Set theory دېرې پوهنه یا

Ketabton.com

لیکونکی : ډاکتر ماخان (میرزی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلوي ښبنتن په نامه

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

smakhan1946@gmail.com

کتاب پيژندنه

د کتاب نوم: ډېرى پوهنه

ليکونکى: ډاکتر ماخان،، ميرى،، شينوارى

د خپريدو لړى

خپرندوى: د افغانستان کلتوري ودې ټولته

جرمني

چاپ کال ۲۰۱۲

چاپ چارې

دانش خپرندويې ټولنې تخنيکي څانګه

WWW.danishpress.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

ذ اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کته ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکونکي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمني، د غږو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډيپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډيپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګاڼه وال، ښاغلی ډاکترمانوګل ګاڼه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډيپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډيپلوم انجنير او ډيپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

نه د ټول په پای کې زما له ميرمن ښاپرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۰۱۲ ز ک

نیولیک

د لیکونکي سریزه
ډیرۍ پوهنه ۱
سټ او د سټ توکی ۲
د ډیریو ترمنځ اړیکې ۶
برخه سټ ۸
د برابرونونو او خوندې ساتنو خویونه ۱۰
ټولنډیرۍ یا سټ اتحاد ۱۲
غوڅډیرۍ ۱۴
د یوې ډیرۍ کمپلمنت یا پوره کوونکی ۱۹
څیرونه mapping یا اړیکې: ۱۹
نښلونه ۱ ۲۹
ترړنه ۲ : ۳۸
د ډیریو ترمنځ اړیکي ۳۸
ترړنه ۳ : ۵۷

سریزه

ګرانو لوستونکو!

(c) ketabton.com: The Digital Library

که تاسو د نړۍ د شمیرپوهنې بنسټیز کتابونه ګورئ، نو وبه وینئ، چې د شمیرپوهنې سم - اند تر څنګ ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري د کتابونو په لومړۍ برخه کې ځای نیولی او وبه ګورو ، چې شمیرپوهنه کې د ډېرۍ پوهنې رول غوره دي، چې بې له ډېرۍ پوهنې شمیرپوهنه ناشونې ده.

ما دا کتاب د اړتیا څخه زیات غزولی او پوهیږم، چې دا زما له کتابونو پرته یو چاپ ما لیدلی، خو متآسفانه، چې ما نه دی لوستلی، دا په دې معنا چې لاس ته مې نه دی راغلی.

دا موضوع تکرار لري، خوپه بل ډول، چې ګټور به وي او نه ستړی کیدونکي . وایې، چې دوه واره ګنډنه کلکه وي.

دلته هم موږ د عربي داسې کلمو سره ګیر یو، چې په شمیرپوهنه کې یې کاروو، مګر په معنا یې نه پوهیږو او نه پوهیږو، چې دا عربي به یې ټیک او که ناټیک وي.

پښتو نوموه ونې یې ډېرې ښې ساده او – دا چې خپله ژبه مو ده- زر پوهوږ دي.

له پښتو مه داریږۍ، خپله ژبه مو ده او هرڅه په خپله ژبه ساده او زر پوهوږ وي.

ما دا نوموني له خپله ځانه نه دي ټاکلي بلکه په ژبه کې مو له شته رانیولي، چې همغه ترې پوهیدنه په ښه توګه روښانه کوي، غوره تعریف دی، چې باید ټیک وي.

ډېرۍ د ډېر یا ډېرې سره توپیر لري، چې زیات ورته هم وایو او باید د ډېر سره بدله نه شي، دا به د ډېرۍ له پیژند څخه جوته شي.

دلته به هم تکرار کړم، چې ما په یوه وار ډېر کار رامخ ته کړي، دا همغه د وړي خبره ده، چې څومره د خوړلو زور وي له هغې سړی زیات رااخلي، نو هرو مرو به ناټیکاوي په کې وي، خو دا به مو د شمیرپوهنې په اړخ کې د ستونځو سره مخ نه کړي.

ستاسو ماخان شینواری.

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ . ډیرۍ پوهنه Die Mengenlehre, the set theory

سټ تیوري (ډیرۍ پوهني) باید خپل ځاي په شمیرپوهنه او همدا ډول په نورو پیداینتي- یا طبیعی پوهنو کې نیولي وي، نو له دې امله د لنډ تیر وخت را په دې خوا په پرمختللو هیوادونو او اوس هم په افغانستان کې د ښوونځیو په لیکلوست کې پیل شوه، ځکه چې بې له ډیریپوهني شمیرپوهنه بې مفهومه ده او ناشوني. دا به له دې لیکنې څخه همدا اوس ځرګنده شي، چې پیداینتي یا طبیعي ګڼونه یا - اعداد او هرڅه د ګڼونو په څیره کې ، چې موږ ته ځرګند وي هغه ټولې فقط ډیرۍ یا سټ دي او بل څه نه دي.

ډیریپوهني په پرمختللو هیوادونو کې هم په خپلو لومړنیو وختونو کې د میندو او پلرونو لپاره ستونځې پیدا کړي، ځکه، چې دوي د ډیریپوهني سره بلد نه وو او د خپلو کوچنیانو سره یې مرسته نه شوه کولی.

د ډیرۍ کلمه له ګڼونو یا اعدادو پخوانۍ ده، که څه هم پخوا انسانانو په خپله خوښه، لکه اوس ، نه ښووله .

په تراوس ورسره بلد ډول هم ډیرۍ پیژندل کیږي، لکه د ښوونځی نجوني او هلکان، یا په یوه ټولګی کې میزونه او چوکۍ، یا لکه هغه نیزوړي، چې نیز راوړي او د سپین په پټي کې یې ډیرۍ ډیرۍ اچولي یا د هسکې مینې د ښوونځي په لسم ټولګی کې د زده کوونکو، کتابونو، کتابچو پنسلونو، څوکیو او میزونو ډیرۍ یا سټ.

موږ په افغانستان کې هم د ډیرۍ یا سټ له کلیمي سره اوس بلد شوي یو که څه هم د بیلو بیلو پردیو نومونو لاندې، چې زما په اند به زده کوونکو او ښوونکو ته یواځې ذهني غوره والي لري، زه غواړم، چې د ډیرۍ څو مختلف پیژندونه یا تعریفونه ورکړم، چې ښه مو ورته پام راوګرځي، دا له دې امله هم، چې د ډیریپوهني غوره والی ته مو نور هم پام راوګرځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډيرئ پوهنه د شميرپوهني سته جوړوي او د شميرپوهني ټولي څانګي په ډيرئ پوهنه ودانې دي٠ نن شميرپوهنه بې له ډيرئ پوهنې داسې وده نه شي کولی او سټه يې وزي٠

پيژند ۲ ٠ ۱

د الماني شميرپوه کانتور(George Cantor 1845 – 1918) پيژند:

زموږ د فکر او ليد څرګند ټاکلو ، ټيک يو له بل توپيرکيدونکو شيانو ټولګي

(يوځايتولولو يا مجموعي) ته سټ (ډيرئ) وايي او هر شي ته، چي ډيرئ يې جوړه کړي يا سټ (ډيرئ) ترې جوړه شوي وي، د سټ (ډيرئ) توکی وايي.

په پورته کې ټيک يو له بل توپيرېدونکي په دې معنادی، چي د ډېرئ يا سټ توکي يو د بل سره توپير لري او هيڅ توکی دويم وار په کې په تکرار نه شته.

(سټ او د سټ توکی Set and elements of set)

بيلګه :

عددونه (ګڼونه) ، نومونه، او توري کيدی شي د ډيريو بيلګو په توګه راوړل شي٠

ګورو، چي د ډيرئ کلمه په شميرپوهنه کې بل ډول ده لکه په ولسي ژبه کې، چي دلته ډيرئ د څنو شيانو زيات يوځاي کول موخه ده، د ځانګړو شرايطو لاندې.

په شميرپوهنه کې ډيرئ په لويو لاتين تورو ليکل کيږي لکه ..A,B, او يا ,M,N ....X,Y, د ډيريو توکي د لاتين په کوچنيو تورو ليکل کيږي، لکه ...a,b,c, او...m,n,x,v,

د دې لپاره، چي وپوهيږو، چي ايا توکی a د ډيرئ A توکی دی که نه نو ليکو: $a \in A$

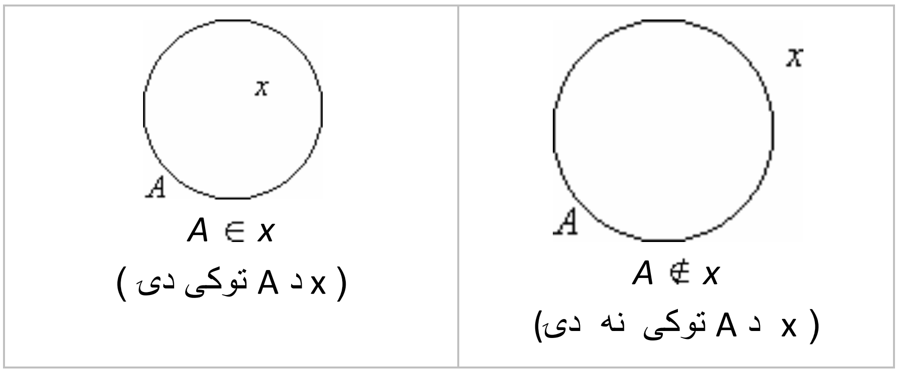
په پورته کې توکی a د ډيرئ A توکی دی

$a \notin A$ دلته a د ډيرئ A توکی نه دی

دا پورته لينکدود له ښې وکيڼ لور ته هم ليکلی شو، چي پرليسی لړئ يې ساتلي پاتي

(c) ketabton.com: The Digital Library

شي٠ زه يي په ښخ لیکنو سره لیکنیزې ستونځی لرم٠دا لاندې یې دیاګرام دی، خو توکي یې بل ډول لیکل شوي دي، چې ګرانو ستونکو ته به د پوهیدلو ستونځ پیدا نه کړي



ډیرى A دې له a,b,c,d,e,f,g,h, توکو جوړه وي، چې په لاندې توګه یی لیکو

A = { a,b,c,d,e,f,g,h}

ګورو، چې { } د ډیرى نخښه ده

یادونه : دا د ډیرى کلمه موږ په افغانستان کې سټ set بولو ، چې انګریزي ده، په فارسي کې یې مجموعه بولي، چې ډیرى د شیانو مجموعه یا ټولګه ده او په الماني کې ورته مینګې Die Mengeوایي٠ هغه بنسټیزه خبره یې په پیژند یا تعریف کې ده، که موږ یې هرڅنګه وبولو، خو د یو بل څخه کره توپیرکیدونکو شیانو ټولګی ته ٠٠٠ وایو. د ټکو پر ځاي ، چی هر څه لیکی، خو موږ ګورو، چې په پښتو یې هغۀ مناسبه نوموه ونه ډیرى ده، دا د کوټې کوټې څخه یا راپنډ او داسې نورو څخه ماته ښه ښکاريږي او زموږ ولس د دې نامه سره بلد دی، چې په پوهنه او لا نور ښه په شمیرپوهنه کې باید وکارول شي٠ زه بیا په دې ټینګار کوم، چې دا خپل ، چې ما تاکلی یا بل څوک یی که بل ډول بولی د انګریزي یا الماني یا بل پردي نوم څخه ښه او پوهوړ دی٠ د سټ مانا که په ډکشنري کی وګورى ،نو پوه به شو، چې له دې نوم څخه مو خپل د پښتو نوم ښه او مناسب دی. ګورووچې دا نوم اوس ژورنالستان هم زیات کاروي او وایي، چې ډېرى یا ډېرى خلکو.... وکتل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ګون(لکه دوه ګون، درېګون ۰۰۰) او د ډېرى ترمنځ توپير:

سوچه له دباندي څخه کړى شو، چي -ګون له ډېرى داسي توپير کړو، چي ډېرى په راتاو يا مارپيچ نوکانو کې رابندوو او ګون په ګردو نوکانو کې ۰ مګر عيني (ليدوړ) يا شي ډوله توپير يې هم شته:
۱ – په ګون کې د شيانو اينود ځاي غوره دى او په ډېرى کې بيا دا رول نه لري:
$(a,b) \neq (b,a)$ مګر $\{a,b\} = \{b,a\}$

۲ – په -ګون کې کيدى شي، چي يوه يا زياتي کمپوننتي سره برابري وي، د ډېرى په ليکنه کې کوم توکى دويم وار يا ډېل منځ ته شي راتلى۰ افاده (a,a) موخه وره ده مګر افاده $\{a,a\}$ بې موخې ده
بيلګه ۲ ۰ ۱

الف) M_1 (لوستل Mاينډکس ۱ دا به په لاندي نخښونه کې روښانه شي پام دې وي، چې index(indeces) اينډکس پيژند نخښې ته وايي) دې د لومړنيو اعدادو سټ وي، نو باور لري: $7 \in M_1, 8 \notin M_1$

ب) M_2 دې د لاندي برابرونونو يا مساواتو د اوبيونو(حلونو) ډېرى وي

(x+1)(x-2) = 0

نو باور لري $-1 \in M_2, 2 \in M_2, 1 \notin M_2$

بيلګه ۲ ۰ ۲ :

الف) د برابرون (x+1)(x-2) = 0 داوبيونى - يا حل ډيرى M_2 ده
$M_2 = \{-1, 2\}$

ب) د جوړه (جفت) ګڼونو ډيرى M_3 ده $M_3 = \{0, 2, -2, 4, -4, ...\}$

سټ لکه، چې ومو ويل د توکو د خويونو له لارې هم څرګنديدى شي يا ورکول کيدى شي۰

M = { x | x د خوويونو ۰۰۰ سره}

(c) ketabton.com: The Digital Library

(لوستل: M د ټولو x ډیری ده له خویونو ۰۰۰۰۰ سره)

بیلګه ۲ ۰ ۳

الف)   { هلته ، چي x یو لومړنی عدد دی| M = { x

b)   M = { x | (x+1)(x-2) = 0 }

$c)..........M = \{x \mid x \in R, 0 \le x \le 1\}$

تشسټ (-ډیری): سټ چي کوم توکی ونه لري تشسټ یا خالیسټ بلل کیږي او داسی یې لیکو:

{}= Ø   یا θ

دا دې د یوه سټ سره، چي یواځی له صفر څخه جوړه ده، نه بدلیږي یاني

{}= Ø   ≠ {0}

بیلګه ۲ ۰ ٤

$$\{x \mid x \in Z, x^2 + x - \frac{3}{4} = 0\} = \theta$$

ځکه، چي د برابرون یا مساوات $x^2+x-3/4 = 0$ د حل سټ

$\{x | x^2+x-/4= 0 \} = \{ 1 / 2 \;, -3/2\}$

کوم ټولعدد خوندي نه لري۰

د ټولعددونو پیژند ته دي پام وي، چي د راشنلګنونو برخسټ ده۰ د ریمه برخه دي وکتل شي۰

بیلګه ۲ ۰ ٥ : د ز۰ کال د دویم نیمایي کال سټ په Ju , aug sep , ok,no, de سره ښایو او دا داسي لیکو: A= { jul,aug,sep.ok,no,de}

نو داسي لرو یا نوره هم بنه داسی لیکلی شو: $jul \in A, jun \notin A$

دا په دې مانا، چي جولای د A توکی دی او جون د A توکی نه دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲ ۰ ٦ : ټول مندیزي، چې نن مازیګر لمانځه ته د غارخلي لمنځتون ته راغلي۰

بیلګه ۲ ۰ ۷ : هغه میرې ، غواوې او وزې، چې نن په نخاس کې خرڅې شوې

بیلګه ۲ ۰ ۸ : د ټولو هغه عددونو سټ M، چې ۳۰ ویشي یانې

۱ ، ۲ ، ۳ ، ٥ ، ٦ ، ۱۰ ، ۱٥ ، ۳۰

او داسې یې لیکو : M = { 1,2,3,5,6,10,15,30}

دا سټ پاي سټ ده او داسې وایو، چې سټ M د ټولو هغو توکو x - لکه پورته - جوړه شوې، چې ۳۰ ویشي او داسې یې لیکو:

M ={ x | عدد (مقسوم علیه)پرویشونی ۳۰ د x}

د ټولو طبیعي عددونو سټ N ټاکو او داسې یې لیکو:

N = { 1,2,3,4....}

دا نه پای لرونکی یا لایتناهي ډیری ده ، چې په لاندې ډول یې نخښه ده یا په لاندې ډول په نخښه کیږي: ∞

ګورو، چې په شمیرپوهنه کی موږ پر پای ګڼونو برسیره ناپای ګڼونو سره هم مخامخ یو۰

د ډیریو ترمنځ اړیکې relation between sets

د ډیریو ترمنځ غوره اړیکی د برابروالی او خوندیونې یا خوندي لرنې (مساویوالی او یو په بل کې ځاي لرلو) اړیکې دي۰

د یوې ډیری زور یا توان:
داسې په نامه توان (یا کاردینال ګڼ) وایي، چې یوه ډیری څو توکي لري،د بیلګې په توګه لویې وچې شپږ دي یانې د لویو وچو کاردینال ګڼ ٦ دی۰
د دوه ډیریو برابر توان یا برابر زور: دوه ډیری‌برابرزوریزې دي، که د توکو ګڼون یا تعداد یې برابر وي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ډېريو « برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چي دا اوس نه څيړو، ځکه چي د دې لپاره مخکينۍپوهنه نه لرو، خو پيژند يي لنډ يادوو:
دوه ډېرۍ همغه – يا برابرزوريزې دي، کۀ د دې ډېريو د توکو ترمنځ بيجکتيوه څيرونه شته وي. (دا په فنکشنونو کي بيا راځي)
يا

پيژند ۲ . ۲ دوه ستونه M_1 او M_2 يو د بل سره برابرې دي، ياني $M_1 = M_2$

که چيرې د سټ M_1 هر توکی د سټ M_2 توکی هم وي او برعکس (پر څټ) هر د M_2 توکی د M_1 توکی هم وي.

