له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنې کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسې لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانګړې توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایې او احتمالاتو برخه باندې نه لیکونکې پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب څخه داسې د نمونې په څیر څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چې په راتلونکې کې د کران نصاب لیکونکي تعریف سره یو څه د پرتلې ولرو:

تعریف: سټ د څرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرېدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چې سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چې له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسې لیکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چې داسې یې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A څخه یا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چې داسې یې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aڅخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چې غوره یې همدا دی.

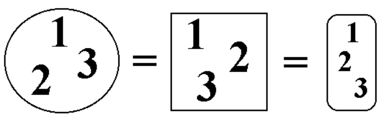
... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought.'

سټ په درې ډوله لیکل کیږي:

۱ - شمیرنیزه لیکنډول: A = {2, 3,4, 5}

۲ - شننیز لیکنډول: **A={x|** $x \in N \wedge$ **1< x<6}**

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چې x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دیاګرام سره سټ آنځوریږي:



تشسټ: تشسټ یو سټ دی، چې کوم توکی نه لري

لیکندود:

❶ تشسټ په ښوونځي کې داسی لیکل، کیږي : $\{\}$

❷ بل ډول لیکندود یې داسې دی$\emptyset$

پام : دا مخامخ لیکندود د تش سټ لپاره ناسم یا ناتیک دی : $\{\emptyset\}$

دا پورته یومخ په شپږو مخونو کې لیکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دریم او څلورم مخ کې لیکي(دا بیخي هغه پیل دئ)

هریک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارهٔ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د لیکونکي سور لیکلی غوره دی او څه تری نه پوهیدل کیږي.

،، خصوصیت مشترک ،، یعني څه؟ او دا چې ،،سټ جوړوي،، یعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعریف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي یعنې د سټ د لیکنې یو ډول یې په څو ډوله نوموي او بیا د سټ د لیکلو څخه په ناسمه توګه غږیږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند.
طور مثال می‌توان ست های A, B و C را در اشکال زیر نشان دهیم.

،، ستها را میتوان توسط اشکال مختلف نشان دهیم،، . پورته درې ډوله لیکل شوي دي. دا دون دیاګرام په توګه لیکنه ده، چې د سټ یو ډول لیکندول دی، اشکال یې په دې توګه چې لیکونکي غوارې ولیکي، یا ي ته نه رسیږي. ،، بې شمیره نه لیکم، ځکه چې دا په ریاضي کې یو بله تری پوهیدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران لیکونکي دې ته ګوته نه ده نیولې- دا لاندې د سټ تعریف وي، چې زما له پورته تعریف سره نیمګړی دی، چې اوس یې ورکړي.

یو شمیر ځانګړو شیانو ته سټ او پخپله شیانو ته د سټ عناصر(غړي) وایي.

شیان ځانګړي نه دي بلکه شیان ټاکلي یا تعین دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي لیکل شوي، چې توکي یا عناصر یې یو له بل کره توپیر لري، چې بې له دې تعریف ناسم دی.

اوس باید پوه شو، چې د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر يې بايد تعريف وي، چې له دې د مخه يې تش سټ په ګوته کړی او د سټ ليکل هم. دا هرڅه سره کېږد او هم ناسم دي.

۵ – مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

ليکونکي دا په دوه مخه کې ليکلي او دا لاندې يې هم په دوه مخ کې ليکلي، چې موږ پورته د تعريف سره يوځای ليکلي او بايد داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه ليکل شوي؟

ليکونکي د سټ د ليکلو طريقې دوه ښايي او موږ وښوده چې په درې ډوله ليکل کيږي. ليکونکي دا يو ځل پورته ليکلي هم دي، چې دا يې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به وپوهيږو، چې داپورته عنوان داسې ليکلی شو:

مساوي ستونه اوبرابر زوريز - يا ايکويوالنټ ستونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وايو. په پورته تعريف کې يې د سټ د توکو تعداد ليکلی او يا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې يې زور بللی شو او داسې يې ليکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعريف ۲ او تعريف ۳ اړيين نه دی،چې ويې ليکو، خو د لږ روښانولو له امله يې ليکو.

دوه ستونه برابرزوريز دي - كه ايكويوالنټ ورته وايي هم خوښه مو- كه د توكو تعداد يې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه يې د روښانه ونې لپاره راوړم. د دې تولګې لپاره يې دا پيژند نه دی.

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set $E = \{0, 2, 4, 6, ...\}$ of non-negative even numbers has the same cardinality as the set $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ of natural numbers, since the function$f(n) = 2n$ is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ـــم مخ

هرگاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندي پښتو

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 تر منځ د طبيعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګليسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ يو معين سټ دی.

چې عناصر يې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبيعي عددونو سټ يو غير معين سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر يې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دیَ ليکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نميباشد،، يا چې ،، عناصر يې د شمير وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم يې: عناصر يې د شمير وړ دي، خو پای نه لري يعني ناپای دي، يعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي يعني معين دي، شميرل يې پای ته نه رسيږي.

ناشميرنوړ هم شته، خو هغه بيا بله موضوع ده، دومره به يې ياد کړم، چې ريل عددونه ناشميرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کيږي.

دوه ځه ته ګوته ونيول شوه، چې:

١ - ،، چې عناصر يې د شميرلو نه دي،، ناسمه ده او

٢ ــ د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه يا متناهي او نا متناهي ده او يا معين او ِنا معين ده، دواړه نه شي کيدی. معين او نامعين ليکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عمليې دي، چې ليکونکي يې ځنې يادې کړي، خو نه په ترتيب.

١٢ ــ م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گوييم که اين دو ست با همديگر مساوی اند و ميتوانيم بنويسيم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته ليکنه بايد داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لنډ ليکل کيږي: که دA توکي په B کې خوندي وي يا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نوA اوB سره مساوي دي يا A=B او په ځت يا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ يا سبسټ دی.

