

دېری پوهنه یا Set theory

Ketabton.com

لیکونکی : ډاکتر ماخان (میری) شینواری

دلوي څښتن په نامه

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهني لپاره د لگښت - لپاره د پوهني په لور داسې لږ ونډه اخستي وي.

smakhan1946@gmail.com

کتاب پيژندنه

د کتاب نوم: لېږی پوهنه

ليکونکی: ډاکتر ماخان،، ميري،، شينواری

د خپريدو لړی

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولته

جرمني

چاپ کال ۲۰۱۲

چاپ چاري

دانش خپرندويي ټولني تخنيکي څانگه

WWW.danishpress.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولني ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شمير پوهنه پرې ساده ده

د خپرنډوی ټولني يادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولني د علمي، ساينسي او طبي اثارو د خپرولو لړۍ پيل کړې، تراوسه يې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هيواولو ته وړاندې کړي دي.

مور باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په يوه مهمه غني ژبه بدلېدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډميکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بيلابيلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر مور ټولو ده، چې د دغه گواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحاديې له خوا د ډاکټر ماخان شينواري تراوسه زياتو چاپ شويو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمير پوهنې نويو ژباړو او ليکنو او دوه ټولنيزو ليکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساينسي اثارو د خپراوي په لړ کې د يوه مهم ګام په توګه ګڼل کېدای شي او هيله ده، چې د دې برخې مينه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړي کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

د ليکونکي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي گټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندي، مگر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ، د افغانسان کلتوري ودې ټولنه، جرمني، د غرو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندويې ټولني په توگه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملگرو او ملگرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د بناغلي دپلوم انجنير ريحان الدين حساس، بناغلي دپلوم انجنير محمد اکبر نور، بناغلي ډاکتر سردار گانه وال، بناغلي ډاکتر مانوگل گانه وال، بناغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، بناغلي دپلوم انجنير محمد ايوب بيان، همداسې زما د ملگري ارواښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي بناغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي، دپلوم انجنير او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر خانگي شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجر و نه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

نه د ټول په پای کې زما له ميرمن ښاړې څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواري

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ زک

نیولیک

| | |
|----|-------------------------------------|
| | د لیکونکي سریزه |
| ۱ | ډیری پوهنه |
| ۲ | سټ او د سټ توکی |
| ۶ | د ډیریو ترمنځ اړیکي |
| ۸ | برخه سټ |
| ۱۰ | د برابر ونونو او خوندي ساتنو خویونه |
| ۱۲ | ټولنډیری یا سټ اتحاد |
| ۱۴ | غوځډیری |
| ۱۹ | د یوې ډیری کمپلمنت یا پوره کونکی |
| ۱۹ | څیرونه mapping یا اړیکي: |
| ۲۹ | نښلونه ۱ |
| ۳۸ | ترنه ۲ : |
| ۳۸ | د ډیریو ترمنځ اړیکي |
| ۵۷ | ترنه ۳ : |

سریزه

گرانو لوستونکو!

که تاسو د نړۍ د شميرپوهنې بنسټيز کتابونه گوري، نو وبه وينی، چې د شميرپوهنې سم - اند تر څنگ ډېری پوهنه يا ست تيوري د کتابونو په لومړۍ برخه کې خای نيولی او وبه گورو ، چې شميرپوهنه کې د ډېری پوهنې رول غوره دي، چې بې له ډېری پوهنې شميرپوهنه ناشونی ده.

ما دا کتاب د اړتيا څخه زيات غزولی او پوهيرم، چې دا زما له کتابونو پرته يو چاپ ما ليدلی، خو متأسفانه، چې ما نه دی لوستلی، دا په دې معنا چې لاس ته مې نه دی راغلی. دا موضوع تکرار لري، خو په بل ډول، چې گټور به وي او نه ستړی کيدونکي . وايي، چې دوه واره گنډنه کلکه وي.

دلته هم مور د عربي داسې کلمو سره گير يو، چې په شميرپوهنه کې يې کاروو، مگر په معنا يې نه پوهيرو او نه پوهيرو، چې دا عربي به يې ټيک او که ناتيک وي.

پښتو نوموه ونې يې ډېرې ښې ساده او - دا چې خپله ژبه مو ده- زر پوهور دي.

له پښتو مه داريری، خپله ژبه مو ده او هرڅه په خپله ژبه ساده او زر پوهور وي.

ما دا نومونې له خپله ځانه نه دي ټاکلي بلکه په ژبه کې مو له شته رانيولي، چې همغه ترې پوهيدنه په ښه توگه روښانه کوي، غوره تعريف دی، چې بايد ټيک وي.

ډېری د ډېر يا ډېری سره توپير لري، چې زيات ورته هم وايو او بايد د ډېر سره بدله نه شي، دا به د ډېری له پيژند څخه جوتنه شي.

دلته به هم تکرار کړم، چې ما په يوه وار ډېر کار رامخ ته کړي، دا همغه د وړي خبره ده، چې څومره د خوړلو زور وي له هغې سرې زيات راخلي، نو هرو مرو به ناتيکاوي په کې وي، خو دا به مو د شميرپوهنې په اړخ کې د ستونځو سره مخ نه کړي.

ستاسو ماخان شينواری.

۲ • ډیری پوهنه Die Mengenlehre, the set theory

سټ تیوري (ډیری پوهنې) باید خپل ځای په شمیرپوهنه او همدا ډول په نورو پیدایښتي-یا طبیعي پوهنو کې نیولې وي، نو له دې امله د لنډ تیر وخت را په دې خوا په پرمختللو هیوادونو او اوس هم په افغانستان کې د ښوونځیو په لیکلوسټ کې پیل شوه، ځکه چې بی له ډیریپوهنې شمیرپوهنه بی مفهومه ده او ناشونې • دا به له دې لیکنې څخه همدا اوس څرگنده شي، چې پیدایښتي یا طبیعي ګڼونه یا - اعداد او هرڅه د ګڼونو په څیره کې ، چې مور ته څرګند وي هغه ټولې فقط ډیری یا سټ دي او بل څه نه دي •

ډیریپوهنې په پرمختللو هیوادونو کې هم په خپلو لومړنیو وختونو کې د میندو او پلرونو لپاره ستونځې پیدا کړي، ځکه، چې دوي د ډیریپوهنې سره بلد نه وو او د خپلو کوچنیانو سره یې مرسته نه شوه کولی •

د ډیری کلمه له ګڼونو یا اعدادو پخوانۍ ده، که څه هم پخوا انسانانو په خپله خوبښه، لکه اوس ، نه ښووله •

په تراوس ورسره بلد ډول هم ډیری پیژندل کيږي، لکه د ښوونځی نجوني او هلکان، یا په یوه ټولګی کې میزونه او چوکۍ، یا لکه هغه نیزوري، چې نیز راوري او د سپین په پټي کې یې ډیری ډیری اچولي یا د هسکې مینې د ښوونځي په لسم ټولګی کې د زده کوونکو، کتابونو، کتابچو پنسلونو، څوکیو او میزونو ډیری یا سټ •

مور په افغانستان کې هم د ډیری یا سټ له کلیمې سره اوس بلد شوي یو که څه هم د بیلو بیلو پرديو نومونو لاندې، چی زما په اند به زده کوونکو او ښوونکو ته یواځې ذهني غوره والي لري، زه غواړم، چی د ډیری څو مختلف پیژندونه یا تعریفونه ورکړم، چې ښه مو ورته پام راوگرځي، دا له دې امله هم، چی د ډیریپوهنې غوره والی ته مو نور هم پام راوگرځي •

ډيرئ پوهنه د شميرپوهنې سټه جوړوي او د شميرپوهنې ټولې څانگې په ډيرئ پوهنه ودانې دي. نن شميرپوهنه بې له ډيرئ پوهنې داسې وده نه شي کولی او سټه يې وزي.

پيژند ۱۰۲

د الماني شميرپوه کانتور (George Cantor 1845 – 1918) پيژند:

زمور د فکر او ليد څرگند ټاکلو، ټيک يو له بل توپيرکيدونکو شيانو ټولگي

(يوځايټولولو يا مجموعې) ته سټ (ډيرئ) وايي او هر شي ته، چې ډيرئ يې جوړه کړې يا سټ (ډيرئ) ترې جوړه شوې وي، د سټ (ډيرئ) توکي وايي.

په پورته کې ټيک يو له بل توپيرېدونکي په دې معنادی، چې د ډيرئ يا سټ توکي يو د بل سره توپير لري او هيڅ توکي دويم وار په کې په تکرار نه شته.

Set and elements of set (سټ او د سټ توکي)

بيلگه :

عددونه (گڼونه)، نومونه، او توري کيدی شي د ډيريو بيلگو په توگه راوړل شي.

گورو، چې د ډيرئ کلمه په شميرپوهنه کې بل ډول ده لکه په ولسي ژبه کې، چې دلته ډيرئ د ځنو شيانو زيات يوځاي کول موخه ده، د ځانگړو شرايطو لاندې.

په شميرپوهنه کې ډيرئ په لويو لاتين تورو ليکل کيږي لکه A, B, \dots او يا $M, N,$

X, Y, \dots د ډيريو توکي د لاتين په کوچنيو تورو ليکل کيږي، لکه a, b, c, \dots

او m, n, x, v, \dots

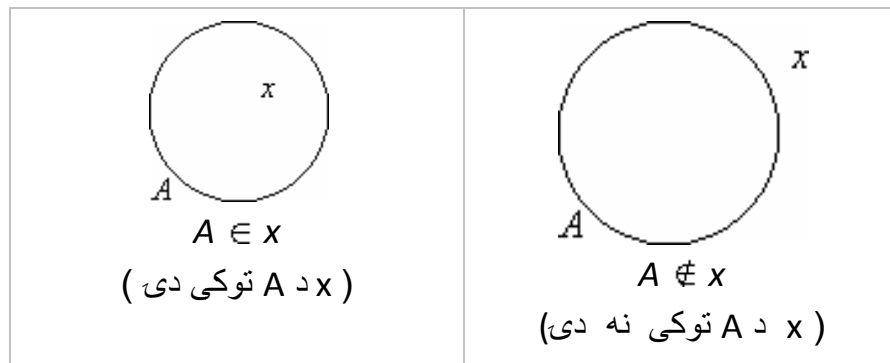
د دې لپاره، چې وپوهيږو، چې ايا توکي a د ډيرئ A توکي دی که نه نو لیکو: $a \in A$

په پورته کې توکي a د ډيرئ A توکي دی

$a \notin A$ دلته a د ډيرئ A توکي نه دی

دا پورته لينکدود له بنی وکين لور ته هم ليکلی شو، چې پرلپسې لری يې ساتلي پاتي

شي . زه يې په خټ ليکنو سره ليکنيزې ستونځې لرم . دا لاندې يې دياگرام دی، خو توکي يې بل ډول ليکل شوي دي، چې گرانو ستونکو ته به د پوهيدلو ستونځ پيدا نه کړي



ډيری A دې له a, b, c, d, e, f, g, h توکو جوړه وي، چې په لاندې توگه يې ليکو

$$A = \{ a, b, c, d, e, f, g, h \}$$

گورو، چې $\{ \}$ د ډيری نخښه ده

يادونه : دا د ډيری کلمه مور په افغانستان کې ست set بولو ، چې انگرېزي ده، په فارسي کې يې مجموعه بولي، چې ډيری د شيانو مجموعه يا ټولگه ده او په الماني کې ورته مينگي Die Menge وايي . هغه بنسټيزه خبره يې په پيژند يا تعريف کې ده، که مور يې هرڅنگه وبلو، خو د يو بل څخه کره توپيرکيدونکو شيانو ټولگی ته ۰۰۰ وايو. د ټکو پر ځاي ، چې هر څه ليکی، خو مور گورو، چې په پښتو يې هغه مناسبه نومونه ونه ډيری ده، دا د کوټی کوټی څخه يا راپنډ او داسې نورو څخه ماته بڼه بنسټيزې او زموږ ولس د دې نامه سره بلد دی، چې په پوهنه او لا نور بڼه په شميرپوهنه کې بايد وکارول شي . زه بيا په دې ټينگار کوم، چې دا خپل ، چې ما ټاکلی يا بل څوک يې که بل ډول بولی د انگرېزي يا الماني يا بل پردي نوم څخه بڼه او پوهور دی . د ست مانا که په ډکشنري کې وگورئ ، نو پوه به شو، چې له دې نوم څخه مو خپل د پښتو نوم بڼه او مناسب دی. گورو چې دا نوم اوس ژورنالستان هم زيات کاروي او وايي، چې ډيری يا ډيری خلکو.... وکتل.

- گون (لکه دوه گون، درېگون ۰۰۰) او د ډیری ترمنځ توپیر:

سوچه له دباندي څخه کړی شو، چې -گون له ډیری داسې توپیر کړو، چې ډیری په راتاو یا ماریچ نوکانو کې رابندوو او گون په گردو نوکانو کې ۰ مگر عیني (لیدور) یا شي ډوله توپیر یې هم شته:

۱ - په گون کې د شیانو ایشود ځای غوره دی او په ډیری کې بیا دا رول نه لري:
 $(a,b) \neq (b,a)$ مگر $\{a,b\} = \{b,a\}$

۲ - په -گون کې کیدی شي، چې یوه یا زیاتې کمپوننتې سره برابري وي، د ډیری په لیکنه کې کوم توکی دویم وار یا ډبل منځ ته شي راتلی ۰ افاده (a,a) موخه وره ده مگر افاده $\{a,a\}$ بې موخي ده
 بیلگه ۱ ۰ ۲

الف) M_1 (لوستل M ایندکس ۱ دا به په لاندې نخبونه کې روښانه شي پام دې وي، چې $\text{index}(\text{indeces})$ ایندکس پیژند نخبې ته وایي) دې د لومړنیو اعدادو سټ وي، نو باور لري: $7 \in M_1, 8 \notin M_1$

ب) M_2 دې د لاندې برابر ونونو یا مساواتو د اوبیونو (حلونو) ډیری وي

$$(x+1)(x-2) = 0$$

نو باور لري $-1 \in M_2, 2 \in M_2, 1 \notin M_2$

بیلگه ۲ ۰ ۲:

الف) د برابر ون $(x+1)(x-2) = 0$ داوبیونی - یا حل ډیری M_2 ده

$$M_2 = \{-1, 2\}$$

ب) د جوړه (جفت) گنونو ډیری M_3 ده $M_3 = \{0, 2, -2, 4, -4, \dots\}$

سټ لکه، چې ومو ویل د توکو د خویونو له لارې هم څرگندی شي یا ورکول کیدی شي ۰

$$M = \{x \mid x \text{ د خویونو } ۰۰۰ \text{ سره}\}$$

(لوسټل: M د ټولو x ډيری ده له خويونو ۰۰۰۰۰ سره)

بيلگه ۳۰۲

الف) { هلته ، چې x يو لومړنی عدد دی | x } M =

$$b) \quad M = \{ x \mid (x+1)(x-2) = 0 \}$$

$$c) \dots\dots\dots M = \{x \mid x \in R, 0 \leq x \leq 1\}$$

تشست (-ډيری): ست چې کوم توکی ونه لري تشست يا خاليست بلل کيږي او داسی يي لیکو:

$$\{\} = \emptyset \quad \text{يا} \quad \theta$$

دا دې د يوه ست سره، چې يواځی له صفر څخه جوړه ده، نه بدليري ياني

$$\{\} = \emptyset \quad \neq \quad \{0\}$$

بيلگه ۴۰۲

$$\{x \mid x \in Z, x^2 + x - \frac{3}{4} = 0\} = \theta$$

ځکه، چې د برابرېون يا مساوات $x^2 + x - 3/4 = 0$ د حل ست

$$\{x \mid x^2 + x - 3/4 = 0\} = \{1/2, -3/2\}$$

کوم تولعدد خوندي نه لري.

د تولعدونو پيژند ته دې پام وي، چې د راشنلگنونو برخست ده. د ريمه برخه دې وکتل شي.

بيلگه ۵۰۲: د ز. کال د دويم نيمايي کال ست په Ju, aug, sep, ok, no, de سره

بنايو او دا داسي لیکو: $A = \{jul, aug, sep, ok, no, de\}$

نو داسي لرو يا نوره هم بڼه داسی ليکلی شو: $jul \in A, jun \notin A$

دا په دې مانا، چې جولای د A توکی دی او جون د A توکی نه دی

بیلگه ۶۰۲ : ټول منډيزي، چې نن مازيگر لمانځه ته د غارخلي لمنځتون ته راغلي.

بیلگه ۷۰۲ : هغه میري، غواوي او وزې، چې نن په نخاس کې خرڅې شوي

بیلگه ۸۰۲ : د ټولو هغه عددونو سټ M، چې ۳۰ ویشي یاني

$$30, 15, 10, 6, 5, 3, 2, 1$$

او داسې یې لیکو : $M = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

دا سټ پای سټ ده او داسې وایو، چې سټ M د ټولو هغو توکو x - لکه پورته - جوړه شوي، چې ۳۰ ویشي او داسې یې لیکو:

$$M = \{x \mid x \text{ پرویشونی (مقسوم علیه) عدد}\}$$

د ټولو طبیعي عددونو سټ N ټاکو او داسې یې لیکو:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

دا نه پای لرونکی یا لایتناهي ډیری ده، چې په لاندې ډول یې نخښه ده یا په لاندې ډول په نخښه کېږي: ∞

گورو، چې په شمیرپوهنه کې مور پر پای گڼونو برسیره ناپای گڼونو سره هم مخامخ یو.

د ډیریو ترمنځ اړیکې relation between sets

د ډیریو ترمنځ غوره اړیکې د برابروالی او خونديونې یا خوندي لرنې (مساویوالی او یو په بل کې ځای لرلو) اړیکې دي.

د یوې ډیرې زور یا توان:

داسې په نامه توان (یا کارډینال گڼ) وایي، چې یوه ډیرې څو توکي لري، د بیلگې په توگه لویې وچې شپږ دي یاني د لویو وچو کارډینال گڼ ۶ دی.

د دوه ډیریو برابر توان یا برابر زور: دوه ډیرې برابر زوريزې دي، که د توکو گڼون یا تعداد یې برابر وي.

