شمیر پوهنه

د ښوونځي لپاره

(رياضي په درې برخو کې)

دویمه برخه

Ketabton.com

۲

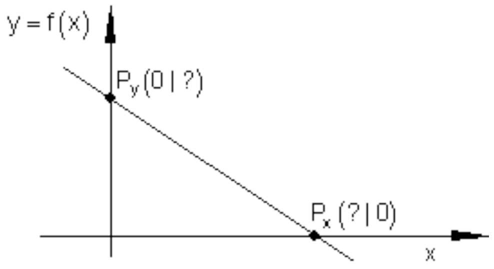
لیکونکی:
برینکمن (له برینکمن ن ج څخه)
ژباړې: ډاکتر ماخان (مېږی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ښوونځي لپاره شمیرپوهنه

(د المان)

په درې برخو کې



دویمه برخه

لیکونکی: برینکمن(له برینکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (میرِی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پيژند

د کتاب نوم: شميرپوهنه دښوونځي لپاره

ليکونکی: پرفيسور برينکمن

ژباړی : ډاکتر کاخان،، ميرِی،، شينواری

بريښنا پته: makhanshinwari@gmail.com

د خپريدو لړی

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نبته ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

Danish2k2000@yahoo.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژبارو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دئ، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کډه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي دپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترمانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي دپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسي زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنير او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له ميرمن ښاپرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

 بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

دویمه برخه

د زباړي سیزه

لومړی: کرښیز فنکشنونه ۱

۲ . ۱ . ۱ کرښیز مساواتو ته پیل ۱

۲ . ۱ . ۲ – د محور د تقاطع ټکي ۶

۲ . ۱ . ۳ - جګیدنه یا میلان ۹

۲ . ۱ . ۴ – د فنکشنونو د ګراف رسمول ۱۳

۲ . ۱ ۵ تمرینونه ۱۵

۲ . ۱ . ۶ – کلیمې او د انځورولو... ۱۶

2.2کرښیز فنکشنونه د ورکړشوو شرایطو سره ۷۵

۲ . ۲ . ۱ – لومړی حالت ۷۵

۲ . ۲ . ۲ دویم حالت ۷۷

۲ . ۲ . ۳ – تمرینونه ۸۱

۲ . ۲ . ۴ - تمرینونه

2.3د دوه کرښو پروتځایونه یو بل ته ۱۶۱

۲ . ۳ . ۱ – د دوه کرښو غوڅټکي ۱۶۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ . ۳ . ۲ - یو بل سره عمود یا ولاړ ځغلیدونکي کرښې ۱۶۵

2,4د کرښیز مساواو په مرسته دپرابلمونو یا مسألو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۱ – ورځني ستونځوبي یا د ستونځو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۲ د کرښیز مساواتو ټولګه ۲۶۰

۲ . ۶ - مربع توابع ۲۸۲

۲ . ۷ - د مربع فنکشنونو یا توابعو.... ۴۰۱

۲ . ۸ - د پارابول او کرښې غوڅېدنکي ۴۳۵

۲ . ۹ - د پاررابول او پارابول غوڅتکي ۴۵۳

۲ . ۱۰ - د ورکړشوو شرایطو سره د ۴۵۶

۲ . ۱۲ اقتصادي توابع(نرخشمیرنه) ۵۵۱

۲ . ۱۴ توانتوابع ۵۵۸

۲ . ۱۳ د ټول راشنل – یا نسبتي توابعو... ۵۹۱

پولینوموېش ۵۹۵

د هورنر شیما ۵۹۸

۲ . ۱۴ د ټولراشنل – یا نسبي توابعو ګراف ۶۴۸

۲ . ۱۵ د ورکړشوو شراطو له مخې د تابع مساواتو لیکل ۶۸۵

۲ . ۱۶ د وکتور شمیرني بنستیزې کلمې ۷۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو هيوادوالو او د شميرپوهني مينه والو!

د ا څو كاله د مخه د ځنو شميرپوهنيزو كلمو په لټه كي د برينكمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چي دي ليكني ښه خوندويونه يا متن درلود او زيات تمرينونه د حل سره، نو ما وبتيله، چي دا به پښتو ته اړوم. دا يوه ډيره ښه ليكنه ده، چي زده كوونكي ښوونكي او داسي لړ د شميرپوهني سره بلد ميندي او پلرونه تري ګټه اخستلی شي. په دي ليكنه كي هر څه خورا ښه روښانه شوي دي او په مختلفو بيلګو سمبال دي د حلونو يا اوبيونو سره، چي لوستنه يي هر د شميرپوهني مينه وال لپاره د پيرځويني وړ بولم.

كتتاب په دري برخو كي چاپيږي، چي هره برخه يي يوه خپلواكه او د يوي ځانګړي برخي خونديونه لري. زه په دي باور لرم، چي د شميرپوهني مينه وال دا كارداسي لړ په غور وګوري، نو زر به ورسره مينه پيدا كړي.

دا كتابونه هم د هغو ۲۵ رياضي كتابونو لړۍ ده، چي ما چاپ ته چمتو كړي دي، خو نه پوهيږم، چي څو دا نور به تري كله چاب شي. كه څه پاتي شو، نو هغه به د دي كتابونو سره ن ج ته پورته كړم.

ګرانو لوستونكو!

دا زمونږ د هيواد اړتيا لپاره په پوهنيزه اړخ كي په سره تيره اوبه تويول دي. دا كتابونو، چي كوم چي چاپيږي د زر دانو يا پنځه سوه څخه به نه اوړي، نو د يوه پنځوس ميليونه كمو زيات ولس لپاره زردا ني چي چاپيږي، دا خو اصلاً په شمير كي نه راځي،خو دا به په خروار ګڼو.

په لومړي كتاببرخه كي ځمككچپوهنه يا هندسه ورسره مل ده او په دويمه كتاببرخه كي مي وكتور شميرنه ورسره زياته كړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریمه کتاببرخه مشتق او انتیګرال ته ځانګړې شوې.

ګرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانګه کې د ښوونځیو لپاره نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلي.

دا احصایه یا ستاتیستک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کیږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کیږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، نو هرومرو به ناټیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناټیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوینې په حیث وړاندې وي

مننه:

له هر څه د مخه د دې لکچرنوټونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعني ستر پروفیسور بریکمن څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زموږ هیوادول هم ګټه احلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

1 . 2 - کرښيز- يا خطي فنکشنونو (توابع)

ننوتنه:

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښيزو (لايني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د کرښيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبې اړيکي يا تناسب ټولګي يا ا ړيکې د کرښې په څير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید 4,50 € · 5 = 22,50 € : ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکي سټ(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېرۍ یوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یې € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کې انځور کړئ.

ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کې یې ګراف رسم کړئ.

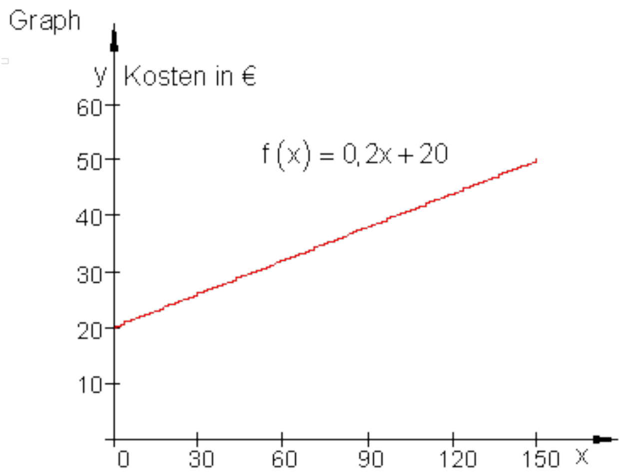
پ: د ارزښتشمیرني لپاره یې د تابع مساوات څنګه دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته: x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده $y = f(x)$ په € د تولي مياشتي د تول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقي او€ يورو نه ليکل کيږي.

داسي مخ ته ځو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي	
	$0 \text{ min: } y = f(0) = 0{,}2 \cdot 0 + 20 = 20$
	$30 \text{ min: } y = f(30) = 0{,}2 \cdot 30 + 20 = 26$
	$60 \text{ min: } y = f(60) = 0{,}2 \cdot 60 + 20 = 32$
	………………………………………………
د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	$x \text{ min: } y = f(x) = 0{,}2 \cdot x + 20$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګې :

د فنکشن (تابع) مساواتو جوړښت لپاره بيلګې:

يو د اوبو ډنډ 1000 ليتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 ليتره نورې اوبه راځي.

د اوبو سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$:

اباسين هره مياشت 1300 € معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € يورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

يو ټانک 4000ليتره ډيزل لري. يو موټر هره روځ 500 ليتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړيکې برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړين دی:

ايا يو پيل ارزښت a_0 شته ؟

تر منځ تغير ارزښت څومره دی (د بيلګې په توګه هره روځ، دقيقه يا وزن).

تغير ارزښت مثبت يا منفي دی(مثبت = زياتيدنه، منفي = کميدنه)

کرښيز مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = m \cdot x + b$ یا $y = m \cdot x + n$

دا چي کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چي د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی وي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- یا هوښيار توابع:

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

سره n -مه درجه ټول راشنل یا ټول نسبتي یا کسري تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (څلوه ووني) بلل کيږي.

دا چي دواړه اخرني زياتووني یا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف یا پيژند: ټول د لومړی درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1-مي درجي ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت یا جګ عدد (چي دلته 1 دی، ځکه چي $x = x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b یا n لپاره ليکل شوی.

د ،، کرښيز ې یا لاينيز تابع،، اړيکي په دې وداني دي، چي د کرښيزې تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کې يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولری: د کرښيزې تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګې:

$$f(x) = 2x - 13 \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad f(x) = -\sqrt{3} \cdot x - \pi \quad f(x) = 5$$

$$f(x) = 3x + a_0 \quad f(x) = a_1 x$$

. تمرين ۱ :

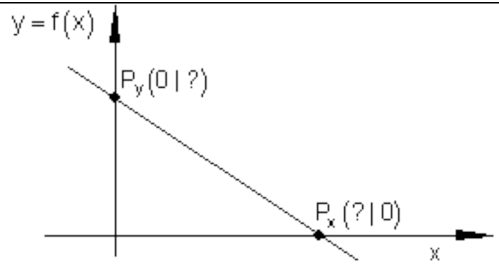
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

2.1.2.د محور د تقاطع ټکي (غوڅټکي)

محور غوڅټکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کې چې ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي. دا ارزښتونه لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي. زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت $x = 0$ لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات: $f(x) = a_1 x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دي لاس ته راځي چي : P_yکواوردينات (0,-3) لري. د دي لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولری: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1 x + a_0$ بڼي د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دي څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :
د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

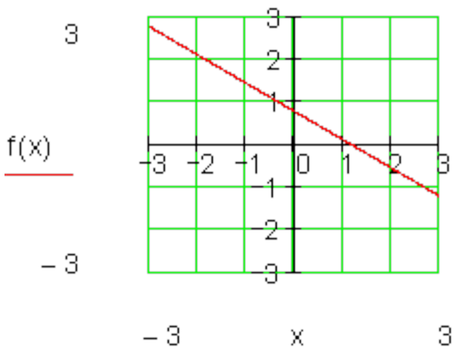
$$f(0) \Rightarrow \underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{4}\right)}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \,\middle|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,\middle|\, \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \,\middle|\, 0\right)}}$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چي د دې -x ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

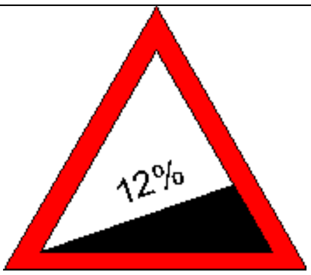
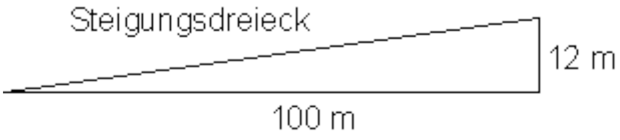
(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x) کي د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

2.1.3.جګيدنه(جګوالی) يا ميلاند :

زيات ګاډي يا موټر کړئ شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دي امله په غرونو کي غاخيز ې پټلئ يا د پرو (د وسپني پرو) (د جګيدن کوټي لپاره) کيښول کيږي يا نسبيږي يا غزيږي، دا هم د مايلو واټنو لپاره.:

	د سرکتخته باندي ،، 12%جګوالی،، په دي معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدنې درېګوډی يا- مثلث 

دجګوالی توپير او افقی کرښي تر منځ تناسب جګوالی يا ميلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کي دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \mathrel{\hat{=}} 12\%$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند(تعیف):

جګوالی=m = مخامخ اړخ پر ګاونډي اړخ

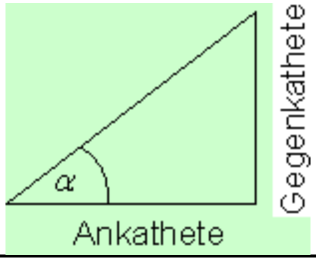
= تانجنت α ۱

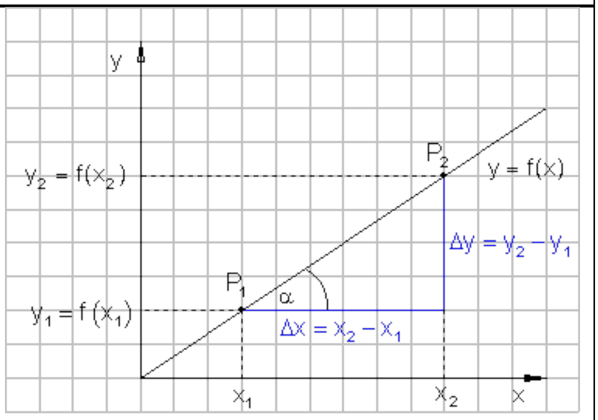
$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α ۱ د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

لاندې الماني په پښتو:

ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چي له ټکو P_1اوP_2 خخه تیریږي.

د کرښي جګوالی دي د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لاري کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسي

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قضيه:

د جګيدني مثلث ځخه د كرښي جګوالی شميرل كيدی شي:

$$= m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$ جګوالی

په يوه كواوردیناتسيستم كي د كرښي جګوالی د يوه په خوښه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز درپګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چي اوږد اړخ يا نيمی يا قطر Hypotenuse يي د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدی دی، چي د a_1 ضريب د كرښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د كرښمساواتو ضريب a_1 په ګوته كوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله :

د یوه کربنیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د گراف جگوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

که د یوې کربنې دوه ټکي د کواورردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

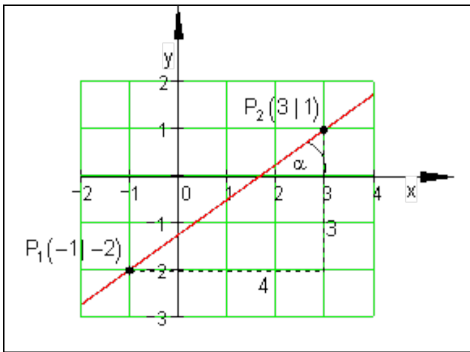
اول . کربنې رسمیږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مځ ته راغلي کربنه له ټکو اخوا وغزوي.

دویم. د کربنې جگوالی د د جگوالي مثلث په مرسته وشمیرل

بیلگه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د یوې کربنې ټکي وي، چې جگوالی یې ټاکل کیږي



$P_1(\underset{x_1}{-1}|\underset{y_1}{-2}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underset{x_2}{3}|\underset{y_2}{1}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو: $\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^0$

2.1.4.د فنکشنونو (توابعو) د ګراف رسمول

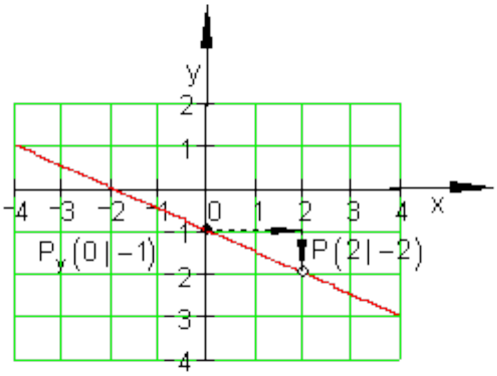
د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده. د يوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅېدنکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پېژنو. دويم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

بيلګه :

$$f(x) = -0{,}5x - 1$$

$$a_1 = -0{,}5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په $P_y(0,-1)$ کې غوڅوي يا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردينات سيستم کې رسمو. د P_y څخه دوه واحده يا يونونه ښي لورته ځو او يو واحد يا يوون کښته لور ته. موږ $P(2,-2)$ لاس ته راوړو. اوس د P_y او P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



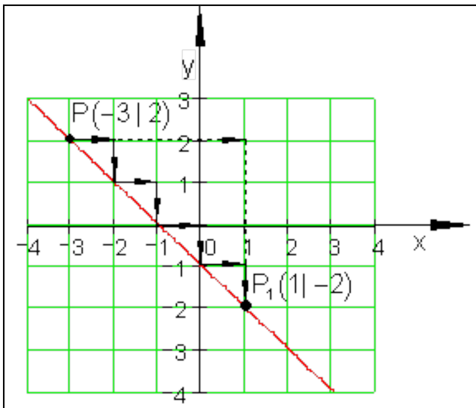
(c) ketabton.com: The Digital Library

که غواړو د کرښي له يوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکي ته راشو، کيدی شي دا لاندې لنډه بڼه په ياد کې ونيسو:

په ياد ولرئ: د مخرج واحدونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه د مخنخښي په واک يا تابعيت کې پورته يا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کيدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو ټول(تام) عدد هم وي، دويم ټکی په دې ډول ټاکل کيدی شي، ځکه چې هر عدد کيدی شي په کسر بدل شي.

	بيلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی يې a1=-1 دی. $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چې يوه سوچه کرښه رسم کړای شو. له P څخه هر ځل څلور پله يا قدمونه ښي لورته ځو او يو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتيجې ته بيايي.

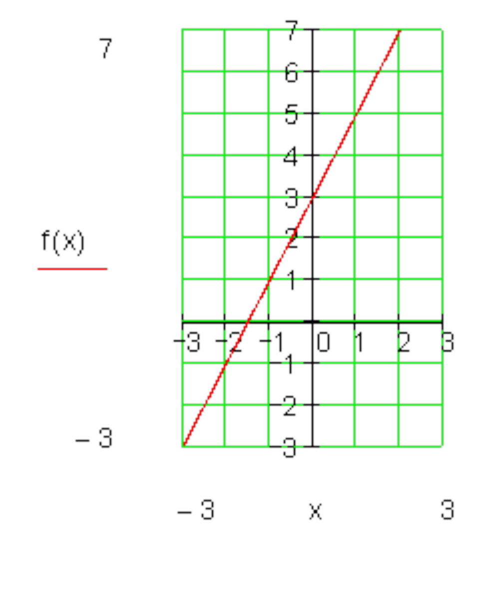
(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$y = f(x) = 2x + 3$$

$$a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$$

ګراف د y محور په $P_y(0|3)$ کې غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.



2.1.5.تمرينونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشميرئ او کرښي رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشميرئ او د ګرافونو له مخې يې و ازمايئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دويم - $f(x) = -x + 3$ دريم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

2.1.6.کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع گراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يو x او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښي مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m = a_1 \wedge b = a_0$ باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدی شي:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

بيلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بيلګه:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شميرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه يا پيژندل شوې بڼه راوړو:

$y = f(x) = mx + b$ يا $y = f(x) = a_1x + a_0$

تمرينونه٣:

f دK_f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1{,}5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدخيره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

الف – ايا تکی $P(\,2{,}5\,|\,1{,}75\,)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د f(x) صفرځای وشميرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو يا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تيرېږي.

بيلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په زخيره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږئ او په يوه مناسب کواورديناتسيست (پروتولاړ سيستم) کې يې ګراف رسم کړئ.

ب – په زخيره ځای کې د95 kg پاتې غوړيو وروسته بايد د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمايش ورکړي). له څو ورځو ورسته بايد دا فرمايش صورت ونيسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟
الف ته حل -

خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو يې ښايو.

بلواکه متحوله يا تابع متحوله f(x) د پاتې سټ(ډېرئ) په کيلوګرام غوړيو لپاره ده.

پيل ارزښت 250 kg دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تغيرکچه منفي(کميزه) ده او 19kg/Tag يا ورځ / ۱۹ کيلوګرام ده.

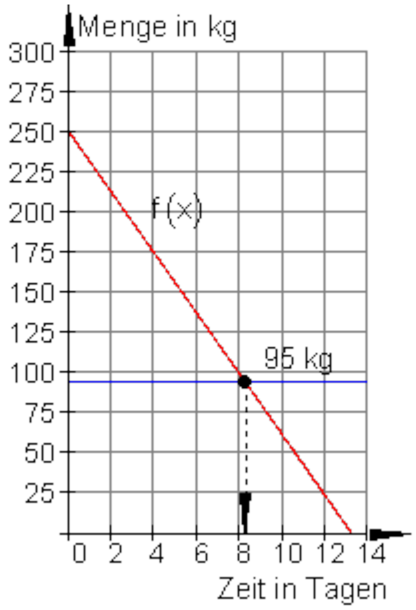
دا چې کرښيزې اړيکې شتون لري، نو باور لري:

$$f(x) = a_1x + a_0$$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کيږي

$$f(x) = -19x + 250$$

ولاړ: ډېرئ يا ست په کيلوګرام



وخت په ورځو

ب ته حل – د 95 kg فرمايش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوښتکی دې وټاکل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} f(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \,|\cdot(-1) \\ &\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \,|\, +250 \\ &\Leftrightarrow 19x = 250 \,|: 19 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158 \end{aligned}$$

غوړي لا نږدې تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \,|\, -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \,|\, -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = \frac{3}{4}\cdot(-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3{,}75$$

$$f(0) = \frac{3}{4}\cdot 0 - 3 = -3$$

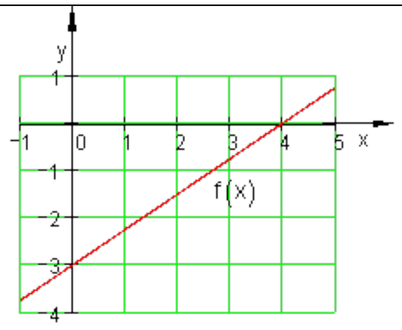
$$f(1) = \frac{3}{4}\cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$$
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$$
$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$
$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$$

جدول او ګراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	−3,75	−3	−2,75	−1,5	−0,75	0	0,75



$W=\{y\,|\,-3,75\leq y\leq 0,75\}_{\mathbb{R}}$

$P_x(4|0)$ او $P_y(0|-3)$

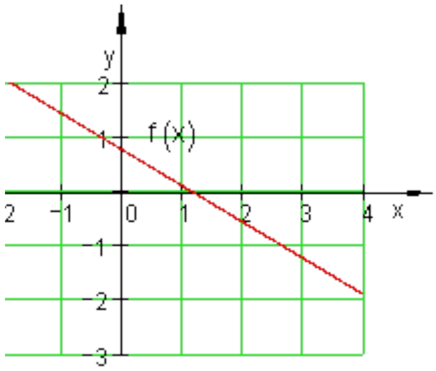
تمرين ۲ -

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل :

<table>
<tr>
<td>


ازماینت

$f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4} = -\frac{18}{24}+\frac{3}{4} = -\frac{3}{4}+\frac{3}{4} = 0$
</td>
<td>
$f(x) = -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$

د y- محور سره د تقاطع يا غوڅتکی:

$f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{4}\right)$

د x– محور سره غوڅتکی:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4} \,|\, -\frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,|\, \cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$

$\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \,\middle|\, 0\right)$
</td>
</tr>
</table>

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

fدK_f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1{,}5x - 2;\ x \in \mathbb{R}.$ سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدځېره K_f د تابع گراف هم بللکيږي.

الف – ايا تکی $P(\,2{,}5\,|\,1{,}75\,)$; د K_f په کرښه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د f(x) صفرځای وشمیرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4):\quad f(x_A) = 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A = 6 \,|\, :1{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B):\quad f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 1{,}5x - 2 = 0 \Leftrightarrow 1{,}5x - 2 = 0 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = 2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x = 4 \mid : 3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \,\middle|\, 0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x) = 1{,}5x - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - 2 > 0 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x > 2 \mid \cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x > \frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x > \frac{4}{3} \text{ ist } f(x) > 0$$

و ټ حل –

$f(x) = 1{,}5x - 2 \quad D_f = \mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $0 <$ $x > 0$)

$$\Rightarrow f(x) > -2 \quad \Rightarrow \quad W_f = \{y \mid y = f(x) > -2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کربښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازمايښت:

$$N(4 \mid 0) :\Rightarrow g(4) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \cdot 4 + a_0 = 0 \Leftrightarrow 6 + a_0 = 0 \mid -6 \Leftrightarrow a_0 = -6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تيريږي، غبرګه ځغلي.

حلونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

كربنيز توابعو تمرينونه I

نتيجي او مفصل حلونه

نتيجي :

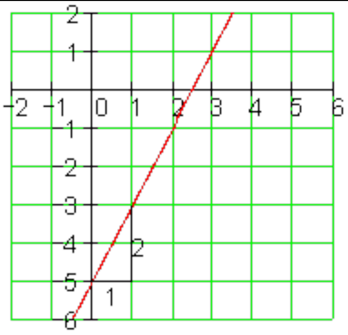
لومړی- د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid -5); a_1 = \frac{2}{1}; P_x\left(\frac{5}{2} \mid 0\right)$
دویم- د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid 3); a_1 = -\frac{1}{1}; P_x(3 \mid 0)$
درم- د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid 1); a_1 = \frac{1}{2}; P_x(-1 \mid 0)$
څلورم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid -2); a_1 = -\frac{1}{2}; P_x(-4 \mid 0)$
پنځم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y\left(0 \mid -\frac{1}{2}\right); a_1 = \frac{1}{3}; P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$
شپږم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right); a_1 = -\frac{1}{4}; P_x(6 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وکورئ	$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{2}{3};\ P_x(-3 \mid 0)$
اتم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وکورئ	$P_y(0 \mid -1);\ a_1 = -\frac{3}{4};\ P_x\left(-\frac{4}{3} \middle| 0\right)$
نهم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وکورئ	$P_y\left(0 \middle| \frac{1}{2}\right);\ a_1 = -\frac{3}{1};\ P_x\left(\frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \middle| 0\right)$
لسم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وکورئ	$P_y(0 \mid -3);\ a_1 = \frac{5}{7};\ P_x\left(\frac{21}{5} = 4,2 \middle| 0\right)$

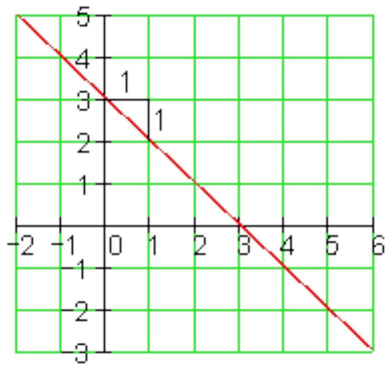
مفصل حلونه:

لومړی

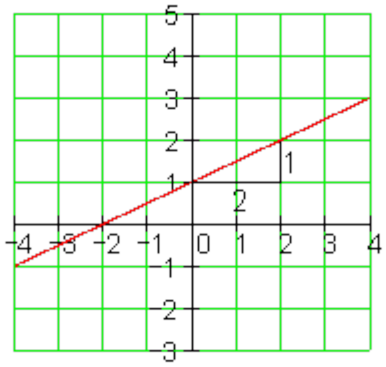
د تابع مساوات $f(x) = 2x - 5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$ جګوالی $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{5}{2} \middle| 0\right)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

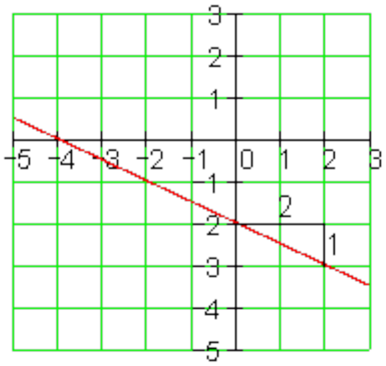
دويم:

د تابع مساوات $f(x) = -x + 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$ جگوالی: $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 3 = 0$ $\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$	

دريم-

د تابع مساوات $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P_y(0 \mid 1)$ جگوالی : $a_1 = \frac{1}{2}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow P_x(-2 \mid 0)$	

څلورم: د تابع مساوات



$$f(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

جګوالی: $a_1 = -\frac{1}{2}$

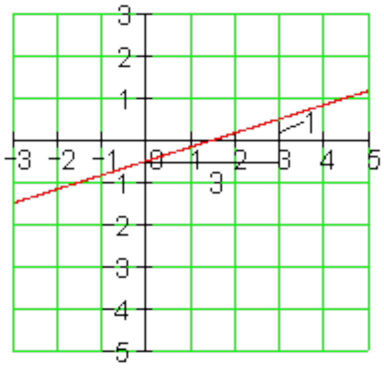
د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow P_x(-4 \mid 0)$$

پنځم -

د تابع مساوات



$$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \middle| -\frac{1}{2}\right)$$

جګوالی $a_1 = \frac{1}{3}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0 \mid + \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{2} \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$$

شپږم -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$$

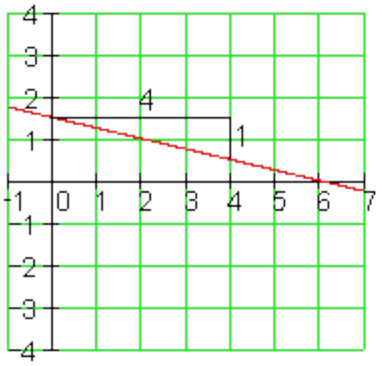
جګوالی $a_1 = -\frac{1}{4}$

د x محور سره د غوڅي يا تقاطع تکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} = 0 \,|\, -\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = -\frac{3}{2} \,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(6 \,|\, 0)}}$$



اوم -

د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \,|\, 2)$$

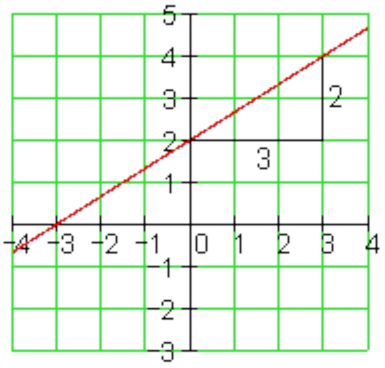
جګوالی $a_1 = \frac{2}{3}$

د x محور سره د تقاطع تکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = 0 \,|\, -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -2 \,|: \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-3 \,|\, 0)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

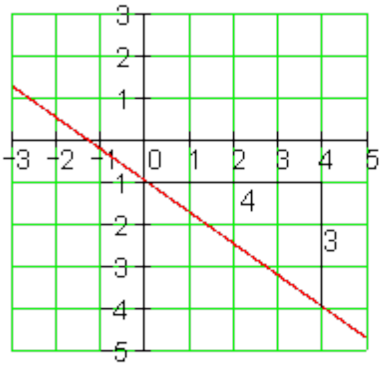
جګوالی $a_1 = -\frac{3}{4}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x - 1 = 0 \mid +1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = 1 \mid :\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{4}{2} \,\middle|\, 0\right)$$



نهم -

د تابع مساوات

$$f(x) = -3x + \frac{5}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$$

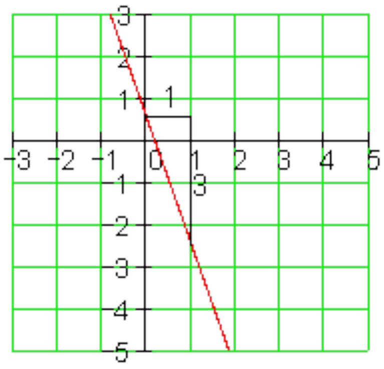
جګوالی $a_1 = -3 = -\frac{3}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} = 0 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -3x = -\frac{1}{2} \mid :(-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow P_x\left(\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} \,\middle|\, 0\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم -

د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4} \Rightarrow P_y(0|-3)(0|-3)$$

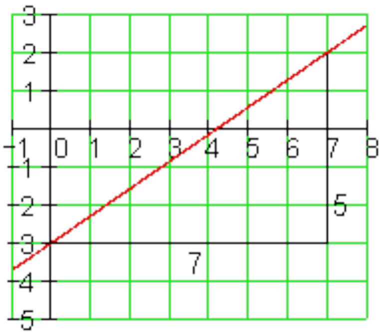
جګوالی $a_1 = \frac{5}{7}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{7}x - 3 = 0 | +3$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{7}x = 3 | : \frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{21}{5} \Rightarrow P_x\left(\frac{21}{5} = 4{,}2 \,\middle|\, 0\right)$$



2.1.پوښتنې

کرښيز مساوات I .

لومړی - د لاندې توابعو ګرافونه هر يو په يوه کواوردينات سيستم کې وکاږئ

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0{,}3x$ ث - $f(x) = 2{,}5$

دويم - و ازمايئ، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچينه پيزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4); P_2(-1{,}5|-3)$ ب = $P_1(-1|3{,}5); P_2(2|-2)$

دريم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0{,}4x + 1$ ب = $f(x) = -1{,}5(x - 2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(1-) f په ګوته کړی

ب = ایا $P\left(\sqrt{7} \mid -1{,}54\right)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

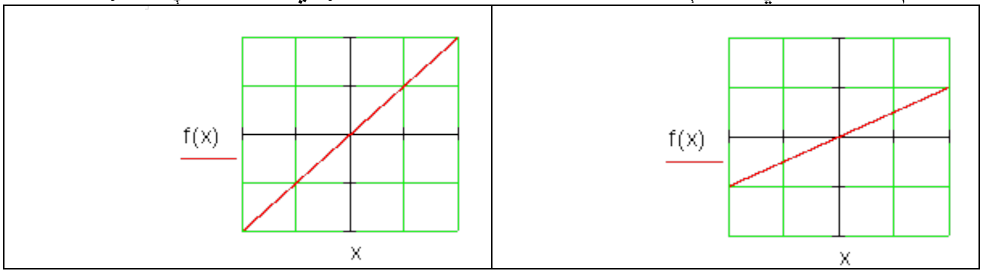
پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښنا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0{,}6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0{,}75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2{,}5.$ توابع ورکړ شوي.
کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلي کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.

د تغیر خوړلي کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.
اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی



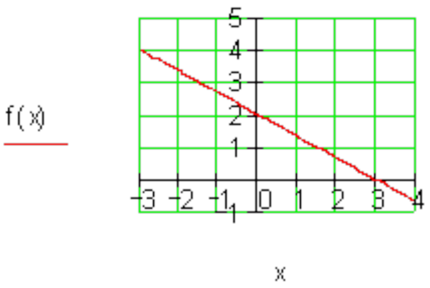
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه کرښيز مساوات لومړی برخه.

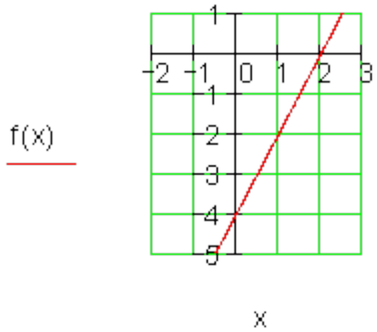
مفصل حلونه

لومړی –

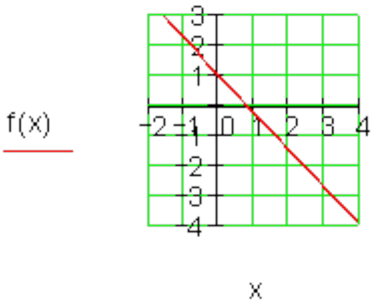
الف- $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$



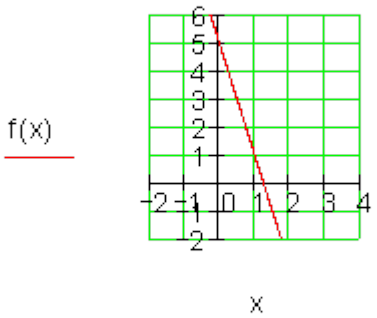
ب- $f(x) = 2x - 4$



پ- $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$



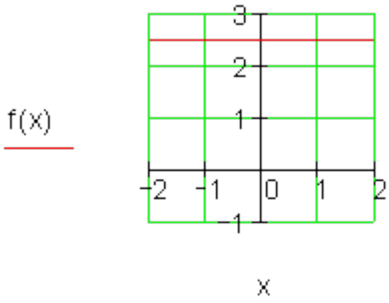
ت- $f(x) = -4x + 5$

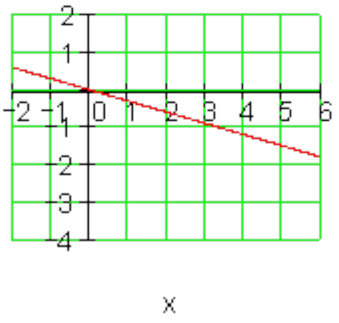


ټ- $f(x) = -0,3x$

ث- $f(x) = 2,5$

(c) ketabton.com: The Digital Library





دويم –

الف –

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad P_1(2|4);P_2(-2{,}5|-3)$$

جګوالی

$$: a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-4}{-1{,}5-2} = \frac{-7}{-3{,}5} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(2|4): \quad f(2) = 2 \cdot 2 + a_0 = 4 \Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x}}$$

سرچينه ييزه کربنه

ب-جګوالی

$$P_2(2|-2): \quad f(2) = -\frac{11}{6} \cdot 2 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{11}{6}x + \frac{5}{3}$$

بي سرچينييزه کربنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

الف ـــ

$$f(x) = 0{,}4x + 1 > 0 \Rightarrow 0{,}4x + 1 > 0 \Rightarrow x > -2{,}5$$
$$f(x) = 0{,}4x + 1 > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > -2{,}5}}$$

ب =

$$f(x) = -1{,}5(x-2) = -1{,}5x + 3 > 0$$
$$\Rightarrow -1{,}5x + 3 > 0 \mid -3 \quad \Leftrightarrow \quad -1{,}5x > -3 \mid : (-1{,}5) \quad \Leftrightarrow \quad x < \frac{-3}{-1{,}5} = 2$$
$$f(x) = -1{,}5(x-2) > 0 \text{ für } \underline{\underline{x < 2}}$$

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0$$
$$\Rightarrow \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \mid \cdot 5 \quad \Leftrightarrow \quad x - 7 > 0 \mid +7 \quad \Leftrightarrow \quad x > 7$$
$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > 7}}$$

څلورم:

الف ـ

$$\underline{\underline{P_y(0 \mid -2)}} \Rightarrow a_0 = -2 \quad \underline{\underline{P_x(4 \mid 0)}}$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2)}{4-0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{2}x - 2}}$$

ب =

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

$$\Rightarrow P_y(0\,|-1) \Rightarrow a_0 = -1 \Rightarrow f(x) = a_1x - 1$$

$$P(1|\,1):\quad f(1) = a_1 \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$$

$$f(x_s) = 0 \Rightarrow 2x_s - 1 = 0 \Rightarrow x_s = 0{,}5 \Rightarrow P_x(0{,}5\,|\,0)$$

پنځم:

الف –

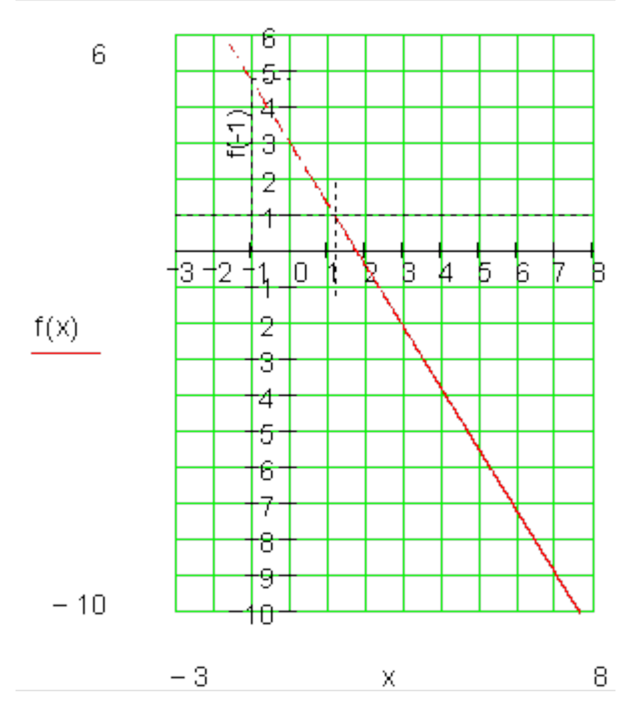
$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x$$

$$= -\frac{12}{7}x + 3$$

$$f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3$$

$$= 4\frac{5}{7} \approx 4{,}71$$

$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$



ب = $P\left(\sqrt{7}\,|-1{,}54\right) \Rightarrow f\left(\sqrt{7}\right) = -1{,}53557\ldots \approx 1{,}54$

په دوه لسميزځايونو ګرديري، بيا P په کرښه پرته ده.

پ =

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\} \Rightarrow f(x) \ge 1 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}x + 3 \ge 1 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{12}{7}x \ge -2 \mid \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) \Leftrightarrow x \le \frac{14}{12} \Leftrightarrow x \le \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) \ge 1$$

د $x \le \frac{7}{6}$: لپاره.

$$\Rightarrow D_f = \left\{x \mid -\infty < x \le \frac{7}{6}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ت =

$$f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} + 3 < 0,6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} < -2,4 \mid \cdot 7$$

$\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2k} < -16,8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2k} > 1,4 \mid$ مربع کوو

$$\Leftrightarrow 2k > 1,96 \Leftrightarrow k > 0,98$$

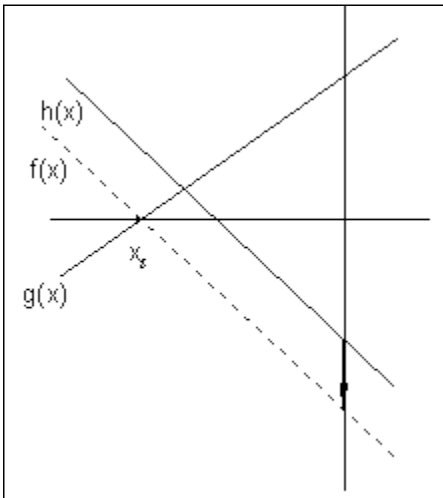
د $k > 0,98$! لپاره $: f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$ باور لري

شپږم:

دx- محور سره د g(x) غوڅېکی

$$P_{xg}(x_s \mid 0): \quad g(x_s) = 0,75x_s + 3 = 0$$
$$\Rightarrow x_s = -4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	h(x) او f(x) برابر جګوالی لري. $a_{1h} = a_{1f} = -1$ ږدو: $: f(x) = -x + a_{0f}$ $P_{xg} = P_{xf} \quad P_{xf}(-4\|0):$ $\Rightarrow f(-4) = -(-4) + a_{0f} = 0 \Rightarrow a_{0f} = -4$ $\Rightarrow f(x) = -x - 4$ h(x) د x په محور په -1,5 کښنول شوې.

اوم: مفصل حل

دواړه ګرافونه کړی شي همغه يا برابره کرښه انځور کړي، که کچوونی په محور مختلف وټاکل شي

پوښتنې

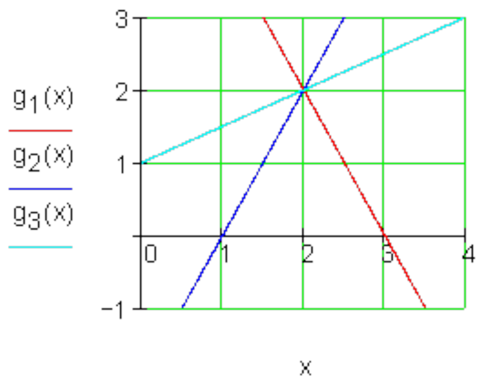
کرښيز مساوات يا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې

g(x) = 2x + 8,2

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د ښکته ښيرې کرښه وټاکئ، چي د $g(x)$ سره غبرګه له ټکي $P(2 \mid 2)$ تيريږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکئ او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړئ.

دويم –

ټکی $P(4{,}5; -3)$ په کرښه چي صفر(سرچينه ييزه کرښه) پروت دی.

ټکی $P(3;f(3))$ هم په دې کرښه پروت دی. $f(x)$ وټکئ.

دريم –

ټکي$A(1;3), B(-1;-7), C(2;-2)$ او $D(8;7)$ د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټکئ.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1 \mid -2)$ ب - $a_1 = 1{,}5$; له $P(-1 \mid -0{,}5)$

پ - له $P_1(2 \mid -4)$ او $P_2(0 \mid -2)$ ت - له سرچينې او $P(-3 \mid -1)$

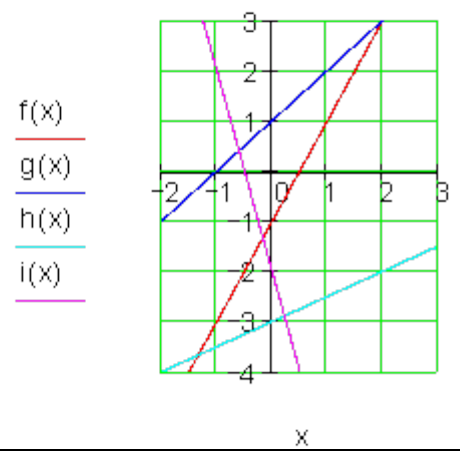
ټ – له $P(-3 \mid 3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکئ او$f(0{,}25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپیږم-
له څنګ څیري څخه د تابع
ترم وټاکی. دx مناسب
ارزښتونو له لارې یې
نتیجي و ازمایی.



حلونه

کرښیز برابرونونه II

مفصل حلونه

لومړی –

د غوښتونو کرښو جګیدنه : $a_1 = 2 \Rightarrow g_2$ ده.

کرښه دې له ټکي P(2;2) تیره شي.

$$g_2(x) = 2x + a_{0g2} \quad P(2|2): \quad g_2(2) = 2 \cdot 2 + a_{0g2} \Rightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = 2x - 2}}$$

دویم –

پیل کرښه $: f(x) = a_1 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(4,5|-3):\quad f(4,5)=a_1\cdot 4,5=-3\Leftrightarrow a_1=-\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x}}\quad f(3)=-\frac{2}{3}\cdot 3=\underline{\underline{-2}}$$

دريم –

$$f(x)=4x-3$$

$$A(1|3):\qquad f(1)=4\cdot 1-3=1\Rightarrow A(1|3)$$

د کرښې پورته لور ته پرته ده

$$B(-1|-7):\quad f(-1)=4\cdot(-1)-3=-7\Rightarrow B(-1|-7)$$

په کرښه پورته ده

$$C(2|-2):\quad f(2)=4\cdot 2-3=5\Rightarrow C(2|-2)$$

د کرښې کښته لور ته پرته ده

$$D(8|7):\qquad f(8)=4\cdot 8-3=29\Rightarrow D(8|7)$$

د کرښې کښته لور ته پرته ده

څلورم :

الف-

$$a_1=-\frac{3}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x+a_0$$

$$P(1|-2):\quad f(1)=-\frac{3}{4}\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=-\frac{5}{4}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}}}$$

ب-

$$a_1=1,5=\frac{3}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+a_0$$

$$P(-1|-0,5):\quad f(-1)=\frac{3}{2}(-1)+a_0=-\frac{1}{2}\Rightarrow a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x+1}}$$

پ –

$$P_2(0|-2)\Rightarrow a_0=-2\quad \Rightarrow f(x)=a_1x-2$$

$$P_1(2|-4):\quad f(2)=a_1\cdot 2-2=-4\Rightarrow a_1=-1\quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x-2}}$$

ت - کرښه أه سرچيني

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1 x$$

$$P(-3 \mid -1): \quad f(-3) = a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x$$

ت - و $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$ ته غبرگه

$$P(-3 \mid 3): \quad f(-3) = -\frac{1}{2} \cdot (-3) + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}}$$

پنځم –

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$

$$f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1 x + 5$$

$$f(2) = a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$

$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}}$$

$$f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

شپږم –

a_0 کیدی شي دy محور غوځیکي ځخه ولوستل شي یا لاس ته راشي.

a_1 ، $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ جګیدنه ده ، دا هم لوستل کیدی شي.

$$f(x) = 2x - 1;\ g(x) = x + 1;\ h(x) = 0,5x - 3;\ i(x) = -4x - 2$$

پوښتنې

کسرونه، ترمونه او کرښیز مساوات د ټولګي کار چمتووني لپاره

لومړی: وشمیرئ:

الف - $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ ب - $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

دویم: وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}$

دریم: نوکان حل یا لرې کړئ او ساده یې کړئ

الف - $3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7$ ب - $6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]$

څلورم:: سره ضرب یې کړئ او سره یوځای یې کړئ

الف - $\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$ ب - $(4{,}2u-2{,}4v)(5u-10v)$

پنځم: په نوکانو کې یې ګیر کړئ.

الف - $-5xu+15xv-10xz$ ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz$

شپږم: د بینوم فرمول په مرسته یې وشمېرئ

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2$ ب - $\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2$

پ - $\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2$ ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2$

اوم: لاندې ترمړنه د ضرب په حیث انځور کړئ.

بیلګه: $4a^2+4ab+b^2=(2a)^2+2\cdot 2ab+b^2=(2a+b)^2$

الف - $u^2+2uw+w^2$ ب - $4x^2+12xy+9y^2$

پ - $9-48n+64n^2$ ت - m^2+2m+1

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د لادې توابعو ګراف په یوه مناسب پروتولاړ-یا کواوردیناتسیستم کې وکاږئ

الف - $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$ ب - $f(x) = -4x + 5$

نهم: یو کربنیز تابع f(x) د $x \in \mathbb{R}$ ؛f(x)=1,25x+1,5 سره ورکړ شوې

الف -تابع ارزښتونه وشمیرئ:

$f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$:

ب – تابع په کوم ځای کې ارزښت 5- لري؟

پ – د کوم ارګومنت یا پروتارزښت سره تابع ارزښت مثبت دی؟

ت – و ښایئ، چې f(u+2)-f(u) له uخپلواک دی.

لسم: د لاندې کربنیزو توابعو محورغوڅتکي وټاکی او ګراف یې په یوه پروتولاړسیتم کې وکاږئ.

الف - $f(x) = -4x - 3,5$ ب - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

یولسم: کربنیز مساوات $f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$ ورکړ شوی دی.

الف - ګراف یې وکاږئ او $f(-1)$ په نخښنه کړئ.

ب – ایا ټکی $P(\sqrt{7} \mid -1,54)$ د $f(x)$ په ګراف پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د t د کوم ارزښت لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$? دی ؟

دولسم: د f(x) کرښو مساوات وټاکی.

الف - $a_1 = -\frac{3}{4}$ د ټکي $P(1|-2)$ له لارې ب- $a_1 = 1,5$ د ټکي $P(-1|-0,5)$ له لارې

پ - د ټکي $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ له لارې ت - د سرچينې $P(-3|-1)$ له لارې.

دیارلسم: د کرښيز تابع f لپاره باور لري: f(2)=-3 او f(0)=5 .

د تابع ترم و ټاکئ او وشميرئ f(0,25) او $f\left(\sqrt{2}\right)$.

څوارلسم: د f(x) کرښو مساوات وټاکی.

الف - $P_1(-4|2)$ او $P_2(2|0)$ په کرښه پراته دي

ب - $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په کرښه پراه دي.

پ - کرښه محور په x=2 او y=6 کي غوڅوي.

ت – کرښه له ټکو $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ څخه تيريږي.

ټ - کرښه $a_1 = -4,5$ جګوالی لري او له ټکي $P(2|-3)$ تيريږي.

ث- کرښه جګوالی $a_1 = 3$ لري او له ټکي $P(1|1,5)$ تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځلسم: د کرښیز تابع(f(x تابعترم او صفرځای وټاکئ، که دا لاندې معلوم وي.:

$f(1) = -4$ او $f(-4) = 2$

شپاړس: د کرښیز تابع(f(x تابع ترم پیداکړی، که باور ولري:

الف - $f(1) = 7; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

اوه لسم: د میرویس میدان وړوکتون ښوونکي او ښوونکي یا روزونکي د زړه له کومې ،،بریکمن ۱ ،، مارکي چای چښي. اوسنۍ زخیره 1,8 kg چای دی. په ا ونۍ کې 350 g د چې چاینکې لپاره بسیا کوي.

الف - د تابع مساوات ولیکئ، کوم چې دا کړنه تشریح کوي.

ب – له کوم وخته د کافي زخیره تمامیږي.

پ – د کافي پسې فرمایش باید ورکړ شي، که د زخیرې کوټۍ پاتې فقط 400 g ولري. دا حالت به کله وي؟

ت – د تابع ګراف په یوه مناسب پروتولاړ سیستم وکاږئ.

اتلسم: پېنتون او هیواد په یوه د بیارغونې کلینیک کې د روغپال په حیث کار کوي او برابر بنستمعاش لري. په دې وخت باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دواړه معاشونه سره پرتله کوي. د\بشتون بې ماللیا معاش € 3559 دی او د هیواد € 3223 دی. پښتون په همدې میاشت کې 43 زیات ساعته کار کړی دی، هیواد برعکس فقط 27ساعته زیات کار کړی دی.

بنستمعاش وشمیرئ او د زیات کار تولې پیسی.

نولسم: د 80 kg ګني څخه کیدی شي 8,5 kg ګوړه جوړه شي.(د ګني او ګوړې ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه نیول (فرض)کیږي). یو فنکشن ترم (f (x ښايي، چې له x کیلوګرام ګني څخه څومره ګوړه لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - فنکشاترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د تابع f (x) ګراف وکاږي.

شلم: په يوه ملي اقتصادي مودل کي لګښت ورکړه کرښيز د لاس کي لرلي لاس ته راوړني په واک کي دی.

د يوه € 1000 لاس ته راوړني سره لګښت ورګړه € 900 دی. د يوه € 1800 لاس ته راوړني سره لګښت € 1460 دی.

الف - د لګښت (خوراک) تابعK لپاره يو تابع ترم پيدا کړئ.

ب – دلګښت ورکړې جګوالی شميرئ که لاس ته راوړنه € 800, 2500 € همداسې € 4000وي.

پ – د لګښت کچه د معاش هغه برخه ده، چي د لګښت لپاره کارول کيږي يا لګيږي.

معاش: لګښت= د لګښت کچه (Konsumquote = Konsum / Einkommen)

د لګښتکچې او معاش ترمنځ کومې اړيکي شتون لري؟

ت – د معاش زياتوالی dx دی. د معاش څو په سلو کي د لګښت لپاره لګيږي؟

ټ – د زخيرې زورS د معاش په واکوالي کي کوم تابع يا فنکشن تشريح کوي؟ تابع K او S ګرافيکي انځور کړئ . د S صفرځای کوم غوره والی لري؟

يوويشتم: فيرما،، بيګ بيوتي(Big Beauty)،، د شونډو قلم ،، امور(Amore)،، توليدوي.

دا په توليد کي منځ ته راغلی لګښتK د توليد شوو دانو يا ټوټو په واک کي دی. د x = 100 د انو توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي د x = 200دانو وتوليد سره € 410

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت منځ ته راځي. د تولید شوو دانو ګڼون یا تعداد او لګښت ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

الف - د لګښت تابع وټاکئ.

ب – د 140 = x تولید سره د دانئ قیمت څومره لوي دی؟

پ – د څو دانو تعداد تولید سره د داني قیمت کوم ارزښت ته هڅیږي یا نږدې کیږي؟

ت – د کوم مقدارx سره د ګټي راتلنه لرو، که د یوې داني شوندو قلم € 5,20 قیمت لاس ته راوړی شو؟

ټ – په یوه پروتولاړ سیستم کواوردینات سیسیتم کې د K(x) او E(x) ګراف وکاږئ.

ځوابونه

کسرونه، ترمونه او کرښیز توابع د ټولګي کار چمتووالي لپاره.

نتیجط او مفصل ځوابونه:

نتیجې:

لومړی:

الف - $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}=\frac{11}{40}$ ب - $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}=\frac{19}{56}$

دویم:

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=-5\frac{5}{6}$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=3\frac{21}{22}$

دریم:

الف - $3(3u+4)$ ب - $2(5x-3y-2z)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

الف - $-6x-43$ ب - $21u^2-54uv+24v^2$

پنځم: الف - $-5x(u-3v+2z)$ ب - $\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)$

شپږم:

الف - $\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2$ ب - $\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2$

پ - $m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2$ ت - $\frac{9}{16}a^2-3a+4$

اوم:

الف - $(u+w)^2$ ب - $(2x+3y)^2$

پ - $(3-8n)^2$ ت - $(m+1)^2$

اتم:

الف - $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ ب - $f(x)=-4x+5$

نهم:

الف -

$f(0)=1,5 \qquad f(-1,5)=-0,375 \qquad f(0,7)=3,375$

$f(\pi)\approx 5,427 \qquad f\left(\frac{\pi}{2}\right)\approx 3,463 \qquad f(u)=1,25u+1,5$

ب - $f(x)=-5$ für $x=-5,2$

پ - $f(x)>0$ für $x>-1,2$

ت - $f(u+2)-f(u)=2,5$ له u خپلواک دی.

لسم:

الف - $P_x\left(-\frac{7}{8}\mid 0\right) \qquad P_y(0\mid -3,5)$

ب - $P_x\left(\frac{15}{32}\mid 0\right) \qquad P_y\left(0\mid \frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يولسم:

الف – ګرافونه د مفصل حل لاندې وګورئ.

ب - $f\left(\sqrt{7}\right) = -1,53557... \approx 1,54$

په دوه لسميزو راګرديري، نو P په کرښه پروت دی.

پ – د $t > 0,98$ لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$ باور لري.

دولسم:

الف - $f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ ب - $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$

پ - $f(x) = -x - 2$ ت - $f(x) = \frac{1}{3}x$

ديارلسم:

$f\left(\sqrt{2}\right) \approx -0,657$ $f(0,25) = 4$ $f(x) = -4x + 5$

څوارلسم:

الف - $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ب - $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$

پ - $f(x) = -4x + 2$ ت - $f(x) = -3x + 6$

ټ - $f(x) = -4,5x + 6$ ث – $f(x) = 3x - 1,5$

پنځلسم:

$P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right)$ $f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$

شپاړلسم:

الف - $f(x) = 2x + 5$ ب - $f(x) = -x + a$ پ - $f(x) = -\frac{2}{a}x + 3 ;\ a \neq 0$

اووه لسم:

الف – تابع مساوات $f(x) = -0,35x + 1,8$

ب –له پنځه اونيو وروسته نوره کافي نه شته

پ – له څلورو اونيوو فقط نوره g 400 کافي شته دی.

ت - ګراف د مفصل حل لاندې دی.

اتلسم: بنسټ معاش € 2656 دی، د زيات ساعتون يوځای € 21 .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نولسم: الف ـ $f(x) = \frac{17}{160}x$

ب –

$$f(100) = 10{,}625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26{,}563 \qquad f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$$

پ – ګراف په مفصل حل کې ميندل کيږي.

شلم:

الف ـ $K(x) = 0{,}7x + 200$

ب ـ $P_1(800 \mid 760) \qquad P_2(2500 \mid 1950) \qquad P_3(4000 \mid 3000)$

پ ـ

د لګښت جګوالی	
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$	معاش ۸۰۰یورو
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$	معاش ۲۵۰۰ یورو
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$	معاش۴۰۰۰ یورو

ټوليزه اويکې

د لګښت جګوالی= $\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}7x + 200}{x} = 0{,}7 + \frac{200}{x}$

ت ـ په 70%د معاش زياتيدنه د لګښت يا مصرف لپاره ورکولکيږي.

ټ- $S(x) = 0{,}3x - 200$

د $\text{von } S(x)$ صفرځايونه: $S(x) = 0 \Leftrightarrow x = 666{,}\bar{6}$

د صفرځای معنا:

لومړی له € 666,67 معاش څخه کيدی شي زخيره وشي. په دې مودل کې € 666,67 د شتون مينيموم جوړوي. د موجوديت مينيموم کښته يا لاندې پور شروع کيږي، ځکه چې انسانان له يو څه بايد ژوند وکړي. ګراف د مفصل حل لاندې ميتدل کيږي.

يووېشتم:

الف ـ $K(x) = 0{,}25x + 360$

ب – د 140 دانو توليد وروسته د داني قيمت € 2,82 دی.

پ ـ د جګ دانو تعداد سره د داني قيمت د € 0,25 په لور ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د 73 ډېرئ یا ستې د شونډو رنګ خرڅلاو وروسته کته لاس ته راوړل کیږي یا کیږي.
ټ - ګراف د مفصل حل لاندې میندل کیږي.
ث –

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف –

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\underset{HN=40}{=}\frac{1\cdot 20}{2\cdot 20}-\frac{1\cdot 10}{4\cdot 10}+\frac{1\cdot 5}{8\cdot 5}-\frac{1\cdot 4}{10\cdot 4}$$
$$=\frac{20}{40}-\frac{10}{40}+\frac{5}{40}-\frac{4}{40}=\frac{20-10+5-4}{40}=\underline{\underline{\frac{11}{40}}}$$

ب –

$$\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\underset{HN=56}{=}\frac{7\cdot 7}{8\cdot 7}-\frac{2\cdot 8}{7\cdot 8}-\frac{1\cdot 14}{4\cdot 14}=\frac{49}{56}-\frac{16}{56}-\frac{14}{56}=\underline{\underline{\frac{19}{56}}}$$

دویم:

الف -
$$1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{35}{6}=\underline{\underline{-5\frac{5}{6}}}$$

ب -
$$4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=\frac{29}{6}:\frac{11}{9}=\frac{29\cdot 9}{6\cdot 11}=\frac{29\cdot 3}{2\cdot 11}=\frac{87}{22}=\underline{\underline{3\frac{21}{22}}}$$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -

$$3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7=3u+\left[4-2u+1+8u\right]+7$$
$$=3u+4-2u+1+8u+7=3u-2u+8u+4+1+7$$
$$=9u+12=\underline{\underline{3(3u+4)}}$$

ب –

$$6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]=6x-\left[9y-2x-4z-2x-3y+8z\right]$$
$$=6x-9y+2x+4z+2x+3y-8z=6x+2x+2x-9y+3y+4z-8z$$
$$=10x-6y-4z=\underline{\underline{2(5x-3y-2z)}}$$

ځلورم:

الف -

$$\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 2x-\frac{1}{2}\cdot 4-5\cdot 2x-5\cdot 8+\frac{1}{4}\cdot 12x-\frac{1}{4}\cdot 4$$
$$=x-2-10x-40+3x-1$$
$$=x-10x+3x-2-40-1=\underline{\underline{-6x-43}}$$

ب -

$$(4,2u-2,4v)(5u-10v)=4,2u\cdot 5u-4,2u\cdot 10v-2,4v\cdot 5u+2,4v\cdot 10v$$
$$=21u^2-42uv-12uv+24v^2=\underline{\underline{21u^2-54uv+24v^2}}$$

پنځم:

الف -

$$-5xu+15xv-10xz=-5x\cdot u-5x\cdot(-3v)-5x\cdot 2z=\underline{\underline{-5x(u-3v+2z)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz=\frac{1}{2}x\cdot u+\frac{1}{2}x\cdot\left(-\frac{1}{4}v\right)+\frac{1}{2}x\cdot\frac{3}{2}z=\underline{\underline{\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)}}$

شپږم:

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2=\left(\frac{1}{3}a\right)^2+2\cdot\frac{1}{3}a\cdot b+b^2=\underline{\underline{\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2}}$

ب -

$$\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2=\left(\frac{6}{7}m\right)^2-2\cdot\frac{6}{7}m\cdot\frac{1}{8}n+\left(\frac{1}{8}n\right)^2=\underline{\underline{\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2}}$$

پ –

$$\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+2\cdot m\cdot\frac{3}{4}n+\left(\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+\frac{3}{2}mn+\frac{9}{16}n^2=\underline{\underline{m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2}}$$

ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2=\left(\frac{3}{4}a\right)^2-2\cdot\frac{3}{4}a\cdot2+2^2=\underline{\underline{\frac{9}{16}a^2-3a+4}}$

اووم: الف - $u^2+2uw+w^2=u^2+2\cdot u\cdot w+w^2=\underline{\underline{(u+w)^2}}$

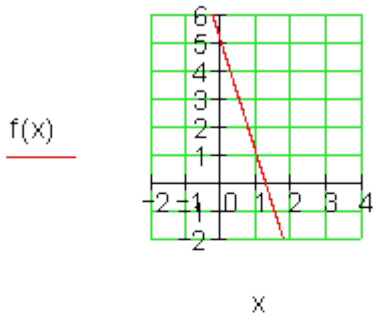
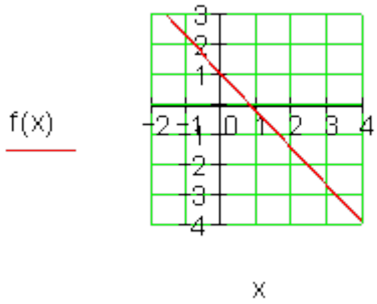
ب - $4x^2+12xy+9y^2=(2x)^2+2\cdot6x\cdot y+(3y)^2=\underline{\underline{(2x+3y)^2}}$

پ - $9-48n+64n^2=3^2-2\cdot3\cdot8n+(8n)^2=\underline{\underline{(3-8n)^2}}$

ت - $m^2+2m+1=m^2+2\cdot m\cdot1+1^2=\underline{\underline{(m+1)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

ب-	الف-
$f(x) = -4x + 5 = -\frac{4}{1}x + 5$ له $(0\mid 5)$ يو يوون يا واحد ښي لور ته څلور واحده كښته لور ته 	$f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$ له $(0\mid 1)$ څلور يوونه ښى لور ته پنځه واحده كښته لر ته 

نهم:

الف – نتيجه په دري ځايونو راكرد شوى: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$

$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$

$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$

$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$

$f(u) = 1,25u + 1,5$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$
$$f(x) = -5 \text{ für } x = -5,2$$

ب -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$
$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \,|\, -1,5$$
$$\Leftrightarrow 1,25x > -1,5 \,|\, :1,25$$
$$\Leftrightarrow x > -1,2$$

$$f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2$$

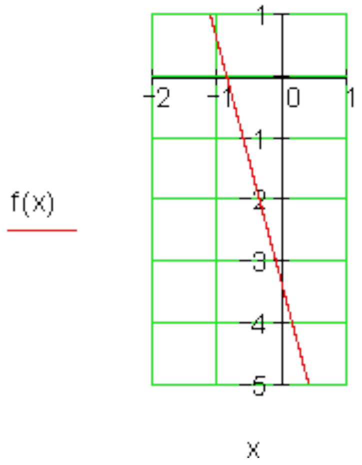
پ -

ت –

$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$
$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

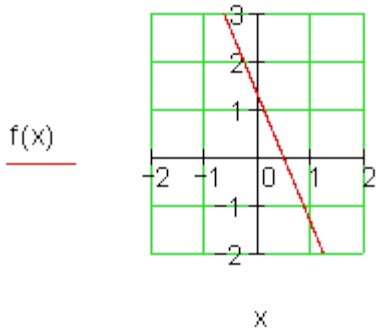
د u په وان کې يا تابع دی.

لسم:

الف- $f(x) = -4x - 3,5$ $f(0) = -3,5$ $\Rightarrow P_y(0 \,|\, -3,5)$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 3,5 = 0$ $\Rightarrow x = -\frac{7}{8}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{7}{8} = -0,875 \,|\, 0\right)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-



$$f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$$

$$f(0) = \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{5}{4} = 1{,}25\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4} = 0$$

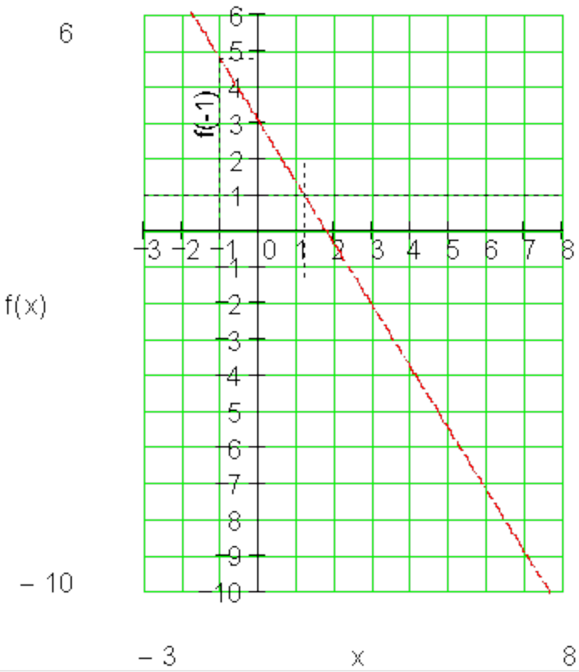
$$\Rightarrow x = \frac{15}{32} \Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32} \approx 0{,}47 \mid 0\right)$$

یولسم:

الف –

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x = -\frac{12}{7}x + 3 \qquad f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3 = 4\frac{5}{7} \approx 4{,}71$$

$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$P\left(\sqrt{7}\,|\,-1,54\right): \quad f(\sqrt{7}) = -\frac{12}{7}\cdot\sqrt{7} + 3 = -1,53557\ldots \approx 1,54$$

په دوه لسميزو راګرديږي، نو P په کرښه پروت دی.

پ-

$$f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} + 3 < 0,6\,|-3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} < -2,4\,|\cdot 7$$

$$\Leftrightarrow -12\cdot\sqrt{2t} < -16,8\,|:(-12) \Leftrightarrow \sqrt{2t} > 1,4\,|$$ مربع کونه

$$\Leftrightarrow 2t > 1,96 \Leftrightarrow t > 0,98$$

د t>0,98 لپاره باور لري $\underline{\underline{f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6}}$:

دولسم:

الف -

$$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

$$P(1|-2): \quad f(1) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$$

ب -

$$a_1 = 1,5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P(-1|-0,5): \quad f(-1) = -0,5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_2(0|-2) \Rightarrow a_0 = -2 \quad \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$$
$$P_1(2|-4): \quad f(2) = -4 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}}$$

ت – کربنه له سرچيني

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1x$$
$$P(-3|-1): \quad f(-3) = -1 \Leftrightarrow a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x}}$$

دیارلسم:

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$
$$f(0) = 5 \Leftrightarrow a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1x + 5$$
$$f(2) = -3 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$
$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}} \qquad f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

څوارلسم: الف –

$$P_1(-4|2); P_2(2|0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$
$$P_2(2|0): \quad f(2) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب -

$$P_1(-3|1); P_2\left(1|\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$
$$P_1(-3|1): \quad f(-3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_1(1|-2);P_2(-2|10)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-(-2)}{-2-1}=\frac{12}{-3}=-4\Rightarrow f(x)=-4x+a_0$$

$$P_1(1|-2):\quad f(1)=-2\Leftrightarrow -4\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=2\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4x+2}}$$

ت -

$$x=2;\ y=6\Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6)\Rightarrow a_0=6\Rightarrow f(x)=a_1x+6$$

$$P_1(2|0):\quad f(2)=0\Leftrightarrow a_1\cdot 2+6=0\Rightarrow a_1=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-3x+6}}$$

ټ -

$$a_1=-4{,}5\Rightarrow f(x)=-4{,}5x+a_0$$

$$P(2|-3):\quad f(2)=-3\Leftrightarrow -4{,}5\cdot 2+a_0=-3\Rightarrow a_0=6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4{,}5x+6}}$$

ث –

$$a_1=3;P(1|1{,}5)\Rightarrow f(x)=3x+a_0$$

$$P(1|1{,}5):\quad f(1)=1{,}5\Leftrightarrow 3\cdot 1+a_0=1{,}5\Rightarrow a_0=-1{,}5\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x-1{,}5}}$$

پنځلم:

$$f(-4)=2\Rightarrow P_1(-4|2);f(1)=-4\Rightarrow P_2(1|-4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-4\Leftrightarrow -\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}}}$$

صفرځای:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

شپاړلسم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1)=7 \Rightarrow P_1(1|7);\ f(-1)=3 \Rightarrow P_1(-1|3)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$$
$$P_1(1|7):\quad \Rightarrow f(1)=7 \Leftrightarrow 2\cdot 1+a_0=7 \Rightarrow a_0=5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

ب -

$$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a|0);\ f(0)=a \Rightarrow P_2(0|a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

پ -

$$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a|1);\ f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$
$$P_1(a|1):\quad f(a)=1 \Leftrightarrow -\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3}};\ a\neq 0$$

اووه لسم:

الف –

اووښتونې يا متحولې: x د اونۍ په معنا

y=f(x) په دې معنا، ې د کافي زخيره په کيلوګرام

$f(x)=a_1x+a_0$ د کرښمساوات يا ـــبرابرون عمومي بڼه

صفراونۍ:	$f(0)=-0{,}35\cdot 0+1{,}8=1{,}8$
لومړۍ اونۍ:	$f(1)=-0{,}35\cdot 1+1{,}8=1{,}45$
دومکه اونۍ:	$f(2)=-0{,}35\cdot 2+1{,}8=1{,}1$
....	....
x اونۍ:	$f(x)=-0{,}35\cdot x+1{,}8$

د کافي زخيرې کميدنې لپاره تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د کافي زخیره لګښت په دې معنا دی:

$f(x)=0 \Leftrightarrow -0{,}35x+1{,}8=0|-1{,}8$ مساوات دې د x پسې حل شي

$$\Leftrightarrow -0{,}35x=-1{,}8|:(-0{,}35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{180}{35}=\frac{36}{7}\approx 5{,}143$$

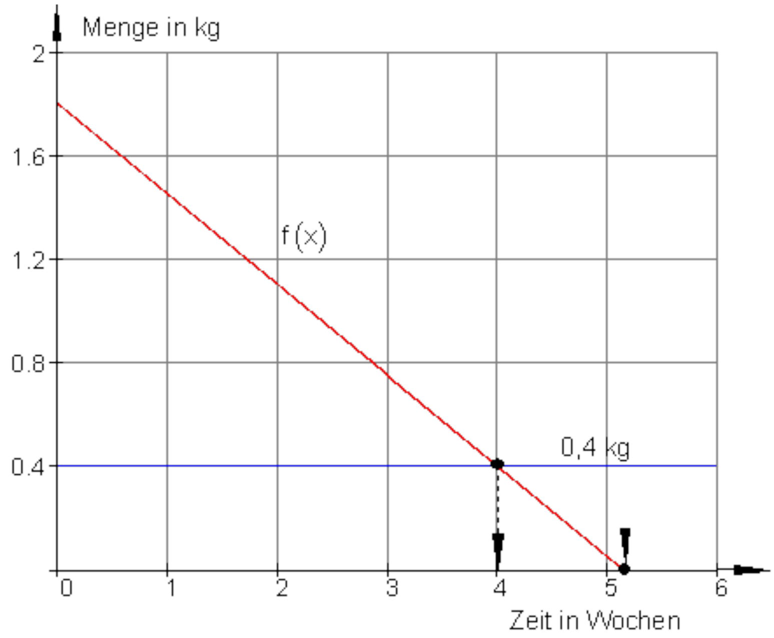
له پنځه اونیو وروسته نوره کافي پاتې نه ده.

پ – فقط 400g کافي نوره پاتې ده په دې معنا، چې:

$$f(x)=0{,}4 \Leftrightarrow -0{,}35x+1{,}8=0{,}4|-1{,}8$$
$$\Leftrightarrow -0{,}35x=-1{,}4|:(-0{,}35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{140}{35}=\frac{28}{7}=4$$

د څلور اونیو وروسته نوره فقط 400 g کافي پاتې ده.

ت –



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتلسم: د زياتو ساعتونو ګڼون يا تعداد: x د بې ماليا ور کړ شوی معاش

f(x)دوه ارزښتجوړې ورکړ شوې دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=د زيات کار غونډ معاش a0=بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی، د زيات کار ټول € 21 .

نولسم:

الف – د x محور کيلوګرام ګڼي y محور کيلوګرام ګڼي

$f(x) = a_1x + a_0$ که 80 کيلوګرام ګڼې، نو ترې لرو8,5 کيلوګرام ګوړه

$$\Rightarrow P_1(80|8,5)$$

که 0 کيلوګرام ګڼې، نو ترې لرو 0کيلوګرام ګوړه ، نو لاس ته راځي: $P_2(0|0)$

سرچينه ييزه کرښه او ترې لاس ته راځي: $a_0 = 0$

جګيدنه يا زياتوالی: $a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x)=\frac{17}{160}x \Rightarrow f(100)=\frac{17}{160}\cdot 100=10,625$$

$$f(250)=\frac{17}{160}\cdot 250=\frac{425}{16}\approx 26,563$$

$$f(x)=25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x=25 \Big| : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x=\frac{4000}{17}\approx 235,3$$

له 100kgگنيو څخه 10,625 گوړه لاس ته راځي يا گټل کيږي.

له 250kgگنيو نږدې 26,563kg گوړه گټو

د 25kgگوړې لپاره نږدې 235,3kgگنيو ته اړتيا شته.

پ – په گراف کې: پروت: گني په کيلوگرام. ولاړ: گوړه په کيلوگرام

(c) ketabton.com: The Digital Library

شلم:

الف –

خپلواک اووښتوني يا متحوله. x =معاش

بلواک يا تابع متحوله y=K(x) = لګښت تاديه کونه(کربنيزه اړيکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1 x + a_0$$

له وركړشوو شرليطو لرو:

$$P_1(1000 \mid 900);\ P_2(1800 \mid 1460)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000 \mid 900):\quad K(1000) = 900 \Leftrightarrow 0,7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

ب –

$$K(800) = 0,7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 \mid 760)}}$$

$$K(2500) = 0,7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 \mid 1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 \mid 3000)}}$$

پ –

$= \frac{K(x)}{x}$ = معاش:لګښت=د لګښت ارزښت

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راتګ ۸۰۰	$\Rightarrow Konsumquote = \frac{760}{800} = 0{,}95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$
لاس ته راتګ	$\Rightarrow Konsumquote = \frac{1950}{2500} = 0{,}78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$
لاس ته راتګ	$\Rightarrow Konsumquote = \frac{3000}{4000} = 0{,}75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$ کونزوم کووټې=دلګښت کچه

تولیزه اړیکې

$$Konsumquote = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}7x + 200}{x} = 0{,}7 + \frac{200}{x}$$ (د لګښت کچه)

یادونه:

که هرڅومره معاش یا د خرڅلاو پیسي جګې شي، همغومره د0,7 لګښت کچه ارزښت ته نږدی کیږي، دا په دې معنا، چې لږ تر لږه د70% په اختیار کې لرلې لاس ته راوړنې د لګښت لپاره ورکول کیږي. دا پاتې زخیره کیدی شي.

ت –

اېښوونه: زوړ خرڅلاو نوی خرڅلاو د خرڅلاو زیاتیدنه	$x \Rightarrow \quad K(x) = 0{,}7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0{,}7(x + dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0{,}7(x + dx) + 200 - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}7dx}}$$

ترې لا س ته راتلنه : د 70%لاس ته راوړنې زیاتوالي یا وده د لګښت پاره ورکول کیږي. دا د K(x) جګوالی ورکوي.

ټ – هر څه، چې نه لګیږي زخیره کیږي.

$$S(x) = x - K(x) = x - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}3x - 200}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يووېشتم:

الف –

د لګښت تابع $K(x) = a_1 x + a_0$: ، $P_1(100|385); P_2(200|410);$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410-385}{200-100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100|385): \quad K(100) = 385 \Leftrightarrow 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

د نرخ تابع لاس ته راځي: $K(x) = 0,25x + 360$

ب – د 140 دانو قيمت $K(140) = 0,25 \cdot 140 + 360 = 395$

دانې:قيمت=د دانې قيمت(قيمت په دانو وېشل) = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$

د140 دانو توليد سره د دانې قيمت € 2,82 دی.

پ –

داانې:قيمت=د دانې قيمت = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x+360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$

د ډېر لوي دانو تعداد سره ترم 360/x تل کوچنی کيږي، داسې چې د دانې قيمت ځان تل و 0,25€ ته نږدې کوي.

دا سړی شميرپوهنيز يا ماتماتيکي داسې ليکي: $\lim_{x\to\infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$

ت – د ګټې ځای په ځايوالی يا برابروالی په دې معنا، چې دا خرڅلاو(E(x دومره لوي دی، لکه لګښت (K(x .

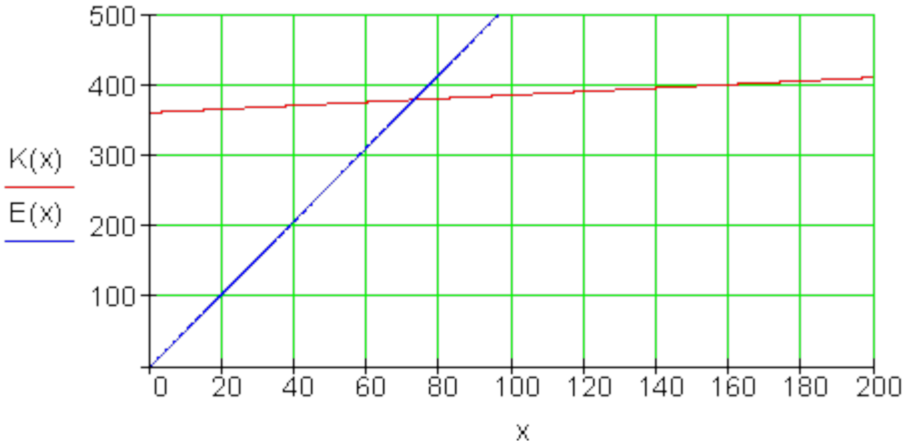
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

مګر د 73 شونډو قلمونو خرڅ شوي مقدار کې ګټه کيږي.

ت –



د کرښيز توابعو د حل ستراتيژي:

زه څنګه مخ ته ځم.....

لومړی حالت: د کرښي جګوالیa_1 ، همداسي يو ټکی P_1 څرګند دي او د تابعمساوات شميرل کيږي.

دويم حالت: دوه ټکي معلوم دي P_1وP_2 د تابع مساوات شميرل کيږي.

دريم: د يوې کرښي د محور غوڅتکي P_y او P_x معلوم دي او د تابع مساوات دی وشميرل شي.

څلورم حالت: د دوه کرښو غوڅټکیS دی، چې له هغو د تابع مساوات معلوم دی، وټاکل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم حالت: د کرښې تابع مساوات g(x) ، چې له f(x) سره عمود يا ولاړه ده شميرل کيږي، کومه چې له ټکي P_1 تيريږي.

شپږم حالت: د يوه شي پوښتنې ځخه دې تابعمساوات وليکل شي.

لومړي حالت ته تلنلار:

د يوې کرښې جګوالی دی: $a_1 = 0{,}75 = \frac{3}{4}$.

$$f(x) = a_1x + a_0$$

کرښه دې له ټکي $P_1\left(\underset{x}{2}\,\middle|\,\underset{y}{4}\right)$ تيره شي.

لومړی پل : جګوالی کيږدئ $y = f(x) = \frac{3}{4}x + b$

دويم پل: د P_1 کواوردينات يا پروت ولاړسيستم سره a_0 وټاکی.

$$P_1(2|4): \quad y = f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 + a_0 = 4$$

$\frac{3}{4}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} + a_0 = 4 \quad \| -\frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$	تابعمساوات $y = f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ د $P_1(2\|4)$: لپاره ټکی ازماېښت $y = f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 + \frac{5}{2} = 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم حالت ته تلنلار:

کرښه له ټکو $P_1(-3|2)$ او $P_2(2|4)$ تيريږي.

$$f(x) = a_1x + a_0$$

لومړی پل جګوالی دې وشميرل شيي $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$

دويم پل: جګوالی کيږدی $y = f(x) = \frac{2}{5}x + a_0$

دويم پل: د P_1 يا P_2 کواورديناتونو سره د a_0 لپاره ارزښت وټاکی.

$$P_2(2|4):\quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$$

$P_2(2\|4):\quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{4}{5} + a_0 = 4 \quad \| -\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$	تابعمساوات $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$ د ټکي $P_1(-3\|2)$ لپاره ازمايښت $y = f(-3) = \frac{2}{5}\cdot(-3) + \frac{16}{5} = 2$

دريم حالت ته تلنلار:

تابعمساوات: $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی پل د y محور سره غوڅتکی وټاکی

$$P_y(0|y_s): \quad y_s = f(0) = \frac{2}{5}\cdot 0 + \frac{16}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{16}{5}\right)$$

دويم پل: د x محور سره غوڅتکی وټاکی

$$P_x(x_s|0): \quad y = f(x_s) = \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0$$

$$\frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0 \quad \left| -\frac{16}{5}\right.$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5}x_s = -\frac{16}{5} \quad |\cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 2x_s = -16 \quad |:2$$

$$\Leftrightarrow x_s = -8$$

Nullstelle:
$P_x(-8|0)$

Punktprobe für $P_x(-8|0)$

$$y = f(-8) = \frac{2}{5}\cdot(-8) + \frac{16}{5} = 0$$

د الماني پښتو: له پورته کښته لور ته: صفرځای، د ... لپاره ټکی ازماېښتلت

څلورم حا لت ته تلنلار:

تابع مساوات: $y = f(x) = -\frac{2}{3}x + 4 \quad y = g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

دا چي غوڅتکی $S(x_s|y_s)$ په دواړو کرښو پروت دی، بايد د دواړو مساواتو د غوڅتکي کواورديناتونه يا پروتولاړ قيمتونه پوره کړي.

$$y_s = -\frac{2}{3}x_s + 4 \text{ (I)} \qquad y_s = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \text{ (II)}$$

دا دوه مساوات دي له متحولو يا اووښتونو x_s او y_s سره.

حل د برابراينوونې بلنلار سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$-\frac{2}{3}x_s + 4 = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \mid -\frac{3}{2}x_s$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x_s - \frac{3}{2}x_s + 4 = -\frac{5}{2} \mid -4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{6}x_s - \frac{9}{6}x_s = -\frac{5}{2} - \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{13}{6}x_s = -\frac{13}{2} \mid \cdot \left(-\frac{6}{13}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{13 \cdot 6}{2 \cdot 13} = 3 \mid \text{ einsetzen in (II)}$$

$$\Rightarrow y_s = \frac{3}{2} \cdot 3 - \frac{5}{2} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(3 \mid 2)}}$$

ازماېښت: $y_s = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = -2 + 4 = 2$

پنځم حالت ته تلنلار: تابع مساوات: $y = f(x) = 3x - 6$ ټکی: $P_1(-3 \mid 3)$

لومړی پل: د $g(x)$ جګوالی وټاکئ

د f(x) جګوالی: $f(x): \quad a_{1f} = 3 = \frac{3}{1}$

د g(x) جګوالی: $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1f}} = -\frac{1}{3}$

دویم پل: د g(x)جګوالی کیږدئ $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + a_{0g}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم پل:د P_1 قیمت یا ارزښت سره د a_{0g} لپاره ارزښت وټاکی.

تابعمساوات: $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ د $P_1(-3\|3)$ لپاره ټکی ازماېښت $y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + 2 = 3$	$P_1(-3\|3):\quad y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $-\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $\Leftrightarrow 1 + a_{0g} = 3 \quad \| -1$ $\Leftrightarrow a_{0g} = 3 - 1 = \underline{\underline{2}}$

شپوم حالت ته تلنلار: دلته ټاکلي تلنلار نه شته. د داسي پوښتنو ځواب ډېر تمرین غواړي او زیرکوالی. د دې لپاره دلته منطقي یا سم اندیز فکر وړاندنیونه(فرضیه) ده،چې ټیک اینسوونه پیدا کړو. که لومړی دا اینسوونه پیدا شوې وي، نو کیدی شي،چې پوښتنه تل یو له پورته راوړل شوو تلنلارو سره ځواب یا حل شي.

بیلګه ۱: شینخالی ډریوری بریالی ازموینې له امله له ترور ځخه € 2510بخشش اخلي. د هغې د خیال او خوب موټر € 6500 قیمت لري. دا د میاشتي € 210 زخیره کولای شي. د کوم وخت وروسته دا د موټر پیسې سره یوځای کولای شي؟ اینسوونه ، لکه په بیلګه ۱ کې بنوول کیږي، ده.

لومړی میاشت	$y = 2510 + 210\cdot 1 = 2720$
دویمه میاشت:	$y = 2510 + 210\cdot 2 = 2930$
x میاشت:	$y = 2510 + 210\cdot x$
له دې لاس ته راځي د تابع مساوات:	$y = f(x) = 210x + 2510$

غوښتوني یا د پیداکوني هغه میاشتx ده، چې په هغې کې دا €6500سره یوځای کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(x\,|\,6500):\quad y = f(x) = 210x + 2510 = 6500$$

د مساوات $210x + 2510 = 6500$ حل x=19 ارزښت راکوي.

له 19 میاشتو وروسته دا د موټر لپاره دا پیسي سره یوځای کوي.

بیلګه ۲:

که سپوږمی د میا شتي 100 دقیقي له ملفون سره تلفون وکړي،€ 18 تادیه کوي یا ورکوي. که ۲۰۰ دقیقي تلفون وکړي، نو باید € 26 ورکړي. بنسټ قیمت څومره دی او یوه دقیقه څومره قیمت لري.

اینوونه: بنستقیمت تل باید ورکړ شي. له دې سره دې سره د وخت قیمت راځي. دا قیمت د خبرو د وخت سره متناسب دی

a_1 په دقیقه قیمت a_0بنسټ قیمت	1. Minute: $y = a_1 \cdot 1 + a_0$ 2. Minute: $y = a_1 \cdot 2 + a_0$ x. Minute: $y = a_1 \cdot x + a_0$

له دې لاس ته راځي : $y = f(x) = a_1 x + a_0$

دوه ټکي، چې په دې کربنه پراته دي پیژنو

$$P_1(100\,|\,18)\quad P_2(200\,|\,26) \Rightarrow$$

له دې لاس ته دویم حالت راځي

$$\Rightarrow y = f(x) = 0{,}08x + 10$$

بنسټ قیمت یا نرخ 10€ دی. د خبرو نرخ په دقیقه 0,08€ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

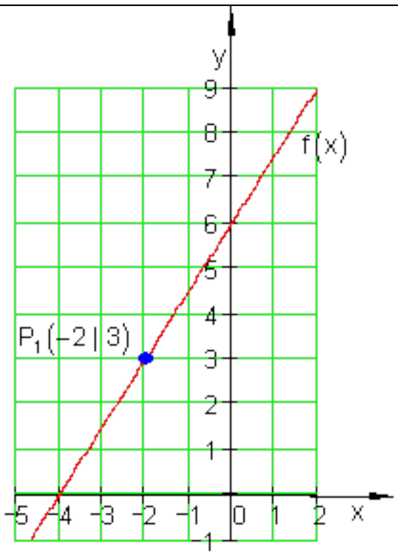
2.2. کرښيز ې توابع د ورکړشوو شرايطو سره

2.2.1.لومړی حالت : د P ټکي څخه تیرې کرښې د a_1 د جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په ټکي کې څغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پیدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2|3)$ لپاره ازماینت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بېلګه:

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک اخلي. دولس روځې، له هغې وروسته چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېری به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$
$$P(12|250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7{,}5x + 340$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون زخيره دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .
لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په داسي حالت کې شميرنه تيليزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربنوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د$P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو تيليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

بيلګه:

$a_1 = -2; P_1(-3 \mid 4)$ په $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کې ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

2.2.2.دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بيلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.

$P_2(4 \mid 6)$ $\quad\quad$ $P_1(-3 \mid -1)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

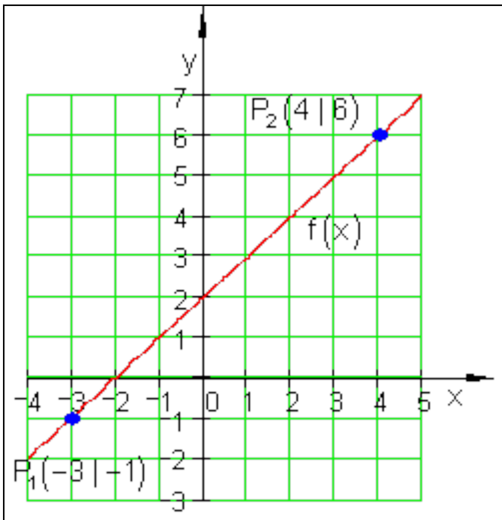
د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$

وروسته له دې چې جګيدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسې حل کيږي لکه په لومړي حالت کې.

د ټکو ازمايښت لپاره بې پروا ده چې د دې لپاره کوم ټکي کارول کيږي.، ځکه چې دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.



د ټکو ازمايښت د $P_2(4|6)$ يا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بيلګه:

د فزيک څخه پوهيږو چې د حرارت معلومولو (ګرمی کچونی) لپاره مختلفي د تودوخی سکالا کارول کيږي. د څلزيوس سکالاCelsiusskala او د فارنهايټ سکالا Fahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزي اړيکي موجود دي.

$100\ ^0C$ برابری دي د $212\ ^0F$ سره . $0\ ^0C$ برابر د ی په $32\ ^0F$ سره.

د يوه تابع مساوات غواړو پيداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کيږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه يا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 \mid 32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کيږدی نتيجه يې ده.

د بيلګې په ډول:

$$. x = 20\,^{o}C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^{o}C \triangleq 68\,^{o}F$$

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 \mid -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزړومساواتو يو توليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$ چيرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$ کې ځای په ځای کړی

$$f(x) = \frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1) = \frac{2+1}{-5}(x-2)-1 = -\frac{3}{5}(x-2)-1 = -\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$= -\frac{3}{5}x+\frac{1}{5} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرني لپاره يو تابع مساوات وليکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.2.3.تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوښتکي وټاکئ او ګراف يې انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

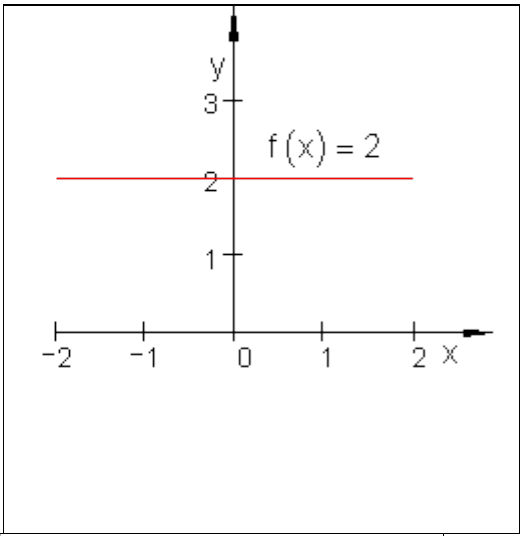
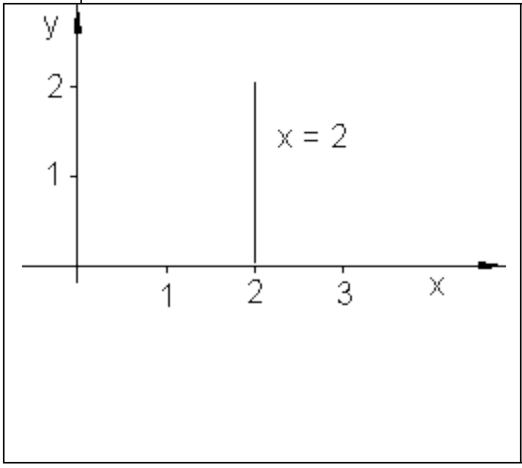
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

نهم - $P_2(4|-1)$ $P_1\left(-3\middle|\frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2}\middle|4\right)$ $P_1(-4|-2)$

2.2.4.د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x- محور سره غبرګ کرښه: $f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$ یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کیږي. x- محور هم یوه ثابته تابع ده د تابع مساوات f(x) = 0 سره. د ثابتي تابع جګوالی تل صفر دی.	
د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي. دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چې یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده. x = 0 د y - محور مساوات دي.	

بیلګه:

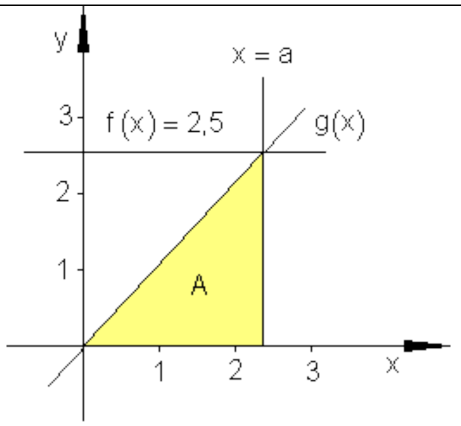
یو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د $a > 0$ سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د(P(a | f(x) ټکي ځخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کرښې سره يو مثلث جوړوي.

a داسې وټاکئ چې سطحه د مثلث د سطحې څلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g\cdot h}{2}$ | د g = a او

h=f(x) = 2,5 سره

د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5\cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ |

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \,|\cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چې د سرچينې کرښه

$g(x) = a_1x\ (a_0 = 0$

د جګېدو له مثلث څخه

$a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چې د حرارت الو ترمنځ يوه کرښيزه ا ړيکه پرته ده، نو ټکي P_1 اوP_2 په يوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښيزه بڼه په دې ډول ده:.$f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمايښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

د کرښيزو توابعو**II** د تمرينونو حل

نتيجه او مفصل: له <u>01</u> تر <u>10</u> .

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3\,;\, P_y(0 \mid -3)\,;\, P_x(6 \mid 0)$$

دویم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4}\,;\, P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{15}{4}\right);\, P_x(-5 \mid 0)$$

دریم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x) = 2x - 7\,;\, P_y(0 \mid -7)\,;\, P_x\left(\frac{7}{2} \,\middle|\, 0\right)$$

څلورم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5}\,;\, P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{14}{5}\right);\, P_x\left(-\frac{7}{2} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x) = x - 1;\, P_y(0 \mid -1)\,;\, P_x(1 \mid 0)$$

شپږم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x) = x + 1;\, P_y(0 \mid 1)\,;\, P_x(-1 \mid 0)$$

اوم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\,;\, P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{3}\right);\, P_x\left(\frac{5}{2} \,\middle|\, 0\right)$$

اتم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{2}{7}x+\frac{1}{7};P_y\left(0\left|\frac{1}{7}\right.\right);P_x\left(-\frac{1}{2}\left|0\right.\right)$$

نهم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

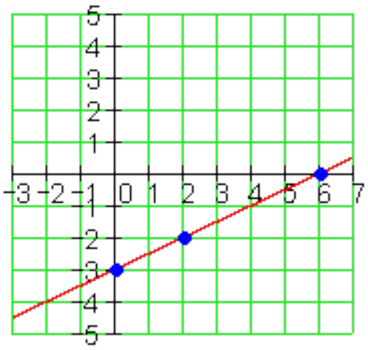
$$f(x)=-\frac{11}{14}x+\frac{15}{7};P_y\left(0\left|\frac{15}{7}\right.\right);P_x\left(\frac{30}{11}\left|0\right.\right)$$

لسم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5};P_y\left(0\left|\frac{6}{5}\right.\right);P_x\left(-\frac{3}{2}\left|0\right.\right)$$

مفصل حلونه:

لومړی:



د $f(x)=\frac{1}{2}x+a_0$ $P(2|-2)$ سره

باور لري :

$$f(2)=-2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot 2+a_0=-2$$

$$\Leftrightarrow a_0=-3$$

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{1}{2}x-3}}\Rightarrow\underline{\underline{P_y(0|-3)}}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x-3=0$$

$$\Leftrightarrow x=6\Rightarrow\underline{\underline{P_x(6|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

$f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$ د $P(-1|3)$ سره باور لري :

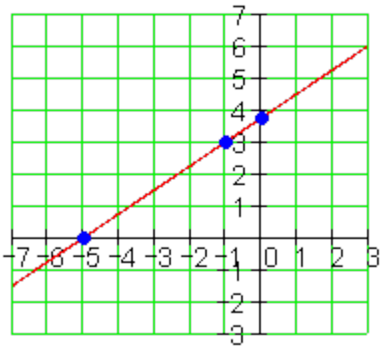
$$f(-1) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot(-1) + a_0 = 3$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \left| \frac{15}{4} = 3{,}75\right.\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + \frac{15}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-5|0)}}$$



دريم:

$f(x) = 2x + a_0$ د $P(3|-1)$ سره باور لري :

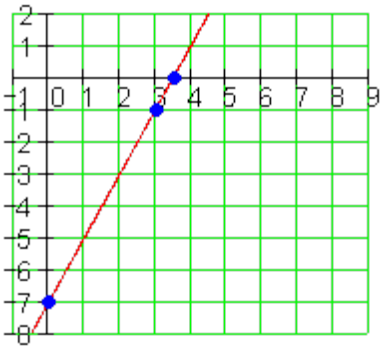
$$f(3) = -1 \Leftrightarrow 2\cdot 3 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -7$$

$$\underline{\underline{f(x) = 2x - 7}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-7)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{7}{2} = 3{,}5 \,|\, 0\right)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

د $f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$ د $P\left(\frac{3}{2} \middle| 4\right)$: سره باور لري:

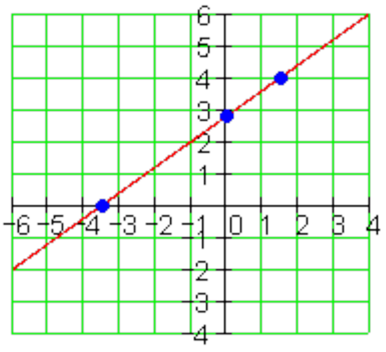
$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{14}{5}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \middle| \frac{14}{5}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{2} = -3{,}5 \middle| 0\right)}}$$



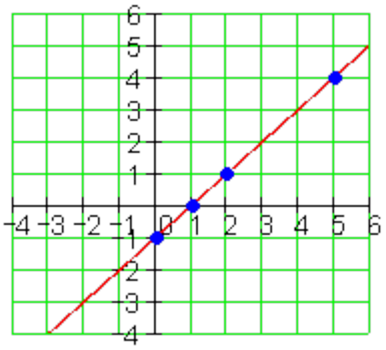
پنځم:

$P_1(2|1) \qquad P_2(5|4)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{5-2} = \frac{3}{3} = 1$$

$$f(x) = x + a_0$$

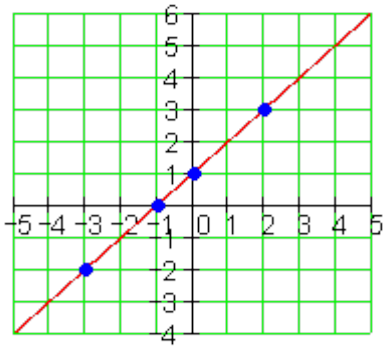
د $P_1(2|1)$ سره باور لري:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=1 \Leftrightarrow 2+a_0=1$$
$$\Leftrightarrow a_0=-1$$
$$\underline{\underline{f(x)=x-1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x-1=0$$
$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(1|0)}}$$

شپږم:



$P_1(-3|-2) \qquad P_2(2|3)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-2)}{2-(-3)}=\frac{5}{5}=1$$

$f(x)=x+a_0$ د $P_2(2|3)$ سره باور لري

$$f(2)=3 \Leftrightarrow 2+a_0=3$$
$$\Leftrightarrow a_0=1$$
$$\underline{\underline{f(x)=x+1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|1)}}$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x+1=0$$
$$\Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-1|0)}}$$

اوم:

$P_1(-2|3) \qquad P_2(4|-1)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{4-(-2)}=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$$
$$f(x)=-\frac{2}{3}x+a_0$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}=0$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{5}{2}=2{,}5\,|\,0\right)}}$$

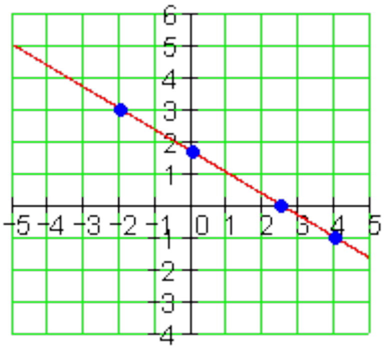
(c) ketabton.com: The Digital Library

د $P_2(4|-1)$ سره باور لري

$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{5}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{5}{3} \approx 1{,}67\right)}}$$



اتم:

$P_1(-4|-1) \qquad P_2(3|1)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{3-(-4)} = \frac{2}{7}$$

$$f(x) = \frac{2}{7}x + a_0$$

د $P_2(3|1)$ سره باور لري:

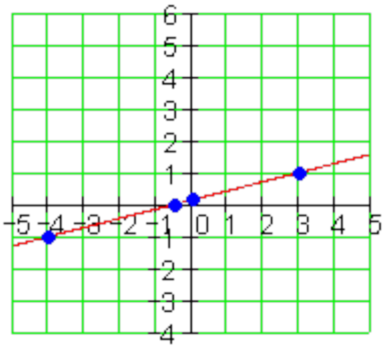
$$f(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{7}\cdot 3 + a_0 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{1}{7}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{2}{7}x + \frac{1}{7}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{1}{7} \approx 0{,}14\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7}x + \frac{1}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{1}{2} = 0{,}5 \,|\, 0\right)}}$$



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right) \qquad P_2(4 \mid -1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - \frac{9}{2}}{4 - (-3)} = -\frac{11}{14}$$

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + a_0$$

د $P_2(4 \mid -1)$ سره باور لري:

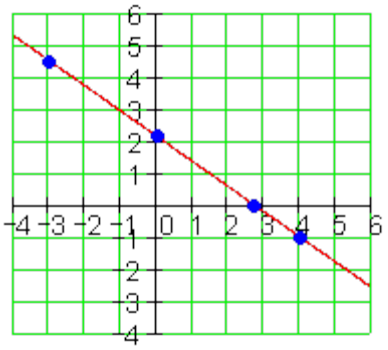
$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{11}{14} \cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{7}$$

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{15}{7} \approx 2{,}14\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{11} \Rightarrow P_x\left(\frac{30}{11} \approx 2{,}73 \mid 0\right)$$



لسم:

$$P_1(-4 \mid -2) \qquad P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{\frac{7}{2} - (-4)} = \frac{4}{5}$$

$$f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$$

د $P_1(-4 \mid -2)$ سره باور لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} = 0$$

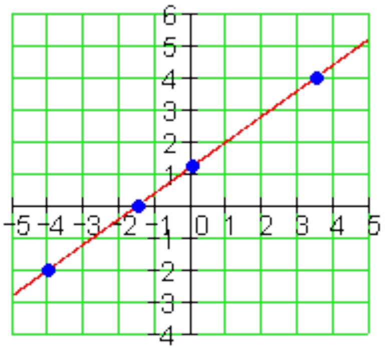
$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(-\frac{3}{2} = -1{,}5 \mid 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-4)=-2 \Leftrightarrow \frac{4}{5}\cdot(-4)+a_0=-2$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{6}{5}$$

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{6}{5}=1,2\right)$$



پوښتنې:

كرښيزې توابع III

لومړی: د g کرښو مساوات وټاکی

الف: $P_1(-4|-2)$ او $P_2(2|0)$ په g پراته دي،

ب- g په $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ کې ځغلي

پ- $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په g پراته دي

ت- g محورونه په x = 2 او y = 6 کې غوڅوي(قطع کوي)

ټ- g له P(-6;1) تيريږي او له h سره غبرګ دی د $h(x)=-\frac{2}{3}x+2$ مساوات سره

ث- g جګوالی $a_1=-4,5$ لري او له P(1;1,5) څخه تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج- g جګوالی $a_1 = 3$ لري او له P(1;,1,5) څخه تيرېږي

چ- g دx محور په x = 3 کې غوځوي او د hکرښه د h(x) = 4x - 2 سره په x = -1 کې غوځوي.

دويم: د دوه کرښو g او h کرښيز مساوات پيدا کړی، چې له ټکی P(3;-2) تيرېږي.

دريم: يوه کرښه g د کرښيز تابع f(x) سره پيدا کړی، چې له ټکوP_1 اوP_2 تيريږي او تابع مساوات وټاکئ.

الف- $P_1(-3|5); P_2(1|2,5)$ ب - $P_1(1,5|3); P_2(3|2,5)$

پ- $P_1(4|0); P_2(-1|-\sqrt{2})$ ت - $P_1(k|3); P_2(2k|-1)$

ټ - $P_1(1|0); P_2(-1|k+1)$ ث - $P_1(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}); P_2(\sqrt{k}|0)$

څلورم: د f(x) کرښيزې تابع مساوات وټاکئ.که معلوم وي:

الف-کرښه د $a_1 = \frac{5}{4}$ جګيدنې سره له P(4;-1) څخه تيرېږي.

ب-کرښه له ټکو $P_1(-5|-3)$ او $P_2(0|3)$ څخه تيرېږي.
پ-کرښه له P(4,5;2,7) ټکي تيرېږي. او د x محور سره 45° مايله ده.

ت-کرښه له P(-1,5;0) تيرېږي او دh(x) = 2x+2 سره غبرګه (موازي) ده.

پنځم: کر ښه g و کاږئ او کرښيز مساوات وټاکئ.

الف- $P(3|-1) \in g$ او g دy محور سره غبر؛(موازي) څغلي.

ب- $P(3,5|2,5) \in g$ او g دx محور سره موازي څغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- g له P(-5;1)تېرېږي او د $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ سره موازي ده.

ت- g له $P\left(1 | \frac{3}{2}\right)$ تيريږي او د کربنو سره چې له ټکو $P_1(-2 | -3)$ او $P_2\left(\frac{3}{2} | -5\right)$ تيريږي، موازي ځغلي.

د کربنيزو توابعو برخه III

مفصل حلونه

لومړی –

الف-

$$P_1(-4 | 2); P_2(2 | 0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_2(2 | 0): \quad f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب-

$$P_1(-3 | 1); P_2\left(1 | \frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$

$$P_1(-3 | 1): \quad f(-3) = \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$P_1(1|-2);P_2(-2|10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-(-2)}{-2-1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$$

$$P_1(1|-2): \quad f(1) = -4 \cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x+2}}$$

ت –

$$x = 2;\ y = 6 \Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$$

$$P_1(2|0): \quad f(2) = a_1 \cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x+6}}$$

ټ - P(-6;1) موازي دی و $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$ ته

$$P(-6|1): \quad f(-6) = -\frac{2}{3} \cdot (-6) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x - 3}}$$

ث –

$$a_1 = -4{,}5 \Rightarrow f(x) = -4{,}5x + a_0$$

$$P(2|-3): \quad f(2) = -4{,}5 \cdot 2 + a_0 = -3 \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4{,}5x+6}}$$

ج –

$$a_1 = 3;P(1|1{,}5) \Rightarrow f(x) = 3x + a_0$$

$$P(1|1{,}5): \quad f(1) = 3 \cdot 1 + a_0 = 1{,}5 \Rightarrow a_0 = -1{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x - 1{,}5}}$$

چ $x = 3 \Rightarrow P_1(3|0) \quad P_2(-1|y_2)$ |

په کرښه د h(x) = 4x-2 سره پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow y_2 = h(-1) = 4 \cdot (-1) - 2 = -6 \Rightarrow P_2(-1|-6)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-0}{-1-3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P_1(3|0): \quad f(3) = \frac{3}{2} \cdot 3 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}}$$

دویم –

$$P(3|-2);\ g(x) = a_{1g}x + a_{0g};\ h(x) = a_{1h}x + a_{0h}$$

دا چې د یوه ټکي څخه په خوښه ډېرې کربښې تیرېدلی شي، جګیدنه په خوښه ټاکل کیدی شي د بیلګې په توګه $a_{1g} = 1$.

$$\Rightarrow g(x) = x + a_{0g}$$

او $a_{1h} = 2 \Rightarrow h(x) = 2x + a_{0h}$

$$P(3|-2): \quad g(3) = 3 + a_{0g} = -2 \Rightarrow a_{0g} = -5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = x - 5}}$$

$$h(3) = 2 \cdot 3 + a_{0h} = -2 \Rightarrow a_{0h} = -8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x - 8}}$$

دریم –

الف-

$$P_1(1{,}5|3);\ P_2(3|2{,}5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2{,}5-3}{3-1{,}5} = -0{,}\overline{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_1(1{,}5|3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2}\Big|3\right): \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{2}}}$$

ب – په لاندې کې oder د یا په معنا دی

پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-2|5);P_2(1|2{,}5)\ \text{oder}\ P_2\left(1|\frac{5}{2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{5}{2}-5}{1-(-3)}=\frac{\frac{5}{2}-\frac{10}{2}}{\frac{4}{1}}=\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}}=-\frac{5\cdot 1}{2\cdot 4}=-\frac{5}{6}\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{8}x+a_0$$

$$P_1(4|0);P_2\left(-1|-\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\sqrt{2}-0}{-1-4}=\frac{-\sqrt{2}}{-5}=\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{1}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1(4|0):\quad f(4)=\frac{1}{5}\sqrt{2}\cdot 4+a_0=0\Rightarrow a_0=-\frac{4}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x-\frac{4}{5}\sqrt{2}$$

ت –

$$P_1(k|3);P_2(2k|-1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{2k-k}=-\frac{4}{k}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{k}x+a_0$$

$$P_1(k|3):\quad f(k)=-\frac{4}{k}\cdot k+a_0=3\Rightarrow a_0=3+4=7\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{4}{k}x+7}}$$

ټ –

$$P_1(1|0);P_2(-1|k+1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k+1-0}{-1-1}=-\frac{k+1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{k+1}{2}x+a_0$$

$$P_1(1|0):\quad f(1)=-\frac{k+1}{2}\cdot 1+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{k+1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{k+1}{2}x+\frac{k+1}{2}}}$$

ث –

$$P_1\left(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}\right);P_2\left(\sqrt{k}|0\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\sqrt{2k}}{\sqrt{k}-2\sqrt{k}}=\frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}}=\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_2\left(\sqrt{k}|0\right):\quad f\left(\sqrt{k}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}+a_0=0\Rightarrow a_0=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}=-\sqrt{2k}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x-\sqrt{2k}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

الف-

$$P(4|-1);\ a_1=\frac{5}{4}\quad \Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P(4|-1):\quad f(4)=\frac{5}{4}\cdot 4+a_0=-1 \Rightarrow a_0=-6 \Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x-6$$

ب -

$$P_1(-5|-3);\ P_2(0|3) \Rightarrow a_0=3$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-3)}{0-(-5)}=\frac{6}{5} \Rightarrow f(x)=\frac{6}{5}x+3$$

پ -

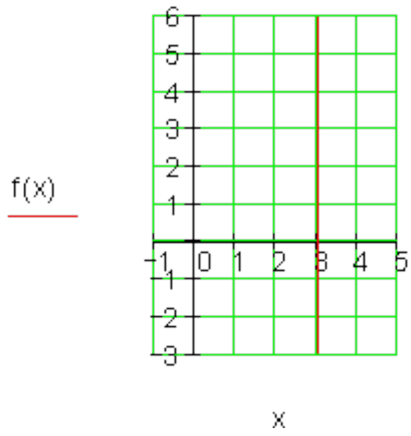
$$45^0 \triangleq a_1=1 \Rightarrow f(x)=x+a_0$$

$$P(4{,}5|2{,}7):\quad f(4{,}5)=4{,}5+a_0=2{,}7 \Rightarrow a_0=-1{,}8 \Rightarrow f(x)=x-1{,}8$$

ت - موازي و $h(x)=2x+2 \Rightarrow a_1=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$ ته

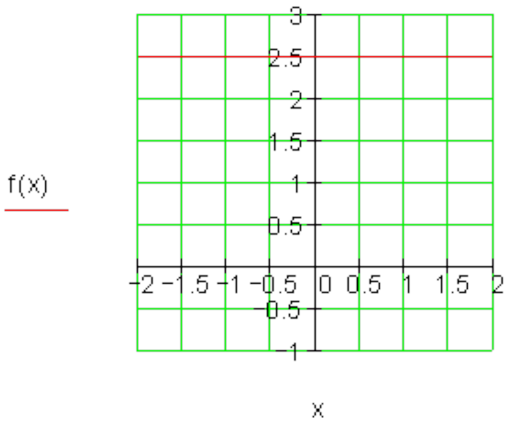
پنځم –

الف-

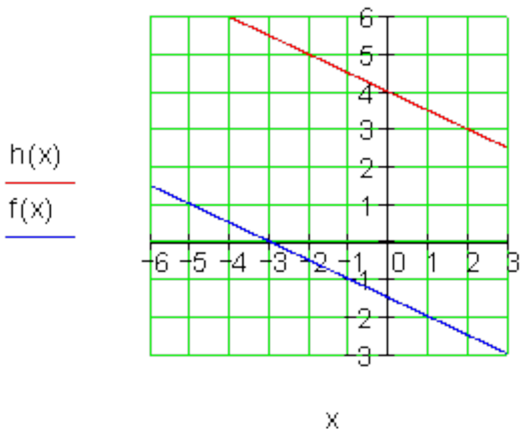
$P(3|-1)\in g$ کربنه له y محور سره موازي ځغلي او مساوات x = 3 لري. په دې ځای کې دا تابع نه ده، ځکه چې د x ارزښت3 لپاره ناپای زيات دy ارزښتونه شته دی.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

	$P(3,5 \mid 2,5) \in g$ کرښه د محور سره غبرګه ځغلي او لاندې مساوات لري: f(x) = 2,5 دا دلته تابع ده، ځکه چي هر x ارزښت پورې يو د y ازښت اړه لري.

پ -

	$h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ غبرګه و ته $\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$ $P(-5 \mid 1):$ $\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + a_0 = 1$ $\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}}$

ت -

غبرګ وکرښي h(x) ته دا معنا لري، چې

له P1 اوP2 ټکو تېريږي، دا معنا لري،

چې له $P_1(-2|-3)$ او $P_1\left(\frac{3}{2}\middle|-5\right)$

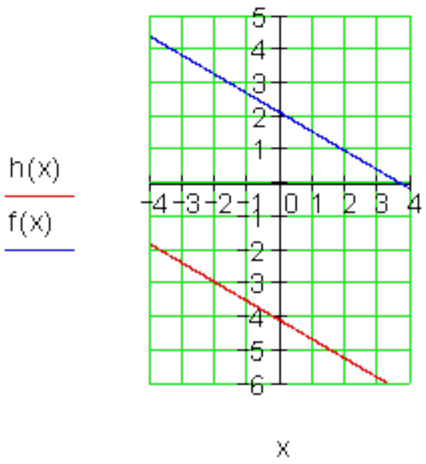
جګوالی a1شمېرل کېدی شي.

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-3)}{\frac{3}{2}-(-2)}=-\frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+a_0$$

$$P\left(1\middle|\frac{3}{2}\right):\Rightarrow f(1)=-\frac{4}{7}\cdot 1+a_0=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a_0=\frac{19}{14}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+\frac{19}{14}$$



پوښتنې

کرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښيزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ يا – ډېری W و ټاکی

الف- $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3;D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x)=3x-6;D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3\,|\,4);P_2(7\,|\,-1);D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8\,|\,1);P_2(2\,|\,-3);D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4\,|\,3);P_2(-7\,|\,-1);D=\{x|-7\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4\,|\,-4);P_2(4\,|\,2);D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $x-5=9$ ب - $25=x+8$ پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ - $88=4x-16$ ث - $a+bx=3b+a$ ج - $8-(x+5)=2$

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ ځ - $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټكي هم پيدا كړى.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې كرښې دوه ټكي P_1 اوP_2 وركړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاكئ:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدني ضريب.m

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د کرښې تابعمساوات   پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره   ټ - پهW باندې ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسيستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{matrix} I & 5y-3x=1 \\ II & x=y+1 \end{matrix}$ ب - $\begin{matrix} I & 4x+5y=32 \\ II & y=5x-11 \end{matrix}$ پ - $\begin{matrix} I & 15y-4x=-50 \\ II & x=y+7 \end{matrix}$

ت - $\begin{matrix} I & 3x=y+15 \\ II & 2y-10=2x \end{matrix}$ ټ - $\begin{matrix} I & 2y=2x-40 \\ II & 3x=10-2y \end{matrix}$ ث - $\begin{matrix} I & x+y=a+b \\ II & x-y=a-b \end{matrix}$

حلونه

لاينيز توابع VI

نتيجې او مفصل حلونه

نتيجه. (د ګراف لپاره ،، مفصل حل،، وګورئ)

لومړئ:

الف - $f(x)=-2x+2\,;\,D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\{y|-8\le y\le 8\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}\,;\,D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{11}{4}\le y\le \frac{5}{4}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3\;\; D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{9}{2}\le y\le \frac{3}{2}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = 3x - 6 ; D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \{y | -9 \le y \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دويم:(د گراف لپاره ،، مفصل حل،، وگورئ)

الف - $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

ب - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

ت - $P_1(-4 \mid -4); P_2(4 \mid 2) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

دريم:

الف - $x - 5 = 9 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 14}}$ ب - $8 + x = 25 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17}}$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{17}{12}}}$

ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{8}{9}}}$ ټ - $88 = 4x - 16 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$

ث- $a + bx = 3b + a \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ ج – $8 - (x + 5) = 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

چ - $9 + (5 - x) = 6 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$ ح - $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$

خ - $(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ ځ - $\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځ –

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2};\ D=\mathbb{R}^{*}$$

د - $D=\mathbb{R};\ a\neq 0;\ b\neq 0;\ c\neq 0$

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{c}\ \text{mit}\ c\neq 0$$

ډ - $D=\mathbb{R};\ a-b\neq 0;\ a+b\neq 0$

$$\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{a^2-b^2}{2}$$

ذ-

$$23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a\Leftrightarrow x=2$$

ځلورم:

الف - $f(x)=2x-7\Rightarrow P_y(0\mid -7);\ P_x\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,0\right)$

ب - $f(x)=-2x+6\Rightarrow P_y(0\mid 6);\ P_x(3\mid 0)$

پ - $f(x)=3x-3\Rightarrow P_y(0\mid -3);\ P_x(1\mid 0)$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{2}{3}\right);\ P_x\left(-\frac{1}{3}\,\middle|\,0\right)$

ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2\Rightarrow P_y(0\mid 2);\ P_x\left(-\frac{8}{3}\,\middle|\,0\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{4}{5}\right); P_x\left(\frac{16}{15} \,\middle|\, 0\right)$$

ج - $$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right); P_x\left(-\frac{1}{7} \,\middle|\, 0\right)$$

چ - $$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_x(1 \mid 0)$$

ح - $$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{3}\right); P_x\left(\frac{44}{21} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځم: نتیجهI الف - $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$ ب - $f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

پ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{31}{4}\right)$$

ت – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_x\left(\frac{31}{5} \,\middle|\, 0\right)$$

ټ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$
$$D = \{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \,\middle|\, -\frac{9}{4} \le y \le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګورئ

پنځم: نتیجهII

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$ ب - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{5}\right)$

ت – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_x\left(-\frac{11}{2} \,\middle|\, 0\right)$

ټ – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$
$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$
$\Rightarrow W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}$

ث- د گراف لپاره مفصل حل گورئ

پنځم: نتیجهIII

الف - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$ ب - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

پ - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{17}{11}\right)$ ت - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_x\left(-\frac{17}{4} \,\middle|\, 0\right)$

ټ – $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$
$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$
$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{15}{11} \le y \le 3\right\}_{\mathbb{R}}$

ث- د گراف لپاره مفصل حل وگورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: نتيجهIV

الف - $P_1(4 \mid 2)\,;\,P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow \underline{\underline{a_1 = \frac{3}{4}}}$ ب - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -1)}}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{4}{3} \mid 0\right)}}$

ټ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$
$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$
$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}}}$ ث- د گراف لپاره مفصل حل وگورئ

شپږم: نتيجه

الف - $\begin{array}{ll} I & 5y - 3x = 1 \\ II & x = y + 1 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 2)\}}}$ ب - $\begin{array}{ll} I & 4x + 5y = 32 \\ II & y = 5x - 11 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 4)\}}}$

پ - $\begin{array}{ll} I & 15y - 4x = -50 \\ II & x = y + 7 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(5 \mid -2)\}}}$

ت - $\begin{array}{ll} I & 3x = y + 15 \\ II & 2y - 10 = 2x \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid 15)\}}}$

ټ - $\begin{array}{ll} I & 2y = 2x - 40 \\ II & 3x = 10 - 2y \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid -10)\}}}$

ث- $\begin{array}{ll} I & x + y = a + b \\ II & x - y = a - b \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(a \mid b)\}}}$

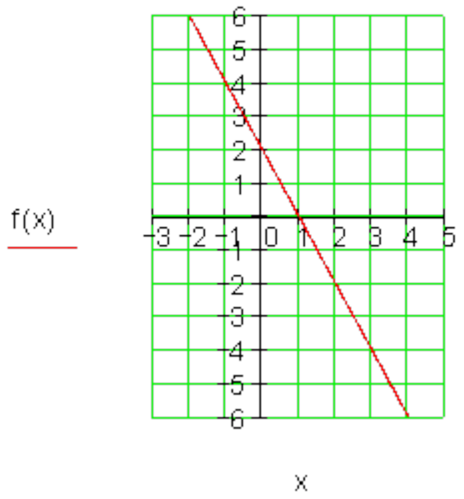
(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

لومړی:

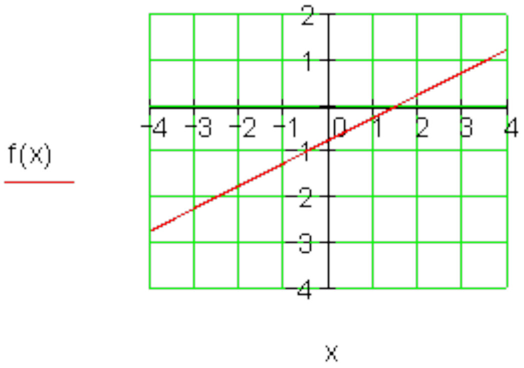
الف-

$$f(x) = -2x + 2$$
$$D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-3) = -2 \cdot (-3) + 2 = 8$$
$$f(5) = -2 \cdot 5 + 2 = -8$$
$$\Rightarrow W = \{y \mid -8 \le y \le 8\}_{\mathbb{R}}$$



ب-

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$
$$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4) - \frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$$
$$f(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{11}{4} \le y \le \frac{5}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

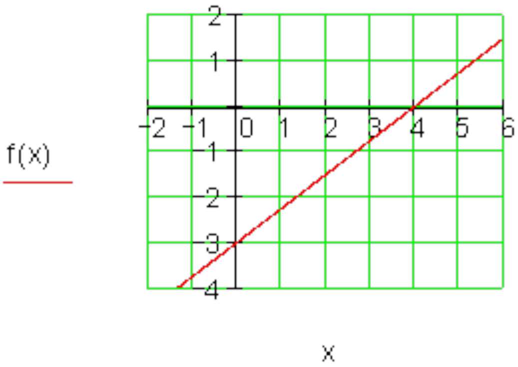
$$f(x)=\frac{3}{4}x-3$$

$$D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-2)=\frac{3}{4}\cdot(-2)-3=-\frac{9}{2}$$

$$f(6)=\frac{3}{4}\cdot 6-3=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{9}{2}\le y\le\frac{3}{2}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$$



ت-

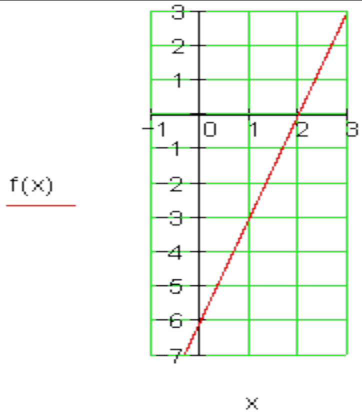
$$f(x)=3x-6$$

$$D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=3\cdot(-1)-6=-9$$

$$f(3)=3\cdot 3-6=3$$

$$\Rightarrow W=\{y|-9\le y\le 3\}_{\mathbb{R}}$$



دوی: الف-

$$P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1)$$

$$D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$$

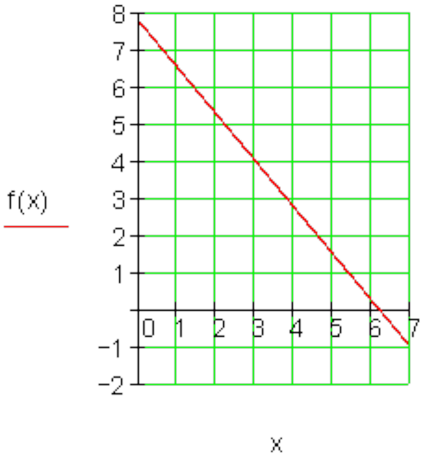
$$f(x)=a_1x+a_0$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-4}{7-3}=-\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P_1(3\mid 4)\Rightarrow f(3)=4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3+a_0=4\,\Big|+\frac{15}{4}$$

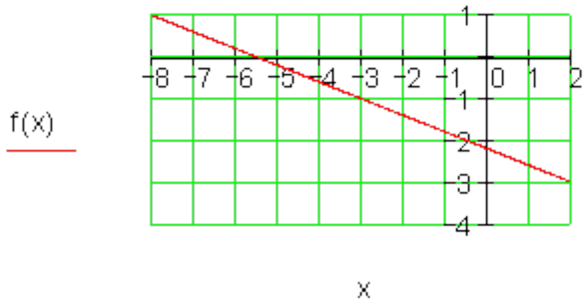


(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

ب-



کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

$$P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

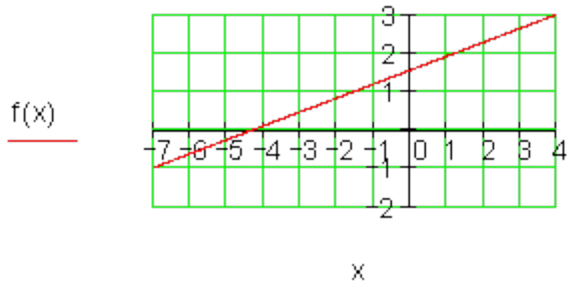
$$P_1(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

پ-



$$P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1)$$

$$D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11}$$
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

ت-

$P_1(-4 \mid -4)\,;\, P_2(4 \mid 2)$

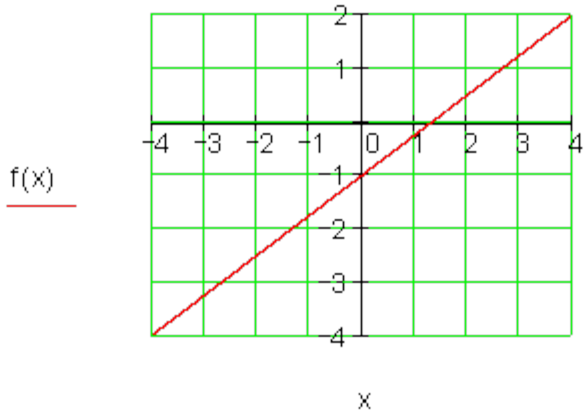
$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-4)}{4-(-4)} = \frac{3}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$$

$P_1(4 \mid 2) \Rightarrow f(4) = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$



دريم:

الف - $x - 5 = 9 \mid +5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 14}}$

ب - $8 + x = 25 \mid -8 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17}}$

پ -
$$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \mid +\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad HN = 12$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{12} + \frac{8}{12}$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{17}{12}}}$$

ت -
$$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \mid +\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{5}{9} + \frac{1}{3} = x$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \quad HN = 9$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{8}{9}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

$$\begin{aligned} & 88 = 4x - 16 \mid +16 \\ & \Leftrightarrow 104 = 4x \mid : 4 \\ & \Leftrightarrow 26 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}} \end{aligned}$$

ث-

$$\begin{aligned} & a + bx = 3b + a \mid -a \\ & \Leftrightarrow bx = 3b \mid : b \\ & \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}} \end{aligned}$$

ج -

$$\begin{aligned} & 8 - (x + 5) = 2 \\ & \Leftrightarrow 8 - x - 5 = 2 \\ & \Leftrightarrow 3 - x = 2 \mid -3 \\ & \Leftrightarrow -x = -1 \mid \cdot (-1) \\ & \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}} \end{aligned}$$

چ -

$$\begin{aligned} & 9 + (5 - x) = 6 \\ & \Leftrightarrow 9 + 5 - x = 6 \\ & \Leftrightarrow 14 - x = 6 \mid -14 \\ & \Leftrightarrow -x = -8 \mid \cdot (-1) \\ & \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}} \end{aligned}$$

ح -

$$\begin{aligned} & (x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \\ & \Leftrightarrow x^2 + 3x - 6x - 18 = x^2 - 2x - 5x + 10 \\ & \Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = x^2 - 7x + 10 \mid -x^2 \\ & \Leftrightarrow -3x - 18 = -7x + 10 \mid +7x \\ & \Leftrightarrow 4x - 18 = 10 \mid +18 \\ & \Leftrightarrow 4x = 28 \mid : 4 \\ & \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}} \end{aligned}$$

خ -

$$\begin{aligned} & (x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \\ & \Leftrightarrow x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 9x + 2x + 18 \\ & \Leftrightarrow x^2 + 10x + 21 = x^2 + 11x + 18 \mid -x^2 \\ & \Leftrightarrow 10x + 21 = 11x + 18 \mid -11x \\ & \Leftrightarrow -x + 21 = 18 \mid -21 \\ & \Leftrightarrow -x = -3 \mid \cdot (-1) \\ & \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}} \end{aligned}$$

ځ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x \text{ HN}=12$$
$$\Leftrightarrow \frac{3x}{12}+\frac{10x}{12}+\frac{10}{12}=\frac{6x}{12}+\frac{12x}{12} \mid \cdot 12$$
$$\Leftrightarrow 3x+10x+10=6x+12x$$
$$\Leftrightarrow 13x+10=18x \mid -18x$$
$$\Leftrightarrow -5x+10=0 \mid -10$$
$$\Leftrightarrow -5x=-10 \mid : 5$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

خ –

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x} \text{ HN}=18x$$
$$\Leftrightarrow \frac{27}{18x}+\frac{12}{18x}=\frac{2x}{18x}+\frac{42}{18x} \mid \cdot 18x$$
$$\Leftrightarrow 27+12=2x+42$$
$$\Leftrightarrow 2x+42=27+12 \mid -42$$
$$\Leftrightarrow 2x=-3 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}; D=\mathbb{R}^*$$

د –

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a} \text{ HN}=abc$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2cx}{abc}-\frac{b^2}{abc}=\frac{a^2}{abc}-\frac{b^2cx}{abc} \mid \cdot abc$$
$$\Leftrightarrow a^2cx-b^2=a^2-b^2cx \mid +b^2cx$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx-b^2=a^2 \mid +b^2$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx=a^2+b^2$$
$$\Leftrightarrow cx\left(a^2+b^2\right)=a^2+b^2 \mid : \left(a^2+b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow cx=1 \mid c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{c}$ د $c \neq 0$ سره

$D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$

ډ –

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad HN = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(a+b)}{a^2-b^2} + \frac{x(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{a\left(a^2-b^2\right)}{a^2-b^2} \mid \cdot \left(a^2-b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b) + x(a-b) = a\left(a^2-b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow x\left[(a+b)+(a-b)\right] = a\left(a^2-b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b+a-b) = a\left(a^2-b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot 2a = a\left(a^2-b^2\right) \mid : 2a$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2-b^2}{2}$$

$D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0$

ذ -

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - [9ax + 12a - 6ax] - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - 9ax - 12a + 6ax - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{10ax - 15a\} - 15a = 5ax - 7a \Leftrightarrow 23a - 10ax + \cancel{15a} - \cancel{15a} = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - 10ax = 5ax - 7a \mid -5ax \Leftrightarrow 23a - 15ax = -7a \mid -23a$$

$$\Leftrightarrow -15ax = -30a \mid : (-15a) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

الف –

$$f(x) = 2x - 7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0 \mid +7 \Leftrightarrow 2x = 7 \mid : 2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

ب –

$$f(x) = -2x + 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 6 = 0 \mid -6 \Leftrightarrow -2x = -6 \mid : (-2) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$$

پ –

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow P_y(0 \mid -3)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \mid +3 \Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \mid 0)$$

ت –

$$f(x) = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{2}{3}\right)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{2}{3} = 0 \mid -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x = -\frac{2}{3} \mid : 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{3} \mid 0\right)$$

ټ –

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 2 = 0 \mid -2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = -2 \mid \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{8}{3} \mid 0\right)$$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{4}{5}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} = 0 \,|\, -\frac{4}{5} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -\frac{4}{5} \,|\cdot\left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{16}{15} \Rightarrow P_x\left(\frac{16}{15} \,\middle|\, 0\right)$$

ج –

$$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \,|\, -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{7}{2}x = -\frac{1}{2} \,|\cdot \frac{2}{7} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{7} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{7} \,\middle|\, 0\right)$$

چ -

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 0 \,|\, -\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x = -\frac{5}{2} \,|\cdot\left(-\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \,|\, 0)$$

ح –

$$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{3}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} = 0 \,|\, +\frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x = \frac{11}{3} \,|\cdot \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{44}{21} \Rightarrow P_x\left(\frac{44}{21} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځما : مفصل حل

الف –

$$P_1(3 \,|\, 4)\,;\, P_2(7 \,|\, -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = -\underline{\underline{\frac{5}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -\frac{5}{4}$ سره له a) لرو $f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$

$$P_1(3 \mid 4) \Rightarrow f(3) = 4 \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \mid +\frac{15}{4} \Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

پ – $f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{31}{4}\right)$

ت –

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} = 0 \mid -\frac{31}{4} \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x = -\frac{31}{4} \mid \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{31}{5} \Rightarrow P_x\left(\frac{31}{5} \,\middle|\, 0\right)$$

ټ –

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$D = \{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$$

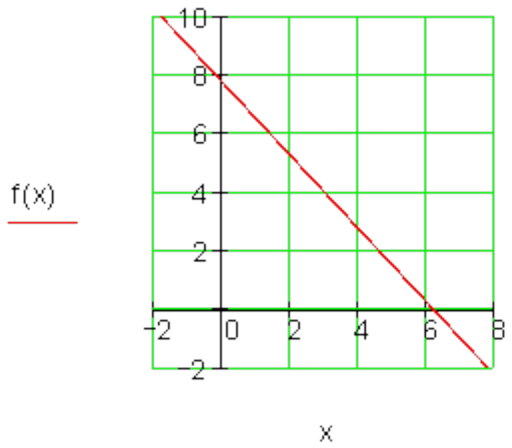
$$f(-2) = -\frac{5}{4} \cdot (-2) + \frac{31}{4} = \frac{41}{4}$$

$$f(7) = -\frac{5}{4} \cdot 8 + \frac{31}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{4} \le y \le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث-



پنځم II:مفصل حل

الف –

$$P_1(-8\,|\,1);P_2(2\,|\,-3)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{2-(-8)}=\frac{-4}{10}=-\frac{2}{5}$$

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=-\frac{2}{5}$ سره له a) دی $f(x)=-\frac{2}{5}x+a_0$

$$P_2(2\,|\,-3)\Rightarrow f(2)=-3\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\,|+\frac{4}{5}\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}$$

پ –

$$f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{11}{5}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} = 0 \mid +\frac{11}{5}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}x = \frac{11}{5} \mid \cdot\left(-\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{11}{2} \middle| 0\right)}}$$

ټ -

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

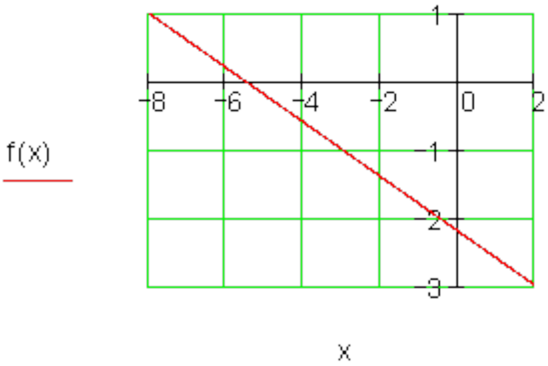
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-8) = -\frac{2}{5}\cdot(-8) - \frac{11}{5} = 1$$

$$f(2) = -\frac{2}{5}\cdot 2 - \frac{11}{5} = -3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}}}$$

ث-



پنځم III: مفصل حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(4 \mid 3)\,;\,P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{-4}{-11} = \underline{\underline{\frac{4}{11}}}$

ب – $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = \frac{4}{11}$ سره له (a ځخه لرو: $f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$

$$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3 \Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11} \Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}}$$

پ – $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{17}{11}\right)}}$

ت –

$$P_2(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}}$$

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} = 0 \mid -\frac{17}{11}$$
$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}x = -\frac{17}{11} \mid \cdot\frac{11}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{17}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{17}{4} \,\middle|\, 0\right)}}$$

ټ –

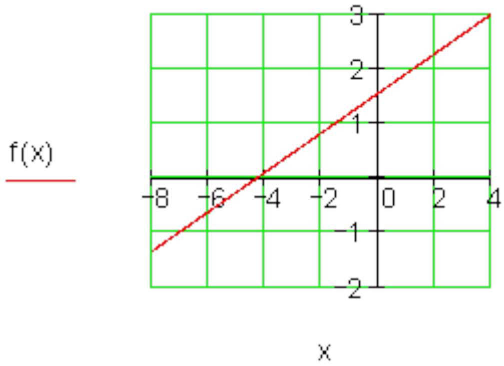
$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-8) = \frac{4}{11}\cdot(-8) + \frac{17}{11} = -\frac{15}{11}$$

$$f(4) = \frac{4}{11}\cdot 4 + \frac{17}{11} = 3$$

$$\Rightarrow W = \left\{ y \mid -\frac{15}{11} \le y \le 3 \right\}_{\mathbb{R}}$$



ث-

پنځم IV : مفصل حل

الف - $P_1(4 \mid 2);\ P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-4-4} = \frac{-6}{-8} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

ب -

$f(x) = a_1x + a_0$ n د $a_1 = \frac{3}{4}$ سره له a خخه لرو: $f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$

$$P_1(4 \mid 2) \Rightarrow f(4) = 2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow a_0 = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0\,|\,-1)$

ت – $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 1 = 0\,|\,+1$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x = 1\,|\cdot\frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$

$P_2(2\,|\,-3) \Rightarrow f(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = -3\,|\,+\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$

$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

ټ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

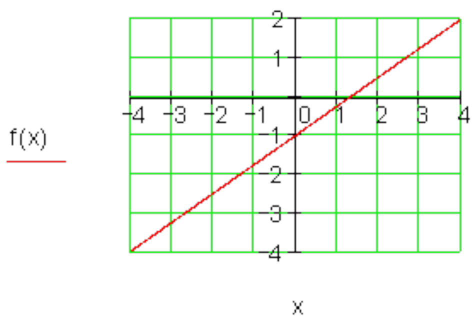
$D = \{x\,|\,-4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(-4) = \frac{3}{4}\cdot(-4) - 1 = -4$

$f(4) = \frac{3}{4}\cdot 4 - 1 = 2$

$\Rightarrow W = \{y\,|\,-4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}$

ث-



شپږم: مفصل حل

الف- I $5y - 3x = 1$ II $x = y + 1$ x له II پيدا او په I کې ځای په ځای کړی	ب- I $4x + 5y = 32$ II $y = 5x - 11$ y له II پيد او په I کې ځای په ځای کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$5y-3(y+1)=1$ $\Leftrightarrow 5y-3y-3=1 \mid +3$ $\Leftrightarrow 2y=4 \mid :2 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}}$ په IIکي ځای په ځای کړی: $x=2+1 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3 \mid 2)\}}}$	$4x+5(5x-11)=32$ $\Leftrightarrow 4x+25x-55=32 \mid +55$ $\Leftrightarrow 29x=87 \mid :29 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ په IIکي ځايی په ځای کړی $y=5\cdot 3-11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=4}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3 \mid 4)\}}}$
پ- $\begin{array}{ll} I & 15y-4x=-50 \\ II & x=y+7 \end{array}$ x له II پيدا او په I کي ځاپه ځای کړی $15y-4(y+7)=-50$ $\Leftrightarrow 15y-4y-28=-50 \mid +28$ $\Leftrightarrow 11y=-22 \mid :11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=-2}}$ په IIکي ځای په ځای کړی: $x=-2+7 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=5}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(5 \mid -2)\}}}$	ت- $\begin{array}{ll} I & 3x=y+15 \\ II & 2y-10=2x \end{array}$ yله I پيداکړی او په II کي يي کيږدی $3x=y+15 \mid -15 \Leftrightarrow 3x-15=y \ (1)$ په IIکي يي کيږدی $2(3x-15)-10=2x$ $\Leftrightarrow 6x-30-10=2x \mid -2x$ $\Leftrightarrow 4x-40=0 \mid +40$ $\Leftrightarrow 4x=40 \mid :4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10}}$ په (1)کي يي کيږدی $y=3\cdot 10-15 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=15}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(10 \mid 15)\}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث-	ټ-
$\text{I} \quad x+y=a+b$ $\text{II} \quad x-y=a-b \quad \text{II}+\text{I}$ $2x=2a \mid :2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=a}}$ په Iاکې ځای په ځای کړی: $a+y=a+b \mid -a$ $\Leftrightarrow y=b$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(a \mid b)\}}}$	$\text{I} \quad 2y=2x-40$ $\text{II} \quad 3x=10-2y$ په IIاکې ځای په ځای کړی: $2y=2x-40 \mid :2 \Leftrightarrow y=x-20 \ (1)$ $3x=10-2(x-20)$ $\Leftrightarrow 3x=10-2x+40 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 5x=50 \mid :5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10}}$ په (1) کې یې کیږدی $y=10-20 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=-10}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(10 \mid -10)\}}}$

پوښنتې

کربنیز مساوات IX

لومړی:کربنه g له ټکو P1(4;-3,5) او(P2(2,5;-1 تیرېږي.