برابر ستونه برابر توکي هم لري

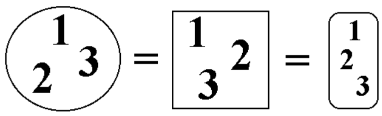
د بيلګی په توګه

$$M_1 = \{x \mid (x+1)(x-2)(x+3) = 0\}$$
$$M_2 = \{-1, 2, -3\}$$
$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

ګورو، چي M_1 د M_2 سره برابر دئ

د ون دياګرام انځورونه

تر مخ پاملرنه: ډيری په بل ډول ياني د ون دياګرام له مخېهم انځوريدلی شي، چي کله کله د اويلر دياګرام هم بلل کيږي
Venn-Diagramm د ون-دياګرام:
د ډيری M={1, 2, 3} د ون- دياګرام دالاندېدی



څه غواړو:
تراوسه مو د ډيری دوه ډوله انځورونه زده کړه: ګڼنيزه انځورونه او د ون-دياګرام له لارې. دريم ډول انځورونه يي داسې په نامه « شننيزه يا تشريحي انځورونه» ده. رانيوونکي بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

« شننیزه انځورونه» یي د یوې بیلګې له لارې روښانه کوو یا تشریح کوو:

A={x ∈N |

x>0   او /\ x<4}

لومړی راوړو N∈ x

دا افاده یا وبینه دا مانا لري، چې ډیرئ A د ټولو هغو توکوx څخه جوړه ده، چې په ډیرئ N پورې هم اړه ولري٠ داسې لوستل کیږي:

«x دN   توکی دئ» یا لنډ « د توکی »

اوس دا افاده راوړو:

x>0 | او   x<4 دا ولاړه کرښه | لوستل کیږي « دکوم لپاره، چې باور لري٠ په دې ولاړه کرښه پسې کره روښاینیږي، چې ډیرئ A له کومو توکو څخه جوړه ده

په راټول ډول زموږ بیلګه داسې لولو "

$$A = \{x \mid x \in N 0 < x \wedge x < 4\}$$

یادونه : په پورته کې $\wedge$ د او په مانا دی.

ډیرئ A د N له توکو x جوړه ده، چې x له صفر لوي او له ٤ کوچنی دئ

یانې ډیرئ له ټولو توکو   A={1,2,3}   جوړه ده

په نخښه ونه:

موږ همدا اوس زده کړل

دا نخښه   ∈ : توکی دئ له :

د دې مخامخ، چې له   توکی نه دی ده: ∉

برخه سټ (برخډېرئ)   sub set

پيژند : یو سټ M_1 د سټ M_2 برخه سټ (لاندې سټ، خوندي سټ) بلل کیږي یا M_1 په M_2 کې ځای ده یا نوره هم ښه M_1 په M_2 کې خوندي دی، لیکندود یا لیکندول:

$M_1 \subseteq M_2$ که د سټ M_1 هر توکی د سټ M_2 توکی هم وي٠

کیدی شي، چې M_1 د M_2 سره برابر هم وي، که برابرون نا شوني وي نو بیا د اصلي برخه سټ څخه غږیږو٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند ۲ ۰ ٤ :

یو سټ M_1 د M_2 اصلي برخه سټ دی او داسي یې لیکو: $M_1 \subset M_2$

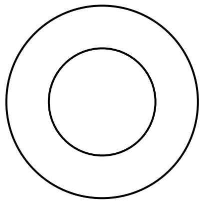
که $M_1 \subseteq M_2$ باور ولري او کم له کمه د M_2 یو توکی د M_1 توکی نه وي۰

بیلګي:

الف) که ولرو $M_1 = \{-1,1\}, M_2 = \{-1,0,1\}$ نو M_1 په M_2 کې اصلی خوندي دی

ب) د ټولو څلوریو (مربعو) ډیری د ټولوڅلورګوډیو(څلور اضلاعو) اصلي برخډیری ده۰

پ) څیره ۱ ۰ ۱ په هواره یا سطحه کې ټکوډیری ښایي، د کومو لپاره چې باور لري، که M یو M_1 او M_2 ټکو ډیری وي $M_1 \subset M_2$



که په پورته څیره کې وګورو، نو یوه ګردۍ(دایره) M_1 په بله لویه M_2 دایره کې خوندي ده۰

تش سټ په هر سټ کې خوندي دی۰ هر سټ په خپل ځان کې د نااصلي برخه سټ په څیر خوندي دی۰

یا دا پیژند :

B⊆A که باور ولري : x∈B ⇒x∈A

بیلګه:

B⊆A A={1,2,3,4,5} B={3,4,5}

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند : هغه سټ، چې هيڅ توکی ونه لري تشډيری بلل کيږي او داسې يی ليکو:
M=θ={}

يادونه : پام دې وي، چې صفر ډيری او تشډيری سره بدلي نه شي يانې لاندې ته دې پام وي:

$$\{\} = \theta \neq \{0\}$$

پيژند ٢ ٠ ٦ :

د يو ه سټ M د ټولو برخه ستونو سټ پوتنځ سټ يا په توان سټ بلل کيږي او داسې يي ليکو:(P(M په توان سټ توکي لري، چې هر يو يی بيا خپله سټ دی٠

بيلگه : د {M = { a,b.c ډيری دا لاندې په توانډيری لري

P(M) = { {a},{b},{c},{a,b},{a,c},{b,c},{a,b,c}}

هره ډيری چې د توکو څخه جوړه وي هغه ټيک n جگ 2n توکی لري يانی : n^{2n}

دا پورته د جملې په څير د پوره ايندکشن له لارې اوبی (حل-) کيدی شي(لومړی برخه دې وکتل شي)٠ دا دنده د گرانو لوستونکو د خوښې کار دی، که کوي يې٠

پيژند ٢ ٠ ٧ : د سټM زور يا توان |M| لاندې د سټ د توکو تعداد پوهيږو٠ که دوه ډيری M اوN همغه توان يا زور ولري هغه ته يوزوريزه – يا برابرزوريزه ستونه وايو او داسې يې ليکو: |M| = |N|

د برابرونونو او خوندې ساتنو خويونه

الف) رفلکسيو- يا هندارونيزې اړيکيreflexivity

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه اړیکي، چې د هغه او د هغه دخپل ځان ترمنځ ریښتوني ویناوې ورکړ شوي وي رفلیکسیو اړیکي بلل کیږي لکه: $M = M, M \subseteq M$

خوندي لرل اړیکي رفلکسیو نه دي $M \not\subset M$

دا په دې مانا، چې هیڅ ډیرى د خپل ځان اصلي برخډیرى نه شي کیدى٠

ب) سیومتریکي اړیکي Symetric relation

هغه اړیکې سیومتریک بلل کیږي، چې د شیانو ترمنځ چې کارول کیږي یا استعمالیږي یو له بل سره بدلیدلى شي٠

لکه $M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_2 = M_1$

خوندي لرل سیومتریکي اړیکي نه دي:

که وي $M_1 \subseteq M_2$ نو اړیکی $M_2 \subset M_1$ نارښتیا یا ناتیک دي

دا هلته چې وي: $M_1 \neq M_2$

پ) ترانزیتیویتي Transitivity

ترانزیتیویتي هغه اړیکي دي، چې له یوه نه وبل ته یې د وړلو امکان شته وي٠

له M = L او M = N څخه لاس ته راځي L = N

او

$$M_1 \subseteq M_2 \wedge M_2 \subseteq M_3 \Rightarrow M_1 \subseteq M_3$$

پورته داسې لولو: که M_1 د M_2 برخډیرى او M_2 د M درې برخډیرى وي، نوله دې څخه لاس ته راځی، چې M_1 د M_3برخه ست دی.

برابرونونه او په بل کي ځایه ونه یا خوندي ساتنه ترانزیتیو اړیکي یا خویونه دي

په ستونو یا ډیریو کي کاروني یا عملیي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولنډيرى يا سټ اتحا د:

پيژند۲ ۰ ۸ :

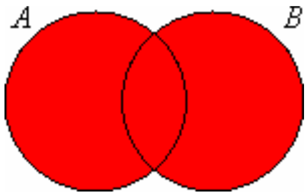
د دوه ډيريو M_1 او M_2 د اتحاد سټ يا ټولنډيرى (union)، چې د ډيريو ټولنه ورته وايو ده:

$$M = M_1 \cup M_2$$

دلته داسى پوهيږو، چې M د ټولو هغو توکو څخه جوړه شوى ډيرىده، چۀ کم له کمه د M_1 او M_2 توکي هم خوندي ولري۰

د ټولني $M = M_1 \cup M_2$ هر توکى د M_1 يا M_2 توکى هم دى (پرتله ۱ ــمه برخه د يا سره پرتله) ياني دا د ټولنډيرى توکى د M_1 يا M_2 او يا د دواړو توکي دي۰

يا لاندې دياګرام



$A \cup B$ (B ټولنه A)
(x د A سره B اړيکې لري

يا دا لاندپيژند:

پيژند (ټولنډيرى)
د دوه ډيريو A او B يوه ټولنډيرى (ټولنه)، د ټولو هغو توکو جوړه ده، چې يا د A توکي وي يا د B توکي وي۰

ليکندود

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A \bigcup B = \{x \mid x \in A \vee (or) x \in B\}$$

لوستل:
د A ټولنه B د ټولو x توکو ډیری ده، چې x یا د A توکی وي او یا د B توکی

بیلګی

الف) M_1 دې د ځوانانو سټ وي، چې بکلوریا لري او M_2 دې د هغو ځوانانوسټ وي، چې مسلکي شهادتنامي لري، نو $M = M_1 \cup M_2$ د ټولو هغو ځوانانو سټ دی، چې بکلوریا یا مسلکي شهادتنامي ولري او یا دواړه شهادتنامي ولري۰

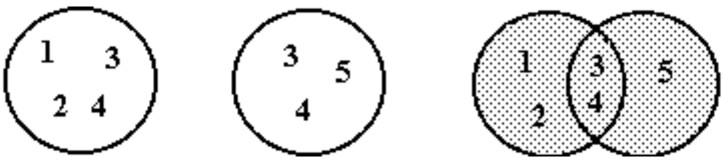
ب)

$$M_1 = \{k,a,r\}, M_2 = \{u,r,s,e,l\}$$
$$M_1 \cup M_2 = \{k,a,r,u,s,e,l\}$$

یا په لاندی توګه پیژند او بیلګه: Aاو B دې دوه ډیری وي د دې ډیریو ټولنه داسې لیکو

A⋃B = {x | x∈A ∨x∈B}
A={1,2,3,4}   B={3,4,5}

A⋃B={1,2,3,4,5}



تل په ټکو ټکي شوې ټکي سټ ټولن سټ (اتحاد سټ) په ګوته کوي۰

د بیلګي روښانه ونه :
ډیری A له توکو1,2,3,4 جوړه ده۰ ډیری B له توکو3,4,5 څخه جوړه ده
نو ټولنډیری A⋃B د ټولو هغو توکو څخه جوړه ده، چې په A کې وي او د B په ډیری کې منځ ته راځي، یانې د دوه ډیریو ټولنه وي یانې له توکو ۱ ، ۲ ، ۳، ٤ او ٥ ۰
پ – څیره ۲ ۰ ۲ دوه په هواره کې ټکي سټ په ګوته کوي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) ټکیپردی دي٠   ب) ګډ ټکی لري٠

پ) اړیکي $M_1 \subset M_2$ پوره کوي:

د دې لپاره شکلونه په لاندې کې په بیلګو کې راغلي دي٠

د ټولنې لپاره کموتاتیو قانون باور لري» $M_1 \cup M_2 = M_2 \cup M_1$ دا په دې مانا، چې د لړۍپرلپسي دلته(لنډ: لړۍ) د سټونو په ټولنه یا اتحاد کی رول نه لوبوي

یادونه : که ګڼونه ۱ ، ۲ ، ۳ ، ٤ ۰۰۰ ولرو، نو دا پرلپسي بولو او که بیا دا سره زیات کړو لکهٔ

1 , 1+2,1+2+3,1+2+3+4+,1+2+3+4++..+....

نو دا لړیپرلپسي یا لنډ: لړۍ بولو(پرلپسی برخه کې دې وکتل شي) دا په دې مانا، چې له دوو څخه د زیاتو سټونو ټولنه لړۍپرلپسی(لنډ: لړۍ) رول نه لري٠

اسوښیاتیو قانون باور لري٠

$$(M_1 \cup M_2) \cup M \ = M_1 \cup (M_2 \cup M_3) = M_1 \cup M_2 \cup M_3$$

غوڅډیرۍ (د ډیریو غوڅی یا ـتقاطع سټ) intersection

یادونه : کړی شو، چې دا د ډیریو ګډغوڅی وبولو(دا د ګرانو لوستونکو خوښه ده،کوم ناټیکوالی په کې نه شته)

پیژند: سټ یا ډیرۍ M د ډیرۍ یا سټ M_1 او ډیرۍ M_2 د ګډغوڅي ډیرۍ یا د (ګډ)تقاطع سټ دی (لوستل: M_1 غوڅ(پرې د بل څه لپاره کارول شوی ی) په M_2) لنډ: (ګډ)غوڅی یا تقاطع) که د ډیرۍ یا سټ M ټول توکي د سټ M_1 او ډیرۍ M_2 توکی وي او داسي یې لیکو: $M = M_1 \cap M_2$.

د غوڅسټ یا تقاطع سټ $M = M_1 \cap M_2$

هرتوکی د سټ M_1 او سټ M_2 توکي دي (د ۱ ـمي برخی د هم او هم په مانا یا د «او» په مانا)

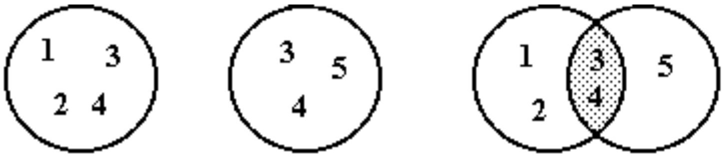
(c) ketabton.com: The Digital Library

یا دا پیژند :

د ډیریوA او B غوڅی یا تقاطع $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

بیلګه:

$A \cap B = \{3,4\}$ A = { 1,2,3,4}, B = { 3,4,5} =>



یادونه: دې پورته ډول دیاګرام ته د ون دیاګرام Venn-Diagram یا Euler-Venn-Diagram وایی

بیلګې :

لومړی : یوه ډله زده کوونکي له ننګرهار او پکتیا څخه راځي، چې په M_1 یې په نخښه کوو٠ یوه بله ډله ، چې په M_2 یې په نخښه کوود کندهار او همغه د پکتیا زده کوونکي، چې په M سره یې ښایو، دي٠ د دې دواړو ډلو غوڅ سټ یا د تقاطع سټ

$$M = M_1 \cap M_2$$

د پکتیا زده کوونکي دي٠

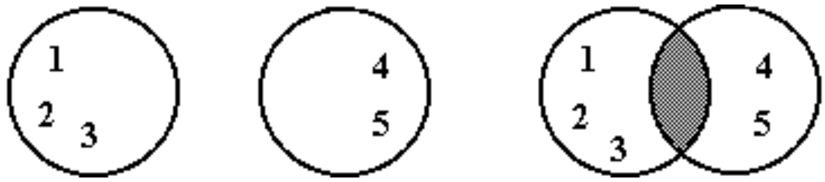
دویم:

$$M_1 = \{k,a,r\}, M_2 = \{u,r,s,e,l\},$$
$$M = M_1 \cap M = \{r,l\}$$

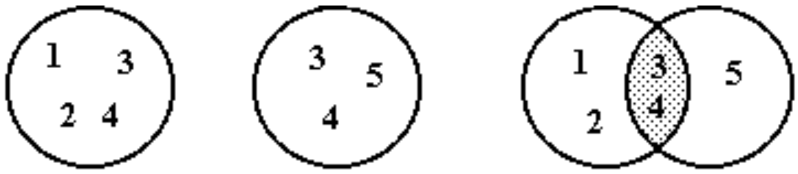
دریم شکل په هواره یا سطحه کې ښایي، چې :

الف) عدد پردي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



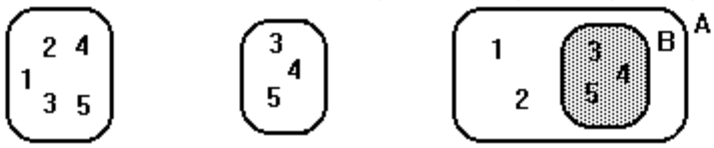
ب) یو بل سره ګډ ټکی لري



پ) اړیکی $M_1 \subset M_2$ پوره کوي

بیلګه:

A={1,2,3,4,5} B={3,4,5} B⊆A



هغه ټکو باندې ټکي شوی سټ اصلي برخه سټ دی.