د دوه ډیریو «برابر زوروالي» یو بل پیژند هم شته، چې دا اوس نه څیرو، ځکه چې د دې لپاره مخکینی پوهنه نه لرو، خو پیژند یې لنډ یادوو:
دوه ډیری همغه — یا برابر زوریزی دې، که د دې ډیریو د توکو ترمنځ بیجکتیوه څیرونه شته وي. (دا په فنکشنونو کې بیا راځي)
یا

پیژند ۲۰۲ دوه ستونه M_1 او M_2 یو د بل سره برابری دي، یانې $M_1 = M_2$

که چیرې د ست M_1 هر توکی د ست M_2 توکی هم وي او برعکس (پر څټ) هر د M_2 توکی د M_1 توکی هم وي.

برابر ستونه برابر توکي هم لري

د بیلگی په توګه

$$M_1 = \{x \mid (x+1)(x-2)(x+3) = 0\}$$

$$M_2 = \{-1, 2, -3\}$$

$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

ګورو، چې M_1 د M_2 سره برابر دی

د ون دیاګرام انځورونه

تر مخ پاملرنه: ډیری په بل ډول یانې د ون دیاګرام له مخې هم انځوریدلی شي، چې کله کله د اویلر دیاګرام هم بلل کیږي

Venn-Diagramm د ون-دیاګرام:

د ډیری $M = \{1, 2, 3\}$ د ون-دیاګرام دالاندې

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

څه غواړو:

تراوسه مو د ډیری دوه ډوله انځورونه زده کړه: گڼنیزه انځورونه او د ون-دیاګرام له لارې. دریم ډول انځورونه یې داسې په نامه «شننیزه یا تشریحې انځورونه» ده. رانیوونکې بیلګه:

« شنیزه انځورونه » یې د یوې بیلگې له لارې روښانه کوو یا تشریح کوو:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid$$

$$x > 0 \text{ او } \wedge x < 4\}$$

لومړی راوړو $\mathbb{N} \in x$

دا افاده یا وینه دا مانا لري، چې ډیری A د ټولو هغو توکو x څخه جوړه ده، چې په

ډیری \mathbb{N} پورې هم اړه ولري. داسې لوستل کيږي:

« $\mathbb{N} \ni x$ توکی دی » یا لنډ « د توکی »

اوس دا افاده راوړو:

$x > 0$ او $x < 4$ دا ولاړه کرښه | لوستل کيږي « دکوم لپاره، چې باور لري، په دې

ولاړه کرښه پسې کره روښاینیږي، چې ډیری A له کومو توکو څخه جوړه ده

په راټول ډول زموږ بیلگه داسې لولو "

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 0 < x < 4\}$$

یادونه: په پورته کې \wedge د او په مانا دی.

ډیری A د \mathbb{N} له توکو x جوړه ده، چې x له صفر لوی او له 4 کوچنی دی

یاني ډیری له ټولو توکو $A = \{1, 2, 3\}$ جوړه ده

په نڅښه ونه:

موږ همدا اوس زده کړل

دانڅښه \in : توکی دی له:

د دې مخامخ، چې له توکی نه دی ده: \notin

برخه سټ (برخډېری) sub set

پیژند: یو سټ M_1 د سټ M_2 برخه سټ (لاندې سټ، خوندي سټ) بلل کيږي یا

M_1 په M_2 کې ځای ده یا نوره هم ښه M_1 په M_2 کې خوندي دی، لیکندود یا لیکندول:

$$M_1 \subseteq M_2 \text{ که د سټ } M_1 \text{ هر توکی د سټ } M_2 \text{ توکی هم وي.}$$

کیدۍ شي، چې M_1 د M_2 سره برابر هم وي، که برابر ونه شوني وي نو بیا د اصلي

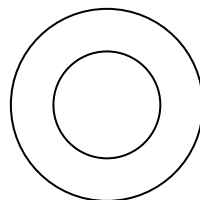
برخه سټ څخه غږیږو.

پيژند ۴۰۲ :

يو سټ M_1 د M_2 اصلي برخه سټ دی او داسې يې ليکو: $M_1 \subset M_2$
 که $M_1 \subseteq M_2$ باور ولري او کم له کمه د M_2 يو توکی د M_1 توکی نه وي.

بيلگي:

الف) که ولرو $M_1 = \{-1, 1\}, M_2 = \{-1, 0, 1\}$ نو M_1 په M_2 کې اصلي خوندي دی
 ب) د ټولو څلوريو (مربعو) ډيري د ټولو څلورگويو (څلور اضلعو) اصلي برخديري ده.
 پ) څيره ۱ ۰ ۱ په هواره يا سطحه کې ټکوډيري بنايي، د کومو لپاره چې باور لري،
 که M يو M_1 او M_2 ټکوډيري وي $M_1 \subset M_2$



که په پورته څيره کې وگورو، نو يوه گردی (دايره) M_1 په بله لويه M_2 دايره کې خوندي ده.

تس سټ په هر سټ کې خوندي دی. هر سټ په خپل ځان کې د ناصلي برخه سټ په څير خوندي دی.

يا دا پيژند :

$x \in B \Rightarrow x \in A$ که باور ولري: $B \subseteq A$

بيلگه:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{3, 4, 5\}$ $B \subseteq A$



پيژند : هغه سټ، چې هيڅ توکي ونه لري تشديري بلل کيږي او داسي يې ليکو:

$$M = \theta = \{\}$$

يادونه : پام دې وي، چې صفر ډيري او تشديري سره بدلې نه شي يانې لاندې ته دې پام وي:

$$\{\} = \theta \neq \{0\}$$

پيژند ۶۰۲ :

د يوه سټ M د ټولو برخه ستونو سټ پونڅ سټ يا په توان سټ بلل کيږي او داسي

يې ليکو: $P(M)$ په توان سټ توکي لري، چې هر يو يې بيا خپله سټ دی.

بيلگه : د $M = \{a, b, c\}$ ډيري دا لاندې په توانديري لري

$$P(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

هره ډيري چې د توکو څخه جوړه وي هغه ټيک n جگ $2n$ توکي لري يانې : n^{2n}

دا پورته د جملې په څير د پوره ايندکشن له لارې اوبې (حل-) کيدی شي (لومړی برخه دې وکتل شي) • دا دنده د گرانو لوستونکو د خوښي کار دی، که کوي يې •

پيژند ۷۰۲ : د سټ M زور يا توان $|M|$ لاندې د سټ د توکو تعداد پوهيږو • که دوه ډيري M او N همغه توان يا زور ولري هغه ته يوزوريزه – يا برابرزوريزه ستونه وايو او داسي يې ليکو: $|M| = |N|$

د برابرزوريزو او خوندي ساتنو خوښونه

الف (رفلکسيو- يا هندارونيزي اړيکي reflexivity

هغه اړیکې، چې د هغه او د هغه دخپل ځان ترمنځ ریښتوني ویناوې ورکړ شوي وي
 رفلکسیو اړیکې بلل کېږي لکه:

$$M = M, M \subseteq M$$

خوندي لرل اړیکې رفلکسیو نه دي

$$M \not\subseteq M$$

دا په دې مانا، چې هیڅ ډیرې د خپل ځان اصلي برخدیرې نه شي کیدی.

ب) سیومتريکې اړیکې Symetric relation

هغه اړیکې سیومتريک بلل کېږي، چې د شیانو ترمنځ چې کارول کېږي یا
 استعمالیږي یو له بل سره بدلیدلی شي.

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_2 = M_1 \quad \text{لکه}$$

خوندي لرل سیومتريکې اړیکې نه دي:

که وي $M_1 \subseteq M_2$ نو اړیکې $M_2 \subset M_1$ نارښتیا یا ناتیګ دي

دا هلته چې وي: $M_1 \neq M_2$

پ) ترانزیتیويټي Transitivity

ترانزیتیويټي هغه اړیکې دي، چې له یوه نه وبل ته یې د وړلو امکان شته وي.

$$\text{له } L = M \text{ او } M = N \text{ څخه لاس ته راځي } L = N$$

او

$$M_1 \subseteq M_2 \wedge M_2 \subseteq M_3 \Rightarrow M_1 \subseteq M_3$$

پورته داسې لولو: که M_1 د M_2 برخدیرې او M_2 د M درې برخدیرې وي، نو له
 دې څخه لاس ته راځی، چې M_1 د M_3 برخه سټ دی.

برابرونه او په بل کې ځایه ونه یا خوندي ساتنه ترانزیتیويټي اړیکې یا خویونه دي

په ستونو یا ډبريو کې کارونې یا عمليې

ټولنډيری يا ست اتحاد د:

پيژند ۸۰۲:

د دوه ډيريو M_1 او M_2 د اتحاد ست يا ټولنډيری (union)، چې د ډيريو ټولنه ورته وايي ده:

$$M = M_1 \cup M_2$$

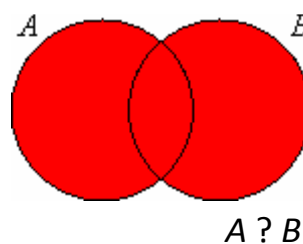
دلته داسی پوهيرو، چې M د ټولو هغو ټوکو څخه جوړه شوي ډيري ده، چې له کمه

د M_1 او M_2 ټوکي هم خوندي ولري.

د ټولني $M = M_1 \cup M_2$ هر ټوکي د M_1 يا M_2 ټوکي هم دی (پرتله ۱ - مه برخه

د يا سره پرتله) يانې دا د ټولنډيری ټوکي د M_1 يا M_2 او يا د دواړو ټوکي دي.

يا لاندي دياگرام



$A \cup B$ (ټولنه A)

(x د A سره B اړيگی لري)

يا دا لاندي پيژند:

پيژند (ټولنډيری)

د دوه ډيريو A او B يوه ټولنډيری (ټولنه)، د ټولو هغو ټوکو جوړه ده، چې يا د A ټوکي وي يا د B ټوکي وي.

ليکنود

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee (\text{or}) x \in B\}$$

لوستل:

د A ټولنه B د ټولو x ټوکو ډیری ده، چې x یا د A ټوکي وي او یا د B ټوکي

بیلگی

الف) M_1 دې د ځوانانو سټ وي، چې بکلوریا لري او M_2 دې د هغو ځوانانو سټ وي، چې مسلکي شهادتنامې لري، نو $M = M_1 \cup M_2$ د ټولو هغو ځوانانو سټ دی، چې بکلوریا یا مسلکي شهادتنامې ولري او یا دواړه شهادتنامې ولري.

(ب)

$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$

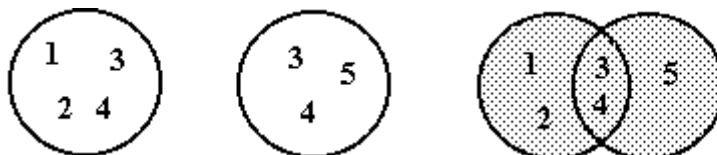
$$M_1 \cup M_2 = \{k, a, r, u, s, e, l\}$$

یا په لاندې توګه پیژند او بیلګه: A او B دې دوه ډیری وي د دې ډیریو ټولنه داسې لیکو

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{3, 4, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$



تل په ټکو ټکي شوي ټکي سټ ټولن سټ (اتحاد سټ) په ګوته کوي .

د بیلګي روښانه ونه :

ډیری A له ټوکو 1,2,3,4 جوړه ده . ډیری B له ټوکو 3,4,5 څخه جوړه ده نو ټولنډیری $A \cup B$ د ټولو هغو ټوکو څخه جوړه ده، چې په A کې وي او د B په ډیری کې منځ ته راځي، یانې دوه ډیریو ټولنه وي یانې له ټوکو 1، 2، 3، 4 او 5 . پ - څیره 2 0 2 دوه په هواره کې ټکي سټ په ګوته کوي، چې

الف) تکیړدی دي • ب) گډ تکی لري •

پ) اړیکې $M_1 \subset M_2$ پوره کوي:

د دي لپاره شکلونه په لاندې کې په بیلگو کې راغلي دي •

د ټولني لپاره کموناتیو قانون باور لري « $M_1 \cup M_2 = M_2 \cup M_1$ » دا په دي مانا، چې د

لری پرلپسې دلته (لنډ: لری) د ستونو په ټولنه یا اتحاد کې رول نه لوبوي

یادونه: که ګڼونه ۱، ۲، ۳، ۴، ۰۰۰ ولرو، نو دا پرلپسې بولو او که بیا دا سره زیات کرو لکه

$$1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, 1+2+3+4+\dots$$

نو دا لری پرلپسې یا لنډ: لری بولو (پرلپسې برخه کې دي وکتل شي) دا په دي مانا، چې

له دوو څخه د زیاتو ستونو ټولنه لری پرلپسې (لنډ: لری) رول نه لري •

اسوځیاتیو قانون باور لري •

$$(M_1 \cup M_2) \cup M_3 = M_1 \cup (M_2 \cup M_3) = M_1 \cup M_2 \cup M_3$$

غوځډیری (د ډیریو غوځی یا تقاطع ست) intersection

یادونه: کری شو، چې دا د ډیریو گډغوځی وبلو (دا د ګرانو لوستونکو خوبنه ده، کوم ناتیګوالی په کې نه شته)

پیژند: ست یا ډیری M د ډیری یا ست M_1 او ډیری M_2 د گډغوځی ډیری یا د

(گډ) تقاطع ست دی (لوستل: M_1 غوځ ډیری د بل څه لپاره کارول شوی ی) په M_2)

لنډ: (گډ) غوځی یا تقاطع) که د ډیری یا ست M ټول توکي د ست M_1 او ډیری M_2

توکی وي او داسې یې لیکو: $M = M_1 \cap M_2$.

د غوځست یا تقاطع ست $M = M_1 \cap M_2$

هرتوکی د ست M_1 او ست M_2 توکي دي (د ۱ — مې برخی د هم او هم په مانا یا د

«او» په مانا)

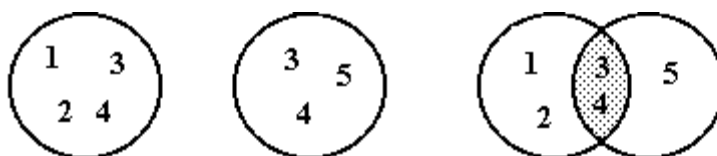
یا دا پیژند :

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

د ډیریو A او B غوڅی یا تقاطع

بیلگه:

$$A \cap B = \{3, 4\} \quad A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{3, 4, 5\} \quad \Rightarrow$$



یادونه: دې پورته ډول دیاگرام ته د ون دیاگرام یا Euler-Venn Diagram وایی

بیلگې :

لومړی : یوه ډله زده کوونکي له ننګرهار او پکتیا څخه راځي، چې په M_1 یې په نڅبنه کوو. یوه بله ډله ، چې په M_2 یې په نڅبنه کوو د کندهار او همغه د پکتیا زده کوونکي، چې په M سره یې بنايو، دي. د دې دواړو ډلو غوڅ ست یا د تقاطع ست

$$M = M_1 \cap M_2$$

د پکتیا زده کوونکي دي.

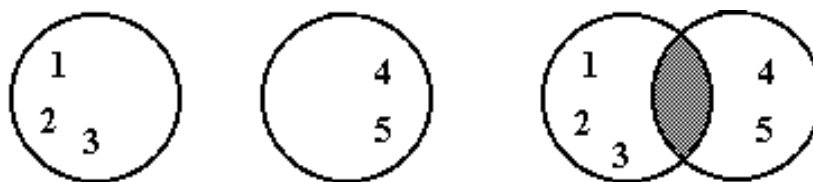
دویم:

$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\},$$

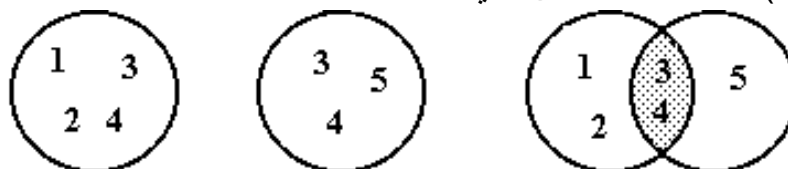
$$M = M_1 \cap M_2 = \{r, l\}$$

دریم شکل په هواره یا سطحه کې بنايي، چې :

الف) عدد پردي دي

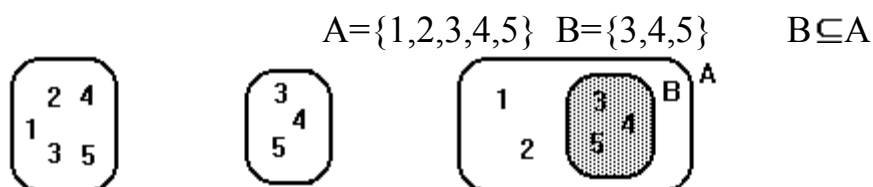


(ب) یو بل سره گډ ټکی لري



(پ) اړیکې $M_1 \subset M_2$ پوره کوي

بیلگه:



هغه ټکو باندې ټکي شوی سټ اصلي برخه سټ دی.

دوه ستونه ، چې غوڅ سټ یا د تقاطع سټ يې تش سټ وي

$$M_1 \cap M_2 = \theta$$

لکه د مخه مو چې گوته ورته ونيوله پردي بلل کيږي

د غوڅ سټ لپاره ، لکه څنگه د ټولن سټ لپاره کموتاتيو قانون باور لري

$$M_1 \cap M_2 = M_2 \cap M_1$$

او اسوڅياتيو قانون

$$(M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3) = M_1 \cap M_2 \cap M_3$$

د دواړو د ستونوکارونو یا ست عملیو یانی ټولن ست او تقاطع ست (غوڅډیری) لپاره دواړه دیستریبوتیو قانونونه پوره کیری یا باور لري

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3)$$

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

(د گڼونو د شمیرکارونو یا عملیو لپاره یواځې یو دیستریبوتیو قانون شته والی لري:

$$a_1 \cdot (a_2 + a_3) = a_1 \cdot a_2 + a_1 \cdot a_3$$

مگر په ټولیزه توگه باور نه لري

$$a_1 + (a_2 \cdot a_3) = (a_1 + a_2) \cdot (a_1 + a_3)$$

پیژند :

کمون ډبرې یا تفریق ست M_2 د ست M_1 او ست M کموالی یا فرق دی او

$$M_2 = M / M_1 = \{x | x \in M \wedge x \notin M_1\} \quad \text{داسې یې لیکو:}$$

له M څخه د M_1 ډبرې کمه شوي یا کله چې د M_2 توکي د M هغه توکي وي، چې هغه ست M_1 توکي نه وي.