کربنه h له ټکو $P_3(5 \mid 2{,}5)$ او $P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$ تیرېږي.

ګربښې یو بل ته څه موقعیت لري یا څنګه پرتې دي؟

دویم:د(f(x کربنیزې تابع د تابع ترم او ارزښتساحه(ارزښتورشو) و ټاکی، که صدق ولري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(0) = 20 ; f(12) = 32 ; x > 0$ ب- $f(-3) = 6 ; f(2) = -8 ; x \in [-3 ; 3]$

دريم:

د f(x)کرښيزې تابع ګراف په 3 LE اوږدوالی واحده کیڼ لور

ته خوزيږي. د راکښل شوې کرښې د f*(x) مساوات څنګه دي؟

$$f(x) = \frac{5}{3}x - 2 \quad D = \mathbb{R}$$

څلورم: د f(x) او g(x) توابع ورکړ شوې دي. د کوم ارزښت لپاره f(x) > g(x) صدق کوي؟

$$f(x) = 2x - 3 \quad ; \quad g(x) = -0{,}5x + 1 \quad x \in \mathbb{R}$$

پنځم: يوه g(x)کرښه ورکړ شوې.. دا د يوې کرښې h(x) له خوا قطع کيږي. د h(x)مساوات وټاکی، که باور ولري: $g(x) = -3x + 2$

الف- قاطع يا غوڅی دx محور سره . ب - قاطع(غوڅی) په x = -5 کې

شپږم:

يوه د پيل کرښه د $a_1 = -0{,}125$ او جګوالي سره و داسی کښول کيږي. چې کرښه h د مساوات سره دx په محور قطع کوي. راکښنه تشريح کړی او د راکښل شوې کرښې ګراف و کاږی.	$h(x) = -1{,}5(x - 2)$

اوم: يوه f(x)کرښيزه تابع ورکړ شوې. کرښه د x = u مساوات سره د f(x) ګراف په P کې قطع کوي او د x محور په Q کې قطع کوي. يوه سکيڅې ترتيب کړی.

الف- د P او Q کواوردينات وټاکی، که f (x) = 0,75x + 2 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- دu د کوم ارزښت لپاره P دx   محور پورته لور ته پرته ده.

ت- (P(u | f(u) په 1 څلورئ يا ربع کې پروت دی.Q ,(0 | 0) R   اوP د يوه مثلث رآسونه (ککرئ ټکي)جوړوي. د دې مثلث د مساحت A لپاره ترم وټاکئ. u (محيط) داسي وټاکئ، چې A(u) = 10 صدق وکړي.

اتم: دg   کرښې   ته موازي او عمود مساوات داسي وټاکئ، چې له P ټکي تير شي.

الف- $g: x + 2 - 3y = 0 ; P(0 | 3)$ ب- $g(x) = \frac{2}{3}x - 3 ; P(1 | 4)$

پ - $g(x) = -1,5kx ; P(1 | 0)$

نهم: کرښه g له ټکوP_1 اوP_2 تيرېږي. دh   کرښې ته يې ځای مطالعه کړئ او د امکان په حالت کې يې د قاطع ټکی معلوم کړئ.

$P_1(-1 | 1,5) ; P_2(-2 | -2,5) \qquad h: \ -x - 6 - 4y = 0$

لسم: و ښايئ: کرښه g او کرښه h عمود دي.

$g: \ y - \sqrt{2}x = 1 \qquad h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0$

$g(x) = -3x + 2$

يولسم:

د A, B او C ټکي د يوه مثلث د رآس ټکي دي. د0 < k د کوم ارزښت لپاره دا مثلث قايم الزاويه (ولاړګوديز) دی؟ (ښی رآس په C پروت دی)	$A\left(\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); B\left(-\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); C(0 \mid k)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

کرښيز ي توابع IX

لومړی:

$$g(x): P_1\left(4\,|\,-\frac{7}{2}\right); P_2\left(\frac{5}{2}\,|\,-1\right) \quad h(x): P_3\left(5\,|\,\frac{5}{2}\right); P_4\left(\frac{3}{2}\,|\,\frac{25}{3}\right)$$

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-\left(-\frac{7}{2}\right)}{\frac{5}{2}-4} = \frac{-\frac{2}{2}+\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}-\frac{8}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{5\cdot 2}{3\cdot 2} = -\frac{5}{3} \Rightarrow g(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0g}$$

$$P_1\left(4\,|\,-\frac{7}{2}\right): \quad g(4) = -\frac{5}{3}\cdot 4 + a_{0g} = -\frac{7}{2} \Rightarrow a_{0g} = \frac{19}{6} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{19}{6}}}$$

$$a_{1h} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{\frac{25}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}-5} = \frac{\frac{50}{6}-\frac{15}{6}}{\frac{3}{2}-\frac{10}{2}} = \frac{\frac{35}{6}}{-\frac{7}{2}} = -\frac{35\cdot 2}{7\cdot 6} = -\frac{5}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0h}$$

$$P_3\left(5\,|\,\frac{5}{2}\right): \quad h(5) = -\frac{5}{3}\cdot 5 + a_{0h} = \frac{5}{2} \Rightarrow a_{0h} = \frac{65}{6} \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{65}{6}}}$$

دويم: کرښې $g(x)$ او $h(x)$ موازي دي مګر توپير لري.

الف-

$$f(0) = 20 \Rightarrow P_1(0\,|\,20) \Rightarrow a_0 = 20;\; f(12) = 32 \Rightarrow P_2(12\,|\,32)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{32-20}{12-0} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x + 20}}$$

د $x > 0$ لپاره ارزښتست(يا ارزښتډېری) $\underline{\underline{W_f = \{y\,|\,20 < y < \infty\}_{\mathbb{R}}}}$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(-3)=6 \Rightarrow P_1(-3|6);\ f(2)=-8 \Rightarrow P_2(2|-8);\ x \in [-3;3]$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-8-6}{2-(-3)}=-\frac{14}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{14}{5}x+a_0$$

$$P_2(2|-8):\quad f(2)=-\frac{14}{5}\cdot 2+a_0=-8 \Rightarrow a_0=-\frac{5}{12} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{14}{5}x-\frac{5}{12}}}$$

د انتروال عددونو د ځای پر ځای کولو سره ارزښتسټ:

$$f(-3)=-\frac{14}{5}\cdot(-3)-\frac{5}{12}=6 \quad ; \quad f(3)=-\frac{14}{5}\cdot(3)-\frac{5}{12}=-\frac{54}{5}=-10,8$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W_f=\{y\,|-10,8 \le y \le 6\}_{\mathbb{R}}}}$$

دریم:

دx راکښنه د کیڼي لور ته په 3کربنیز واحدونو په دې معنا دی:(x+3)

$$f(x)=\frac{5}{3}x-2 \Rightarrow f^*(x)=\frac{5}{3}(x+3)-2=\underline{\underline{\frac{5}{3}x+3}}$$

څلورم:

$$f(x)=2x-3 \quad : \quad g(x)=-0,5x+1 \quad x \in \mathbb{R} \quad f(x)>g(x)$$

$$\Rightarrow 2x-3>-0,5x+1\,|+0,5x \Leftrightarrow 2,5x-3>1\,|+3 \Leftrightarrow 2,5x>4\,|:2,5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x>1,6}}$$

د 16 < x لپاره صدق کوي f(x) > g(x)، دا په دې معنا چې f(x)د g(x) پورته لور ته ځغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- $g(x) = -3x + 2$

صفرځايونه: $g(x_1) = -3x_1 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}$

کرښه له ټکي: $f(x) = a_1 x$

د $x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow f^*(x) = a_1\left(x - \frac{2}{3}\right)$ په اندازه راکښلي: ټولي کرښي له $P\left(\frac{2}{3} | 0\right)$ تيرېږي.

د $a_1 = 1$ لپاره د بيلګي په توګه صدق کوی: $g(x) = x - \frac{2}{3}$ له $P\left(\frac{2}{3} | 0\right)$ هم تيرېږي.

ب- $g(x) = -3x + 2$ د $x = -5$ سره ِغوڅوي

د قطع کيدو ټکی: $g(5) = -3.(-5)+2 = 17 \Rightarrow P(-5;17)$

کرښه له صفرټکي : $f(x) = a1x$

راکښنه په $x = -5$ او $y = 17$ له دې لاس ته راځي: $f'(x) = a1(x+5) + 17$

ټولي کرښي له تيرېږي.

د بيلګي په توګه د $a1 = 1$ لپاره صدق کوي: $g(x) = x + 22$

له ټکي $P(-5;17)$ il تيرېږي

شپږم: $f(x) = -(1/8)x$ د $h(x) = -15(x-2)$ صفرځای $x1 = 2$ دی.

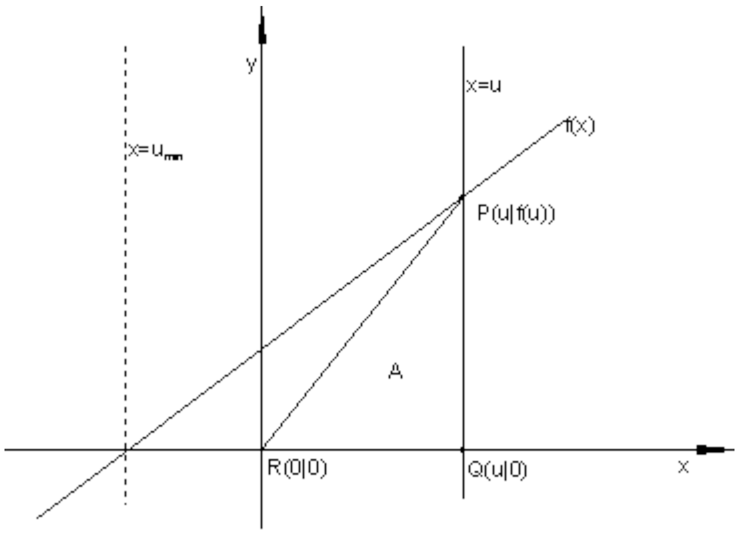
(c) ketabton.com: The Digital Library

---

f(x) د x1 = 2 په اندازه راکښل کيږي

$$\Rightarrow f^{*}(x) = -\frac{1}{8}(x-2) = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}$$

اوم:



الف- Q(u;0) د f(x) قاطع د x = u سره : $f(u) = \frac{3}{4}u + 2$ $\quad P(u\,|\,f(u))$:

ب- شرط: د f(u) > 0 لپاره

$$\Rightarrow \frac{3}{4}u + 2 > 0 \Rightarrow u > -\frac{8}{3}$$

د دې لپاره P دx محور پورته لور ته پرته ده.

پ- د مثلث سطحه: $A = \frac{1}{2}g \cdot h = \frac{1}{2}u \cdot f(u) = \frac{1}{2}u \cdot \left(\frac{3}{4}u + 2\right) = \frac{3}{8}u^2 + u$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow A(u) = \frac{3}{8}u^2 + u$$

$$A(u) = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u - 10 = 0$$

پورته مربع مساوات دي.

$$\Rightarrow u^2 + \frac{8}{3}u - \frac{80}{3} = 0 \quad p = \frac{8}{3}; q = -\frac{80}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{80}{3} = \frac{256}{9}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow u_1 = -\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{256}{9}} = -\frac{4}{3} + \frac{16}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$u_2 = -\frac{4}{3} - \frac{16}{3} = -\frac{20}{3}$$

$A(u) = 10$ د $\underline{u_1 = 4}$ لپاره يا د $u_2 = -\frac{20}{3}$ لپاره.

اتم:

الف- $g: \quad x + 2 - 3y = 0 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \quad P(0|3) \Rightarrow a_0 = 3$

د g سره موازي له P ټکي تيريږي، له دې لاس ته راځي $g_{\parallel}(x) = \frac{1}{3}x + 3$

د g سره عمود له P تيريږي:

د $g_{\perp}$ ميل يا جګوالی:

$$a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -3 \Rightarrow g_{\perp}(x) = -3x + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $g(x)=\frac{2}{3}x-3 \quad P(1|4)$

د g سره موازي له P ټکي تېرېږي: له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow a_{1\parallel}=a_1=\frac{2}{3}\Rightarrow g_{\parallel}(x)=\frac{2}{3}x+a_{0\parallel}$$

$$P(1|4):\quad g_{\parallel}(1)=\frac{2}{3}\cdot 1+a_{0\parallel}=4\Rightarrow a_{0\parallel}=\frac{10}{3}\Rightarrow g_{\parallel}(x)=\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}$$

د P له ټکي د g سره عمود:

$$a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}\Rightarrow g_{\perp}(x)=-\frac{3}{2}x+a_{0\perp}$$

د $g_{\perp}$ جګوالی

$$P(1|4):\quad g_{\perp}(1)=-\frac{3}{2}\cdot 1+a_{0\perp}=4\Rightarrow a_{0\perp}=\frac{11}{2}\Rightarrow g_{\perp}(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}$$

پ- $g(x)=-\frac{3}{2}kx \quad P(1|0)$

د g سره غبرګ له P :

$$P:\ \Rightarrow a_{1\parallel}=a_1=-\frac{3}{2}k\Rightarrow g_{\parallel}(x)=-\frac{3}{2}kx+a_{0\parallel}$$

$$P(1|0):\quad g_{\parallel}(1)=-\frac{3}{3}k\cdot 1+a_{0\parallel}=0\Rightarrow a_{0\parallel}=\frac{3}{2}k\Rightarrow g_{\parallel}(x)=-\frac{3}{2}kx+\frac{3}{2}k$$

د g سره اورتوګونال (عمود) له P څخه : د $g_{\perp}$ جګوالی

$$g_{\perp}:\quad a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{-\frac{3}{2}k}=\frac{2}{3k}\Rightarrow g_{\perp}(x)=\frac{2}{3k}x+a_{0\perp}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(1|0):\quad g_{\perp}(1)=\frac{2}{3k}\cdot 1+a_{0\perp}=0\Rightarrow a_{0\perp}=-\frac{2}{3k}\Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=\frac{2}{3k}x-\frac{2}{3k}}}$$

نهم:

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right);P_2\left(-2|-\frac{5}{2}\right)\qquad h:\quad -x-6-4y=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$$

$$a_{1g}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}{-2-(-1)}=4\Rightarrow g(x)=4x+a_{0g}$$

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right):\quad g(-1)=4\cdot(-1)+a_{0g}=\frac{3}{2}\Rightarrow a_{0g}=\frac{11}{2}\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=4x+\frac{11}{2}}}$$

کرښې g او h اورتوګونال دي، ځکه چې $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}=-\frac{1}{-\frac{1}{4}}=4$ دی.

غوځېکي: $g(x_s)=h(x_s)\Leftrightarrow 4x_s+\frac{11}{2}=-\frac{1}{4}x_s-\frac{3}{2}\Leftrightarrow x_s=-\frac{28}{17}$

$$y_s=g(x_s)=4\cdot\left(-\frac{28}{17}\right)+\frac{11}{2}=-\frac{37}{34}\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{28}{17}|-\frac{37}{34}\right)}}$$

لسم:مفصل حل

$$g:\quad y-\sqrt{2}x=1\qquad \Rightarrow g(x)=\sqrt{2}x+1$$

$$h:-2y-\sqrt{2}x+6=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}x+3$$

د اورتوګوناليتي لپاره شرايط: $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_{1g}=-\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\quad q.e.d$$

یولسم:

د $\overline{AC}$ جګوالی

$$a_{1\,\overline{AC}}=\frac{k-\frac{k}{3}}{0-\sqrt{3k}}=-\frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}}=-\frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د$\overline{BC}$ جګوالی

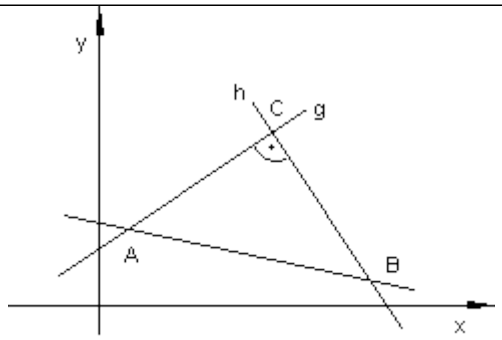
$$a_{1\,\overline{BC}}=\frac{k-\frac{k}{3}}{0-\left(-\sqrt{3k}\right)}=\frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}}=\frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د دوه عمود کرښو g او h چګوالي لپاره

صدق کوي:

$$a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}\Leftrightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$

$$\Rightarrow -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}\cdot\frac{2k}{3\sqrt{3k}}=-1\Leftrightarrow k=\frac{27}{4}$$



$A\left(\sqrt{3k}\,|\,\frac{k}{3}\right);B\left(-\sqrt{3k}\,|\,\frac{k}{3}\right);C(0\,|\,k)$

شرایط: $\overline{AC}\perp\overline{BC}$

یوښتي

کرښیز توابع **XI**

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دويمي کرښي د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د x محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کي .

دويم –

$$f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4;\ D=\{x\mid 0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3\mid y_s)$ کي د تابع $f_2(x)$ سره له کرښي څخه غوڅيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردينات محورونو سره.

ت-په D کي د دواړو توابعو ګراف.

دريم:
$$f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1;\ D=\{x\mid -7\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

څلورم –

د يوه درېکوډي يا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې يو پلان- نقشه ترتيب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تيريږي ، په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوڅيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوڅټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

حلونه

کرښيز توابع XI

نتيجي

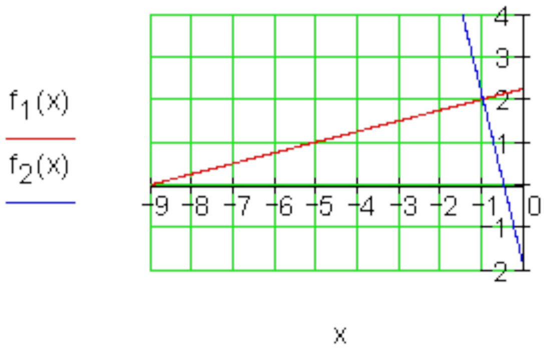
لومړی:

<table>
<tr>
<td>الف-

$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$
$f_2(x) = -4x - 2$
$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$
$\Rightarrow S(-1 \mid 2)$

ب- $P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid -2)$

پ- $P_{x_1}(-9 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$</td>
<td>ت-


</td>
</tr>
</table>

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow S(3 \mid 2)$$

ب-

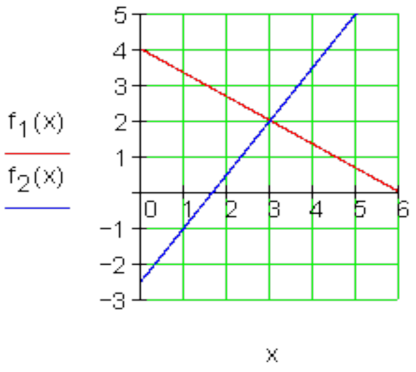
$$f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

پ-

$$P_{y_1}(0 \mid 4);\ P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$$

$$P_{x_1}(6 \mid 0);\ P_{x_2}\left(\frac{5}{3} \,\middle|\, 0\right)$$

ت-



دريم:

الف-

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$$

$$D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

$$S\left(-4 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$$

ب-

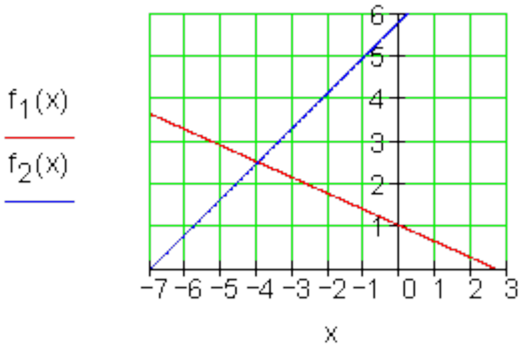
$$f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$$

پ-

$$P_{y_1}(0 \mid 1);\ P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{35}{6}\right)$$

$$P_{x_1}\left(\frac{8}{3} \,\middle|\, 0\right);\ P_{x_2}(-7 \mid 0)$$

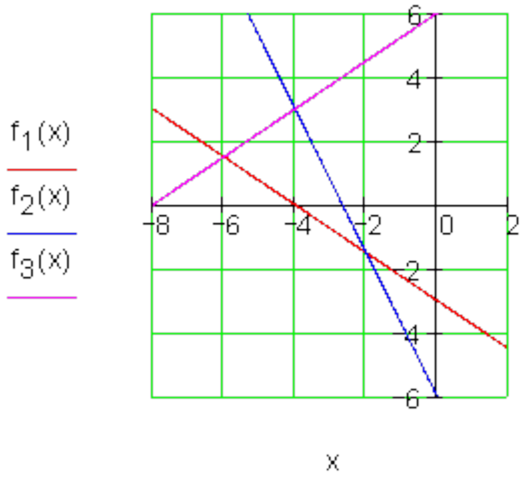
ت-



څلورم:

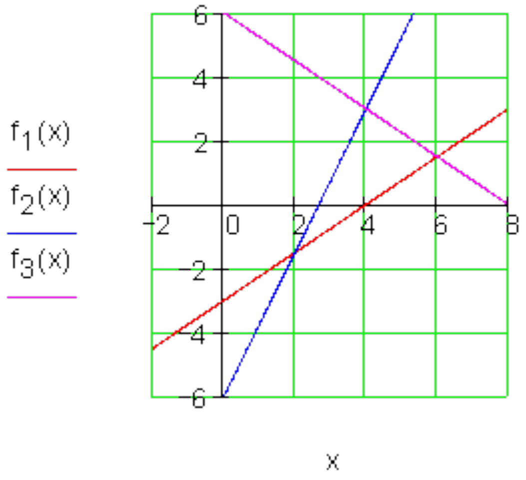
الف-

$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right)$$
$$P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right)$$
$$P_3(-4 \mid 3)$$
$$f_1(x) = -\frac{3}{4}x - 3$$
$$f_2(x) = -\frac{9}{4}x - 6$$
$$f_3(x) = \frac{3}{4}x + 6$$



ب-

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right)$$
$$P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right)$$
$$P_3(4 \mid 3)$$
$$f_1(x) = \frac{3}{4}x - 3$$
$$f_2(x) = \frac{9}{4}x - 6$$
$$f_3(x) = -\frac{3}{4}x + 6$$

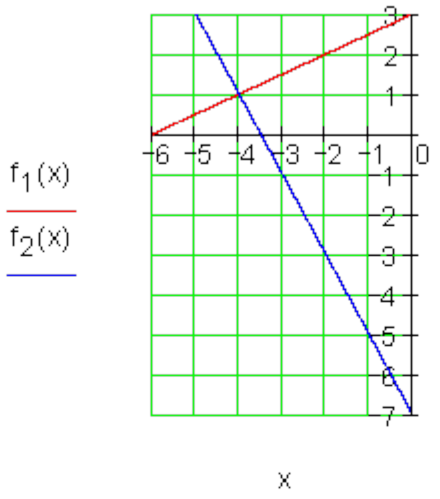


پنځم:

الف-

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3$$
$$P_2(-2 \mid -3)$$
$$D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow m_2 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- 	ب- $f_2(x) = -2x - 7$ پ- $S(-4 \mid 1)$ $P_{y_1}(0 \mid 3); P_{y_2}(0 \mid -7)$ ت- $P_{x_1}(-6 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{7}{2} \mid 0\right)$

پوښتنې

کرښیز توبع XII

لومړی -

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3; P_2(2 \mid -3); D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له یوې دویمې کرښې د تابع $f_2(x)$ سره، چې له ټکي P_2 تیریږي په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکۍ.

لومړی:

الف – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب – تابع $f_2(x)$.

پ - د دواړو کرښو غوځټکی S .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د دواړو کرښو د محورغوڅټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

دويم –

د کرښې تابع $f_2(x)$ وټاکئ، چې پروتمحور په P_{x2} کې غوڅوي او له کرښې څخه د تابع $f_1(x)$ سره په S کې غوڅيږي. د واړو کرښو غوڅټکي وشميرئ او د دواړو کرښو ګراف په D کې رسم کړئ.

الف- $f_1(x)=\frac{3}{2}x+6;\ P_{x2}(-6|0)$ $S\left(x_s \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ D=\{x\,|\,-6\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=\frac{1}{2}x-3;\ P_{x2}(4|0)$ $S(3\,|\,y_s);\ D=\{x\,|\,-1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

دريم - $P_1(-5|5);\ P_2(-1|-1);\ S(x_s\,|\,2);\ D=\{x\,|\,-6\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 اوP_2 تيريږي او په ټکي S کې ولاړکونجيز له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي.

وټاکئ:

الف- د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب – تابع $f_1(x)$.

پ – دS پوره کواوردينات. ت – د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ – تابع$f_2(x)$. ث – د $f_1(x)$ او$f_2(x)$ ګرافونه

څلورم –

$P_1(5|5);\ P_2(1|-1);\ S(3\,|\,y_s);\ D=\{x\,|\,0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 اوP_2 څخه تيريږي او په ټکي S کې ولاړکونجيزه له کرښې د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي.

وټاکئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب - تابع $f_1(x)$.

پ - د S پوره کواوردیناتونه ت – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ - تابع $f_2(x)$. د $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ګرافونه.

پنځم -

$$f_2(x) = 3x - 3\,;\, S\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{3}{2}\right);\, D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع $f_1(x)$ ګراف په ټکي S کې د تابع $f_2(x)$ له ګراف څخه ولاړکونجیزه غوڅیږي.

وټاکی:

الف - تابع $f_1(x)$.

ب – د دواړو کرښو د محورونو غوڅټکي.

پ – د دواړو توابعو ګراف په D کې.

حلونه

کرښیز توابع **XII**

نتیجې:

لومړی: لف-

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow m_2 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$f_2(x) = 2x - 7$

پ-

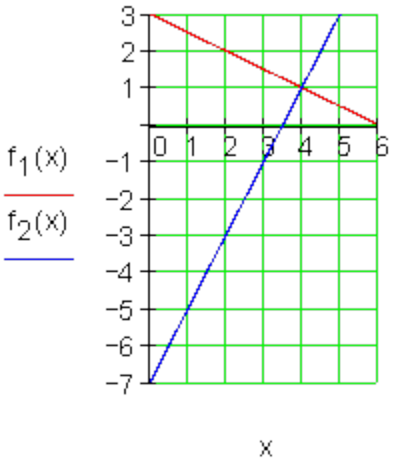
$S(4 \mid 1)$

ت-

$P_{y_1}(0 \mid 3); P_{y_2}(0 \mid -7)$

$P_{x_1}(6 \mid 0); P_{x_2}\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$

ټ-



دويم:

الف-

$f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6; P_{x_2}(-6 \mid 0)$

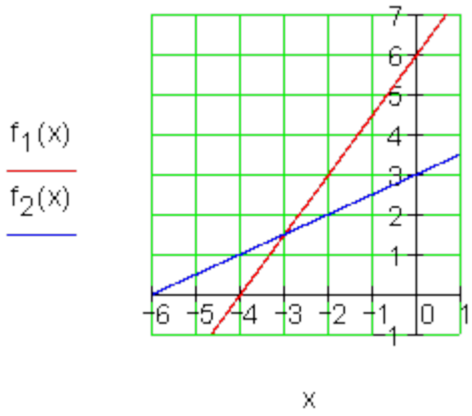
$S\left(x_s \mid \frac{3}{2}\right); D = \{x \mid -6 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-3 \mid \frac{3}{2}\right); m_2 = \frac{1}{2}$

$f_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

$P_{y_1}(0 \mid 6); P_{y_2}(0 \mid 3)$

$P_{x_1}(-4 \mid 0) \quad P_{x_2}(-6 \mid 0)$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3;\ P_{x_2}(4\,|\,0)$$

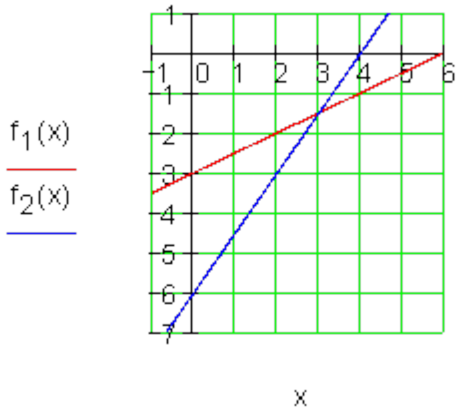
$$S(3\,|\,y_s);\ D = \{x\,|\,-1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$S\left(3\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right);\ m_2 = \frac{3}{2}$$

$$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 6$$

$$P_{y_1}(0\,|\,-3);\ P_{y_2}(0\,|\,-6)$$

$$P_{x_1}(6\,|\,0);\ P_{x_2}(4\,|\,0)$$



دريم:

الف-

$$P_1(-5\,|\,5);\ P_2(-1\,|\,-1)$$

$$S(x_s\,|\,2);\ D = \{x\,|\,-6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow m_1 = -\frac{3}{2}$$

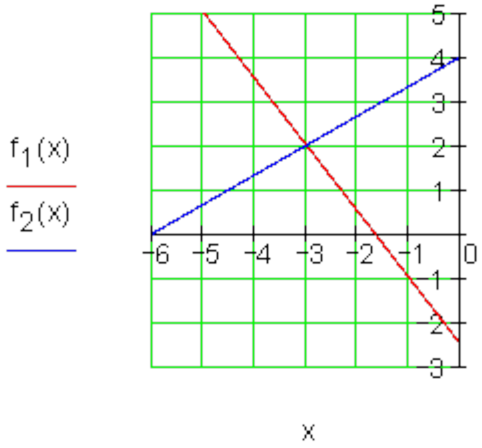
ب- $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ- $S(-3\,|\,2)$

ت- $m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{2}{3}$

ث- $f_2(x) = \frac{2}{3}x + 4$

ج-



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$P_1(5|5); P_2(1|-1)$

$S(3|y_s); D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1=\frac{3}{2}$

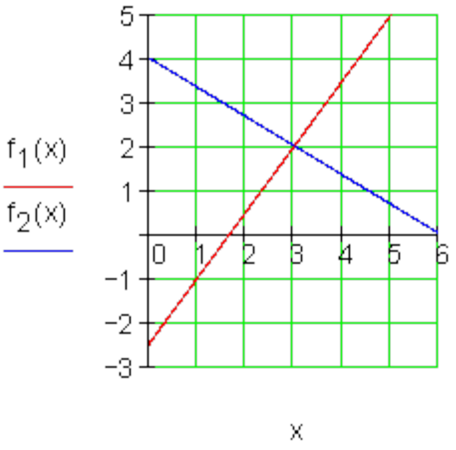
ب- $f_1(x)=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

پ- $S(3|2)$

ت- $m_2=-\frac{1}{m_1}=-\frac{2}{3}$

ټ- $f_2(x)=-\frac{2}{3}x+4$

ج-



پنځم:

الف-

$f_2(x)=3x-3; S\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{3}{2}\right)$

$D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{1}{3}$

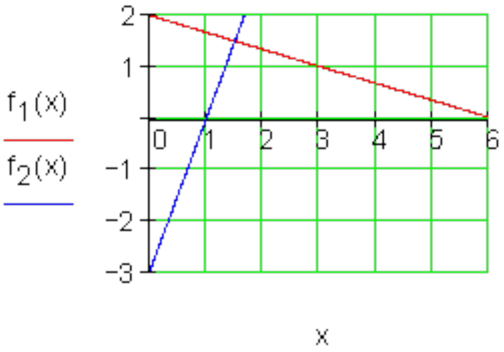
$f_1(x)=-\frac{1}{3}x+2$

ب-

$P_{y_1}(0|2); P_{y_2}(0|-3)$

$P_{x_1}(6|0); P_{x_2}(1|0)$

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتني

کربنيزي توابع برخه XIII

لومړی -

$$f_2(x) = \frac{4}{5}x + \frac{9}{10};\ S\left(2 \left| \frac{5}{2}\right.\right);\ D = \{x \mid -1 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع(x) f_1 ګراف په ټکي S کې د تابع (x) f_2 له ګراف څخه ولاړکونجيز(قايم الزاويه) غوځيږي.

وټاکی:

الف: تابع (x) f_1 .

ب – د دواړو کربنو د محورونو غوځټکي.

پ – د دواړو توابعو ګرافونه په D کې.

$$g:\ \ y - \sqrt{2}x = 1 \qquad \Rightarrow g(x) = \sqrt{2}x + 1$$

$$h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}x + 3$$

د اورتوګوناليتي شرايط: $a_{1g} = -\dfrac{1}{a_{1h}}$

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\ \ \text{q.e.d}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

د دوه کرښو توابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ورکړشوي او د یوې دریمې کرښې جګوالی m_3 د تابع $f_3(x)$ سره. تابع $f_3(x)$ داسې وټاکئ، چې ګراف یې د نورو دواړو کرښو غوڅېټکي څخه تیر شي. د دریواړو کرښو محور غوڅېټکي وټاکئ او د دریواړو توابعو ګراف په D کې رسم کړئ.

الف-
$$f_1(x) = -4x - 2;\ m_3 = \frac{1}{4}$$
$$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

ب -
$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4};\ m_3 = -4$$
$$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

دریم: کرښه دتابع $f_1(x)$ سره له ټکي P_1 تیریږي او له یوې دویمې کرښې چې له ټکي P_2 تیریږي په ټکي S کې غوڅیږي. توابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ وټاکئ د هغو محورغوڅېټکي اوپه D کې یې ګراف وکاږئ.

$$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ P_2(3 \mid 5);\ S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

څلورم:

$$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);\ D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره محور په 8- کې غوڅوي. $f_1(x)$ ته غبرګه یوه دویمه کرښه د تابع $f_2(x)$ سره پروت محور په 4- کې غوڅوي. دواړه کرښې له یوې دریمې کرښې چې تابع $f_3(x)$ لري او له ټکو P_1 او P_2 تیریږي په ټکو P_3 او P_4 کې ولاړکونجیزه(قایوم الزاویه) غوڅوي. وټاکئ:

الف- تابع $f_1(x)$ ب - تابع $f_3(x)$

پ – تابع $f_2(x)$ ت – د دریواړو توابعو ګراف په D کې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$A\left(-\frac{13}{2}\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right); B(3\mid 2); D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د يوه قايوم الزاويه مثلث(ولاړكونجيز دريګوډي) څخه، چي ولاړ كونج(قايم الزاويه) يي په C كې پرته ده، ټكي A او B وركړ شوي. د مثلث اړخ يا ضلع [BC] د تابع $f_3\ (x)$ سره د اوردينات يا ولاړ محور په 3 كي غوڅوي.

وټاكئ:

الف- د اړخ [AB] تابع $f_1\ (x)$ ب- د اړخ يا ضلعي [BC]تابع $f_3\ (x)$

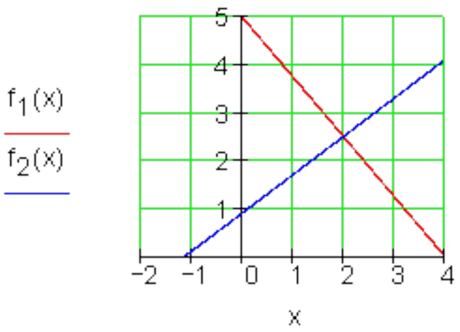
پ- د اړخ [AC] تابع $f_2\ (x)$ ت- د ټكي C كواوردیناتونه

ټ په D كي ګرافونه.

ځوابونه يا حلونه

كرښيزي توابع **XIII**

نتيجي لومړی:

پ- 	$f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10}; S\left(2\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)$ $D=\{x\mid -1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{5}{4}$ $f_1(x)=-\frac{5}{4}x+5$ الف-

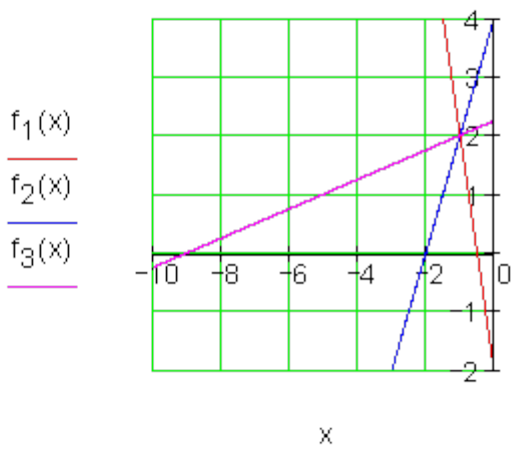
(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{y_1}(0 \mid 5); P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{10}\right)$

$P_{x_1}(4 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, 0\right)$

ب-

دويم: الف-



$f_1(x) = -4x - 2;\ m_3 = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$S(-1 \mid 2)$

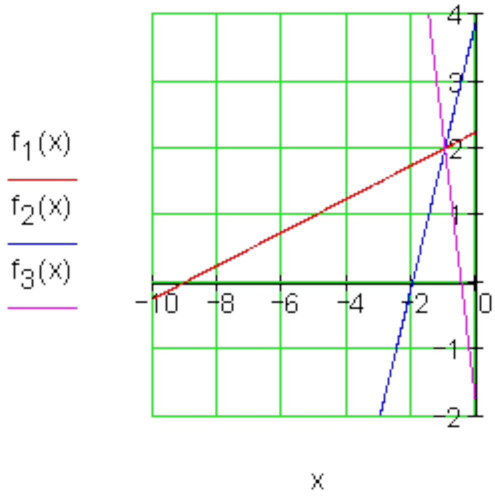
$f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$

$P_{y_1}(0 \mid -2); P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right); P_{x_1}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0); P_{x_3}(-9 \mid 0)$

ب-



$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4};\ m_3 = -4$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = -4x - 2$

$P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}(0 \mid -2); P_{x_1}(-9 \mid 0)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0); P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5);$

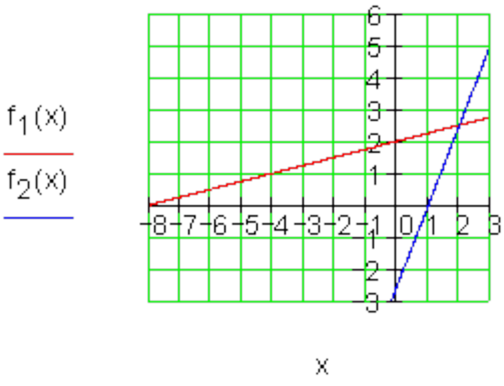
$S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_1 = \frac{1}{4}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

$m_2 = \frac{5}{2}; f_2(x) = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$

$P_{y_1}(0 \mid 2); P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(-8 \mid 0); P_{x_2}(1 \mid 0)$



څلورم:

الف-

$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);$

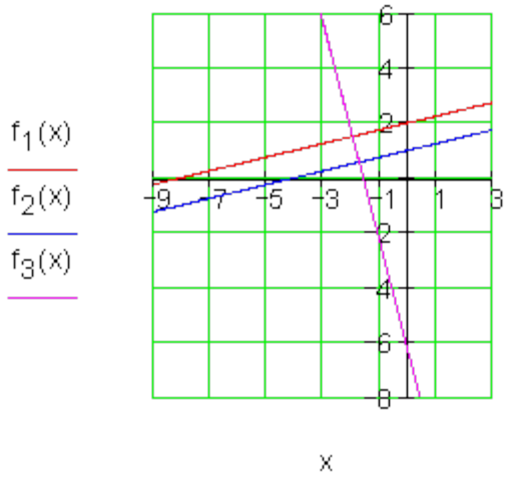
$D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_3 = -4; f_3(x) = -4x - \frac{13}{2}$

ب-

$m_1 = \frac{1}{4} = -\frac{1}{m_3}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

ت-



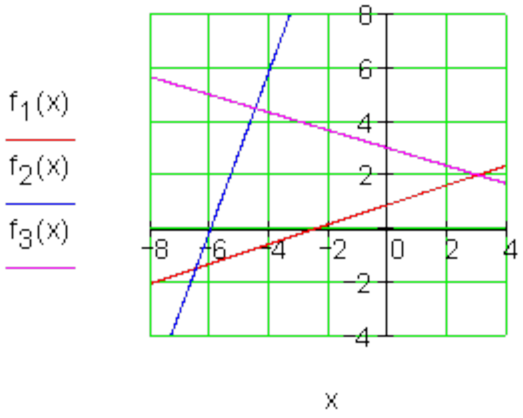
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$m_2=\frac{1}{4}; f_2(x)=\frac{1}{4}x+1$

$P_3\left(-2 \middle| \frac{3}{2}\right); P_4\left(-\frac{30}{17} \middle| \frac{19}{34}\right)$

پنځم:

ت-  	الف- $A\left(-\frac{13}{2} \middle| -\frac{3}{2}\right); B(3 \mid 2)$ $D=\{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ $m_1=\frac{7}{19}; f_1(x)=\frac{7}{19}x+19$ ب- $m_3=-\frac{1}{3}\quad f_3(x)=-\frac{1}{3}x+3$ پ- $m_2=-\frac{1}{m_3}=3; f_2(x)=3x+18$ ت- $C\left(-\frac{9}{2} \middle| \frac{9}{2}\right)$

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښيزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\leq x\leq 2\}_{\mathbb{R}}$

له يوه قايمالزاويه مثلث، چې قايمه زاويه يې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردينات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB]=f_1$; $[BC]=f_2$; $[AC]=f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودينات يا وضعيه قيمت کې د ټکي B محوررونه

پ -په D کې ګراف.

دويم:

$A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\leq x\leq 5\}_{\mathbb{R}}$

د يوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC] ت - د C ټکي وضعيه قيمتونه

ټ - د D ټکي وضعيه قيمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 | 5)$ کې غوڅوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسي وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کي دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمي کرښي د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 | 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: د دواړو کرښو غوځيکى (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف يې وکاږی.

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2;\ f_2(x)=3x-6;\ D=\{x\mid -2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

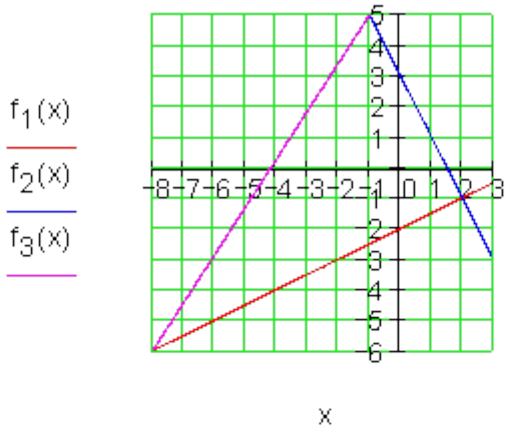
پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4;\ f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2};\ D=\{x\mid -1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1;\ f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6};\ D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ځوابونه يا حلونه

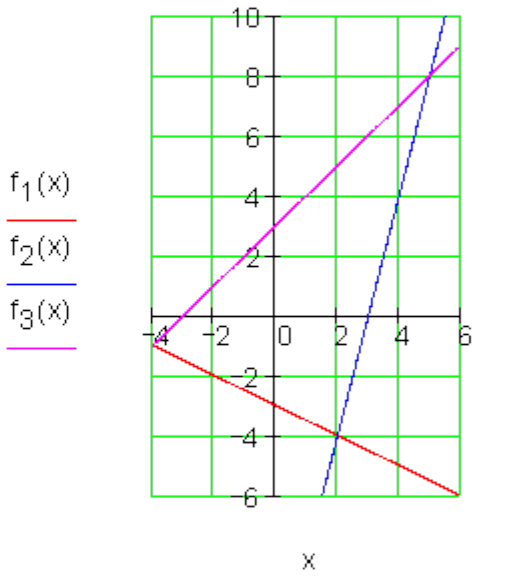
کرښيز توابع يا بلواک **XIV**

نتيجه : لومړی:

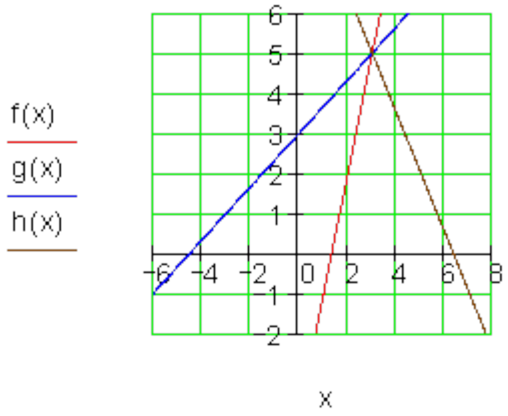
الف-	پ-
$A(-8\mid -6);\ C(-1\mid 5);$ $D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$ $m_3=\frac{11}{7};\ f_3(x)=\frac{11}{7}x+\frac{46}{7}$ $m_2=-2;\ f_2(x)=-2x+3$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=\frac{1}{2};\ f_1(x)=\frac{1}{2}x-2$ ب- $B(2\mid -1)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

ت-	
	$A(-4\mid-1);B(2\mid-4)$ $D=\{x\mid -4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ الف- $m_1=-\frac{1}{2};f_1(x)=-\frac{1}{2}x-3$ ب- $m_2=4;f_2(x)=4x-12$ پ- $m_3=1;f_3(x)=x+3$ ت- $C(5\mid 8)$

دريم:

	$f(x)=3x-4$ $g(x)=ax+3$ $S(3\mid 5)\Rightarrow a=\frac{2}{3}$ $g(x)=\frac{2}{3}x+3$ $h(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{19}{2}$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4};\ f_2(x)=-4x-2;$$

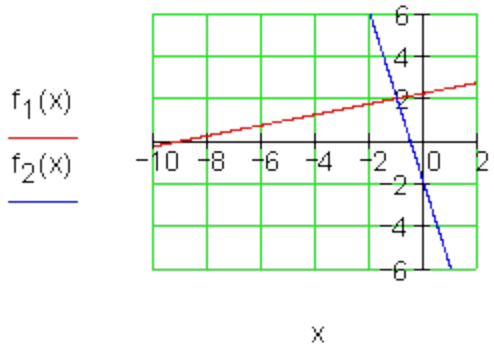
$$D=\{x\,|-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow S(-1\,|\,2)$$

ب- $P_{y_1}\left(0\,\middle|\,\frac{9}{4}\right);P_{y_2}(0\,|-2)$

پ- $P_{x1}(-9\,|\,0);P_{x2}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)$

ت-

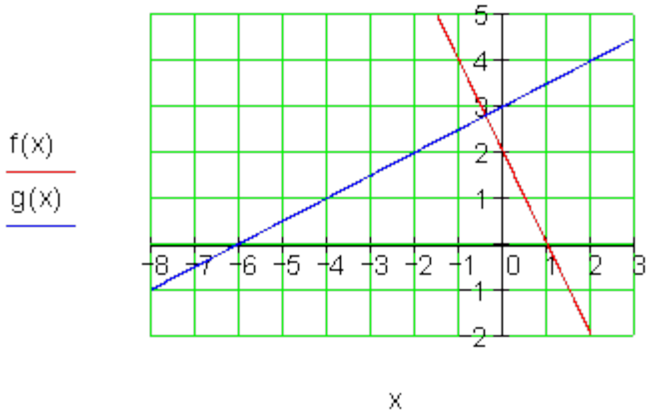


پنځم:

الف-

$$f(x)=-2x+2$$

$$g(x)=\frac{1}{2}x+3$$



ب-

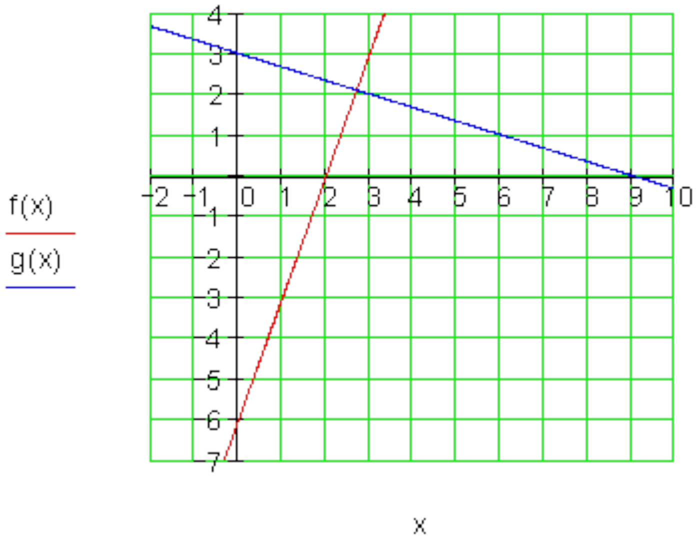
$$f(x)=3x-6$$

$$g(x)=-\frac{1}{3}x+3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 3x - 6$$

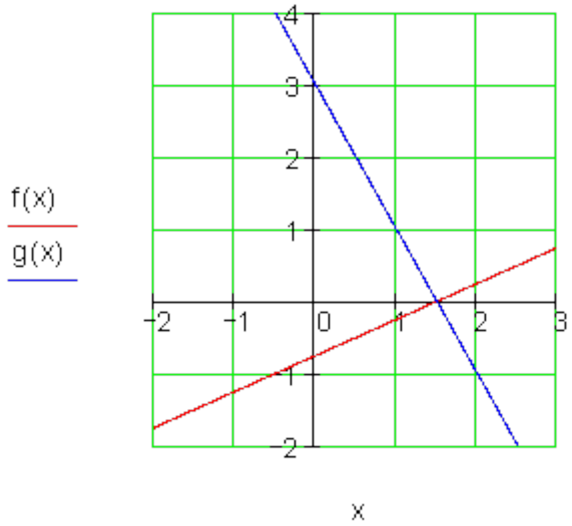
$$g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$



پ-

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

$$g(x) = -2x + 3$$

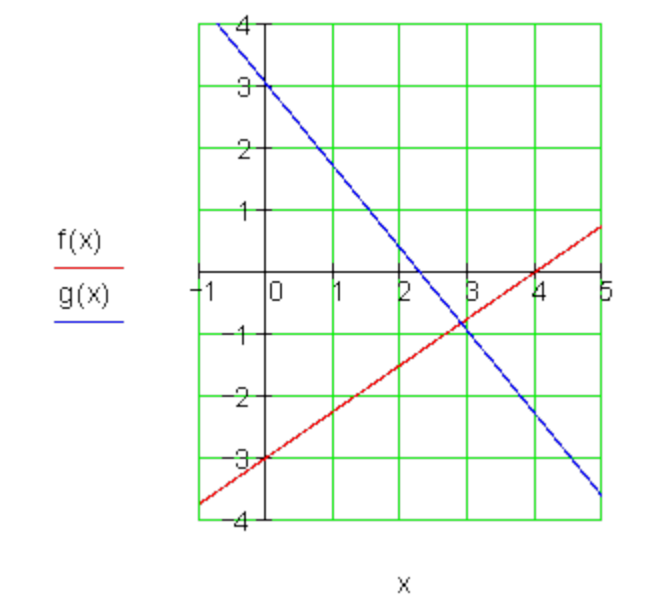


ت-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3$$

$$g(x)=-\frac{4}{3}x+3$$



شپږم:

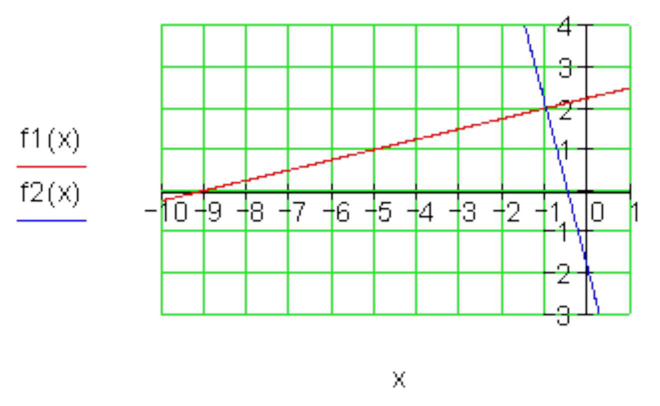
الف-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}$$

$$f_2(x)=-4x-2$$

$$D=\{x\mid -10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow S(-1\mid 2)$$



ب-

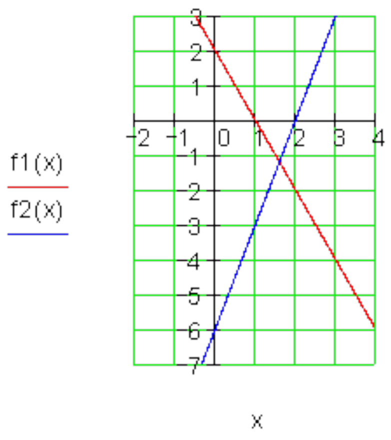
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f_1(x) = -2x + 2$

$f_2(x) = 3x - 6$

$D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow S\left(\frac{8}{5} \middle| -\frac{6}{5}\right)$



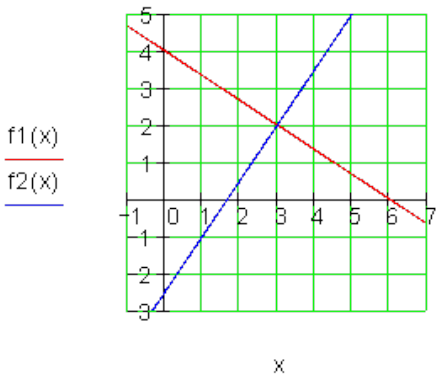
پ-

$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}$

$D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

$S(3 \mid 2)$



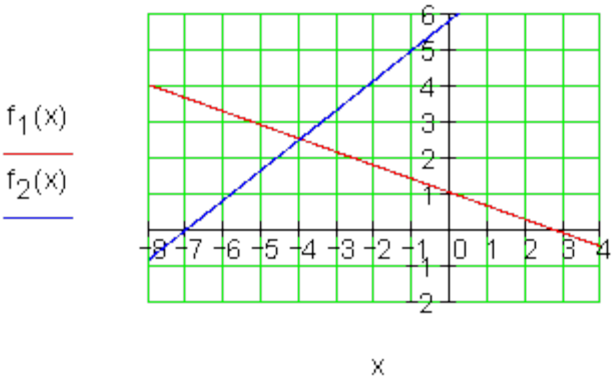
ت-

$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$

$f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-4 \middle| \frac{5}{2}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.3.د دوه کرښو موقعیت(پروتځایونه) نسبت یو بل ته

2.3.1.د دوه کرښو غوڅټکي(تقاطع ټکي)

د دوه کرښو مساوات په راته معلومه توګه یو حل لري یا کوم حل نه لري او یا ناپای ډېر حلونه لري.

د ا د دوه کرښو یو بل ته د پروت ځای له امله یو بل سره څه سرو کار لري؟

یوه حالت بیلګه دې دا روښانه کړي.

بیلګه :

یو یخوونی (یخچال) (1) په بازار کې € 400 قیمت لري او هره میاشت د .€ 20 انررژي مصرفوي.

یو ارزانه یخوونی (2) په بازرا کې€ 200 قیمت لري او د میاشتي € 40 د انرژي لګښت لري.

د کوم وخت پورې دا قیمته یخوونی یا یخچال خپل قیمت بیرته راګټي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګران يخووني د قيمت ودې لپاره د تابع مساوات دي:

$$(1)\ K_1(x) = 20x + 400$$

(x= وخت په مياشتو، K1(x) قيمت په يورو)

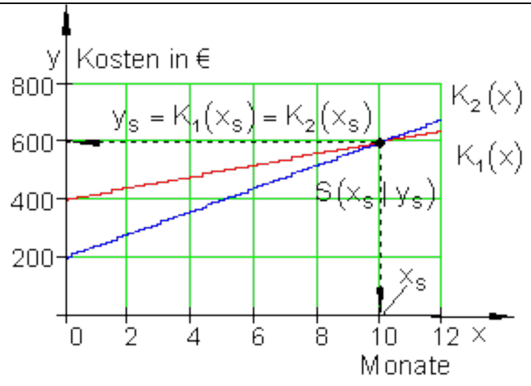
د دويم ارزانه يخووني لپاره:

$$(2)\ K_2(x) = 40x + 200$$

(x= وخت په مياشتو، K2(x) قيمت په يورو)

د قيمته يخووني اخستل هلته ښه دي، که چيرې تول قيمت (د اخستلو او د مياشتې د مصرف قيمتونه) د ارزانه يخووني سره يا برابر او يا تر ي کم شي،

د قيمت مساوات ليکو، که $K1(x) = K2(x)$ وي.



kosten in Euro پورته: په يورو قيمت،

Monate پروت: د مياشتې په معنا

$$K_1(x) = K_2(x)$$
$$\Leftrightarrow 20x + 400 = 40x + 200 \mid -400$$
$$\Leftrightarrow 20x = 40x - 200 \mid -40x$$
$$\Leftrightarrow -20x = -200 \mid : (-20) \Leftrightarrow x = 10$$

په K1 (x) کې کيږدی

$$\Rightarrow K_1(10) = 20 \cdot 10 + 400 = 600$$

په K2 (x) کې کيږدی

$$K2(10) = 40.10 + 200 = 600$$

نتيجه: مساواتسيستم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_1(x) = 20x + 400$ او $K_2(x) = 40x + 200$

د مساوي سیستم د مساوي اینووني له لارې حل شو.

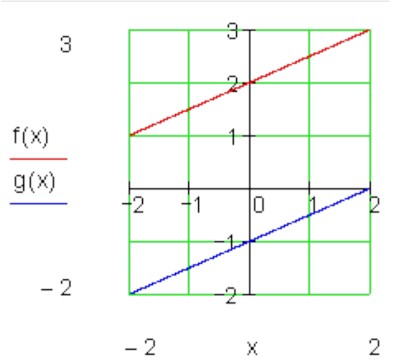
ارزښت 10 = x په دې معنا دی، له 10 میاتو وروسته قیمته یخوونی ارزي، یعني خپل قیمت راباسي.

ارزښت $y = 600$ په دې معنا دی، چې دواړه یخووني له لسو میاشتو وروسته برابر ارزښت رامنځ ته کیږي یعني .(€ 600).

سملاسي د اوکولوجي یخوونو ټول لګښت کم دی.

د دوه کرښو د غوځتکي ټاکلو لپاره یو کرښیز مساواتسیستم   د د وه اوښتونو یا متحولو سره باید حل شي.

بیلګه:

$f(x) = 0,5x + 2 \quad g(x) = 0,5x - 1$ 	$\Leftrightarrow \; 2 \qquad = \; -1$ تضاد حل مو یوه تضاد ته بیایي. دا په دې معنا چې، دا مساواتسیستم حل نه لري.

د$g(x)$ تابع مساوات له $f(x)$ ځخه داسي منځ ته راځي چې په درې واحدونو کښته لورته راکښل شي.
دا په دې معنا چې د $g(x)$ ګراف و $f(x)$ ته موازي یا غبرګ دی.

دوه غبرګي کرښې په روښانه توګه ګډ غوځتکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2 \; ; \; g(x) = \frac{1}{2}(x + 2) + 1$$

د تقاطع ټکی $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}(x + 2) + 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 1 + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 2$$

د $\frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 2$ د $\ni x \in \mathbb{R}$ لپاره رښتیا وینا ده.

دواړه کرښې ناپای زیات ګډ ټکي لري، دا یوه بل برتې دی، دا کېمتې یا ایدنتیک دي.

دا تراوسه نتیجې سره یوځای راوړو:

د دې لپاره چې د دوه کرښو د تقاطع ټکي پیداکړو، د هغې تابع مساوات ، کوم چې یو کرښیز مساوات سیستم د دوه متحولو سره جوړوی، باید حل کړو.

دا د مساوي اینوولو له لارې کیدونکي دي.

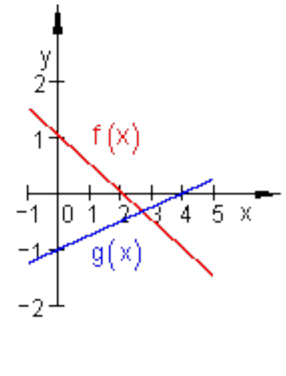
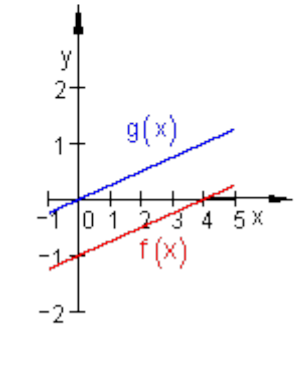
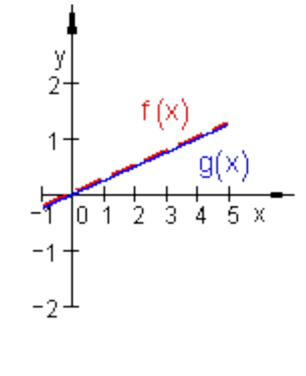
په یاد ولری:

که f(x) = g(x) ټیک یو حل لري، نو کرښه(g(x کرښه f(x) په یوه ټکي کې غوځوي. کرښې مختلف جګوالی یا میلان لري.

که f(x) = g(x) کوم حل نه لري، نو کرښې ګډ حل نه لري. دا یو بل سره موازي ځغلي.

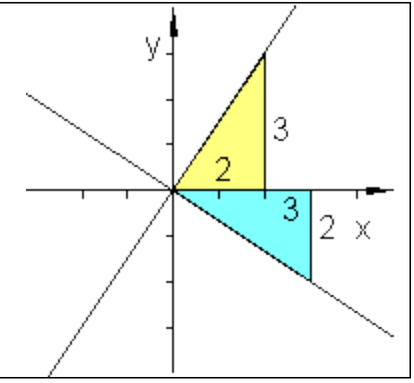
که f(x) = g(x) ناپای ډېر حلونه لري، نو کرښې ایدنتیک یا کېمټ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تیک یو حل	کوم حل نه لري	ناپای ډېر حلونه لري
		

2.3.2.یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو ترمنځ اړیکې شته.

له مخه تمرین:Vorübung	
د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف په وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسی او جګوالی یې ولولی یا په ګوته کړی.	

دg کرښې جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$. ګومان: د کرښې h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفي برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته د يوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږيږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g} = -1$ يا $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه يو په بل عمودو يا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g} = -1$ يا $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

کرښې يو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي ليکل کيدی شي:

$$a_{1g} = \frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h} = -\frac{p}{h}$$

$$a_{1g} \cdot a_{1h} = \frac{q}{h} \cdot \left(-\frac{p}{h}\right) = -\frac{q \cdot p}{h^2} \quad (1)$$

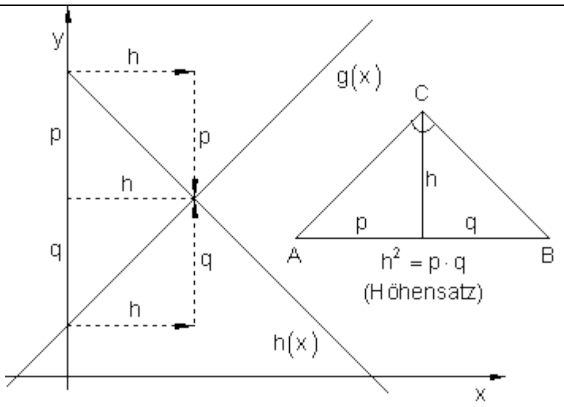
د جګجملې له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کيږدی

$$a_{1g} \cdot a_{1h} = -\frac{q \cdot p}{h^2} = -\frac{h^2}{h^2} = -1$$

$$\Rightarrow a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قایم الزاویه یې ځغلنده کرښې g او h غوڅېکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لرو $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2\|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2\|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2 \text{ und } h(x) = -2x + 7$	غوښتنه: دg کرښ تابعمساوات g(x) . د h کرښې تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

دا مخ نور تش دی:

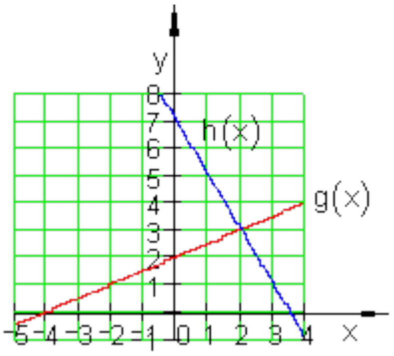
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

او $h(x) = -2x + 7$



2.3.3تمرینونه:

د دوه کرښو غوښتکی (د قطعه کیدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او ($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کیدو(غوښیدو) ټکی و ښایی او کرښې په یوه افقی-عمودي سیستم کې وښایاست.

اول - $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دویم - $g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم- $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

یا دا لاندې

د دوه کرښو غوځتکې د دوه کرښو د $g_1(x)$ او ($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوځتکې وشميرئ او کرښې په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کې وکاږئ(رسم کړئ)

لومړی: $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دريم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

ځلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې ($g_1(x$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تيره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی يا غوځتکی وشميرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سيستم قيمت وضعيه سيستم کې رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم — $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم — $g_1(x) = 2x - 1g$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم — $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم — $g_1(x) = 2x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

و 1 - 6 ته مفصلې بیلګې

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارف K د خرڅلاو څخه لاس ته راغلو E له لارې پوره کړي.

تعریف:

د ثابتو توکو سره د K(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) د K تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهK_f هغه قیمتونه دي، چې هلته هم منځ ته راځي که تولید ونه شي (ګټه ورکونه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع (E(x په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسې(E(x= قیمتP . ډېرۍx یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرۍ یا سټ د لاس ته راوړني ډېرۍ هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع (G(x لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام (یادونه) :

که د$G(x)$ نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که$G(x)$ زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که $G(x) = 0$ وي، نو لګښت$K(x)$ همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه$E(x)$.

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په 20 € .

د فابریکي تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپځیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړئ.

الف - تابع مساوات ولیکئ:

لګښت تابع : $K(x) = 20+60000$

خرڅلاوتابع:$E(x) = 40x$

ګټه تابع :

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدونې فابریکه ګټه کوي.

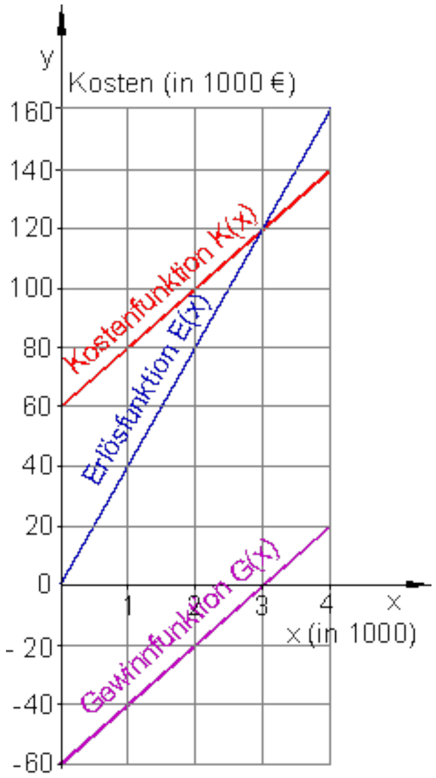
په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

ب - په عظمي تولیدونې یا – سټ کې د ګټې پیداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ، ملفونو،، د تولید ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټي تابع
د ګټي شولي‌یا پوله کیدی شي د ګټي په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوڅیکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پیدا کړای شي. د غوڅیکی x کواوردینات د ګټي شولي یا هغه ورشو چي ګټه به کي صورت نیسي).. دهو د y کواوردینات په دې ځای کي لګښت ورکوي.
د ډېری - او پیسو یوونونه یا - واحدونه په یوه فابریکه کي د تولید ډېری د لویو دانو د تولید پروسه په ګوته کوي، د بیلګي په توګه د ورځي 1000 000 Cd- Rohlinge.
د تولید لګښت هم زیات وخت په میلینونو وي.

داسي ستر ګڼونه یا اعداد تل داسي ساده نه ګڼل کیږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره د ډېری یوون یا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پیسو واحدونو یا یوونونو لپاره هم.

د بیلګي په توګه کیدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستوواحدونو(ډېری یوونویاME 10) کي سره راټول کړو، چیرته چي د ډېری واحد د 100 000 دانو لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 100 000 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګي په توګه€ 9000 000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سرې په ټاکلي پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلي تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0{,}3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1{,}1x$د ګټي په پولي‌Break-even-Point کي ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1{,}1x - 0{,}3x - 4 = 0{,}8x - 4$$

د لړ : Break-even-Point

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0{,}8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0{,}8x > 4 \mid : 0{,}8 \Leftrightarrow x = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$
د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرې یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

ځوابونه:

تمرین د کرښیز مساواتوIII

نتیجې:

لومړی -

$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow S(2 \mid 3)$ د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دویم - $g_1(x) = 2x - 1;\ g_2(x) = -2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| 0\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow S\left(\frac{12}{5} \middle| -\frac{11}{5}\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S\left(-1 \middle| \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

پنځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2\,;\, g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S(6 \mid 6)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

شپږم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1\,;\, g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow S(4 \mid 4)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

اوم - $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\,;\, P_1(3 \mid -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 : S(1 \mid 2)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

اتم - $g_1(x) = 2x - 1\,;\, P_1(-2 \mid 5) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 : S(2 \mid 3)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

نهم - $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3\,;\, P_1(-4 \mid -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3 : S(0 \mid 3)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

لسم - $g_1(x) = 2x + 3\,;\, P_1(2 \mid -3) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2 : S(-2 \mid -1)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حل:

لومړی:

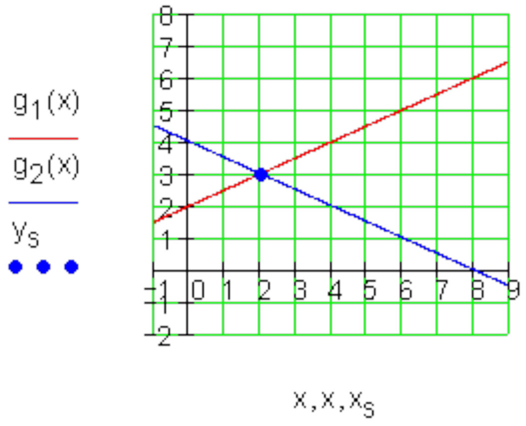
$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\Leftrightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|3)}}$$



دویم:

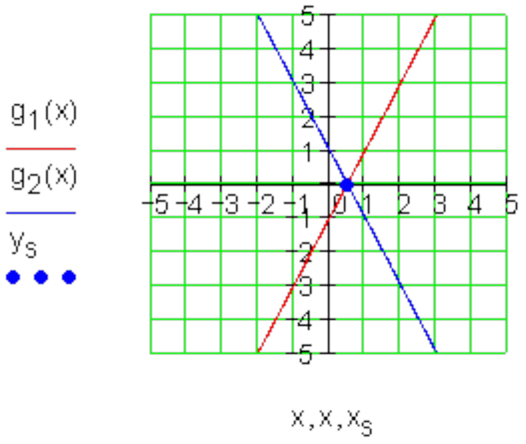
$$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{1}{2}$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} = 0{,}5 \,|\, 0\right)}}$$



دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

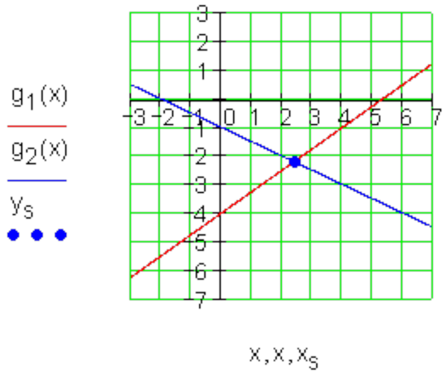
$$g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 4 = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{12}{5}$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{12}{5}\right) = \frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5} - 4 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{12}{5} = 2,4 \,\middle|\, -\frac{11}{5} = -2,2\right)}}$$



څلورم:

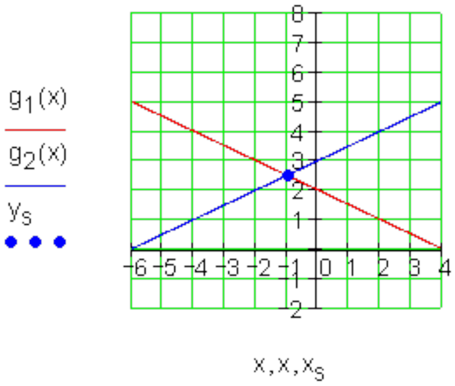
$$g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = -1$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(-1) = \frac{1}{2}\cdot(-1) + 3 = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2} = 2,5\right)}}$$



پنځم:

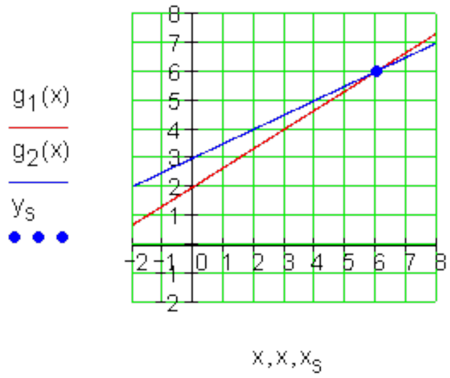
$$g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = \frac{1}{2}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = 6$$

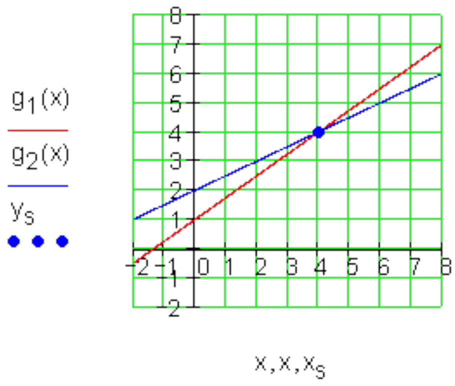
$$y_s = g_2(x_s) = g_2(6) = \frac{1}{2}\cdot 6 + 3 = 6$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(6 \,|\, 6)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



$$g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

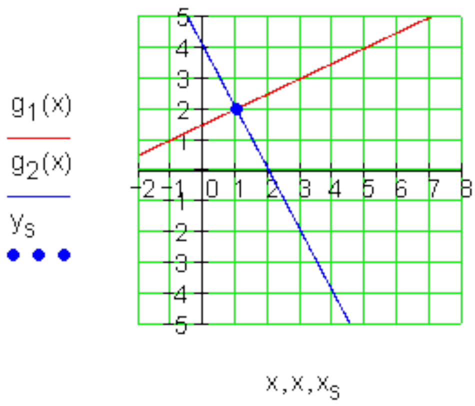
$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 1 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = 4$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(4) = \frac{1}{2}\cdot 4 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(4\,|\,4)}}$$

اووم:



$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad P_1(3\,|\,-2)$$

$$a_{1g1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$P_1(3\,|\,-2)$ د $g_2(x) = -2x + a_{0\,g2}$ ر

سره صدق كوي:

$$g_2(3) = -2 \Leftrightarrow -2\cdot 3 + a_{0g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0\,g2} = 4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -2x + 4}}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad g_2(x) = -2x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x + 4$$

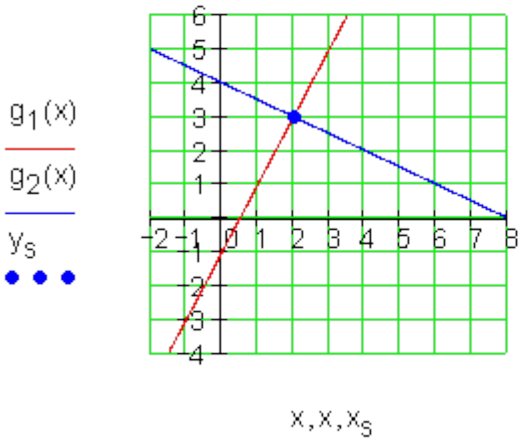
$$\Leftrightarrow x_s = 1$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(1) = -2\cdot 1 + 4 = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(1\,|\,2)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:



$g_1(x) = 2x - 1 \qquad P_1(-2\,|\,5)$

$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\dfrac{1}{a_{1g1}} = -\dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{2}$

$g_2(x) = -\dfrac{1}{2}x + a_{0g2}$ د $P_1(-2\,|\,5)$ سره صدق کوي:

$g_2(-2) = 5 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\cdot(-2) + a_{0g2} = 5$

$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$

$\Rightarrow g_2(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$

$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$

$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -\dfrac{1}{2}x + 4$

$\Leftrightarrow x_s = 2$

$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = 2\cdot 2 - 1 = 3$

$\Rightarrow S(2\,|\,3)$

نهم:

$g_1(x) = -\dfrac{4}{5}x + 3 \qquad P_1(-4\,|\,-2)$

$a_{1g1} = -\dfrac{4}{5} \Rightarrow a_{1g2} = -\dfrac{1}{a_{1g1}} = -\dfrac{1}{-\frac{4}{5}} = \dfrac{5}{4}$

$g_2(x) = \dfrac{5}{4}x + a_{0g2}$ ا د $P_1(-4\,|\,-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره باور لري:

$$g_2(-4)=-2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}\cdot(-4)+a_{0\,g2}=-2$$

$$\Leftrightarrow a_{0\,g2}=3$$

$$\Rightarrow g_2(x)=\frac{5}{4}x+3$$

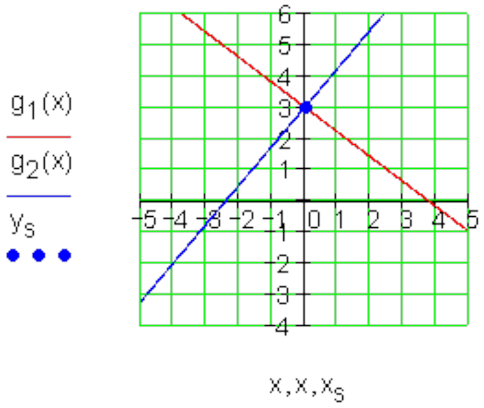
$$g_1(x)=-\frac{4}{5}x+3 \qquad g_2(x)=\frac{5}{4}x+3$$

$$g_1(x)=g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x+3=\frac{5}{4}x+3$$

$$\Leftrightarrow x_s=0$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(0)=\frac{5}{4}\cdot 0+3=3$$

$$\Rightarrow S(0\,|\,3)$$



لسم:

$$g_1(x)=2x+3 \qquad P_1(2\,|-3)$$

$$a_{1g1}=2 \Rightarrow a_{1g2}=-\frac{1}{a_{1g1}}=-\frac{1}{3}=-\frac{1}{2}$$

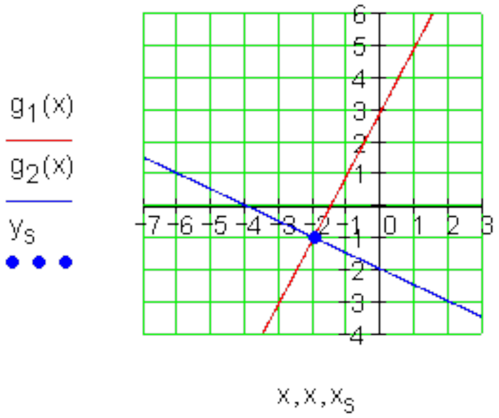
$g_2(x)=-\frac{1}{2}x+a_{0g2}$ د $P_1(2\,|-3)$ سره باور لري:

$$g_2(2)=-3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g2}=-3$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2}=-2$$

$$\Rightarrow g_2(x)=-\frac{1}{2}x-2$$

$$g_2(2)=-3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g2}=-3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x + 3 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$$

$$\Rightarrow S(-2 \mid -1)$$

پوښتنې:

کرښيزې توابع برخه IV

لومړی – د کرښيزو توابعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دويم – کرښه وښايی، چې له $P_1(\sqrt{k} \mid k)$ او $P_2(1 \mid 1)$ تيرېږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k} + 1$ لري او دy محور په $P_y(0 \mid -\sqrt{k})$ کې غوڅوي.

دريم – وښايئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په يوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېرېږي د کواوردينات د محورونو سره یو درېګودی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښيز(مساوی الاضلاع) دی؟

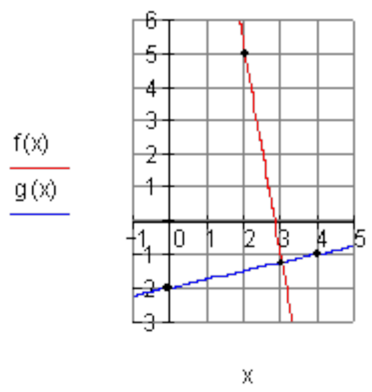
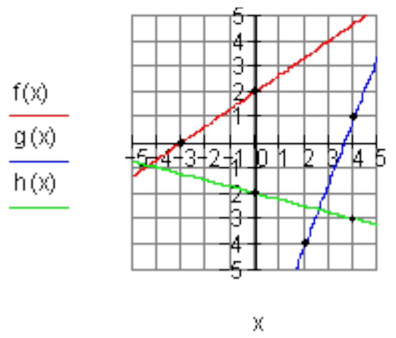
پنځم – تابع $f(x) = 3e^{-0,5x} \quad x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوی.

د یوه کرښيز تابع h(x) لپاره باور لري:

$h(0) = f(0)$ او $h(-2) = f(-2)$. h(x) و ټاکی.

شپږم – لاندې څيري د کرښيزو توابعو ګرافونه ښوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

ب-	الف-
	

اوم – د دواړو کرښو غوڅټکي وټاکی او دا په یوه پروتولاړسيستم کې رسم کړی.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f: 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f: x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

مفصل ځوبونه

کرښیز مساوات برخه IV

لومړی:

الف -
$$f(1) = 7 \Rightarrow P_1(1|\,7)\,;\, f(-1) = 3 \Rightarrow P_1(-1|\,3)$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{3-7}{-1-1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$
$$P_1(1|\,7): \quad \Rightarrow f(1) = 2 \cdot 1 + a_0 = 7 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x + 5}}$$

ب -
$$f(a) = 0 \Rightarrow P_1(a\,|\,0)\,;\, f(0) = a \Rightarrow P_2(0\,|\,a) \Rightarrow a_0 = a \Rightarrow f(x) = a_1 x + a$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a-0}{0-a} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x + a}}$$

پ -
$$f(a) = 1 \Rightarrow P_1(a\,|\,1)\,;\, f(2a) = -1 \Rightarrow P_1(2a\,|\,-1)$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-1}{2a-a} = -\frac{2}{a} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{a}x + a_0$$
$$P_1(a\,|\,1): \quad f(a) = -\frac{2}{a} \cdot a + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{a}x + 3}}\,;\, a \neq 0$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو و ښایو $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right); P_2(1|1)$ $a_1 = \sqrt{k}+1 \text{ und } P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right) \Rightarrow a_0 = -\sqrt{k}$

$$a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-k}{1-\sqrt{k}} = \frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{\left(1-\sqrt{k}\right)\left(1+\sqrt{k}\right)} = \frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{(1-k)} = 1+\sqrt{k} = \underline{\underline{\sqrt{k}+1}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(\sqrt{k}+1\right)x + a_0$$

$$P_2(1|1): \quad f(1) = \left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 1 + a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{a_0 = -\sqrt{k}}} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \left(\sqrt{k}+1\right)x - \sqrt{k}}}$$

$$f(0) = \left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 0 - \sqrt{k} = -\sqrt{k} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right)$$

دریم:

$$P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,|\,k\right) \Rightarrow P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right) \Rightarrow P_2\left(\frac{k_2}{2}\sqrt{2}\,|\,k_2\right) \Rightarrow P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{k_2-k_1}{\frac{k_2}{2}\sqrt{2}-\frac{k_1}{2}\sqrt{2}} = \frac{(t_2-t_1)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}\,(k_2-k_1)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{2}x + a_0$$

$$P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right): \quad f\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) + a_0 = k_1$$

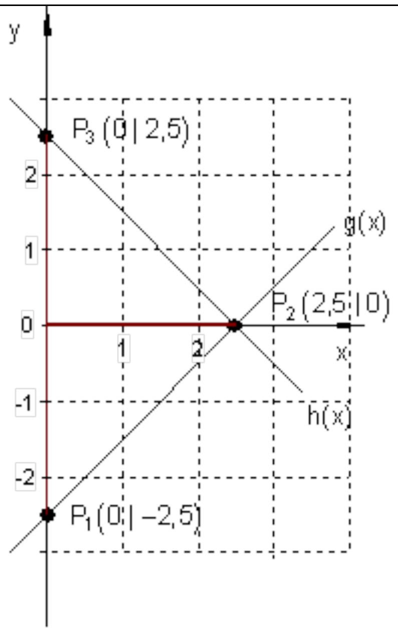
$$\Rightarrow \sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) + a_0 = k_1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{k_1}{2} + a_0 = k_1 \Leftrightarrow k_1 + a_0 = k_1 \Rightarrow a_0 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \sqrt{2}x}}$$

$$P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right): \quad f\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right) = k_3$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د g(x) جګوالی $a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2,5)}{2,5-0} = 1$ د h(x) جګوالی $a_{1h} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{2,5-0}{0-2,5} = -1$ درګوډی(مثلث) د a1=+ 1 لپاره برابر پښیز (برابرضلعیز) دی

پنځم:

لاندې الماني په پښتو: یادونه یا پام:

$$f(x) = 3e^{-0,5x}$$

$$h(0) = f(0) = 3e^0 = 3 \cdot 1 = 3 \Rightarrow P_1(0 \mid 3) \Rightarrow a_0 = 3 \qquad \text{Bemerkung: } e^0 = 1$$

$$h(-2) = f(-2) = 3e^{-0,5\cdot(-2)} = 3e^1 = 3e \Rightarrow P_2(-2 \mid 3e)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3e-3}{-2-0} = \frac{3e-3}{-2} = -\frac{3}{2}(e-1) \Rightarrow h(x) = -\frac{3}{2}(e-1)x + 3$$

شپږم:

الف-

$f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ $h(x) = -\frac{1}{4}x - 2$ سیده لوستل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x)=\frac{5}{2}x+a_0$ د $P(4|1)$: سره:

$$g(4)=\frac{5}{2}\cdot 4+a_0=1 \Rightarrow a_0=-9 \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{5}{2}x-9}}$$

ب – د g(x) لپاره ترم له ګراف $g(x)=\frac{1}{4}x-2$ څخه لوستل کیدی شي .

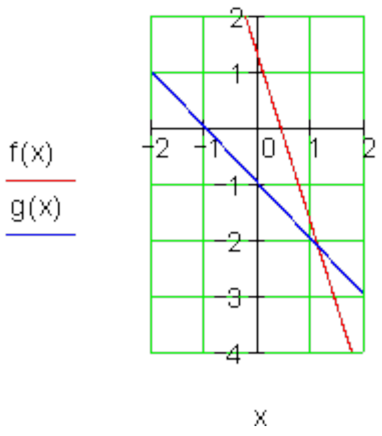
له $f(x)$ څخه پیژنو ، $P_1(2|5)$ او $P_2(3|g(3))$

$$g(3)=\frac{1}{4}\cdot 3-2=-\frac{5}{4} \Rightarrow P_2\left(3\,|\,-\frac{5}{4}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{4}-5}{3-2}=\frac{-\frac{5}{4}-\frac{20}{4}}{1}=-\frac{25}{4} \Rightarrow f(x)=-\frac{25}{4}x+a_0$$

$$P_1(2|5):\quad f(2)=-\frac{25}{4}\cdot 2+a_0=5 \Rightarrow a_0=\frac{35}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{25}{4}x+\frac{35}{2}}}$$

اوم: الف-



$$f(x)=-3x+\frac{5}{4};\ g(x)=-x-1$$

$$f(x_s)=g(x_s)$$

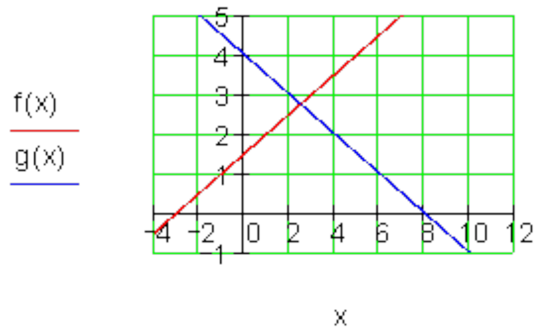
$$\Rightarrow -3x_s+\frac{5}{4}=-x_s-1 \Leftrightarrow x_s=\frac{9}{8}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{9}{8}-1=-\frac{17}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{9}{8}\,|\,-\frac{17}{8}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –



$$f : 2y - x = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$f(x_s) = g(x_s)$$

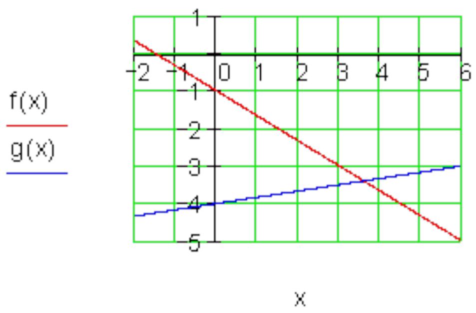
$$\frac{1}{2}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x_s + 4$$

$$\Rightarrow x_s = \frac{5}{2}$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{11}{4}\right)}}$$

پ –



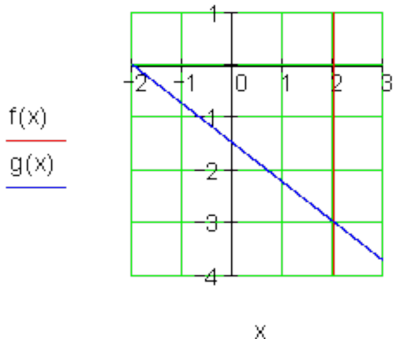
$$f(x_s) = g(x_s)$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}x_s - 1 = \frac{1}{6}x_s - 4 \Rightarrow x_s = \frac{18}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{18}{5}\right) = -\frac{17}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{18}{5} \middle| -\frac{17}{5}\right)}}$$

ت –



$$x = 2 \Rightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g(x_s) = g(2) = -\frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{3}{2} = -3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|-3)}}$$

اتم – کرښه چې له صفرټکي تیریږي: $f(x) = a_1 x \quad a_1 \in \mathbb{R}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سره راکښل شوې $a_1 \in \mathbb{R}$ $x = 4 \Rightarrow f^*(x) = a_1(x-4)$

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x-4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

و ازمايئ چې ايا کرښې g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دويم – د دوه کرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړل شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	1,5	3	4,5
$g(x)$	−1	1	3	5

(c) ketabton.com: The Digital Library

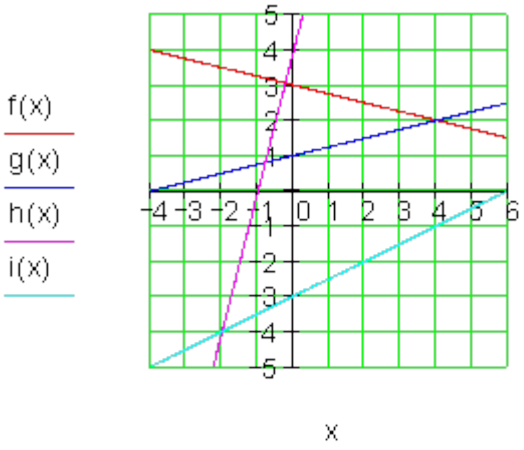
دریم –

د دواړو توابعو غوښتکی وښایئ او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړئ.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسئ.

	الف- ټول توابع مساوات وټاکئ. ب- د f(x) او g(x) غوښتکي وشمیرئ ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښې د کښلې شکل دباندې غوښوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړئ ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوښتکي لري؟

پنځم – دوه یو په بل نیغي ولاړې کرښې یو بل په S(-2 \| -1) کې غوڅوي . ممکنه کرښ مساوات ورکړئ.

شپږم – کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکئ.

الف – $a_{1g} = -0{,}5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 000 120 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف – د000 140 مجلو د چاپ قیمت وښایئ

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب – کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

مفصل حلونه یا ځوابونه

کرښیز مساوات برخه V

لومړی:

الف-

$$g(x) = x + 1;\ h: 2y + x + 4 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}x - 2;\ i: 3y - 5x = 7 \Rightarrow i(x) = \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$g(x_s) = h(x_2) \Leftrightarrow x_s + 1 = -\frac{1}{2}x_s - 2 \Rightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g(x_s) = g(-2) = -1$$

د $i(x_s)$ لپاره ازناښت: $i(-2) = -1 \Rightarrow S(-2|-1)$

ټولې درې کرښې له ټکي S(-2;-1) تیریږي.

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g(x)=\frac{1}{6}x+\frac{3}{2} \quad ; \quad h(x)=-\frac{2}{3}x+2 \quad ; \quad i: 2x-y=3 \Rightarrow i(x)=i(x)=2x-3$$

$$g(x_s)=h(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_s+\frac{3}{2}=-\frac{2}{3}x_s+2 \Rightarrow x_s=\frac{3}{5}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{8}{5} \Rightarrow$$

د g(x) او h(x) لپاره باور لري $S\left(\frac{3}{5}\middle|\frac{8}{5}\right)$.

د i(x) لپاره ازمايښت: $i(x_s)=i\left(\frac{3}{5}\right)=-\frac{9}{5} \Rightarrow i(x)$

له دې لاس ته راځي، چې i(x) له ټکي $S\left(\frac{3}{5}\middle|\frac{8}{5}\right)$ څخه نه تيريږي.

دا درې کرښې ګډ ټکي نه لري.

دويم -

$$f(x): \quad P_1(0|0) \Rightarrow a_{0f}=0 \quad P_2(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1f}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-0}{2-0}=\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x}}$$

$$g(x): \quad P_3(1|1) \quad P_4(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1g}=\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}=\frac{3-1}{2-1}=2 \Rightarrow g(x)=2x+a_{0g}$$

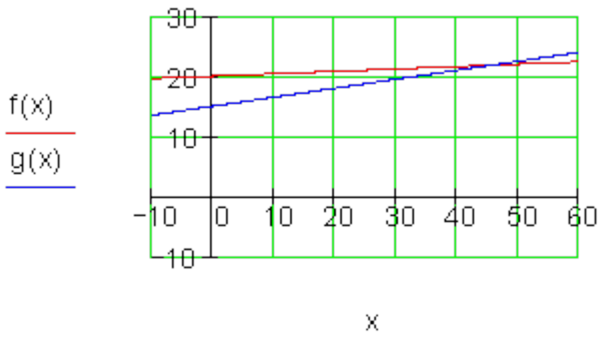
$$P_3(1|1): \quad g(1)=2\cdot 1+a_{0g}=1 \Rightarrow a_{0g}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=2x-1}}$$

دا چې $P_2(2|3)$ په f او $P_4(2|3)$ په g پرته ده او کواورديناتونه برابر دي، دا S(2;3) د دواړو کرښو غوڅټکی هم دی، دا په لومړۍ څلورمه کې پروتدی.

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x < 2x - 1| - 2x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x < -1| : \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$$

د $x > 2$ لپاره $f(x) < g(x)$ باور لري، $f(x)$ د $g(x)$ لاندي يا کښته خواته ځغلي.

دريم:

$f(x) = 0,04x + 20$ $g(x) = 0,15x + 15$ $g(x_s) = f(x_s)$ $\Leftrightarrow 0,15x + 15 = 0,04x + 20$ $\Rightarrow x_s = \frac{500}{11}$ $y_s = f(x_s) = f\left(\frac{500}{11}\right) = \frac{240}{11}$ $\Rightarrow S\left(\frac{500}{11} \middle\| \frac{240}{11}\right)$ $\approx S(45,45 \| 21,82)$	

ځلورم: الف- $f(x) = -\frac{1}{4}x + 3\,;\ g(x) = \frac{1}{4}x + 1;\ h(x) = 4x + 4\,;\ i(x) = \frac{1}{2}x - 3$

ب -

$$g(x_s) = f(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_s + 1 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 4$$

$$y_s = g(x_s) = g(4) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{S_{f,g}(4 | 2)}}$$

$$h(x_s) = i(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + 4 = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -2$$

$$y_s = h(x_s) = h(-2) = -4 \Rightarrow \underline{\underline{S_{h,i}(-2 | -4)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$i(x_s) = f(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 8$$
$$y_s = i(x_s) = i(8) = 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{f,i}(8|1)}}$$

$$i(x_s) = g(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = \frac{1}{4}x_s + 1 \Leftrightarrow x_s = 16$$
$$y_s = g(x_s) = g(16) = 5$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{g,i}(16|5)}}$$

ت –

د څلور کرښو چې جوړه غبرګې نه وي، زيات له زيات شپږ ګډ غوڅټکي لري.

دليل:

کرښه ۱ کړی شي له ۲،۳او څلور سره غوڅه کړي(درې شونوالی يا شوونتوب).

کرښه ۲ کړی شي له کرښې ۳ او ۴ سره غوڅه کړي، کرښه ۲ له ۱ سره په پام کې نيول شوې وه.(۲ شوونتوب).

کرښه ۳ کېدی شي له کرښې ۴ سره غوڅه کړي. نو د غوڅې شووتوب د مخه په پام کې نيول شوی دی. (۱ شوونتوب)

پنځم –

پيل کرښه : $g(x) = a_1x$ دې ته عمود يا ولاړه سرچينه ييزه کرښه: $h(x) = -\frac{1}{a_1}x$:

دواړه کرښې په ټکي $S(-2;-1)$کې راکښل شوې دي.

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow g^*(x) = a_1(x+2) - 1$ او $h^*(x) = -\frac{1}{a_1}(x+2) - 1$

د $a_1=4$ لپاره بېلګه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g^*(x) = 4(x+2) - 1 = \underline{\underline{4x+7}} \qquad h^*(x) = -\frac{1}{4}(x+2) - 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}}}$$

شپږم:

الف -
$$a_{1g} = -\frac{1}{2}e \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}e} = \frac{2}{e} = \underline{\underline{2e^{-1}}}$$

ب -
$$a_{1g} = 2e^{-2} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{2e^{-2}} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}e^2}}$$

پ -
$$a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}}$$

اوم -

الف -

چاپ ګڼه یا – تعداد د قیوت په واک کي دی.

له دې لاس ته راځي، چې قیمت خپلواکه اووښتوني یا متحولهx ده ، چاپ ګڼه بلواک-یا تابع اووښتونيy ده.

قیمت €2,20چاپ ګڼون 120 000لاس ته راځي (P1(2,2 ; 120000

قیمت €2,00چاپ ګڼون 125 000لاس ته راځي (P2(2 ; 125000

قیمت €2,40چاپ ګڼون 115 000لاس ته راځي(P3(2,4 ; 115000

که ټو ل درې ټکي په یوه کرښه پراته وي، نو د قیمت ا و چاپګڼې یا تعدا ترمنځ اړیکې کرښیزې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{125000 - 120000}{2 - 2{,}2} = \frac{5000}{-0{,}2} = -25000 \Rightarrow f(x) = -25000x + a_0$$

$$P_2(2|125000): \quad f(2) = -25000 \cdot 2 + a_0 = 125000 \Rightarrow a_0 = 175000$$

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000$$

د P3(2,4 ; 115000) لپاره ازماېښت:

$$f(2{,}4) = -25000 \cdot 2{,}4 + 175000 = 115000$$

له دې سره قيمت او چاپګڼون يا تعداد ترمنځ اړيکي کرښيزه دي.

قيمت د چاپ ګڼې y=140000 سره . <= P(x;140000)

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = 140000 \Leftrightarrow x = 1{,}4 \Rightarrow \underline{\text{Preis } 1{,}40\ €}$$

قيمت دy چاپګڼ يا - تعداد سره : <= P(x;y)

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = y \Leftrightarrow x = -\frac{y - 175000}{25000} = -\underline{\underline{\frac{y}{25000} + 7}}$$

ب - د1,50E قيمت لاس ته راځي:P(1,5;y)

$$y = f(1{,}5) = -25000 \cdot 1{,}5 + 175000 = \underline{\underline{137500}}$$

د€ 1,50 قيمت سره دې د zu 137500 چاپګڼون سره و شميرل يا وګڼل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.4-د کرښيزو توابعو په مرسته د پرابلمونو حل(ستونځوبی)

2.4.1د ورځنی ستونځوبي يا د پرابلمونو حل:

بېلگه I:

ملک او سپين دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په يوه بيارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې بايد دواړه زيات کار وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپين .€ 3223 . ملک په روانه مياشت کې ۴۳ ساعته زيات کار کړی او سپين فقط ۲۷ ساعته زيات کار کړی. بنسټ معاش او د زيات کار پيسې وښايئ.

د زيات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27\,|\,3223)$ او $P_1(43\,|\,3559)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زيات کار پیسي   a0=   بنسټ معاش)

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلگهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته بریښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh   کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.

په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh   پورې د برق مصرف گراف وکاږی.

ب - د بریښنا د څلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره   بریښنا لگول شوې؟

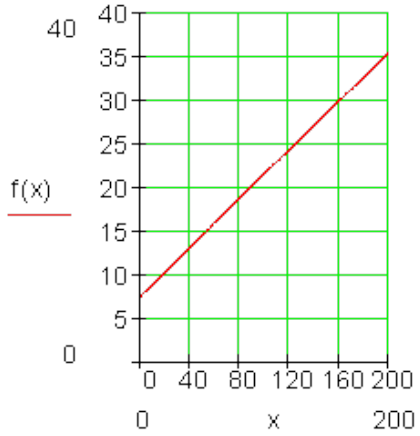
پ – یو دویم پلورونکی بریښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د بریښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-



اينوونه:

$$1\ kWh:\ 0{,}14\cdot 1+7{,}50$$
$$2\ kWh:\ 0{,}14\cdot 2+7{,}50$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x\ kWh:\ 0{,}14\cdot x+7{,}50$$

د تابع ترم:

$$f(x)=0{,}14\cdot x+7{,}50$$

$$x\triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-اينوونه: $f(x) = 0{,}14x+7{,}50$ د مياشتنی شميرنې لپاره باور لري.

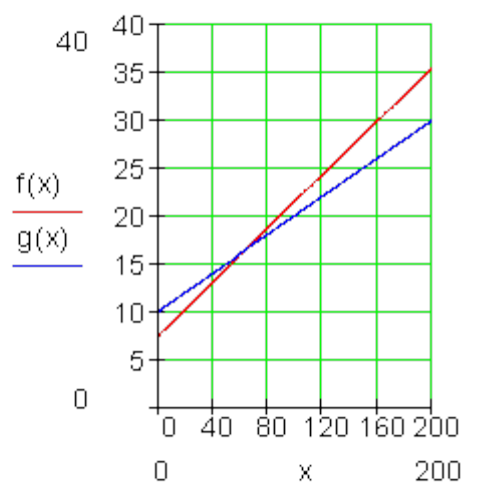
د څلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0{,}14x+30 \quad P(x\,|\,150{,}4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0{,}14x+30=150{,}4$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x+30=150{,}4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x=120{,}4\,|:0{,}14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په څلورو مياشتو کې860kWh وو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

پ-لومړی پلورونکی: $f(x) = 0,14x+7,50$ دویم پلورونکی: $g(x) = 0,1x+10$ په غوښتکي Sکې نرخبرابر دي. $f(x) = g(x)$ $\Leftrightarrow 0,14x+7,50 = 0,1x+10 \mid -0,1x$ $\Leftrightarrow 0,04x+7,50 = 10 ; -7,5$ $\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04$ $\Leftrightarrow x = 62,5$ د 62,5kWh سره لګښت پرتله کونه. د میاشتي د بریښنا لګښت سره دویم پلورونکی ارزان دی نسبت لومړي ته.	

بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخيره بيرته د ب - په اندازه ډکيږي . دا کله اړين کيږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو يا خوراکي مواد په kg .

$$
\begin{aligned}
&f(x) = -7,5x + a_0 \\
&P(12\,|\,250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250 \\
&\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \,|\, +90 \\
&\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}
\end{aligned}
$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکونې وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$
\begin{aligned}
&f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \,|\, -340 \\
&\Leftrightarrow -7,5x = -290 \,|\, :(-7,5) \\
&\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7
\end{aligned}
$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخيره بيرته ډکه شوې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندي کوي:

هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، د مياشتي بنسټيز قيمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرايط دي : هر د خبرو دقيقه € 0,08 قيمت لري، د مياشتې بنسټ قيمت .€ 5 سره. (يوه سکيڅ ترتيب کړئ)

الف – په څومره دقيقو کې دواړه قيمتونه برابردي؟

ب – ته د مياشت د تلفون لپاره لري(پيسې نيا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څومره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتيجې په يوه پروت ولاړ – يا کواوردينات سيستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅي کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid : 0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقيقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

HB:

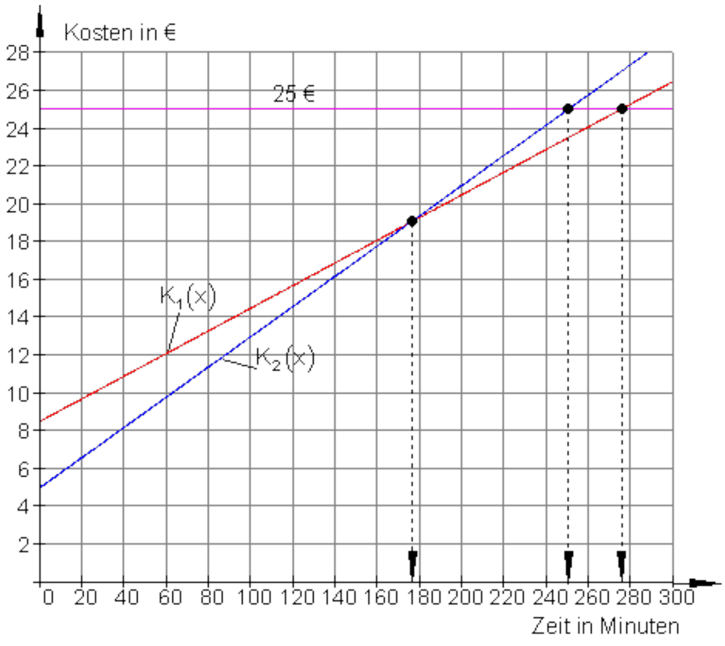
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | :0,06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0,08x = 20 | :0,08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چي د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقيقي تلفون وشي. برعکس يا په ښتد د HP € 25 فقط د250قيقو لپاره بسيا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقيقه، ولاړ لګښت په يورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه ۷

يو ه فابريکه کړی شي خورا زيات يخووني جوړ کړي(د کاپا څيتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .$k_v = 300$ € دی.

يخوونې هر يو د€ 375 قيمت باندې پلورل کيږي.

الف – قيمت تابع(K(x پيدا کړی، چې د خرڅلاو تابع يې (E(x ده او د ګټې تابع يې د فابريکې لپاره (G(x ده.

ب – د کوم توليدډېرۍ سره به د ګټې پولې يا ورشو<u>breakeven point</u> يا Gewinnschwelle ته ورسيږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

پ – د توانپولې پورې ګټه څورمه لويه ده؟

حل-

الف- ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قيمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکيږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځنې د 1200 توليدډېرۍ سره فابريکهګټه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولې ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه   .€ 500 22 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د مياشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتې لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

نرخ : د مياشتې ټولې پيسې ياFlatrate د مياشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپين دوه نيم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات وليکئ.

ب – په يوه مناسب پروت ولاړ سيستم يا کواوردينات سيستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کيږي(انترپريتيشن يا تشريح)

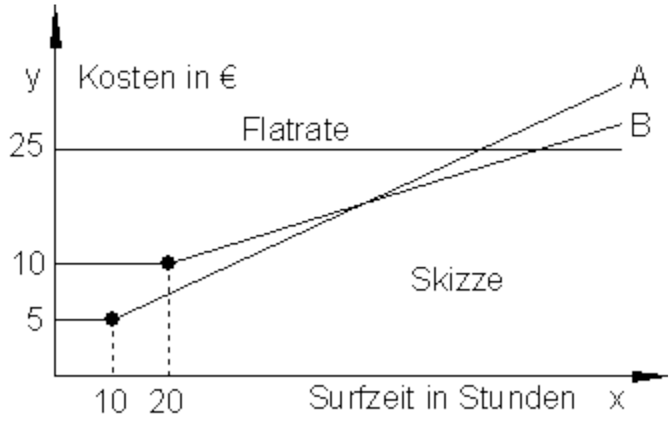
ت – د سپين لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB   لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپين فلېټ رېټ وټاکي؟

حل –

(c) ketabton.com: The Digital Library



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په يورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقيقې دي. $0{,}5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0{,}3\ €/h$ (Steigung

(جګوالی)

$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يواځې 5€ د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ B :

$0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي
(جګوالی)

$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنستپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \mid -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخC : فلېټ رېټ له ساعتونو خپلواک دی.

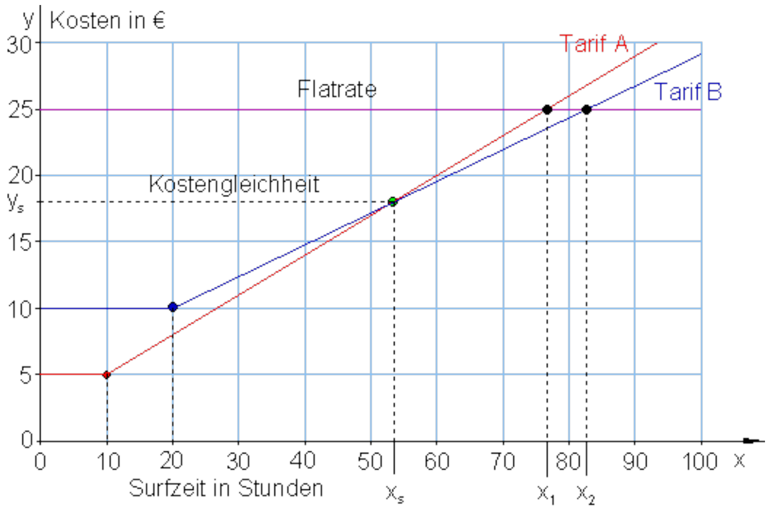
دC نرخ لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب - خيره د پ کښته لور ته

پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.
تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فليټ رېټ ګټور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ځیره ب ته



ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام $2{,}5h.30 = 75St.$ ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0{,}3 \cdot 75 + 2 = 24{,}50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0{,}24 \cdot 75 + 5{,}2 = 23{,}20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

ټ - په دواړو کرښو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0{,}3x + 2 = 0{,}24x + 5{,}2 \mid -0{,}24x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x + 2 = 5{,}2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x = 3{,}2 \mid : 0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقيقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10}\cdot\frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقيقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کيږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د مياشتې د 82,5 سرف دوام وروسته بايد په فلېټ پېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښيز توابع VII

لومړی – د لاندې کرښيزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

الف- $f(x) = -2x + 2$ ب- $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ پ- $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ ت- $f(x) = 3x - 6$

د ويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې يو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دريم –

په يوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $x - 5 = 9$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکې او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برينمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشين لپاره اړتيا شته.

الف – د تابع برابرون وليکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي.

پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.

په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.

د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)

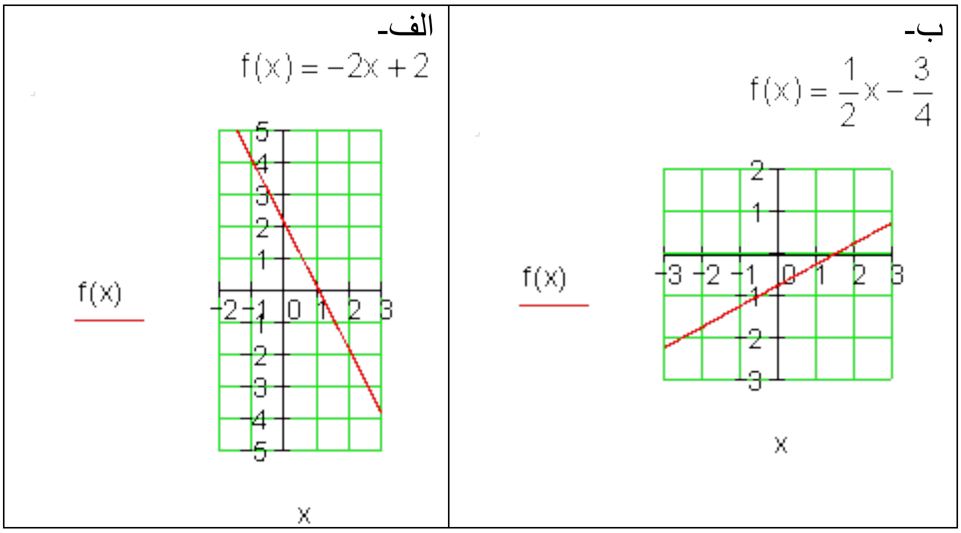
(c) ketabton.com: The Digital Library

موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتيا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتيا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چيرته سره مخامخ کيږي؟
د دې حالت ځخه يوه سکيځې جوړه کړه او وشميره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د يوه بارانمرتبان چې توتهبنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 ليتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه يا تشريح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 ($t = 0$) ليتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړيکې کرښيزې دي، که مرتبان خيتور يا د غونډوسکې په بڼه وي، نو؟

ځوابونه

کرښيز توابع VII

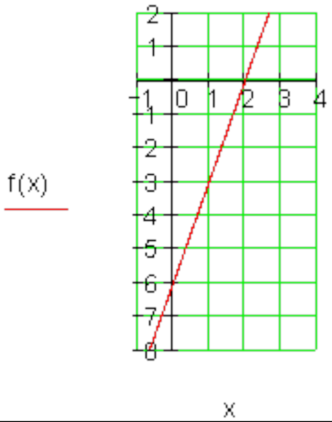
مفصل ځوابونه يا حلونه
لومړی::



(c) ketabton.com: The Digital Library

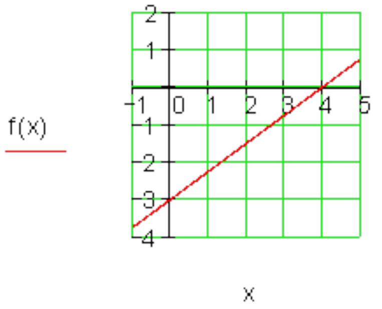
ت

$f(x) = 3x - 6$

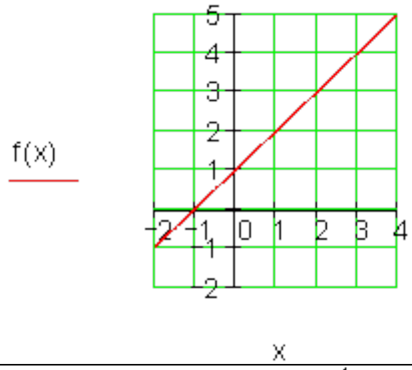


پ

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$



دويم: الف-



$f(x) = a_1 x + a_0$

$a_1 = 1$

$\Rightarrow f(x) = x + a_0$

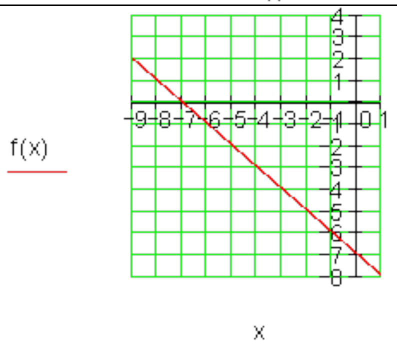
$P(3|4): f(3) = 4$

$\Leftrightarrow 3 + a_0 = 4 | -3$

$\Leftrightarrow a_0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$

ب-



$f(x) = a_1 x + a_0$

$a_1 = -1$

$\Rightarrow f(x) = -x + a_0$

$P(-8|1): f(-8) = 1$

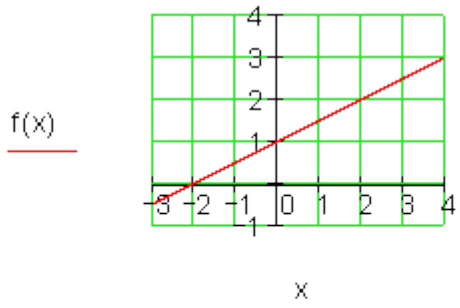
$\Leftrightarrow -(-8) + a_0 = 1 | -8$

$\Leftrightarrow a_0 = -7$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -x - 7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -



$$f(x) = a_1 x + a_0$$

$$a_1 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + a_0$$

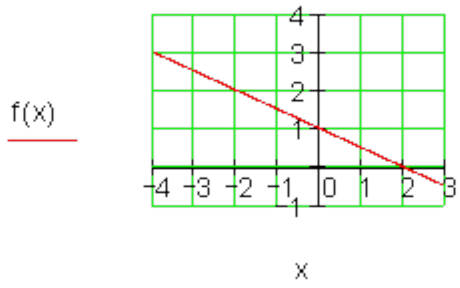
$$P(4|3): f(4) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 4 + a_0 = 3 \,|-2$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{2}x + 1}$$

ت –



$$f(x) = a_1 x + a_0$$

$$a_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$$

$$P(-4|3): f(-4) = 3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot(-4) + a_0 = 3 \,|-2$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x + 1}$$

دریم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_1 x + a_0 \,;\, P_1\left(\underbrace{3}_{x_1} \,\middle|\, \underbrace{4}_{y_1}\right);\, P_2\left(\underbrace{7}_{x_2} \,\middle|\, \underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = -\frac{5}{4}$$

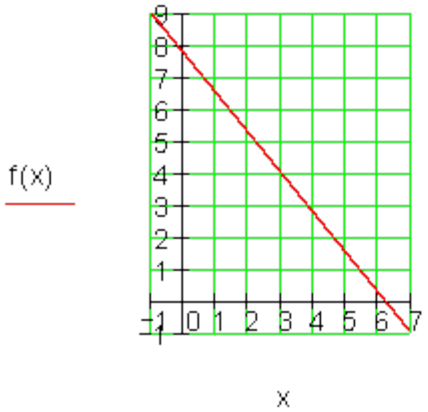
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$$

$$P_1(3\,|\,4) : f(3) = 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3 + a_0 = 4 \,\Big|\, +\frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}}$$

ب-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \,;\, P_1\left(\underbrace{-8}_{x_1} \,\middle|\, \underbrace{1}_{y_1}\right);\, P_2\left(\underbrace{2}_{x_2} \,\middle|\, \underbrace{-3}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

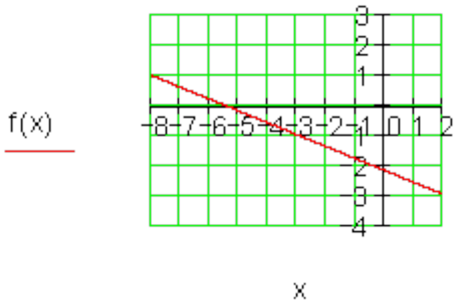
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

$$P_2(2\,|\,-3) : f(2) = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = -3 \,\Big|\, +\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{4}_{x_1} \mid \underbrace{3}_{y_1}\right) ; P_2\left(\underbrace{-7}_{x_2} \mid \underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

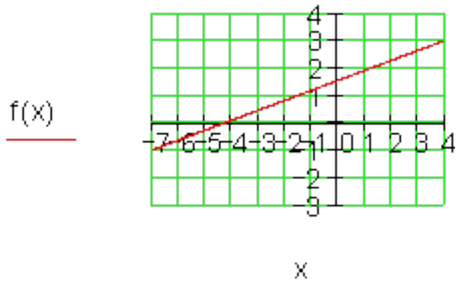
$$\Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 3) : f(4) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}$$

ت-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{4}_{x_1} \mid \underbrace{2}_{y_1}\right) ; P_2\left(\underbrace{-4}_{x_2} \mid \underbrace{-4}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-4-4} = \frac{3}{4}$$

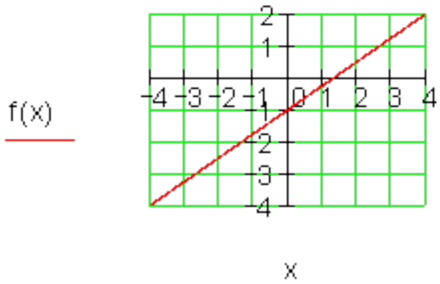
$$\Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 2) : f(4) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{3}{4}x - 1}$$

ځلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $x-5=9\,|+5 \Leftrightarrow x=14 \Rightarrow \boxed{L=\{14\}}$

ب - $8+x=25\,|-8 \Leftrightarrow x=17 \Rightarrow \boxed{L=\{17\}}$

پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,|+\frac{2}{3} \Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12} \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{17}{12}\right\}}$

ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,|+\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}=x \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{8}{9}\right\}}$

ټ - $88=4x-16\,|+16 \Leftrightarrow 104=4x\,|:4 \Leftrightarrow 26=x \Rightarrow \boxed{L=\{26\}}$

ث – $a+bx=3b+a\,|-a \Leftrightarrow bx=3b\,|\,b \Leftrightarrow x=3 \Rightarrow \boxed{L=\{3\}}$

ج- $8-(x+5)=2\,|-8 \Leftrightarrow -(x+5)=-6\,|:(-1) \Leftrightarrow x+5=6\,|-5 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \boxed{L=\{1\}}$

ح - $9+(5-x)=6\,|-9 \Leftrightarrow 5-x=-3\,|-5 \Leftrightarrow -x=-8\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x=8 \Rightarrow \boxed{L=\{8\}}$

پنځم – الف - اوونښتونې يا متحوله x د اونۍ په معنا ده

y=f(x) د کافي ذخيرې په معنا ده.

، $f(x)=a_1x+a_0$ د کربنيز مساوات ټوليزه بڼه

اونۍ 0 :	$f(0)=-0{,}35\cdot 0+1{,}8=1{,}8$
اونۍ1 :	$f(1)=-0{,}35\cdot 1+1{,}8=1{,}45$
اونۍ2 :	$f(2)=-0{,}35\cdot 2+1{,}8=1{,}1$
....	....
اونۍx :	$f(x)=-0{,}35\cdot x+1{,}8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کافي ذخيرې د کميدو لپاره تابعمساوات
ب - د کافي ذخيره لګيدلې معنا لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 | -1,8$$

مساوات دې د x پسې حل شي.

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 | : (-0,35)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

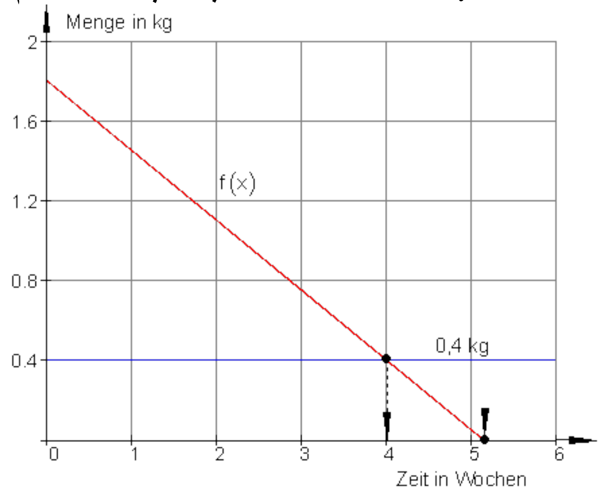
د نږدې ۵ اونيو وروسته نوره کافي نه شته.
پ – فقط 400g کافي پاتې ده په دې معنا چې:

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 | -1,8$$

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 | : (-0,35)$$

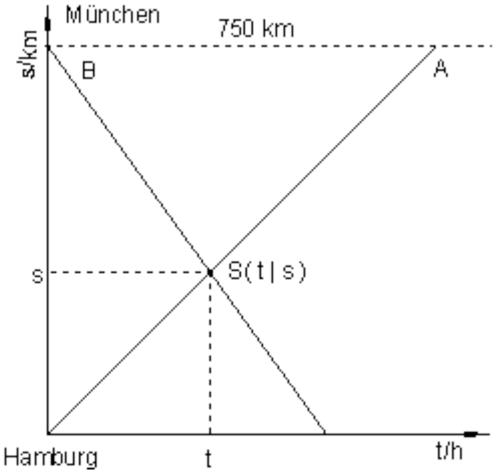
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلو اونيو ورسته نوره فقط 400g کافي پاتې ده.
ت- د کښته ژباړه: له بورته کښته: ډېرې په کيلو ګرام، وخت په اونۍ



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



پروتولاړ سيستم کي:کندهار او ننګرهار د مونشن او هامبورګ لپاره ليکل شوي دي.

د يوه نږدې 2,77 ساعته تلنوخت وروسته دواړه موټرونه د 333,333 km کندهار خخه لرې او 416,666 km د ننګرهار خخه په واټن کي سره مخامخ کيږي

موټروان A: SA(t) = VA.t

کربنه له VA جګوالي سره

موټروان : دلته د لار-وخت قانون يوه کربنه ده د کميز يا منفي جګوالي سره چټکتيا هم د جګوالي لپاره يوه کچوني اندازه ده.

$$s_B(t) = -v_B \cdot t + 750$$

د دواړو ګرافونو غوخټکی نتيجه راکوي.

$$s_A(t) = s_B(t) \Leftrightarrow v_A \cdot t = -v_B \cdot t + 750$$

$$\Rightarrow t = \frac{750}{v_A + v_B} = \frac{750}{270} = \underline{\underline{2,\bar{7}\ h}}$$

A لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 120 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{333,\bar{3}\ (km)}}$$

B لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 150 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{416,\bar{6}\ (km)}}$$

اوم –

الف- د توتې ډکی يا حجم : $V = G \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{G} \quad G = 1m^2 = 100\ dm^2 \quad 1Liter \triangleq 1dm^3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات د ډکي تغير لپاره: $V(t) = 80\,\frac{dm^3}{h} \cdot t + 150\,dm^3$

شمېرنه بې له يوونون يا واحدونو صوررت نيسي، نتيجې په ديسي متر.

$$h(t) = \frac{V(t)}{G} = \frac{80 \cdot t + 150}{100} = \underline{\underline{0{,}8 \cdot t + 1{,}5}}$$

ب - د پړسيدلي يا غونډوسکې ډوله ډکوالي جګوالی د وخت سره کرښيز تغير نه خوري.