۷۵ او ۷۶ ـ م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لویوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0|=0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7|=|+7|=7$

دا پورته څه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

موږ داسې لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ـم مخ

دا لاندې یوه د هندسي څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې لیکنه ناسمه ده ،، اګر......،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنیوالی او لویوالی یې سره پرتله کوې؟

اگر نه خواهي مثلث تشکیل نه میشود اګر به قسمي دیګر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدوړ وي. یوه څیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږیږي باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسې ولیکي:
د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعې) اوږدوالی د دریمې ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعې څخه د دریمې ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.
یا که غواړې، نو داسې ولیکې:
که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمې کرښې له اوږدوالي کوچنۍ وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولی. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ ـم مخ

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند

اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:

1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.

2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اگر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیگر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې يو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکلي او هلته د هندسي څېرو تشریح راوړي، حال دا چې موږ له ریاضي څخه غږېږو. که په قایمالزاویه مثلث کې ضلعې سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چې متن یې دومره باید نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کې ـ که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.

2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زيات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندې عدد، دریم د جذر وېستلی عدد یعنې هغه عدد، چې د جذر نیونې څخه لاس ته راغلی وي. دې ته دې فکر وشي، چې له جذر وېستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد ځنګه بیرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهېږم، چې ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبري په ریاضي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځي چې دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چې لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب یې 5 دی. جمعه یې پاتې نه پوهېږم خو ?+5، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ یعني څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره یې $2\sqrt{5}$ جمعه یې ۱ یعني $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوي وي؟

ګورو، چې هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهیږم، چې دا څه به ده ولې لیکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفریق په داسې حال کې کیدای شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه یو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضریبونه یو له بل سره جمع او یا یو له بله تفریقوو.

په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم یې: د جذري عددونو یا په ټولیزه توګه د ریل عددونو جمعه او تفریق هر وخت کیږي. د دې لاندې او پورته لیکنو خو څوک نه شي پوهیدلی، چې ګران لیکونکی اصلاً څه لیکي یا وایي؟

په پورته سره لیکنه، چې د لیکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهیږي، خو موخه یې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعي- تفریق اعضاو کې ګډ ضریب له قوس دباندې راباسو او لیکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

.

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتیا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ـــ م مخ

فعالیت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قیمتونه په لاس راوړئ، دا قیمتونه یو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قیمتونه په لاس راوړئ، آیا دا دوه قیمتونه یوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعالیت څخه نتیجه اخیستل کیږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه ښایم. وخت نیسي، فقط داسې لیکم:

که a او b دواړه او یا یو یې د صفر سره برابر وي، نوبیا څنګه؟

څوک چې هر څه لیکي، هغه بندیزونه یا غزېدنې یې هم باید ورسره ولیکل شي.

۲۹ ـــ م مخ

په یاد ولری: که چېرې د یوه عدد توان او د جذر درجه یو له بل سره مساوي، وي داسې پایله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پیل:

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته تري راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بیا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\sqrt{4} = \pm 2$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چي لیکو، نو د سمون په هکله یي باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهني ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ ــ مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چي اکسپوننت یو جوړه یا جفت طبیعي عدد وي.

5^3

III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې وېلای شو چې که چېري قاعدې نامساوي او کسري توانونه يې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقيقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

دلته باید دا نیونه یا فرصیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د یوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د ریښتې درس پوره نه دی لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وایي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب یي داسي لیکل کیږي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

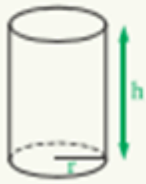
۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم دوله زاويې يو له بله سره مساوي دي او د هم دولو ضلعو نسبت د يو ثابت مقدار لرونكي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والي نسبت وايي كه چېري دوه شكلونه داسې اړيكي ولري ، دا شكلونه، سره ورته شكلونه دي ، دوه ورته شكلونه د (~) نښې په واسطه ښيي.

دې پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوې، چې همډوله زاویې یا همډوله ضلعې په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همډوله دي او له دي.
سم: ورته - یا برابرارزښته درېګوډي څیرلي. دوه درېګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه يې سره برابر وي.
دا يي له څو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ ــ مخ

قايمه استوانه له دوو انطباق منونکو دايروي قاعدو او يوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوې ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع يې په r سره وښيو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښيو:

پورته له دويمې کرښې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښايو.،،
دا د يوې وينا نتيجه نه ده.
که يو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. يعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران ليکونکي سم نه ليکي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دايرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښايو.



د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$

د دوو قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$

د استوانې کلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$

$A = 2\pi r(r+h)$

$\pi = 3.14$

د دايرې مساخت چيرته تعريف شوي؟؟؟؟
دايره په نهم ټولګي کې لوستل کيږي.

له پورته فعاليت څخه ليکلای شو:
کولای شو د قاعدې او قانون د بيانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قيمتونه ليکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کيږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بيانول يي او داسې ليکل يې چې له تورو څخه په کې کار اخلې؟

ګران ليکونکي غواړي، چې د واريابل يا متحول يا تغيرخوړونکي تعريف وکړي، خو ترې پيچلى کيږي او لار ترې ورکيږي. لاندې ورسره پرتله کړى.

موږ ليکو:

پيژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نيونکي وي يا د اعدادو په ځاى ليکل کيږي، متحول يا تغير خوړونکي يا مجهول يا واريابل بلل کيږي،، چې په x,y,z;... سره ښنول کيږي.