دوه ستونه ، چې غوخ سټ یا د تقاطع سټ یې تش سټ وي

$$M_1 \cap M_2 = \theta$$

لکه د مخه مو چې ګوته ورته ونیوله پردي بلل کیږي

د غوخ سټ لپاره ، لکه څنګه د ټولن سټ لپاره کموتاتیو قانون باور لري

$$M_1 \cap M_2 = M_2 \cap M_1$$

او اسوشیاتیو قانون

$$(M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3) = M_1 \cap M_2 \cap M_3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددواړو د سټونوکارونو یا سټ عملیو یانی ټولن سټ او تقاطع سټ (غوڅېدیری) لپاره دواړه دیستریبوتیو قانونونه پوره کیږي یا باور لري

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3)$$

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

(د ګڼونو د شمیرکارونو یا عملیو لپاره یواځې یو دستریبوتیو قانون شته والی لري:

$$a_1.(a_2 + a_3) = a_1.a_2 + a_1.a_3$$

مګر په ټولیزه توګه باور نه لري

$$a_1 + (a_2.a_3) = (a_1 + a_2).(a_1 + a_3)$$

پیژند :

کمون ډېری یا تفریق ست M_2 د سټ M_1 او سټ M کموالی یا فرق دی او

داسې یې لیکو: $M_2 = M / M_1 = \{x \mid x \in M \wedge x \notin M_1\}$

له M څخه د M_1 ډیری کمه شوې یا کله چې د M_2 توکي د M هغه توکي وي، چې هغه دسټ M_1 توکي نه وي۰

لیکندود یالیکندول :

$$A / B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

لوستل : د A او B توپیرسټ یاکمون سټ یا تفریق سټ له ټولو هغو توکوx جوړه ده، د کومو لپاره، چې باور لري : x د A توکی دی او x د B توکی نه دی

بیلګي :

لومړی : په یوه ټولګي کې M_1 د ټولو نارینه وو زده کړو ډیری ده او M_2 دټولو زده کړو ډیری (د نارینه وو او ښځینه وو) ، چې په شمیرپوهنه کې لس نمرې وړي۰

$$M_1 / M_2$$

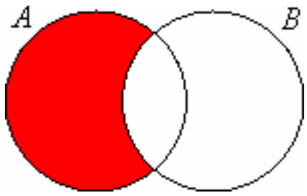
(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغو زده کړو ډیری ده، چې ۲ ، ۳ ، ٤ ، ٥ ، ٦، ۷ ، ۸ ، ۹، نمرې وړي او ټول د هغو نجونو ډیری ده، چې په شمیرپوهنه کې یې لس نمرې وړي۰

که په ټولګې کې یواځې نارینه زده کړي وي، نو باور لري

$$M_1 / M_2 = \theta$$

یا دا لاندې :



A\B

(A بې له B)

(x له A سره B اړیکې لري)

دویم :

$$M_1 = \{k, r, a, i\}, M_2 = u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 / M_2 = \{k, a\}, M_2 / M_1 = \{u, s, a\}$$

لکه څنګه، چې د کمون پیژند او بیلګې را په ګوته کوي په ټولیزه توګه باور نه لري:

$$M_1 / M_2 \neq M_2 / M_1$$

د یوې ډیرۍتوان یا زور

پایډیرۍ: یوه پای ډیرۍ پای ډیر توکي لري۰ بیلګه یې د مخه ورکړ شوه:

E = {Europa, Asien, Afrika, Amerika, Australien, Antarktis}

ناپاي ډیرۍ :

یوه ناپاډیرۍ د بیلګې په توګه د پیداینتي ګڼونو ډیرۍ ده:

N = {1, 2, 3, 4, ...}

ډیرۍ ناپای ډیر توکي لري.

د یوې ډیرۍ زور یا توان:

(c) ketabton.com: The Digital Library

داسي په نامه توان (يا كاردينال ګڼ) ته وايي، چې يوه ډيرۍ څو توكي لري،د بيلګې په توګه لويې وچې شپږ دي ياني د لويو وچو كاردينال ګڼ ٦ دی٠

د دوه ډيريو برابر توان يا برابر زور:

دوه ډيرۍبرابرزوريزې دي، كه د توكو ګڼون يا تعداد يې برابر وي٠
د دوه ډيريو « برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چې دا اوس نه څيرو، ځكه چې د دې لپاره مخكينۍپوهنه نه لرو، خو پيژند يې لنډ يادوو:
دوه ډيرۍ همغه – يا برابرزوريزې دي، كۀ د دې ډيريو د توكو ترمنځ بيجكتيوه څيرونه شته وي٠ (دا په فنكشنونو كې بيا راځي)

د يوې ډيرۍ كمپلمنت يا پوره كوونكی complementary set

دا كارونه يا عمليه د نورو كارونو څخه توپير لري، چې په سټ كی مو څيرلي٠ دا يوه يوځاييزه كارونه ده او دا نورې دوه ځايزې كارونی يا عمليې دي٠

موږ بنسټ سټ په U او د ټولو هغو توكو سټ، چېU كې پراته دي ياني دU توكي دي او هغه په M كې نه دي پراته ياني د M توكي نه دي پوره ډيرۍ يا كمپليمنت بولو او د $\bar{M}$ سره يې په نخښه كوو٠

پيژند: پوره كوونكی- يا تكميلډيرۍ (يا د يوې ډيرۍ كمپليمنت) د يوې ډيرۍ M پوره كوونكې ډيرۍ $\bar{M}$ ټيک هغه توكي لري(بنسټډيرۍ U څخه) ، چې د M توكي نه وي٠

دوه ځله كمپليمنتډيرۍ جوړول خپلې لومړنی وينا ته ځي ، ياني $\bar{\bar{M}} = M$

دلته يواځې يوه ساده بيلګه راوړو: په يوه كلي كې دوه كورنی د توپير او برګ كورنی اوسيږي٠ كه دا دوه كورنی يو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي يو له بل سره پوره ډيرۍ يا تكميلډيرۍ بلل كيږي ياني دا كلی پوره كوي٠

څيرونه mapping يا اړيكې:

يادونه : پام دې وي، چې دا هغه ورسره بلد تابع كلمه نه ده، چې ورروسته به ورسره بلد شو٠ په دې برخه كې لومړی د ډيرۍ ضرب كلمه پيژنو يا تعريفوو او بيا د ضرب كلمې كارونه څيرو٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند ۲ ۰ ۹ : د دواړو ډيريو M يو او2 M ډيريضرب(اتيرانضرب) هم ورته وايي، يانې په x سره ځليږي يا ضربيږي

$M = M_2 \times M_2$

د ټولو تنظيم يا ترتيب شويو توکو $x \in M_1, y \in M_2$ جوړو (x,y) ډيرئ ده۰

بيلګې

$$M_{_1} = (a,b\}, M_2 = \{1,2,3\}$$
$$M_1 \times M_2 = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$$

د جوړو د غوښتل شوي تنظيم له مخې ځل په ډيريو کې کموتاتيو نه دئ دا په دې مانا، چې په ټوليزه توګه باور نه لري: $M_1 \times M_2 \neq M_2 \times M_1$

۲ – R دې د ټولو رييلګنونو ډيرئ وي۰ په هندسي مانا د کرښې د ټولو ټکو ډيرئ۰ RxR د ټولو رييلګنونو جوړو ډيرئ ده، په هندسي مانا د هوارې يا سطحې د ټولو ټکو ډيرئ ده۰

پيژند : د څيرونې F لاندې د دوه ډيريو د ضربډيرئ $M_2 \times M_2$ برخډيرئ پوهيږو۰

پس د جوړه تنظيم شوو توکو ډيرئ، چې $x \in M_1$له يوه يا ډيرو توکو $y \in M_2$ سره تنظيم يا بهتره په باندې څيره شي۰

داسې هم ويلی شو: د1 M توکي د2 M په يوه يا ډيرو توکو تنظيميږي يا څېره کيږي۰

که $(x.y) \in F \subseteq M_1 \times M_2$ وي، نو x اوريجنل يا اصلي توکی او y څيره توکی بلل کيږي۰

د ټولو اصلي توکو ډيرئ پيژندورشو يا تعريفورشو يا پيژندډيرئ يا تعريفډيرئ بلل کيږي او د ټولو څېره توکو ډيرئ د څېرونې ډېرئ، ارزښتورشو يا ارزښتډيرئ بلل کيږي۰

بيلګی : $M_1 = \{a,b,c,d\}, M_2 = \{1,2,3,4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جدول په توګه دM یو توکو ځېرونه ونه یا ځېره کوونه د M دوه په توکو

ځېره توکی   اصلي توکه یا ځیره کوونکی توکی

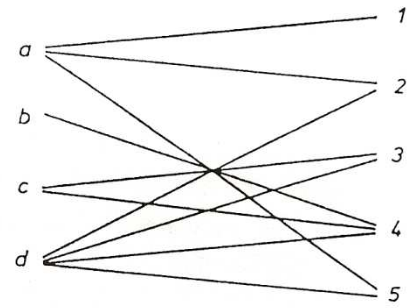
a ----------------------→ 1 , 2 ,5

b ----------------------→ 4

c ----------------------→ 3,4

d ----------------------→ 2,3,4,5

یا دا لاندې:



ځیرونه:

F = { (a,1),(a,2),(a,5),(b,4),(c,3),(c,4),(d,2),(d,3),(d,4),(d,5)}

(د M یو او M دوه ډیریو د ټولو توکو جوړو ډیرئ)

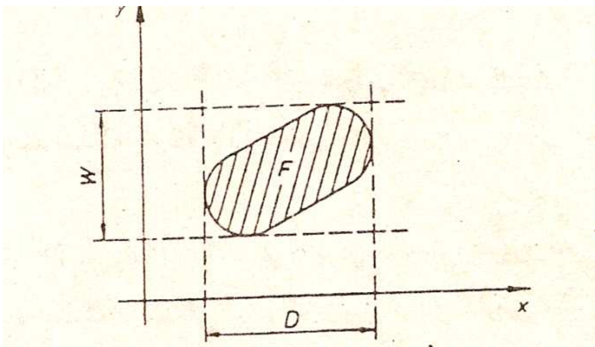


Bild 9.6 ځېره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم : هر پيداينتي يا طبيعي ګڼ a د هغه په دوه ځله b=2a باندې څيره کيږي. داسي

پيژند شوې يا تعريف شوې څيره ونه په لاندې بڼه هم انځوريدلی شي.

$$F = \{(a,b) \mid a \in N, b = 2a\}$$

دلته هم N د پيداينتي يا طبيعي ګڼونو ډيری. پيژندډيری يا تعريف- د ټولو پيداينتي ګڼونوډيری ده او ارزښتډيری د ټولو جوړه ګڼونو ډيری ده.

څلورم : که M يو په يوه ښوونځي کې د ښوونکو ډيری وي او M دوه په ښوونځي کې د ځانګړو ټولګيو ډيری وي نو ښوونکي، چې په ټولګيو کې په ټولګيو کې درس ورکوي دا يوه څېرونه ده. د ښوونکو ډيری د ځانګړو ټولګيو په ډيری کې

موږ د څېره ونې څلور حالتونه توپيروو:

پيژندونه(دې ته دې ګران لوستونکي ښه پام وکړي): لکه په لومړی بيلګه کې په څيره ونه F کې د1 M ، چې تعريفډيری D سره برابر دی او M2 ، چې له څيره ډيری , W سره برابر دی ، توکي مو مخ ته پراته دي.

له يوې څيروني Fغږيږو د1 M په M2 باندې. دلته دې « د » او « په » ته پام وي)

وي دې: $D \subset M_1, W \subset M_2$

لکه په دويمه بيلګه کې ، نو د يوې څيره ونې F غږيږو له M1 په M2 کې (دلته دې

« په » او ,په کې » ته پام ور واړول شي)

وي دې : $D = M_1 \wedge W \subset M_2$

دلته د يوې څيره ونې غږيږو د1 M په M2 کې دلته دې دريمه بيلګه په پام کې راواړل شي.

وي دې: $D \subset M_1 \wedge W = M_2$

نو د يوې څيره ونې غږيږو له M1 په M2 باندې. دلته څلورمه بيلګه د بيلګي په توګه راوړو . د دې نيونې لاندې چې ټول ښوونکی ځانګړي ټولګيو ته درس ورکوي.

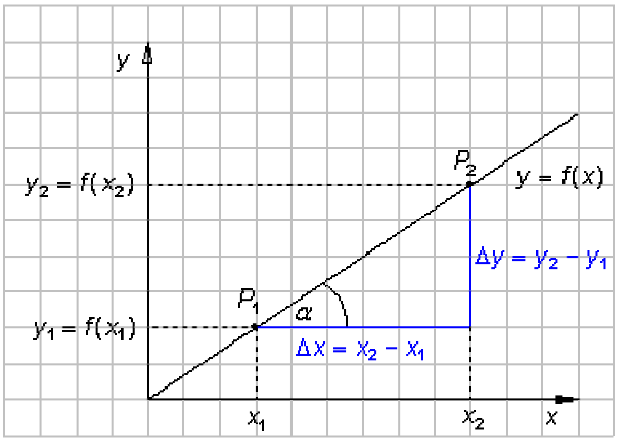
(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه : دا لاندې برخه دې ګران لوستونکي وګوري، خو د دې اوس وخت لپاره لږ ستونځمنه ده او شايد خيرې هم رانه شي، خو که لږ د شميرپوهنې سره بلد شو، بيا پرې پوهيدل ساده دي. زه مخ ته لرم، چې په دې هکله ليکلی کتاب، چې چاپ شوی نه دی دلته پر ليکه کړم، چې هلته بيا دا موضوع لږ غزيدلې ده.

بيلګه ۲ . ۵ : موږ په هواره يا سطحه کې څرګند شوي کږې د ديريځل RxR په څير د برابرونونو له لارې رانيسو(R د ريیلګنونو ډيرې د ګنکربنې ټکي دي(ګڼونه دې وکتل شي)).

الف) $y = 2x$ يوه ځيره ونه ده د R په R باندې ، څکه چې باور لري

D=W=R



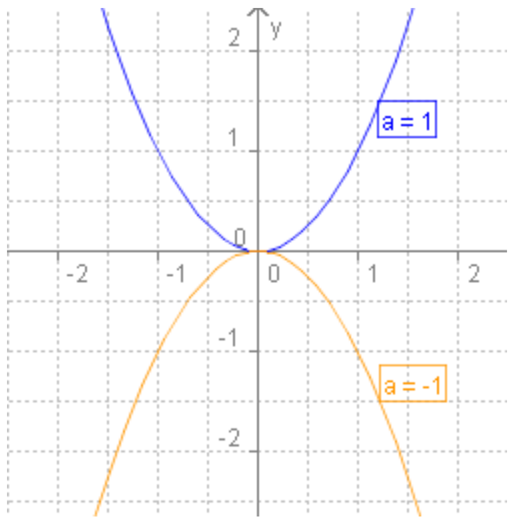
يادونه : په پورته ځيره کې برابرون $y = ax+b$ دی.

ب) $y = x^2$

يوه ځيره ونه ده د R په R کې ، څکه چې باور لري

$D = R, \; W = [0, \infty]$

(c) ketabton.com: The Digital Library



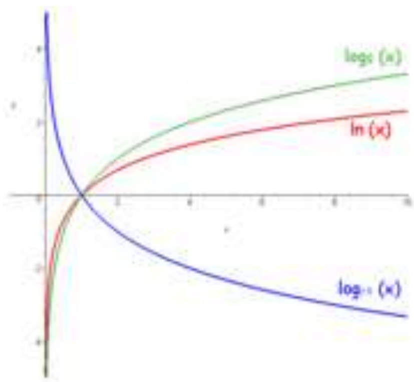
یادونه :

پوته بلواک د $x \mapsto ax^2 + bx + c$ دول دی، چې b = 0 , c = 0 او a = 1 , a = -1
اینول شوي دي.

پ) y = log x

یوه خیره ونه ده له R په R باندي » ځکه چي باور لري.

$D = (0, \infty) \wedge W = R$

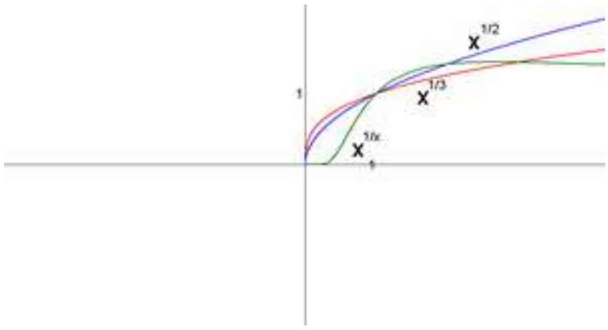


ت) $y = +\sqrt{x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه ځيرونه ده له R په R ، ځکه چې باور لري

$D = W[0,\infty]$



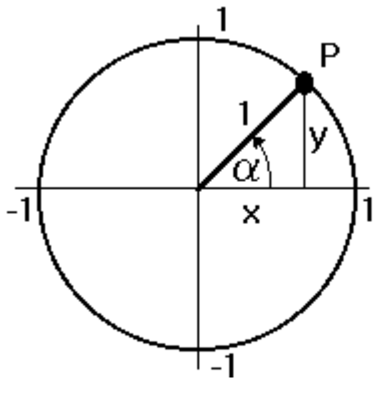
يادونه : پورته د دوېي ،دريمې او په x -مې رېښې په مانا دی

ځيرې له ويکي څخه په مننه راکښته شوي دي٠

پيژند ۲ :يوه ځيره ونه E يواځنی بلل کيږي٠ که هر $x \in D$ په تيک يوه $y \in W$ باندې ځيره شي٠ دا په دې مانا، چې هر $x \in D$ تيک يووار په $y \in W$ تنظيمدېرى يا جوړه دېرئ کې رامنځ ته کيږي٠ يوه يواځنۍ ځيره ونه فنکشن يا« بلواک» بلل کيږي او يا لکه تراوسه ورسره بلد يو يوه تابع بلل کيږي٠

پام:

دا دې دلته کره په ګوته شوې وي، چې زه « يوازنۍ ځيره ونه » بلواک يا فنکشن بولم٠



(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲ ۰ ٦

په بیلګه ۲ ۰ ٥ کې له الف تر ت پورې ټولې ځیروني فنکشنونه یا بلواک دئ۰ د دې پر ځښې لاندې

برابرون (یوونګردئ یاني ګردی، چې وړانګه یې یو یوون یا واحد وي ځیره ۰)

انځور شوې ځیره ونه له R په R کې [-1,1]) D=W) فنکشن یا بلواک نه دئ ، ځکه چې اصل دوه ځیرې لري یاني که په تنظیمجوړه کې د ځیره ونې لړي پرلپسي(لنډ:لړئ) بدله شي، نو یوې پرځښې ځیره ونې ته راځو:

پیژند ۲ :

ځیره وني F ته پرځښې ځیرونه F^{-1} د ټولو جوړو (x,y) ډیرئ ده له $(x,y)\in F$ سره ۰

پیژند ۲ ۰

یوه ځیره ونه یویواځنی بلل کیږي، که یواځنئF او F^{-1} یوازنئ ځیروه ونې وي، دا په دې مانا، چې که هر $x\in D$ او $y\in W$ ټیک یو ځل په تنظیم کې منځ ته راشي۰

پام : یادونه : د ځیروني نوم ځخه باید ونه ډار شو دا ځیره ونې ځیرې کووني (که ځوک یو کالی یا رخت ځیرېکوي)او ځیره کووني توپیر، ځکه سره کیدی شي، چې هغه منځپانګه یې یو له بل توپیر لري۰ موږ پښتو کې نږدې یو ډول لیکونکي ویونه (لغات) لرو، خو دا هغې منځپانګې له مخې توپیریږي۰

ډیرئ پوهنه د شمیرپوهنې سټه ده، نو په راتلونکي کې به یې نوره هم ژوره وځیړو او همدا اوس هم نور ګران هیوادوال دې ته رابولم، چې له ما سره ګډ کار یا خپلواک دې کار ته ملا راوتړي۰

ما دا برخه غزولې، چې په خپل شووني وخت کې به ګرانو لوستونکو ته په ځانله توګه د یوه کتاب په ځیر هم وړاندې شي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

۹ . ۵ تمرینونه

۱ – د لاندې ډیري د توکو د شمیرنی له لارې انځور کړی

الف) { x | x لمړی ګڼ او 20 > x } (لوستل: د ټولو هغو x ډیرل چې x لمړني ...