پوښتنې

کرښيز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلې او دلته تکرار ده؟؟؟؟؟ ځواب يې هم شته.
د وړوکتون ښوونکې او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برينکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشين لپاره اړتيا شته.
الف – د تابع برابرون وليکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي؟
پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په يوه مناسب پروتولاړ سيستم (کواوردينات سيستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: توبي او مري په يوه بيارغرني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې بايد دواړه زيا تکاري وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له ماليا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په روانې مياشت کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوسأ فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.

دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېری يا سټ باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپړ مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه 0,06 € قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ 8,50 € وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ 5 € سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې 25 € په اختيار کې لری(نيا پيسې ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د برېښنايي تيلګرمی ماشين اينښول شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمی له لاری يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسې ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

ب – د دې ګراف وکاږی.

شپږم –

له ګنيو څخه پوره يا ګوړه جوړېږي(د ګنيو او خوړې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم $f(x)$ تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم $f(x)$ وټاکی.

ب – وشميری: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د $f(x)$. ګراف وکاږی.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکې په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او $0\,^0C$ د^{0}F 32 تودوخي او $100\,^0C$ د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړی، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د خړ لپاره يو تابع مساوت وضعه کړی، چې له^{0}F ^{0}C ځخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په يوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا ځومره^{0}C وه؟

ت – د د يوه تن تودوخی^{0}C 40 تبه تېتېدونکي کار بايد سر ته ورسيږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

حلونه

کرښيز توابع XV

نتيجې او مفصل حلونه

نتيجې:

لومړی:

الف- تابعمساوات:

ب – د ځه پنځه اونيو وروسته نوره کافي نه شته.

پ - د ۴ اونيو وروسته کافي پاتې ده.

ت- ګراف د مفصل حل لاندې وګورئ.

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنستيمعاش دی، د زياتوخت تولي .

دريم:

الف- $f(x) = -7,5x + 340$

ګراف په مفصل حل کي دی.

ب- د وښو زخيره په 340 kg ډکه شوه.

پ - د نږدې 38,7 ورځو وروستهد وښو ګودام بيرته ډک شوی دی.

څلورم:

الف- له 175 دقيقوروسته نرخمساوات واک لري (€ 19).

ب- دHB چوپړ مساعد دی، ځکه چې په € 25 کيدی شي 275 دقيقي تلفو وکړی شي.

برعکس HP د € 25 سره فقط د250 قيقو لپاره بسيا کوي. ګراف د مفصل حل لاندې ميندلی شئ.

پنځم:

الف-دا د پيسو ورکړې له 2,5 کاله وروسته ګټوره وه. په داوړو حالتونو کط دا تراوسه په جريان کي لګښت € 62500 دی.

ب- ګراف په مفصل ځواب کط ميدل کيږي.

شپږم:

الف- تابعترم: $f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(100) = 10{,}625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26{,}563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$$

پ- ګراف تر مفصل ځواب لاندې وګورئ

اوم:

الف-

د °F پهC° اړونې لپاره باور لري: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$ xپه °F او f(x) په °C

پ- د لمپا ډوډوکي تودوخي $35\ ^0C$ ده.

ت-په يوه $104\ ^0F$ تودوخی سره بايد د تبې ټيټيدنې لپاره تياری ونيول شي.

مفصل حلونه

لومړی:

الف- متحولي يا اووښتوني : xد اونۍ په معنا دي

y=f(x) په کيلوګرام د کافي زخيره ډېرئ يا سټ ده .

د کرښيز مساوات عمومي بڼه $f(x) = a_1x + a_0$.

اونۍ0 : f(0) = -0,35.0+1,8=1,8

(c) ketabton.com: The Digital Library

اونۍ1: f(1) = -0,35.1+1,8=1,45

اونۍ2: f(2) = -0,35.2+1.8=1.1

....

اونۍ x: f(x) = -0,35.x+1,8=

د کافي کمښت زخيرې لپاره د تابع مساوات.

ب – د کافي زخيره مصرف شوې په دې معنا دی، چې:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 | -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 | : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

مساوات دې د x پسې حل شي.

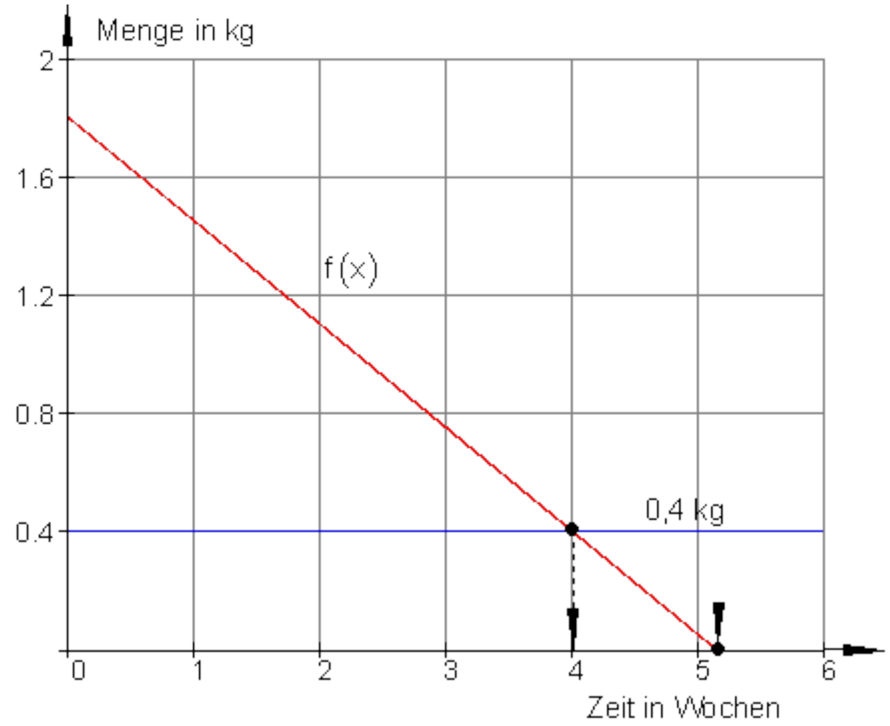
د نږدې پنځه اونيوروسته نوره کافي يا قهوه شتون نه لري.

پ- فقط کافي لرو په دې معنا، چې :

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 | -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 | : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلور اونيوروسته فقط 4g کافي پاتې ده

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم: د زیات کار ساعتو تعداد x ورکړشوی نغد معاش f(x) دی.

دوه ارزښت کاغذونه ورکړ شوي دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1 د زیات کار ټول معاش a0 بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

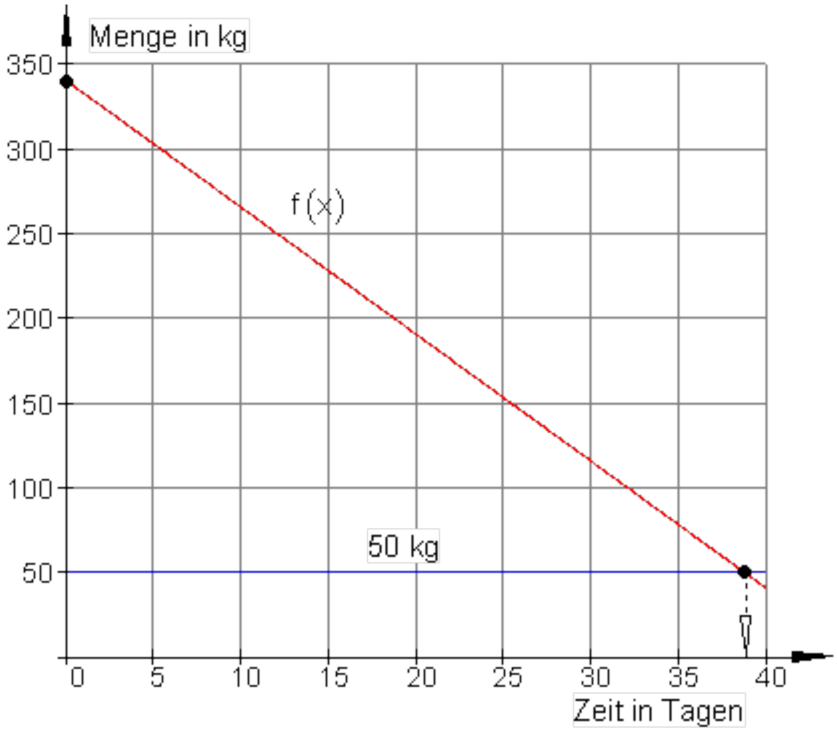
(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټ معاش € 2656 دی، د زيات ساعت کار معاش€ 21 دی.

دريم:

الف-

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$
$$P(12\,|\,250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \,|\, +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7{,}5x + 340$$



پروت: وخت په ورځو. ولاړ: ډېرى (مقدار) په کيلوگرام
ب ـ د ډکولو وخت په x = 0 کې دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښوزخيره دولس ورځي د مخه په 340 kg ډكه شوه.

پ-

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 | -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 | : (-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

له 38,7 ورځو وروسته دې د وښو زخيره بيرته ډكه شي.

څلورم: الف-

$$HB : K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP : K_2(x) = 0,08x + 5$$

د قيمت مساوات د دواړو كربنو په غوڅي(تقاطع) كې پروت دى.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | -0,06x$$
$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$
$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

د 175دقيقو وروسته دد قيمت مساوات برقرار دي(€ 19).

ب-

$$HB:$$
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

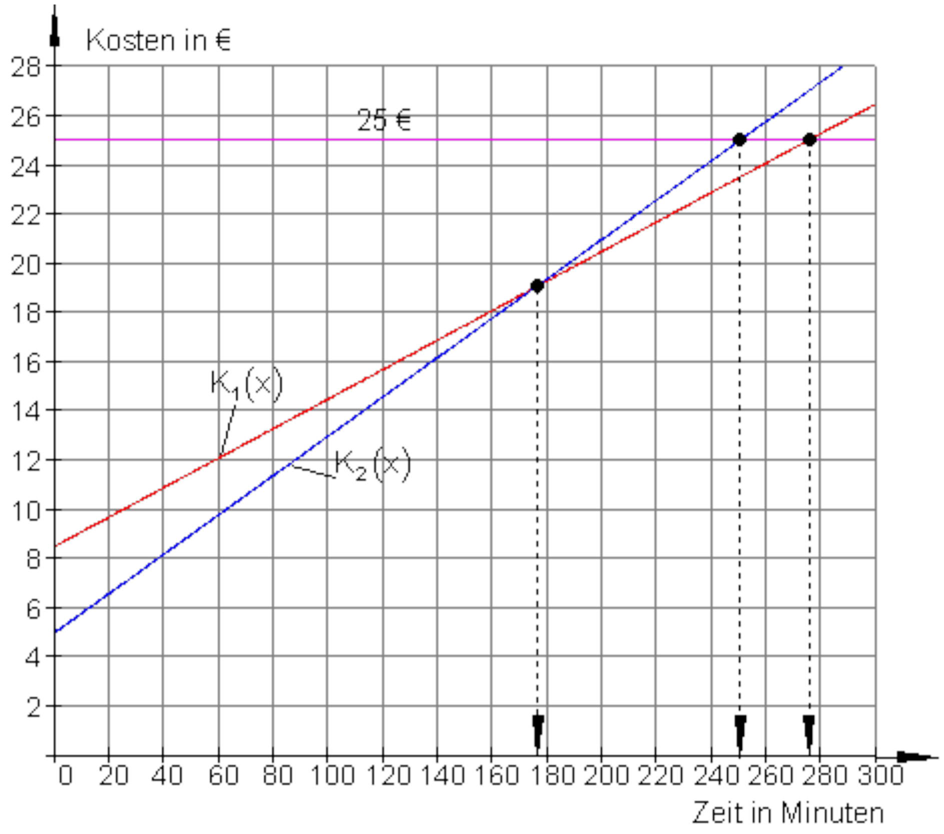
HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 | :0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمت مساعد دی، ځکه چې د€ 25 لپاره سړی کړی شي 275 دقيقې تلفون وکړي.

برعکس د HP لپاره € 25 فقط د 250 دقيقو لپاره بسيا کوي.

پ-



پروت: وخت په دقيقو. ولاړ:نرخ ا قيمت په يورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: الف- y- محور : لګښت x-محور: کلونه

ګرمووني يا بخارئ :f(x) = 25000x

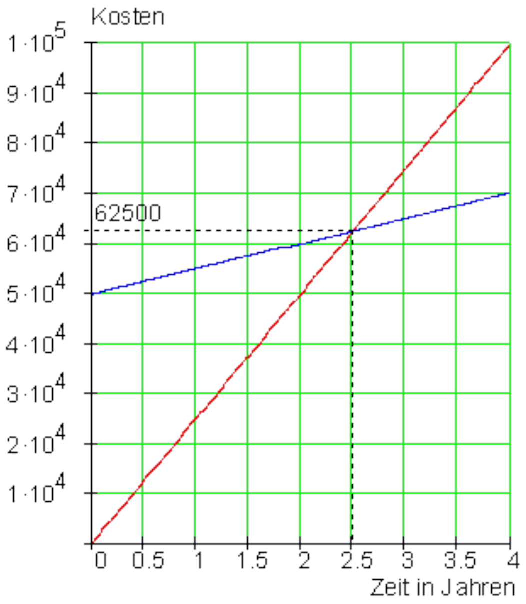
له لرې تودوخي: g(x) = 5000x+50000

د لګښت مساوات د دواړو کرښو غوڅي(تقامطع) کې واک لري.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 25000x = 5000x + 50000 | - 5000x$$
$$\Leftrightarrow 20000x = 50000 | : 20000$$
$$\Leftrightarrow x = 2,5$$
$$f(2,5) = 25000 \cdot 2,5 = 62500$$
$$g(2,5) = 5000 \cdot 2,5 + 50000 = 62500$$

پانګونه له دوه نيم کالو وروسته ګټوره تمامه شوه. په دواړو حالتونو کې ترديي وخت لګښتونه € 62500 دي.

ب- لاندې: پروت وخت په کلونو. ولاړ: قيمت يا لګښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: الف- y-محور خوږه(بوره) x -محور ګني

80kg ګني لرو 8,5kg بوره يا ګوره لاس ته راځي P1(80;8,5)

0kg ګني 0kg خوږه لاس ته راځي P2(0;0) پيلکرښه a0=0لاس ته راځي

جګوالی:

$$a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$$

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

ب-

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 | : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

له 100 kg ګنيو څخه 10,625 kg خوږه ګټل کيږي. له ګنيو څخه کيدی شي نږدې خوږه وګټل شي. د 25 kg حوږې لپاره نږدې 235,3 kg ګنيو ته اړتيا شته.

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

پروت: ګني په کيلوګرام. ږلاړ: ګوړه په کيلوګرام

اوم:

الف- y-محوړ : °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(32\,|\,0) \qquad P_2(212\,|\,100)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

$$P_1(32\,|\,0) : f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د °F اړول يا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

x په °F او y په °C

ب- y-محور: °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(0\,|\,32) \qquad P_2(100\,|\,212)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0\,|\,32) : f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د °F اړول يا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x)=\frac{9}{5}x+32$

x په °C او f(x) په°F

$$95\,^0F=?^0\,C\quad f(x)=\frac{5}{9}(x-32)\Rightarrow f(95)=\frac{5}{9}(95-32)=\frac{5}{9}\cdot 63=\underline{\underline{35\,^0C}}$$

د اخورمينځي تودوخي $35\ ^0C$ ده.

ت –

$$40\,^0C=?^0\,F\quad f(x)=\frac{9}{5}x+32\Rightarrow f(40)=\frac{9}{5}\cdot 40+32=\underline{\underline{104\,^0F}}$$

د $104\ ^0F$ تودوخې سره بايد د تبې ټيټيدونکي لارې چارې ونيول شي يا اقدام وشي.

پوښتني

کرښيز مساوات XVI

لومړی: يوه د ميوې وېستني فابريکه په خپل موټر د ښناک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د مياشتې فيکس يا ځای په ځای لګښت € 840 شميري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره يو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – يو د موادو رسولو شرکت د ښناک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړانديز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت يو ترم وليکی. د کوم د رسولوګنون يا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د ميوې فاربريکې ته يو وړانديز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به 680 € وي.

دويم –

په يوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښيز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د يوه 1000 € معاش سره لګښت 900 € دی. د 1800 € معاش سره به 1460 €. وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم وليکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشميرئ که معاش 800 € همداسې 2500 €، همداسې 4000 € وی.

پ-

د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف يا لګښت لپاره کارول کيږي معاش: لګښت = د لګښت کووتې ((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکئ. کومې ټوليزې اړيکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زياتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زياتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشريح کوي. تابعK اوS ګرافيکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دريم –

يو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پړسېدني ضريب يې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دی. يو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکې اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکې د تابع ترم ورکړئ

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپنې وړونکې اوږدوالی و شمیرئ.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې د25 K تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

حلونه

کربنیز مساوات XVI

مفصل حلونه

لومړی:

الف- $K_1(x) = 0{,}8x + 840$

2500 کارتونونه: $K_1(x) = 0{,}8 \cdot 2500 + 840 = 2840$

د 2500 کاتونونو وړنه $\underline{\underline{2840\ €}}$ قيمت لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $K_1(x) = 0,8x + 840$ فابريکه $K_2(x) = 1,15x$ لوګيستيکي فيرما

د نرخ توپير: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - 1,15x = -0,35x + 840$

د فابريکې لپاره ګټه که U(x) > 0

=>-0,35x+840>0 ⇔ -0,35x>-840⇔x<240

تر 2400 پورې کارتونونه لوګيتيکي فيرما مساعد قيمت لري.

پ – نوی لګښت تابع د لوګيتيکي فيرما لپاره: $K_2(x) = a_1x$

د لګښت توپير: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - a_1x = (0,8 - a_1)x + 840$

په 4000 کارتونونو کې ګټه 680€ ده.

له دې لاس ته راځي، چې

$$\Rightarrow U(4000) = (0,8 - a_1) \cdot 4000 + 840 = 680 \Leftrightarrow 0,8 - a_1 = \frac{680 - 840}{4000} \Leftrightarrow a_1 = 0,84$$

$$\Rightarrow K_2(x) = 0,84x$$

دا په دې معنا دی چې 0,84€ په يوه کارتون.

دويم:

الف- خپلواکه اووښتونې(متحوله) معاش=x

بلواک متحوله y=K(x)= د خوراک لګښت(کرښيزه اړيکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ورکو شویو شرایطو لرو: $P_1(1000\,|\,900)\,;\,P_2(1800\,|\,1460)$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1460-900}{1800-1000}=\frac{560}{800}=0{,}7\Rightarrow K(x)=0{,}7x+a_0$$

$$P_1(1000\,|\,900):\quad K(1000)=0{,}7\cdot 1000+a_0=900\Rightarrow a_0=200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x)=0{,}7x+200}}$$

ب-

$$K(800)=0{,}7\cdot 800+200=760\Rightarrow \underline{\underline{P_1(800\,|\,760)}}$$

$$K(2500)=0{,}7\cdot 2500+200=1950\Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500\,|\,1950)}}$$

$$K(4000)=0{,}7\cdot 4000+200=3000\Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000\,|\,3000)}}$$

پ-

د لګښت کچه $= \frac{\text{لګښت}}{\text{معاش}} = K(x)/x$	
معاش 800€ له دې لاس ته راځي	$=\frac{760}{800}=0{,}95\triangleq\underline{\underline{95\%}}$
معاش 2500€ له دې لاس ته راځي	$=\frac{1950}{2500}=0{,}78\triangleq\underline{\underline{78\%}}$
معاش 400€ لاس ته راځي	$=\frac{3000}{4000}=0{,}75\triangleq\underline{\underline{75\%}}$
تولیزې اړیکې:	
د لګښت کچه=	$=\frac{K(x)}{x}=\frac{0{,}7x+200}{x}=0{,}7+\frac{200}{x}$

پام: هرڅومره چې معاش جګ وي، همغومره لګښت ارزښت 0,7 ته نږدې کیږي، داپه دې معنا، چې لږترلږه 70% دا په واک کې معاش د مصرف یا خوراک لپاره لګیږي. دا پاتې کیدی شي سپما شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

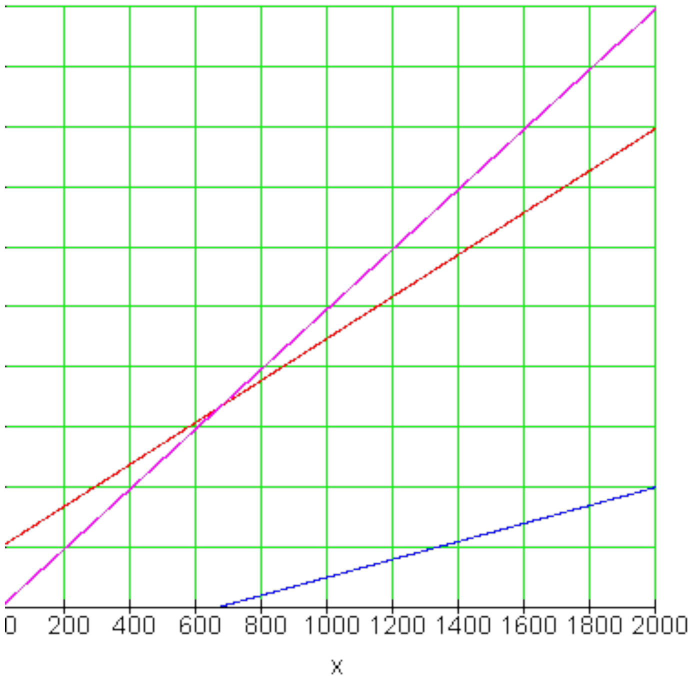
ت- اېښونه: زوړ معاش نوی معاش د معاش زياتوالی	$x \Rightarrow \quad K(x) = 0{,}7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x+dx) = 0{,}7(x+dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x+dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0{,}7(x+dx) + 200 - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}7dx}}$$

ترې لاس ته راتلنه: په تعقيب يا ترې لاس ته راتلنه: 70% د معاش زيلتوالی د خوراک يا لګښت لپاره لګيږي. دا د K(x) جګوالی په ګوته کوي.

ټ- هرڅه چې نه لږيږي هغه سپما کيږي:

$$S(x) = x - K(x) = x - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}3x - 200}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د لګښت تابع: S(x)=د سپما تابع ، E(x)=معاش.

د S(x) صفرځای:

$$S(x)=0 \Leftrightarrow 0,3x-200=0 \Leftrightarrow x=666,\overline{6}$$

د صفرځای غوره والي: لومړی له يوه معاش وروسته کيدی شي زخيره يا سپما شي. په دې مودل کې د شتون مينيموم جوړوي. د شتون مينيمومو کښته پوروړی کيږي، ځکه چې انسان له يوه څه څخه بايد ژوند وکړي.

دريم:

الف-

$$l(\Delta t)=l_0+\alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t = 85\,m+\frac{12\cdot 10^{6}}{K}\cdot 85\,m\cdot \Delta t = \underline{\underline{85\,m+0,00102\cdot \Delta t\cdot \frac{m}{K}}}$$

$$\Delta t = 30\,K: \quad \Rightarrow l(30)=85\,m+0,00102\cdot 30\cdot m=\underline{\underline{85,0306\,m}}$$

$$\Delta t = 60\,K: \quad \Rightarrow l(60)=85\,m+0,00102\cdot 60\cdot m=\underline{\underline{85,0612\,m}}$$

$$\Delta t = 40\,K: \quad \Rightarrow l(40)=85\,m+0,00102\cdot 40\cdot m=\underline{\underline{85,0408\,m}}$$

ب -

$$\Delta t = 30\,K: \quad \Rightarrow l(30)=85\,m+0,00102\cdot 30\cdot m=\underline{\underline{85,0306\,m}}$$

$$\Delta t = 60\,K: \quad \Rightarrow l(60)=85\,m+0,00102\cdot 60\cdot m=\underline{\underline{85,0612\,m}}$$

$$\Delta t = 40\,K: \quad \Rightarrow l(40)=85\,m+0,00102\cdot 40\cdot m=\underline{\underline{85,0408\,m}}$$

پ- د اوږدوالي تغير: $\Delta l = 25\,mm = 0,025\,m$ د تودوخې تغير: $\Delta t = 25\,K$

$$l(\Delta t)=l_0+0,025\,m$$

$$l(\Delta t)=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot \Delta t \quad \Rightarrow l_0+0,025\,m=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot \Delta t \Leftrightarrow l_0=\frac{0,025\,m}{\alpha\cdot \Delta t}$$

$$l_0=\frac{0,025\,m}{\alpha\cdot \Delta t}=\frac{0,025\,m}{12\cdot 10^{-6}\cdot 25}=\frac{25\cdot 10^{-3}\,m}{12\cdot 10^{-6}\cdot 25}=\frac{10^{-3}\,m}{12\cdot 10^{-6}}=\frac{1}{12}\cdot 10^{3}=\underline{\underline{83,\overline{3}\,m}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

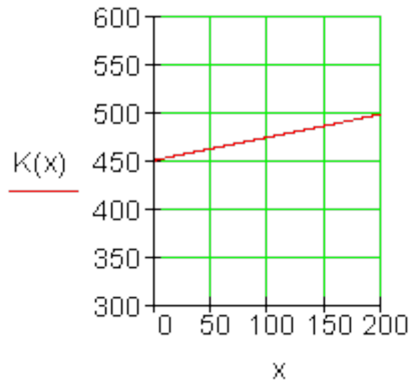
یو باروړونکي اوسپنه چې 83,33 m اوږده ده د یوې K 25 تودوخې سره 25 mm اوږدیږي یا غزیږي.

پوښتنې

کربنیز توابع برخه XVII

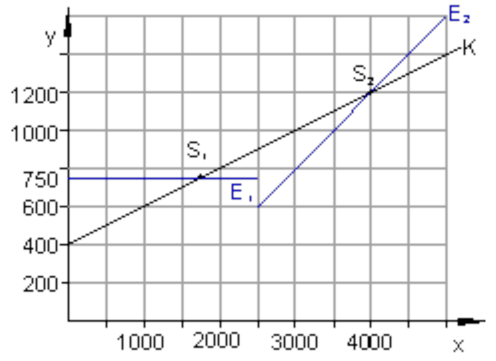
لومړی: څیره د یوه کربنیز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ. ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.	

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کربنیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

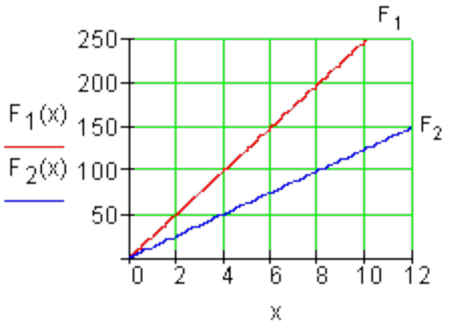
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو يا غونډوسکو(کرو) توليدد څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره يو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې يو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو يا توپونو پورته ګټه يا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښيز جګيږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$ وټاکئ او غوڅټکي S_1 او S_2. د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دريم: د دې لپاره چې يوه فنر(ښکه) د فنرتلې په څير وکارولی شو، په فنر باندې اغيزمنه وزنزور F_G (په نيوټون N) او د فنر تغيرx (په cm) تر منځ اړيکو څخه کره يا ټاکل کيږي.



الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

ځوابونه

کربنیز توابع برخه XVII

مفصل حلونه

لومړی:

د فابریکي د لګښتشمیرني کلیمو تعریفونه:

ځای په ځاي لګښت	ټول لګښت
دا هغه لګښت دی، چې تولید ونه شي	د فابریکي ټول هغه لګښت دی، چې
هلته هم رامنځ ته کیږي(ګټه (ورکونه)،	د یوه شي په تولید کې رامنځ ته کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرایه،بیمه، معاشونه او نور) K(x) .

$$K_f(x) = K(0)$$

د یوې داني متحول ارزښتونه د متحولي ټول ارزښتونه

د متحولي لګښت دی په هره دانه ټول لګښت بې له ځا په ځای لګښت څخه

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

د ګټې تابع کربنیزه خرڅلاو تابع

د خرڅلاو- ټول لګښت د قیمت ضرب منځ ته راوړې دېرئ یا سټ x

$$G(x) = E(x) - K(x) \qquad E(x) = p \cdot x$$

الف- دلته د لګښت تابع یو کربنیز مساوات دی:K(x)=a1x+a0

ځا په ځاي لګښتونه K(0)=a0=450€ دي (له ګراف څخه لوستل شوی)

متحول لګښتونه دي: $k_v(x) = \frac{K(x) - K(0)}{x} = \frac{a_1x + a_0 - a_0}{x} = a_1$

دا ټیک د K(x) د کربښي جګوالی دی

ټکي $P_1(0|450)$ او $P_1(200|500)$ لوستل کیږي

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow a_1 = \frac{500 - 450}{200 - 0} = 0,25 \Rightarrow$ له دې لاس ته راځي د متحولي

یا اووښتوني د داني قیمت $k_v = 0,25$ €

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت تابع: $\underline{\underline{K(x) = 0,25x + 450}}$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چيرته زيان رامنځ ته نه شي، بايد ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د يوې دانې قيمت بايد لږ ترلږه 2,821€ وي، چې له دې سره کوم زيان رامنځ ته نه شي.

دويم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

ځاي په ځاي ارزښت:K(0) = a0 =400€

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول ارزښتونه: $\underline{\underline{k_v = a_1 = 0,2\ €}}$

ب – گټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چيرته زيان رامنځ ته نه شي، بايد گټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د يوې دانې قيمت بايد لږ ترلږه 2,821€وي، چې له دې سره کوم زيان رامنځ ته نه شي.

دويم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لگښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځاي په ځاي ارزښت:K(0) = a0 =400€

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = 0{,}2\ €$

ب- د $x < 2500$ لپاره خرڅلاو تابع: $E(x) = 750$

د $x > 2500$: لپاره خرڅلاو تابع:

$$P_1(2500 \mid 600);\ P_2(4000 \mid 1200) \quad E_2(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = \frac{1200 - 600}{4000 - 2500} = 0{,}4 \Rightarrow E_2(x) = 0{,}4x + a_0$$
$$P_2(4000 \mid 1200):\quad E_2(4000) = 0{,}4 \cdot 4000 + a_0 = 1200 \Rightarrow a_0 = -400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{E_2(x) = 0{,}4x - 400}}$$

غوڅټکی S1 :

$$K(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0{,}2x + 400 = 750 \Rightarrow x = 1750$$
$$K(1750) = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1750 \mid 750)}}$$

غوڅټکی S2 :

$$E_2(x) = K(x) \Leftrightarrow 0{,}4x - 400 = 0{,}2x + 400 \Rightarrow x = 4000$$
$$K(4000) = 0{,}2 \cdot 4000 + 400 = 1200 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(4000 \mid 1200)}}$$

روښانه ونه: د 1750<x<4500لپاره يو زيان منځ ته راځي، ځکه چې(x)K < E(x)
د E1(x)غوڅټکی د E2(x) سره S3 دی

$$E_2(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0{,}4x - 400 = 750 \Leftrightarrow x = 2875$$
$$E_2(2875) = 0{,}4 \cdot 2875 - 400 = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_3(2875 \mid 750)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مشتري لپاره ورشو2875 > x > 2500 ډېره راکښړنکې يا د پام وړ ده.

دی د بيلګې په توګه 2800 توپونه د مساعده قيمت په حيث لاس ته راوړي نسبت 2500 توپونو ته

دريم:

الف- د فنر F2 د فنر ثابته: $D_2 = \frac{F}{x} = \frac{50\,N}{4\,cm} = 12{,}5\,\frac{N}{cm}$

د فنرثابته د کرښې د جګيدنې لپاره يوه کچونه ده.

ب –

$$D_1 = \frac{100\,N}{4\,cm} = 25\,\frac{N}{cm} \Rightarrow \underline{\underline{F_1(x) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot x}} \text{ und } \underline{\underline{F_2(x) = 12{,}5\,\frac{N}{cm}\cdot x}}$$

پ- نظري يا تيورتيکي : $F_1(100) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot 100\,cm = 2500\,N$

په رښتيا چې فنر د يومتر په ګګونه غزيږي.

ت- د فنرونو مختلفې ثابتې د دواړو فنرونو کلکوالی ښايي.

څلورم:

الف- 50 ساعتونه = 3000 دقيقو، لګښت € 27,50

له دې لاس ته راځي په دقيقه لګښت:

$$\frac{27{,}50\,€}{3000} = \frac{11}{1200}\,€ \quad \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x) = \frac{11}{1200}x \approx 0{,}0092\cdot x}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- € 8 بنسټ تادیه ونه، د 3000 دقیقو لپاره نورې .€ 19,5 پاتې کیږي.

لاس ته راځي چې:

لګښت په دقیقه: $\frac{19{,}50\ €}{3000} = \frac{13}{2000}\ €$

$$\Rightarrow K_2(x) = \frac{13}{2000}x + 8 = \underline{\underline{0{,}0065 \cdot x + 8}}$$

پ – دویم تاریفت یا نرخ د ۵۰ ساعته زیات استعمال څخه خورا مساعد دی، ځکه چې هره پسې دقیقه فقط 0,65سنت لګښت لري.

پوښتنې

کرښیز مساوات برخه XVIII

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښې لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروټ-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا غوړي ترکومه وخت رسيږي، که پسې فرمايش ورنه کړای شي؟

دويم: د ،،ربنسن،، اسونو تبيله کې په ټاکلي وخت کې بايد (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تياری ونيول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټوليږي. ډېران يو د $17\ m^3$ ډکی يا حجم لري. ماکسيمال يا خورا زيات $50\ m^3$ سره زخيره کيدی شي.

الف- يو تابع مساوات وليکئ چې دا حالت تشريح کوي او اړونده ګراف يې په يوه مناسب پروت-ولاړسيستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته بايد سره يووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دريم: ارين د ،،ارزان سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي يا بنسټ نرخ € 5 د مياشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بيا 0,5 Ct په دقيقه.

نرخB :اساسی يا بنسټ نرخ € 10 د مياشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بيا

0,4 Ct. / min. يا په دقيقه.

نرخ C : Flatrate يا يه يوځل نرخ € 25 د مياشتې .

په منځنۍ کچه ارمين د ورځې دونيم ساعته سرف کوي يا نړيوال جال ګوري.

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- (Interpretation)ټول څه تشريح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کيږي.

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟
ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی. دواړه غوښتنه لري، چې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي: لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقي تلفون وکړي او 13,70 € که هغه شپېته دقيقي تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقي تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د مياشتې اتيا دقيقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لګښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

نرخ	د مياشتنی لګښت په يورو	يو کيلوواټ قيمت په يورو
Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

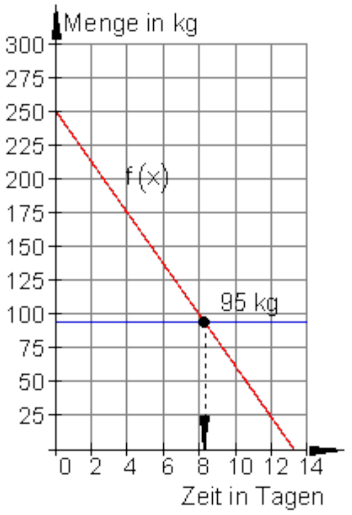
ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلړواټ په ساعت کې) د منځنۍ کورنۍ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوڅېکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوي. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښي تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

مفصل حلونه

کرښیز مساوات برخه XVIII

ستې یا دېرئیا مقدار په کیلوګرام ا  وخت په ورځو	الف- خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ځاپه ځای شوي. بلواک متحوله f(x) د په کیلوګرام د پاتې غوړیو لپاره اینوول شوی پیل ارزښت 250 kg دی. تغیرکچه منفي یا کمیزه ده او 19 kg/Tag ده. $f(x) = a_1x + a_0$ mit $a_1 = -19$ und $a_0 = 250$ wird $f(x) = -19x + 250$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دا چې له 95 kg وروسته د نورو فرمايش ورکول کيږي، دا ايښوونه باور لري:

$$
\begin{aligned}
f(x) = 95 &\Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1) \\
&\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250 \\
&\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8,156
\end{aligned}
$$

فرمايش بايد له اته ورځو وروسته صورت ونيسي.

پ – د ګراف غوځيټکی y –محور سره بايد وټاکل شي:

$$
\begin{aligned}
f(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1) \\
&\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250 \\
&\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13,158
\end{aligned}
$$

غوړي نور هم د 13 ورځ، لپاره بسيا کوي.

دويم:

الف- الف- خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ځای په ځای شوي.

بلواک متحوله f(x) د په m^3 د پاتې سرې لپاره ايښوول شوی

پيل ارزښت 11 m^3 دی.

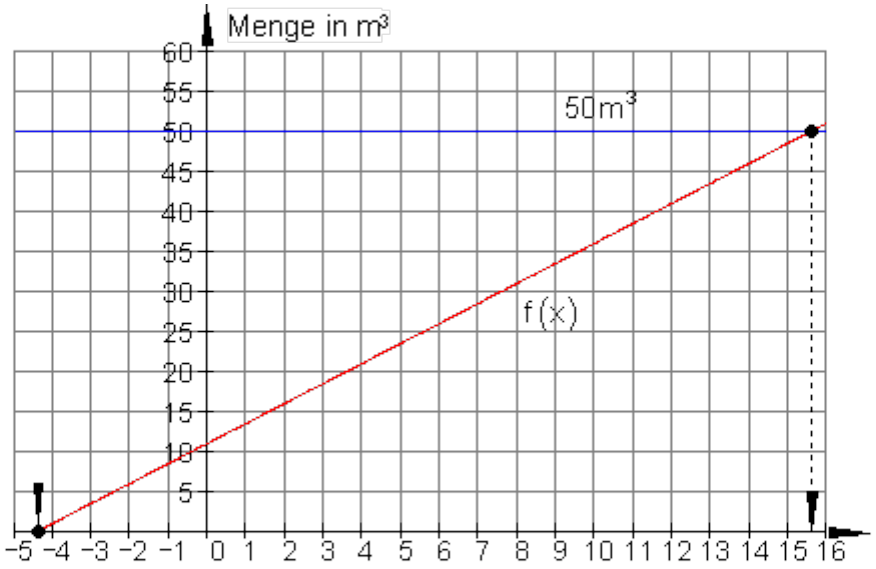
تغيرکچه مثبت يا زياتيزه ده او $2,5\ m^3/Tag$ ده.

دا چې کرښيزه اړيکې شتون لري:

$f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = 2,5$ او د $a_0 = 11$ سره کيږي $\underline{\underline{f(x) = 2,5x + 11}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېرې یا مقدار په m³



وخت په ورځو

ب – وخت ټاکل کیږي له کوم وروسته چې سره $50\ m^3$ ته جګیږي.

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow 2{,}5x + 11 = 50 \mid -11$$
$$\Leftrightarrow 2{,}5x = 39 \mid : 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{5} = 15{,}6$$

د نږدې پنځلس ورځو وروسته باید دا ناولتوب یووړل شي.

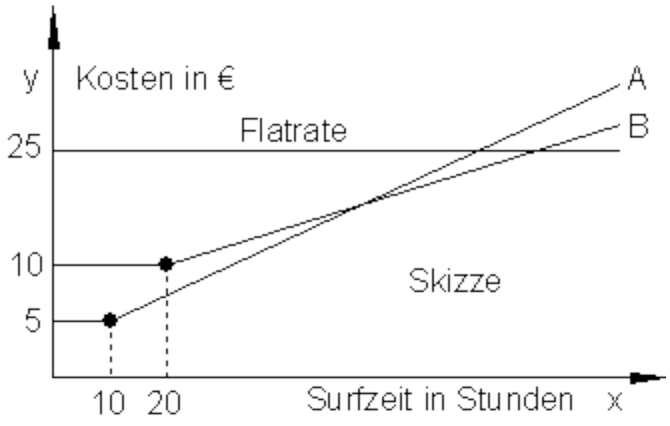
پ- د x محور سره د ګراف د غوځتکي د x –ارزښت په کمیزه ورشو کې ورکو چې کله اخرنۍ ناپاکي وړل شوې ده.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2{,}5x + 11 = 0 \mid -11$$
$$\Leftrightarrow 2{,}5x = -11 \mid : 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{5} = -4{,}4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نږدې له ۴ ورځو زيات دا ا خرنۍ ناپاکي وړل شوې ده

دريم: الف- د الماني متن معنا، له پورتهکښته لور ته: قيمت په يورو، فلاترات، رسمونه، وخت په ساعتونو.



y محور قيمت په يورو   xمحور وخت په ساعتونو

نرخ A : که $0{,}5\ Ct/min$ وي، نو لرو:

دقيقې

(جګيدنه) $60\ min \cdot 0{,}5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0{,}3\ €/h$

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

10 ازاده ساعتونه په دې معنادي، چې په لومړنيو لس ساعتونو کې فقط بنسټ لګښت د 5€ دی.

له دې لاس ته راځي (10|5)Pله دې ټکي د $K_A(x)$ ګراف ځغلي.

$$P(10\,|\,5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5\,|\,-3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نرخ $K_A(x)$ لپاره د تابع مساوات: $K_A(x)=0,3x+2$

نرخ B : y محور قثمت په یورو xمحور وخت په ساعتونو

0,5Ct/min (10Ct په دقیقه دقیقي دي:

$60\,\text{min}\cdot 0,4\,\text{Ct/min}=24\,\text{Ct/h}=0,24\,€/h$ (جګیدنه)

$\Rightarrow K_B(x)=0,24x+a_0$

شل ازاد ساعتونه په دي معنا دي، چې په اولنیو شل ساعتونو کې د 10€ بنسټ کرایه لویږي.له د ي لاس ته راځي P(20|10)

له دې ټکي د $K_B(x)$ ګراف تیریږي.

$$P(20|10)\Rightarrow K_B(20)=10\Leftrightarrow 0,24\cdot 20+a_0=10$$
$$\Leftrightarrow 4,8+a_0=10\,|-4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0=5,2$$

د B نرخ لپاره تابع مساوات: B: $K_B(x)=0,24x+5,2$

نرخ C : فلیت ریټ یا ټولنرخ 25€ دسرف وخت څخه خپلواک دی.

د تابع مساوات د نرخ C لپاره: F(x) =25 (د x -محور سره غبرګ)

په کواوردیناتسیستم کې له پورته کښته او ښتو: قیمت په یورو، نرخ A فلیټ, ، نرخ B ، دقیمت برابروالی.

ب- په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په ټکي 53 کې قیمتبرابروالی واک لري. تر نږدې سلو یورې نرخ مساعد ی. د نږدې 53 او 82 ترمنځ نرخ مساعد دی. له 82 ساعته وروسته فلیټ ریټ یا ټولنرخ ګټور تماميږي.

ت – ارمین په میاشت کې نږې 75 ساعته سرف کوي. د ده لپاره د دې سرف وخت لپاره نرخ مساعد وی. یو عساب به دا تایید:

(c) ketabton.com: The Digital Library

میاشتنی د سرفدوام:	2,5h.30=75 ساعته
د نرخ A قیمت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
د نرخ B قیمت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
د نرخ C قیمت	$F(75) = 25$

ټ – د نرخ A اوB نرخ د قيمتبرابروالی د دواړو کرښو د غوڅټکو څخه پيدا کيږي.

لاندې په پښتو:(۵۳ساعتونه او ۲۰ دقيقې)

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3} \text{ (53 Stunden und 20 Minuten)}$$

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د قيمت برابروالی د ۵۳ ساعته او ۲۰ دقيقو وروسته په واک کې دی. د دې وخت لپاره قيمت د دواړو نرخونو لپاره€ 18 دی.

ث- له ګراف څخه لوسل کيږي، چې د K_B (x) غوڅټکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، له کوم چې فليټ ريټ نسبت نرخ B ته مساعد دی.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ساعته د میاشتي د صرف له وخت څخه دې سرې فلیټ ریټ ته بدل کړي.

څلورم: الف- yمحور د یورو xمحور په دقیقو

علي 40 دقیقې 10,80 یورو لوګر: 30 دقیقې 10,10 یورو

60 min 13,70 €

$K_1(x) = a_1x + a_0$

$P_1(30|10,1) \quad P_2(60|13,7)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13,7 - 10,1}{60 - 30} = \frac{3,6}{30} = 0,12$

$K_1(x) = 0,12x + a_0$ mit $P_1(30|10,1)$

$K_1(30) = 10,1 \Leftrightarrow 0,12 \cdot 30 + a_0 = 10,1$

$\Leftrightarrow 3,6 + a_0 = 10,1 | -3,6$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,5$

$K_1(x) = 0,12x + 6,5$

80 min 15,20 €

$K_2(x) = a_1x + a_0$

$P_1(40|10,8) \quad P_2(80|15,2)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15,2 - 10,8}{80 - 40} = \frac{4,4}{40} = 0,11$

$K_2(x) = 0,11x + a_0$ mit $P_1(40|10,8)$

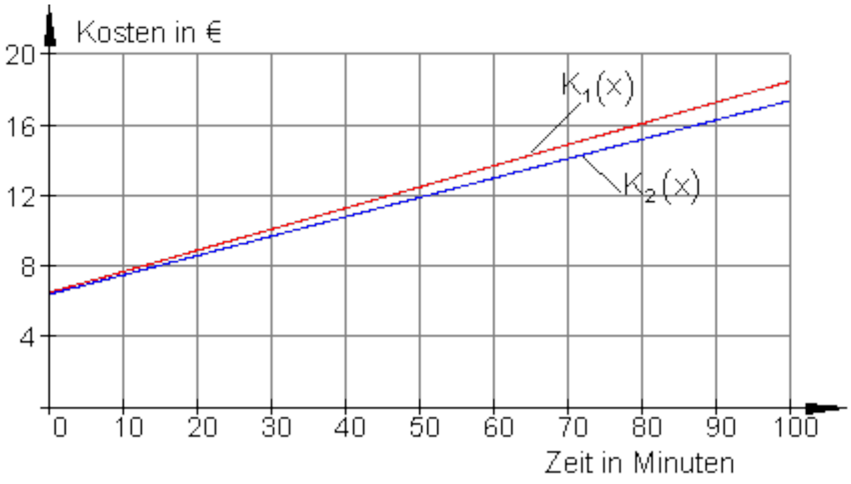
$K_2(40) = 10,8 \Leftrightarrow 0,11 \cdot 40 + a_0 = 10,8$

$\Leftrightarrow 4,4 + a_0 = 10,8 | -4,4$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,4$

$K_2(x) = 0,11x + 6,4$

ب- ولاړ: قیمت په یورو. پروت: وخت په دقیقو



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- علي ارزان قرارداد لري، ځکه چي د قيمت کرښه يا منحني $K_2(x)$ د لوګر د کرښ ښخه لاندې لور ته پرته ده.

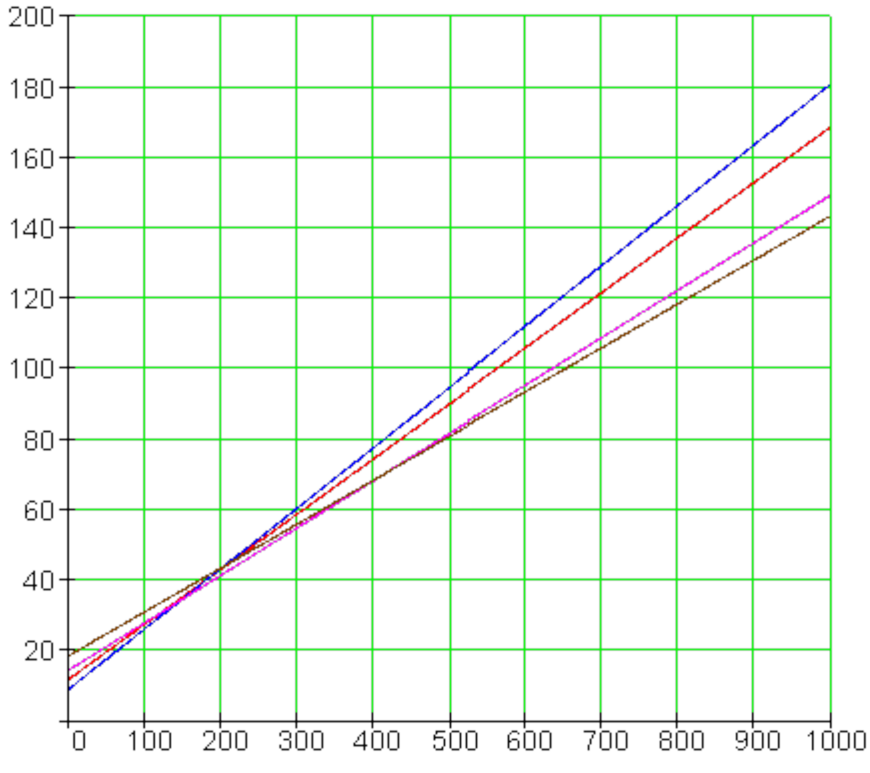
دواړه کرښي هم د x په مثبت يا زياتيزه ساحه کي نه سره غوځوي ، ځکه چي د $K_2(x)$ جګوالى د $K_1(x)$ له جګوالي کم دى او د خبرو زياتوالي سره د قيمت توپير لوييږي.

د کرښو غوځتکى د x په کميزه يا منفي ساحه کي پروت دى او نسبت پوښتني کولو ته کومه معنا يا مفهوم نه لري.

پنځم: الف- تاريف د نرخ په معنا دى.

Tarif I: $K_1(x) = 0{,}157x + 11{,}80$ | Tarif II: $K_2(x) = 0{,}172x + 9{,}00$

Tarif III: $K_3(x) = 0{,}135x + 14{,}40$ | Tarif IV: $K_4(x) = 0{,}125x + 18{,}50$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$\text{Tarif I:} \quad K_1(800) = 0,157 \cdot 800 + 11,80 = \underline{\underline{137,40}}$$

$$\text{Tarif II:} \quad K_2(800) = 0,172 \cdot 800 + 9,00 = \underline{\underline{146,60}}$$

$$\text{Tarif III:} \quad K_3(800) = 0,135 \cdot 800 + 14,40 = \underline{\underline{122,40}}$$

$$\text{Tarif IV:} \quad K_4(800) = 0,125 \cdot 800 + 18,50 = \underline{\underline{118,50}}$$

د مياشتي د 800 kWh لګښت سره نرخ IV خورا مساعد دی.

پ- هرچيرته چي دوه ګرافونه غوڅوي هلته د ټاکلي لګښت د نرخبرابروالی منځ ت ه راځي

شپږم:

د ۴ يوونونو يا واحدونو په شاو خوا راکښنه $f(x) = 0,4x - 2$

$$g(x) = 0,4\,(x-4) - 2 = \underline{\underline{0,4x - 3,6}}$$

برابره نتيجه د 1,6په شاوخوا کښته لور ته راکښنې له لارې لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.5-ټولګه:

کرښيزي توابع

د کرښي عمومي مساوات.

$f(x) = a_1x + a_0$ | د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه ده.

محورغوڅتکي: $y_s = f(0) \Rightarrow P_y(0 \mid y_s)$

$f(x) = 0 \Rightarrow P_x(x_s \mid 0)$ د xs سره د صفرځای په حيث

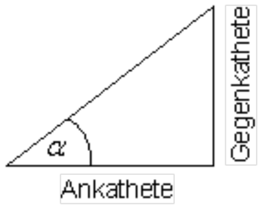
<u>وګورئ</u>

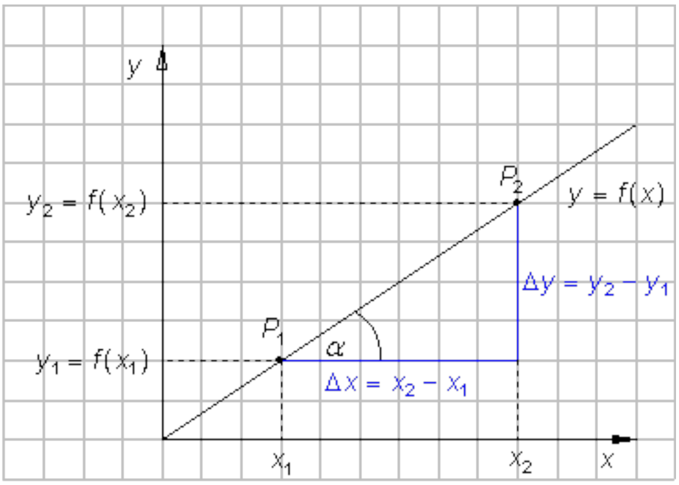
د جګوالي درېګودی يا مثلث

په پروت اړخ: مخامخ اړخ= جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$Steigung = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$





په کيڼ مثلث کې:په پروت اړخ|مخامخ اړخ=جګوالی

هم وګورئ:

د يوې کرښې جګوالی چې له ټکو $P_1 (x_1 | y_1)$ او $P_2 (x_2 | y_2)$ تيريږي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

تابع د روکړشوو شرايطو سره .

لومړی حالت: يوه کرښه د a_1 جګوالي سره له ټکي $P_1(x_1 | y_1)$ تيريږي

تولیز حل	بیلګه:
$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1$	جګوالی $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2 \mid 3)$
$\Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1$	وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$
$\Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$	جګوالی کيږدئ: $f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$
$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1$	د a_0 ارزښت د شميرلو دی
$= a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$=a_1(x-x_1)+y_1$ د تکي-جګوالي بڼه $f(x)=a_1(x-x_1)+y_1$	تکی ازمایښت د $P_1(-2\|3)$ لپاره. $f(-2)=3 \Leftrightarrow 1{,}5\cdot(-2)+a_0 = 3$ $\Leftrightarrow -3+a_0 = 3\|+3$ $\Leftrightarrow a_0 = 6$ $\Rightarrow f(x)=1{,}5\cdot x+6$

د هم وګورئ.

دویم حالت: دوه تکي $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

بیلګه:

$P_1(-3\mid -1)$ $P_2(4\mid 6)$ وتونمساوات: $P_1(-3\mid -1)$ $P_2(4\mid 6)$

دجګوالي تاکنه: $f(x)=a_1x+a_0$

جګوالی کیږدئ $f(x)=1\cdot x+a_0$ او د تکي ازمایښت د $P_2(4\mid 6)$ او یا د P_1 لپاره

$P_2(4\mid 6)\Rightarrow f(4)=6 \Leftrightarrow 1\cdot 4+a_0=6\mid -4 \Leftrightarrow a_0=2 \Rightarrow f(x)=x+2$

یا د کرښیزمساوات تولیزه بڼه د دوه تکو له لاري و کاروئ

$$f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$$

دا هم وګورئ

د کرښیزمساوات ځانګړی حالت.

په واټن a_0 د x محور ته غبرګ: د y محور ته غبرګ په واټن a .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = a_0$	$x = a$

دا هم وګورئ.

د دوه کرښو پروتځای نسبت یو بل ته.

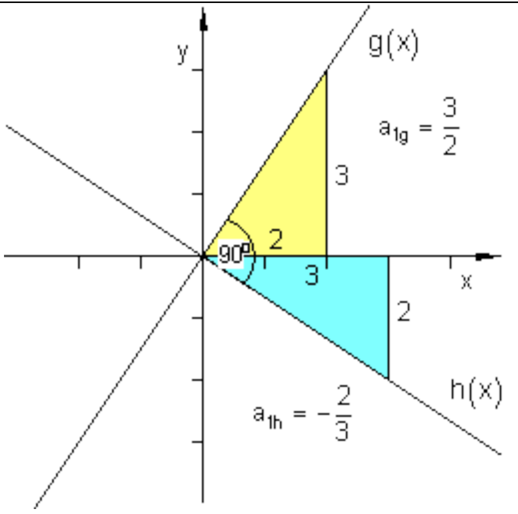
دوه کرښې f او g کیدی شي یو بل سره غوڅې کړي، یو بل سره غبرګې یا کټمټ وي.

د حل اینونه د توابعمساواتو د برابراینوونې $f(x) = g(x)$له لارې.

که $f(x) = g(x)$ ټیک یو حل ولري، نو د f اوg ګرافونه سره په یوه ټکي کې غوڅوي. کرښې مختلف جګوالي لري.

که $f(x) = g(x)$ کوم حل ونه لري، نو دواړه کرښې ګډ ټکی نه لري. دوی یو له بل سره غبرګې ځغلي

که $f(x) = g(x)$ ناپای ډیر حلونه ولري، نو دواړه کرښې سره کټمټ دي.
اوتوګونالي کرښې (دوه کرښې یو په بل عمود(ولاړې) ولاړې دي).

د دوه یو په بل ولاړو عمود(ولاړو) کرښو g او h لپاره باور لري: $a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$ همدلسې $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$ یا $a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

ت - $K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ ث ـ $K_f : y = \sqrt{3}(x - 2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x) = 1{,}25x + 1{,}5 \quad x \in \mathbb{R}$. سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1{,}5); f(0{,}7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوځټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ ب - $f(x) = -4x - 3{,}5$ پ - $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت - $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ ټ - $f(x) = 2(x + 1{,}25)$ ث - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښې د $g(x) = -2x+4$ سره د ټکي$P(-3|1)$ له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات $f(x) = 1{,}5x$ سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$$g(x) = 1{,}5(x-2)\ ;\ h(x) = 1{,}5x-2\ ;\ i(x) = 1{,}5(-x)\ ;\ j(x) = 1{,}5(2x)$$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښتونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د $x = 100$ دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د $x = 200$ دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

الف- د لګښت تابع ولیکئ.
ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی
پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟
ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټې ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت € 5,20 لاس ته راوړل شي؟

ټ- د$K(x)$ (دلګښت تابع) او$E(x)$ (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

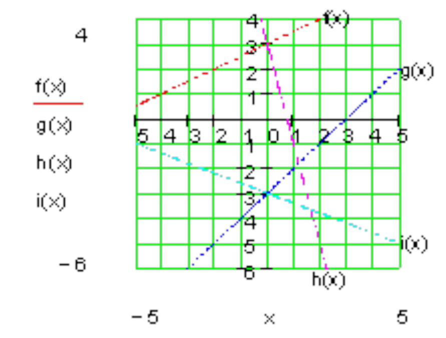
اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1:\quad f(x) = -4x+3$

$g_2:\quad 5y-2x+15 = 0$

$g_3:\quad f(x) = x-3$

$g_4:\quad f(x) = 0{,}5x+3$



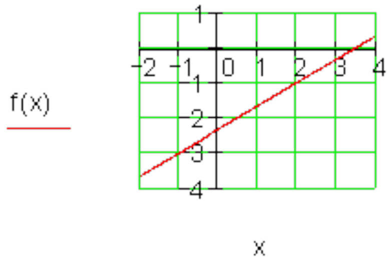
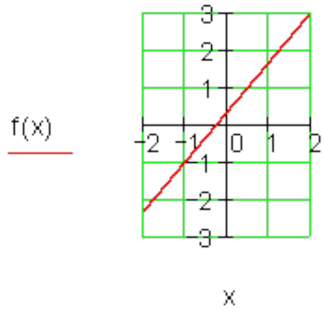
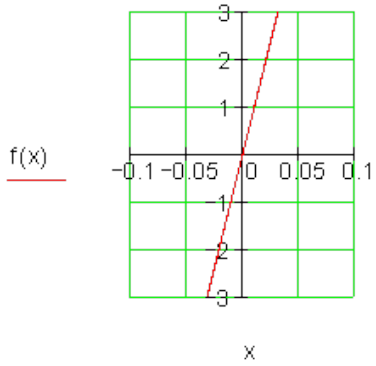
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

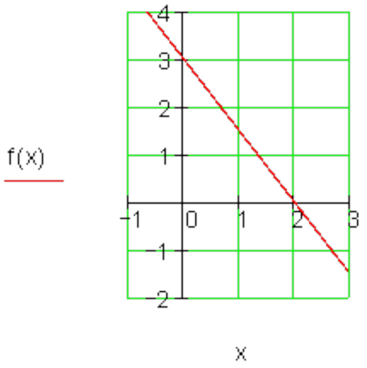
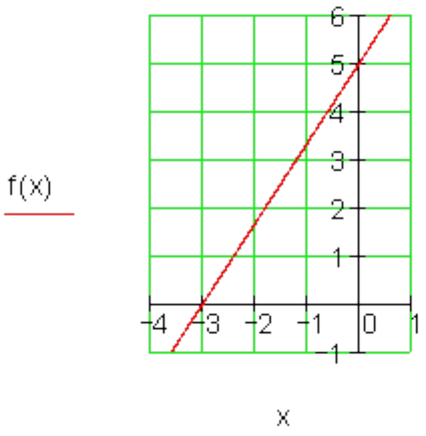
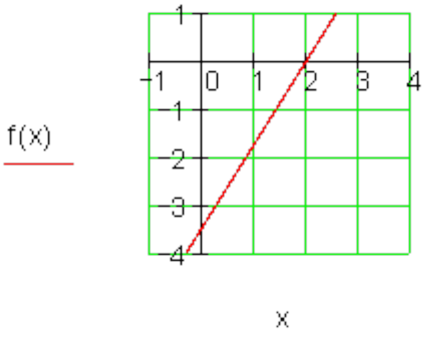
کرښيز توابع VIII

مفصل حلونه

لومړی:

$K_f : 2x - 3y = 7$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$	
$K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ $\Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$	
$K_f : y - 95x = 0$ $\Rightarrow f(x) = 95x$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$	
$K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ $\Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x + 5$ دلته	
$K_f : y = \sqrt{3}(x-2)$ $\Rightarrow f(x) = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

الف- نتيجې په درې ځايونو راټوأ شوې دي: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$ $\qquad$ $f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$

$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$ $\qquad$ $f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$ $\qquad$ $f(u) = 1,25u + 1,5$

ب-

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$
$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

پ –

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$
$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$
$$\Leftrightarrow 1,25x \quad > -1,5 \mid : 1,25$$
$$\Leftrightarrow x \quad > -1,2$$

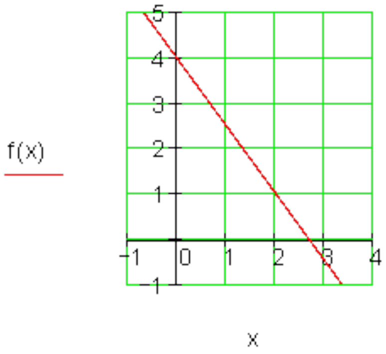
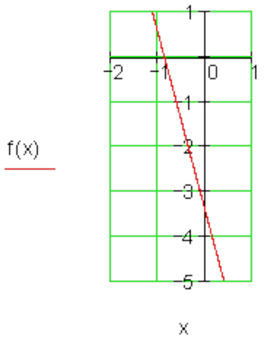
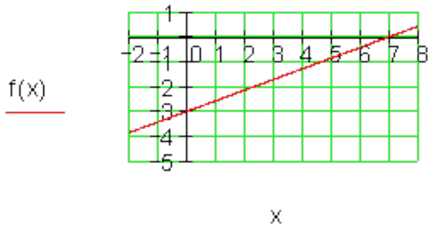
$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

ت -

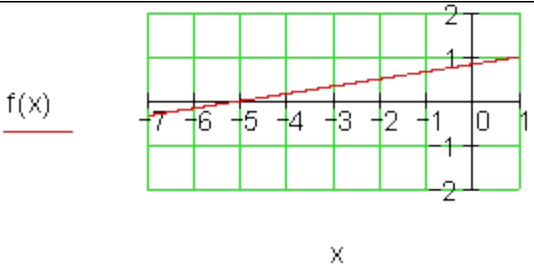
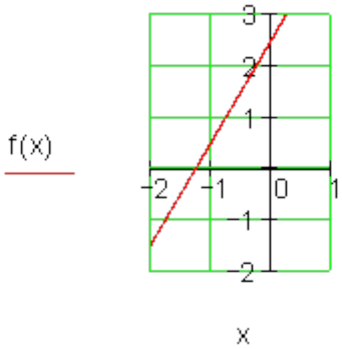
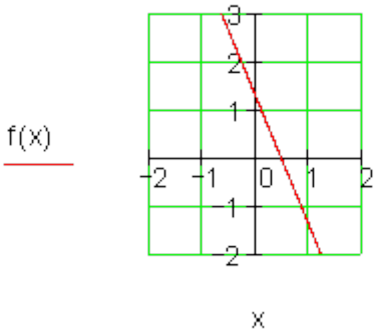
$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$
$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

له u خپلواک دی.

دريم:

$f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ $f(0) = 4$ $\Rightarrow P_y(0 \mid 4)$ $f(x_s) = -\frac{3}{2}x_s + 4 = 0$ $\Rightarrow x_s = \frac{8}{3}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{8}{3} \mid 0\right)$	
$f(x) = -4x - 3,5$ $f(0) = -3,5$ $\Rightarrow P_y(0 \mid -3,5)$ $f(x_s) = -4x - 3,5 = 0$ $\Rightarrow x_s = -\frac{7}{8}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{7}{8} \mid 0\right)$	
$f(x) = \frac{3}{7}x - 3$ $f(0) = -3$ $\Rightarrow P_y(0 \mid -3)$ $f(x_s) = \frac{3}{7}x - 3 = 0$ $\Rightarrow x_s = 7$ $\Rightarrow P_x(7 \mid 0)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ $f(0)=\frac{5}{6}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{6}\right)$ $f(x_s)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}=0$ $\Rightarrow x_s=-5$ $\Rightarrow P_x(-5\mid 0)$
	$f(x)=2(x+1{,}25)=2x+2{,}5$ $f(0)=2{,}5$ $\Rightarrow P_y(0\mid 2{,}5)$ $f(x_s)=2x+2{,}5=0$ $\Rightarrow x_s=-\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{5}{4}\mid 0\right)$
$f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$ $f(0)=\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{4}\right)$ $f(x_s)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}=0$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x_s = \frac{15}{32}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32} \mid 0\right)$	

ځلورم:

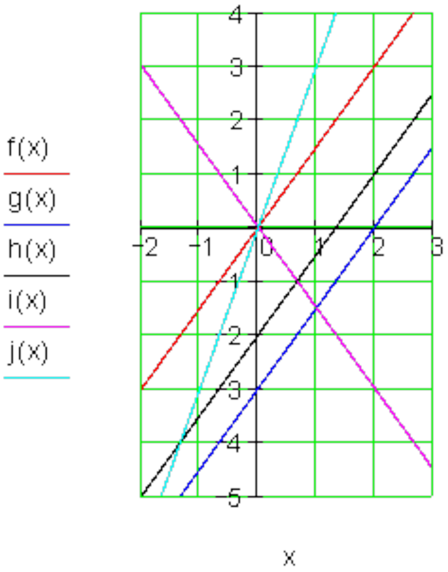
g(x) = -2x+4 غبرگه h(x)له P(-3|1) ځخه تيېري.

غبرگه همغه يا برابر جگوالی لري.

h(x) = -2x+a0

$$P(-3\mid 1):\quad h(-3) = -2\cdot(-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -5 \Rightarrow h(x) = -2x - 5$$

پنځم:

f(x) = 1,5x g(x)=1,5(x-2) په 2 بنې لورته کښونه h(x)=1,5x-2 په 2 کښته لور ته کښونهi(x)=1,5(-x)=-x په y -محور هدنارونه j(x)=1,5(2x)=3x دبل جگوالی	

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $P_1(100 \mid 385); P_2(200 \mid 410)$ ، قيمتتابع: $K(x) = a_1x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410 - 385}{200 - 100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100 \mid 385): \quad K(100) = 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

له دې څخه لاس ته قيمت تابع راځي: K(x) = 0,25x+360

ب-

د140 دانو لپاره قيمت: K(140)=0,25.140+360=395

د داني قيمت= دانه/قيمت=

$$\cdot = \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$$

د 140دانو توليد سره د داني لګښت € 2,82 دی..

پ- د داني لګښت يا قيمت= دانه/ لګښت=

$$= \frac{Kosten}{Stück} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$$

د ډېرو لويو دانوګڼون يا –تعداد سره ترم $\frac{360}{x}$ تل کوچنی کيږي.، داسې چې د دانو قيمت يا لګښت تل زيات د0,25€ ارزښت ته نږدې کيږي.

دا شميرپوهنيز يا رياضيکي داسې ليکل کيږي::

$$o: \lim_{x \to \infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- ګټه ځای په ځايوالی په دې معنا، چې خرڅلاو E(x) دومره لوي دی لکه لګښت K(x)

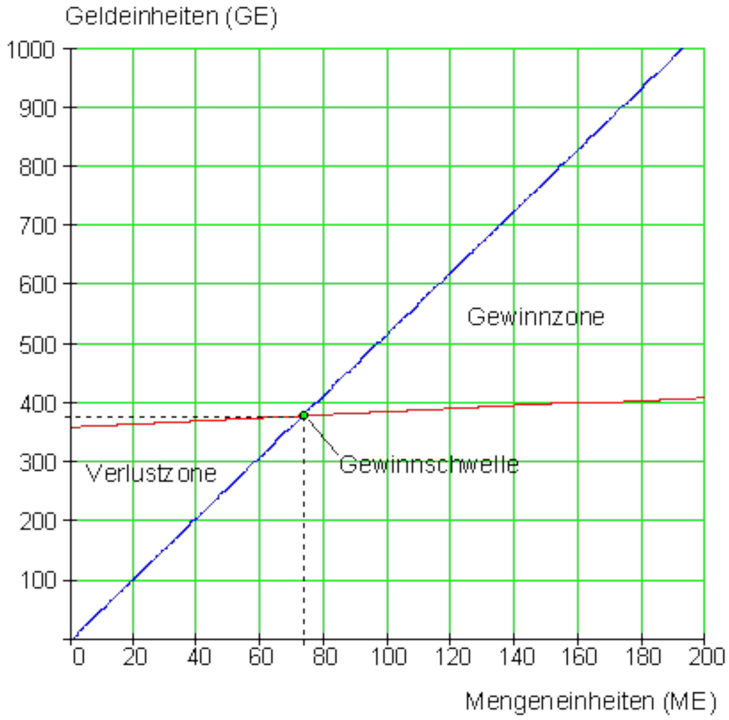
$$E(x) = p \cdot x = 5{,}2x \quad K(x) = 0{,}25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5{,}2x = 0{,}25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4{,}95} \approx \underline{\underline{73}}$$

د 73 دانو ډېرى يا سټ د شونډو پنسل خرڅلاو وروسته ګټه کيږي.

ټ-

اسعارواحدونه



سټ واحدونه

پروت محور: د ډېرى يا سټ يوون يا واحد. ولاړ: د پيسوواحد. په منځ کط له کښته پورته لور تّ: د تاوان ورشو يا ساحه، د برابروالي ورشو، د ګټط ورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم:

$g_1: h(x) = -4x + 3$ w د $P_y(0|3)$ او $a_1 = -4$ له امله

$g_2: y = \frac{2}{5}x - 3$ په گرافیک کې نه راځي

$g_{3:} g(x) = x - 3$ د $P_y(0|-3)$ او d $a_1 = 1$ له امله

$g_{4:} f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ د $P_y(0|3)$ او $a_1 = \frac{1}{2}$ له ا مله

کرښیزمساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په گراف پروت دی. u وټاکئ

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکئ

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري f(x) < 1 ؟

ت -د f(x) ارزښتډېری یا –سټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) گراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: دوه توابع $f(x)$ او $h(x)$ ورکړی. د کرښيز تابع $h(x)$ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

$h(x)$ وټاکی، که $h(x)=f(0)$ او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع $f(x)$سفرځايونه او وټاکی، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $\mid P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- $f(x) = 0,5x-3$. د $f(x)>o$ لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- $g(x) = 1,25x$; $f(x) = 0,5x-3$. غوځټکی وټاکئ.

اتم: په يوه زخيره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې يا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 ليتره اوبه وېستل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنۍ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅي چمتو کړئ.

ځوابونه:

نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې :

لومړی:

الف- $u = \frac{3}{4}$ ب - $P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$ پ - $f(x) > 1 \text{ für } x > \frac{9}{4}$

ت - $W_f = \left\{y \mid -2 \le y \le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}$ ټ - $g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

دویم:

$h(x) = 2x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: $P_x\left(-\frac{7}{3}\,|\,0\right)$ $f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$

ځلروم: له P1 اوP2 څخه لرویا ترې لاس ته راځي $f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}\,|\,3\right)$ لپاره ټکی ازماېښت راکوي، P3په f(x) پرته.ه د

پنځم:: $h(x)=-0,25x+4,75$

شپږم: $k=12$

اوم: الف - $f(x)>0$ für $x>6$ ب - $S(-4\,|\,-5)$

اتم: الف - $f(x)=-160x+9500$

ب – ټانک له څه نا څه ۵۹،۴ ورځو وروسته تش دی.

ت – ګراف د مفل ځواب سره کښل شوی دی.

نهم: بایسکلځغاستی A له بایسکلځغاستي B څخه د45 دقیقو وروسته نیول کیږي. نو B 25 دقیقي په لار وو. دواړو ځغاستو یوه د 18,75 km لار وهلې ده.

مفصل ځوابونه:

لومړی: الف -

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad A(u\,|\,-1): \quad f(u)=\frac{4}{3}u-2=-1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}u-2=-1\,|+2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}u=1\,|:\frac{4}{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{u=\frac{3}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x_s)=\frac{4}{3}x_s-2=0 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x_s-2=0 \Rightarrow x_s=\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{3}{2}\,|\,0\right)}}$$

پ –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2>1 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x-2>1 \Rightarrow x>\frac{9}{4} \qquad \underline{\underline{f(x)>1 \text{ für } x>\frac{9}{4}}}$$

ت –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad D_f=\{x\,|\,0\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(0)=-2 \quad f(4)=\frac{4}{3}\cdot 4-2=\frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{W_f=\left\{y\,|\,-2\le y\le\frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

ټ –

د xs=-2 $g(x)$ صفرځای دی وي، نو

$P_x(-2\,|\,0)$

جګیدنه ساتلي پاتیږي

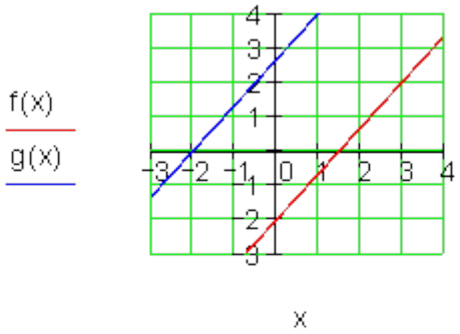
$$g(x)=\frac{4}{3}x+a_0$$

$$\Rightarrow g(x_s)=g(-2)=\frac{4}{3}(-2)+a_0=0$$

$$\Rightarrow a_0=\frac{8}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}}}$$

په 14/3 پورته لور ته راکښنه

یا په 3,5 کین لور ته راکښنه



$$f(x)=2e^x \quad h(x)=a_1x$$

$$h(1)=f(0) \Rightarrow a_1=2e^0=2\cdot 1=2 \Rightarrow a_1=2$$

دویم:

$$\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=2x}}$$

$$f(-4)=2 \Rightarrow P_1(-4\,|\,2);\; f(1)=-4 \Rightarrow P_2(1\,|\,-4)$$

دریم:

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

ځلورم: د المانط پښتو له پورته کښته لور ته: د... لپاره ضرب، په پروت دی.

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right);P_2\left(\frac{3\pi}{2}|-5\right);P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right);f(x)=a_1x+a_0$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-1)}{\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=-\frac{4}{\pi}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right):\quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi}{2}+a_0=-1\Rightarrow a_0=1\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)$ لپاره ټکی ازماېښت:

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\left(-\frac{\pi}{2}\right)+1=2+1=3\Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)}}$$

په $f(x)$ پروت دی.

پنځم: $g(x)=-0,25x+1$ $h(x)$له $P(3|4)$ څخه تیریږي.
د $h(x)$راکښل کرښې لپاره جګیدنه برابره پاتې کیږي.

$$\Rightarrow h(x)=-0,25x+a_0$$

$$P(3|4):\quad h(3)=-0,25\cdot 3+a_0=4\Rightarrow a_0=4,75\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=-0,25x+4,75}}$$

شپږم:

$$P_1(0|1,5k);P_2\left(\sqrt{3k}|2k\right);a_1=1$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2k-1,5k}{\sqrt{3k}-0}=\frac{0,5k}{\sqrt{3k}}=1$$

$$\Leftrightarrow 0,5k=\sqrt{3k}\Leftrightarrow 0,25k^2=3k\Leftrightarrow 0,25k=3\Leftrightarrow \underline{\underline{k=12}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: الف – $f(x)=\frac{1}{2}x-3 \quad f(x)>0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x-3>0 \Leftrightarrow x>6$ نو $f(x)>0$ د $x>6$ لپاره

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-3;\ g(x)=\frac{5}{4}x$

د غوځېدکي لپاره شرطونه: $g(x_s)=f(x_s)$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x_s=\frac{1}{2}x_s-3 \Leftrightarrow x_s=-4$$

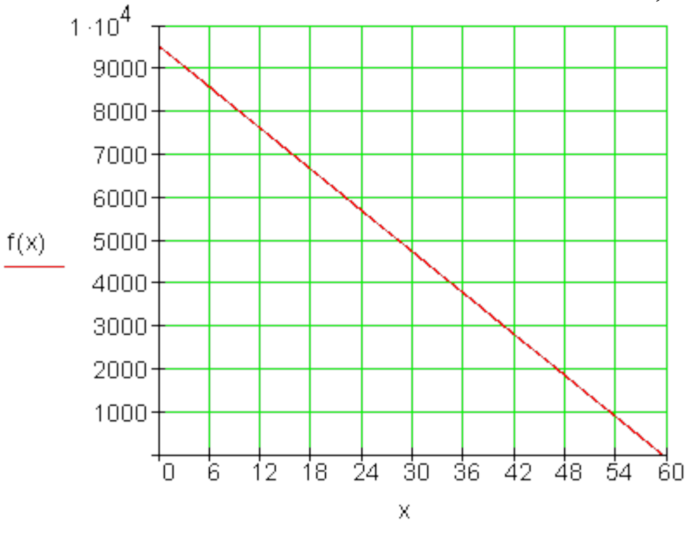
$$y_s=g(x_s)=g(-4)=\frac{5}{4}\cdot(-4)=-5 \Rightarrow \underline{\underline{S(-4\,|\,-5)}}$$

اتم: الف- x = ورځې: $f(x)$ = د ټانک خونديونه

$\Rightarrow f(x)=-160x+9500$

ب = اينسوونه: $f(x)=0 \Leftrightarrow -160x+9500=0 \Leftrightarrow x=\frac{9500}{160}\approx 59{,}4$

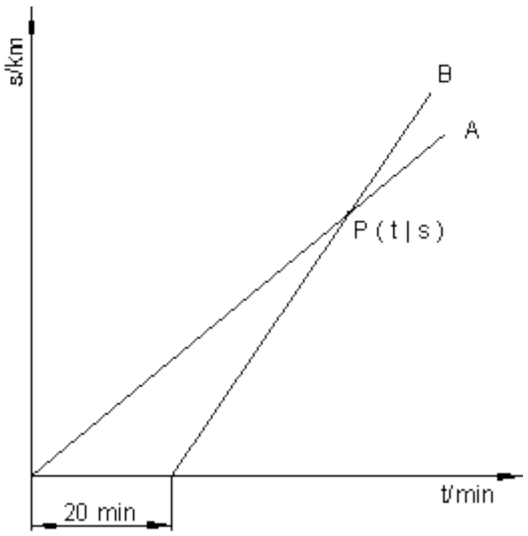
ټانک له 59,4 ورځو څخه وروسته تش دی.



ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:



بایسکل ځغلونکی A له ۴۵ دقیقو تلنې وروسته له بایسکل ځغلونکي B څخه رانیول کیږي.

بایسکل ځغلونکی B بیا له ۲۵ دقیقو په لار وو. دواړو ځغلونکو یوه د ۱۸،۷۵ کیلو متره لار وهلې .

$$A: \quad s_A = v_A \cdot t$$

$$B: \quad s_B = v_B (t - 20)$$

B لهA څخه 20 دقیقې وروسته په خوزښت پیل کوي

د دواړو کرښو غوڅټکی نتیجه راکوي:

$$s_B = s_A \Leftrightarrow v_B (t - 20) = v_A t$$

له t ساعته وروسته

$$\Rightarrow t = \frac{20\, v_B}{v_B - v_A}$$

که سزعت یا چټکتیا په km/min واړول شي، سړی کړی شي په شمیرلو کې په واحد سرف نظر وکړي.

$$v_A = 25 \frac{km}{h} = \frac{25}{60} \frac{km}{min} = \frac{5}{12} \frac{km}{min}$$

$$v_B = 45 \frac{km}{h} = \frac{45}{60} \frac{km}{min} = \frac{9}{12} \frac{km}{min}$$

$$t = \frac{20 \cdot \frac{9}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \underline{\underline{45}} \text{ (min)}$$

$$s_A = \frac{5}{12} \cdot 45 = \underline{\underline{18,75}} \text{ (km)}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.6 مربع توابع

2 . 6.1 خلوری- یا مربع توابعو ته ننوتنه یا پیل

ننوتنه یا پیل

هرڅوک چې موټر زده کوي، باید پوه وي، جې د بریک په وخت کې په پاخه سرک د بریک نیولو او د موټر دریدځای ترمنځ څنګه سره یوځای کیدی شي یا جمعه کیدی شي..

د لاندې موټر قانون سره سم له چټکتیا(سرعت) v په km/h (کیلومتر په ساعت) د عکس العمل لار r د بریک لار b په متر شمیرلکیدی شي.

پام (خبرداری) : د بیلګې په توګه د المان پخوانی او له څخه نوي قانون.

له څخه د تملار په وچ اسفالت شوي سرک د پل بریکلار سره شمیرل کیږي.

د بریک لار $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ د عکس العمل لار $r = \frac{v}{10}\cdot 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: د څه وخت را په دې خوا په جرمني کې د بریکلار لپاره دا فرمول باور لري.:

$$b = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2$$

د بریک همدا ډول د عکس العمل لار په متر (m) راوځي، که چټکتیا یا سرعت په کیلومتر په ساعت (km/h)وي.

الف – د دواړو حالتونو لپاره د s = f(v) تابع مساوات و ټاکئ ، د کوم لپاره چې په هره تللې چټکتیا یا سرعت تملار شمیرل کیدی شي.

ب - د تابع مشاوات s = f(v) د دواړو حالتونو لپاره د وهل شوی سرعت v = 0, 10, 20, 30, ... 100 km/h سره د ه یوه د توقف لار چې شمیرل کیږي.

پ : په کواوردیناتسیستم کې یا د وضعیه قیمتسیستم کې ګراف رسم کړی.

ت: ټوله لاس ته راوړي نتیجه تشریح کړی.

Problemlösung: د پرابلم حل:

الف: د تابع مساوات:

$f(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100} v^2 + \frac{3}{10} v$	زوړ قانون:
$f(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200} v^2 + \frac{3}{10} v$	نوی قانون:

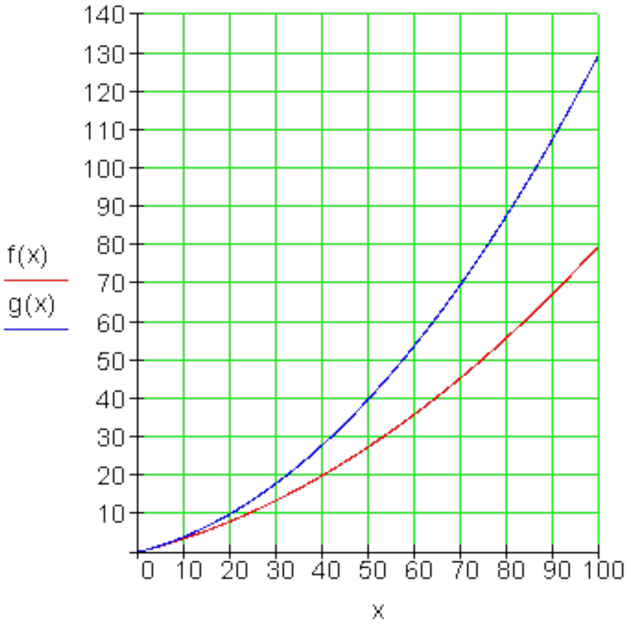
ب - : ارزښتجدول(په کیلو متر په ساعت کې)

v (in km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
f(v) (in m)	0	4	10	18	28	40	54	70	88	108	130	alt
f(v) (in m)	0	3,5	8	13,5	20	27,5	36	45,5	56	67,5	80	neu

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - ګرافون

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10} \qquad g(x) := \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10}$$



د x محور هر ه وهل شوي لار په km/h په ګوته کوي.

د y - محور د هر همغه د توقفلار په m په ګوته کوي.

ت – کومنتار

د نوي نظم وروسته د د چټکتیا(سرعت) زیاتیدني توپیر تل زیاتیږي. د 50 km/h چټکتیا سره نوی د تم کیدلو لار 27,5 m ده، دا د زړې لار 40 m نږدې 69% ده. په 100 km/h دا نوې لار نوره فقط ده، دا د زړې 130 m لاربا نږدې 61% ده. د برېک نیولو لار کمېدنه د برېک ښه کیدو(ABS) سره موخه وره ده.

د تابع مساوات د ټیک پامورتیا او ګراف له امله مورږ کره کوو، چې دا نه کرښیز مساوات دی او نه یوه کرښه. انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات لاندې بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسې تابع مربع تابع بولو او یا هم د2 –مې درجې ټول(تام) راشنل توابع.

ګرافونه یې پارابول بلل کیږي.

تمرینونه:

د لاندې پارابولونو ګرافونه وکاږئ.

د دې لپاره ارزښت جدول ولیکئ

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5$ دویم $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دریم - $f(x) = -x^2 + x + 6$

ځلورم - $f(x) = x^2 - x$ پنځم - $f(x) = x^2 - \frac{1}{9}$ شپږم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ اتم - $f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

نهم م- $f(x) = 3x^2 - 3x$ لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + 10$

نورمال پارابل، بڼه ضریب او راکښنې

د کار قرارداد:

د a2 د مختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = a_2x^2$ وڅیړئ او ګراف په وضعیه قیمت سیستم کې وکاږئ:

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \frac{3}{2}x^2 \quad f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 \quad f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انځور شوي پارابل تابع مساوات يو له بل د x^2 ضريب a_2 له امله توپيروي.

$$f_1(x) = x^2$$

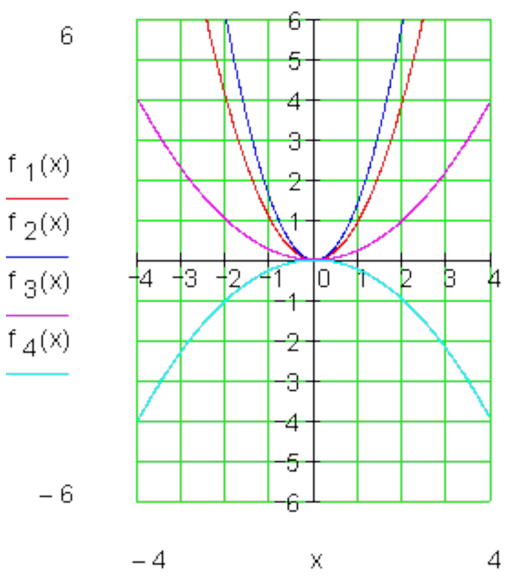
$$f_2(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2$$

$$f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

دا ضريب a_2 د پارابل د بني لپاره مسول او له دې امله د بني ضريب بلل کيږي.

د تقاطع ټکی S وضعيه قيمتونه S (0 | 0) لري.



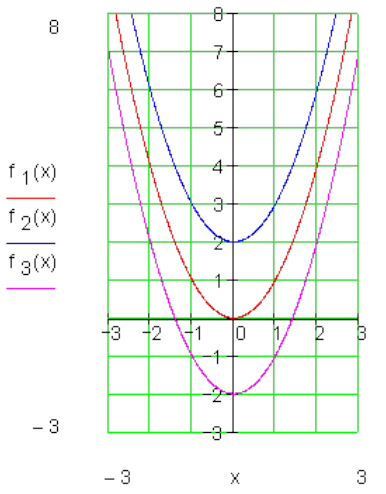
بنه ضريب د پارابل قواري يا شکل ته څنګه تغير ورکوي؟

د پارابول په نخښه ونه	ضريب بني
نورمال پارابو ل غزېدلی پارابول کېکاږلی پارابول پهx محور هنداره شوی نورمال پارابول غزېدلی پارابول، په x -محور هنداره شوی کيکاږلی پاربول، په x –محور هنداره شوی	$a = 1$ → $a > 1$ → $0 < a < 1$ → $a = -1$ → $a < -1$ → $-1 < a < 0$ →

د کار قرارداد:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a_0 د مختلفو ارزښتونو لپاره د a_n $f(x) = x^2 + a_n$ تابع مطالع کړی او په وضعیه قیمتسیستم کې یې ګراف رسم کړی: $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$

 	دا یو راکښلی نورمال پارابل دی، چې ککرئ ټکی(د ر آس نقطه) S دa_0 په واحدونو راکښل شوې ده. $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$ راکښنه دy محور په اوږدوالي باندې صورت نیسي ، چېرته چې د راکښنې لور د a_0د مختښې له لارې ټاکل کیدی شي. د تقاطع ټکی S کواوردینات $S(0 \mid a_0)$ لري. $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$

د کار ورکوني قرارداد:

د$f(x) = (x+u)^2$ تابع د u د مختلفو ارزښتونو لپاره راکښنه وخیړی او ګراف یې په وضعیه قیمتسیستم کې x رسم کړی

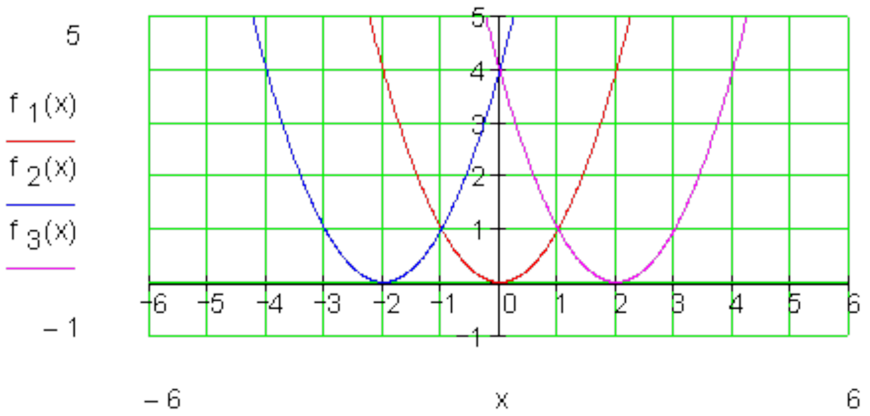
$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = (x+2)^2$ $f_3(x) = (x-2)^2$

د ارزښت جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

f_1	x	−2	−1	0	1	2	f_2	x	−4	−3	−2	−1	0	f_3	x	0	1	2	3	4
	y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4



د ا یو راکښلی (چي ځای ته يي تغير ورکړ شوی وي) نورمال پارابول دی، چي ککرئ تکی(د رأس نقطه) S يي د u په واحدونو(یوونونو) دx په محور راکښل یا کښول شوي ده. دS غوځتکی(نقطه تقاطع) يي کواوردینات S(-u | 0)لري.

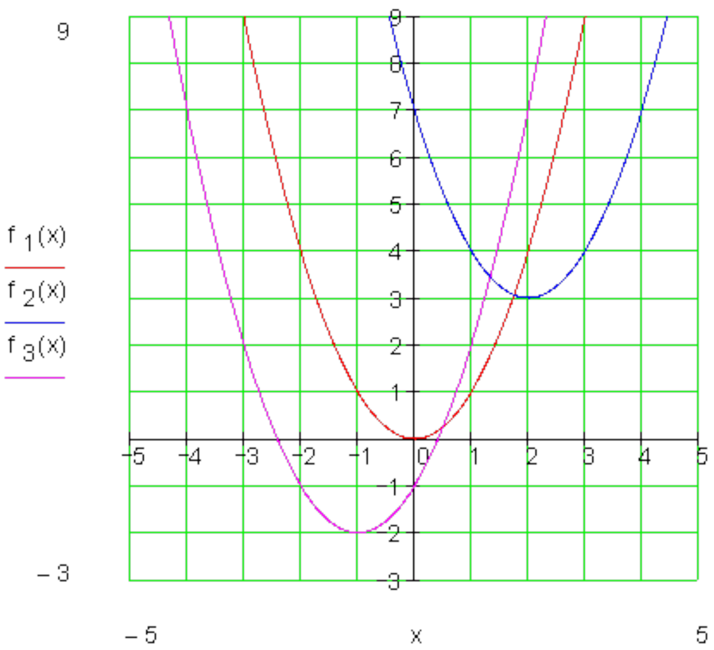
u>0 =>	کيني لور ته ځرخون یا ځرخول، ککرئ تکیS په u واحدونو یا یوونوو د پيل یا سرچيني کيڼ لورت پروت دی.
u<0 =>	ښی ځرخون یا ځرخول، ککرتکی S په u واحدونو د پيل یا سرچيني ښی لورته پروت دی.

د کار (ورکوني) قرارداد:

د u اوa0 دمختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = (x+u)^2 + a0$ وځيرئ او ګراف يي په یوه کواوردینات(پروت ولاړ) سیستم کي انځور کړئ.

$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = (x-2)^2 + 3$ $f_3(x) = (x+1)^2 - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د f_2 (x) گراف بیرته یو نورمال پارابول دی، چې ککرئ ټکی S یې په دوه واحده ښۍ لور ته او په درې واحده پورته لور ته راکښلی دی.
د f_3 (x) گراف هم یو نورمال پارابول دی، چې ککرټکی (د رأسټکی) S په یوه واحد(یوون) کیڼ او په درې واحده لاندې لور ته کښول شوی یا راکښل شوی دی.

د $f(x) = (x+u)^2 + a_0$ ډول تابع د مربع تابع د ککرئ ټکي(رأس ټکي) بڼې تابع بلل کیږي.

د تابع گراف نورمال پاربول دی، چې په u ارزښت دx محور په لور او په a_0 د yمحور په لور راکښل شوی دی.

که ککرټکی د $S(x_s | y_s)$ سره په نخښه کړو، نو د ککرټکي بڼې مربع تابع په دې ډول ده: $f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لنډه بڼه:	$S(x_s \mid y_s) \Leftrightarrow f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$
بېلګه:	$S(3 \mid -1) \Leftrightarrow f(x) = (x - 3)^2 - 1$

تر اوسه مو فقط نورمال پارابول راکښلی (را کش شوی) وو.

همدا یا برابره راکښنه کیدی شي د یوه په خوښه پارابول سره سرته ورسول شي.

دلته دې بیا فاکتور a_2 په پام کې ونیول شي.

په ټولیزه توګه باور لري:

د یوه نورمال پارابول تابع (بلوان) دی، چې ککرټکی (د $lst\ f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ رأس ټکی) $S(x_s \mid y_s)$ لری، نو $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د ککرټکي د تابع مساوات دي.

د مربع تکمیلونې له لارې د رآس ټکي(ککرۍ ټکي) ټاکل

موږ پوهیږو چې صدق کوي:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \Leftrightarrow a_2(x - x_s)^2 + y_s \Rightarrow S(x_s \mid y_s)$$

په ککرټکي کې د ټولیز تابع مساواتو د ترم تابع له لارې کیدی شي د یوه پارابول ککرټکی (د ککرۍ ټکی) وشمیرل شي.

بېلګه:

$F(x) = 3x^2 - 12x + 15$ دې په ککرۍ ټکي مساوات واړول شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوړمی پل(قدم) : د x^2 تر مخه ضریب دې له نوکانو راوه وېستل شي.

$$\Rightarrow f(x) = 3[x^2-4x+5]$$

دویم پل : مربع تکمیلونه [ ] او بنه بدلون

$$\Rightarrow f(x) = 3.[x^2 - 4x +(2)^2 -(2)^2 +5] = 3.[(x-2)^2+1]=3.(x-2)^2 +3 \Rightarrow S(2;3)$$

بېلګه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 8\right] = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 8\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\left[(x-3)^2 - 1\right] = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow S\left(3 \mid -\frac{1}{2}\right)$$

بېلګه:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right] = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}\right]$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{36}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow S\left(-\frac{3}{4} \mid -\frac{9}{16}\right)$$

تمرینونه: د مربع تکمیلونې له لارې د رآس ټکي(ککرۍټکي) تاکل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابل تابع مساوات ورکړشوي دي(د دویمي درجي ټول راشنل تابع). د لاندې پارابولونو لپاره رآستېکو بنه او رآستېکي پیدا کړی.

ګرافونه یي وکاږی:

لومړی: $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دویم: $f(x) = x^2 + 4x + 1$ دریم: $f(x) = x^2 - 4x + 1$

څلورم: $f(x) = x^2 - 3x + 3{,}5$ پنځم: $f(x) = x^2 + x - 3$ شپږم: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$

اووم: $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ اتم: $f(x) = -x^2 + 5x - 5$

نهم: $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$ لسم: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

نتیجي

تمرینونه مربع مساوات I

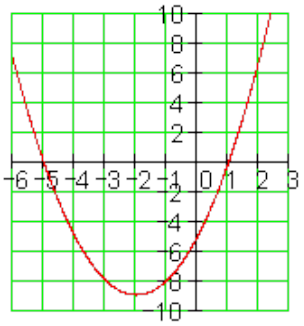
نتیجي د ارزښت جدول او ګراف سره I

لومړی:

تابعمساوات: $f(x) = x^2 + 4x - 5$

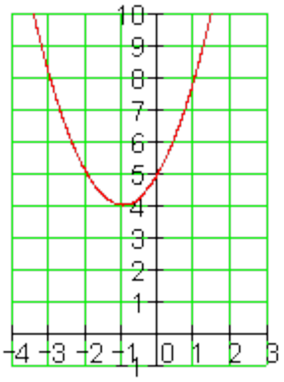
ارزښتجدول

x	−6	−5	−4	−3	−2
f(x)	7	0	−5	−8	−9
x	−1	0	1	2	3
f(x)	−8	−5	0	7	16



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:



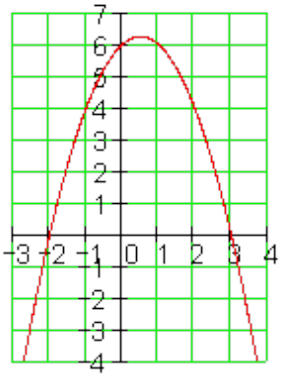
تابعمساوات

$f(x) = x^2 + 2x + 5$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1
f (x)	13	8	5	4
x	0	1	2	3
f (x)	5	8	13	20

دیم:



تابعمساوات

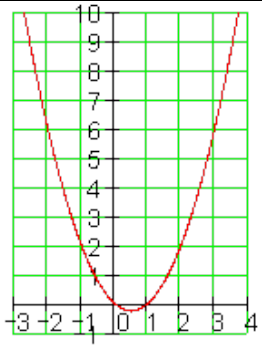
$- x^2 + x + 6 \; f(x) =$

ارزښتجدول

x	−3	−2	−1	0
f (x)	−6	0	4	6
x	1	2	3	4
f (x)	6	4	0	−6

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

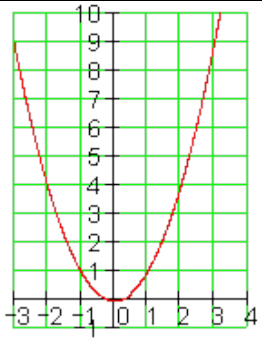


تابعمساوات: $f(x) = x^2 - x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f (x)	12	6	2	0
x	1	2	3	4
f (x)	0	2	6	12

پنځم:

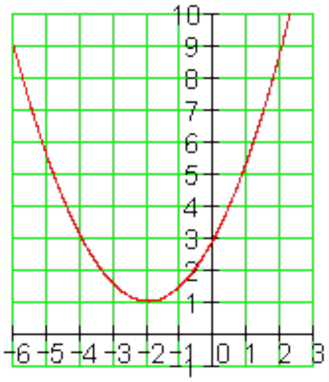


تابعمساوات: $f(x) = x^2 - x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f (x)	8,9	3,9	0,9	−0,1
x	1	2	3	4
f (x)	0,9	3,9	8,9	15,9

شپږم:



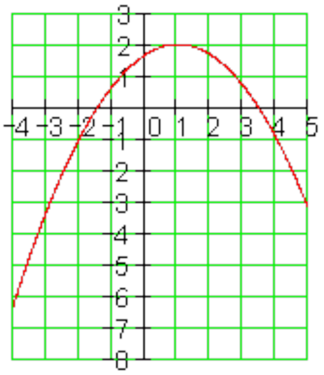
تابعمساوات: $f(x) = (½) x^2 +2x+3$

ارزښتجدول:

x	−6	−5	−4	−3	−2
f (x)	9	5,5	3	1,5	1
x	−1	0	1	2	3
f (x)	1,5	3	5,5	9	13,5

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:



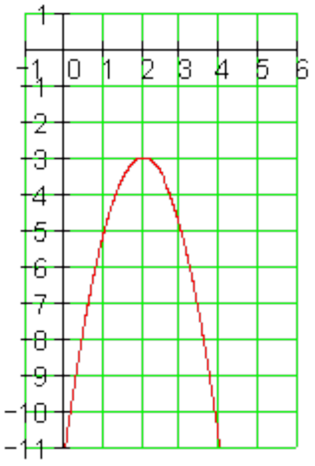
تابعمساوات

$f(x) = (1/3)x^2 + (2/3)x + 5/3$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1	0
f (x)	−6,3	−3,3	−1	0,7	1,7
x	1	2	3	4	5
f (x)	2	1,7	0,7	−1	−3,3

اتم:



تابعمساوات

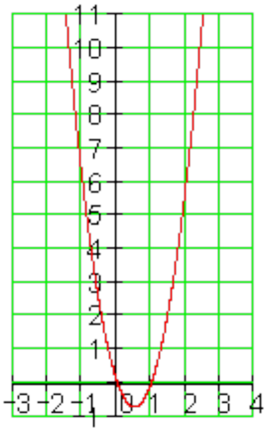
$f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

ارزښتجدول:

x	−1	0	1	2
f (x)	−21	−11	−5	−3
x	3	4	5	6
f (x)	−5	−11	−21	−35

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

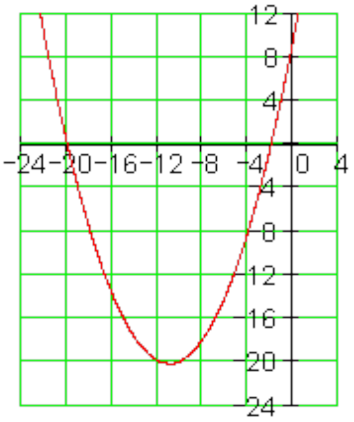


تابعمساوات: $f(x) = 3x^2 - 3x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f (x)	36	18	6	0
x	1	2	3	4
f (x)	0	6	18	36

لسم:



تابعمساوات

$f(x) = 1/4\, x^2 + (11/2)x + 10$

ارزښتجدول:

x	−24	−20	−16	−12
f (x)	22	0	−14	−20
x	−8	−4	0	4
f (x)	−18	−8	10	36

بیلگه 1 :

د ټول راشنل تابع گراف چې رسم کړای شو،په زياتو حالتونو کې اړيند دی، چې ارزښتجدول وپيژنو. د دې لپاره جبشميري له لارې کيدی شي. خو دا هم تل اړيين دی.

يو ه ساده بيلگه بې له جبشميري ځخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ د تحولي $x = 0$ څخه پيل کوو

$$x = 0 : f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1 : f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2 : f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3 : f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4 : f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5 : f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6 : f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له ± 10 لوی شي، کېدی شي چې پع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کيږي.

$$x = -1 : f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2 : f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې کښل کيږي.

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د $f(x)$ ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسې شميرل کېدی شي

د بيلګې په توګه $x = \pm ½$

$$x = -\frac{1}{2} : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5,25$$
$$x = \frac{1}{2} : f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څوک له جبشميري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شميروني يا کمپيوتر څخه کار واخلي.

په لاندې کې HN د اصلي ګډ مرج (ماتلاندی) پ همعنا دی.

يوه غوره بېلګه، چې ځنې برخي يې د جبشمېري په مرسته حل شوي دي

د تابع مساوات $f(x)=\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

يادونه: په لاندې زيات ځايونه HN راغلي، دا د اصلی مخرج په مانا دي.

موږ د x = 0 سره پيل کوو

$$x=0:\ f(0)=\frac{4}{5}\cdot 0^2-\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{2}=0-0-\frac{7}{2}=-\frac{7}{2}=-3{,}5$$

$$x=1:\ f(1)=\frac{4}{5}\cdot 1^2-\frac{3}{4}\cdot 1-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}-\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{69}{20}=-3{,}45$$

$$x=2:\ f(2)=\frac{4}{5}\cdot 2^2-\frac{3}{4}\cdot 2-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}-\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=-\frac{18}{10}=-\frac{9}{5}$$

$$=-1{,}8$$

$$x=3:\ f(3)=\frac{4}{5}\cdot 3^2-\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}-\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}-\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{29}{20}=1{,}45$$

$$x=4:\ f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6{,}3$$

$$x=5:\ f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}=20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12{,}75$$

اوس د تابع ارزښتونه د   منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=-1:\ f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2:\ f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3:\ f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4:\ f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د دې ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسې شميرل کيدی شي

د بيلګې په توګه $x = \pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}:\ f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}:\ f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: په پورته کې (HN(Hauptnenner داصلي مخرج(ماتلاندې) یا مخرج مشترک په معنا دی.

د دې لپاره چې د یوه ټول رینتوني یا تام راشنل تابع ګراف انځور کړای شو، په زیاتو حالتونو کې اړیین دی، چې ارزښت جدول وکاږو. د دې لپاره یو جبشمیروني ته اړتیا لرو.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري څخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

موږ د تحولې $x = 0$ څخه پیل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له ± 10 لوی شي، کېدی شي چې پې کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کیږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې کښل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f (x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دي ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کي نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بیا پسي شمېرل کیدی شي

د بېلګي په توګه x = ± ½

$$x=-\frac{1}{2}:f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3=\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}+2+3=5\frac{1}{4}=5,25$$

$$x=\frac{1}{2}:f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}-4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}-2+3=1\frac{1}{4}=1,25$$

هر څوک له جبشمېري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کي کړی شي دا کسان له شمېروني یا کمپیوتر څخه کار واخلي.

یوه غوره بېلګه، چي ځني برخي یې د جبشمېري په مرسته حل شوي دي:

د تابع مساوات $f(x)=\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

موږ د 0 = x سره بیل کوو

$$x=0:f(0)=\frac{4}{5}\cdot 0^2-\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{2}=0-0-\frac{7}{2}=-\frac{7}{2}=-3,5$$

$$x=1:f(1)=\frac{4}{5}\cdot 1^2-\frac{3}{4}\cdot 1-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}-\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{69}{20}=-3,45$$

$$x=2:f(2)=\frac{4}{5}\cdot 2^2-\frac{3}{4}\cdot 2-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}-\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=-\frac{18}{10}=-\frac{9}{5}=-1,8$$

$$x=3:f(3)=\frac{4}{5}\cdot 3^2-\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}-\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}-\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{29}{20}=1,45$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=4: f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6{,}3$$

$$x=5: f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}=20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12{,}75$$

ااوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

$$x=-1: f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2: f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3: f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4: f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې لیکل کیږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د

دې ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کیدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بیا پسې شمیرل کیدی شي

د بېلګې په توګه $x = \pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}: f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}: f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

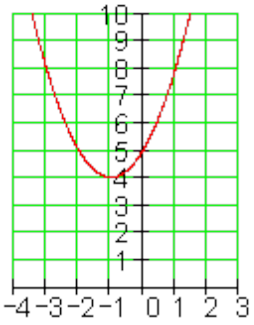
(c) ketabton.com: The Digital Library

نتيجې

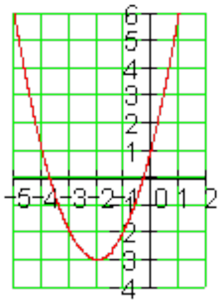
د مربع توابعو تمرينونه II

د مربع تابع د رآس ټکی فرمول د ګراف او د مربع(ځلورئ) تکميلوني له لارې

لومړی:

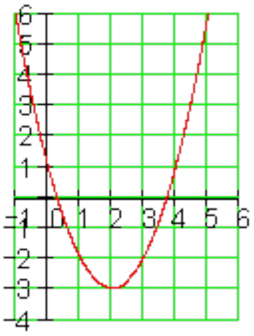
	تابع مساوات : $F(x)=x^2+2x+5$ د رآستکي بڼه: $F(x+1)^2+4$ رآستکی S(-1;4)

دويم:

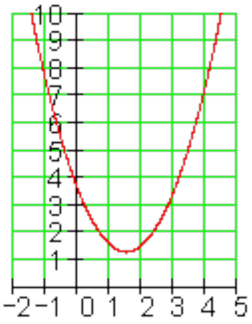
	تابع مساوات : $f(x)=x^2+4x+1$ د رآستکي فرمول: $f(x)=(x+2)^2-3$ رآس يا ککرئ ټکی S(-2|-3)

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

	تابع مساوات : $f(x)=x^2-4x+1$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=(x-2)^2-3$ رآس یا ککرئ ټکی $S(2\|-3)$

ځلورم:

	تابع مساوات : $f(x)=x^2-3x+3,5$ د رآس – یا ککرئ ټکي فرمول: $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$ رآس- یا ککرئ ټکی $S\left(\frac{3}{2}\|\frac{5}{4}\right)$

پنځم:

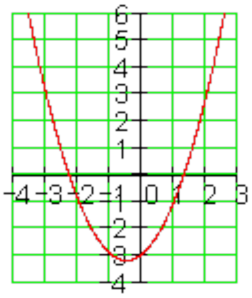
(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات : $f(x) = x^2 + x - 3$

د رآسټکي فرمول:

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

رآسټکی: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{13}{4}\right)$



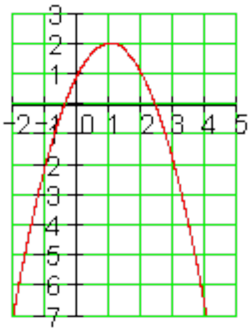
شپږم:

تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

د رآسټکي فرمول:

$$f(x) = -(x-1)^2 + 2$$

رآس- یا ککری ټکی: $S(1|2)$



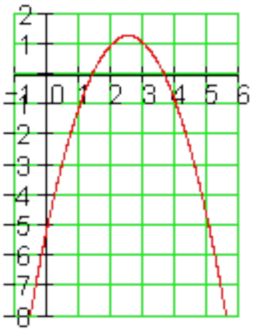
اووم:

تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 5x - 5$

د رآسټکي فرمول:

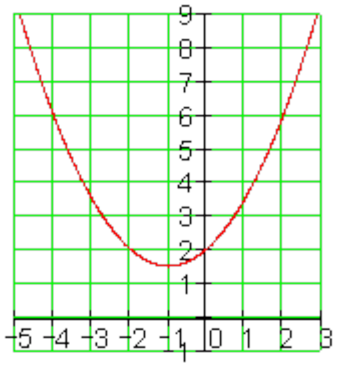
$$f(x) = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

رآس-یا ککری ټکی: $S\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{5}{4}\right)$

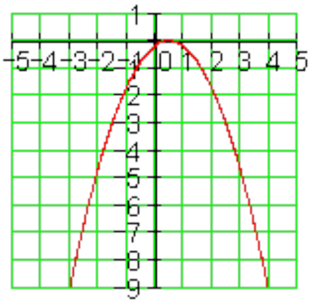


(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

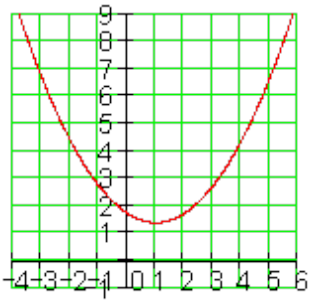
	تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{3}{2}$ رآسټکی $S\left(-1\middle\vert\frac{3}{2}\right)$

نهم:

	تابع مساوات : $f(x)=-\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=-\frac{3}{4}\left(x-\frac{4}{9}\right)^2-\frac{1}{54}$ رآسټکی(ککرټکی) $S\left(\frac{4}{9}\middle\vert-\frac{1}{54}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:

	تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ د رآسېټکي فرمول: $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2+\frac{4}{3}$ رآسېټکی: $S\left(1\middle\vert\frac{4}{3}\right)$

بیلګه:

د ککرۍ ټکي تاکلو لپاره یوه مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات:

$f(x) = -(1/2)x^2 -2x +6$

د واریابلي x^2 ترمخ ضریب له قوسونو راوځي

$f(x).=(\frac{1}{2})[x^2+4x-12]$

د مربع تکمیلیدنه په ګوډېزه (کونجزه) نوکانو کي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[\underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16}\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

د بیرته یا په څېڅ ضرب له لارې د مربع تابع د ککرى ټکي بنه لاس ته راځي.

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 \Rightarrow \boxed{S(-2|8)}$$

S(-2;8)ککرى ټکى

د نوکانو راوتني لپاره یادونه :

لومړى حالت: که د متحولېx مخ ته څه نه وي، یعنې $f(x) = x^2-2x+6$

په دې حالت کې سملاسي په مربع تکمیلوني پیل کیدى شي.

دویم حالت : که د نوکانن رمخ منفي نخښه وي، یعنې $f(x) = -x^2-2x+6$

په دې حالت کې باید 1- همداسي - له نوکانو را وه وېستل شي، یعي $f(x)=-[x^2+2-6]$

پوښتني

د مربع توابعو بنسټونه

لومړى- د لاندې توابعو ګرافونه رسم کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x)=-3x^2$ ب - $f(x)=\frac{1}{3}x^2$ پ - $f(x)=4x$

ت - $f(x)=x^2-2$ ټ - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$ ث - $f(x)=2x^2+4$

ج - $f(x)=-x^2+4$ چ - $f(x)=-x^2+1$ ح - $f(x)=x^2+2$

دویم - د پارابولو صفرځایونه، محورغوڅېتکي، او ککرئ ټکي وټاکی او کرافونه یې رسم کړئ

الف - $f(x)=(x-1)^2-1$ ب - $f(x)=(x-2)^2-1$ پ- $f(x)=-(x+1)^2$

ت - $f(x)=(x+2)^2-3$ ټ - $f(x)=-\frac{1}{3}(x-1)^2+2$

ث - $f(x)=-4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

ج- $f(x)=-(x+2)^2$ چ - $f(x)=(x-2)^2\cdot(-4)$ ح - $f(x)=-(x-1)^2-1$

دریم - د لاندې توابعو صفرځایونه، محورغوڅېتکي، او ککرئ ټکي وټاکی او ګرافونه یې رسم کړئ

الف= $f(x)=-x^2-2x-1$ ب – $f(x)=x^2-6x+8$ پ- $f(x)=-\frac{x^2}{2}-2x-1$

ت - $f(x)=x^2-4x+9$ ټ - $f(x)=-x^2+4x-9$ ث - $f(x)=2x^2-2x+2$

ج - $f(x)=x^2+6x+4$ چ $f(x)=-3x^2+12x-9$ ح - $f(x)=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم -

د ورکړشوی تابع مساوات سره پارابول رسم کړی د دې لپاره یو ارزښت جدول جوړ کړی ګرافونه یې پرتله کړی.

$f(x) = x^2 + x - 3$ $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ $h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

پنځم – یو نورمال پارابول د 0,4 ضریب کیکاګل کیږي (کښکودل کیږي)او په 4 واحده ښی لور ته راکښل کیږي.

د تابع مساوات وټاکی.

شپږم- دد تابع مساوات f(x) سره یو پارابول ورکړ شوی دی. د y په محور پارابول داسې و کښوی ، چې له ټکي P (0 | 2) څخه تیر شي. دواړه ګرافونه په یوه پروت ولاړ سیستم یا کواودینات سیستم کې و کاږی او د راکښل شوي پارابول تابع مساوات g(x) وټاکی.

الف - $f(x) = -(x-1)^2$ ب - $f(x) = 3x^2 - 1$ پ - $f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اوم - یوه فزیکی تجربه لاندې ارزښتونه ښایي:

اړین وخت په S	0	2	4	6	8
وهل شوې لار په cm	0	6	24	54	96

ارزښتونه په یوه مناسب پروتولاړ سیسم کې وکاږی او محورونه په لیک وښایی تابع مساوات وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

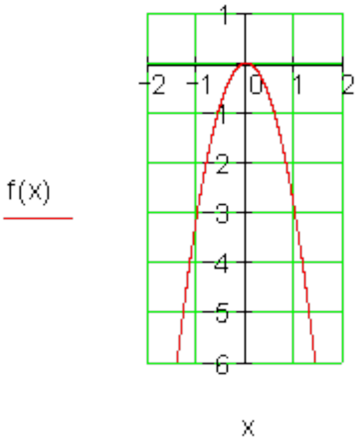
ځوابونه:

مربع توابع برخه ۱

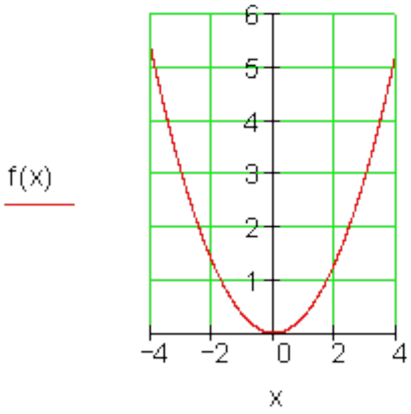
نتيجې:

لومړی-

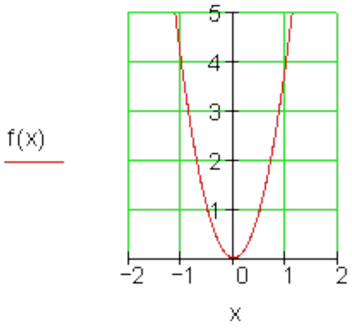
الف- $f(x) = -3x^2$



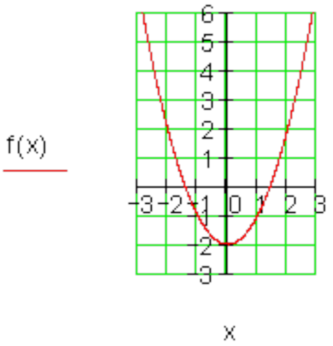
ب - $f(x) = \frac{1}{3}x^2$



پ - $f(x) = 4x$

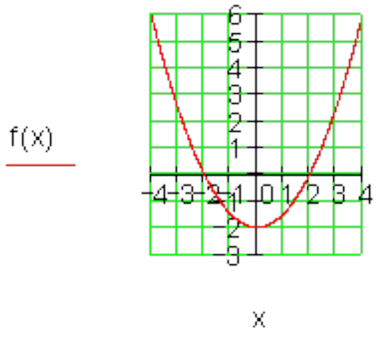


ت - $f(x) = x^2 - 2$

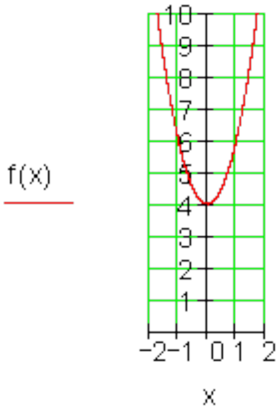


(c) ketabton.com: The Digital Library

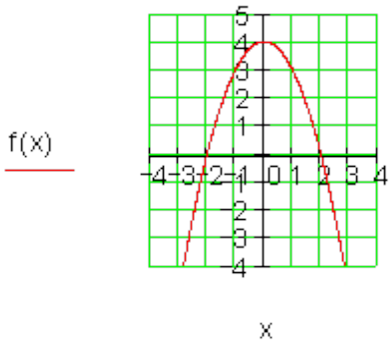
پ - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$



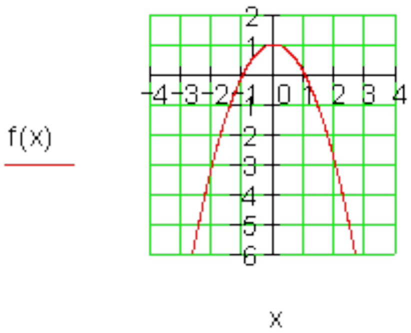
ث - $f(x) = 2x^2 + 4$



ج - $f(x) = -x^2 + 4$

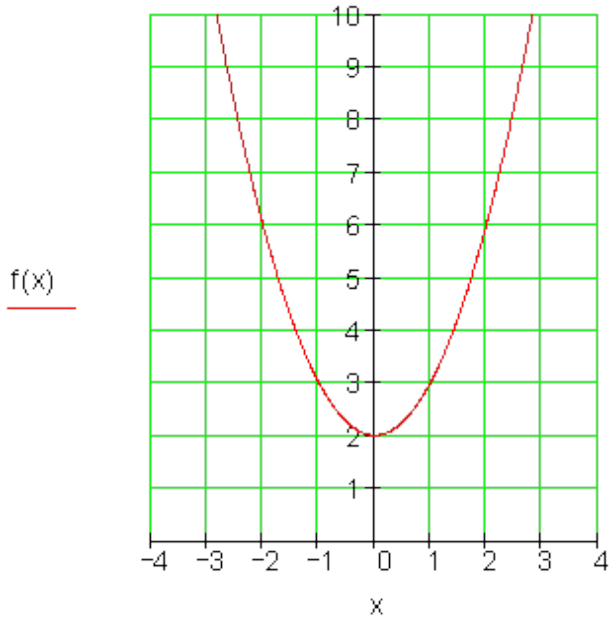


چ - $f(x) = -x^2 + 1$



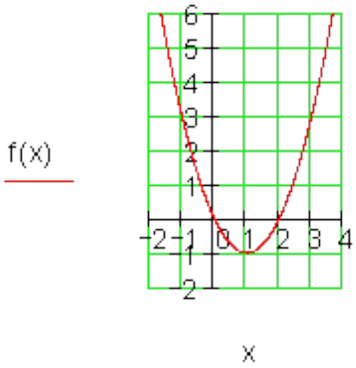
ح - $f(x) = x^2 + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

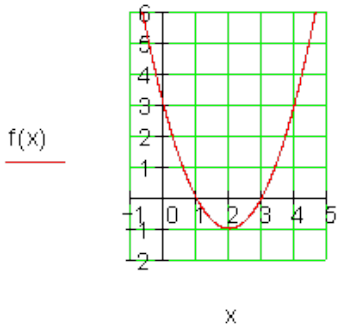
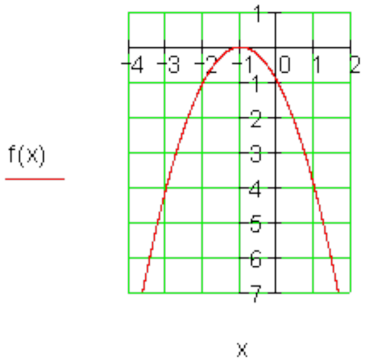
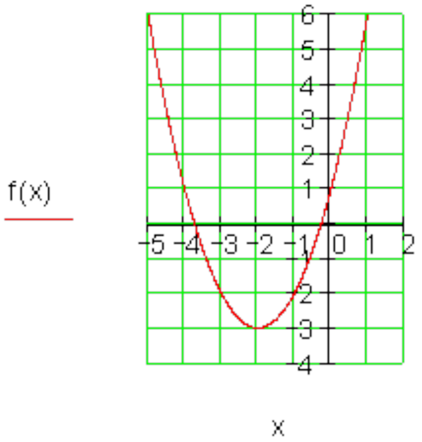


دویم –

الف-

	$f(x) = (x-1)^2 - 1$ ککره یا رأس: $S(1 \mid -1)$ صفرځایونه $P_{x_1}(0 \mid 0)$ $P_{x_2}(2 \mid 0)$ د y– غوڅې یا تقاطع $P_y(0 \mid 0)$

ب –

$f(x)=(x-2)^2-1$ کګری : $S(2\mid-1)$ صفرځایونه: $P_{x_1}(1\mid0)$ $P_{x_2}(3\mid0)$ د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y(0\mid3)$	
$f(x)=-(x+1)^2$ کګره : $S(-1\mid0)$ صفرځایونه: $P_x(-1\mid0)$ د y– غوڅی: $P_y(0\mid-1)$	 پ –
$f(x)=(x+2)^2-3$ کګری $S(-2\mid-3)$ صفرځایونه $P_{x_1}(-2-\sqrt{3}\mid0)$ $P_{x_2}(-2+\sqrt{3}\mid0)$ د y– غوڅی یا تقاطع $P_y(0\mid1)$	ت - 

ټ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

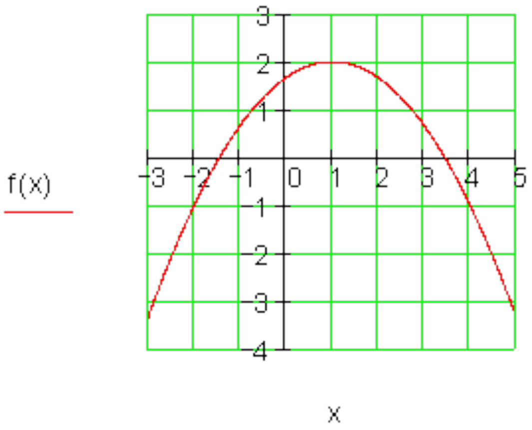
$$f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$$

ککره یا رأس: $S(1|2)$

صفرځایونه: $P_{x_1}\left(1-\sqrt{6} \approx -1,45 \middle| 0\right)$

$P_{x_2}\left(1+\sqrt{6} \approx 3,45 \middle| 0\right)$

د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y\left(0 \middle| \frac{5}{3}\right)$



ث –

$$f(x) = -4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

د رأس تکی: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{1}{2}\right)$

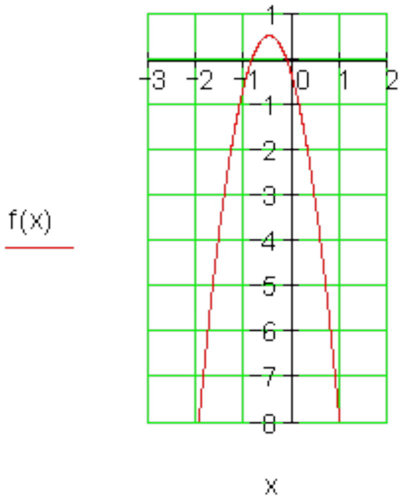
صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,85 \middle| 0\right)$

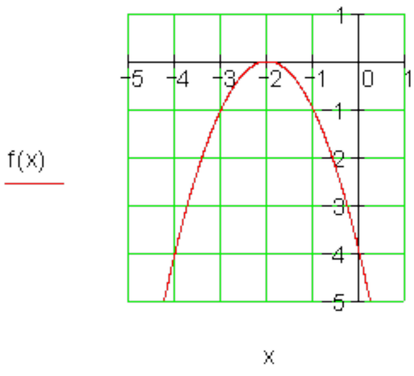
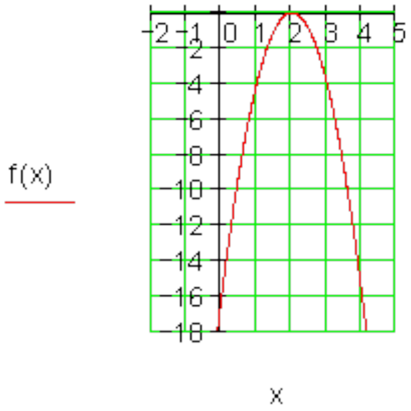
$P_{x_2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,15 \middle| 0\right)$

د y– غوڅی :

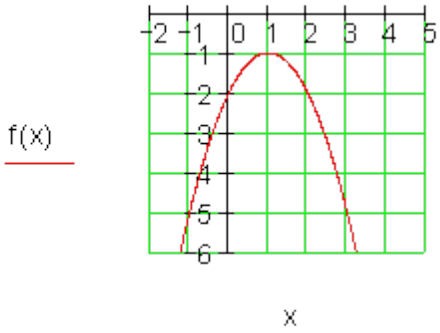
$P_y\left(0 \middle| -\frac{1}{2}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

 ج –	$f(x) = -(x+2)^2$ رأس : $S(-2\mid 0)$ صفرځایونه : $P_x(-2\mid 0)$ د y– غوڅی: $P_y(0\mid -4)$
 چ –	$f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$ د رأس : $S(2\mid 0)$ صفرځایونه : $P_x(2\mid 0)$ د y–تقاطع: $P_y(0\mid -16)$

ح-

	$f(x) = -(x-1)^2 - 1$ رأس –یا ککرئ : $S(1\mid -1)$ صفرځایونه :نه شته د y–تقاطع: $P_y(0\mid -2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

الف-

$f(x) = -x^2 - 2x - 1$

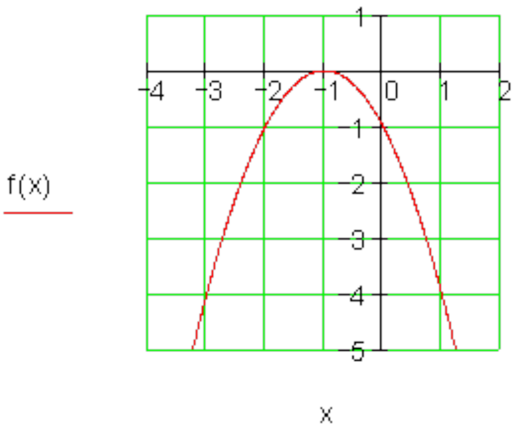
ککرئ بنه:

$y = f(x) = -(x+1)^2$

رأس يا ککرئ : $S(-1|0)$

صفرځايونه : $P_x(-1|0)$

د y–تقاطع: $P_y(0|-1)$



ب –

$f(x) = x^2 - 6x + 8$

د ککرې بنه

$y = f(x) = (x-3)^2 - 1$

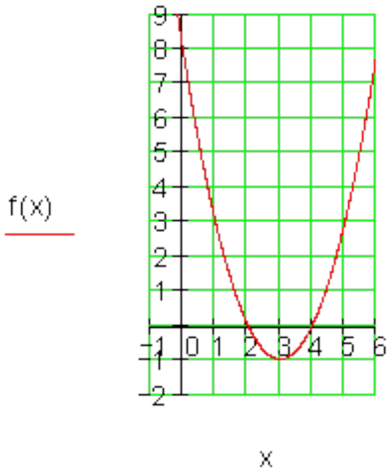
د ککرى : $S(3|-1)$

صفرځايونه :

$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(4|0)$

د y– غوڅى يا تقاطع

$P_y(0|8)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

د $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$

رأس بنه:

$$y = f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$$

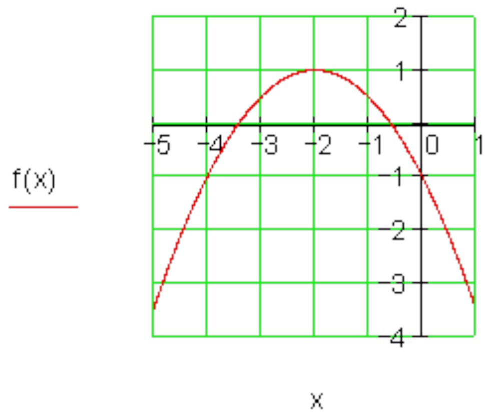
ککرئ : $S(-2|1)$

صفرځایونه :

$$P_{x_1}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3,41 \middle| 0\right)$$

$$P_{x_2}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0,59 \middle| 0\right)$$

د y– غوڅی : $P_y(0|-1)$



ت

د $f(x) = x^2 - 4x + 9$

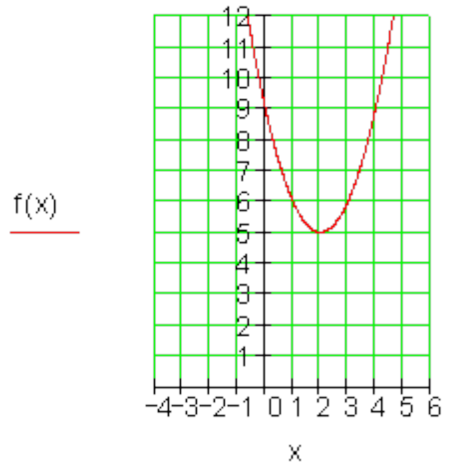
رأس –یا ککر تکی بنه

$$y = f(x) = (x-2)^2 + 5$$

ککرئ یا رآس: $S(2|5)$

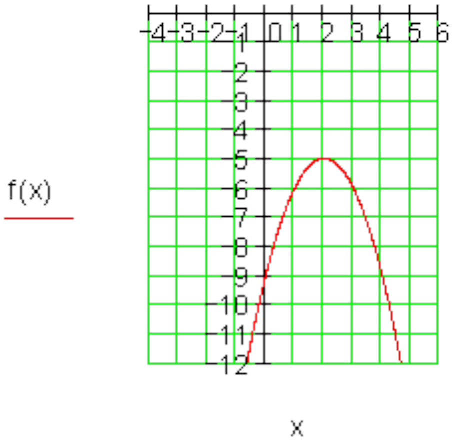
صفرځایونه : شتون نه لري

د y– غوڅی : $P_y(0|9)$

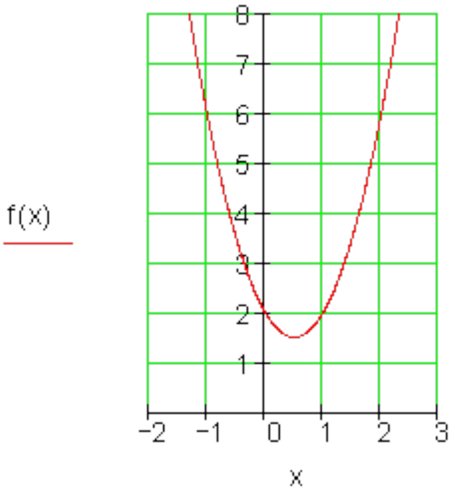


(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

	$f(x) = -x^2 + 4x - 9$ د رأس ـيا ككر ټکی بڼه $y = f(x) = -(x-2)^2 - 5$ صفرځايونه:نه شته د y– غوڅی : $P_y(0 \mid -9)$

ث –

	$f(x) = 2x^2 - 2x + 2$ د رأس ـيا ككر ی بڼه $y = f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$ صفرځايونه نه شته د y– غوڅی يا تقاطع $P_y(0 \mid 2)$

ج –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^2 + 6x + 4$

د رأس بنه

$y = f(x) = (x+3)^2 - 5$

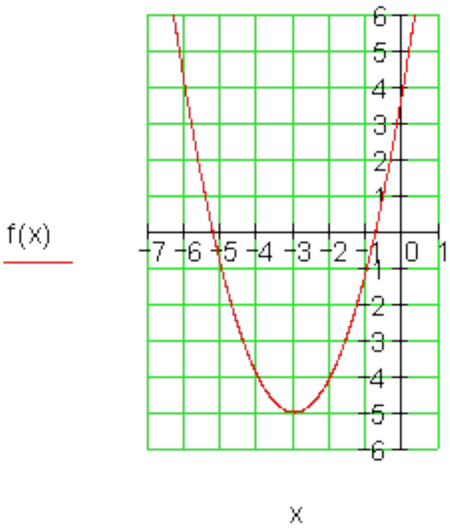
ککرئ : $S(-3 \mid -5)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-3-\sqrt{5} \approx -7{,}24 \mid 0\right)$

$P_{x_2}\left(-3+\sqrt{5} \approx -0{,}76 \mid 0\right)$

د y–تقاطع: $P_y(0 \mid 4)$



چ –

$f(x) = -3x^2 + 12x - 9$

د رأس –یا ککرئ بنه

$y = f(x) = -3(x-2)^2 + 3$

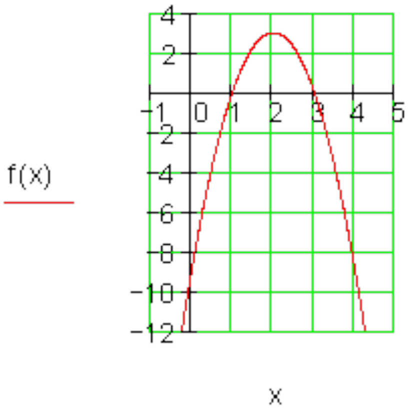
ککرئ : $S(2 \mid 3)$

صفرځایونه

$P_{x_1}(1 \mid 0);\ P_{x_2}(3 \mid 0)$

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0 \mid -9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$

د رأس ــيا ككرئ بنه

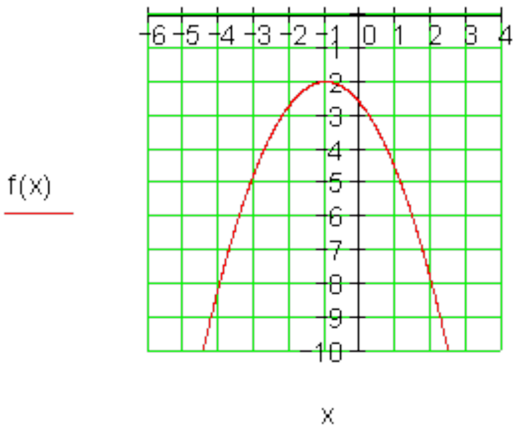
$y = f(x) = -\frac{2}{3}(x+1)^2 - 2$

ككرئ : $S(-1|-2)$

صفرځايونه :نه شته

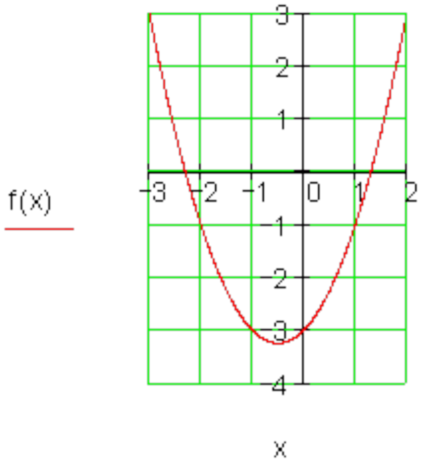
د y– غوڅى : $P_y\left(0 \middle| -\frac{8}{3}\right)$

ح-



$f(x) = x^2 + x - 3$

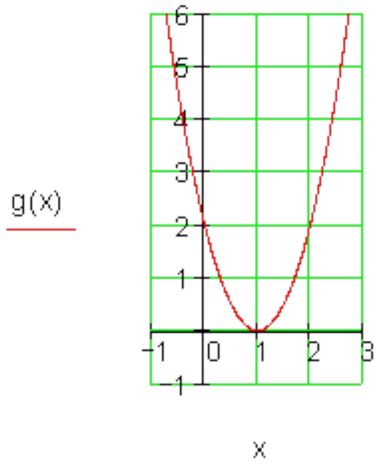
x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	3	−1	−3	−3	−1	3



خلورم –

$g(x) = 2x^2 - 4x + 2$

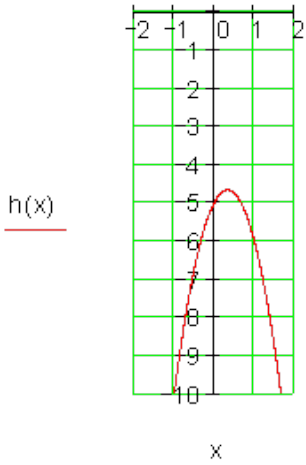
x	−1	0	1	2	3
g(x)	8	2	0	2	8



(c) ketabton.com: The Digital Library

$h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

x	−1	−0,5	0
h(x)	−10	−6,75	−5
x	0,5	1	1,5
h(x)	−4,75	−6	−8,25



ګرافونه په برتله کونه کې

د f(x) او g(x) ګرافونه پورته لور ته واز دي.