لیکنود یالیکندول :

$$A / B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$$

لوستل : د A او B توپیرست یا کمون ست یا تفریق ست له ټولو هغو توکو x جوړه ده، د کومو لپاره، چې باور لري : $x \in A$ توکی دی او $x \notin B$ توکی نه دی

بیلگې :

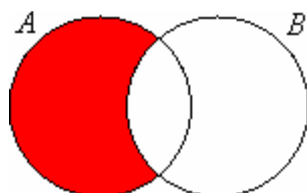
لومړی : په یوه ټولگي کې M_1 د ټولو نارینه وو زده کړو ډبرې ده او M_2 د ټولو زده کړو ډبرې (د نارینه وو او بنځینه وو) ، چې په شمیرپوهنه کې لس نمرې وړي .

$$M_1 / M_2$$

د هغو زده کړو ډیری ده، چې ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، نمرې وړي او ټول د هغو نجونو ډیری ده، چې په شمیرپوهنه کې یې لس نمرې وړي. که په ټولګي کې یواځې نارینه زده کړي وي، نو باور لري

$$M_1 / M_2 = \theta$$

یا دا لاندې:



$A \setminus B$

(A بی له B)

(x له A سره B اړیکې لري)

دویم:

$$M_1 = \{k, r, a, i\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$

$$M_1 / M_2 = \{k, a\}, M_2 / M_1 = \{u, s, a\}$$

لکه څنګه، چې د کمون پیژند او بیلګې را په ګوته کوي په ټولیزه توګه باور نه لري:

$$M_1 / M_2 \neq M_2 / M_1$$

د یوې ډیری توان یا زور

پاڼدیری: یوه پای ډیری پای ډیر توکي لري، بیلګه یې د مخه ورکړ شوه:

$$E = \{\text{Europa, Asien, Afrika, Amerika, Australien, Antarktis}\}$$

ناپاي ډیری:

یوه ناپاڼدیری د بیلګې په توګه د پیدایښتي ګڼونو ډیری ده:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

ډیری ناپای ډیر توکي لري.

د یوې ډیری زور یا توان:

داسې په نامه توان (يا کاردينال گڼ) ته وايي، چې يوه ډيری څو توکي لري، د بيلگي په توگه لويې وچې شپږ دي يانې د لويو وچو کاردينال گڼ 6 دی.

د دوه ډيريو برابر توان يا برابر زور:

دوه ډيری برابرزوريزي دي، که د توکو گڼون يا تعداد يې برابر وي.
د دوه ډيريو «برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چې دا اوس نه څيرو، ځکه چې د دي لپاره مخکينی پوهنه نه لرو، خو پيژند يې لنډ يادوو:
دوه ډيری همغه – يا برابرزوريزي دي، که د دي ډيريو د توکو ترمنځ بيجکتيوه څيرونه شته وي. (دا په فنکشنونو کې بيا راځي)

د يوې ډيری کمپلیمنت يا پوره کونکی complementary set

دا کارونه يا عمليه د نورو کارونو څخه توپير لري، چې په ست کې مو څيرلي. دا يوه يوځاييزه کارونه ده او دا نورې دوه ځاييزې کارونې يا عمليې دي.

مور بنسټ ست په U او د ټولو هغو توکو ست، چې U کې پراته دي يانې د U توکي دي او هغه په M کې نه دي پراته يانې د M توکي نه دي پوره ډيری يا کمپلیمنت بولو او د \bar{M} سره يې په نڅښه کوو.

پيژند: پوره کونکی- يا تکميلډيری (يا د يوې ډيری کمپلیمنت) د يوې ډيری M پوره

کونکي ډيری \bar{M} تیک هغه توکي لري (بنسټډيری U څخه)، چې د M توکي نه وي.

دوه ځله کمپلیمنتډيری جوړول خپلي لومړنی وينا ته ځي، يانې $\bar{\bar{M}} = M$

دلته يواځې يوه ساده بيلگه راوړو: په يوه کلي کې دوه کورنۍ د توپير او برگ کورنۍ اوسيري. که دا دوه کورنۍ يو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي يو له بل سره پوره ډيری يا تکميلډيری بلل کيږي يانې دا کلی پوره کوي.

څيرونه mapping يا اړيکي:

يادونه: پام دي وي، چې دا هغه ورسره بلد تابع کلمه نه ده، چې وروسته به ورسره بلد شو. په دي برخه کې لومړی د ډيری ضرب کلمه پيژنو يا تعريفوو او بيا د ضرب کلمي کارونه څيرو.

پیژند ۹۰۲ : د دواړو ډیریو M یو او M_2 ډیریضرب (اتیرانضرب) هم ورته وایي، یانې په x سره ځلیزي یا ضربیزي

$$M = M_2 \times M_2$$

د ټولو تنظیم یا ترتیب شویو توکو $x \in M_1, y \in M_2$ جوړو (x, y) ډیری ده.

بیلگی

$$M_1 = (a, b), M_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$M_1 \times M_2 = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

د جوړو د غوښتل شوي تنظیم له مخې ځل په ډیریو کې کموناتیو نه دی دا په دې مانا، چې په ټولیزه توګه باور نه لري: $M_1 \times M_2 \neq M_2 \times M_1$

۲ - R دې د ټولو رییلګنونو ډیری وي. په هندسي مانا د کرښې د ټولو ټکو ډیری. $R \times R$ د ټولو رییلګنونو جوړو ډیری ده، په هندسي مانا د هوارې یا سطحې د ټولو ټکو ډیری ده.

پیژند : د څیروني F لاندې د دوه ډیریو د ضربډیری $M_2 \times M_2$ برخډیری پوهیرو.

پس د جوړه تنظیم شوو توکو ډیری، چې $x \in M_1$ له یوه یا ډیرو توکو $y \in M_2$ سره تنظیم یا بهتره په باندې څیره شي.

داسې هم ویلی شو: د M_1 توکي د M_2 په یوه یا ډیرو توکو تنظیمیزي یا څېره کیري.

که $(x, y) \in F \subseteq M_1 \times M_2$ وي، نو x اورینجل یا اصلي توکی او y څیره توکی بلل کیري.

د ټولو اصلي توکو ډیری پیژندورشو یا تعریفورشو یا پیژندډیری یا تعریفډیری بلل کیري او د ټولو څېره توکو ډیری د څېروني ډیری، ارزښتورشو یا ارزښتډیری بلل کیري.

بیلگی : $M_1 = \{a, b, c, d\}, M_2 = \{1, 2, 3, 4\}$

د جدول په توګه د M یو توکو څېړونه ونه یا څېره کوونه د M دوه په توکو

څېره توکی اصلې توکه یا څېره کوونکی توکی

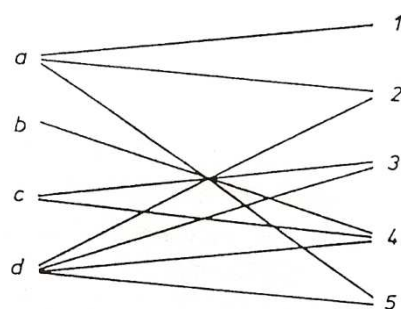
a -----→ 1, 2, 5

b -----→ 4

c -----→ 3, 4

d -----→ 2, 3, 4, 5

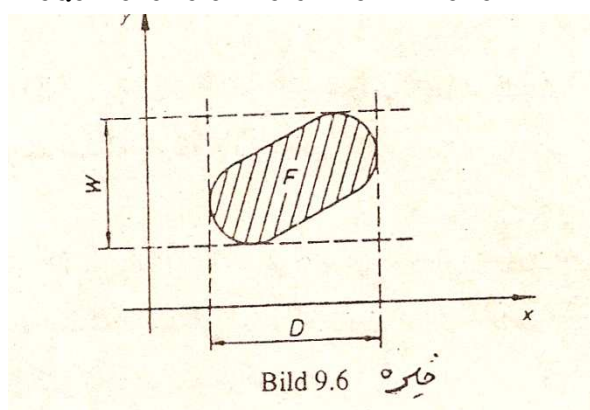
یا دا لاندې:



څېړونه:

$$F = \{ (a,1), (a,2), (a,5), (b,4), (c,3), (c,4), (d,2), (d,3), (d,4), (d,5) \}$$

(د M یو او M دوه ډیریو د ټولو توکو جوړو ډیری)



دریم : هر پیدایبنتي یا طبیعي گن a د هغه په دوه ځله $b=2a$ باندې څیره کیري ، داسي پیژند شوي یا تعریف شوي څیره ونه په لاندې بڼه هم انځوریدلی شي .

$$F = \{(a, b) | a \in N, b = 2a\}$$

دلته هم N د پیدایبنتي یا طبیعي گنونو ډیری ، پیژندډیری یا تعریف- د ټولو پیدایبنتي گنونو ډیری ده او ارزښت ډیری د ټولو جوړه گنونو ډیری ده .

څلورم : که M یو په یوه بنوونځي کی د بنوونکو ډیری وي او M دوه په بنوونځي کی د ځانگړو ټولگیو ډیری وي نو بنوونکي، چې په ټولگیو کی درس ورکوي دا یوه څېرونه ده . د بنوونکو ډیری د ځانگړو ټولگیو په ډیری کی

مور د څېره ونې څلور حالتونه توپيروو:

پیژندونه (دې ته دې گران لوستونکي بڼه پام وکړي): لکه په لومړۍ بیلگه کی په څیره ونه F کی د M_1 ، چې تعریف ډیری D سره برابر دی او M_2 ، چې له څیره ډیری ، W سره برابر دی ، توکي مو مخ ته پراته دي .

له یوې څیروني F غبرو د M_1 په M_2 باندې . دلته دې « د » او « په » ته پام وي

$$D \subset M_1, W \subset M_2$$

لکه په دویمه بیلگه کی ، نو د یوې څیره ونې F غبرو له M_1 په M_2 کی (دلته دې « په » او « په کی » ته پام ور وړول شي)

$$D = M_1 \wedge W \subset M_2$$

دلته د یوې څیره ونې غبرو د M_1 په M_2 کی دلته دې دریمه بیلگه په پام کی راوړل شي .

$$D \subset M_1 \wedge W = M_2$$

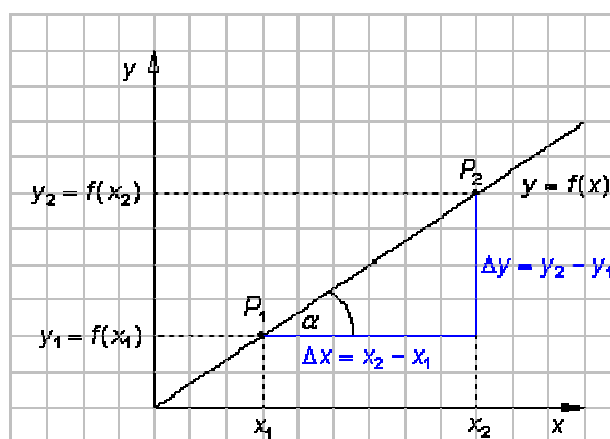
نو د یوې څیره ونې غبرو له M_1 په M_2 باندې . دلته څلورمه بیلگه د بیلگي په توگه راوړو . د دې نیوني لاندې چې ټول بنوونکي ځانگړي ټولگیو ته درس ورکوي .

يادونه : دا لاندې برخه دې گران لوستونکي وگوري، خو د دې اوس وخت لپاره لږ ستونځمنه ده او شايد څيرې هم رانه شي، خو که لږ د شميرپوهنې سره بلد شو، بيا پرې پوهيدل ساده ده. زج مخ ته لرم، چې په دې هکله ليکلی کتاب، چې چاپ شوی نه دی دلته پر ليکه کړم، چې هلته بيا دا موضوع لږ غزیدلي ده.

بيلگه ۰۰۲ : مور په هواره يا سطحه کې څرگند شوي کړی د ډيريځل $R \times R$ په څير د برابر ونونو له لارې رانيسو (R د رييلگنونو ډيری د گڼکړنې ټکي دي) گڼونه دي وکتل شي))

الف) $y = 2x$ يوه څيره ونه ده د R په R باندې، ځکه چې باور لري

$$D=W=R$$

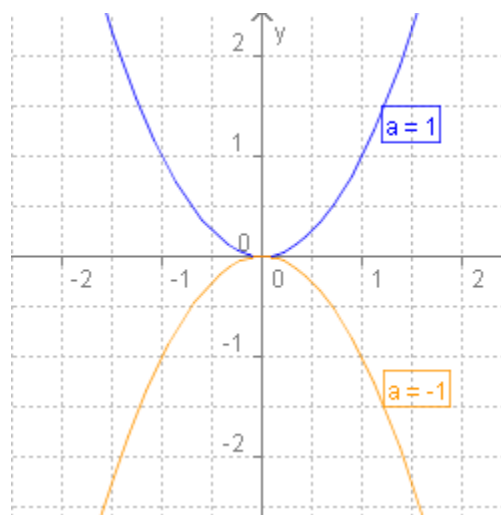


يادونه : په پورته څيره کې برابر و $y = ax + b$ دی.

$$b) \quad y = x^2$$

يوه څيره ونه ده د R په R کې، ځکه چې باور لري

$$D = R, \quad W = [0, \infty)$$



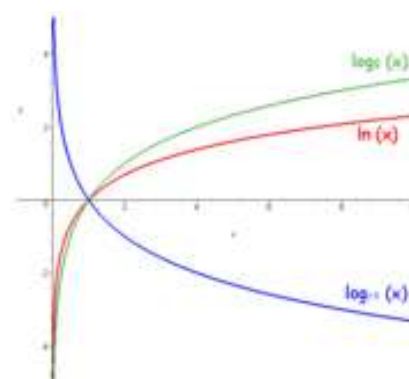
یادونه :

پوته بلواک د $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ډول دی، چې $a = 1$, $a = -1$ او $b = 0$, $c = 0$ ایښول شوي دي.

پ $y = \log x$

یوه څیره ونه ده له R په R باندې « ځکه چې باور لري ».

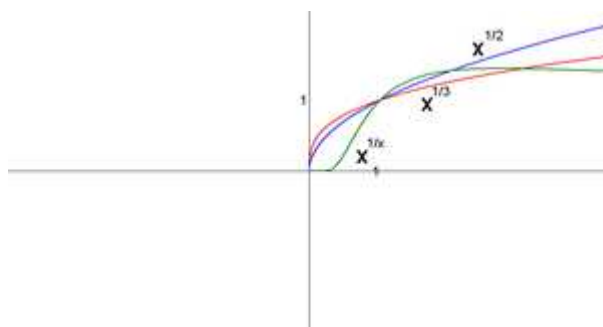
$$D = (0, \infty) \wedge W = R$$



ت $y = +\sqrt{x}$

یوه څیرونه ده له R په R ، ځکه چې باور لري

$$D = W[0, \infty]$$



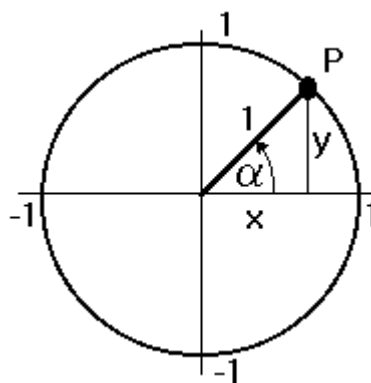
یادونه : پورته د دویې ، دریمې او په x -مې ریښې په مانا دی

څیرې له ویکي څخه په مننه راکښته شوي دي .

پیژند ۲ : یوه څیره ونه E یواځنی بلل کیږي ، که هر $x \in D$ په ټیک یوه $y \in W$ باندې څیره شي . دا په دې مانا، چې هر $x \in D$ ټیک یو وار په $y \in W$ تنظیم‌دیری یا جوړه دیری کې رامنځ ته کیږي . یوه یواځنی څیره ونه فنکشن یا « بلواک » بلل کیږي او یا لکه تراوسه ورسره بلد یو یوه تابع بلل کیږي .

پام:

دا دې دلته کره په گوته شوې وي، چې زه « یوازنی څیره ونه » بلواک یا فنکشن بولم .



بیلگه ۶۰۲

په بیلگه ۶۰۲ کې له الف تر ت پورې ټولې څیرونې فنکشنونه یا بلواک دی، د دې پر څټ لاندې

برابرون (پوونگردي ياني گردي، چې وړانگه يې يو يوون يا واحد وي څیره ۰)

انځور شوي څیره ونه له R په R کې $D=W([-1,1])$ فنکشن یا بلواک نه دی، ځکه چې اصل دوه څیرې لري ياني که په تنظیمجوړه کې د څیره ونې لري پرلپسې (لنډ: لري (بدله شي، نو یوې پرڅټ څیره ونې ته راځو:

پېژند ۲:

څیره ونې F ته پرڅټ څیرونه F^{-1} د ټولو جوړو (x,y) ډیرۍ ده له $(x,y) \in F$ سره ۰

پېژند ۲ ۰

یوه څیره ونه یو یواځنی بلل کيږي، که یواځنی F او F^{-1} یوازنی څیرونه ونې وي، دا په دې مانا، چې که هر $x \in D$ او $y \in W$ ټیک یو ځل په تنظیم کې منځ ته راشي ۰

پام: یادونه: د څیرونې نوم څخه باید ونه ډار شو دا څیره ونې څیرې کوونې (که څوک یو کالی یا رخت څیرې کوي) او څیره کوونې توپیر، ځکه سره کیدی شي، چې هغه منځپانگه یې یو له بل توپیر لري ۰ مور پښتو کې نږدې یو ډول لیکونکي ویونه (لغات) لرو، خو دا هغې منځپانگې له مخې توپیر لري ۰

ډیرۍ پوهنه د شمیر پوهنې سټه ده، نو په راتلونکې کې به یې نوره هم ژوره وڅیرو او همدا اوس هم نور گران هیوادوال دې ته رابولم، چې له ما سره گډ کار یا خپلواک دې کار ته ملا راوتړي ۰

ما دا برخه غزولي، چې په خپل شوونې وخت کې به گرانو لوستونکو ته په ځانله توگه د یوه کتاب په څیر هم وړاندې شي ۰

۹. ۵ تمرینونه

۱- د لاندې ډیری د توکو د شمیرنی له لارې انځور کړی
 الف) $\{x | x \text{ لمړی گڼ او } x < 20\}$ (لوسنل: د لمرکو گڼونو د لمر چې x لمړی گڼ " $x < 20$)
 ب) $\{x | x^2 + x - 6 = 0\}$,

پ) $\{x | x^2 + x - 6 = 0 \text{ او } x > 0\}$
 ت) $\{x | x \text{ رییلگڼ او } x^2 + 1 = 0\}$ د لمرکو له بهنې وکړئ کورنۍ ورسول

۲- د توکو x, y, z اړلرونوالی و ډیری M ته وڅیړی!