ب) $\{ x \mid x^2 + x - 6 = 0 \}$,

پ) { x | $x^2 + x - 6 = 0$ او $x > 0$ }

ت) { x | x رییلګڼ او $x^2 + 1 = 0$ }

۲ – د توکو x , y , z اړلرونوالی و ډیري M ته وښیړی !

الف) M د لمړنیو ګنونو ډیری

$x = 4 , y = 5 , z = 6$

ب) M د لاندې مساواتو حلډیری (اوبیډیری)

$x^3 + x^2 - 6x = 0$

$x = 0 , y = 2 , z = 3$

پ) M د ریښتلګنونو ډیری چې په اینتروال [3 ,3-] کی پراته دي

$x = -2 , \quad y = \sqrt{2} , \quad z = 1/3$

ت) M د رییلګنونو ډیری چې په اینتروال [3 ,3-] کي پراته دي

$x = -4 , \quad y = \sqrt{2} , \quad z = 3$

۳ – د لاندې ډیریو ترمنځ کومی اسړیکی پرتی دي

الف) M_1 د ټول جفت ګنونو ډیری

او M_2 د ټولو ټولګنونو ډیری

ب) د ټولو مساواتو $x^2 + 2x - 3 = 0$, حلونو (اوبیو) ډیری

$M_2 = \{ -3 , 1 \}$

پ) M_1 د ټولو ګنو ډیری چې پر ۶ ویشل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او M_2د ټولو ګنونو ډیرې چې په ۳ ویشل کیږي !

او M_3د ټولو ګنو ډیرې چې په ۱۲ ویشل کیږي!

۴ – د ډیرې { a,u,t,o } ټول برخډیري ورکړی!

۵ – د لاندي ډیریو څخه ټولنډیری ، غوڅډیري او دواړه ټوڼډیري جوړ کړی !

الف) $M_1 = \{ k,a,m,e,l\}$, $M_2 = \{m,a,u,l,t,i,e,r\}$

ب) $M_1= \{ 2,4,6,.. \}$, $M_2 = \{ 3 ,6 ,9,\ldots \}$

پ) $M_1 = \{ x \mid x^2 + x +- 2 = 0\}$, $M_2 = \{x \mid x^2-3x+2 = 0\}$

۶ – د یوه ډیرې M او د تشډیري $\emptyset$ ټولنډیری، غوڅډیری او توپیرډیری جوړ کړی!

۷ – د یوه ډیرې M او خپل همدې ډیرې ټولنډیری ، غوڅډیری او توپیرډیری جوړ کړی!

۸ – وي دې $M_1 = \{ 4 , 8 , 12 \}$ $M_2 = \{ 3 , 6 , 8\}$

$M_3 = \{0 , 2 ,4 ,6 \}$,$M_4 = \{ 6 , 12 , 18 \}$

جوړ کړی : $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3]\setminus M_4$!

۹ – جوړ کړی

الف) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ پ) $M \setminus \emptyset$

پ) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ ت) $\emptyset \setminus M$

۱۰ – وي دې

$M_1 \cup M_2 = \{ 1,2,3,4,5\}$,

$M_1 \cap M_2 = 71,3,5\}$

$M_1 \setminus M_2 = \{ 2,4\}, M_1 \setminus M_2 = \emptyset$

له دې پورته څخه M_1 او M_2 وټاکی !

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – وي دي

الف) $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ ب) $M_1 \subset M_2$,

وټاکې: $M_1 \setminus M_2$!

۱۲ – وي دی M_1 , M_2 (د نیمواز) اینتروال ټکي ډیري:

$M_1 = [-3 , 3) , M_2 = [1 , 7]$

وټاکی

الف) $M_1 \cup M_2$ ب) $M_1 \cap M_2$ پ) $M_1 \setminus M_2$

ت) $M_2 \setminus M_1$ ټ) $M_1 \times M_2$

۱۳ – وي دي $M_1 = \{ 1 , 2 , 3 \}$, $M_2 = \{ \{ a , b\}$

الف) د $M_1 \times M_2$ ځل جوړ کړی

ددې لاندې ب) تر ت) برخی تمرین لپاره دي ۹ الف برخه وکتل شي.

ب) دا لاندې کوم ډول ځیرونی دي

$F_1 = \{(1,a),(1,b)\}$

$F_2 = \{(1,a),(3,a)\}$,

$F_3 = \{(1,a),(2,b),(3,b)\}$,

$F_4 = \{(1,a),(2,a),3,a)\}$,

$F_5 = \{(1,a),(2b)\}$

په ټولو حلمونو (اوبیو) کی F_1 تر F_5 ورکړی .

پ) په څټ ځیرونه ورکړی

ت) د ځیرونو F_1 ځخه تر F_5 پورې، کوم یواځنی او کوم حتی یویواځني دي ؟

نښلونه ۱

د اړیکو ځخه و فنکشن (تابع) ته د ناپاي دېریو ترمنځ ناشوني ده چې ټول ټکي په یوه ارزښت سیستم کې رسم شي. د دې لپاره یوځو مناسب ټکي ټاکل کیږي. ځیرونکی باید دا نور پاتې جریان په خیال کې راولي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره جي لومړی لید پیداکړی شو، یوه ارزښتجدول کاږو.

بېلگه:

اړيکې(د اړيکو ليکدود)

$R = \{ (x | y) \,|\, y = 2x \wedge x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \}$

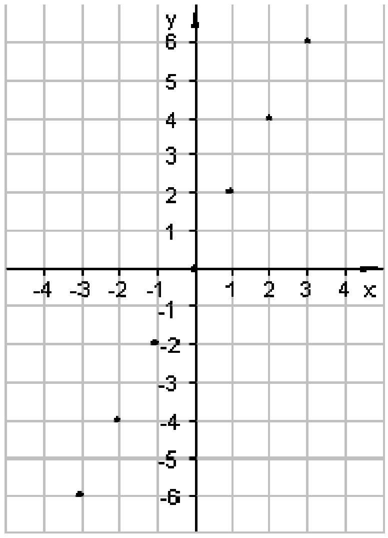
يا

$R = \{ (x | y) \,|\, y = 2x \}_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}}$

باور لري $R \subset \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$

اړېنت جدول او مخامخ گراف

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	−6	−4	−2	0	2	4	6	...

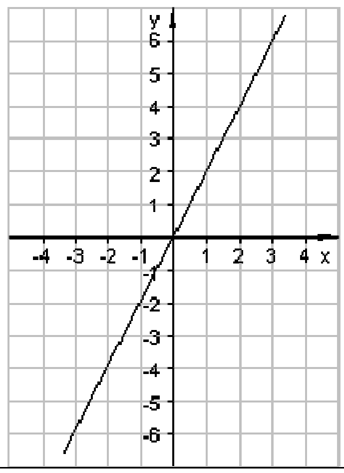


بېلگه:

که اړيکې y = 2x د ريل اعدادو په سټ يا ډېرى شته وي، نو په دې پورې تنها ځانله اعداد اړه نه لري بلکه ټولې جوړې چې د دوي ترمنځ پرتې دي هم.

گراف د ناپاي ډيرو ټکو څخه جوړ دی، چي يو د بل سره ګڼ (ټينګ يا يو د بل سره نږدې) پراته دي. له دې امله دا د کرښې په څېر برېښيز

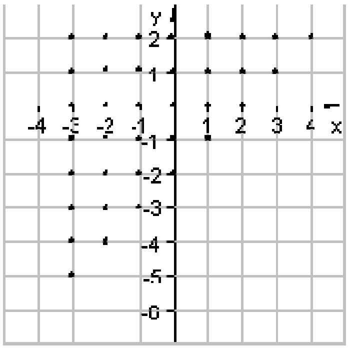
$R = \{ (x | y) \,|\, y = 2x \}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}$ $R \subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

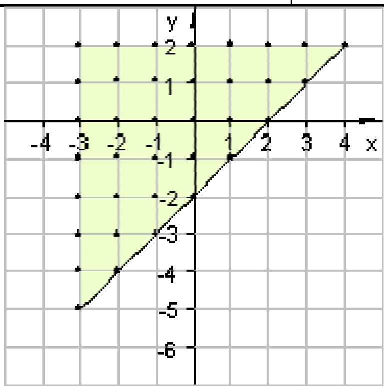
$$R = \{(x, y), y \geq x - 2\}_{RxR}$$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y		-5								
		-4	-4							
		-3	-3	-3						
		-2	-2	-2	-2					
		-2	-1	-1	-1	-1				
		0	0	0	0	0	0			
		1	1	1	1	1	1	1		
		2	2	2	2	2	2	2	2	
		...	...	...	...	...	...	...	...	



گورور چي :

د $R = \{(x, y), y \geq x - 2\}_{RxR}$ لپاره د اړيکو ټول منځټکي هم په اړيکو پورې اړه لري. ګراف د مثلث (درېګوډي) د سطحې(منځهوارې)ټول ټکي په بر کې نيسي



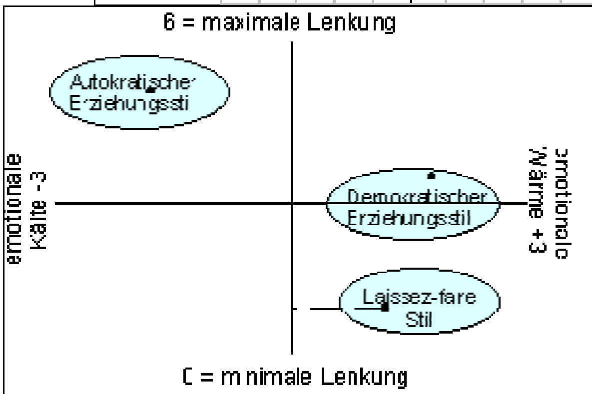
د روځني هر ډول د پام اړوني او د احساساتی ګرمی؟؟ ترمنځ اړيکه ده. که له دواړو سکالو څخه يو کواوردينات سيستم جوړ شي، نو د روځني ستايل تري انځوريدلای شي.

Skala: Lenkung

0	1	2	3	4	5	6

Skala: Wärme, Rücksichtsnahme, Achtung

-3	-2	-1	0	1	2	3

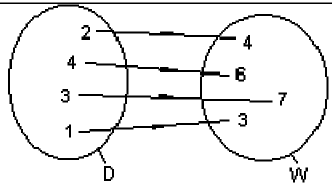
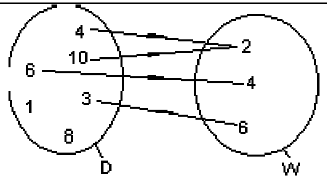
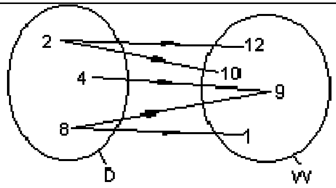


ځانګړې د پاملرنې اړيکې، هغه اړيکې دي، چې د هغې له لارې د هر ارزښت سره يو د ارزښت ترتيب شي. داسې اړيکې فنکشنونه يا تابع بولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فنکشن(تابع) : تابع یوه اړیکه ده، چې د هغې له لارې د x ارزښت سره، چې   له تعریفسټ(-ډېرۍ) څخه دی یو   د y ارزښتسټ(ارزښت ډېرۍ)   ترتیب یا تنظیم شی.

بیلګې:

		
فنکشنن(تابع)، چې هر ارزښت په یوه ارزښت تنظیم شوی وي.	اړیکې، چې ځنې بې جوړه لري.	اړیکې، چې یو یې ډېر جوړه ولري

د فنکشن یا تابع لپاره بیلګې: په روغتون کې د تبې اندازه کونه:

اندازه شوې ارزښت جوړې(وخت(وختېکی)، حرارت)، په یوه حرارتي منحني انځوریږي. د   په وحت کې ناروغ ټیک یو ټاکلې د حرارت درجه لري.

د یوه کوجني لوئیدل: دلته (وخت، لویوالی) د ارزښت جوړې دي. په هر ټاکلي وخت کې کوچنی یو ټاکلی لویوالی لري.

د ریاضي ابموینه: (د ټکو تعداد، نمرې) یوه اریښت جوړه جوړوي. د یوه ټاکلي ټکوتعداد لپاره یوه نمره شته.

د باندنی ګرمي د یوه ګرمی لیکونې(په میزان الحراره) سره په نخښه کیږي.

(وخت، ګرمي) ارزښت جوړې جوړوي.

یوه ټاکلي وخت ته به یو ټاکلی تودوخې یاحرارت(ګرمی) وکبنل شي.

د y جوړه   چې په هغه یو د x ارزښت ترتیب یا تنظیم شوی وي، د x **فتکشن ارزښت** یا تابع ارزښت بلل کیږي.

دا   د   f(x) سره په نخښه کوو(لوستل: د   x تابع f یا د   x   f   )

(c) ketabton.com: The Digital Library

(f (3 پە دې معنا دی، چې د ا د تابع ارزښت دی، چې د x ارزښت 3 پورې اړه لري.

(f (- 4   پە دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x -ارزښت   4 - پورې اړه لري.

تعریف سټ(-دېرئ)، ارزښت سټ(-دېرئ): .

تعریف سټ (ارزښتدېرئ) او ارزښت سټ(ارزښت دېرئ) هغه سټ (دېرئ)، چې له هغې څخه د x ارزښتونه را نیول کیږي، تعریف سټ(تعریفدېرئ) بلل کیږي. هغه سټ(دېرئ) چې د فنکشن ارزښتونه y خوندي لري ارزښتسټ(ارزښتدېرئ) بلل کیږي. دا لنډ د D او W سره په نخښنه کوو

په فنکشنونو یا توابعوکې د تنظیم یا نظم قانون په ځاي د یوه فنکشن مساوات کلمه کارول کیږي.

د بیلګې په توګه.$y = 2x + 3$
د دې لپاره لیکو: $f(x) = \{(x,y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{RxR}$

د ارزښتونو د شمیرلو د ارزښت جدول لپاره لیک: $y = f(x) = 2x + 3$

په فنکشن یا تابع کېx خپلواکه اووښتوني یا متحوله بلل کیږي او y بلواکه یا تابع متحوله بلل کیږي. ګورو چې دا عمل یا کارونه یو فنکشن دی، چې یو څه په یو بل څه تنظیموي یا ترتیبوي، له دې امله زه د تابع په ځاي زیات وخت د فنکشن کلمه- چې مناسب ده- کاروم.

بیلګه؛

$f(x) = \{(x,y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{RxR}$ تعریف سټ یا تعریفدېرئ	الف: یو ارزښتجدول وکاږئ ب) د فنکشن ګراف انځور کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \,\}_{\mathbb{Z}}$$
$$D_f = \{\, -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 \,\}$$

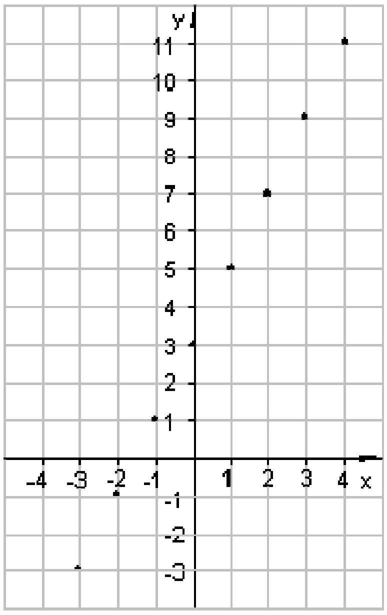
د فنکشن ارزښتونو شمېرنه:

$$y = f(x) = 2 \cdot x + 3$$
$$y = f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$$
$$y = f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$$
$$y = f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$$
$$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$$
$$y = f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$
$$y = f(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$$
$$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$$
$$y = f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$$

د ارزښتونو جدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5	7	9	11

پ) ارزښت سټ(دېرى) ترتيب کړی



ارزښت سټ(-دېرىٍ) د فنکشنگراف څخه لوستل کېدي شي

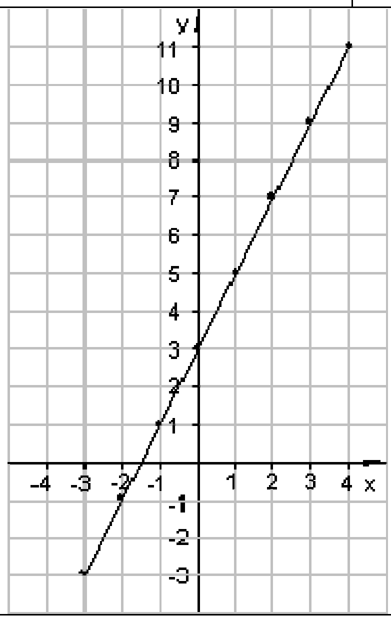
$$W_f = \{\, y \mid -3 \le y \le 11 \}_{\mathbb{Z}}$$

د فنکشنگراف فقط له ټکو جوړ دي.