مخ ــ ۱۸۳

په پورته فعالیت کې د یوه کیلو ګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په X سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پېنتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره ترلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم څیرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلورى برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څیړل کیږي:

لومړی بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونی له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولې یا متحولې x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$:
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $: D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \emptyset$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.
د ویېتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):
که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:
$L = \{x_1 | x_2\}$ دي د یوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)
یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 | x_2\}$
لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا ډبل حلونه لري.
لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دی نیولی، بواځې دریمه بڼه یې تر څیړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:
په ۱۷۷ مخ کې دروند لیکونکي لومړۍ بیلګه راوړي. تاسو دا وګورئ، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمې درجې ته فکر کړی؟
بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته څیړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.
دی د مکملې او نیمګړې معادلې عبریږي. زما لیکنه وګوري.
څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ –م مخ کې د دویمې رجې معادلې حل ته راځي.
مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکي. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟
لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نیولی
۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کېږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x + p)^2 = q^2$ بڼه بدلېږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:
لومړی مثال راوړي:

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسي ليكي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د ليکونکي داسي

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

حل نیمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحيح کيږي:

$$(x+1)^2 = 9$$
$$x+1 = \pm\sqrt{9}$$
$$x = \pm 3-1$$
$$x_1 = 2$$
$$x_2 = -4$$

ګورو، چي د ليکونکي د ليکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بيا: مربع مساوات دوه حله يا يو ډبل حل لري او يا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ــم مخ

لاس راوړو.
ليکونکي پورته د مربعتکميل ځخه غږيږي او دلته يي په حل پيل کوي او دابيا نيمګړي پريږدي.
ليکونکي ليکي

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مســاوي بلې خوا ته ســره چانوو د x د ضریب د نیمایي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

لیکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعالیت په نامه مخ ته ځي:

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهیږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بیا پایله لیکي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq0$ وي.

دا پورته داسې غزول کیدی شي. ،، ....،،. یعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پایله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعریف په بنسټ دی، a له صفرسره باید برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بیا مربع مساوات نه شي کیدی.
بیا وایم: لیکونکي ټل په دې ډول پایلې راوړي، چې سمې نه د او سمې یې هم نه راوړي.
که د لیکونکي پورته لیکنې ته پام وکړو، نو باور وکړی، چې پوره ستونځې لري.
ګران لیکونکی غواړي ولیکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقیقي اعداد دي او $a\neq0$ ده .

لیکونکي په لاندې کې هغه پورته فعالیتونه په پوره نامکمل ډول لیکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهیدلو نه دي او پسې بیا دویمه پایله لیکي، چې دا پایله نه ده، بلکه دا د ویتا جمله ده، چې له مخې یې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښایي، یعني دا سمه جمله، چې باید وښوول شي. زه پوهیږم، چې دي څه لیکي، خو دی باید دزده کوونکو لپاره دا پوره ولیکي. جمله باید د کتاب لیکونکي له لورې ولیکل شي.

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابيل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله:د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهيږم، چې ليکونکي، دا پورته جمله ولې ليکلې؟ دا يې بايد روښانه کړې وی چې څنګه؟

پايله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وڅيړو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې ليکل شوې.

د مربع مساوات د شميرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، نو بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې [ملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې ليکونکی ولې داسې عنوان د خپلو ليکنو له پاره راوړی نه پوهيږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه يم مخامخ شوی او يا شايد دی د څو جمله يې لاندې بل څه وپوهيږي. په دې هکله يې بيا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ويلي.

پنځم څپرکی
څو جمله يي

ليکونکي دا پورته عنوان چې ليکي باور وکړی، چې داسي څه په رياضي کې نه شته او دا سي څه چې په نور متن کې راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دي شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کېږي.

زه پوهيږم، چې ګران ليکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چې داسي ويينه هيڅ ژبه کې نه شته او موږ په رياضي کې د جملې لاندې يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کې هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کې لومړی پولينوم تعريفيږي او بيا د هغې په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندې کې:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګډه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګډه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چې ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چې د دواړو ضريبونو په هر يو يې د جمعې په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b اوd - c ولرو، نو داسي يې سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسي دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چې دلته يې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کې چې دی حل ورکوي، بايد وليکي چې مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	−

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیر مساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیر مساوات د حل سټ په لاس راورو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساواتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګورئ، چې دی ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکی د الجبري افادي او ثابتي تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسي، متحولی بلل کیږي، چې د z,y,x,... سره ښول کیږي. نوری نومونی یې : مجهولي واریابلې، تغیرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته یا تل همغه: ثابت یا تل همغه: هغه اعداد چې تل همغه وي ، نو ثابتي یا تل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π، e د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

لاندې کې به ترم یا افاده لږ زوره وڅیړو:

۲ - ترمونه terms, Termen : که په یوه لړۍ کې، یواځې ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولي، واریابلي) نښلوني (نښلوني یعني جمع تفریق، ضرب او وېش(چې مخرج صفر نه وي)) او تخنیکي نخښې (نوکانو یا قوسونو کې رابندول) کارول شوي وي، یاني اړیکي نه وي کارول شوي، نو دې ته ترم ویل کیږي٠ ګورو چې په پیژند کې د جذر عملیه نه راځي، نو له دې امله ګرانو لیکونکو دلته او هم په نورو ځایونکي ادا سم نه دي لیکلي، چې جذر کې متحولې نیول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو یوه ورزیاته نخښه په نوکانو کې نیولکیږي، لکه :
$T(x); T(x,y)$

بیلګه

الف : ترم $126 + 3/4$ ، چې اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او لیکو:
$T=126 + 3/4$
$$T=126+\frac{3}{4}$$

ب : ترم $10 + 2x$ چې اووښتوني x لري یاني $T(x) = 10 + 2x$ ٠ د اووښتونو بنسټیزی دی د پیدایښتې ګنونو- یا د طبیعي اعدادو ډیرې $N°$وي
تعریفیدیری د بنسټیزی سره برابره دہ، که په ترم کې د اووښتوني یا واریابلی x په ځاي یو پیدایښتي ګڼ 2 کیږدو، نو د

پ : $(x+2y)/x$ یا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندې یا مخرج اجازه نه لري، چې صفر وي.

د ترم $T(x,2y) = (x,y) /x$ یا $T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$

ارزښتشمیرنه د $x=2$ او $y= 3$ لپاره په دې ډول ده $T(2,3) = (2+6) / 2 = 4$:

تاسو دا لاندې د پورته تعریف سره پرتله کړی، وبه ګورئ، چې هغه تعریف، چې ګران لیکونکي راوړی د سټ تشریحي لیکنډول دی د متحولې.

