه په لاندې بڼه په لاس راوړو.

$$\frac{591+672}{2} \Rightarrow 631.5$$

څرګندیږي چې 50% یاده شوې لړۍ مساوي یا له 631.5 څخه لږ ارزښت لري او پاتې 50 مساوي یا له 631.5 څخه زیات ارزښت لري.

**د لنډې (غیر متمادي) لړۍ د میډیان سنجش:** د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ د سنجش لپاره لاندې ټکي په پام کې نیول کیږي.

۱- لومړی دې د لړۍ اعداد ترتیب شي.

۲- باید متزایده متراکمه فریکونسي پیدا کړل شي.

۳- د $\frac{\sum F+1}{2}$ ارزښت دې پیدا شي.

۴- د متراکمې فریکونسي په خانه (ستون) کې هغه مجموعه چې له $\frac{\sum F+1}{2}$ سره مساوي یا هغه رانغاړي پیدا او د هغه اړوند متحول ارزښت دې وټاکل شي، دغه ارزښت د میدیان قیمت ښيي.

**بېلګه:** لاندې معلومات په لاس کې شته د هغه میدیان پیدا کړئ.

| متزایده متراکمه فریکونسي | د وګړو تعداد | ورځنی عاید |
|---|---|---|
| X | F | CF |
| 80 | 16 | 16 |
| 100 | 24 | 40 |
| 150 | 26 | 66 |
| 180 | 30 | 96 |
| 200 | 20 | 116 |
| 250 | 6 | 122 |
| | $\sum f=122$ | |

$$\frac{\sum f+1}{2} \Rightarrow \frac{122+1}{2} = 61.5$$

نو لیدل کیږي چې د هغې متزایدې فریکونسي 66 عدد چې مجموع $\frac{\sum f+1}{2}$ یعنې 61.5 رانغاړي او 66 متحول ارزښت له 150سره برابر دی چې همدغه 150 د 122 تنو د ورځني عاید میدیان دی.

C- **د اوږدې (متمادي) لړۍ د میدیان سنجش:** د اوږدې لړۍ د میدیان سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخلو.

$$\text{Med}= L+\frac{\frac{\sum f}{2}-CF}{Fmed}.I$$

په دې فورمول کې L د ټولګي ښکتنی حد دی چې، میدیان په کې واقع شوی. CF د متزایدې متراکمو فریکونسي ګانو مجموع مخکې د ساده فریکونسۍ میدیان له ټولګي څخه، د میدیان ټولګی او I د میدیان د ټولګي ګډ (مشترک) واټن ښيي که چېرې ټولګی ګډ واټن لرونکی نه وي د میدیان د ټولګي پراخ والی(وسعت) په کار اچول کیږي.

**بېلګه:** د 281 تنو میاشتنی عاید په لاندې ډول ورکړل شوی دی، میدیان یې سنجش کړئ.

د میدیان د ارزښت د پیدا کولو لپاره باید لاندې عملیې په ترتیب سره ترسره کړو.

۱- متزایده متراکمه فریکونسي ترتیبوو.

۲- د فریکونسي ګانو نیمه مجموعه یا $\frac{\sum f}{2}$ په لاس راوړو.

۳- د متزایدو متراکمو فریکونسي ګانو خانې (ستون) ته مراجعه کوو او له پورته څخه مخ ښکته متزایده متراکمه کوچنۍ فریکونسي چې د $\frac{\sum f}{2}$ مجموع چاپېروي او یا له هغه سره مساوي ده، ټاکو. دا فریکونسي زموږ د مطالعې په اړونده بېلګه کې 174 ده.

۴- د متزایدې متراکمې فریکونسۍ له ټاکلوڅخه وروسته چې، $\frac{\sum f}{2}$ رانغاړي د هغه اړوند ټولګی یعنې د میدیان ټولګی تثبیتوو زموږ د پام وړ په بېلګه کې دا ټولګی ۱۳۰۰-1100 او ټیټنی حد یې یعنې L=1100 دی.

۵- له میدیان څخه د مخکې ټولګي متزایدې متراکمې فریکونسي مجموع مشخصوو او زموږ د پام وړ په بېلګه کې CF=114 دی.

۶- د میدیان د ټولګي ساده فریکونسي ټاکو چې، زموږ په بېلګه کې د 60 عدد دی.

۷- د ټولګیو ګډ واټن سنجش کوو چې، زموږ په بېلګه کې د ټولګیو ګډ واټن له 200 سره مساوي دی.

۸- پورتني په لاس راغلي معلومات په اړوند فورمول کې وضع کوو او د میدیان ارزښت پیدا کوو.

| | عاید | F | CF |
|---|---|---|---|
| L=1100 | | | |
| I=200 | 300-500 | 1 | 1 |
| CF=114 | 500-700 | 16 | 17 |

Famed=60

د میدیان ټولګي ساده فریکونسي

$$Med=L+\frac{\frac{\sum f}{2}-CF}{Famed}.I$$

$$Med=1100+\frac{\frac{281}{2}-114}{60}200$$

$$Med=1100+\frac{26.5}{60}.200$$

Med=1100+0.44.200

Med=1100+88

Med=1188.3

| | | |
|---|---|---|
| 700-900 | 39 | 56 |
| 700-1100 | 58 | 114 |
| 1100-1300 | 60 | 174 |
| 1300-1500 | 46 | 220 |
| 1500-1700 | 22 | 242 |
| 1700-1900 | 15 | 257 |
| 1900-2100 | 15 | 272 |
| 2100-2300 | 9 | 281 |
| | 281 | |

یعنې %50 کارمندان مساوي یا له 1188څخه لږ او %50 نور کارمندان مساوي او له 1188 څخه زیات اخلي.

**مود (د فریکونسۍ زیاتوالی):** مود د اعدادو په یوه لړۍ کې له هغه عدد یا ارزښت څخه عبارت دی چې، له بل هر عدد یا ارزښت څخه زیات څرګندیږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیاتره معمول وي. په ځینو لړیو کې امکان لري یو یا څو موده شتون ولري یا حتی پرته له مود څخه وي. لکه د

7، 6، 5، 4، 3، 2 او1

په لړۍ کې مود د (4) عدد دی ځکه چې له نورو اعدادو څخه زیات څرګند شوی دی په دې ځای کې یو مود شتون لري، ځکه چې د اعدادو په لړۍ کې:

18، 11، 11، 10، 9، 9، 7، 5، 4، 3 او2

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري چې له 9 او 11 څخه عبارت دي.

په لاندې لړۍ کې:

21، 17، 12، 10، 8، 5 او3

په پورته لړۍ کې مود شتون نه لري ځکه چې هر عدد يواځې يوځل څرګند شوی دی.

مود په تجارتي مسايلو او اقتصادي مسايلو کې د کتنې وړ رول لري، د بېلګې په ډول د بوټ جوړونې په سرچينو يا شرکتونو کې، د ګنډلو  د قالبونو په طرح او ډيزاين کې اړين دي چې د پښو د تلې د سور (عرض)، د کورۍ جګوالی په متناسب ډول او د دوی په ډول نور مناسب شاخصونه په پام کې ونيول شي. له دې نه پرته نوموړی شرکت يا فابريکه د پښو د نمرو او نورو مشخصاتو ته د نه پام له امله له نقص او تاوان سره مخامخ کيږي. له لاندې فورمول څخه په استفادې کولای شو مود د دفعاتو په يوه وېشنه کې محاسبه کړو.

$$Mode = L + \frac{Fm - F_1}{(Fm - f_1) + (fm - f_2)} . i$$

**په دې ځای کې:**

L : له پوړ (طبقې) څخه ښکتنی واقعي حد چې، په هغه کې مود ځای لري.

Fm: هغه فريکونسي چې مود په هغه کې ځای لري.

$F_1$ : د ښکته پوړ فريکونسي، هماغه پوړ چې په هغه کې مود ځای لري.

$F_2$ : د پورتني پوړ فريکونسي، هماغه پوړ چې په هغه کې مود ځای لري.

i : د ټولګي توپير دی.

د مود له دې فورمول څخه په استفادې د لاندې دفعاتو وېشنه پيدا کوو.

| | | |
|---|---|---|
| 90-99 | 20 | L=59.5 |
| 80-89 | 25 | Fm=304 |
| 70-79 | 211 | $F_1=190$ |
| 60-69 | 304 | $F_2=211$ |
| 50-59 | 190 | i=10 |
| 40-49 | 87 | $\text{Mode}=L+\frac{fm-f_1}{(fm-f_1)+(fm-f_2)}$ |
| 30-39 | 8 | $\text{Mode}=59.5+\frac{304-190}{(304-190)+(304-211)}$ |

$$59.5+\frac{1140}{207} \Rightarrow 59.5+5.5=65$$

او یا د تصنیف شوو اعدادو مود د لاندې فورمول په مرسته لاسته راتلای شي.

$$\text{Mode}=L_1+\left(\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}\right).c$$

په دې ځای کې نومورې نښې یا علایم عبارت دي له:

$L_1$: د مود د ټولګي ښکتنی سرحد

$\Delta_1$: دمود ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره

$\Delta_1$: د مود د فریکونسي توپیر د هغه د وروستني ټولګي له فریکونسي سره (پرته له اشارې څخه).

C: د مود د ټولګي د واټن کچه

دغه فورمول د 142 کورنیو د کلني عاید د وېشنې د فریکونسي په جدول کې تطبیق کوو.

لومړی باید د مود ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو، د مود ټولګی په یوه وېشنه کې له هغه یوه څخه عبارت دی چې، د ډېرې زیاتې فریکونسي لرونکې وي.

دا څرګنده ده چې زموږ په بېلګه کې څلورم ټولګی دی چې، د لوېې فریکونسي یعنې د 40 کورنیوار لرونکی دی.

| کورنیو ار تعدادF | کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ) |
|---|---|
| 11 | 66.00-66.49 |
| 15 | 66.50-66.99 |
| 24 | 67.00-67.49 |
| 40 | 67.50-67.99 |
| 20 | 68.00-68.49 |
| 14 | 68.50-68.99 |
| 11 | 69.00-69.49 |
| 7 | 69.50-69.99 |
| 142 | |

د جدول د مطالعې له مخې د مود په ټولګي کې یعنې 40 د هغه ښکتنی سرحد 67.495 زره افغانۍ دي. د مود د ټولګي د فریکونسۍ توپیر له متجانس ټولګي سره 16 کورنیواره دی، 16=(40-24) همدارنګه د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستني ټولګي

سره 20 دی. د مود د ټولګي واټن کچه 0.50 زره افغانۍ ده د دې ارزښتونو تطبیق په فورمول کې په لاندې توګه څرګندیږي.

$L_1$=67.495

$\Delta_1$=40-24=16

$\Delta_2$=40-20=20

C=0.50

$$\text{Mod} = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta 2}\right).c$$

$$\text{Mod}=67.495+\left(\frac{16}{16+20}\right)0.50 = 67.72$$

د مود ارزښت دا رسوي چې په هماغه کال کې هره کورنی زیاته اندازه د 67.72 زره افغانۍ کلني عاید لرونکي ده..

**د کارتیلونو، د سیلونو او پرسانتیلونو سنجش**

د میدیان تر څنګه نور مقیاسونه هم شتون لري چې، یوه لړۍ په مساوي برخو وېشي چې، له هغوی څخه یې ډېر مهم کارتیلونه، دسیلونه او پرسانتیلونه دي.

**کارتیلونه(Q):** له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په څلورو برخو ویشي.

**دسیلونه(D):** له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په لسو برخو ویشي.

**پرسانتیلونه(P):** له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په 100 برخو ویشي.

په هماغه ډول چې د یوې لړۍ یو ټکی په دوو برخو ویشي، د هغې درې ټکي په څلور برخو ویشي. 9 ټکي یې په 10 برخو ویشي او د هغه 99 ټکي په 100 برخو ویشي او په پایله کې یوه لړۍ 3 کارتیله، 9 دسیله او 99 پرسانتیله لري. د1، 2، 3 او ... ارقام چې د هغوی تر څنګ لیکل کیږي هغه مشخص ارزښت چې، سنجش په هغه پورې اړوندیږي ښیي یعنې $Q_1$ لومړی کارتیل $D_7$ اووم دسیل $P_{80}$ اتیایم پرسانتیل ښیي.

د کارتیلونو، دسیلونو او پرسانتیلونو د سنجش لاره د میدیان د سنجش په شان ده چې، په لنډه توګه توضیح کیږي.

د دسیلونو د سنجش لاره د کارتیلونو په څېر د میدیان له برخې سره ورته والی لري یواځې هغه توپیر چې شتون لري دا دی چې، په هغه کې لړۍ په 10 مساوي برخو وېشل کیږي. که د هغوی $\frac{1}{10}$ مطالعه شي د لومړي دسیل په نوم یادیږي، که د هغوی $\frac{2}{10}$ مطالعه شي د دویم دسیل په نوم یادیږي.

**د کارتیلونو سنجش:** څرنګه چې میدیان یوه لړۍ په دوو مساوي برخو ویشي. کارتیل یوه برخه په څلورو مساوي برخو ویشي او له هرې برخې څخه یې موږ ته معلومات راکوي. که چېرې یوه مستقیمه کرښه د خپلو معلوماتو په توګه په پام کې ولرو. کارتیلونه هغه د درې ټکو په مرسته په څلورو مساوي برخو ویشي، څرنګه چې لومړی کارتیل 25% څرګندوي او د Q په توري ښودل کیږي او K د کارتیل شمېره ښیي.

دویم کارتیل 50% معلومات څرګندوي.

دریم کارتیل 75% معلومات څرګندوي.

کارتیلونه د Q په توري ښودل شوي او هغه شمېره چې د هغه په وړاندې لیکل کیږي د کارتیل شمېره ښیي. لکه $Q_1$ لومړی کارتیل او $Q_3$ دریم کارتیل ښیي.