که تعريفدېرى و R ته وغزيږي، نو دا په لاندي ډول ليکل کيږي:

$$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$$

گراف اوس د راکښلي کرښې جوړ دي، چې دا هم کرښه بلل کيږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

څه مو زده کړي؟ نومونه:

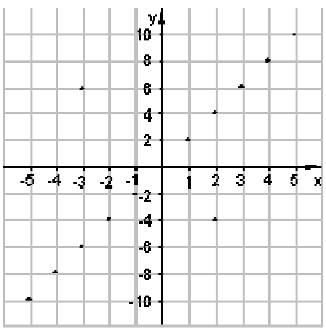
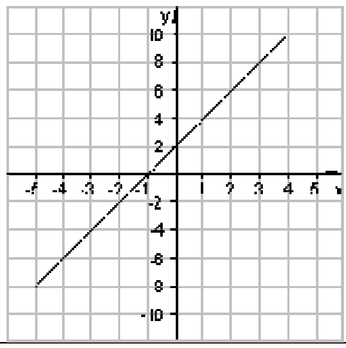
د ټولو نومونو ټولګه	
اړیکي	جوړه سټ(-دېرۍ)
غشیدیاګرام	په څت اړیکي
پروت ولاړړ یا کواوردینات سیستم	د اړیکو ګراف

د دوي نومونه	
ارزښتجدول	فنکشن(تابع)
فنکشن ارزښت f (x)	خپلواکه اووښتونې(-متحوله Variable x (
بلواکه اووښتونې(تابعمتحوله) y	

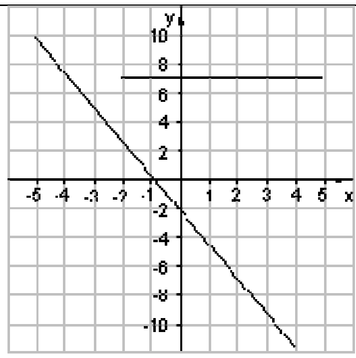
د اړیکو پوښتنې

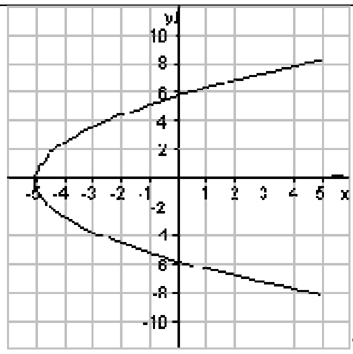
1- د څیره شوو ګرافونو کوم یو د فنکشن ګرافونه دي؟

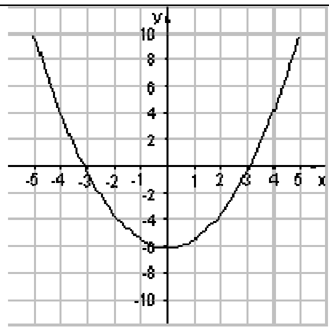
د خپلو اندونو دلایل راوړئ

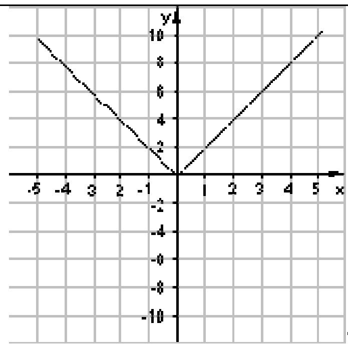
الف-	ب-
	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-


ت-


ټ-


ث-


2- دلاندې نظم قوانينو څخه يې کوم يو فنکشن مساوات کېدي شي؟

الف- $y^2 = x$ ب - $y = x^2 - 1$ پ - $y = -x^2 + 1$ ت - $y = \frac{1}{x^2} - 1$

3- د فنکشن گراف د ور کړ شوو فنکشنمساواتو سره انځور کړی او په ارزښتښت(- دېری) وټاکی.

(a $y = \frac{4}{x}$ $D = \{ x \mid 0 < x \leq 10 \}_{\mathbb{R}}$ (b , $y = \frac{x^2}{4}$ $D = \{ x \mid 0 < x \leq 10 \}_{\mathbb{R}}$

4- فنکشنونه د فنکشن مساوات $\boldsymbol{y = 4x - 2}$ سره په پام کې ونيسی

a) د ټکو ازمايښت سره وازمايی، چې ايا لاندې ټکي د فنکشن په گراف پراته دي که نه؟

P (- 3 | - 14) ; Q (2 | 6) ; R (0 | - 1) ; S (0,5 | 0,25) ; T (10 | 37) ; U (- 5 | -22)

(c) ketabton.com: The Digital Library

b) د شمیرنې په مرسته لاندې پاتې وضعیه قیمتونه وټاکئ، د کومو سره چې لاندې ټکي د فنکشنګراف باندې پراته وي.

P (3 |) ; Q (-1 |) ; R (0,75 |) ; S (22 |) ; T (| -10) ; U (| 0) ; V (| 13) ; W (0 |)

5) $f(x) = 2x - 6$, $f(x) = -4x + 4$

$f(1)$ $f(0)$ $f(-2)$ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ $f\left(4\frac{1}{2}\right)$ $f(a)$

6) د لاندې ورکړ شوو ټکو لپاره د ټکو ازمایښت ولیکئ.

(a

$$y = f(x) = \frac{x^2+3}{2}$$

$$P\left(0 \,|\, \frac{3}{2}\right) \quad Q(1|2) \quad R\left(\frac{1}{2} \,|\, \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3|6) \quad T(5|13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \,|\, \frac{17}{9}\right)$$

(b

$$y = f(x) = \frac{x^2+3}{2}$$

$$P\left(0 \,|\, \frac{3}{2}\right) \quad Q(1|2) \quad R\left(\frac{1}{2} \,|\, \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3|6) \quad T(5|13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \,|\, \frac{17}{9}\right)$$

ځوابونه اړیکي **III**

د **1** حل:

الف-تابع نه ده، ځکه چې زیاتو **x** ارزښتونو ته دوه **y** -ارزښونه اړه لري.

ب- تابع، ځکه چې یوه -ارزښت ته ټیک یو –ارزښت اړه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-تابع نه ده، ځکه چې ډیرو x -ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ت- تابع نه ده، ځکه چې هر x–ارزښت ته دوه y– ارزښتونه اړه لري.

ټ-تابع ځکه چې هر x-ارزښت ته ټیک یو y–ارزښت اړه لري

ث- تابع، ځکه چې هر x ارزښت ته ټیک یو y -ارزښت اړه لري

دویم:

الف- تابعمساوات نه دی. ب- تابع مساوات، پ - تابع مساوات ، ت- تابع مساوات.

ټرنه ۲ :

د ډیریو ترمنځ اړیکي

د ډیریو ترمنځ اړیکی دومه برخه Relations دلته هغه د اړیکو په برخه، لکه وعده مو چی کړی وه ، پیل کوو او دا هغه په نامه ناساده اړیکی دي، یانی دا ړیکی د نابرابرو ډیریو ترمنځ هم اړیکي نیسی.

بنسټیزه ریلیشن یا اړیکی:

په ورځنی ژبه کي ،،اړیکي،، په همغه ورسره بلده معنادی. کیدی شي، شیان لیدونکي، واقعیتونه، پیښې او داسې نور یو له بل سره په یوه ریلیشن یا اړیکه کې ودریږي. د دې لپاره چې د داشي شي ځان نیوني یا حالتلپاره شمیرپو هنیز مودل لاس ته راوړو، غواړو چې لومړی یوه څرګنده بیلګه وڅیړو:

بیلګه: دلته دې M د انسانانو یو ډیری او S د ښارونو یوه ډیری وي.

د اړیکو لپاره ټاکو: چې شخص $x \in M$ ښار $y \in S$ کم له کمه یو وار لیدلی دی. دا د M او S توکو ترمنځ اړیکی کیدی شي چې اوس د ټولو جوړو (x,y) له لاري ورکړ شي، د کوم لپاره چی x کم له کمه y یو وار لیدلی دی. دا جوړې د ډیریو S , M د کارتیزي ځل M×S توکي دي. د شمیرپوهنی له مخه دا څموږ د علاقې وړ نه دی چې دا لیدنه دڅه لپاره وه یا څومره مهم یا زړه پورې وه یا نه. څموږ د علاقي وړ یواځې دا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې کوم توکی $x \in M$ د کوم توکي $y \in S$ سره اړیکو کی ولاړ دی. په دې توګه یواځی د جوړو $(x,y) \in M \times S$ ډیری ده، د کومو لپاره چې x او y یو له بل سره په اړیکو کی ولاړ دي یا شمیرپوهنیزې څیړنی ته یی لار خلاصه ده. د M×S برخه ډیری کړی شي چې ډیر متنیزه اړیکی یو له بل سره ولري. دا مو لاندې تعریف ته لاراښودوي یا رابولي .

پیژند:

د ډیریو یا ستونو M او N ترمنځ اړیکی R لاندې د کارتیزي ضرب یا ځل M×N یوه برخه ډیری پوهیږو، یعنې . $R \subset M \times N$ که $(x,y) \in R$ وي، نو داسی هم لیکو xRy او وایو: x او y په اړیکو R کی یو د بل سره ولاړ دي یا یو له بل سره اړیکی R لري .په دې تعریف کی ورکړ شوي اړیکی بینیر binär (یا دوه ځاییزې اړیکی دي، چې دوه ځایزوالی یی دا راپه ګوته کوي، چې هر واري دوه توکی یو له بل سره په اړیکوکی پراته یا ولاړ دی او یا نه. په شمیرپوهنه کی داسي حالتونه هم را منځ ته کیږي چې له دوه زیات توکي یو له بل سره په اړیکو کی پراته او یاپراته نه وي یا اړیکي لري یا اړیکي نه لري، چې دا مو لاندې تعریف ته راهڅوي:

پیژند: د M1, M2 , M3 ...Mn ډیریو ترمنځ n-ځاییزې د اړیکی R د کارتیزې ضرب یا ځل M1×M2×M3...×Mn , د n > 1 لپاره، یوه برخډیری ده، دا په دې مانا، چې دا داسی یو ډیری ده چې n –توپل یا ګون (x1,x2,...,xn) چې $x_i \in M_i$ توکی دي. که ټول Mi = M وي د i = 1,2, ...,n لپاره، نو په ډیری M کی له n -ځاییزواړیکو غږیږو یا دn -ځاییزې اړېکي بولو.

بیلګه: موږ په لاندې کی غواړو چې یواځی شمیرپوهنیزې بیلګي راوړو.د دوه ځاییزو اړیکو لپاره بیلګي په لاندې ډول دي:

الف: M=د رییل اعدادو یا حقیقي ګڼونوپه ډیری او $(x,y) \in R \subset M \times M$ ، که x < y وي .

ب: لکه په الف) کی او $(x,y) \in R \subset M \times M$ ، که $x = y^2$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ: M =د ټولګټونو ډیری، $(x, y) \in R$ که د x د y یو پرویشونی(مقسوم علیه) وي.

د ترنار یا درې ځاییزو اړیکو (n=3) لپاره لاندې بیلګه راوړو:

وي دې M =د رییلګټونو ډیری او $(x, y) \in R$، که z = xy (z = x+y)وي. دا چې په شمیرپوهنه کې د اړیکو لاندې د ډیریو کارتیزي ضرب یا ځل برخډیرې پوهیږو، هدفمند دې چې، د ټولنډیرې، غوڅډیرې او کومپلمنت(تکمیل-) ډیرې، دډیریو تر منځ اړیکو باندې وغږیږو(دا مو ترمخه څیړلي). په دې ډول کمپلمنت یو دوه ځاییزه اړیکه R ده د ټولوجوړو (x,y) لپاره، د کومو لپاره چې x او y یو د بل سره په اړیکو R کې نه دي ولاړ یا قرار نه لري. غوڅډیرې $R_1 \cap R_2$ د ټولو جوړو(همداسې -n -ځاییز) ډیرې ده چې په دواړو اړیکو R1 او R2 کې خوندي ده یا ځای لري .لوستونکې دې په بیلګو کې فکر وکړي، په کومو کې چې دا کلمې راځي. بر سیره پر دې د ډیریو ترمنځ له تش اړیکو هم غږیږو. د دې اړیکو لاندې د کارتیزي ضرب یاځل تش برخډیرې پوهیږو .

بالاخره دا هم ګټور دی که له دې وغږیږو چې ایا R1 اړیکه په R2 اړیکه کې ځاي ده یعني R1 اړیکې د اړیکېR2 رخډیرې ده، که نه ، د لیکلو دود $R_1 \subseteq R_2$ اوس دې M د انسانانو ډیرې وي او R1 دې اړیکه » پلار د »او R2 اړیکه » واده له « وي. که $(x, y) \in R_1$ او $(y,z) \in R_2$وي، نو x د z د میرمنې پلار، یعني د z خوسر دی. که R3اړیکه » د... خوسر « وي، نو لرو : له $(x, y) \in R_1$)او $(y,z) \in R_2$ لاس ته راځي: $(x,z) \in R_3$

دا مو لاندې تعریف ته رابولي:

تعریف : وي دې $R_1 \subset M_1 \times M_2$ او $R_2 \subset M_2 \times M_3$ دوه ځاییزې اړیکې. نو د R1° R2ځل یا یوځایوالی (کمپو زیشن) په لاندې ډول د M1 او M2 ترمنځ اړیکې دي: (پام دې وي چې په دې تعریف او لاندې بیلګه کې له کیڼ و ښي لور ته لوستل کیږي)، داسې حالتونو ته دې د لوستونکو تل پام وي.

$$R_1{}^oR_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \;, z \in M_3 \;,$$

$R_1{}^oR_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \;, z \in M_3 \;,$ سره (x,z)€R2 او (x,y)€R1 شتون لري، د y€M1 یو }

(c) ketabton.com: The Digital Library

پس لرو $x\,(R_1{}^{o}R_2)\,z$ هلته او هلته كه د يوه y لپاره xR_1y او yR_2z باور ولري.

بيلګه: وي دې:

$$M_1 = \{ a,b,c\} \;,\; M_2 = \{ \alpha , \beta , \gamma \}, \quad M_3 = \{ 1,2\}$$

او

$$R_1 = \{ (a,\alpha),(a,\beta),(b,\alpha), (c , \beta)\}$$
$$R_2 = \{(\alpha,1), (\alpha,2),(\beta,2), (\gamma ,1)\}.$$

نو لرو

$$R_1{}^{o}R_2 = \{ (a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,2)\}$$

دبيلګي په توګه لرو $(b,1) \in R_1{}^{o}R_2$ ، خكه چي $(b,\alpha) \in R_1$ او $(\alpha, 1) \in R_2$

يادونه : کیدی شي چي R1 ° R2 تش اړيکي هم وي. دا حالت يوائې او يوائې هلته مخ ته پروت دی ، كه د كومی جوړې $(x,y) \in M_1 \times M_2$ لپاره يو $y \in M_2$ د پورته تعريف د خويونو سره سم شتون ونه لري يا موجود نه وي.

که R1 , R2 , R3 .:د ډيريو M2 , M1 همداسیM2 , M3 او M3 , M4 تر منځ اړيکی وي نو د يوځايوالی يا ځنځيروني لپاره لاندې اسوشياتيو قانون باور لري:

(R1 ° R2) ° R3 = R1 ° (R2 ° R3)

ښوونه يی د ضرب يا ځل تعريف د استعمال له لارې ساده ده. د اسوشياتيو قانون اجازه راکوي چي له ډير واره ضربولو يا ځلولو وغړيزو چی جوړول يی د نوکان ايښولو خپلواك دي. د ساده والی له دې R1 ، R 2,... ، Rm په ډيری M کی ۲ - ئيزې اړيکي وي .نو Rm °..... ° R1 ° R2 له ټولو هغو جوړو (x,y)جوړ دی، د كومو لپاره چی غړي x = x0 , x1 ,..., xm-1 , xm = y موجود وي $(x_{i-1};x_i) \in R_i$ د سره د i = 1 , m , ...لپاره. موږ دې ته پام راګرځو، چی په ډيری M کی د اړيكو R2 , R1 يوځايوالی کی کموتاتيو قانون باور نه لري يعنی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$R_1 \circ R_2 \neq R_2 \circ R_1$$

پيژند: وي دې $R \subset M \times N$ يوه دوه ئيزه اړيكه. د R په څټ اړيكه R-1 R^{-1} بيا لاندې دوه ئيزه اړيكه د $R^{-1} \subset N \times M$ د N او M ترمنځ ده:

$$R^{-1} = \{(y,x) \mid y \in N ,\ x \in M,\ (x,y) \in R\}$$

د بيلګي په توګه اړيكه »كوچنى له « د ټولو رييلو ګنونو سټ يا ډيرى كى د» لوي له « په څټ يا چپه يا مخامخ اړيكه ده .