دریم مخ: عنوان: الجبري افادې

لیکونکی لاندې د متحول او ثابت تعریف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشوي - تعریف سره یې پرتله کړی. دا ده چې څه لیکلي، دا د سټ شننیز لیکنډول دی.
بیا د متحول تعریف یا پیژند: متحول هغه لویه ده، چې د عددونو ځاینیونکې وي او ....
۶ – م مخ

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا
څو حده الجبري افاده ده چې د ټولو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعريف کې به وګورى، چې غيرناطقه الجبري افاده - د ليکونکي په موخه - نه شته، يعني داسي افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولينوم لپاره دا لاندې انګريزي هم وګورى:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or $9y - 2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or $9y - 2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

$\mathbf{x^2 - 7x - 6}$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	**Numerical Coefficient**
x^2 -7x -6	1 -7 -6

$8x^2 -3x -2$	Polynomial	
$8x^{-3} +7y -2$	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2 +8x - 2/3$	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په جګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه

:(Descending and ascending Polynomes)

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وايي.

داسې عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د

ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادیږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:

که په $p(x)$ کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

$3x$ يا $16x$ ته مونوم يا (Monomial) (يو حده)الجبري افاده وايي. $x-4$ يا $ab-y$ ته
باينوم (Binome) يا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وايي او د $2x^3-x-1$ الجبري

افاده ترينوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولټينوم (Multinomial) وايي.

خيني وختونه پولينوم له يو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.
د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولينوم د يو متحول، $2x^3-3y$ پولينوم د دوه متحولونو او
$x+y+z$ د دريو متحولونو لرونکی پولينوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبياتو کې د مولتينوم څخه په دې موخه لکه چې ليکونکی ترې غږېږي نه شته او د دې په ځای يې هغه غوره پولينوم دی، چې مونوم، بينوم او ترينوم هم په دې بنسټ تعريف شوي دي.
زموږ ليکونکي د ډېرو شيانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولې ته وايو، چې زموږ اديبان ورته په ډېره مينه بريد وايي. مونوم هغه پولينوم دی، چې يو غړی ولري. يا په بل عبارت مونوم هغه لويه ده، چې له يوه غړي جوړه وي. يعني ثابتي، ثابتي او واريابلي يا متحولې او .... څخه د يو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لويه. دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم يوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

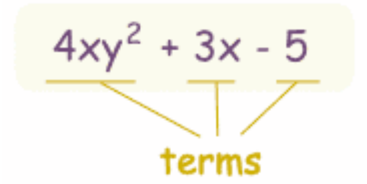
- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x+1$, x^2-4x, $2x+y$, or $y-y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  x^2+2x+1, $3x^2-4x+10$, $2x+3y+2$

- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  x^2+2x, $3x^3+x^2+5x+6$, $4x-6y+8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2+2x+1+3x^2-4x$ when simplified becomes **$4x^2-2x+1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: **$4x^2-2x+1$** *exponents of variables decrease from left to right*



example of a polynomial

this one has 3 terms

يو مولتينوميال لکه ګران ليکونکي، چي ليکلى د مونوميال او... کورنى سره څه اړيکه نه لري.
پولينوميال، چي يو غړى ولري مونوميال بلل کيږي او داسي نور.

موږ چي پولينومونه راوړو، نو يوه واريابله به لري او نه زياتي.

اوو لسم مخ

که پولينوم له يوه توري څخه جوړ شوى وي، د دې توري لوړ توان د پولينوم درجه ده او که پولينوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوى وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولينوم درجه ده. هغه پولينومونه چې يو متحول ولري او د مشابه حدونو ضريبونه يې سره مساوي وي، د معادلو پولينومو په نامه يادېږي. او هغه پولينوم چې د ټولو حدونو توانونه يې سره مساوي وي، متجانس پولينوم دی.

دا څه معنا لري، چي که پولينوم له يوه توري يا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم ليکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، يعني که يوه – يا دوه - او يا ... متحولې ولري، توري خو ضريبونه هم کيدى شي، چي متحول نه دي.
ليکونکي د ليکني له لارې د ليکلو سره ستونځې لري. هغه څه چي دى غواړي بايد د رياضي فرمول له لارې ګوته ونيسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهيږم، چي محترم ليکونکي دلته د دايرې او د مثلث مساحت ټاکل ولې د پولينومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعريف او تشريح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعريف شوي. بيا هم دلته متحولې کومې دي او پولينوم دلته څنګه تعريف شوى. په پولينوم کې خو جذر نه دى تعريف.

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې $p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12cm$, $a = 9cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړي،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي.
سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا
۹ندسي بیلګې ناسمې دي.
د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په
پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوې.
داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

،،... له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$
داسې دی.
پوښتنه فقط داسې ده: که ورانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمیرل شوي او
فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړي؟
۱۵ مخ

$$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضريبونو مجموعه پيدا کړئ.

حل:

$$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضريبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پيدا کړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د يوه راکړ شوي قيمت لپاره د $P(x)$ په پولينوم کې د x پر ځای راکړ شوی قيمت وضع کوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي که په يوه پولينوم کې د توري (متحول) پر ځای يو وضع شي د پولينوم د ضريبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قيمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قيمت وضعه کوو.

داسې به بنه وای: که د $P(x)$ په پولينوم کې د x پر ځای راکړ شوی قيمت وضع کوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعريف به هم داسې ورکړم: که د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ يا خپل ځان په تيک يوه توکي تنظيم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کې(نور يې غزوم نه).

ګران ليکونکی له تابع څخه غږيږي او په رښتيا چې څه ليکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دې مساحت ته ځې بيا حجم معلوموي. ته نه پوهيږي، چې دا څرنګه د رياضي د تابع څيړل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بيا به دا يو مربع مساوات وي، چې هغه داسې نه دي او نه داسې ليکل کيږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعريف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفريق او ضرب هم د فنکشن په څير تعريفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې موږ کلاسيک مخ ته ځو.