د فورمول په اساس د هغه د وېشلو طریقه کټ مټ لکه د میدیان سنجش دی.

$$Q=L+\frac{K\frac{(\sum f)}{4}-cf}{FQK}.I$$

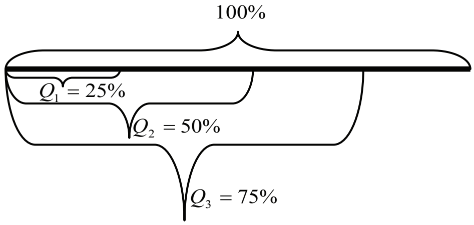
K په دې مساوي کې 1 او 2 تر 3 دي K=1, 2, 3

L د ټولګي ښکتنی حد چې کارتیل په هغه کې واقع شوی.

$C_F$ د کارتیل له ټولګي څخه د مخه د متزایدې متراکمې فریکونسي مجموعه.

FQ د کارتیل د ټولګي فریکونسي

I د کارتیل د ټولګي ګډ واتن




**بېلګه:** د درېيم کارتيل لاندې ورکړل شوي معلومات پيدا کړئ.

| X | فريکونسي f | CF |
|---|---|---|
| 10-20 | 10 | 10 |
| 20-30 | 12 | 22 |
| 30-40 | 13 | 35 |
| 40-50 | 7 | 42 |
| 50-60 | 18 | 60 |
| 60-70 | 20 | 80 |
| 70-80 | 2 | 82 |
| | $\sum f=82$ | |

K=1,2,3

$$Q=L+\frac{3\left(\frac{\sum f}{4}\right)-cf}{FQ_3}$$

L=60

$$Q=\frac{3(82)}{4}-61.5$$

Cf=60

$$Q_3=60+\frac{3\left(\frac{82}{4}\right)-60}{20}.10$$

$FQ_3=20$

$$Q_3=60+\frac{61.5-60}{20}.10$$

I=10

$$Q_3=60+\frac{1.5}{20}.10=60.75$$

$$Q_3=60.75$$

**بېلګه:** د پورته معلوماتو په پام کې نیولو سره لومړی کارتیل سنجش کړئ.

$$Q_1=L+\frac{(\sum\frac{f}{4})-cf}{FQ_1}.I$$

$$Q=\frac{\sum f}{4}\Rightarrow\frac{82}{4}=20.5$$

$L=20$

$FQ_1=12$

$I=10$

$$Q_1=20+\frac{20.5-10}{12}.10=27.5\Rightarrow 20+\frac{10.5}{12}.10\Rightarrow 20+0.875.10\Rightarrow 20+8.75=28.75$$

$Q_1=28.75$

**د ډیسیل سنجش:** دسیلونه داسې مرکزي ارزښت دی چې یوه لړۍ په 10 مساوي برخو ویشي او له هرې برخې څخه یې د معلوماتو لپاره ځرګندونې کوي. فورمول یې په لاندې ډول دی. د D توری د ډیسیل په مفهوم دی او K د ډیسیل شمېره ښيي.

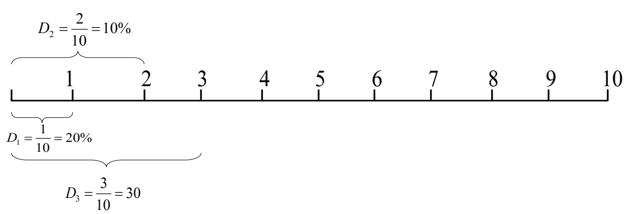
$$D_K=L+\frac{K(\frac{\sum f}{10})-cf}{FD_k}.I$$

D د ډیسیلونو سنجش

K د ډیسیلونو شمېرې زموږ لپاره ځرګندوي

FDK د ټولګې ساده فریکونسي ده

د ډیسیلونو په برخه کې، $D_1$ لومړی دسیل %10 معلومات، $D_2$ دویم دسیل %20 معلومات او $D_3$ دریم دسیل %30 معلومات په همدې توګه $D_9$ نهم دسیل %90 معلومات ځرګندوي.



**بېلګه:** لاندې معلومات په پام کې ولرئ د هغه اووم ديسيل سنجش کړئ.

K=7

| X | F | CF |
|---|---|---|
| 35-45 | 10 | 10 |
| 45-55 | 15 | 25 |
| 55-65 | 12 | 37 |
| 65-75 | 17 | 54 |
| $\boxed{75\text{-}85}$ | $\boxed{12}$ | $\boxed{66}$ |
| 85-95 | 5 | 71 |
| 95-105 | 10 | 81 |
| | $\sum f=81$ | |

$$D_7=L+\frac{7(\frac{\sum f}{10})-cf}{FD_7}.I$$

$$L=7(\frac{81}{10})=56.7$$

$$D_7=75+\frac{56.7-54}{12}.10$$

$$L=75$$

$$D_7=75+\frac{2.7}{12}.100$$

$$Cf=54$$

$$D_7=77.25$$

$$FD_7=12$$

$$I=10$$

**بېلګه:** پورتني معلومات په پام کې ونيسئ. 40% معلومات څو بيه لري.

K=4

| X | F | CF | |
|---|---|---|---|
| | | | $D_4=L+\frac{4(\frac{\sum f}{10})-cf}{FD_4}$ |
| 35-45 | 10 | 10 | D=55 |
| 45-55 | 15 | 25 | $D_4=4(\frac{81}{10})=32.4$ |
| 55-65 | 12 | 37 | L=55 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 65-75 | 17 | 54 | CF=25 |
| 75-85 | 12 | 66 | $FD_4=12$ |
| 85-95 | 5 | 71 | |
| 95-105 | 10 | 81 | $D_4=55+\frac{32.4-25}{12}.10$ |
| | $\Sigma f=81$ | | $D_4=55+6.16=61.16$ |

**د پرسانتیلونو سنجش:** یوه لړۍ په 100 مساوي برخو ویشي او د لړۍ له هرې برخې څخه معلومات لاسته راځي د P توری د پرسانتیل په مفهوم دی او K د پرسانتیل شمېره ښیي.
د هغه فورمول عبارت دی له:

$$P_k=L+\frac{k(\frac{\sum f}{100})-CF}{FP_k}$$

**بېلګه:** لاندې معلومات په نظرکې ولرئ د هغه 85 پرسانتیل پیدا کړئ.

K=85

| X | F | CF |
|---|---|---|
| 35-45 | 10 | 10 |
| 45-55 | 15 | 25 |
| 55-65 | 12 | 37 |
| 65-75 | 17 | 54 |
| 75-85 | 12 | 66 |
| 85-95 | 5 | 71 |
| 95-105 | 10 | 81 |
| | $\sum f=81$ | |

$$P_{85}=L+\frac{85(\frac{\sum f}{100})-CF}{FP_{85}}.I$$

$$P=85\left(\frac{81}{100}\right)=68.85$$

$L=85$

$I=10$

$FP_{85}=5$

$$P_{85}=85+\frac{68.85-66}{5}.10$$

$P_{85}=90.7$

**د څلورم څپرکي لنډيز:**

**د مرکزي ميلان مقياسونه:** د يوې لړۍ اوسط له يوه ارزښت يا يوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو اعدادو څخه استازيتوب کوي او څرنګه چې دا عدد د کميت له نظره د اړوندو اعدادو د لړۍ په مرکز يا وسط کې ځای په ځای کيږي ځينې وخت د مرکزي ميلان د مقياسونو په نوم ياديږي.

**1- حسابي اوسط:** د ټولو ورکړل شويو اعدادو يا ارقامو حاصل جمع تقسيم د هغوی پر تعداد باندې له حسابي اوسط څخه عبارت دی.

$$\overline{X}=\frac{\sum X}{N}$$

د اوږدې (متمادي) لړۍ حسابي اوسط د مونډلو طريقه دوې لارې لري.

**a- مستقيم ميتود:** د هغه فورمول په دې ډول دی. $X=\frac{\sum fm}{\sum m}$

**b- فرضي اوسط ميتود:** د هغه فورمول په دې ډول دی. $X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}$

**c- دمرحله يي انحراف ميتود:** د هغه فورمول په دې ډول دی. $X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}$

**2- هندسي اوسط:** هندسي اوسط د n ام له جذر د n له حاصل ضرب، له کتنې او یا ارزښتونو څخه عبارت دي.

$$GM=\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3...X_n}$$

**a- د یواځې (منفردو) کتنو د هندسي اوسط سنجش:** د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM=\frac{\sum \log X}{N}$$

**b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ دهندسي اوسط سنجش:** د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM=\frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

**c- د اوږد (متمادي) هندسي اوسط سنجش:** د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM=\frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

**3- هارمونیکي اوسط:** هارمونیکي اوسط یو ډول اوسط دی چې د استعمال محدود موارد لري او د منفردو کتنو د حسابي اوسط معکوس په توګه معکوس شوې محاسبه کیږي او فورمول یې:

$$HM=\frac{N}{\sum \frac{1}{xn}} \text{ و یا } HM=\frac{1}{\frac{\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}...\frac{1}{X_n}}{N}}$$

**a- د یواځې (منفردو) کتنو د هارمونیک اوسط سنجش:** د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$HM=\frac{\frac{N}{1}}{\sum Xn}$$

**b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ دهارمونیک اوسط سنجش:** فورمول یې په دې ډول دی.

$$HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

**c- د اوړدې (متمادي) لړۍ د هارمونیک اوسط سنجش:**

$$HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$$

**مربعي اوسط:** د مربعاتو د حسابي اوسط مربع جذر ته د هغو د څو عددو مربعي اوسط ویل کیږي او یا د $X_1, X_2, \ldots X_n$ اعدادو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$QM=\overline{X}^2=\sqrt{\frac{X_1^2+X_2^2+\ldots X_n^2}{n}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

**a- د یواځې (منفردې) لړۍ د مربعي اوسط سنجش:** فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

**b- د لنډې (غیر متمادي) لړۍ مربعي اوسط:** فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f}}$$

**c- په یوې اوږدې (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط:** فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum fm^2}{\sum f}}$$

**میدیان (د فریکونسۍ وسط):** میدیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې اړونده لړۍ په داسې ډول په دوو برخو وویشي چې، لږ ترلږه د لړۍ اجزاء پنځوس فیصده لږ یا له هغه سره مساوي، لږ تر لږه د دریو اجزاء پنځوس فیصده مساوي او یا له هغه څخه لوړ وي.

**a- د یوائحې (منفردو) کتنو د میدیان سنجش:** فورمول یې په دې ډول دی: $\dfrac{N+1}{2}$

**b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ د میدیان سنجش:** فورمول یې په دې ډول دی: $\dfrac{\sum f+1}{2}$

**c- د اوږدې (متمادي) لړۍ د میدیان سنجش:** فورمول یې په دې ډول دی:

$$med = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - cf}{fmed}$$

**مود (دفریکونسي زیاتوالی):** مود په یوه لړۍ اعدادو کې له هغه عدد یا ارزښت څخه عبارت دی چې له بل هر عدد یا ارزښت څخه زیات څرګندیږي او یا مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیات معمول وي. مود د دفعاتو په یوه وېشنه کې داسې محاسبه کیږي.

$$\text{Mod} = \text{L} + \frac{Fm - f_1}{(fm - f_1) + (fm - f_2)}$$

$$\text{Mod} = \text{L} + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)C$$

**د کارتیلونو سنجش:** له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فریکونسي په څلورو (4) برخو ویشي.

**د دیسیلونو سنجش:** له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فریکونسي په لسو (10) برخو ویشي.

**د پرسانتیلونو سنجش:** د هغه متحول له ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فریکونسي په سلو (100) برخو مساوي تقسیم کړي.

## د څلورم څپرکي پوښتنې

۱- دوه تنو زده کوونکو په ورځنۍ آزموینه کې 3، 4، 5، 5، 5، 6، 7، 8، 8 او 9 نمرې ترلاسه کړې دي.

a. د پورتنیو نمرو حسابي اوسط پیدا کړئ؟

b. د هغه میدیان او مود پیدا کړئ ؟

که پورتنۍ هره نمره د 5 له عدد سره ضرب شي د نوو (جدیدو) نمرو حسابي اوسط معلوم کړئ؟

۲- د حسابي اوسط ورکړل شوي لاندې معلومات، د مستقیمو طریقو او فرضي اوسط په مرسته تقسیم کړئ که چېرې A=70 فرض شي؟

| X | F |
|---|---|
| 50 | 15 |
| 70 | 5 |
| 80 | 10 |
| 100 | 18 |
| 110 | 6 |
| 150 | 5 |

۳- د لاندې کتنو هندسي اوسط پیدا کړئ؟

| X | F |
|---|---|
| 20000 | 15 |
| 15000 | 18 |
| 10000 | 2 |
| 25000 | 12 |
| 18000 | 17 |
| 12000 | 13 |

۴- د لاندې لړۍ هارمونیک اوسط پیدا کړئ؟

| X | F |
|---|---|
| 25-35 | 10 |
| 35-45 | 5 |
| 45-855 | 15 |
| 55-65 | 20 |
| 65-75 | 25 |

۵- لاندې ورکړل شوي معلومات په 32 پرسانتیل، اووم دیسیل، 2 کارتیل پیدا کړئ؟

| X | F |
|---|---|
| 10-20 | 10 |
| 20-30 | 12 |
| 30-40 | 13 |
| 40-50 | 7 |
| 50-60 | 18 |
| 60-70 | 20 |
| 70-80 | 2 |

# پنځم څپرکی

## د انحراف یا خوربدو (پراګندګۍ) مقیاسونه

**ټولیزه موخه:**

د انحراف یا خوربدو(پراګندګۍ) په مفاهیمو پوهېدل

**د زده کړې موخې:** په دې څپرکي کې به زده کوونکي له لاندې موضوعاتو سره آشنايي پیدا کړي.

۱- انحراف یا خوربدل(پراګندګي) او د هغه په مفهوم پوهېدل.

۲- د پراختیا (وسعت) په مفهوم پوهېدل.