جمله: كه R2 , R1 په M كى اړيكي وي ، نو لرو:

$$(R1 \circ R2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$$

او

$$(R_1^{-1})^{-1} = R_1$$

حل(اوبى) : دويمه غوښتنه د تعريف پسى ترلى لاس ته راځي. ددې لپاره چى لومړى مساوات حل يا ابى كړاى شو، ليكو، چى $R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ څه مانا لري:

R2- ² °R1-1 = { (x,y) |

$R_2^{-2} \circ R_1^{-1} = \{ (x,y) \mid$ يو موجود دى y د دې سره $(x,y) \in R_1$ او $(y,x) \in R_2 \}$

$= \{ (x,z) \mid$ موجو د دى y د $(y,x) \in R_1$ او $(z,y) \in R_2 \}$

$= \{ (x,z) \mid$ دى $(z,x) \in R_1 \circ R_2 \}$

$= (R_1 \circ R_2)^{-1}$

پاى

په دې برخه كى د اړيكو انځورولو غړيرو چى ليدوړ وي . دا طبعآ د پاى سټ يا ډيريو لپاره كړاى شو او چى نسبتآ كم غړي ولري. لومړى امكان يى د ماتريكس په څير انځورونه ده(دا دې زما د شميرپوهنى كتاب) بنسټونه (۱۱ الف برخه كى وكتل شي(او يا د يوه جدول له لارې. وي دى R M×N يوه اړيكه |m = |M او . |n = |N موړ د Rاړيكو ماتريكس لاس ته راوړو، په كوم كى چى موړ ته يو دوه ديمنزيونال) دوه

(c) ketabton.com: The Digital Library

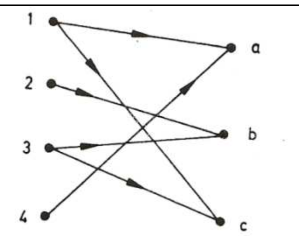
اړخيز يعنی جدول په هواره کی . يادونه : کربنه يو اړخ، هواره دوه اړخه او هوا يا فضا درې اړخيز بلل کيږی (Dimension پراخيدونی، دا په دې مانا، چی د بيلګي په توګه يو تن يا بدن يا هغه په ورسره بلد نامه جسم درې ديمنزينال دئ يانی درې لورو ته پراخيدئ شي جدول په لاس راځي چی m ليکي او n درځونه ولري او هره ليکه همداسی درځ يو د M توکی همداسی د N توکی باندې تنظيم شي)

دلته بايد هر توکی ټيك يوځل رامنځ ته شي(. د x € M ليکی يا کيلي د y€N د درځ غوڅي په ځاي 1 ليکو، که (x,y) € R وي په غير له دې0 . په دې ډول R پوره تشريح شو. په M کی د يوې اړيکی لپاره جدول يو څلورئ - بيزي - يا مربع ماتريکس د ی د | M |ليکو اودرځونو سره

بيلګه: وي دې M = {1,2,3,4}; N={a,b,c,d} او

R={(1,a);(1,c);(2,b);(3,b);(3,c); 4,a)}

نو د ماتريکس يا جدول په لاندې شيما کي ورکړ شوی دی



	a	b	c
1	1	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0

يا

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

«پورته او د راتلونکی مخ)

بل امکان يی د غشو دياګرام انځورونه ده (لور لرونکی کربنی). د لته د M او N توکی يو په بل ولاړ انځوريږي او x څخه و y ته »غشی وکاږي که $(x,y) \in R$ وي .دا

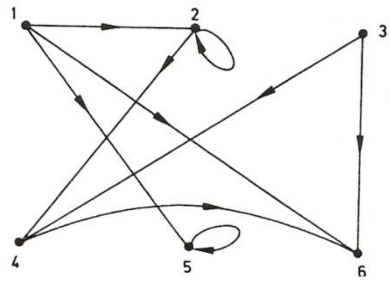
(c) ketabton.com: The Digital Library

اړيکي په ش ؟؟؟ کي ليدل کيږي دا انځورونه داسی په نامه جوړه لورلرنکی ګراف ورکوي. که بالاخره R يو دوه ځاييزه اړيکه په M کي وي نو ګراف کيدی شي نور هم ساده وليکو.

د M هر توکی په يوه ټکي يا » غوټه « تنظيميږي او د M تنظيم شوي توکی سره په نخښه کيږي. نو بيا له x څخه و y ته بيا يو غشی کاږو، که R € (x,y) وي. يو لور لرونکی ګراف لاس ته راځي .

بيلګه : وي دې{1,2,3,4,5,6} = M { ،او
R={(1,2),(1,5),(1,6),(2,2),(2,4),(3,4),(3,6),(4,6),(5,5)}

د R ګراف په لاندې ځيره کی انځور شوې



ځيره ۶

دا ځرګنده ده ، چی لکه څنګه چپه، داسی لوريز ګراف يوه اړيکه انځوروي. که وي) x,x)C R، نود R ګراف په x کی يوه راګردونکی يا کړی لري.

د اړيکو لپاره ټاکلی کارونی يا کاروايي يا عمليي له دې انځوروني سره ښه بيانيدلی شي. د R لپاره جدول څخه د R د کمليمنت جدول لاس ته راځي، که د هر 0 په ځاي 1 او د هر 1 په ځاي 0 وليکل شي، په څټ اړيکي R^{-1} هغه جدول دی، چی ليکه) دا ما زياتو ځايونو کی کيله لکلی(د درځ) درځ يانی ولاړه کيله يا ليکه (په ځاي او درځ د ليکی په ځاي په ځاي شي) زما د شميرپوهنی کتاب۱۱ الف برخه دې پرتله شي(، نو ترانسپوني ماتريکس لاس ته راځي. جدول و R1 ° R2 ته د ماتريکسونو د ځل څخه لاس ته راځي) زما د شميرپوهنی کتاب ۶ الف برخه دې وکتل شي (د R1 او R2 جدولونو) په همدې لړبيرلپسی)که په ځل ماتريکس کی له 0 نابرابر په ځاي 1 ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کړي. د R-1 ګراف د R له کراف څخه داسی لاس ته راځي چی د R ګراف کی « غشی راچپه یا راوګرځول شي«. د R1 ° R2 په ګراف کی د x څخه و z ته غشي شته که y لپاره یو غشی د x څخه و yته غشی موجود او له y ځخه و z ته یو غشی موجود وي.

د دې ګراف سره د جملی ۹ الف ۱ ښوونه او د اسوڅاتیو قانون په ساده توګه لیدل کیدی شي. لوستونکی دې داجملي د ګراف په مرسته فرمول بندي کړي .

د اړیکو ځانګړي ټولګي

په ډیری M کی دوه ځاییزې اړیکی د M×M برخډیری په څیر ګڼو. په M کي یوه ځانګړې اړیکه کټمټوالی اړیکه په M کی ده او په لاندې ډول یی پیژنو یا تعریفوو

$$I = \{(x,x) \mid x € M\}$$

د I سره هر توکی خپل ځان سره په اړیکو کی ولاړ دی، مګر دوه توپیریدونکی توکی یو د بل سره په اړیکی I کی نه دي ولاړ. په څرګنده توګه باور لري .I = I-1 د I ګراف په هره غوټه کی یوه ګردونکي) کړیځ(لري. او په غیر له دې بل غشی نه لري. د I جدول یوونماتریکس دیځ
پیژند: اړیکه R په M کی رفلکسیو (reflexive)بلل کیږي، که باور ولري: $I \subset R$
دا په دې مانا چی د ټول x € M لپاره لروR € (x,y) د یوه رفلکسیو اړیکی ګرافیکي انځورونه کی ګراف په هر ټکي یوه کړیځ راګرځوي. د یوه رفلکسیو آړیکي بیلګه د رییل ګڼونو په ډیریځ کی د » کوچني یا لوي « اړیکي دي او په یوه هواره کی د غبرګو کرښو ډیریځ .د یوه رفلیکسیو اړیکی له مخه یو څو لاس ته راوړنی راوړو چی لوستونکی دی د ګراف له لارې و ازمایي

۱) که R رفلکسیو وي نو R^{-1}هم

۲) که R 2, R1 رفلکسیو وي نو R1 ° R2 هم

۳) که R رفلکسیو وي نو لرو $R \subset R \circ R$ که یوه اړیکه R کومه جوړه (x,x),x € Mونه لري نو R ایرفلکسیو دی. دلته R ټیك هلته یعني هلته او هلته رفلکسیو دی چی د R کمپلمنت ایرفلکسیو وي. اړیګي » و... ته اورتوګونال« یو ایرفلکسیواړیکه ده د

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوې هوارې د كربنو ډيرۍ كې ، ځكه چې كربنې د خپل ځان سره پخپله اورتوګونال نه دي يا په بل عبارت : هيڅ كربنه د ځان سره اورتوګونال ده يانې په ځان نيغه نه شې دريدلې. په ايرفلكسيو ګراف كې كوم ټكې ګردۍ يا كړۍ نه لري.

دا په ګوته كوو چې، يوه اړيكه هم نه رفلكسيو او هم ايرفلكسيو كيدى شي. ددې سره سم د ا دا مانا لري چې R «رفلكسيو نه دى«، نو يو x شته د كوم لپاره چې لرو (x,x) € M

پيژند: يوه اړيكه R په ډيرۍ M كې سيومتري بلل كيږي، كه له) x,y) C R څخه لاس ته راشي .) y,x) € R) په نورو كليمو: دۍ x,y)€ R) ټيك هلته يا هلته او هلته يا هلته اوپه څټ، كه) y,x) C R وي او همداسې كه R = R-1 وي.

د يوه سيومتري اړيكې ګراف اړيكي كې ټيك هلته له x و y ته غشى شته كه له y و x ته هم يو غشى موجود وي. سرۍ واي چي لوريز ګراف سيومتريك دۍ. د سيومتري اړيكو ماتريكس سيومتريك دى، په دې ډول چې په اصلي نيمي) قطر(يوه هندارونه) له كيڼ پورته و ښي لور كښته ته (په خپل ځان پريوزي.

بيلګه : اړيكي » غبرګ و... ته«) يا » اورتوګونال Orthogonal و... ته «(د يوې هوارې كربنې يو سيومتري اړيكه ده. اړيكى » ورونه د« په همدې ډول د انسانانو په ډيري كې سيومتريك اړيكي دي .

پيژند : يوه اړيكه R په ډيرۍ M كي اسيومتريك، كه له R € (x,y) څخه لاس ته راشى y,x) € R (.

د دې سره يوارزښته دا هم دۍ.

په اسيومتري اړيكو كى زيات تر زيات يوائي د يوې لورې يو غشى شته او له دواړو خواوو دا ناشونې يا ناممكن دى. ددې په څټ مانا لري R «نا سيومتري دى« ټيك هلته چى يو غشى) x,y(موجود وي، په كوم كې چى په څټ يا چپه لوركى دا غشي « (y,x)نه وي موجود.

(c) ketabton.com: The Digital Library

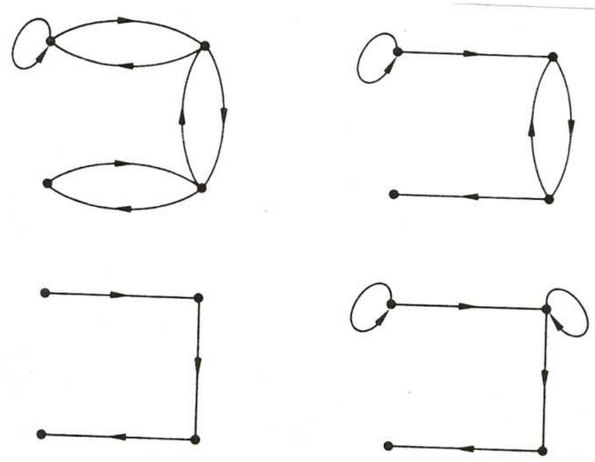
د بیلګي په توګه اړیکی » لور د« یا »ځوي د «اسیومتري دی د ټولو انسانانو په ډیري کی. یو اسیومتري اړیکه حمتي ایرفلکسیو ده) په ګراف کی ګردی یا کړی نه شته .)ځګه چی له R € R (x,x) لاس ته راځي R € (x,x) ، نو یو مخامخوالی یا تضاد دی. که R اسیومتري وي، نو-۱ R هم .بیرته اړیکي شته چی نه سیومتري وي او نه اسیومتري. د اړیکي د » ورور د « د ټولو انسانانو په ډیری کی دا حالت دی. سړی د نا سیومتري او اسیومتري اړیکو ترمنځ توپیر باید وکړای شي. بالاخره یوه دریمه کلیمه هم شته، کومه چی له دواړو توپیر لري

پیژند : یوه اړیکه R په ډیری M کی انتیسیومتري بلل کیږي، که له R € (x,y) او (y,x) € R څخه لاس ته راشی x = y .

له دې سره ورته (اکویوالنت) دی I. $R\cap R^{-1} \subset I$

په یوه انتیسیومتري اړیکی کی کیدی شي ددوه مختلفو ټکو ترمنځ زیات تر زیات یو غشی) یواځي په یوه له دې دوه لورووجود ولري(چی د اسیومتري اړیکو په خلاف ګردوني) کړی)هم وجود لري.

بیلګه : اړیکی » کوچنی یا مساوي «(≤)د طبیعي اعدادو یا -ګنونو ډیری کی انتیسیومتري) او رفلکسیو(دی همدا ډول د یوې ځای په ځای ډیری برخدیریو اړیکيA B ⊂,د برخدیریو A,B لپاره انتیسیومتري دي .په لاندې ځیرو کی لومړی ګراف یو سیومتري ښایي، دوهم نه سیومتریکي) مګر نه اسیومتریکي(، دریم یو اسیومتریکي او څلورم یو انتیسیومتریکي اړیکي په ګوته کوي .ځیره ۷



(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند : يوه اړيکه R په يوې ډېرۍ کي ترانسيتيو ده،که له R € (x,y) او R € (y,z)څخه لاس ته راشي R € (x,z) د دي سره مساوي ارزښته لاندې شرايط R ° R R هم دي

څېره ۸

د Rاړيکی ګراف لپاره ترانسيتيويتيTransitivity په دې مانا دی، چی د x څخه و yته د غشي موجوديت او له y څخه و z ته د غشي موجوديت څخه د غشي موجوديت له x څخه و z ته لاس ته راځي .

بيلګه : اړيکی » يو سرك د .. په منځ کی موجود دی « د يوه هيواد ښارونو په ډيرۍ کی ترانسيتيو دی، اړيکی ≤ په R کي ترانسزيتيو دي، همداډول ترانسيتيواړيکه ده، د ډيرۍ M په پوتنځډيرۍ P(M)کی
هرې اړيکی R ته په M کي يو يواځنی تاکلی » کوچنی » ترانزيتيو اړيکه T په M کی موجود ده د T ⊂, R سره .دلته » کوچنی « په دې مانادی، چی S « ترانسيتيو

دی او له » S ⊂, R لاس ته S ⊂, T راځي. نو Tداسی لاس ته راځي

T = {(x,y)| (x,y) € R او يا غړي z0 , z1 ....zm شته د

(x,z0) € R, (zi-1,zi) € R , i = 1,...,m او (zm,y) € R } د R اړيکی ګراف کی، دا په دې مانا دی، چی د x څخه و y ته يو غشي کښل کيږي که څوك د يوه تاکلي غشي) د Rپه اوږدوالي له x څخه و y ته راتلی شي. اړيکي T د اړيکی R ترانسيتيو پټونی، پوښ يا(سمځ) بلل کړي.

بيلګه : په مخ ته تير سيومتريك لپاره پيژند کی ښی ګراف د کيڼ ګراف انځوروني لپاره يو ترانسيتيو پټوني دی يا سمځ ده .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایکویوالنتریلیشن یا برابرې اړیکيیادونه

دې ته که هم ارزښته - یا همغه ارزښته اړیکی ووایو ښه به وي، خو ما دا په کتاب کی برابرې اړیکی بللي . د اکو -یوالنت مانا هم ارزښته ده .

پیژند یا تعریف :

په ډیری M کی یوه اړیکه R برابر اړیکه یا هم ارزښت اړیکه بلل کیږي، که هغه رفلکسیو، سیومتري او ترانزیتیو وي. که xRy وي نو وایو چی x : و y سره برابر دی) د اړیکی R لاندې)

بیلګه :

د مساوات (برابرون) اړیکه یوه برابر اړیکه ده (هر توکی یوائي و خپل ځان سره برابر یا د ځان سره اکویولیت دئ(. اړیکه » غبرګ و....ته « په هواره کی د کرښو ډیری کی برابر اړیکه ده. په Z کی د xRy اړیکه ، که x او y د 5 باندې ویش سره همغه پاتی) باقي(ولري، برابر اړیکه ده .په M کی دې R یو برابر اړیکه وي او x € M, نو لیکو: $R[x] = \{ y \mid (x,y) \in R \}$

او R[x] د x برابر ټولګي و R ته بولو R[x] .د ټولو x څخه د R لاندې د M توکو څخه جوړ دئ.

جمله : دوه هم ارزښته یا برابر ټولګي R[x] او R[y] د R هم ارزښته اړیکو له مخی یا کټمټی دي او یا پردی..

حل یا اوبی: R[x] او R[y] دې بیګانه نه وي. موږ ښایو چی دانو ګټمټی دي. موږ یو غړی z له R[x] ∩ R[y] ټاکو، چی باور لري) R € (x,z) او R € (y,z) پس (z,y)€R هم. له دې سملاسي لاس ته راځيR € (x,y) ، ويدې v € R[x]په خوښه،

نو)R € (v,x لرو. د R € (x,y) له امله لاس ته راځي R € (v,y) او له دې امله v € R[y], باور لري :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$R[x] \subset R[y]$,

په ورته ډول ښايو چې $R[x] \subset R[y]$, او له دواړو لاس ته راځي $R[x] = R[y]$.