الف) M د لمړنیو گڼونو ډیری

$$x = 4, y = 5, z = 6$$

ب) M د لاندې مساواتو حل ډیری (اوبیډیری)

$$x^3 + x^2 - 6x = 0$$

$$x = 0, y = 2, z = 3$$

پ) M د ریسلگڼونو ډیری چې په اینتروال $[-3, 3]$ کې پراته دي

$$x = -2, y = \sqrt{2}, z = 1/3$$

ت) M د رییلگڼونو ډیری چې په اینتروال $[-3, 3]$ کې پراته دي

$$x = -4, y = \sqrt{2}, z = 3$$

۳- د لاندې ډیریو ترمنځ کومی اسپیکي پرتی دي

الف) M_1 د ټول جفت گڼونو ډیری

او M_2 د ټولو ټولگڼونو ډیری

ب) د ټولو مساواتو $x^2 + 2x - 3 = 0$ حلونو (اوبیو-) ډیری

$$M_2 = \{-3, 1\}$$

پ) M_1 د ټولو گڼو ډیری چې پر ۶ ویشل کیږي.

او M_2 د ټولو گڼونو ډیری چې په ۳ ویشل کیږي!
 او M_3 د ټولو گڼو ډیری چې په ۱۲ ویشل کیږي!

۴- د ډیری { a,u,t,o } ټول برخه یري ورکړی!

۵- د لاندې ډیریو څخه ټولنه یري، غوڅه یري او دواړه ټولنه یري جوړه کړی!

الف) $M_1 = \{k,a,m,e,l\}$, $M_2 = \{m,a,u,l,t,i,e,r\}$

ب) $M_1 = \{2,4,6,.. \}$, $M_2 = \{3,6,9,.... \}$

پ) $M_1 = \{x | x^2 + x + 2 = 0\}$, $M_2 = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$

۶- د یوه ډیری M او د تشه یري \emptyset ټولنه یري، غوڅه یري او توپیر ډیری جوړه کړی!

۷- د یوه ډیری M او خپل همدې ډیری ټولنه یري، غوڅه یري او توپیر ډیری جوړه کړی!

۸- وي دې $M_1 = \{4, 8, 12\}$ $M_2 = \{3, 6, 8\}$

$M_3 = \{0, 2, 4, 6\}$, $M_4 = \{6, 12, 18\}$

جوړه کړی: $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3] \cap M_4$

۹- جوړه کړی

الف) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ (پ) $M \setminus \emptyset$

پ) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ (ت) $\emptyset \setminus M$

۱۰- وي دې

$$M_1 \cup M_2 = \{1,2,3,4,5\},$$

$$M_1 \cap M_2 = \{1,3,5\}$$

$$M_1 \setminus M_2 = \{2,4\}, M_1 \setminus M_2 = \emptyset$$

له دې پورته څخه M_1 او M_2 وټاکي!

۱۱ - وي دي

الف) $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ (ب) $M_1 \subset M_2$,وتاکي: $M_1 \setminus M_2$!۱۲ - وي دي M_1, M_2 (د نیمواز) اینتروال تکی ډيري:

$$M_1 = [-3, 3], M_2 = [1, 7]$$

وتاکي

الف) $M_1 \cup M_2$ (ب) $M_1 \cap M_2$ (پ) $M_1 \setminus M_2$ ت) $M_2 \setminus M_1$ (د) $M_1 \times M_2$ ۱۳ - وي دي $M_1 = \{1, 2, 3\}$, $M_2 = \{a, b\}$ الف) د $M_1 \times M_2$ څل جوړ کړی

ددې لاندې ب) تر ت) برخی تمرین لپاره دي ۹ الف برخه وکتل شي.

ب) دا لاندې کوم ډول څیرونی دي

$$F_1 = \{(1,a), (1,b)\}$$

$$F_2 = \{(1,a), (3,a)\},$$

$$F_3 = \{(1,a), (2,b), (3,b)\},$$

$$F_4 = \{(1,a), (2,a), (3,a)\},$$

$$F_5 = \{(1,a), (2b)\}$$

په ټولو حلونو (اوبیو) کی F_1 تر F_5 ورکړی .

پ) په څټ څیرونه ورکړی

ت) د څیرونو F_1 څخه تر F_5 پورې، کوم یواځنی او کوم حتی یویواځنی دي؟

نښلونه ۱

د اړیکو څخه و فنکشن (تابع) ته د ناپايي ډبريو ترمنځ ناشوني ده چي ټول ټکي په يوه ارزښت سيستم کي رسم شي. د دي لپاره يوڅو مناسب ټکي ټاکل کيږي. څیرونکی باید دا نور پاتي جريان په خيال کي راولي.

د دې لپاره چې لومړی لید پیدا کړی شو، یوه ارزښتجدول کارو.

بیلگه:

اړیکې (د اړیکو لیکدود)

$$R = \{ (x|y) \mid y = 2x \wedge x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \}$$

یا

$$R = \{ (x|y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}}$$

باور لري $R \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

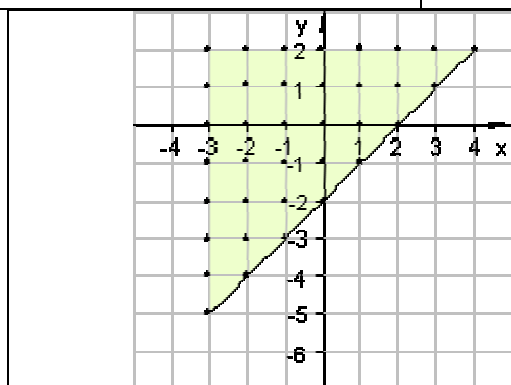
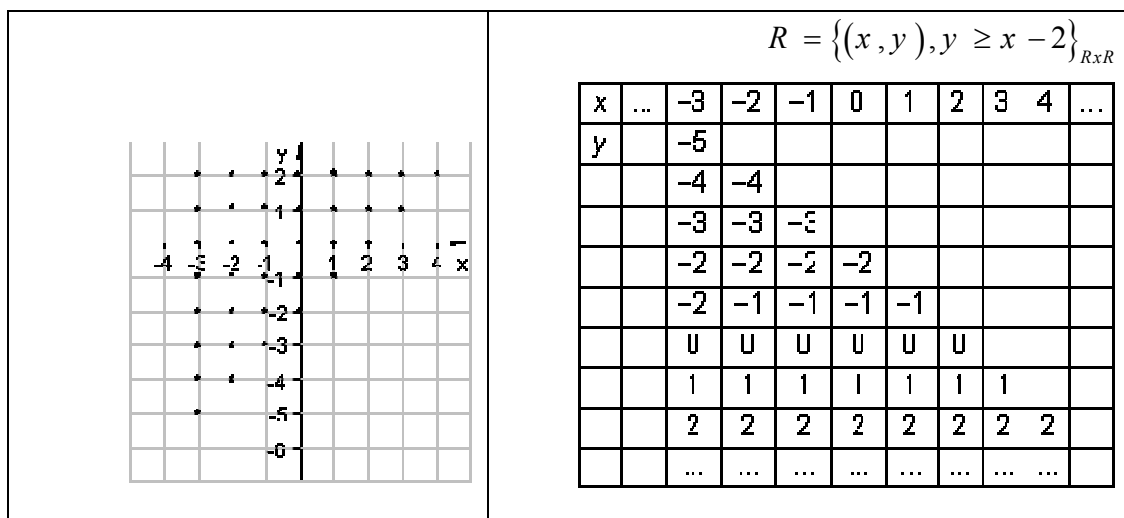
ارښت جدول او مخامخ گراف

| | | | | | | | | | |
|---|-----|----|----|----|---|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | ... |

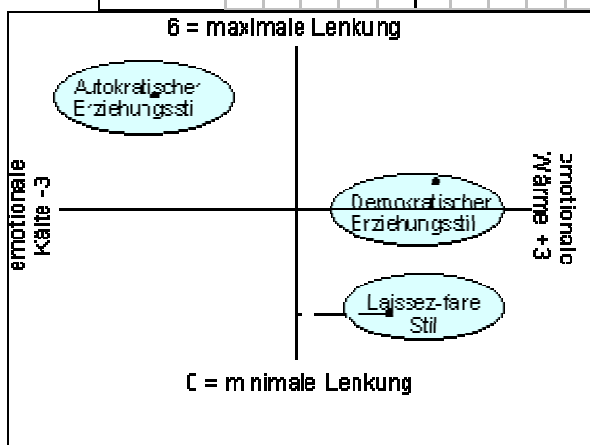
بیلگه:

$R = \{ (x|y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} \quad R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

که اړیکې $y = 2x$ د ریل اعدادو په سټ یا ډېری شته وي، نو په دې پورې تنها ځانله اعداد اړه نه لري بلکه ټولې جوړې چې د دوي ترمنځ پرتې دي هم. گراف د ناپايي ډیرو ټکو څخه جوړ دی، چې یو د بل سره گڼ (ټینګ یا یو د بل سره نږدې) پراته دي. له دې امله دا د کرښې په څېر برېښي.



گورور چي :
 د $R = \{(x, y), y \geq x - 2\}_{R \times R}$ لپاره د اړيکو ټول منځتکي هم په اړيکو پورې اړه لري. گراف د مثلث (درېگودي) د سطحې (منځواري) ټول ټکي په برکي نيسي



د روځني هر ډول د پام اړوني او د احساساتي گرمي؟؟ ترمنځ اړيکه ده. که له دواړو سکالو څخه يو کواوردينات سيستم جوړ شي، نو د روځني ستايل ترې انځوريدلای شي.

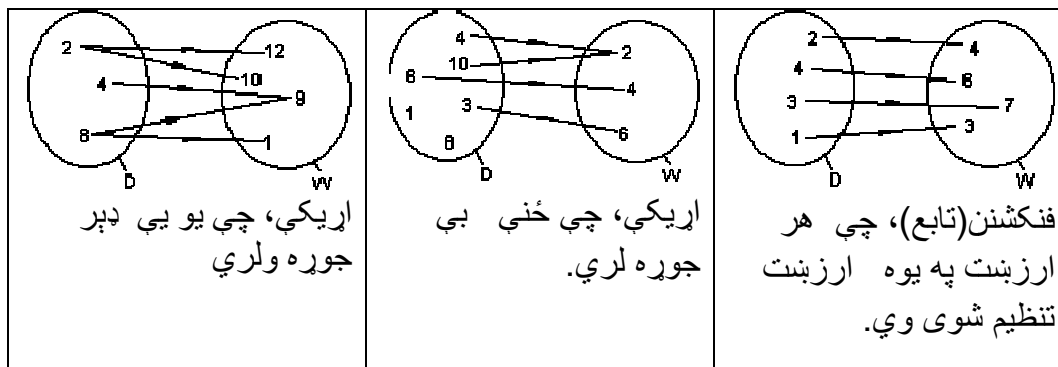
Skala: Lenkung
 0 1 2 3 4 5 6

Skala: Wärme, Rücksichtnahme, Achtung
 -3 -2 -1 0 1 2 3

ځانگړي د پاملرنې اړيکي، هغه اړيکي دي، چي د هغي له لاري د هر ارزښت سره يو د ارزښت ترتيب شي. داسي اړيکي فنکشنونه يا تابع بولو.

فونکشن (تابع) : تابع یوه اړیکه ده، چې د هغې له لارې د x ارزښت سره، چې له تعریفېست (دېرې) څخه دی یو د y ارزښت (دېرې) ترتیب یا تنظیم شی.

بیلگې:



د فونکشن یا تابع لپاره بیلگې: په روغتون کې د تېي اندازه کونه:

اندازه شوي ارزښت جوړې (وخت (وختګی)، حرارت)، په یوه حرارتي منحنی انځور پیري. د په وخت کې ناروغ ټیک یو ټاکلي د حرارت درجه لري.

د یوه کوچني لوئیدل: دلته (وخت، لویوالی) د ارزښت جوړې دي. په هر ټاکلي وخت کې کوچنی یو ټاکلی لویوالی لري.

د ریاضي اېمپوینه: (د ټکو تعداد، نمرې) یوه اړېښت جوړه جوړوي. د یوه ټاکلي ټکو تعداد لپاره یوه نمره شته.

د باندنی گرمي د یوه گرمی لیکونې (په میزان الحراره) سره په نڅېښه کېږي.

(وخت، گرمي) ارزښت جوړې جوړوي.

یوه ټاکلي وخت ته به یو ټاکلی تودوخي یا حرارت (گرمی) وکېښل شي.

د y جوړه چې په هغه یو د x ارزښت ترتیب یا تنظیم شوی وي، د x فونکشن ارزښت یا تابع ارزښت بلل کېږي.

دا د $f(x)$ سره په نڅېښه کوو (لوستل: د x تابع f یا $f(x)$)

$f(3)$ په دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x ارزښت 3 پورې اړه لري.

$f(-4)$ په دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x -ارزښت 4 - پورې اړه لري.

تعريف سټ (-دېرې)، ارزښت سټ (-دېرې): .

| |
|---|
| <p>تعريف سټ (ارزښتدېرې) او ارزښت سټ (ارزښت دېرې)</p> <p>هغه سټ (دېرې)، چې له هغې څخه د x ارزښتونه را نيول کيږي، تعريف سټ (تعريفدېرې) بلل کيږي.</p> <p>هغه سټ (دېرې) چې د فنکشن ارزښتونه y خوندي لري ارزښتسټ (ارزښتدېرې) بلل کيږي. دا لنډ د D او W سره په نڅښه کوو</p> |
|---|

په فنکشنونو يا توابعوکي د تنظيم يا نظم قانون په ځاي د يوه فنکشن مساوات کلمه کارول کيږي.

د بيلگي په توگه $y = 2x + 3$

د دې لپاره ليکو: $f(x) = \{(x, y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{R \times R}$

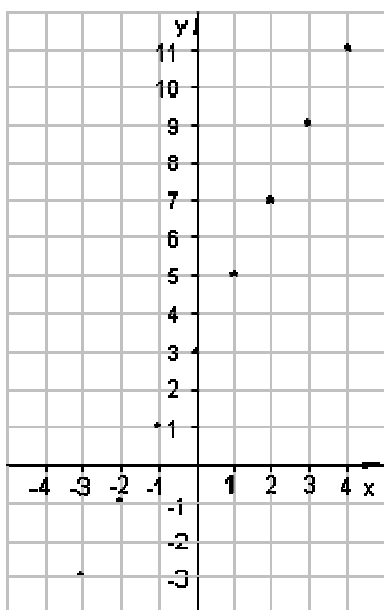
د ارزښتونو د شميرلو د ارزښت جدول لپاره ليک: $y = f(x) = 2x + 3$

په فنکشن يا تابع کې x خپلواکه اووښتوني يا متحوله بلل کيږي او y بلواکه يا تابع متحوله بلل کيږي. گورو چې دا عمل يا کارونه يو فنکشن دی، چې يو څه په يو بل څه تنظيموي يا ترتيبوي، له دې امله زه د تابع په ځاي زيات وخت د فنکشن کلمه - چې مناسب ده - کاروم.

بيلگه؛

| | |
|---------------------------|--|
| الف: يو ارزښتجدول وکارئ | $f(x) = \{(x, y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{R \times R}$ |
| ب) د فنکشن گراف انځور کړئ | تعريف سټ يا تعريفدېرې |

پ) ارزښت سټ (ډېری) ترتیب کړی



$$D_f = \{ x \mid -3 \leq x \leq 4 \}_{\mathbb{Z}}$$

$$D_f = \{ -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 \}$$

د فنکشن ارزښتونو شمېرنه:

$$y = f(x) = 2 \cdot x + 3$$

$$y = f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$$

$$y = f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$$

$$y = f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$$

$$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$y = f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

$$y = f(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$$

$$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$$

$$y = f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$$

د ارزښتونو جدول:

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|---|---|---|---|----|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |

ارزښت سټ (ډېری) د فنکشن گراف څخه لوستل کېدای شي

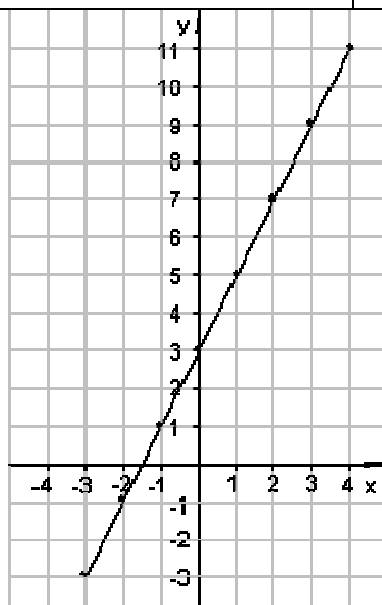
$$W_f = \{ y \mid -3 \leq y \leq 11 \}_{\mathbb{Z}}$$

د فنکشن گراف فقط له ټکو جوړ دي.

که تعریفېږی و R ته وغزیري، نو دا په لاندې ډول لیکل کېږي:

$$D_f = \{ x \mid -3 \leq x \leq 4 \}_{\mathbb{Z}}$$

گراف اوس د راکښلي کرښې جوړ دي، چې دا هم کرښه بلل کېږي.