۳- د کارتیلونو (مربعي انحراف) په نظر د انحراف په مفهوم پوهېدل.

۴- د وسطي انحراف په مفهوم پوهېدل.

۵- د انحراف په سر ضریب کې شامل د نسبي انحراف په مفهوم پوهېدل.

**انحراف یا خوربدل (پراګندګي):**

په تېر څپرکي کې د اوسطونو په اړه اوږد بحث ترسره شو، په هغه ځای کې څرګنده شوه چې اوسطونه په یواځیتوب سره نه شي کولای په مناسبه توګه د دفعاتو یوه وېشنه (فریکونسي) تعبیر او هغې ته بدلون ورکړي ځکه چې اوسطونه د دفعاتو په مرکزي برخه کې واقع شوي وي او نه شي کولای ووایي چې نمرې نظر اوسطونو ته په خپل منځ کې په کوم ترتیب سره واقع شوي دي، د څو ډولونو اوسطونو د سنجش سربېره نه شي کولای پرته له زیاتو معلوماتو د خوربدو (پراګندګۍ) د څرنګوالي په اړه قضاوت وکړي. د بېلګې په ډول د ښوونځي دوه ډلو زده کوونکو خپلې آزموینې تېرې کړي چې له زده کوونکو څخه د هرې ډلې د دفعاتو وېشنه په جداګانه توګه ترتیب شوي دي، څرنګه چې د دواړو ډلو زده کوونکو

د نمرو حسابي اوسط 67 دی. د لومړي دفعاتو د وېشنې لوړه نمره 72 او ټيټه نمره يې 62 ده د دويمو دفعاتو د وېشنې لوړه نمره 107 او ټيټه نمره يې 25 ده. د لومړۍ وېشنې د نمرو پراختيا (وسعت) 11 او د دويمې وېشنې د نمرو پراختيا (وسعت) 83 دی. د دې لپاره چې د دفعاتو د وېشنې يو بشپړ انځور مو ځرګند کړی وي د مرکزي موقعيت کچې او د نمرو يوې خورېدو ته اړتيا لرو.

د وسطي ارزښت موندل د اعدادو د خورېدو يا اندازې له پوهېدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي دي. سربېره په اوسطونو ښه ده د تحول او خورېدو درجه او کچه نظر هغوی ته مطالعه شي.

البته د اعدادو د تحول او خورېدو (پراګندګۍ) د سنجش ډېرې زياتې لارې شتون لري په عمومي توګه اړوند مقياسونه په دوه ګروپونو وېشل کېږي.

- مطلقه انحراف يا خورېدل(پراګندګي)
- نسبي انحرافونه يا خورېدل (پراګندګي)

خورېدل يا مطلقه انحراف د لومړني مقياس په واحد چې په وېشنه کې په کار اچول شوې افاده کېږي، ځرنګه چې نسبي انحراف يا خورېدل معمولاً د نسبتونو يا فيصدۍ په بڼه ځرګندېږي.

په دې څپرکي کې څلور ډوله مطلقه انحراف يا خورېدل مقياس معرفي کېږي، د انحراف پراختيا (وسعت) نظر کارتيلونو ته، وسطي انحراف او معياري انحراف، وروسته درې ډوله مقياسونه د انحراف ضريب يا نسبي خورېدو مطالعه کېږي. د انحراف ضريب، د معياري انحراف ضريب او د انحراف ضريب نظر کارتيل ته.

**پراختيا:** د خورېدو (پراګندګۍ) ډېره ساده اندازه پراختيا (وسعت)ده، پراختيا د اعدادو په يوه لړۍ کې د لوړې نمرې او ټيټې نمرې ترمنځ له تفاضل يعنې ښه والي څخه عبارت دی، چې په سمبوليکه بڼه په دې ډول ښودل کېږي.

$R=X_h-X_L$

په دې رابطه کې R پراختيا (وسعت)، $X_N$ لوړه نمره او $X_L$ ټيټه نمره ښيي. که چېرې د يوې آزموينې نمرې د دفعاتو د وېشنې په بڼه راپور ورکړل شوی وي. په دې صورت کې د نمرو پراختيا (وسعت) د ټيټې او لوړې وېشنې تر منځ له ښه والي (تفاضل) څخه عبارت دی. پراختيا (وسعت) لکه نورې اندازې د واټن خورېدل ښيي مثلاً پراختيا (وسعت) د 2، 3، 5، 7، 11، 29 او 35 په اعدادو کې عبارت دي له 2-35=33 څخه. پراختيا (وسعت) په تصنيف

شوو اعدادو کې د کوچني ټولګي د ښکته حد او د لوړ ټولګي د پورتني حد ترمنځ توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د 142 کورنیو د کلني عاید پراختیا په 1385 کال کې نظر جدول ته له 3.99=69.99-66.0 څخه عبارت دی یعنې3.99 افغانۍ دي.

پراختیا (وسعت) نظر لاندې څو دلیلونو ته لږ د استعمال وړ دی.

۱- د پراختیا (وسعت) برخه یواځې په دوه اعظمي او اصغري ارزښت پورې اړوندیږي، چې د اعدادو خورتیا په ښه توګه نه شي توضیح کولای.

۲- د پراختیا(وسعت) ارزښت په زیاتره اعدادو یا په غیر عادي ارزښتونو کې شدیداً متأثره کیږي لکه په دوو لاندې لړیو کې:

3,5,6,7,10,12,15,18

3,8,8,8,99,9,18

د 3-18=15 پراختیا (وسعت) څرنګه چې لړۍ یې له ځانه لري د بېلابېلو خوربدلو لرونکې دي.

۱- د پراختیا (وسعت) ارزښت نظر د نمونې اندازې ته له حده وتلی (فاحش) بدلون پیدا کوي، په پورته یادو شوو دوو لړیو کې که چېرې دوه وروستي یا انتهایي عددونه حذف کړو پراختیا (وسعت) په لومړۍ لړۍ کې 5-15=10 او په دویمه لړۍ کې 8-9=1 دي.

د کارتیلونو په نظر انحراف (ربعي انحراف): د درېیمې ربعې د ټکو تر منځ نیمایي توپیر (75%) او د لومړۍ ربعې تر منځ 25% ربعې انحراف دی، که چېرې درېیمه ربع په $Q_3$ وښیو باید تعریف $Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}$ داسې نه وي او یا دا چې په یوه توزیع یا وېشنه کې د کارتیلونو ترمنځ پراخوالی د دریم او د هغه د لومړي کارتیل ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د 142 کورنیو د کلني عاید په وېشنه کې لرو:

$Q_1$ (لومړی کارتیل) =67.20

$Q_3$ (درېیم کارتیل) = 68.41

او د کارتیلونو پراخوالی په دې حالت کې عبارت دی له:

$Q_3-Q_1=68.41-67.20=1.21$ زر افغانۍ

یعنې که د 50% ، 142 کورنیو ارو کلنی وسطي عاید چې د وېشنې په منځ (وسط) کې واقع شوي دي د 1.21 زرو افغانیو په اندازه تحول وکړي. (د 1.21 زره افغانیو په اندازه انحراف شتون لري).

ربعي ټکي د نمرو په معيار باندې درې ټکي وي چې د نمرو وېشنه يا توزيع په څلورو مساوي برخو ويشي او هره برخه، د نمرو د مساوي تعداد لرونکي دي. ربعي ټکي د $Q_3$، $Q_2$ او $Q_1$ سمبولونو په مرسته ښودل کيږي چې د 75% ، 50% او 25% په ترتيب دي.

د Q د محاسبې لپاره لومړی بايد $Q_1$ او $Q_3$ محاسبه شي او بيا دې د $Q_2$ قيمت وټاکل شي. $Q_1$ او $Q_3$ کټ مټ لکه 50% او يا $Q_2$ محاسبه کېدای شي يواځې کوم توپير چې شتون لري هغه دا دی چې په منځنۍ يا ميانه محاسبه کې د $\frac{N}{2}$ پرځای او $\frac{N}{4}$ د $Q_1$ د محاسبې لپاره او $\frac{3N}{4}$ د $Q_3$ د محاسبې لپاره په کار اچول کيږي يعنې:

$$Q_1=L+\frac{\frac{n}{4}-F}{f}.i$$

$$Q_3=L+\left(\frac{\frac{3n}{4}-F}{f}\right).i$$

په پورتني فورمول کې د هماغې طبقې تر ښکتني حده د دفعاتو وېشنه ده چې ربع د هغه په د ننه کې ځای لري. I د طبقې د واټن اندازه ده. F د دفعاتو د جمع حاصل تر هغې طبقې پورې چې ربعې په هغې کې ځای لري او f د طبقې اصلي دفعات دي چې ربعې په هغې کې شتون لري.

**وسطي انحراف:**

وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نوم څخه يې ښکاري د يوې لړۍ د انحراف حسابي اوسط يا د اعدادو مطلقه توپير نظر يو وسطي ارزښت ته لکه له حسابي اوسط يا ميديان څخه عبارت دی. که څه هم په عمل کې حسابي اوسط زياتره د يو وسطي ارزښت په توګه په کار اچول کيږي خو د تيورۍ له پلوه د اعدادو د انحراف مجموع نظر ميديان ته لږه اندازه ده، (البته مطلقه توپير) ښه ده چې په سنجش کې انحراف استعمال شي. په هر حال هغه ډول اوسط چې د وسطي انحراف په سنجش کې په کار اچول کيږي بايد څرګند شي.

وسطي انحراف په تصنيف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې $\overline{X}$ وسطي ارزښت وي د لانديني فورمول په مرسته وېشل کيږي.

$$MD=\frac{\sum\left|X-\overline{X}\right|}{n}=\frac{\sum\left|X\right|}{n}=\frac{\sum\left|d\right|}{n}$$

په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د يوې لړۍ يا سلسلې اعداد، $\overline{X}$ حسابي اوسط، n د اعدادو يا کتنو (مشاهداتو) اندازه او d يا $X=X_1-\overline{X}$

عمودي کرښې (خطوط) مطلقه ارزښت (پرته له اشارې څخه) افاده کوي.

بېلګه: د2,3,6,8,11 اعدادو وسطي انحراف پيدا کړئ.

لومړی : بايد د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\overline{X}=\frac{\sum X}{n}=\frac{2+3+6+8+11}{5}=\frac{30}{5}=6$$

وروسته د اعدادو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD=\frac{\left|2-6\right|+\left|3-6\right|+\left|6-6\right|+\left|11-6\right|+\left|8-6\right|}{5}$$

$$MD=\frac{14}{5}=2.8$$

يعنې ورکړل شوي اعداد د 2.8 په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري، وسطي انحراف کولای شو نظر ميديان ته هم سنجش کړو:

$$AD=\frac{\sum\left|X-Med\right|}{n}$$

**مثلاً:** په پورته اعدادو کې ميديان 6 دی څرنګه چې $\overline{X}=Med$ په دې مثال کې دواړه ډوله وسطي ارزښت مساوي دي.

همدارنګه وسطي انحراف په تصنيف شوو اعدادو کې کولای شو د لاندينيو فورمولونو له جملې څخه د يو فورمول په مرسته سنجش کړو.

$$MD=\frac{\sum f\left|X-\overline{X}\right|}{f}=\frac{\sum f\left|d\right|}{\sum f}$$

$$MD=\frac{\sum f\left|X-med\right|}{\sum f}=\frac{\sum f\left|d\right|}{\sum f}$$

په دواړو پورتنیو فورمولونو کې f د ټولګیو فریکونسي، X د ټولګي وسط، $\overline{X}$ او med په ترتیب سره حسابي اوسط او د اړوندې وېشنې میدیان دي.

د وسطي انحراف سنجش نسبتاً ساده او عام فهمه دی اما د استعمال موارد یې محدود دي. د وسطي انحراف استعمال د کوچنیو نمونو په اړه په هغه صورت کې چې دقیق او جامع تحلیلونو ته اړتیا نه وي ګټور دي په تصنیف شوو اعدادو او لویو نمونو کې په ندرت سره استعمالیږي.

**معیاري انحراف یا استندرد انحراف:**

معیاري انحراف د نمرو د خورېدنې (پراګندګۍ) د درجې له ډېرو مهمو او استعمال شوو مشخص کوونکو څخه دی چې په خپلواکه توګه د ټولګي (جمعیت) خورېدنه (پراګندګۍ) د نمونې د خورېدنې له پوهې څخه دا چې له هغه څخه ټولګی (جمعیت) غوره کړل شوی دی را ایستلای شي.

معیاري انحراف د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې وریانس څخه عبارت دي او یا معیاري انحراف د انحرافاتو مربع جذر دی.

معیاري انحراف او وریانس په یو سلسله اعدادو کې د لاندې فورمولونو په مرسته سنجش کیږي.

$$G^2=\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}$$

$$G^2=\sqrt{\frac{\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}}$$

په دې فورمول کې G (د یونان د ژبې کوچنی توری د سیګما په نوم) معیاري انحراف او $G^2$ واریانس افاده کوي، د بېلګې په ډول د 2,3,6,8,11 اعدادو واریانس او معیاري انحراف په لاندې ډول لاسته راځي.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$G^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$G = \sqrt{G^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

**دویمه بېلګه:** په یوه صنفي آزموینه کې زده کوونکو لاندې نمرې لاسته راوړې دي.
4,6,8,10,12

د دغو نمرو د معیاري انحراف محاسبه څرګنده ده، د نوموړو نمرو انحرافي محاسبه په لاندیني جدول کې ښودل شوې ده.

| $X$ | $X=X-X^2$ | $X^2$ | |
|---|---|---|---|
| 12 | 12-8=4 | 16 | $\overline{X} = \frac{40}{5} = 8$ |
| 10 | 2 | 4 | |
| 8 | 0 | 0 | |
| 6 | -2 | 4 | |
| 4 | -4 | 16 | |
| $\sum X=40$ | $\sum X=0$ | $\sum X^2=40$ | |

که چېرې د $\sum X^2$ او N قیمتونه د معیاري انحراف په فورمول کې وضع کړو نو وبه لرو.