د h(x) ګراف کښته لور ته واز دی.

د g(x) او h(x) ګراف خوار یا نرى دى نسبت .f(x) ته.

دا د بڼي فاکتور سره سر او کار لري.

د f(x)ګراف دوه صفرځایونه لري،

د g(x)ګرف ډبل صفرځای لري،

او د h(x) صفرځای نه لري.

پنځم -

نورمال پارابول: $f(x) = x^2$

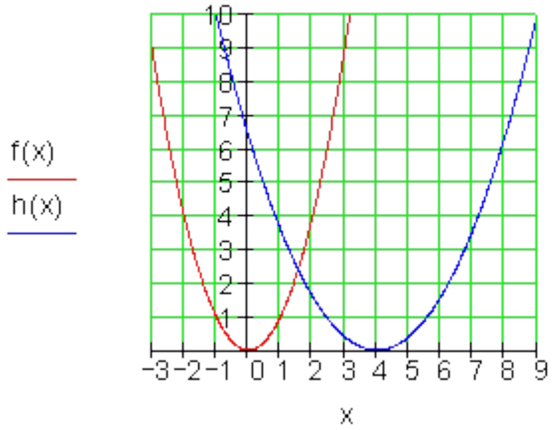
د بڼي ضریب 0,4 سره:

$g(x) = 0{,}4x^2$

راکښنه په ځلور یوونه

یا واحدونوو ښي لور ته

$h(x) = 0{,}4(x-4)^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

شیړم –

الف-

<table>
<tr>
<td>

$f(x) = -(x-1)^2$

اینبوونه: $g(x) = f(x) + u$

$g(x) = -(x-1)^2 + u$

$P(0|2): g(0) = -(0-1)^2 + u = 2$

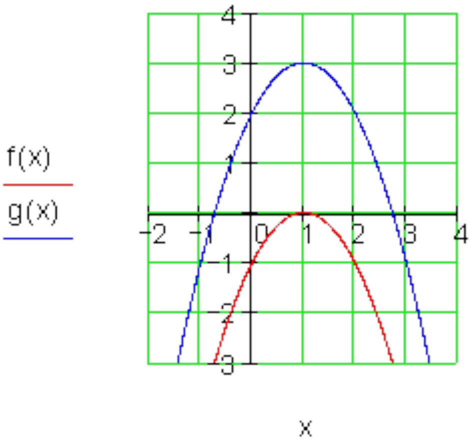
$\Rightarrow -(-1)^2 + u = 2 \Leftrightarrow u = 3$

$\Rightarrow g(x) = -(x-1)^2 + 3$

ککرتکی $S(1;0)$ په درې یوونو(واحدونو)

پورته لور ته راکښل کیږي.

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

ب –

<table>
<tr>
<td>

$f(x) = 3x^2 - 1$

اینبوونه: $g(x) = f(x) + u$

$g(x) = 3x^2 - 1 + u$

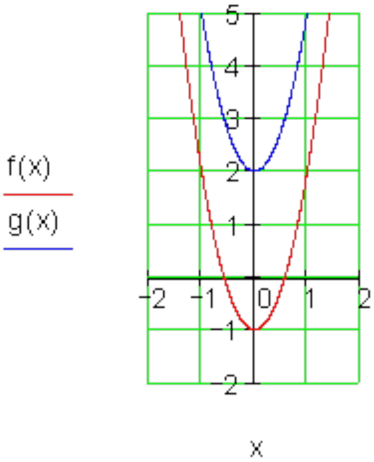
$P(0|2): g(0) = -1 + u = 2$

$\Rightarrow u = 2 + 1 = 3$

$\Rightarrow g(x) = 3x^2 - 1 + 3 = 3x^2 + 2$

پارابول په درې واحدونو پورته لور ته راکښل کیږي.

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

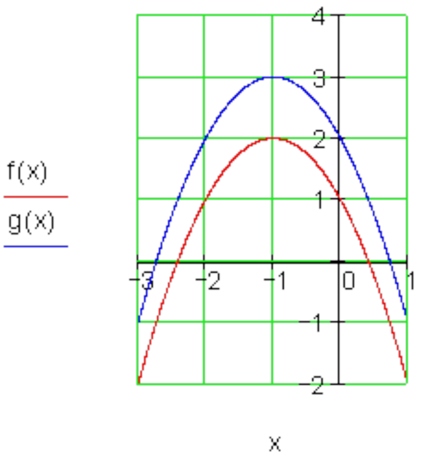
$f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اینوونه: $g(x) = f(x) + u$

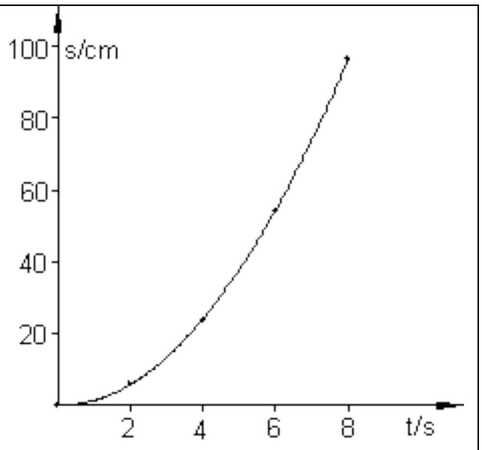
$$g(x) = -x^2 - 2x + 1 + u$$
$$P(0|2) : g(0) = 1 + u = 2$$
$$\Rightarrow u = 2 - 1 = 1$$
$$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 1 + 1$$
$$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 2$$

پارابول په یو واحد پورته لور ته رکشأ کیږي.

پ –



اوم –



اینوونه: $f(x) = a_2 x^2$

$$P(2|6) : f(2) = a_2 \cdot 4 = 6 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$$

نیونه: $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

ټکی ازماېښت:

$$P(4|24) : f(4) = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24 \ (w)$$
$$P(6|54) : f(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54 \ (w)$$
$$P(8|96) : f(8) = \frac{3}{2} \cdot 64 = 96 \ (w)$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

بنسټونه مربع توابع II

لومړی - د لاندې پارابولونو د تابع مساوات ورکړی:

الف- $f(x) = x^2 - 4x + 2$ ب ـ $f(x) = x^2 + 4x + 2$

پ ـ $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ ت- $f(x) = -x^2 + 8x - 9$

ټ- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ ث ـ $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

ج ـ $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2$ چ ـ $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$

ح- $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - 7$ خ - $f(x) = \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$

(۱) د ککرئ ټکي بڼه او ککرئ ټکي وټاکی.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیری.

(۳) پل په پل تشریح کړی، چی f(x) د نورمال پارابول حخه څنګه منځ ته راځي او دا څنګه واز دی.

(۴) په یوه مناسب پروتولاړسیستم کې د f(x) ګراف وکاږی

دویم – سړی کړی شي د نورمال پارابول څخه هر په خوښه پارابول د د غوڅټکي د راکښني له لارې او د پړسېدنې یا غزونې له لارې منځ ته اوړي. که دا کښته لور ته واز وي، نو دا د x محور باندې هنداره کیږي یا منعکس کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابول په هکله لاندې ټکي پېژنو:

بنه ضریب	د x په لور راکښنه یا ځای بدلون	د y په لور راکښنه یا ځای بدلون
$a_2 = 1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۱- په 2 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۲ - په 4 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{1}{2}$	په 2 واحدونو کيڼ لورته	۳ -په 4 واحدونو کښنته لور ته
$a_2 = -2$	په 1 واحد ښي لورته	۴ – په 5 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = -\frac{1}{4}$	په 4 واحدونو کيڼ لورته	۵ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{3}{2}$	په 2,5 واحدونو ښي لورته	۶ - په 6 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{3}{4}$	په 3 واحدونو کيڼ لورته	۷ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = 2$	په 3,5 واحدونو ښي لورته	۸ - په 4,5 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = \frac{1}{3}$	په 2 واحدونو یا یوونونو ښي لورته	۹ - ه 3 واحدونو یا یوونونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{2}{3}$	په 4 واحدونو ښي لورته	۱۰ - په3 واحدونو پورته لور ته

(۱) د ککرئ ټکي بنه او ککرئ ټکي وټاکی.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیرئ.

(۳) د تابع مساوات په پولینوم بنه $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$? څنګه دي؟

(۴) په یو مناسب کواوردینات سیسم کې د f(x) ګراف وکاږئ.

حلونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنستونه مربع توابع II

نتيجي او مفصل حلونه

NP : نورمال پارابول

∩: کښته لور ته واز   U: پورته لور ته واز

-> n په n واحدونو ښي لورته راکښلی   -->n په n یونونو کيڼ لور ته راکښل

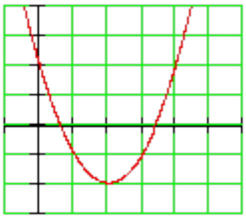
n↑ په n یوونونو پورته لور ته رکښل شوی

n↓ په n یوونونو کښته لور ته راکښل شوی.

نتيجي

لومړی –

الف-

۴	
	۱ - $f(x) = (x-2)^2 - 2; S(2\|-2)$ $P_y(0\|2)$ $P_{x1}(2+\sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0)$ ۲ _ $P_{x2}(2-\sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0)$ ۳ _ NP: U: 2 →; 2↓

(c) ketabton.com: The Digital Library

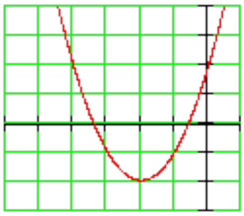
---

۱ - $f(x) = (x+2)^2 - 2;\ S(-2\,|\,-2)$

۲ _
$P_y(0\,|\,2)$
$P_{x1}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0{,}586\ |\ 0\right)$
$P_{x2}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3{,}414\ |\ 0\right)$

۳ _ NP: $\cup: 2\leftarrow;\ 2\downarrow$

ب – ۴

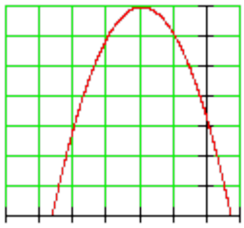


۱ - $f(x) = -(x+2)^2 + 7;\ S(-2\,|\,7)$

۲ _
$P_y(0\,|\,3)$
$P_{x1}\left(-2+\sqrt{7} \approx 0{,}646\ |\ 0\right)$
$P_{x2}\left(-2-\sqrt{7} \approx -4{,}646\ |\ 0\right)$

۳ _ NP: $\cap: 2\leftarrow;\ 7\uparrow$

پ –۴



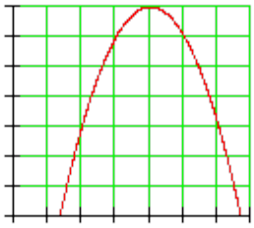
ت

۱ - $f(x) = -(x-4)^2 + 7;\ S(4\,|\,7)$

۲ _
$P_y(0\,|\,-9)$
$P_{x1}\left(4+\sqrt{7} \approx 6{,}646\ |\ 0\right)$
$P_{x2}\left(4-\sqrt{7} \approx 1{,}354\ |\ 0\right)$

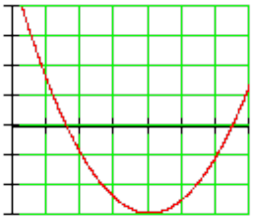
۳ _ NP: $\cap: 4\rightarrow;\ 7\uparrow$

۴

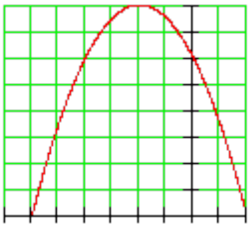
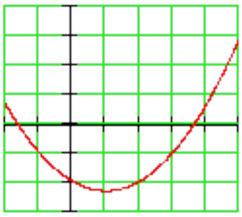


ټ- په لاندي کي:Gestaucht mit کیکارل شوی د ... سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

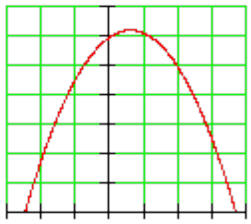
 ۴	$f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2-3;\ S(4\mid-3)$ ۱ - $P_y(0\mid5)$ $P_{x1}(4+\sqrt{6}\approx6{,}449\mid0)$ $P_{x2}(4-\sqrt{6}\approx1{,}551\mid0)$ ۲ – NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: U: $4\rightarrow;\ 3\downarrow$ ۳ –

ث – په لاندې کي:Gestaucht mit کيکاږل شوی د ... سره.

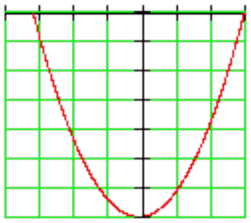
	۳ $f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8;\ S(-2\mid8)$ ۱ - $P_y(0\mid6)$ $P_{x1}(2\mid0);\ P_{x2}(-6\mid0)$ ۲ – NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: $\cap$: $2\leftarrow;\ 8\uparrow$ –
ج – ۴ 	$f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3};\ S\left(1\,\middle|\,-\frac{7}{3}\right)$ ۱ - $P_y(0\mid-2)$ $P_{x1}(1+\sqrt{7}\approx3{,}646\mid0)$ $P_{x2}(1-\sqrt{7}\approx-1{,}646\mid0)$ ۲ – NP gestaucht mit $\frac{1}{3}$: U: $1\rightarrow;\ \frac{7}{3}\downarrow$ ۳ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –

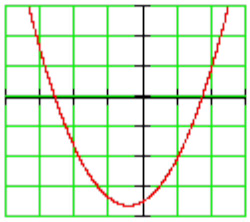
۱ – $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128};\ S\left(\frac{9}{16}\middle|\frac{795}{128}\right)$ ۲ – $P_y(0\|6)$ $P_{x1}\left(\frac{9}{16}+\sqrt{\frac{2385}{256}}\middle|0\right)$ $P_{x2}\left(\frac{9}{16}-\sqrt{\frac{2385}{256}}\middle|0\right)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{2}{3}$: $\cap$: $\frac{9}{16}\rightarrow$; $\frac{795}{128}\uparrow$	۴ 

ح-

۱ – $f(x) = \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48};\ S\left(-\frac{1}{6}\middle|-\frac{337}{48}\right)$ ۲ – $P_y(0\|-7)$ $P_{x1}\left(-\frac{1}{6}+\sqrt{\frac{337}{36}}\middle|0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{6}-\sqrt{\frac{337}{36}}\middle|0\right)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{3}{4}$: U: $\frac{1}{6}\leftarrow$; $\frac{337}{48}\downarrow$	۴ 

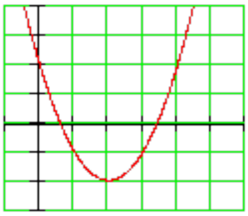
(c) ketabton.com: The Digital Library

-خ

۱ـ $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256};\ S\left(-\frac{15}{32}\,\middle\|\,-\frac{941}{256}\right)$ ۲ـ $P_y\left(0\,\middle\|\,-\frac{7}{2}\right)$ $P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle\|\,0\right)$ $P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle\|\,0\right)$ ۳ـ NP gestaucht mit $\frac{4}{5}$; U: $\frac{15}{32}\leftarrow$; $\frac{941}{256}\downarrow$	۴ 

دویم –

الف –

۱ـ $S(2\,\|\,-2)\Rightarrow f(x)=(x-2)^2-2$ ۲ـ $P_y(0\,\|\,-2)$ $P_{x1}\left(2+\sqrt{2}\approx 3,414\,\middle\|\,0\right)$ $P_{x2}\left(2-\sqrt{2}\approx 0,586\,\middle\|\,0\right)$ ۳ـ $f(x)=x^2-4x+2$	

ب –

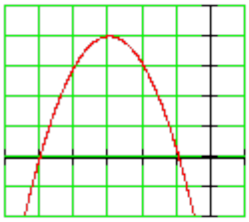
(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۱ - $S(-3\mid 4)\Rightarrow f(x)=-(x+3)^2+4$

۲ – $P_y(0\mid -5)$
$P_{x1}(-1\mid 0);\, P_{x2}(-5\mid 0)$

۳ – $f(x)=-x^2-6x-5$

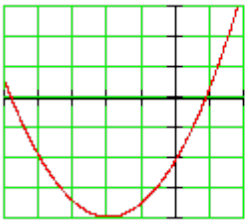


پ –

۱ - $S(-2\mid -4)\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$

۲ – $P_y(0\mid -2)$
$P_{x1}\left(-2+\sqrt{8}\approx 0{,}828\mid 0\right)$
$P_{x2}\left(-2-\sqrt{8}\approx -4{,}828\mid 0\right)$

۳ – $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$

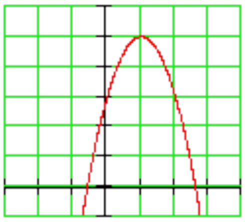


ت-

۱ - $S(1\mid 5)\Rightarrow f(x)=-2(x-1)^2+5$

۲ – $P_y(0\mid 3)$
$P_{x1}\left(1+\sqrt{2{,}5}\approx 2{,}581\mid 0\right)$
$P_{x2}\left(1-\sqrt{2{,}5}\approx -0{,}581\mid 0\right)$

۳ – $f(x)=-2x^2+4x+3$



ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

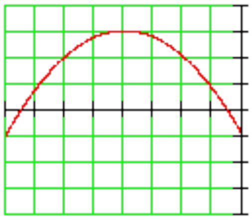
١ - $S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$

$P_y(0 \mid -1)$

$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12} \approx -0{,}536 \mid 0\right)$

٢ ـ $P_{x2}\left(-4-\sqrt{12} \approx -7{,}464 \mid 0\right)$

٣ ـ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$



ث ـ

١ - $S\left(\frac{5}{2} \mid -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$

$P_y\left(0 \mid \frac{27}{8} = 3{,}375\right)$

٢ ـ $P_{x1}\left(\frac{9}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$

٣ ـ $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{27}{8}$

ج ـ

١ - $S(-3 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3$

$P_y\left(0 \mid -\frac{15}{4} = 3{,}75\right)$

٢ ـ $P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$

٣ ـ $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{15}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

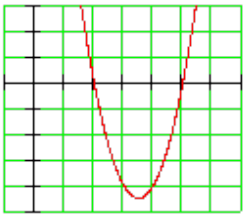
چ –

۱ ـ $S\left(\frac{7}{2} \mid -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$

۲ ـ $P_y(0 \mid 20)$

$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$

۳ ـ $f(x) = 2x^2 - 14x + 20$



ح -

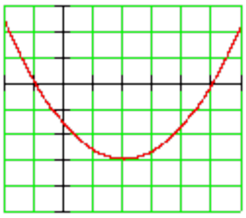
۱ ـ $S(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$

۲ ـ $P_y\left(0 \mid -\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$

$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

۳

ـ $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$



خ -

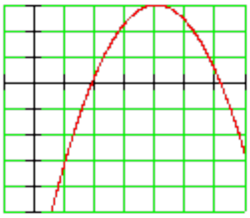
۱ ـ $S(4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$

۲ ـ $P_y\left(0 \mid -\frac{23}{3} \approx -7{,}667\right)$

$P_{x1}\left(4+\sqrt{4{,}5} \approx 6{,}121 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(4-\sqrt{4{,}5} \approx 1{,}879 \mid 0\right)$

۳ ـ $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی-الف1a

(1) د ککرۍ ټکی

ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 4 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2 \text{ Scheitelpunkt: } S(2 \mid -2)$$

(2) د $f(x) = x^2 - 4x + 2$ همداسي د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ محورغوښتکی

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$$

$$\text{falls } x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \mid +2$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$$

$$\text{falls } x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2} \mid +2$$

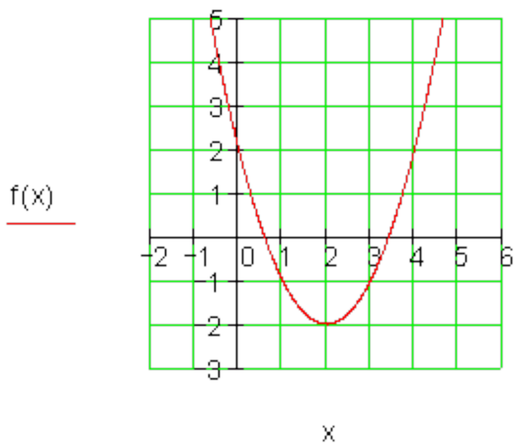
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$P_{x1}\left(2 + \sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0\right)$$

$$P_{x2}\left(2 - \sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0\right)$$

(3) د نورمال پارابول غوښتکی په دوه واحدونو ښي لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

1b الف-

(1) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لاري

$$f(x) = x^2 + 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2 \quad \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 4 + 2$$

ککرۍ ټکی $S(-2 \mid -2)$

(2) د $f(x) = x^2 + 4x + 2$ او $f(x) = (x+2)^2 - 2$ همداسي د محورغوڅتکي

د لاندي پېښتو له کيڼ کښته ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mot der y – Achse:

$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 2 = 0 \mid +2$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ }$

falls $x + 2 > 0 \Rightarrow x + 2 = \sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{2}$

falls $x + 2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x + 2 = -\sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

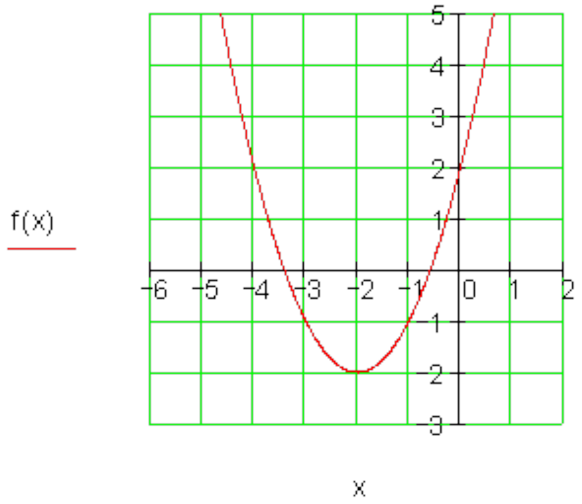
$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{2}$

$P_{x1}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0,586 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3,414 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوښتکی په دوه واحدونوکيڼ لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی

(۴)



1c (Scheitelpunkt=ککرۍ ټکی)

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لاري

$f(x) = -x^2 - 4x + 3$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 + 4x - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 3\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2 - 4 - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2 - 7\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -(x+2)^2 + 7$ Scheitelpunkt: $S(-2 \mid 7)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) د $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ همداسي $f(x) = -(x+2)^2 + 7$ محور غوښتكى

د لاندې پښتو له كيڼ كښته ښخه ښي كښته لور ته: د ... سره غوښتكى، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+2)^2 + 7 = 0 \mid -7$

$\Leftrightarrow -(x+2)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{7}$

falls $x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{7}$

falls $x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

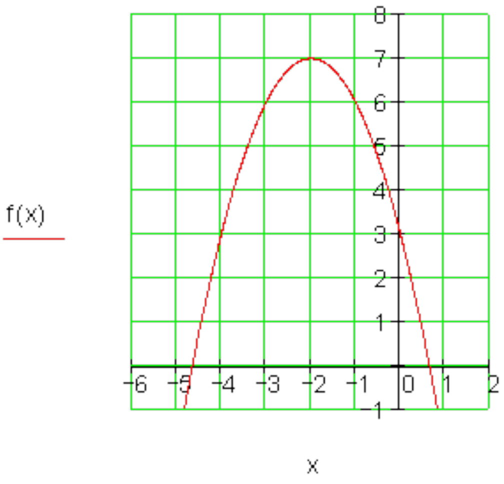
$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{7}$

$P_{x1}\left(-2+\sqrt{7} \approx 0{,}646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{7} \approx -4{,}646 \mid 0\right)$

(3)د نورمال پارابول غوښتكى په دوه واحدونو كيڼ لور ته او په 7 واحدونو پورته لور ته كښول كيږي. پارابول د منفي مخنښښي له امله په a_2 د x په محور هنداره كيږي او له دې امله كښته لور ته واز دی.



(۴)

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ت - د ککرتکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

(1)

$$f(x) = -x^2 + 8x - 9$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 - 8x + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 9\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x-4)^2 - 16 + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x-4)^2 - 7\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -(x-4)^2 + 7 \text{ Scheitelpunkt: } S(4 \mid +7)$$

پورته الماني= ککرى ټکى

(2) د $f(x) = -x^2 + 8x - 9$ همداسې $f(x) = -(x-4)^2 + 7$. محور غوڅ ټکي

د لاندې پېښتو له کيڼ کښته ښخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځايونه ، حالت

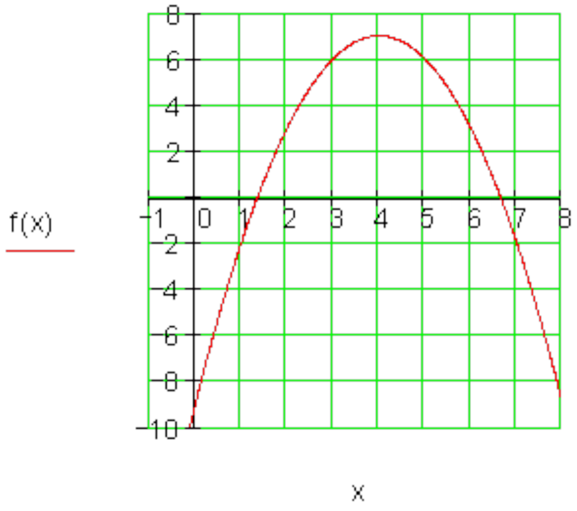
$$\text{Schnittpunkt mit der } y\text{-Achse:}$$
$$y_s = f(0) = -9 \Rightarrow P_y(0 \mid -9)$$
$$\text{Nullstellen:}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-4)^2 + 7 = 0 \mid -7$$
$$\Leftrightarrow -(x-4)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{7}$$

$$\text{falls } x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{7} \mid +4$$
$$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{7}$$
$$\text{falls } x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{7} \mid +4$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{7}$$
$$P_{x1}\left(4 + \sqrt{7} \approx 6{,}646 \mid 0\right)$$
$$P_{x2}\left(4 - \sqrt{7} \approx 1{,}354 \mid 0\right)$$

(3) د نورمال پارابول غوڅټکی په 4واحدونو ښي لور ته او په7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د a_2 د کميزې مخنښې له امله د x په محور هنداره کيږي او له دې امله پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(۴)



:1e

۱) د ککرۍټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[x^2 - 8x + 10\right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 10\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2 - 16 + 10\right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2 - 6\right]$$

له دې لاس ته راځي او برعکس $f(x) = (1/2)(x-4)^2 - 3$ ککرې ټکی $S(4;-3)$

۲) د $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$. همداسي $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3$. محور تقاطع ټکي

د لاندې پېښتو له کيڼ کښته ځخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځايونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 5 \Rightarrow P_y(0 \mid 5)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 = 0 \mid +3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 = 3 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{6}$

falls $x-4>0 \Rightarrow x-4=\sqrt{6} \mid +4$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 4+\sqrt{6}$

falls $x-4<0 \Rightarrow -(x-4)=\sqrt{6} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x-4=-\sqrt{6} \mid +4$

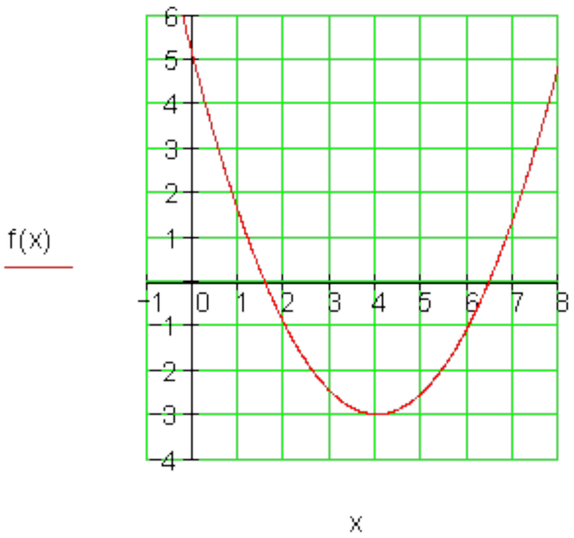
$\Leftrightarrow x = x_2 = 4-\sqrt{6}$

$P_{x1}\left(4+\sqrt{6} \approx 6,449 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(4-\sqrt{6} \approx 1,551 \mid 0\right)$

)۳(د نورمال پارابول غوڅتکی په4 واحدونو ښي لور ته او په دري واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول د ضريب ½ سره پرسيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

)۴(



:1f

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۱) د ککرټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 12\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 4 - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$$

رأس - يا ککرى ټکى S(-2;8)

)۲ (د $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 \mid$ همداسي $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$ محور تقاطع ټکي

د لاندې پېنتو له کېڼ کښته ځخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکى، صفرځايونه ، حالت

$$\text{Schnittpunkt mit der y-Achse:}$$

$$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

$$\text{Nullstellen:}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 = 0 \mid -8$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 = -8 \mid \cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16}$$

$$\text{falls } x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = 4 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 2$$

$$\text{falls } x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = 4 \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = -4 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = -6$$

$$P_{x1}(2 \mid 0)$$

und

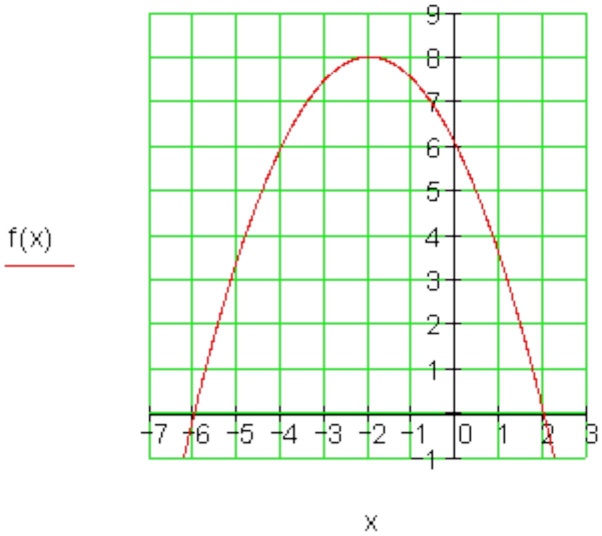
$$P_{x2}(-6 \mid 0)$$

(۳) د نورمال پارابول غوڅټکى په 2 واحدونو کېڼ لور ته او په 8 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول په ½ضربيونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي،پارابول کښته لور ته واز دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

(۴)



:1g

(۱) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x+1^2-1^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-1-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-7\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$$

ککرۍ ټکی: $S\left(1\left|-\frac{7}{3}\right.\right)$

(۲) د $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ همداسې $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$ محور غوڅ ټکي

د لاندې پینتو له کیڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3} = 0 \mid +\frac{7}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 = \frac{7}{3} \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{7}$$

falls $x - 1 > 0 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{7} \mid +1$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{7}$$

falls $x - 1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{7} \mid \cdot (-1)$

$$\Leftrightarrow x - 1 = -\sqrt{7} \mid +1$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{7}$$

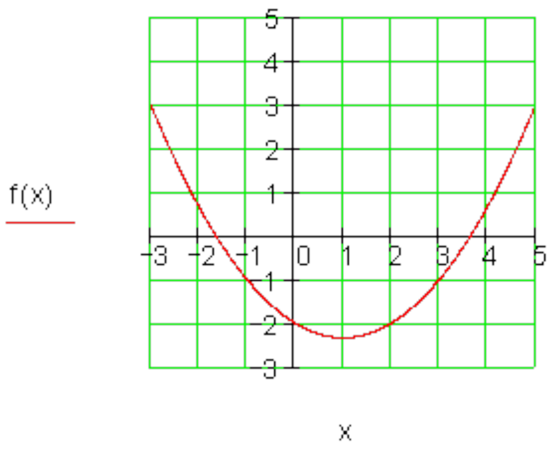
$P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3,646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx 1,646 \mid 0\right)$

) ۳ (د نورمال پارابول غوځېکی په 1 واحدونو ښي لور ته او په 7/3 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي.

پارابول په 1/3ضربیونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.

) ۴ (



:1h

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۱) د ګکرۍ تېکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[x^2-\frac{9}{8}x-9\right]\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[x^2-\frac{9}{8}x+\left(\frac{9}{16}\right)^2-\left(\frac{9}{16}\right)^2-9\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x-\frac{9}{16}\right)^2-\frac{81}{256}-\frac{2304}{256}\right]\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x-\frac{9}{16}\right)^2-\frac{2385}{256}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128}\Rightarrow S\left(\frac{9}{16}\approx 0,56\ \middle|\ \frac{795}{128}\approx 6,21\right)$$

(۲) د $f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$ ، همداسې $f(x)=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128}$ محور غوڅ تېکي

د لاندې پښتو له کیڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتېکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s=f(0)=6\Rightarrow P_y(0\mid 6)$

Nullstellen:

$f(x)=0$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128}=0\ \Big|-\frac{795}{128}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2=-\frac{795}{128}\ \Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{9}{16}\right)^2=\frac{2385}{256}\ \Big|\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \left|x-\frac{9}{16}\right|=\sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x-\frac{9}{16}>0\Rightarrow x-\frac{9}{16}=\sqrt{\frac{2385}{256}}\ \Big|+\frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x=x_1=\frac{9}{16}+\sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x-\frac{9}{16}<0\Rightarrow -\left(x-\frac{9}{16}\right)=\sqrt{\frac{2385}{256}}\ \Big|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x-\frac{9}{16}=-\sqrt{\frac{2385}{256}}\ \Big|+\frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x=x_2=\frac{9}{16}-\sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$P_{x1}\left(\frac{9}{16}+\sqrt{\frac{2385}{256}}\approx 3,615\ \middle|\ 0\right)$$

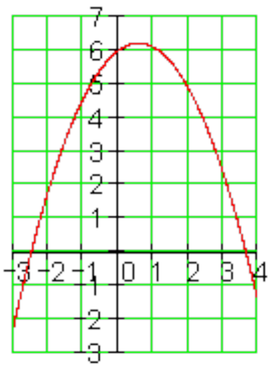
$$P_{x2}\left(\frac{9}{16}-\sqrt{\frac{2385}{256}}\approx -2,49\ \middle|\ 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(3) د نورمال پارابول غوښتکی په 9/1واحدونو ښي لور ته او په 795/128واحدونوپوته لور ته کښول کيږي. پارابول په 2/3 ضريبونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي پارابول کښته لور ته واز دی.

(4)



i1:   (1) د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x+\left(\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{28}{3}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{36}-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{36}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}\Rightarrow S\left(-\frac{1}{6}\approx-0{,}17\;\middle|\;-\frac{337}{48}\approx-7{,}02\right)$$

د

$f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ همداسي $f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}$ محور غوخ ټکي

د لاندي پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځايونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$

Nullstellen:

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48} = 0 \mid +\frac{337}{48}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{48} \mid \cdot \frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{36} \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow \left|x+\frac{1}{6}\right| = \sqrt{\frac{337}{36}}$

$\text{falls } x+\frac{1}{6} > 0 \Rightarrow x+\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}}$

$\text{falls } x+\frac{1}{6} < 0 \Rightarrow -\left(x+\frac{1}{6}\right) = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+\frac{1}{6} = -\sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

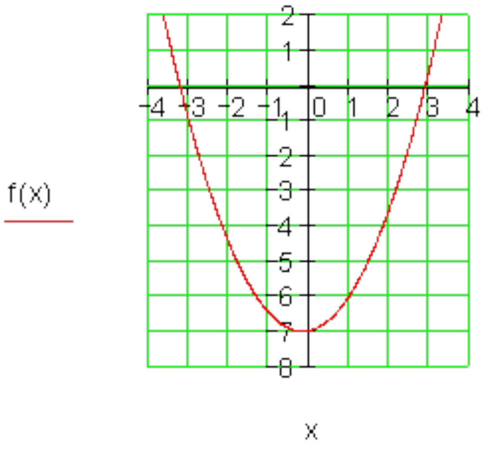
$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}}$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6}+\sqrt{\frac{337}{36}} \approx 2,893 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{6}-\sqrt{\frac{337}{36}} \approx -3,226 \mid 0\right)$

3)د نورمال پارابول غوښتکی په 1/6 واحدونو ښي لور ته او په337/48واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 3/4ضريبونو پرسول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

1j

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x+\left(\frac{15}{32}\right)^2-\left(\frac{15}{32}\right)^2-\frac{35}{8}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{225}{1024}-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{4705}{1024}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}\Rightarrow S\left(-\frac{15}{32}\approx-0,47\,\middle|\,-\frac{941}{256}\approx-3,68\right)$$

(2)د $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$ همداسې $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}$ محور غوڅ ټکي

د y محور سره غوڅټکی: $y_s=f(0)=-\frac{7}{2}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{7}{2}\right)$

، صفرځایونه ، حالت

$$f(x)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}=0\,\Big|+\frac{941}{256}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{941}{256}\,\Big|\cdot\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{4705}{1024}\,\Big|\sqrt{\;}$$

$$\Leftrightarrow \left|x+\frac{15}{32}\right|=\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

falls=که

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}>0 \Rightarrow x+\frac{15}{32}=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \,\Big|\, -\frac{15}{32}$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}<0 \Rightarrow -\left(x+\frac{15}{32}\right)=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \,\Big|\, \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{15}{32}=-\sqrt{\frac{4705}{1024}} \,\Big|\, -\frac{15}{32}$$

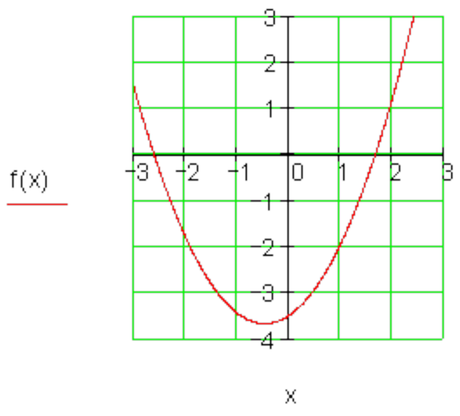
$$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\approx 1{,}675 \,\Big|\, 0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\approx -2{,}612 \,\Big|\, 0\right)$$

د(3)

نورمال پارابول غوښتکی په دوه واحدونو کيڼ لور ته او په 941/256 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 4/5ضربيونو پړسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.



(4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

:2a (1) $a_2 = 1$ په ۲واحدونو بني لورته په۲ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(2 \mid -2) \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2$$

(2) د $f(x) = (x\ \ 2)^2 - 2$ محور سره غوڅتکی

$$y_s = f(0) = (0-2)^2 - 2 = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 \mid +2$$

صفرځایونه : $\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$

حالت: $x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \mid +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$

حالت:

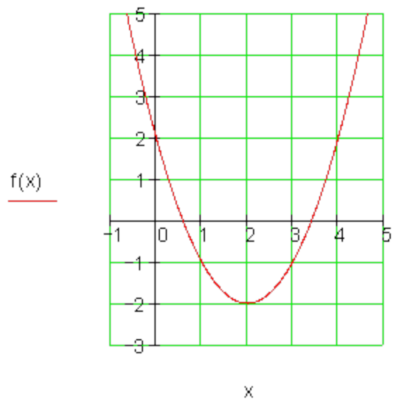
$$; x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2} \mid +2 \Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$P_{x1}\left(2+\sqrt{2} \approx 3,414 \mid 0\right); P_{x2}\left(2-\sqrt{2} \approx 0,586 \mid 0\right)$$

(3)د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ ı پولینوم

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

:2b

(1) $a_2 = -1 \quad 3\ E$ په3 واحدونو كين لور ته په 4 واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$$

(2)د f(x) = -(x+3)² + 4 محور غوخ – يا تقاطع تكي

$$y_s = f(0) = -(0+3)^2 + 4 = -3^2 + 4 = -9 + 4 = -5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow -(x+3)^2 = -4 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+3| = \sqrt{4} = 2$$

حالت:

$$x+3 > 0 \Rightarrow x+3 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_1 = -1$$

حالت:

$$x+3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+3 = -2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_2 = -5$$

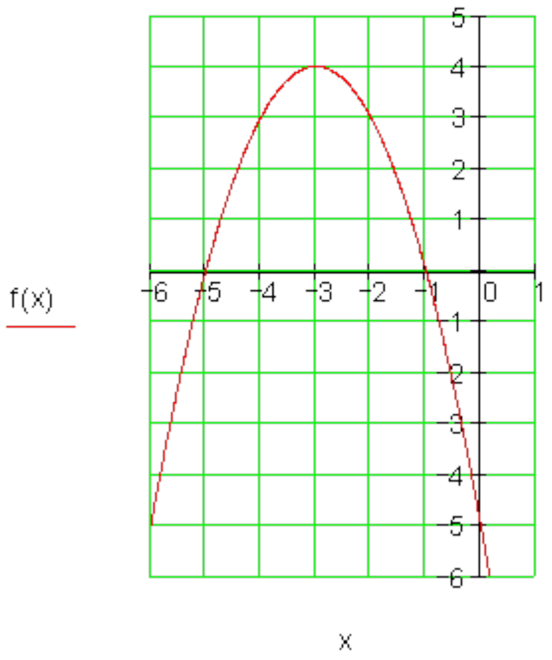
$$\Rightarrow P_{x1}(-1 \mid 0) \text{ und } P_{x2}(-5 \mid 0)$$

(3) د f(x) = -(x+3)+4 پولينوم

$$f(x) = -(x^2 + 6x + 9) + 4$$
$$= -x^2 - 6x - 9 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^2 - 6x - 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

2c: لومړل: $a_2 = \frac{1}{2}$ (1) په ۲ واحدونو كيڼ لورته په ۴ واحدونو كښته لور ته

$\Rightarrow S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$

دويم: د $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$ محور غوخ – يا تقاطع ټکي

$y_s = f(0) = \frac{1}{2}(0+2)^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 4 - 4 = 2 - 4 = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4 = 0 \mid +4$

صفرځايونه: $\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 = 4 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 8 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{8}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حالت:

$$;x+2>0 \Rightarrow x+2=\sqrt{8}\,|-2 \Leftrightarrow x=x_1=-2+\sqrt{8}$$

حالت:

$$x+2<0 \Rightarrow -(x+2)=\sqrt{8}\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{8}\,|-2 \Leftrightarrow x=x_2=-2-\sqrt{8}$$

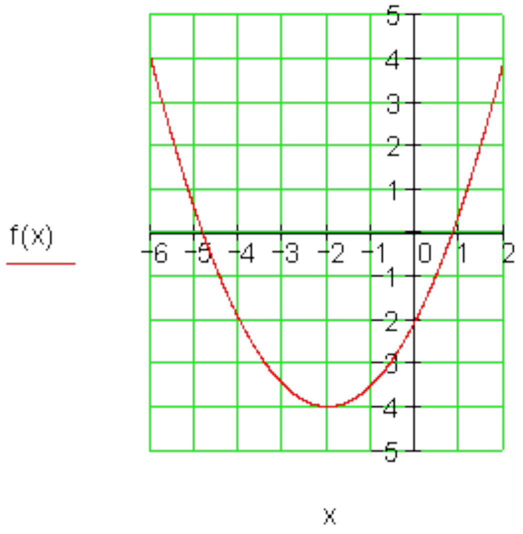
$$P_{x1}\left(-2+\sqrt{8}\approx 0{,}828\;|\;0\right);\;P_{x2}\left(-2-\sqrt{8}\approx -4{,}828\;|\;0\right)$$

دریم: د $f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$ پولینوم

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+4x+4\right)-4$$
$$=\frac{1}{2}x^2+2x+2-4$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

حلرزم:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2d: لومړی: $a_2 = -2$ په1 واح د بني لورته په 5يونونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(1 \mid 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$$

دويم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -2(0-1)^2 + 5 = -2 \cdot (-1)^2 + 5 = -2 \cdot 1 + 5 = -2 + 5 = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2 + 5 = 0 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow -2(x-1)^2 = -5 \mid : (-2) \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{5}{2} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

حالت: $x - 1 > 0 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \mid +1 \Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$

حالت:

$$; x - 1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{\frac{5}{2}} \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x - 1 = -\sqrt{\frac{5}{2}} \mid +1 \Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \approx 2{,}581 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \approx -0{,}581 \,\middle|\, 0\right)$$

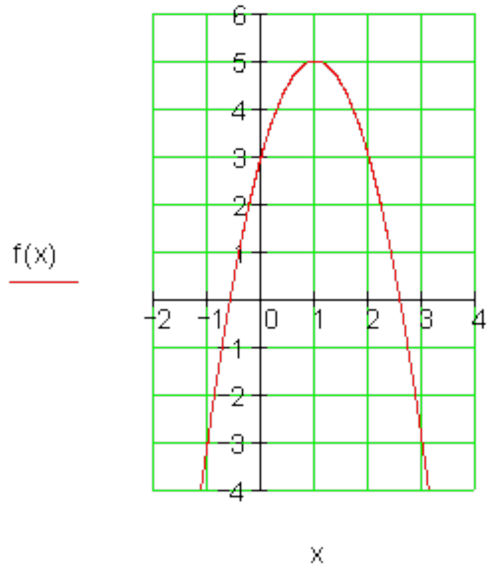
دريم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ پولينوم

$$f(x) = -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$
$$= -2x^2 + 4x - 2 + 5$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -2x^2 + 4x + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:



2e: (1) $a_2 = -\frac{1}{4}$ په ۴ واحدونو کيڼ لور ته   په دري واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$$

(2) د $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$ محور غوخ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{4}(0+4)^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 4^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 16 + 3 = -4 + 3 = -1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3 = 0 \mid -3$$

صفرځايونه:

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 = -3 \mid \cdot(-4) \Leftrightarrow (x+4)^2 = 12 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+4| = \sqrt{12}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي:

$$; x+4>0 \Rightarrow x+4=\sqrt{12} \mid -4 \Leftrightarrow x=x_1=-4+\sqrt{12}$$

که وي:

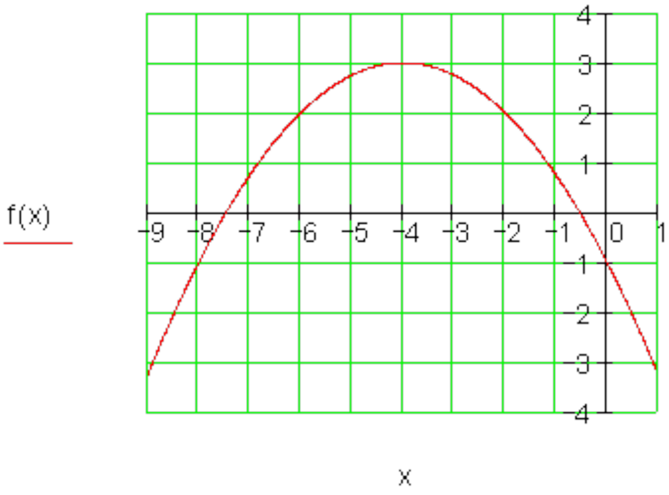
$$x+4<0 \Rightarrow -(x+4)=\sqrt{12} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+4=-\sqrt{12} \mid -4 \Leftrightarrow x=x_2=-4-\sqrt{12}$$

$$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12}\approx -0{,}536 \mid 0\right); P_{x2}\left(-4-\sqrt{12}\approx -7{,}464 \mid 0\right)$$

(3) د $f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$$
$$=-\frac{1}{4}\left(x^2+8x+16\right)+3$$
$$=-\frac{1}{4}x^2-2x-4+3$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{4}x^2-2x-1$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

2f

لومړی: $a_2 = \frac{3}{2}$ په دوه نیم واحدونو ښي لورته په شپږ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \middle| -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$$

دویم: د $f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$ محور غوخ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{3}{2}\left(0 - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\frac{25}{4} - 6 = \frac{75}{8} - 6 = \frac{75}{8} - \frac{48}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0 \middle| \frac{27}{8} = 3{,}375\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = 0 \mid +6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 6 \mid \cdot\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x - \frac{5}{2}\right| = 2$$

که وي

$$; x - \frac{5}{2} > 0 \Rightarrow x - \frac{5}{2} = 2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_1 = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

که وي:

$$; x - \frac{5}{2} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{5}{2}\right) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - \frac{5}{2} = -2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

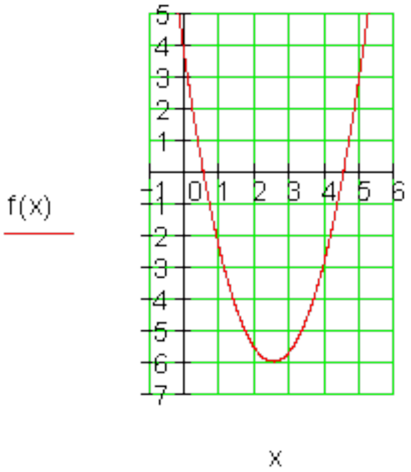
$$P_{x1}\left(\frac{9}{2}=4{,}5\;\middle|\;0\right);\;P_{x2}\left(\frac{1}{2}=0{,}5\;\middle|\;0\right)$$

(3) د $f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$ پولينوم

$$f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$$
$$=\frac{3}{2}\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)-6$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-6$$

$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-\frac{48}{8}$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$

ځلېرم؛



2g

(1) $a_2=-\frac{3}{4}$ په دري واحدونو کين لور ته په دري واحدونو پورته لور ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow S(-3\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$

دیوم:د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{3}{4}(0+3)^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 3^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 9+3=-\frac{27}{4}+3=-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}=-\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{15}{4}=-3,75\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2+3=0\mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2=-3\mid\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\Leftrightarrow (x+3)^2=4\mid\sqrt{\ }\Leftrightarrow |x+3|=2$$

$$\text{falls } x+3>0\Rightarrow x+3=2\mid -3\Leftrightarrow x=x_1=2-3=-1$$

$$\text{falls } x+3<0\Rightarrow -(x+3)=2\mid\cdot(-1)\Leftrightarrow x+3=-2\mid -3\Leftrightarrow x=x_2=-2-3=-5$$

$$P_{x1}(-1\mid 0);\,P_{x2}(-5\mid 0)$$

دریم: د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$

$$=-\frac{3}{4}\left(x^2+6x+9\right)+3$$

$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+3$$

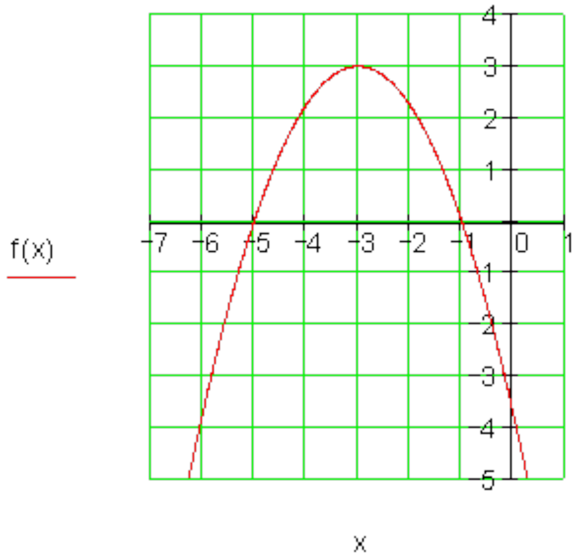
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}$$

$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:



2h

لومړی: $a_2 = 2 \quad 3,5$ په دری نیم ړاحدونو ښي لورته په ځلورنیم واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{7}{2} \middle| -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

دویم: د $f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$ محور غوخ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = 2\left(0 - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2 \cdot \frac{49}{4} - \frac{9}{2} = \frac{49}{2} - \frac{9}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\Rightarrow P_y(0 \mid 20)$$

صفرځایونه: په لاندې کې د الماني پښتو: که(د یوه شي حالت)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}=0 \mid +\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{2} \mid \cdot\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{4} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x-\frac{7}{2}\right|=\frac{3}{2}$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}>0 \Rightarrow x-\frac{7}{2}=\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_1=5$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}<0 \Rightarrow -\left(x-\frac{7}{2}\right)=\frac{3}{2} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x-\frac{7}{2}=-\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_2=2$$

$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$

دریم: د $f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$ پولینوم

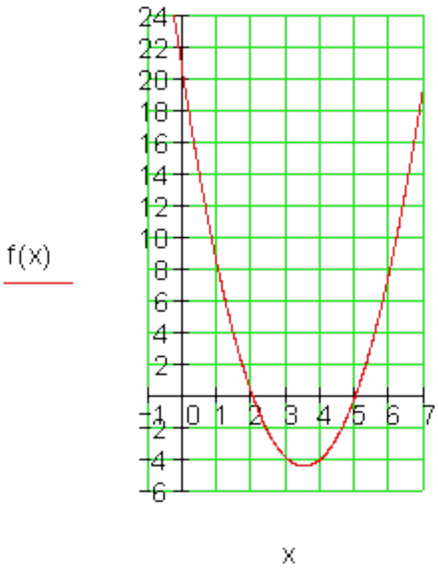
$$f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$$

$$=2\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)-\frac{9}{2}$$

$$=2x^2-14x+\frac{49}{2}-\frac{9}{2}$$

$$=2x^2-14x+20$$

$$\Leftrightarrow f(x)=2x^2-14x+20$$



خلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ح:

(۱) $a_2 = \frac{1}{3}$ په دوه واحدونو ښي لور ته په درې واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(2\,|\,-3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$

(۲) د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ محور غوڅ – یا تقاطع تکي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{3}(0-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot 4 - 3 = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 = 0\,|+3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 = 3\,|\cdot 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 9\,|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = 3$$

$$\text{falls } x-2 > 0 \Rightarrow x-2 = 3\,|+2 \Leftrightarrow x = x_1 = 5$$

$$\text{falls } x-2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = 3\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x-2 = -3\,|+2 \Leftrightarrow x = x_2 = -1$$

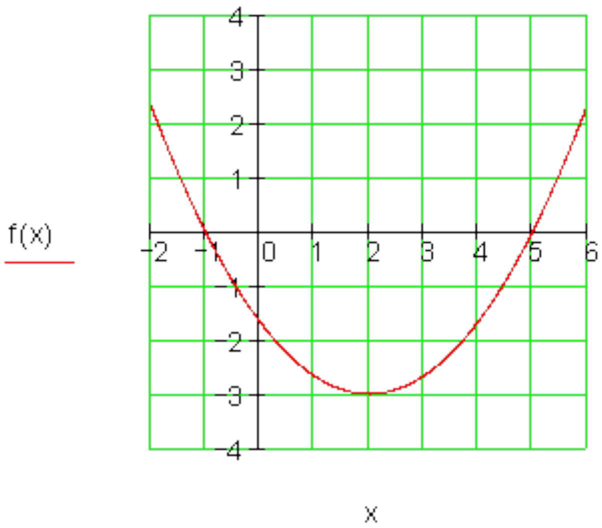
$$P_{x1}(5\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0)$$

(۳)د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ پولينوم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$$
$$=\frac{1}{3}\left(x^2-4x+4\right)-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-\frac{9}{3}$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$

څلورم:



دویم خ:

(۱) $a_2=-\frac{2}{3}$ په څلور واحدونو ښي لور ته   په دري واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(4\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۲)د $f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{2}{3}\cdot(0-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3}\cdot(-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3}\cdot 16 + 3$$
$$= -\frac{32}{3} + 3 = -\frac{32}{3} + \frac{9}{3} = -\frac{23}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{23}{3} \approx -7,667\right)$$

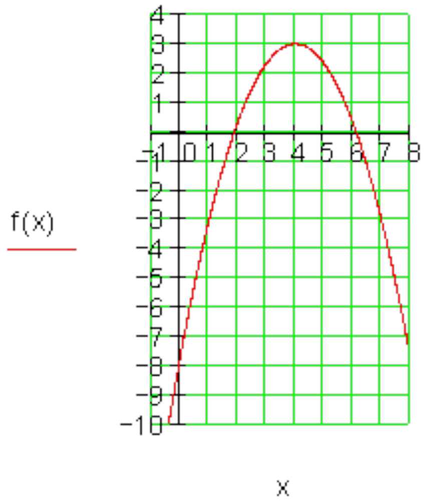
صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3 = 0 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 = -3 \,|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow (x-4)^2 = \frac{9}{2} \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4>0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{\frac{9}{2}} \,|\, +4 \Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4<0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{\frac{9}{2}} \,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{\frac{9}{2}} \,|\, +4 \Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$P_{x1}\left(4+\sqrt{\frac{9}{2}} \approx 6,121 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(4-\sqrt{\frac{9}{2}} \approx 1,879 \,\middle|\, 0\right)$$

(۳) د $f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$ پولینوم

$$f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$$
$$= -\frac{2}{3}\left(x^2 - 8x + 16\right) + 3$$
$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + 3$$
$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + \frac{9}{3}$$
$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

پوښتنې

د مربع توابعو ښستونه III

لومړی –

د یوه پارابول د تابع مساوات ورکړ شوي دي. د محورونو غوځتکي او ککری ټکي وټاکی او ګراف رسم کړی.

الف- $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$ ب – $f(x)=-\frac{x^2}{2}+4x-4$ پ – $f(x)=(x-1)^2-2$

ت- $f(x)=-\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}$ ټ- $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+4)$ ث – $f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x$

ج – $f(x)=2x^2+x-1$ چ – $f(x)=0,5(x^2-5)$ ح- $f(x)=-0,25x^2-x-1$

دویم –

دککری ټکي د کواوردینات د ټاکنی تلنلار روښانه کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دط لپاره د تابع مساوات $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$ وکاروی.

دریم –

د یوه مربع تابع .f(x) لپاره یو ارزښت جدول ورکړ شوی دی. د .f(x) په ګراف یوه وینا ورکړی ککري ټکي، سیرمتري محور، وازوالی. د x کوم ارزښت لپاره د تابع ارزښت کمیږي؟

الف-

x	−1	0	1	2	3
f(x)	5,5	3	1,5	1	1,5

ب-

x	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3	−1,5	−1	−1,5	−3

څلورم –

د دویمې درجې ټول راشنل توابع د ارزښت جدول له لارې ورکړ شوي. د f(x) او g(x) د ګرافونو کوم خویونه کیدی شي و لوستل شي؟ دواړه پارابولونه څنګه توپیر کیږي؟

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−6	−1	2	3	2	−1	−6
g(x)	−3,5	−1	0,5	1	0,5	−1	−3,5

پنځم –

یو پارابول د په لور ځای بدلوي همداسې غزول کیږي. د پارابول کوم خویونه ساتلي پاتې کیږي، کوم یې تغیر خوري.

شپږم –

یو مربع تابع د تابع مساوات $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$ لري.

الف – و ښایی، چې د f(x) ګراف سیومتریک دی د مساوات $x = 2$ سره کرښې ته.

ب – ګراف په دوه وحدونو کیڼ لور ته راکښل کیږي. د راکښل شوي پارابول تابعمساوات g(x) وټاکی.

هر پارابول کیدی شي د ځایبدلون او غزونې له لارې له نورمال پارابول څخه لاس ته راوړی شي یا ګټلی شي. په پروتولاړسیستم یا کواوردینات سیستم کې لاندې ګرافونه وکاږې او تشریح کړی، چې کوم ځای بدلونونه او غزونې له دې سره تاسو کره کړي.

$f(x) = x^2 \qquad f_1(x) = 0,25x^2 + 1 \qquad f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1 \qquad f_3(x) = 2 - x^2$

اتم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د توابعو د ګرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي و ښایاست

$$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3;\ x \in \mathbb{R} \text{ und } g(x) = 0,5x(x-12);\ x \in \mathbb{R}.$$

حلونه

د مربع توابعو بنسټونه برخه III

مفصل حلونه

لومړی الف: محور غوښتکي :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 = 0 \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -6$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6 = \frac{25}{4}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}} = 3;\ x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(3|0);\ P_{x2}(-2|0)}}$$

ککرۍ ټکی

د ککرۍ x کواوردینات:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

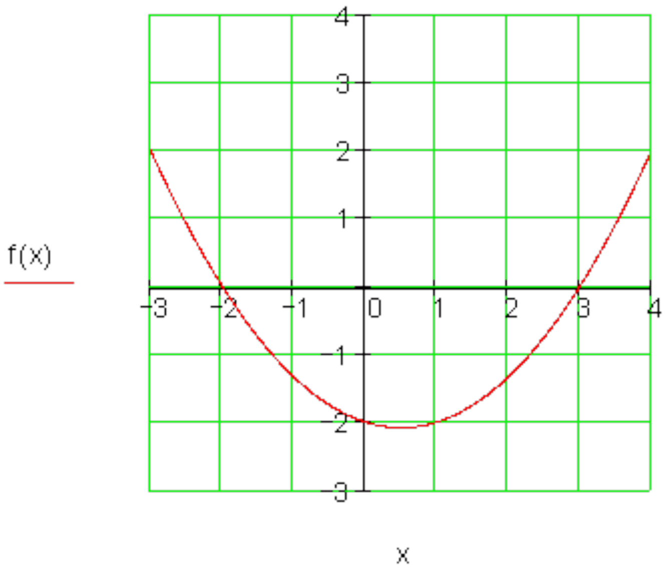
د ککرۍ y کواوردینات:

$$y_s = f(x_s)$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 2 = -\frac{25}{12} \approx -2,08 \Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{25}{12}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

گراف:



لومړی ب- محور غوڅتکي:

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 \Rightarrow P_y(0|-4)$$

صفرځایونه: شرږ

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 = 0 \,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow p = -8;\ q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-4)^2 - 8 = 8$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \approx 6,83;\ x_2 = 4 - \sqrt{8} \approx 1,17$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(4 + \sqrt{8} \approx 6,83 \,|\, 0\right);\ P_{x2}\left(4 - \sqrt{8} \approx 1,17 \,|\, 0\right)$$

ککړی ټکی

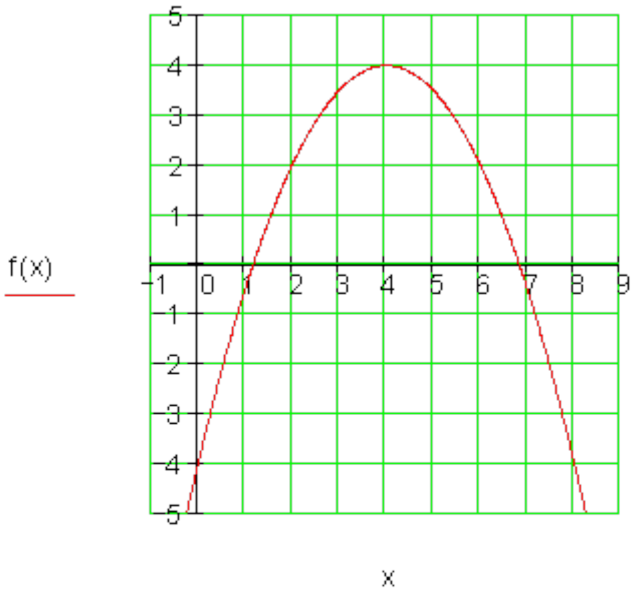
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ککری x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4+\sqrt{8}+4-\sqrt{8}}{2} = 4$

د ککری y کواوردینات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f(4) = -\frac{4^2}{2} + 4 \cdot 4 - 4 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

گراف-



لومړی پ-

محور غوڅتکي::

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځایونه: شرطونه $f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 2| + 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2| \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{2}$$

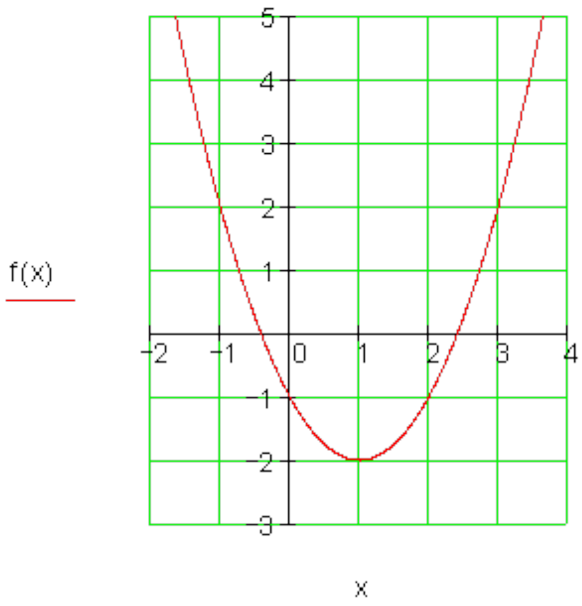
$$\Rightarrow x-1 = \sqrt{2} \Rightarrow x_1 = 1+\sqrt{2}$$

$$x-1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x_2 = 1-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(1+\sqrt{2}\,|\,0\right);\, P_{x2}\left(1-\sqrt{2}\,|\,0\right)$$

ککری ټکی: $f(x) = (x-1)^2 - 2 \Rightarrow S(1|-2)$

ګراف-



لومړی ت-

د محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + x - \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: شرطونه $f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}=0\,|\cdot(-5$ و

$$\Leftrightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}=0 \Rightarrow p=-5\,;\,q=\frac{25}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}=0$$

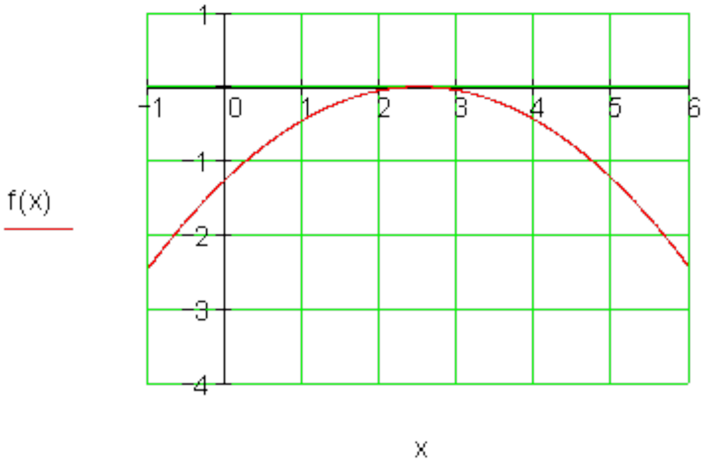
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \Rightarrow x_{1/2}=\frac{5}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{5}{2}\,|\,0\right)\,E$$

لمسټکی
ککرۍ ټکی

لمس ټکی ککرۍټکی دی

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,0\right)$$

ګراف-



لومړی ټ –
د y محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+4)$$

د py لپار شرايط: $f(0) \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2}(-3)(4) = -6 \Rightarrow P_y(0|-6)$

صفرځايونه: شرايط $f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = -4$ د صفر ضرب چملي له مخي

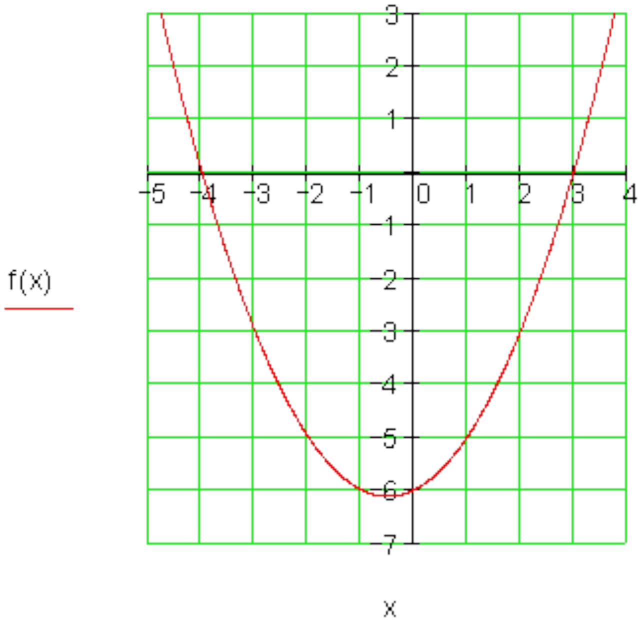
$P_{x1}(3|0); P_{x2}(-4|0)$

ککرئ کی

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-3\right)\left(-\frac{1}{2}+4\right) = -\frac{49}{8} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$$

ګراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ث-
د y محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

صفرځايونه:

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x \Rightarrow P_y(0|0)$$

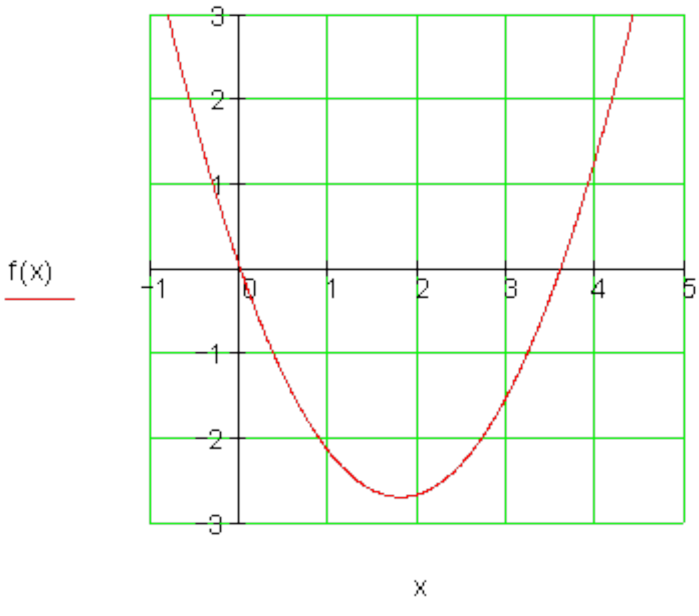
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2-3x=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$$\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_2=\frac{18}{5}=3{,}6 \Rightarrow P_{x1}(0|0);P_{x2}\left(\frac{18}{5}\middle|0\right)$$

ککرئ ټکی

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{0+\frac{18}{5}}{2}=\frac{9}{5}$$

$$y_s=f\left(\frac{9}{5}\right)=-\frac{27}{10}=-2{,}7 \Rightarrow S\left(\frac{9}{5}\middle|-\frac{27}{10}\right)$$



ګراف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 2x^2 + x - 1 \Rightarrow P_y(0|-1)$$

لومړی ج – :

پښتو: صفرځايونه: شرايط $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 |: 2$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{1}{2};\ x_2 = -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{9}{16}} = -1 \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2}|0\right);\ P_{x2}(-1|0)$$

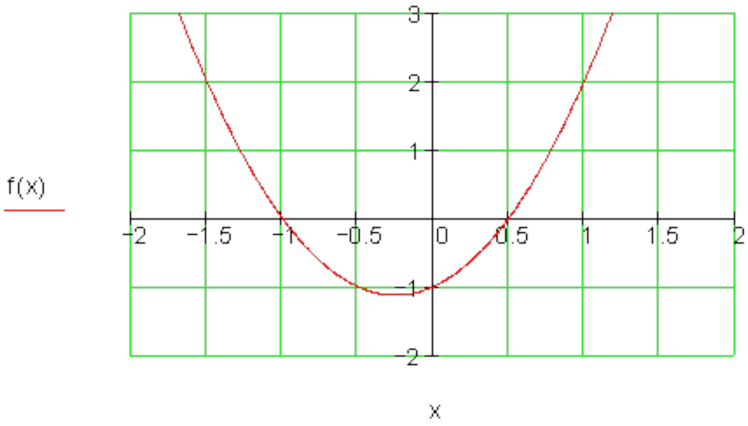
ککرۍ ټکی:

د ککرۍ x کواوردينات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{2} = -\frac{1}{4}$

د ککرۍ y کواوردينات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{9}{8} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{4}|-\frac{9}{8}\right)$$

گراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی چ-

د محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = 0{,}5\left(x^2 - 5\right) = 0{,}5x^2 - 2{,}5 \Rightarrow P_y(0 \mid -2{,}5)$$

صفرځایونه: شرطونه .2 | f(x) = 0 => 0,5x²-2,5

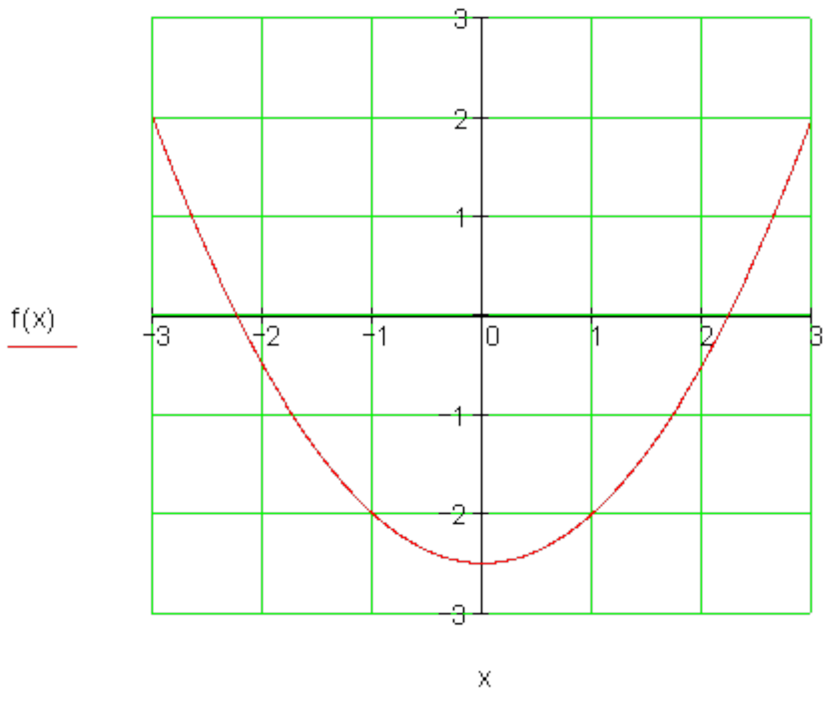
$$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \sqrt{5} \Rightarrow x_1 = \sqrt{5}\,;\, x_2 = -\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(\sqrt{5} \mid 0\right); P_{x2}\left(-\sqrt{5} \mid 0\right)$$

ککرئ ټکی:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2} = 0 \Rightarrow y_s = f(0) = -2{,}5 \Rightarrow S(0 \mid -2{,}5)$$

ګراف-



لومړی ح –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = -0,25x^2 - x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځایونه: شرط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,25x^2 - x - 1 = 0 \,|\cdot(-4)$$

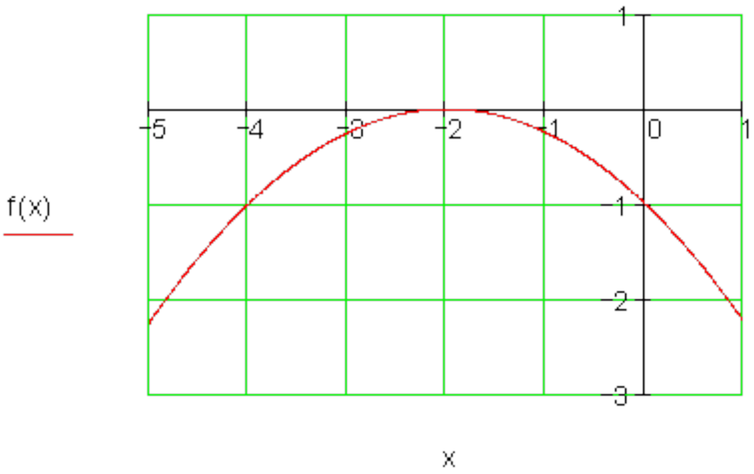
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow p = 4\,;\; q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 2^2 - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

مماس یا لمسټکی $\Rightarrow x_{1/2} = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1/2}(-2|0)}}$ E

کګری ټکی $t \Rightarrow \underline{\underline{S(-2|0)}}$

ګراف-



دویم:

f(x)=2x²-4x+4

اول. ضریب له نوکانو وباسي: f(x)=2[x²-2x+2]

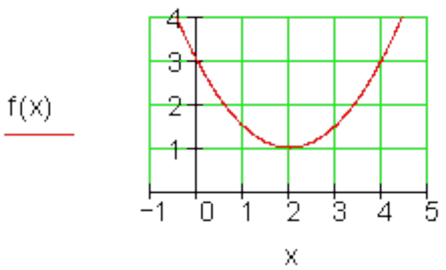
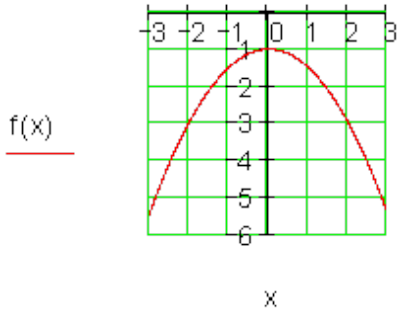
(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه: مربع پوره کیدنه:

$f(x)=2[x^2-2x+1^2 - 1^2 +2]$
$f(x)=2[(x-1)^2+1]$

دري:سره ضرب کړی 2+$f(x)=2(x-1)^2$ککری ټکی یا د رأس ټکی څلور. د ککری ټکي کواوردیناتونه ولولی یا ولیکی.S(1|2)

دریم: الف-

اینونه: $f(x) = a_2(x-2)^2+1$ $P(1\|1{,}5): f(1) = a_2(-1)^2+1 = 1{,}5$ $\Rightarrow a_2+1=1{,}5 \Leftrightarrow a_2=0{,}5$ $\Rightarrow f(x)=0{,}5(x-2)^2+1$ $P(-1\|5{,}5): f(-1)=0{,}5\cdot 9+1=5{,}5$ (w) ککری ټکی:S(2|1) سیمتري:x=2 د $a_2=0{,}5>0$ له امله پورته لور ته وازونه تابع ارزښت د $x<2$ لپاره لویږي(کمیږي)	 یادونه: ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککری کواوردیناتونه(S (2 | 1 و لوستل شي. دا اینونه زاکوي.
اینوونه پایه ځای کونه:$f(x)=a2x^2-1$ $P(1\|-1{,}5): f(1)=a_2 1^2-1=-1{,}5$ $\Rightarrow a_2=-1{,}5+1=-0{,}5$ $\Rightarrow f(x)=-0{,}5x^2-1$ $P(2\|-3): f(2)=-0{,}5\cdot 4-1=-3$ (w) ککری ټکی یا رأس:S(0|-1) سیمتري$x=0$ د $a2=-0{,}5<0$ له امله کښته لور ته وازیدنه د $x>0$ لپاره د تابع ارزښتونه کیمیږي.	 ب- یادونه: ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککری کواوردیناتونه(S (0 | -1 و لوستل شي. دا اینونه زاکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

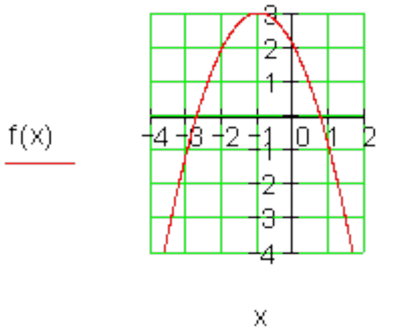
$$S(-1|3): f(x) = a_{2f}(x+1)^2 + 3$$

$$P(2|-6): f(2) = a_{2f} \cdot 9 + 3 = -6$$

$$\Leftrightarrow a_{2f} = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x+1)^2 + 3$$

پورته لور ته وازېدنه



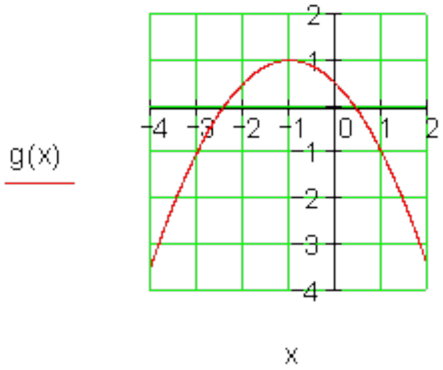
$$S(-1|1): g(x) = a_{2g}(x+1)^2 + 1$$

$$P(1|-1): g(1) = a_{2g} \cdot 4 + 1 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_{2g} = -0,5$$

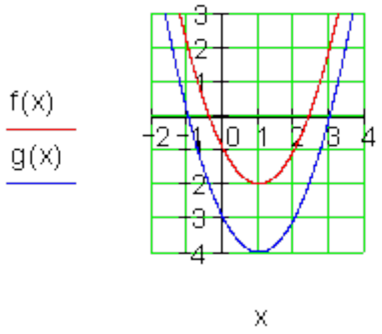
$$\Rightarrow g(x) = -0,5(x+1)^2 + 1$$

کښته لور ته وازېدنه . د ککرۍ ټکو
مختلف د بڼي ضريبونه او ځايونه

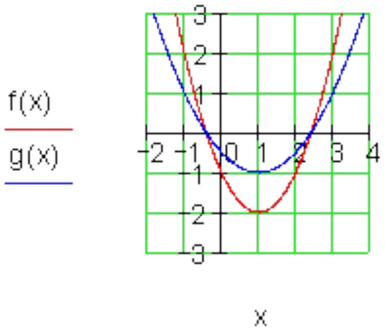


پنځم:

$$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = f(x) - 2$$



$$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = 0,5 \cdot f(x)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y پہ لور راکښنہ:	د y پہ لور غزونہ:
بنہ ساتلي پټیږي، د ککرۍ د y ارزښت تغیر خوري. د محور غوڅټکي تغیر خوري.	د x محور سره غوڅټکي ساتلي پاتیږي. بنہ او د yارزښتونہ تغیر خوري. د y محور سره غوڅټکي تغیر خوري.

شېږم:

الف-

$$f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$$

د $x = 2$ سره کرښې تہ سیمتریک پہ دې معنا دی،چې ککۍ ټکي دx کواوردیناتونہ باید 2 وي.

$$f(x) = 0,5\left[x^2 - 4x - 5\right]$$

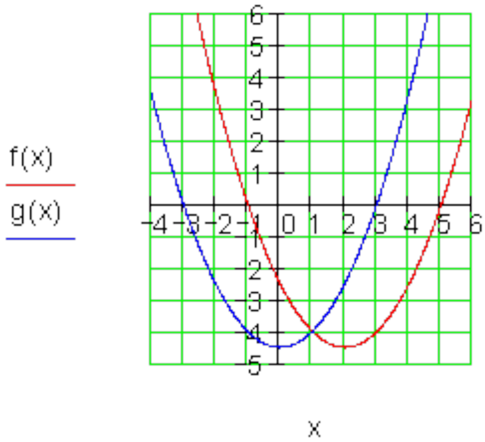
$$= 0,5\left[x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 5\right]$$

$$= 0,5(x-2)^2 - 4,5 \Rightarrow S(2|-4,5)$$

ب- پہ2 یوونہ یا واحدہ کیڼ لور تہ غزونہ:

$$g(x) = 0,5(x - 2 + 2)^2 - 4,5$$

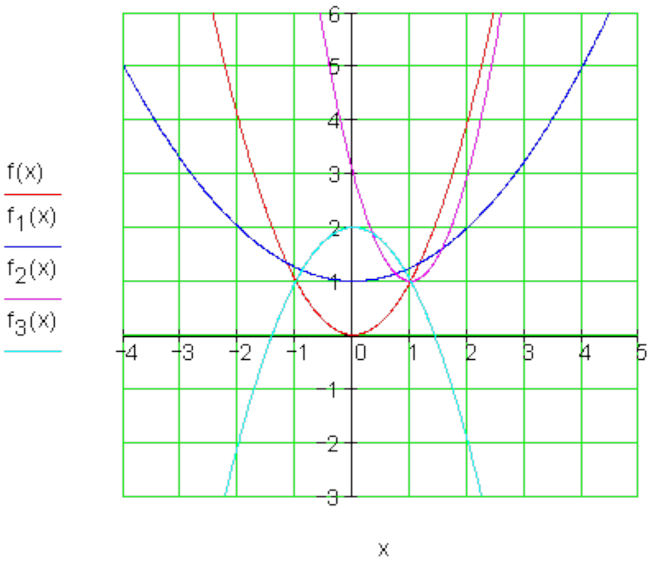
$$= 0,5x^2 - 4,5$$



اوم:

$f(x) = x^2$ $f_1(x) = 0,25x^2 + 1$ $f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1$ $f_3(x) = 2 - x^2$

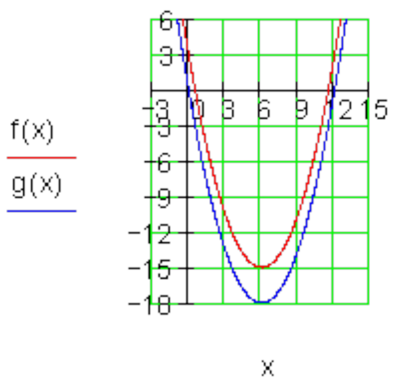
(c) ketabton.com: The Digital Library



$f_1(x)$: د y په لور په ضریب 0,25 غزونه او د y په لور په 1 LE. (د اوږدوالي واحد) راکښنه

$f_2(x)$: د y په لور په ضریب 2 راکښنه په 1 LE. (یو د اوږدوالي واحد) ښي لورته او راکښنه په 1 LE (په یو د اوږدوالي واحد) پورته لور ته.

$f_3(x)$: د x محور باندې هندارونه او په 2 LE (د اوږدوالي یوونه یا واحده) پورته لور ته راکښنه.

$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3$ $g(x) = 0,5x(x-12) = 0,5x^2 - 6x$ oder $g(x) = f(x) - 3 = 0,5x^2 - 6x$ g(x) له f(x) منځ ته راځي په 3 LE د اوږدوالي واحده وښي لورته د راکښنې له امله	اتم: 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع توابعو بنستونه IV

لومړی:

تابع f(x) ورکړ شوی دی. د شمېرنې له لارې وښایې، چې ګراف تابع په x محور کې لمسوي. ګراف وکاږئ.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} \quad x \in \mathbb{R}$$

دویم: د تابع مساواتf(x) د محور غوځېکي وشمیرئ، او ککرئ ټکې. ګراف یې رسم کړئ.

الف- $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x$ ب - $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$ پ- $f(x) = x^2 + 4x + 1$

ت - $f(x) = -0,25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$ ټ ــ $f(x) = 3x(1-x)$ ث- $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3}$

دریم: دU = 18 cm محیط سره کوم مستطیل(ولاړکوډیز) خورا لویه سطحه لري؟

څلورم: د توابعو f(x) اوg(x) ګرافونه چیرته د x محورغوڅوي؟ ککرئ چیرته پرتې دي؟ د دواړو ګرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟ د ارزښت جدول په مرسته پوښتنې ځواب کړئ.

الف ــ

x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3,5	0,5	2,5	2,5	0,5	−3,5
g(x)	4	0	−2	−2	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−12	−5	0	3	4	3
g(x)	3,5	0	−2,5	−4	−4,5	−4

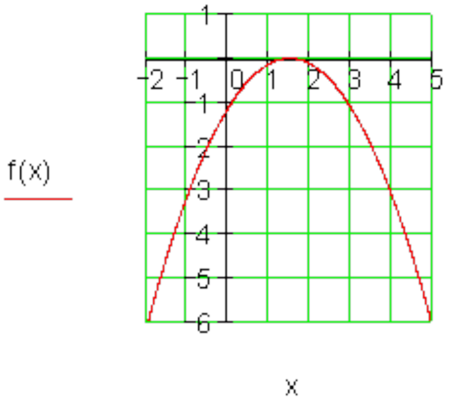
پنځم: د اړونده ګراف کوم خويونه د تابع مساوات څخه سيده لوستل کيدی شي؟

$$f(x) = -x^2 - x + 6; \quad g(x) = (2-x)(x+3); \quad h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4}$$

ځوابونه

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:



$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} = 0 \,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow p = -3;\; q = \frac{9}{4}$$

له

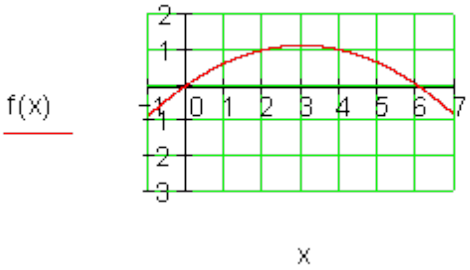
دي لاس ته راځي D=0 لمسېکی = ککری تکی.

$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{3}{2}\,\Big|\,0\right)$$

ککری تکی: $S\left(\frac{3}{2}\,\Big|\,0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه الف-



$$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x \Rightarrow P_y(0|0)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x = 0$$

$$\Leftrightarrow x\left(-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4}\right) = 0$$

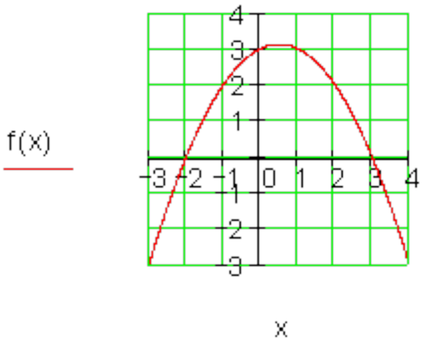
$$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$

$$-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = 6 \Rightarrow P_{x2}(6|0)$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{3} = \frac{0+6}{2} = 3$$

$$y_s = f(x_s) = f(3) = \frac{9}{8} \Rightarrow S\left(3|\frac{9}{8}\right)$$

دوه ب -



$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$$

$$f(0) = -\frac{1}{2}(-3)(2) = 3 \Rightarrow P_y(0|3)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3;\ x_2 = -2$$

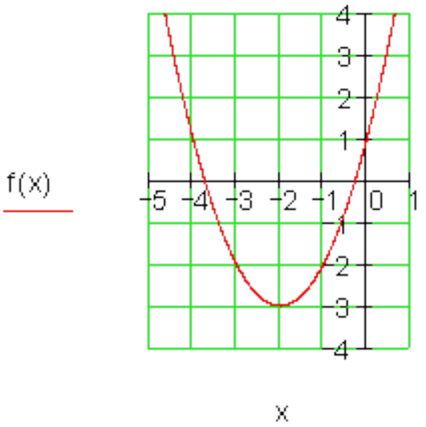
$$\Rightarrow P_{x1}(3|0);\ P_{x2}(-2|0)$$

$$x_s = \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2};\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{8}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}|\frac{25}{8}\right)$$

دوه پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow P_y(0|1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = 4;\ q = 1 \Rightarrow D = 3$$

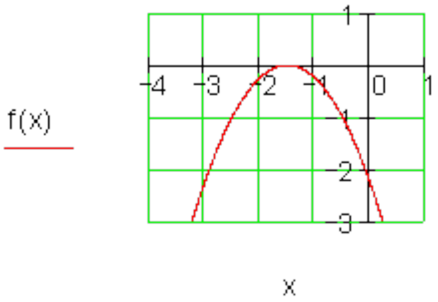
$$x_1 = -2 + \sqrt{3};\ x_1 = -2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(-2+\sqrt{3}\,|\,0\right); P_{x2}\left(-2-\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2+\sqrt{3}+\left(-2+\sqrt{3}\right)}{2} = -2$$

$$y_s = f(x_s) = f(-2) = -3 \Rightarrow S(-2|-3)$$



د لاندې الماني پېنتو: لمستکی

$$f(x) = -0,25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$$

$$= -x^2 - 3x - \frac{9}{4} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\frac{9}{4}\right)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow P_{x1/2}\left(-\frac{3}{2}\,|\,0\right)$$

Da $P_{x1/2}$ Berührungspunkt:

$$\Rightarrow S\left(-\frac{3}{2}\,|\,0\right)$$

دوه ت-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = 3x(1-x)$

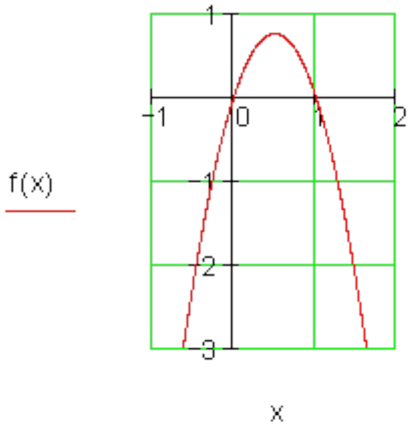
$f(0) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|0)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x(1-x) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0; (1-x) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 1$

$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(0|0); P_{x2}(1|0)}}$

$x_s = \frac{1}{2}; y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}|\frac{3}{4}\right)}}$



دوه ث-

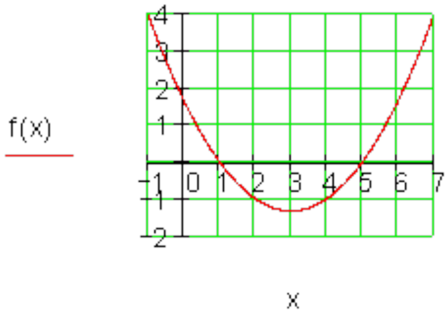
$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0|\frac{5}{3}\right)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3} = 0 | \cdot 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = 5$

$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1|0); P_{x2}(5|0)}}$

$\underline{\underline{S\left(3|-\frac{4}{3}\right)}}$



دريم:

د يوه ولاړګوديز يا مستطيل چاپريال ياا محيط: U=2a+2a

د مستطيل سطحه:A=a.b

ږدو: $U = 2a + 2b \Rightarrow b = \frac{U}{2} - a$ په سطحه فرمول کې يې ځا ي په ځای کړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A(a) = a\left(\frac{U}{2} - a\right) = \frac{U}{2}a - a^2 = -a^2 + \frac{U}{2}a$ پارابول کښته لور ته واز دی

د سطحي لپاره د ککري کواوردیناتونه ماکسیموم راکوي.

$A(a) = -1\left[a^2 - \frac{U}{2}a + \left(\frac{U}{4}\right)^2 - \left(\frac{U}{4}\right)^2\right] = -\left(a - \frac{U}{4}\right)^2 + \left(\frac{U}{4}\right)^2$ د ککری

تکي بنه: $\Rightarrow S\left(\frac{U}{4} \middle| \left(\frac{U}{4}\right)^2\right) \Rightarrow \text{für } a = \frac{U}{4} \text{ ist } A(a) = \left(\frac{U}{4}\right)^2$

د سطحط ماکسیموم

د U=18cm لپاره باور لري: a=18cm/4 =4,5 او -b=(U/2)-a=9cm- 4,5cm=4,5cm

د a=4,5cm او b=4,5cm لپاره مستطیل خورا غته سطحخوندیونه لري.

$A = a \cdot b = 4,5\text{ cm} \cdot 4,5\text{ cm} = 20,25\text{ cm}^2$ دا توکلي یوه مربع یا څلوری ده.

هیله ده د U=30cm سره يي وازمايی.

څلورم:

الف-	ب-
f(x) صفرځایونه -3<x1<-2 او 1<x2<2 سیمتري	f(x) : ککری S(2|4) $\Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- f(x) : ککرۍ S(2|4) $\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$ صفرځايونه: $(x-2)^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 4$ پارابول کښته لور ته واز دی g(x) ککرۍS(2|-4,5) $\Rightarrow g(x) = a_2 (x-2)^2 - 4{,}5$ $g(1) = -4 \Rightarrow a_2 = 0{,}5$ $\Rightarrow g(x) = 0{,}5 (x-2)^2 - 4{,}5$ پارابول پورته لور ته واز دی صفرځايونه $0{,}5(x-2)^2 = 4{,}5 \Rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = -1$ f(x)او g(x) وx=2 ته سيومتريک دي	پارابول لاندې لور ته واز دی د سيمتري له لامله $x_s = -0{,}5$ ۱ g(x) : $P_{x1}(-2 \mid 0) ; P_{x2}(1 \mid 0)$ د ارزښت جدول څخه ولولئ پارابول پورته لور ته واز دی. $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -0{,}5$ f(x) اوg(x) سيمتريک دي و x=-0,5 ته.

پنځم:

د نورمال پاربابول بڼه پورته لور ته واز $f(x) = -x^2 - x + 6$ $P_y(0 \mid 6)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x) = (2 - x)(x + 3)$

د نورمال پاربابول بنه کښته لور ته واز $P_{x1}(-3|0); P_{x2}(2|0)$

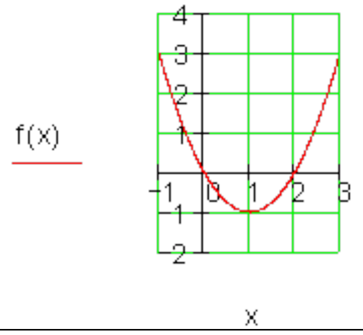
$$h(x) = -(x + 0,5)^2 + \frac{25}{4} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$$

د نورمال پاربول بنه کښته لور ته واز

پوښتنې

د مربع توابعو ګرافونه

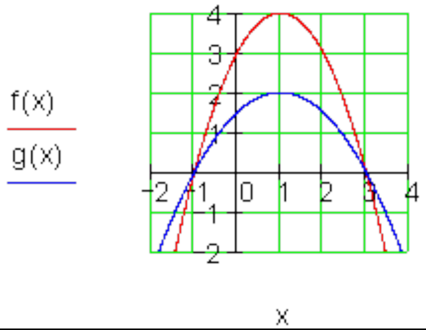
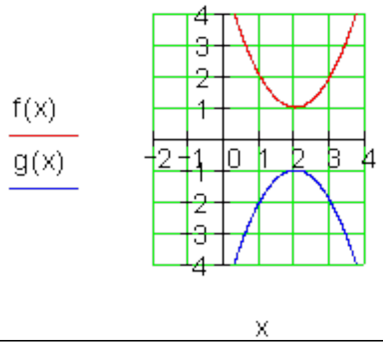
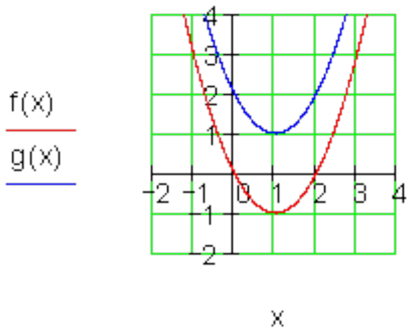
لومړی: دتابع $f(x)$ ګراف ورکړ شوی دی. د $g(x)$ ګراف وکاږی.

	الف- $g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$ ب- $g(x) = -2 \cdot f(x)$ پ- $g(x) = f(x) + 1,5$ ت- $g(x) = [f(x)]^2$

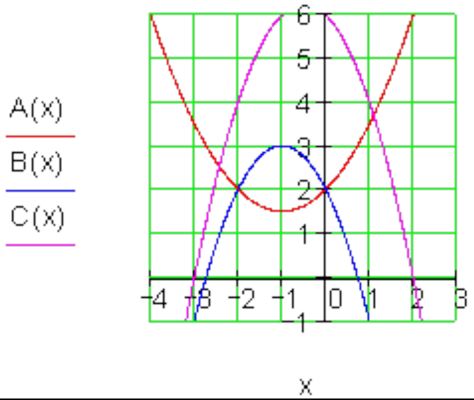
دویم:

الف-	د ګراف$f(x)$ او $g(x)$ ترمنځ کومې اړیکي پرتې دي؟ د ککرۍ ټکي مساوات ولیکی او سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

پرتله یې کړی	
پ- 	ب- 

دریم:

کوم گراف په کوم تابع پورې اړه لري؟ خپله پریکړه مدلله کړه. $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$ $h(x) = (2-x)(x+3)$	

ځوابونه

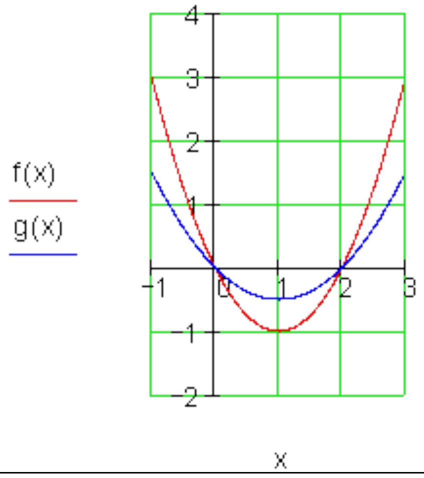
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو ګرافونه|

لومړی:

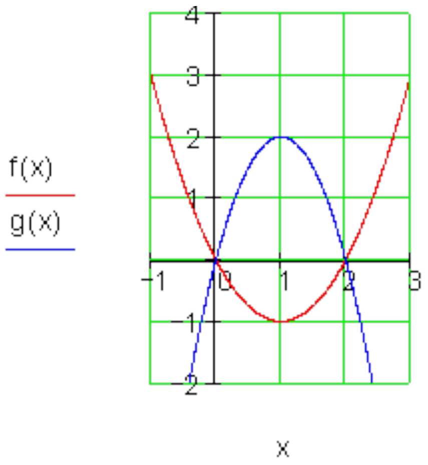
الف-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$



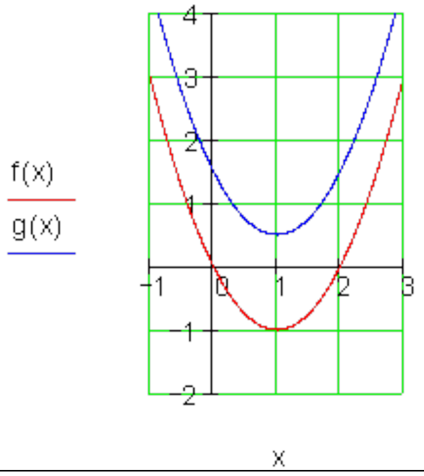
ب-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = -2 \cdot f(x)$



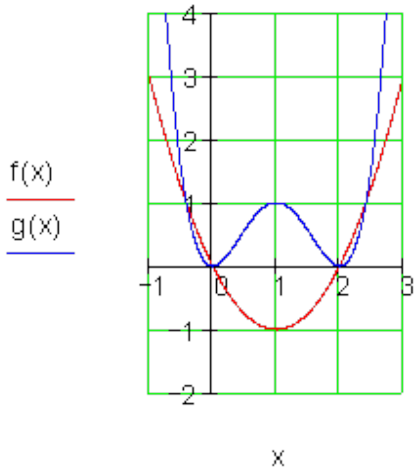
پ-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = f(x) + 1,5$



ت-

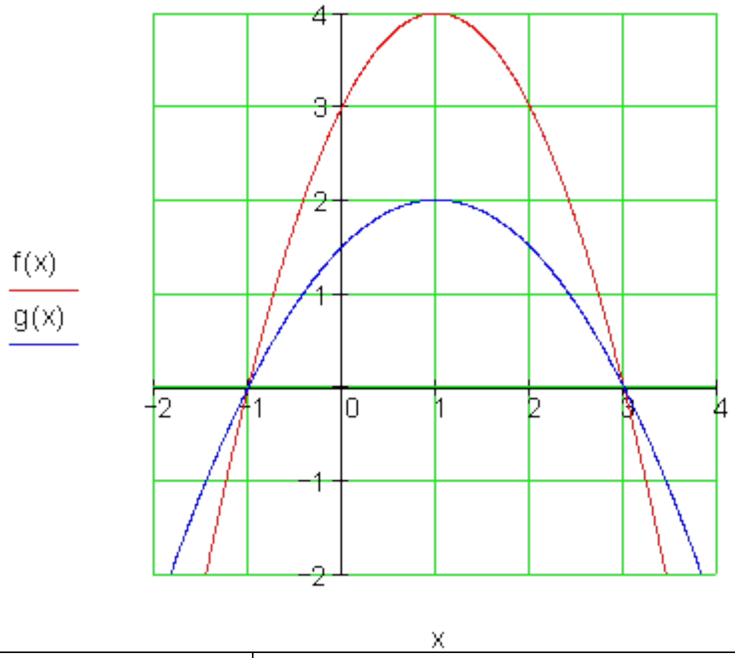
$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = [f(x)]^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم الف-

یادوه: پورته او کښته کې Scheitelpunkt ککی ټکي دی.

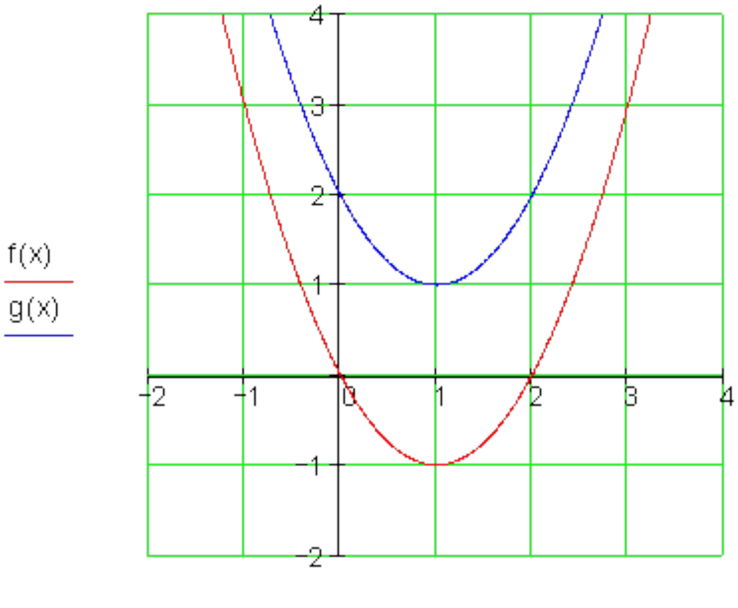


د الماني پېنتو: ککرۍ ټکی:	
$g(x)$: Scheitelpunkt: $S(1\|2)$ $\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 2$ $P(3\|0): g(3) = a_{2g} \cdot 1 + 4 = 0$ $\Rightarrow a_{2g} = -0,5$ $\Rightarrow g(x) = -0,5(x-1)^2 + 2$	$f(x)$: Scheitelpunkt: $S(1\|4)$ $\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 + 4$ $P(0\|3): f(0) = a_{2f} \cdot 1 + 4 = 3$ $\Rightarrow a_{2f} = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-1)^2 + 4$

توپیر د ککرۍ ټکي په ځای او بنه ضریب کې پروت دی

دویم ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

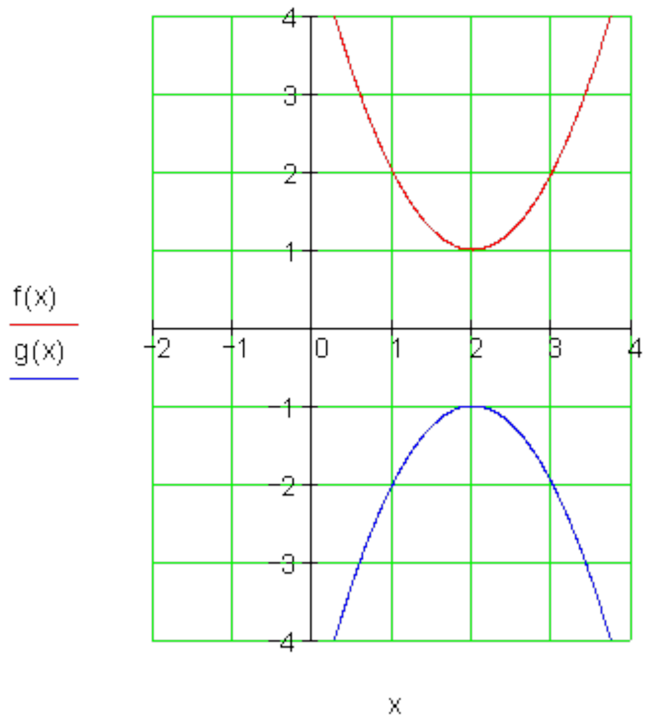


f(x):	g(x):
ککرۍ ټکی $S(1\|-1)$	ککري ټکی $S(1\|1)$
$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 - 1$	$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 1$
$P(0\|0): f(0) = a_{2f} \cdot 1 - 1 = 0$	$P(0\|2): g(0) = a_{2g} \cdot 1 + 1 = 2$
$\Rightarrow a_{2f} = 1$	$\Rightarrow a_{2g} = 1$
$\Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$	$\Rightarrow g(x) = (x-1)^2 + 1$

فقط ککرئ ټکي په ۲ واحدونو یا یوونونو یو له بل لرې پراته دي

دویم پ:

(c) ketabton.com: The Digital Library



g(x):	f(x):
Scheitelpunkt: $S(2\|-1)$	Scheitelpunkt: $S(2\|1)$
$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-2)^2 - 1$	$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-2)^2 + 1$
$P(1\|-2): g(1) = a_{2g} \cdot 1 - 1 = -2$	$P(1\|2): f(1) = a_{2f} \cdot 1 + 1 = 2$
$\Rightarrow a_{2g} = -1$	$\Rightarrow a_{2f} = 1$
$\Rightarrow g(x) = -(x-2)^2 - 1$	$\Rightarrow f(x) = (x-3)^2 + 1$

g(x)د x په محور د f(x) هندارونه(انعکاس) ده دریم:

$f(x) = -(x+1)^2 + 3$ د $S(-1|3)$ له امله په $B(x)$ پورې اړه لري. پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $g(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ $P_y(0|2)$ له امله په $\overline{\overline{A(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول پورته لور ته واز دی.

د $h(x)=(2-x)(x+3)$ $P_{x1}(-3|0);P_{x2}(2|0)$ له امله په $C(x)$ پورې اړه لري.

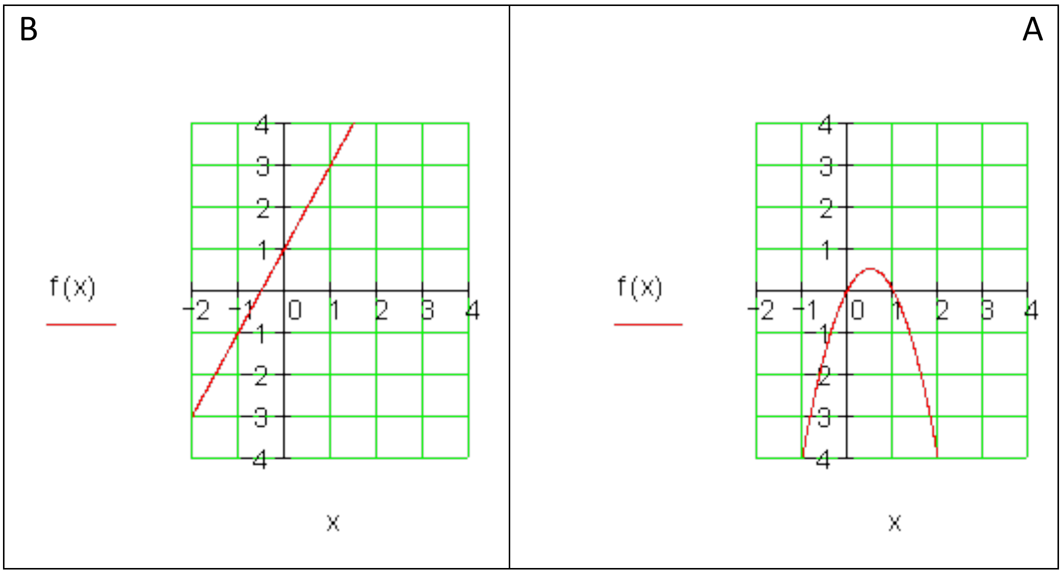
پوښتني

د مربع مساواتو ګرافونه II

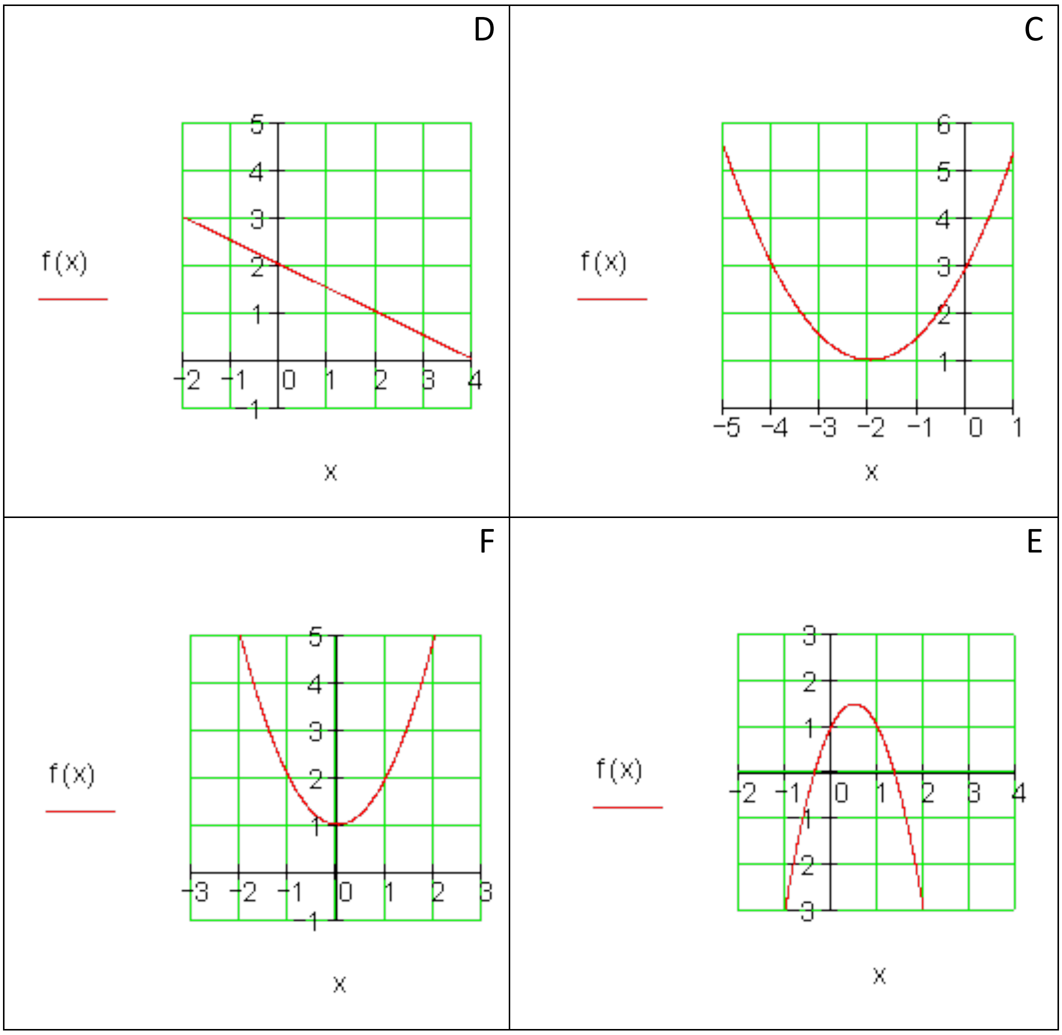
هر د تابع ګراف سره یوه تابع تنظیم یا ترتیب کړئ

$f_1(x)=x^2+1$ $\quad f_2(x)=-2x^2+2x$ $\quad f_3(x)=2x+1$

$f_4(x)=-2x^2+2x+1$ $\quad f_5(x)=2-0,5x$ $\quad f_6(x)=0,5(x+2)^2+1$



(c) ketabton.com: The Digital Library

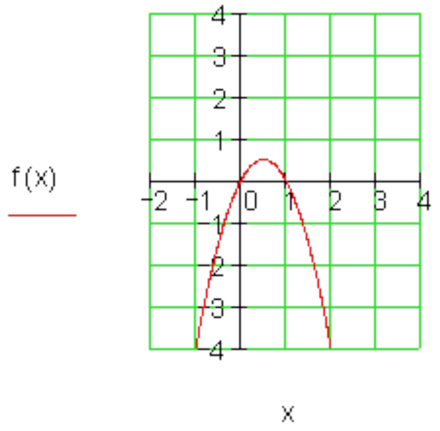


حلونه

د خلورى – يامربع توابعو گرافونه||

(c) ketabton.com: The Digital Library

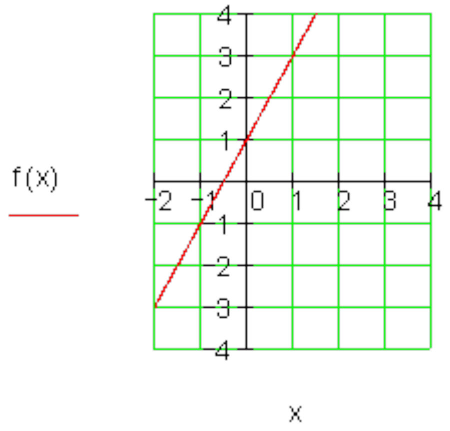
A



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_2(x) = -2x^2 + 2x$

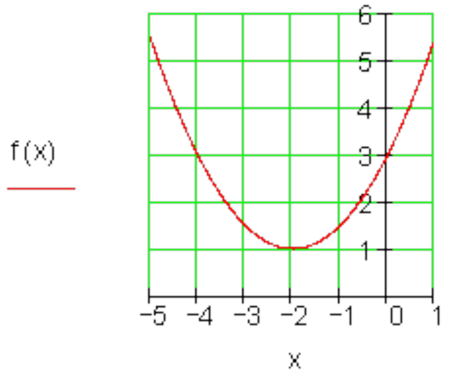
B



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_3(x) = 2x + 1$

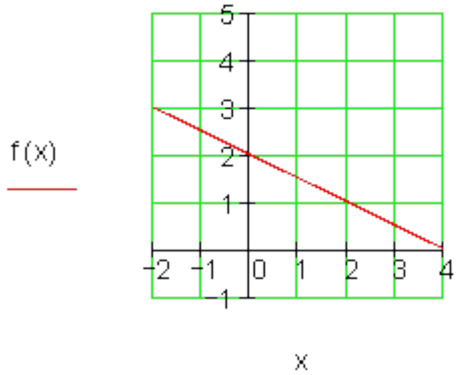
C



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_6(x) = 0,5(x+2)^2 + 1$

D

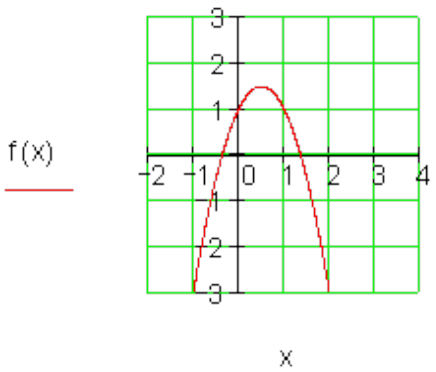


تابع مساوات یا - برابرون:

$f_5(x) = 2 - 0,5x = -0,5x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

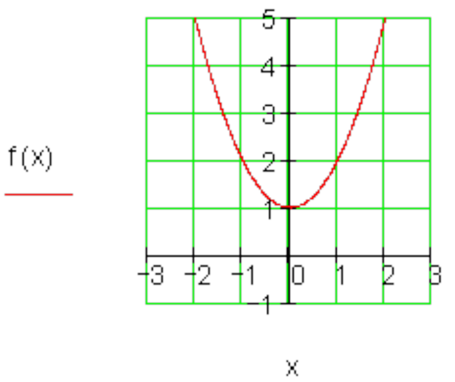
E



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_4(x) = -2x^2 + 2x + 1$

F



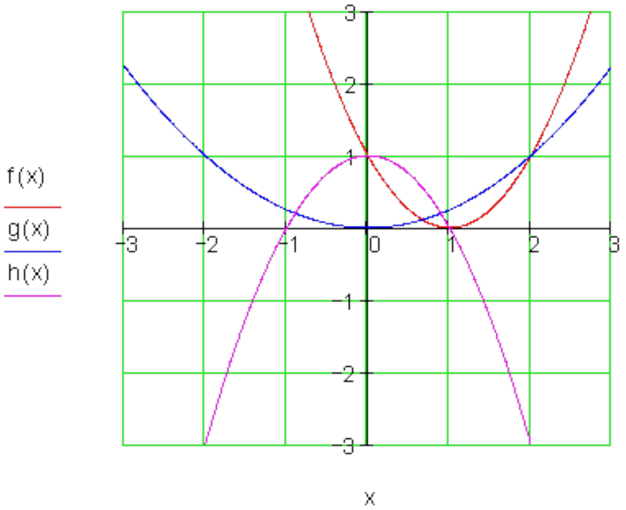
تابع مساوات یا - برابرون:

$f_1(x) = x^2 + 1$

پوښتني

د مربع توابعو ګرافونه III

لومړی – هر یو اړونده تابع ترم وټاکی.



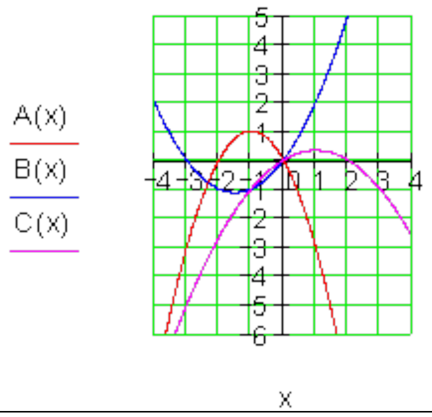
(c) ketabton.com: The Digital Library

دوی:

هر پارابول سره یو د تابع ترم تنظیم کړی.

ضريبونه a_2 او a_1 هم وټاکی.

$$f(x) = a_2x^2 - 2x$$
$$g(x) = 0,5x^2 + a_1x$$
$$h(x) = a_2x(x-2)$$

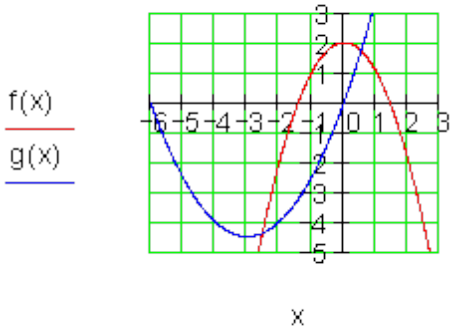


دريم:

مربع توابع f(x) او g(x) ورکړ شوي دي

g(x) د y په لور داسي و کښوی چي کښنول شوي کږه يا منحني g*(x) او f(x) ګډ ټکي ونه لري.

$$f(x) = -x^2 + 2 \,;\, x \in \mathbb{R}$$
$$g(x) = 0,5x^2 + 3x \,;\, x \in \mathbb{R}$$



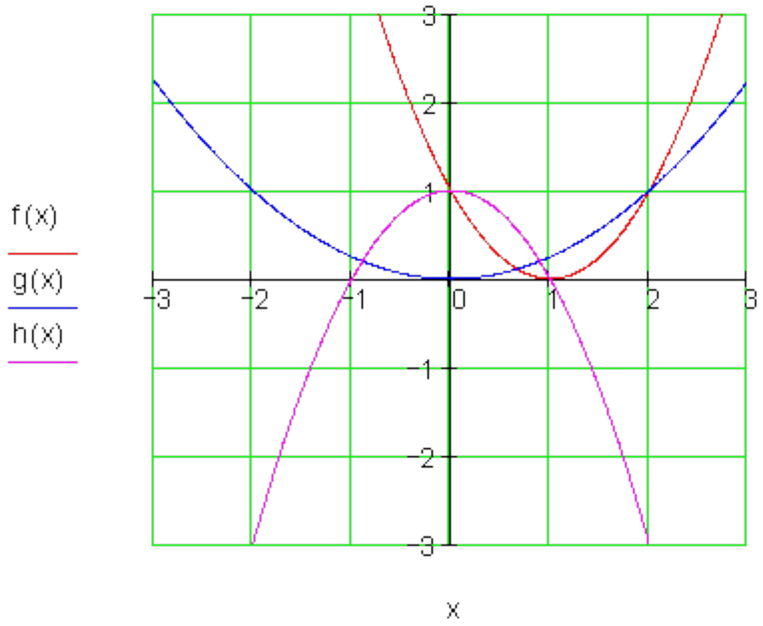
حلونه

د ځلوری يا مربع تابعو ګرافونه III

نتيجي

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی:



$f(x) = (x-1)^2$ $g(x) = 0,5x^2$ $h(x) = -x^2+1$

دویم: $h(x) = a_2x(x-2)$ په C(x) اړه لري

$$h(3) = -1 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{3}x(x-2)$$

$f(x) = a_2x^2 - 2x$ په A(x) اړه لري

صفرځایونه

$$x(a_2x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = \frac{2}{a_2} = -2 \Rightarrow a_2 = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په B(x) پورې اړه لري $g(x) = 0,5x^2 + a_1x$

$$g(-3) = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot 9 - a_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow a_1 = 1,5 \Rightarrow g(x) = 0,5x^2 + 1,5x$$

دریم:

د دې لپاره چې غوځتکیشتون ونه لري , باید g(x) پورته لور ته و کښول شي:

$$g(x) = 0,5x^2 + 3x \Rightarrow g^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

د غوځتکو لپاره اړین شرطونه: g*(x) = f(x)

$$0,5x^2 + 3x + a_0 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} \Rightarrow D = -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3}$$

غوځتکی نه شته که وي: D<0

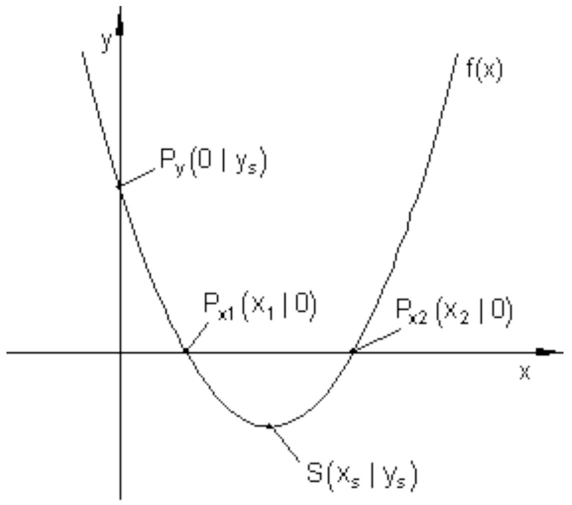
$$\Rightarrow -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3} < 0 \Leftrightarrow a_0 > \frac{7}{2}$$

که7/2 < a0 وي نو f(x) او g*(x) ګډ غوځتکي نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7-2د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

په ښنګ ښېره کې د ګراف کتلو کې يوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره غوښتکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوښتکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ $S(x_s \mid y_s)$ **ککرټکی**	

ښيرنبيلګه:

د ښيرنبيلګي په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د **y** -محور سره غوڅټکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردينات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانيدلي وی، چې د y -کواوردينات سيده د تابع مساوات څخه ولولو.

بيلګه:

f(x) = (x-3)³ - 4 (ککرټکی يا د رأس ټکی)S(3;4)

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي f(x) = (x-3)³ - 4 = 0 اينبونه مو مربع مساوات 0 = 4 - ³(x-3) ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2-6x+3^2-3^2+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-9+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2=4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3|=\sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x-3=\pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1=\sqrt{4}+3=2+3=5 \quad \vee \quad x_2=-\sqrt{4}+3=-2+3=1$$
$$P_{x1}(5\mid 0);P_{x2}(1\mid 0)$$

تمرینونه :
د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2\mid -9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\mid \frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2\mid 0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\mid -\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4\mid -3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2\mid 1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2\mid -2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\mid -\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\mid \frac{81}{16}\right)$

لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\mid -\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت) یادونه:
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو کس € 120 گټي، مورږ هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت گټي. یو کس د 120 €جزاپانه تر گوتو کوي، مورږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې کټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.	د شمیرلو قانو: $\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $\lvert x+2\rvert = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرنې قانون:

که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي	$\lvert x+2\rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$

دا مو د حالت توپیر ته بیایې:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

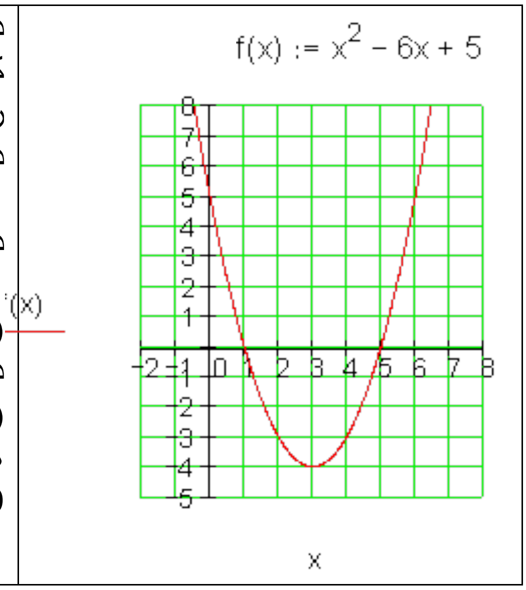
دویم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$|x+2| = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو ځيرنو لپاره د بيلګي ګراف کاروو:



دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي کګرټکی يي په ټکی $S(3\,|\,-4)$ راکښل شوی دی.
دy محور سره يي عوښتټکی $P_y(0\,|\,5)$ دی.
دx محور سره يي غوښتکي $P_{x1}(1\,|\,0)$ او $P_{x2}(5\,|\,0)$ دي.
د محور سره غوښتکي يي د تابع f(x) صفرځايونه بولو، چخه چي هلته باور لري: $f(1) = f(5) = 0$

د تعريف او ارزښت ست(ډيری)
زيات وخت د تابع تلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کي تر ځيړني نيول کيږي.
دا مو تعريفډيری او ارزښت ډيری ته لاربنودوي.
څمور د بيلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کيدونکو تابع ارزښتونو وځيړل شي.

تعريف ست(-ډيری): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دي معنا چي له$x=-1$ تر $x=6$ پوري
دتابع خورا کوچنی ارزښت(مينيموم) کګرټکی دی، ځکه چي پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.
اوس د انتروال پولي $x=-1$ او$x=6$ ځيرل کيږي.

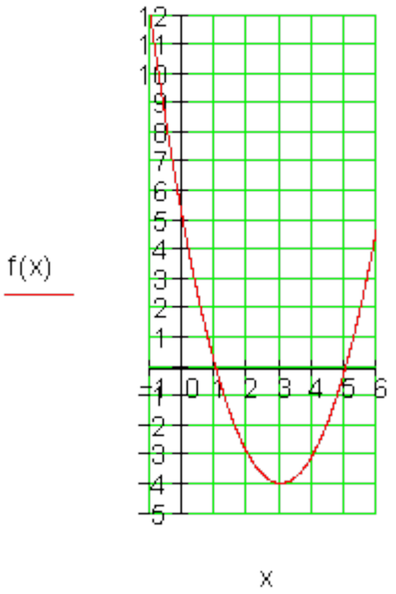
$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره ارزښت سټ دی:

$W = \{y \mid -4 \leq y \leq 12\}_{\mathbb{R}}$

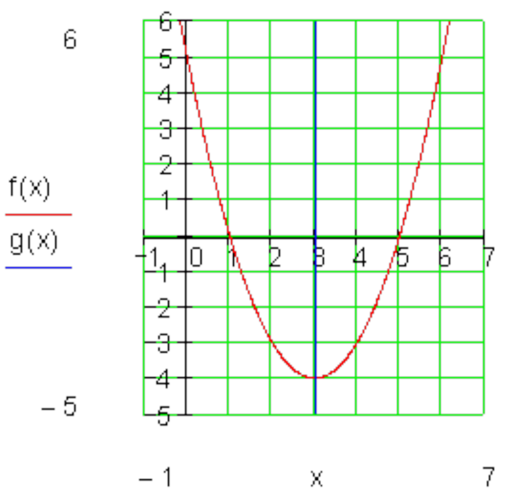
د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.
د نورې ځیرنې لپاره ځموږ د بیلګې تاب ګراف ترځیرنې لاندې نیسو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  	دا ترڅنګ ځیره تیک د تابع ګراف برخه ښایي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورز شوې ده. $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \leq y \leq 12\}_{\mathbb{R}}$

د سیومتري ځیرنه:
دا ځیره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سیومتریک دی، چې دy محور سره غبرګ د ککرټکي ځخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري.
د سیومتري محور مساوات چې د
$S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي ځخه تیر یږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

(c) ketabton.com: The Digital Library



صفرځایونه هم سیومتري محور ته سیومتریک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځایونو څخه د ککرۍ ټکي x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.