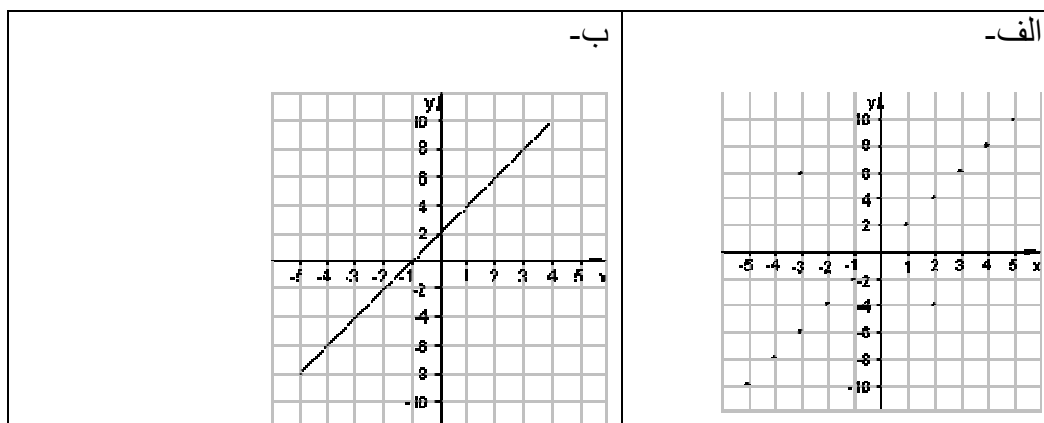
څه موزده کړي؟ نومونه:

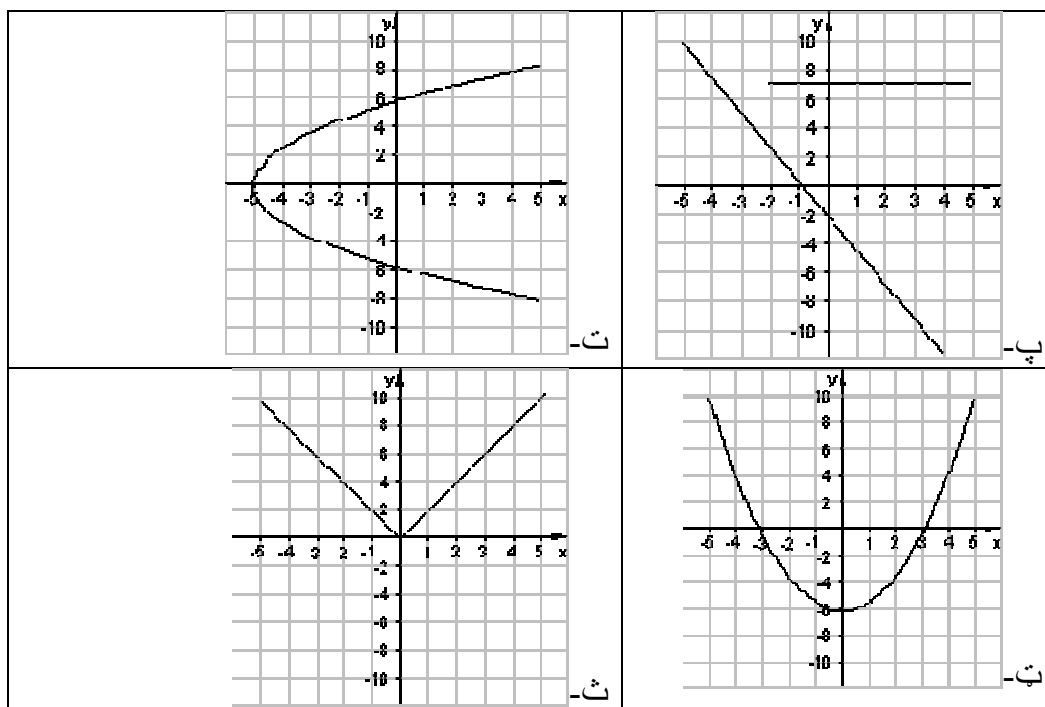
| د ټولو نومونو ټولگه | |
|---|---|
| اړیکي غشیدیاگرام پروت ولاړ یا کواوردینات سیستم | جوړه سټ (-دېری) په څت اړیکي د اړیکو گراف |
| د دوي نومونه | |
| ارزښتجدول فنکشن ارزښت $f(x)$ بلواکه اووښتونې (تابعمتحوله) y | فنکشن (تابع) خپلواکه اووښتونې (-متحوله Variable x) |

د اړیکو پوښتنې

1- د څیره شوو گرافونو کوم یو د فنکشن گرافونه دي؟

د خپلو اندونو دلایل راوړی





2- دلاندي نظم قوانينو څخه يې کوم يو فنکشن مساوات کړي دي شي؟

الف - $y^2 = x$ - ب - $y = x^2 - 1$ - پ - $y = -x^2 + 1$ - ت - $y = \frac{1}{x^2} - 1$

3- د فنکشن گراف د ور کړ شوو فنکشن مساواتو سره انځور کړی او په ارزښتست (- دبري) وټاکي.

(a) $y = \frac{4}{x}$ $D = \{ x | 0 < x \leq 10 \}$ (b) $y = \frac{x^2}{4}$ $D = \{ x | 0 < x \leq 10 \}$

4- فنکشنونه د فنکشن مساوات $y = 4x - 2$ سره په پام کي ونيسي

(a) د ټکو ازمايننت سره وازمايي، چي ايا لاندي ټکي د فنکشن په گراف پراته دي که نه؟

- P (- 3 | - 14) ; Q (2 | 6) ; R (0 | - 1) ; S (0,5 | 0,25) ; T (10 | 37) ; U (- 5 | -22)

(b) د شمیرني په مرسته لاندې پاتې وضعیه قیمتونه وټاکي، د کومو سره چې لاندې ټکي د فنکشنګراف باندې پراته وي.

$P(3 |)$; $Q(-1 |)$; $R(0,75 |)$; $S(22 |)$; $T(| -10)$; $U(| 0)$; $V(| 13)$; $W(0 |)$

$$f(1) \quad f(0) \quad f(-2) \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) \quad f\left(-\frac{2}{3}\right) \quad f\left(4\frac{1}{2}\right) \quad f(a) \quad , \quad \begin{aligned} f(x) &= 2x - 6 \\ f(x) &= -4x + 4 \end{aligned} \quad (5)$$

(6) د لاندې ورکړ شوو ټکو لپاره د ټکو ازمايښت وليکي.

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \mid \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \mid 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \mid \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \mid 6) \quad T(5 \mid 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{17}{9}\right) \quad (a)$$

(b)

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \mid \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \mid 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \mid \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \mid 6) \quad T(5 \mid 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{17}{9}\right)$$

خوابونه اړيکي III

د 1 حل:

الف-تابع نه ده، ځکه چې زیاتو x ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ب-تابع، ځکه چې یوه y -ارزښت ته ټیک یو x -ارزښت اړه لري.

پ-تابع نه ده، ځکه چې ډيرو x -ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ت-تابع نه ده، ځکه چې هر x -ارزښت ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ټ-تابع ځکه چې هر x -ارزښت ته ټيک يو y -ارزښت اړه لري

ث-تابع، ځکه چې هر x ارزښت ته ټيک يو y -ارزښت اړه لري

دويم:

الف- تابع مساوات نه دی. ب- تابع مساوات، پ - تابع مساوات ، ت- تابع مساوات.

ترنه ۲ :

د ډيرو ترمنځ اړيکي

د ډيرو ترمنځ اړيکي دومه برخه Relations دلته هغه د اړيکو په برخه، لکه وعده مو چې کړی وه ، پيل کوو او دا هغه په نامه ناساده اړيکي دي، يانی دا اړيکي د نابرابرو ډيرو ترمنځ هم اړيکي نيسي.

بنسټيزه ريليشن يا اړيکي:

په ورځنی ژبه کې ،،اړيکي،، په همغه ورسره بلده معنادی. کيدی شي، شيان ليدونکي، واقعيتونه، پيښي او داسي نور يو له بل سره په يوه ريليشن يا اړيکه کې ودريري. د دې لپاره چې د داسي شي ځان نيوني يا حالتلپاره شميرپو هنيز مدل لاس ته راوړو، غواړو چې لومړی يوه څرگنده بيلگه وڅيرو:

بيلگه: دلته دي M د انسانانو يو ډيری او S د ښارونو يوه ډيری وي.

د اړيکو لپاره ټاکو: چې شخص $x \in M$ ښار $y \in S$ کم له کمه يو وار ليدلی دی. دا د M او S توکو ترمنځ اړيکي کيدی شي چې اوس د ټولو جوړو (x,y) له لارې ورکړ شي، د کوم لپاره چې x کم له کمه y يو وار ليدلی دی. دا جوړي د ډيرو M, S د کارتيزي ځل $M \times S$ توکي دي. د شميرپوهنی له مخه دا ځمور د علاقې وړ نه دی چې دا ليدنه دڅه لپاره وه يا څومره مهم يا زره پورې وه يا نه. ځمور د علاقې وړ يواځي دا دی

چی کوم توکی $x \in M$ د کوم توکی $y \in S$ سره اړیکو کی ولاړ دی. په دې توگه یواځی د جوړو $(x, y) \in M \times S$ ډیری ده، د کومو لپاره چی x او y یو له بل سره په اړیکو کی ولاړ دي یا شمیرپوهنیزې څیړنی ته یی لار خلاصه ده. د $M \times S$ برخه ډیری کری شي چی ډیر متنیزه اړیکو یو له بل سره ولري. دا مو لاندې تعریف ته لار اېښودوي یا رابولي .

پېژند:

د ډیریو یا ستونو M او N ترمنځ اړیکو R لاندې د کارتیزې ضرب یا $M \times N$ یوه برخه ډیری پوهیرو، یعنی $R \subset M \times N$ که $(x, y) \in R$ وي، نو داسی هم لیکو xRy او وایو: x او y په اړیکو R کی یو د بل سره ولاړ دي یا یو له بل سره اړیکو R لري. په دې تعریف کی ورکړ شوي اړیکو بینر binär (یا دوه ځاییزې اړیکو دي، چی دوه ځایزوالی یی دا راپه گوته کوي، چی هر واري دوه توکی یو له بل سره په اړیکو کی پراته یا ولاړ دی او یا نه. په شمیرپوهنه کی داسي حالتونه هم را منځ ته کیږي چی له دوه زیات توکی یو له بل سره په اړیکو کی پراته او یا پراته نه وي یا اړیکو لري یا اړیکو نه لري، چی دا مو لاندې تعریف ته راهڅوي:

پېژند: د $M_1, M_2, M_3 \dots M_n$ ډیریو ترمنځ n -ځاییزې د اړیکو R د کارتیزې ضرب یا $M_1 \times M_2 \times M_3 \dots \times M_n$ د $n > 1$ لپاره، یوه برخډیری ده، دا په دې مانا، چی دا داسی یو ډیری ده چی n -توپل یا گون (x_1, x_2, \dots, x_n) چی $x_i \in M_i$ توکی دي. که $M_i = M$ وي د $i = 1, 2, \dots, n$ لپاره، نو په ډیری M کی له n -ځاییزو اړیکو غږیرو یا دا n -ځاییزې اړیکو بولو.

بیلگه: مور په لاندې کی غواړو چی یواځی شمیرپوهنیزې بیلگي راوړو. د دوه ځاییزو اړیکو لپاره بیلگي په لاندې ډول دي:

الف: $M = \mathbb{R}$ د رییل اعدادو یا حقیقي گڼونو په ډیری او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که $x < y$ وي .

ب: لکه په الف (کی او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که $x = y^2$ وي.

پ: $M = d$ د ټولګونو ډیری، $(x, y) \in R$ که $x \neq y$ یو پرویشونی (مقسوم علیه) وي. د ترنار یا درې ځاییزو اړیکو ($n=3$) لپاره لاندې بیلګه راوړو:

وي دې $M = d$ ریښکونو ډیری او $(x, y) \in R$ ، که $z = xy$ ($z = x+y$) وي. دا چې په شمیرپوهنه کې د اړیکو لاندې د ډیریو کارتیزې ضرب یا ځل برخدیری پوهیږو، هدفمند دی چې، د ټولنډیری، غوڅدیری او کومپلمنت (تکمیل-) ډیری، د ډیریو تر منځ اړیکو باندې وغږیږو (دا مو تر مخه څیړلي). په دې ډول کومپلمنت یو دوه ځاییزه اړیکه R ده د ټولو جوړو (x, y) لپاره، د کومو لپاره چې x او y یو د بل سره په اړیکو R کې نه دي ولاړ یا قرار نه لري. غوڅدیری $R_1 \cap R_2$ د ټولو جوړو (همداسې n - ځاییز) ډیری ده چې په دواړو اړیکو R_1 او R_2 کې خوندي ده یا ځای لري. لوستونکی دې په بیلګو کې فکر وکړي، په کومو کې چې دا کلمې راځي. بر سیره پر دې د ډیریو ترمنځ له تش اړیکو هم غږیږو. د دې اړیکو لاندې د کارتیزې ضرب یا ځل تش برخدیری پوهیږو.

بالاخره دا هم ګټور دی که له دې وغږیږو چې ایا R_1 اړیکه په R_2 اړیکه کې ځای ده یعنې R_1 اړیکې د اړیکې R_2 برخدیری ده، که نه، د لیکلو دود $R_1 \subseteq R_2$ اوس دې M د انسانانو ډیری وي او R_1 دې اړیکه « پلار د » او R_2 اړیکه « واده له » وي. که $(x, y) \in R_1$ او $(y, z) \in R_2$ وي، نو x د z د میرمنې پلار، یعنې د z خوسر دی. که R_3 اړیکه « ... خوسر » وي، نو لرو: له $(x, y) \in R_1$ او $(y, z) \in R_2$ لاس ته راځي: $(x, z) \in R_3$

دا مو لاندې تعریف ته رابولي:

تعریف: وي دې $R_1 \subseteq M_1 \times M_2$ او $R_2 \subseteq M_2 \times M_3$ دوه ځاییزې اړیکې. نو د $R_1 \circ R_2$ ځل یا یوځایوالی (کمپوزیشن) په لاندې ډول د M_1 او M_3 ترمنځ اړیکې دي: (پام دې وي چې په دې تعریف او لاندې بیلګه کې له کین و بنې لور ته لوستل کړي)، داسې حالتونو ته دې د لوستونکو تل پام وي.

$$R_1 \circ R_2 = \{[x, z] \mid x \in M_1, z \in M_3, \dots\}$$

$R_1 \circ R_2 = \{[x, z] \mid x \in M_1, z \in M_3, \dots\}$ یو $y \in M_1$ شتون لري، د $(x, y) \in R_1$ او $(x, z) \in R_2$ سره،

پس لرو $x(R_1 \circ R_2)z$ هلته او هلته که دیوه y لپاره xR_1y او yR_2z باور ولري.

بیلکه: وي دي:

$$M_1 = \{a, b, c\}, M_2 = \{\alpha, \beta, \gamma\}, M_3 = \{1, 2\}$$

او

$$R_1 = \{(a, \alpha), (a, \beta), (b, \alpha), (c, \beta)\}$$

$$R_2 = \{(\alpha, 1), (\alpha, 2), (\beta, 2), (\gamma, 1)\}.$$

نو لرو

$$R_1 \circ R_2 = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 2)\}$$

دبیلگي په توگه لرو $(b, 1) \in R_1 \circ R_2$ ، ځکه چې $(b, \alpha) \in R_1$ او $(\alpha, 1) \in R_2$

یادونه: کیدی شي چې $R_1 \circ R_2$ تش اړیکي هم وي. دا حالت یواځي او یواځي هلته مخ ته پروت دی، که د کومی جوړې $(x, y) \in M_1 \times M_2$ لپاره یو $y \in M_2$ د پورته تعریف د خوینو سره سم شتون ونه لري یا موجود نه وي.

که R_1, R_2, R_3 : د M_1, M_2, M_3 همداسی M_2, M_3, M_4 تر منځ اړیکي وي نو د یوځایوالی یا ځنځیروني لپاره لاندې اسوځیاتيو قانون باور لري:

$$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3)$$

بنوونه بی د ضرب یا ځل تعریف د استعمال له لاری ساده ده. د اسوځیاتيو قانون اجازه راکوي چې له ډیر واره ضربولو یا ځلولو وغږیږو چې جوړول بی د نوکان اینولو خپلواک دي. د ساده والی له دې R_1, R_2, \dots, R_m په ډیری M کی ۲ - ئیزي اړیکي وي. نو $R_1 \circ R_2 \circ \dots \circ R_m$ له ټولو هغو جوړو (x, y) جوړ دی، د کومو لپاره چې غږي $x = x_0, x_1, \dots, x_{m-1}, x_m = y$ موجود وي $(x_{i-1}, x_i) \in R_i$ د سره د $i = 1, \dots, m$ لپاره. مور دې ته پام راگرځو، چې په ډیری M کی د اړیکو R_2, R_1 یوځایوالی کی کموتاتیو قانون باور نه لري یعنی

$$R_1 \circ R_2 \neq R_2 \circ R_1$$

پيژند: وي دي $R \subset M \times N$ يوه دوه نيزه اړيکه. د R په څنډ اړيکه R^{-1} بيا

لاندي دوه نيزه اړيکه د $R^{-1} \subset N \times M$ او M ترمنځ ده:

$$R^{-1} = \{(y, x) \mid y \in N, x \in M, (x, y) \in R\}$$

د بيلگي په توگه اړيکه «کوچنی له» د ټولو رييلو گنونو سټ يا ډيري کی د «لوي له» په څنډ يا چپه يا مخامخ اړيکه ده.