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$$

$$S = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2.814$$

د تصنیف شوو اعدادو معیاري انحراف هم کولای شو په څو لارو سنجش کړو په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فریکونسي ګانې په کار واچوو، کولای شو له لاندیني فورمول څخه استفاده وکړو.

$$G = \sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})}{\sum f}}$$

په دې ځای کې f فريکونسي، X د ټولګي وسط او $\overline{X}$ د اړوندې وېشنې حسابي اوسط دی، $d=X-\overline{X}$ وضع شوی دی.
که چېرې د اعدادو انحراف د A د يو فرضي اوسط په توګه وسنجول شي يعنې d=X-A وي نو و به لرو.
او که انحراف د ټولګيو د موقعيت په نظر يعنې د ټولګي د واټن په واحدونو څرګند کړو د ټولګيو د ګډ واټن په صورت کې ليکو چې:

$$G=\sqrt{\frac{\sum fd'^2}{\sum f}-\left(\frac{\sum fd'}{\sum f}\right)^2}$$

په دې ځای کې d د ټولګي د واحد واټن په نظر انحراف او C د ټولګيو ګډ واټن دی.
پورتنی فورمول د تصنيف شوو اعدادو د معياري انحراف د موندلو لنډه او اغېزمنه لار ده. په لاندېني جدول کې د 142 کورنيو ارو د کلني عايد په وېشنه کې پورتنی فورمول د ټولګي د واټن په واحدونو په لنډه طريقه تطبيق کړو.

| کلنی وسطي عايد زر افغانۍ | فريکونسي f | d› | Fd› | $Fd›^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 66.00-66.49 | 11 | 3 | 33 | 99 |
| 66.50-66.99 | 15 | 2 | 30 | 60 |
| 67.00-67.49 | 24 | 1 | 24 | 24 |
| 67.50-67.99 | 40 | 0 | 0 | 0 |
| 68.00-68.49 | 20 | 1 | 20 | 20 |
| 68.50-68.99 | 14 | 2 | 28 | 56 |
| 69.00-69-49 | 11 | 3 | 33 | 99 |
| 69.50-69.99 | 7 | 4 | 28 | 112 |
| مجموع | 142 | | 22 | 470 |

$$G=C.\sqrt{\frac{fd'2}{f}-\left(\frac{fd'}{f}\right)^2}$$

$$=0.5\sqrt{\frac{470}{142}-\left(\frac{22}{142}\right)^2} \Rightarrow 0.5(1.81)-0.15$$

(زر افغانۍ)=0.83

**نسبي انحراف:** کولای شو دوه یا زیاتې لړۍ (سلسلې) د اړوندو لړیو د اعدادو د خوربېدنې (پراګندګۍ) د څرنګوالي د پوهېدو په غرض چې د پوره یا تقریباً ورته اوسطونو لرونکي وي پرتله (مقایسه)کړو، په ځینو حالاتو کې بېلا بېلې وېشنې بېل یا متفاوت اوسطونه لري او یا په بېلا بېلو واحدونو باندې څرګندیږي. په دې حالت کې د هغوی د معیاري انحراف پرتلنه نا ممکنه وي د بېلګې په ډول د طب د ډاکترانو د کلني عاید د وېشنې معیاري انحراف 1500 افغانۍ او د پوهنتون د استادانو 1000 افغانۍ وي په دې به دلالت ونه کړي چې انحراف د طب د ډاکترانو په عاید کې د 150 سلنې په اندازې، انحراف د پوهنتون د استادانو په کلني عاید کې وي یواځې په هغه حالت کې کولای شو تعبیرکړو چې په دواړو ګروپونو کې د کلني عاید اوسط مساوي وي. که د لومړني ګروپ د کلني عاید اوسط مثلاً 75000 او د دویمې 36000 وي د استادانو په عاید کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکترانو عاید ته زیات دی. په حقیقت کې د انحراف د دوو مطلقه ارزښتونو په منځ کې توپیر له متفاوته اوسطونو سره په یواځیتوب (تنهایي) سره د پرتلنې اساس نه شي کېدای. د مقیاسونو په دې حالت کې باید مطلقه انحراف په نسبي انحراف تبدیل شي، تر څو د اړوندو وېشنو د پرتلنې امکان میسر شي.

په دې ځای کې درې ډوله د نسبي انحراف مقیاس مطالعه کیږي.

دانحراف ضریب – د وسطي انحراف ضریب – د کارتیلونو د انحراف ضریب

د نسبي انحراف له مقیاسونو څخه یو مقیاس چې په عمل کې زیات په کار اچول کیږي د نسبي انحراف ضریب دی، دا ضریب معمولاً په V افاده کیږي او پر حسابي اوسط باندې د معیاري انحراف له نسبت څخه عبارت دی یعنې:

$$V = \frac{\text{معیاري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{G}{X}$$

**بیلګه:** د طب د ډاکترانو او د پوهنتون د استادانو د کلني عاید په اړه د انحراف ضریبونه عبارت دي له:

$$V_1 = \frac{1500}{75000} = 0.02 \text{ یا } 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{36000} = 0.028 \text{ یا } 2.8\%$$

د بلې خورېدنې نسبي مقياس چې ډېر زيات معمول دی د وسطي انحراف د ضريب په نوم يادېږي چې لاندې په $V_a$ باندې اعاده شوی دی چې پر حسابي اوسط باندې له وسطي انحراف څخه عبارت دی.

$$V_a = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\overline{X}}$$

په یوه وېشنه کې د $\overline{X}$ حسابي اوسط او د MD وسطي انحراف د هغو طريقو په اساس چې مخکې مطالعه شوي پيدا کړو. د ($V_a$) د وسطي انحراف ضريب هم په هغوی کې وېشو او په نسبت يا معمولاً په فيصدۍ يې څرګندوو د بېلګې په ډول په 11,8,6,3,2 پنځو عددونو کې څرنګه چې مو مخکې وليدل.

$\overline{X} = 6$

MD=2.8

**د وسطي انحراف ضريب:** په دې اعدادو کې عبارت دي له:

$$V_a = \frac{MD}{\overline{X}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \text{ يا } 46.6\%$$

دانحراف ضريب نظر کارتيلونو ته چې لاندې په $V_q$ باندې افاده شوی د هغوی په مجموعې باندې د دريم کارتيل او لومړي کارتيل د توپير له نسبت څخه عبارت دی يعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

د بېلګې په ډول د 142 کورنيوارو وسطي کلني عايد په وېشنه کې.

$Q_3$=68.41

$Q_1$=67.21

$$V_q = \frac{68.41 - 67.21}{68.41 + 67.21} = \frac{1.20}{135.62} = 0.009 = 0.9\%$$

په لنډه توګه بايد ووايو چې دوه يا زياتې وېشنې د انحراف او خورېدنې له پلوه يواځې

هغه وخت پرتله کولای شو چې د کټ مټ اوسط یا تقریباً د کټ مټ اوسط لرونکی وي او په ورته (مشابه) واحد باندې افاده شوی وي پرته له دې باید د نسبي انحراف مقیاسونه په کار واچول شي.

د وېشنو د پرتلنې (مقایسې) پر وخت باید خپله مقیاس په کار واچول شي او نشو کولای V یوه وېشنه یا $V_a$ او $V_q$ له بلې وېشنې سره پرتله کړو.

**د پنځم څپرکی دمطالبو لنډیز**

$$\frac{\sum\left|X-\overline{X}\right|}{n}=\frac{\sum\left|X\right|}{n}=\frac{\sum\left|d\right|}{n}$$

معیاري انحراف (ستندرد انحراف): معیاري انحراف د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې وریانس څخه عبارت دي او یا معیاري انحراف د انحرافاتو مربع جذر دی.

واریانس $G=\sqrt{\frac{(X-\overline{X})^2}{n}}$

$$G^2=\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}$$

**نسبي انحراف:** د نسبي انحراف ضریب درې ډوله مقیاسونه په لاندې ډول دي:

**۱- د نسبي انحراف ضریب:** پر حسابي اوسط باندې د نسبي انحراف له نسبت څخه عبارت دی.

$$V_q=\frac{\text{نسبي انحراف(معیاري)}}{\text{حسابي اوسط}}=\frac{G}{\overline{X}}$$

**۲- د وسطي انحرافي ضریب:** پرحسابي اوسط باندې له وسطي انحراف څخه عبارت دی.

$$V_{\text{ش}}=\frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}}=\frac{MD}{\overline{X}}$$

**۳- د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته:** د هغوی په مجموع باندې د دریم کارتیل او لومړي کارتیل د توپیر له نسبت څخه عبارت دی.

$$V_q=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$$

## د پنځم څپرکي پوښتنې

۱- نسبي مطلقه انحراف څه شی دی او په څو ډوله سنجش کیږي؟

۲- د نسبي انحراف ضریب په څو ډوله دی، هر یو یې له فورمول سره واضح کړئ ؟

۳- انحراف یا خوربدل په یو لړۍ (سلسله) اعدادو کې څه مفهوم لري واضح یې کړئ؟

۴- معیاري انحراف تعریف کړئ او په څو طریقو سنجش کیږي؟

۵- انحراف نظر کارتیلونو ته واضح کړئ ؟

۶- د وسطي انحراف فورمول په تصنیف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې $\overline{X}$ وسطي ارزښت وي، ولیکئ؟

# دویمه برخه

## احتمالات

### مقدمه

پر امکاناتو، یقین او باور نه لرل هغه مفاهیم دي چې انسانان تل له هغه سره سر او کار لري او هر انسان د خپل د راتلونکي او پېښو (حوادثو) او اتفاقاتو په اړه چې د هغه په چاپېریال کې به ورپېښ شي، ذهن کې اندېښنې اوفکرونه لري.

نو ځکه د احتمال مفهوم او د هغه په کار اچونه په ورځنیو اجرااتو کې د بشریت له تاریخ او تمدن سره تړاو لري او له احتمال څخه د ګټې اخیستلو یو له مواردو څخه په لوبو کې دی او له دې چې لوبې (3500) کاله مخکې له میلاده سابقه لري او د هماغه یوځایي لوبو له پیل څخه د بري او ناکامي له احتمال څخه یو لوري ته خبرې شوي او همدارنګه د لرغوني یونان د ستر پوه ارسطو په لیکنو کې د احتمال کلمه استعمال شوې ده.

خو د احتمال تیوري په نننۍ بڼه د پاسکال او فرما له کارونو څخه پیل شوې ده، څرنګه چې پاسکال د ترکیباتو د تیوري د لومړنیو اصولو (ترکیبي آنالیز) بنسټ کېښود او د فرما په مرسته یې هغې ته پراختیا ورکړه او د احتمالاتو په مسایلو کې یې په ضمني توګه په کار واچاوه. وروسته دا ډګر د قدر وړ علماوو لکه کاردان، ګالیله، چیشیف، برنولي او لاپلاس له لوري اندازه شوي دي. د احتمال د تیوري تطبیق د کلموګروف په مرسته د احتمال د تیوري په نوم په کال 1933کې بشپړ شوې چې د احصایې د علماوو د منلو وړ وګرځېد.

د نن ورځې د احتمال تیوري په ډېرو مسلکي او تخصصي ځانګو کې لکه انجنیري، منجمنت او د نفوس په شمېرنه کې د استعمال موارد لري چې د موضوع د اهمیت پر اساس احتمال د تخنیکي او مسلکي زده کړو د بېلا بېلو ځانګو په تعلیمي پلانونو کې لکه د کمپیوټر تکنالوژي او هم د ادارې او حسابدارۍ انستیتوت په موجوده ځانګو کې شاملې دي.

د دې برخې د تدوين او ټولونې موخه د اړينو او لازمو معلوماتو او اطلاعاتو رسول هغو محصلينو ته دي چې د دولسم ټولګي له فراغت څخه وروسته د ادارې او منجمنت په برخه کې يو دوه کلنه تعليمي دوره تېروي، تر څو و کولای شي د يو منيجر او د اداري امورو د فعال کارمند په توګه په دولتي او خصوصي برخو کې دنده تر سره کړي.

دا يو څرګند حقيقت دی چې دا اداري کارمند او منيجر د وخت له غوښتنو او هوکړو سره سم مکلف دي تر څو د ارقامو په ټولونه او تدوين کې د احصايې د بشپړولو او يا د پراختيايي (انکشافي) پلانونو د طرحې لپاره ځانګړې دندې سرته رسوي او د کارونو وروستي پرمختګونه او تکاملي لارې د ورځنيو دندو د سرته رسولو پر وخت په پام کې لري چې دغو موخو ته رسېدل په مسلمه او قطعي توګه د احتمالاتو د عمومي تيورۍ په زده کړه او د هغه په تطبيق باندې مکلف دي.

څرګنده ده چې د احتمالاتو په تيوري کې يو پراخ مبحث او زيات شمېر موضوع ګانې او مطلبونه شامل دي چې په دې لنډيز کې د ټاکل شوو ساعتونو په پام کې نيولو سره به د ټولو يا لړو مطلبونو تشريح او توضيح کول نا ممکنه وي، نو ځکه هڅه شوې ده تر څو هرڅه چې زيات او له ټولو څخه اړين وي او د ادارې او منجمنت د څانګو محصلينو لپاره ګټور دي په موجوده پروګرام کې شامل شي.

د دې برخې عمومي موخه :

د اداري کارکوونکو له خوا د احتمالاتو د تيوري تطبيق په اقتصادي او ټولنيزو اتفاقاتو کې.

# لومړی څپرکی

## د احتمالاتو مفاهیم

**ټولیزه موخه:**

د احتمالاتو د موخو او مفاهیمو تعریف او توضیح.

**د زده کړې موخې:** د دې څپرکي په پای کې له محصلینو څخه هیله کیږي ترڅو:

- د پدیدو احتمالات توضیح کړي.
- د پدیدو ډولونه توضیح کړي.
- تصادفي او قطعي احتمالات دې تفکیک کړي.
- تصادفي تجربې دې توضیح کړي.
- په احتمالاتو کې دې ځینې مهم او اساسي مفاهیم توضیح کړي.