پیژند : وي دې M يو ډيرى او Ai , i € I يود ناتشو د M برخډيريو ډيرى Ai.د M ډيرى پارتيشن (Partition(تجزيه يا ټوټونه جوړوي، كه له j ≠ i څخه $Aj = \theta$ ∩ Ai لاس ته راشي او كه ولرو

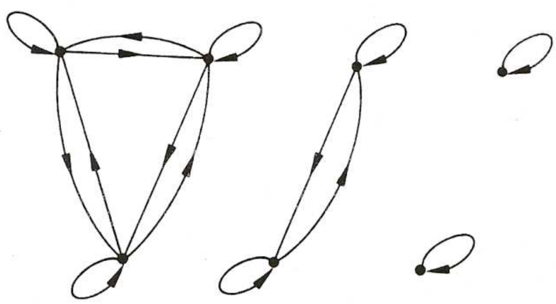
$$\bigcup_{i \in I} A_i = M$$

وايو: ډيرى M د Ai څخه پردى ټولنه ده.

جمله : په M کی د يوه ورته اړيکی پسی Ai ورته ټولګي د M يوه تجزيه يا ټوټونه جوړوي.

حل (اوبی) : دا يو شرط د اخرنی جملی څخه لاس ته اځي. دا چې يو ورته اړيکه رفلکسيو ده، نو تل باور لري x € R[x] او له دې امله هر د M توکی په يوه برابر ټولګي کي پروت دی*.

په ګراف کی په ساده توګه پيژندل کيږي چی برابر اړيکی ورته ټولګي دي. دا په ګراف کی د ټکو هغه ډيرى ده، په کومو چی. دوه ټکي په يوه غشي سره تړلي دي. د بلی څيرې ګراف (لاندې څيره(يو ورته اړيکه انځوروي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ وليدل چې د ډيرۍ M هر ورته اړيکې پوري پ په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه اړه لري. له دې يې په څټ هم باوري کيږي. وې دې Ai , i € I په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه ده، نو کيدی شي چې په M کې يوه اړيکه R په لاندې ډول تشريح شي.

دا چې R € (x,y)هلته او هلته باور لري، کله چې يو i € R شتون ولري د x€ Ai او y Ai€سره. په ساده ډول ليدل کيږي چې داسې اړيکه R يوه برابرون - يا مساوات اړيکه ده او د هغې ورته ټولګي همدا د Ai ډيرۍ دي. د تجزيې څيړنه په همغه مانا ده لکه د برابر اړيکو څيړنه کيدی چې برابرون اړيکې R د برابرون نخښونې ټوليزوالې ياعموميت په توګه ونيول شي. اړيکه R وايي يا افاده کوي، چې توکي x,y د xRy سره، د يوه ځانګړي ليددود له مخې »برابر يا مساوي« وليدل شي. دا ډيرواره د x او y لپاره دمساوي ارزښت « نخښو يا علامو« د M توکو خويونو په څير افاده کيدی شي يا ويلکيدی شي. دوه نفره ورته بلل کيږي، که يو ډول سترګي يا همغه تابيعيت يا يو ډول غوږونه اوداسې نور ولري. دوه ټولګيونه ورته دي، که د يوه ټولګي سره په ويشلو وروسته همغه پاتې ولري .يو ورته ټولګي د دې نخښو يو ټاکلی ارزښت په ګوته کوي.

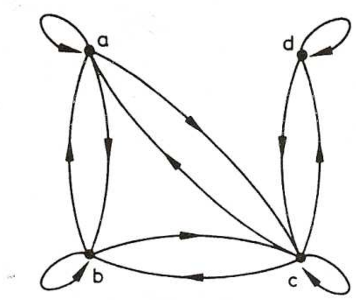
حالت په بل ډول دی، که اړيکې S سره د انسانانو په ډيرۍ کې xSy وي، داسې چې x او yپه يوه شريکه ژبه باندې واك ولري S .رفلکسيو او سيومتريك دی ، مګر په ټوليزه يا عمومي توګه ترانزيتيو نه دی. داسې اړيکې زغموالي اړيکې يا زغموږ اړيکې (تحميلکيدونکي اړيکي) بلل کيږي. ځکه چې x او y يو بل »زغمی« يا»تحمل« کوي، په داسې توګه چې يو له بل سره په خبرو پوهيږي. دلته د ورته ټولګي په ځاي د زغم - يا تحمل ټولګي منځ ته راځي، د جوړه زغموږ يا تحمل کيدونکو توکو , x,y دا په دې مانا د توکوسره .xSy دا په ټوليزه - ياعمومي توګه نور جوړه ډوله بيګانه نه دي. يو غوره بيلګه يې په ډيرۍ M کې داسې لاس ته راځي چې د توکو لپاره يې واټن d ټاکلی وي .

اړيکه R داسې پيژندلکيږي xSy :هلته او هلته، که $d(x,y) \leq a$ د يوه کره څرګند $a > 0$ لپاره باور ولري. دا توکي يو له بل سره د زغموږ يا تحملوږ دي، که د هغو واټن يا فاصله زيات تر زيات مساوي a وي، يعنې که دا توکي زيات تر زيات يو له بل څخه aتوپير ولري. که $M = R$ وي، نو د بيلګي په توګه $d(x,y) = |x-y|$ يو ناسب واټن دی. لاندې ځايره ديوه تحملووالي اړيکه په ګوته کوي، که کوم کې چې {a,b,c} او { c,d}زغملوالی - ياتحملوالي ټولګي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نظم اړيکی

په ډېرو حالتونو کی ، له شمیرپوهنی دباندې کیدی شي د ځانګړو ډېریو توکو ترمنځ اړیکی لکه » کوچنی له » ، «کم له « ، »کمزورله «، » خوندور له« او داسی نور ، ولیدل شي. د ټولو دا ډول اړیکو ترمنځ شریکخویونه شته، چی په ګنپوهنه کی د اړیکو د بنسټ په توګه ټاکل کیدی شي،



پیژند: په ډیرۍ M کي یو نظم اړیکه یا لنډ نظم، رفلکسیو، انتیسیومتري او ترانزیریتیو آړیکه R ده.

که R یو نظم وي او R € (x,y)، نو زیات وخته داسي هم لیکو x ≤R y یا x ≤ y .

که R € (x,y) او x≠ y وي، نو ددې لپاره لیکو x <R y ، په داوړو حالتونو کی ایندکس یا پیژند نخښه نه لیکو، که څرګند وي چي کوم نظم مو غوښتنه یا مطلب دئ .

بیلګه : اړیکه » کوچنی یا برابره« د رییلو ګڼونو ډیرۍ کی یو نظم دۍ. اړیکی » په کی ځاي ده یا په بر کی نیولی ده یا خوندې ساتي« د هره ډیرۍ توان)پوتنځ(ډیرۍ کی نظم دی. اړیکه x y ویشي » د طبیعي ګڼونوډیرۍ کی نظم دۍ .د پورته کلیمي تر څنګ د کلك نظم کلیمه هم موجود ده. یو کلك نظم په M کی یوه اسیومتري او ترانزیتیو اړیکه ده. اړیکي R ته د S € (x,y) سره S هلته او هلته یو کلك نظم اړیکه ده، که وي . x <R y ددې په څېټ هم باور لري

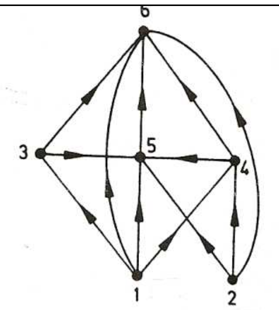
(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند: دوه د ډيرئ M توکي x , y په M کی د اړيکی R په نسبت يو بل سره پرتله وړ يا مقايسه وړ دي که R € (x,y) او R € (y,x) باور ولري..

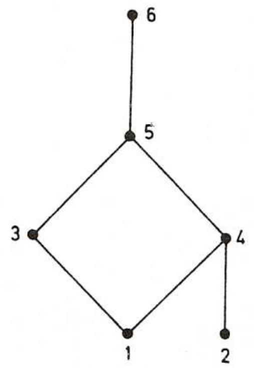
په دې ډول هر توکی د خپل ځان سره پرتله کيدونکی دئ. مګر په ټوليزه توګه نسبت و نظم R ته هر دوه توکي پرتله کيدونکي نه دي. لکه په يوه توان ډيري M کی M | < 2 |تل يو برخه ډيری په بل برخه ډيري کی خوندي نه دی.. په طبعي يا پيدايښتي ګڼونو ډيري N کي نسبت و نظم x y « ويشي » هم دوه طبيعي ګڼونه د پرتلي وړ نه دي. دا مو لاندې ته راهځوي.

پيژند : يو نظم R په ډيری M کی توتال يا پوره بلل کيږي، که د M هر دوه توکي نسبت و R ته پرتله وړ وي. په بل ډول R ټوټه نظم يا برخه نظم ويل کيږي) په انګليسي کی) poset for partially orderd set

بيلګه : نظم » کوچني يا برابر« په ريیلو ګڼونو کی يو توتال يا ټول يا مکمل نظم دی. د M توان ډيری | 2 < | M کي خوندې ساتنه يا ځايونه يو برخه نظم دئ، همدا ډول اړيکي x « ويشي » y په(Z د ټولګڼونو ډيری(کی دا به داسی ګرامري ټيك ووايو :په Z کی په x باندې y ويشلی(. موږ يی داسی لولو y,x ويشي، خو ما ځکه بيل سره وليکل چی اشتباه منځ ته رانه شي:



.4.1

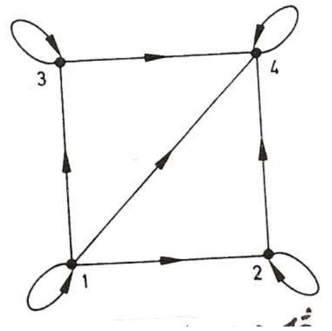


د نظم اړيکو انځورونه په يوه پای ډيری M کی کيدی شي د په نامه هازې Hase دياګرام نظم له لارې ساده شي. دا په دې ډول لاس ته راځي : د M هر توکي لپاره يو ټکی ټاکي او د همغه ټکی سره يې په نخښه کوي. ټکی a , b ټيك هلته په يوه پای کرښي سره تړل کيږي، که a , b يو له بل سره پرتله کيدونکي وي او » ګاونډي« وي. دلته b د a پورته ګاونډی دئ) په انګليسي کی ,)" b covers a " که a < b او کوم c موجود نه وي، د کوم لپاره چی باور لری (a < c < b د a او b ترمنځ کومه c نه شته(. که b

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a پورته ګاو ندئ وي نو aد b ښکته یا کښته ګاونډی دئ ، یعني a او b ګاونډي دي یا ځنګ په ځنګ. ددې لپاره چی نظم د هازې-دیاګرام څخه په یواځنی توګه بیرته جوړ کړو، نو په دې پریکړه کوو چی b له a پورته کاږو،که a < b صدق ولري. اړیکی R په ساده ډول اوس د هازی-دیاګرام څخه بیرته جوړولی (recunstruction) شو a < b: هلته او هلته که له هازې-دیاګرام څخه د کرښو یوې پرلپسی) له لاندې و پورته لور ته (له لارې له a څخه و ټکي b ته راشو. د هازې-دیاګرام کی ټولی کړی، د غشو لورې او ټول غشي، کوم چی ترانزیتیو -یتي له لارپلاس ته راځي، د R ګراف څخه لرې پریښوول کیږي .

بیلګه : په ډیري {M = { 1,2,3,4,5,6 کی یو نظم د هغه ګراف له لارې ورکړ شوې،)لاندې ځیره دې وکتل شي(. هازې-دیاګرام له دېامله لاندې ځیره لري، ځیره دې وکتل شي) ځیره دې وکتل شي



د نظم شوو ډیریو لپاره نورې کلیمي چی زیاتی استعمالیږي هم راوړو. وي دې M یو ډیري د اړیکی R سره او A ⊂ M ,دې یود M برخه ډیری وي. یو توکی a € A د A لوي توکی یا ماکسزیموم بلل کیږي، که د ټولو x € A لپاره باور ولري x < a. نو a په Aکی او له ټولو x € A سره پرتله کیدو -نکي ده او داسی نور، لویه یا برابره د هر x € Aسره. په همدې ډول د A مینیموم یا کوچنی توکی هم توضیح شوی دئ. موږ په دې ټینګار کوو چی په عمومي توګه د یوه منظم ډیري هر برخه ډیري ماکسیموم یامینیموم نه لري .لوستونکي دې بیلګي ورکړي. ګورو چی که ماکسیموم یا مینیموم موجود وي نو یواځنی موجود دئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که M ⊂, A وي، نو a € A د A ماکسیمال توکی نومیږي، که له x € M او x ≤ a
لاس ته راشي .x = a په نورو خبرو سره: د هیڅ x€ M لپاره باور لري .a < x دلته دا
نه دي غوښتل شوي چی a د A د ټولو توکو سره پرتله کیدونکی وي، مګر a د ټولو
x € Aڅخه لویه ده، د کومو سره چی پرتله کیدونکی ده .طبعآ ماکسیموم یو مکسیمال
توکی دی، مګر نه په څټ یا بر -عکس. په ځانګړي توګه کیدی شي یو برخه ډیری A
ماکسیمال توکی ونه لري یا ډیر ماکسیمال غړي ولري، یو ساده بیلګه دا څرګند کړي .
R دې په M={1,2,3,4} کی یو نظم وي، چی د لاندې ځیرې) ځیره (په ګراف
کی ورکړ شوی دی. نو بیا د A= {1,2,3} ډیری دوه ماکسیمال توکي لري، په نامه 2
او 3 مګر ماکسیموم نه لري.

یو مینیمال یا کوچنی توکی m د یوه m له A څخه توکي په څیر، په ورته توګه څر
ګندیږي، د کوم لپاره چی x C A د x < m سره نه شته. که A پایډیری وي، نو تل
ماکسیمال یا لوي او مینیمال یا کوچنی توکي شته.

که M ⊂, A وي، نو یو g € M (نه حتمآ په A کی) شته چی د A لاندې پوله یا
اینفیموم)Infimum (بلل کیږي، که g ≤ x وي د ټولو x € M لپاره او کوم g1 > g
وجود ونه لري، چی هغه هم دا خویونه ولري(gله دې خویونو سره لوي یا ماکسیمال
توکی دی).

په ورته توګه د A پورته پوله یا سوپریموم (Supremum) هم ورکړ شوی، د یوه
مینیمال یا واړه یا کوچني توکی G € M په څیر د لاندې خویونو سره، چی G≤ x د ټولو x
€ Aلپاره.

یو مینیموم تل اینفیموم Infimum وي او ماکسیموم تل یو سوپریموم Supremum وي.
په ټولیزه توګه حتمي نه ده چی یو اینفیموم یا سوپریموم دې موجود وي، او په
ټولیزهتوګه یواځنی ټاکلي نه دي، دا په دې مانا چی کیدی شي زیات اینفیمومه یا

سوپریمومه موجود وي.

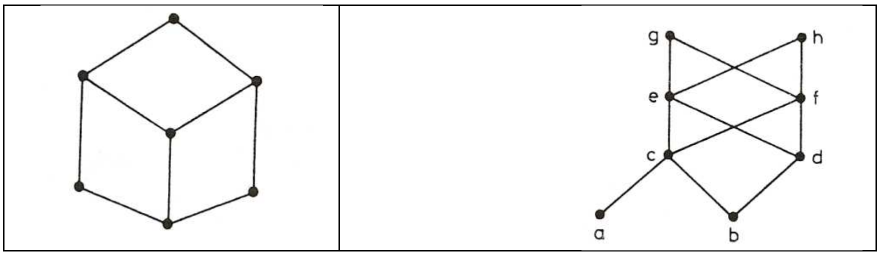
یادونه : د دې د A د پورته پولي یا کښته پولي تعریف تر څنګ یو بل امکان هم شته. دا
په دې کی نغښتی چی نه ماکسیمال توکي) همداسی نه مینیمال توکي (بلکه ماکسیموم)
همداسی مینیموم (کلیمي وکارول شي. د M ⊂, A لاندې پوله به ماکسیموم (که

(c) ketabton.com: The Digital Library

موجود وي) د ټولو توکو M € x ډيرۍ وي د کوم لپاره چي x ≤ a د ټولو a € A لپاره باور لري. په ورته ډول د پورته پولی لپاره هم. له دې پيژند يا تعريف سره هم په ټوليزه يا عمومي توګه برخډيرۍ A بی له پورته يا کښته پولی) او حتی د پاي ډيريو لپاره هم (، مګر پورته يا کښته پوله يواځنی ټاکلی، که موجود وي .د لاندې لاتيس) english: lattice, Deutsch:Verband)ما په خپلو کتابونو کی د تړنی يا تړاو په نامه نومولی دۍ -پيژند يا تعريف لپاره دا بی تاثيره ده چی کوم تعريف ټاکل شوی دۍ .

بيلګه : ډيرۍ M = { a,b,c,d,e,f,g,h} د نظم ≤ سره د هازې-دياګرام سره ورکړ شوی. (ښيره) ، نو e او f هر يو د A = {c,d} سوپريموم دۍ،دلته A = { g,,h} سوپريموم نه لري ، A = { a,b} اينفيموم نه لري او A = { c,d} يواځنی اينفيموم b لري . يو مهم د برخه ئيزې نظم شوې ډير ټولګـی داسی په نامه تړونی (Verbände , lattice)دی. په لاتيس کی هر له دوه توکو جوړه شوې ډيرۍ يواځني وي اينفيموم او ماکسيموم لري. په لاندې ښيره کی)ښيره (د هازې-دياګرام لاتيس انځوروي) د تړونی يا لاتيس لپاره دې زما د الجرونو کتاب وکتل شي .)