جمله: که R_1, R_2 په M کی اړيکي وي، نو لرو:

$$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$$

او

$$(R_1^{-1})^{-1} = R_1$$

حل(اوبی): دويمه غوښتنه د تعريف پسی ټرلی لاس ته راځي. ددي لپاره چی لومړی مساوات حل يا ابی کرای شو، لیکو، چی $R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ څه مانا لري:

$$R_2^{-1} \circ R_1^{-1} = \{(x, y) \mid$$

$$R_2^{-1} \circ R_1^{-1} = \{(x, y) \mid (y, x) \in R_2 \text{ او } (x, y) \in R_1 \text{ د دي سره } y \text{ يو موجود دی}\}$$

$$= \{(x, z) \mid (z, y) \in R_2 \text{ او } (y, x) \in R_1 \text{ د } y \text{ موجود دی}\}$$

$$= \{(x, z) \mid (z, x) \in R_1 \circ R_2\}$$

$$= (R_1 \circ R_2)^{-1}$$

پای

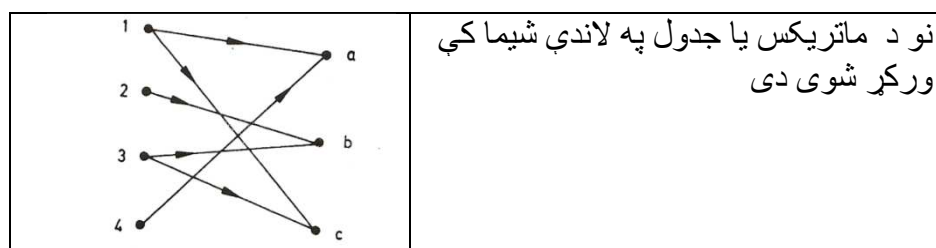
په دي برخه کی د اړيکو انځورولو غبريلو چی ليدور وي. دا طبعاً د پای سټ يا ډيرييو لپاره کرای شو او چی نسبتاً کم غري ولري. لومړی امکان یی د ماتريکس په څير انځورونه ده(دا دي زما د شميرپوهنی کتاب) بنسټونه (۱۱ الف برخه کی وکتل شي) او يا د يوه جدول له لاري. وي دي $R \subset M \times N$ يوه اړيکه $m = |M|$ او $n = |N|$ مورن د R اړيکو ماتريکس لاس ته راوړو، په کوم کی چی مورن ته يو دوه ډيمنز يونال) دوه

اړخيز يعنى جدول په هواره كى . يادونه : كرسنه يو اړخ، هواره دوه اړخه او هوا يا فضا درې اړخيز بلل كيږي (Dimension پراخيدونى، دا په دې مانا، چې د بيلگي په توگه يو تن يا بدن يا هغه په ورسره بلد نامه جسم درې ديمنزپنال دى يانې درې لورو ته پراخيدى شي جدول په لاس راځي چې m ليكي او n درځونه ولري او هره ليكه همداسى درځ يو د M توكى همداسى د N توكى باندې تنظيم شي)

دلته بايد هر توكى تيك يوځل رامنځ ته شي. (د $x \in M$ ليكى يا كيلى د $y \in N$ د درځ غوڅي په ځاي 1 ليكو، كه $(x,y) \in R$ وي په غير له دې 0 . په دې ډول R پوره تشرېح شو. په M كى د يوې اړيكى لپاره جدول يو څلورى - بيبيزي - يا مربع ماتريكس دى د M ليكو او درځونو سره

بيلگه: وي دې $M = \{1,2,3,4\}; N = \{a,b,c,d\}$ او

$$R = \{(1,a); (1,c); (2,b); (3,b); (3,c); 4,a\}$$



| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 0 | 0 |

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

«پورته او د راتلونكى مخ»

بل امكان يى د غشو دياگرام انځورونه ده (لور لرونكى كرښى). دلته د M او N توكى يو په بل ولاړ انځوريري او x څخه و y ته «غشى وكاږي كه $(x,y) \in R$ وي دا

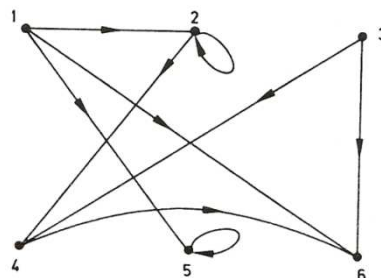
اړيکي په ش ؟؟؟ کي ليدل کيږي دا انځورونه داسی په نامه جوړه لورلرنکی گراف ورکوي. که بالاخره R يو دوه ځاييزه اړيکه په M کي وي نو گراف کيدی شي نور هم ساده وليکو.

M د هر توکی په يوه ټکي يا « غوټه » تنظيميږي او د M تنظيم شوي توکی سره په نڅبنه کيږي. نو بيا له x څخه و y ته بيا يو غشی کارو، که $(x,y) \in R$ وي. يو لور لرونکی گراف لاس ته راځي .

بيلگه : وي دي $M = \{1,2,3,4,5,6\}$ ، او

$$R = \{(1,2), (1,5), (1,6), (2,2), (2,4), (3,4), (3,6), (4,6), (5,5)\}$$

د R گراف په لاندې څيره کي انځور شوي



څيره ۶

دا څرگنده ده ، چي لکه څنگه چپه، داسی لوريز گراف يوه اړيکه انځوروي. که وي $(x,x) \in R$ نو د R گراف په x کي يوه راگردونکی يا کړی لري.

د اړيکو لپاره ټاکلی کارونی يا کاروايي يا عمليي له دي انځوروني سره بڼه بيانيدلی شي. د R لپاره جدول څخه د R د کملپمنت جدول لاس ته راځي، که د هر 0 په ځاي 1 او د هر 1 په ځاي 0 وليکل شي، په څټ اړيکي R^{-1} هغه جدول دی، چي لیکه) دا ما زياتو ځايونو کي کيله لکلی (د درځ) درځ يانی ولاړه کيله يا لیکه (په ځاي او درځ د لیکي په ځاي ځاي په ځاي شي) زما د شميرپوهنی کتاب ۱۱ الف برخه دي پرتله شي، نو ترانسپوني ماتريکس لاس ته راځي. جدول و $R1 \circ R2$ ته د ماتريکسونو د ځل څخه لاس ته راځي) زما د شميرپوهنی کتاب ۶ الف برخه دي وکتل شي (د R1 او R2 جدولونو) په همدې لړپړلپسی (که په ځل ماتريکس کي له 0 نابرابر په ځاي 1 ځاي

کري. د $R-1$ گراف د R له کراف څخه داسی لاس ته راځي چی د R گراف کی « غشی راچه یا راوگرځول شي». د $R_1 \circ R_2$ په گراف کی د x څخه و z ته غشی شته که y لپاره یو غشی د x څخه و y ته غشی موجود او له y څخه و z ته یو غشی موجود وي.

د دې گراف سره د جملی ۹ الف ۱ بنوونه او د اسوڅاتیو قانون په ساده توگه لیدل کیدی شي. لوستونکی دې دا جملی د گراف په مرسته فرمول بندی کري .

د اړیکو ځانگړي ټولگي

په ډیری M کی دوه ځاییزې اړیکې د $M \times M$ برخدیری په څیر گڼو. په M کی یوه ځانگړې اړیکه کټمټوالی اړیکه په M کی ده او په لاندې ډول یې پیژنو یا تعریفوو

$$I = \{(x,x) \mid x \in M\}$$

د I سره هر توکی خپل ځان سره په اړیکو کی ولاړ دی، مگر دوه توپیریدونکی توکی یو د بل سره په اړیکو کی نه دي ولاړ. په څرگنده توگه باور لري $I = I^{-1}$ د I گراف په هره غوټه کی یوه گردونکی (کړی) لري. او په غیر له دې بل غشی نه لري. د I جدول یوونماتریکس دی

پیژند: اړیکه R په M کی رفلکسیو (reflexive) بلل کیری، که باور ولري: $I \subset R$ دا په دې مانا چی د ټول $x \in M$ لپاره $(x,x) \in R$ د یوه رفلکسیو اړیکې گرافیکي انځورونه کی گراف په هر ټکي یوه کړی راگرځوي. د یوه رفلکسیو اړیکې بیلگه د ریبل گڼونو په ډیری کی د « کوچني یا لوي » اړیکي دي او په یوه هواره کی د غبرگو کربنو ډیری. د یوه رفلکسیو اړیکې له مخه یو څو لاس ته راوړنی راوړو چی لوستونکی دې د گراف له لاری و آزمایي

۱) که R رفلکسیو وي نو R^{-1} هم

۲) که R_1, R_2 رفلکسیو وي نو $R_1 \circ R_2$ هم

۳) که R رفلکسیو وي نو لرو $R \subset R \circ R$ که یوه اړیکه R کومه جوړه $x \in (x,x)$ M ونه لري نو R ایرفلکسیو دی. دلته R ټیک هلته یعنی هلته او هلته رفلکسیو دی چی د R کمپلیمنت ایرفلکسیو وي. اړیکي « و... ته اور توگونال » یو ایرفلکسیو اړیکه ده د

یوې هواري د کرنو ډیری کی ، ځکه چی کرنی د خپل ځان سره پخپله اورتوگونال نه دي یا په بل عبارت : هیڅ کرنه د ځان سره اورتوگونال ده یانی په ځان نیغه نه شی دریدلی. په ایرفلکسیو گراف کی کوم ټکی گردی یا کری نه لري.

دا په گوته کوو چی، یوه اریکه هم نه رفلکسیو او هم ایرفلکسیو کیدی شي. ددی سره سم د $(x,x) \in M$ ادا مانا لري چی R «رفلکسیو نه دی»، نو یو x شته د کوم لپاره چی لرو

پیژند: یوه اریکه R په ډیری M کی سیومتري بلل کیږي، که له $(x,y) \in CR$ څخه لاس ته راشی. $(y,x) \in R$ په نورو کلیمو: دی $(x,y) \in R$ ټیک هلته یا هلته او هلته یا هلته اویه څټ، که $(y,x) \in CR$ وي او همداسی که $R = R^{-1}$ وي.

د یوه سیومتري اریکی گراف اریکی کی ټیک هلته له x و y ته غشی شته که له x و y ته هم یو غشی موجود وي. سری واي چی لوریز گراف سیومتريک دی. د سیومتري اریکو ماتریکس سیومتريک دی، په دی ډول چی په اصلي نیمي قطر) یوه هندارونه (له کین پورته و بني لور کښته ته (په خپل ځان پریوزي.

بیلگه : اریکی « غبرگ و... ته » یا « اورتوگونال Orthogonal و... ته » د یوې هواري کرنی یو سیومتري اریکه ده. اریکی « ورونه د » په همدی ډول د انسانانو په ډیری کی سیومتريک اریکی دي .

پیژند : یوه اریکه R په ډیری M کی اسیومتريک، که له $(x,y) \in R$ څخه لاس ته راشی

$$(y,x) \in R.$$

د دي سره یوازښته دا هم دی.

په اسیومتري اریکو کی زیات تر زیات یواځي دیوې لوري یو غشی شته او له دواړو خواوو دا ناشونی یا ناممکن دی. ددی په څټ مانا لري R «نا سیومتري دی» ټیک هلته چی یو غشی (x,y) موجود وي، په کوم کی چی په څټ یا چپه لورکی دا غشی « (y,x) نه وي موجود.

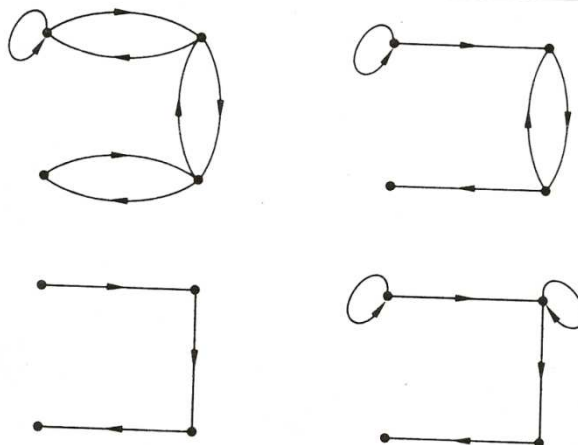
د بیلگې په توګه اړیکې « لور د » یا « ځوي د » اسیومتری دی د ټولو انسانانو په ډیرې کې. یو اسیومتری اړیکه حمتي ایرفلکسیو ده) په ګراف کې ګردی یا ګری نه شته. (ځګه چې له $(x,x) \in R$ لاس ته راځي $(x,x) \in R$ ، نو یو مخامخوالی یا تضاد دی. که R اسیومتری وي، نو- R هم بیرته اړیکې شته چې نه سیومتری وي او نه اسیومتری. د اړیکې د « ورور د » د ټولو انسانانو په ډیرې کې دا حالت دی. سړی د نا سیومتری او اسیومتری اړیکو ترمنځ توپیر باید وکړای شي. بالاخره یوه دریمه کلیمه هم شته، کومه چې له دواړو توپیر لري

پېژند: یوه اړیکه R په ډیرې M کې انتیسیومتری بلل کېږي، که له $(x,y) \in R$ او $(y,x) \in R$ څخه لاس ته راشی $x = y$.

له دې سره ورته (اکویوالنت) دی. $R \cap R^{-1} = I$.

په یوه انتیسیومتری اړیکې کې کیدی شي دوه مختلفو ټکو ترمنځ زیات تر زیات یو غشی (یواځې په یوه له دې دوه لورو وجود ولري) چې د اسیومتری اړیکو په خلاف ګردوني (ګری) هم وجود لري.

بیلګه : اړیکې « کوچنی یا مساوي » (\leq) د طبیعي اعدادو یا -ګڼونو ډیرې کې انتیسیومتری (او رفلکسیو) دی همدا ډول د یوې ځای په ځای ډیرې برخډیریو اړیکې $A \subset B$ د برخډیریو A, B لپاره انتیسیومتری دي. په لاندې څیرو کې لومړی ګراف یو سیومتری بنایي، دوهم نه سیومتریکی) مګر نه اسیومتریکی(، دریم یو اسیومتریکی او څلورم یو انتیسیومتریکی اړیکې په ګوته کوي. څیره ۷



پيژند : يوه اړيکه R په يوې ډيری کي ترانسيتيو ده، که له $(x, y) \in R$ او $(y, z) \in R$ څخه لاس ته راشي $(x, z) \in R$ د دي سره مساوي ارزښته لاندې شرايط $R \circ R = R$ هم دي



څيره ۸

د R اړيکی گراف لپاره ترانسيتيويتي Transitivity په دي مانا دی، چی د x څخه و y ته د غشي موجودیت او له y څخه و z ته د غشي موجودیت څخه د غشي موجودیت له x څخه و z ته لاس ته راځي .

بیلگه : اړيکی « يو سرک د .. په منځ کی موجود دی » د يوه هیواد ښارونو په ډيری کی ترانسيتيو دی، اړيکی \leq په R کی ترانسيتيو دي، همدابول ترانسيتيو اړيکه ده، د ډيری M په پوتنځډيری $P(M)$ کی

هرې اړيکی R ته په M کی يو يواځنی ټاکلی « کوچنی » ترانسيتيو اړيکه T په M کی موجود ده د $T \subset R$ سره دلته « کوچنی » په دي مانا دی، چی S « ترانسيتيو

دی او له « $S \subset R$ لاس ته $S \subset T$ راځي. نو T داسی لاس ته راځي

$$T = \{(x, y) \mid (x, y) \in R \text{ او يا غري } z_0, z_1, \dots, z_m \text{ شته د}$$

دې مانا دی، چی د x څخه و y ته يو غشي کښل کيږي که څوک د يوه ټاکلي غشي) د $(x, z_0) \in R, (z_{i-1}, z_i) \in R, i = 1, \dots, m$ او $(z_m, y) \in R$ د اړيکی گراف کی، دا په R په اوږدوالي له x څخه و y ته راتلی شي. اړيکی T د اړيکی R ترانسيتيو پټونی، پوښ يا (سمخ) بلل کږي.

بیلگه : په مخ ته تير سيومتريک لپاره پيژند کی ښی گراف د کين گراف انځوروني لپاره يو ترانسيتيو پټونی دی يا سمخ ده .

ایکووالنتریلیشن یا برابری اریکی یادونه

دی ته که هم ارزبنته - یا همغه ارزبنته اریکی ووايو بنه به وي، خو ما دا په کتاب کی برابری اریکی بللی . د اکو -یوالنت مانا هم ارزبنته ده .

پیژند یا تعریف :

په ډیری M کی یوه اریکه R برابر اریکه یا هم ارزبنته اریکه بلل کیږي، که هغه رفلکسیو، سیومتری او ترانزیتیو وي. که xRy وي نو وایو چی x و y سره برابر دی) د اریکی R لاندې (

بیلگه :

د مساوات (برابر و) اریکه یوه برابر اریکه ده (هر توکی یواځي و خپل ځان سره برابر یا د ځان سره اکویولیت دی). اریکه « غبرگ و...ته » په هواره کی د کربنو ډیری کی برابر اریکه ده. په Z کی د xRy اریکه ، که x او y د 5 باندې ویش سره همغه پاتی) باقی(ولري، برابر اریکه ده . په M کی دې R یو برابر اریکه وي او $x \in M$ ، نو لیکو: $R[x] = \{ y | (x,y) \in R \}$

او $R[x]$ د x برابر تولگی و R ته بولو $R[x]$. د ټولو x څخه د R لاندې د M توکو څخه جوړ دی.

جمله : دوه هم ارزبنته یا برابر تولگی $R[x]$ او $R[y]$ د R هم ارزبنته اریکو له مخی یا کتمتی دي او یا پردی..

حل یا اوبی: $R[x]$ او $R[y]$ دې بیگانه نه وي. مور بنايو چی دانو گتمتی دي. مور یو غری z له $R[x] \cap R[y]$ ټاکو، چی باور لري ($(x,z) \in R$ او $(y,z) \in R$) پس $(z,y) \in R$. هم له دې سملاسي لاس ته راځي $(x,y) \in R$ ، وي دې $v \in R[x]$ په خوښه،

نو $(v,x) \in R$ لرو. د $(x,y) \in R$ له امله لاس ته راځي $(v,y) \in R$ او له دې امله $v \in R[y]$ ، باور لري :

$$R[x] \subset R[y]$$

په ورته ډول بڼايو چې $R[x] \subset R[y]$ او له دواړو لاس ته راځي $R[x] = R[y]$.

پيژند: وي دې M يو ډيرى او $A_i, i \in I$ يود ناتشو د M برخډيريو ډيرى $A_i \subset M$ ډيرى پارتيشن (Partition) تجزيه يا ټوټونه جوړوي، که له $i \neq j$ څخه $A_j = \emptyset$ $A_i \cap$ لاس ته راشي او که ولرو

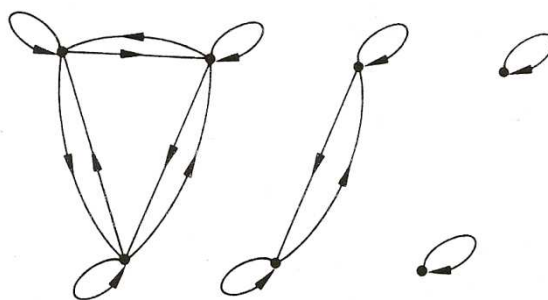
$$\bigcup_{i \in I} A_i = M$$

وايو: ډيرى M د A_i څخه پردى ټولنه ده.