د احتمال کلمه په عامیانه ژبه کې د ګمان او اټکل ښکاره کول او غالباً د ممکن په معنا په کار وړل کیږي او نظري او غیر عملي اړخ لري، لکه نن امکان لري یا احتمال د دې دی چې باران و اوري او یا د ارجنټاین د ټیم لپاره د بري چانس د فوټبال په نړیوالو مسابقاتو کې ٪۸۰ دی.

خو په علمي ژبه کې د احتمال کلمه د ریاضي په خاصه معنا کارول شوې ده چې د هغې معنا د یوې اتفاقي تجربې د یوې ځانګړې پایلې د ښکاریدو یا نه ښکاریدو د ډاډ یا اطمینان درجه ده. د احتمال ریاضیکي مفهوم د هغه د عامیانه مفهوم برعکس یو کمیتي مفهوم دی چې د اعدادو او ارقامو په مرسته افاده شوی او د معاصرو ریاضیاتو له میتودونو څخه په استفادې د تشخیص او ارزونې وړ ده او د ډاډ او اطمینان درجه د اتفاقي تجربو د پایلو

له ښکارېدو یا نه ښکارېدو څخه معمولاً د فیصدۍ په ارقامو، عام کسر او یا اعشاري کسر باندې ښودل کیږي. د پېښو (اتفاقاتو) تجربو د څرګندو شوو ارقامو پایلې تل دوه لاندې مشخصې لري.

۱- د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه د یوې پایلې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال باید له صفر څخه لوی او له یو څخه کوچنی وي.

۲- د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه د یوې پایلې د ښکارېدو احتمال او یا نه ښکارېدو احتمال باید له یوه سره مساوي وي.

که:

(A) د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه یوه پایله وي.

P(A) د A د پایلې د ښکارېدو احتمال وي.

P(A) د A د پایلې د نه ښکارېدو احتمال وي.

نو

1) $0 \le P(A) \le 1$

2) P(A)+P(A) = 1

که چېرې د A د پایلې د ښکارېدو چانس او یا نه ښکارېدو چانس له یو بل سره مساوي وي، نو کولای شو د A د پایلې د ښکارېدو او یا نه ښکارېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

P(A)=P(A)

P(A)=P(A)= $\frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$

له پورته مطلب څخه نتیجه اخیستل کیږي که چېرې د پېښو (اتفاقاتو) د ښکارېدو او یا نه ښکارېدو لپاره مساعد او نامساعد حالات شتون ولري، نو په دې اساس د دې پېښو (اتفاقاتو) له پېښېدو څخه هر یو نامساعده حالت و نه لري د هغه د مساعد والي احتمال (۱) دی او که حادثه مساعد حالت و نه لري د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی.

**بېلګه:** که چېرې په یوه قطي کې 10 سپینې مرۍ، 5 تورې مرۍ او 3 سرې مرۍ موجودې وي او یوه مرۍ په اتفاقي توګه له قطي څخه وباسو.

الف- د تورې مرۍ احتمال $P(B)=\frac{5}{18}$

ب- د سرې مرۍ احتمال $P(R)=\frac{3}{18}$

ج- د سپينې مرۍ احتمال $P(W)=\frac{10}{18}$

د- د شنې مرۍ احتمال $P(G)=\frac{0}{18}$

د احتمال احصائيوي اوكلاسيک مفاهيم د هغه له رياضيکي مفهوم سره فرق کوي څرنګه چې:

۱- که چېرې د A د يوې اتفاقي پېښې د ښکارېدو احتمال په P(A)، د A د اتفاقي پېښې د مساعدو پايلو تعداد په N(A) او د A د اتفاقي پېښې د ممکنه پايلو تعداد په N(S) وښيو، نو کولای شو د احتمال کلاسيک مفهوم د لاندې فورمول په مرسته څرګند کړو.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

له دې فرضيې سره سم که چېرې يو ټولګی (جمعيت) تر احصائيوي مطالعې لاندې راځي بايد محد ود وي او د اتفاقي تجربو له پايلو څخه هر يو بايد د ښکارېدو مساوي چانس ولري او اما له دې چې:

۲- په زياتره وختونو کې هغه ټولګي (جمعيتونه) چې تر احصائيوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو تعداد غير محدود او يا ډېر زيات وي، نو ځکه د ټولګي (جمعيت) د جوړو شوو عناصرو د ښکارېدو قواعد غير ممکن وي او پوره معلومات د هغه د ښکارېدو يا نه ښکارېدو په اړه په واک يا اختيار کې نه وي چې د يوې اتفاقي پېښې د ښکارېدو يا نه ښکارېدو دا رنګه حالات د هغه د کلاسيک په مفهوم توضيح کېدلای نه شي. د A د اتفاقي پېښې د ښکارېدو يا نه ښکارېدو احتمال په دې حالت کې د نسبي فريکونسي په مرسته تشخيص کيږي. که د A د اتفاقي پېښې مطلقه فريکونسي په F(n) او د A د اتفاقي پېښې نسبي فريکونسي په F(A) څرګنده کړو. نو کولای شو د A د اتفاقي پېښې نسبي فريکونسي د رياضي له پلوه په لاندې ډول افاده کړو.

$$F(A)=\frac{F(A)}{n}$$

که چېرې د n نمونې حجم ورو ورو لوی شي او په پای کې لایتناهي ته نږدې شي، د A د اتفاقي پېښې نسبي فریکونسي ورو ورو يو سرحدي ارزښت ته نږدې کيږي چې که هغه د A د اتفاقي پېښې د ښکارېدو احتمال يو اټکلي ارزښت ومنو په لاندې ډول يې افاده کوو.

$$\lim_{n\to\infty} f(A)=\frac{F(A)}{n}=P(A)$$

پورتنی فورمول د احتمال اقتصادي مفهوم توضيح کوي.

**بېلګه:** د ادارې او حسابدارۍ انستيتوت په يوه ټولګي کې 100 تنه محصلين دي، که 60 تنه نجونې او پاتې نور هلکان وي او يو تحصيلي بورس دې ټولګي ته ورکړل شوی وي او يو تن محصل په اتفاقي توګه نوموړي بورس ته معرفي شي څومره احتمال لري چې:

الف- په دې بورس کې يوه نجلۍ کانديده شي.

ب- يوه نجلۍ په دې بورس کې کانديده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمره دې په دې بورس کې کانديد شي.

**حل :** د احتمال د کلاسيک مفهوم سره سم موږ لرو:

الف-

N(S)

N(A)

N(B)

N(A)

$$\Longrightarrow \quad P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{60}{100}=0.6=60\%$$

ب- $P(B') = 1-P(B) = 1-0.6 = 0.4 = 40\%$

ج- $$N(A_1)=\frac{N(A_1)}{N(S)}=\frac{1}{100}=0.01=1\%$$

**بېلګه:** يوې فابريکې د برق سامان او لوازم توليد کړی او وړاندې له دې چې توليدات يې بازار ته وړاندې شي، د تخنيکي کيفيت له پلوه تر احصائيوي آزمايښت لاندې راځي.

یوه نمونه د 1200 سایزو په واحد د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه په اتفاقي توګه پورته شوي، داسې ښيي چې 1100 واحده يې له نمونې سره سم او 100 واحده يې د ټاکل شوي نورم سره سم نه دي. په تولیداتو کې له نورم سره سم 200 واحده يې لومړۍ درجه تولیدات، 300 واحده يې دويمه درجه تولیدات او پاتې نور يې دريمه درجه تولیدات دی

که چېرې یو واحد په اتفاقي توګه پورته شي او تر احصائیوي کتنې (مشاهدې) لاندې راشي څومره احتمال لري چې:

الف- تولید له نورم سره سم ښکاره شي.

ب- نمونه له تولیداتو سره د نورم په خلاف پېښيږي.

ج- اخیستل شوی واحد د لومړۍ درجې تولیداتو څخه وي.

د- نمونه په دويمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.

هـ- نمونه په دريمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.

**حل:**

$n=1200$

$F(A)=1100$

$F(A\square)=100$

$F(A_1)= 200$ , $F(A_2) = 300$

$F(A_3)= 600$

**حل:** عمومي فورمول $F(A)=\dfrac{F(A)}{n}$

الف- $F(A)=\dfrac{1100}{1200}=0.91=91\%$

ب- $F(A\square)=\dfrac{100}{1200}=0.09=9\%$

ج- $F(A_1)=\dfrac{200}{1200}=0.16=16\%$

د- $F(A_2)=\dfrac{300}{1200}=0.25=25\%$

هـ- $F(A_3)=\dfrac{600}{1200}=0.5=5\%$

**تصادفي تجربه:** د ځينو تجربو پايلې له مخکې څخه په پوره ډول په ګوته شوي وي، مثلاً کله چې يوه ډبره وغورځوو دا ډبره په ځمکه لوېږي او يا که يوه اندازه اوبو ته حرارت ورکړو، کله چې د اوبو د حرارت درجه د سانتي ګرېډ سلو درجو ته ورسيږي اوبه په بخار بدليږي خو د دې په وړاندې نورې تجربې شتون لري چې، موږ نه شو کولای د هغوی پايلې مخکې له مخکې په دقت سره وټاکو او يواځې له تجربې وروسته د هغوی پايله په ګوته کيږي او دا ډول تجربو ته تصادفي تجربې وايي، لکه:

۱- که چېرې د پيسو يوه سکه هوا لور ته واچوو دا سکه د ښکته کېدو پر وخت پر مخ يا پر شا (شېر او خط) کښيني. په بل عبارت د سکې په غورځولو کې امکان لري دوې نتيجې لاسته راشي شېر يا خط چې دا مطلب يواځې وروسته د سکې له ناستې څخه د سطحې پرمخ کولای شو ووايو چې سکه پر مخ ناسته ده او يا په شا، نو ځکه ويلای شو چې:

د تصادفي تجربو مطالعه چې ممکنه نتايج ښيي، د احتمالاتو د تيوري د بنسټ په اندازې پېژندل شوې ده او همدارنګه د مطلب د ساده کېدو لپاره فرض کيږي چې، د لاسته راغلو پايلو تعداد به د متناهي (محدودو) تصادفي تجربو څخه وي.

نمونه يي فضاء: که چېرې $a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots\ldots\ldots a_n$ له يوې تصادفي تجربې څخه ممکنې پايلې وي.

$S = (a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots a_n)$ Set

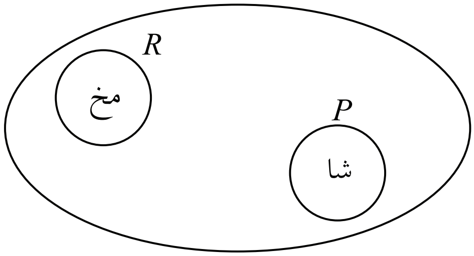
نوم او نمونه يي فضاء لوستل کيږي، له S څخه هر عنصر له نمونه يي فضاء څخه يو ټکی ياځای نومول کيږي د بېلګې په ډول:

**بېلګه:** يوه سکه هوا ته اچول کيږي. دا سکه په ښکته راتلو کې د (R) پر مخ يا د (P) پر شا کښيني، مجموعه: $S=\{P,R\}$

ټولې ممکنې مجموعې چې دا تجربه ښيي د تصادفي تجربې د نمونه يي فضاء په نوم نومول کيږي او د R او P له عناصرو څخه هر يو د نمونه يي فضاء د يو ټکي په نوم لوستل کيږي.

**نوټ:** يو متناهي ست د حقيقي اعدادو د انټروالونو په بڼه، د ترلې نمونې د هندسي احجامو او اشکالو د نمونې فضاء جوړوي.

**بېلګه:** يو مکعب چې شپږ مخه لري د ناستې پر وخت به له يوه څخه تر شپږ مخه ولري.




SET: S={1,2,3,4,5,6} چې د دې تجربې ټولې ممکنې نتیجې ښیي د دې تجربې د نمونه یي فضاء په نوم لوستل کیږي. دا مجموعه شپږ عنصره لري

**تصادفي پېښه (پیش امد):** څرنګه چې مخکې مو ولیدل د یو مکعب په تویدو سره د نمونې فضاء برابره ده له:

$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

که چېرې په دې تجربه کې له دوو اړخونو څخه د یوه پر مخ کېدل چې د هغې پر مخ جفت عدد لیکل شوی وي. زموږ مطلوب وي د A={2,4,6} مجموعه چې د مطلوب ټولې پایلې ښیي د یوې تصادفي پېښې (پیش امد) په نوم لوستل کیږي څرنګه چې:

$A \subset S$

نو ویلای شو چې هر فرعي ست له نمونه یي فضاء څخه یوه پېښه (پیش امد) ده. په بل عبارت، که چېرې S د تصادفي تجربې د نمونې فضاء وي، A یوه تصادفي پېښه (پیش امد) لوستل کیږي یواځې او یواځې. $A \subset S$

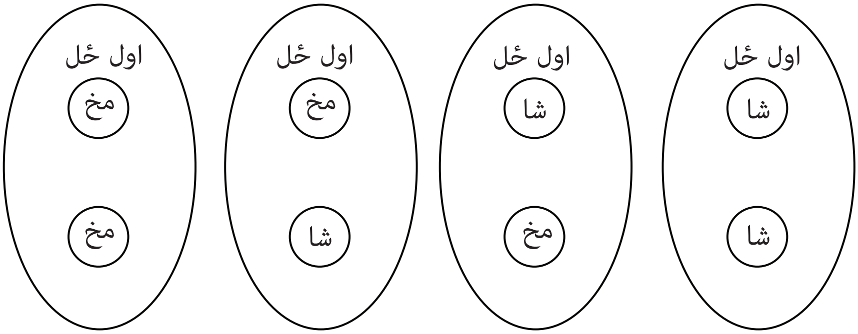
**تعریف:** په یوه تصادفي تجربه کې د فرعي ست تصادفي پېښه (پیش امد) عبارت د هغې تجربې له نمونه یي فضاء څخه ده. په بل عبارت، که چېرې S د تصادفي تجربې د نمونې فضاء وي، A یوه تصادفي پېښه (پیش امد) لوستل کیږي، یواځې او یواځې $A \subset S$

او همدارنګه ویلای شو چې:

که له یوې تصادفي تجربې څخه یوه پېښه (پیش امد) ټاکل شوی وي، د دې تجربې په هر ځل سرته رسولو سره ویل کیږي چې د A پېښه واقع شوې ده کله چې نتیجه لاسته راغله د A غړی (عضو) دې وي.