يو مهم د برخه ئيزنظم شوي ډيري ټولګي داسی په نامه تړونی (Verbände , lattice) دی. په لاتيس کی هر له دوه غړو جوړ شوی ډيری يواځني وي اينفيموم او ماکسيموم لري. په ښيره ، ۴ . ۴ کي د هازې-دياګرام لاتيس انځوروي (که چيرې مو لاتيس په دې کتاب کی ونه ښيره نو دا د نورو ژبو په بنسټيزو کتابونو کی شته).



د بيلګي په توکه د N ځخه لاتيس جوړيږي د نظم اړيکو R سره، دی xRy که x باندېy وويشل شي. د x او y سوپريموموك ګ ځ دی او اينفيموم يی غ ګ و.

(c) ketabton.com: The Digital Library

څیرونه

د ډیریو M او N ترمنځ ډیرې اړیکي متني دا مانا لري چی د M توکی د N توکو

ترنه ۳ :

د کلیمې «اړیکي»(روابط) "Relation" پیژند:

یوه اړیکه له دوه شیانو څخه جوړه ده:

۱ – یوه وینابنه

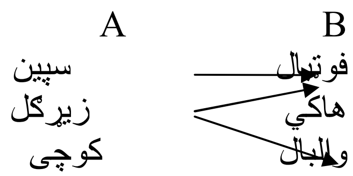
۲ – یوه جوړه، چې دا وینا یې پوره کوي(چې وینابنه یوه رښتیا وینا کوي)۰
بیلګه :

دیوې کورنی د توکو(غړو) سټ A دې ورکړ شوې وي او B د لوبو سټ۰

B	A
فوټبال	سپین
هاکي	زیرګل
والبال	کوچی

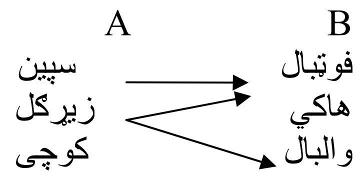
د دواړو ستونو ترمنځ یوه بینار(دوه ځایزه) وینابنه دی یوه وینابنه وي، چې سړی A د Bلوبی کوي۰

سپین فوټبال لوبه کوي، زیرګل فوټبال او والیبال لوبي کوي

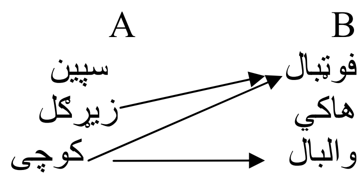


(c) ketabton.com: The Digital Library

نوري بيلګې
ترمخه موږ لاندې ستونه منځ ته ر اوړي اودرلوده مو:



موږ اوس دواړه ډېرى يا ستونه A او B ساتو ، مګر د دوي ترمنځ نوې اړيکې غواړو وپيژنو يا تعريف کړو:
بينار(دوه بيزې) اړيکې دې اوس داسې وي، چې « لوبه کوي» او « دا لوبه کوي» نور نه وي٠
د دې برسيره دې اړيکې « لوبه کوي » لاندې درې جوړې ولرى :
زيرګل د فوټبال لوبه کوي
کوچې د واليبال لوبه کوي
کوچې د فوټبال لوبه کوي
د خيرې په څير انځور يږي:



ياني A د B لوبه کوي
ليدلکيږي، چې د دوه ډېريو ترمنځ مختلفې اړيکې منځ ته راتللى شي يا ټينګيدلى شي٠

شننيزه انځورونه
مخ ته تيرو مخونوکې مو زده کړل، چې يوې اړيکې پورې دوه شيان اړه لري: يوه وينا بنه او يوه جوړه، چې دا وينابنه پوره کوي٠
کله اړيين نه دي يا نه شي کيدى، چې ټولې جوړې ورکړاى شو، کومې چې په يوه اړيکې پورې اړه لري٠

بيلګه ١

(c) ketabton.com: The Digital Library

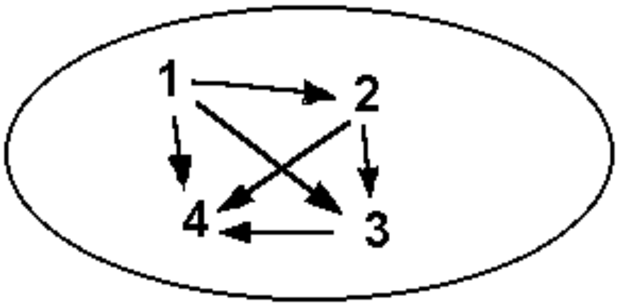
ستې $A = \{ 1,2,3\}$ او ستې $B=\{1,2,3\}$ دې ورکړ شوي وي٠ وينابنه کوچنی له یا لنډ >
هر زده کوونکی پوهيږي، چې جوړې $(1/3)$,$(1/2)$ او $(2/3)$ دا وينابنه پوره کوي٠
جوړو ګڼلو ته اړنه یو، بلکې دا د وينابنې مخ ته پرتې ستې A او B ته٠

بيلګه ٢

په ځانګړې توګه دا هلته له پامه غورځول کيږي، چې ټولې جوړې وشميرې، کله چې وينابنو ته مخ ته پراته ستونه یا د ستونو لويي وي او يا ناپای٠
بيلګه : ستې : $A = B = \{1, 2, 3, \ ...\}$
وينابنه: له پورته ليدل کيږي چې بيخي ناشوني ده، چې ټولې جوړې وشميرل شي، چې دا وينابنه پوره کوي٠

بيلګه ٣

کله کله اړيکه بيخي نه شي انځوريدلی٠
بيلګه : که ډېری یا ستونه نارينه =M او ښځينه =F وينابنه کې راوستل شي، چۀ « واده له سره »٠
دا څوک نه شي شميرلی(ګڼلی)، چې څوک له چا سره واده دی او دا نه په برخه اخستونکو ستونو M او F کې ورکړ شوي٠
د يوې اړيکې تيوپ یا ډول
اړيکه په دوه ګروپونو ويشل کيدی شي٠
١ – ددوه ډېريو ترمنځ اړيکې
٢ – د يو ه ستې په دننه کې اړيکې
تيوپ ١ – موږ وپيژند
د تيوپ ٢ - لپاره بيلګه لاندې اړيکې دي(چې په ځيره کې کښل شوي دي):



x له y څخه کوچنی دې

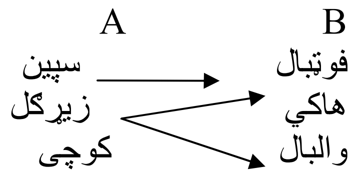
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخ ته تیرو بیلګو په مخامخوالي یا تضاد دلته د ستونو د توکو ترمنځ اړیکی پرتې دي
بنسټ سټ ، موخه سټ

Erklärungروښانه ونه

د سټ A (بنسټست) او B (موخه ډیری) په اړیکو کې په ربنتوني د مخ ته ورشو (کوچی ، زېرګل) همداسي ورپسي ورشو (فوتبال، واليبال) اړیکې هغه توکي جوړوي، چې په کارونه کې ونډه لري٠

A د لوبغاړو نومونه دي او B د لوبو نومونه دي



بنسټډیری یا - سټ Universal set(domain): {سپين ، زېړ، کوچی }
موخه سټ coddomain : { فوتبال ، هاکي ، وليبال }

domain ترمخورشو : { زېرګل ، کوچی}
codomain ورپسي ورشو :{ واليبال ، فوتبال}
ځنې شميرپوهان دا مخورشو او همداسي پسي ورشو، تعريفسټ ، ارزښت سټ یا تعريفورشو همداسي ارزښتورشو بولي

Relationstafelد اړیکو تخته

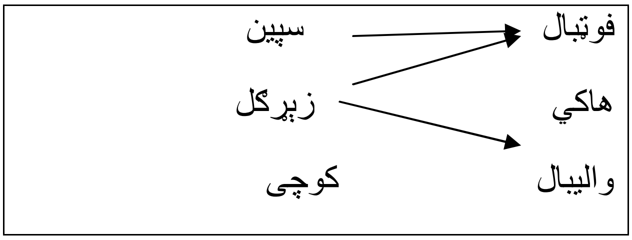
تراوسه مو تولې اړیکې د غشیدیاګرام له لارې انځور کړې٠ یو بل شونوالی یا امکانات یې د اړیکو تختې له لارې انځورونه ده:

د دې لپاره د بنسټ سټ او موخه سټ توکي په یوه جدول کې لیکو٠ د بنسټ سټ توکي په پورته لیکه کې لیکو اود موخه سټ توکي په کیڼ درځ یا کینه متّه کې لیکو٠

په صلیبونو(x)سره هغه پیژند یا تعریف ورکول کیږي، چې د موخه سټ په توکي باندې د بنسټ سټ یو توکی تنظیم شوی وي٠

د بیلګې په توګه بیرته همغه د لوبو سره بیلګه راوړو

(c) ketabton.com: The Digital Library



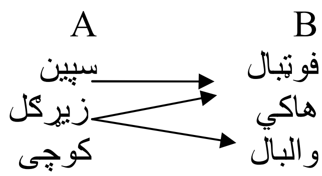
په دې پورې اړونده اړيکتخته په لاندې ډول ليدل کيږي

	سپين	زيړګل	کوچی
فوټبال	x	x	
ھاکي			
واليبال		x	

د کواوردينات سيستم انځوربنه
تراوسه مو اړيکي د غشيدياګرام او اړيکتختو له لارې انځور کړې٠ اوس يو دريم شوونوالی يا دريمه شوونتيا يا امکان غواړو وپيژنو:
انځورونه په يوه کواوردیناتسیستم کې :

د بنسټ سټ توکي په پروتمحور (x -محور)په نخښه کوو او د موخه سټ توکي په ولاړ (x- محور)محور په نخښه کوو٠
د ټکو سره هغه د بنسټيزی توکي او ورسره د تنظيمديزی تنظيم توکو ټاکلي وي

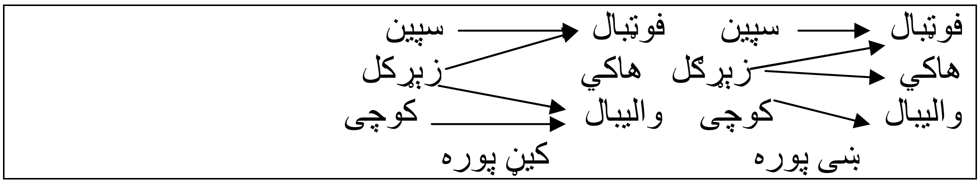
بيلګه
د بيلګی په توګه بيرته هغه بيلګه د لوبو سره بيلګه ټاکو:



په کواوردیناتسیستم کې انځورونه داسې ليدل کيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کڼې پوره کیدونکی اړیکې :
د Aڅخه هرتوکی کم له کمه د B په یوه توکي تنظیمیږي(پیژندورشو یا مخ ته ورشو او بنسټیزه سټ کټمټ دي)
ښي پوره اړیکې : دB   هر توکی کم له کمه د څیرې په توګه منځ ته راځي (پسې ورشو او موخه سټ کټمټ دي)



ښۍ یواځنۍ اړیکې

د بنسټډیرۍ (کیڼې)   هر توکی په زیات ترزیاته د موخه ډیرۍ (ښی) باندې تنظیمیږي٠

پام مرسته : غشي ښي « ښیلوریز) یواځنۍ دي٠

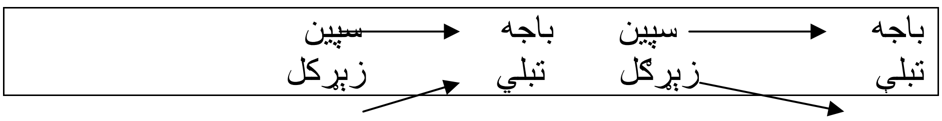
کیڼې یواځنۍ اړیکې :

د ښۍ ډیرۍ هر توکی زیات ترزیاته یو وار د یوې ډیرۍ (کینډیرۍ) د څیرې په ډول منځ ته راځي٠

پام مرسته : غشي ښي لورته یواځني دي٠

ناټیکوالی!

یا دا لاندې، چې د توپونو(غونډوسکو) په ځای موزیک الې ورکړ شوي دي



(c) ketabton.com: The Digital Library

رباب ← کوچی کيڼ يواځنی	رباب ← کوچی ښی يواځنی

تابع يا فنکشنونه د اړيکو ځانګړی حالت:
يو کينپوره کيدونکی او ښی يواځنی اړيکې يواځنی اړيکې بلل کيږي (فنکشن او يا ځيرونی)

په غشيدياګرام کې يوه تابع يا فنکشن په دې پيژندل کيږي ، چې د په هر توکی ټيک يو غشی پيل کيږي

په ځټ اړيکې : په ځټ اړيکو کې

١ – مخ – او پسي ورشوګاني سره بدليږي(پيژنددېری او ارزښتدېری)

٢ – وابيابلې يا اوښتونې سره بدليږي

رفلکسيو اړيکې يابيرته راګرځيدوني reflexive relations

دياګرام : په هرتوکي يوکړئ غشی شته

رفلکسيو اړيکې :

د رفليکسو اړيکو پيژند : د هرو برابرو توکو جوړه اړيکو پورې اړج لري

د فرمو په ځير يې ليکنه : د ټولو a لپاره باور لري:
aRa

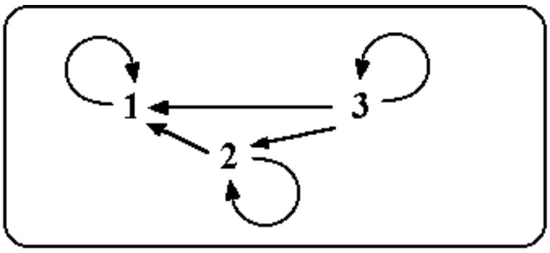
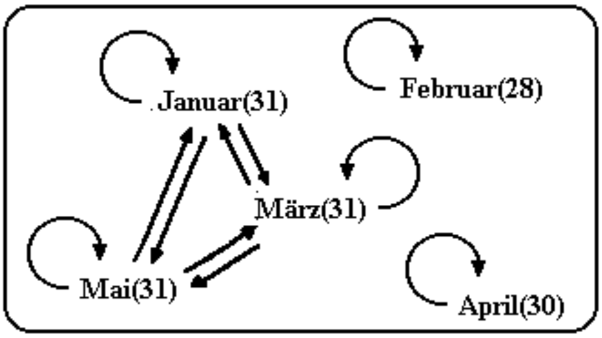


Bild: Die reflexive Relation ≥

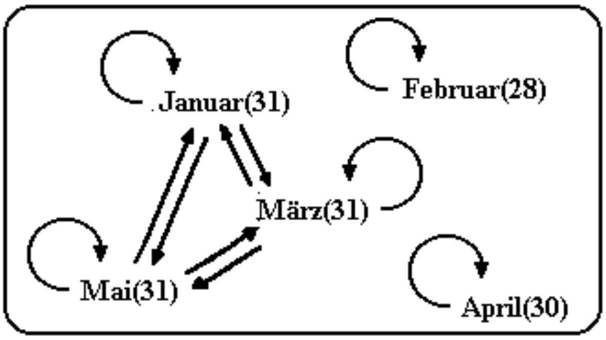
ځيره: ≥هندارونيزې اړيکې

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتيرفلكسيو (ايرفلكسيو اړيکي
Antireflexive
(irreflexive)
Relationen
پيژند : په انتيرفلكسيو اړيكو کې په هيڅ توکي کړۍ غشی نه شته
د همغه توکي جوړه اړيكو پورې اړوند نه دی، يا په اړيکو ونډه نه لري٠
د فرمول په توګه ليکل يې : ¬(aRa)



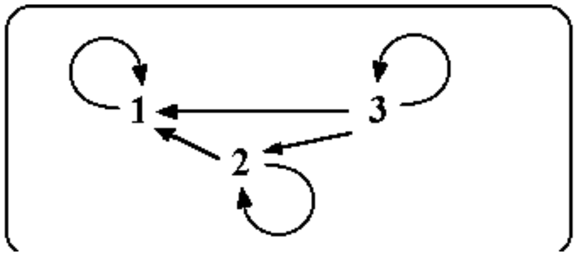
سيومتريکي اړيکي : symetric relations
هر غشي ته په څټ غشی شته
که (a,b) اړيکو پورې اړه ولري ، نو (b,a) هم په اړيکو پورې اړه لري٠



د سيومري اړيکو خيره: « همغومره ورځې لري لکه»
انتيسيومتري اړيکې: Antiasymetric reltions
د انتيسيومتري اړيکو دياګرام : په څټ غشی نه شته ٠
که (a,b) په اړيکو اړه ولري،نو (b,a) په اړيکو اړه نه لري، مګر که a = b وي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

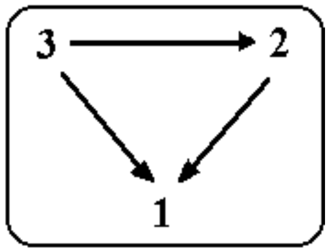
فرمول: $a R b \wedge b R a \Rightarrow a = b$



ناسيومتريک اړيکې پورته ښيره : Antiasymetric reltions $\geq$

اسيومتريکي اړيکې
asymetric relations (Asymmetrische Relationen)

د اسيومتريکي اړيکو دياګرام نه په ښتې غشی لري او نه کړی غشی لري۰
د اسيومتريکي اړيکو پيژند: انتيرفليکسيو او انتيسيومتريکې اړيکې
فرمول : $aRb \Rightarrow \neg(bRa$

ښيره: اسيومتري اړيکې	

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

(c) ketabton.com: The Digital Library

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

اتم: دفرنڅیال برابرون (دا کتاب په دې ښانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

(c) ketabton.com: The Digital Library

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګنونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنستونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library