جمله: په M کې د يوه ورته اړيکې پسې A_i ورته ټولگي د M يوه تجزيه يا ټوټونه جوړوي.

حل (اوبى): دا يو شرط د اخرنى جملى څخه لاس ته اځي. دا چې يو ورته اړيکه رفلکسيو ده، نو تل باور لري $x \in R[x]$ او له دې امله هر د M توکى په يوه برابر ټولگي کې پروت دى*.

په گراف کې په ساده توگه پيژندل کيږي چې برابر اړيکې ورته ټولگي دي. دا په گراف کې د ټکو هغه ډيرى ده، په کومو چې. دوه ټکي په يوه غشي سره تړلي دي. د بلې څيرې گراف (لاندي څيره) يو ورته اړيکه انځوروي.



مور و لیدل چی د ډیری M هر ورته اړیکې پورې په M کی یوه تجزیه یا ټوټونه اړه لري. له دې یی په څټ هم باوري کيږي. وې دې $A_i, i \in I$ په M کی یوه تجزیه یا ټوټونه ده، نو کیدی شي چی په M کی یوه اړیکه R په لاندې ډول تشریح شي.

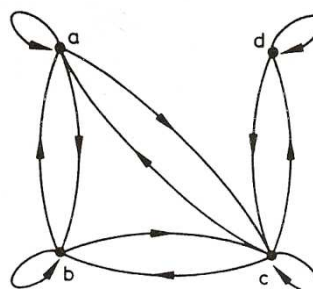
دا چې $(x, y) \in R$ هلته او هلته باور لري، کله چې یو $i \in R$ شتون ولري د $x \in A_i$ او $y \in A_i$ سره. په ساده ډول لیدل کيږي چی داسی اړیکه R یوه برابرېون - یا مساوات اړیکه ده او د هغې ورته ټولګي همدا د A_i ډیری دي. د تجزیې څیرنه په همغه مانا ده لکه د برابر اړیکو څیرنه کیدی چی برابرېون اړیکې R د برابرېون نخبونوی ټولیزوالی یا عمومیت په توګه و نیول شي. اړیکه R وایي یا افاده کوي، چی ټوکی x, y د xRy سره، د یوه ځانګړي لیددود له مخی «برابر یا مساوي» و لیدل شي. دا ډیرواره د x او y لپاره د مساوي ارزښت «نخبو یا علامو» د M ټوکو خویونو په څیر افاده کیدی شي یا ویل کیدی شي. دوه نفره ورته بلل کيږي، که یو ډول سترګي یا همغه تابعیت یا یو ډول غورونه او داسی نور ولري. دوه ټولګیونه ورته دي، که د یوه ټولګن سره په ویشلو وروسته همغه پاتی ولري یو ورته ټولګي د دې نخبو یو ټاکلی ارزښت په ګوته کوي.

حالت په بل ډول دی، که اړیکې S سره د انسانانو په ډیری کې xSy وي، داسی چی x او y یوه شریکه ژبه باندي واك ولري S . رفلکسیو او سیومتريک دی، مگر په ټولیزه یا عمومي توګه ترانزیتیو نه دی. داسی اړیکي زغموالي اړیکې یا زغموړ اړیکې (تحمل کیدونکي اړیکي) بلل کيږي. ځکه چی x او y یو بل «زغمی» یا «تحمل» کوي، په داسی توګه چی یو له بل سره په خبرو پوهیږي. دلته د ورته ټولګي په ځای د زغم - یا تحمل ټولګي منځ ته راځي، د جوړه زغموړ یا تحمل کیدونکو ټوکو x, y دا په دې مانا د ټوکوسره xSy دا په ټولیزه - یا عمومي توګه نور جوړه ډوله بیګانه نه دي. یو غوره بیلګه یی په ډیری M کی داسی لاس ته راځي چی د ټوکو لپاره یی واټن d ټاکلی وي.

اړیکه R داسی پیژندل کيږي xSy : هلته او هلته، که $d(x, y) \leq a$ د یوه کره څرګند $a > 0$ لپاره باور ولري. دا ټوکی یو له بل سره د زغموړ یا تحملور دي، که د هغو واټن یا فاصله زیات تر زیات مساوي a وي، یعنی که دا ټوکی زیات تر زیات یو له بل څخه a ټوپیر ولري. که $M = R$ وي، نو د بیلګي په توګه $d(x, y) = |x - y|$ یو ناسب واټن دی. لاندې څاپره د یوه تحملووالي اړیکه په ګوته کوي، که کوم کی چی $\{a, b, c\}$ او $\{c, d\}$ غملوالی - یا تحملووالي ټولګي دي.

نظم اړیکې

په ډبرو حالتونو کې ، له شمیرپوهنې دباندي کیدی شي د ځانگړو ډبريو توکو ترمنځ اړیکې لکه « کوچنی له » ، « کم له » ، « کمزوربله » ، « خوندور له » او داسې نور ، ولیدل شي. د ټولو دا ډول اړیکو ترمنځ شریکویونه شته، چې په گڼپوهنه کې د اړیکو د بنسټ په توگه ټاکل کیدی شي،



پیژند: په ډبرې M کې یو نظم اړیکه یا لنډ نظم، رفلکسیو، انتیسومتری او ترانزیریتیو اړیکه R ده.

که R یو نظم وي او $(x, y) \in R$ ، نو زیات وخته داسې هم لیکو $x \leq_R y$ یا $x \leq y$.

که $(x, y) \in R$ او $x \neq y$ وي، نو ددې لپاره لیکو $x <_R y$ ، په داورو حالتونو کې ایندکس یا پیژند نخبه نه لیکو، که څرگند وي چې کوم نظم مو غوښتنه یا مطلب دی.

بیلگه : اړیکه « کوچنی یا برابره » د ریپلو گڼونو ډبرې کې یو نظم دی. اړیکې « په کې ځای ده یا په بر کې نیولی ده یا خوندي ساتي » د هره ډبرې توان (پوتنڅ) ډبرې کې نظم دی. اړیکه $x \gamma y$ ویشي « د طبیعي گڼونو ډبرې کې نظم دی. د پورته کلیمې تر څنگ د کلک نظم کلیمه هم موجود ده. یو کلک نظم په M کې یوه اسیومتری او ترانزیریتیو اړیکه ده. اړیکې R ته د $(x, y) \in S$ سره S هلته او هلته یو کلک نظم اړیکه ده، که وي $x <_R y$ ددې په څېر هم باور لري

پېژند: دوه د ډيری M توکي x, y په M کې د اړیکي R په نسبت یو بل سره پرتله وړ یا مقایسه وړ دي که $(x, y) \in R$ او $(y, x) \in R$ باور ولري..

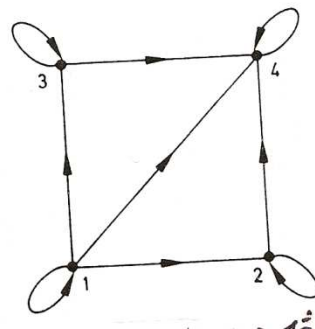
په دې ډول هر توکی د خپل ځان سره پرتله کیدونکی دی. مگر په ټولیزه توګه نسبت و نظم R ته هر دوه توکي پرتله کیدونکي نه دي. لکه په یوه توان ډيري M کې $|M| > 2$ تل یو برخه ډيري په بل برخه ډيري کې خوندي نه دی.. په طبعي یا پیدایښتي ګڼونو ډيري N کې نسبت و نظم $x < y$ « ویشي » هم دوه طبعي ګڼونه د پرتلي وړ نه دي. دا مو لاندې ته راهڅوي.

| | |
|--|---|
| <p style="text-align: center;">4.1</p> | <p>پېژند : یو نظم R په ډيري M کې توتال یا پوره بلل کيږي، که د M هر دوه توکي نسبت و R ته پرتله وړ وي. په بل ډول R ټوټه نظم یا برخه نظم ويل کيږي (په انگلیسي کې poset for partially orderd set)</p> <p>بیلګه : نظم « کوچني یا برابر » په ریلو ګڼونو کې یو توتال یا ټول یا مکمل نظم دی. د M توان ډيري $M > 2$ کې خوندي ساتنه یا ځایونه یو برخه نظم دی، همدا ډول اړیکي $x < y$ « ویشي » په (Z د ټولګڼونو ډيري) کې دا به داسې ګرامري ټیک ووايو: په Z کې په x باندې y ویشلی. (مور یی داسې لولو y, x ویشي، خو ما ځکه بیل سره ولیکل چی اشتباه منځ ته رانه شي:</p> |
|--|---|

د نظم اړیکو انځورونه په یوه پای ډيري M کې کیدی شي د په نامه هازي Hase دیاګرام نظم له لارې ساده شي. دا په دې ډول لاس ته راځي: د M هر توکي لپاره یو ټکی ټاکي او د همغه ټکی سره یې په نخښه کوي. ټکی a, b ټیک هلته په یوه پای کرښي سره تړل کيږي، که a, b یو له بل سره پرتله کیدونکي وي او « ګاونډي » وي. دلته $a < b$ پورته ګاونډی دی (په انگلیسي کې)، " b covers a " که $a < b$ او کوم c موجود نه وي، د کوم لپاره چی باور لری ($a < c < b$) او ترمنځ کومه c نه شته. که b

د a پورته گاونډی وي نو a د b بنکته يا کښته گاونډی دی ، يعني a او b گاونډي دي يا ځنگ په ځنگ. ددې لپاره چی نظم د هازې-دياگرام څخه په يواځنی توگه بېرته جوړ کړو، نو په دې پریکړه کوو چی b له a پورته کارو، که $a < b$ صدق ولري. اړیکې R په ساده ډول اوس د هازې-دياگرام څخه بېرته جوړولی (recunstruction) شو $a < b$: هلته او هلته که له هازې-دياگرام څخه د کرښو یوې پرلپسې) له لاندې و پورته لور ته (له لارې له a څخه و تکی b ته راشو. د هازې-دياگرام کی ټولی کړی، د غشو لورې او ټول غشي، کوم چی ترانزیتيو -یټي له لارې پلاس ته راځي، د R گراف څخه لري پریښوول کیري .

بیلگه : په ډیري $M = \{1,2,3,4,5,6\}$ کی یو نظم د هغه گراف له لارې ورکړ شوي، (لاندې څیره دې وکتل شي). هازې-دياگرام له دپامله لاندې څیره لري، څیره دې وکتل شي (څیره دې وکتل شي



د نظم شوو ډیريو لپاره نورې کلیمې چی زیاتی استعمالیږي هم راوړو. وي دې M یو ډیري د اړیکې R سره او $M, A \subset A$ دې یو د M برخه ډیری وي. یو توکی $a \in A$ د A لوي توکی یا ماکسزیموم بلل کیري، که د ټولو $x \in A$ لپاره باور ولري $x < a$. نو a په A کی او له ټولو $x \in A$ سره پرتله کیدو -نکي ده او داسی نور، لویه یا برابره د هر $x \in A$ سره. په همدې ډول د A مینیموم یا کوچنی توکی هم توضیح شوی دی. مور په دې ټینگار کوو چی په عمومي توگه د یوه منظم ډیري هر برخه ډیري ماکسیموم یا مینیموم نه لري. لوستونگي دې بیلگي ورکړي. گورو چی که ماکسیموم یا مینیموم موجود وي نو یواځنی موجود دی.

که M, A وي، نو $a \in A$ د A ماکسیمال توگی نومیري، که له $x \in M$ او $a \leq x$ لاس ته راشي. $a = x$ په نورو خبرو سره: د هېڅ $x \in M$ لپاره باور لري. $a < x$ دلته دا نه دي غوښتل شوي چې a د A د ټولو توکو سره پرتله کیدونکی وي، مگر a د ټولو $x \in A$ څخه لویه ده، د کومو سره چې پرتله کیدونکی ده. طبعاً ماکسیموم یو ماکسیمال توکی دی، مگر نه په څټ یا بر -عکس. په ځانگړي توگه کیدی شي یو برخه ډیری A ماکسیمال توکی ونه لري یا ډیر ماکسیمال غړي ولري، یو ساده بیلگه دا څرگند کړي. R دې په $M = \{1, 2, 3, 4\}$ کې یو نظم وي، چې د لاندې څیرې (څیره) په گراف کې ورکړ شوی دی. نو بیا د $A = \{1, 2, 3\}$ ډیری دوه ماکسیمال توکي لري، په نامه 2 او 3 مگر ماکسیموم نه لري.

یو مینیمال یا کوچنی توکی m د یوه m له A څخه توکي په څیر، په ورته توگه څر گندیري، د کوم لپاره چې $x \in A$ د $x < m$ سره نه شته. که A پایډیری وي، نو تل ماکسیمال یا لوي او مینیمال یا کوچنی توکي شته.

که M, A وي، نو یو $g \in M$ (نه حتماً په A کې) شته چې د A لاندې پوله یا اینفیموم (Infimum) (بلل کیري، که $g \leq x$ وي د ټولو $x \in M$ لپاره او کوم $g > g_1$ وجود ونه لري، چې هغه هم دا خویونه ولري (g له دې خویونو سره لوي یا ماکسیمال توکی دی).

په ورته توگه د A پورته پوله یا سوپريموم (Supremum) هم ورکړ شوی، د یوه مینیمال یا واره یا کوچني توکی $G \in M$ په څیر د لاندې خویونو سره، چې $x \leq G$ د ټولو $x \in A$ لپاره.

یو مینیموم تل اینفیموم Infimum وي او ماکسیموم تل یو سوپريموم Supremum وي. په ټولیزه توگه حتمي نه ده چې یو اینفیموم یا سوپريموم دې موجود وي، او په ټولیزه توگه یواځنی ټاکلي نه دي، دا په دې مانا چې کیدی شي زیات اینفیمومه یا سوپريمومه موجود وي.

یادونه: د دې د A د پورته پولي یا کښته پولي تعریف تر څنګ یو بل امکان هم شته. دا په دې کې نغښتی چې نه ماکسیمال توکي (همداسی نه مینیمال توکي) بلکه ماکسیموم (همداسی مینیموم) کلیمي وکارول شي. د M, A لاندې پوله به ماکسیموم (که

موجود وي) د ټولو توکو $x \in M$ ډیری وي د کوم لپاره چې $x \leq a$ د ټولو $a \in A$ لپاره باور لري. په ورته ډول د پورته پولی لپاره هم. له دې پیژند یا تعریف سره هم په ټولیزه یا عمومي توګه برخدیری A بی له پورته یا کښته پولی (او حتی د پای ډیریو لپاره هم) ، مګر پورته یا کښته پوله یواځنی ټاکلی، که موجود وي. د لاندې لاتیس (english: lattice, Deutsch: Verband)

نامه نومولی دی - پیژند یا تعریف لپاره دا بی تاثیر ده چې کوم تعریف ټاکل شوی دی .

بیلګه : ډیری $M = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ د نظم \leq سره د هازې-ډیاګرام سره ورکړ شوی. (څیره) ، نو e او f هر یو د $A = \{c, d\}$ سوپریموم دی، دلته $A = \{g, h\}$ سوپریموم نه لري ، $A = \{a, b\}$ اینفیموم نه لري او $A = \{c, d\}$ یواځنی اینفیموم b لري . یو مهم د برخه نیزي نظم شوي ډیر ټولګی داسی په نامه ترونی (Verbände , lattice) په لاتیس کی هر له دوه توکو جوړه شوي ډیری یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په لاندې څیره کی (څیره) د هازې-ډیاګرام لاتیس انځوروي) د ترونی یا لاتیس لپاره دې زما د الجرونو کتاب وکتل شي .

یو مهم د برخه نیزنظم شوي ډیری ټولګی داسی په نامه ترونی (Verbände , lattice) دی. په لاتیس کی هر له دوه غړو جوړ شوی ډیری یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په څیره . ۴ . ۴ کی د هازې-ډیاګرام لاتیس انځوروي (که چیرې مو لاتیس په دې کتاب کی ونه څیره نو دا د نورو ژبو په بنسټیزو کتابونو کی شته).



د بیلګی په توګه د N څخه لاتیس جوړیږي د نظم اړیکو R سره، دی xRy که x باندې y ویشل شي. د x او y سوپریموم k ګ ګ دی او اینفیموم یی g ګ و.

څيرونه

د ډيريو M او N ترمنځ ډيري اړيکي متني دا مانا لري چي د M توکي د N توکو

ترنه ۳ :

د کليمي «اړيکي» (روابط) "Relation" پيژند:

يوه اړيکه له دوه شيانو څخه جوړه ده:

۱ - يوه وينابنه

۲ - يوه جوړه، چي دا وينا يې پوره کوي (چي وينابنه يوه رښتيا وينا کوي) •

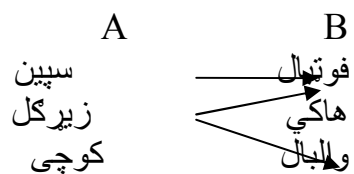
بيلگه :

د يوې کورنۍ د توکو (غرو) ست A دي ورکړ شوي وي او B د لوبو ست •

| | |
|-------|--------|
| A | B |
| سپين | فوتبال |
| زيرگل | هاکي |
| کوچی | والبال |

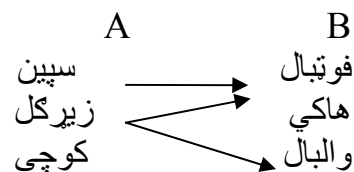
د دواړو ستونو ترمنځ يوه بينار (دوه ځايزه) وينابنه دي يوه وينابنه وي، چي سړی A د B لوبی کوي •

سپين فوتبال لوبه کوي، زيرگل فوتبال او والبال لوبی کوي



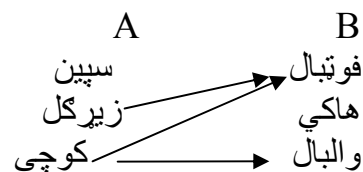
نورې بیلگې

ترمخه مور لاندې ستونه منځ ته ر اوري اودرلوده مو:



مور اوس دواړه ډبرې يا ستونه A او B ساتو ، مگر د دوي ترمنځ نوې اړيکې غواړو وپيژنو يا تعريف کړو:
 بينار(دوه بيزې) اړيکې دې اوس داسې وي، چې « لوبه کوي» او « دا لوبه کوي» نور نه وي .