**لکه:** یوه سکه دوه ځله هواته اچول کیږي، نمونه یي فضاء او تصادفي پېښه (پیش امد) چې د مخ ښکارېدل په دوه واره اچولو کې یا د شا ښکارېدل په دوه واره اچولو کې عبارت دي ولیکئ.

**حل:** دا سکې د ناستې په وخت کې له دې بڼو څخه به یوې بڼې ته مخ ولري.



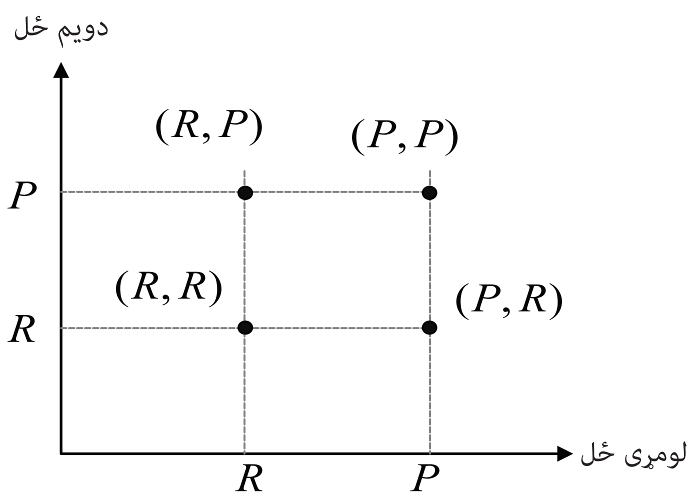

که چېرې د سکې د مخې د راتګ نتیجه په R او د شا د راتګ نتیجه په P وښیو. د پایلو مجموعه د هر ځل اچولو لپاره برابره ده له:

A={R,P}

هغه څه ته په پام سره د دیکارتي په حاصل ضرب کې د A یوه مجموعه په خپله دې کې ویل شوې ده بېلا بېل حالات چې سکه په دوه ځله کې ممکنه ده له یو بل سره پر ځمکه کښیني او یا په بل عبارت د دې تجربې نمونه یي فضاء برابره ده له:

S={(R,R),(R,P),(P,R),(P,P)}

د نمونه یي فضاء د لاسته راوړلو لپاره کولای شو د قایم د مختصاتو له سیستم څخه هم استفاده وکړو.



په دې تجربه کې د A تصادفي پېښه (پېش امد) يعنې دوه ځله په مخ راتګ يا دوه ځله په شا راتګ عبارت دی له:

د A پېښه د S له نمونه يي فضاء څخه فرعي ست دی چې په پورته بڼه کې ښودل شوې ده.

**احتمال:** له مخکينيو توضيحاتو سره سم اوس کولای شو احتمال په دقيقه او مشخصه توګه تعريف کړو. که چېرې تصادفي پېښې ته کوم عدد نسبت ورکړل شي او د هغه په مرسته د هغې پېښې د پېښيدو چانس وسنجوو، لومړی فرض کيږي چې د نمونې د فضاء د عناصرو تعداد متناهي وي او همدارنګه دا عناصر بېل وي او د نمونه يي فضاء د ټولو عناصرو د ښکارېدو چانس برابر وي. د بېلګې په ډول:

۱- د يوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يي فضاء عبارت ده له:

S=(R, P)

د دې نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد متناهي دی او مساوي په 2 دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس له يو بل سره مساوي وي او د نمونه يي فضاء د ټولو عناصرو د ښکارېدو چانس برابر وي. د بېلګي په ډول:

۱- د يوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يي فضاء عبارت ده له:

S=(R, P)

د دې نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد متناهي دی او مساوي په 2 دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس له يو بل سره مساوي وي.

۱- د يوه سالم مکعب په اچولو کې نمونه يي فضاء شپږ غړي لري.

S= {1, 2, 3, 4, 5, 6}

او له عناصرو څخه د هر يو عنصر د ښکارېدو چانس مساوي دی.

د نمونه يي فضاء او د تصادفي پېښو د مفهوم په څرګندېدو سره کولای شو احتمال تعريف کړو.

**تعريف:** که د نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد محدود وي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس مساوي وي د هرې تصادفي پېښې احتمال لکه A چې په P(A) سره ښودل کيږي مساوی دی په:

$$\frac{\text{دA عناصرو شمېر}}{\text{دS عناصرو شمېر}} \qquad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$ (د هرې پېښې د پېښېدو احتمال)(P(A)،

څرنګه چې $0 \le nA \le n(S)$

او $0 \le P(A) \le 1$ وي به.

يعنې د هرې پېښې احتمال د صفر او يوه ترمنځ عدد دی يا په بل عبارت:

$$\frac{\text{دمساعدو حالتونو تعداد}}{\text{د ممکنه حالتونو تعداد}} \qquad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$ (د A د پېښې د پېښېدو احتمال)

**بېلګه:** يو مکعب يو ځل غورځوو که د B پېښه (پېش امد) د طاق عدد له ښکارېدو څخه عبارت وي موږ لرو:

$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

$B=\{1,2,5\}$

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

**بېلګه:** د $\{a,b,c\}$ د مجموعې ټول درې توريز ترکيبات دې د بېلا بېلو کارتونو پر مخ وليکل شي، داسې چې هر يو ترکيب د يو کارت پر مخ وي له ګډولو ورسته، يو کارت د قرعې په توګه پورته کوو. احتمال د دې چې د b توری د دې کارت پرمخ وي څه دی.

**حل :** د $\{a,b,c,d\}$ د مجموعې درې توريز ترکيبات عبارت دي له:

$S=\{abc,acd,abd,bcd\}$

که چېرې A مطلوبه پېښه (پېش امد) وي موږ لرو:

$A=\{abc,abd,bcd\}$

په پايله کې احتمال يې برابر دی له $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{3}{4}$

### د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز

د احتمال کلمه د یوې اتفاقي تجربې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو د ډاډ د درجې په معنا ده او احتمال په مطابقت کې د کمیاتو او مشخصه اعدادو په مرسته د معاصره ریاضیاتو په فورمولونو سره څرګندولای شو.

څرنګه چې د یوې ممکنه نتیجې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال تل له صفر څخه لوی او له یوه څخه کوچنی وي. په واقعیت کې د مساعده او نا مساعده حالاتو د اتفاقاتو د پېښیدو امر د احتمال (probability) په نوم یادیږي. د کلاسیک له مفاهیمو سره سم احتمال د ممکنه نتایجو پر تعداد باندې له مساعدو نتایجو او تعداد څخه عبارت دی یعنې

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

خو احتمال له احصائیوي مفهوم سره سم، د یوې حادثې نسبي فریکونسي مساوي کیږي د حادثې د مطلقه فریکونسي د دفعاتو له تعداد سره.

د احتمالاتو په تیوري کې د قطعي او ثابتو پدیدو او تصادفي پدیدو له مفاهیمو سره مخامخ کیږو، که چېرې د هرې حادثې نتیجې له مخکې څخه معلومې وي د قطعي پدېدو په نوم یادیږي او که د یوې حادثې د تجربې نتیجې له مخکې څخه معلومې نه وي د پدیدې یا تصادفي تجربې په نوم یادیږي.

د تصادفي تجاربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري بنسټ جوړوي. د یوې تجربې له نتایجو څخه مجموعه (ست) د نمونې د فضاء په نوم یادیږي. څرنګه چې د یوې نمونې د فضاء هر فرعي ست د یوې تصادفي پېښې (پیش امد) ښکارندوی دی.

## د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- د لوبو یو درجن قطعي په نظر کې نیسو چې (52) پاڼې ولري. که د خښتې رنګ A ونوموو په اتفاقي توګه د یوې پاڼې د انتخابولو په اثر د (A) ښکاره کېدل عبارت دي له:

۲- په یو ټولګي کې له سل تنو محصلینو څخه آزموینه اخیستل کیږي چې په نوموړي ټولګي کې (35) تنه یې نجونې او پاتې نور یې هلکان دي، د یوه محصل د آزموینې پارچه په اتفاقي توګه پورته کوو احتمال د دې چې پارچه په چاپوري اړوندیږي څومره دی؟

a. په یوه جنۍ پورې؟

b. یو تن هلک پورې؟

۳- په یو پاکټ کې دوه د سلو افغانیو نوټونه، څلور د پنځوسو افغانیو نوټونه، لس د شلو افغانیو نوټونه او شل د لسو افغانیو نوټونه په غیر منظمه توګه ځای په ځای شوي دي، د هغوی له جملې څخه یو نوټ په اتفاقي توګه غوره کیږي.

۴- یوه کورنۍ درې اولاده غواړي، احتمال د دې چې:

c. درې واړه اولاده هلکان وي څو دی؟

d. په دریو اولادو کې یو هلک وي څو دی؟

۵- په یوه کڅوړه کې ۵ سرې مرۍ او درې شنې مرۍ شتون لري، موږ دوه مرۍ پر له پسې له کڅوړې څخه وباسو (پرته دځای له ټاکلو) معلوم کړئ چې:

e. احتمال د دې چې دوه مرۍ سرې وي څو دی؟

f. احتمال د دې چې د لومړنۍ رنګ سور او د دویمي رنګ شین وي څو دی.

لارښوونه $n(s)=C_1^8.C_1^7 \Leftarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}, \text{P(B)}=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

۶- په یوه کڅوړه کې ۵ سرې مرۍ او درې شنې مرۍ شتون لري، له دې کڅوړې څخه دوه مرۍ پرله پسې وباسو (د ځای له ټاکلو سره) معلوم کړئ چې احتمال د دې چې:

g. دواړه مرۍ سرې وي څو دی؟

h. لومړنۍ مرۍ سره او دویمه شنه وي څو دی؟

$$\text{n(S)}=\begin{bmatrix}8\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8\\1\end{bmatrix}$$

# دویم څپرکی

## د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد

**ټولیزه موخه:**
د خپلواکه او مشروطه اتفاقاتو په محاسبه کې د جمع او ضرب له قاعدې څخه ګټه اخیستل.

**د زده کړې موخې:** زده کوونکي باید د دې څپرکي په پای کې وکولای شي تر څو:

- د جمع قاعده تعریف کړي.
- د ضرب قاعده تعریف کړي.
- خپلواک حوادث محاسبه کړي.
- مشروط حوادث محاسبه کړي.

د بېلا بېلو برخو په څېړنو کې لکه په اتفاقي حادثاتو پورې اړوند د احصائیې مسایل، د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال یواځې یوه اتفاقي حادثه د بحث وړ نه ده بلکې په زیاتره مواردو کې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال دوه یا څو اتفاقي حادثې هم د علاقې وړ وي.

هغه قواعد چې د هغه په مرسته د دوه یا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کیږي، د اتحاد د قواعدو (د جمع قاعدې) په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د یو ځای ښکارېدو یا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کیږي، د احتمال د تقاطع قواعد (د ضرب قاعدې) په نوم یادیږي او دواړه قاعدې د نوې ریاضي د نښو (علایمو) او سمبولونو (ستونو) په اساس فورمول بندي کیږي.

په احتمالاتو کې د جمع قاعده: مخکې له دې چې د جمع قاعده توضیح شي ضروري ګڼل کیږي تر څو د اتفاقي حادثو په مفهوم پوه شو.