له صفرځایونو څخه د ککرۍټکي شمیرنه

صفرځایونه : x1;x2 څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بیلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځایونه معلوم وي، نو د دې اریتمیتیکي منځ د ککرۍ ټکي د x کواوردینات دی.

د _p - q- فرمول پیداکونه

د یوه مربع تابع د صفرځایونو پیداکولو امکانات د مربع تکمیلیدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نیسي. د دې لپاره یو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د رينبي لاندي افاده(وبينه) دبسکريمينانت بلل کيږي.

دبسکريمينات = $= D = \left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بيلګي تابع صفرځايونه دي اوس د q - p -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6\,;\ q=5$$

لومړی دی دبسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=5 \vee x_2=3-2=1$$

دبسکريمينانت او د حلونو ستټ
مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow \text{I}$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې ریښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کیدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $: x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

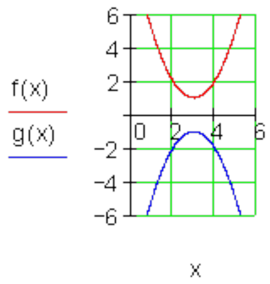
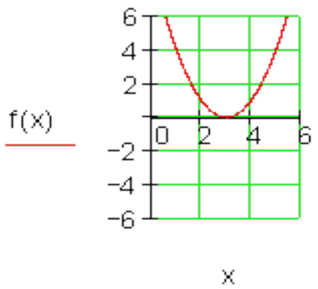
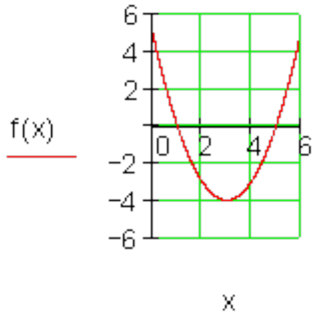
$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

د دوه حلونو ډېرى(سټ) د یوه حل سټ د حلونو سټ نه شته	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ یا ډېرى باندي څه مانا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.
موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
او د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیډه شمیږني له لاري صورت نیسي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی
$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{D}\right)\cdot\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$	$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بيلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\;(w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\;(w)$$

صفرځايونه او کرښيز ضريبونه(فاکتورونه)

د ويتا جملې له مخې باور لري:

$$\therefore x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه يې د $p = -x_1 - x_2$ سره کيږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2)\cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x\,(x - x_1) - x_2\,(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\;\underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: کربنیز ضربیونه
یو مربع مساوات چې صفرځایونه یې معلوم وي، کېدی شي د کربنیزو ضربیونو په ضرب سره ولیکل شي.

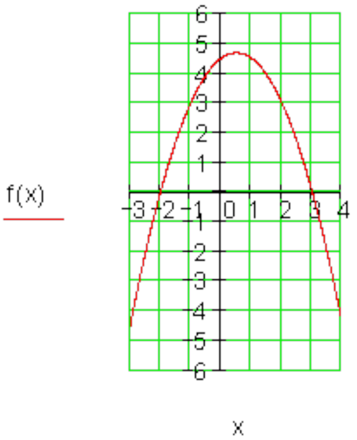
جمله:
د صفرضرب جمله:
یو ضرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو ضریب یې صفر وي.
دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځایونو سره جوړ کړو:
یو مربع مساوات دې د صفر ځایونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضریب ¾ ولري.

$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$ 	$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$ $f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$ $= -\frac{3}{4}(x^2 - x - 6) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$ $y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$ $\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{75}{16}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرينونه

د مربع توابعو تمرينونه III

د صفرځايونو ټاکنه د مربع تکميليدني له لارې

نتيجي

د مربع توابعو تمرينونه III

د صفرځايونو ټاکنه د مربع تکميلېدني له لارې:

لومړی:

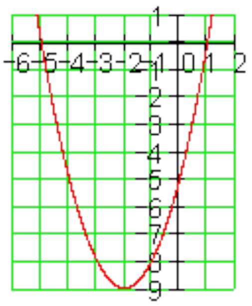
<table>
<tr>
<td>تابع مساوات: $f(x) = x^2+4x-5$

صفرځايونه: $X1=-5;x2=1$

د x محور سره غوښتکی:

$P_{x1}(-5|0); P_{x2}(1|0)$

دy محور سره غوښتکی.

$P_y(0|-5)$</td>
<td></td>
</tr>
</table>

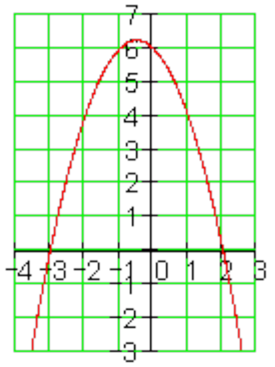
دويم:

<table>
<tr>
<td>تابع مساوات :
$f(x) = -x^2 - x + 6$

صفرځيونه: $x_1 = -3; x_2 = 2$

د xمحور سره غوښتکی:

$P_{x1}(-3|0); P_{x2}(2|0)$
دy محور سره غوښتکی:

$P_y(0|6)$</td>
<td></td>
</tr>
</table>

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات :

$F(x) = -x^2 -4x-4$

صفرځیونه:

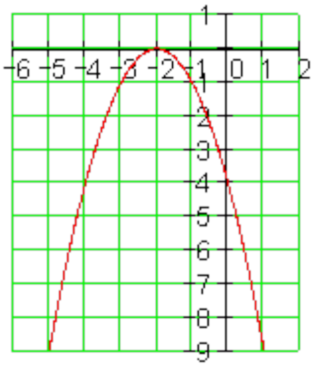
$x_1=-2$; $x_2=-2$ (دبل صفرځای)

دx محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(-2|0)$

دy محور سره غوڅتکی:

$P_y(0|-4)$



څلورم:

تابع مساوات :

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6$

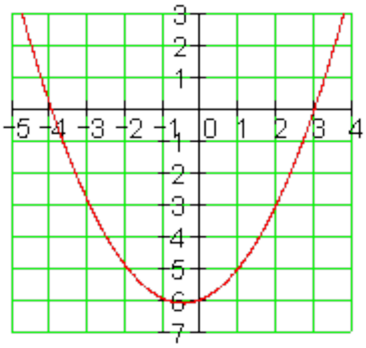
صفرځایونه: $x_1 = -4; x_2 = 3$

د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}(-4|0); P_{x2}(3|0)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0|-6)$



پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$

صفرځیونه:

$x_1 = 4 - \sqrt{6} \approx 1,55$

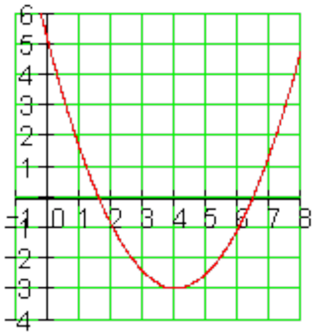
$x_2 = 4 + \sqrt{6} \approx 6,45$

د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}\left(4-\sqrt{6}\,|\,0\right); P_{x2}\left(4+\sqrt{6}\,|\,0\right)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\,|\,5)$



شپږم:

تابع مساوات :

$f(x) = x^2 - 4x + 5$

صفرځایونه:

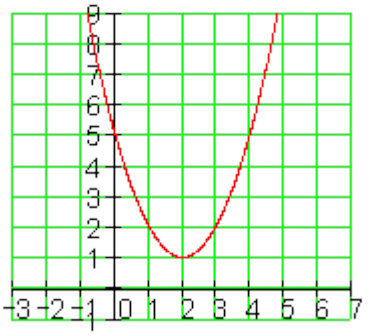
نه شته

د x محور سره غوڅتکی:

شتون نه ل ري

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\,|\,5)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

تابع مساوات :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$$

صفرځيونه:

$$x_1 = -2 - \sqrt{8} \approx -4,83$$

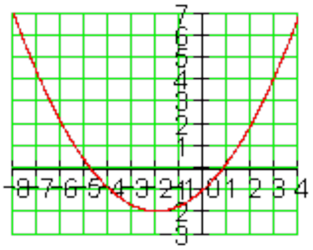
$$x_2 = -2 + \sqrt{8} \approx 0,83$$

د x محور سره غوځتکی:

$$P_{x1}\left(-2-\sqrt{8}\,|\,0\right);\ P_{x2}\left(-2+\sqrt{8}\,|\,0\right)$$

د y محور سره غوځتکی:

$$P_y(0\,|\,-1)$$



اتم:

تابع مساوات: f(x)=4x²+x-5

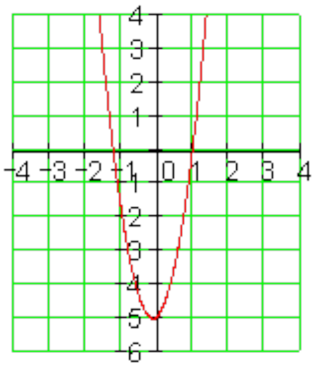
صفرځيونه: $x_1 = -\frac{5}{4};\ x_2 = 1$

د x محور سره غوځتکی:

$$P_{x1}\left(-\frac{5}{4}\,|\,0\right);\ P_{x2}(1\,|\,0)$$

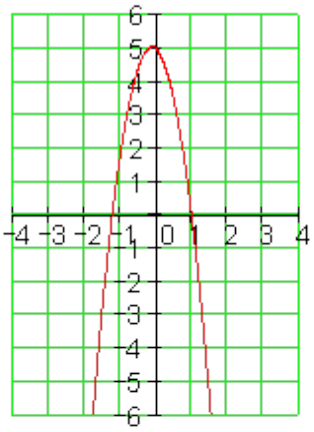
د y محور سره غوځتکی:

$$P_y(0\,|\,-5)$$

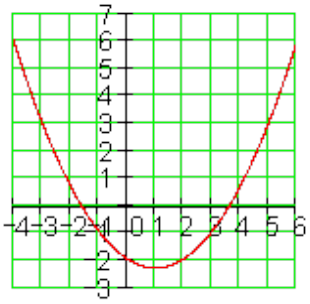


نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: f(x)=-4x²-x+5 صفرځایونه: $x_1 = -\frac{5}{4}; x_2 = 1$ دx محور سره غوڅتکی: $P_{x1}\left(-\frac{5}{4}\mid 0\right); P_{x2}\left(1\mid 0\right)$ د y محور سره غوڅتکی: $P_y(0\mid 5)$	

لسم:

تابع مساوات : $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2$ صفرځیونه: $x_1 = 1-\sqrt{7} \approx -1{,}65$ $x_2 = 1+\sqrt{7} \approx 3{,}65$ د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}\left(1-\sqrt{7}\mid 0\right); P_{x2}\left(1+\sqrt{7}\mid 0\right)$ د y محور سره غوڅتکی: $P_y(0\mid -2)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه

د صفرځایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدني له لارې مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2-2x+6=0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2-2x+6=0$

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2-2x+6=0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2+4x-12=0$	نورمالمربع مساوات
$\Leftrightarrow x^2+4x+\left(\frac{4}{2}\right)^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2-12=0$	مربع تکمیلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2+4x+4}_{\text{1. binomische Formel}}\ \underbrace{-4-12}_{-16}=0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2-16=0 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2=16 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2|=\sqrt{16}=4$$

ریښه وپستنه یا ریښه نیونه - - ارزښت حل کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حالت دویم حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$ $x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسې $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅټکی: $\boxed{P_{x1}(2|0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6|0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0|6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

دویم – دf(x) اوg(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و څیړی، که باور ولري:

$$f(x) = -x^2+1; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = ax^2 - a; x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^*$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$f(x) = -x^2 - 3x \, ; \, x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = 0,5x(x+3) \, ; \, x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږئ. بې له شمیرنې دلیل رواړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوځوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړئ.

ب – کرښه د x=u سره د 3-< u <0 لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوځوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکئ.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د 1- = u لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکئ.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و کښنوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیرئ.

ټ - a داسې وټاکئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

a داسې وټاکئ، چې پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښایئ، چې د a داسې ارزښت نه شته، چې د f(x) ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کې یوه ککره لري او د x محور په ټکي $P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$. کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

اوم – د ویمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردینات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|-k)$ کې غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضریبونه a1 اوa2 داسې پیدا کړئ، چې تابع f(x) = a2x² + a1x + 3 په x = -1 او x=0,5 ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع g(x) = 2x - 1 .

ځوابونه:

پارابولونه د ورکړشوو شرطونو سره I

مفصل حلونه

لومړی – F(x) = x² + a1x + a0

د صفرځای لپاره د نه شتون شرط: D < 0

$$p = a_1 \, ; \, q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \,|\, + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \,|\, \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم –

$$f(x) = -x^2 + 1;\ g(x) = ax^2 - a$$
$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 - a = -x^2 + 1 \Leftrightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0$$

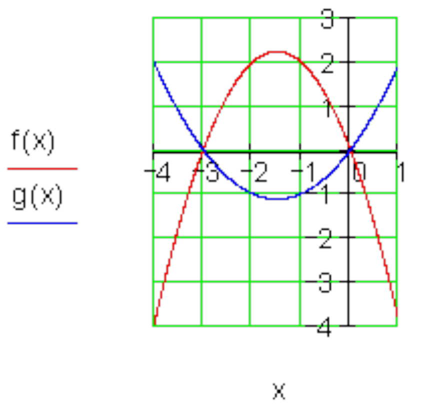
د a په پام کې نيول :

$\underline{\underline{a = -1}} \Rightarrow f(x) = g(x)$ i کټمټ يا ايډنتيک پارابول د ناپاى ډيرو غوڅتکو سره.

$$\underline{\underline{a \neq -1}} \Rightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm 1;$$

دوه مختلف غوڅتکي.

دريم - الف -

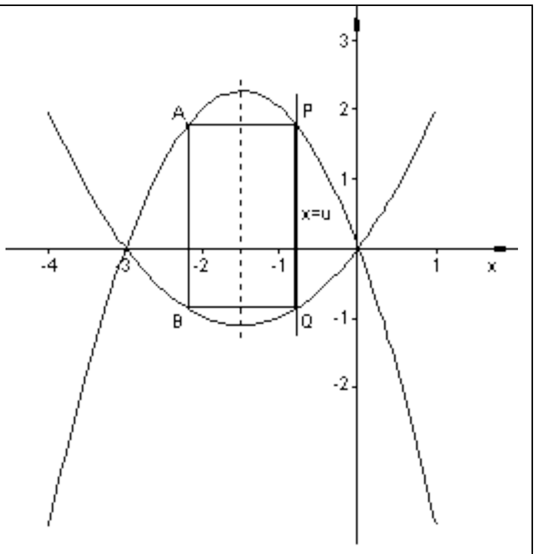
	$f(x) = -x^2 - 3x = -x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ $g(x) = 0,5x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ f(x) او g(x) همغه يا برابر صفرځايونه لري. $f(x):\ S(-1,5\|2,25)$ $g(x) = -0,5 \cdot f(x)$ $\Rightarrow y_s = -0,5 \cdot 2,25 = -1,125$ $\Rightarrow S(-1,5\|-1,125)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د $x = u$ ځای په ځای کونه په تابع مساوات کې د y ارزښت راکوي:

$$f(u) = -u^2 - 3u \quad \Rightarrow \underline{\underline{P\left(u \mid -u^2 - 3u\right)}}$$
$$g(u) = 0{,}5u(u+3) \Rightarrow \underline{\underline{Q\left(u \mid 0{,}5u(u+3)\right)}}$$

پ -



له b) لاس ته راځي

$P(u;-u^2-3u)$ یا $P(u;-u(u+3))$

$Q(u;0,5u(u+3))$

x - کواوردیناتونه

xs= 1,5

د u لپاره باور لري

$-3 \le u \le 0$ له دې لاس ته راځي u منفي دی.

$$\overline{PQ} = \left|\underbrace{-u}_{+}\underbrace{(u+3)}_{+}\right| + \left|\underbrace{0{,}5u}_{-}\underbrace{(u+3)}_{+}\right|$$
$$\Rightarrow \overline{PQ} = -u(u+3) - 0{,}5u(u+3)$$
$$\overline{PQ} = -1{,}5u(u+3)$$

ت –

(c) ketabton.com: The Digital Library

AP=BQ

که $0 \geq u \geq -1,5$ (x=u د ککرۍ ښي لور ته پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |-1,5| - |u| = 1,5 + u$ (دا چې u منفي ده) له دې لاس ته راځي

=> AP)2(1,5+u)

په ځانګړي توګه د u=-1 لپاره باور لري :A=-1,5.(-1)(-1+3).2(1,5-1)=3FE

د مستطیل (ولاړګوډیز) سطحه: $A = \overline{PQ} \cdot \overline{AP} = -1,5u(u+3) \cdot 2(1,5+u)$

د مستطیل چاپېریال (محیط) د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(1,5+u)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 5u + 6}}$$

که $-1,5 \geq u \geq -3$ (x=u د ککرۍ کیڼ لور ه پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |u| - |-1,5| = -u - 1,5$

(دا چې u منفي) له دې لاس ته راځي:AP=2(-u-1,5)

د مستطیل محیط د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(-u-1,5)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 13u - 6}}$$

ټ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -x^2 - 3x$$
$$f(a) = -a^2 - 3a$$
$$f(a+1) = -(a+1)^2 - 3(a+1) = -a^2 - 5a - 4$$
$$f(a) - f(a+1) = 4 \Leftrightarrow -a^2 - 3a - \left(-a^2 - 5a - 4\right) = 4$$
$$\Leftrightarrow 2a + 4 = 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a = 0}}$$

څلورم –

$$f(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2\,;\; g(x) = ax^2$$
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (1-a)x^2 - 3x + 2 = 0\,;\; \text{mit } a \neq 1$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{1-a}x + \frac{2}{1-a} = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{1-a}\,;\; q = \frac{2}{1-a}$$

د مماس لپاره شرطونه :D=0

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{2(1-a)}\right)^2 - \frac{2}{1-a} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{2}{1-a} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{8(1-a)}{4(1-a)^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow 9 - 8(1-a) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$g(x) = -\frac{1}{8}x^2$ لمسوي f(x).

پنځم – نورمال پارابول : $g(x)=x^2;f(x)=ax^2+1$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1}$ د $a \neq 1$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $a > 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} < 0 \Rightarrow$ ا له دط لاس ته راځي چې صفر ځای شتون نه لري.

د $a < 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} > 0 \Rightarrow$ لپاره له دې لاس ته راځي دوه حلونه:

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$$

شپږم -

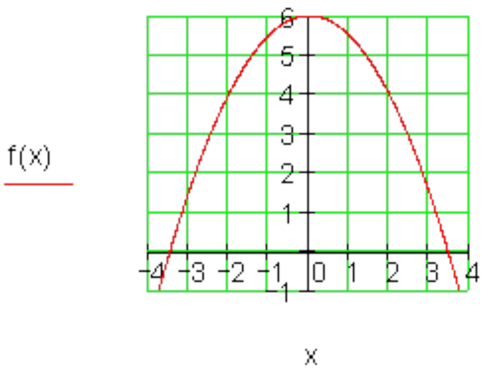
$$S(0|6) \Rightarrow f(x) = a_2x^2 + 6$$

$$P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

$$\Rightarrow f\left(2\sqrt{3}\right) = a_2\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12a_2 + 6 = 0 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6$$



اوم –

$$f(x) = a_2(x-k)(x+2)$$

کربنیز ضریبونه

$$f(0) = -k \Leftrightarrow a_2(-k)(2) = -k \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x-k)(x+2) = \frac{1}{2}\left[x^2 + (2-k)x - 2k\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

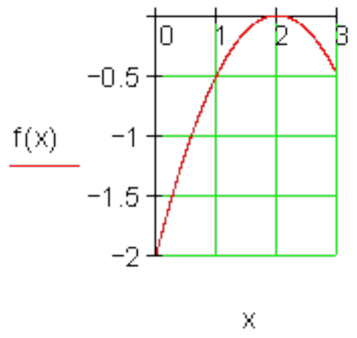
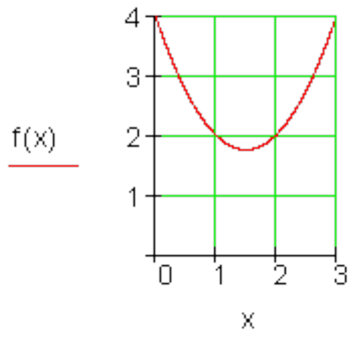
اتم -

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + 3 \,;\, g(x) = 2x - 1$$
$$g(-1) = -2 - 1 = -3 \Rightarrow f(-1) = -3 \Leftrightarrow a_2 - a_1 + 3 = -3$$
$$g(0,5) = 1 - 1 = 0 \Rightarrow f(0,5) = 0 \Leftrightarrow 0,25a_2 + 0,5a_1 + 3 = 0$$
$$\Rightarrow a_2 = -8 \,;\, a_1 = -2$$
$$\underline{\underline{f(x) = -8x^2 - 2x + 3}}$$

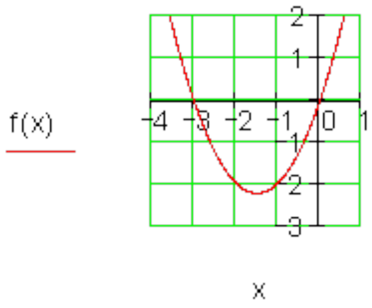
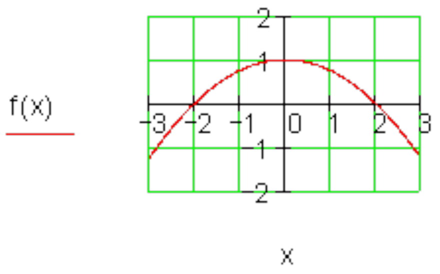
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره II

لومړی- د ځیرنو څخه د تابع مساوات و ټاکی..

ب –	الف
	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت	پ
	

دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ گراف د x محور په x=-3کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکئ.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه 2- او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت - 1 لري. f(x) وټاکئ.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ویناوې (د ریاضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – f(x)یو صفرځای $x = 0$ لري

ب – د f(x) صفرځایونه په مخنښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له مخې.

الف – د شمیرني له لارې وښایئ، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوښتکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 + 1,5x + 2$ سره يو ټکی، نه کوم ټکی يا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرطونه پوره وي، چي د هغو له مخي$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی يا همداسي خورا کوچني ارزښتونه وټاکی.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

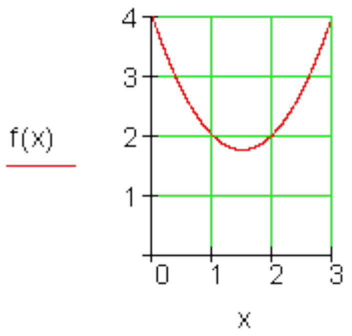
ځوابونه

پارابول د وركړ شوو شرطونو له مخیII

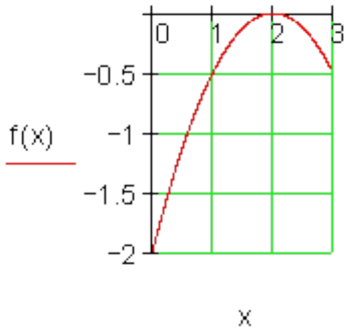
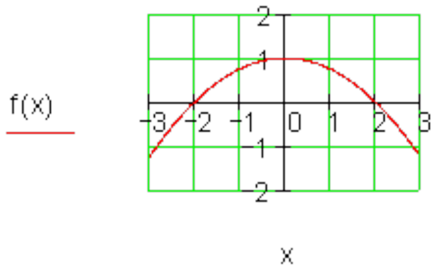
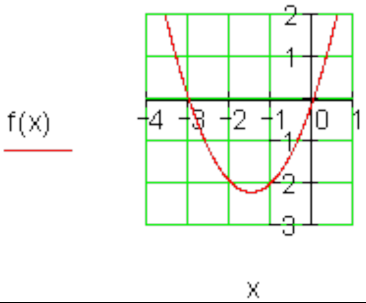
مفصل ځوابونه

لومړی-

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$f(0) = 4 \Rightarrow a_0 = 4$$
$$f(1) = a_2 + a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 = -2$$
$$f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 = -2$$
$$\Rightarrow a_2 = 1;\ a_1 = -3$$
$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 4$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری: $S(2\mid 0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2$ $f(0) = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$ $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ $= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$	
$f(x) = a_2(x-2)(x+2)$ $= a_2(x^2-4)$ $f(0) = 1 \Leftrightarrow -4a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{4}$ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$	
$f(x) = a_2(x+3)x$ $f(-1) = -2 \Leftrightarrow -2a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = 1$ $f(x) = (x+3)x = x^2 + 3x$	

دویم :

$f(x) = 3x^2 - bx + b$ او $P_x(-3\mid 0)$

$$\Rightarrow f(-3) = 0 \Leftrightarrow 27 + 3b + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{27}{4} \Rightarrow f(x) = 3x^2 + \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

$$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(3|0) \Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

د تابع کوچنی–ارزښت 1-

$$\Rightarrow y_s = -1 \Rightarrow f(x) = a_2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 1 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{4}{25}$$

$$f(x) = \frac{4}{25}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{25}x - \frac{24}{25}$$

 څلورم:

الف- که $f(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$ وي، نو لاس ته راځي او a_1 په خوښه

ب- که صفرځايونه فقط د مخنخښي له امله سره توپير ولري، نو د f(x) ګراف بايد محور سيومتريک وي. دا په دې معنا، چې د ککرۍ ټکي يا رأس دx کواوردينات يا محور صفر دی.

$f(x) = x^2 + a_0 \Rightarrow a_1 = 0$ او $a_0 < 0$, له دې سره $f(x)$ صفرځايونه لري.

پنځم: الف –

$$f(0) = 5 \Rightarrow a_0 = 5$$

$$f(1) = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 + 5 = 2 \Rightarrow a_2 + a_1 = -3 \text{ oder } a_1 = -3 - a_2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-لاندې له کينې وښي لورته په ترتيب: او له سره ، لاس ته راځي

$$f(x) = a_2x^2 + \underbrace{(-3 - a_2)}_{a_1}x + 5$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow 9a_2 + (-3 - a_2)\cdot 3 + 5 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{3}$$

او له دې $a_1 = -3 - a_2$ سره لرو: $; a_1 = -3 - \frac{2}{3} = -\frac{11}{3}$

شپږم:

الف –

f(x) = x²-1,5x+2 بې له صفرځای په دې معنا چې D<0

$$x^2 - 1,5x + 2 = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2};\ q = 2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 2 = \frac{9}{16} - \frac{32}{16} < 0$$

شرط D<0 پوره دی.

ب – کښته لور ته په ترتيب په پښتو:

$f(x) = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ له $f(x) = 0$ لاس ته راځي:

$$ax^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \,|\, : a \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2a}x + \frac{2}{a} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{3}{2a};\ q = \frac{2}{a} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4a}\right)^2 - \frac{2}{a} = \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوصفرځای: D=0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} = 0 \,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} = 2a \,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}}} = a$$

، صفرځای نه شته :D<0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} < 0 \,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a < 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} < 2a \,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} < a}}$$

دوه صفرځایونه :D>0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} > 0 \,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a > 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} > 2a \,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} > a}}$$

اووم:

د $f(x) = x^2 + a_1 x + a_0$ نه صفرځای لپاره شرطونه: D<0

$$p = a_1 \,;\, q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \,|+a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \,|\cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

اتم:

الف –

$$f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$$
$$= x^2 - 6x + 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول پورته لور ته واز دی، ککری یل رأس مینیموم ده.

$$f(x) = x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 2$$
$$= (x-3)^2 - 7$$
$$\Rightarrow S(3|-7)$$

$$\Rightarrow f(3) = \underline{\underline{-7}}$$

خورا کوچنی ارزښت دی.

ب –

$$f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$$

پارابول کښته لور ته واز دی، ککری یا رأس مینیموم دی.

$$f(x) = -0,5\left[x^2 - x + 12\right]$$
$$= -0,5\left[x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12\right]$$
$$= -0,5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{4}\right]$$
$$= -0,5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{47}{8}$$
$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\,|\,-\frac{47}{8}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{-\frac{47}{8}}}$$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.8 -د پارابول او کرښې غوڅتکي

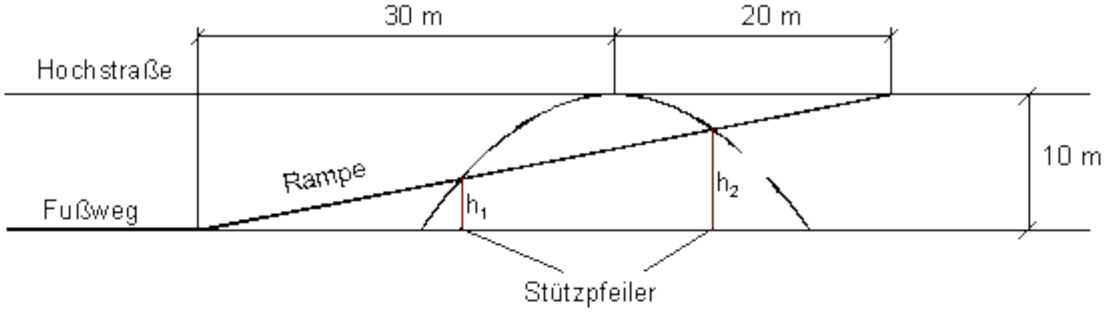
بیلبیلګه:

یوه د پلو لار د یوې جګ سرک لاندې تللې او هغې ته غبرګه.

د یوه پله په پښه چې د پارابول بڼې په ډول لیندۍ دې د پلو لار د یوې مایلسطحې جوړه شي، چې سرک ته پورته ځي.

د ډ مایل سطحې د په ولاړو پښو جګوالی وټکی.

د پارابول څخه فقط پوهیږو، چې د بڼې ضریب $a_2 = 1/20$ لري.



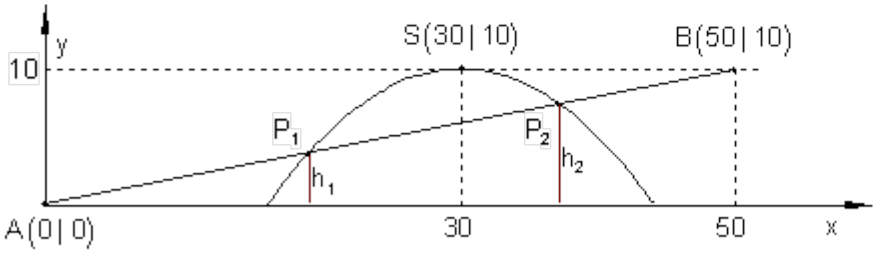
(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کي Hochstrasse جګ سرک

Fussweg د پلو لار

Stützpfeiler (د دربدو یا تکیه) ستني یا متې

Modellierung د مودل جوړونه



تابع مساوات لیکنه

مایلسطحه(د کربني په ډول) په سرجینه او P(50;10) کي.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{5}x$$

د پله لینده یا که غواړی قوس(پارابول) د ککرۍ $S(30|10)$ او $a_2 = -\frac{1}{20}$ سره .

ککرۍ تیکي بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}(x-30)^2 + 10$
تولیزه بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35$

د دې پاره چې د د په ولاړو ستنو جګوالی لاس ته راوړو د پارابول سره د کربني غوښتکو ته اړتیا لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غوځټکو شمیرنه؛

اینبوونه: $f(x)=g(x)$ یا $f(x)-g(x)=0$

$$\Rightarrow -\frac{1}{20}x^2+3x-35-\frac{1}{5}x=-\frac{1}{20}x^2+\frac{14}{5}x-35=0$$

ځلوریز یا مربع مساوات

$$-\frac{1}{20}x^2+\frac{14}{5}x-35=0\,|\cdot(-20)$$
$$\Leftrightarrow x^2-56x+700=0\Rightarrow p=-56\,;\,q=700$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-28)^2-700=84$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$$
$$\Rightarrow x_1=28+\sqrt{84}\quad\vee\quad x_2=28-\sqrt{84}$$

د مټو یا ستنو جګوالی د اړونده y ارزښتونه دي.

$$y_1=g(x_1)=g\left(28+\sqrt{84}\right)=\frac{1}{5}\left(28+\sqrt{84}\right)\approx\underline{\underline{7{,}433}}$$
$$y_2=g(x_2)=g\left(28-\sqrt{84}\right)=\frac{1}{5}\left(28-\sqrt{84}\right)\approx\underline{\underline{3{,}767}}$$

د مټې h_1 جګوالی 3,764 m دی، د ستنې h_2 جګوالی 7,433 m دی.

که د یوې کربښې غوځټکی د پارابول سره ټاکل کیږي، دا مو تل یوه مربع مساوات ته بیایي.

غوځوونې یا قطاع، مماس، تیرېدونې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کارقرارداد:

د پارابول f(x) غوځتکي د يوي کرښي g(x) سره وټاکی او هر دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولاړسيستم کي وکاږی.

د پارابول د رسمولو لپاره د ککری ټکي بنه وکاروی.

$f(x) = x^2 + 4x + 1$ همداسي د ککری ټکي بنه کي : $f(x) = (x+2)^2 - 3$

a) $g(x) = 2x + 3$ b) $g(x) = 2x$ c) $g(x) = 2x - 2$

د پارابول او کرښي غوځتکي

د داړو مساواتو د ضريبونو د ورکړي وروسته، غوځتکي شميرل کيږي، بيا کېدی شي دواړه ګرافونه وکښل شي؟

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

$\Rightarrow p = 2;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$

$\Rightarrow x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}73$

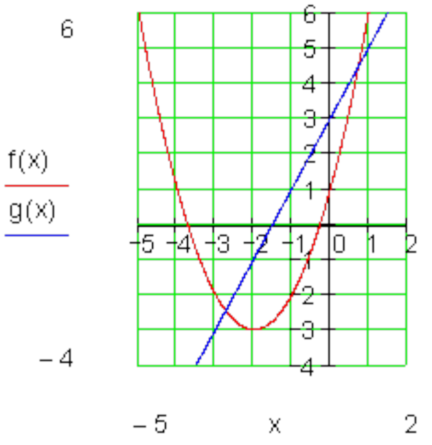
$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{D} = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}73$

$g(x_1) = 2 \cdot \left(-1 + \sqrt{3}\right) + 3 = 1 + 2\sqrt{3} \approx 4{,}46$

$g(x_2) = 2 \cdot \left(-1 - \sqrt{3}\right) + 3 = 1 - 2\sqrt{3} \approx -2{,}46$

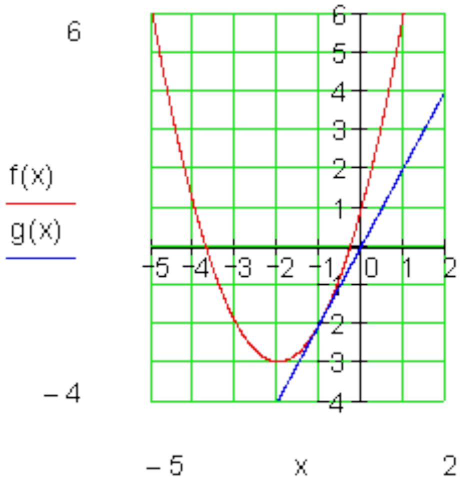
$\Rightarrow P_1\left(-1 + \sqrt{3} \mid 1 + 2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(0{,}73 \mid 4{,}46)}}$

$P_2\left(-1 - \sqrt{3} \mid 1 - 2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(-2{,}73 \mid -2{,}46)}}$



د g(x) کرښه د f(x) ګراف په دوه ټکو کي غوځوي. غوځووني بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

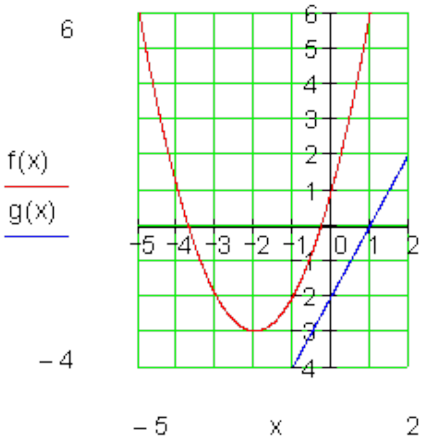


د g(x) کرښه د f(x) گراف په یوه تکي کي لمسوي.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 1 = 0$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$$
$$g(x_{1/2}) = 2\cdot(-1) + 3 = -2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{1/2}(-1|-2)}}\ \text{Berührungspunkt}$$

پورته: د لمسټکی یا مماس

یوه کرښه چي گراف په تیک یوه تکي کي لسړي تانجنت یا لمسووني بلل کیږي



$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = 3$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 3 = -2\ \text{keine Lösung}$$

کرښه g(x) د f(x) سره گډ تکی نه لري.

داسي یوه کرښه تېرېدوني بلل کیږي.

د تمرین بیلگو څخه پېژندل کیږي، چي غوښتکو گنون یا تعداد، چي یوه کرښه يي له پارابول سره لري د دیسکریمینانت څخه سیده لوستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول او کرښه په دوه ټکو کې سره غوځوي	$D > 0: \Rightarrow$
پارابول او کرښه سره په یوه ټکي کې	$D = 0: \Rightarrow$
لمسوي. پارابول او کښه ګډ ټکی نه لري.	$D < 0: \Rightarrow$

پوښتنې

پارابول او کرښه **II**

لومړی:

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع$f_2(x)$ په ټکو P_1 اوP_1 کې غوځیږي، چېرته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ $f_2(x) = x + \frac{7}{2}$

وشمیری:

الف- د کرښې او پارابول غوځښتکيP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږی.

دویم: پارابول $f(x)$ د y په لور داسې راکاږی، چې کرښهg لمس کړي.

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 3x \,; \qquad g: 2y - 4x + 8 = 0$$

د $f(x)$ راکښنه وشمیریاو لمس ټکی.

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع$f_2(x)$ په ټکو P_1 اوP_1 کې غوڅیږي، چېرته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$ $f_2(x)=-x+\frac{7}{2}$

وشمیرئ: الف- د کرښې او پارابول غوڅتکيP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږئ.

ځلورم: یو تابع $f(x)=-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{9}{2};\ x\in\mathbb{R}$ ورکړ شوی

الف- سچینیزه کرښه $g(x)$ د $A(\ 1\ |\ 6\ )$ له لارې ځغلي.

د غوڅتکي$f(x)$ د $g(x)$ سره وشمیرئ.

ب- د $g(x)$ سره کومه غبرګه $f(x)$ لمسوئ؟

لمستکی و شمیرئ.

د $g(x)$ سره کومه غبرګه د $f(x)$ سره غوڅتکی نه لري.

پنځم: یو پارابول د اوردینات محور(y –محور) په P_1 کې غوڅوي او په ټکو P_2 او P_3 کې له یوې کرښې د تابع$f_1(x)$ سره غوڅوي. دا وشمیرئ:

الف- ټکيP_2 اوP_3 ب- د $f_2(x)$ تابع پارابول. پ-د $f_2(x)$ ککرئ ټکی. ت-ککرئ ټکی. ټ- د محور غوڅتکي	$f_1(x)=\frac{5}{3}x+\frac{5}{9}$ $P_1\left(0\ \middle\|\ -\frac{25}{9}\right);P_2(2\mid y_2);P_3(-3\mid y_3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

يو پارابول او يوه کربنه د هغه د ارزښت جدول سره ورکړ شوي دي. پارابول او کربنه يو بل سره څنګه پراته دي؟

په کومه ورشو يا ساحه کې پارابول د کربنې پورته لور ته ځغلي؟

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f_1(x)$	−6	0	4	6	6	4	0
$f_2(x)$	−1	0	1	2	3	4	5

ځوابونه

پارابول او کربنه II

نتيجې او مفصل حلونه نتيجې

لومړی: الف- د پارابول او کربني غوښتکي P_1 او P_2 .

$$P_1\left(-\frac{1}{2}\middle|3\right) \quad P_2\left(-\frac{11}{2}\middle|-2\right)$$

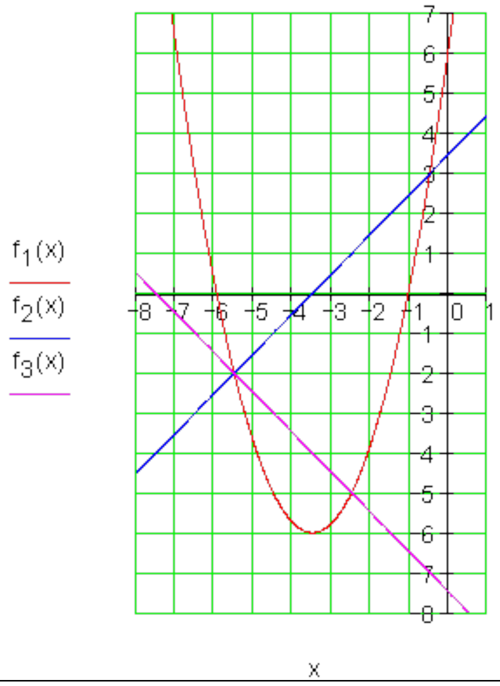
ب- تابع چې $f_3(x)$ و $f_2(x)$ ته ولاړګوډيزه يا قايمالزاويه ځغلي:

$$f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

د پارابول ککرۍ تکي کواوردينات:

$$S\left(-\frac{7}{2}\middle|-6\right)$$

ګرافونه ترخنګ دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: مفصل ځواب: $f(x)=0,5x^2+3x\,;\; g: 2y-4x+8=0 \Leftrightarrow g(x)=2x-4$

د y په لور د $f(x)$ راکښنه:

$$f^*(x)=0,5x^2+3x+a_0$$

$$f^*(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2+2x+2a_0+8=0$$

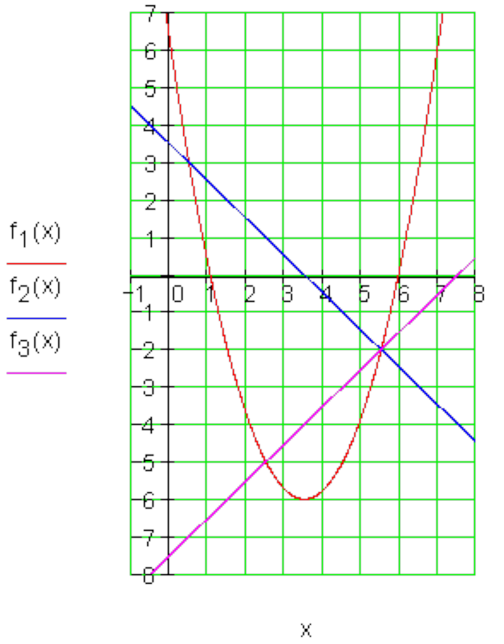
$$\Rightarrow p=2\,;\; q=2a_0+8 \Rightarrow D=-2a_0-7 \qquad g(-1)=-6 \Rightarrow S_{1/2}(-1|-6)$$

د D=0 لپاره شرطونه:

$$\Leftrightarrow -2a_0-7=0 \Leftrightarrow a_0=-3,5 \Rightarrow f^*(x)=0,5x^2+3x-3,5$$

مماس: د D=0 لپاره باور لري: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}=-1$

پارابول په3,5 يونونو يا واحدونو کښته لور ته راکښل کيږي.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>دريم: نتيجه: الف- د پارابول او کرښي غوځتکي P_1 او P_2 .
$P_1\left(\frac{1}{2}\middle|3\right) \quad P_2\left(\frac{11}{2}\middle|-2\right)$
ب- تابع چي $f_2(x)$ و$f_3(x)$ ته ولاړګوديزه يا قايمالزاويه ځغلي:
$f_3(x)=x-\frac{15}{2}$
پ-د پارابول ککرۍ ټکي کواورديناتونه:
$S\left(\frac{7}{2}\middle|-6\right)$</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}$; ،

پیلکرښه: $g(x) = a_1 x$

$$A(1|6): g(1) = a_1 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_1 = 6 \Rightarrow g(x) = 6x$$
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$p = 2;\ q = -3 \Rightarrow D = 4$$
$$\Rightarrow x_1 = 1;\ g(1) = 6 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1|6)}}$$
$$x_2 = -3;\ g(-3) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(-3|18)}}$$

غبرګ و$g(x)$ ته: $g^*(x) = 6x+a0$

$$f(x) = g^*(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{3}a_0 = 0$$
$$p = 2;\ q = \frac{2}{3}a_0 - 3 \Rightarrow D = 4 - \frac{2}{3}a_0$$

د مماس لپاره شرطونه: $D=0 \Leftrightarrow 4-(2/3)a0 = 0 \Leftrightarrow a0=6$

$\Rightarrow g^*(x)=6x+6$

د $D=0$ له امله مماسېکی دی:

$$x_{1/2} = -1;\ g^*(-1) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|0)}}$$

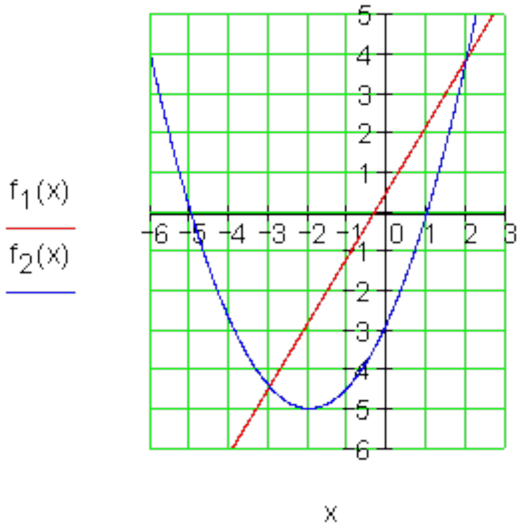
د $D < 0$ لپاره لمسېکی نه شته.

$$4 - \frac{2}{3}a_0 < 0 \Leftrightarrow a_0 > 6$$

ټولې غبرګې و $g(x)$ ته د $g^*(x)=6x+a0$ سره

د $a>0$ سره د $f(x)$ سره لمسېکی نه لري.پنځم نتیجې:

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف – ټکي او .

$P_2\left(2 \middle| \frac{35}{9}\right)$ $P_3\left(-3 \middle| -\frac{40}{9}\right)$

ب-د پارابول تابع:

$$f_2(x)=\frac{5}{9}x^2+\frac{20}{9}x-\frac{25}{9}$$

پ- د ککرۍ ټکی:

$$f_2(x)=\frac{5}{9}(x+2)^2-5$$

ت- ککرۍ ټکی:

$S(-2|-5)$

محور غوڅټکي:

$P_{x_1}(-5|0)$ $P_{x_2}(1|0)$

$P_y=P_1\left(0 \middle| -\frac{25}{9}\right)$

شپیږم:

د ارزښت جدول څخه لوستل کیږي:

$f_1(x)$ دپارابول تابعمساوات دی.

$f_2(x)$ د کربنې تابع مساوات دی.

پارابول او کربنه په(S_1 (-2 | 9 او (S_2 (2 | 4 کې سره غوڅوي.

پارابول کښته لور ت واز دی.

پارابول په انتروال $I = \{ x \mid -2 < x < 4 \}_R$ کې د کربنې پورته لور ته ځغلي.

پوښتنې

پارابول او کربنهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه g(x) د مساوات

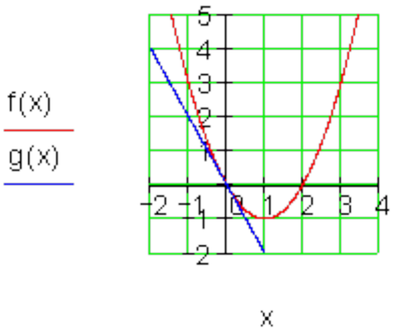
$g(x) = -2x$

سره پارابول f(x) په سرچینه کې لمسوي.

د a_1 د کومو ارزښتونو لپاره سرچینه پېژه

کرښه د مساوات $g(x) = a_1 x$ سره د f(x)

سره دوه همداسي یو ګډ ټکی لري؟



دویم: د دواړو پارابولونو د غوڅټکو کواوردیناتونه وټاکئ.

الف- $f(x) = x^2 + 3x;\quad g(x) = 0,5x^2$

ب - $f(x) = 2x^2 - 4x + 8;\quad g(x) = x^2 + 2x - 1$

پ - $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 1;\quad g(x) = 2x^2 + 2x + 1$

ت - $f(x) = -x^2 + 3x - 1,5;\quad g(x) = -x^2 - x + 2,5$

دریم: دوه پارابولونه د توابعو $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 او P_2 کې سره غوڅوي.

$$f_1(x) = -\frac{3}{5}x^2 - 5x - \frac{32}{5};\ f_2(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{86}{15}x + \frac{14}{5}$$

وشمیرئ:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ-یامحور ارزښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د ټرونکربښي [$P_1 P_2$] تابع. پ – د دواړو پارابولونو صفرځايونه.

ت – د پارابولونو غوځټکي د y محور سره.

ټ – د پارابول $f_1(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ث – د پارابول $f_2(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ج – په يوه پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم د درې توابعو ګرافونه رسم کړئ.

څلورم: د $f(x)$ او $g(x)$ د ګډو ټکو پرواته ولاړ ارزښتونه يا کواورديناتونه وشميرئ.

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R}$$

الف- $g(x) = x^2 - 3x + 3,5$ ب - $g(x) = -x(x-2)$

پ - $g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$ ت - $g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$

پنځم:

دوه پارابولونه د تابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 او P_2 کې سره غوځوي. دا وشميرئ؛	$f_1(x) = (x+1)^2 - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{2}$

الف- غوځټکي P_1 او P_2 .

ب – د غوځکربښي [$P_1 P_2$] تابعمساوات د $y = f_3(x)$ سره.

پ – ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

ت – په يوه پروت ولاړسيستم يا کوبوردیناتسيستم کې د تابع ګراف وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پارابول او کربنه III

نتيجې او ځني مفصل

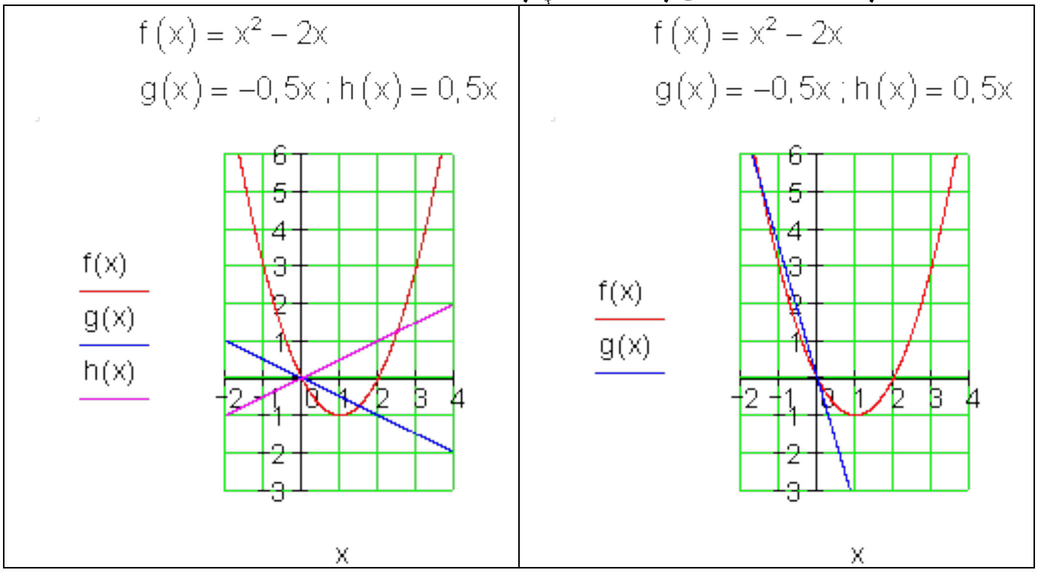
لومړی- مفصل ځواب:

له ګراف څخه لوستل کيږي: a1=-2 يو مماسټکی P(0|0) .

د a|=-2|لپاره دوه غوښتکي، يو له دوی تل S1(0|0) دی.

د a1>-2 لپاره يو غوښتکی په J يا IV کې پروت دی:

د a1<-2 لپاره يو غوښتکی په II کې پروت دی:



دويم: مفصل ځواب:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0,5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(0,5x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 0 \Rightarrow g(0) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(0|0)}}$$

$$(0,5x+3) = 0 \Rightarrow x_2 = -6 \Rightarrow g(-6) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-6|18)}}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 3 \Rightarrow g(3) = 14 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(3|14)}} \text{ Berührungspunkt}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لمس ټکی

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow p = \frac{8}{3};\ q = \frac{4}{3} \Rightarrow D = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow g\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{9} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(-\frac{2}{3} \,\middle|\, \frac{5}{9}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = -2 \Rightarrow g(-2) = 5 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|5)}}$$

کرښیزمساوات له دې لاس ته راځي فقط یو غوځېکی

$$4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{S(1|0{,}5)}}$$

دریم: مفصل ځواب:

الف- د ټکو P_1 اوP_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ ارزښتونه:

$$P_1(-6|2);\ P_2(-1|-2)$$

ب- د ټرونکرښو[$P_1\ P_2$] تابع:

$$f(x) = -\frac{4}{5}x - \frac{14}{5}$$

پ- د دواړو پارابولونو صفرځایونه:

$$P_{x_1}(-6{,}75|0);\ P_{x_2}(-1{,}58|0);\ P_{x_3}(-5{,}6|0);\ P_{x_4}(-0{,}5|0)$$

ت - د پارابولونو غوځېکی د y محور سره:

$$P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, -\frac{32}{5}\right);\ P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{14}{5}\right)$$

ټ- د پارابول$f_1(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

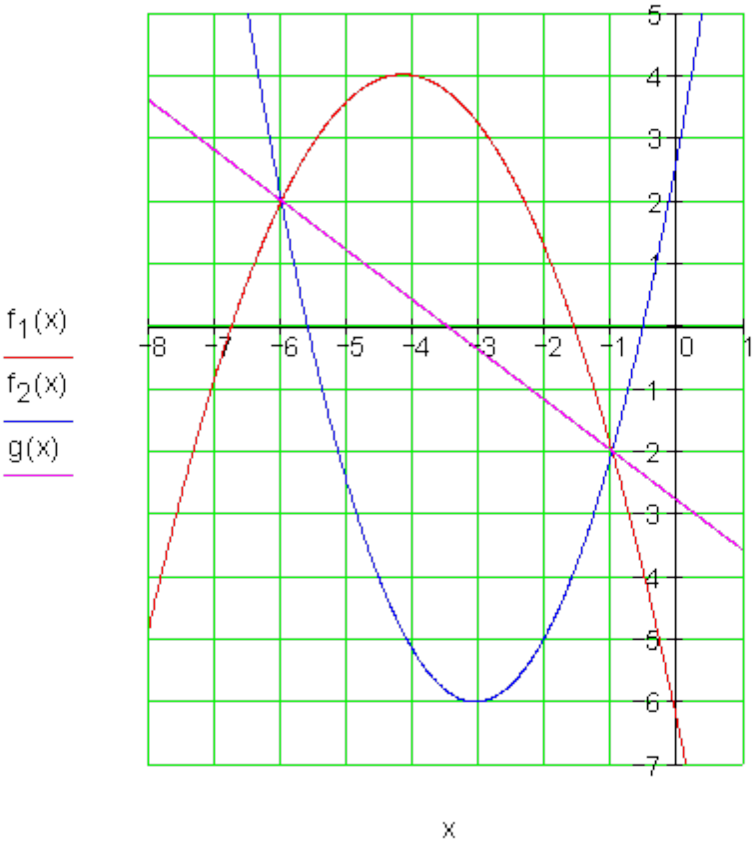
$$f_1(x) = -\frac{3}{5}\left(x + \frac{25}{6}\right)^2 + \frac{241}{60} \Rightarrow S_1\left(-\frac{25}{6} \,\middle|\, \frac{241}{60}\right)$$

ث- د پارابول$f_2(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

$$f_2(x) = \frac{14}{15}\left(x + \frac{43}{14}\right)^2 - \frac{1261}{210} \Rightarrow S_2\left(-\frac{43}{14} \,\middle|\, -\frac{1261}{210}\right)$$

ج- د پارابول ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځلورم: مفصل ځواب:

الف –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\ x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = x^2 - 3x + 3,5$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 1 \Rightarrow f(1) = 1,5 \Rightarrow S_{1/2}\,(1|\,1,5)$$

لمستکی

ب – لمسټکی

پ –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\ x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow p = \frac{4}{7};\ q = -\frac{20}{7} \Rightarrow D = \frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{10}{7} \qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{48}{49} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7} \middle| \frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{2}{7} - \frac{12}{7} = -\frac{14}{7} = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|0)}}$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \qquad \Rightarrow f(2) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(2|0)}}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \qquad \Rightarrow f(-1) = 1,5 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-1|1,5)}}$$

ت -

پنځم: مفصل ځواب:

الف – غوڅټکي P_1 او P_2 . $P_1(1|8) \quad P_2(-5|8)$

ب – د $y = f_3(x)$ سره د غوڅکرښې[P_1 P_2] تابع مساوات

$$f_3(x) = 8$$

پ - ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R} \quad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

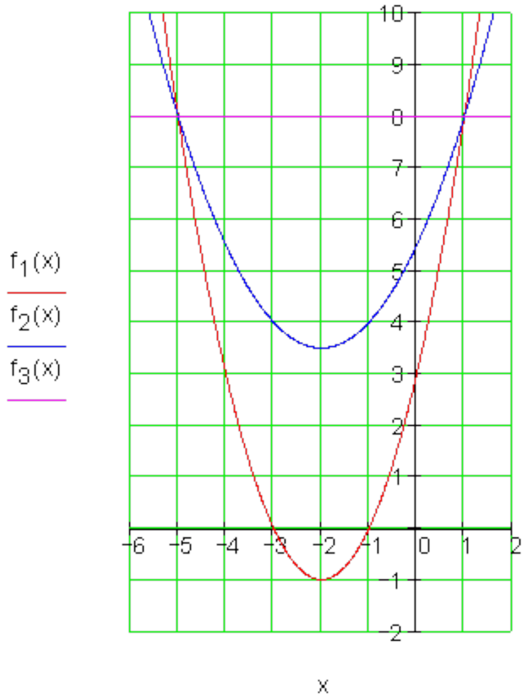
$$\Rightarrow p = \frac{4}{7};\ q = -\frac{20}{7} \Rightarrow D = \frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{10}{7} \qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{48}{49} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7} \middle| \frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{2}{7} - \frac{12}{7} = -\frac{14}{7} = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - گراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.9 د پارابل او پارابل غوښتکي(د تقاطع ټکي)

تمرينيزه بيلګه:

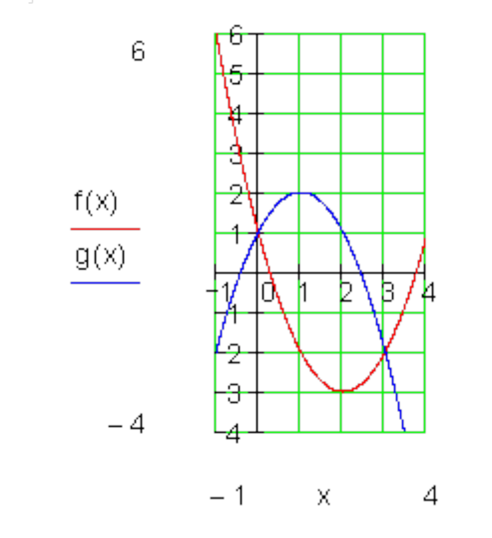
د دوه پارابولونو د تابع مساوات ورکړ شوي دي، چې د هغو غښتکي غواړو پيدا کړو.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ bzw. } f(x) = (x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$$

$$g(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ bzw. } g(x) = -(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$$

که د توابعو غوښتکي غواړو پيدا کړو، نو د توابعو مساوات مساوي ږدو. دا د کربني او پارابول لپاره هم همداسي وو. دا تګلار د پارابولونو لپاره هم کارول کيږي.

$$f(x) = g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 + x^2 - 2x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \,|\, : 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0$$
$$(x-3) = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$
$$f(x_1) = f(0) = 1$$
$$f(x_2) = f(3) = -2$$
$$\Rightarrow P_1(0|1); P_2(3|-2)$$



د کار قرارداد

د لاندې پارابولونو غوښتکي وټاکئ او پاربولونه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: bzwپ لاندي کي د همداسي په معنا دی

a) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3 \text{ bzw. } f(x) = \frac{3}{2}(x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$

$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x \text{ bzw. } g(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2 \Rightarrow S(2|-2)$

b) $f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$

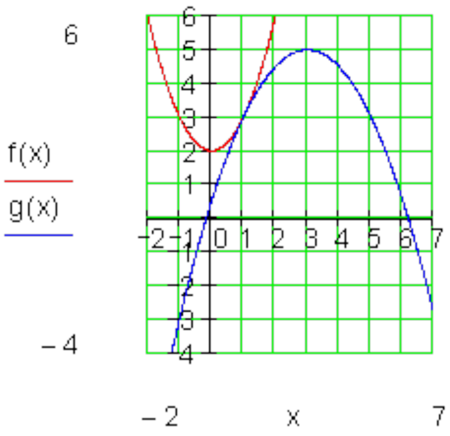
$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \text{ bzw. } g(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 5 \Rightarrow S(-3|5)$

c) $f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$

$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \text{ bzw. } g(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$

d) $f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow S(0|1)$

$g(x) = x^2 + 2x - 1 \text{ bzw. } g(x) = (x+1)^2 - 2 \Rightarrow S(-1|-2)$



فقط یو لمسېکی شتون لري، ځکه چې $D = 0$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

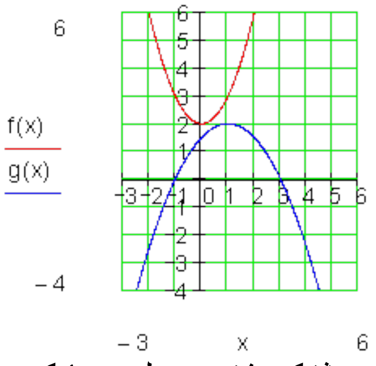
$\Rightarrow p = -2 ; q = 1$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-1)^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = 1$

$f(1) = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{P(1|3)}}$

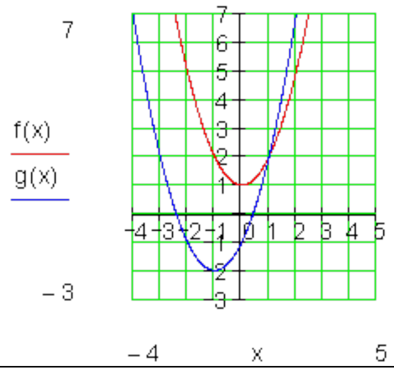
(c) ketabton.com: The Digital Library



غوځېکی شتون نه لري، ځکه چي $D < 0$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = 0 \,|\cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow p = -\frac{2}{3};\ q = \frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} < 0$$

له دې لاس ته راځي، چي حل نه شته.



$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 1 - x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow -2x + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$
$$\Rightarrow f(x) = f(1) = 1 + 1 = 2$$
$$\Rightarrow P(1|2)$$

که د $f(x)$ او $g(x)$ برابر اېښوونه مو یو کرښیز مساوات ته بوزي، نو دواړه پارابولونه یو غوځېکی لري.
د تمرین بیلګې څخه پېژندل کیږي، چي د غوځېکو تعداد(ګنون) ، چي دوه پارابولونه یې یو له بل سره لري د دیسکریمینانتي په واک کې دي.

پارابولونه په دوه ټکو کې غوځوي	$D > 0: \ \Rightarrow$ Di
پارابولونه په یوه ټکي کې سره لمسوي.	$D = 0: \ \Rightarrow$ Di
پاربولونه ګډ ټکی نه لري	$D < 0: \ \Rightarrow$ Di
کربنیزمساوات له دې لاس ته راځي پاربولونه یو غوځېکی لري.	$f(x) - g(x) \Rightarrow$ l

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.10-د ورکړ شوو شرایطو له مخې د توابع مساواتو ترتیبونه

له مخه د دري ټکو ورکونه (دري ټکي ورکړل شوي دي).

دري مختلف ټکي، چې ټول په يوه پارابول پراته دي ورکړل شوي.

له دي څخه دې د پارابول تابع مساوات و ټاکل شي.

ورکړل شوي ټکي :

$P_1(1|2); P_2(5|4); P_3(3|-1)$ تولیز تابع مساوات $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

د تابع مساواتو ټاکلو لپاره باید د ټولیزو ضریبونو a_2, a_1 او a_0 لپاره اړونده عددي کمپوننتونه (برخې) وټاکل شي. دا چې درېواړه ټکي P_1 , P_2 او P_3 د ټاکونکي پارابول ټکي دي، کیدی شي د ټولیز مساواتسیستم په پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې د x او y ځایونو کې د دې ټکو د درېواره اېښوونو له لارې دې مساوات سیستمونه له دري ناټاکلو سره جوړ شي ، چې له هغو ضریبونه a_0, a_1 او a_2 ټاکل کیدی شي

د مساوات سیستم اېښوونه:

$P(x \mid y)$	$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	$= y$	دا د دري کرښيز مساواتو څخه جوړ مساوات سیستم دی د دري ناپېژندونکو سره.
$P_1(1 \mid 2)$	$f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0$	$= 2$	
$P_2(5 \mid 4)$	$f(5) = 25\,a_2 + 5\,a_1 + 1a_0$	$= -4$	د جمعي قانون له مخې حل پیداکیدی شي.
$P_3(3 \mid -1)$	$f(3) = 9\,a_2 + 3\,a_1 + 1\,a_0$	$= -1$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمعي تلنلار :

$$\begin{aligned}
&a_2 + a_1 + a_0 = 2 \\
&25a_2 + 5a_1 + a_0 = 4 \mid II - 25\cdot I \\
&9a_2 + 3a_1 + a_0 = -1 \mid III - 9\cdot I \\
\hline
&a_2 + a_1 + a_0 = 2 \\
&-20a_1 - 24a_0 = -46 \mid II - 3\cdot III \\
&-6a_1 - 8a_0 = -19 \\
\hline
&a_2 + a_1 + a_0 = 2 \\
&-2a_1 = 11 \\
&-6a_1 - 8a_0 = -19
\end{aligned}$$

$$-2a_1 = 11 \Rightarrow a_1 = -\frac{11}{2}$$

$$-6a_1 - 8a_0 = -19 \Leftrightarrow -6\cdot\left(-\frac{11}{2}\right) - 8a_0 = -19$$

$$\Leftrightarrow 33 - 8a_0 = -19 \mid -33$$

$$\Leftrightarrow -8a_0 = -52 \mid :(-8) \Leftrightarrow a_0 = \frac{-52}{-8} = \frac{13}{2}$$

$$a_2 + a_1 + a_0 = 2 \Leftrightarrow a_2 - \frac{11}{2} + \frac{13}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow a_2 = 2 - 1 = 1$$

له دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}$

ټکي ازماېښت:

$$P_1(1 \mid 2): \quad f(1) = 1^2 - \frac{11}{2}\cdot 1 + \frac{13}{2} = 1 + \frac{2}{2} = 1 + 1 = 2\ (w)$$

$$P_2(5 \mid 4): \quad f(5) = 5^2 - \frac{11}{2}\cdot 5 + \frac{13}{2} = 25 - \frac{55}{2} + \frac{13}{2} = 25 - \frac{42}{2} = 25 - 21 = 4\ (w)$$

$$P_3(3 \mid -1): \quad f(3) = 3^2 - \frac{11}{2}\cdot 3 + \frac{13}{2} = 9 - \frac{33}{2} + \frac{13}{2} = 9 - \frac{20}{2} = 9 - 10 = -1\ (w)$$

د جمعي سیستم کیدی شي . دا مو د ګاوس الګوریتم ته لاربنودوي.

د ګاوس الګوریتم له لاري فقط له ضریبونو سره شمیرل کیږي.

د ګاوس الګوریتم؛

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګاوس الګوريتم سره د ليکو له لارې کار کيږي.

ليکي کړی شو:

- بدلي کړو

- د يوه عددد سره ضرب کړو.

-د يوه عدد سره و وېشو.

- سره جمعه کړو.

- سره منفي کړو.

که درځونه (ولاړي ليکي) بدلي شي، نو بايد ضريبونه هم ورسره واخستل شي.

دا موخه دې د يوه مثلث په بنه راوړل شي.

x	x	x	x
0	x	x	x
0	0	x	x

د په ځای اينووني له لارې حل:

a_0	a_1	a_2		
1	1	1	2	
1	5	25	4	II − I
1	3	9	−1	III − I
1	1	1	2	
0	4	24	2	: 2
0	2	8	−3	
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	2	8	−3	III − II
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	0	−4	−4	

$$-4a_2 = -4 \mid (-4) \Leftrightarrow \underline{a_2 = 1}$$

$$2a_1 + 12a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 12 \cdot 1 = 1 \mid -12$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -11 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_1 = -\frac{11}{2}}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{11}{2} + 1 = 2$$

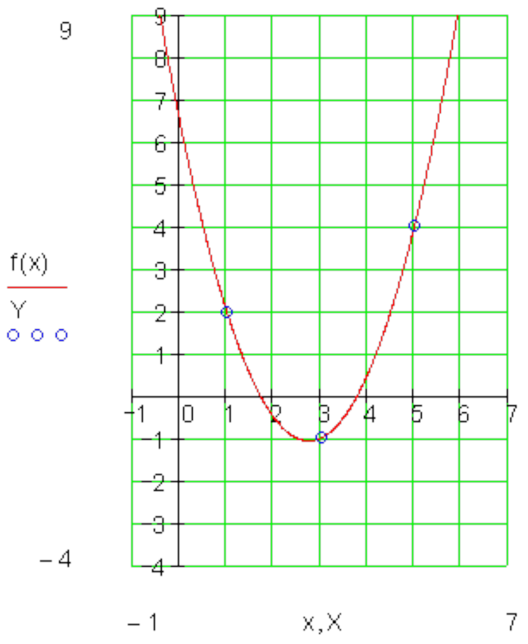
$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} \mid + \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_0 = \frac{13}{2}}$$

تابع مساوات: $\underline{\underline{\mathrm{I}: f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}}}$

دتابع ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دې لپاره چې د يوې مربع تابع د تابع مساوات لاس ته راوړل شو درې ټکي اړيين دي.

په ياد رلوړو:

د کرښيزې تابع (کرښې) لپاره درې ټکي وو.

د دې لپاره چې د يوه پارابول ګراف پاک و کښلی شو، له دې درې ټکو سربېره ککرټکی او د محور غوښتکي اړيين دي.

که په ککرټکي عمود يا ولاړې ته سيمترى هم په پام کې ونيسو ، نو په زياتو حالتونو کې نورو ټکو ته اړتيا نه لرو.

په پارابول کې ځانګړي حالتونه

په ځنو حالتونو کې کېدی شي تابعمساوات د د لږو ورکړو سره وټکلی شو.

بيلګه:

يو پارابول د yمحور ته محور سيومتريک دی چې له ټکو $P_1(-1|-2)$ او $P_2(2|7)$ تېرېږي.

تابعمساوات f(x) وټاکئ او ګرافونه و کاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پـه ککرۍ ټکي بنه ليکو :

$f(x) = a_2 (x - x_s)^2 + y_s$

د محور سيومتري له امله x0=0 دی او ys=a0

$\Rightarrow f(x) = a_2 x^2 + a_0$

مساوات سيستم:

$P_1(-1|-2): \quad f(-1) = 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = -2$

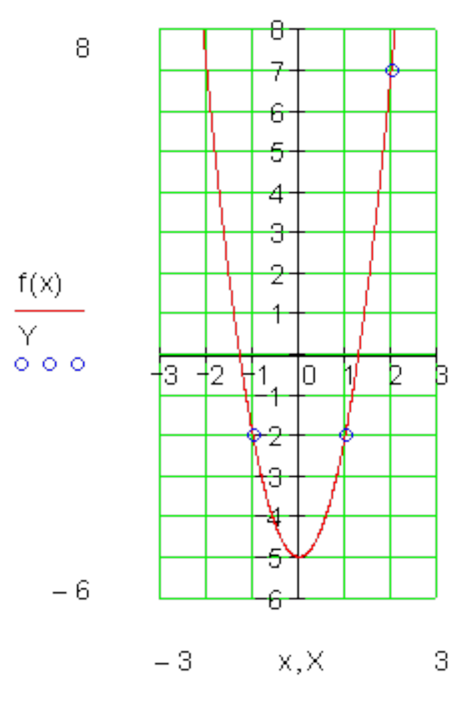
$P_2(2|7): \quad f(2) = 4 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = 7$

a_0	a_2		
1	1	−2	
1	4	7	II−I
1	1	−2	
0	3	9	

$3a_2 = 9 \Rightarrow a_2 = 3$

$a_0 + 3 = -2 \Rightarrow a_0 = -5$

$f(x) = 3x^2 - 5$



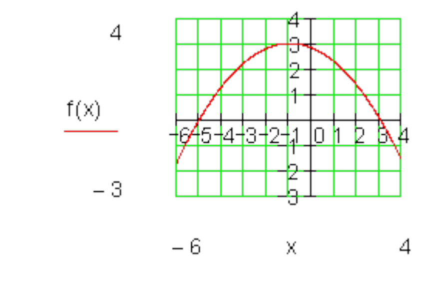
بېلګه: د یوه پارابول صفرټکي $P_{x1}(3|0)$ او $P_{x2}(-5|0)$ دي. د هغه خورا لوي تابع ارزښت 3 دی.

د تابع مساوات f(x) وټاکی او ګ رافونه رسم کړی.

په کرښيزضريبونو کې ايښوونه: x1=3;x2=-5

$f(x) = a_2 (x - x_1)(x - x_2) = a_2 (x - 3)(x + 5)$

د تابع خورا لوی ار ښت په ککرټکي S(xs;3) پروت دی



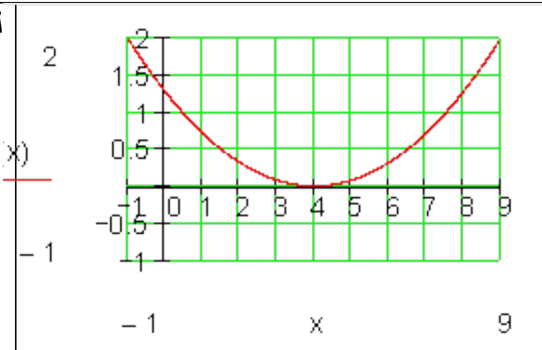
(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3+(-5)}{2} = -1$ $f(x_s) = 3 \Leftrightarrow f(-1) = a_2(-1-3)(-1+5) = a_2(-16) = 3$ $\Rightarrow a_2 = -\frac{3}{16} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{16}(x-3)(x+5)$ $= -\frac{3}{16}(x^2+2x-15) = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{45}{16}$	د ورکړي له مخې، چې د تابع خورا لوی ارزښت ۳ دی، کېدی شي پای کړو، چې پارابول کښته لو رته واز دی. څه چې شمېرنه هم تصديقوي.

بیلګه:

د دويمې درجې د ټول راشنل تابع ګراف د xمحور په x=4 ځای کې لمسوي او له تکي P(-1;2) تېرېږي.

د تابع ترم وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

لمستکی = ککری تکی S(4;0) $= a_2(x-x_s)+y_s = a_2(x-4)^2$ $-1 \mid 2): \quad f(-1) = a_2(-1-4)^2 = 2$ $a_2(-5)^2 = 25a_2 = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{25}$ $= \frac{2}{25}(x-4)^2 = \frac{2}{25}(x^2-8x+16)$ $= \frac{2}{25}x^2 - \frac{16}{25}x + \frac{32}{25}$	

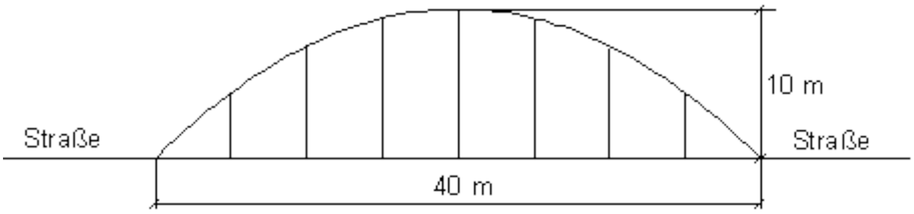
د استعمال بیلګه:

د يوه پله پارابول شکله لينده(قوس) ورکړ شوی دی د40 m غزوني اوږدوالي او يوه خورا (ماکسيمال) جګوالي 10 m سره.

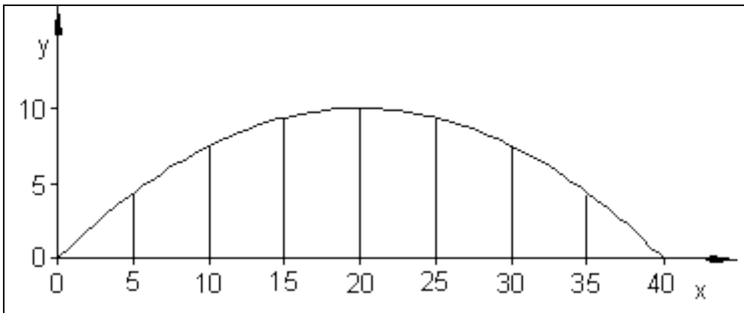
(c) ketabton.com: The Digital Library

د7 عمود یا ولاړ ایینول شوو برابرو اوږدو غزون ستنو یا غزونمتو واټن وشمیرئ.

په لاندې الماني=کوڅه یا سرک



مودل کونه یا د مودل ورکونه:

	که کواوردینات سیستمم داسې وټاکل شي، نو لاندې ټکي څرګند دي. صفرځایونه $P_{x1}(0\|0);P_{x2}(40\|0)$ ککرئ: S(20;10)

ښوونه: ککرئ ټکي بڼه: $f(x)=a_2(x-20)^2+10$

$$P_{x1}(0|0): f(0)=a_2(-20)^2+10=0$$
$$\Leftrightarrow 400a_2=-10 \Leftrightarrow a_2=-\frac{10}{400}=-\frac{1}{40}$$
$$\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{40}(x-20)^2+10=-\frac{1}{40}x^2+x$$

دx ارزښتونو له لارې د کچوني اوږدوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(5) = -\frac{1}{40}\cdot 25 + 5 = -\frac{5}{8} + \frac{40}{8} = \frac{35}{8} = \underline{\underline{4,375}}$$

$$f(10) = -\frac{1}{40}\cdot 100 + 10 = -\frac{5}{2} + \frac{20}{2} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7,5}}$$

$$f(15) = -\frac{1}{40}\cdot 225 + 15 = -\frac{45}{8} + \frac{120}{8} = \frac{75}{8} = \underline{\underline{9,375}}$$

د ککری کواوردینات له امله: $f(x) = 10$

د سیومتری دلایلو له امله: $f(25) = f(15) = 9,375$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(30) = f(10) = 7,5$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(35) = 4,375$

پوښتنې

پا ربول چې له در ې ټکو تیریږيI

لومړی – د پارابول د f(x) تابع مساوات وټاکی،که لاندې معلوم وي. .

الف – د f(x) ګراف له ټکو $P_1(2|-1); P_2(-1|0,5); P_3(4|3)$ تیریږي.

ب – د f(x) ګراف له ټکو $P_1\left(-2\left|-\frac{5}{4}\right.\right); P_2\left(\frac{1}{2}\left|0\right.\right); P_3\left(1\left|\frac{7}{4}\right.\right)$ تیریږي.

پ –د f(x) ګراف له ټکو $P_1(1|0,5)$ او $P_2(-2|-5,5)$. د y محور سره سیمتریک ځغلي

ت – د f(x) ګراف دx محور په x1=-3 کې لمسوي او له ټکي P(-5;-7) تېریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ – د f(x) ګراف د x محور په x1 = 2 او x2 = -1 کې غوځوي او له P(1;-2) ټکي څخه تیریږي.

ث – یو راکښلی نورمال پارابول د x محورم په x = -2 کې لمسوي.

دویم – درې غوڅې شوې کرښې د یوه دریګوډي(مثلث) اړخونه (ضلعې) جوړوي.

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

وشمېرئ:

الف – د پارابول تابع د دې مثلث له ګوډونو(کونجونو) تېریږي.

ب – ټول ګرافونه په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې و کاږئ.

دریم – د تابع مساوات وشمېرئ، محورر غوڅټکي، ککرټکي او اود ککرټکوبڼه. ګراف یې په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $P_1(-2|2); P_2(1|-7); P_3(3|-3)$ ب - $P_1(-1|-2); P_2(1|0); P_3(2|4)$

پ - $P_1(-3|10); P_2(1|-2); P_3(3|4)$ ت - $P_1(-2|4); P_2(1|4); P_3(3|-6)$

ټ - $P_1(-1|0); P_2(1|6); P_3(3|4)$ ث - $P_1(-4|-2); P_2(-2|-4); P_3(2|4)$

څلورم – د تابع مساوات وشمیرئ، د محور غوڅټکي، د ککرټکیبڼه وشمیرئ. په یوه مناسب کواوردیناتسیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف - $P_1(-4\,|\,2); P_2\left(1\,\middle|\,-\frac{1}{2}\right); P_3(2\,|-4)$

ب - $P_1(-4|-1); P_2(-2|-4); P_3(2|8)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ ـ $P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{5}{4}\right); P_2\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{4}\right); P_3\left(3 \,\middle|\, \frac{41}{4}\right)$

ت ـ $P_1(-2 \mid 2); P_2\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_3\left(1 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$

ټ ـ $P_1\left(-1 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right); P_2(2 \mid 2); P_3\left(3 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right)$

ث ـ $P_1(-2 \mid -1); P_2\left(-1 \,\middle|\, -\frac{7}{3}\right); P_3(1 \mid -3)$

پنځم – د تابع مساوات وشمېرئ، د محور غوځېدنکي، د ککرۍټکي بڼه وشميرئ. په يوه متاسب کواوردیناتسیستم کې يې ګراف وکاږئ.

الف ـ $P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right); P_2(1 \mid 4); P_3\left(2 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

ب ـ $P_1\left(-\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{19}{4}\right); P_2(1 \mid 1); P_3\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, -\frac{5}{4}\right)$

پ ـ $P_1(-1 \mid 2); P_2\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{13}{4}\right); P_3(2 \mid 2)$

ت ـ $P_1(-3 \mid 2); P_2(1 \mid -3); P_3(3 \mid 4)$

ټ ـ $P_1(-2 \mid -2); P_2(-1 \mid 2); P_3(3 \mid 1)$

ث ـ $P_1(-1 \mid 3); P_2(1 \mid 1); P_3(3 \mid 4)$

ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي I

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې:

لومړی-

الف - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x-1$ ب - $f(x)=x^2+2x-\frac{5}{4}$

پ - $f(x)=-2x^2+\frac{5}{2}$ ت - $f(x)=-\frac{7}{2}(x+3)^2$

ټ - $f(x)=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$ ث - $f(x)=(x+2)^2=x^2+4x+4$

دويم

الف -

د درې کرښو غوښتکی: $P_1\left(-3\left|-\frac{15}{4}\right.\right)\quad P_2\left(-1\left|\frac{9}{4}\right.\right)\quad P_3\left(-5\left|-\frac{7}{4}\right.\right)$

له درې ټکو تير پارابول تابع مساوات: $f(x)=x^2+7x+\frac{33}{4}$

محورغوښتکي: $P_y\left(0\left|\frac{33}{4}\right.\right);P_{x1}\left(-\frac{11}{2}\left|0\right.\right);P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\left|0\right.\right)$

د پارابول ککرټکی: $S\left(-\frac{7}{2}\left|-4\right.\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – مفصل حل وکوری.

دریم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = x^2 - 2x - 6$

محورغوځښکي: $P_y(0 \mid -6); P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3,65 \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx -1,65 \mid 0\right)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}(1 \mid -7); f(x) = (x-1)^2 - 7$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

ب –

تابع مساوات: $f(x) = x^2 + x - 2$

محورغوځښکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-2 \mid 0)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

پ –تابع مساوات: $f(x) = x^2 - x - 2$

محورغوځښکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍټکی\ ککرۍټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,-\frac{9}{4}\right);\ f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ –

تابع مساوات: $f(x)=-x^2-x+6$

محورغوښتکي: $P_y(0\mid 6);\ P_{x1}(2\mid 0);\ P_{x2}(-3\mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{25}{4}\right);\ f(x)=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x)=-x^2+3x+4$

محورغوښتکي: $P_y(0\mid 4);\ P_{x1}(4\mid 0);\ P_{x2}(-1\mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{25}{4}\right);\ f(x)=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محورغوڅټکي:

$$P_y(0 \mid -2); P_{x1}\left(-2+2\cdot\sqrt{2} \approx 0,83 \mid 0\right); P_{x2}\left(-2-2\cdot\sqrt{2} \approx -4,83 \mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2 \mid -4); f(x) = \frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - 4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ځلورم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

محورغوڅټکي:

$$P_y(0 \mid 2); P_{x1}\left(-2+2\sqrt{2} \approx 0,83 \mid 0\right); P_{x2}\left(-2-2\sqrt{2} \approx -4,83 \mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2 \mid 4); f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$

محورغوڅټکي:

$$P_y(0 \mid -1); P_{x1}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3} \approx 0,31 \;\middle|\; 0\right); P_{x2}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3} \approx -4,31 \;\middle|\; 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2 \mid 4);\ f(x)=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x)=\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$

محورغوځتکي:

$P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{4}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\sqrt{105}\approx 0,16 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{105}\approx -2,41 \,\middle|\, 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, -\frac{35}{32}\right);\ f(x)=\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{8}\right)^2-\frac{35}{32}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-x+2$

محورغوځتکي: $P_y(0 \mid 2);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1,24 \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3,24 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ f(x)=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{5}{2}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{5}{3}x+2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محورغوخښتکي: $P_y(0 \mid 2); P_{x1}\left(1+\sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 \,\middle|\, 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(1 \,\middle|\, \frac{17}{6}\right); f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$

محورغوخښتکي:
$P_y(0 \mid -3); P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx 3{,}54 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx -2{,}54 \,\middle|\, 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{37}{12}\right); f(x) = \frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پنځم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$

محورغوخښتکي:
$P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{20}{3}\right); P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx 1{,}68 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx -2{,}07 \,\middle|\, 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}$; $P_{Sp}\left(-\frac{9}{46}\ \middle|\ \frac{7441}{1104}\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب ـ تابع مساوات: $f(x)=-x^2-2x+4$

محورغوڅټکي: $P_y(0\mid 4)$; $P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1{,}24\mid 0\right)$; $P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3{,}24\mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $f(x)=-(x+1)^2+5$; $P_{Sp}(-1\mid 5)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ ـ تابع مساوات: $f(x)=-x^2+x+4$

محورغوڅټکي:

$$P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx 2{,}56\ \middle|\ 0\right);\ P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx -1{,}56\ \middle|\ 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{17}{4}$; $P_{Sp}\left(\frac{1}{2}\ \middle|\ \frac{17}{4}\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت ـ تابع مساوات: $f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$

محورغوڅټکي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{33}{8}\right); P_{x1}\left(-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}\approx 2{,}08 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(-\frac{4}{19}-\frac{1}{19}\sqrt{1897}\approx -2{,}5 \,\middle|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{4}{19} \,\middle|\, -\frac{1897}{456}\right); f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ - تابع مساوات: $f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x-\frac{43}{10}$

محور غوڅېکي:

$$P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{43}{10}\right); P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\sqrt{6689}\approx 3{,}26 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\sqrt{6689}\approx -1{,}55 \,\middle|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{29}{34} \,\middle|\, \frac{6689}{1360}\right); f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$

محور غوڅېکي: $P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{11}{8}\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{4}{5} \,\middle|\, \frac{39}{40}\right); f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی-
الف - د یوه دویمي درجې ټولیز ټول راشنل-یا هوښیار تابع (پارابول) د تابع مساوات ټولیزه بڼه یا فورم : $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$
که د درې ورکړ شوو ټکو کواوردینات په ټولیز تابع مساوات کې کیښول شی یا ځا په ځای شي، نو یو مساوات سیستم له درې مساواتو سره لاس ته راځي له درې متحولو a_2 ; a_1 اوa_0 او د لاندې سره.

$$P_1(2|-1):\quad f(2) = a_2\cdot 2^2 + a_1\cdot 2 + a_0 = -1 \Leftrightarrow \quad 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1|\frac{1}{2}\right):\quad f(-1) = a_2\cdot(-1)^2 + a_1\cdot(-1) + a_0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_3(4|3):\quad f(4) = a_2\cdot 4^2 + a_1\cdot 4 + a_0 = 3 \Leftrightarrow \quad 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 3$$

:

د جمعې لارې او یا د ګاوس له لارې(طریقې) :

a_0	a_1	a_2		
1	2	4	−1	
1	−1	1	1/2	$\mid\cdot 2$
1	4	16	3	
1	2	4	−1	
2	−2	2	1	$II - 2\cdot I$
1	4	16	3	$III - I$
1	2	4	−1	
0	−6	−6	3	$\mid : 3$
0	2	12	4	
1	2	4	−1	
0	−2	−2	1	
0	2	12	4	$III + II$
1	2	4	−1	

د ضریبونو شمیرنه:

$$10a_2 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$-2a_1 - 2a_2 = 1 \Leftrightarrow -2a_1 - 2\cdot\frac{1}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 = 1 + 1 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$1a_0 + 2a_1 + 4a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 2\cdot(-1) + 4\cdot\frac{1}{2} = -1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0	−2	−2	1	
	0	0	10	5	

ب – د لاندې الماني پښتو: د ضریبونو شمیرنه:

$$P_1\left(-2 \mid -\frac{5}{4}\right): \quad f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(\frac{1}{2} \mid 0\right): \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 + \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3\left(1 \mid \frac{7}{4}\right): \quad f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{7}{4}$$

a_0	a_1	a_2		
1	−2	4	$-\frac{5}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\mid \cdot 4$
1	1	1	$\frac{7}{4}$	$\mid \cdot 4$
4	−8	16	−5	
4	2	1	0	II − I
4	4	4	7	III − I
4	−8	16	−5	
0	10	−15	5	$\mid : 5$
0	12	−12	12	$\mid : 6$
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	2	−2	2	III − II
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	0	1	1	

Berechnung der Koeffizienten:

$$\boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 3a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 - 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = 1+3 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$4a_0 - 8a_1 + 16a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 16 + 16 = -5$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{5}{4}}$$

$$f(x) = x^2 + 2x - \frac{5}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د محورسیومتري ځخه لاس ته راځي: ککره په y محور پرته ده.
ت – د محور سره غوځښتکی = ککری ټکی.
د پاربول د ککرټکي بڼه (فورم): $: f(x) = a_2(x+3)^2$

$$P(-5|-7): \quad f(-5) = a_2(-5+3)^2 = 7 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}(x+3)^2$$

ټ –

$$P_{x1}(2|0); P(-1|0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)(x+1)$$

$$P(1|-2): \quad f(1) = a_2(-1)(2) = -2 \Leftrightarrow a_2 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$$

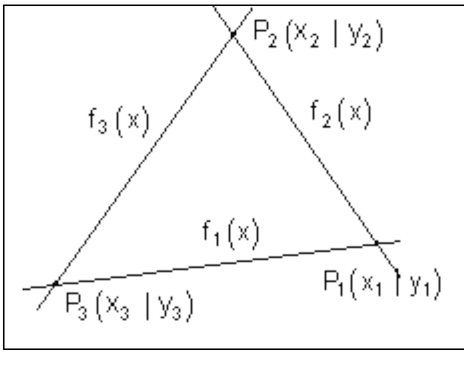
ث – لمسټکی = ککرئ ټکی

راکښل شوې نورمال بڼه: $I: \Rightarrow f(x) = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

دویم –

الف – لاندې کرښې یو درېګودی یا مثلث جوړوي:

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

د درېګودي د ګوډونو د شمیرنې لپاره د غوځښتکو تعریف P_1 : $f_1(x)$ غوځشوی د $f_2(x)$ سره P_2: $f_2(x)$ غوځشوی د $f_3(x)$ سره P_3 : $f_1(x)$ غوځشوی د $f_3(x)$ سره	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(x_1 \mid y_1): f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = 3x + \frac{31}{4} \mid -3x$$

$$\Leftrightarrow -4x - \frac{27}{4} = \frac{21}{4} \mid + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x = \frac{48}{4} \mid : (-4)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{4} = -3 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$y_1 = f_1(x_1) = f_1(-3) = -(-3) - \frac{27}{4} = 3 - \frac{27}{4} = \frac{12}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{15}{4} \Rightarrow P_1\left(-3 \;\middle|\; -\frac{15}{4}\right)$$

$$P_2(x_2 \mid y_2): f_2(x) = f_3(x) \Leftrightarrow 3x + \frac{21}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{21}{4} = \frac{13}{4} \mid -\frac{21}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{8}{4} \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$y_2 = f_2(x_2) = f_2(-1) = 3 \cdot (-1) + \frac{21}{4} = -3 + \frac{21}{4} = -\frac{12}{4} + \frac{21}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{9}{4}\right)$$

$$P_3(x_3 \mid y_3): f_1(x) = f_3(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow -2x - \frac{27}{4} = \frac{13}{4} \mid + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -2x = \frac{40}{4} \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{20}{4} = -5 \Rightarrow x_3 = -5$$

$$y_3 = f_1(x_3) = f_1(-5) = -(-5) - \frac{27}{4} = 5 - \frac{27}{4} = \frac{20}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow P_3\left(-5 \;\middle|\; -\frac{7}{4}\right)$$

د پارابول د تابعمساوات شميرنه، چې ګراف يې د درېګوډي له ګوډونو تيريږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایښنونه: $f(x) = a_1x^2 + a_1x + a_0$

$$P_1\left(-3 \;\middle|\; -\frac{15}{4}\right) \quad \Rightarrow 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -\frac{15}{4}$$

$$P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{9}{4}\right) \quad \Rightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{4}$$

$$P_3\left(-5 \;\middle|\; -\frac{7}{4}\right) \quad \Rightarrow 25a_2 - 5a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{4}$$

د مساواتسیسم حل د گاوس- الگوریتم له لارې.

a_0	a_1	a_2		
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
1	−1	1	$\frac{9}{4}$	II − I
1	−5	25	$-\frac{7}{4}$	III − I
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	$\frac{24}{4}$	
0	−2	16	$\frac{8}{4}$	III + II
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	6	
0	0	8	8	

$$8a_2 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 8a_2 = 6$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 8 \cdot 1 = 6 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 14 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 7}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = -\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot 7 + 9 \cdot 1 = -\frac{15}{4} \mid +12 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{33}{4}}$$

$$\Rightarrow f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4}$$

د دې لپاره چې پارابول رسم کړای شو، موخه ور دی چې محور غوخښکي او ککرۍ ټکی وشمیرو.

د محور غوخښکي شمیرنه:

$$f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4} \Rightarrow f(0) = \frac{33}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{33}{4}\right)$$

$$f_4(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x + \frac{33}{4} = 0 \Rightarrow p = 7 \text{ und } q = \frac{33}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{4}-\frac{33}{4}=\frac{16}{4}=4\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{4}=2$$

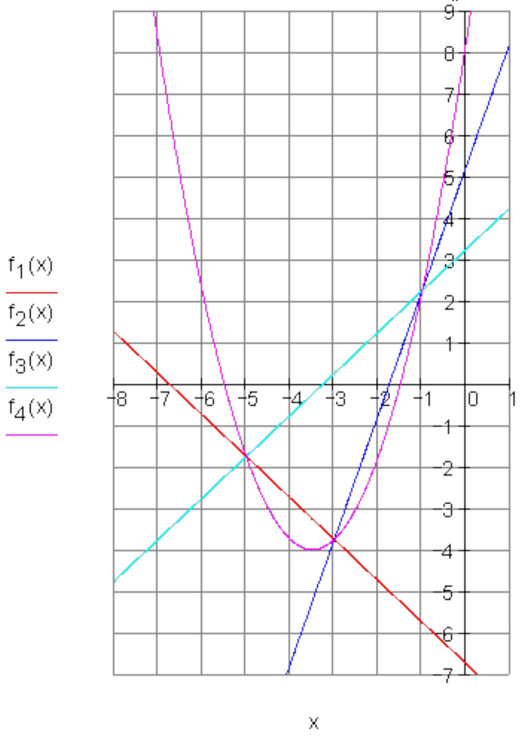
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left|\begin{array}{l}x_1=-\frac{7}{2}+2=-\frac{3}{2}\\ x_2=-\frac{7}{2}-2=-\frac{11}{2}\end{array}\right.\Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\middle|0\right)\text{ und }P_{x2}\left(-\frac{11}{2}\middle|0\right)$$

د ککرۍ ټکي شمیرنه د صفرځایونو له لارې

$$x_{Sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{3}{2}+\left(-\frac{11}{2}\right)}{2}=\frac{-\frac{3}{2}-\frac{11}{2}}{2}=\frac{-\frac{14}{2}}{2}=\frac{-7}{2}=-\frac{7}{2}$$

$$y_{Sp}=f_4(x_{Sp})=f_4\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{49}{4}+7\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)+\frac{33}{4}=\frac{49}{4}-\frac{98}{4}+\frac{33}{4}=-\frac{16}{4}=-4$$

له دې لاس ته راغي ککرۍ ټکی: $S\left(-\frac{7}{2}\middle|-4\right)$



ب – ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم – الف – د تابع مساوات شميرنه:

$P_1(-2|2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2(1|-7): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -7$

$P_2(3|-3): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -3$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	2
1	1	1	−7 II − I
1	3	9	−3 III − I
1	−2	4	2
0	3	−3	−9 |: 3
0	5	5	−5 |: (−5)
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	−1	−1	1III + II
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	0	−2	−2

$-2a_2 = -2 \,|:(-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_1 - a_2 = -3 \Leftrightarrow a_1 - 1\cdot 1 = -3$

$\Leftrightarrow a_1 - 1 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot(-2) + 4\cdot 1 = 2$

$\Leftrightarrow a_0 + 4 + 4 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -6}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - 2x - 6}}$

$P_1(-2|2): f(-2) = (-2)^2 - 2\cdot(-2) - 6 = 4 + 4 - 6 = 2$

$P_2(1|-7): f(1) = 1^2 - 2\cdot 1 - 6 = 1 - 2 - 6 = -7$

$P_3(3|-3): f(3) = 3^2 - 2\cdot 3 - 6 = 9 - 6 - 6 = -3$

د محورغوښتکي شميرنه:

$f(x) = x^2 - 2x - 6 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-6)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 6 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = -2; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 6 = 7 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{7}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

$x_1 = 1 + \sqrt{7} \approx 3,65 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1+\sqrt{7} \approx 3,65\,|\,0)}}$

$x_2 = 1 - \sqrt{7} \approx -1,65 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(1-\sqrt{7} \approx -1,65\,|\,0)}}$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

الف-

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - 2x - 6$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+\sqrt{7}+1-\sqrt{7}}{2} = 1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

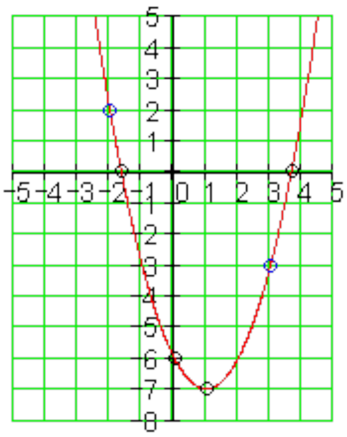
$$= 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = -7$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}(1|-7)$

د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = (x-1)^2 - 7$$

ګراف :



ب- د تابع مساوات شمېرنه:

$$P_1(-1|-2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(1|0): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	−2
1	1	1	0 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−1	1	−2
0	2	0	2
0	3	3	6

$$2a_1 = 2 \,|\, :2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$$

$$3a_1 + 3a_2 = 6 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 3a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + 3 = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + 1 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-1|-2): f(-1) = (-1)^2 + 1\cdot(-1) - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_2(1|0): f(1) = 1^2 + 1\cdot 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$

$P_3(2|4): f(2) = 2^2 + 1\cdot 2 - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه: $f(x) = x^2 + x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2)$

دا د مربع مساوات نورمال بنه ده $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$p = 1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1|0)}} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-2|0)}} \end{array} \right.$$

ککری ټکی او د ککری ټکي بنه:

$f(x) = x^2 + x - 2$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$

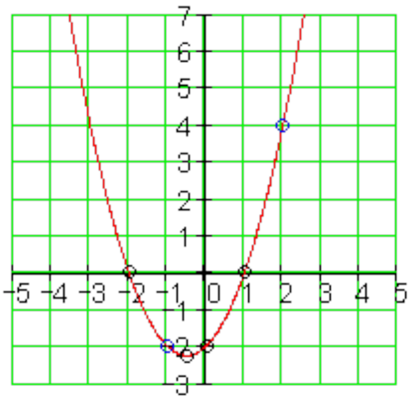
$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$

ککری ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right)}}$

ککری ټکی بنه : $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

گراف



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د تابع مساواتو شمېرنه

$P_1(-3|10): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	10
1	1	1	−2 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	10
0	4	−8	−12
0	6	0	−6

$6a_1 = -6 \,|\, :6$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 - 8a_2 = -12 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) - 8a_2 = -12$

$\Leftrightarrow -8a_2 - 4 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 10 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot(-1) + 9\cdot 1 = 10$

$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 9 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - x - 2}}$

$P_1(-3|10): f(-3) = (-3)^2 - 1\cdot(-3) - 2 = 9 + 3 - 2 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1^2 - 1\cdot 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_3(3|4): f(2) = 3^2 - 1\cdot 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$f(x) = x^2 - x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{ll} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1|0)}} \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$

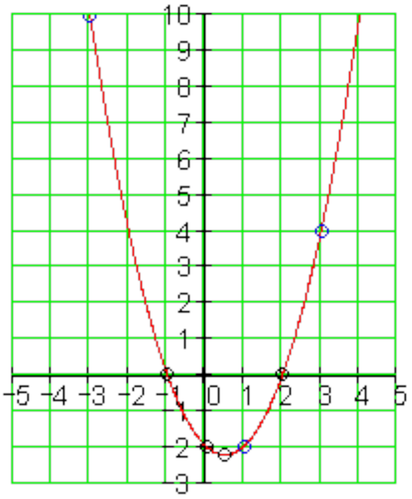
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$



ت- د تابع مساواتو شمیرنه:

$P_1(-2|4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(1|4): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(3|-6): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -6$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	4
1	1	1	4 II − I
1	3	9	−6 III − I
1	−2	4	4
0	3	−3	0 | : 3
0	5	5	−10 | : (−5)
1	−2	4	4

$-2a_2 = 2 \,|\, : (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_1 - a_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 - 1\cdot(-1) = 0$

$\Leftrightarrow a_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 4 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot(-1) + 4\cdot(-1) = 4$

$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-------------------------------- --

0	1	−1	0
0	−1	−1	2III+II
1	−2	4	4
0	1	−1	0
0	0	−2	2

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$P_1(-2|4): f(-2) = -(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 6 = 4$

$P_2(1|4): f(1) = -1^2 - 1\cdot 1 + 6 = -1 - 1 + 6 = 4$

$P_3(3|-6): f(3) = -3^2 - 1\cdot 3 + 6 = -6$

$f(x) = -x^2 - x + 6 \qquad f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0|6)$

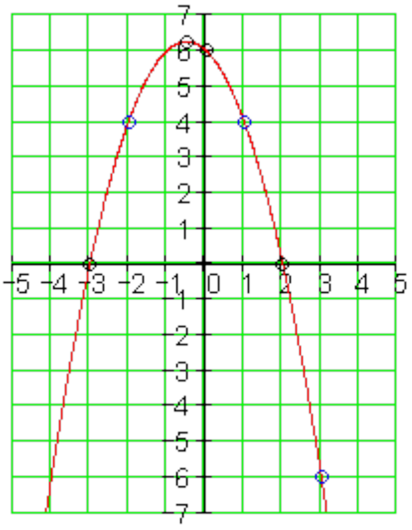
د محور غوښتکو شمیرنه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = 0$

دمربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$$p = 1; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2 \quad \Rightarrow P_{x1}(2|0) \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3 \quad \Rightarrow P_{x2}(-3|0) \end{array} \right.$$



ککری ټکی ککری ټکی بنه

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$

$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$

$= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = \frac{25}{4}$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی بنه: $f(x) = -\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$	

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|0): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 0$

$P_2(1|6): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	0
1	1	1	6 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−1	1	0
0	2	0	6
0	4	8	4

$2a_1 = 6 \,|:2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$

$4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 4\cdot 3 + 8a_2 = 4$

$\Leftrightarrow 8a_2 + 12 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_0 - a_1 + a_2 = 0 \Leftrightarrow a_0 - 1\cdot 3 + 1\cdot(-1) = 0$

$\Leftrightarrow a_0 - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$

$f(x) = -x^2 + 3x + 4$

$P_1(-1|0): f(-1) = -(-1)^2 + 3\cdot(-1) + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$

$P_2(1|6): f(1) = -1^2 + 3\cdot 1 + 4 = -1 + 3 + 4 = 6$

$P_3(3|4): f(2) = -3^2 + 3\cdot 3 + 4 = -9 + 9 + 4 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$f(x) = -x^2 + 3x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow P_y(0|4)$

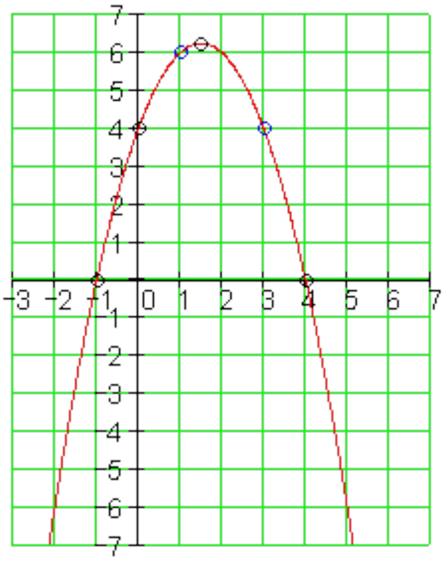
$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x + 4 = 0$

د مربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$p = -3; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 \quad \Rightarrow P_{x1}(4|0) \\ x_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1 \quad \Rightarrow P_{x2}(-1|0) \end{array} \right.$$



ککری ټکی ککری ټکی بنه

$f(x) = -x^2 + 3x + 4$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$

$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{3}{2}\right)$

$= -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = \frac{25}{4}$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(\frac{3}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)$

ککری ټکی بنه:

$f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-4|-2): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(-2|-4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$

$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	−2
1	−2	4	−4 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−4	16	−2

$-4a_2 = -2 \,|\, :(-4)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$

$a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow a_1 - 6 \cdot \frac{1}{2} = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	2	−12	−2 | : 2
0	6	−12	6 | : (−6)
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	−1	2	−1 III + II
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	0	−4	−2

$\Leftrightarrow a_1 - 3 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$

$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 4 \cdot 2 + 16 \cdot \frac{1}{2} = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 8 + 8 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

$P_1(-4\,|-2): f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 2 = 8 - 8 - 2 = -2$

$P_2(-2\,|-4): f(-2) = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 2 = 2 - 4 - 2 = -4$

$P_3(2\,|\,4): f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2 = 2 + 4 - 2 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0\,|-2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$

$$p = 4; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = -2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0{,}83 & \Rightarrow P_{x1}\left(-2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0{,}83\,|\,0\right) \\ x_2 = -2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4{,}83 & \Rightarrow P_{x2}\left(-2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4{,}83\,|\,0\right) \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی ککرۍ ټکی بنه

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$= \frac{-2+2\cdot\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}}{2} = -2$

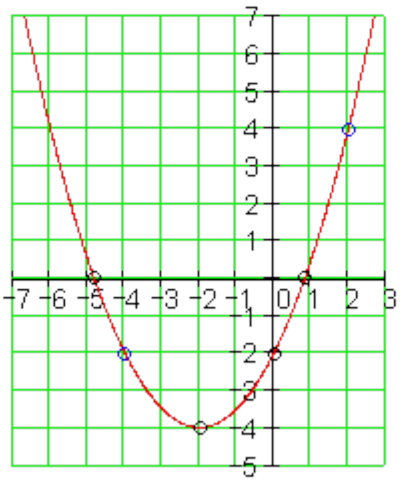
$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$

$= \frac{1}{2}(-2)^2 + 2\cdot(-2) - 2 = -4$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}(-2|-4)$

ککرۍ ټکی بنه:

$f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$



ځلورم:

الف- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-4|2): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2\left(1|-\frac{1}{2}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$

$P_2(2|-4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -4$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	$2 \| \cdot 2$
1	1	1	$-\frac{1}{2} \| \cdot(-2)$
1	2	4	$-4 \| \cdot(-2)$
2	−8	32	4
−2	−2	−2	1II+I

$-2a_2 = 1 | :(-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$

$2a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow 2a_1 - 6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

$\Leftrightarrow 2a_1 + 3 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2a_0 - 8a_1 + 32a_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 8\cdot(-2) + 32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 16 - 16 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2}}$$

$$P_1(-4\,|\,2): f(-4) = -\frac{1}{2}\cdot(-4)^2 - 2\cdot(-4) + 2 = 2$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(2\,|\,-4): f(2) = -\frac{1}{2}\cdot 2^2 - 2\cdot 2 + 2 = -4$$

-2	-4	-8	$8\,\vert\,III+I$
12	-8	32	4
0	-10	30	$5\,\vert:(-5)$
0	-12	24	$12\,\vert:6$
2	-8	32	4
0	2	-6	-1
0	-2	4	$2\,\vert\,III+II$
2	-8	32	4
0	2	-6	-1
0	0	-2	1

د محور غوښتکو شميرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$$

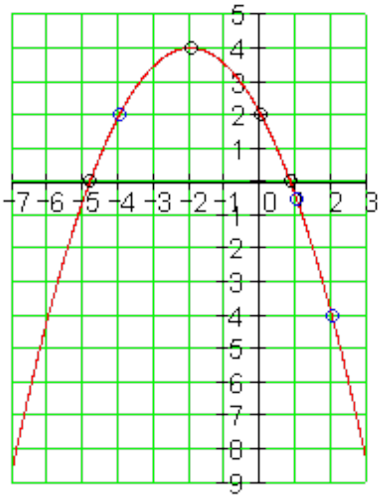
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$$p = 4;\, q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2\cdot\sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{ll} x_1 = -2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2+2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2-2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی او دککرۍ ټکی بنه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + 2\cdot\sqrt{2} - 2 - 2\cdot\sqrt{2}}{2} = -2$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2\cdot(-2) + 2 = 4$$

ککرۍ ټکی : $\underline{\underline{P_{sp}(-2|4)}}$

ککرۍ ټکی بنه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4}}$$

ب – د تابع مساواتو شمیرنه

$-1) : f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -1$

$-4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$

$: f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 8$

a_2	
16	−1
4	−4 II−I
4	8 III−I
16	−1
−12	−3
−12	9 | : (−3)
16	−1

$$-8a_2 = -6 \,|: (-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{4}}$$

$$2a_1 - 12a_2 = -3 \Leftrightarrow 2a_1 - 12\cdot\frac{3}{4} = -3$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 9 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$$

$$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -1 \Leftrightarrow a_0 - 4\cdot 3 + 16\cdot\frac{3}{4} = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−12	−3
4	−3 III + II
16	−1
−12	−3
−8	−6

$$\Leftrightarrow a_0 - 12 + 12 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

$$\cdot 1): f(-4) = \frac{3}{4}\cdot(-4)^2 + 3\cdot(-4) - 1 = 12 - 12 - 1 = -1$$

$$\cdot 4): f(-2) = \frac{3}{4}\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

$$: f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - 1 = 3 + 6 - 1 = 3 + 6 - 1 = 8$$

د محور غوڅټکو شميرنه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow P_y(0\,|\,-1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - \frac{4}{3} = 0$$ Normalform der quadratischen Gleichung

$$p = 4;\ q = -\frac{4}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\ \begin{aligned} x_1 &= -2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31 && \Rightarrow P_{x1}\left(-2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31\,|\,0\right) \\ x_2 &= -2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31 && \Rightarrow P_{x2}\left(-2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31\,|\,0\right) \end{aligned}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی اوککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+3x-1$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-2+\frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}-2-\frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=-2$$

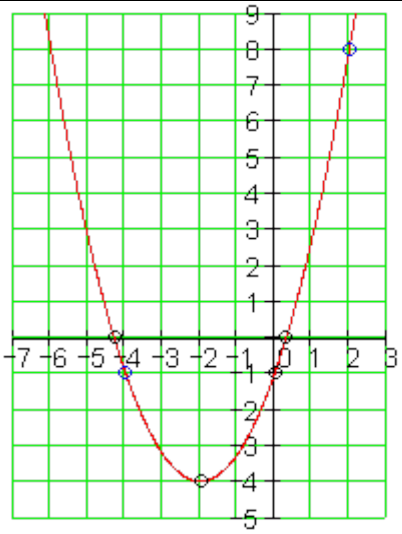
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f(-2)$$

$$=\frac{3}{4}\cdot(-2)^2+3\cdot(-2)-1=-4$$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}(-2|-4)$

ککرۍ ټکی بڼه :

$$f(x)=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$$



پ - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3\,\middle|\,\frac{5}{4}\right):f(-3)=9a_2-3a_1+1a_0=\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0\,\middle|\,-\frac{1}{4}\right):f(0)=0a_2+0a_1+1a_0=-\frac{1}{4}\Rightarrow\boxed{a_0=-\frac{1}{4}}$$

$$P_2\left(3\,\middle|\,\frac{41}{4}\right):f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=\frac{41}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4}$ | ·4
1	0	0	$-\frac{1}{4}$

$$-24a_1=-36\,|:(-24)$$

$$\Leftrightarrow\boxed{a_1=\frac{3}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	$\frac{41}{4} \mid \cdot(-4)$
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
−4	−12	−36	−41 | III+II
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
0	−24	0	−36

$$4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) - 12\cdot\frac{3}{2} + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 36a_2 - 1 - 18 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{2}{3}}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right): f(-3) = \frac{2}{3}\cdot(-3)^2 + \frac{3}{2}\cdot(-3) - \frac{1}{4} = 6 - \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} - \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right): f(0) = \frac{2}{3}\cdot 0^2 + \frac{3}{2}\cdot 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3\left(3 \mid \frac{41}{4}\right): f(3) = \frac{2}{3}\cdot 3^2 + \frac{3}{2}\cdot 3 - \frac{1}{4} = 6 + \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} + \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{41}{4}$$

د محور غوښتكو شميرنه:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \qquad f(0) = -\frac{1}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{3}{8} = 0 \qquad f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{9}{4}; q = -\frac{3}{8} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{64} + \frac{3}{8} = \frac{105}{64} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{105}{64}} = \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = -\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16 \quad \Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16 \mid 0\right)$$

$$x_2 = -\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41 \quad \Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41 \mid 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} - \frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}}{2} = -\frac{9}{8}$$

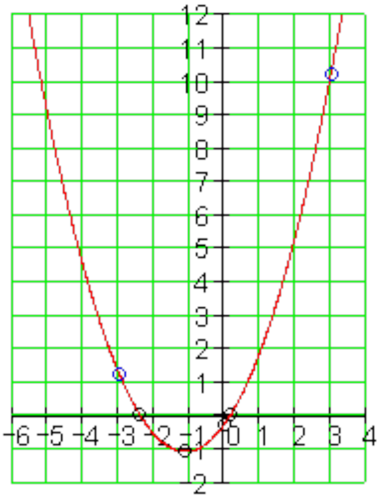
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{9}{8}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)^2 + \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right) - \frac{1}{4} = -\frac{35}{32}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{9}{8} \middle| -\frac{35}{32}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{2}{3}\left(x + \frac{9}{8}\right)^2 - \frac{35}{32}$$



ت – د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1(-2|2):\ f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(-1\middle|\frac{5}{2}\right):\ f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

$$P_2\left(1\middle|\frac{1}{2}\right):\ f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$2 \mid \cdot 2$
1	−1	1	$\frac{5}{2} \mid \cdot(-2)$
1	1	1	$\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
2	−4	8	4

$$-12a_2 = 6 \mid :(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$$

$$6a_1 - 18a_2 = 3 \Leftrightarrow 6a_1 - 18\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$\Leftrightarrow 6a_1 + 9 = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-2	2	-2	$-5 \mid II + I$
-2	-2	-2	$-1 \mid III + I$
2	-4	8	4
0	-2	6	$-1 \mid \cdot (-3)$
0	-6	6	3
2	-4	8	4
0	6	-18	3
0	-6	6	$3 \mid III + II$
2	-4	8	4
0	6	-18	3
0	0	-12	6

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 2a_0 - 4 \cdot (-1) + 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 4 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2}}$$

$$P_1(-2 \mid 2) : f(-2) = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^2 - 1 \cdot (-2) + 2 = 2$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right) : f(-1) = -\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 - 1 \cdot (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

$$P_3\left(1 \mid \frac{1}{2}\right) : f(1) = -\frac{1}{2} \cdot 1^2 - 1 \cdot 1 + 2 = \frac{1}{2}$$

د محور غوځتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 2)}}$$

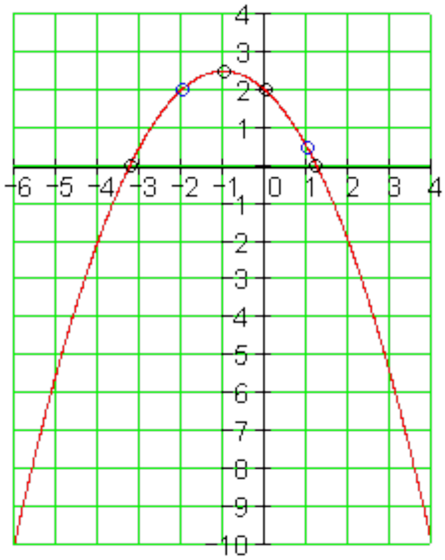
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$

$$p = 2;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \mid 0\right)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی ا و د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{5} - 1 - \sqrt{5}}{2} = -1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}\left(-1 \middle| \frac{5}{2}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$$

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-1 \middle| -\frac{1}{2}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2\,(2 \,|\, 2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(3 \middle| -\frac{1}{2}\right): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$-\frac{1}{2} \mid \cdot 2$

$$-24a_2 = 20 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	2	4	2	$\cdot(-2)$
1	3	9	$-\frac{1}{2}$	$\cdot(-2)$
2	−2	2	−1	
−2	−4	−8	−4	II + I
−2	−6	−18	1	III + I
2	−2	2	1	
0	−6	−6	−5	$\cdot(-4)$
0	−8	−16	0	$\cdot 3$
2	−2	2	−1	
0	24	24	20	
0	−24	−48	0	III + II
2	−2	2	−1	
0	24	24	20	
0	0	−24	20	

$$24a_1 + 24a_2 = 20 \Leftrightarrow 24a_1 + 24\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 24a_1 - 20 = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{5}{3}}$$

$$2a_0 - 2a_1 + 2a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 2\cdot\left(\frac{5}{3}\right) + 2\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - \frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right): f(-1) = -\frac{5}{6}\cdot(-1)^2 + \frac{5}{3}\cdot(-1) + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 \mid 2): f(2) = -\frac{5}{6}\cdot 2^2 + \frac{5}{3}\cdot 2 + 2 = 2$$

$$P_3\left(3 \mid \frac{1}{2}\right): f(3) = -\frac{5}{6}\cdot 3^2 + \frac{5}{3}\cdot 3 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$$

د محور غوخښکو شمیرنه:

$$\Rightarrow x^2 - 2x - \frac{12}{5} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -2;\ q = -\frac{12}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + \frac{12}{5} = \frac{17}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{17}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = 1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 & \Rightarrow P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 \mid 0\right) \\ x_2 = 1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 & \Rightarrow P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 \mid 0\right) \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{\frac{17}{5}} + 1 - \sqrt{\frac{17}{5}}}{2} = 1$$

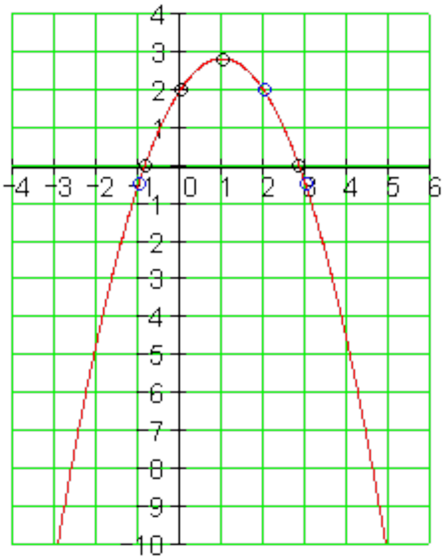
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

$$= -\frac{5}{6} \cdot 1^2 + \frac{5}{3} \cdot 1 + 2 = \frac{17}{6}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(1 \middle| \frac{17}{6}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$$



ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-2 | -1): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -1$

$P_2\left(-1 \middle| -\frac{7}{3}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{3}$

$P_2(1 | -3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$-1 \mid \cdot 3$
1	−1	1	$-\frac{7}{3} \mid \cdot(-3)$
1	1	1	$-3 \mid \cdot(-3)$
3	−6	12	−3

$-18a_2 = -6 \mid :(-18)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{3}}$

$9a_1 - 27a_2 = -12 \Leftrightarrow 9a_1 - 27 \cdot \frac{1}{3} = -12$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−3	3	−3	7 II+I
−3	−3	−3	9 III+I
3	−6	12	−3
0	−3	9	4 | ·(−3)
0	−9	9	6
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	−9	9	6 | III+II
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	0	−18	−6

$$\Leftrightarrow 9a_1 - 9 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{3}}$$

$$3a_0 - 6a_1 + 12a_2 = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 - 6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 12\cdot\frac{1}{3} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 + 2 + 4 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -3}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$P_1(-2|-1)$:

$$f(-2) = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - \frac{1}{3}(-2) - 3 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 3 = -1$$

$P_2\left(-1|-\frac{7}{3}\right)$:

$$f(-1) = \frac{1}{3}\cdot(-1)^2 - \frac{1}{3}(-1) - 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$

$P_3(1|-3)$:

$$f(1) = \frac{1}{3}\cdot 1^2 - \frac{1}{3}\cdot 1 - 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 3 = -3$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 \qquad f(0) = -3 \Rightarrow P_y(0|-3)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 9 = 0$

$$p = -1; q = -9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 9 = \frac{37}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx 3{,}54 \quad \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx 3{,}54 \,|\, 0\right)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx -2{,}54 \quad \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx -2{,}54 \,|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37}}{2} = \frac{1}{2}$$

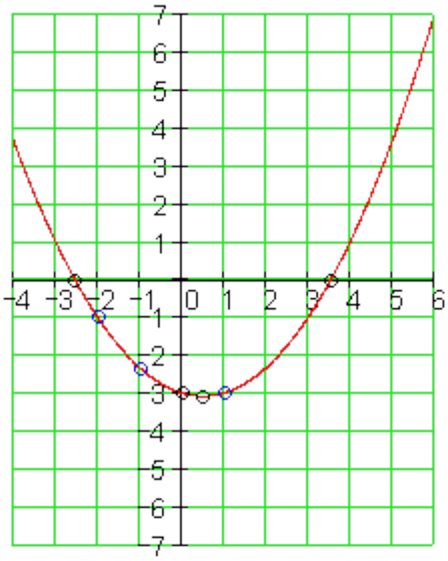
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 3 = -\frac{37}{12}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{37}{12}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$$



الف- د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \,|\, 4): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$\frac{1}{2} \mid \cdot 2$
1	1	1	$4 \mid \cdot (-2)$
1	2	4	$-\frac{5}{2} \mid \cdot (-2)$
2	−4	8	1
−2	−2	−2	−8 II + I
−2	−4	−8	5 III + I
2	−4	8	1
0	−6	6	−7
0	−8	0	6

$$-8a_1 = 6 \mid : (-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{4}}$$

$$-6a_1 + 6a_2 = -7 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 6a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 + \frac{9}{2} = -7 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{23}{12}}$$

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 8 \cdot \left(-\frac{23}{12}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 3 - \frac{46}{3} = 1 \Leftrightarrow a_0 = \frac{20}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}}}$$

$$P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right) : f(-2) = -\frac{23}{12} \cdot (-2)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-2) + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} + \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4) : f(1) = -\frac{23}{12} \cdot 1^2 - \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{3}{4} + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{9}{12} + \frac{80}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

$$P_3\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right) : f(2) = -\frac{23}{12} \cdot 2^2 - \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} - \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

د محور غوښتكو شميرنه:

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} \qquad f(0) = \frac{20}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{23}x - \frac{80}{23} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = \frac{9}{23};\ q = -\frac{80}{23} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{2116} + \frac{80}{23} = \frac{7441}{2116}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{7441}{2116}} = \frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{9}{46} + \frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441} \approx 1{,}68 \\ x_2 = -\frac{9}{46} - \frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441} \approx -2{,}07 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}\left(-\frac{9}{46} + \frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441} \approx 1{,}68 \mid 0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{9}{46} - \frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441} \approx -2{,}07 \mid 0\right)$$

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{9}{46} + \frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441} - \frac{9}{46} - \frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}}{2} = -\frac{9}{46}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{9}{46}\right) = -\frac{23}{12}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)^2 - \frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right) + \frac{20}{3} = \frac{7441}{1104}$$

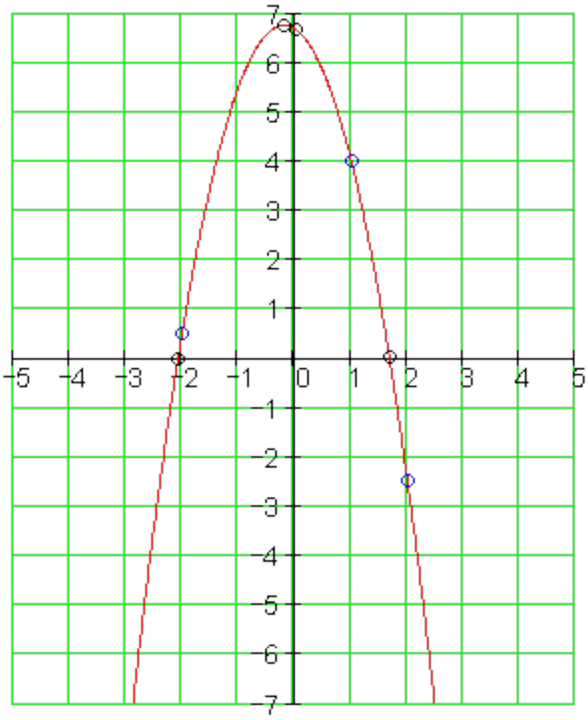
ککری ټکی : $P_{sp}\left(-\frac{9}{46} \,\middle|\, \frac{7441}{1104}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{23}{12}\left(x + \frac{9}{46}\right)^2 + \frac{7441}{1104}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



ب- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\middle|\frac{19}{4}\right): f\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2-\frac{3}{2}a_1+1a_0=\frac{19}{4}$$

$$P_2(1|1): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=1$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\middle|-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2+\frac{3}{2}a_1+1a_0=-\frac{5}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{19}{4} \mid \cdot 4$
1	1	1	$1 \mid \cdot(-4)$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{5}{4} \mid \cdot(-4)$

$$-12a_1=24 \mid :(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1=-2}$$

$$-10a_1+5a_2=15 \Leftrightarrow -10\cdot(-2)+5a_2=15$$

$$\Leftrightarrow 5a_2+20=15 \Leftrightarrow \boxed{a_2=-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{ccc|c} 4 & -6 & 9 & 19 \\ -4 & -4 & -4 & -4\ II+I \\ -4 & -6 & -9 & 5\ III+I \\ \hline 4 & -6 & 9 & 19 \\ 0 & -10 & 5 & 15 \\ 0 & -12 & 0 & 24 \end{array}$$

$$4a_0 - 6a_1 + 9a_2 = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 - 6\cdot(-2) + 9\cdot(-1) = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 + 12 - 9 = 19 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$
$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 - 2x + 4}}$$

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\,|\,\frac{19}{4}\right): f(-2) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{2} - 4 = -\frac{9}{4} + \frac{12}{4} + \frac{16}{4} = \frac{19}{4}$$

$$P_2(1|1): f(1) = -1^2 - 2\cdot 1 + 4 = -1 - 2 + 4 = 1$$

$$P_3\left(\frac{3}{2}\,|-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} - 3 + 4 = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{9}{4} + \frac{4}{4} = -\frac{5}{4}$$

د محور غوځېکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,4)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 = 0$$

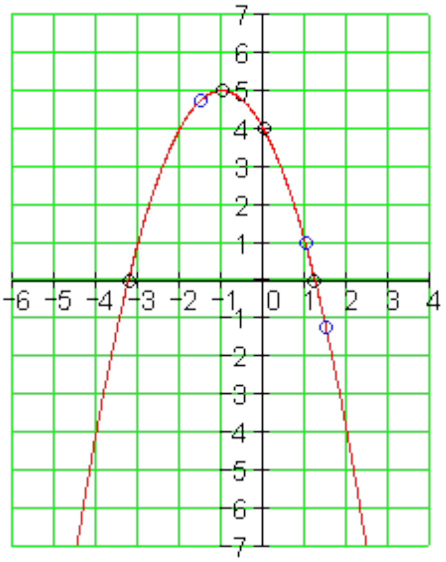
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 2;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1{,}24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1 + \sqrt{5} \approx 1{,}24\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3{,}24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1 - \sqrt{5} \approx -3{,}24\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$f(x) = -x^2 - 2x + 4$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$= \frac{-1+\sqrt{5}-1+\sqrt{5}}{2} = -1$

$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$

$= -(-1)^2 - 2\cdot(-1) + 4 = 5$

ککرۍ ټکی : $\therefore P_{sp}(-1|5)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$f(x) = -(x+1)^2 + 5$

پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{13}{4}$

$P_2(2|2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$2 \mid \cdot 4$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{13}{4} \mid \cdot(-4)$
1	2	4	$2 \mid \cdot(-4)$
4	−4	4	8
−4	−6	−9	−13 II+I
−4	−8	−16	−8 III+I

$-a_2 = 1 \mid : (-1)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$2a_1 + a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 + (-1) = 1$

$\Leftrightarrow 2a_1 - 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$

$4a_0 - 4a_1 + 4a_2 = 8 \Leftrightarrow 4a_0 - 4\cdot 1 + 4\cdot(-1) = 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−4	4	8
0	−10	−5	−5 | : (−5)
0	−12	−12	0 | : 6
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	−2	−2	0 | III + II
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	0	−1	1

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 4 - 4 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 + x + 4}}$$

$$P_1(-1|\,2): f(-1) = -(-1)^2 + (-1) + 4 = -1 - 1 + 4 = 2$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\,|\,\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 4$$

$$= -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{13}{4}$$

$$P_3(2\,|\,2): f(2) = -2^2 + 2 + 4 = -4 + 2 + 4 = 2$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 + x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,4)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$

$$p = -1;\, q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{17}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56\,|\,0\right)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

	ککرۍ ټکی او دککرۍ ټکی بڼه $f(x) = -x^2 + x + 4$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2}$$

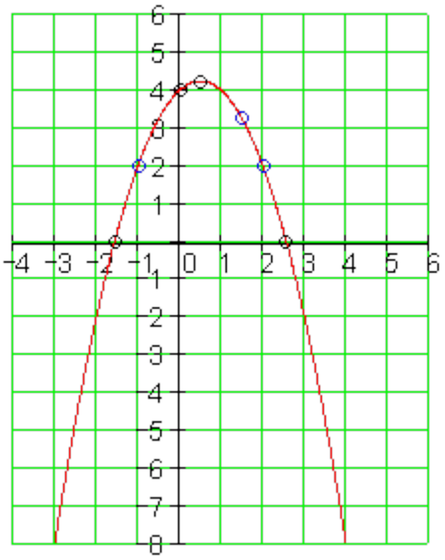
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 4 = \frac{17}{4}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{17}{4}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$$



ت - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(3\,|\,4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

$$6a_1 = 2 \,|\, :6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{1}{3}}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	2
1	1	1	−3 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	2
0	4	−8	−5
0	6	0	2

$$4a_1 - 8a_2 = -5 \Leftrightarrow 4\cdot\frac{1}{3} - 8a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow -8a_2 + \frac{4}{3} = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{24}}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot\frac{1}{3} + 9\cdot\frac{19}{24} = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{57}{8} = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{33}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}}}$$

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = \frac{19}{24}\cdot(-3)^2 + \frac{1}{3}\cdot(-3) - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} - 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = \frac{19}{24}\cdot 1^2 + \frac{1}{3}\cdot 1 - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{1}{3} - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{8}{24} - \frac{99}{24} = -\frac{72}{24} = -3$$

$$P_3(3\,|\,4): f(3) = \frac{19}{24}\cdot 3^2 + \frac{1}{3}\cdot 3 - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} + 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} + 1 = 3 + 1 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8} \qquad f(0) = -\frac{33}{8} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{33}{8}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{24}x^2 + \frac{8}{19}x - \frac{99}{19} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{8}{19}; q = -\frac{99}{19} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{16}{361} + \frac{99}{19} = \frac{1897}{361} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{19}\cdot\sqrt{1897}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08 \\ x_2 = -\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5 \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08\,\middle|\,0\right)}};\ \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5\,\middle|\,0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}}{2}=-\frac{4}{19}$$

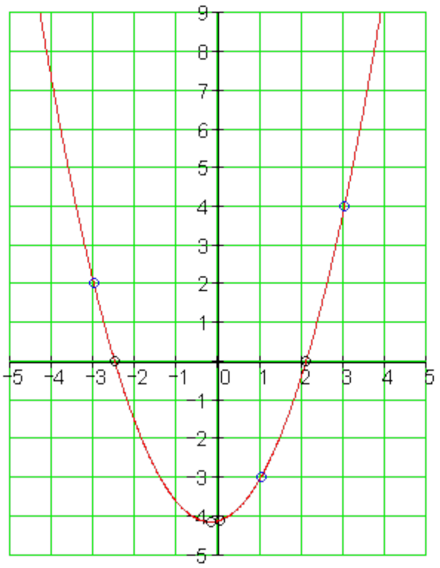
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{4}{19}\right)=\frac{19}{24}\left(-\frac{4}{19}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{4}{19}\right)-\frac{33}{8}=-\frac{1897}{456}$$

ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$$

ککرۍ ټکی

$$P_{sp}\left(-\frac{4}{19}\,\middle|\,-\frac{1897}{456}\right)$$



ګراف :

ټ – د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2\,|\,-2): f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=-2$$

$$P_2(-1\,|\,2): f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=2$$

$$P_2(3\,|\,1): f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−2
1	−1	1	2 II − I
1	3	9	1 III − I
1	−2	4	−2
0	1	−3	4 | · 5
0	5	5	3
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	5	5	3 III − II
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	0	20	−17

$$20a_2 = -17 \,|\, : 20$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{17}{20}}$$

$$5a_1 - 15a_2 = 20 \Leftrightarrow 5a_1 - 15\cdot\left(-\frac{17}{20}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 5a_1 + \frac{51}{4} = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{29}{20}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot\frac{29}{20} + 4\cdot\left(-\frac{17}{20}\right) = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{29}{10} - \frac{34}{10} = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{43}{10}}$$

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10}$$

$P_1(-2\,|-2)$:

$$f(-2) = -\frac{17}{20}\cdot(-2)^2 + \frac{29}{20}\cdot(-2) + \frac{43}{10} = -\frac{34}{10} - \frac{29}{10} + \frac{43}{10} = -\frac{20}{10} = -2$$

$P_2(-1\,|\,2)$:

$$f(-1) = -\frac{17}{20}\cdot(-1)^2 + \frac{29}{20}\cdot(-1) + \frac{43}{10} = -\frac{17}{20} - \frac{29}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{46}{20} + \frac{86}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$P_3(3\,|\,1)$:

$$f(3) = -\frac{17}{20}\cdot 3^2 + \frac{29}{20}\cdot 3 + \frac{43}{10} = -\frac{153}{20} + \frac{87}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{66}{20} + \frac{86}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

د محور غوځټکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} \qquad f(0) = \frac{43}{10} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{43}{10}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{29}{17}x-\frac{86}{17}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{29}{17};\ q=-\frac{86}{17} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{841}{1156}+\frac{86}{17}=\frac{6689}{1156} \Rightarrow \sqrt{D}=\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26 \\ x_2=\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55 \end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26\,|\,0\right)}};\ \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55\,|\,0\right)}}$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x+\frac{43}{10}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}+\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}}{2}=\frac{29}{34}$$

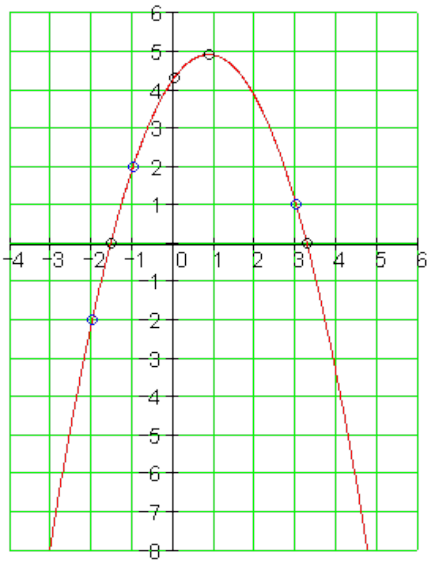
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(\frac{29}{34}\right)=-\frac{17}{20}\cdot\left(\frac{29}{34}\right)^2+\frac{29}{20}\cdot\frac{29}{34}+\frac{43}{10}=\frac{6689}{1360}$$

ککرۍ ټکی بڼه ککرۍ ټکی

$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}}} \qquad \underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{29}{34}\,\Big|\,\frac{6689}{1360}\right)}}$$

ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library



ث - د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|3): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 3$

$P_2(1|1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	3
1	1	1	1 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−1	1	3
0	2	0	−2
0	4	8	1

$2a_1 = -2 \mid :2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 + 8a_2 = 1 \Leftrightarrow 4 \cdot (-1) + 8a_2 = 1$

$\Leftrightarrow 8a_2 - 4 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{8}}$

$a_0 - a_1 + a_2 = 3 \Leftrightarrow a_0 - (-1) + \frac{5}{8} = 3$

$\Leftrightarrow a_0 + 1 + \frac{5}{8} = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{11}{8}}$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|3): f(-1)=\frac{5}{8}\cdot(-1)^2-(-1)+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}+1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}+1=2+1=3$$

$$P_2(1|1): f(1)=\frac{5}{8}\cdot 1^2-1+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}-1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}-1=2-1=1$$

$$P_3(3|4): f(2)=\frac{5}{8}\cdot 3^2-3+\frac{11}{8}=\frac{45}{8}-3+\frac{11}{8}=\frac{56}{8}-3=7-3=4$$

د محور غوښتکو شميرنه:

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8} \qquad f(0)=\frac{11}{8}\Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{11}{8}\right.\right)$$

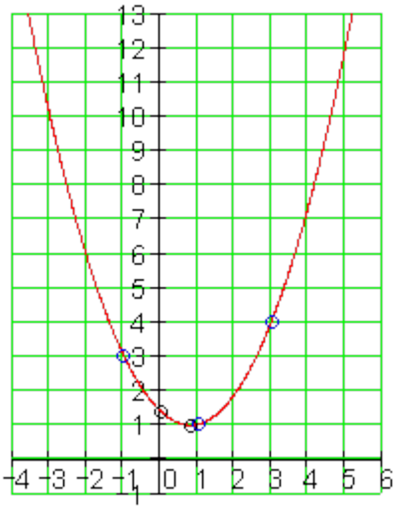
$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}=0$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}=0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=-\frac{8}{5};q=\frac{11}{5}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{16}{25}-\frac{11}{5}<0$$

f(x) صفرځای نه لري



ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بنه

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left[\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{25}\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی بڼه: $f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{4}{5}\middle|\frac{39}{40}\right)$

پوښتنې

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي II

لومړی-

یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیرۍ، د محور غوڅټکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بڼه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې ګراف رسم کړۍ.