د دې برسیره دې اړيکې « لوبه کوي » لاندې درې جوړې ولری :
 زيرگل د فوتبال لوبه کوي
 کوچی د واليبال لوبه کوي
 کوچی د فوتبال لوبه کوي
 د څيرې په څير انځور پري:



يانې A د B لوبه کوي

ليدلکيري، چې د دوه ډبريو ترمنځ مختلفې اړيکې منځ ته راتللی شي يا ټينگيدلی شي .

شننيزه انځورونه

مخ ته تيرو مخونوکي مو زده کړل، چې يوې اړيکې پورې دوه شيان اړه لري: يوه وينا بڼه او يوه جوړه، چې دا وينا بڼه پوره کوي .
 کله اړيکې نه دي يا نه شي کيدی، چې ټولې جوړې ورکړای شو، کومې چې په يوه اړيکې پورې اړه لري .

بيلگه ۱

سټ $A = \{1,2,3\}$ او سټ $B = \{1,2,3\}$ دې ورکړ شوي وي. وينابنه کوچنی له يالند $<$

هر زده کوونکی پوهیږي، چې جوړې $(1/3), (1/2)$ او $(2/3)$ دا وينابنه پوره کوي. جوړو گڼلو ته اړنه يو، بلکې دا د وينابنې مخ ته پرته سټ A او B ته.

بیلگه ۲

په ځانگړې توگه دا هلته له پامه غورځول کيږي، چې ټولې جوړې وشمیري، کله چې وينابنو ته مخ ته پراته ستونه يا د ستونو لويي وي او يا ناپای.

بیلگه : سټ : $A = B = \{1, 2, 3, \dots\}$

وينابنه: له پورته لیدل کيږي چې بيخي ناشونې ده، چې ټولې جوړې وشمیرل شي، چې دا وينابنه پوره کوي.

بیلگه ۳

کله کله اړیکه بيخي نه شي انځوریدلی.

بیلگه : که ډېری یا ستونه نارینه M او بنځینه F وينابنه کې راوستل شي، چه « واده له سره ».

دا څوک نه شي شمیرلی (گنلی)، چې څوک له چا سره واده دی او دا نه په برخه اخستونکو ستونو M او F کې ورکړ شوي.

د يوې اړیکې ټیوپ يا ډول

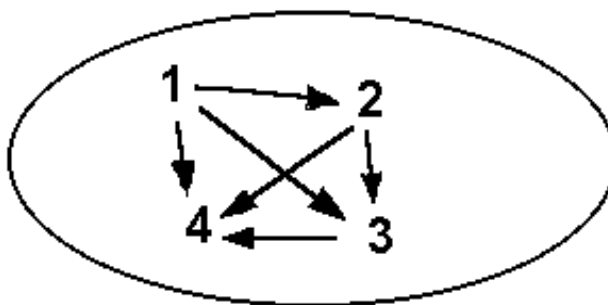
اړیکه په دوه گروپونو ویشل کیدی شي.

۱ - ددوه ډېریو ترمنځ اړیکې

۲ - د یوه سټ په دننه کې اړیکې

ټیوپ ۱ - مور وپیژند

د ټیوپ ۲ - لپاره بیلگه لاندې اړیکې دي (چې په څیره کې کښل شوي دي):



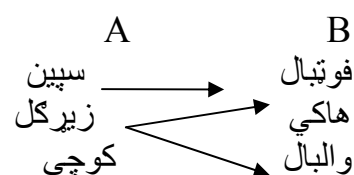
x له y څخه کوچنی دي

د مخ ته تیرو بیلگو په مخامخوالي یا تضاد دلته د ستونو د توکو ترمنځ اړیکې پرته دي
بنسټ سټ ، موخه سټ

Erklärung روښانه ونه

د سټ A (بنسټ سټ) او B (موخه ډیرې) په اړیکو کې په ریښتوني د مخ ته ورشو
(کوچې ، زپرگل) همداسې ورپسې ورشو (فوتبال، والیبال) اړیکې هغه توکي
جوړوي، چې په کارونه کې ونډه لري.

A د لوبغاړو نومونه دي او B د لوبو نومونه دي



بنسټ ډیرې یا - سټ Universal set(domain): {سپین ، زپر ، کوچې }
موخه سټ codomain: { فوتبال ، هاکي ، والیبال }

domain تر مخور شو : { زپرگل ، کوچې }
codomain ورپسې ورشو : { والیبال ، فوتبال }
ځنې شمیر پوهان دا مخور شو او همداسې پسي ورشو، تعریف سټ ، ارزښت سټ یا
تعریف ورشو همداسې ارزښت ورشو بولي

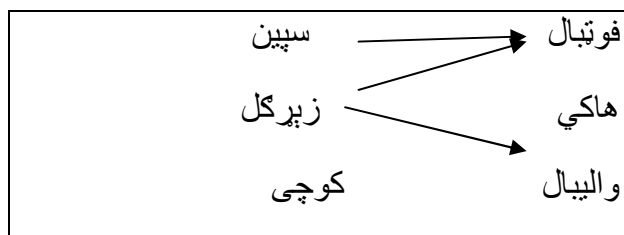
Relationstafel د اړیکو تخته

تراوسه مو ټولې اړیکې د غشیدیاگرام له لارې انځور کړې. یو بل شونوالی یا امکانات
بې د اړیکو تختې له لارې انځورونه ده:

د دې لپاره د بنسټ سټ او موخه سټ توکي په یوه جدول کې لیکو. د بنسټ سټ
توکي په پورته لیکه کې لیکو اود موخه سټ توکي په کین درځ یا کینه مټه کې لیکو.

په صلیبونو (x) سره هغه پیژند یا تعریف ورکول کیري، چې د موخه سټ په توکي
باندي د بنسټ سټ یو توکی تنظیم شوی وي.

د بیلگي په توگه بیرته همغه د لوبو سره بیلگه راوړو



په دې پورې اړونده اړیکتخته په لاندې ډول لیدل کیږي

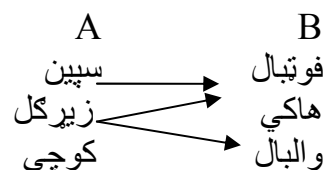
| | سپين | زپرگل | کوچی |
|---------|------|-------|------|
| فوتبال | X | X | |
| هاکي | | | |
| والیبال | | X | |

د کواورډینات سیستم انځور بڼه تر اوسه مو اړیکې د غشیدیاگرام او اړیکتختو له لارې انځور کړي • اوس یو دریم شونوالی یا دریمه شوننیا یا امکان غاړو وپېژنو: انځورونه په یوه کواورډیناتسیستم کې :

د بنسټ سټ توکي په پروت محور (X-محور) په نخښه کوو او د موخه سټ توکي په ولاړ (X-محور) محور په نخښه کوو • د ټکو سره هغه د بنسټیږی توکي او ورسره د تنظیمیږی تنظیم توکو ټاکلي وي

بیلگه

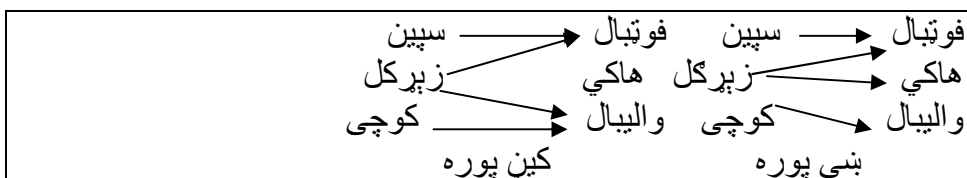
د بیلگی په توگه بیرته هغه بیلگه د لوبو سره بیلگه ټاکو:



په کواورډیناتسیستم کې انځورونه داسې لیدل کیږي

| | | | |
|---------|-------|-------|-------|
| Geige | | x | |
| Flöte | | | |
| Klavier | x | x | |
| | Peter | Josef | Heinz |

کښ پوره کیدونکی اړیکې :
 د A څخه هر توکی کم له کمه د B په یوه توکي تنظیمیږي (پیژندورشو یا مخ ته ورشو او بنسټیزه سټ کټمټ دي)
 بنی پوره اړیکې : د B هر توکی کم له کمه د څیرې په توگه منځ ته راځي (پسې ورشو او موخه سټ کټمټ دي)



بنی یواځنی اړیکې

د بنسټیږی (کښ) هر توکی په زیات ترزیاته د موخه ډیری (بنی) باندې تنظیمیږي .

پام مرسته : غشي بني « بنیلوریز) یواځنی دي .

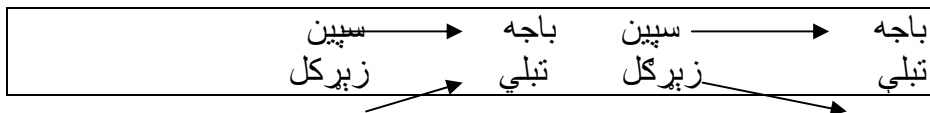
کښ یواځنی اړیکې :

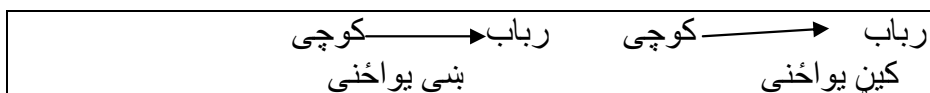
د بنی ډیری هر توکی زیات ترزیاته یو وار د یوې ډیری (کښیږی) د څیرې په ډول منځ ته راځي .

پام مرسته : غشي بني لورته یواځنی دي .

ناتیگوالی!

یا دا لاندې، چې د توپونو(غونډوسکو) په ځای موزیک الې ورکړ شوي دي





تابع یا فنکشنونه د اړیکو ځانگړی حالت:
 یو کینپوره کیدونکی او بنی یواځنی اړیکې یواځنی اړیکې بلل کیږي (فنکشن او یا
 څیروني)

په غشیدیاگرام کې یوه تابع یا فنکشن په دې پیژندل کیږي ، چې د په هر توکی ټیک یو
 غشی پیل کیږي

په څټ اړیکې : په څټ اړیکو کې

۱ – مخ – او پسي ورشوگاني سره بدلیري (پیژندډیری او ارزښتډیری)

۲ – وایابلی یا اوبنتوني سره بدلیري

رفلکسیو اړیکې یابیرته راگرځیدوني reflexive relations

دیاگرام : په هر توکی یوکرئ غشی شته

رفلکسیو اړیکې :

د رفلیکسو اړیکو پیژند : د هرو برابر و توکو جوړه اړیکو پورې اړج لري

د فرمو په څیر یې لیکنه : د ټولو a لپاره باور لري:

$$aRa$$

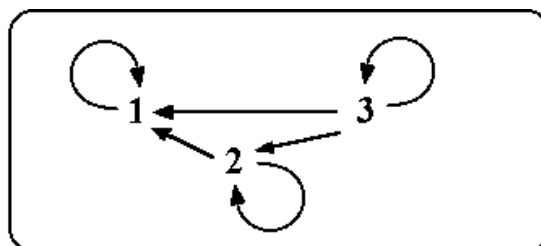


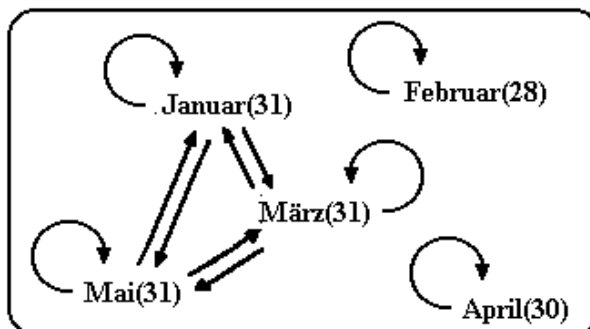
Bild: Die reflexive Relation \geq

څیره: \geq هندارونیزی اړیکې

انتيرفلکسيو (ايرفلکسيو اړيکي

**Antireflexive
(irreflexive)
Relationen**

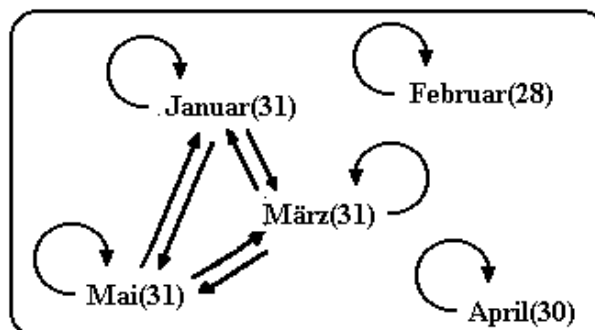
پېژند : په انتيرفلکسيو اړيکو کې په هېڅ توکي کې غښي نه شته
د همغه توکي جوړه اړيکو پورې اړوند نه دي، يا په اړيکو ونډه نه لري •
د فرمول په توگه ليکل يې : $\neg(aRa)$



سيومتريکي اړيکي : symmetric relations

هر غښي ته په څټ غښي شته

که (a,b) اړيکو پورې اړه ولري ، نو (b,a) هم په اړيکو پورې اړه لري •



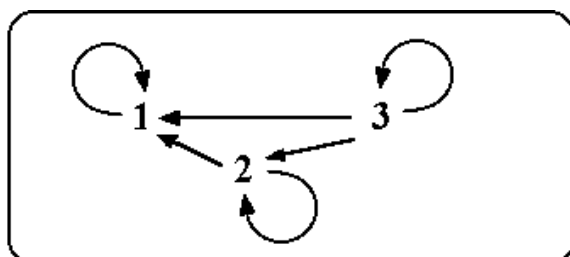
د سيومري اړيکو څيره: « همغومره ورځي لري لکه»

انتيسيمتري اړيکي: Antiasymmetric relations

د انتيسيمتري اړيکو دياگرام : په څټ غښي نه شته •

که (a,b) په اړيکو اړه ولري، نو (b,a) په اړيکو اړه نه لري، مگر که $a = b$ وي •

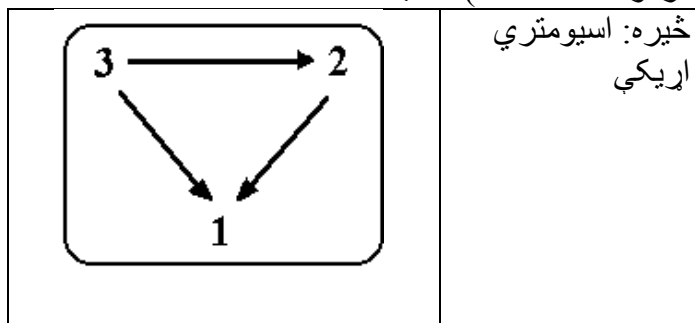
فرمول: $a R b \wedge b R a \Rightarrow a = b$



Antisymmetric relations \geq : ناسیومتریکی اړیکې پورته څیره

اسیومتریکی اړیکې
asymmetric relations (Asymmetrische Relationen)

د اسیومتریکی اړیکو دیاگرام نه په څټ غشی لري او نه کړی غشی لري •
د اسیومتریکی اړیکو پیژند: انټیرفلیکسیو او انټیسیومتریکی اړیکې
فرمول: $aRb \Rightarrow \neg(bRa)$



د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوي ليکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra :
general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren .
Uni. Wien

*Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras,
at the University of Vienna/Austria*

لاندي د شميرپوهني پښتوتول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه، له
خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

درېم: د شميرپوهني ستر کتاب: د شميرپوهني برسیره د انجنري، فزيک او اقتصاد
لپاره، همداسې د بنوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ
او دا نوې ليکنه به يې ځنو ځايونو غزېدلې او ځني ځايونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمکچپوهنه (هندسه)، په سلو، زرو کې شميرنه، د گټې - او کټې د کټې
شميرنه، د احتمالي شميرنه کتاب د بنوونځي ټولې اړتياوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شميرپوهني انگرېزي - پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شميرپوهني الماني - پښتو - او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځيال برابرېون (دا کتاب په دې څانگه کې يو پيل دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهني فرمولونو ټولگه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمير پوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپيني خبرې: په المان کي

،د افغانستان روغي او بيا ابادولو ټولنه، له خو

يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،د افغانستان روغي او بيا

ابادولو ټولنه، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،ميري،، شينواري ليکني او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)

لاندې د برينکمن ليکني چې له پرينکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمير پوهنه د بنوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ - شمير پوهنه د بنوونځي لپاره دويم ټوک

۳ - شمير پوهنه د بنوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د بنوونځي لپاره

۵ - احصايه يا ستاتيستیک دینوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتگارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ - اناليزی ۱

۷ - اناليزی ۲

۸ - کرينيز الجبر

۹ - د شميرپوهني بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولگه

۱۱ - فنکشنل اناليز

۱۲ - وکتور شميرنه

نورې ژباړې

۱۳ - له www.grundstudium.info/linearealgebra څخه: کرينيز الجبر

۱۴ - Georg Guttenbrunner گڼونپوهنه يا د اعدادو تيوري

زما ليکني

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهني ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهني برخې برسیره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسي د بنوونکو او زدهکونکو لپاره پوره گټور دی. په

کتاب کي د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلي

- ۱۶ - ځمکچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره
- ۱۷ - الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره
- ۱۸ - ډېری پوهنه یا سټ تیوري
- ۱۹ - د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)
- ۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک
- ۲۱ - د شمیر پوهنې گډې وډې لیکنې
- ۲۲ - داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې مناسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال شمیرنو ته
- تمرینونه او اوبیوني یا حلونه یې
- ۲۳ - د شمیرپوهنې انگریزي پښتو او عربي + درې ډکشنري
- ۲۴ - د شمیرپوهنې پښتو انگریزي ډکشنري
- ۲۵ - د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه
- ۲۶ - د زره له کومې (دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)
- ۲۷ - د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې و به غزیري.
- نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي
- د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتکارت پوهنتون ن ج څخه خپریري:
- د گروپونو تیوري
- د بنوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولگي څخه تر اووم ټولگي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره بڼه لیکنه ده، چې د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیوني سره په کې راغلي او ماته زیات گټور برېښي)

**Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library**