**خپلواکه (مستقله) اتفاقي حادثې:** خپلواکه ناڅاپي پیښې هغه پیښې دي چې د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندیدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د یوې پیښې د څرګندېدو احتمال د بلې پیښې د څرګندېدو احتمال متأثره نه کړي د بېلګې په ډول .که په یوه لوښي کې (۱۰) دانې مردکۍ په بشپړه توګه یو له بل سره ورته (مشابه) موجودې وي، که چېرې دوه مردکي په اتفاقي توګه پورته کړل شي، د دې احتمال چې په لومړي ځل دویم نمبر مردکی او په دویم ځل پنځم نمبر مردکی پورته کړل شوي مساوي دي. که د دویم نمبر مردکي ښکارېدل د A د اتفاقي حادثې په توګه او د پنځم نمبر مردکي ښکارېدل د B د اتفاقي حادثې په توګه ومنو نو د A د اتفاقي حادثې او د B د اتفاقي حادثې احتمال د ریاضي له پلوه تر پورتنیو شرایطو لاندې په لاندې بڼه افاده کیږي.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{10} \qquad P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

**په خپلواکه (مستقله) اتفاقي حادثه کې د جمع قاعده:** که چېرې A او B دوه اتفاقي او خپلواکه حادثې له یو بل څخه داسې وي چې د دواړو حادثو ښکارېدل د امکان وړ نه وي په دې صورت کې احتمال د دې چې یو له دغو دوو اتفاقي حادثو څخه ښکاره شي عبارت دي له:

$$(AVB)\Leftrightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

که چېرې خپلواکه اتفاقي حادثې له دوو حادثو څخه زیاتې وي په دې صورت کې د نوموړو حالاتو اتحاد په لاندې توګه معلومیږي.

$$P(A_1VA_2VA_3\ldots A_n)\Leftrightarrow P(A_1\cup A_2\cup A_3\ldots\cup A_n)$$
$$=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+\ldots P(A_n)$$

او دا مطلبونه هغه وخت د امکان وړ دي چې A,B دوه اتفاقي حادثې وي، چې د هغوی یوځای ښکارېدل د امکان وړ وي. په داسې مواردو کې احتمال د دې چې په یوه اتفاقي تجربه کې لږ تر لږه یو له دوو اتفاقي حادثو څخه A یا B ښکاره شي عبارت دي له:

$$P(AVB)\Leftrightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

یاپه لنډه توګه ولیکو: $P(AVB)1-P(A? \cap B?)$:

که چېرې درې غیر خپلواکې اتفاقي حادثې په نظر کې وي، پورتنی فورمول په لاندې بڼه بدلیږي:

$P(AVBVC) \Leftrightarrow P(A\cup B\cup C)$

$=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap C)-P(A\cap B)+(A\cap B\cap C)$

$P(AVBVC)+1-P(A'\cap B'\cap C')$ یا په لنډه توګه کولای شو ولیکو:

**بېلګه:** که $P(A)=\frac{1}{3}$ , $P(B)=\frac{1}{5}$ ,$P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ معلوم کړئ چې:

a- $P(A')=?$

b- $P(B')?$

c- $P(A'\cup B')$

d- $P(A'\cap B')$

a) $P(A)=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

b) $P(B')=1-P(B)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

c) $P(A\cup B)=P(A\cap B)=1-P(A\cap B)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

d) $P(A'\cap B')=P(A\cup B')=1-P(A\cap B)$

$=1-P(A\cup B)=1-\left[P(A)+P(B)-P(A\cap B)\right]=$

$1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8})=\frac{71}{120}$

**په احتمالاتو کې د تقاطع (ضرب) قاعده:**

a- دوه حادثو ته خپلواکه (مستقل) وايي که چېرې د يوې پېښې د بلې پېښې په احتمال کې کومه اغيزه ونه لري په دې صورت کې کولای شو وليکو چې:

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$

**بېلګه:** فرض کړئ د يو تن محصل د کاميابۍ احتمال د ۱۳ ټولګي د دويم سمستر د رياضياتو په مضمون کې (A حالت) ۴۰ فيصده او د همدغه محصل د کاميابۍ احتمال د اقتصادي جغرافيې په مضمون کې (B حالت) ۸۰ فيصده وي، څومره احتمال لري چې په دواړو مضمونو کې کامياب شي؟

$P(A \Lambda B) \Leftrightarrow P(A \cap B) \Rightarrow P(A) \times P(B) = 0.4 \times 0.8 = 0.32 = 32\%$

**یادونه:** که چېرې د خپلواکه حادثو تعداد له دوو حادثو څخه زیات وي د ضرب د قاعدې فورمول په لاندې توګه پراختیا پیدا کوي.

$P(A_1 \Lambda A_2 \Lambda A_3 \ldots \Lambda A_n) \Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap A_2 \ldots \cap A_n)$

$P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) \ldots P(A_n)$

b- په ځینو مواردو کې د حوادثو او واقعاتو پېښېدنه له یو بل څخه خپلواکه نه دي بلکې د یوې حادثې پېښېدنه د بلې حادثې په پېښېدنې پورې تړلې (مقیده) او مشروطه وي، یا په بل عبارت د A حالت هغه وخت پیښیږي چې یو بل حالت لکه (B) پېښه شوي وي. د A د حادثې د پېښېدنې احتمال د B حالت په پېښېدنې مشروط ګڼې او د P(A/B) د نښې په مرسته یې څرګندوي دغه احتمال د مشروط یا (Conditional Probability) په نوم یادوي او لیکي.

$$P(A/B)=\frac{n(A \cap B)}{n(B)} \quad \text{یا} \quad P(A/B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اما د شرطي احتمال د محاسبې لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخیستل کیږي.

$$P(A/B)=P(B).P(A/B) \quad \text{یا} \quad P(A/B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

په همدې ترتیب $\Rightarrow P(A \cap B)=P(A).P\left(\frac{B}{A}\right)$

**بېلګه:** په یوه پاکټ کې څلور دانې د سرو زرو (طلا) سکې او دوه دانې د سپینو زرو (نقرې) سکې اېښودل شوي دي، که یوه سکه په اتفاقي ډول وټاکل شي د دې احتمال چې نومورې سکه به طلا وي $\frac{4}{6}$ وي، فرض کوو چې نومورې سکه طلا وي $\frac{4}{6}$ به وي، او د دویم ځل لپاره پاکټ ته نه غورځول کیږي او دویمه غوره کړل شي د دې احتمال چې دویمه هم طلا وي له $\frac{3}{6}$ څخه عبارت دی، په نتیجه کې د دې احتمال چې د شپږو نومورو سکو له جملې څخه لومړی او دویم دواړه طلا وي عبارت دي له:

$$P(A_1 \cap A_2)=P(A_1).P(\frac{A_2}{A_1})=\frac{4}{6}.\frac{3}{5}=\frac{2}{5}=0.4$$

**بېلګه:** د لوبو د قطعو له یو درجن څخه ۳ پاڼې یو پر بل پسې ټاکل کیږي او د دویم ځل لپاره د قطعې منځ ته غورځول کیږي، د دې احتمال چې لومړی، دویمه او دریمه به طوس وي څومره دی؟

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)=\frac{4}{52}.\frac{3}{51}.\frac{2}{50}$$

**یادونه:** دوه حادثې چې د هغوی هم مهاله پېښېدنه امکان و نه لري نا سازګاره حادثې ورته ویل کیږي.

**د دویم څپرکي د مطالبو لنډیز:**

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کیږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د یو ځای د ښکارېدو د دوو یا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کیږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم یادیږي چې، دواړه قاعدې د نوې ریاضي د نښو او سمبولونو (د ست د تیوري) په اساس فورمول بندي کیږي.

که چیرې د یوې اتفاقي حادثې ښکارېدل د بلې اتفاقي حادثې په ښکارېدو تړلې (مقیده) نه وي د خپلواکه اتفاقي حادثې په نوم یادیږي چې، په داسې حالاتو کې د مطالعې وړ پدیدو ښکارېدل، د نورو حادثو ښکارېدل نه اغېزمن کوي.

اما په ځینو ځایونو کې د حادثو او واقعاتو پېښېدنه له یو بل څخه خپلواکه نه وي بلکې د یوې حادثې پېښېدنه د بلې حادثې په پېښېدنه باندې تړلې (مقیده) او مشروط وي، نو که د A د حادثې پېښېدنه د B د حادثې په پېښېدنه مشروط وي، دا ډول احتمال د مشروط احتمال په نوم یادیږي.

د دوو حادثو پېښېدنه چې هم مهاله امکان و نه لري ناسازګاره حوادث جوړوي.

## د دويم څپرکي پوښتنې

۱- ثابت کړئ چې $n!.n!=(n^2)!$

۲- په يوه صندوقچه کې (۳۰) دانې مردکي شتون لري چې، د هغوی له جملې څخه (۱۰) دانې يې سره، (۵) دانې يې شنه او (۱۵) دانې يې سپين دي. احتمال يې داسې پيدا کړئ چې له صندوقچې څخه د يوه مردکي په ايستلو کې به مردکی کوم رنګ وي.

۳- ممتحن د (۲۵) پوښتنو له جملې څخه درې پوښتنې غوره کوي، کوم احتمال به شتون ولري چې محصلين به د کومو دريو پوښتنو په اړه له (۲۰) پوښتنو څخه حدس ووهي.

۴- د دوه قطيو په منځ کې د برق يو شمېر ګروپونه شتون لري، څرنګه چې په لومړي قطي کې د (۱۲) ګروپونو له جملې څخه يو دانه يې ناقص او همدارنګه په دويم قطي کې د (۱۰) دانو له جملې څخه يو دانه يې هم ناقص دی. احتمال يې په هغه صورت کې پيدا کړئ چې، که له لومړي قطي څخه په کيفي ډول يو ګروپ واخيستل شي او په دويم قطي کې کېښودل شي، هم ناقص دی.

د دويم قطي لارښوونه $P(B)=\frac{11}{12}$ و $P(\bar{B})=\frac{1}{12}$

۵- ٪۵۰ تولې پرزې چې د يوې دستګاه په مرسته توليديږي او په هغه کې يو فيصد زيان شتون لري، ٪۳۰ فيصده يې چې د دويمې دستګاه په مرسته توليديږي دوه فيصده زيان لري او ٪۲۰ فيصده چې د دريمې دستګاه په مرسته توليديږ په هغه کې ٪۵.۱ فيصده زيان شتون لري. مساوي احتمال به څو وي که پرزه له دستګاه څخه زيانمنه توليد شي.

$$P(A)=P(B_1).P_{B1}(A)+P(B_2)P_{B2}(A)+P(B_3)P_{B3}(A)$$

۱- د لوبو د ۳۶ قطعو له منځ څخه په کيفي توګه درې قطعې اخيستل کيږي، احتمال يې په هغه صورت کې پيدا کړئ چې د درې اخيستل شوو قطعو له جملې څخه لږ تر لږه يو له هغه څخه طوس وي.

لارښوونه: $P(A)=\frac{C_{32}^3.C_3^0}{C_{36}^3}$ , $P(A)=1\text{-}P(A)$

# درېیم څپرکی

## د ترکیباتو تیوري

**تولیزه موخه:**

پېش بیني شوو موخو ته د رسېدو په غرض د پدیدو ترکیب، بدلون او ترتیب.

**د زده کړې موخې:** هیله کیږي تر څو زده کوونکي د دې څپرکي په پای کې وکړای شي:

۱- د بدلیدو یا تبدیل مفهوم توضیح کړي او د بحث وړ پدیدې دې په مناسبه توګه تبدیلې کړي.

۲- د ترتیب مفهوم دې توضیح کړي او د بحث وړ پدیدې دې په مناسبه توګه ترتیب کړي.

۳- ترکیب دې د احتمالاتو له تیوري سره سم توضیح او د پدیدو حوادث دې ترکیب کړي.

د ترکیباتو د محاسبې لپاره د احتمالاتو دوه عمده او بنسټیز اصله شتون لري چې، د جمع له قواعدو (د اتحاد قاعده) او ضرب قاعدې (تقاطع) څخه عبارت دی چې په دویم څپرکي کې په لنډه توګه توضیح او تشریح شوې دي، خو دا قواعد په شمېرلو کې د ضرب له اصل سره او په شمېرلو کې د جمع له اصل سره توپیر لري، ځکه د اتحاد او تقاطع قواعد پر حوادثو او اتفاقي احتمالاتو تړلي دي چې، پر له پسې متصل یا منفصل وي، خو د شمېرلو او ضرب لپاره د جمع په قواعدو کې مورډ له موجوده او مشخصه پدیدو او واقعیتونو سره سر او کار لرو چې هغوی ته له خپلې غوښتنې او ارادې سره سم نظم او ترتیب ورکولای شو.

په شمېرلو کې د جمع اصل: که چېرې n د خپلواکې عملیې جمله په ,.... , $P_1, P_2, P_3$ $P_n$ بېلا بېلو بڼو سر ته رسېدای شي او عملیه چې مقصد یې د دغو عملیاتو له جملې څخه د یوې پېښېدنه وي په $P=P_1+P_1+\dots P_n$ په بېلا بېلو بڼو تر سره کېدای شی.

بېلګه: له څلور رنګه ټوکر (تور، سپین، سور او شین) څخه کولای شو څو بیرقه جوړ کړو داسې چې هر بیرق له دوو رنګونو څخه لږ رنګ ونه لري.

**حل:**

| | |
|---|---|
| د دوه رنګه بیرقونو تعداد | $P_1=4.3=12$ |
| د درې رنګه بیرقونو تعداد | $P_2=4.3.2.1=24$ |
| د څلور رنګه بیرقونو تعداد | $P_3=4.3.2.1=24$ |
| د ټولو بیرقونو تعداد | $P= P1+P1+P3$ |

په شمېرلو کې د ضرب اصل: که چېرې د n عملیه د $P_1,P_2,P_3,\ldots P_n$ په بېلا بېلو بڼو پېښې شي دغه عملیې په هم مهاله توګه د $P=P1.P2.P3.\ldots.Pn$ په بېلا بېلو بڼو ترسره کېدای شي.

بېلګه: له څلور تنو انګلیسانو، پنځه تنو فرانسویانو او دوه تنو مصریانو څخه څو درې کسیزه کمیسیونونه چې د نوموړو استازو لرونکي وي جوړېدای شي.

**حل:** د کمیسیونونو تعداد:

$P=4.5.2=40$

**ترتیبونه (Arrangments):** هغه بېلا بېل حالات چې n شي، په مرتبه توګه د یو بل څنګ ته ځای په ځای کېدای شي د هغوی د بېلا بېلو ترتیبونو په نوم یادیږي او د دې ترتیبونو تعداد عبارت دی له:

$P(n,n)=n!$

په بل عبارت د ست له عناصرو څخه د هر محدود منظم ست ته ترتیب ویل کیږي.