الف- $P_1(-2|-3); P_2(1|-1); P_3(3|-4)$

ب - $P_1\left(-\frac{1}{2}\middle|-2\right); P_2\left(2\middle|-\frac{1}{2}\right); P_3(3|2)$

پ - $P_1\left(-3\middle|\frac{5}{4}\right); P_2\left(1\middle|-\frac{1}{4}\right); P_3(3|9)$

ت – $P_1(-3|-4); P_2(2|-4); P_3(3|-10)$

ټ - $P_1\left(2\middle|3\frac{1}{4}\right); P_2\left(1\middle|1\frac{1}{4}\right); P_3\left(0\middle|1\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $P_1(1|0); P_2(-1|0); P_3(2|-3)$

دویم –

یو پارابل له درې کربښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅېږي، چې د یوه درېګوډي یا مثلث ګوډونه (کونجونه) جوړوي.

$$f_1(x) = x + \frac{7}{2}; f_2(x) = 4x + 5; f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېرېږي.

پ – د پارابول مساواتو د ککرۍ ټکي بڼه .

ت - د پارابول مساوات د ککرۍ ټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوڅټکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږئ.

دریم – یو پارابل له درې کربښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅېږي، چې د یوه درېګوډي ګوډونه جوړوي.

$$f_1(x) = -x + \frac{7}{2}; f_2(x) = -4x - 5; f_3(x) = x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د پارابول مساواتو د ککرۍټکي بنه .

ت - د پارابول مساوات د ککرۍټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوځېتکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږۍ.

څلورم – یوه فزیکي تجربه لاندې کچ ارزونې ښایي:

اړین وخت په ثانی S	2	4	6
وهل شوې لار په cm	4	5	8

الف - د تابع مساوت وشمېرۍ.
ب – وهل شوې لار د 3 ;0 او 5 ثنیو ترمنځ وشمیرۍ
پ – د کوم وخت وروسته وهل شوې لار 10 cm ده؟
پنځم –
یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیرۍ، د محور غوځېتکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بنه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې ګراف رسم کړۍ.

$\left|-1\frac{3}{4}\right); P_2\left(3\left|-3\frac{3}{4}\right.\right); P_3\left(1\left|2\frac{1}{4}\right.\right)$ b) $1\left|3\frac{1}{4}\right); P_2\left(-3\left|-2\frac{3}{4}\right.\right); P_3\left(-5\left|-\frac{3}{4}\right.\right)$

$P_1(-2|-5); P_2(-5|-2); P_3(0|-17)$

حلونه
پارابول له درې ټکو **II**

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتيجې او ځنې برخې مفصل حلونه الف - د تابع مساواتو شميرنه

$$P_1(-2|-3): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(1|-1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2(3|-4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−3
1	1	1	−1 II − I
1	3	9	−4 III − I
1	−2	4	−3
0	3	−3	2 | · 5
0	5	5	−1 | · (−3)
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	−15	−15	3 III + II
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	0	−30	13

$$-30a_2 = 13 \,|\, : (-13)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{13}{30}}$$

$$15a_1 - 15a_2 = 10 \Leftrightarrow 15a_1 - 15 \cdot \left(-\frac{13}{30}\right) = 10$$

$$\Leftrightarrow 15a_1 + \frac{13}{2} = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{7}{30}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -3 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{7}{30} + 4 \cdot \left(-\frac{13}{30}\right) = -3$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{7}{15} - \frac{26}{15} = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{4}{5}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5}}}$$

$$P_1(-2|-3): f(-2) = -\frac{13}{30} \cdot (-2)^2 + \frac{7}{30} \cdot (-2) - \frac{4}{5} = -\frac{26}{15} - \frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{33}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{45}{15} = -3$$

$$P_2(1|-1): f(-1) = -\frac{13}{30} \cdot 1^2 + \frac{7}{30} \cdot 1 - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30} + \frac{7}{30} - \frac{4}{5} = -\frac{6}{30} - \frac{24}{30} = -\frac{30}{30} = -1$$

$$P_3(3|-4): f(3) = -\frac{13}{30} \cdot 3^2 + \frac{7}{30} \cdot 3 - \frac{4}{5} = -\frac{39}{10} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5} = -\frac{32}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{40}{10} = -4$$

د محور غوښتېکو شميرنه

ککرئ ټکی او ککرئ ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \frac{24}{13}\right)$$

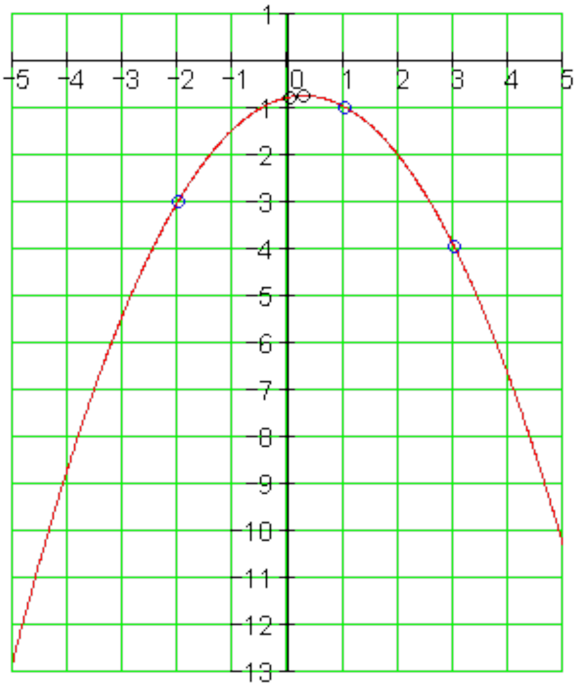
$$= -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \left(\frac{7}{26}\right)^2 - \left(\frac{7}{26}\right)^2 + \frac{24}{13}\right) = -\frac{13}{30}\left[\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 + \frac{1199}{676}\right]$$

$$= -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی بڼه: $f(x) = -\frac{13}{30}\left(x-\frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{7}{26} \,|\, -\frac{1199}{1560}\right)$



گراف-

ب - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \,|\, -2\right): f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2\left(2 \,|\, -\frac{1}{2}\right): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(3 \,|\, 2): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-2 \mid \cdot 4$
1	2	4	$-\frac{1}{2} \mid \cdot(-4)$
1	3	9	$2 \mid \cdot(-4)$
4	-2	1	-8
-4	-8	-16	$2\ II+I$
-4	-12	-36	$-8\ III+I$
4	-2	1	-8
0	-10	-15	$-6 \mid \cdot(-14)$
0	-14	-35	$-16 \mid \cdot 10$
4	-2	1	-8
0	140	210	84
0	-140	-350	$-160 \mid III+II$
4	-2	1	-8
0	140	210	84
0	0	-140	-76

$$-140a_2 = -76 \mid : (-140)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{35}}$$

$$-10a_1 - 15a_2 = -6 \Leftrightarrow -10a_1 - 15 \cdot \frac{19}{35} = -6$$

$$\Leftrightarrow -10a_1 - \frac{57}{7} = -6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{14}}$$

$$4a_0 - 2a_1 + a_2 = -8 \Leftrightarrow 4a_0 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 + \frac{3}{7} + \frac{19}{35} = -8 \Leftrightarrow 4a_0 + \frac{15}{35} + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{157}{70}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}}}$$

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{157}{70}$$

$$= \frac{19}{140} + \frac{3}{28} - \frac{157}{70} = \frac{19}{140} + \frac{15}{140} - \frac{314}{140} = -\frac{280}{140} = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = \frac{19}{35} \cdot 2^2 - \frac{3}{14} \cdot 2 - \frac{157}{70} = \frac{76}{35} - \frac{3}{7} - \frac{157}{70} = \frac{152}{70} - \frac{30}{70} - \frac{157}{70} = -\frac{35}{70} = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(3 \mid 2) : f(3) = \frac{19}{35} \cdot 3^2 - \frac{3}{14} \cdot 3 - \frac{157}{70} = \frac{171}{35} - \frac{9}{14} - \frac{157}{70} = \frac{342}{70} - \frac{45}{70} - \frac{157}{70} = \frac{140}{70} = 2$$

د محورغوښتکو شمیرنه :

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} \qquad f(0) = -\frac{157}{70} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid -\frac{157}{70}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{15}{38}x-\frac{157}{38}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{15}{38};q=-\frac{157}{38}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{225}{5776}+\frac{157}{38}=\frac{24089}{5776}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{24089}{5776}}=\frac{1}{76}\cdot\sqrt{}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_1=\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx 2,24 \qquad \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx 2,24\,|\,0\right.\\ x_2=\frac{15}{76}-\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx -1,84 \qquad \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{15}{76}-\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx -1,84\,|\right.\end{array}\right.$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{35}x^2-\frac{3}{14}x-\frac{157}{70}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}+\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}}{2}=\frac{15}{76}$$

$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f\left(\frac{15}{76}\right)=\frac{19}{35}\cdot\left(\frac{15}{76}\right)^2-\frac{3}{14}\cdot\left(\frac{15}{76}\right)-\frac{157}{70}=-\frac{24089}{10640}$$

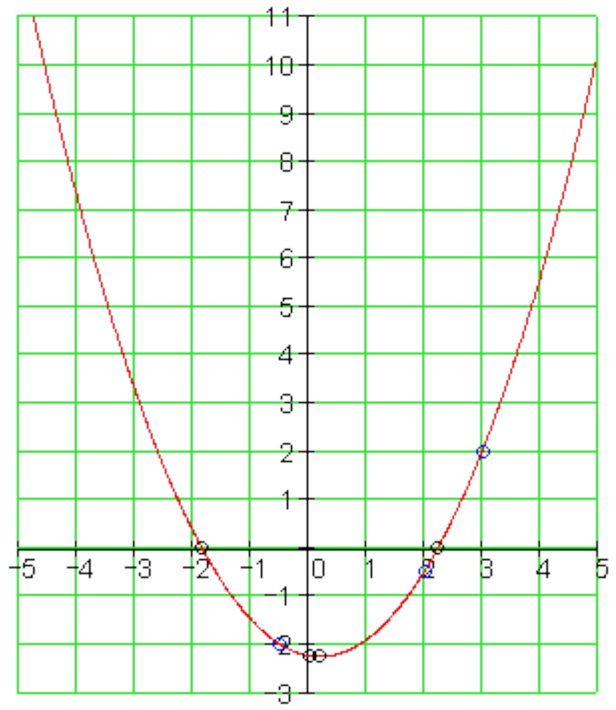
ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{15}{76}\,|\,-\frac{24089}{10640}\right)$

ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x)=\frac{19}{35}\left(x-\frac{15}{76}\right)^2-\frac{24089}{10640}$$

ګراف :

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ- د تابع مساواتو شميرنه

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1 \mid -\frac{1}{4}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4}$$

$$P_2(3 \mid 9): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4} \mid \cdot 4$
1	1	1	$-\frac{1}{4} \mid \cdot (-4)$
1	3	9	$9 \mid \cdot (-4)$
4	−12	36	5

$$-24a_1 = -31 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{31}{24}}$$

$$-16a_1 + 32a_2 = 6 \Leftrightarrow -16 \cdot \frac{31}{24} + 32a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 32a_2 - \frac{62}{3} = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-4	-4	-4	$1\text{II}+\text{I}$
-4	-12	-36	$-36\,\text{III}+\text{I}$
4	-12	36	5
0	-16	32	6
0	-24	0	-31

$$4a_0-12a_1+36a_2=5 \Leftrightarrow 4a_0-12\cdot\frac{31}{24}+36\cdot\frac{5}{6}=5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0-\frac{31}{2}+30=5 \Leftrightarrow \boxed{a_0=-\frac{19}{8}}$$

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}$$

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3)=\frac{5}{6}\cdot(-3)^2+\frac{31}{24}\cdot(-3)-\frac{19}{8}=\frac{15}{2}-\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{60}{8}-\frac{50}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1\,|-\frac{1}{4}\right): f(1)=\frac{5}{6}\cdot1^2+\frac{31}{24}\cdot1-\frac{19}{8}=\frac{5}{6}+\frac{31}{24}-\frac{19}{8}=\frac{20}{24}+\frac{31}{24}-\frac{57}{24}=-\frac{6}{24}=-\frac{1}{4}$$

$$P_3(3\,|\,9): f(3)=\frac{5}{6}\cdot3^2+\frac{31}{24}\cdot3-\frac{19}{8}=\frac{15}{2}+\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{60}{8}+\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{72}{8}=9$$

د محورغوخښکو شمیرنه :

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8} \qquad f(0)=-\frac{19}{8}\Rightarrow P_y\left(0\,|-\frac{19}{8}\right)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}=0$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{31}{20}x-\frac{57}{20}=0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=\frac{31}{20};q=-\frac{57}{20}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{961}{1600}+\frac{57}{20}=\frac{5521}{1600}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{5521}{1600}}=\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{ll} x_1=-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx1{,}08 & \Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx1{,}08\,|\,0\right) \\ x_2=-\frac{31}{40}-\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx-2{,}63 & \Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{31}{40}-\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx-2{,}63\,|\,0\right)\end{array}\right.$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

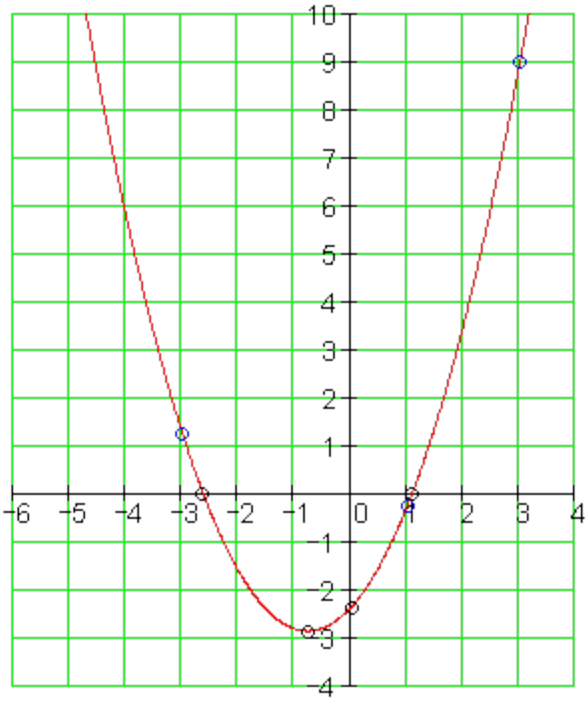
$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}}{2}=-\frac{31}{40}$$

$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f\left(-\frac{31}{40}\right)=\frac{5}{6}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)^2+\frac{31}{24}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)-\frac{19}{8}=-\frac{5521}{1920}$$

ككرۍ ټكى: $P_{sp}\left(-\frac{31}{40}\middle|-\frac{5521}{1920}\right)$

ككرۍ ټكى بڼه: $f(x)=\frac{19}{35}\left(x+\frac{31}{40}\right)^2-\frac{5521}{1920}$

ګراف :



ت –

تابع:

$y = f(x) = -x^2 - x + 2$

ککری بڼه یا د رأس بڼه:

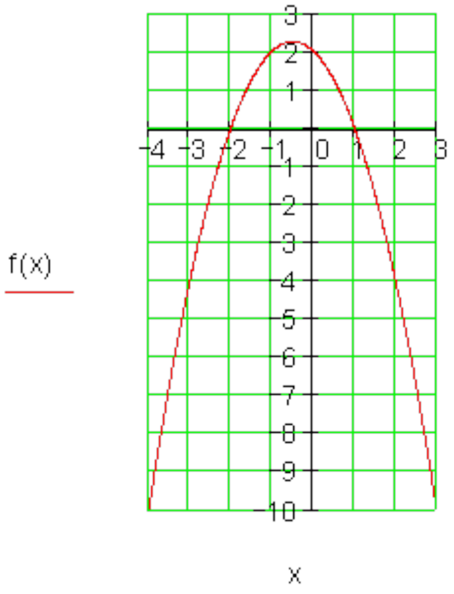
$y = f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

ککری: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| 2\frac{1}{4}\right)$

صفرځایونه:

$P_{x_1}(1|0); P_{x_2}(-2|0)$

د y برخه: $P_y(0|2)$



ټ –

تابع:

$y = f(x) = x^2 - x + 1\frac{1}{4}$

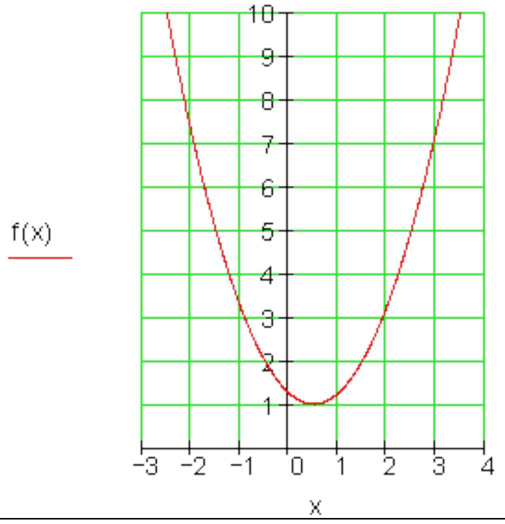
ککری بڼه یا د رأس بڼه:

$y = f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$

ککری $S\left(\frac{1}{2} \middle| 1\right)$

صفرځایونه: شتون نه لري

د y برخه: $P_y\left(0 \middle| 1\frac{1}{4}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ث –

تابع:

$$y = f(x) = -x^2 + 1$$

ګکربنه یا د رأس بنه:

$$y = f(x) = -(x+0)^2 + 1$$

ګکری:

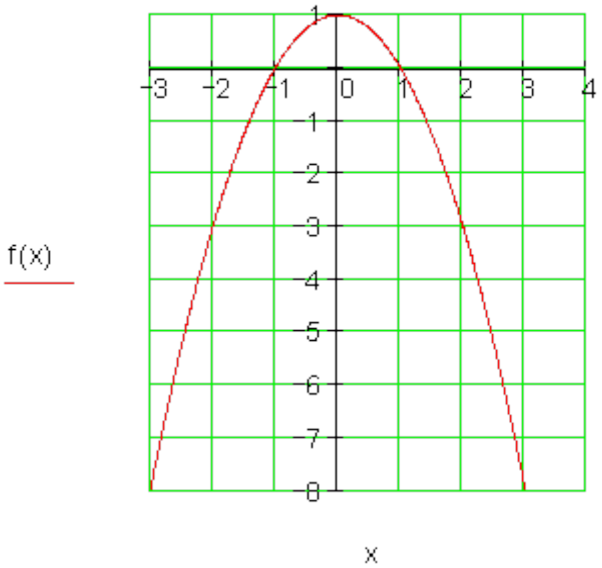
$$S(0\,|\,1)$$

صفرځایونه:

$$P_{x1}(1\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0)$$

د برخه:

$$P_y(0\,|\,1) = S$$



دویم:

الف- $P_1\left(-\frac{1}{2}\,|\,3\right);\ P_2\left(-5\frac{1}{2}\,|\,-2\right);\ P_3\left(-2\frac{1}{2}\,|\,-5\right)$

ب - $f_4(x) = x^2 + 7x + 6\frac{1}{4}$ پ - $f_4(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ ت - $S\left(-\frac{7}{2}\,|\,-6\right)$

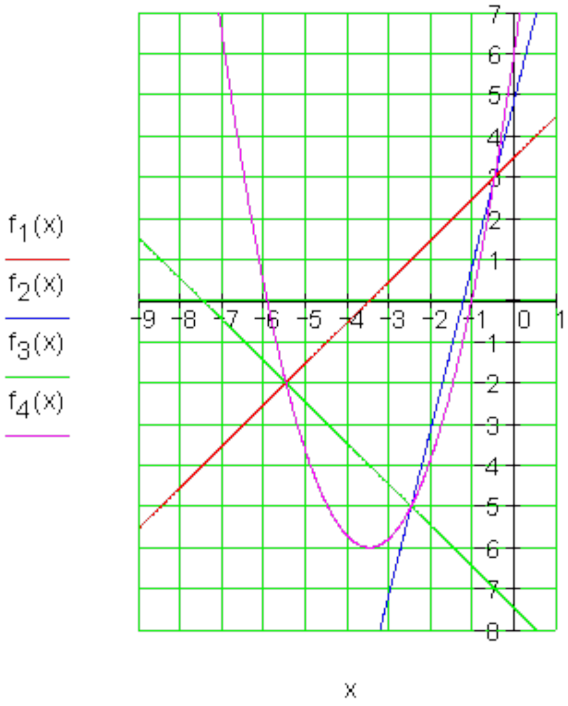
ټ –

$$P_{x1}\left(-3\frac{1}{2}\,|\,0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{5}{4}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-7\frac{1}{2}\,|\,0\right);\ P_{x4}\left(-3{,}5-\sqrt{6}\,|\,0\right);\ P_{x5}\left(-3{,}5+\sqrt{6}\,|\,0\right)$$

$$P_{y1}\left(0\,|\,3\frac{1}{2}\right);\ P_{y2}(0\,|\,5);\ P_{y3}\left(0\,|\,-7\frac{1}{2}\right);\ P_{y4}\left(0\,|\,6\frac{1}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث -



دريم:

الف- $P_1\left(\frac{1}{3}|3\right); P_2\left(5\frac{1}{2}|-2\right); P_3\left(2\frac{1}{2}|-5\right)$

ب - $f_4(x)=x^2-7x+6\frac{1}{4}$

پ - $f_4(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$

ت - $S\left(\frac{7}{2}|-6\right)$

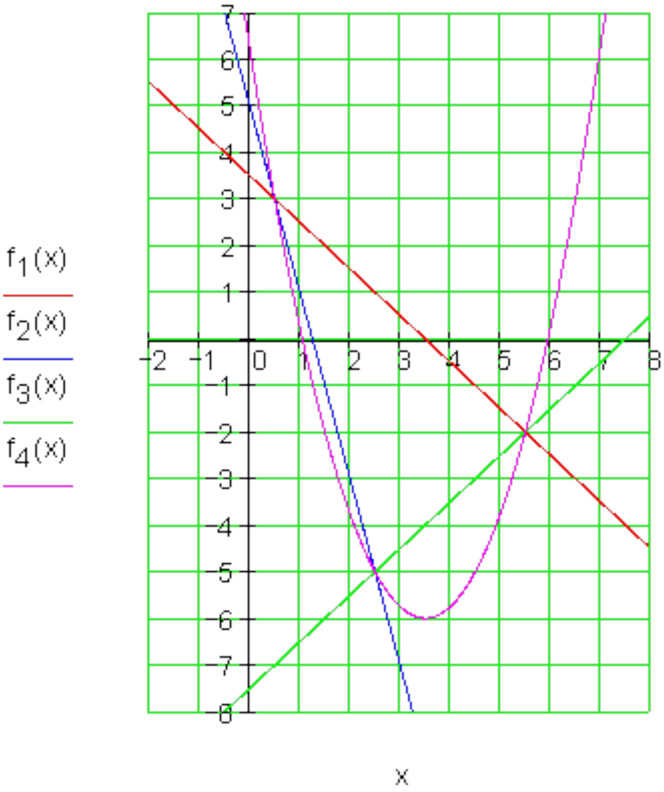
ټ –

$$P_{x_1}\left(3\frac{1}{2}|0\right); P_{x_2}\left(\frac{5}{4}|0\right); P_{x_3}\left(7\frac{1}{2}|0\right); P_{x_4}\left(3,5-\sqrt{6}|0\right); P_{x_5}\left(3,5+\sqrt{6}|0\right)$$

$$P_{y_1}\left(0|3\frac{1}{2}\right); P_{y_2}(0|5); P_{y_3}\left(0|-7\frac{1}{2}\right); P_{y_4}\left(0|6\frac{1}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ



خلورم:تابعمساوات: $s(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$

د کچوني ټکی: $P_1(2|4); P_2(4|5); P_3(6|8)$

الف- مساواتسیستم ولیکی:

$$P_1(2|4): 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_2(4|5): 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 5$$
$$P_3(6|8): 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = 8$$

د ګاوس-الګوریتم:

---

a_0	a_1	a_2	
1	2	4	4
1	4	16	5
1	6	36	8

$a_0 = 5 \qquad a_1 = -1 \qquad a_2 = \frac{1}{4}$

$s(t) = \frac{1}{4}t^2 - t + 5$

ب-

$s(5) = \frac{25}{4} = 6{,}25 \qquad s(3) = \frac{17}{4} = 4{,}25 \qquad s(0) = 5$

وخت $t = 0$ کې پیل لار یا $s = 5$ cm ده.

د t وروسته وهل شوې لار $3 =$ s دی $s = 4{,}25$cm

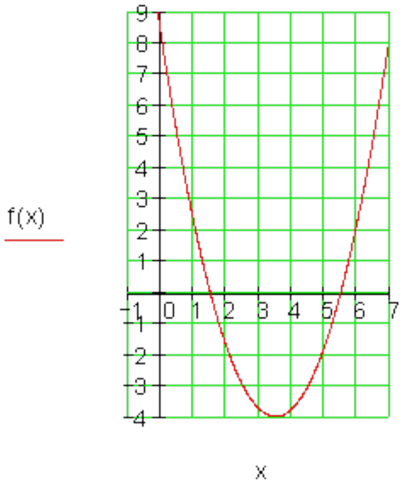
وهل شوې لار وروسته له $t = 5$ s دی $s = 6{,}25$cm

پ- ایبنونه: $s(t) = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{4}t^2 - t + 5 = 10$

د مربع مساوات حل : $t_1 = 2 + 2\cdot\sqrt{6} \approx 6{,}899$

$t_2 = 2 - 2\cdot\sqrt{6} \approx -2{,}899$ د حل په حیث یې نه لرو

د $t = 6{,}899$ وروسته s وهل شوې لار 10 cm ده.

تابع : $y = f(x) = x^2 - 7x + 8\frac{1}{4}$ ککری بڼه $y = f(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 4$ ککری $S\left(3\frac{1}{2}\middle\vert -4\right)$ صفرځایونه: $P_{x1}\left(1\frac{1}{2}\middle\vert 0\right); P_{x2}\left(5\frac{1}{2}\middle\vert 0\right)$ د y غوڅی. $P_y\left(0\middle\vert 8\frac{1}{4}\right)$	پنځم: الف- 

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

تابع : $y = f(x) = x^2 + 7x + 9\frac{1}{4}$

ککرۍ بنه $y = f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 3$

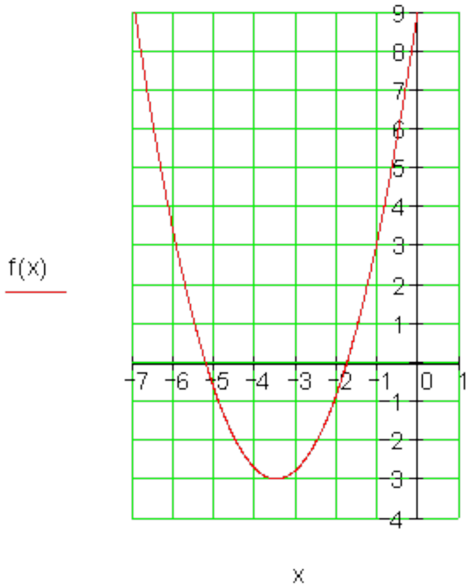
ککرۍ $S\left(-3\frac{1}{2}\,\middle|\,-3\right)$

صفرځایونه:

$P_{x_1}\left(-3\frac{1}{2} - \sqrt{3}\,\middle|\,0\right)$

$P_{x_2}\left(-3\frac{1}{2} + \sqrt{3}\,\middle|\,0\right)$

د y غوڅی. $P_y\left(0\,\middle|\,9\frac{1}{4}\right)$



تابع : $y = f(x) = -x^2 - 8x - 17$

ککرۍ بنه :

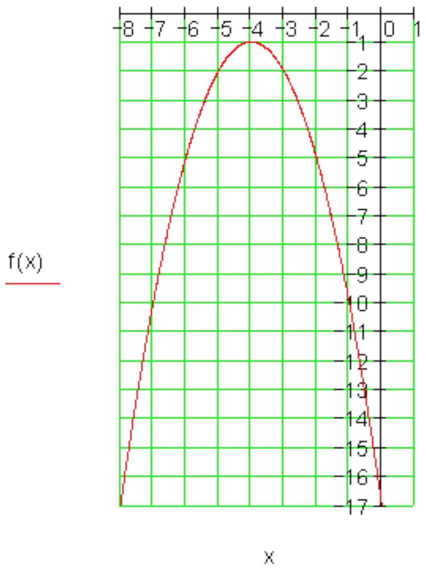
$y = f(x) = -(x+4)^2 - 1$

ککرۍ: $S(-4\,|\,-1)$

صفرځایونه: نه شته

د y غوڅی.

$P_y(0\,|\,-17)$



پ –

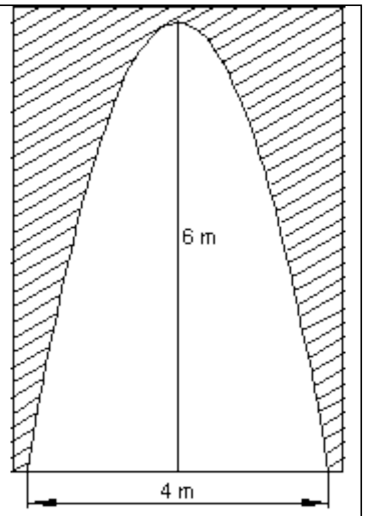
(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګې برخهI

لومړی –

يوه د ننوتلو دروازه د پارابول بنه لري
هغه 6 m جګه او4 m سروره ده
يو موټر 3 m سرور دی او 2,20 m جګ
کېدی شي دا موټر په دروازه ننوځي؟
پام اړونه: لومړی د پارابول د ليندۍ فرمول وشمېری.



دويم –

يو غشيويشتونکی غشی نيغولاړ پورته لور ته ولي. د غشي جګوالی h د وخت t په واکوالي کې داسې ليکل کيږي:

$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2$$

h په متر او t په ثانيو

الف – مساوات$h(t) = 0$ حل کړی او د حل معنا روښانه کړی.

ب- د$h(t)$ ګراف وکاږی.

پ- غشی له کوم وخت وروسته بيرته وېشتلجګوالي (h = 0) ته رسيږي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –خورا لوی جګوال پیدا کړی، چې غشی ورته سیږي.

دریم – یو د تابع مساوات $f(x)=0,1.x^2$ سره پارابول جوړیږي.

له دې سره یو نوی پارابول منځ ته راځي.

اړونده تابعترم ورکړی، که دا دا لاندې څیرونه یا تابع (ژباړونکی:په متن Abbildung د mapping په معنا دی، نو له دې امله زه ورته څیرونه لیکم) وي:

الف – د x محور باندې هندارونه.

ب- د y محور باندې هندارونه.

پ – د مثبتx محور په لور په 3 واحده راکښنه.

ت – د کمیز یا منفي y محور په لور په 2 واحده راکښنه.

ټ – د4 ضریب سره د y په لور غزونه.

څلورم – د یوه فابریکوال ګټه د منځ ته راوړې ډېری یا سټ په واک کې یو 2.درجه ټول راشنل یا هوښیار تابع دی.

په 50 ME (ډېری یوون یا سټواحد) تولید سره ګټه صفر دی، د 150 ME لپاره ګټه ماکسیمال ده.

دا € 60000 ده.

د ګټه ترم د ګټې تابع وټاکی.

پنځم – یوه پارابول ډوله کوږ(منحني ډوله) پول یوه د غزیدا اوږدوالی 223 متره لري. یو ګرځنده غواړي د پول جګوال پیداکړي. دی د 1,2 متره واټن د پله تر پښنه ټکي یا پیلټکي(د پښو پلونو(قدمونو) باندې کچ شوی) د پول کږه یا منحني2,0 متره جګ دی(د بدن د لویوالي کچې سره پرتله شوی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د پول کړه څومره خورالوی جګوالی لري؟

ب ـ دا پیدا شوی جګوالی په څو په سلو کې تغیر خوري، که ګرځنده د پښوپل اندازه کونې سره10 سانتي متره کم یا لړ اندازه کړی وي؟

ځوابونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګې برخه

نتیجې او ځنې مفصل ځوابونه.

مفصل ځوابونه:

لومړی-د کواوردینات سرچینه یا پیل د پولکړې یا منحني په کښته کیڼ ګوډ ایښول کیږي.

$$S(2|6) \Rightarrow f(x) = a_2\,(x-2)^2 + 6$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow 4a_2 = -6 \Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 6 = \underline{\underline{-\frac{3}{2}x^2 + 6x}}$$

دا موټر 3 m سور ري. دا د پول د لاندې په منځ کې تیریږي، نو دا واټن د کیڼ لاندې ګوډ سره تر اوسه0,5 m دی. د پول د کړې یا منحني جګوال په دې ورشو کې پروت دی.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2{,}625$$

موټر مګر فقط 2,2 m جګ دی. دا د پله لاندې ځاییږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم - مفصل ځوابونه

الف -

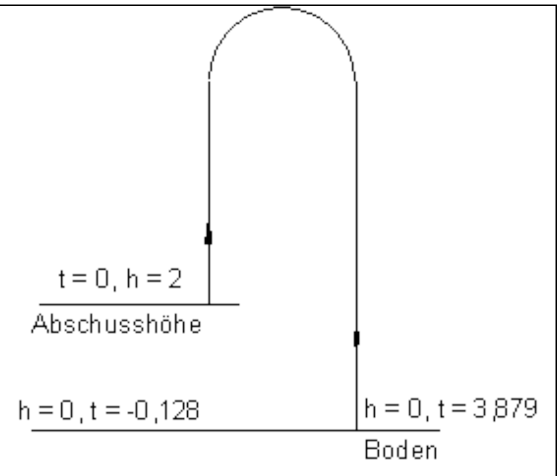
$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - \frac{15}{4}t - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{15}{4};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{257}{64}$$

$$t_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{257}{64}} \approx 3{,}879$$

$$t_2 = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{257}{64}} \approx -0{,}129$$

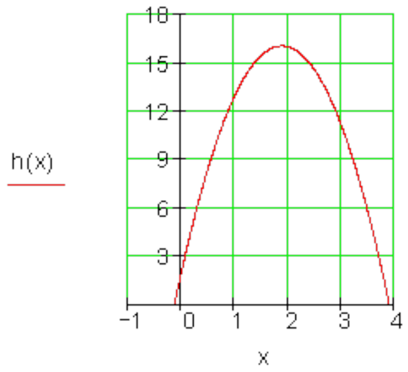


د دواړو ځوابونو غوره والی:

په t = 0 وخت کي غشی له يوه h = 2 m جګوالي څخه ويشتل کيږي.

له t = 3,879 s وخت وروسته غشی په ځمکه لويږي h = 0 .
که سړي دا غشی له ځمکي له سر h = 0 څخه ويشتلی وی، نو ده به د لومړي 2 m لپاره 0,128 s وخت اړتيا لرلی.

ب –



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

اینسوونه: h(t)= 2

$$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t + 2 = 2$$
$$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t = 0$$
$$\Leftrightarrow t(-4t + 15) = 0$$
$$\Rightarrow t_1 = 0 ; t_2 = \frac{15}{4} = \underline{\underline{3,75}}$$

له t = 3,75 s وخت وروسته غشی د 2 m متره وېشتلجګوالي څخه بيرته په ځمکه پروت دی

خورا لويجګوالی په ککرۍ ټکي یا رأس کې.

ت - $t_s = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{15}{8} = 1,875$ $h(t_s) = h\left(\frac{15}{8}\right) = \frac{257}{16} \approx 16,063$

له 1,875 s څخه وروسته خورا لوی جګوالي16,063 m ته رسيږي.

دريم - نتيجي

الف – $f(x)=0,1.x^2$ د x په محور هندارونه یا انعکاس. له د لاس ته راځي

$g(x)=-0,1.x^2$

ب –$f(x)=o,1.x^2$ د y په محور هندارونه یا انعکاس له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 0,1 \cdot x^2$$

له دې امله چې محور سيومتريک دی.

پ - $(x)=o,1.x^2$ په 3Eh د اوږدوالي يونونو یا واحدونو په مثبت x راکښنه .له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0,1 \cdot (x-3)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $(x)=o,1.x^2$ په 2Eh د اوړدوالي يونونو يا واحدونو په کميز يا منفي y . له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow g(x) = -0{,}1 \cdot x^2 - 2$

ټ – $(x)=o,1.x^2$ په y په 4 ضريب غزونه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 4 \cdot f(x) = 0{,}4 \cdot x^2$$

څلورم - (لاندې الماني:)

ماکسيموم د$S(150|60000)$ سره په ککرۍ ټکي پروت دی

(ککرۍ ټکيينه) $\Rightarrow G(x) = a_2(x-150)^2 + 60000$

$$G(50) = 0 \Leftrightarrow a_2(-100)^2 + 60000 = 0 \Rightarrow a_2 = -6$$

$$G(x) = -6(x-150)^2 + 60000 = -6x^2 + 1800x - 75000$$

پنځم –

الف - د پله د کږې يا منحني ټول اوږدوالی s = 223 m دی.

د y محور پول په دوه برابرو نيمو وېشي، داسې چې ښی پښنه ټکی يا د ځمکې د سر ټکی په

v = 111, 5 m پروت دی.

په لومړي حالت کې د پښنه – يا ځمکې ټکي څخه واټن 1,2 m دی، دا نو په

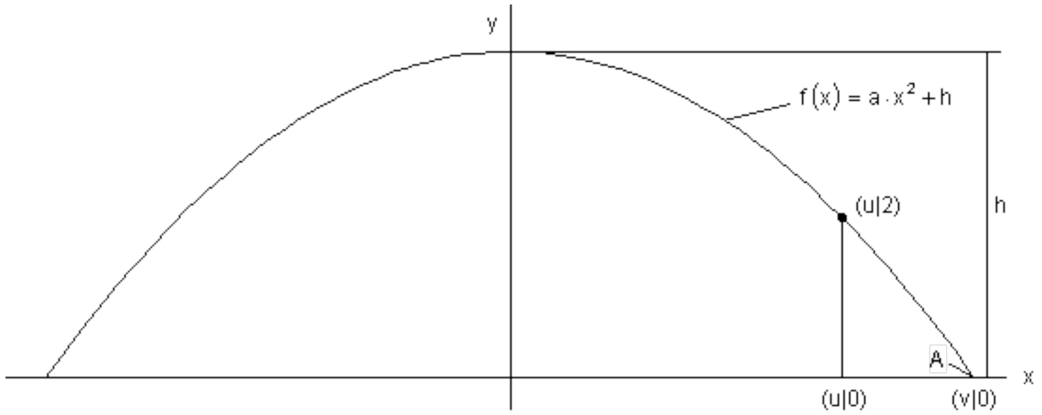
u = 111,5 m - 1,2 m = 110,3 m

کې پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هلته د پول کږه 2 m جګوالی لري.

داچې د ځمکې سر ټکي په دویم حالت کې لویدنه فقط 1,1 m باید وي، نو موخه ور دی، چې شمیرنه د متحولې یا اووښتونې u او v سره په تولیزه توګه مخ ته بوځو. دا ټیک یا روښانه ارزښت وروسته کیښوول کیږي.



د پارابول تابعمساوات

$$f(x) = a \cdot x^2 + h$$
$$f(u) = 2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 + h = 2 \quad (1)$$
$$f(v) = 0 \Leftrightarrow a \cdot v^2 + h = 0 \quad (2)$$

له (1) لاس ته راځي: $a \cdot u^2 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - a \cdot u^2 \quad (3)$

ارزښت په(2) کې ځای په ځای کړی

$a \cdot v^2 + 2 - a \cdot u^2 = 0$ د a پسې حل کړی

$a \cdot v^2 - a \cdot u^2 = -2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 - a \cdot v^2 = 2$ ضریب a له نوکانو وباسئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a\cdot\left(u^2-v^2\right)=2\Leftrightarrow a=\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}$$

په (3) كې كيږدئ

$$h=2-\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}\cdot u^2=\frac{2v^2}{v^2-u^2}$$

Fall=حالت:

$$\text{Fall}: u=110{,}3 \quad v=111{,}5$$

$$h_I=\frac{2\cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2-110{,}3^2\right)}\approx 93{,}419$$

ب –

Fall= حالت:

$$\text{Fall}: u=110{,}4 \quad v=111{,}5$$

$$h_{II}=\frac{2\cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2-110{,}4^2\right)}\approx 101{,}886$$

كم زياتيدنه په% نسبت و hi ته

$$h_{II}-h_I=101{,}886-93{,}419=8{,}467\Rightarrow p=\frac{8{,}467}{93{,}419}\cdot 100\approx 9{,}06\%$$

د پله كږه يا منحني په لومړي حالت كې څه ناڅه h_I = 93,419 m جګوالى لري

په دويم حالت كې جګوالى څه نا څه h_{II} = 101,886 m دى.

د په سلو كې توپير نسبت و h_I ته څه ناڅه 9,06% دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات متني یا تکست او د استعمال بېلګې

برخهII

لومړی: د یوه پارامتر تابعمساوات داسي ورکړل شوي دي: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

الف- د ککرۍ ټکي بنه وشمیرۍ.

ب- د محور غوځېکي وشمیرۍ.

پ پارابول دې داسې راکښل شي، چې هغه ټکی چې دy محور باندې د پارابول پروت ټکی له ټکي (1- | 3-) Pتیر شي.

د راکښل شوې پارابل تابعمساوات g(x) څنګه دی؟

ت- دواړه پارابولونه چیرته غوځوي؟

ټ-دواړه پارابولونه په یوه مناسب کواوردیناتسیتم کې وکاږۍ.

دویم: د یوې حجرې(کوټه ګۍ) کلتور په یوه بیالوژیکي معاینه کونه یا کتنه لاندې کچ ارزښتونه لاس ته راځي:

اړین وخت په --------------------- د حجرې تجزیې تعداد	0, 2, 4, 6, 8 0, 2, 8, 18, 32

الف- تابعمساوات وشمیرۍ

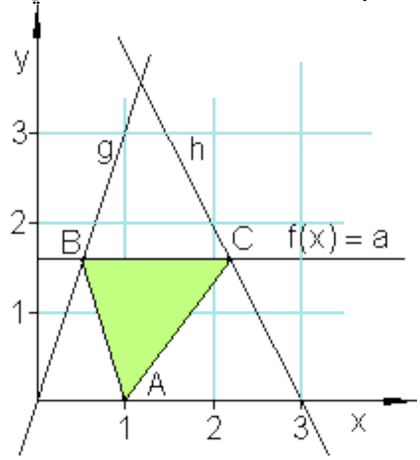
ب-ګراف یې په وه متاسب پروتولاړسیستم کې وکاږۍ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-له کو وخت وروسته 200 حجرې وېشني صورت میندلی؟

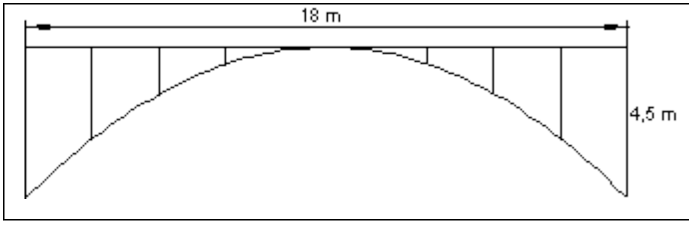
ت- څومره وخت پهبر کې نیسي، تر هغې چې1800 وېشنو صورت نیولی وي؟

وx محور ته غبرګه کرښه د $0 < a < 3$ لپاره د تابع مساوات $f(x) = a$ سره کرښه g
په ټکي B او کرښه h په ټکي C کې غوڅوي.
دA   کواوردیناتونه (0 | 1) A دي.
ټکی A, B اوC د یوه درېګوډي یا مثلث د ګوډونو (زاویو یا کونجونو) ټکي دي.
a څنګه وټاکل شي، چې د مثلث سطحه خورا لوی ارزښت ولري؟
د دواړو کرښو د کواوردینات ټکي کیدی شي ولوستل شي.



څلورم: په څرګنده توګه د یوه ګړندي موټر د تیلو لګښت د موټر د چټکتیا یا سرعت په واک کې دی. د کچړني له لارې تابعییزي - یا فنکشنالي اړیکي پیداکیږي.
باور لري: $K(v) = 0,002\ v^2 - 0,18\ v + 8,55$ د$v > 40$ لپاره.
دلته په دې معنا دي: $K(v)$ د تیلو لګښت په Liter/100 km اوv چټکتیا په km/h .
الف- په کومه چټکتیا سره په سل کیلو متره تیک اوه لیتره تیل لګیږي یا مصرفیږي.
ب- په کومه چټیا د تیلو لګښت خورا لږ دی؟

پنځم:

د یوه 18 m اوږده پول لپاره په 2 m واټن تکیه متې یا- پینې په کار دي. د ټولو متو یا پینو اوږدوالی وشمیرئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګي برخه II

مفصل حلونه

لومړی:

الف-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x-2\right)$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x+2^2-2^2-2\right)\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-4-2\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-6\right]\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3\Rightarrow S(2\,|\,3)$$

ب-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1\Rightarrow f(0)=1\Rightarrow P_y(0\,|\,1)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+1=0\,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x-2=0$$

$$\Rightarrow p=-4;\ q=-2$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2+2=4+2=6$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\quad x_1=2+\sqrt{6}\quad x_2=2-\sqrt{6}\right.$$

$$\Rightarrow P_{x_1}\left(2+\sqrt{6}\approx 4,45\,|\,0\right)$$

$$P_{x_2}\left(2-\sqrt{6}\approx -0,45\,|\,0\right)$$

پ-د پارابول ټکی، چي د محور باندي پروت دی، (1 | 0)Pyدی. دا دي ټکي - | P (-3 1) ته راکښل شي.

$$P_y(0\,|\,1)\ \underset{\text{Verschiebung}}{\rightleftarrows}\ P(-3\,|\,-1)$$

0->-3 په دري یونه یا واحده کیڼ لور ته راکښل شوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

1->1 په دوه واحده کښته لور ته راکښل شوی.
که د پارابول يو ټکی دا رکښنه ولري، نو بيا د پارابول هر ټکی دا راکښنه لري، هم ککری ټکی. د پارابول ککری ټکی د تابع مساوات f(x) سره په درې واحده کيڼ لور ته او په دوه واحده کښته لور ته راکښل کيږي، داسې چې له دې دراکښل شوي پارابول ککری ټکی کيږي.
د پارابول ټکی، چې د y محور باندې پروت دی، Py(0 | 1) دی.
دا دې ټکي (1- | 3-) P ته راکښل شي.

$$S(2|3) \underset{\text{3 EH nach links und 2 EH nach unten}}{\rightleftarrows} S(-1|1)$$

د پورته الماني پېنتو: په درې واحده کيڼ او په دوه واحده لاندې لور ته.

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2 + 2x + 1\right) + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

ت-

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \Big| + \frac{1}{2}x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = -x + \frac{1}{2} \Big| + x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = \frac{1}{2} \Big| -1$$

$$\Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \Big| : 3$$

$$\Leftrightarrow x = x_S = -\frac{1}{6}$$

$$y_s = f(x_S) = f\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) + 1$$

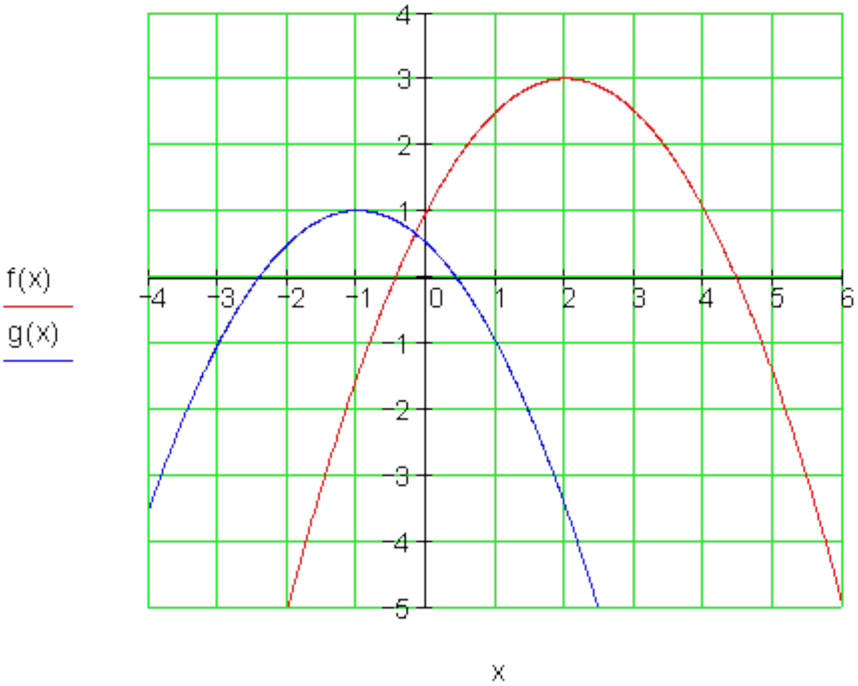
$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{36} - \frac{2}{6} + 1$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{72} - \frac{24}{72} + \frac{72}{72} = \frac{47}{72}$$

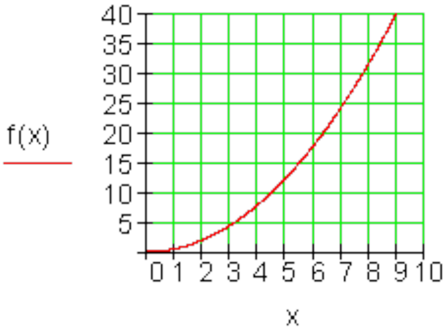
دپارابول غوښتکی: $S\left(-\frac{1}{6} \approx -0{,}17 \,\Big|\, \frac{47}{72} \approx 0{,}65\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم:



وخت په	0	2	4	6	8
د حجرې وېشنه	0	2	8	18	32

د تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

د تابع مساوات د ازمايښت له لارې پداکيدی شي.

$f(x) = 1800 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 1800 | \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 = 3600$

$\Leftrightarrow x = 60$

$\Rightarrow$ 1800 Teilungen nach 60 h

$f(x) = 200 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 200 | \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 = 400$

$\Leftrightarrow x = 20$

$\Rightarrow$ 200 Teilungen nach 20 h

د الماني پښتو: د پسي وېشنه. مخامخ هم

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

$$g(x) = 3x \,;\, h(x) = -2x + a_0$$

$$\underline{\underline{P(3\,|\,0)}} : h(3) = -2\cdot 3 + a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -2x + 6}}$$

د مثلث يا درېګوډي سطحه: $A = \frac{g\cdot h}{2} = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2}$

د ټکوB اوC د x کواوردیناتو ټکي ټاکل کيږي.

B : د g(x) غوښی دf(x) سره: $g(x) = f(x) \Leftrightarrow 3x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{3} \Rightarrow \underline{B\left(\frac{a}{3}\,\middle|\,a\right)}$

C : د h(x)غوښی دf(x) سره : $h(x) = f(x) \Leftrightarrow -2x + 6 = a \Leftrightarrow x = 3 - \frac{5a}{6} \Rightarrow C\left(3 - \frac{a}{2}\,\middle|\,a\right)$

واټن BC: $3 - \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = \underline{3 - \frac{5a}{6}}$

سطحه: $A = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2} = \frac{\left(3 - \frac{5a}{6}\right)\cdot a}{2} = -\frac{5}{12}a^2 + \frac{3}{2}a = A(a)$

پارابول کښته لور ته واز دی.

صفرځایونه: $a\left(-\frac{5}{12}a + \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \,;\, a_2 = \frac{18}{5}$

لومړی: ککری ټکي کواوردینات: $\frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5} = \underline{\underline{1{,}8}}$

دویمه د ککری ټکي کواوردینات: $A\left(\frac{9}{5}\right) = \frac{27}{20} = \underline{\underline{1{,}35}}$

د a=18 لپاره د درېګوډي یامثلث سطحه خورالویه (maxiaml) او په رښتیا 1,35FE د سطحي یونونه یا واحدونه ده.

څلورم:

الف- د المانيپښتو: ،، د ... لپاره،،

$$K(v) = 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 \text{ für } v > 40$$

$$K(v) = 7 \Leftrightarrow 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 = 7 \Leftrightarrow v^2 - 90v + 775 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -90\,;\; q = 775 \Rightarrow D = 1250$$

$$v_1 = 45 + \sqrt{1250} \approx 80{,}36$$

$$v_2 = 45 - \sqrt{1250} \approx 9{,}6$$ د $v > 40$ له امله په پوښتنه کې نه راځي .

د یوې چټکتیا 80,36 km/hi سره د لګښت 7 Liter/100 km. دی.

ب –

ککرۍ ټکی خورا لوی یا ماکسیمال دی.

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{45 + \sqrt{1250} + 45 - \sqrt{1250}}{2} = \underline{\underline{45}}$$

$$K(45) = 0{,}02 \cdot 45^2 - 0{,}18 \cdot 45 + 8{,}55 = \underline{\underline{4{,}5}}$$

د یوې چټکتیا 45 km/h سره دا لګښت خورا لږ او 4,5 Liter/ 100 km دی.د کواوردینات سرچینه د پول کږې یا منحني په ککره کې پرته ده.

د $f(x) = a_2 x^2$ د P(9|-4,5) سره لاس ته راځي:

$$f(9) = 81a_2 = -4{,}5 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{18}$$ او $$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{18}x^2}}$$

د مېږو یا ستنو واټن له ککرۍ ټکي دي: $\pm 1\,;\, \pm 3\,;\, \pm 5\,;\, \pm 7\,;\, \pm 9$

$$f(1) = f(-1) = -0{,}056\,;\; f(3) = f(-3) = -0{,}5\,;\; f(5) = f(-5) = -1{,}389$$

$$f(7) = f(-7) = -2{,}722\,;\; f(9) = f(-9) = -4{,}5$$

د مېږو اوږدوالی د هر ۲ مېږو لپاره:

0,056m; 0,5 m ; 1,389m ; 2,722m ; 4,5m

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بیلګې برخهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترځنګ جدول ته داتا:

پارابول: $f(x) = -x^2 + 4$

y محور ته غبرګ:

x=u د $(-1 \leq u \leq 2)$ سره

کربنه g له:

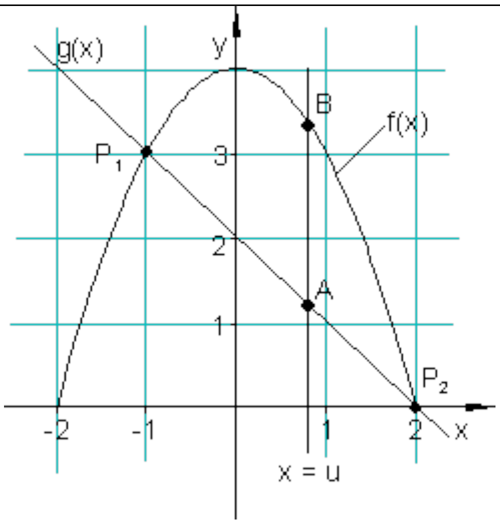
$P_1(-1|3); P_2(2|0)$

د u = 1 لپاره د A او B واټن

وشمیری

u ځنګه وټاکو، چې د A او B

ترمنځ واټن خورا لوی شي؟



دویم: د یوه مال د تولید سره د ورځي تول ارزښتونه د تولید شوي ډېرې x په واکوالي یا تابعیت کي په لاندې ډول کره شوي:

$$K(x) = 0,125x^2 + 1,5x + 200\,;\; 0 \leq x \leq 90$$

فابریکه په هره دانه د خرڅلاو یو ثابت قیمت د 14 € پلان کړی.

الف- د ټول لګښت کره ړکاړی او د خرڅلاو کربنه. $E(x) = 14x$

ب-شمیرنیز او ګرافیکي وټاکی، چې د کوم نرخ لپاره د تولید او خرڅلاو لګښت مساوي دی.

(د ګټې ځای په ځایوالی او د ګټې پوېی). $G(x) = E(x)$

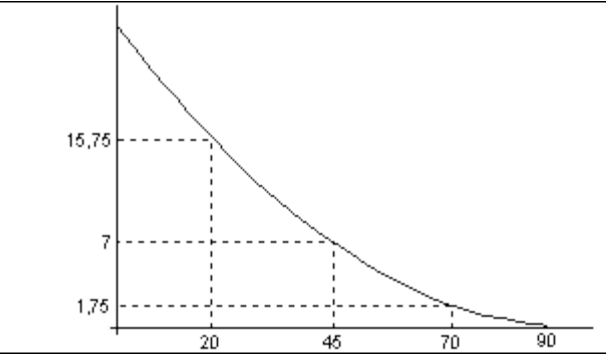
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-د کوم تولید دانو تعداد لپاره ګټه خورا لویه ده؟ G(x) = E(x) - K(x)

په پورته کې: ګټه G(x) ، خرڅلاو E(x) ، ټول لګښت K(x)

دریم: څېره د ټوپ مایله(د واورو د ټوپ لپاره، چې مایله جوړیږي Sprungschanze) ښايي. کچاندازه په m له ځیرې راونیسې

الف- د منډې نخښې(کرږې) تابع مساوات پیدا کړی
ب- د منډېځای د خورا ټيټ او خورا جګ ټکي کمښت یا فرق وټاکې.



څلورم:

v	30	40	80
BV	6,25	6,2	7,0

V چټکتیا او په V چټکتیا د تیلو لګښتB

په یوه ازماېښت کرښه(سرک یا لار) کچیږي، چې یوه لارې په برابره پاتې چټکتیا لږوي یا مصرفوي. د تیلو لګښت BV (بنزین لګښت Benzinverbrauch BV) په Liter / 100 km) په واک کې یا تابع دی.

الف- د بنزین لګښت BV(v) (دا په دې معنا، چې د بنزین لګښت د چټکتیا یا سرعت په واک کې یا تابع دی) لپاره تابع ترم وټاکې.
ب- که منځنۍ چټکتیا 120 km / h وي، نو څومره تیل به ولږیږي؟
پ- په کومه چټکتیا لګښت ټیک 8 Liter / 100 km دی.
ت- په کومه چټکتیا لګښت خورا لږ دی؟

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګې برخه III

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی:

$f(x)=-x^2+4;g(x)=-x+2$

د ټکو A او B کواوردیناتونه: $A(u|g(u);B(u|f(u))$

د ټکو A او B ترمنځ واټن:

$A(u)=f(u)-g(u)=-u^2+4-(-u+2)=-u^2+u+2$

د u=1 لپاره باور لري: $A(1)=-1^2+1+2=2$

خورا لوی واټن د $A(u)$ د ککری ټکي له لارې ټاکل کیږي

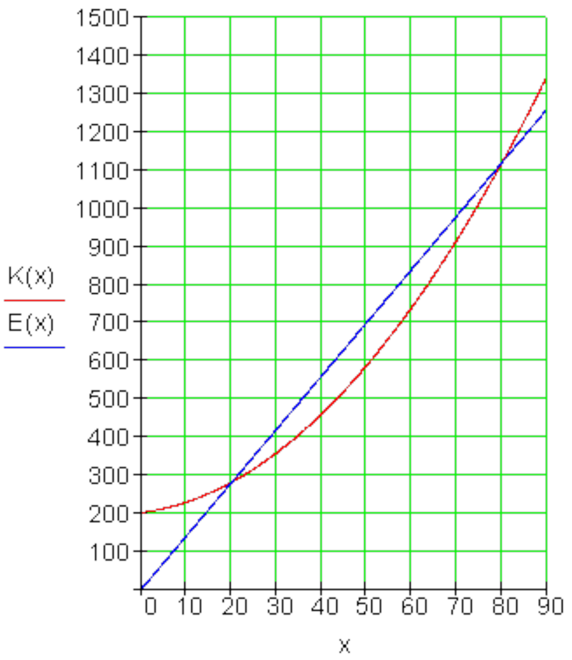
$$A(u)=-u^2+u+2=-\left[u^2-u-2\right]=-\left[u^2-u+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\right]$$

$$=-\left[\left(u-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right]=-\left(u-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}=0,5\;\middle|\;\frac{9}{4}=2,25\right)$$

د u=0 لپاره خورا لوی واټن 2,25LE (د اوږدوالي یوونونه یا واحد..) دی.

دویم:

الف- $K(x)=0,125x^2+1,5x+200;\;0\le x\le 90;\;E(x)=14x$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –
د ګټې ځای په ځایوالیNS له ګراف څخه ولولئ:NS(20|280)
د ګټې پوله له ګرافیک څخه ولولئ:NS(80|1120)
شمیرنیز ځواب:

$$K(x)=E(x)\Leftrightarrow x^2-100x+1600=0$$

$$\Rightarrow x_1=80\,;\,E(80)=1120\Rightarrow NG(80\,|\,1120)$$

$$x_2=20\,;\,E(20)=1120\Rightarrow NS(20\,|\,280)$$

پ – ګټه:

$$G(x)=E(x)-K(x)=-\frac{1}{8}x^2+\frac{25}{2}x-200$$

G(x) یو کښته لوِر ته واز پارابول دی.

$$G(x)=-\frac{1}{8}x^2+\frac{25}{2}x-200=-\frac{1}{8}\left[x^2-100x+1600\right]=-0{,}125(x-50)^2+112{,}5$$

د یوه x=50 دانوتعداد لپاره ګټه خورا لویه یا ماکسیمال(112,50€) ده.
دریم: الف –

$$P_1(20\,|\,15{,}75):\quad f(20)=400a_2+20a_1+1a_0=15{,}75$$

$$P_2(45\,|\,7):\quad f(45)=2025a_2+45a_1+1a_0=7$$

$$P_3(70\,|\,1{,}75):\quad f(70)=4900a_2+70a_1+1a_0=1{,}75$$

a_0	a_1	a_2	
1	20	400	15,75
1	45	2025	7 II − I
1	70	4900	1,75 III − I
1	20	400	15,75
0	25	1625	−8,75
0	50	4500	−14 III − 2·I
1	20	400	15,75
0	25	1625	−8,75
0	0	1250	3,5

$$1250a_2=3{,}5\Rightarrow a_2=\underline{0{,}0028}$$

$$25a_1+1625\cdot 0{,}0028=-8{,}75$$

$$\Rightarrow a_1=\underline{-0{,}532}$$

$$a_0+20\cdot(-0{,}532)+400\cdot 0{,}0028=15{,}75$$

$$\Rightarrow a_0=\underline{25{,}27}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=0{,}0028x^2-0{,}532x+25{,}27}}$$

ب – د جګوالي توپیر:

$$f(0)-f(90)=25{,}27-0{,}07=\underline{\underline{25{,}2}}$$

د منډې ځای د خوراجګ او خورا ټیټ ټکي کمښت یا فرق 25,2 m دی.
څلورم: الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$BV(v) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad P_1(30\,|\,6,25);\, P_2(40\,|\,6,2);\, P_3(80\,|\,7)$$

$$BV(30) = 900a_2 + 30a_1 + 1a_0 = 6,25$$

$$BV(40) = 1600a_2 + 40a_1 + 1a_0 = 6,2$$

$$BV(80) = 6400a_2 + 80a_1 + 1a_0 = 7$$

a_0	a_1	a_2	
1	30	900	6,25
1	40	1600	6,2 II − I
1	80	6400	7 III − I
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	50	5500	0,75 III − 5 · II
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	0	2000	1

$$2000a_2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 0,0005}$$

$$10a_1 + 700 \cdot 0,0005 = -0,05$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -0,04}$$

$$a_0 + 30(-0,04) + 900 \cdot 0,0005 = 6,25$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 7}$$

$$BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7$$

ب-

$$v = 120: \Rightarrow BV(120) = 0,005 \cdot 120^2 - 0,04 \cdot 120 + 7 = 9,4$$

د 120 km/h چټکتیا سره لګښت 9,4 Liter/100 دی.

پ-

اینبوونه: $BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7 = 8$

$$\Leftrightarrow 0,0005v^2 - 0,04v - 1 = 0 \Leftrightarrow v^2 - 80v - 2000 = 0$$

$$\Rightarrow v_1 = 100;\, v_2 = -20$$

د v = 100 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 8 Liter/100 km دی.

ت-خورا لږ لګښت په غوخښتکي کې دی.

د ککرۍ x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{100-20}{2} = 40$

$$BV(40) = 6,2$$

د 40 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 6,2 Liter/100 km دی. دا هغه خورا لږ لګښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.11-اقتصادي توابع یا بلواک (لګښتشمیرنه)

اقتصادي توابع

د یوه تیوپیکي یا نمونه ییزې بیلګې په مرسته به اقتصادي ستونځې د کرښیزو او مربعیزو یا څلوری یزو توابعو سره حل شي.

لګښتتابع: $K(x)=0,2x+1,6$ کرښه.

خرڅلاوتابع: $E(x)=-0,2x^2+2x$ پارابول، پورته لور ته واز.

ګټه تابع دی: $G(x) = E(x) – K(x)$ خرڅلاو تابع – لګښتتابع

ګټه تابع: $G(x)= -0,2x^2+1,8x-1,6$

ماکسیما یا خورا زیات خرڅلاو:

$E(x) = -0,2x^2 + 2x$ $= -0,2\left[x^2 + 10x\right]$ $= -0,2\left[\left(x^2 - 10x + 25\right) - 25\right]$ $= -0,2\left[(x-5)^2 - 25\right]$ $= -0,2(x-5)^2 + 5$ (Scheitelpunktform) ککرۍ ټکي بنه	د خورا جګ خرڅلاو ډېرۍ یا سټ او دا ماکسیمال خرڅلاو لاس ته راوړل کیږي، که خرڅلاو تابع**E(x)** ترم ککرۍ ټکي بڼې ته لاړ شي چې له هغې ککرۍ ټکی لوستل کیږي.

د تولید-یامنځته راوړنې ډېرۍ5 ME (د ډېرۍ یوون یا واحد) سره د 5 GE(ګټه تابع) سره خرڅلاو ماکسیمال دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خرڅلاو درېدنه يا ځای په ځايپاتي کيدنه او د خرڅلاو پوله:

$E(x) = 0$ $\Leftrightarrow -0{,}2(x-5)^2 + 5 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 - 25 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 = 25$ $\Leftrightarrow \lvert x-5 \rvert = 5$ $\Leftrightarrow x = 0$ يا $x = 10$	د يوې فابريکي د خرڅلاو درېدنه يا ځای په ځايپاتي کيدنه او د خرڅلاو پوله هغه ځايونه دي، چې په هغو کې خرڅلاو صفر وي. يعني مساوات $E(x) = 0$ حل کيږي.

د خرڅلاو درېدنه يا ځای په ځای پاتي کيدنه په 0 ME (ډېرئ واحد) کې ده او د خرڅلاو پوله په 10 ME (ډېرئ واحد) کې ده.

د ګټې درېدنه او د ګټې پوله:

$G(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}2x^2 + 1{,}8x - 1{,}6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$ $p = -9\,;\, q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{4} - \frac{32}{4} = \frac{49}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\quad x_1 = \frac{9}{2} + \frac{7}{2} = 8$, $\quad x_1 = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1$	د يوې فابريکي د ګټې درېدنه او د ګټې پوله هغه ځايونه دي، چې په هغو کې ګټه صفر دی. نو مساوات$G(x) = 0$ حل کيږي.

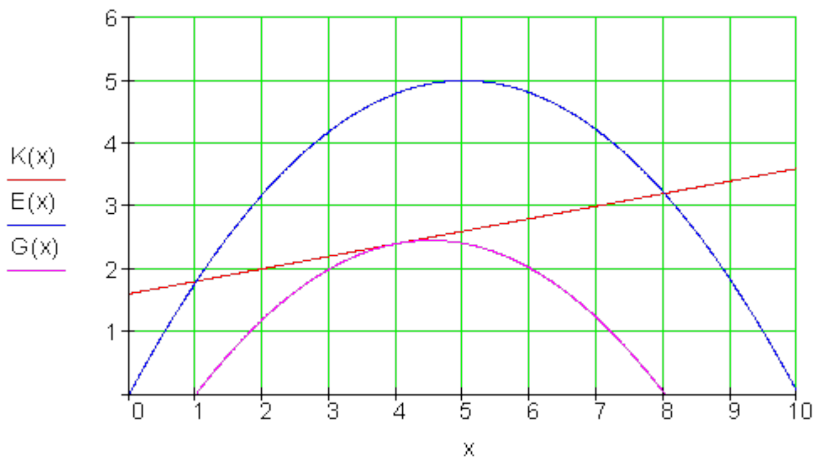
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټي درېدنه په 1 ME (دېرى يوون) کي او د ګټي پوله په 8 ME کي.

دګټي ماکسيموم: د منځ ته راوړې دېرى خورا لويه ګټه لاس ته راړل کيږي، چي د ګټي تابع ترم په ککرى ټکي بنې ته يووړل شي چي له هغي ککرى ټکى لوستل کيږي.	$G(x) = -0{,}2x^2 + 1{,}8x - 1{,}6$ $= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{8}{5}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$ $y_s = G(x_s) = G\left(\frac{9}{2}\right)$ $= -\frac{1}{5}\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{5}\cdot\frac{9}{2} - \frac{8}{5} = \frac{49}{20}$ $= -\frac{1}{5}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{20}$ (Scheitelpunktform) ککرى ټکي بڼه

د 4,5 ME (دېرى واحد) دېرى توليد سره ګټه د 2,45 GE (د ګټط يوونو يا واحد)سره خورا لويه ياماکسيما ده.

ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د نتيجو ټولګه:

د5 ME (ډېرئ واحد) لرلو ډېرئ سره د 5 GE سره خرڅلاو خورا لوی دی.

د خرڅلاو درېدنه په 1 ME کې پرته ده او خرڅلاو په 10 ME کې.

د ګټې درېدنه په 1 ME کې پرته ده او د ګټې پوله په 8 ME کې.

د 4,5 ME ډېرئ لرلو سره ګټه د 2,45 GE سره خورالويه ده.

ټولګه:

تابعمساوات

د تابع مساوات دا بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

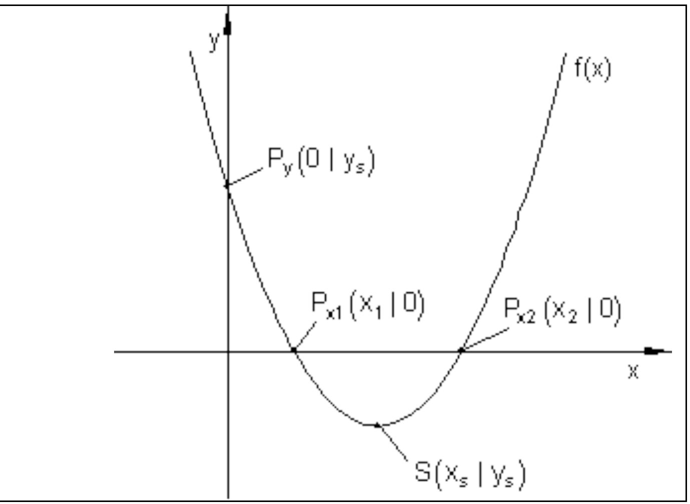
داسې تابع مربع تابع يا څلورئ بلواک بلل کيږي او يا هم د دويمې درجې ټول هوښيار تابع. ګرافونه يې پارابولونه بلل کيږي.

ککرئ ټکي ککرې ټکي بڼه

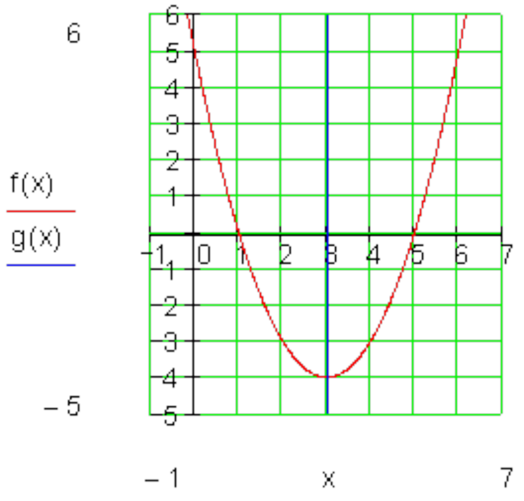
په ټوليزه توګه باور لري:

$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ ، د يوه پارابول تابعمساوات يا برابرون دی، چې ککرئ ټکی $S(x_s | y_s)$ لري،داسې چې $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د تابعمساوات ککرئ ټکی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**محور غوڅتکي:** $P_y(0 \mid y_s) \Rightarrow y_s = f(0)$ $P_{x_i}(x_i \mid 0) \Rightarrow f(x_i) = 0$

د سیومتري خیرنه په خیره شوي پارابول کې جې د محوررونو سیومتریک دي ، د y

	په خیره شوي پارابول کې جې د محوررونو سیومتریک دي ، د y محور سره غبرګ د ککرۍ ټکي له لارې تیریږي. دا د ټول غبرګو لپاره باور لري. د سیمترۍ محور مساوات چې د ککرۍ ټکي څخه تیریږي $S(x_s \mid y_s)$ دي $x = x_s$ دلته $x = 3$. صفرځایونه هم سیمتري محور ته سیمتریک دي. دا په دې معنا چې د څرګند صرځایونو څخه د x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له صفر ځایو څخه د ککری ټکي شمیرنه

صفرځایونه $x_1; x_2$ څرګند دي: له دط لاس ته راځي

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

د **p-q** - فرمول، دیسکریمینانتونه او د حلونو ډېری یا سټ

د مربع مساوات نورمال بڼه: $f(x) = x^2+px+q$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ دیسکریمینانت: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

د D دیسکریمینانته د مربع مساوات د حلونو تعداد په ګوته کوي.

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

دوه د حلونو توکي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$
یو د حل توکی(ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$
کوم حل توکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د ویتا جمله **Der Satz von Vieta**

که x1 او x2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه وي، نو ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x1+x2=-p$ او $x1.x2=q$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه

x1 او x2 د مربع تابع صفرځایونه د لاندې تابع مساوات سره:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$

نو کیدی شي چې سړی د تابع مساوات د کرښیزو صریبونو په ډول ولیکي:

$$f(x) = a_2 \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}}$$

کرښیز ضریب

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرضرب جمله
ضرب ټیک هلته صفر دی، که د صریبونو څخه یو یي صفر وي.
$(x+a)(x+b)=0 \Leftrightarrow x_1=-a$ او $x_2=-b$
بیلګه:
$(x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow x1=0;$ له دې لاس ته راځي او پهڅېت یا برعکس $x1=2$ او $x2=-1$
$x(x+3)=0$ له دې لاس ته راځي او په څېټ $x1=0$ او $x2=-3$

د کربنې او پارابول غوڅېکی

اینووونه: د تابع مساواتو برابراینووونه $(x)=g(x)$ له دې لاس ته مربع مساوات راځي که:

پارابول او کربنهپه دوه ټکو کې سره غوځوي	$D>0: \Rightarrow$
پارابول او کربنهسره په یوه ټکي کې لمسوي.	$D=0: \Rightarrow$
پارابول او کربنه سره ګډ ټکي نه لري.	$D<0: \Rightarrow$

$f(x)-g(x)\Rightarrow$
له دې لاسته راځي کربنیز مساوات له دې لاس ته راځي پارابولونه یو غوڅېکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.12-توان- یا پوتنځ توابع

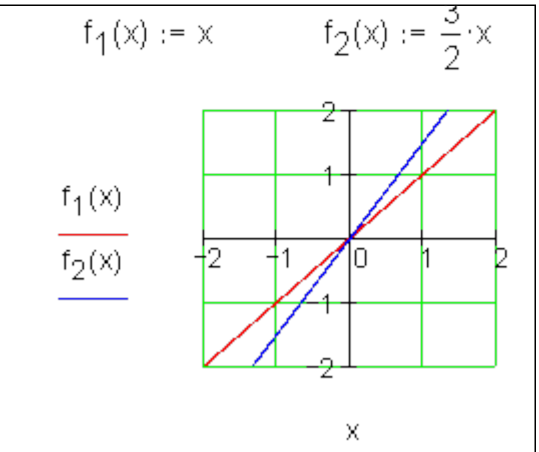
توان توابع

تعریف:

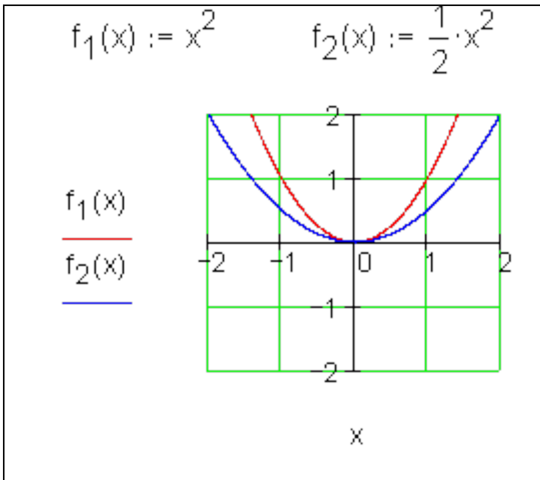
یوه تابع د تابع مساوات $f(x) = a_n x^n \quad ; n \in \mathbb{N} \quad ; a_n \in \mathbb{R}$ سره پوتنځ تابع بلل کيږي.

د n اکپوننت یا جګعدد د پوتنځ تابع درجه ټاکي او ضريب anد ګراف بڼه یا فورم او هغه د بڼي ضريب بلل کيږي.

بيلګي:

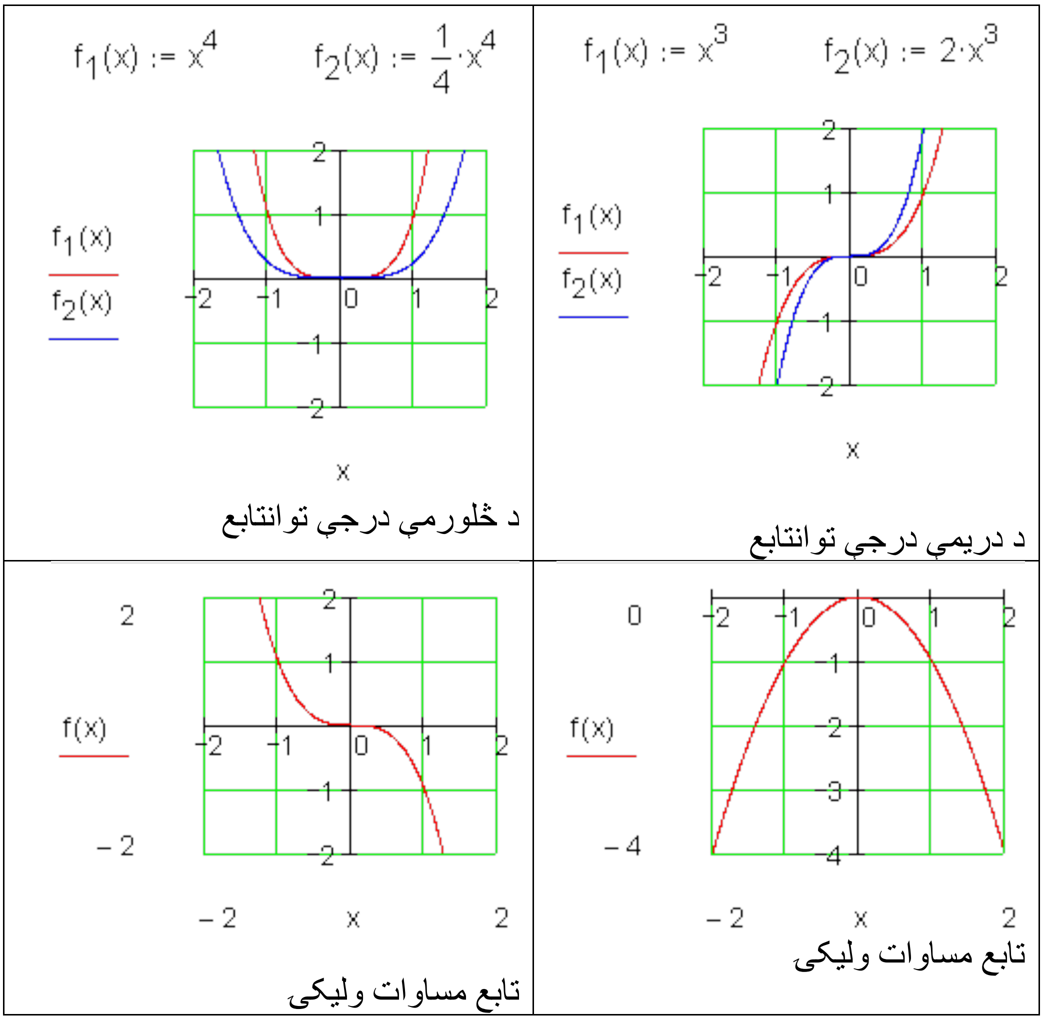


د لومړی دزجي توان تابع(کرښه)



د دويمي درجي توان تابع (پارابول)

(c) ketabton.com: The Digital Library



د خلورمي درجې توانتابع

د دريمي درجې توانتابع

تابع مساوات وليکی

تابع مساوات وليکی

لاندې پوښتنې ځواب کړی:

ب – د n درجه او د a_n مخنخښه د ګراف په تلنه کومه اغیزه لري؟

پ – د پوتنخ تابع n درجه د ګراف په سیومتري کومه اغیزه لري؟

ت – د پوتنخ تابع د n په واکولي او د a_n مخنخښي له امله کوم ارزښتست(ارزښتډيری) لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د a_n مطلق ارزښت د ګراف په تلنه کوم اِیز لري؟

ځوابونه لږ وروسته راځي.

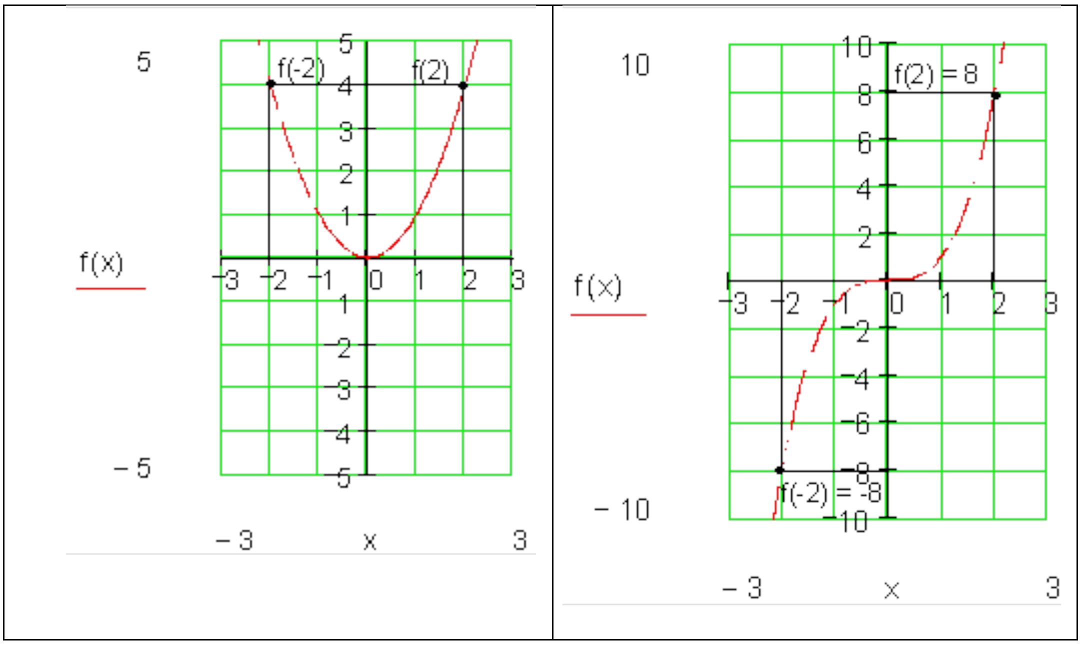
سیومتري

په سیومتري ښکله قضاوت کیدی شي، که څوک فقط د یوه توان(پوتنخ) تابع تابع مساوات پیژني؟

د دې لپاره د لاندې توابعو ګرافونه کاږو:

$f(x)=x^2$ او $f(x) = x^3$

او تابع د $x=-2$ او $x=2$ په ځایونو کې تر ښیرني لاندې نیسو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان مو نږدې دی چې لاندې باور لري:

دx د جوړه جګعدد سره د تابع ارزښتونه برابر دي. دا په دې معنا چې :

محورسيمتريک، نو $f(-x) = f(x)$

د x ناجوړه(طاقو) جګعددونو لپاره د تابع ارزښت برابر مطلق قيمت لري، مګر متضادې مخنخښې لري.

دا په دې معنا جې:

ټکی سيومتريک، نو $f(-x) = -f(x)$

دا اړيکې د ټولو تانتوابعو لپاره باور لري (بې له ښوونې).

د يوه توان - يا طاقت تابع محورسيومتريک دی، که د ټولو $x \in D$؛ لپاره باور ولري: $f(-x)=f(x)$

د يوه توانتابع ګراف ټکی سيمتريک دی،که د ټولو $x \in D$؛ لپاره باور ولري $f(-x)= - f(x)$

ټولګه:

د $a_n > 0$ لپاره باور لري:

ټول تواان توابع د جوړه جګعدد سره محور سيومتريک دي. دا له II د .I ځلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکيسيومتريک دي. دوی له .IIIو .I ځلورمې(ربع) ته ځغلې(خوزي).

د ټولو 0 > لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تواان توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له III د IV. ځلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له .IIو IV. ځلورمې(ربع) ته ځغلي(خوزي).

پوښتو ته ځوابونه:

و الف ته : ټول ګرافونه له ټکي (0 | 0) تیریږي.

و ب ته : n جوړه او $an > 0$: ګراف له II و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له III و IV ته ځغلي.

n جوړه او $an > 0$: ګراف له III و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له II وIV ته ځغلي.

و پ ته - n جوړه: ګراف محور ته سیمتریک دی.

n ناجوړه: ګراف د کواوردینات بیل یاسچېنې ته سیومتریک دی(ټکی سیمتریک).

و ت ته: n جوړه او $a_n > 0$: $f(x) \geq 0$ فقط مثبت تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

n جوړه او $a_n < 0$: $f(x) \leq 0$ فقط منفي تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

د n ناجوړه او $a_n > 0$: ارزښتدېری $W = IR$

n ناجوړه او $a_n < 0$: ارزښت ډېری $W = IR$.

و ټ ته : ضریبan د همغه د ګراف بڼه ټاکي(غزېدلی یا کیکاګل شوی)له دې امله دا د بڼې صریب هم بلل کیږي. د مخنخښې تغیر د x محور باندې د هنداروني یا منعکسونې اغیزه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه:

د توان تابع خویونه.

د لاندې توانتوابعو درجه وټاکی، په سیمتریکي حالت، د ګراف په تلنه او او ارزښت دېرئ يې یوه وینا وکړئ د د هر ګراف يې په پروت ولاړسیستم (کواوردینات سیستم) کې رسم کړئ.

لومړی - $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ دویم - $f(x) = \frac{1}{4}x$

دریم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^4$ څلورم - $f(x) = \frac{1}{5}x^3$

پنځم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^5$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{2}x$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ اتم - $f(x) = 2x^2$

نهم - $f(x) = \frac{1}{5}x^4$ لسم - $f(x) = -\frac{2}{5}x^4$

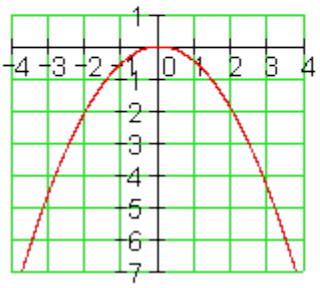
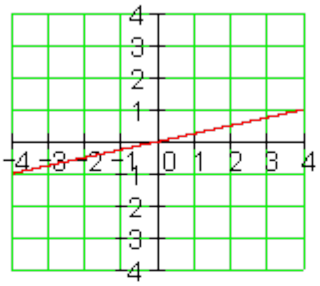
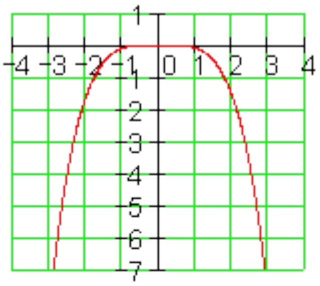
ځوابونه :

د ټول هوښیار یا راشنل اعدادو توابع **I (د توان توابع)**

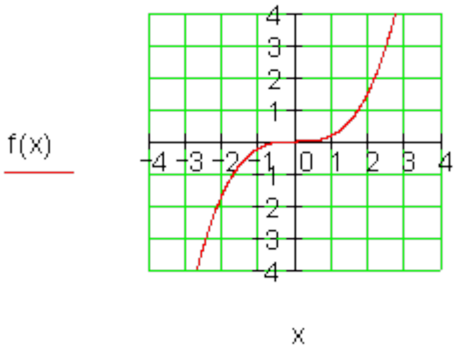
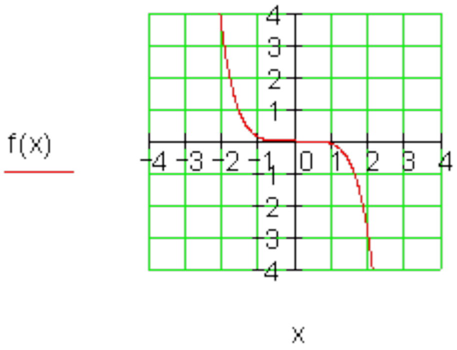
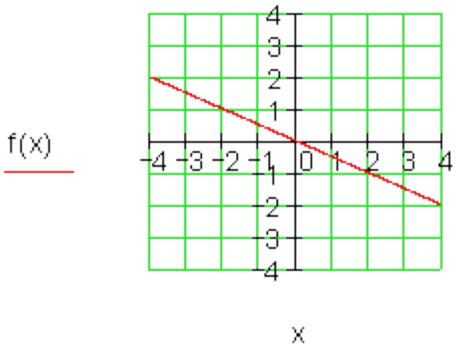
نتیجې:

لومړی:

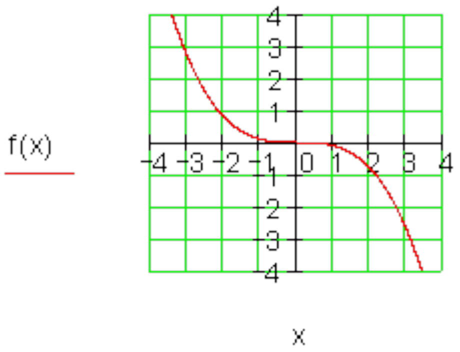
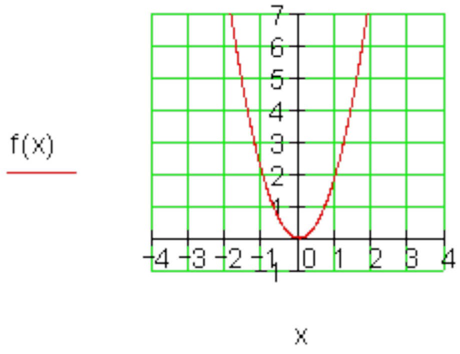
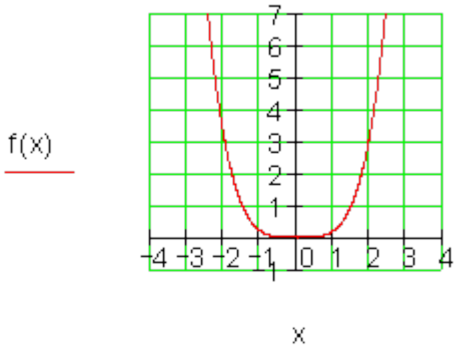
(c) ketabton.com: The Digital Library

 	$f(x)=-\frac{1}{2}x^2$ درجه=۲ تکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$
دویم:  	$f(x)=\frac{1}{4}x$ درجه=1 تکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتپرس(سټ):R
دریم:  	$f(x)=-\frac{1}{10}x^4$ درجه=۴ تکی سیمتریک تلنه له III و IV ته ارزښتپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$

(c) ketabton.com: The Digital Library

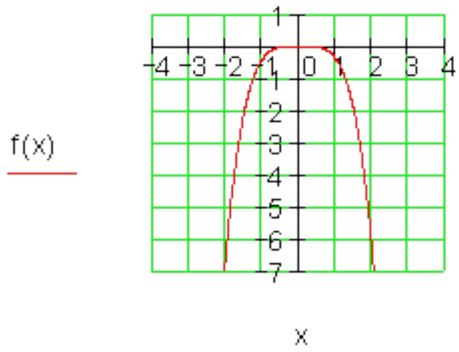
<table>
<tr><td>ځلورم:
</td><td>$f(x)=\frac{1}{5}x^3$
درجه=۳
تکی سیمتریک
تلنه له III و I ته
ارزښتډپرس(ست):R</td></tr>
<tr><td>پنځم:
</td><td>$f(x)=-\frac{1}{10}x^5$
درجه=۵
تکی سیومتریک
تلنه له II و IV ته
ارزښتډپئس(ست):R</td></tr>
<tr><td>شپږم:
</td><td>$f(x)=-\frac{1}{2}x$
درجه= ۱
تکی سیومتریک
تلنه له II و IV ته
ارزښتډپری(ست):R</td></tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

 اوم:	$f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ درجه= ۳ تکی سیمتریک تلنه له II و IV ته ارزبنتدپرس(ستٍ):R
 اتم:	$f(x) = 2x^2$ درجه=۲ تکی سیمتریک تلنه له II و I ته ارزبنتدپرس(ستٍ): $\mathbb{R}^+$
 نهم:	$f(x) = \frac{1}{5}x^4$ درجه=۴ تکی سیومتریک تلنه له II و I ته ارزبنتدپرس(ستٍ): $\mathbb{R}^+$

لسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

 	$f(x) = -\frac{2}{5}x^4$ درجه=۴ ټکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتډپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$

n -مه درجه ټولنسبتي يا راشنل اعداد

يو تابع f(x)د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

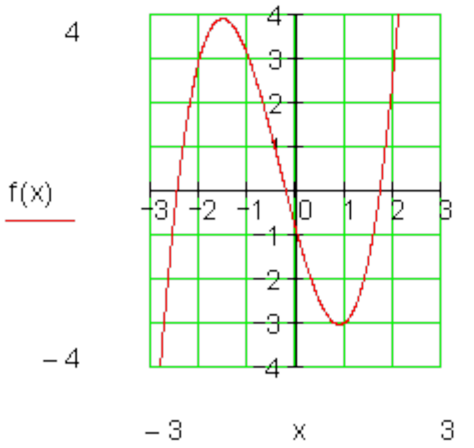
سره n -مه درجه ټول راشنل تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

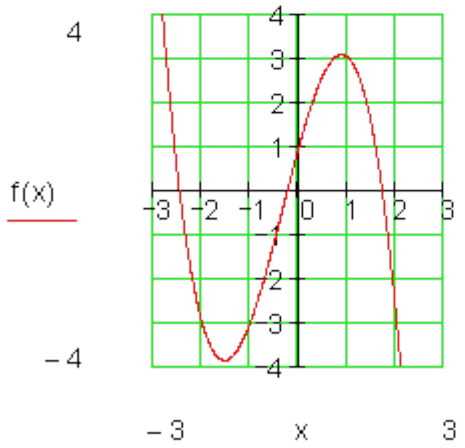
ټول راشنل يا هوښيار توابع د توان توابعو يوځای اېښوولو له لارې لاس ته راځي.

بيلګي:

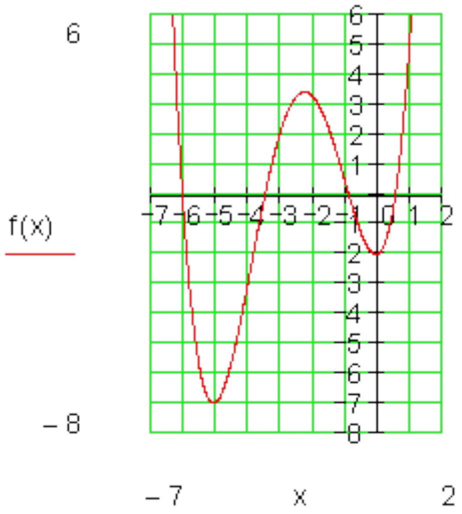
(c) ketabton.com: The Digital Library



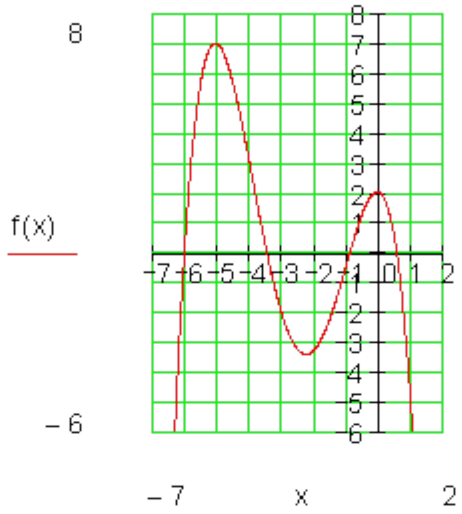
$f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$



$f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 1$



$f(x) = 0,2x^4 + 2x^3 + 5x^2 + x - 2$



$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - x + 2$

د ګراف تلنه

جمله:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول راشنل تابع ګراف تلنه د خورا جګ توان زياته ووني (د جمعي غړي) سره ټاکل کيږي.

	n جوړه	n ناجوړه(طاق)
$a_n>0$	تلنه له II و I ته.	تلنه له III و I ته.
$a_n<0$	تلنه له III و IV ته.	تلنه له II و IV ته.

بيلګه: د الماي پينتو: ناجوړه(طاق) جوړه (جفت) ناجوړه

$$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \qquad n = 3\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$$

$$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \qquad n = 4\,(\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$$

$$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \qquad n = 5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$$

سيومتري

ګومان مو نږدې دی، هغه توابع، چې فقط د جوړه جګعددونو توانونو څخه يوځای شوي وي، محور سيومتريک دي او توابع چې فقط د ناجوړه(طاقو) جګعددونو توانونو څخه يوځای شوي وي، ټکی سيومتريک دي.

جمله

د يوه ټولراشنل تابع ګراف ټيک هلته محورسيومتريک دی، که تابع مساوات فقط جوړه جګعددونه ولري.

د يوه ټولراشنل تابع ګراف ټيک هلته ټکيسيومتريک دی، که تابع مساوات فقط ناجوړه (طاق) جګعددونه ولري.

بيلګه:

$$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$$

$$f(-x) = 2(-x)^4 + 3(-x)^2 + 1 = 2x^4 + 3x^2 + 1 = f(x) \Rightarrow$$

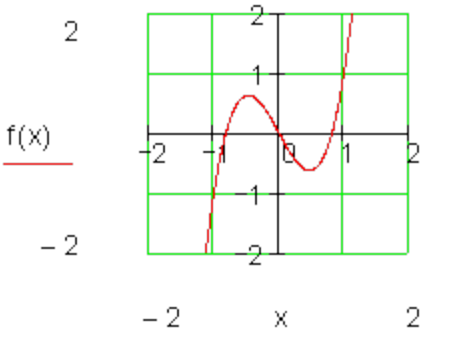
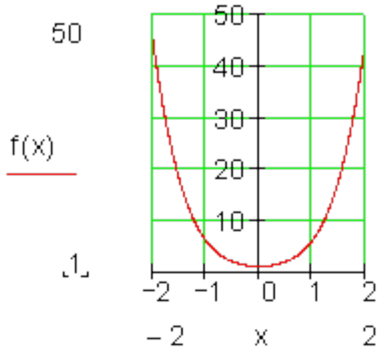
(c) ketabton.com: The Digital Library

محورسیومتریک

$$f(x) = 3x^3 - 2x$$

$$f(-x) = 3(-x)^3 - 2(-x) = -3x^3 + 2x = -\left(3x^3 - 2x\right) = -f(x) \Rightarrow$$

تکی سیومتریک

 $f(x) = 3x^3 - 2x$ سرچینی ته سیومتریک دی (تکی سیومتري)	 $f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$ yمحور ته سیومتریک دی (محورسیومتریک)

تمرینونه:

د تول هوبنیارو توابعو خویونه.

د لاندې تاوبعو په سیمتری، تلنه او د صفرځایونو تعداد یا ګنون باندې ویناوې وکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - $f(x) = 2x^2 - 1$ دویم - $f(x) = -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

ریم - $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 + 2$ څلورم - $f(x) = -x^5 - x^3 + x$

پنځم - $f(x) = x^6 - x^4 + 1$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{2}x^5 + x^2 - 2x$

اوم - $f(x) = \frac{1}{10}x^7 + \frac{1}{8}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x$ اتم - $f(x) = \frac{1}{100}x^{10} - \frac{1}{50}x^6 + \frac{1}{10}x^2$

نهم - $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{5}x - 1$ لسم - $f(x) = \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{2}x$ په یوه خوښه ټکي ته سیومتریک

که د یوه ټکي سیومستري تابع ګراف په خوښه راکښل شي، نو سیومتري سرچینې ته ځي، چې موږ یې ټکی سیومتري بولو له منځه ځي. نسبت و موخېټکی ته دا ساتلې پاتې کیږي.

بیلګه:

د $f(x)=0,5x^3-1,5x$ تابع ګراف ټکی سیومتریک دی، یعنې سرچینې ته سیومتریک.

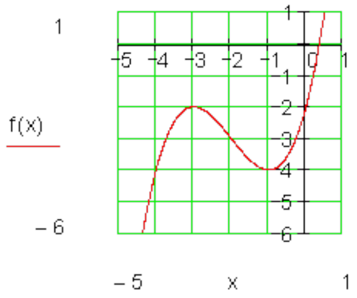
دا ګراف دې په ۲ واحدونو یا یوونونو کېڼ لور ته او په ۳ یوونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل شي.

د راکښلشوي ګراف تابع مسساوات دي:

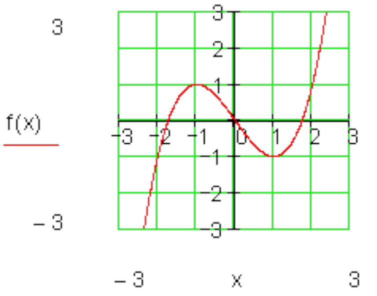
$$g(x) = 0,5(x+2)^3 - 1,5(x+2) - 3 = 0,5x^3 + 3x^2 + 4,5x - 2$$

$g(x)$ و ټکی $P_0(-2|-3)$ ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$f(x) = 0,5x^3 + 3x^2 + 4,5x - 2$



$f(x) = 0,5x^3 - 1,5x$

کواوردیناتسیستم د ګراف په بڼه کوم رول نه لوبوي. تنها تابع مساواتوتغیر خوړلی.

د حالت بیلګه: باید وازمایل شي، چې ایا د دریمې درجې د یوه تول هوښیار تابع ګراف یوه ټاکلي ټکی ته ټکی سیومتریک دی.

ترمخ راوړنه.

چمتووالی:

د ټکو کواوردینات لپاره باور لري:

$x_1 = x_0 + \Delta x$

$y_1 = y_0 + \Delta y$

$x_1' = x_0' - \Delta x$

$y_1' = y_0' - \Delta y$

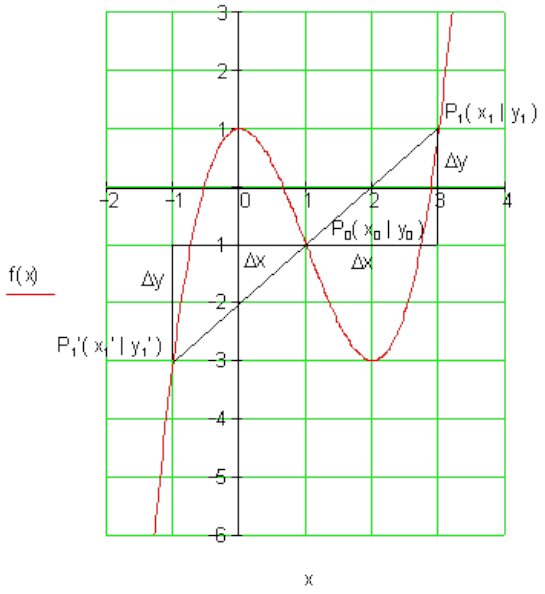
$\Delta x = x_1 - x_0$

$\Delta y = y_1 - y_0$

د هنداره-یا منعکس شوي ټکو کواوردیناتونه:

$$x_1' = x_0 - (x_1 - x_0) = \underline{\underline{2x_0 - x_1}}$$

$$y_1' = y_0 - (y_1 - y_0) = \underline{\underline{2y_0 - y_1}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې قاعدې یا لار سره تل کېدی شي پهP_0 و P_1 ته یوه هندارونه یا انعکاسونه کې اړونده هندارونه P_1' وټاکل شي.	

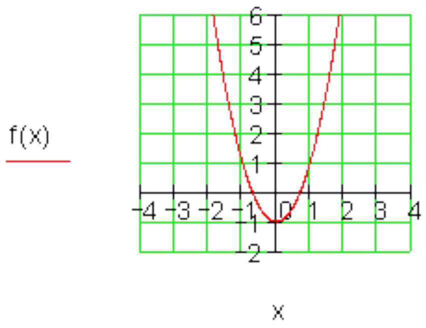
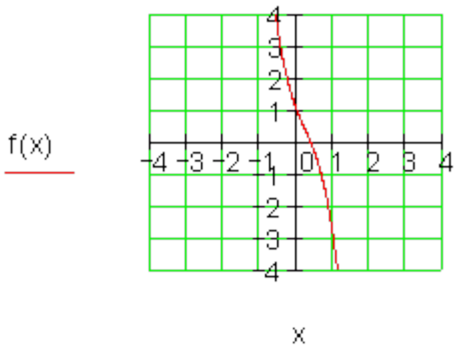
بیلګه:

که هنداورنه په ګراف نه وي پرته ، نو ګراف وP_0 ته ټکی سیومتریک نه دی.

څوابونه:

د ټولراسلتوابعو II (سیمتري، تلنه)

نتیجې:

لومړی:$f(x)=2x^2-1$ محورسیومتریک تلنه: له او II ته دوه صفرځایونه	
دویم: $f(x) = -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ نا سیومتریک تلنه له II و IV ته لږ ترلږه یو صفرځای.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

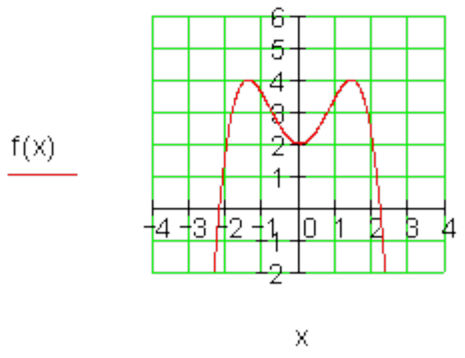
دریم: $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 + 2$

محور سیمتري

تلنه له III و IV ته

زیات له زیاته

څلور صفرځایونه



څلورم:

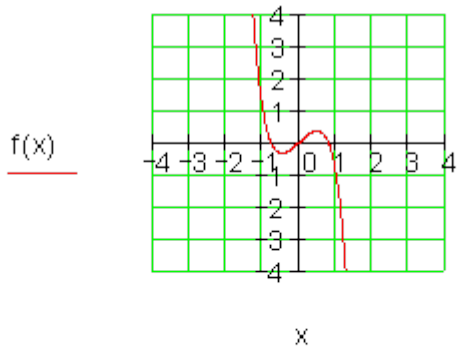
$f(x) = -x^5 - x^3 + x$

تکی سیومتري

تلنه له II و IV ته

لړترلږه

یو صفرځای



پنځم:

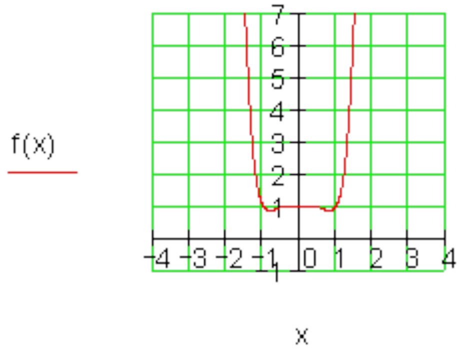
$f(x) = x^6 - x^4 + 1$

محور سیمتري

تلنه له II و I ته

زیات له زیاته

شپږ صفرځایونه



(c) ketabton.com: The Digital Library

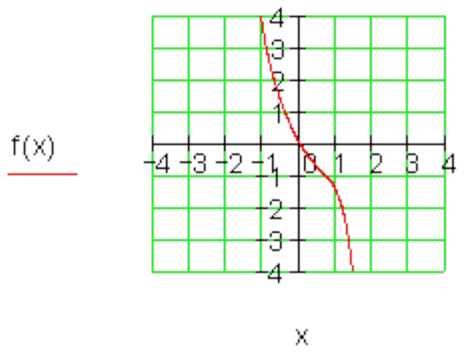
شپږم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^5 + x^2 - 2x$$

سیمتري نه شته

تلنه له II و IV ته

لړترلږه یو صفرځای



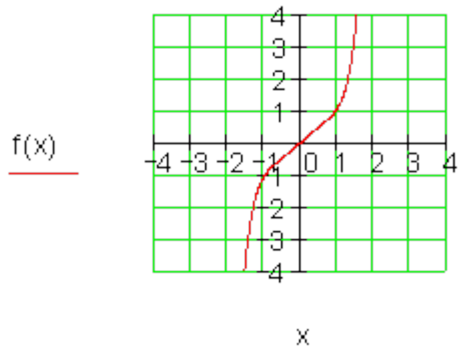
اووم:

$$f(x) = \frac{1}{10}x^7 + \frac{1}{8}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x$$

تکی سیومتري

تلنه له III و I ته

لږترلږ هیو صفرځای



اتم:

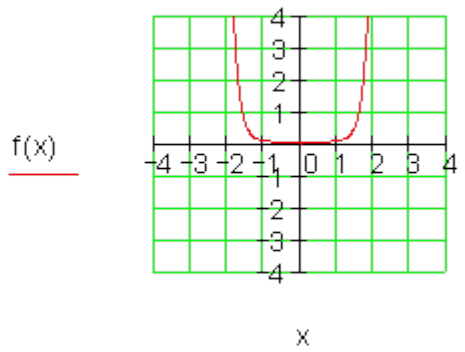
$$f(x) = \frac{1}{100}x^{10} - \frac{1}{50}x^6 + \frac{1}{10}x^2$$

محوسیمتري

تلنه له II و I ته

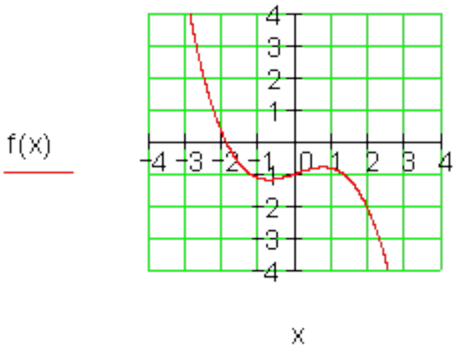
زیات له زیاته

لس صفرځایونه

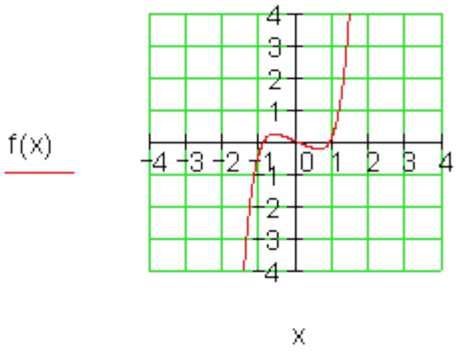


(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{5}x - 1$ سیمتري نه شته تلنه له II و IVته لرترلږه یو صفرځای	

لسم:

$f(x) = \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{2}x$ تکی سیمتري تلنه له III و I ته لرترلږه یو صفرځای	

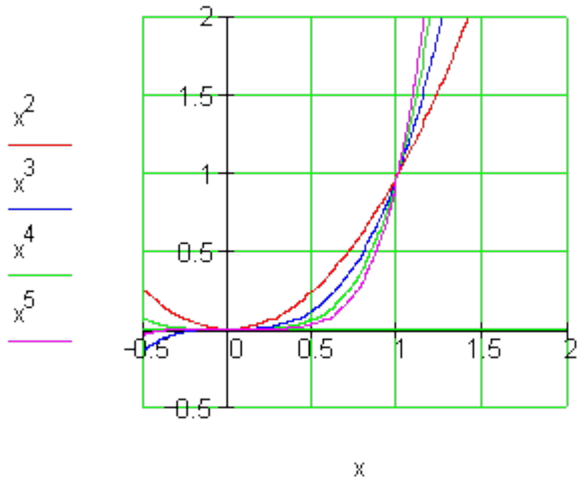
پوښتني

تول نسبتي- یا راشنل توابعا

د توانتوابعو خویونه

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ترخنک په 1 . څلورمه کې گراف تر څیرني لاندې ونیسی د x ارزښتونو لپاره د 0 او 1 ترمنځ دجګو درجو یو د توان تابع گراف پروت دی د یوه توان تابع د گراف لاندې یا کښته د ټیټې درجې. د1 < x لپاره دا ټیک په ختې – یا برعکس کېدونکې دي. د دې حالت لپاره لایل راوړی.	

دویم – د دریمي درجي توان تابع کراف دي په دوه واحده کیني لور ته او ترلی په دري واحده پورته لور ته و کښل شي.

د دې راکښل شوې تابع مساوات لپاره دې د تابع مساوات ورکړ شي.

دریم –

د څلورمي درجي توان تابع گراف دي په درې واحده ښیٔ لور ته او پسي ترلی دي په دوه ضریبه وغزول شي.

الف – د راکشل شوي گراف لپاره تابع مساوات ورکړی

ب – وښایی، چې گراف نه محور – او نه ټکی سیومتریک دی.

څلورم – په کوم توان تابع $f(x) = x^n$ کې ټکی په گراف اړه لري؟

د دې توان توابعو مساوات ورکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P(-3\,|\,-27)$ ب - $P(-2\,|\,16)$ پ - $P(0,5\,|\,0,25)$ ت - $P\left(\frac{1}{3}\,\middle|\,\frac{1}{27}\right)$

ټ - $P(0,1\,|\,0,0001)$ ث - $P(-1\,|\,1)$ ج - $P(-2\,|\,8)$ چ - $P\left(\frac{3}{4}\,\middle|\,\frac{81}{256}\right)$

پنځم –

د لاندې توان توابعو سیومتري او د ګراف تلنه وټاکی او د هر یوه ارزښتډېری(ارزښتستې) او درجه ورکړې.

الف - $f(x) = 4x^3$ ب - $f(x) = -160x^2$ پ - $f(x) = -1500x$

ت - $f(x) = \sqrt{2}\cdot x^6$ ټ- $f(x) = 5$ ث - $f(x) = -25x^5$

شپږم –

لاندې تابع مساوات د پولینوم په بڼه انځور کړی.

هر ځل یې درجه ورکړی.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 4x^3$ ب- $f(x) = 4(x+5)^3 + (x-2)(x+2)$

پ- $f(x) = 2x^3 - (x-1)^2$ ت - $f(x) = (x-4)(x+1)^2$

ټ - $f(x) = \left(x^2-4\right)\left(x^3-x^2+4\right)$ ث - $f(x) = \frac{x-5}{8}(x-2) + \frac{3}{4}x^2$

اوم -

دلیل راړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ناجوړه(طاق) درجې ټولراشنل تابع ګراف دx محور لږ ترلږه په یوه ځل غوڅوي.

دا هلته هم باور لري که درجه جوړه یا جفتوي؟

ځوابونه:

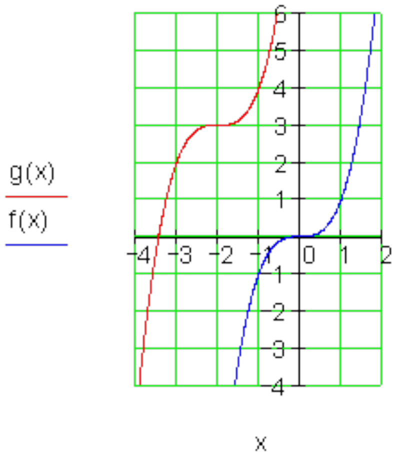
د توان تابع خویونه

نتیجې او ځني مفصل حلونه:

لومړی نتیجه :

که یو عدد چې له ۱ کوچنی وي له خپل ځان سره ضرب شي، نو نتیجه یې تل کوچنی کیږي.

که یو عدد د یوه عدد سره چې له ۱ لوی وي ضرب شي، نو نتیجه یې تل لوییږي

دویم:	وتون تابع: $f(x)=x^3$
	$f_1(x)=(x+2)^3$ په ددرې واحده پورته لورته راکښنه. $g(x)=(x+2)^3+3$ نوی تابع مساوات: $g(x)=x^3+6x^2+12x+11$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

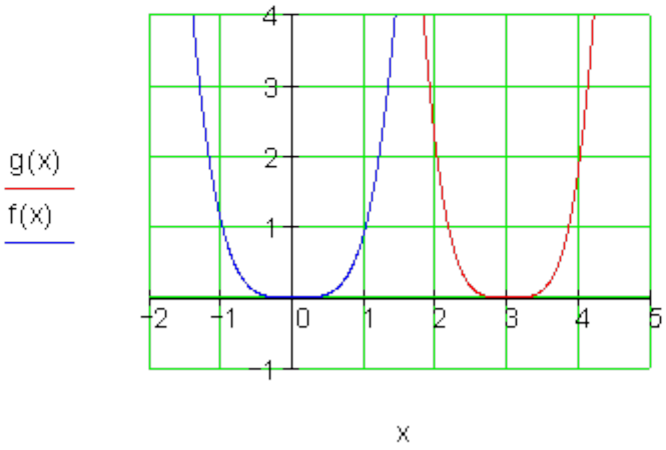
الف - وتونتابع: $f(x) = x^4$

په دري واحده ښي لورته راکښنه: $f_1(x) = (x-3)^4$

په ۲ ضریب غزونه: $g(x) = 2(x-3)^4$

نوی تابع مساوات:

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$



ب – محورسیومتریک: g(-x)=g(x)

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$

$$g(-x) = 2(-x)^4 - 24(-x)^3 + 108(-x)^2 - 216(-x) + 162$$
$$= 2x^4 + 24x^3 + 108x^2 + 216x + 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq g(x)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راوړنه: ګراف محور سیومتریک نه دی.

ټکی سیومتریک: g(-x)=-g(x) (g(-x) پورته دې وکتل شي).

$$-g(x) = -2x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 216x - 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq -g(x)$$

لاس ته راوړنه: ګراف ټکی سیومتریک نه دی.ځلورم:

الف - P(-3|-27) د $f(x)=x^3$ په ګراف پروت دی.، ځکه چې $f(-3)=(-3)^3=-27$

ب – P(-2|16) د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(-2) = (-2)^4 = 16$

پ – P(0,5|0,25) د $f(x)=x^2$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,5)=0,25$

ت – $P\left(\frac{1}{3} \middle| \frac{1}{27}\right)$ د $f(x) = x^3$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

ټ – P(0,1|0,0001) د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,1)=0,0001$

ث – P(-1|1) د $f(x) = x^n$ په ګراف پروت دی، د جوړه n سره

ج – P(-2|8) توان تابع نه شته، چې ګراف یې په دې ټکي کې وځغلي، ځکه چې $(-2)^3 = -8$

چ – $P\left(\frac{3}{4} \middle| \frac{81}{256}\right)$ د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{81}{256}$

پنځم - نتیجه:

د الماني پښتو: ټکی سیومتریک، محور سیومتریک

الف - $f(x) = 4x^3$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 3$ $III \to I$

ب - $f(x) = -160x^2$ محور سیومتریک $W = \mathbb{R}_-\,;\, n = 2$ $II \to IV$

پ - $f(x) = -1500x$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 1$ $II \to I$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ محور سیومتریک $W=\mathbb{R}^+ ; n=6$ $II\to I$

ټ - $f(x)=5$ محور سیومتریک $W=\{5\} ; n=0$ $II\to I$

ث - $f(x)=-25x^5$ ټکی سیومتریک $W=\mathbb{R} ; n=5$ $II\to IV$

شپږم - نتیجي:د الماني پښتو: درجه

الف - $f(x)=(x-2)^2-4x^3=-4x^3+x^2-4x+4$

دریمه درجه n=3

ب - $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)=4x^3+61x^2+300x+496$

دریمه درجه n=3

پ - $f(x)=2x^3-(x-1)^2=2x^3-x^2+2x-1$ دریمه درجه n=3

ت - $f(x)=(x-4)(x+1)^2=x^3-2x^2-7x-4$ دریمه درجه n=3

ټ - $f(x)=\left(x^2-4\right)\left(x^3-x^2+4\right)=x^5-x^4-4x^3+16$ پنځمه درجه n=5

ث - $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2=\frac{7}{8}x^2-\frac{7}{8}x+\frac{5}{4}$ دویمه درجه n=2

اوم – مفصل ځواب:
د یو ناجوړه درجي ټولراشنل تابع ګراف له III و I ته یا له II و IV ته ځغلی(ځي). له دي سره په هرحالت د x محور لږ ترلږه یو ځل غوځیږي(لږ ترلږه یو صفرځای)
د یوه جوړه درجي ټولراسنل تابع د ګراف تلنه له II وI ته یا له III و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په اړیینه توګه د x محور نه غوځیږي (صفرځای نه شته)

پوښتني

ټول راشنل توابع II

(c) ketabton.com: The Digital Library

سیومتری او تلنه

لومړی – و ښېږی، چې ایا f(x) یو ټولراشنل تابع دی. په ورکړشوي حالت کې د تابع ګراف، درجه او د ضریبونو $a_0; a_1; a_2; \dots an$ ارزښتونه ورکړی.

الف - $f(x)=2$ ب - $f(x)=4x$ پ - $f(x)=2^x$ ت - $f(x)=\frac{x^3-4x}{8}$

ټ - $f(x)=\sqrt{3}x^4$ ث - $f(x)=\frac{1}{x}$ ج - $f(x)=\sqrt{x}$ چ - $f(x)=\left(x-\sqrt{3}\right)^2$

ح - $f(x)=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)$ خ - $f(x)=16x^3-2x^2+5x^2-4$

دویم – د لاندې ټولراشنل توابعو څخه کوم یې محور سیومتریک او کوم یې ټکی سیومتریک دي؟

الف - $f(x)=x^4-6x^2+5$ ب - $f(x)=x^3+3x+1$ پ - $f(x)=(x-2)(x+2)$

ت - $f(x)=x^6-6x^2+\sqrt{3}$ ټ - $f(x)=(x-2)^3(x-1)$ ث - $f(x)=x^4-\sqrt{5}x^2$

ج - $f(x)=\left(2x^4+2x^2+5\right)x$ چ - $f(x)=\left(x^2-2x+3\right)(x+1)(x-1)$

ح - $f(x)=1-3x^2+x^6$

دریم – د c متحوله داسی وټاکی، چې د تابع ګراف ټکی سیومتریک او همداسې محورسیومتریک شي.

الف - $f(x)=x^3+4x+c$ ب - $f(x)=(x-c)(x+4)$ پ - $f(x)=x^5+x^c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$ ټ - $f(x)=c+x^3$ ث - $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

څلورم : د لاندې توابعو د ګراف تلنه معلومه کړئ.

الف - $f(x)=2x^5-6x^3$ ب - $f(x)=-4x^4+3$ پ - $f(x)=2x-5$

ت - $f(x)=-2x^2$ ټ - $f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$ ث - $f(x)=-6x+3$

ج - $f(x)=4x^4+3x^3-6x^5$ چ - $f(x)=-2x^5+6x^3$

پنځم - د لاندې توابعو د ګراف تلنه او سیومتري ورکړئ.

الف - $f(x)=\sqrt{3}x^2-\sqrt{5}x^4-2$ ب - $f(x)=x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(8-\frac{1}{2}x\right)$

پ - $f(x)=5x^6-4x^4+5$ ت - $f(x)=x^5+x^3-2x$

ټ - $f(x)=5$ ث - $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(x^2+6x+9\right)$

ج - $f(x)=x^5+4x^4+4x^3$ چ - $f(x)=\left(4x^2-4\right)\left(x^3+8x^2+16x\right)\left(x^3+27\right)$

ح - $f(x)=-3$ خ - $f(x)=-x^5+x^3-2$

شپږم : د لاندې تابعو صفرځیونه وشمیرئ:

الف - $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$ ب - $f(x)=(x-4)(-x+2)$

پ - $f(x)=x(x+5)^2$ ت - $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

ټ - $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$ ث - $f(x)=x^3-2x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

د ټولراشنل توابعوو سیومتري او تلنه

نتیجې

لومړی –

الف - $f(x)=2 \quad n=0 \quad a_0=2$ ب - $f(x)=4x \quad n=1 \quad a_1=4$

پ - $f(x)=2^x$ ټول راشنل تابع نه دی (اکسپوننسل تابع)

ت - $f(x)=\dfrac{x^3-4x}{8}=\dfrac{1}{8}x^3-\dfrac{1}{2}x \quad n=3 \quad a_3=\dfrac{1}{8} \quad a_1=\dfrac{1}{2}$

ټ - $f(x)=\sqrt{3}x^4 \quad n=4 \quad a_4=\sqrt{3}$

ث – $f(x)=\dfrac{1}{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (مات یا کسري راشنلتابع)

ج – $f(x)=\sqrt{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (ریښه تابع)

چ -

$f(x)=\left(x-\sqrt{3}\right)^2=x^2-2\cdot\sqrt{3}x+3 \quad n=2 \quad a_2=1 \quad a_1=-2\cdot\sqrt{3} \quad a_0=3$

ح - $f(x)=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)=x^2-2 \quad n=2 \quad a_2=1 \quad a_0=-2$

خ -

$f(x)=16x^3-2x^2+5x^2-4=16x^3+3x^2-4 \quad n=3 \quad a_3=16 \quad a_2=3 \quad a_0=-4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم : نتيجې:

الف – $f(x)=x^4-6x^2+5$ محور سيومتريک، n جوړه.

ب – $f(x)=x^3+3x+1$ سيومتري نه شته

پ – $f(x)=(x-2)(x+2)=x^2-4$ محور سيموتريک n جوړه.

ت - $f(x)=x^6-6x^2+\sqrt{3}$ محورسيومتيک n جوړه

ټ - $f(x)=(x-2)^3(x-1)=x^4-7x^3+18x^2-20x+8$ سيومتري نه شته

ث - $f(x)=x^4-\sqrt{5}x^2$ مورسيومترى n جوړه

ج - $f(x)=(2x^4+2x^2+5)x=2x^5+2x^3+5x$ ټکی سيومترى n ناجوړه يا طاق.

چ - $f(x)=(x^2-2x+3)(x+1)(x-1)=x^4-2x^3+2x^2+2x-3$ سيومتري نه شته

ح - $f(x)=1-3x^2+x^6=x^6-3x^2+1$ محورسيومتريک nجوړه.

دريم : نتيجې : الف - $f(x)=x^3+4x+c$

$c=0$ $f(x)=x^3+4x+c$ د ټکي سيومتري لپاره c=0 . ب - $f(x)=(x-c)(x+4)$

$f(x)=(x-c)(x+4)=x^2+4x-cx+4c$ د محور سيومترى لپاره c=4

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = x^5 + x^c$

c ناجوړه یا طاق د ټکي سیومتري لپاره. $f(x) = x^5 + x^c$

ت - $f(x) = x^3\left(x^2 - cx\right)$

د ټکي سیومتری پاره c=0 . $f(x) = x^3\left(x^2 - cx\right) = x^5 - cx^4$

ټ – $f(x) = c + x^3$

د ټکي سیومتری لپاره c= 0 $f(x) = c + x^3$

ث - $f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$

د ټکي سی,متري لپاره c=-1. $f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$

څلورم – ښوونه:

الف - $f(x) = 2x^5 - 6x^3$

له III و I ته $f(x) = 2x^5 - 6x^3$

ب - $f(x) = -4x^4 + 3$

له III و IV ته $f(x) = -4x^4 + 3$

پ - $f(x) = 2x - 5$

له III وا ته $f(x) = 2x - 5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = -2x^2$

$f(x) = -2x^2$ له III و IV ته

ټ - $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ث - $f(x) = -6x + 3$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ج - $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^5$

$f(x) = -6x^5 + 4x^4 + 3x^3$ له II و IV ته

چ - $f(x) = -2x^5 + 6x^3$

$f(x) = -2x^5 + 6x^3$ له II و IV ته

پنځم - نتیجې: الف - $f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2$

$f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2 = -\sqrt{5}x^4 + \sqrt{3}x^2 - 2$ محور سیومتري له III و IV ته

ب - $f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right)$

$f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{31}{4}x^2 + 4x$ سیومتري نه شته له II و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$

$f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$ محور سیومتري له II و I ته

ت - $f(x) = x^5 + x^3 - 2x$

$f(x) = x^5 + x^3 - 2x$ تکی سیومتریم له III و I ته

ټ - $f(x) = 5$

$f(x) = 5$ محور سیومتري له II و I ته

ث - $f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9)$

$f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9) = x^4 + 6x^3 - 16x^2 - 150x - 225$ سیومتري نه شته له II و I ته

ج - $f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$

$f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$ سیومتري نه شته له III و I ته

چ - $f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$

$$f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$$
$$= 4x^8 + 32x^7 + 60x^6 + 76x^5 + 800x^4 + 1620x^3 - 864x^2 - 1728x$$
سیومتري نه شته له II و I ته

ح - $f(x) = -3$ ، $f(x) = -3$ محور سیومتري له III و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $f(x) = -x^5 + x^3 - 2$ ، $f(x) = -x^5 + x^3 - 2$ سیومتري نه شته له II و IV ته

شپږم : نتيجې:

الف - $f(x) = (x-4)(x-2)(x+1)$

$$f(x) = (x-4)(x-2)(x+1) \Rightarrow P_{x_1}(4|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-1|0)$$

ب - $f(x) = (x-4)(-x+2) \Rightarrow P_{x_1}(4|0); P_{x_2}(2|0)$

پ - $f(x) = x(x+5)^2 = x(x+5)(x+5) \Rightarrow P_{x_1}(0|0); P_{x_{2/3}}(-5|0)$

ت - $f(x) = 3(x-4)^3(x+2)$

$$f(x) = 3(x-4)^3(x+2) = (x-4)(x-4)(x-4)(x+2)$$

$$\Rightarrow P_{x_{1/2/3}}(4|0); P_{x_4}(-2|0)$$

ټ - $f(x) = (2x-4)(x+3)x^3$

$$f(x) = (2x-4)(x+3)x^3 \Rightarrow P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-3|0); P_{x_{3/4/5}}(0|0)$$

ث - $f(x) = x^3 - 2x^2$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 = x^2(x-2) \Rightarrow P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15-د ټولراشنل توابعو محور غوځښکي (د محور د تقاطع نقطی)

د ټولراسنل توابعو محور غوځښکي (د محور د تقاطع نقطی)

د y محور سره غوځښکی $P_y(0\,|\,y_s)$: $P_y(0\,|\,y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بیلګه : د یا په معنا

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3\cdot 0^4 - 2\cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0\,|\,-3) \text{ oder } P_y(0\,|\,f(0))$$

د P_y د y کواوردینات تل د ضریبونو a_0 سره کټمټ ده.