ليدل کيږي چې نفوس (Population) يا P د وخت (t) تابع ده يا $p=f(t)$

3 - د دايرې مساحت (A) ، د دايرې شعاع (r) پورې اړه لري($A=\pi r^2$)

4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کيږي.

مربع تابع څه شي دی؟

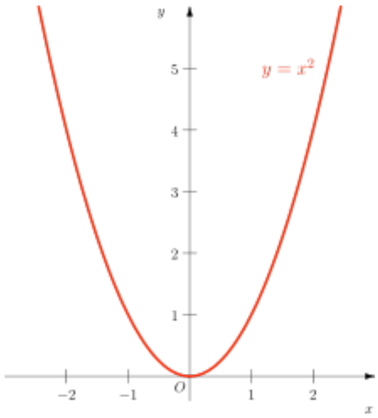
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسي ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چې دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسي ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چې جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چې دلته د سطحي څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چې ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چې په دايره کې ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغې سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کې څيرلکيږي، ځکه چې هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کې راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کې هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سټ تعريف دی او نه متحولي.

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له یوه څخه تر 10 پورې د طبیعي عددونو قیمتونه اخیستلای شي. x، ته متحول(Variable) وایي. عموماً متحولونه د انګلیسي ژبې د کوچنیو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کیږي.

د یوه عدد قیمت تغیر نه کوي، لکه د 4 عدد هیڅکله له 5 یا 3 او یا کوم بل عدد سره مساوي کیدای نه شي، نو ټول حقیقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقیقي عددونو سربیره د انګلیسي د ژبې توري لکه $a, bc...$ او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کیږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کیدای شي الجبري افاده له یوه ثابت، یو متحول او یا د ثابتو او متحولونو له ترکیب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$، $4x+5+\frac{15}{t^2}$، $\sqrt{3}x$، x^2-x+1، x، -12، 12 او داسې نور.

په مثال کي د متحولي د جذر لاندې نیول یي الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضریب** (Coefficient) وایی. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضریب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي تواڼونه لري، یوازې عددي ضریبونه یې سره توپیر لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

1- **پولينومي الجبري افادې** (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ ک

شامل وي، پولينوم نوميږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ

$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$ ، $b)2\sqrt{x}$ ، $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، $d)x^{\frac{1}{2}}$ ، $e)x^{-3}+x^2$

$f)8p^2+p^{22}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، $h)88$ ، $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h،a او i پولينومونه دي، خو b، c، d، e، f او g پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو

يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولنيوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام

دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-

د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کيږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

۵ او ۶ مخونه

عمومي شکل یې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n یو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, a_n$ ضریبونه دي چې حقیقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولینوم درجه ده.

فعالیت

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولینوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولینوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولینوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولینوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}$ $(q \neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وایي. د مثال په ډول $x^2 - \frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4 - 1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لرې یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو $(x^2 - 1)$ هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، ځکه چې $\frac{x^2 - 1}{1} = x^2 - 1$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

331 seit

شپږم مثال: $2x - 3y + 6 = 0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2 + (-3^2)} = \pm\sqrt{13}$ باندې وېشو. ددې لپاره چې ښي خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي ونیول شي:

$$\frac{2x - 3y + 6}{-\sqrt{13}} = 0 \quad \text{یا} \quad -\frac{2}{\sqrt{13}}x + \frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{6}{\sqrt{31}} = 0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta = 123^\circ\,40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40' + y\sin 123^\circ 40' - \frac{6}{\sqrt{13}} = 0$$

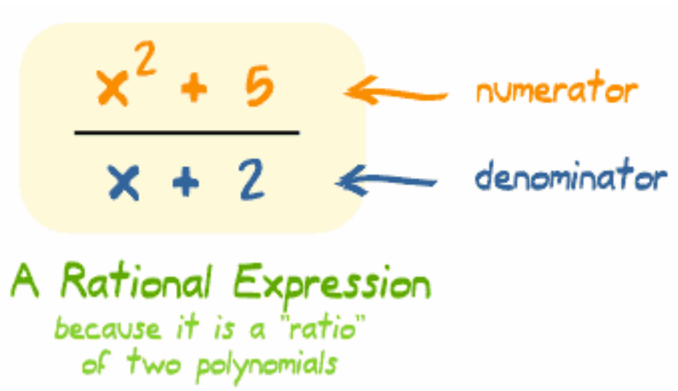
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3 + 2x - 1}{6x^2} \qquad \frac{2x + 9}{x^4 - x^2}$$

Also

$$\frac{1}{1 - x^2}$$

The top polynomial is "1" which is fine.

$$2x^2 + 3$$

Yes it is! As it could also be written:

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

$\dfrac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
$\dfrac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپیوتر(شمیروني) کې ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کې پیدا نه کړی. نه پوهیږم، چې لیکونکي به دا له کومه ځایه لیکلي وي. دا مې په ډېرو کتابونو او نت کې وکتل.
ما په انګلیس ادبیاتو کې یوځای ولوستل چې: ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولینوم وېش له لارې نه شي لیکل کیدی. بیلګه یې هم نه وه او په پورته له ماخخه راوړ شوي تعریف کې هم نه شته.
الجبري

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په لاندې به د کوم توري توان موخه وي

$a^3x^2+b^3x+c$

پورته ټول توري دي، نو کوم یو به د پولینوم درجه وي؟ ریاضي یو ډېر څرګند علم دی او باید هر څه یې څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

موږ ریاضي کې اوس له ځانه څه نه لیکو، دا مو یا باید له نورو کتابونو زده کړي وي او یا مو له نورو کتابون را اخستي وي................

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې

د رياضي منطق

دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډيسر و پيړيو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخيږي.