څرنګه چې په افاده کې $n=k, A_n^k$ وضع شي نو:

$P_n=n!= A_n^k$

**بېلګه:** د a,b,c درې توري په څو بڼو د یو بل څنګ ته ځای په ځای کېدای شي.

$P=3!=3.2.1=6$

**بېلګه:** د 2،4،6 او 8 له ارقامو څخه څو څلور رقمي عدده کولای شو جوړ کړو داسې چې د اعدادو ارقام نه وي تکرار شوي.

$P(n,n)=4!=4.3.2.1=24$

**بدلونونه (Permutations):** هغه بېل حالات چې r شي، له بېلا بېل n شي څخه $(r<n)$ د یو بل په څنګ کې مرتب کېدای شي. د n شی د r په r بدلونونو په نوم یادیږي او د هغوی تعداد عبارت دی له:

$$P(n.r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

$$A_n^r=\frac{n!}{(n-r)!}=n(n-1)(n-2)\ ----\ (n-r+1)$$

**بېلګه:** يو توپير لرونکی درې رنګه بيرغ په هغه صورت کې چې زموږ په لاس کې موجوده مواد له پنځو رنګونو څخه جوړ شوي وي جوړولای شو داسې چې د ټوکر درې رنګه په افقي شان د بيرغ عرض جوړوي او له رنګونو څخه سور رنګ حتمي وي.

$$A_5^3=\frac{5!}{(5-3)!}=5.4.3=60$$

(۱) يادونه- ليدل کيږي چې د خصوصي حالت ترتيب له بدلون څخه دی کله چې r=n وي.
(۲) يادونه- که چېرې n شی د دايرې پر مخ مرتبه شي د دايروي بدلونونو په نوم ياديږي او د هغه ترتيبونه عبارت دي له !(n-1)

**ترکيبونه (Combinations):** هغه بېلا بېل حالات چې (r) شی، د n شی له ترتيب څخه پرته له دې چې په پام کې و نيول شي بېل ټاکل کيږي د n شی r په r ترکيبونو په نوم ياديږي او د هغوی تعداد عبارت دي له:

$$\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix}=\frac{n!}{(n-r)!r!}=\frac{n(n-1)(n-2)...((n-r+1)}{(n-r)!r!} \qquad r<n$$

واضح ده چې $\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix}=1=\begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$

د $\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix}$ د سمبول په ځای د C(n,r) او $C_n^r$ سمبولونو څخه هم ګټه اخيستل کيږي چې، په دې فورمول کې r فرعي ستونه عضوي r له يو ست څخه عضوي n ښيي.

- وروسته د پورتنيو توضيحاتو پر بنأ ويلی شو چې د r شی يو ترکيب له بېل يا متمايز n شي څخه عبارت دی د r شي غوره کول له دې ځيزونو (اشياوو) څخه پرته له دې چې په يو ځانګړي ځای کې ځای پرځای شي په مجدده توګه او پرته له دې چې د هغوی ترتيب په پام کې و نيول شي.

نو ليدل کيږي که په بدلون کې ترتيب راغلی وي، څيزونه (اشياء) بدل کړو يو نوی حالت لاسته راځي څرنګه چې د څيزونو ځای په ځای کول په ترکيب کې نوی حالت منځ ته نه راوړي او له بل پلوه په بدلون او ترکيب کې انتخاب په نظر کې نيول کيږي. په داسې حال کې چې په ترکيب کې د انتخاب ترتيب په نظر کې نه نيول کيږي او د ترکيب مفهوم د اړيکې يا رابطې په توګه د طبيعي اعدادو ترمنځ توضيح کوي.

بېلګه: په يوه کڅوړه کې (۳) سرې مرۍ، (۵) سپينې مرۍ او (۸) شنې مرۍ دي. په څو لارو کولای شو (۲) سرې مرۍ، (۱) سپينه مرۍ او (۲) شنې مرۍ غوره کړو.

**حل:** بايد دا په پام کې ولرو چې هر رنګه مرۍ له يو بل څخه توپير لري نو مطلوبه کميت عبارت دی له:

$$\binom{3}{2}\binom{5}{1}\binom{8}{2}=\frac{3!}{2!1!}.\frac{5!}{1!4!}.\frac{8!}{2!6!}=\frac{3.5.8.7}{1.1.2.1}=420$$

$$\binom{9}{5}=\frac{9!}{(9-5)!5!}.\frac{9!}{4!5!}=\frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1.5.4.3.2.1}=144$$

**تکراري ترکيبونه:** له تکرار سره ترکيب: د يوه ست د عناصرو په ټاکلو کې د ست ځينې عناصر څو ځلې تکراريږي د بېلګې په ډول د ۱، ۳، ۴ او ۵ له اعدادو څخه څو درې رقمي عدده کولای شو ترتيب کړو. که چېرې يو يا عين عدد څو ځلې تکرار شي نو $5^3=125$ کيږي.

نو په دې اساس تکرار لرونکي ترتيبونه د $A_n^m = n^m$ د فورمول په مرسته څرګنديږي.

**بېلګه:** څو درې رقمي عدده کولای شو د ۱ او ۲ په رقمونو وليکو.

$8=2^3$

**بېلګه:** څو بېلا بېل څلور رقمي عدده کولای شو له صفر، ۱ او ۲ اعدادو څخه ترتيب کړو که چېرې د اعدادو تکرار مجاز وي.

**حل:** له درې ورکړل شوو عددونو څخه څلور رقمي اعداد جوړولای شو په دې شرط چې هغه اعداد چې کيڼ لوري ته يې صفر ځای په ځای کيږي منفي شي.

$A_3^4 - A_3^3 = 3^4 - 3^3 81 - 27 = 54$

**بدلېدل يا تکرار:** د n شی د بدلېدلو تعداد شيي، څرنګه چې په هغه کې يو د P دفعه او بل د q دفعه له څيزونو (اشياؤ) څخه تکرار شوي وي عبارت دي له:

$$\frac{n!}{P!q!} \text{ یا } P_{n_1,n_1,...n_m} = \frac{(n_1+n_1+...n_m)}{n_1!n_2!....n_n!} = \frac{n!}{n_1!n_2!....n_n!}$$

که چېرې !n بدلونونه انتخاب شي او د دې ست عناصر تکراري وي، بدلون له تکرار سره له !n څخه کوچنی دی.

**بېلګه:** د کلمې بېلا بېل ځو توري کولای شو له هغو تورو څخه چې د (Matematuka) کلمه جوړه شوې ده واخلو.

**حل:** $n_1=2$ (m توری)، $n_2=3$، (a توری)، $n_3=2$ (t توری)، $n_4=1$، (e توری)، $n_5=1$، (u توری)، $n_6=1$، (k توری)

نو لرو:

$$P(n_1,n_2,n_3,n_4,n_5,n_6)=\frac{10!}{2!3!2!1!1!1!}=151200$$

**بېلګه:** د کلمې ځو توري کولای شو د BABBY له کلمې څخه جوړه کړو.

**حل:** په دې ځای کې 120=!5 د $B_1,A,B_2,B_3,y$ له تورو څخه تبدیل لرو چې په هغو کې درې B بېل یا متمایزشوي دي چې شپږ لاندې بدلونونه جوړولای شو.

$B_1B_2B_3Ay, B_1B_3B_3Ay, B_2B_1B_3Ay, B_2B_3B_1Ay, B_3B_1B_2Ay, B_3B_2B_1Ay$

$$P_{5,3}=\frac{5!}{3!}=\frac{5.4.3.2.1}{3.2.1}=20$$

او د 6 عدد مساوي دی له !3 سره.

**ترکیب له تکرار سره:** فرض کوو د {a,b,c} ست ورکړل شوی وي او له هغه څخه (۵) عنصره ترکیب له تکرار سره جوړ کړو لکه د aabbc بڼه او د 11.11.1 سمبولیک څرګندیږي، دا څرګندېدل داسې توضیح کیږي چې، a د دویم ځل لپاره تکرار شوی دی (۱۱) وروسته له هغې چې a شتون نه لري، (۰) وروسته له صفر څخه b د ۱۱ په بڼه او همدارنګه بل b شتون نه لري او د صفر په مرسته بیلیږي. په آخر کې د C (۱) توری شتون لري.

$$P_{5,3-1}=\frac{(5+3-1)!}{5!(3-1)!}$$

**ځکه چې:**

$$C_n^m = P_{mn-1} = \frac{(m+n-1)}{m!.(n-1)!}$$

یا $C_{m+n}^m = C_{m+n}^{n-1}$

**بېلګه:** د پرچون خرڅوونکي په يوه دوکان کې لس ډوله پست کارته شتون لري، په څو ډوله کولای شو له ۱۲ او ۸ پست کارتونو څخه ترکيب جوړ کړو په دې شرط چې د پست کارت په غوره کولو کې تکرار مجاز وي.

$$C_{10}^{-12} = \frac{(12+10-1)!}{12!(10-1)!} = 293930$$

$$C_{10}^{-8} = \frac{(12+8-1)!}{8!(10-1)!} = 24310$$

**بېلګه:** په يوه ټولګي کې چې لس زده کوونکي لري، شپږ تنه يې نرينه او څلور تنه يې ښځينه دي د n طريق تعداد چې:

a- له دې زده کوونکو څخه دې يوه څلور عضوي کمېټه غوره کړي.

b- يوه څلور عضوي کمېټه، دوه نرينه او دوه ښځينه دې غوره کړي.

c- ټولګی دې وکړای شي رئيس، د رئيس مرستيال، خزانه دار او منشي غوره کړي.

**حل:**

a- $(C(10,4= \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix} = 910$

b- له شپږ نرينه و څخه $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ طريق 2 نرينه ټاکل کيږي او 4 ښځينه $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ طريق او ښځينه ټاکل کيږي نو:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 90$$

c- په دې پوښتنه کې ترکيب په نظرکې نه دی بلکې ترتيب په نظر کې دی بناً:

n=P(6,4)= $A_6^4 = 360$

**بېلګه:** $\begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{9!}{(9-5)!5!} = \frac{9!}{4!.5!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1.5.4.3.2.1} = 144$

### د درېیم څپرکي د مطالبو لنډيز

هغه بېلا بېل حالت چې n شی په مرتبه توګه د یو بل په څنګ کې ځای په ځای کېدای شي د هغوی د بېلا بېل ترتیب په نوم یادیږي او د ترتیبونو تعداد د فکتوریل په مرسته لاسته راتلای شي، د بېلګې په ډول کولای شو د n شی ترتیب د دې فورمول په مرسته لاسته راوړو.
$P(n,n)=n!$

**تبدیل:** هغه توپیر لرونکي حالات چې r شی، له n شي څخه (r<n) د یو بل په څنګ کې مرتب کېدای شي او د بدلونونو تعداد د لاندني فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

همدارنګه ترتیب له تکرار سره، تبدیل له تکرار سره او ترکیب له تکرار سره په احتمالاتو کې د استعمال موارد لري.

**ترکیب:** هغه بېلا بیېل حالات چې (r) شی، د n شي له ترتیب څخه پرته له دې چې په پام کې و نیول شي بېل ټاکل کیږي د n شی، r په r ترکیبونو په نوم یادیږي.

## د درېیم څپرکي پوښتنې

۱- له ۱۱ ټوکه کتابونو څخه په څو بېلا بېلو بڼو کولای شو پنځه ټوکه یې په الماری کې مرتب کړو.

۲- د teeth له کلمې څخه څو پنځه توریزې نمونې کولای شو ولیکو.

۳- څو یوولس توریزې نمونې د MISSISSIPPI له کلمې څخه جوړېدلای شي.

۴- له یو دولس کسیز لست څخه څو پنځه کسیز بېل ګروپونه کولای شو غوره کړو.

۵- له یو ګروپ څخه چې له ۴ نرینه او ۵ ښځینه څخه جوړ شوی وي، څو پنځه کسیزه کمیټې چې ۳ تنه نرینه او ۲ تنه ښځینه غړي ولري، د ټاکلو وړ دي.

۶- د افغانستان د کلمې توري په څو ډوله ترتیب کېدای شي.

۷- اوه دانې منې د درې تنو ماشومانو ترمنځ داسې چې د هغوی مشر ته درې دانې او نورو هر یوه ته دوه، دوه دانې ورسیږي په څو ډوله ترتیب کېدای شي.

۸- له لس تنو محصلینو څخه څو دوه کسیز ګروپونه جوړېدای شي.

۹- که چېرې یوه سکه څلور ځلې پورته واچول شي.

a. ممکنه فضاء مطلوبه ده.

b. په څو حالته کې دوه ځلې په مخ راځي.

c. په څو حالته کې درې ځلې په مخ راځي.

## سرچينې او اخيستنې

### د احتمالاتو برخه

١- جليلى مرزا، رياضيات جديد، ١٣٧٠
٢- غورى ، محمد انور، رياضى عمومى، ١٣٨٤
٣- موحد حبيب الله ، تيورى احتمالات ،١٣٨٥
٤- پوهاند غلام سنايى و پهنيار ذكيه، حل مسايل احتمال ١٣٨٦

### د احصايې برخه

١- اصيل، مراد على، تيورى احصائيه
٢- غورى، محمد انور، رياضى عمومى
٣- حميدى، عبدالباقى ، احصائيه
٤- لكچرنوت پوهنحى اقتصاد، ١٣٨٦-١٣٨٧

## د ښوونيز نصاب د پراختيا د رياست پيغام

د پوهنې وزارت د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت دښوونيز نصاب د انکشاف رياست د ټولنې دعيني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلينو او شاګردانو د درسي کتابونو په برخه کې يې تخنيکي او مسلکي رشتې درلودې او لري يې، په لومړي سرکې يې تصميم ونيو، چې په ښوونيزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بياکتنه وکړي او ورپسې بيا د شاګردانو او محصلينو د درسي کتابونو د تاليف لپاره مبادرت او کوښښ وکړي. د خدای(ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د ښوونکو په ميړانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تاليف شول تر څو په وړيا ډول د شاګردانو او محصلينو په واک او اختيار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، ګرانو شاګردانو او د تخنيکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصينو او همدا شان له ټولو څېړونکو او شنونکو څخه صميمانه هيله کيږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د مسلکي غړو له لوري تاليف او تدوين شوي دي. د مسلکي، تخنيکي او علمي مطالبو او مفاهيمو د څرنګوالي په هکله خصوصاً د هغوی املايي او انشايي اشتباهاتو په اړهمونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدې او نورو برخوکې ګرانو شاګردانو ته له دې څخه ښه، غوره، ګټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له ګرانو شاګردانو او محصلينو څخه هيله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هيواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظرکې ونيسي او د کتابونو په ساتنه کې کوښښ او زيار وباسي، ترڅو د ډېرو شاګردانو او محصلينو د ګټې وړ وګرځي.

پته: دپوهنې وزارت – دتخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د تعليمي نصاب د انکشاف رياست – دکتابونو د تاليف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مديريت.