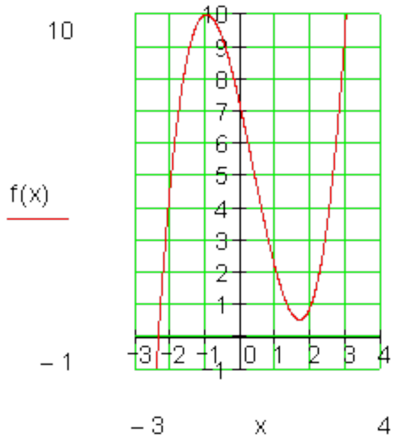
دا تل د تابع مساوات څخه لوستل کېدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوښتکی $P_y(x_s|0)$ صفرځای : شرط: $f(x) = 0$

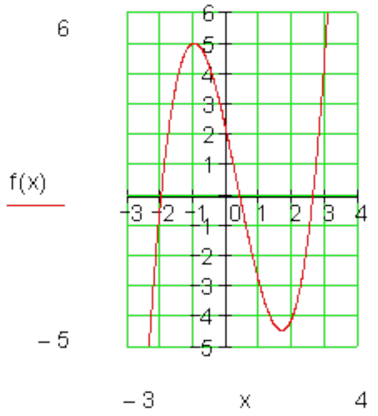
د مربع تابع (د دویمي درجي تولراشنلتابع) خخه بوهیږو، چي دا دوه ، یو ، یا هیڅ صفرځایونه لرودی شي. دا د جګ درجو تول راشنلتابع سره څنګه دی؟

بیلګه:



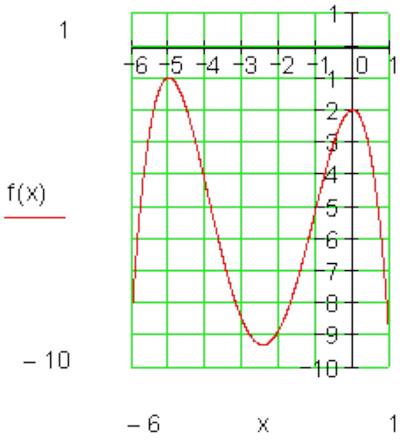
$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7$

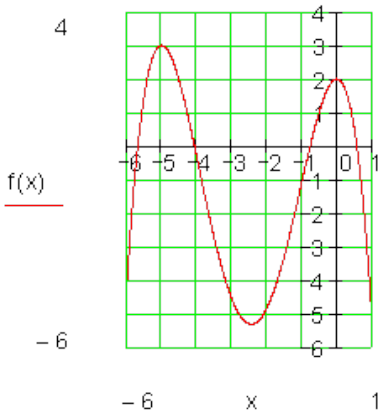
صفرځای نه لري



$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$

درې صفرځایونه لري





(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x - 2$ د صفرځای نه شتون	$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x + 2$ څلور صفرځایونه لري.

جمله:

یو د n -مې درجې ټولراشنل تابع زیات له زیاته n صفرځایونه لري.

کهn جوړه وي، نو دا لږترلږه یو صفرځای لري.

د صفرځایونو شمیرنې لار(تګلار)

د فکتوري کونو یا صریبونو تګلار: $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$

فاکتور x له نوکانو راوتلی شي.

$$\Leftrightarrow x\left(2x^2 - 2x - 4\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

او په نوکانو کې افاده یا وییڼه صفر دی.

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

مربع مساوات دی.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه :

$$x_1 = 0;\ x_2 = 2;\ x_3 = -1$$

د x محور سره غوځتکی

$$P_{x1}(0|0);\ P_{x2}(2|0);\ P_{x3}(-1|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{2x(x+1)(x-2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

(پورته) د کرښیز ضریبونو ضرب

د بدلون قانون:

یادونه: په دې معنا چې د یوې اووښتونې یا متحولې لپاره بله متحوله ځا په ځای کوو.

بې مربعیز(بي څلوریز) مساوات $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

بدلون: $x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad p = -13 \quad q = 36$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36 = \frac{169}{4} - \frac{144}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{l} z_1 = \frac{13}{2} + \frac{5}{2} = 9 \\ z_2 = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلون په څټ- یا بیرته ګرځوو:

$$x^2 = z_1 = 9 \mid \sqrt{\ } \qquad x^2 = z_2 = 4 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Rightarrow \ |x| = \sqrt{9} \qquad |x| = \sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \qquad x_3 = 2 \quad x_4 = -2$$

د x محور سره غوڅټکی

$$P_{x1}(3|0); P_{x2}(-3|0); P_{x3}(2|0); P_{x4}(-2|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د کرښيز ضريبونو ضرب

پولينوم وېش:

که د يوه پولينوم صفرځای معلوم وي، نو کړی شو د پولينوم وېش له لارې د پولينوم درجه يه يوه کمه کړو. که دا مو مربع مساوات ته لاربنود کړي يا بوځيو نو ساده دی، چې نور صفرځايونه بيدا کړو. لاندې بېلګې دې د پولينوم وېش روښانه کړي.

د بيلګې په توګه د دريمې درجې ټولراشنل تابع صفرځايونه معلوم دي، نو کيدی شي چې د تابع مساوات د کرښيزو ضريبونوپه څېر وليکلی شو:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - \bar{x}_3)$$

چيرته چې $x_1; x_2; x_3$ صفرځايونه دي.

موږ اوس په څرګنده توکه تابع تر څیړنې لاندې نيسو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

چيرته چې $x1=2$ يو صفرځای دی، ځکه چې

$$f(2) = 2^3 - 2^2 - 5\cdot 2 + 6 = 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

له دې سره له دې سره کېدی شي د تابع مساوات د $x1=2$ صفرځآی لاندې (له املہ) په پام کې ونيسو او لکه چې لاس ته راځي و ليکو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\ldots\ldots\ldots)(x-2)$$

د صفرځای ټاکلو لپاره ایښوونه : $f(x)= 0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$

دا افاده $x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$ څېړو

د نوکانو افادې یا ویینې $(\ldots)$ټاکو

دواړه لورې په $(x-2)$وېشو

$$(x^3-x^2-5x+6) :(x-2)=(\ldots)$$

په دې توګه د نوکانو افاده $(\ldots)$لاس ته راځي.

وېش د ليکنيز وېش قانون سره سم مخ ته بيايو

$$\begin{array}{l}
(x^3 - x^2 - 5x + 6) : (x-2) = x^2 + x - 3 \\
\underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
\quad x^2 - 5x \\
\quad \underline{-(x^2 - 2x)} \\
\qquad -3x + 6 \\
\qquad \underline{-(-3x + 6)}
\end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نوکانو افاده (…) اوسx^2+x-3 بڼه لري

له دې لاس ته راځي د صفرځای ټاکنو لپاره ايښوونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=(x^2+x-3)(x-2)=0$$

نو دا مربع مساوات x^2+x-3 اوس حل کوو.

دا د p-q- فرمول سره ځوابوو:

$$p=1;\ q=-3 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}} \\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}} \end{array}\right.$$

صفرځايونه:

$$x_1=2;\ x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}};\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}$$

د x محور سره غوڅېکي:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

تابع مساوات:

$$f(x)=(x-2)\left(x+\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\right) \Leftrightarrow f(x)=x^3-x^2-5x+6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شيما Horner- Schema

د پولينوم وېشني پر ځای کيدی شي د تولراشنل تابع درجه د هورنر شيما له لارې هم کمه شي.
موږ د هورنر شيما څيرو:

موږ بيرته تابع ترڅيرني لاندې نيسو

$f(x)=x^3-x^2-5x+6$

چيرته چي $x_1=2$يو صفرځای دی.

د $f(x)=x^3-x^2-5x+6$ لپاره د هورن شيما د $x_1=2$ سره

په دريمه ليکه کې درې عددونه د وېش نتيجو لپاره هم د پاتې پولينوم ضريبونه بللکيږي. $f(x) = \underbrace{(x-2)}_{\text{Linearfaktor}}\underbrace{(1\cdot x^2+1\cdot x-3)}_{\text{Restpolynom}}$ پاتې پولينوم کرښيز ضريب	موخه د ضريب (x-2) له نوکانو وتنه ده. $\begin{array}{r\|rrrr} & 1 & -1 & -5 & 6 \\ x=2 \downarrow & & 2 & 2 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}$

د f (x) د نورو صفرځايونو لپاره د پاتې يا باقي پولينوم صفرځايونه شميرو. دا د اړونده مربع مساوات د حل له لارې کيږي.

نتيجه يې د لاندې پولينوم وېش بيلګې سره وګورۍ.

بيلګه:

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 - x - 4$ چيرته چي $x_1 = -2$ يو صفرځای دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باقي يا پاتي پولينوم: $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2$ $f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2\right)$ د مربع مساوت حل $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2=0$ له دي لاس ته راځي او معكوس: x2=2 او x3=-4	$\begin{array}{r\|rrrr} & \frac{1}{4} & 1 & -1 & -4 \\ x=-2 & \downarrow & -\frac{1}{2} & -1 & 4 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{array}$

بيلګه:

$f(x)=-x^3+7x-6=-x^3+0\cdot x^2+7x-6$ چيرته چي $x_1=1$ يو صفرځاى دى

باقي پولينوم:-1.x-1.x+6 f(x)=(x-1)(.x²-x+6) د مربعيز مساوات حل: .x²-x+6له دي لاس تره اوپه ځنې يا برعكس x2=2 او x3=-3	$\begin{array}{r\|rrrr} & -1 & 0 & 7 & -6 \\ x=1 & \downarrow & -1 & -1 & 6 \\ \hline & -1 & -1 & 6 & 0 \end{array}$

لكه بيلګه چي ښايي، د هورن شيما سره د پاتي پولينوم ټاكنه ساده ده نسبت د پولينوم وېش ته.

دا تولي پورته تللارې مو د مربع مساوات حل ته لاربنودوي. كه دا ونه توانيږو، نو د نومريكي تللارو څخه كار اخستل كيږي، چي دا دلته نه څيړل كيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه: د پولینوم وېش...

د لندې ترمونو لپاره د پولینوم وېش وکاروئ:

لومړی - $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)$ دیم - $\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)$

دریم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)$ څلورم - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)$

پنځم - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)$ شپږم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)$

اوم - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)$ اتم - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x+3)$

نهم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)$ لسم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)$

ځوابونه

ټولراشنل تابع **III** (پولینوموېش)

نتیجې او مفصل ځوابونه

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$

$$\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)=2x^2+6x+4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)=3x^2+6x-9$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$

$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$

$$\underline{-\left(x^3+x^2\right)}$$

$$x^2-5x$$

$$\underline{-\left(x^2+x\right)}$$

$$-6x-6$$

$$\underline{-(-6x-6)}$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(2x^3 \qquad -14x-12\right):\left(x-3\right)=2x^2+6x+4$$

$$\underline{-\left(2x^3-6x^2\right)}$$

$$6x^2-14x$$

$$\underline{-\left(6x^2-18x\right)}$$

$$4x-12$$

$$\underline{-\left(4x-12\right)}$$

دريم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):\left(x-7\right)=3x^2+6x-9$$

$$\underline{-\left(3x^3-21x^2\right)}$$

$$6x^2-51x$$

$$\underline{-\left(6x^2-42x\right)}$$

$$-9x+63$$

$$\underline{-\left(-9x+63\right)}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):\left(x+2\right)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$

$$\underline{-\left(\frac{1}{2}x^3+x^2\right)}$$

$$-\frac{5}{2}x^2-2x$$

$$\underline{-\left(-\frac{5}{2}x^2-5x\right)}$$

$$3x+6$$

$$\underline{-\left(3x+6\right)}$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$

$$\underline{-\left(x^3+2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2+5x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2+7x\right)}$$

$$-2x-4$$

$$\underline{-(-2x-4)}$$

شپږم:

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-\frac{14}{2}x\right)}$$

$$\frac{3}{2}x-3$$

$$\underline{-\left(\frac{3}{2}x-3\right)}$$

اوم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-3x^2\right)}$$

$$\frac{7}{4}x^2-\frac{23}{4}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{4}x^2-\frac{21}{4}x\right)}$$

$$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)}$$

اتم:

$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$

$$-\frac{14}{3}x^2-\frac{47}{3}x$$

$$\underline{-\left(-\frac{14}{3}x^2-\frac{42}{3}x\right)}$$

$$-\frac{5}{3}x-5$$

$$\underline{-\left(-\frac{5}{3}x-5\right)}$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$
$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$
$$-\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$
$$\underline{-\left(-\frac{3}{2}x^2-\frac{9}{2}x\right)}$$
$$-x-3$$
$$\underline{-\left(-x-3\right)}$$

لسم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$
$$\underline{-\left(3x^3-3x^2\right)}$$
$$-12x^2-51x$$
$$\underline{-\left(-12x^2+12x\right)}$$
$$-63x+63$$
$$\underline{-\left(-63x+63\right)}$$

تمرينونه: د ټول راشنل توابعو صفرځايونه.

تمرين ټولراشنل تابع **IV**

د صفرځايونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

د يوه تاسو ته مناسب قانو له مخې د ټولراشنل توابعو صفرځايونه وټاکی. د x محور سره د ګراف غوڅټکي و ټاکې او د تابع مساوات د کرښيزو ضريبونو د ضرب په څير انځور کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18$ دويم - $f(x)=x^3-4x^2+x+6$

دريم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1$ څلورم - $f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216$

پنځم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{4}x+3$ شپږم - $f(x)=-\frac{3}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x$

اوم - $f(x)=3x^4-3$ اتم - $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2$

نهم - $f(x)=2x^3-4x^2-16x$ لسم - $f(x)=2x^3+4x^2-26x+20$

نتيجې:

د ټولراشنل توابعو تمرين **IV** ته.

د صفرځايونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

لومړی:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18=0 \quad x^2=z$$

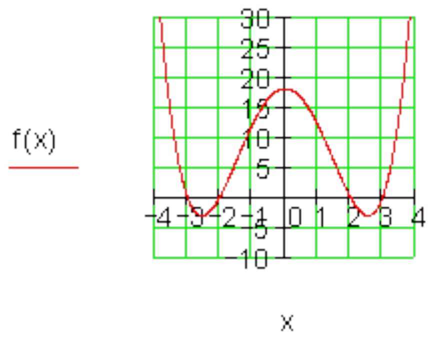
$$\frac{1}{2}z^2-\frac{13}{2}x+18=0 \Leftrightarrow z^2-13z+36=0$$

$$z_1=9\,;\,z_2=4 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 3\,;\,x_{3/4}=\pm 2$$

$$P_{x1}(3|0);\,P_{x2}(-3|0)$$

$$P_{x3}(2|0);\,P_{x4}(-2|0)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-4x^2+x+6=0$$

د اتکل له مخې د صفرځای تاکنه $x1=2$

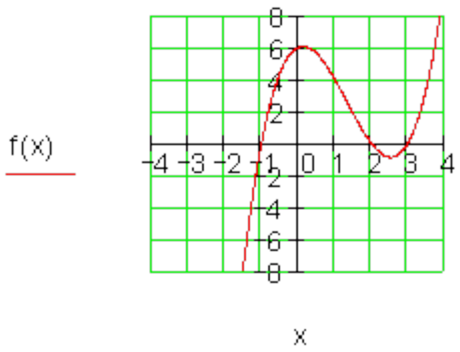
$$(x^3-4x^2+x+6):(x-2)=x^2-2x-3$$

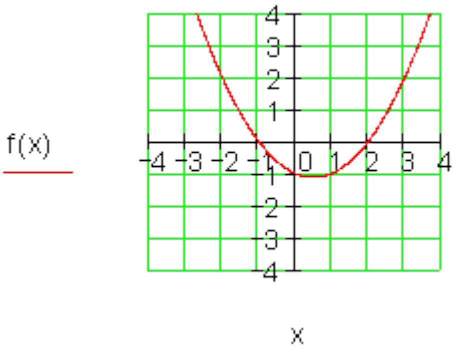
$$p=-2;\ q=-3 \Rightarrow D=4$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_2=1+2=3 \\ x_3=1-2=-1 \end{array}\right.$$

$$P_{x1}(2|0);P_{x2}(3|0);P_{x3}(-1|0)$$

$$f(x)=(x-2)(x-3)(x+1)$$





$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{array}\right.$$

$$P_{x1}(2|0);P_{x2}(-1|0)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)(x+1)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216=0$$

$$x^2=z \Rightarrow -\frac{3}{2}z^2+\frac{75}{2}z-216=0$$

$$\Leftrightarrow z^2-25z+144=0$$

$$z_1=16;\ z_2=9 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 4;\ x_{3/4}=\pm 3$$

$$P_{x1}(4|0);P_{x2}(-4|0)$$

$$P_{x3}(3|0);P_{x4}(-3|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

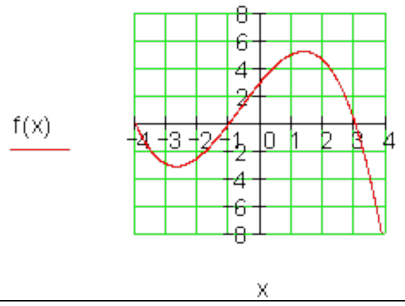
$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-4)(x+4)(x-3)(x+3)$$

بنوونه د هورنر- شيما سره

	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{11}{4}$	3	
$x = 3$	$\downarrow$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{4}$	-3	
	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	-1	0	$= f(3)$

$$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1 = 0$$

پاتي - يا باقي پولينوم



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3 = 0$$

صفرځای توکلي نيسو x1=3

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3\right) : (x-3)$$

$$= -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1$$

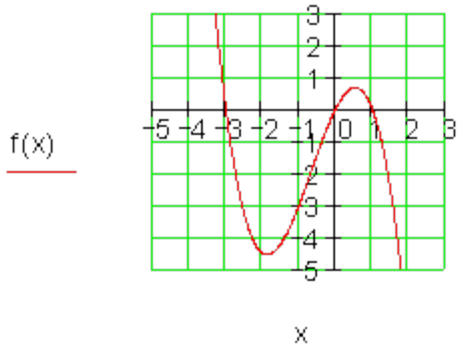
$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$p = 5;\ q = 4 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1 \\ x_3 = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = -4 \end{array}\right.$$

$$P_{x1}(3|0);\ P_{x2}(-1|0);\ P_{x3}(-4|0)$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)(x+1)(x+4)$$



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x = 0$$

x له نوکانو وباسو

$$x\left(-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$p = 2;\ q = -3 \Rightarrow D = 4$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = -1 + 2 = 1 \\ x_3 = -1 - 2 = -3 \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{x1}(0|0);P_{x2}(1|0);P_{x3}(-3|0)$$

$$f(x)=-\frac{3}{4}x(x-1)(x+3)$$

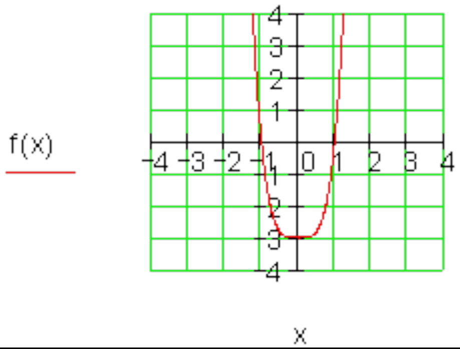
$$f(x)=0\Leftrightarrow 3x^4-3=0$$

$$x^2=z$$

$$3z^2-3=0\Leftrightarrow z^2-1=0$$

$$z_1=1;z_2=-1\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 1$$

$$P_{x1}(1|0);P_{x2}(-1|0)$$



$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2=0$$

د صفرځای اټکلونه x1=1

$$\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2\right):(x-1)$$

$$=\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{3}x+2$$

$$x^2+5x+6=0$$

$$p=5;q=6\Rightarrow D=\frac{1}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_2=-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=-2\\ x_3=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=-3\end{array}\right.$$

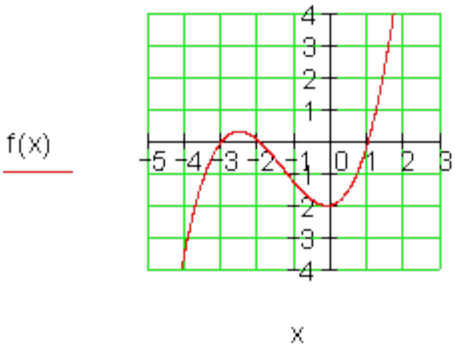
$$P_{x1}(1|0);P_{x2}(-2|0);P_{x3}(-3|0)$$

$$f(x)=\frac{1}{3}(x-1)(x+2)(x+3)$$

شوونه د هورنر- شیما سره

	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	-2	
$x=1$	$\downarrow$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	
	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	0	$=f(1)$

پاتي پولينوم $\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{3}x+2=0$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3-4x^2-16x=0$$

x له نوکانو وباسو

$$x\left(2x^2-4x-16\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

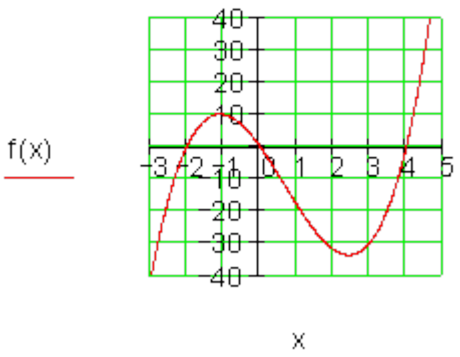
$$2x^2-4x-16=0 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0$$

$$p=-2;\ q=-8 \Rightarrow D=9$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=1+3=4 \\ x_3=1-3=-2 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(0\,|\,0);\ P_{x2}(4\,|\,0);\ P_{x3}(-2\,|\,0)$$

$$f(x)=2x(x-4)(x+2)$$

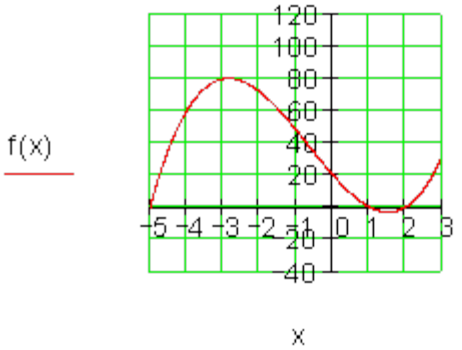


لسم:

بنوونه د هورنر- شيما سره

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 4 & -26 & 20 \\ x=1 & \downarrow & \underline{2} & \underline{6} & \underline{-20} \\ & 2 & 6 & -20 & 0 \end{array} = f(1)$$

2x²+6x-20 پاتي پولينوم



$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3+4x^2-26x+20=0$$

صفرځای د اټکل له مخي x1=1

$$\left(2x^3+4x^2-26x+20\right):(x-1)$$

$$=2x^2+6x-20$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$p=3;\ q=-10 \Rightarrow D=\frac{49}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}=2 \\ x_3=-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}=-5 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(1\,|\,0);\ P_{x2}(2\,|\,0);\ P_{x3}(-5\,|\,0)$$

$$f(x)=2(x-1)(x-2)(x+5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د ټول هوښيار يا راشنل توابعو محورغوځېکي ګرافونه

صفرځايونه وشميرئ او ګرافونه وکاږئ

لومړی: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2$ ب - $f(x) = x^2 - 6x + 9$

پ - $f(x) = \left(x^2 - 25\right)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$ ت - $f(x) = x^6 - x^4$

ټ - $f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x + 3)$ ث - $f(x) = 3\left(x^2 + 4\right)\left(x^2 - 4x + 10\right)$

دويم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ ب - $f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4}$ پ - $f(x) = x^6 - 8x^4 + 20x^2$

دريم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$ ب - $f(x) = x^3 - 12x + 16$

پ - $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$ ت - $f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20$

ټ - $f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}$ ث - $f(x) = -3x^3 + 3x^2 - 3x + 3$

ج - $f(x) = -5x^3 - 10x^2 - \frac{5}{2}x - 5$ چ - $f(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12$ ب - $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2$

پ - $f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24$ ت - $f(x) = \left(x^2 - 6x + 9\right)(x - 4)$

ټ - $f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2$ ث - $f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36$

پنځم: د لاندې ټولراشنل توبعو ګرافونه په یوه مناسب پروتولاړ یا کواودینات سیتم کې وکاږئ. د دې لپاره یو ارزښت جدول واچوئ او محور غوځېکي وټاکئ

الف- $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad D_f = \{x \mid -0,5 \le x \le 4,5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 \quad D_f = \{x \mid -3,5 \le x \le 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2 \quad D_f = \{x \mid -0,2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad D_f = \{x \mid -3 \le x \le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ټ - $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2,5 \le x \le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ث - ج - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x \quad D_f = \{x \mid -0,2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$

شپږم: د لاندې توابعو صفرځایونه وټاکئ او ګراف یې تر شونې پولې پورې ښه وکاږئ. ارزښتجدول کیږدئ او ځنې ارزښتونه د جبشمیري سره وشمیرئ. ځنې صفرځایونه اټکل کړئ او که شوني وي، صفرځایونه وشمیرئ.

الف- $f(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{10}{3}x - 1$ ب - $f(x) = 0,01\left(x^3 - x^2 - x + 1\right)$

پ - $f(x) = 0,1x^3 - 0,3x^2 - 9x - 10$ ت - $f(x) = (x - 1,7)\left(x^2 - 3\right)$

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولراشنل توابعو صفرځايونو شميرنه او د ګراف کښنه

نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجي:

لومړی:

الف-

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2\left(x^2 + 2x + 1\right) = x^2(x+1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2}(0|0); P_{x3/4}(-1|0)$$

ب –

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3) \Rightarrow P_{x1/2}(3|0)$$

پ –

$$f(x) = \left(x^2 - 25\right)\left(\frac{1}{2}x + 4\right) = (x-5)(x+5)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$$
$$\Rightarrow P_{x_1}(5|0); P_{x_2}(-5|0); P_{x_3}(-8|0)$$

ت –

$$f(x) = x^6 - x^4 = x^4\left(x^2 - 1\right) = x^4(x-1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2/3/4}(0|0); P_{x_5}(1|0); P_{x_6}(-1|0)$$

ټ

$$f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x + 3) \Rightarrow P_{x_1}(0|0); P_{x_2}(3|0); P_{x_3}\left(\frac{3}{2}|0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث – د الماني پښتو:

$$f(x) = 3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

$$x^2+4=0 \Leftrightarrow x^2=-4 \Rightarrow$$

حل نه شته

$$x^2-4x+10=0 \Rightarrow p=-4\,;\, q=10$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2-10=4-10<0 \Rightarrow$$

حل نه شته

$$f(x) = 3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

صفرځایونه نه لري

دویم: مصفل حلونه:

الف-

$$f(x)=x^4-6x^2+5 \text{ Substitution } x^2=z \Rightarrow f(z)=z^2-6z+5$$
$$p=-6\,;\, q=5 \Rightarrow D=(-3)^2-5=9-5=4$$
$$z_{1/2}=3\pm 2 \Rightarrow z_1=5 \text{ und } z_2=1$$
$$z_1=5=x^2 \Rightarrow |x|=5 \Rightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{5} \quad z_2=1=x^2 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow x_{3/4}=\pm 1$$
$$P_{x_1}\left(\sqrt{5}\,|\,0\right);P_{x_2}\left(-\sqrt{5}\,|\,0\right);P_{x_3}\left(-1|\,0\right);P_{x_4}\left(1|\,0\right)$$
$$f(x)=\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right)(x+1)(x-1)$$

ب – Keine Lösung حل نه شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4} \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow f(z) = 4z^2 + 6z - \frac{7}{4}$$

$$4z^2 + 6z - \frac{7}{4} = 0 \Leftrightarrow z^2 + \frac{3}{2}z - \frac{7}{16} = 0 \Rightarrow p = \frac{3}{2};\ q = -\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{16} = \frac{9}{16} + \frac{7}{16} = \frac{16}{16} = 1 \Rightarrow z_{1/2} = -\frac{3}{4} \pm 1$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{1}{4};\ z_2 = -\frac{7}{4}$$

$$z_1 = \frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow |x| = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$z_2 = -\frac{7}{4} = x^2 \Rightarrow$ حل نه لري

$$P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right);\ P_{x_2}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)$$

پ –

دريم:

الف- په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو: د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه، پولينوم وېش. او

$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 \Rightarrow 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

raten der 1. Nullstelle: $x_1 = 1$: $1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 2 = 1 + 2 - 1 - 2 = 0$

Polynomdivision: $\left(x^3 + 2x^2 - x - 2\right) : (x - 1) = x^2 + 3x + 2$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow p = 3;\ q = 2 \Rightarrow D = 1{,}5^2 - 2 = 0{,}25$$

$x_{2/3} = -1{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -1{,}5 \pm 0{,}5 \Rightarrow x_2 = -1$ und $x_3 = -2$

$$P_{x_1}(1|0);\ P_{x_2}(-1|0);\ P_{x_3}(-2|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ــ $f(x) = x^3 - 12x + 16 \Rightarrow x^3 - 12x + 16$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه $x_1 = 2$ ، ځکه چې $2^3 - 12 \cdot 2 + 16 = 0$

پولینوم وېش: $(x^3 - 12x + 16) : (x - 2) = x^2 + 2x - 8$

$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow p = 2 ; q = -8 \Rightarrow D = 1^2 + 8 = 9$

، $x_{2/3} = -1 \pm 3 \Rightarrow x_2 = 2$ او $x_3 = -4$

$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-4|0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_3}(-4|0)$

پ ــ $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 = 0$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه،

$x_1 = 2 : 2^4 - 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 4 = 16 - 16 - 12 + 8 + 4 = 0$

پولینوم وېش. $(x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4) : (x - 2) = x^3 - 3x - 2$

$x^3 - 3x - 2 = 0$

د دویم صفرځای له ګومانه ټاکنه $x_2 = -1 : (-1)^3 - 3 \cdot (-1) - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$

، پولینوم وېش $(x^3 - 3x - 2) : (x + 1) = x^2 - x - 2$

$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow p = -1 ; q = -2 \Rightarrow D = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = \frac{9}{4}$

$x_{3/4} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow x_3 = 2$ او. $x_4 = -1$

، $P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-1|0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_{3/4}}(-1|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 \Rightarrow 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 = 0 \,|\, : 2$$
$$\Leftrightarrow x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه: $x_1 = 5 \quad 5^3 - 5\cdot 5^2 - 2\cdot 5 + 10 = 0$

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - 5x^2 - 2x + 10\right) : (x-5) = x^2 - 2$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow |x| = \sqrt{2} \Rightarrow x_2 = \sqrt{2}\,;\, x_3 = -\sqrt{2}$$
$$P_{x_1}(5\,|\,0)\,;\, P_{x_2}\left(-\sqrt{2}\,|\,0\right);\, P_{x_3}\left(\sqrt{2}\,|\,0\right)$$

ټ – $f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} = 0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$$x_1 = 2 \quad 2^4 - \frac{11}{4}\cdot 2^2 - \frac{9}{4}\cdot 2 - \frac{1}{2} = 16 - 11 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}\right) : (x-2) = x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} = 0$$

د دویم صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$$x_2 = -1 \quad (-1)^3 + 2\cdot(-1)^2 + \frac{5}{4}\cdot(-1) + \frac{1}{4} = -1 + 2 - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

پولینوم وېش.: $\left(x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}\right) : (x+1) = x^2 + x + \frac{1}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow x^2+x+\frac{1}{4}=0 \quad p=1;\, q=\frac{1}{4}\Rightarrow D=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow x_{3/4}=-\frac{1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0);\, P_{x_2}(-1|0);\, P_{x_{3/4}}\left(-\frac{1}{2}|0\right)}}$$

ث –

$$f(x)=-3x^3+3x^2-3x+3\Rightarrow -3x^3+3x^2-3x+3=0\,|:(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^3-x^2+x-1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه: $x_1=1 \quad 1^3-1^2+1-1=0$

، پولینوم وېش: $(x^3-x^2+x-1):(x-1)=x^2+1$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+1=0\Leftrightarrow x^2=-1\Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0)}}$

ج –

$$f(x)=-5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5\Rightarrow -5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5=0\,|:(-5)$$
$$\Leftrightarrow x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$x_1=-2 \quad (-2)^3+2\cdot(-2)^2+\frac{1}{2}\cdot(-2)+1=-8+8-1+1=0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1\right):(x+2)=x^2+\frac{1}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل نه شته $\Rightarrow x^2+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{2}\Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-2|0)}}$

چ – $f(x)=x^4+3x^3+5x^2+9x+6 \Rightarrow x^4+3x^3+5x^2+9x+6=0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$x_1=-1 \quad (-1)^4+3\cdot(-1)^3+5\cdot(-1)^2+9\cdot(-1)+6=0$

، پولينوم وېش: $\left(x^4+3x^3+5x^2+9x+6\right):(x+1)=x^3+2x^2+3x+6$

$\Rightarrow x^3+2x^2+3x+6=0$

د دويم صفرځآی له ګومانهټاکنه،:

$x_1=-2 \quad (-2)^4+3\cdot(-2)^3+5\cdot(-2)^2+9\cdot(-2)+6=0$

پولينوم وېش: $\left(x^3+2x^2+3x+6\right):(x+2)=x^2+3$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+3=0 \Leftrightarrow x^2=-3\Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0);P_{x_2}(-2|0)}}$

څلورم:

الف- د الماني: بدلون، او

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12 \Rightarrow -3x^4 + 15x^2 - 12 = 0 ;| (-3)$$
$$\Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0$$
$$\Rightarrow p = -5 ; q = 4 \Rightarrow D = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow z_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = 1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_1 = 2 ; x_2 = -2$$
$$z_2 = 1 = x^2 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x_3 = 1; x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(2|0) ; P_{x_2}(-2|0) ; P_{x_3}(1|0) ; P_{x_4}(-1|0)}}$$

ب – او=und

$$f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 \Rightarrow x^4 - x^3 - 2x^2 = 0$$
$$\Rightarrow x^2\left(x^2 - x - 2\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0 \quad p = -1; q = -2 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 2 = 2,25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2,25} = 1,5$$
$$\Rightarrow x_{3/4} = 0,5 \pm 1,5 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-1|0)}}$$

پ –

$$f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0 | : (-2)$$
$$\Rightarrow x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$(- 24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0 | : (-2)$$
$$)$$
$$: x_1 = 2 \quad 2^3 - 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 8 - 4 - 16 + 12 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - x^2 - 8x + 12\right) : (x-2) = x^2 + x - 6$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad p = 1; q = -6 \Rightarrow D = 0{,}5^2 + 6 = 6{,}25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$$
$$x_{2/3} = -0{,}5 \pm 2{,}5 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ und } x_3 = -3$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(2\,|\,0); P_{x_3}(-3\,|\,0)}}$$

ت –

$$f(x) = \left(x^2 - 6x + 9\right)(x-4) \Rightarrow \left(x^2 - 6x + 9\right)(x-4) = 0$$
$$\Rightarrow (x-4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4$$
$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 9 \Rightarrow D = (-3)^2 - 9 = 0$$
$$\Rightarrow x_{2/3} = 3$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(4\,|\,0); P_{x_{2/3}}(3\,|\,0)}}$$

ټ – په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو:: بدلون، حل نه شته

$$f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2 \Rightarrow x^6 - 3x^4 - 4x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2\left(x^4 - 3x^2 - 4\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z$$
$$\Rightarrow z^2 - 3z - 4 = 0 \quad p = -3; q = -4 \Rightarrow D = (-1{,}5)^2 + 4 = 6{,}25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$$
$$z_{1/2} = 1{,}5 \pm 2{,}5 \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = -1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -2$$
$$z_2 = -1 = x^2 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0\,|\,0); P_{x_3}(2\,|\,0); P_{x_4}(-2\,|\,0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ــ

$$f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36 \Rightarrow x^4 - 25x^2 - 60x - 36 = 0$$

د لومړي صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_1 = -1 \quad (-1)^4 - 25 \cdot (-1)^2 - 60 \cdot (-1) - 36 = 0$$

پولینوموېش:

$$\left(x^4 - 25x^2 - 60x - 36\right) : (x+1) = x^3 - x^2 - 24x - 36$$

د دویم صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_2 = -2 \quad (-2)^3 - (-2)^2 - 24 \cdot (-2) - 36 = 0$$

پولینوموېش:

$$: \left(x^3 - x^2 - 24x - 36\right) : (x+2) = x^2 - 3x - 18$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \quad p = -3 ; q = -18 \Rightarrow D = (-1{,}5)^2 + 18 = 20{,}25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$$
$$x_{3/4} = 1{,}5 \pm 4{,}5 \Rightarrow x_3 = 6 \text{ und } x_4 = -3$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0) ; P_{x_1}(-2|0) ; P_{x_3}(6|0) ; P_{x_4}(-3|0)}}$$

پنځم:
پام: په لاندې پوښتنو کې د الماني پښتو: ارزښتجدول، محور غوڅتکي.
الف ــ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

ارزښتجدول

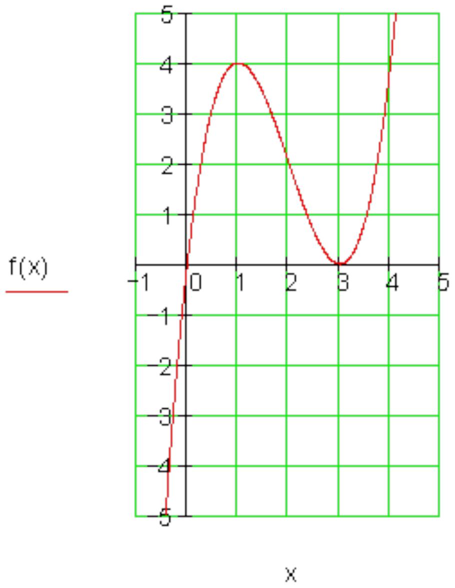
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,63	0
x	3,5	4	4,5	
f(x)	0,88	4	10,13	

محور غوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|0)$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3}(3|0)$



ب –

$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$

ارزښتجدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2	
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	
x	−1,5	−1	−0,5	0	
f(x)	7	4,5	1,25	−2	
x	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

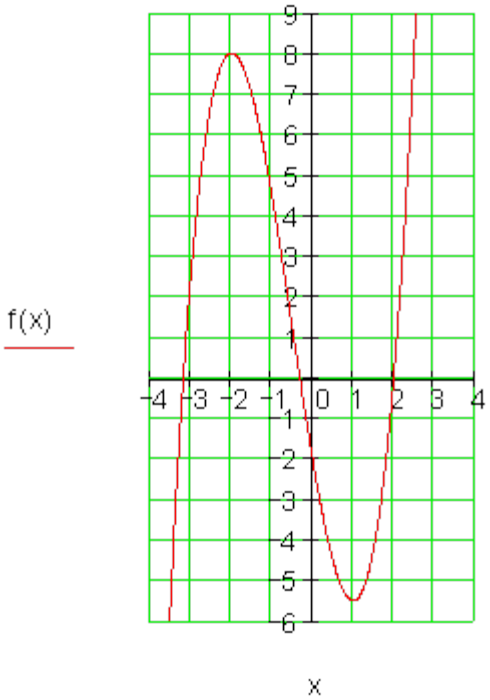
محور غوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -0,31|0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -3,19|0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

ارزښتجدول

x	−0,5	0	0,5	1
f (x)	−8,13	−2	1,13	2
x	1,5	2	2,5	3
f (x)	1,38	0	−1,38	−2
x	3,5	4		−0,2
f (x)	−1,13	2		−4,05

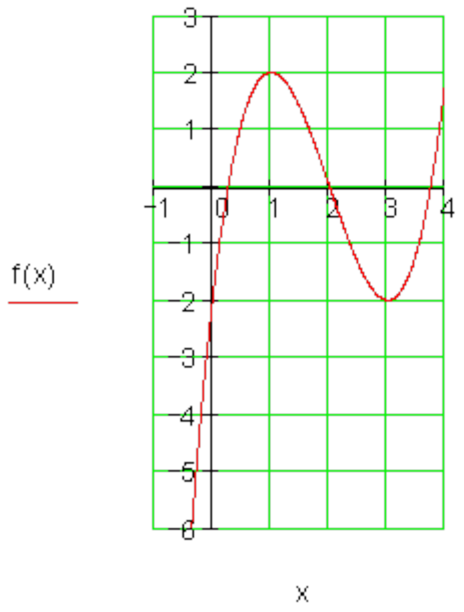
محور غوختكي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(2+\sqrt{3} \approx 3{,}73 | 0\right)$

$P_{x2}\left(2-\sqrt{3} \approx 0{,}27 | 0\right)$



ت –

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

ارزښتجدول

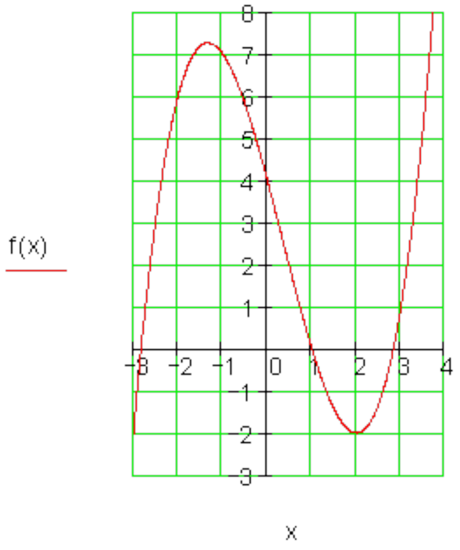
x	−3	−2,5	−2	−1,5
f (x)	−2	3,06	6	7,19
x	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	7	5,81	4	1,94
x	1	1,5	2	2,5
f (x)	0	−1,44	−2	−1,31

محور غوختكي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|4)$

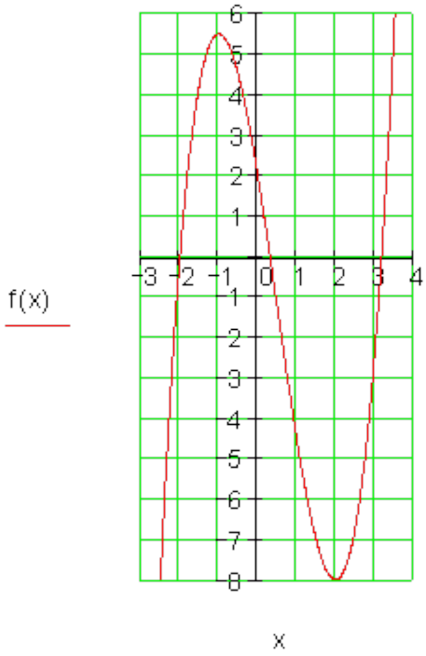
$P_{x1}(1|0)$

$P_{x2/3}\left(\pm 2 \cdot \sqrt{2} \approx \pm 2{,}83 | 0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –



$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

ارزښتجدول

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f (x)	−8	0	4,25	5,5	−8
x	0	0,5	1	1,5	2
f (x)	2	−1,25	−4,5	−7	−8
x	2,5	3	3,5		
f (x)	−6,75	−2,5	5,5		

محورغوښتکي یا نقاط تقاطع محور

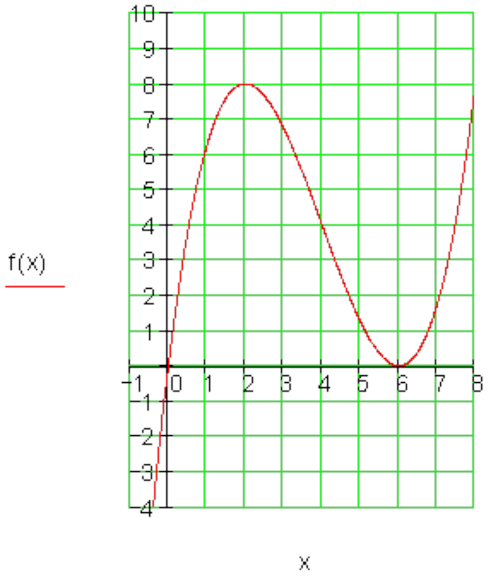
$P_y(0|2)$

$P_{x1}(-2|0)$

$$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 3,19|0\right)$$

$$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 0,31|0\right)$$

ث –



$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f (x)	−5,28	0	3,78	0,25
x	1,5	2	2,5	3
f (x)	7,59	8	7,66	6,75
x	3,5	4	4,5	5
f (x)	5,47	4	2,53	1,25
x	5,5	6	6,5	7
f (x)	0,34	0	0,41	1,75

محورغوښتکی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3}(6\|0)$	

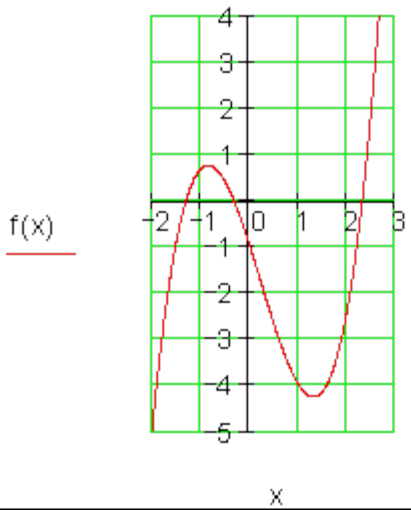
شیړم:

الف-

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−24	−5	$\frac{2}{3}$	−1	−4	$-2\frac{1}{3}$	10

لومړی صفرځای	$-2 < x_1 < -1$
دویم صفرځای	$-1 < x_2 < 0$
دریم صفرځای	$2 < x_3 < 3$

انټروالونه چې د هغو په دننه کې صفرځایونه شتون لري، د توابعو د مختخبنو له لارې میندل کیږي.



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−0,32	−0,09	0	0,01	0	0,03	0,16

ب – 1. Nullstelle: $P_{x1}(-1|0)$ 2. Nullstelle: $P_{x2}(1|0)$

په پورته کې المانیـ صفرځای.

ګومان نږدې دی، چې ګراف د x محور د P_{x2} په ټکي کې لمسوي.

دا ګومان ازماېښتوړ دی.

نیونه یا فرضیه:

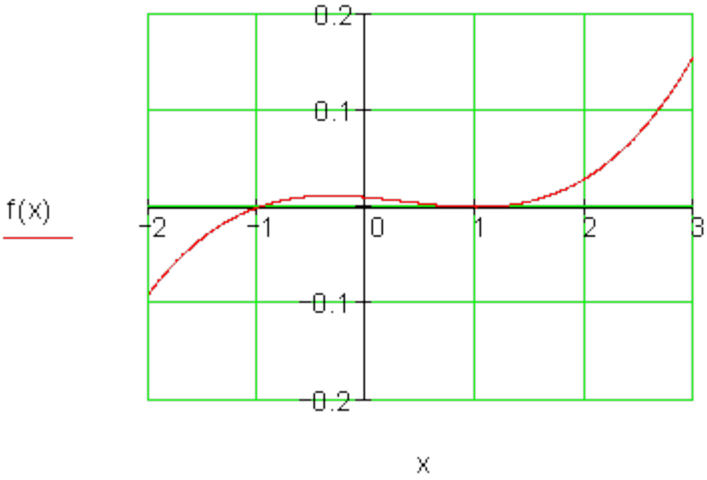
$$f(x) = 0{,}01\underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{doppelte Nullstelle}}(x+1)$$

دبل صفرځایونه

$$= 0{,}01(x-1)^2(x+1) = 0{,}01(x^3 - x^2 - x + 1) \Rightarrow P_{x2/3}(1|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نيونه يا فرضيه تيک وه.

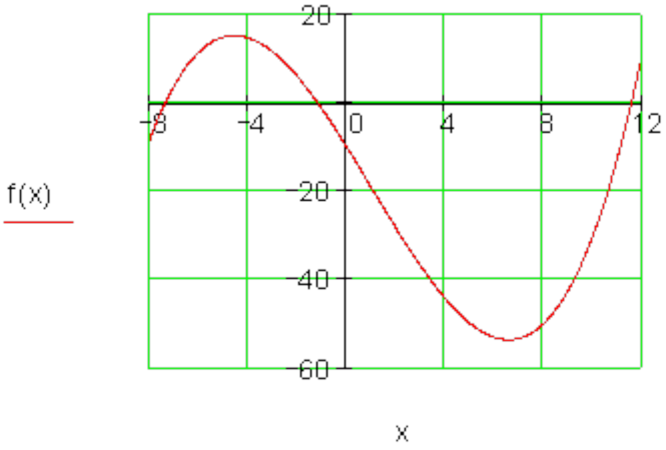


پ –

x	−8	−4	0	4	8	12
f(x)	−8,4	14,8	−10	−44,4	−50	11,6

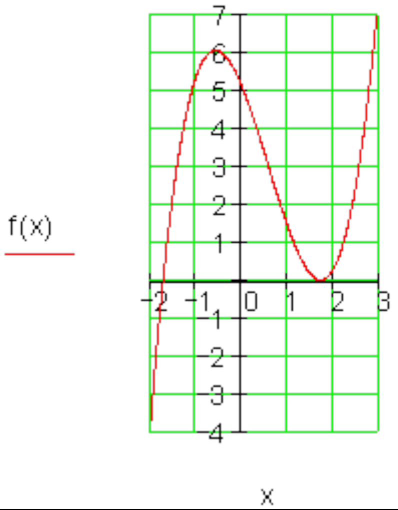
لومړی صفرځای:	$-8 < x_1 < -4$
دويم صفرځای:	$-4 < x_2 < 0$
دريم صفرځای:	$8 < x_3 < 12$

د دې پوښتنې د ځواب لپاره بايد ګرافيکي ور جبشميرونی وکارول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -



$f(x)=(x-1{,}7)\left(x^2-3\right)$

$f(x)=0$

$\Leftrightarrow x-1{,}7=0 \Rightarrow x_1=1{,}7$

$x^2-3=0 \Rightarrow x_2=\sqrt{3}\,;\, x_3=-\sqrt{3}$

$\Rightarrow P_{x1}\left(-\sqrt{3}\,|\,0\right); P_{x2}(1{,}7\,|\,0); P_{x1}\left(\sqrt{3}\,|\,0\right)$

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−3,7	5,4	5,1	1,4	0,3	7,8

له ګرافه نه پيژندل کيږي، چې په انتروال (2 ; 1) کې دوه صفرځايونه شتون لري. دا ټيکه شميرنه بنايي.

محور غوښتکي او د ټولراشنل يا نسبتي توابعو ګرافونهII

لومړی: د درېمي درجي يو ټولهوبنيار يا –راشنل تابع سرچيني سره سيومتريک ده، که

الف- له ټکو $P_1(1|2)$ او $P_2(3|-2)$ څخه تيره شي.

ب- که کرښهg د $g(x)=3x$ سره پارابول په$P(0|0)$ کې لمس کړي.

دويم: تابع $f(x)$ د پيژندورشو يا تعريف ساحې$D=IR$ سره ورکړ شوې ده. تابع$f(x)$ په سيومتري وځيرۍ، صفرځايونه وشميرۍ او ګراف وکاږۍ.

الف – $f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2$ ب – $f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$

پ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$ ت - $f(x)=\frac{1}{48}x^3-x$

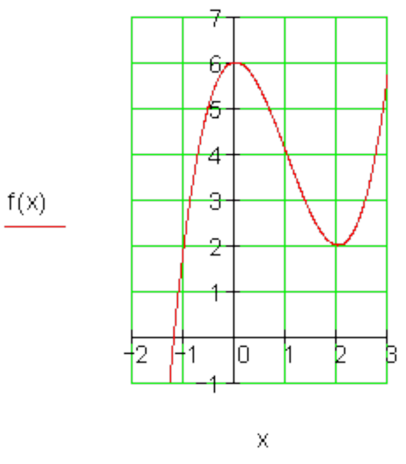
ټ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x$ ث - $f(x)=\frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$

ج - $f(x)=\frac{1}{2}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$ چ = $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2-6x+\frac{9}{2}$

دريم: تابع $f(x)=x^3-3x^2+6\,;\,D=\mathbb{R}$ ورکړشوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - وښايئ: د f(x) صفرځای د (-1 ; -2) ترمنځ پروت دی. مدلل کړی، چې f(x) تيک يو صفرځای لري، دا گراف بايد څنگه راکښل شي، چې له هغي سره دا تيک دوه صفرځايونه ولري؟
ب- کرښه x = u د f(x) گراف په ټکي Q او د x محور په P کې غوڅوي.
د لاندې درېگوډي يا مثلث 0PQ سطحه د u = 2 لپاره وښايئ.
د مثلث د (خوندي) سطحې ترم د u په واکوالي کې د 0 < u لپاره ورکړئ.
g(x) څومره صفرځايونه د g(x)=3.f(x) سره لري؟ دلايل يې راوړئ.



څلورم: تابع $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ ورکړ شوي ده. وښای: x=0,4 يو صفرځای دی.
پسي نور صفرځايونه وشميرئ.

$f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4 \,;\, D = \mathbb{R}$

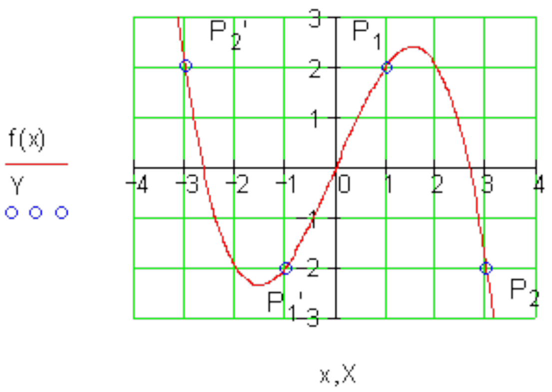
پنځم: د اووښتوني يا متحولي c په واکوالي کې د صفرځايونو تعداد وټاکئ.

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx \,;\, D = \mathbb{R}$

ځوابونه

د صفرځايونو شميرنه او تولهوښيارو توابعو گرافونو کښل.

مفصل حلونه: لومړی: الف-



سرچيني ته سيومتري په دې معنا ده چې ټکي سيومتري دی.

$f(-x) = -f(x)$

$P_1(1|2) : f(-1) = -f(1) = -2$

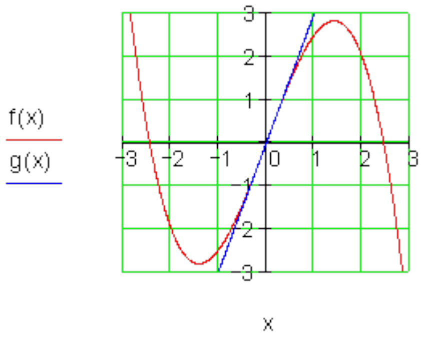
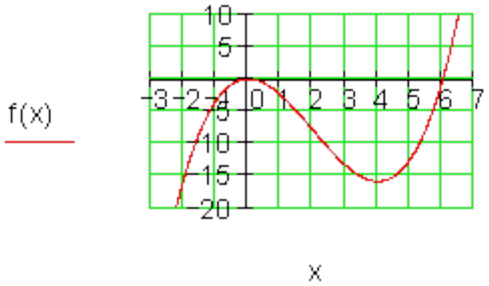
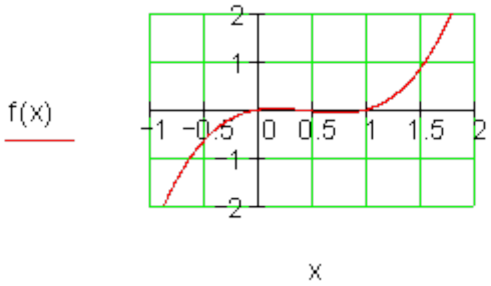
$\Rightarrow P_1'(-1|-2)$

$P_2(3|-2) : f(-3) = -f(3) = 2$

$\Rightarrow P_2'(-3|2)$

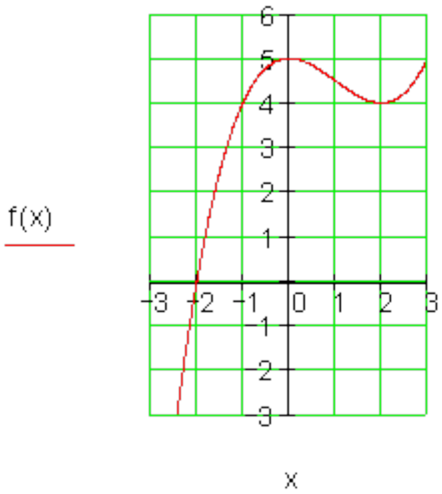
د دې څلور ټکو سره گراف کښل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – 	ګراف ټکی سيمتريک دی. په صفر ټکي کي جګوالي د کربني g(x) = 3x جګوالي سره برابر دی ګراف څلورمي(ربعي) په ترتيب داسي ده: ځغاسته له کيڼ و بني لورته: II - III - I - IV
دويم: لف- 	$f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2 \Rightarrow$ لاس ته راځي،چي سيومتی نه شته $f(x)=0 \Leftrightarrow x^2\left(\frac{1}{2}x-3\right)=0$ $\Rightarrow x_{1/2}=0;\ x_3=6$ لمستکی: $P_{x1/2}(0\mid 0)$ ، $P_{x3}(6\mid 0)$ ځغاسته له کيڼ بني لورته: III - IV - I
ب – 	$f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$ له دي لاس ته راځي، چي سيومتری نه شته، $f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0$ $\Rightarrow x_1=0;\ x_2=\frac{1}{3};\ x_3=1$ $P_x(0\mid 0);\ P_{x2}\left(\frac{1}{3}\mid 0\right);\ P_{x3}(1\mid 0)$ ځغاسته له کيڼ بني لورته: III - I - IV - I

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –



ځغاسته له كيڼ و ښي لورته: I - II - III

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$$

لاس ته راځي، چي سيومترى نه شته،

لومړى صفرځاى و ازمايى:

$$f(-2)=-\frac{8}{4}-\frac{12}{4}+5=0$$
$$\Rightarrow x_1=-2$$

پولينوموېش

$$\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5\right):(x+1)$$
$$=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}$$
$$\Rightarrow f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}\right)$$
$$=\frac{1}{4}(x+2)\left(x^2-5x+10\right)$$
$$x^2-5x+10=0$$
$$\Rightarrow p=-5;\ q=10$$
$$\Rightarrow D=6,25-10<0$$

لاس ته راځي: حل نه شته

لاس ته راځي: نور صفرځايونه هم نه شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = \frac{1}{48}x^3 - x \Rightarrow$$

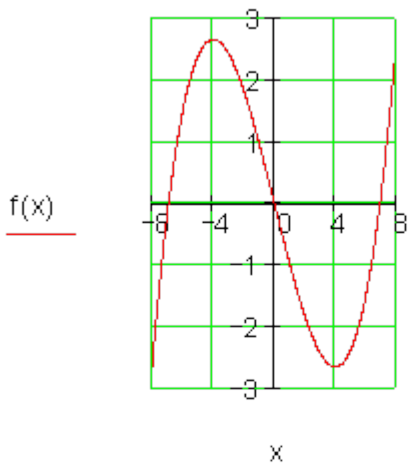
تکی سیومتریک

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{48}x^2 - 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = \sqrt{48} ; x_3 = -\sqrt{48}$$

$$P_x(0|0) ; P_{x2}\left(\sqrt{48}|0\right) ; P_{x3}\left(-\sqrt{48}|0\right)$$

ځغاسته له کين ښي لورته: I - IV - II - III



ټ –

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x \Rightarrow$$

سیمتري نه شته، لمستکی

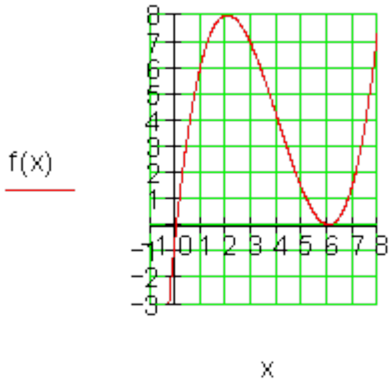
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow p = -12 ; q = 36 \Rightarrow D = 0 \Rightarrow x_{2/3} = 6$$

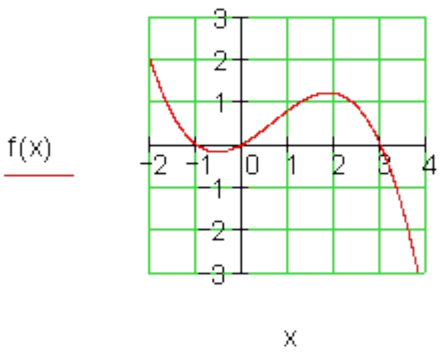
لمسکی: $P_{x1}(0|0) ; P_{x2/3}(6|0)$ I

ځغاسته له کين وښی لور ته: I - III



ث –

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = \frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$$

$$= -\frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{5}x$$

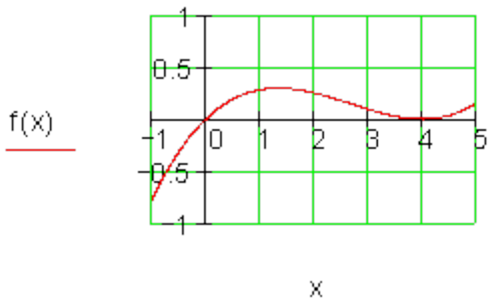
لاس ته راځي،چي سیومتري نه شته

$x_1 = -1; x_2 = 0; x_3 = 3$

$P_{x1}(-1|0); P_{x2}(0|0); P_{x3}(3|0)$

ځغاسته له کیڼ بني لورته: IV - I - III - II

ج –



$$f(x) = \frac{1}{5}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$$

$$= -\frac{1}{32}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$$

لاس ته راځي،چي سیومتري نه شته،

$x_1 = 0; x_{2/3} = 4$

$P_{x1}(0|0)$

لمستکی

$P_{x2/3}(4|0)$

ځغاسته له کیڼ وبنی لور ته: I - III

چ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

لاس ته را ځي،چي سیومتري نه شته

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

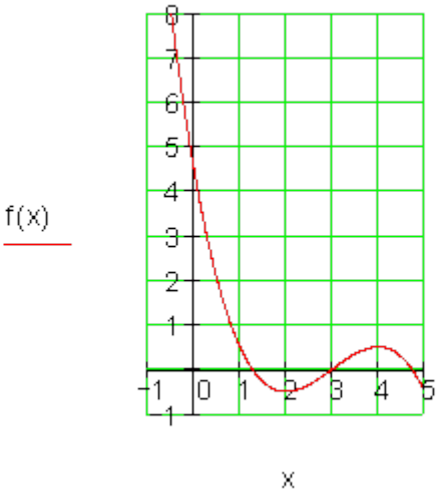
$$f(3) = -\frac{27}{4} + \frac{81}{4} - 18 + \frac{9}{2} = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 3$$

پولینوموېش

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}\right) : (x-3)$$
$$= -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = (x-3)\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right)$$
$$= -\frac{1}{4}(x-3)\left(x^2 - 6x + 6\right)$$
$$x^2 - 6x + 6 = 0$$
$$\Rightarrow p = -6 \,;\, q = 6 \Rightarrow D = 3$$
$$\Rightarrow x_2 = 3 + \sqrt{3} \,;\, x_3 = 3 - \sqrt{3}$$
$$\Rightarrow P_{x1}(3\,|\,0)$$
$$P_{x2}\left(3+\sqrt{3}\,|\,0\right); P_{x3}\left(3-\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

ځغاسته له کيڼ وښی لور ته:

II - I - IV - I - IV



(c) ketabton.com: The Digital Library

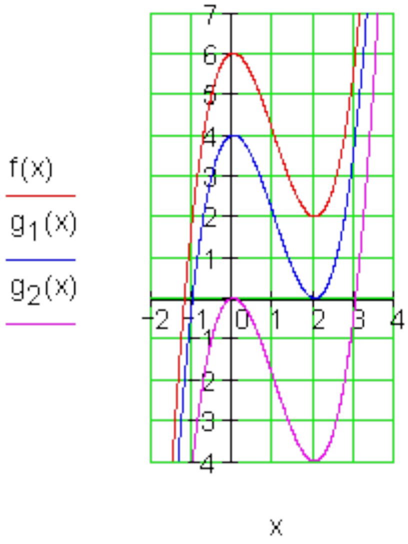
دريم:

لف-

$f(x) := x^3 - 3x^2 + 6$

$g_1(x) := x^3 - 3x^2 + 4$

$g_2(x) := x^3 - 3x^2$



$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$

$f(-2) = -8 - 12 + 6 = -14$

$f(-1) = -1 - 3 + 6 = 2$

د تابع ارزښتونو کې د مختښې بدلون په دې معنا دی، چې په انتروال (1- ; 2-)کې باید یو صفرځای وي. د دریمې درجې تولهوښیار- یا راشنل تابع ډېر تر ډېره یو صفرځای لري. دا چې د f(x) د ګراف ټیټ ځای دx محور پورته لور ته پروت دی، کیدی شي دا فقط یو صفرځای ولري. که ګرافg(x) ټیک دوه صفرځایونه ولري، نو دا باید نو د f(x) ګراف په 2 LE د اوږدوالي یونونو یا واحدونو یا په 6 LE د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښل شي. نو دوه امکانات شتون لري:

$1.\ g_1(x) = f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 4$

$2.\ g_2(x) = f(x) - 6 = x^3 - 3x^2$

ب – د درېګوډي یا مثلث سطحه:

$A = \frac{g \cdot h}{2}$

د u په واکولې کې د g=u او h=f(u) سره باور لري:

$A(u) = \frac{u \cdot f(u)}{2}$

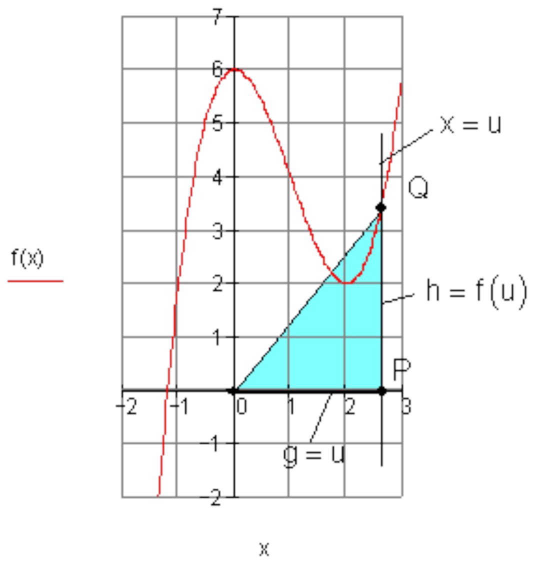
د u=2 لپاره2=f(u)=f(2) دی

$\Rightarrow A = \frac{2 \cdot 2}{2} = \underline{\underline{2\,FE}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه توګه د u>0 لپاره باور لري:

$$A(u)=\frac{1}{2}u\cdot f(u)$$
$$=\frac{1}{2}u\left(u^3-3u^2+6\right)$$
$$=\frac{1}{2}u^4-\frac{3}{2}u^3+3u$$



پ – تابع g(x) = 3f(x) همغه یا برابر صفرځایونه لري لکه f(x) . دلیل راوړنه:

$$f(x)=0\Rightarrow \underbrace{3\cdot f(x)}_{g(x)}=0\Rightarrow g(x)=0$$

څلورم: $f(x)=5x^3-10,8x+4$ غوښتنه(ثبوت): $x=0,4$ یو صفرځای ورکوي،

نو $f(0,4)=0$

ښوونه: $f(0,4)=5\cdot 0,4^3-10,8\cdot 0,4+4=0,32-4,32+4=0$

پولینوموېش: $(5x^3-10,8x+4):(x-0,4)=5x^2+2x-10$

$$-\left(5x^3-2x^2\right)$$
$$2x^2-10,8x$$
$$-\left(2x^2-0,8x\right)$$
$$-10x+4$$
$$-(-10x+4)$$

$$\Rightarrow 5x^2+2x-10=0\Leftrightarrow x^2+0,4x-2=0$$
$$p=0,4\,;\;q=-2\Rightarrow D=2,04$$
$$\Rightarrow x_2=-0,2+\sqrt{2,04}\approx 1,23$$
$$\Rightarrow x_3=-0,2-\sqrt{2,04}\approx -1,63$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx = x\left(x^2 + 2x + 2c\right)$$

کيدی شي زيات له زيات دري صفرځايونه منځ ته راشي.
P(0 | 0) له c خپلواک (تابع نه) تل يو صفرځای دی. د نوکانو دننه افاده د ځيرني ده.(
د الماني für د لپاره)

$$x^2 + 2x + 2c = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = 2c \Rightarrow D = 1 - 2c$$

$$\text{für } D > 0 \Rightarrow 1 - 2c > 0 \Leftrightarrow c < 0{,}5$$

$$\text{für } D = 0 \Rightarrow 1 - 2c = 0 \Leftrightarrow c = 0{,}5 \Rightarrow x_{2/3} = -1$$

$$\text{für } D < 0 \Rightarrow 1 - 2c < 0 \Leftrightarrow c > 0{,}5$$

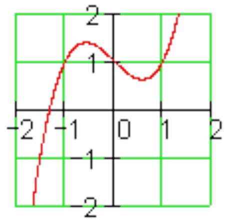
$$\text{für } c = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x_2 = 0;\ x_3 = -2$$

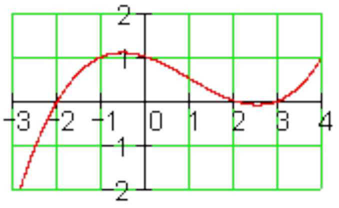
اړيکي:
د $c > 0{,}5$ لپاره $f(x)$ تيک يو صفرځای لري: $P_x(0 | 0)$
د $c = 0{,}5$ يا د $c = 0$ لپاره $f(x)$ تيک دوه صفرځايونه لري.
د $c < 0{,}5$ او c د صفر سره نامساوي لپاره $f(x)$ تيک دري صفرځايونه لري.

پوښتني
د تول راشنل توابعو محور غوښتکي او ګرافونه III
تابع په يوه ګراف تنظيميږي.

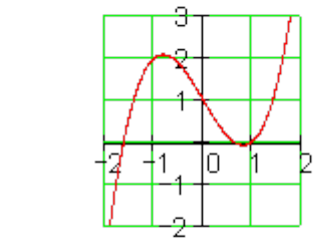
لومړی: هر د يوه تابع ترم سره تنظيم کړی او خپله پرېکړه په دليل کلکه کړی.

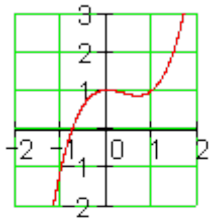
$$f_1(x) = x^3 - x + 1;\ f_2(x) = x^3 - 2x + 1;\ f_3(x) = x^3 - x^2 + 1;\ f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$$





(c) ketabton.com: The Digital Library





دويم: هر هغه څوک چي د لايسنس اخستلو لپاره ځان چمتو کوي، بايد وپوهيږي، چي د يوه بريک وهونکي موټر تمکيدني واټن په يوه وچ پاخه سرک)چي طبعاً بايد هوار وي) د عکسالعمل لار او د بريک لار څخه يوځای جوړه ده. د لاندي د موټي قانون يا لار(د دري ګوتو) څخه کيدی شي د چټکتيا v په km/h د عکسالعمل لار r او د بريک لار b په متر وشميرل شي.

د بريک لار: $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ همداسي $b = \frac{\left(\frac{v}{10}\right)^2}{2}$ ، د عکس العمل لار: $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

د المان د3.3.04 راين اخبار د اول له جولای1. Juli 2004 په وچ سره د تمځای لار په بل بريکلار شميرل کيږي.(په افغانستن کي به داځنګه وي ؟نه پوهيږم)

الف- تابع مساوات $s = f(v)$ وټاکی، د کوم سره چي د هري تلني د چټکتيا يا سرعت تملار شميرل کيدی شي.

ب – د لاندي تلل شوی چټکتيا $v = 0, 10, 20, 30, \ldots 50$ km/h لپاره په يوه ارزښت جدول کي د هغه هر يوه تمځای s سره يوځای کړی

پ – له دي سره د (60 ... 100 km/h) لپاره دs يو څونور ارزښتونه وشميری او د دي تابع ګراف وکاږی.

ت – د نوي بريک نيولو قانون(المانی) سره دا تراوسه شميرل شوي ارزښتونه وشميری او دا په همغه کواوډينات سيستم کي وکاږی او توله نتيجه په شننه يا کومنتار سره روښانه کړی.

دريم: داتابعورکړ شوی: $f(x) = x^3 - 0{,}5x^2 - 3x + 1{,}5 ; D = \mathbb{R}$

الف- وښايی: $f(x) = 0{,}5(2x-1)(x^2-3)$

ب –ګراف د شوونتيا تر پولي ټيک وکاږی.

پ – د x د کوم ارزښتونو لپاره$f(x)>0$ باور لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

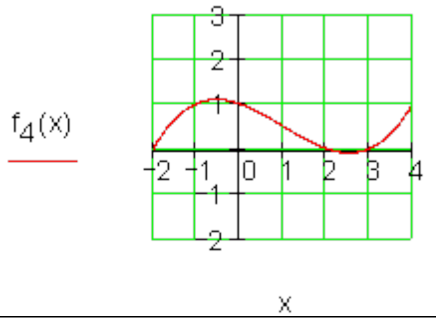
حلونه

د صفرځايونو شميرنه او د تول هوښيار تابع ګراف رسمونه.

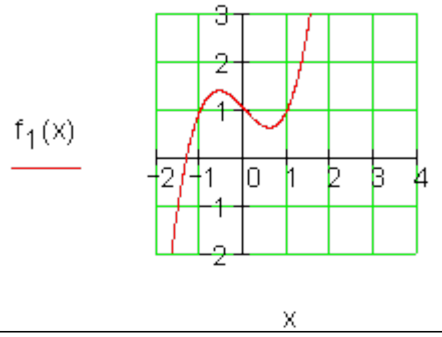
مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف-

د تابعمساوات څخه لوستل کيږي، چې و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته مو سيومتر مخ ته پرته ده. $f_4(x)$ صفرځايونه لري $P_{x1}(-2 \mid 0)$; $P_{x2}(2 \mid 0)$ او $P_{x3}(3 \mid 0)$	$f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ 

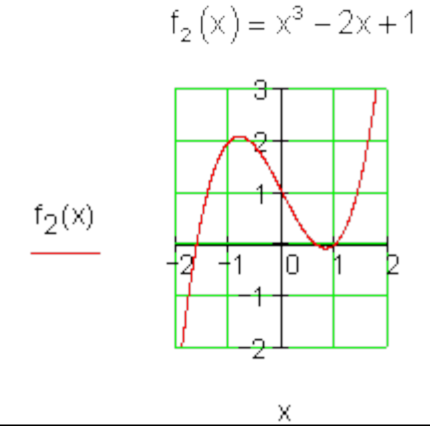
ب –

حل ته د سيومتري څيرني څخه راځو. $f_1(x)$ و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته سيومتريک دی او له ټکي $Q(1 \mid 0)$ څخه تيريږي. په يوه اوږدوالی واحد باندي راکښني سره به دا ګراف حتی ټکی سيومتريک وی.	$f_1(x) = x^3 - x + 1$ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

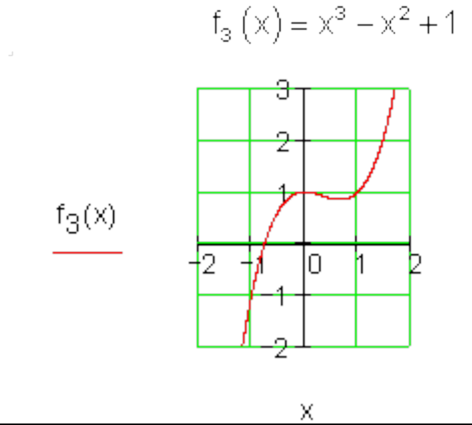
حل ته د سیومتري خیرني څخه راځو.
$f_1(x)$ و ټکي $P(\ 0\ |\ 1\ )$ ته سیومتریک دی او له ټکي $Q(\ 1\ |\ 1\ )$ څخه تیریږي.
په یوه اوږدوالی واحد باندې کښته لورته راکښني سره به دا ګراف حتی ټکی سیومتریک وی.



ت-

د تابع مساوات څخه لوستل کیږي، چې و ټکي $P(\ 0\ |\ 1\ )$ ته مو سیومتي مخ ته ده پرته.

$f_3(x)$ د ټکو $Q(\ 1\ |\ 1\ )$ او $R(\ -1\ |\ -1\ )$ له لارې تیریږي.



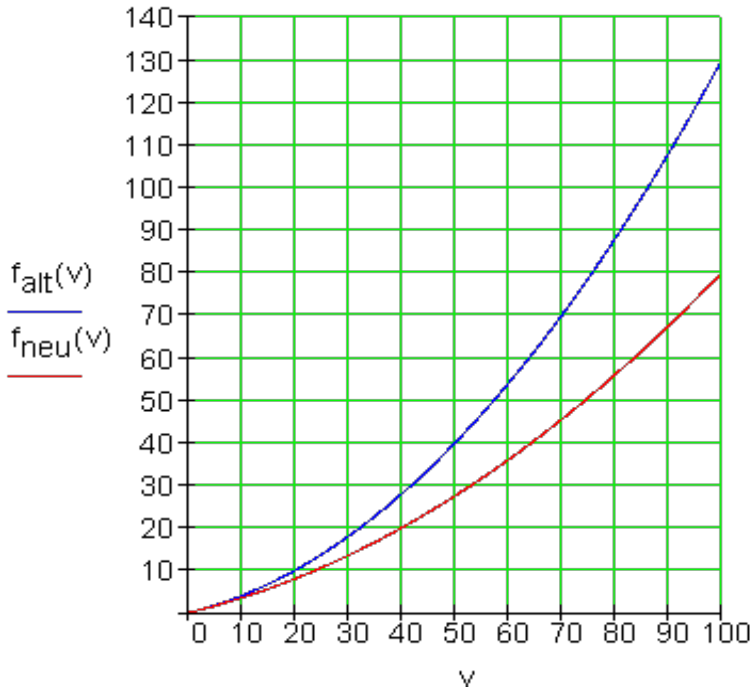
دویم:

الف-

زوړ قانون:	$f_{alt}(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$
نوی قانون:	$f_{neu}(v) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ – د نوي نظم وروسته د چټکتيا زياتيدو سره توپير تل لوييږي.

د 50 km/h سره تملار(د درېدو واټن) 27,5 m دی، دا د زاړه 40 m نږدې 69% دی. د 100 km/h سره نوي تملار فقط نوره 80 m ده، دا د 130 m زړې لارې نږدې 61% ده.

د بريکلار کمبنت د بنه بريک (ABS)له امله موخه وره ده.

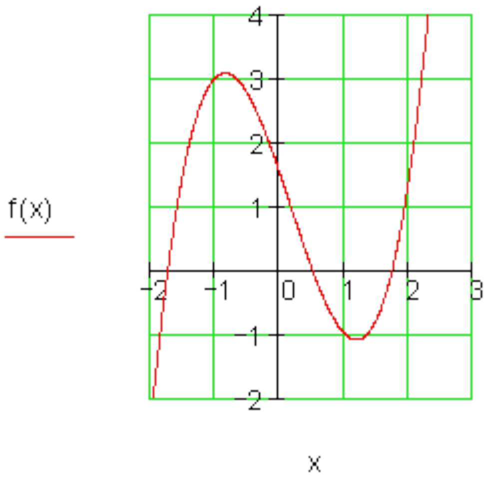
دريم:

الف-

$$f(x) = 0,5(2x-1)(x^2-3) = 0,5[(2x-1)(x^2-3)]$$
$$= 0,5[2x^3-6x-x^2+3] = x^3-0,5x^2-3x+1,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

د لاندې صفرځایونه	
$f(x)=0,5(2x-1)(x^2-3);$ $2x-1=0$ $\Leftrightarrow x_1=\frac{1}{2}\Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2}\middle\vert 0\right)$ $x^2-3=0$ $\Leftrightarrow x_2=\sqrt{3};\ x_3=-\sqrt{3}$ $\Rightarrow P_{x2}(\sqrt{3}\mid 0);\ P_{x3}(-\sqrt{3}\mid 0)$	

پ –

د گراف څغاستي څخه ساده لوستل کيږي: $f(x) > 0$

د $I_1=\left\{x \mid -\sqrt{3}<x<\frac{1}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$ او $I_2=\left\{x \mid \sqrt{3}<x<\infty\right\}_{\mathbb{R}}$ لپاره.

پوښتنې

پولينوم وېش ته I

لومړی: لاندې پولينوموېش سرته ورسوی.

بیلگه:

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\frac{-\left(x^3+x^2\right)}{\quad x^2-5x}$$
$$\frac{-\left(x^2+x\right)}{\quad -6x-6}$$
$$\frac{-(-6x-6)}{\quad}$$

$$\text{Probe}: (x+1)\left(x^2+x-6\right)=x^3+x^2-6x+x^2+x-6=\underline{\underline{x^3+2x^2-5x-6}}$$

الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+3)$ ب - $\left(2x^3-14x-12\right):(x+2)$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x+3)$ ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)$ ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)$ چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)$

ځ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$ خ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)$ ځ – $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)$

د = $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):(x-1)$ ډ - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)$

دويم: لاندې پولينوموېش سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $(x^3 - 3x^2 - 6x + 8) : (x + 1)$

ب - $(2x^3 - x^2 - 8x + 4) : (x^2 - 4)$

پ - $(2x^3 - 3x + 1) : (2x - 1)$

ت - $(x^3 - tx^2 - 2x + 2t) : (x^2 - 2)$

دریم: لاندې پولینومونه سرته ورسوئ.

الف- $(8x^5 - 6x^7 + 2x) : 2x^2$

ب - $(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3$

پ - $(6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b)$

ت - $(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b)$

ټ - $(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1)$

ث - $(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3)$

ج - $(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b)$

چ - $(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b)$

څلورم: لاندې پولینومونه سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}$

ځوابونه

پولینوموېش نتیحې

لومړی: الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):\left(x+3\right)=x^2-x-2$

ب - $\left(2x^3-14x-12\right):\left(x+2\right)=2x^2-4x-6$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):\left(x+3\right)=3x^2-24x+21$

ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):\left(x-2\right)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):\left(x+4\right)=x^2+\frac{3}{2}x-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+x-6$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)=x^2-x-6$

چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-2x-15$

ځ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

ح - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

خ- $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)=x^2-\frac{13}{4}x+\frac{3}{4}$

ځ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)=x^2+\frac{10}{3}x+1$

ځ – د- $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)=\frac{1}{2}x^2-2$

دويم: الف- $\left(x^3-3x^2-6x+8\right):(x+1)=x^2-4x-2+\frac{10}{x+1}$

ب - $\left(2x^3-x^2-8x+4\right):\left(x^2-4\right)=2x-1$

پ - $\left(2x^3-3x+1\right):(2x-1)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}-\frac{1}{4(2x-1)}$

ت - $\left(x^3-tx^2-2x+2t\right):\left(x^2-2\right)=x-t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: الف- $\left(8x^5-6x^7+2x\right):2x^2=4x^3-3x^5+\frac{1}{x}$

ب - $\left(9a^5b^3-12a^3b^5\right):3a^3b^3=3a^2-4b^2$

پ - $\left(6a^6+a^4b+25b^3\right):\left(3a^2+5b\right)=2a^4-3a^2b+5b^2$

ت - $\left(15a^9-8a^6b+8b^3\right):\left(3a^3+2b\right)=5a^6-6a^3b+4b^2$

ټ - $\left(14a^4-a^3+5a^2-3a+1\right):\left(7a^2-4a+1\right)=2a^2+a+1$

ث - $\left(a^5+a^4-8a^3+26a^2-29a+21\right):\left(a^2-2a+3\right)=a^3+3a^2-5a+7$

ج - $\left(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3\right):\left(a-b\right)=a^2-ab+b^2$

چ - $\left(a^3+2a^2b+2ab^2+b^3\right):\left(a+b\right)=a^2+ab+b^2$

څلورم: الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}=3x^2y^{n+2}-2x^my^{n+3}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}=4a^x-6b^c$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}=4a-5b$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}=2a^3b^{x+2}+3a^2b^{2x-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.14 د ټول راشنل(نسبتي) توابعو ګراف

د ګراف رسمول

د دې لپاره چې د يوه ټولراشنل تابع ګراف رسم کړای شو، نو يوه ارزښت جدول او محورغوځېټکو ته اړتيا لرو.

ارزښت جدول.

يو امکان چې ارزښت جدول رسم کړای شي په دې کې پروت دی، چې ټول د اړتيا وړ تابع ارزښتونه د جب شميري سره وشميرو.

يو بل امکان ، زيات وخت ساده لارېې د **هورنر -شيما** راته راکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شيما د تابع د تابع ارزښت د ټاکلو لپاره

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$

د $D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

د yمحور سره غوڅتکی:

f(0)=3

د تابع تلنه له II و I ته

له شيما څخه پيژنو:

د x=-3;f(-3)=0 سره صفرځايونه.

د [-2;-1] ترمنځ جګټکی

د [0;1] ترمنځ صفرتلنه

د [2;3] ترمنځ ټيټټکی

د[3;4] ترمنځ صفرتلنه

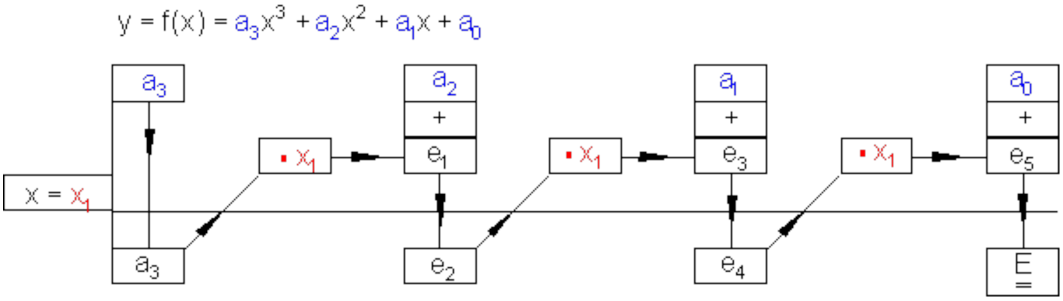
ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

پورته په ترتيب د الماني ښتو:صفرځای،جګټکی، له صفر تيريدنه،ټيټ ټکی، له صفر تيريدنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې د هورن-شيما ګرافيکی انځور شوي ده:



د صفرځای شميرنه

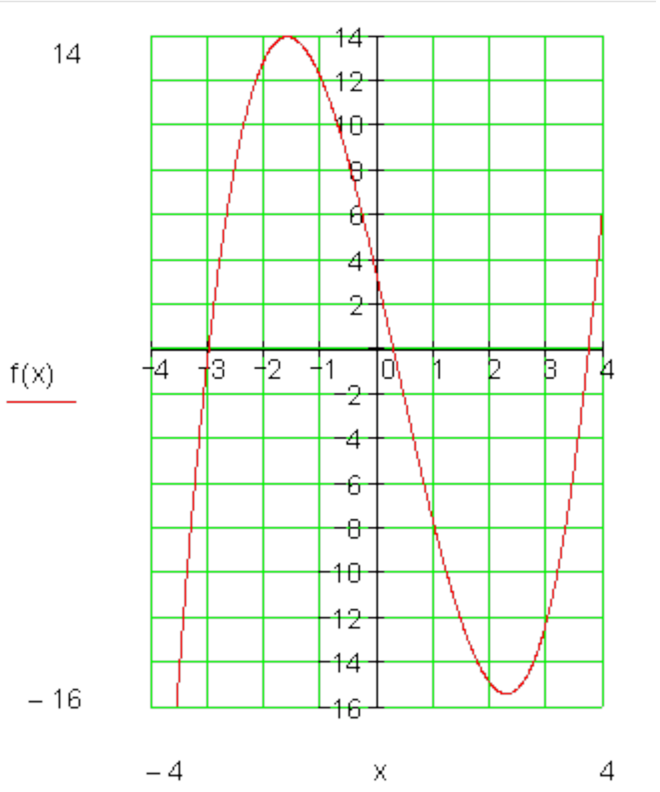
$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د x1=-3 سره معلوم صفرځای په څېر

له دې لاس ته راځي : د پولينوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x+3) = x^2 - 4x + 1$$
$$-\left(x^3 + 3x\right) \qquad x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$-4x^2 - 11x \qquad D = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$
$$-\left(-4x^2 - 12x\right) \qquad x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x + 3 \qquad x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73$$
$$-(x+3) \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$
$$0$$
$$\Rightarrow P_{x_1}(-3 \mid 0);\ P_{x_2}\left(2+\sqrt{3} \mid 0\right);\ P_{x_3}\left(2-\sqrt{3} \mid 0\right)$$

اوس د ټولو معلومو داتايو سره کيدی شي د تابع ګراف و کښل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



هغه څه چې تر اوسه يې ټيک نه شو پيژندلای، د ګراف جګټکي او ټيټکي دي. د دې لپاره مشتقشميرنې ته اړتيا ده، چې په وروسته برخو کې به راشي.

په يوه د جګو درجو راشنل توابع کې پرابلم چې چې يوه يا زيات صفرځايونه پيدا کړو کيدی شي يوموخې ته هڅونکي ګومان يا په توکل raten له لارې هم حل کړو. د دې لپاره کيدی شي a_0 ضريب پوره مرستندوي وي. دa_0 پر ويشونې(مقسوم عليه) کيدی شي پسې مرسته وکړي.

بيلګه:

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \qquad a_0 = 8 \Rightarrow T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$ (د ۸ برخه ډ برئ)

ازمايښت له x=1 سره: f(1)=1-5+2+8=6

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت له $x=2$ سره: $f(2)=8-20+4+8=0$ له دې لاس ته راځي $x1=2$ صفرځای دی.
پولينوموېش: $(x^3-5x+2x+8)(x-2)=x^2-3x-4$
د $x^2-3x-4=0$ حل ځخه لرو: $x2=4;x3=-1$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0);P_{x2}(4|0);P_{x3}(-1|0)}}$$

تمرين **I :**

د هورنر-شيما، محورغوځټکي، ارزښت جدول، ګرافونه

د تابع په سويمتری حالت وينا وکړی. د هورنر-شيما سره په ورکړ شوي انتروال کې تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوځتکي پيدا کړی يو ارزښت جدول وکاږئ اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کې رسم کړی(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

لومړی - $f(x)=x^3-3x^2-x+3 \quad [-1,5;3,5]$

دويم - $f(x)=x^3-x^2-5x+2 \quad [-2,5;3]$

دريم - $f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

ځلورم - $f(x)=x^3-3x^2 \quad [-1;3,5]$

پنځم - $f(x)=x^3-3x^2+4 \quad [-1,5;3]$

شپږم - $f(x)=x^3-6x^2+9x \quad [-0,5;4]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{5}{2}x^2+x+4 \quad [-1,5\,;\,4,5]$

اتم - $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \quad [-3\,;\,3,5]$

نهم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{2}x^2+4x-3 \quad [-3\,;\,3,5]$

لسم - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x-4 \quad [-0,5\,;\,8]$

تمرينونه II : محورغوڅټکي، ارزښتجدول، ګرافونه

د تابع په سيومتری حالت وينا وکړی. په ورکړ شوي انتروال کې تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوڅټکي پيدا کړئ يو ارزښت جدول وکاږئ اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کې رسم کړئ(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر (1 EH/cm

اول - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{9}{5}x^2 \quad [-3,5\,;\,3,5]$

دويم - $f(x)=\frac{1}{4}x^4-3x^3+\frac{45}{4}x^2-\frac{27}{2}x \quad [-0,5\,;\,5,5]$

دريم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10} \quad [-4\,;\,4]$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^3+8x^2 \quad [-1\,;\,5]$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^3-x^2+6x+\frac{9}{2} \quad [-1,5\,;\,3,5]$

$f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{4}{5}x^3 \quad [-1,5;4,5]$

شپږم -

اوم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{12}{5}x^3+\frac{48}{5}x^2-\frac{64}{5}x \quad [-0,5;5,5]$

اتم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{8}{5}x^3+\frac{18}{5}x^2-\frac{27}{5} \quad [-1,5;4,5]$

نهم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{28}{5} \quad [-4;4]$

لسم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{8}{5}x^3+8x^2-\frac{64}{5}x+\frac{3}{2} \quad [-0,5;8,5]$

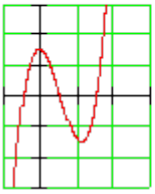
ځوابونه:

تولراشنل يا - هوښيار توابع **V** (د هورنر-شيما)

نتيجي او مفصل ځوابونه

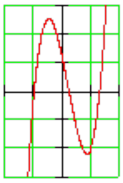
لومړی – نتيجه

سيومتري شتون نه لري

	محور غوڅتکي $P_y(0\|3)$ $P_{x1}(-1\|0);P_{x2}(1\|0);P_{x3}(3\|0)$

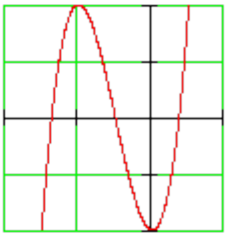
دويم - نتيجه

سيومتري نه شته

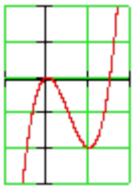
	محور غوڅتکي $P_y(0\|3)\ \ P_{x1}(-2\|0)$ $P_{x2}\left(1,5+\sqrt{1,25}\approx 2,62\ \|\ 0\right)$ $P_{x3}\left(1,5-\sqrt{1,25}\approx 0,38\ \|\ 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

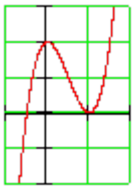
دريم – نتيجه

سيومتري : نهشته محورغوڅتکي: $P_y(0\|-4);P_{x1}(-1\|0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0,73\|0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2,73\|0\right)$	

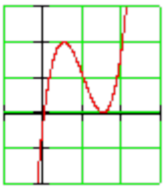
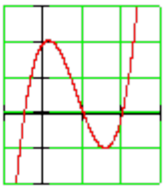
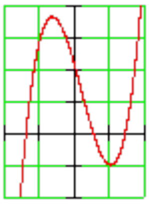
څلورم – نتيجه

سيومتري نه شته محور غوڅتکي: $P_y(0\|0);P_{x1/2}(0\|0);P_{x3}(3\|0)$	

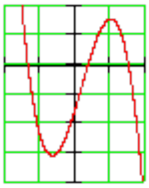
پنځم – نتيجه :

	سيومتري : نه شته
	محورغوڅتکي: $P_y(0\|4);P_{x1}(-1\|0)$ $P_{x2/3}(2\|0)$ دبل صفرځای

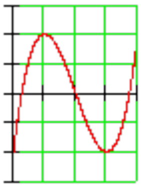
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – نتيجه 	سيومتري : نه شته محور غوڅتکی $P_y(0\|0); P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3}(3\|0)$ دبل صفرځای
اوم: 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|4)$ $P_{x1}(-1\|0); P_{x2}(2\|0); P_{x3}(4\|0)$
اتم: 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|4); P_{x1}(1\|0)$ $P_{x2}\left(\sqrt{8} \approx 2,83 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-\sqrt{8} \approx -2,83 \mid 0\right)$

نهم:

	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|-3); P_{x1}(3\|0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3} \approx 0,73 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3} \approx -2,73 \mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:	سيومتري : نه شته
	محور غوڅتکي: $P_y(0\|-4)\,;\,P_{x1}(4\|0)$ $P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\approx 7{,}46\ \|\ 0\right)$ $P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\approx 0{,}54\ \|\ 0\right)$

مفصل حُوابونه:

لومړي

	1	−3	−1	3
x = 1	↓	1	−2	−3
	1	−2	−3	0
	1	−3	−1	3
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−4,875
	1	−1,5	−3,25	−1,875
	1	−3	−1	3
x = 2	↓	2	−2	−6
	1	−1	−3	−3
	1	−3	−1	3
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−5,625
	1	−0,5	−2,25	−2,625
	1	−3	−1	3
x = 3	↓	3	0	−3
	1	0	−1	0
	1	−3	−1	3
x = 3,5	↓	3,5	1,75	2,625
	1	0,5	0,75	5,625

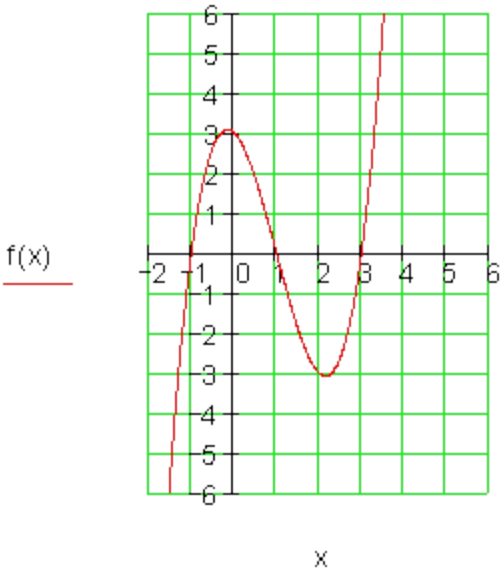
$f(x)=x^3-3x^2-x+3 \qquad [-1{,}5\,;\,3{,}5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	−1	3
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−8,625
	1	−4,5	5,75	−5,625
	1	−3	−1	3
x = −1	↓	−1	4	−3
	1	−4	3	0
	1	−3	−1	3
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,375
	1	−3,5	0,75	2,625
	1	−3	−1	3
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	−1	3
	1	−3	−1	3
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−1,125
	1	−2,5	−2,25	1,875

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 - x + 3$$



محورغوڅټکي د

هورنر شيما څخه لوستلوړ دي:

$P_y(0|3)$
$P_{x1}(-1|0)$
$P_{x2}(1|0)$
$P_{x3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−8,63	0	2,63	3
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,88	0	−1,88	−3
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−2,63	0	5,63	

دويم:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5;\ 3]$$

سيومتري نه شته

	1	−1	−5	2
x = 0,5	↓	0,5	−0,25	−2,625
	1	−0,5	−5,25	−0,625
	1	−1	−5	2
x = 1	↓	1	0	−5
	1	0	−5	−3
	1	−1	−5	2

	1	−1	−5	2
x = −2,5	↓	−2,5	8,75	−9,375
	1	−3,5	3,75	−7,375
	1	−1	−5	2
x = −2	↓	−2	6	−2
	1	−3	1	0
	1	−1	−5	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x=-1{,}5$	↓	$-1{,}5$	$3{,}75$	$1{,}875$
	1	$-2{,}5$	$-1{,}25$	$3{,}875$
	1	-1	-5	2
$x=-1$	↓	-1	2	3
	1	-2	-3	5
	1	-1	-5	2
$x=-0{,}5$	↓	$-0{,}5$	$0{,}75$	$2{,}125$
	1	$-1{,}5$	$-4{,}25$	$4{,}125$
	1	-1	-5	2
$x=0$	↓	0	0	0
	1	-1	-5	2

$x=1{,}5$	↓	$1{,}5$	$0{,}75$	$-6{,}375$
	1	$0{,}5$	$-4{,}25$	$-4{,}375$
	1	-1	-5	2
$x=2$	↓	2	2	-6
	1	1	-3	-4
	1	-1	-5	2
$x=2{,}5$	↓	$2{,}5$	$3{,}75$	-3.125
	1	$1{,}5$	$-1{,}25$	$-1{,}125$
	1	-1	-5	2
$x=3$	↓	3	6	3
	1	2	1	5

ځرګند صفرځايونه: $x_1=-2$ پولينوموېش:

$$\left(x^3-x^2-5x+2\right):(x+2)=x^2-3x+1$$
$$-\left(x^3+2x^2\right)$$
$$-3x^2-5x$$
$$-\left(-3x^2-6x\right)$$
$$x+2$$
$$-(x+2)$$

مربع(ځلوري) مساوات:

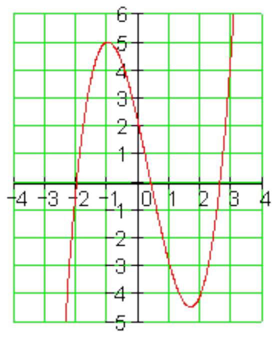
$$x^2-3x+1=0$$
$$p=-3;\ q=1$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{4}-\frac{4}{4}=\frac{5}{4}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \begin{cases} x_2=\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 2{,}618 \\ x_2=\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 0{,}382 \end{cases}$$

محور غوځيکي

$$P_y(0\,|\,3);\ P_{x1}(-2\,|\,0)$$
$$P_{x2}\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\,|\,0\right)\approx(2{,}62\,|\,0)$$
$$P_{x3}\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\,|\,0\right)\approx(0{,}38\,|\,0)$$

$$f(x):=x^3-x^2-5x+2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



لرزښتجدول:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−7,38	0	3,88	5	4,13
x	0	0,38	0,5	1	1,5
f(x)	2	0	−0,63	−3	−4,38
x	2	2,5	2,62	3	
f(x)	−4	−1,13	0	5	

دريم: څرګند صفرځايونه x1=-1
د ګراد کمه ونه
د هورنر شيما سره

	2	6	0	−4
$x=-1$	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0

مربع مساوات

$$2x^2+4x-4=0\,|:2$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x-2=0$$

$$p=2;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+2=3$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=-1+\sqrt{3}\approx 0{,}732 \\ x_3=-1-\sqrt{3}\approx -2{,}732 \end{array}\right.$$

محور غوڅتکي:

$P_y(0\,|-4)$

$P_{x1}(-1\,|\,0)$

$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\,|\,0\right)\approx(0{,}73\,|\,0)$

$f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

Symmetrie: keine

	2	6	0	−4
$x=-3$	↓	−6	0	0
	1	0	0	−4
	2	6	0	−4
$x=-2{,}5$	↓	−5	−2,5	6,25
	2	1	−2,5	2,25
	2	6	0	−4
$x=-2$	↓	−4	−4	8
	2	2	−4	4
	2	6	0	−4
$x=-1{,}5$	↓	−3	−4,5	6,75
	2	3	−4,5	2,75
	2	6	0	−4
$x=-1$	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0
	2	6	0	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

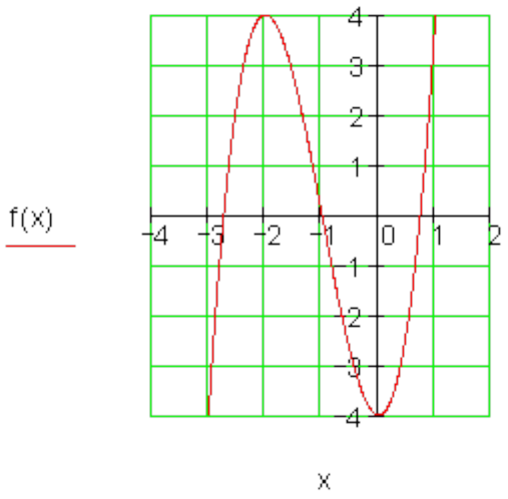
$x = -0{,}5$	↓	-1	$-2{,}5$	$1{,}25$
	2	5	$-2{,}5$	$-2{,}75$
	2	6	0	-4
$x = 0$	↓	0	0	0
	2	6	0	-4
	2	6	0	-4
$x = 0{,}5$	↓	1	$3{,}5$	$1{,}75$
	2	7	$3{,}5$	$-2{,}25$
	2	6	0	-4
$x = 1$	↓	2	8	8
	2	8	8	4

$$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx \left(-2{,}73\,|\,0\right)$$

رزښت جدول

x	-3	$-2{,}73$	$-2{,}5$	-2
f(x)	-4	0	$2{,}25$	4
x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0
f(x)	$2{,}75$	0	$-2{,}75$	-4
x	$0{,}5$	$0{,}73$	1	
f(x)	$-2{,}25$	0	4	

$$f(x) := 2x^3 + 6x^2 - 4$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

د ضريبوني له لارې د صفرځايونوتاكل:

$$x^3 - 3x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 0 \text{ doppelte Nullstelle}$$

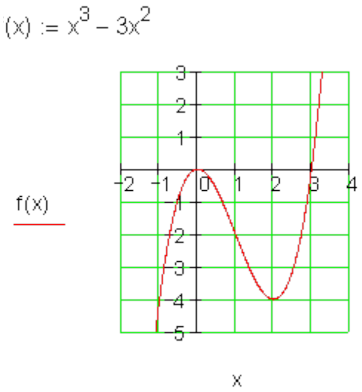
$$x - 3 = 0 \Rightarrow x_3 = 3$$

محورغوختكي:

$$P_y(0|0); P_{x1/2}(0|0); P_{x3}(3|0)$$

ارزښتجدول:

x	−1	−0,5	0	0,5
$f(x)$	−4	−0,88	0	−0,63
x	1	1,5	2	2,5
$f(x)$	−2	−3,38	−4	−3,13
x	3	3,5		
$f(x)$	0	6,13		



$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]$

سيومتري نه شته

		1	−3	0	0
$x = -1$	↓		−1	4	−4
		1	−4	4	−4
		1	−3	0	0
$x = -0,5$	↓		−0,5	1,75	−0,875
		1	−3,5	1,75	−0,875
		1	−3	0	0
$x = 0$	↓		0	0	0
		1	−3	0	0
		1	−3	0	0
$x = 0,5$	↓		0,5	−1,25	−6,25
		1	−2,5	−1,25	−6,25
		1	−3	0	0
$x = 1$	↓		1	−2	−2
		1	−2	−2	−2
		1	−3	0	0
$x = 1,5$	↓		1,5	−2,25	−3,375
		1	−1,5	−2,25	−3,375
		1	−3	0	0
$x = 2$	↓		2	−2	−4
		1	−1	−2	−4
		1	−3	0	0
$x = 2,5$	↓		2,5	−1,25	−3,125
		1	−0,5	−1,25	−3,125
		1	−3	0	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \quad [-1{,}5;\ 3]$

Symmetrie: keine

	1	−3	0	4
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−10,125
	1	−4,5	6,75	−6,125
	1	−3	0	4
x = −1	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	0
	1	−3	0	4
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	3,125
	1	−3	0	4
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	0	4
	1	−3	0	4
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−0,625
	1	−2,5	−1,25	3,375
	1	−3	0	4
x = 1	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	2
	1	−3	0	4
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	0,625
	1	−3	0	4
x = 2	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	0
	1	−3	0	4
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	0,875
	1	−3	0	4
x = 3	↓	3	0	0
	1	0	0	4

پنځم: څرګندد صفرځایونه:

$x_1 = -1;\ x_2 = 2$

پولینوموېش:

$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x+1)(x-2)$

$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2$

$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x^2 - 2x + x - 2) = x - 2$

$-(x^3 - x^2 - 2x)$

$-2x^2 + 2x + 4$

$-(-2x^2 + 2x + 4)$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2$

محورغوڅتکي: $P_y(0|4);\ P_{x1}(-1|0)$

$P_{x2/3}(2|0)$ دبل صفرځای

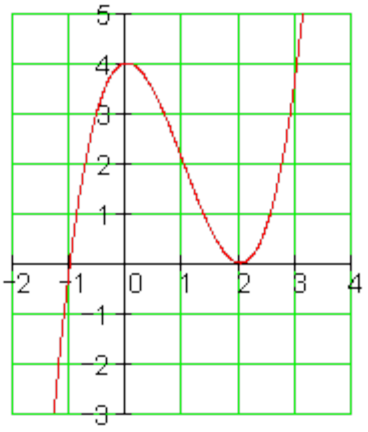
ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	3,375	2	0,63	0
x	2,5	3		
f(x)	0,875	4		

څیره لاندې مخ کې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := x^3 - 3 \cdot x^2 + 4$



شپږم:

د ضریبوني له لاري د صفرځايونو ټاکنه:	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad [-0,5;4]$
$$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$ $$\Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0$$ $$\Rightarrow x_1 = 0$$ مربع مساوات $$x^2 - 6x + 9 = 0$$ $$p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$ $$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$	Symmetrie: keine

	1	−6	9	0
x = −0,5	↓	−0,5	3,25	−6,125
	1	−6,5	12,25	−6,125
	1	−6	9	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−6	9	0
	1	−6	9	0
x = 0,5	↓	0,5	−2,75	3,125
	1	−5,5	6,25	3,125
	1	−6	9	0
x = 1	↓	1	−5	4
	1	−5	4	4
	1	−6	9	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

x = 1,5	↓	1,5	−6,75	3,375
	1	−4,5	2,25	3,375

	1	−6	9	0
x = 2	↓	2	−8	2
	1	−4	1	2

	1	−6	9	0
x = 2,5	↓	2,5	−8,75	0,625
	1	−3,5	0,25	0,625

	1	−6	9	0
x = 3	↓	3	−9	0
	1	−3	0	0

	1	−6	9	0
x = 3,5	↓	3,5	−8,75	0,875
	1	−2,5	0,25	0,875

	1	−6	9	0
x = 4	↓	4	−8	4
	1	−2	1	4

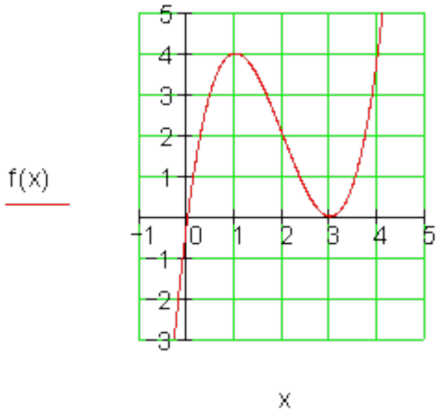
محور غوڅتکي $P_y(0|0); P_{x1}(0|0)$

ډبل غوڅتکی $P_{x2/3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,625	0
x	3,5	4		
f(x)	0,875	4		

$$f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$$



$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5; 4,5]$$

سيومتري: نه شته

	0,5	−2,5	1	4
x = −1,5	↓	−0,75	4,875	−8,8125
	0,5	−3,25	5,875	−4,8125

اوو

	0,5	−2,5	1	4
x = 1,5	↓	0,75	−2,625	−2,4375
	0,5	−1,75	−1,625	1,5625

	0,5	−2,5	1	4
x = 2	↓	1	−3	−4
	0,5	−1,5	−2	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0,5	−2,5	1	4	
x = −1	↓	−0,5	3	−4	
	0,5	−3	4	0	
	0,5	−2,5	1	4	
x = −0,5	↓	−0,25	1,375	−1,1875	
	0,5	−2,75	2,375	2,8125	
	0,5	−2,5	1	4	
x = 0	↓	0	0	0	
	0,5	−2,5	1	4	
	0,5	−2,5	1	4	
x = 0,5	↓	0,25	−1,125	−0,0625	
	0,5	−1,5	−4,25	3,9375	
	0,5	−2,5	1	4	
x = 1	↓	0,5	−2	−1	
	0,5	−2	−1	3	

	0,5	−2,5	1	4
x = 2,5	↓	1,25	−3,125	−5,3125
	0,5	−1,25	−2,125	−1,3125
	0,5	−2,5	1	4
x = 3	↓	1,5	−3	−6
	0,5	−1	−2	−2
	0,5	−2,5	1	4
x = 3,5	↓	1,75	−2,625	−5,6875
	0,5	−0,75	−1,625	−1,6875
	0,5	−2,5	1	4
x = 4	↓	2	−2	−4
	0,5	−0,5	−1	0
	0,5	−2,5	1	4
x = 4,5	↓	2,25	−1,125	−0,5625
	0,5	−0,25	−0,125	3,4375

محور غوڅتکي

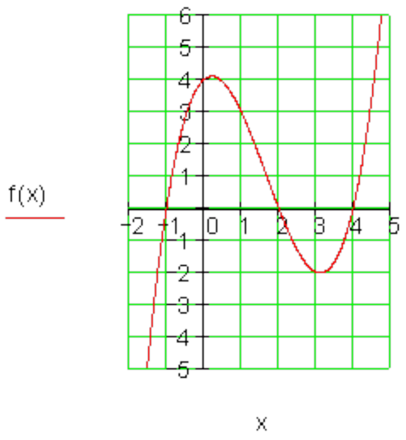
$P_y(0|4)$

$P_{x1}(-1|0)\,;\,P_{x2}(2|0)\,;\,P_{x3}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	−4,81	0	2,81	4	3,94
x	1	1,5	2	2,5	3
f (x)	3	1,56	0	−1,31	−2
x	3,5	4	4,5		
f (x)	−1,69	0	3,44		

$f(x) := 0.5x^3 - 2.5x^2 + x + 4$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad [-3;\,3{,}5]$

Symmetrie: keine

	1/2	−1/2	−4	4
x = −3	↓	−3/2	6	−6
	1/2	−2	2	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = −5/2	↓	−5/4	35/8	−15/16
	1/2	−7/4	3/8	49/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −2	↓	−1	3	2
	1/2	−3/2	−1	6
	1/2	−1/2	−4	4
x = −3/2	↓	−3/4	15/8	51/16
	1/2	−5/4	−17/8	115/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1	↓	−1/2	1	3
	1/2	−1	−3	7
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1/2	↓	−1/4	3/8	29/16
	1/2	−3/4	−29/8	93/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 0	↓	0	0	0
	1/2	−1/2	−4	4

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1/2	↓	1/4	−1/8	−33/16
	1/2	−1/4	−33/8	31/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3/2	↓	3/4	3/8	−87/16
	1/2	1/4	−29/8	−23/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 2	↓	1	1	−6
	1/2	1/2	−3	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = 5/2	↓	5/4	15/8	−85/16
	1/2	3/4	−17/8	−21/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3	↓	3/2	3	−3
	1/2	1	−1	1
	1/2	−1/2	−4	4
x = 7/2	↓	7/4	35/8	21/16
	1/2	5/4	3/8	85/16

مربع مساوات

خرگند صفرځایونه x1=1

د درجي کمونه د هورنر شیما سره

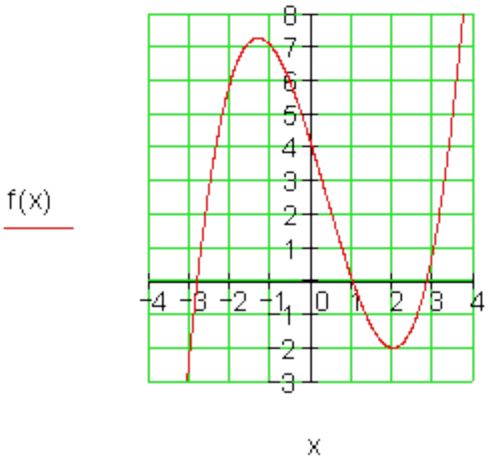
1.14د تول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 \mid \cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 8 = 0 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 8 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{8}$$
$$\Leftrightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8}$$

	$1/2$	$-1/2$	-4	4
$x = 1$	$\downarrow$	$1/2$	0	-4
	$1/2$	0	-4	0

$$f(x) := \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$



محور غوڅټکي:

$P_y(0 \mid 4)$

$P_{x1}(1 \mid 0)$

$P_{x2}\left(\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (2{,}83 \mid 0)$

$P_{x3}\left(-\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (-2{,}83 \mid 0)$

ارزښت جدول:

x	−3	−2,83	−2,5	−2
f(x)	−2	0	3,06	6
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	7,19	7	5,81	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,94	0	−1,44	−2
x	2,5	2,83	3	3,5
f(x)	−1,31	0	1	5,31

نهم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \qquad [-3\,;3{,}5]$$

	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x = 1/2$	$\downarrow$	$-1/4$	$1/8$	$33/16$
	$-1/2$	$1/4$	$33/8$	$-15/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3

سیومتري نه شه

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-3$	$\downarrow$	$3/2$	-6	6
	$-1/2$	2	-2	3
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-5/2$	$\downarrow$	$5/4$	$-35/8$	$15/16$
	$-1/2$	$7/4$	$-3/8$	$-33/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-2$	$\downarrow$	1	-3	-2
	$-1/2$	$3/2$	1	-5
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-3/2$	$\downarrow$	$3/4$	$-15/8$	$-51/16$
	$-1/2$	$5/4$	$17/8$	$-99/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-1$	$\downarrow$	$1/2$	-1	-3
	$-1/2$	1	3	-6
	$-1/2$	$1/2$	-4	-3
$x=-1/2$	$\downarrow$	$1/4$	$-3/8$	$-29/16$
	$-1/2$	$3/4$	$29/8$	$-77/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=0$	$\downarrow$	0	0	0
	$-1/2$	$1/2$	4	-3

$x=1$	$\downarrow$	$-1/2$	0	4
	$-1/2$	0	4	1
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=3/2$	$\downarrow$	$-3/4$	$-3/8$	$87/16$
	$-1/2$	$-1/4$	$29/8$	$39/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=2$	$\downarrow$	-1	-1	6
	$-1/2$	$-1/2$	3	3
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=5/2$	$\downarrow$	$-5/4$	$-15/8$	$85/16$
	$-1/2$	$-3/4$	$17/8$	$37/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=3$	$\downarrow$	$-3/2$	-3	3
	$-1/2$	-1	1	0
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=7/2$	$\downarrow$	$-7/4$	$-35/8$	$-21/16$
	$-1/2$	$-5/4$	$-3/8$	$-69/16$

ځرګند صفرځایونه x1=3

د درجې کمونه د هورنر شيما سره

	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=3$	$\downarrow$	$-3/2$	-3	3
	$-1/2$	-1	1	0

مربع مساوات

$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0 \,|\cdot(-2)$$

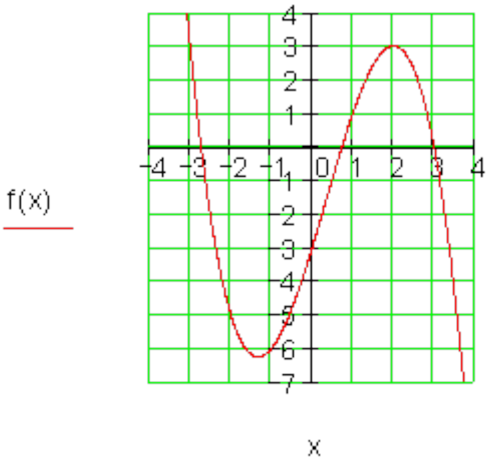
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = -2$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{cases} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}732 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{-1}{2}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 + 4\cdot x - 3$$



محور غوڅتکی

$P_y(0\,|\,-3)$
$P_{x1}(3\,|\,0)$
$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (0{,}73\,|\,0)$
$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (-2{,}73\,|\,0)$

ارزښت جدول

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	3	0	−2,06	−5
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,19	−6	−4,81	−3
x	0,5	0,73	1	1,5
f(x)	−0,94	0	1	2,44
x	2	2,5	3	3,5
f(x)	3	2,31	0	−4,31

لسم:

خرګند يا معلوم صفرځايونه x1=4

د درجي کمونه د هورنر شيماپه مرسته

	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0

مربع مساوات:

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = 0\,|\cdot 4$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0{,}5\,;\,8]$$

سومتري: نه شته

	1/4	−3	9	−4
x = −1	↓	−1/4	13/4	−49/4
	1/4	−13/4	49/4	−65/4
	1/4	−3	9	−4
x = 0	↓	0	0	0
	1/4	−3	9	−4
	1/4	−3	9	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = 1$	↓	1/4	−11/4	25/4	
	1/4	−11/4	25/4	9/4	
	1/4	−3	9	−4	
$x = 2$	↓	1/2	−5	8	
	1/4	−5/2	4	4	
	1/4	−3	9	−4	
$x = 3$	↓	3/4	27/4	27/4	
	1/4	9/4	9/4	11/4	
	1/4	−3	9	−4	
$x = 4$	↓	1	−8	4	
	1/4	−2	1	0	
	1/4	−3	9	−4	
$x = 5$	↓	5/4	−35/4	5/4	
	1/4	−7/4	1/4	−11/4	
	1/4	−3	9	−4	
$x = 6$	↓	3/2	−9	0	
	1/4	−3/2	0	−4	
	1/4	−3	9	−4	
$x = 7$	↓	7/4	−35/4	7/4	
	1/4	−5/4	1/4	−9/4	
	1/4	−3	9	−4	
$x = 8$	↓	2	−8	8	
	1/4	−1	1	4	

$$p = -8 ;\ q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 4 = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 4 + \sqrt{12} \approx 7{,}46 \\ x_3 = 4 - \sqrt{12} \approx 0{,}54 \end{array} \right.$$

محورغوڅتکي

$$P_y(0\,|\,-4)$$

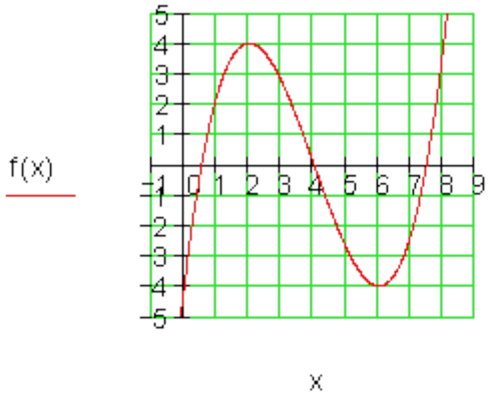
$$P_{x1}(4\,|\,0)$$

$$P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (7{,}46\,|\,0)$$

$$P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (0{,}54\,|\,0)$$

ګراف:

$$x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 - 3\cdot x^2 + 9\cdot x - 4$$



ارزښتجدول:

x	−1	0	0,54	1
f (x)	−16,25	−4	0	2,25
x	2	3	4	5
f (x)	4	2,75	0	−2,75
x	6	7	7,46	8
f (x)	−4	−2,25	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

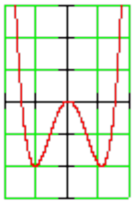
تولراشنل یا نسبتي توابع VI (محورغوڅېکي، ارزښتجدول او ګراف)

نتیجي او مفصل حلونه:((پوښتني چیرته دي؟)

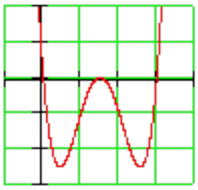
نتیجي او مفصل ځوابونه

نتیجي:

لومړی:

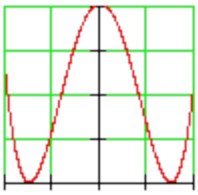
	سیومتري: محورسیومتریک محورغوڅېکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2}(0\|0); P_{x3}(3\|0); P_{x4}(-3\|0)$

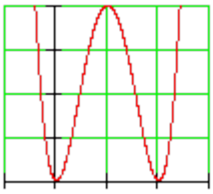
دویم

	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0); P_{x2}(3\|0); P_{x3}(6\|0); P_{x4}(3\|0)$

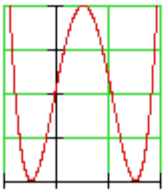
دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	سيومتري: محورسيومتريک محورغوڅتکي: $P_y\left(0\,\middle|\,\frac{81}{10}\right)$ $P_{x1/3}(3\,|\,0);\ P_{x2/4}(-3\,|\,0)$

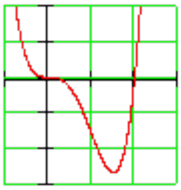
ځلورم: 	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\,|\,0)$ $P_{x1/2}(0\,|\,0);\ P_{x3/4}(4\,|\,0)$

پنځم:

	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y\left(0\,\middle|\,\frac{9}{2}\right)$ $P_{x1/3}(3\,|\,0);\ P_{x2/4}(-1\,|\,0)$

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



سيومتري: نه شته

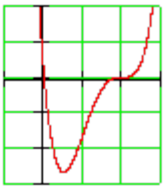
محورغوښتکي، پوړئ تکی

$P_y(0|0)$

$P_{x1/2/3}(0|0)$ Terrassenpunkt

$P_{x4}(4|0)$

اوم:



سيومتري: نه شته

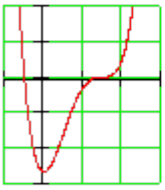
محورغوښتکي

$P_y(0|0)$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3/4}(4|0)$ زينه تکی

اتم:



سيومتري: نه شته

محورغوښتکي

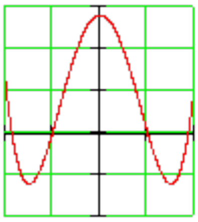
$P_y\left(0\left|-\frac{27}{5}\right.\right)$

$P_{x1/2/3}(3|0)$ دپورته پېنتو:زينه تکی

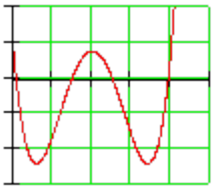
$P_{x4}(-1|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

سيومتري: محورسيومتريک محورغوڅتکي $P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{28}{5}\right)$ $P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14} \approx \pm 3,74 \,\middle|\, 0\right)$ $P_{x3/4}\left(\pm 2 \,\middle|\, 0\right)$	

لسم:

سيومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_{x1}(3 \,|\, 0); P_{x2}(5 \,|\, 0)$ $P_{x3}\left(4+\sqrt{15} \approx 7,87 \,\middle|\, 0\right); P_{x4}\left(4-\sqrt{15} \approx 0,13 \,\middle|\, 0\right)$	

مفصل ځوابونه:

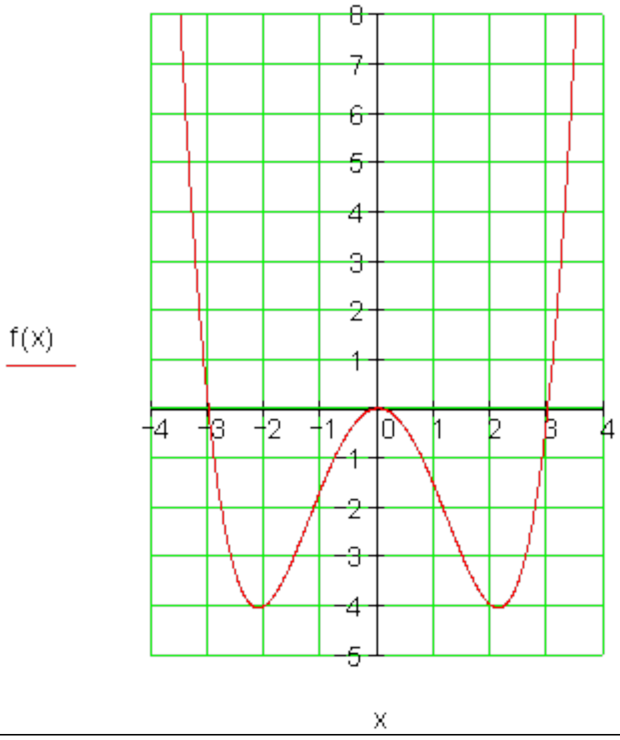
لومړی: د y محور سره غوڅتکی: $f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \,|\, 0)$

د xمحور سره غوڅتکی: $P_{x1/2}(0 \,|\, 0); P_{x3}(3 \,|\, 0); P_{x4}(-3 \,|\, 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت جدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2
f(x)	7,96	0	−3,44	−4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−3,04	−1,6	−0,44	0
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−0,44	−1,6	−3,04	−4
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−3,44	0	7,96	



$$f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{9}{5}x^2$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4-\frac{9}{5}x^2=0$$

ضريبونه يا ضريب دوله ليکنه

$$x^2\left(\frac{1}{5}x^2-\frac{9}{5}\right)=0 \Rightarrow x_{1/2}=0$$

$$\frac{1}{5}x^2-\frac{9}{5}=0 \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^2-9=0 \mid +9$$

$$\Leftrightarrow x^2=9 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x|=3 \Rightarrow x_3=3;\ x_4=-3$$

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x$$

سيومتري: نه شته

صفرځايونه:

$$x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x = 0$$

د ضريبونه

$$\left(\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2} = 0$$

د صفرځايونو پلټنه د هورنر شيما په مرسته

	1/4	−3	45/4	−27/2
= 1	↓	1/4	−11/4	17/2
	1/4	−11/4	17/2	−5
	1/4	−3	45/4	−27/2
= 2	↓	2/4	−20/4	25/2
	1/4	−10/4	25/4	−1
	1/4	−3	45/4	−27/2
= 3	↓	3/4	−27/4	27/2
	1/4	−9/4	9/2	0

$x_2 = 3$

$$x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{2} = 0 \mid \cdot 4$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x_3 = 6;\ x_4 = 3$$

د yمحور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$$

د xمحور سره غوڅتکی

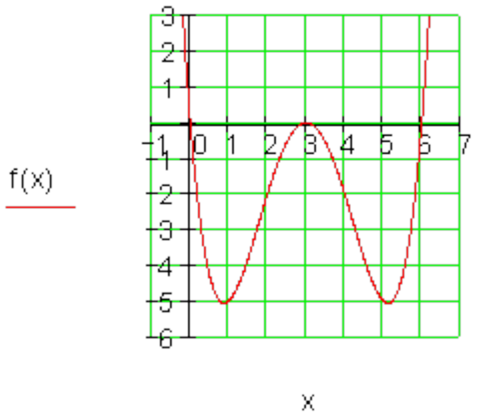
$$(0 \mid 0);\ P_{x2}(3 \mid 0);\ P_{x3}(6 \mid 0);\ P_{x4}(3 \mid 0)$$

$P(3 \mid 0)$ دبل صفرځای دی

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,95	0	−4,3	−5
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,8	−2	−0,55	0
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,55	−2	−3,8	−5
x	5,5			
f(x)	−4,3			

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 - 3\cdot x^3 + \frac{45}{4}\cdot x^2 - \frac{27}{2}\cdot x$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10}$$

Symmetrie:

achsensymmetrisch $f(-x)=f(x)$

Nullstellen:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10}=0$$

Substitution: $z=x^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{10}z^2-\frac{9}{5}z+\frac{81}{10}=0 \mid \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow z^2-18z+81=0$$

$p=-18;\ q=81$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=81-81=0$$

$$z_{1/2}=-\frac{p}{2}=9$$

$$z_1=9 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x_{1/2}=\pm 3$$

$$z_2=9 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x_{3/4}=\pm 3$$

$x_1=x_3=3$ doppelte Nullstelle

$x_2=x_4=-3$ doppelte Nullstelle

دريم: د yمحور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{81}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{81}{10}\right)$$

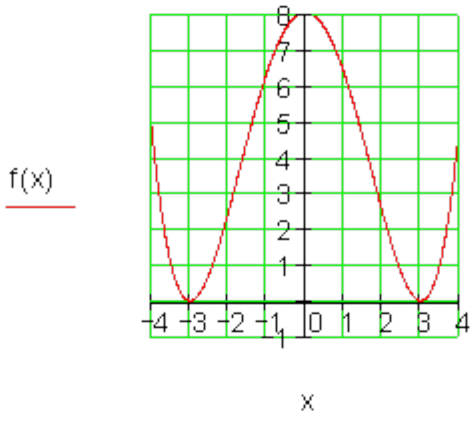
د xمحور سره غوڅتکی

$$P_{x1/3}(3 \mid 0);\ P_{x2/4}(-3 \mid 0)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,5	−3	−2,5	−2
f(x)	4,9	1,06	0	0,76	2,5
x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	4,56	6,4	7,66	8,1	7,66
x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	6,4	4,56	2,5	0,76	0
x	3,5	4			
f(x)	1,06	4,9			

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4-\frac{9}{5}\cdot x^2+\frac{81}{10}$$



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2$

Symmetrie: keine

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 = 0$

faktorisieren:

$x^2\left(\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8\right) = 0$

$\Rightarrow x_{1/2} = 0$

$\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$

$p = -8;\ q = 16$

$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$

$x_{3/4} = -\frac{p}{2} = 4$

د yمحور سره غوڅتکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$

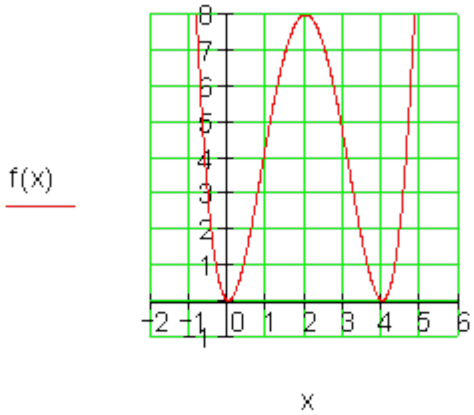
د xمحور سره غوڅتکی

$P_{x1/2}(0 \mid 0);\ P_{x3/4}(4 \mid 0)$

ارزښت جدول

x	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	12,5	2,53	0	1,53
x	1	1,5	2	2,5
f (x)	4,5	7,03	8	7,03
x	3	3,5	4	4,5
f (x)	4,5	1,53	0	2,53
x	5			
f (x)	12,5			

$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^4 - 4\cdot x^3 + 8\cdot x^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^3-x^2+6x+\frac{9}{2}$$

سيومتري: نه شته

د صفرځايونو پيدا کونه د هورنر له مخي

	$1/2$	-2	-1	6	$9/2$
$x=1$	$\downarrow$	$1/2$	$-3/2$	$-5/2$	$7/2$
	$1/2$	$-3/2$	$-5/2$	$7/2$	8
	$1/2$	-2	-1	6	$9/2$
$x=2$	$\downarrow$	1	-2	-6	0
	$1/2$	-1	-3	0	$9/2$
	$1/2$	-2	-1	6	$9/2$
$x=3$	$\downarrow$	$3/2$	$-3/2$	$-15/2$	$-9/2$
	$1/2$	$-1/2$	$-5/2$	$-3/2$	0

$\Rightarrow x_1=3$

	$1/2$	$-1/2$	$-5/2$	$-3/2$
$x=-1$	$\downarrow$	$-1/2$	1	$3/2$
	$1/2$	-1	$-3/2$	0

$\Rightarrow x_2=-1$

$$\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0\,|\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Rightarrow p=-2;\ q=-3$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+3=4\Rightarrow\sqrt{D}=2$$

$$x_{3/4}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_3=1+2=3\\x_4=1-2=-1\end{array}\right.$$

$$x_1=x_3=3;\ x_2=x_4=-1$$

پنځم: د yمحور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{9}{2}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{9}{2}\right)$$

د xمحور سره غوڅتکی

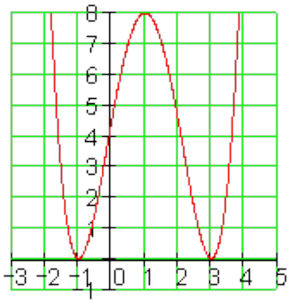
$$P_{x1/3}(3\,|\,0);\ P_{x2/4}(-1\,|\,0)$$

ارزښت جدول

x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0
$f(x)$	$2{,}53$	0	$1{,}53$	$4{,}5$
x	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2
$f(x)$	$7{,}03$	8	$7{,}03$	$4{,}5$
x	$2{,}5$	3	$3{,}5$	
$f(x)$	$1{,}53$	0	$2{,}53$	

$$f(x):=\frac{1}{2}\cdot x^4-2\cdot x^3-x^2+6\cdot x+\frac{9}{2}$$

f(x)



x

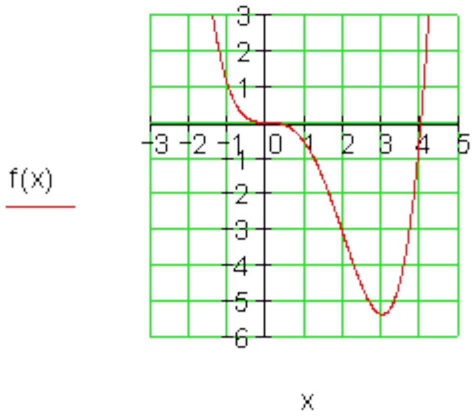
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

ارزښتجدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f (x)	3,71	1	0,11	0
x	0,5	1	1,5	2
f (x)	−0,09	−0,6	−1,69	−3,2
x	2,5	3	3,5	4
f (x)	−4,69	−5,4	−4,29	0
x	4,5			
f (x)	9,11			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{4}{5}\cdot x^3$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$$

سيومتري: نه شته

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 = 0$$

ضريبونه:

$$x^3\left(\frac{1}{5}x - \frac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2/3} = 0$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow x_4 = 4$$

د y-محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

د x-محور سره غوڅتکی

$$P_{x1/2/3}(0|0)$$

زينه تابع $P_{x4}(4|0)$

اوم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د yمحور سره غوڅتکی:

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

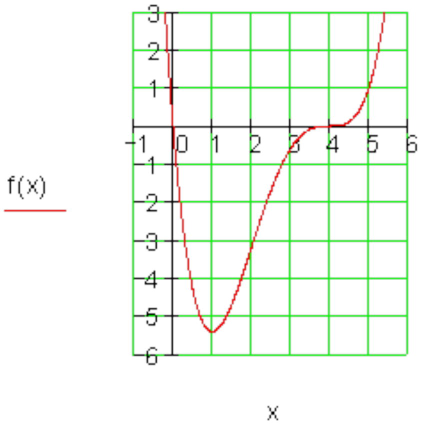
د xمحور سره غوڅتکی: $P_{x1}(0|0)$

د زيني تکی $P_{x2/3/4}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	5,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{12}{5}\cdot x^3 + \frac{48}{5}\cdot x^2 - \frac{64}{5}\cdot x$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x$$

سيومتري: نه شته

صفرځای:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x = 0$$

ضريبونه يا په ضريبي ډول يکنه

$$\frac{1}{5}x\left(x^3 - 12x^2 + 48x - 64\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0$$

د ازماېښت له لارې ځواب

$$\Rightarrow x_2 = 4$$

	1	−12	48	−64
x = 4	↓	4	−32	64
	1	−8	16	0

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$p = -8;\ q = 16$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow x_{3/4} - \frac{p}{2} = 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د yمحور سره غوځتکی:

$$f(0) = -\frac{27}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{27}{5}\right)$$

د xمحور سره غوځتکی

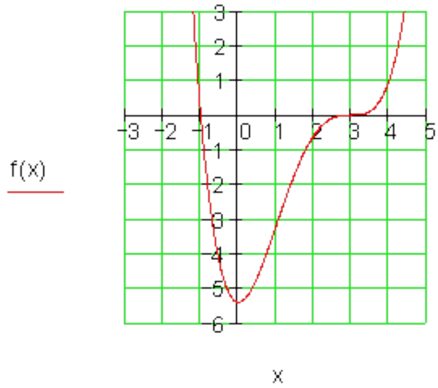
د زيني تکی $P_{x1/2/3}(3 \mid 0)$

$P_{x4}(-1 \mid 0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	2,5	3	3,5	4
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	4,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{8}{5}\cdot x^3 + \frac{18}{5}\cdot x^2 - \frac{27}{5}$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}$$

سيومتري: نه شته صفرځای

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} = 0 \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 27 = 0$$

د ازماېښت له لارې ځواب: x=3

	1	−8	18	0	−27
x = 3	↓	3	−15	9	27
	1	−5	3	9	0

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

له 3 سره ازماېښت:

	1	−5	3	9
x = 3	↓	3	−6	−9
	1	−2	−3	9

$$\Rightarrow x_2 = 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$p = -2 ;\ q = -3$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_{3/4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\ \begin{array}{l} x_3 = 1 + 2 = 3 \\ x_4 = 1 - 2 = -1 \end{array}\right.$$

2.16د تول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{28}{5}$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{28}{5}=0 \mid \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow x^4-18x^2+56=0$$

بدلون: $z=x^2$

$$\Rightarrow z^2-18z+56=0$$

$$p=-18;\ q=56$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=81-56=25$$

$$\sqrt{D}=\sqrt{25}=5$$

$$z_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \Big| \quad z_1=9+5=14,\quad z_2=9-5=4$$

$$z_1=x^2=14 \Rightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{14}$$

$$z_2=x^2=4 \Rightarrow x_{2/3}=\pm 2$$

د y- محور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{28}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{28}{5}\right)$$

د xمحور سره غوڅتکی:

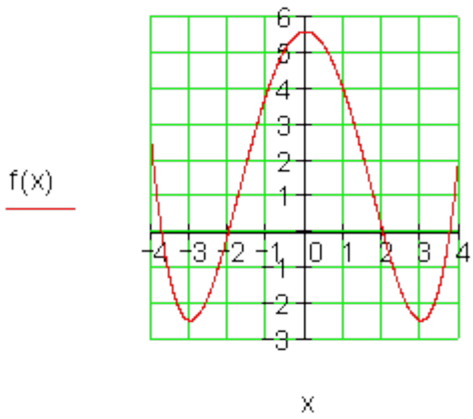
$$P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14} \mid 0\right)$$

$$P_{x3/4}\left(\pm 2 \mid 0\right)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,74	−3,5	−3
f(x)	2,4	0	−1,44	−2,5
x	−2,5	−2	−1,5	−1
f(x)	−1,74	0	2,06	3,9
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	5,16	5,6	5,16	3,9
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	2,06	0	−1,74	−2,5
x	3,5	3,74	4	
f(x)	−1,44	0	2,4	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4-\frac{9}{5}\cdot x^2+\frac{28}{5}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15د ورکړشوو شرایطو له مخې د تابع مساواتو لیکل

دتابع مساواتو لیکل:

موږ په یاد راوړو، چې د یوه پارابول د تابعمساوو ټاکلو لپاره د کواوردینات درې ټکي اړین وو، چې ضریبونه a_2 , a_1 او a_0 وټاکو.