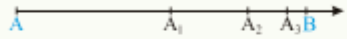
ايا پوهيږې چې ځمکه کروي ده؟

ايا لمر دځمکې پر شاوخوا او که ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې دهغې په مرسته ديوې موضوع سموالى يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلى شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کې نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:



يو سړى غواړي چې ددې مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنى نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلى دى، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنى نقطه کې توقف وکړي، پاى لرى؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړى به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړى توقف و نه کړي او يا له لارې بيرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږى، بلکې ترې تير به هم شي. په دې اساس ددې مسئلې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړي ده.
- ناروغه دى، نه غواړي چې په ټولګى کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيداى شي، د ډيرو مفهومونو يا درياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړى مثال: په عامه ژ به(مارخوړلى له برګ پرې څخه داريږي) دا يو قياسي استدلال دى، څکه چې برګ پرې د مارسره پر تله شوى دى او دهغوى په منځ کې ورته والى ليدل شوى دى.

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموينه کې 100 نمرې اخلي او په دوېم او درېم صنفي ازموينوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرنۍ ازموينه کې څه نتيجه اخيستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعاليت

د مسلسلو طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نيسو، ددې کار لپاره د يو 1 له عدد څخه پيل وکړئ او خالي خايونه ډک کړئ.

$1+3=\boxed{}=(\quad)^2$

$1+3+5=\boxed{}=(\quad)^2$

$1+3+5+7=\boxed{}=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9=\boxed{}=(\quad)^2$

پورتنيو پوښتنو ته په پاملرنې سره ليدل کيږي چې د طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل د طبيعي عددونو د شمير له پوره مربع سره مساوي دی.

- آيا کولای شو نتيجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمير له مربع سره مساوي دی؟

- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعاليت د سرته رسولو په اساس لاندې نتيجه په لاس راځي.

نتيجه : استقرايي استدلال د يو شمير مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستنې طريقه ده. په حقيقت کې يوې کوچنی نمونې ته په لويه نمونه عموميت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهيدلو لپاره پوره ستونځې لري. د رياضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړانديز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دې راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

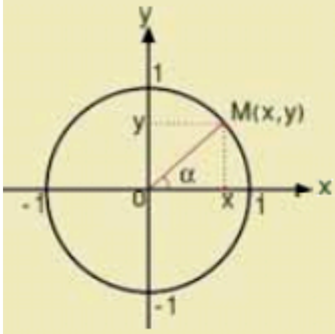
Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

يولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کي د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کي هغه غوره او اصلي د څيرني موخه يې د ترادفونو پولي ته تلنه يا نه تلنه يا په انګريزي يې کونورګنت او ديوګنت دي، چې محترم ليکونکي دا هلته نه دي څيرلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پـوهيږو چـې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ يـو الجبـري مطابقـت دی، ځکـه د a او b پـه ټولـو قيمتونـو سـره د مساوات داوړه خواوې برابريږي.

آيا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ يو مثلثاتي مطابقت کيدلی شي؟

فعاليت

- په لاندې جدول کې د α د مختلفو قيمتونو لپاره د A او B افادو قيمتونه بشپړ کړئ.

α	$A = \dfrac{\cot\alpha}{\csc - 1}$	$B = \dfrac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ټولو قيمتونو سره ، د مساوات دواړه خـواوې برابـرې شـي، مثلثاتي مطابقت بلل کيږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha - 1} = \dfrac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

دا برخه يي پوره نيمګړې پريښودي ده.
د وکتور شميرنه يې هم پوره او مناسب نه ده څيرلې.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کې هندسي برخې ته داسي لږ ګوته نيسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلي

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه توپیر شتون لري.

_ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

_ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کېدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعآ مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي.
روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلې وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښود-دا د مخه راغلې- نو ډېر به ښه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دې لیکې په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}=\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له وړایه دي.

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دویم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دریم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $$(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$$

تریګونومتریکي مساوات:
یو تریګونومتریکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکیدو متحوله د تریګونومتریکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بیلګه:
تریګونومتریکي مساوات
$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کیدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړیکو د بنه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$
واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو
$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$
نو دی
$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$
د دې حل سره
$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې
$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

دا چي مربع بنه بدلون ورته يا اکويوالنت بنه بدلون نه دی، نو دا حل باید په وتونمساوات کي ربښتيا وګنل شي. له دي سره په وتونمساوات کي لاندي حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلي په حل کي د مناسب ځواب د پيدا کولو لپاره لاندي مثالونه په پام کي ونيسئ.

پورته ليکنه د پوهيدلو نه ده. همداسي دالاندي هم د پوهيدلو څه نه لري.

۷۳ ـــ م مخ

خلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلي د عمومي حل لپاره لاندي مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ ښه وای که داسي يي ليکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلي د عمومي حل لپاره لاندي مثالونه په پام کي ونيسی.

مساوات

له يوي خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چي موږ يي په افغانستان کي سره بيلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چي .. د مساوات دواړه خواوي مساوي وي. ،،. دا خو هيح نه وايي پرته له له دي چي مساوات، چي ... مساوات ... مساوات معادله بلل کيږي.

بيا يي راوړو:

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چي د زاويي په ځينو قيمتونو سره د مساوات دواړه خواوي مساوي کيږي، مثلثاتي معادله بلل کيږي.

دا به بي له رياضي داسي ووايو: زردالو ميوه، چي د دي وني زردالو دی يا د دي وني څخه راشکول شوی زردالو دی، وښايي، چي دا د دي وني زردالو د دي وني مندته ده (موږ زردالو ته مندته وايو) .

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلي په حل کي د مناسب ځواب د پيدا کولو لپاره لاندي مثالونه په پام کي ونيسئ.

۷۳ ـــ م مخ

خلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلي د عمومي حل لپاره لاندي مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول يو ډول بې څه ويني بيلګي دي.

۹۸ ـــ م مخ

له یو بل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

1- که چیرې دوه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې شامل وي، نوموړي خطونه د همغې مستوي خطونه بلل کیږي، او یو له لاندینیو حالتونو(وضعیتونو)څخه لري.

۱۰۰ ــ م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ کار په مستوي کې دی او بل څه مو زده کړئ ته نه دي رامنځ ته کړي، نو دا لیکنه ولې؟
۱۰۴

د قضیې پایله:

i) که په ترتیب سره د دوو زاویو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاویې یو له بل سره مساوي دي.

ii) که د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهته وي او د هغو یوه، یوه ضلع یې موازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاویو پراخوالي 180° دی.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه:

تعریف: په فضا کې د دوو متنافر و مستقیمونو ترمنځ زاویه له هغې زاویې څخه عبارت ده چې د یوې مستوي په یوه اختیاري نقطه کې له هغو سره د دوو موازي مستقیمونو د رسمولو په واسطه حاصلیږي

۱۰۶-م مخ گران لیکونکی د هندسئ څیرو غږیږي، مگر عکس یي هیڅ ځای کي نه شته، چي دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ کوي او دا پورته د ،، قضیې پایله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. که چیرې گرام لیکونکی دي د دي څیره وباسي، نو وزته روښانه به شي..
غوره یادونه: په زیاتو هندسي درسونو کي څیري نه شته، چي دا هغه غوره نیمگړتیا بلل کیږي. دا په دي معنا چي درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است که توسط ترسیم دو خط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

۱۸۵ ــم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیداکولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعـددونو په مرسته نامعلوم عدد پیداکړو، په دې صورت کې نوموړې طریقه د خطي انټرپولېشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه پـه لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پیداکولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګټه اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص پـه لانـدې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یوبه یو (injective) ده یعنې د هر

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$
$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتی لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګرېزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسڅندنت تابع وایې.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په څټ یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، ځکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

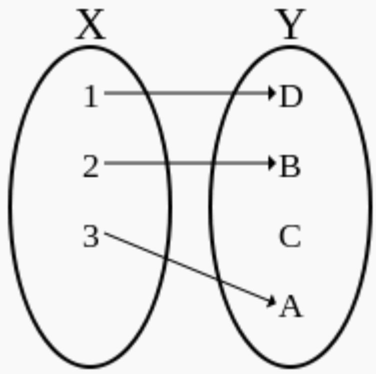
Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

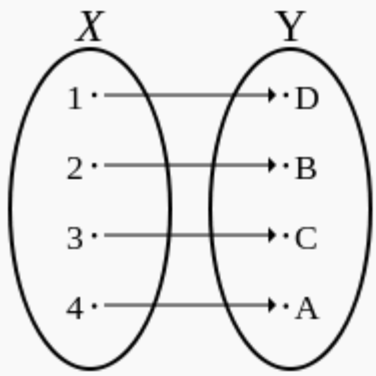
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

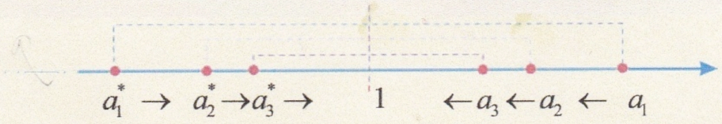
د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګي ته داسي ځغلند نظر او تيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولي يا ليميټ څخه پيل وکړي، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څيړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو څيرنه څکه اړينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولي) سره ترادف چيرته ځي، يوې پولي ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلي پولي لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلي يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ــم ټلګي کتاب ته.

د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګي کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا کرښه د ښې او کيڼې لوري يوې پولي ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ــم مخ

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کیڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړی پړاو کې هغه په څو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څېړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسې هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسې یې بیا د پرلپسې یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونوکې چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه تري د پرلپسي کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسي کې اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسي له دواړو لورو پولي ته لاړ شي، خو داسي پرلپسي شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسي څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسي داسي یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښي او کیڼ لوري لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسي ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا ټیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه ځکه راوړي، چې د ښي او کیڼي لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم مخ کې ځیړل(که چیرې ځیړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعني څه؟ دا هیڅ مفهوم یا تري پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x پـه اختیـاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعني د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچنی دی یا پـه لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{+}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي پـه داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \ldots \to a^{+}$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{-}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید تـرادف موجود وي پـه داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \ldots \to a^{-}$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \quad \Leftrightarrow \quad (x \to a^{+}\ ,\ x \to a^{-})$$

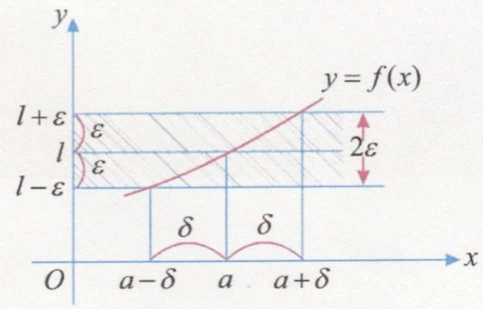
د

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوې وي داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسموونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولي.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، څکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلي او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوې. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نـو د $f(x)$ تـابع د l عـدد تـه نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحـول د a عـدد تـه تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x \to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0\ :\ |x-a| < \delta \ \Rightarrow\ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = l \ \Leftrightarrow\ \ (|x-a| \to 0 \Rightarrow |f(x)-l| \to 0)$$

دا سومبولونه $\forall$ او $\exists\varepsilon$ نه دې ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کیږي.
ښاغلي ليکونکی په اووم مخ کې بيلګه راوړي او بيا دا ښايي، ښي او کيڼې لورې ليميټ يې شميري.

بايد د $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$، لپاره $x \neq 3$ وليکي،چې هلته فنکشن تعريف نه دی. دی بيا په ناسمه توګه په جدول کې ليکي. دا چې دا بايد څنګه وليکل شي، زماپه ليکنو کې شته.

دويمه بېلګه: و ښيئ چې $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کيڼې خوا لېميتونه تر څېړنې لاندې نيسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

ليدل کېږي چې د ښی خوا او کيڼې خوا لېميتونه سره مساوي دي، نو $\lim\limits_{x\to 3}=\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دي.

په پورته کې xد 3 قيمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعريف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لورې او نه د کيڼې لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کيږي.
د بيلګې حل يې هم بيا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرکې خبره ده.........

دويمه طريقه: د لېميټ د تعريف په پام کې نيولو سره فرضوو چې د هر اختياري کوچني عدد ε لپاره يو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists\delta>0 : \ |x-a|<\delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بيلګې د حل نتيجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري يعنې دا مو موخه نه ده، نو بايد ووايم، چې دروند ليکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما ليکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځايه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهيدل کيږي هم نه.

له پورتنی اړيکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړيکه لري، که δ ته قيمت ورکړو ε قيمت اخلي او که ε ته قيمت ورکړو δ قيمت اخلي، بنا پر دې هغه تعريف چې د لېميټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېميټ لري، يعنې: $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره ليکنه او تيکاوی:

د کتاب په پيل کې راوړل شوې د ترادف يا پرلپسې موضوع بايد د يوولسم ټولګي کتاب کې پوره څيړل شوې وی، مګر هلته يې يوائې دا نومونه راوړل شوي او نور ليکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړيين څه راوړي - له موضوع څخه تير شوی.

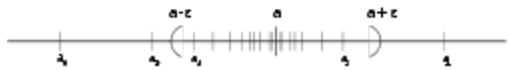
د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولې ته تلنه يا کونورګنت او له پولې اووښتنه يا ناپای ته تلنه يا ډيورګنت او... دي، چې بې له دې په رښتيا کې د ترادف يا پرلپسې څيړنه کوم غوره والی يا اهميت نه لري، يعنې خپله موخه له لاسه

ورکوي. دا د یوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتیا کې خپل غوره والی او اړینوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته یې ګوته نه نسم، همدا بسیا کوي، چې څه په کې نه دي ویل شوي یا لیکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

یادونه: دا چې ګومان کېږي د داسي لیکنو سره به بلدتیا لږ وي، نو تشریح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څېره کې ښوونه



که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقیقي اعدادو (ګڼونو) ترادف یا پرلپسي وي، نو عدد $a\in\mathbb{R}$ د دې ترادف یا پرلپسي پوله ارزښت بلل کېږي او پرلپسي a ته کونورګیر کېږي یا a ته هڅېږي یا نږدې کېږي، که د هر $\varepsilon>0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ کې له یوه اندکس یا پېژند نخښې اخوا یا وروسته یا پسې د پرلپسي یا ترادف ټول غړي(دوي یې حدونه یا جملې بولي، نه پوهېږم ولې؟) د انتروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکي شنني څخه تیرېږم)

لنډ پېژند یې:

عدد $a\in\mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کېږي، که د ټولو $\varepsilon>0$ لپاره یو طبیعي یا پیدابښتي عدد N شتون ولري، داسي چې $|a_n-a|<\varepsilon$ باور ولري، که $n\geq N.$ وي.

دا پېژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon>0$ لپاره یو اینډکس N شته، داسي چې له دې اینډکس یا پېژندنخښې وروسته د پرلپسي(ترادف) ټول غړي د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي یعني له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت لیکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$

د دې لیکدود سره سم د یوې پرلپسي پوله ارزښت تعریف داسي رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad\Longleftrightarrow\quad \forall\varepsilon>0\ \exists N\in\mathbb{N}\ \forall n\geq N:\ |a_n-a|<\varepsilon$$

د داسي لیکنو لپاره د ε (لوستل: اپیسیلون) توری ورځنی یا مروج شوی.

بیلګه:

په یوه بیلګه کې یې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د $\frac{1}{n}$ پرلپسي یا ردیف و 0 ته کونورګنت وښایو، یو د مخه ورکړ شوي ε ته یوه په خوښه طبیعي عدد یا ګڼ N ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n>N$ لپاره باور لري:

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پېژنو یا تعریفوو:

$$\lim_{x \to p} f(x) = L$$

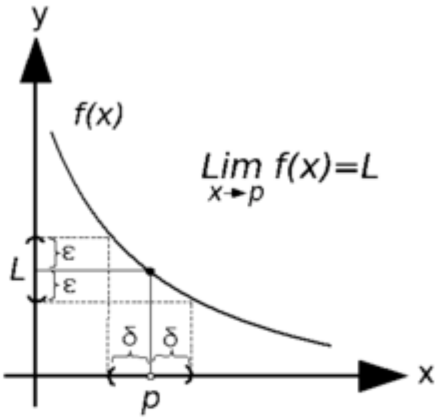
پیژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کیږي، L دی او داسې يې لیکو:

لوستل یې هم همداسې دي لکه پورته تعریف

داسې يې شمیرپوهنیز لیک دود باندې تعریفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر $0 < \varepsilon$ لپاره یو $0 < \delta$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شمیرپوهنیز یا ریاضیکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځیره



پورته دوه تعریفونه برابر ارزښته دي یعني له یوه څخه بل لاس ته راځي او په څټ یا برعکس یعني لیکو:
تعریف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کیږي، L دی، ټیک هلته یا هلته او هلته یا هلته او په څټ، یا له دې لاس ته راځي او په څټ یا برعکس چې د هر $0 < \varepsilon$ لپاره یو $0 < \delta$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسیا کوو، که څه هم روښانه کیدل نوري شنني ته هم اړتیا لري.

دې ته دلته په اخر کې بیا ګوته نیسم، چې دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي ډول لیکنې ستونځمنې دي او باید ترې تیر شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتیب ګران لیکونکي لیکلی چې زه نور پرې نه غځیږم.
دا بسیا کوي، چې کتاب د ښوونځیو څخه راټول شي او له سره ولیکل شي.

ستاسو له سرې سینې څخه – که ومو لوسته- ډېره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شینواری.