(د درې ټکو له لارې د پارابول ټاکل)
د دریمې درجې د ټول راشنل مساوات په لاندې ډولدي:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

د څلورو متحولو a_3 ، a_2 ، a_1 ، a_0 لپاره سرې څلورو شرایطو ته اړ دی او له دې سره څلور ټاکنمساوات.

په ټولیزه توګه کره کیدی شي، چې د n –مې درجې ټول راشنل تابع لپاره n + 1 شرایطو ته اړتیا شتون لري او له دې سره n + 1 ټاکنمساوات اړین دي.

دریمه درجه ټول راشنل- یا هوښیار تابع د څلور ټکو له لارې:

د څلورو ټکو کواوردیناتونه، چې د تابعو ګراف باندې باید پراته وي، لکه چې ترې لاس ته راځي له وړاندې ورکړ شوي دي:

$P_1(-1 \mid 2)$; $P_2(2 \mid -1)$; $P_3(-3 \mid 44)$ او $P_4(1 \mid 0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساوات لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{l|llllllll}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = & 2 \\
P_2(2|-1): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = & -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = & 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = & 0
\end{array}$$

د مساوات سیستم حل

د ګاوس-الګوریتم سره

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I
1	−1	1	−1	2	
0	3	3	9	−3	| : 3
0	−2	8	−26	42	| : 2
0	2	0	2	−2	| : 2
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	−1	4	−13	21	III + II
0	1	0	1	−1	IV + III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	5	−10	20	| : 5
0	0	4	−12	20	| : 4
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	

د شا- يا په څټ ځاي په ځای کوني څخه د ضريبونو ټاکل:

$$-a_3 = 1 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$$

$$a_2 - 2a_3 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_2 - 2(-1) = a_2 + 2 = 4 \Rightarrow \boxed{a_2 = 2}$$

$$a_1 + a_2 + 3a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 + 2 + 3\cdot(-1) = a_1 + 2 - 3$$
$$= a_1 - 1 = -1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 0 + 2 - (-1) = a_0 + 2 + 1$$
$$= a_0 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

تابع مساوات: $\underline{\underline{f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1}}$ ازماېښت:

$P_1(-1|2): f(-1) = -(-1)^3 + 2\cdot(-1)^2 - 1 = 2$

$P_2(2|-1): f(2) = -2^3 + 2\cdot 2^2 - 1 = -1$

2.15د ورکړشوو شرایطو له مخې ....

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	0	1	−3	5	IV − III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	
0	0	0	−1	1	

$P_3(-3|44): f(-3) = -(-3)^3 + 2\cdot(-3)^2 - 1 = 44$

$P_2(1|0): f(1) = -1^3 + 2\cdot 1^2 - 1 = 0$

تمرینونه: د ټول هوښیار اعدادو توابعVII

ټول هوښیار توابع د څلورو ټکو له لارې(تابعمساوات ولیکئ)

1. $P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20)$
2. $P_1\left(1\left|-\frac{11}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{9}{2}\right.\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3\left|\frac{5}{2}\right.\right)$
3. $P_1(-1|-16); P_2(2|11); P_3(4|-11); P_4(6|-9)$
4. $P_1(-1|7); P_2(-2|6); P_3(3|1); P_4(-3|-2)$
5. $P_1(2|22); P_2(4|44); P_3(-4|4); P_4(8|40)$
6. $P_1(1|0); P_2(-1|-2); P_3(2|16); P_4(-3|-4)$
7. $P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$
8. $P_1(1|6); P_2(3|-4); P_3\left(-\frac{1}{2}\left|\frac{45}{8}\right.\right); P_4\left(-\frac{3}{2}\left|-\frac{77}{8}\right.\right)$
9. $P_1\left(1\left|-\frac{9}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{11}{2}\right.\right); P_3\left(3\left|-\frac{5}{2}\right.\right); P_4\left(-\frac{5}{2}\left|-8\right.\right)$
10. $P_1(1|25); P_2(-1|-49); P_3(3|27); P_4(5|5)$

د دریمې درجې ټول هوښیار یا راشنل تابع چې له څلور ټکو تیریږي.

د څلورمې درجې ټول هوښیار توابع چې له پنځه ټکو څخه تیریږي.
د پنځه ټکو کواوردیناتونه، چې د توابع ګراف باندې باید پراته وي، په لاندې توګه د مخه ورکړ شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-2 \mid 2)$; $P_2(-1 \mid 0)$; $P_3(1 \mid 0)$; $P_4(2 \mid 2)$ und $P_5(3 \mid 3)$.

لومړی مساواتسیستم د ورکړ شوو ټکو لپاره لیکل کیږي.

$P_1(-2\mid 2)$:	$f(-2)$	=	$16a_4$	$-8a_3$	$+4a_2$	$-2a_1$	$+1a_0$	=	2
$P_2(-1\mid 0)$:	$f(-1)$	=	$1a_4$	$-1a_3$	$+1a_2$	$-1a_1$	$+1a_0$	=	0
$P_3(1\mid 0)$:	$f(1)$	=	$1a_4$	$+1a_3$	$+1a_2$	$+1a_1$	$+1a_0$	=	0
$P_4(2\mid 2)$:	$f(2)$	=	$16a_4$	$+8a_3$	$+4a_2$	$+2a_1$	$+1a_0$	=	2
$P_5(3\mid 3)$:	$f(3)$	=	$81a_4$	$+37a_3$	$+9a_2$	$+3a_1$	$+1a_0$	=	3

د ګاوس –الګوریتم له لارې ځواب:

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
1	2	4	−8	16	2
1	−1	1	−1	1	0 II − I
1	1	1	1	1	0 III − I
1	2	4	8	16	2 IV − I
1	3	9	27	81	3 V − I
1	3	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	−1	−3	9	−15	−2 | ·(−3)
0	0	0	16	0	0 | : 16
0	1	5	35	65	1 | ·3
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	3	9	−27	45	6 III + II
0	0	0	1	0	0
0	3	15	105	195	3 V + II
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	6	−20	30	5
0	0	0	1	0	0
0	0	12	112	180	1 V − 2·III
1	2	4	−8	16	2

$$\boxed{a_3 = 0}$$

$$120a_4 = -7 \Rightarrow a_4 = \boxed{-\frac{7}{120}}$$

$$6a_2 + 30a_4 = 4 \Leftrightarrow 6a_2 + 30\cdot\left(-\frac{7}{120}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{23}{24}}$$

$$-3a_1 - 3a_2 - 15a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow -3a_1 - 3\cdot\frac{23}{24} - 15\cdot\left(-\frac{7}{120}\right) = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + 4a_2 + 16a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4\cdot\frac{23}{24} + 16\cdot\left(-\frac{7}{120}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{9}{10}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کيږ: تابعمساوات:

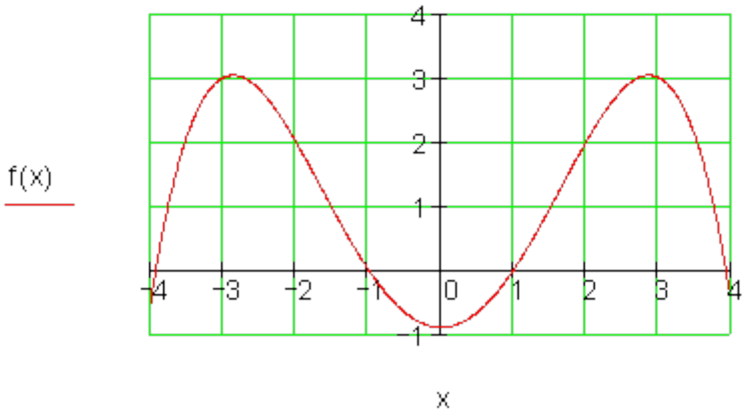
$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & -3 & -3 & 7 & -15 & -2 \\ 0 & 0 & 8 & -20 & 30 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 152 & 120 & -7 \end{array}\right)$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{7}{120}x^4 + \frac{23}{24}x^2 - \frac{9}{10}$$

تابع ګراف کيدی شي په يوه جدول ارزښت پيدا شي او لاندې تلنلار لري:

$$f(x) := \frac{-7}{120}\cdot x^4 + \frac{23}{24}\cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



که د تابع ګراف نور خويونه څرګند وي، نو کيدی شي د ټاکنمساواتو تعدا يا ګنون راکم شي.

د دريمې درجې ټول هوښيار توابع ، چې له دوه ټکو تيرېږي

د دريمي درجې ټول راشنل – يا هوښيار توابع ټکی سيومتريک دی او د لاندې ټکو څخه تيرېږي: $P_1(1|2)$ او $P_2(\sqrt{2}|\sqrt{2})$

د ټکي سيومتري له امله تابع مساوات فقط د ناجوړه يا طاق جګګڼ يا جګعدد(اکسپوننت) څخه د زياتيدونو يا د جمعي اعضاو څخه جوړ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لاندې الماني پښتو:اېښوونه ، تابع مساوات.

$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(1|2): \quad f(1) = 1a_3 + 1a_1 = 2$

$P_2\left(\sqrt{2}\,|\,\sqrt{2}\right): \quad f\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}a_3 + \sqrt{2}a_1 = \sqrt{2}$

a_3	a_1	
1	1	2
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$ I : $\sqrt{2}$
1	1	2
2	1	1II − 2·I
1	1	2
0	−1	−3

$\boxed{a_1 = 3}$

$a_3 + a_1 = 2$

$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = -x^3 + 3x$

څلورمه درجه ټول هوښیار تابع چې له **(0 | 0)** او څلور ټکو تیریږي.

د څلور ټکو کواوردینات ورکړ شوی دی. پنځم ټکی پیلټکی دی. د دې لارې یا له دې سره څلور ټاکنمساوات منځ ته راځي.

د الماني پښتو په ترتیب: د ټکو له مخه ورکړه، ټولیز تابع مساوات، اېښوونه، تابع مساوات

$\text{Punktvorgabe: } P_1(-1|2);\ P_2(1|-2);\ P_3(2|-4);\ P_4(3|18)$

$\text{Allgemeine Funktionsgleichung: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

$P(0|0): \quad f(0) = a_0 = 0 \Rightarrow \boxed{a_0 = 0} \Rightarrow \text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1(-1|2): \quad f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 2$

$P_2(1|-2): \quad f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = -2$

$P_3(2|-4): \quad f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = -4$

$P_3(3|18): \quad f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 18$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	−1	1	−1	2
1	1	1	1	−2 II − I
16	8	4	2	−4 III − 16·I
81	27	9	3	18 IV − 81·I
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	24	−12	18	−36 III − 12·II
0	108	−72	84	−144 IV − 4,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	−18	3	18 IV − 1,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	0	12	0

$\boxed{a_1 = 0}$

$2a_3 = -4 \Rightarrow \boxed{a_3 = -2}$

$-12a_2 = 12 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_4 - a_3 + a_2 = 2$

$\Leftrightarrow a_4 + 2 - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{a_4 = 1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^4 - 2x^3 - x$

د ځلورمې درجې ټول هوښیار اعداد د درې ټکوله لارې محور سیومتریک دي.

د ځلورمې درجې ټول هوښیار تابع محور سیمتریک دی او د لاندې ټکو د یوه ځخه تیریږي:

$P_1(0|4)$ $P_2\left(1|\frac{25}{8}\right)$ او $P_3(2|2)$

اینبوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ د محور سیومتریک له امله فقط جوړه اکسپوننت(جګعدد)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(0|4):\quad f(0)=a_0=4\Rightarrow \boxed{a_0=4}$$
$$P_2\left(1|\frac{25}{8}\right):\quad f(1)=1a_4+1a_2+4=\frac{25}{8}\Leftrightarrow 1a_4+1a_2=-\frac{7}{8}$$
$$P_3(2|2):\quad f(2)=16a_4+4a_2+4=2\Leftrightarrow 16a_4+4a_2=-2$$

a_4	a_2	
1	1	$-\frac{7}{8}\,|\cdot 8$
16	4	$-2\,|:2$
8	8	-7
8	2	$-1\,||\,-\mathrm{I}$
1	1	-7
0	-6	6

$$-6a_2=-6\Rightarrow \boxed{a_2=-1}$$
$$8a_4+8a_2=-7$$
$$\Leftrightarrow 8a_4-8=-7\Rightarrow \boxed{a_4=\frac{1}{8}}$$
$$f(x)=\frac{1}{8}x^4-x^2+4$$

د ټولو صفرځایونو او یوه ټکي له مخه ورکړه

د دریمې درجې ټول هوښیار اعداد

$$P_{x1}(-3\,|\,0);\,P_{x2}(-1|\,0);\,P_{x3}(1|\,0);\,P(0\,|\,-2)$$

په کرښیز ضریبونو اینوونه:

$$f(x)=a(x+3)(x+1)(x-1)$$
$$P(0\,|\,-2):\quad f(0)=a\cdot 3\cdot 1\cdot(-1)=-2\Rightarrow a=\frac{2}{3}$$
$$f(x)=\frac{2}{3}(x+3)(x+1)(x-1)=\frac{2}{3}x^3+2x^2-\frac{2}{3}x-2$$

څلورمه درجه ټول هوښیار توابع

$$P_{x1}(-2\,|\,0);\,P_{x2}(-2\,|\,0);\,P_{x3}(-2\,|\,0);\,P_4(3\,|\,0);\,P(0\,|\,1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اینښوونه په کرښیزو ضریبونو:

$$f(x) = a(x+2)^3(x-3)$$

$$P(0|1,5): \quad f(0) = a \cdot 8 \cdot (-3) = 1,5 \Leftrightarrow -24a = 1,5 \Rightarrow a = -\frac{3}{48} = -\frac{1}{16}$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x+2)^3(x-3) = \underline{\underline{-\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}}}$$

تمرینونه: VIII

ټول هوښیار توابع له ورکړ شوو دلایلو له مخې

د تابع مساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

لومړی: دریمه درجه ټکی سیومتریک $P_1(2|3)\ \ P_2(-3|-2)$

دویم:دریمه درجه، صفرځایونه $x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2;\ \ P(-2|2)$

دریم:دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = 0;\ x_3 = 2;\ \ P(1|5)$

څلورم: دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = -2;\ x_3 = 1;\ \ P(2|4)$

پنځم: دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2/3} = 3;\ \ P(-1|8)$

شپږم:څلورمه درجه، محورسیمتریک $P_1(1|2);\ P_2(2|-1);\ P_3(-3|-2)$

اوم:څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2/3} = -2;\ x_4 = 2;\ \ P(1|3)$

اتم:څلورمه درجه، له سرچینې $P_1(1|1);\ P_2(-1|-3);\ P_3(3|-1);\ P_4(-3|-1)$

نهم: څلورمه درجه، $P_1(1|1);\ P_2(-1|-3);\ P_3(3|-1);\ P_4(-3|-1)$ صفرځایونه
$x_1=-3;\ x_2=-1;\ x_3=2;\ x_4=5;\ \ P(1|2)$

لسم: څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2}=-3;\ x_{3/4}=2;\ \ P(1|4)$

نتیجې

د ټول هوښیار اعدادو توابعو ته تمرینونوVII

له څلور ټکو څخه ټول هوښیار توابع(تابع مساوات ولیکی)

نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې

لومړی :

$$P_1(1\mid 4);\ P_2(2\mid 2);\ P_3(4\mid 4);\ P_4(5\mid 20)\Rightarrow f(x)=x^3-6x^2+9x$$

x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

$P_y(0\mid 0);\ P_{x1}(0\mid 0);\ P_{x2/3}(3\mid 0)$ doppelte Nullstelle

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه
دویم:

$$P_1\left(1\ \middle|\ -\frac{11}{2}\right);\ P_2\left(-1\ \middle|\ \frac{9}{2}\right);\ P_3(-2\mid 8);\ P_4\left(-3\ \middle|\ \frac{5}{2}\right)\Rightarrow f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

$$P_y(0\mid 0);\ P_{x1}(2\mid 0);\ P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx -0{,}31\ \middle|\ 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx -3{,}186\ \middle|\ 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم :

$$P_1(-1 \mid -16); P_2(2 \mid 11); P_3(4 \mid -11); P_4(6 \mid -9) \Rightarrow f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f (x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

$$P_y(0 \mid 9); P_{x1}(3 \mid 0); P_{x2}\left(3+\sqrt{12} \approx 6{,}46 \mid 0\right); P_{x3}\left(3-\sqrt{12} \approx -0{,}46 \mid 0\right)$$

څلورم:

$$P_1(-1 \mid 7); P_2(-2 \mid 6); P_3(3 \mid 1); P_4(-3 \mid -2) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f (x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

$$P_y(0 \mid 4); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}\left(\sqrt{8} \approx 2{,}83 \mid 0\right); P_{x2}\left(-\sqrt{8} \approx -2{,}83 \mid 0\right)$$

پنځم:

$$P_1(2 \mid 22); P_2(4 \mid 44); P_3(-4 \mid 4); P_4(8 \mid 40) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f (x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f (x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

$$P_y(0 \mid 0); P_{x1}(0 \mid 0); P_{x2}\left(3+\sqrt{45} \approx 9{,}71 \mid 0\right); P_{x2}\left(3-\sqrt{45} \approx -3{,}71 \mid 0\right)$$

شپږم:

$$P_1(1 \mid 0); P_2(-1 \mid -2); P_3(2 \mid 16); P_4(-3 \mid -4) \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f (x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

$P_y(0 \mid -4); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2/3}(-2 \mid 0)$ doppelte Nullstelle

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپورته پښتو: ډبل صفرځايونه

اوم:

$P_1(1 \mid 1); P_2(2 \mid 0); P_3(-2 \mid 4); P_4(3 \mid 9) \Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

$P_y(0 \mid 6); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1{,}303 \;\middle|\; 0\right); P_{x3}\left(-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2{,}303 \;\middle|\; 0\right)$

اتم:

$P_1(1 \mid 6); P_2(3 \mid -4); \; P_3\left(-\frac{1}{2} \;\middle|\; \frac{45}{8}\right); P_4\left(-\frac{3}{2} \;\middle|\; -\frac{77}{8}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

$P_y(0 \mid 8); P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0); P_{x3}(4 \mid 0)$

نهم:

$P_1\left(1 \;\middle|\; -\frac{9}{2}\right); P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{11}{2}\right); P_3\left(3 \;\middle|\; -\frac{5}{2}\right); P_4\left(-\frac{5}{2} \;\middle|\; -8\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−8	0	4,25	5,5	−1,25	2	−1,25	−4,5	−7	−8	−6,75	−2,5	5,5

$P_y(0 \mid 2); P_{x1}(-2 \mid 0); P_{x2}\left(\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3{,}19 \;\middle|\; 0\right); P_{x3}\left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0{,}31 \;\middle|\; 0\right)$

لسم:د لاندې پښتو: ډبل صفرځايونه

$P_1(1 \mid 25); P_2(-1 \mid 49); P_3(3 \mid 27); P_4(5 \mid 5) \Rightarrow f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

$P_y(0 \mid 0); P_{x1/2}(6 \mid 0)$ doppelte Nullstelle ; $P_{x2}(0 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه:

لومړی:

د مساوات سيستم ليکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|4) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(2|2) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_3(4|4) \Rightarrow \quad f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_4(5|20) \Rightarrow \quad f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = 20$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	4
1	2	4	8	2
1	4	16	64	4
1	5	25	125	20

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -6$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Wertetabelle:

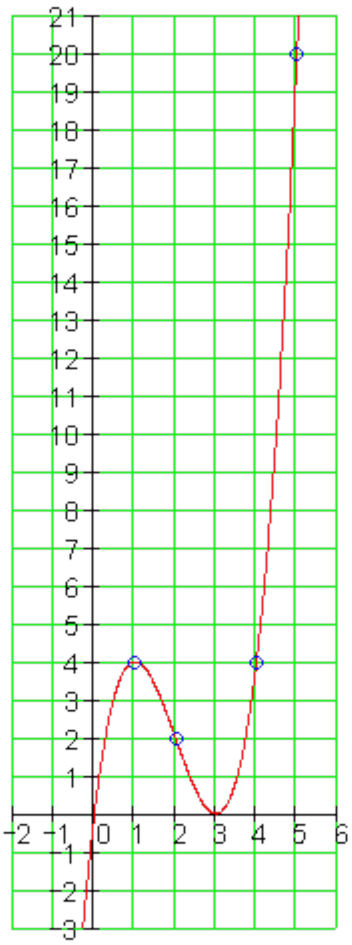
x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3. د ګاوس- الګوریتم مفصل ځواب



محور غوڅټکي:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅټکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

ضریب ډول لیکنه:

$$x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$
$$p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = 0$$
$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

$P_{x1}(0|0)$
$P_{x2/3}(3|0)$ doppelte Nullstelle

پورته الماني: ډبل صفرځایونه

دویم:

د مساواتسیستم لیکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1 \mid -\frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{11}{2}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{2}$$

$$P_3(-2 \mid 8) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 8$$

$$P_4\left(-3 \mid \frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	−11/2
1	−1	1	−1	9/2
1	−2	4	−8	8
1	−3	9	−27	5/2

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = -2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

پورته الماني کیڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

رزښت جدول.

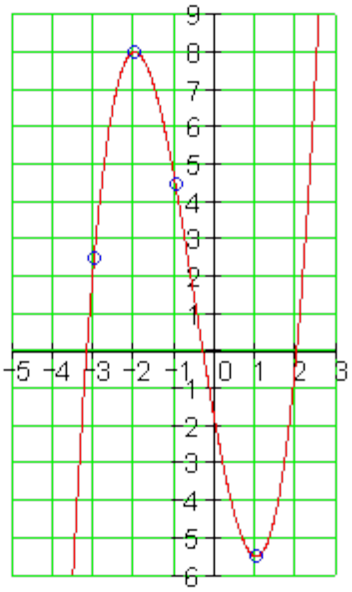
x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل.د ګاوس- الګوریتم

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$



د x-محور سره غوڅتکی

$$P_{x1}(2\,|\,0)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right) \approx (-0{,}31|\,0)$$

$$P_{x3}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right) \approx (-3{,}186\,|\,0)$$

محور غوڅتکي

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

د y- محور سره غوڅتکی

$$f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0\,|\,-2)$$

صفرځایونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 = 0$$

له ارزښتجدول څخه:x1=2

	1	3/2	−6	−2
x = 2	↓	2	7	2
	1	7/2	1	0

$$\Rightarrow x^2 + \frac{7}{2}x + 1 = 0$$

$$p = \frac{7}{2};\ q = 1 \Rightarrow D = \frac{33}{16}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \qquad \left|\ \begin{aligned} x_2 &= -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0{,}314 \\ x_3 &= -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3{,}168 \end{aligned}\right.$$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساوات لیګنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-1|-16) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -16$$

$$P_2(2|11) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 11$$

$$P_3(4|-11) \Rightarrow \quad f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = -11$$

$$P_4(6|-9) \Rightarrow \quad f(6) = 216a_3 + 36a_2 + 5a_1 + 1a_0 = -9$$

د ګاوس الګوریتم

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	−16
1	2	4	8	11
1	4	16	64	−11
1	6	36	216	−9

....

....

$\Rightarrow$

لاس ته راوړنه:

$a_3 = 1$

$a_2 = -9$

$a_1 = 15$

$a_0 = 9$

تابعمساوات:

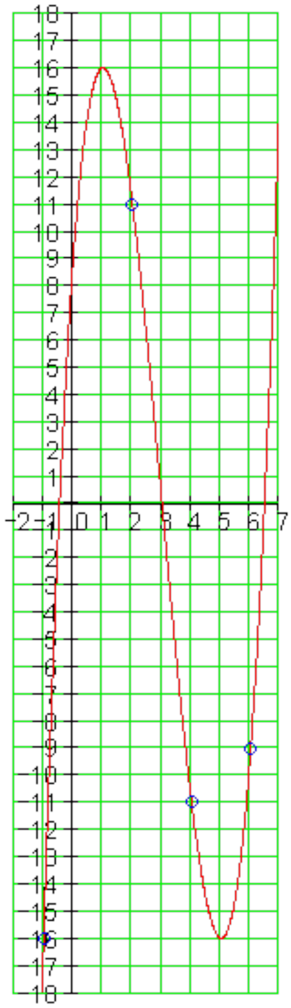
$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

ارزښت جدولي

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f (x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$



$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

د y– محور سره غوڅټکی:

$$f(0) = 9 \Rightarrow P_y(0|9)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 15x + 9 = 0$$

د ارزښت جدول څخه:x1=3

	1	−9	15	9
x = 3	↓	3	−18	−9
	1	−6	−3	0

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$p = -6\,;\ q = -3 \Rightarrow D = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 3 + \sqrt{12} \approx 6{,}46 \\ x_3 = 3 - \sqrt{12} \approx -0{,}46 \end{array} \right.$$

دx – محور سره غوڅټکي

$$P_{x1}(3|0)$$

$$P_{x2}\left(3 + \sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (6{,}46|0)$$

$$P_{x3}\left(3 - \sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (-0{,}46|0)$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساواتسیستم لیکنه:

$$
\begin{aligned}
&f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \\
&P_1(-1|7) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 7 \\
&P_2(-2|6) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 6 \\
&P_3(3|1) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 1 \\
&P_4(-3|-2) \Rightarrow \quad f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -2
\end{aligned}
$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	7
1	−2	4	−8	6
1	3	9	27	1
1	−3	9	−27	−2

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = \frac{1}{2}$

$a_2 = -\frac{1}{2}$

$a_1 = -4$

$a_0 = 4$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

پورته الماني کینې لور: د ګاوس –الګوریتم، ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

ارزښت جدول.

x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

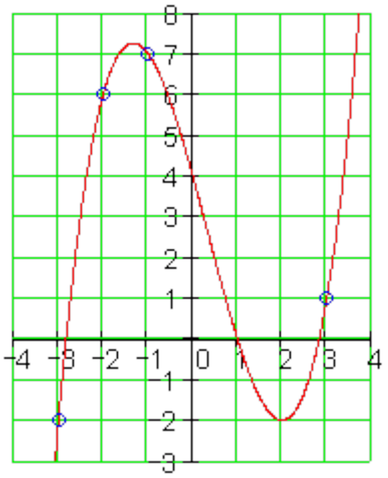
بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$



د x- محور سره غوڅټکي

$P_{x1}(1|0)$

$P_{x2}(\sqrt{8}|0) \approx (2,83|0)$

$P_{x3}(-\sqrt{8}|0) \approx (-2,83|0)$

</td>
<td>

محورغوڅټکي :

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

د y– محور سره غوڅټکی

$f(0) = 4 \Rightarrow P_y(0|4)$

صفرځايونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 = 0$

د ارزښت جدول ښخه:x1=1

$$\begin{array}{lcccc} & 1/2 & -1/2 & -4 & 4 \\ x=1 & \downarrow & \underline{1/2} & \underline{0} & \underline{-4} \\ & 1/2 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 | +4$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 4 | \cdot 2 \Leftrightarrow x^2 = 8$

$\Rightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8} \approx \pm 2,83$

</td>
</tr>
</table>

پنځم:

د مساواتسيستم ليکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(2|22) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 22$$
$$P_2(4|44) \Rightarrow f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 44$$
$$P_3(-4|4) \Rightarrow f(-4) = -64a_3 + 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_4(8|40) \Rightarrow f(8) = 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 = 40$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	2	4	8	22
1	4	16	64	44
1	−4	16	−64	4
1	8	64	512	40

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = -\frac{1}{4}$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

Wertetabelle:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f(x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

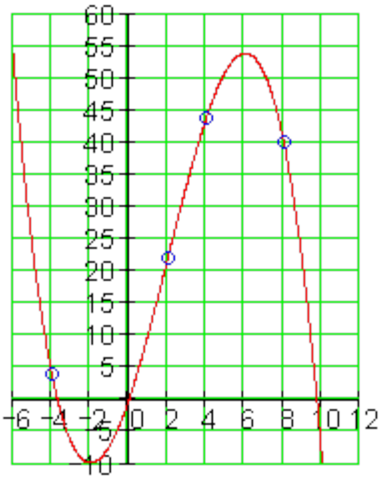
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3. د ګاوس- الګوریتم مفصل

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$



د x- محور سره غوڅښکي:

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2}\left(3+\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (9{,}71|\,0)$

$P_{x3}\left(3-\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (-3{,}71|\,0)$

محورغوڅښکي :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅښکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|\,0)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x = 0$$

ضریبوني ډوله لیکنه

$$x\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9 = 0\,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$p = -6\,;\; q = -36 \Rightarrow D = 45$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = 3+\sqrt{45} \approx 9{,}71 \\ x_3 = 3-\sqrt{45} \approx -3{,}71 \end{array}\right.$$

شېړم:

د مساواتسیستم لیکنه:

د مساواتسیستم لیکنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(1|0) \Rightarrow \quad f(1) &= 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0\\
P_2(-1|-2) \Rightarrow \quad f(-1) &= -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2\\
P_3(2|16) \Rightarrow \quad f(2) &= 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 16\\
P_4(-3|-4) \Rightarrow \quad f(-3) &= -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -4
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	0
1	−1	1	−1	−2
1	2	4	8	16
1	−3	9	−27	−4

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = 3$

$a_1 = 0$

$a_0 = -4$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

Wertetabelle:

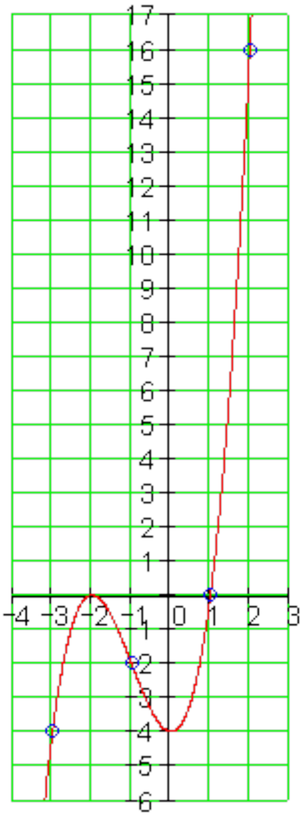
x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګرریتم مفصل

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$	محورغوڅټکي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$



د y– محور سره غوڅټکی

$$f(0) = -4 \Rightarrow P_y(0|-4)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0$$

د ارزښت جدول څخه:x1=1

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 3 & 0 & -4 \\ x=1 & \downarrow & & \underline{1} & \underline{4} & \underline{4} \\ & & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$p = 4;\ q = 4 \Rightarrow D = 0$$

$$x_{2/3} = -2$$

د x– محور سره غوڅټکي

$$P_{x1}(1|0)$$

$P_{x2/3}(-2|0)$ دبل صفرځایونه

اوم:

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{lclcl} P_1(1|1) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = & 1 \\ P_2(2|0) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = & 0 \\ P_3(-2|4) \Rightarrow & f(-2) & = & -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = & 4 \\ P_4(3|9) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = & 9 \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|1) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$$
$$P_2(2|0) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 0$$
$$P_3(-2|4) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_4(3|9) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	1
1	2	4	8	0
1	−2	4	−8	4
1	3	9	27	9

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -1$

$a_1 = -5$

$a_0 = 6$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

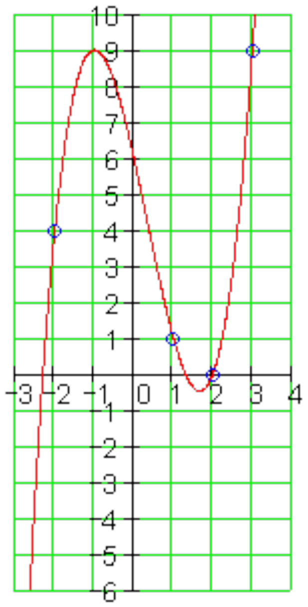
G3 .د ګاوس- الګرريتم مفصل

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

محورغوڅيکي :

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x –محور سره غوڅتکي:

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)\approx(1,303\,|\,0)$

$P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)\approx(-2,303\,|\,0)$

د y– محور سره غوڅتکی

$f(0)=6\Rightarrow P_y(0|6)$

صفرځایونه:

$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=0$

د ارزښت جدول څخه:x1=2

	1	−1	−5	6
x = 2	↓	2	2	−6
	1	1	−3	0

$x^2+x-3=0$

$p=1;\ q=-3\Rightarrow D=\frac{13}{4}$

$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

$x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx 1,303$

$x_2=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx -2,303$

اتم:

مساواتسيستم ليکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|6) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_2(3|-4) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_3\left(-\frac{1}{2}|\frac{45}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}a_3 + \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{45}{8}$$

$$P_4\left(-\frac{3}{2}|-\frac{77}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}a_3 + \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{77}{8}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	6
1	3	9	27	−4
1	−1/2	1/4	−1/8	45/8
1	−3/2	9/4	−27/8	−77/8

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -5$

$a_1 = 2$

$a_0 = 8$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

Wertetabelle:

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

پورته الماني کیڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

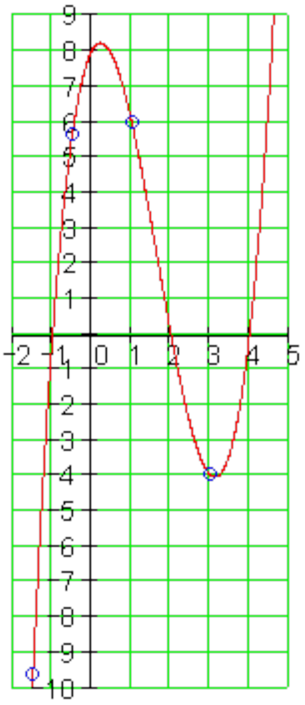
بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ محورغوڅټکي :

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 8 \Rightarrow P_y(0|8)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$$

د ارزښت جدول څخه:

$$x_1 = -1;\ x_2 = 2;\ x_3 = 4$$

د x– محور سره غوڅتکي

$$P_{x1}(-1|0);\ P_{x2}(2|0);\ P_{x3}(4|0)$$

نهم:

د مساواتسیستم: لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1|-\frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{9}{2}$$

$$P_2\left(-1|\frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{11}{2}$$

$$P_3\left(3|-\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

$$P_4\left(-\frac{5}{2}|-8\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{125}{8}a_3 + \frac{25}{4}a_2 - \frac{5}{2}a_1 + 1a_0 = -8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	$-9/2$
1	-1	1	-1	$11/2$
1	3	9	27	$-5/2$
1	$-5/2$	$25/4$	$-125/8$	-8

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -\frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = 2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

Wertetabelle:

x	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	-8	0	4,25	5,5	$-1,25$	2	$-1,25$	$-4,5$	-7	-8	$-6,75$	$-2,5$	5,5

پورته الماني کينې لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتني ته

G3 .د ګاوس- الګرړيتم مفصل

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

محورغوڅټکي :

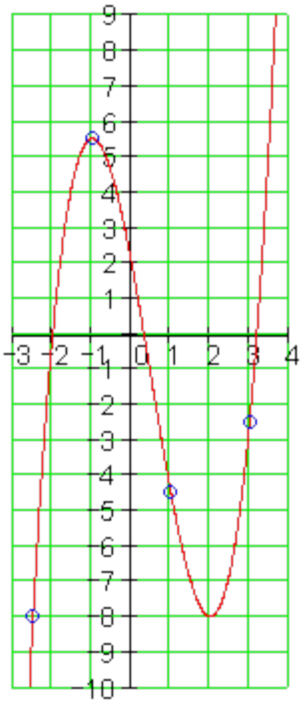
$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

د y– محور سره غوڅټکی

$$f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x-محور سره غوڅتکي:

$P_{x1}(-2|\,0)$

$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(3{,}19\,|\,0)$

$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(0{,}31\,|\,0)$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2=0$$

د ارزښت جدول څخه: x1= -2

		1	$-3/2$	-6	2
$x=-2$	$\downarrow$		$-4/2$	7	-2
		1	$-7/2$	1	0

$$x^2-\frac{7}{2}x+1=0$$

$$p=-\frac{7}{2};\ q=1 \Rightarrow D=\frac{33}{16}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l} x_2=\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 3{,}19 \\ x_2=\frac{7}{2}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 0{,}31\end{array}\right.$$

لسم:

د مساواتسيستم ليکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll} P_1(1|25) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 25 \\ P_2(-1|-49) \Rightarrow & f(-1) & = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = -49 \\ P_3(3|27) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 27 \\ P_4(5|5) \Rightarrow & f(5) & = & 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 & = 5 \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	25
1	−1	1	−1	−49
1	3	9	27	27
1	5	25	125	5

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -12$

$a_1 = 36$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$$

....

Wertetabelle:

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

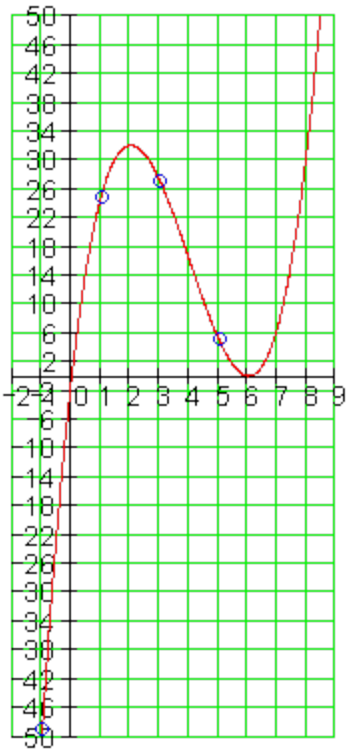
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتني ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$



محورغوڅېکي :

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

د y– محور سره غوڅېکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x^2 + 36x = 0$

د ارزښت جدول څخه:x1=6

	1	−12	36	0
x = 6 ↓		6	−36	0
	1	−6	0	0

$x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x_2 = 6 ; x_3 = 0$

د x– محور سره غوڅېکي

لاندې : ډبل صفرځای

ډبل صفرځلی: $P_{x1/2}(6|0)$

$P_{x3}(0|0)$

G1 د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	4	
1	2	4	8	2	II − I
1	4	16	64	4	III − I
1	5	25	125	20	IV − I
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	3	15	63	0	III − 3·II
0	4	24	124	16	IV − 4·II
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	12	96	24	IV − 2·III
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	0	12	12	

$\Rightarrow$

$$12a_3 = 12 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$6a_2 + 42a_3 = 6$$
$$\Leftrightarrow 6a_2 + 42 = 6 \mid -42$$
$$\Leftrightarrow 6a_2 = -36 \mid : 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -6}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -2$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 18 + 7 = -2$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 11 = -2 \mid +11 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 9 - 6 + 1 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 4 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x}}$$

بیرته پوښتنې ته

G2 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{11}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−1	1	−1	$\frac{9}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−2	4	−8	8	$\mid \cdot 2$
1	−3	9	−27	$\frac{5}{2}$	$\mid \cdot 2$
2	2	2	2	−11	

$$-4a_3 = -4 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 - 4a_3 = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2	−2	2	−2	9	II − I
2	−4	8	−16	16	III − I
2	−6	18	−54	5	IV − I
2	2	2	2	−11	
0	−4	0	−4	20	|: (−2)
0	−6	6	−18	27	|: 3
0	−8	16	−56	16	|: 4
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	−2	2	−6	9	III + II
0	−2	4	−14	4	IV + II
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	4	−12	−6	IV − 2·III
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	0	−4	−4	

$$\Leftrightarrow 2a_2 - 4 = -1 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = 3 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad 2a_1 + 2a_3 = -10$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 2 = -10 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -12 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$$

$$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -11$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 + 3 + 2 = -11$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 7 = -11 \mid +7$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 = -4 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	−16	
1	2	4	8	11	II − I
1	4	16	64	−11	III − I
1	6	36	216	−9	IV − I
1	−1	1	−1	−16	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

$$8a_3 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 + 10a_3 = -8$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + 10 = -8 \mid -10$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	~~3~~	~~3~~	~~9~~	~~27~~	~~$\|:3$~~
0	5	15	65	5	$\|:5$
0	7	35	217	7	$\|:7$
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	1	3	13	1	III − II
0	1	5	31	1	IV − II
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	4	28	−8	IV − 2·III
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	0	8	8	

$\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = -18 \,|:2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -9}$$

$$a_1 + a_2 + 3a_3 = 9$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 9 + 3 = 9$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 6 = 9 \,|+6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 15}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = -16$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 15 - 9 - 1 = -16$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 25 = -16 \,|+25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 9}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9}}$$

بيرته پوښتنې ته

G4 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	7	
1	−2	4	−8	6	II − I
1	3	9	27	1	III − I
1	−3	9	−27	−2	IV − I
1	−1	1	−1	7	
0	−1	3	−7	−1	
0	4	8	28	−6	III + 4·II
0	−2	8	−26	−9	IV − 2·II
1	−1	1	−1	7	

$\Rightarrow$

$$20a_2 = -10 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$$

$$2a_2 - 12a_3 = -7$$
$$\Leftrightarrow -1 - 12a_3 = -7 \,|+1$$
$$\Leftrightarrow -12a_3 = -6 \,|:(-12) \Leftrightarrow \boxed{a_3 = \frac{1}{2}}$$

$$-a_1 + 3a_2 - 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow -a_1 - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -1$$
$$\Leftrightarrow -a_1 - 5 = -1 \,|+5$$
$$\Leftrightarrow -a_1 = 4 \,|:(-1) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	−1	3	−7	−1
0	0	20	0	−10
0	0	2	−12	−7

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 3 = 7 \mid -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

تابعمساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

بیرته پوښتنې ته

G5 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	2	4	8	22	
1	4	16	64	44	II − I
1	−4	16	−64	4	III − I
1	8	64	512	40	IV − I
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	−6	12	−72	−18	$III + 3\cdot II$
0	6	60	504	18	$IV - 3\cdot II$
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	24	336	−48	$IV - \frac{1}{2}\cdot III$
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	0	288	−72	

$\Rightarrow$

$$288a_3 = -72 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = -\frac{1}{4}}$$

$$48a_2 + 96a_3 = 48$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 - 24 = 48 \mid +24$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 = 72 \mid : 48 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$2a_1 + 12a_2 + 56a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 18 - 14 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 4 = 22 \mid -4$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 18 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 6 - 2 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 22 = 22 \mid -22 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$

بيرته پوښتنې ته

.G6د گاوس- الگوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	0	
1	−1	1	−1	−2	II − I
1	2	4	8	16	III − I
1	−3	9	−27	−4	IV − I
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	1	3	7	16	$III + \frac{1}{2} \cdot II$
0	−4	8	−28	−4	
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	3	6	15	|: 3
0	0	8	−24	1	|: 8
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	1	−3	0	IV − III
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	0	−5	−5	

$\Rightarrow$

$$-5a_3 = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$a_2 + 2a_3 = 5$$
$$\Leftrightarrow a_2 + 2 = 5 \mid -2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 3}$$

$$-2a_1 - 2a_3 = -2$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -2 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 + 3x^2 - 4}}$$

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G7 .د ګاوس- الګرریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	$III + 3 \cdot II$
0	2	8	26	8	$IV - 2 \cdot II$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	2	12	10	$IV - \frac{1}{6} \cdot III$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	0	10	10	

$\Rightarrow$

$$10a_3 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$12a_2 + 12a_3 = 0$$
$$\Leftrightarrow 12a_2 + 12 = 0 \mid -12$$
$$\Leftrightarrow 12a_2 = -12 \mid :12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 + 4 = -1 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 = 1 \mid +5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

بیرته پوښتنې ته

G8 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	6	
1	3	9	27	−4	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{45}{8}$	$\mid \cdot 8$
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{77}{8}$	$\mid \cdot 8$

$$-2a_3 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	6	
2	3	9	27	−4	II − I
8	−4	2	−1	45	III − 8·I
8	−12	18	−27	−77	IV − 8·I
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	−12	−6	−9	−3	III + 6·II
0	−20	10	−35	−125	IV + 10·II
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	42	147	−63	|: 21
0	0	90	225	−225	|: 45
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	2	5	−5	IV − III
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	0	−2	−2	

$\Rightarrow$

$$2a_2 - 7a_3 = -3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 7 = -3 \mid -7$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -10 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -5}$$

$$2a_1 + 8a_2 + 26a_3 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 40 + 26 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 14 = -10 \mid +14$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 4 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 5 + 1 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 2 = 6 \mid +2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 8}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8}}$$

بيرته پوښتني ته

G9 .د ګاوس- الګريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{9}{2}$	|·8
1	−1	1	−1	$\frac{11}{2}$	|·8

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	27	$-\frac{5}{2}$	$\mid \cdot 8$
1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$-\frac{125}{8}$	-8	$\mid \cdot 8$
8	8	8	8	-36	
8	-8	8	-8	44	$II-I$
8	24	72	216	-20	$III-I$
8	-20	50	-125	-64	$IV-I$
8	8	8	8	-36	$\mid :4$
0	-16	0	-16	80	$\mid :4$
0	16	64	208	16	$\mid :4$
0	-28	42	-133	-28	$\mid :7$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	4	16	52	4	$III+II$
0	-4	6	-19	-4	$IV-II$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	16	48	24	$\mid :8$
0	0	6	-15	-24	$\mid :3$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	2	-5	-8	$IV-III$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	0	-11	-11	

$\Rightarrow$

$$-11a_3 = -11 \mid :(-11)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 + 6a_3 = 3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 6 = 3 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -3 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{3}{2}}$$

$$-4a_1 - 4a_3 = 20$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 - 4 = 20 \mid +4$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 = 24 \mid :(-4)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$$

$$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 - 3 + 2 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 13 = -9 \mid +13$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 = 4 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

.G10 د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	25	
1	−1	1	−1	−49	II − I
1	3	9	27	27	III − I
1	5	25	125	5	IV − I
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	2	8	26	2	III + II
0	4	24	124	−20	IV + 2·II
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	24	120	−168	IV − 3·III
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	0	48	48	

$\Rightarrow$

$48a_3 = 48 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$8a_2 + 24a_3 = -72$
$\Leftrightarrow 8a_2 + 24 = -72 \mid -24$
$\Leftrightarrow 8a_2 = 96 \mid : 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -12}$

$-2a_1 - 2a_3 = -74$
$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -74 \mid +2$
$\Leftrightarrow -2a_1 = -72 \mid : (-2) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 36}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 25$
$\Leftrightarrow a_0 + 36 - 12 + 1 = 25$
$\Leftrightarrow a_0 + 25 = 25 \mid -25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$

$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x}}$

ځوابونه

تمرين ټول هوښيار يا- راشنل توابع VIII

تابع مساوات د ورکړشوو شرايطو څخه

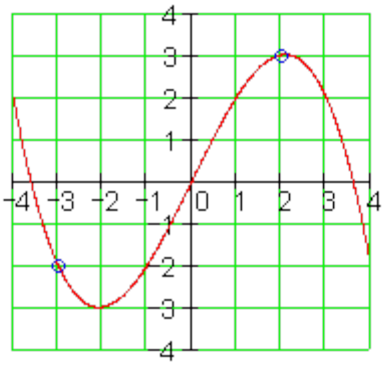
مفصل ځوابونه

لومړی: درجه ۳، ټکی سيمتريک له

$P_1(2|3) \;\; P_2(-3|-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := \frac{-1}{6}\cdot x^3 + \frac{13}{6}\cdot x$



د ټکي سیمتري له امله تابع مساوات فقط ناجوړه یا طاق اکسپوننت لري.

اینښوونه:

$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(2|3) \quad \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 2a_1 = 3$

$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 - 3a_1 = -2$

a_1	a_3		
2	8	3	$\mid\cdot 3$
−3	−27	−2	$\mid\cdot 2$
6	24	9	
−6	−54	−4	$\mid\mid +\mid$
6	24	9	
0	−30	5	

$-30a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{6}$

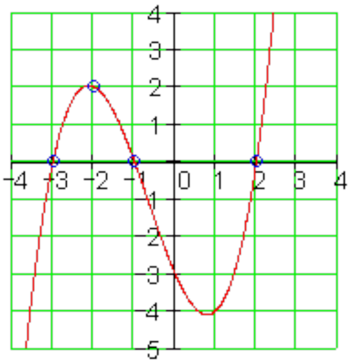
$6a_1 + 24a_3 = 9$

$\Leftrightarrow 6a_1 - 4 = 9$

$\Leftrightarrow a_1 = \frac{13}{6}$

$$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{13}{6}x$$

$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^3 + x^2 - \frac{5}{2}\cdot x - 3$



دویم:

دریمه درجه، صفرځایونه

$x_1 = -3\,;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2$

ټکی P(-2|2)

کرښیز ضریبونو سره اینښوونه یا ځاپه ځای کونه

$f(x) = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$f(x) = a_3(x + 3)(x + 1)(x - 2)$

ازمايښت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-2) = 2 \Leftrightarrow a_3(-2+3)(-2+1)(-2-2) = 2$$

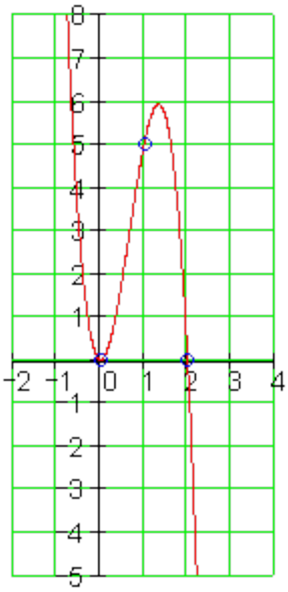
$$\Leftrightarrow 4a_3 = 2 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{5}{2}x - 3}}$$

دریم:

$f(x) := -5 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2$



دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2} = 0;\ x_3 = 2;$

ټکی $P(1|5)$

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځای په ځای کونه

$$f(x) = a_3x^2(x - x_3)$$
$$f(x) = a_3x^2(x-2)$$

ازماېښت:

$$f(1) = 5 \Leftrightarrow a_3 \cdot 1^2(1-2) = 5$$
$$\Leftrightarrow -a_3 = 5 \Leftrightarrow a_3 = -5$$
$$f(x) = -5x^2(x-2) = \underline{\underline{-5x^3 + 10x^2}}$$

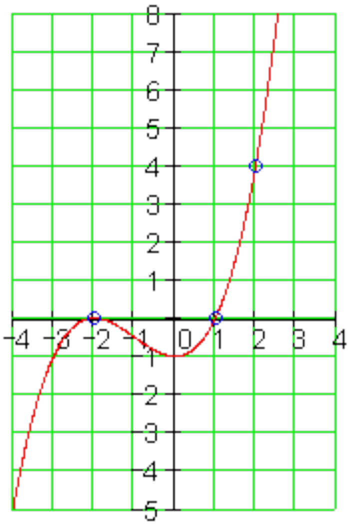
څلورم: دریمه درجه، صفرځایونه

$x_{1/2} = -2;\ x_3 = 1$

ټکی$P(2|4)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 + \frac{3}{4}\cdot x^2 - 1$$



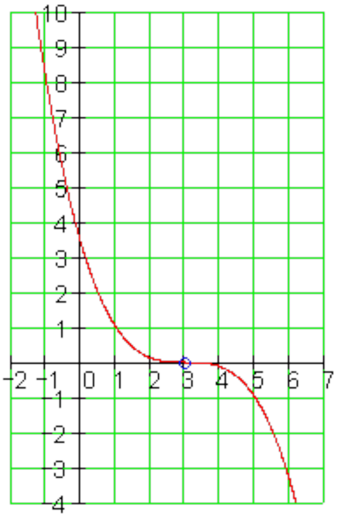
کربنيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځاپېه ځای کونه

$$f(x) = a_3(x - x_{1/2})^2 (x - x_3)$$
$$f(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$$

ازماېښت:

$$f(2) = 4 \Leftrightarrow a_3 \cdot (2+2)^2 (2-1) = 4$$
$$\Leftrightarrow 16a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$$
$$f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2(x-1)$$
$$= \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 1$$

$$f(x) := \frac{-1}{8}\cdot x^3 + \frac{9}{8}\cdot x^2 - \frac{27}{8}\cdot x + \frac{27}{8}$$



پنځم:

دريمه درجه، صفرځايونه $x_{1/2/3} = 3$

تکی P(-1|8)

کربنيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځاپېه ځای کونه

$$f(x) = a_3(x - x_{1/2/3})^3$$
$$f(x) = a_3(x-3)^2$$

ازماېښت:

$$f(-1) = 8 \Leftrightarrow a_3 \cdot (-1-3)^3 = 8$$
$$\Leftrightarrow -64a_3 = 8 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^3$$
$$= -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - \frac{27}{8}x + \frac{27}{8}$$

شپږم:

خلورمه درجه، محورسیومتریک

$P_1(1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|-2)$

د محورسیومتري له امله تابع مساوات فقط جوړه اکسپوننتونه لري. لاندې الماني: ایښوونه

$\text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

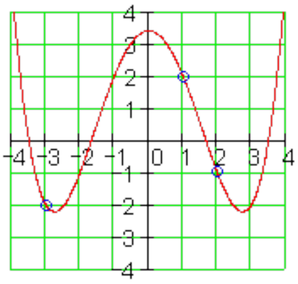
$P_1(1|2) \Rightarrow f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 1a_0 = 2$

$P_2(2|-1) \Rightarrow f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 1a_0 = -1$

$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = 81a_4 + 9a_2 + 1a_0 = -2$

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	2	
1	4	16	−1	II − I
1	9	81	−2	III − I
1	1	1	2	
0	3	15	−3	| : 3
0	8	80	−4	| : 8
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	1	10	−1/2	III − II
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	0	5	1/2	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{3}{2}\cdot x^2 + \frac{17}{5}$$



$$5a_4 = \frac{1}{2} \,|: 5 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{10}$$

$$a_2 + 5a_4 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_2 + \frac{5}{10} = -\frac{10}{10} \,| -\frac{5}{10}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

$$a_0 + a_2 + a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{20}{10} \,| + \frac{15}{10} - \frac{1}{10}$$

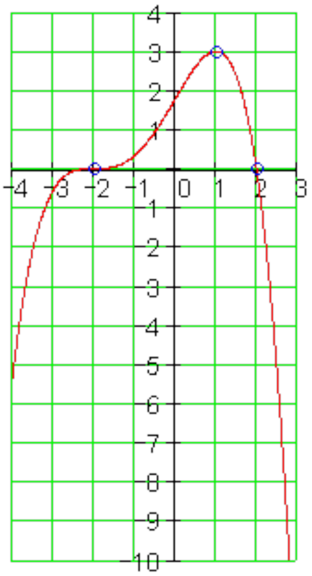
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$$

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

$$f(x) := \frac{-1}{9}\cdot x^4 - \frac{4}{9}\cdot x^3 + \frac{16}{9}\cdot x + \frac{16}{9}$$



دريمه درجه، صفرځايونه

$x_{1/2/3} = -2\,;\ x_4 = 2$

ټکی$P(1|3)$

کرښيز ضريبونو سره ايښوونه يا ځاپه ځاى کونه

$$f(x) = a_4\,(x - x_{1/2/3})^3\,(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4\,(x+2)^3\,(x-2)$$

ازماېښت:

$$f(1) = 3 \Leftrightarrow a_4\,(1+2)^3\,(1-2) = 3$$

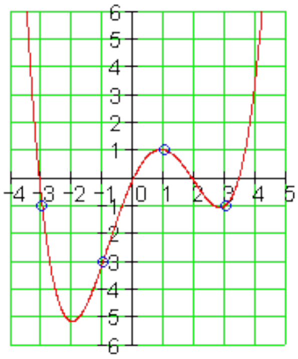
$$\Leftrightarrow -27a_4 = 3 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{1}{9}$$

$$f(x) = -\frac{1}{9}(x+2)^3\,(x-2)$$

$$= -\frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^3 + \frac{16}{9}x + \frac{16}{9}$$

اتم:

$$f(x) := \frac{1}{9}\cdot x^4 - \frac{1}{4}\cdot x^3 - \frac{10}{9}\cdot x^2 + \frac{9}{4}\cdot x$$



څلورمه درجه، د سرچينې (a0=0)له لارې

$P_1(1|1)\,;\ P_2(-1|-3)\,;\ P_3(3|-1)\,;\ P_4(-3|-1)$

ايښوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1(1|1)\quad : f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1$

$P_1(-1|3)\quad : f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 3$

$P_1(3|-1)\quad : f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = -1$

$P_1(-3|-1) : f(-3) = 81a_4 - 27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_2	a_3	a_4		
1	1	1	1	
1	−1	1	−3	II + I
9	27	81	−1	III − 3 · I
9	−27	81	−1	IV + 3 · I
1	1	1	1	
2	0	2	−2	
6	24	78	−4	III − 3 · II
12	−24	84	2	IV − 6 · II
1	1	1	1	
2	0	2	−2	
0	24	72	2	
0	−24	72	14	IV + III
1	1	1	1	
2	0	2	−2	
0	24	72	2	
0	0	144	16	

$$144a_4 = 16 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{9}$$

$$24a_3 + 72a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow 24a_3 + \frac{72}{9} = \frac{18}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$2a_2 + 2a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + \frac{2}{9} = -\frac{18}{9} \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{9}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_1 - \frac{10}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{9}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{10}{9}x^2 + \frac{9}{4}x$$

نهم: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$ څلورمه درجه پولينوم

صفرځايونه : $x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2;\ x_4 = 5$

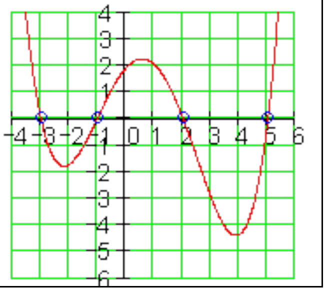
تکی$P(1|2)$

کربنيز ضربيونو سره ايښوونه يا ځايه ځای کونه

$$f(x) = a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4(x + 3)(x + 1)(x - 2)(x - 5)$$

ازمايښت:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1) = 2$$

$$\Leftrightarrow a_4(1+3)(1+1)(1-2)(1-5) = 2$$

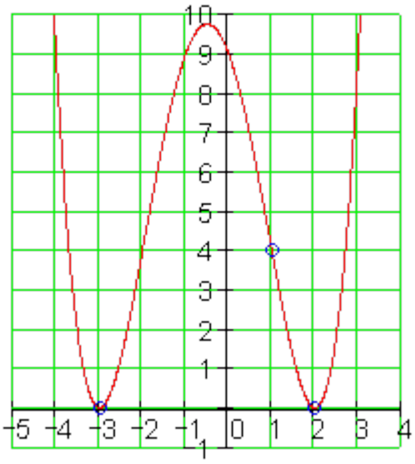
$$\Leftrightarrow 32a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{16}$$

$$f(x) = \frac{1}{16}(x+3)(x+1)(x-2)(x-5)$$

$$= \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$$

لسم:

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 + \frac{1}{2}\cdot x^3 - \frac{11}{4}\cdot x^2 - 3\cdot x + 9$$



ځلورمه درجه، صفرځایونه

$$x_{1/2} = -3\,;\, x_{3/4} = 2\,;\;\; P(1|4)$$

کربنیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځای په ځای کونه

$$f(x) = a_4(x - x_{1/2})^2(x - x_{3/4})^2$$

$$f(x) = a_4(x+3)^2(x-2)^2$$

ازمایښت:

$$f(1) = 4 \Leftrightarrow a_4(1+3)^2(1+2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 16a_4 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x+3)^2(x-2)^2$$

$$= \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{11}{4}x^2 - 3x + 9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

ټول هوښیار – یا راشنل توابع د ورکړ شوو شرایطو سره**l** .

لومړی:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f (x)	4	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{8}{3}$	$\frac{7}{3}$	−2

د یوه دریمې درجې ټول هوښیار تابع ارزښت-

جدول دې ورکړ شوی وي.

ګراف یې وکاږئ او د تابع په هکله یوه وینا وکړئ.

دویم: یو د دریمې درجې تابع د ورکړ شوي ټکي له لارې تیریږي. د تابع مساوات او غوڅټکي(نقاط تقاطع) وټاکئ. ارزښتجدول وکاږئ او ګراف رسم کړئ.

الف – $P_1(-3\,|\,0,5)\,;\,P_2(0\,|-4)\,;\,P_3(1|-1,5)\,;\,P_4(2|-2)$

ب- $P_1(-3\,|\,44)\,;\,P_2(-1|\,2)\,;\,P_3(1|\,0)\,;\,P_4(2|-1)$

دریم:د څلورمې درجې یوه و y- محور ته سیومتریک ځغلنده له ورکړ شوو ټکو تیریدونکې یوه تابع. اړونده تابع ترم وټاکئ.

الف- $P_1(0\,|\,2)\,;\,P_2(-2|\,0)\,;\,P_3\left(1\,\middle|\,\frac{57}{40}\right)$

ب- $P_1\left(1\,\middle|\,\frac{1}{16}\right);\,P_2(2\,|-2)\,;\,P_3(-4\,|\,1)$

پ - $P_1\left(\sqrt{3}\,\middle|-\frac{9}{4}\right);\,P_2\left(\sqrt{2}\,|-2\right);\,P_3\left(-1\,\middle|-\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $P_1\left(0 \left| \frac{3}{2}k\right.\right); P_2\left(\sqrt{k} \left| \frac{16}{9}k\right.\right); P_3\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$

څلورم: یو n څلورمې درجې ټول هوښیار یا – راشنل تابع له لاندې ټکو تیریږي.

الف- $P_1(0\mid 0); P_2(1\mid 2,5); P_3(-2\mid -14); P_4(2\mid 6); P_5(-1\mid -8,5)$ ب –

$P_1(0\mid -4); P_2(-2\mid -4); P_3(2\mid 12); P_4\left(1 \left| -\frac{5}{2}\right.\right); P_5\left(-1 \left| -\frac{9}{2}\right.\right)$

پنځم: یو دڅلورمې درجې ټول هوښیار تابع په ټکيP_1 کې یو زینټکی(د أس زین)لري، د x – محور په P_x کې غوځوي. د تابع ترم وټاکې.

ور کوشوې داتا: $\text{Daten}: P_1(0\mid 0); P_x(3\mid 0); P_2(2\mid -2)$

شپږم: د څلورمې درجې یوه ټول هوښیار یا ټول-راشنل تابع د y –محور په P_y کې غوځوي. پسې دا د P_1او P_2 ټکو څخه تیریږي. د f(x) تابع مساوات وټاکئ. سرې g(x) له f(x) څخه څنګه لاس ته راوړې؟

داتا: $\text{Daten}: P_y(0\mid 2); P_1\left(\sqrt{6}\mid 2\right); P_2(1\mid 0,75); g(x) = 0,25x^2\left(x^2-6\right)$

اوم:د تابع f(x)ګراف د x – محور سره غبرګه د ۳ په واټن په $x = 0$او $x = 2$ کې غوځوي. $x = 0$ درې واره صفرځای دی. یو ممکن د تابع ترم وټاکې.

داتا: $\text{Daten}: f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_0$

اتم: تابع ورکړ شوې ده.

الف: وښایئ: د f(x) ګراف و $P(0|2)=$ ته سیومتریک دی

ب- ګرافیکي خل کړئ: $-x^2+3x+2>0$

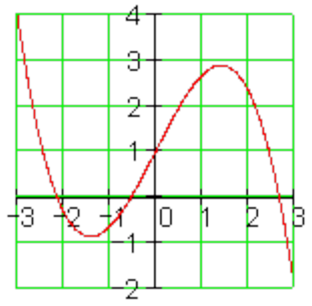
ځوابونه

ټول هوښیار توابع له و رکړ شوو شرایطو سره I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی:

 	دري صفرځايونه شتون لري(ارزښتجدول). ګراف له(له کيڼ و ښي لور ته) II - III - I – IV ته ځغلي. د y - محور سره وښتکی: $P_y(0 \mid 1)$. و $P(0 \mid 1)$ ته ټکی سيومتريک. ټکي سيمتري ته يادونه: دوه ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ او $P_1(x_1 \mid y_1)$ د f(x) په ګراف پراته دي. که هنداره- ټکی $P_1'(x_1' \mid y_1')$ هم په ګراف پروت وي، نو د f(x)ګراف و ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ ته سيومتريک دی.

دويم:

الف- د تابع مساوات عمومي بڼه $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

د مساوات سيستم ليکنه د له مخه ورکړشوي ټکي باندي:

$$
\begin{aligned}
&P_1(-3 \mid 0{,}5): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 0{,}5\\
&P_2(0 \mid -4): \quad f(0) = \quad a_0 = \underline{\underline{-4}}\\
&P_3(1 \mid -1{,}5): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0{,}5\\
&P_4(2 \mid -2): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -2
\end{aligned}
$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $a_0 = -4$ له امله مساواتسيستم ساده کيږي:

$$-27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = 4{,}5$$
$$a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5$$
$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 2$$

د ګاوس –الګوريتم له لارې ځواب.   لاندې بنې لور ته الماني پښتو:د ضريبونو شميرنه:

a_3	a_2	a_1	
1	1	1	2,5
8	4	2	2 II − 8·I
−27	9	−3	4,5 III + 27·I
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	36	24	72 III + 9·II
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	0	−30	−90

Berechnung der Koeffizienten:

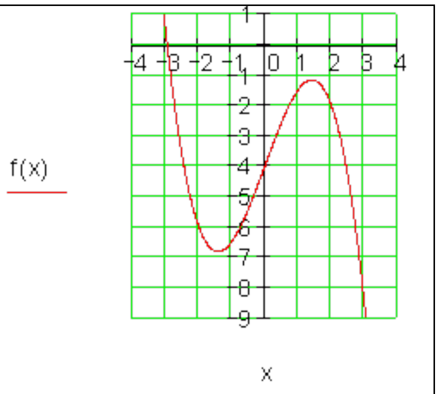
$$-30a_1 = -90$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{-90}{-30} = \underline{\underline{3}}$$
$$-4a_2 - 6a_1 = -18$$
$$\Leftrightarrow -4a_2 - 18 = -18$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-18+18}{-4} = \underline{\underline{0}}$$
$$a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 = 2{,}5 - 3 = \underline{\underline{-0{,}5}}$$

د دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = -0{,}5x^3 + 3x - 4$

د دې لپاره چې د تابع مساوات وکالی شو، په تومرين کې ورکړ شوو ټکو برسيره ور زياتو ټکو ته اړتيا شته. دا موږ د هورنر شيما له لارې ټاکلی شو

هورنر شيما:

x = −2	−0,5	0	3	−4
		1	−2	−2
	−0,5	1	1	−6
x = −1	−0,5	0	3	−4
		0,5	−0,5	−2,5
	−0,5	0,5	2,5	−6,5
	−0,5	0	3	−4



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅڼکی:- $P_1(0 \mid 4)$

فقط يو صفرځای شتون ري، دا د - x = 3 په نږدې

کې پروت دی.

		−1,5	−4,5	−4,5
x = 3	−0,5	−1,5	−1,5	−8,5

رزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	0,5	−6	−6,5	−4
x	1	2	3	
f(x)	−1,5	−2	−8,5	

مساواتسيستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-3 \mid 44): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 44$$

$$P_2(-1 \mid 2): \quad f(-1) = -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 2$$

$$P_3(1 \mid 0): \quad f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0$$

$$P_4(2 \mid -1): \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -1$$

د ګاوس-الګوريتم او بنې لور ته د ضريبونو شميرنه:

Der Gauss – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−3	9	−27	44
1	−1	1	−1	$2 \mid II - I$
1	1	1	1	$0 \mid III - I$
1	2	4	8	$-1 \mid IV - I$
1	−3	9	−27	44
0	2	−8	26	−42 | : 2
0	4	−8	28	−44 | : 4
0	5	−5	35	−45 : 5
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21

Die Koeffizienten:

$a_3 = -1$

$a_2 - 3a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 + 3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 = 5 - 3 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−2	7	−11	III − II
0	1	−1	7	−9	IV − II
1	−3	9	−27	44	
0	1	−4	13	−21	
0	0	2	−6	10	: 2
0	0	3	−6	12	: 3
1	−3	9	−27	44	
0	1	−4	13	−21	
0	0	1	−3	5	
0	0	1	−2	4	IV − III
1	−3	9	−27	44	
0	1	−4	13	−21	
0	0	1	−3	5	
0	0	0	1	−1	

$$a_1 - 4a_2 + 13a_3 = -21$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 8 - 13 = -21$$
$$\Leftrightarrow a_1 = -21 + 8 + 13 = 0$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 - 27a_3 = 44$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 27 = 44$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 44 - 27 - 18 = -1$$

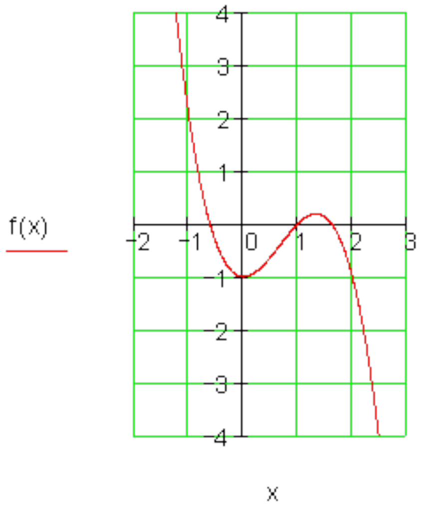
Die Funktionsgleichung:

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$$

$x = -2$	−1	2	0	−1
		2	−8	+16
	−1	4	−8	15
$x = 1,5$	−1	2	0	−1
		−1,5	0,75	+1,125
	−1	0,5	0,75	0,125
$x = 3$	−1	2	0	−1
		−3	−3	−9
	−1	−1	−3	−10

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	44	15	2	−1
x	1	1,5	2	3
f(x)	0	0,125	−1	−10



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅټکی:(1- | 0)P_y

يو صفرځای له ارزښتجدول څخه را اخلو يا رانيسو: (0 | 1)P_{x1} .

د پولينوم وېش په ځای کيدی شي نور صفرځايونه د هورنرشما له لارې وټاکو. که سړی شميرنه د يوه صفرځای د x – ارزښت لپاره مخ ته بوزي، نو سړی د پولينوموېش نتيجو لپاره ضريبونه لاس ته راوړي.

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$ خرګند صفرځای: $P_{x1}(1|0)$

$$x = 1 \left| \begin{array}{cccc} -1 & 2 & 0 & -1 \\ & \underline{-1} & \underline{1} & \underline{1} \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right. \qquad \left(-x^3 + 2x^2 - 1\right) : (x-1) = -1x^2 + 1x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -1 \Rightarrow D = 0,25 + 1 = 1,25$$

$$\Rightarrow x_2 = 0,5 + \sqrt{1,25} \approx 1,62;\ x_3 = 0,5 - \sqrt{1,25} \approx -0,62$$

دريم: الف- د کيڼې لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

$$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

$$P_1(0|2):\quad f(0) = a_0 = \underline{2}$$

$$P_2(-2|0):\quad f(-2) = 16a_4 + 4a_2 + 2 = 0$$

$$P_3\left(1 \middle| \frac{57}{40}\right):\ f(1) = 1a_4 + a_2 + 2 = \frac{57}{40}$$

Gleichungssystem

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 16a_4 + 4a_2 = -2 \\ 1a_4 + 1a_2 = -\dfrac{23}{40} \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
16	4	-2	
1	1	$-\frac{23}{40}$	$\mid \cdot 40$
16	4	-2	
40	40	-23	$\mid\mid - 10 \cdot \mid$

Berechnung der Koeffizienten

$$-120a_4 = -3 \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{40}}$$

$$16a_4 + 4a_2 = -2$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot \frac{1}{40} + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 - \frac{2}{5} = -\frac{12}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

16	4	−2	$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-\frac{12}{5}}{4} = -\frac{3}{5}$
−120	0	−3	

$$f(x) = \frac{1}{40}x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 2$$

تابع مساوات:

ب- کيڼي لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$	Gleichungssystem
$P_1\left(1 \mid \frac{1}{16}\right): \quad f(1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$	$\Rightarrow$ $1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$
$P_2(2 \mid -2): \quad f(2) = 16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$	$16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$
$P_3(-4 \mid 1): \quad f(-4) = 256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$	$256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
1	4	16	−2	II − I
1	16	256	1	III − I
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	15	255	$\frac{15}{16}$	III − 5 · II
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	0	180	$\frac{180}{16}$	

Berechnung der Koeffizienten

$$180a_4 = \frac{180}{16} \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{16}}$$

$$3a_2 + 15a_4 = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + \frac{15}{16} = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 = -\frac{33}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{48}{16} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-3}{3} = \underline{-1}$$

$$a_0 + a_2 + a_4 = \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a_0 = \underline{1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - x^2 + 1$

پ- کيڼې لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$		Gleichungssystem
$P_1\left(\sqrt{3} \mid -\frac{9}{4}\right)$: $f(\sqrt{3}) = 9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$		$9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$
$P_2\left(\sqrt{2} \mid -2\right)$: $f(\sqrt{2}) = 4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$	$\Rightarrow$	$4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$
$P_3\left(-1 \mid -\frac{5}{4}\right)$: $f(-1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$		$1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	2	4	-2	
1	3	9	$-\frac{9}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	1	1	$-\frac{5}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	2	4	-2	
4	12	36	-9	$II - 4 \cdot I$
4	4	4	-5	$III - 4 \cdot I$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	-4	-12	3	$III + II$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	0	8	2	

Berechnung der Koeffizienten

$8a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{4}}$

$4a_2 + 20a_4 = -1$

$\Leftrightarrow 4a_2 + \frac{20}{4} = -1$

$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-1-5}{5} = \underline{-\frac{3}{2}}$

$a_0 + 2a_2 + 4a_4 = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = -2$

$\Leftrightarrow a_0 = -2 + 3 - 1 = \underline{0}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2$

ت- کيڼې لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښې لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$	Gleichungssystem
$P_1\left(0 \mid \frac{3}{2}k\right): \quad f(0) = a_0 = \frac{3}{2}k$	
$P_2\left(\sqrt{k} \mid \frac{16}{9}k\right): \ f\left(\sqrt{k}\right) = k^2a_4 + ka_2 + \frac{3}{2}k = \frac{16}{9}k$	$\Rightarrow \ k^2a_4 + ka_2 = \frac{5}{18}k$
$P_3\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right): f\left(\sqrt{3k}\right) = 9k^2a_4 + 3ka_2 + \frac{3}{2}k = 2k$	$9k^2a_4 + 3ka_2 = \frac{1}{2}k$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
k^2	k	$\frac{5}{18}k$	$\mid \cdot 18$
$9k^2$	$3k$	$\frac{1}{2}k$	$\mid \cdot 2$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
$18k^2$	$6k$	k	$II - I$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
0	$-12k$	$-4k$	

Berechnung der Koeffizienten

$$-12ka_2 = -4k \Leftrightarrow a_2 = \frac{-4k}{-12k} = \underline{\frac{1}{3}}$$

$$18k^2a_4 + 18ka_2 = 5k$$

$$\Leftrightarrow 18k^2a_4 + 6k = 5k$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5k - 6k}{18k^2} = -\frac{1}{18k}$$

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{1}{18k}x^4 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{2}k$

څلورم:

الف- مساواتسيستم

د ګاوس الګوريتم

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	2,5
16	−8	4	−2	−14 II − 16 · I
16	8	4	2	6 III − 16 · I
1	−1	1	−1	−8,5 IV − I
1	1	1	1	2,5
0	−24	−12	−18	−54
0	−8	−12	−14	−34
0	−2	0	−2	−11 | · (−1) $z_2 \rightleftarrows z_4$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	−8	−12	−14	−34 III + 4 · II
0	−24	−12	−18	−54 IV + 12 · II
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	−12	6	78 IV − III
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	0	12	68

$$12a_1 = 68$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{68}{12} = \underline{\frac{17}{3}}$$

$$-12a_2 - 6a_1 = 10$$
$$\Leftrightarrow -12a_2 = 10 + \frac{6 \cdot 17}{3} = 44$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{44}{-12} = \underline{-\frac{11}{3}}$$

$$2a_3 + 2a_1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 2a_3 = 11 - \frac{2 \cdot 17}{3} = -\frac{11}{3}$$
$$\Leftrightarrow a_3 = \underline{-\frac{11}{6}}$$

$$a_4 + a_3 + a_2 + a_1 = 2,5 = \frac{5}{2}$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{11}{3} - \frac{17}{3} = \underline{\frac{2}{3}}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{17}{3}x$$

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$P_1(0\,|\,-4)$: $\quad f(0) = \boxed{a_0 = -4}$

$P_2(-2\,|\,-4)$: $\quad f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 - 4 = -4$

$P_3(2\,|\,12)$: $\quad f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 - 4 = 12$

$P_4(1\,|\,-2{,}5)$: $\quad f(1) = 1a_4 + a_3 + a_2 + a_1 - 4 = -2{,}5$

$P_5(-1\,|\,-4{,}5)$: $\quad f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -4{,}5$

$$16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 = 0$$
$$16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 16$$
$$1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1{,}5$$
$$1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -0{,}5$$

مساواتسيستم:

د ګاوس الګوريتم

مساوات کيدی په مختلفو لړئ پرلپسي ډول وليکل شي

الماني په پښتو: د تابع مساوات:

a_4	a_3	a_2	a_1		
1	1	1	1	1,5 | ·2	
1	−1	1	−1	−0,5 | ·2	
16	8	4	2	16 | : 2	
16	−8	4	−2	0 | : 2	$6a_1 = 0$
2	2	2	2	3	$\Leftrightarrow a_1 = 0$
2	−2	2	−2	−1 II − I	
8	4	2	1	8 III − I	$-6a_2 = 0$
8	−4	2	−1	0 IV − I	$\Leftrightarrow a_2 = 0$
2	2	2	2	3	
0	−4	0	−4	−4	$-4a_3 = -4$
0	−4	−6	−7	−4 III − II	$\Leftrightarrow a_3 = 1$
0	−12	−6	−9	−12 IV − 3·II	
2	2	2	2	3	$2a_4 + 2a_3 = 3 \Leftrightarrow 2a_4 = 3 - 2 = 1$
0	−4	0	−4	−4	$\Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{2}$
0	0	−6	−3	0	
0	0	−6	3	0 IV − III	Funktionsgleichung:
2	2	2	2	3	$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - 4$
0	−4	0	−4	−4	
0	0	−6	−3	0	
0	0	0	6	0	

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$P_1(0|0)$ زينټکی دی له دې لاس ته راځي ۳-واره صفرځاي

$P_x(3|0)$ ساده صفر ځای دی.

له دې لاس ته راځي ا يښوونه: $f(x)=a_4x^3(x-3)$

$$P_2(2|-2): f(2)=-2 \Leftrightarrow a_4\cdot 2^3(2-3)=-2 \Leftrightarrow -8a_4=-2 \Leftrightarrow a_4=\frac{1}{4}$$

تابعمساوات: $: f(x)=\frac{1}{4}x^3(x-3)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{4}x^3$

شپږم: محورسيومتريک:

$$\Rightarrow f(x)=a_4x^4+a_2x^2+a_0$$

$$P_y(0|2) \Rightarrow \boxed{a_0=2}$$

$$P_1(\sqrt{6}|2): f(\sqrt{6})=35a_4+6a_2+2=2$$

$$P_1(1|0{,}75): f(1)=1a_4+1a_2+2=0{,}75$$

$$\Rightarrow \quad 36a_4+6a_2=0, \quad 1a_4+1a_2=-1{,}25$$

a_4	a_2		
36	6	0	
1	1	−1,25	$\mid\cdot(-36)$
36	6	0	
−36	−36	45	II+I
36	6	0	
0	−30	45	

$$-30a_2=45 \Leftrightarrow a_2=\frac{45}{-30}=-\frac{3}{2}=\underline{-1{,}5}$$

$$36a_4+6a_2=0$$

$$\Leftrightarrow 36a_4=-6a_2=\frac{6\cdot 3}{2}=9$$

$$\Leftrightarrow a_4=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}=\underline{\underline{0{,}25}}$$

$$\underline{\underline{f(x)=0{,}25x^4-1{,}5x^2+2}}$$

$$g(x)=0{,}25x^2\left(x^2-6\right)=0{,}25x^4-1{,}5x^2$$

$$g(x)=f(x)-2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د g(x) تابع له f(x) څخه کښته لور ته د دوه اوږدوالي يوونونو يا واحدونو په راکښنو لاس ته راځي.

اوم:

موږ د f*(x) لپاره تابعمساوات ټاکو ، د شرايطو سره،، چې په $x_1 = 0$ کې دريواره صفرځاى او په $x_2 = 2$کې يو ځل يا ساده صفرځاى ولري.

له دې وروسته گراف په درې د ا وږدوالي واحدونو يا يوونونو پورته لور ته همداسې لاندې لور ته راکاږو، څکه چې د x –محور ته غبرگه د درې واټن په کچه کيدى شي د x –محور پورته او هم کښته لور ته وځغلي.

اينونه: $f^*(x) = a_4x^3(x-2)$

په درې د اوږدوالي واحدونو پورته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4x^3(x-2)+3$

په درې د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4x^3(x-2)-3$

د بيلگې په توگه د$a4=1$ لپاره باور لري :

$$f_1(x) = x^3(x-2)+3 = x^4-2x^3+3$$

$$f_2(x) = x^3(x-2)-3 = x^4-2x^3-3$$

اتم:

الف- د تابع $g(x)=-x^3+3x$ گراف سرچينې سره سيومتريک دى

پورته لور ته په دوه د اوږدوالي يوونونو يا واحدونو راکښنه راکوي

$$F(x)=g(x)+2=-x^3+3x+2$$

له دې لاس ته راځي، چې f(x) و P(0|2) ته سيومتريک دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-د f(x)=-x³+3x+2 صفرځایونه:

يو صفرځای توکلي ټاکو یا د ازماېښت له لاري

$$f(2) = -8 + 6 + 2 = 0 \Rightarrow P_{x1}(2 \mid 0)$$

پولینوموېش:

$$\left(-x^3 + 3x + 2\right) : (x - 2) = -x^2 - 2x - 1$$

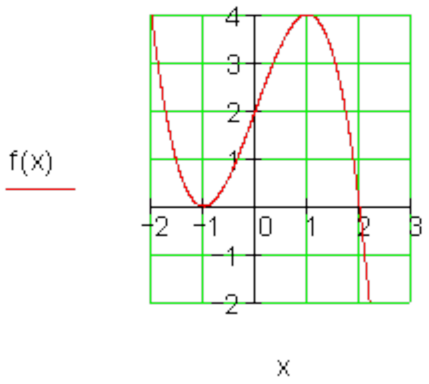
$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \quad \text{I. binomische Formel}$$

$$\Rightarrow x_{2/3} = -1 \Rightarrow P_{x2/3}(-1 \mid 0) \ \text{ist}$$

د مماس- یا لمستیکي

$$f(x) > 0 \text{ für } I = \{x \mid -1 < x < 2\}_{\mathbb{R}}$$



پوښتني

تول هوښیار – یا تولراشنل توابع له ورکړشووشرایاطو II

لومړی:ټکی (P(0 | f(0 د تابع f(x) په ګراف پروت دی.

په (W(1 | 1,5 هنداروته یا انعکاس کي ټکی P و ټکي Q ته ځي یا په Q پرېو ځي.

د Q کواوردینات یا پروتولاړارزښتونه وښایاست، چي Q د f(x) په ګراف پروت وي.

دا نتیجه څه معنا لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2 ; D = \mathbb{R}$$

دويم: د څه له - يا له کومي لاري د f(x), g(x) او h(x) ګرافونه يو له بل توپيرږي؟

$$f(x) = x(x-4)^2 \quad g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x \quad h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right)$$

دريم: د دريمي درجې ديوه ټول نسبتي تابع سرچيني ته سيومتريک دی. د تابع ترم صريبونه بايد کوم شرايط پوره کړي، چي ګراف د x - محور سره دري غوښتکي ولري؟ ايا داسي يو تابع له دوه صفرځايونو سره هم شته؟

څلورم: يو د دريمي درجې ټولراشنل تابع له ټکو P_1 او P_2 څخه تيريږي او د x - محور په سرچينه يا پيلټکي کي لمسوي. د تابع مساوات واټکئ. f(x) څنګه د تابع f(x) له ګراف څخه منځ ته راځي؟

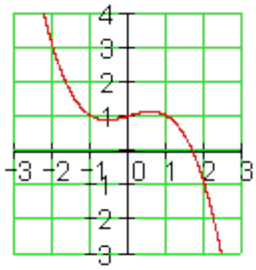
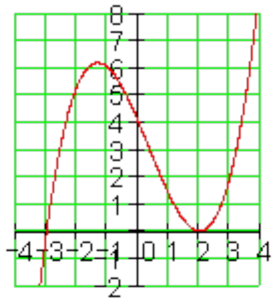
داتا:

$$P_1(2|0) ; P_2(1|-5) ; g(x) = 5x(x+2)^2 , x \in \mathbb{R}$$

پنځم: د دريمي درجې يو ټول راشنل تابع ګراف په ټکي (0 | 2-)P_{x1} کي يو زينټکی لري او له (6 | 4-)P څخه تيريږي. دتابع ترم وليکئ او ګراف وکاږئ.

شپږم: د دريمي درجې د يو ټولراشنل تابع ګراف ورکړشوی.

د تابع مساوات وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: د تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d$ گراف کرښه g(x)=-3(x-3) د y–محور باندي او په x=-4 کي غوڅوي. f(x)و ټاکي.

اتم: یو د دریمي درجي تابع ټکی سیوسمتریک دی او د x –محور په x = 3 کي غوڅوي.

الف- د ضریبونو ترمنځ کومي اړیکي شتون لري؟

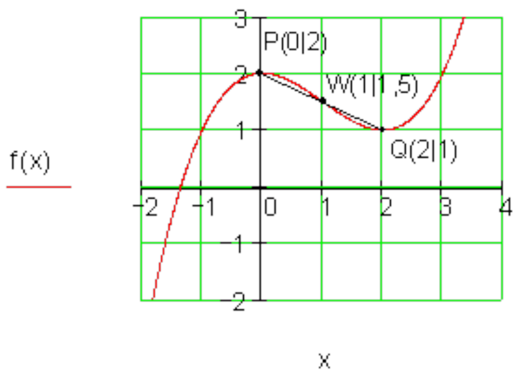
ب - یو د تابع ترم وټاکی که $P\left(2 \mid \frac{32}{9}\right)$ په گراف پروت وي.

ځوابونه

تولنسبتي –یا راشنل توابع له ورکړشوو شریطوII

مفصل ځوبونه:

لومړی:



$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2$$

x	−1	0	1	2	3
f(x)	1	2	1,5	1	2

د Q پروت-ولاړ ارزښتونه یا کواورد-ینات گرافیکي پیدا کړئ.دا کیدی شي و Q(2 | 1) ته له پروت-ولاړسیستم څخه ولوستل شي. په ارزښت جدول یو نظر غورځولو سره تصدیقیږي، چي Q په گراف پروت دی. نتیجه دا معنا لري: د f(x) گراف و ټکي W ته ټکی سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

g(x) له f(x) څخه د y په لور په ضریب 0,25 د کیکاږلو له لارې منځ ته راځي.
h(x) له g(x) د y په لور د راکښنې له لارې په 0,25 LE (د اوږدوالي یوون یا واحد) منځ ته راځي.

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

دریم:

د الماني پښتو: ټکی سیومتریک

$$\text{Punktsymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x = x\left(a_3x^2 + a_1\right) \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$

$$a_3x^2 + a_1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{a_1}{a_3} \Rightarrow |x| = \sqrt{-\frac{a_1}{a_3}} \text{ mit } -\frac{a_1}{a_3} > 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{a_1}{a_3} < 0}}$$

دa_3 اوa_1 مخنخښنه باید یو لهبل توپیر ولري. داسې یو تابع د دوه صفرځیونو سره نه شي کیدی شتون ولري، ځکه چې داسې توابع به و سرچینې (ټکیسیومتریک) ته سیومتریک توابع وای. داپه بیا په ټولیزه توګه درې صفرځایونه وای.

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمستکی $P_{x1/2}(0|0)$ دبل صفرځای دی،

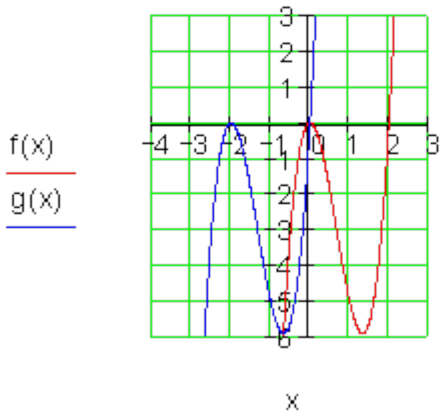
$P_1(2|0)=P_{x3}(2|0)$ دریم صفرځای دی

اینوونه: $f(x)=a_3x^2(x-2)$

f(x) د g(x) د راکښنې له لارې لاس ته راځي په دوه د اوږدوالي واحده وښي لور ته.

$$x\to x-2$$

$$f(x)=g(x-2)=5(x-2)x^2=5x^2(x-2)$$



پنځم:

$P_{x1}(-2|0)$ د زین ټکي په توګه په دې معنا ده، چې $P_{x1/2/3}(-2|0)$ درېواره صفرځای.

اینوونه: $f(x)=a_3(x+2)^3$

$$P(-4|6): f(-4)=a_3(-2)^3=6$$

$$\Leftrightarrow a_3=-\frac{3}{4}$$

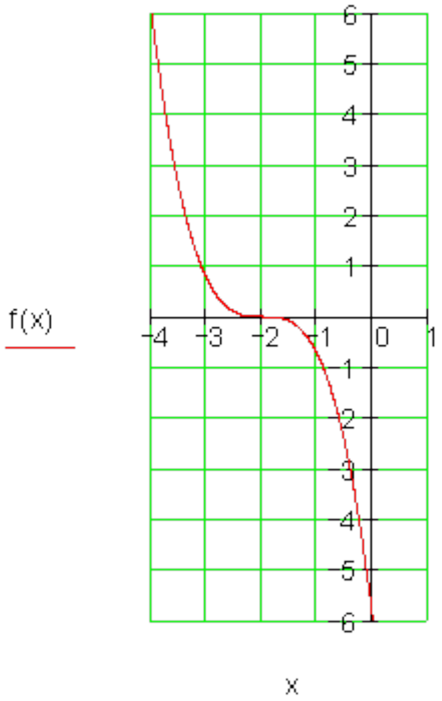
$$\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+2)^3$$

$$=-\frac{3}{4}x^3-\frac{9}{2}x^2-9x-6$$

$$f(-3)=-0,75\cdot(-1)^3=0,75$$

$$f(-1)=-0,75\cdot1^3=-0,75$$

x	−4	−3	−2	−1	0
f(x)	6	0,75	0	−0,75	−6



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

الف- الماني: صفرځای، اينسوونه:

$$\text{Nullstellen: } P_{x1}(-3\,|\,0);\, P_{x2/3}(2\,|\,0) \qquad P_y(0\,|\,4)$$

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3\,(x+3)(x-2)^2$$

$$P_y(0\,|\,4): f(0) = a_3 \cdot 3 \cdot (-2)^2 = 4 \Leftrightarrow 12a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$$

ب- کښته لور ته په يوه د اوږدوالي يوون يا – واحد ټکی سيمتري او دري صفرځايونه راکوي.

$$f^*(x) = f(x) - 1 = a_3 x(x+1)(x-1)$$

$$P(2\,|\,-2): f^*(2) = 2a_3 \cdot 3 \cdot 1 = -2 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) + 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x + 1}}$$

يوه پراخه متود يا لار به د 4 د کواوبديناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه يو مساوات سيستم وليکل شي او دا بيا د ګاس الګوريتم سره حل کړي.

اوم: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d;\; g(x) = -3(x-3) = -3x + 9$

g(x)او f(x) د y-محور په $P_y(0\,|\,9) \Rightarrow d = 9$ کې غوڅوي.

يو بل د g(x) غوڅټکی د f(x) سره په x=-4کې دی.

$$g(-4) = -3 \cdot (-4) + 9 = 21 \Rightarrow P(-4\,|\,21)$$

د f(x)په ګراف پروت دی.

$$P(-4\,|\,21): f(-4) = -\frac{1}{4}(-4)^3 - 4c + 9 = 21 \Leftrightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + x + 9$$

اتم:

الف-

ټکی سیومتریک

$$\Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_x(3\,|\,0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 3a_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9a_3 = -a_1 \text{ oder } a_1 = -9a_3$$

ب-

$$f(2) = 8a_3 + 2a_1 = \frac{32}{9} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

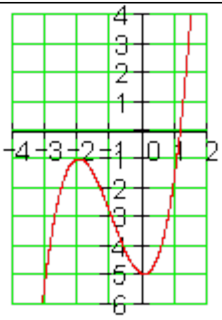
$$8a_3 + 2(-9a_3) = \frac{32}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{16}{45} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

$$a_1 = -9\left(-\frac{16}{45}\right) = \frac{16}{5}$$

$$f(x) = -\frac{16}{45}x^3 + \frac{16}{5}$$

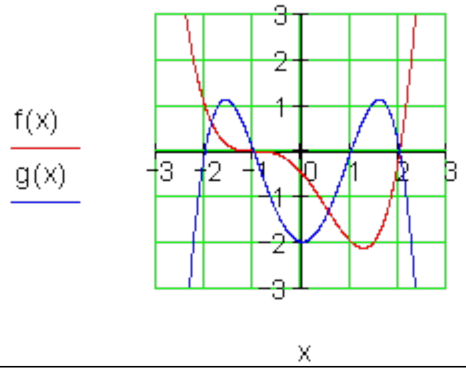
پوښتنې

ټول هوښيارتوابع د ورکړ شوو شرايطو څخهIII

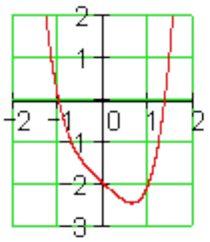
لومړی: 	د دريمي درجي يو ټول هوښيار يا – راشنل تابع ورکړشوی. د تابع مساوات وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

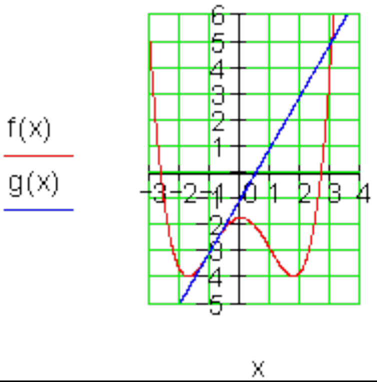
دویم:

خیره ونه یا mappingد ځلورمي درجي د دوه تول هوښیار توابعو ګراف بنايي د هریوه د تابعترم وټاکئ.	

دریم:

$f(x) = a_4x^4 + a_1x + a_0$ وټاکئ a4;a1 او a0 زیاتیز یا مثبت صفرځایونه وټاکئ	

څلورم:

$f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 - \frac{7}{4}$ کرښه g(x) په دوه ټکو کي غوڅوي. وټاکئ a4;a1 او g(x).	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

ټول هوښیار توابع له ورکړشوو سرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی:

پورته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا واحد دري صفرځایونه راکوي.

$f^*(x) = f(x) + 1$ صفرټکي $P_{x1/2}(-2|0); P_{x3}(1|0)$ او $P_y(0|-4)$ لري.

$$\Rightarrow f^*(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$$
$$P(0|-4): f^*(0) = a_3 \cdot 4 \cdot (-1) = -4 \Leftrightarrow a_3 = 1$$
$$f^*(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) - 1$$
$$\Rightarrow f(x) = (x+2)^2(x-1) - 1 = \underline{\underline{x^3 + 3x^2 - 5}}$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوردیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د ګاس الګوریتم سره حل کړی شي.

دویم: f(x) په $x_1 = -1$ کې دریواره صفرځای لري(زینټکی) او په $x_2 = 2$ کې یوساده صفرځای لري. پرته له دې ګراف د ټکي P(1 | -2) له لارې ځغلي.

اینبوونه: $f(x) = a_4(x+1)^3(x-2)$

$$P(1|-2): f(1) = -2 \Leftrightarrow a_4(1+1)^3(1-2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 8 \cdot (-1) = -2$$
$$\Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^3(x-2) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$$

g(x) څلور صفرځایونه لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$ او $x_4 = 2$ او د y محور په $y = -2$ کې غوڅوي

اينوونه: $g(x) = a_4(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

$$y = -2 \Rightarrow g(0) = a_4(2)(1)(-1)(-2) = -2 \Leftrightarrow 4a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2) = -\frac{1}{2}(x^2-4)(x^2-1) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 2$$

دريم:

a0=-2 له ګراف څخه لوستل کيږي

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_1x - 2$$
$$P_1(-1|0): f(-1) = a_4 - a_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow a_4 = a_1 + 2$$
$$P_2(1|-2): f(1) = a_4 + a_1 - 2 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1 + 2 - 2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1$$

د a4 مساوي اينوونې له لارې $a_1 + 2 = -a_1 \Leftrightarrow a_1 = -1$

لهa4=-a1 => a4=1

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - x - 2$$

د صفرتاکنه د د (قطۍ(کوتۍ)) بندولو له لارې

$$f(1,3) \approx -0,444 \,;\, f(1,4) \approx 0,442 \,;\, f(1,35) \approx -0,028 \,;\, f(1,36) \approx 0,061$$
$$f(1,355) \approx 0,016 \,;\, f(1,353) \approx -0,002 \text{ gute Näherung}$$

پورته الماني: ښه نږدېوالی

صفرځای نږدې په x = 1,353 پروت دي

څلورم: د رينو سره غوڅتکي به له ګراف څخه ولوستل شي. همداسي د کربني غوڅتکی د y -محور سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې الماني: جګوالي، د لپاره ټکی ازماېښتراکوي، مساواتسیستم:

$$P_1(-1|-3);\ P_2(3|5):\ P_y(0|-1) \Rightarrow a_{0g} = -1$$

$$\text{Steigung: } a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-3)}{3-(-1)} = \frac{8}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{1}{2}x - 1}}$$

Punktprobe für f(x) ergibt:		Gleichungssystem:
$P_1(-1\|-3): f(-1) = 1a_4 + 1a_2 - \frac{7}{2} = -3$	$\Rightarrow$	$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$
$P_2(3\|5):\quad f(3) = 81a_4 + 9a_2 - \frac{7}{2} = 5$		$81a_4 + 9a_2 = \frac{27}{4}$

a_4	a_2		
1	1	$-\frac{5}{4}$	
81	9	$\frac{27}{4}$	II − 81·I
1	1	$-\frac{5}{4}$	
0	−72	$\frac{432}{4}$	

$$-72a_2 = \frac{423}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{432}{4\cdot 72} = \underline{-\frac{3}{2}}$$

$$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_4 = -\frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \underline{\frac{1}{4}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}}}$$

پوښتنې

ټولهوښیارتوابع له ورکړ شوو شرایطو څخه**IV**

لومړی: د یوه دریمې درجې ټوالهوښیار تابع څخه درې صفرځایونه او بل ټکی څرګند(معلوم) دي. ګراف وکاږئ او د تابعترم وټاکئ.

$$P_{x_1}(-3|0);\ P_{x_2}(1|0);\ P_{x_3}(2|0);\ P(0|1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: يو د دريمي درجي ټولهوښيار تابع سرچيني ته سيومتريک دی او له ټکو $P_1(\,3\;|\;0\,)$ او $P_2(\,5\;|\;5\,)$ څخه تيريږي.

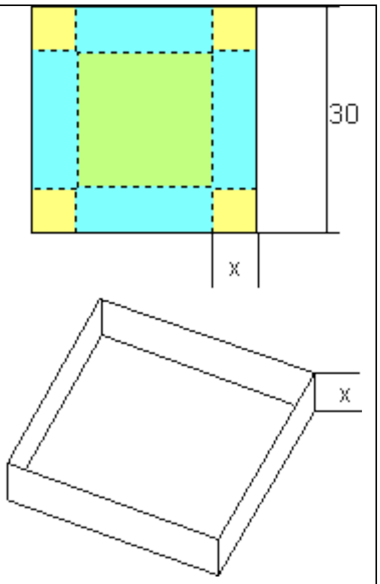
تابع مساوات او محورغوڅټکي وټاکی.

يو ارزښت جدول جوړ کوئ او ګراف يې وکاږئ.

دريم: د دريمي درجي يوټولهوښيار يا – راشنل تابع f(x)دريږ صفرځايونه P_{x1}, P_{x2} او P_{x3} لري. د تابع f(x) ګراف له ټکيږ P تيريږي. f(x) وټاکئ. د f(x) ګراف د g(x) د ګراف سره څه اړيکي لري؟

داتا:

$$P_{x_1}(-10\,|\,0);\,P_{x_2}(-1\,|\,0);\,P_{x_3}(1\,|\,0);\,P(2\,|\,6);\,g(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{5}{3}x^2-\frac{1}{6}x\,,\,x\in\mathbb{R}$$

څلورم: د يوه څلوريز يا مربع کارتون څخه چې د اړخونو اوږدوالی يي 30 cm دی د x جګوالي سره يوه کوټئ بي له سرپوښ جوړيږي. الف- و ښايئ، چې سرى فقط د 0 < x < 15 لپاره يوه داسي کوټئ يا صددق جوړولي شي. ب- يو د تابعترم وټاکئ، چې د V ډکی يا حجم د x په واکوالي کې وښوولای شي. پ-ګراف يې وکاږئ او په نږدې توګه يې ماکسيما يا خورا لوي ډکی(حجم) وټاکئ.	

پنځم:

Jahr	2002	2003	2004	2005
Leistung	12	14,825	17,2	19,275

د توان ورکړه په ګیګاوات سره

(Gigawatt (GW))

الف- یو تابع پیدا کړئ، کومه چې دا وده ښایي.

ب- یوه وړاندوینه ورکړئ د 2006 او 2010 کلونو لپاره

پ- د تابع ارزښتونه د یوه 20,9 GW په 2006 کې او موخه د 30 GW په 2010 کې جوړشوي توان سره پرتله کړئ.

په المان کې برقي قوت په حیث جوړ زورکونج کیدی شي د څنګ جدول څخه راونیول شي

ځوابونه

ټولهوښیار تابع له ورکړشوو شرایطو څخه

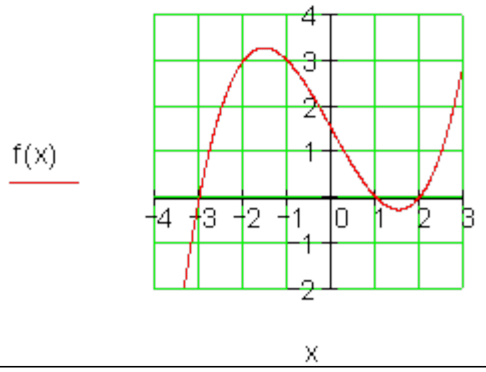
مفصل ځوابونه

لومړی:تیریدونکي:

یو د دریمې درجې ټولهوښیار تابع کړی شي خورا زیاتې(ماکسیمال) دري صفرځایونه ولري . د صفرځای P_{x1} او ټکي P ترمنځ باید یو جګ ټکی شتونولري. د صفر ځایونو P_{x2} اوP_{x3} ترمنځ باید یو ټیټټکی پروت وي.له مخه یا وړاندې فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$f(0) = 1,5$$
$$\Leftrightarrow a_3 \cdot 3 \cdot (-1) \cdot (-2) = 1,5$$
$$\Leftrightarrow a_3 = \frac{1,5}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}$$



دویم:

د تابع مساوات:

د ټکي سیمترى له امله کیدى شي لاندي اینوونه وشي:

لاندي الماني: تابعمساوات:

$$f(x) = a_3x^3 + a_1x \qquad P_1(3\,|\,0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0$$
$$P_2(5\,|\,5): f(3) = 125a_3 + 5a_1 = 5$$

a_1	a_3	
3	27	0 | : 3
5	125	5 | 5
1	9	0
1	25	1II − I
1	9	0
0	16	1

$$16a_3 = 1 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{16}$$
$$a_1 + 9a_3 = 0 \Leftrightarrow a_1 + \frac{9}{16} = 0 \Leftrightarrow a_1 = -\frac{9}{16}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{9}{16}x$$

محور غوڅتکي:

لومړى صفرځاى $P_y(0\,|\,0) = P_{x1}(0\,|\,0)$

دویم صفرځاى $P_2(3\,|\,0) = P_{x2}(3\,|\,0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{16}x\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow |x|=3$$

$$\Rightarrow x_2=3\,;\,x_3=-3 \Rightarrow P_{x3}(-3\,|\,0)\ \text{3. Nullstelle}$$

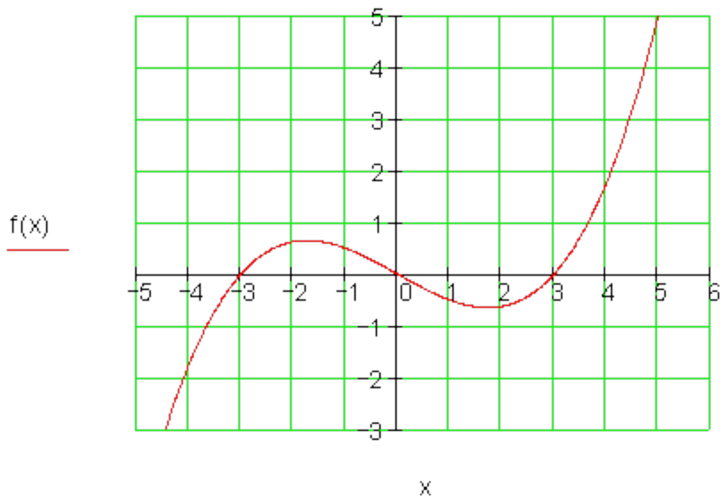
پورته الماني: دريم صفرځاى

د ارزښت جدول لپاره ا رزښتونه لاسي شميرل کيږي:

لاندې په پښتو:

$f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{9}{16}x$ $f(1)=\frac{1}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{8}{16}=-0,5$ $f(2)=\frac{8}{16}-\frac{18}{16}=-\frac{10}{16}=-0,625$ $f(4)=\frac{64}{16}-\frac{36}{16}=-\frac{28}{16}=1,75$	د ټکي سيومتري له امله باور لري: $f(-x)=-f(x)$ $f(-1)=-f(1)=0,5$ $f(-2)=-f(2)=0,625$ $f(-4)=-f(4)=-1,75$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	−1,75	0	0,65	0,5	0	−0,5	−0,625	0	1,75	5



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

په کرښیزضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a_3 (x+10)(x+1)(x-1)$$

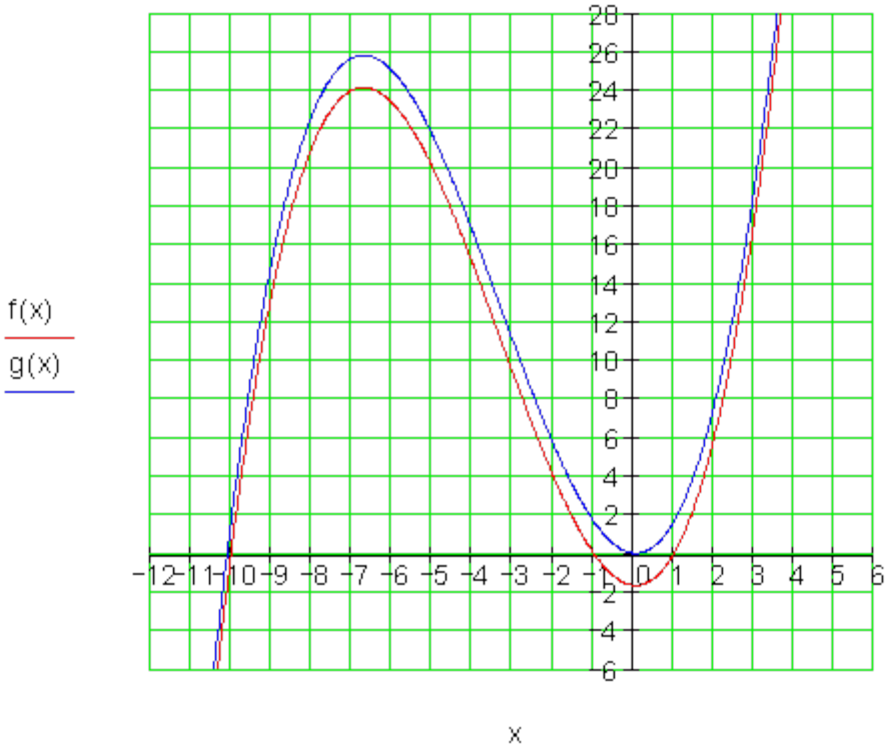
$$P(2|6): f(2) = a_3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_3 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تابعمساوات:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+10)(x+1)(x-1) = \underline{\underline{\frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}}}$$

f(x) د g(x) کښته لورته یوه راکښنه ده په5/3 اوږدوالي یوون یا ــواحد، یعني

f(x)= g(x) – 5/3



(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:

الف- x باید زیاتیز یا مثبت وي له دې لاس ته راځي: x>0

2x باید د اړخ له اوږدوالي کوچنی وي له دې لاس ته راځي: $2x < 30 \Leftrightarrow x < 15$

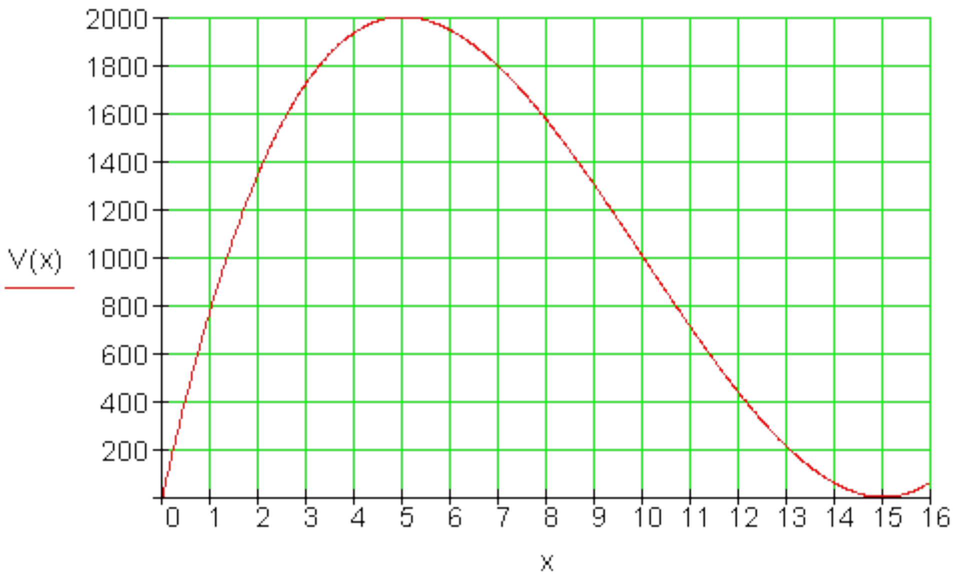
له پورته دواړو لرو: $0 < x < 15$

ب- V=a.b.hد h=x او a=30-2xاو b=30-2x سره، نو باور لري:

$$V(x) = (30-2x)(30-2x)x = \underline{\underline{4x^3 - 120x^2 + 900x}}$$

ارزښتجدول

x	0	2	4	6	8	10	12	14	15
V(x)	0	1353	1936	1944	1568	1000	432	56	0



ماکسیمال ډکی یا حجم نږدې $2000\ cm^3$ دی او دا د x برخې یا ټوټې لپاره باور لري چې

نږدې 5 cm دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتق سره شونی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- ایښوونه:

د دریمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع چې له څلورو ټکو تیریږي.

د 2002 کښلو پیل به له صفرټکي څخه تعریف شي.

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(0|12) \Rightarrow f(0) = 12 \Rightarrow a_0 = 12$$

$$P_2(1|14,825) \Rightarrow f(1) = 14,825 \Rightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825$$

$$P_3(2|17,2) \Rightarrow f(2) = 17,2 \Rightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2$$

$$P_4(3|19,275) \Rightarrow f(3) = 19,275 \Rightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275$$

د مساوات بڼه بدلون:

$$1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825 \,|\, -12 \Leftrightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 2,825$$

$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2 \,|\, -12 \Leftrightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 5,2$$

$$27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275 \,|\, -12 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 7,275$$

a_1	a_2	a_3		
1	1	1	2,825	
2	4	8	5,2	$II - 2\cdot I$
3	9	27	7,275	$III - 3\cdot I$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−045	
0	6	24	−1,2	$III - 3\cdot II$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−0,45	
0	0	6	0,15	

$$6a_3 = 0,15 \Leftrightarrow a_3 = 0,025$$

$$2a_2 + 6a_3 = -045 \Leftrightarrow a_2 = -0,3$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 2,825 \Leftrightarrow a_1 = 3,1$$

$$\underline{\underline{f(x) = 0,025x^3 - 0,3x^2 + 3,1x + 12}}$$

ب – وړاندوییه په ګیګاواټGW .

$$2006: \quad f(4) = 0,025\cdot 64 - 0,3\cdot 16 + 3,1\cdot 4 + 12 = 21,2$$

$$2010: \quad f(8) = 0,025\cdot 512 - 0,3\cdot 64 + 3,1\cdot 8 + 12 = 30,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – په ریښتوني دا جوړشوی قوت یا طاقت د 2006 لپاره د 20,9 GW جوړېدني سره د 21,2 GW وړاندوينه په ډېره کمه کچه زیاتیري یا جګیږي.

د 2010 لپاره وړاندوينه د 30,4 GW سره ترهغي ممکنه د 30 GW جوړ شوی توان هم په لږه کچه وړاندوينه زیاته ده.

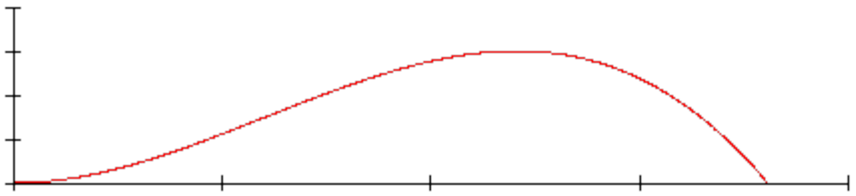
پوښتنې

د متن – او استعمال پوښتنې و تولهوښیار یا – راشنل توابعو ته I

له تخنیک او اقتصاد څخه

لومړی: د x دانو ګڼون یا تعداد په واکوالي کې د یوه مال په جوړولوله امله تول لګښت	<table><tr><td>x</td><td>5</td><td>10</td><td>20</td><td>35</td></tr><tr><td>K(x)</td><td>915</td><td>1035</td><td>1140</td><td>1185</td></tr></table>

$$f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 ; x > 0$$



د تول لګښتتابع K(x) لپاره یو تابعترم وټاکئ.

د هرې دانې د خرڅلاو قیمت څنګه ټاکل کیږي، چې له دې سره د x = 15 لپاره کوم زیان رامنځ ته نه شي؟ دا د شي حالت ګرافیکیانځور کړئ.

دویم: د فوټبال لوبو میدان د فوټبال لوبه کې د تابع f(x) ګراف په نږدې توګه د توپ د الوتنې کرښه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

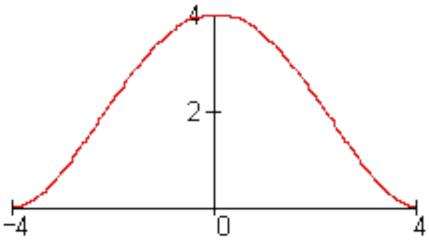
الف- توپ کوم ماکسيمال يا خورا جګ جکوالي ته رسيږي؟

ب-ايا توپ په 9,15 m کي د دفاع ديوال(دوه متره جګ) څخه اوړي؟

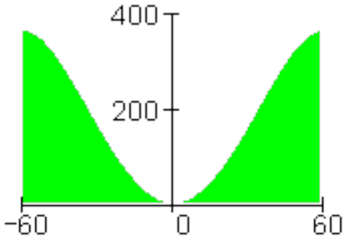
پ-توپ څنګه بيرتهځمکي ته راکښته کيږي؟

ت- دا ازاده وهنه له ګول څخه څومره لري وهل شوي، که دا توپ په دوه متره جګوالي د ګول له کرښي جګ والوزي؟

دريم: څيره يو باروک - کور ښايي (کچه په متر)

الف- دليل راوړئ، چي دا ژئ تابع يو د څلورمي درجي تولهوښيار يا – راشنل تابع دى. ب- د تابعترم وټاکئ پ- يوه کرکئ چي 2,25 m جګه ده بايد په دي ساحه کي جوړه يا ځاى شي. دا زيات له زياته بايد څومره سروره وي؟	

څلورم: د يوه غره دري د پرتي غوڅي سطحه (سطحه، چي پرته يا افقي غوڅه شوي وي(ژباړى)) کيدى شي د يوه څلورمي درجي تول راشنل تابع سره وليکل شي. دا دره يو ماکسيمال سور 120 m لري او 360 m ژوره ده. د 60 m په سور د دري له بيښ يا تلي څخه يو د 157,5 m جګوالى کچيري يا اندازه کيري.

الف- د تابع ترم وټاکئ. ب- يو ډنډ يا د اوبو ډب بايد جوړ شي. د ډنډ تاج څومره سور لري؟ دا د يوه دېسيمالځاي پوري ټيک شميرئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

متن- او استعمالپوښتنې و ټولهوښیار یا =راشنل تابع ته ا

نتیجې او مفصل ځرابونه

نتیجې:

لومړي:

تابعترم: $K(x) = 0{,}02x^3 - 1{,}6x^2 + 44{,}5x + 730$

د په دانه د خرڅلاوقیمت باید لږ تر لږه $73\frac{2}{3}$€ وي

ګرافیک لپاره مفصل ځواب وګورئ

دویم:

الف- د غونډوسکې خورا جګ جګوالی کیدی شي له ۳ متره ګرافیک څخ ولوستل شي.

ب – دا غونډوسکه د دفاع دیوال څخه اوړي(2,573 m > 2 m)

پ- غونډوسکه له وهنټکي څخه 18 m وروسته په ځمکه لږیږي.

ت- د وهنټکي څخه په 15,65 m لریوالي د ګول څخه په 2 m (دوه متره) جګوالي الوزي.

دریم:

الف- ژی تابع د څلورمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع ده، ځکه چې دا ډبل صفرځایونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$(x_1 = -4\ ;\ x_2 = 4)$

ب- تابع ترم:

$$f(x) = \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$$

پ- کړکۍ کیدی شي زیات له زیاته ۴ متره سروره وي

ځلروم:

الف- تابع ترم: $\text{Funktionsterm: } f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2$

ب- د ډنډ یا بند تاج 80,25 m سور لري.

مفصل ځوابونه:

لومړی:

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(5|915):\quad f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + a_0 = 915$$
$$P_2(10|1035):\ f(10) = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 1035$$
$$P_3(20|1140):\ f(20) = 8000a_3 + 400a_2 + 20a_1 + a_0 = 1140$$
$$P_4(35|1185):\ f(35) = 42875a_3 + 1225a_2 + 35a_1 + a_0 = 1185$$

د ګاوس الګوریتم:

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	5	25	125	915	
1	10	100	1000	1035	II − I
1	20	400	8000	1140	III − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	35	1225	42875	1185	IV − I
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	15	375	7875	225	III − 3 · II
0	30	1200	42750	270	IV − 6 · II
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	−135	
0	0	750	37500	−450	IV − 5 · III
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	−135	
0	0	0	11250	225	

ضریبونه او د تابعمساوات:

$$11250a_3 = 225 \Leftrightarrow a_3 = \frac{225}{11250} = 0{,}02$$

$$150a_2 + 5250a_3 = -135 \Leftrightarrow a_2 = \frac{-135 - 5250 \cdot 0{,}02}{150} = -1{,}6$$

$$5a_1 + 75a_2 + 875a_3 = 120 \Leftrightarrow a_1 = \frac{120 - 75 \cdot (-1{,}6) - 875 \cdot 0{,}02}{5} = 44{,}5$$

$$a_0 + 5a_1 + 25a_2 + 125a_3 = 915 \Leftrightarrow a_0 = 915 - 5 \cdot 44{,}5 - 25 \cdot (-1{,}6) - 125 \cdot 0{,}02 = 730$$

د تابع مساوات: $K(x) = 0{,}02x^3 - 1{,}6x^2 + 44{,}5x + 730$

د x=15 دانو د جوړولو لپاره لګښت:

$K(15)=0{,}02.15^3-1{,}6.15^2+44{,}5.15+730=1105$

(c) ketabton.com: The Digital Library

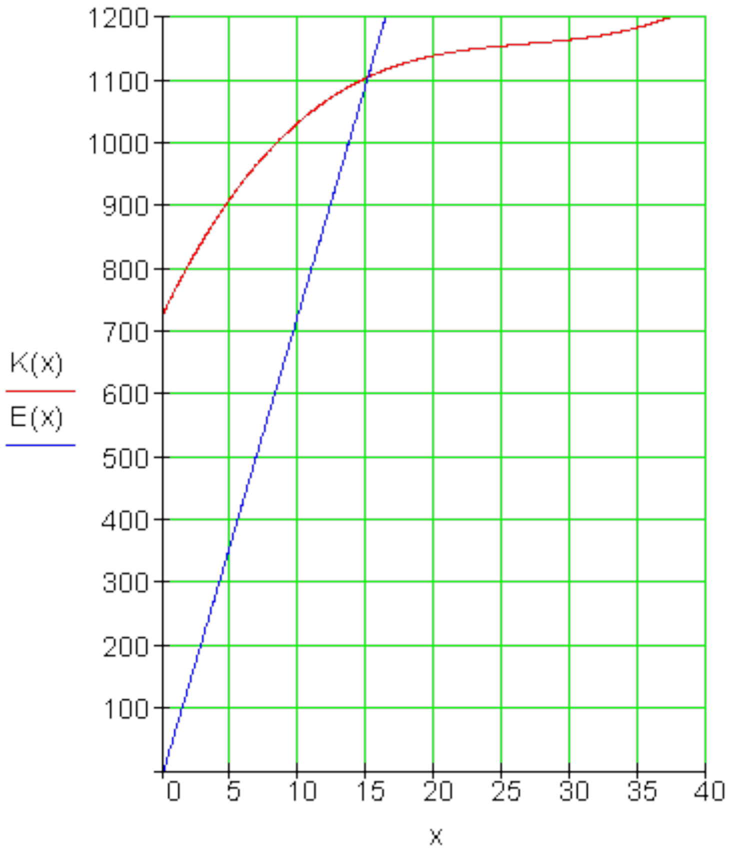
د خرڅلاو تابع:

د$E(x)=p.x$ p سره د د يوې داني د خرڅلاو قيمت

لږ ترلږه قيمت په يوه دانه:

$$p = \frac{1105}{15} = 73\frac{2}{3} \Rightarrow E(x) = 73\frac{2}{3}x$$

د داني په سر دخرڅلاو قيمت بايد لږترلږه $73\frac{2}{3}$ € وي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

الف- د غونډوسکې ماکسیما یا خورا جګ جګوالی د 3 m ګرافیک څخه لوستل کیدی شي. د وهلټکي څخه لرېوالی نږدې 12 m دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتقشمیرنې سره شونې ده. موږ دا اټکل د شمیرنې له لارې ازمایو. د دې لپاره موږ د x = 12 په شاوخوا د تابع ارزښتونه ترڅیرنې لاندې نیسو.

$$f(11{,}5) = -\frac{1}{288}\cdot 11{,}5^3 + \frac{1}{16}\cdot 11{,}5^2 \approx 2{,}985$$

$$f(12) = -\frac{1}{288}\cdot 12^3 + \frac{1}{16}\cdot 12^2 = 3$$

$$f(12{,}5) = -\frac{1}{288}\cdot 12{,}5^3 + \frac{1}{16}\cdot 12{,}5^2 \approx 2{,}894$$

$$f(11{,}75) = -\frac{1}{288}\cdot 11{,}75^3 + \frac{1}{16}\cdot 11{,}75^2 \approx 2{,}996$$

$$f(12{,}25) = -\frac{1}{288}\cdot 12{,}25^3 + \frac{1}{16}\cdot 12{,}25^2 \approx 2{,}996$$

موږ کړی شو چې انتروالونه تل کوچنې کړو او له دې لارې به د 3 ارزښت ته تل نږدې راشو.

ب- غواړو د الوتنې کرې جګوالی د وهلټکي څخه پیدا کړو، څکه چې دلته د لوبغاړو د دفاع دیوال ولاړ دی.

$$f(9{,}15) = -\frac{1}{288}\cdot 9{,}15^3 + \frac{1}{16}\cdot 9{,}15^2 \approx 2{,}573$$

غونډوسکه د دفاعدیوال څخه جګ الوزي(2,573 m > 2 m)

پ – د دې لپاره چې د غونډوسکې د لویدو ټکی وټاکو، باید د تابع ګراف صفرټکي وټاکو.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2\left(-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{288}x = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_3 = 18}}$$

غونډوسکه په 18 m د وهلټکي څخه په لرېوالي په ځمکه لږیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – غواړو د وهلټکي حخه لريوالى پيداکړو، له کوم چې غونډوسکه 2 m جګوالى لري. له ګرافيک څخه دوه ارزښتونه لوستل کيږي، دا نږدې په 7,50 m او 16 m پراته دي. د غونډوسکې د الوتنې لار له مخې موږ د 16 m چاپيريال څيړو.

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 18x^2 + 576 = 0$$

$$x = 16 \Rightarrow 16^3 - 18 \cdot 16^2 + 576 = 64 > 0$$

$$x = 15,5 \Rightarrow 15,5^3 - 18 \cdot 15,5^2 + 576 \approx -24 < 0$$

$$x = 15,75 \Rightarrow 15,75^3 - 18 \cdot 15,75^2 + 576 \approx 18 > 0$$

$$x = 15,7 \Rightarrow 15,7^3 - 18 \cdot 15,7^2 + 576 \approx 9 > 0$$

$$x = 15,65 \Rightarrow 15,65^3 - 18 \cdot 15,65^2 + 576 \approx 0,4 > 0$$

د وهلټکي څخه د نږدې 15,65 m په لريوالي غونډوسکه په 2 m جګوالي له ګول څخه اوړي.

دريم:

الف- ژئ تابع د څلورمې درجې ټولراشنل تابع دی، ځکه چې دا دوه ډبل صفرځايونه لري: $(x_1 = -4 \,;\, x_2 = 4)$

ب- اينبوونه يا ږدو:

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4\,(x+4)^2\,(x-4)^2$$

$$P(0\,|\,4): f(0) = a_4\,(4)^2\,(-4)^2 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{4}{4^4} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{64}(x+4)^2\,(x-4)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4}}$$

پ – د الماني ښتو په ترتيب: دوه يا بيمربع مساوات، کيرده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 2{,}25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 = 2{,}25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1{,}75 = 0$$

$\Leftrightarrow x^4 - 32x^2 + 112 = 0$ biquadratische Gleichung

setze $x^2 = z :\Rightarrow z^2 - 32z + 112 = 0 \Rightarrow p = -32;\ q = 112 \Rightarrow D = 144$

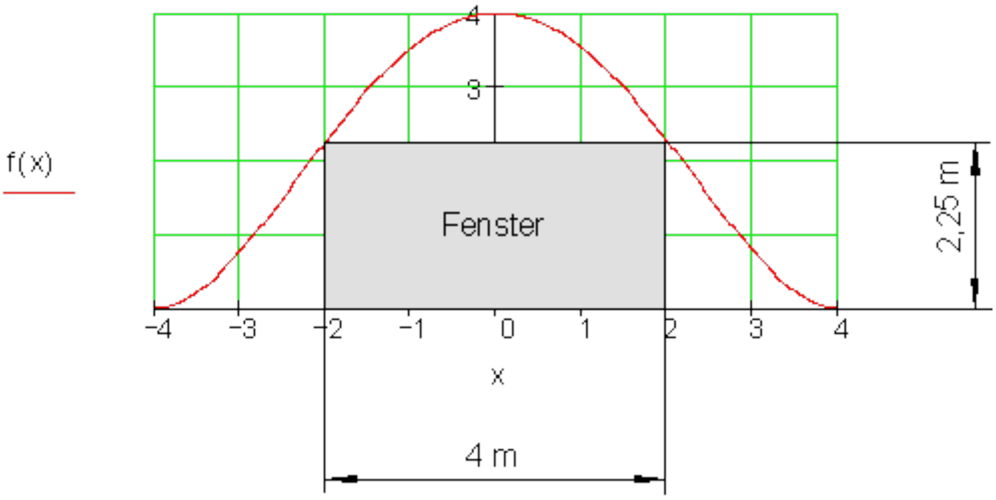
$$z_1 = 16 + \sqrt{144} = 16 + 12 = 28$$

$$z_2 = 16 - \sqrt{144} = 16 - 12 = 4$$

$$x^2 = z \Rightarrow \begin{array}{l} x_1^2 = 28 \Rightarrow |x_1| = \sqrt{28} \Rightarrow x_{1-1} \approx 5{,}29;\ x_{1-2} \approx -5{,}29 \\ x_2^2 = 4 \Rightarrow |x_2| = \sqrt{4} \Rightarrow x_{2-1} = 2;\ x_{2-2} = -2 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 2\,m =$$

له دې لاس ته راځي، چې کړکۍ زيات له زياته 4m سور لري.



ځلورم: الف –

Ansatz : $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2$

$P_1(60\,|\,360)$: $f(60) = 12\,960\,000\ a_4 + 3\,600a_2 = 360$

$P_2(30\,|\,157{,}5)$: $f(30) = 810\,000\ a_4 + 900a_2 = 157{,}5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_2		
810000	900	157,5	
12960000	3600	360	$II-16\cdot I$
810000	900	157,5	
0	−10800	−2160	

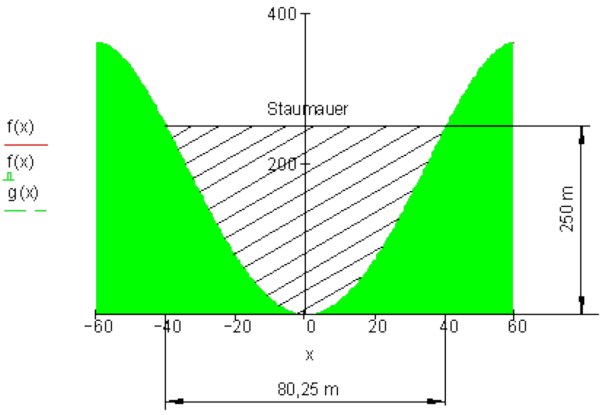
$$-10800a_2 = -2160 \Leftrightarrow a_2 = \underline{0{,}2}$$
$$810000a_4 + 900a_2 = 157{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{157{,}5-180}{810000} = \underline{-\frac{1}{36000}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2}}$$

ب – پښتو: کېږده، د بند تا

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 - 250 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^4 - 7\ 200x^2 + 9\ 000\ 000 = 0$$

$$\text{setze } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 7\ 200z + 9\ 000\ 000 = 0$$
$$\Rightarrow p = -7\ 200;\ q = 9\ 000\ 000 \Rightarrow D = 3\ 960\ 000$$
$$z_1 = 3\ 600 + \sqrt{3\ 960\ 000} \approx 5\ 589{,}975$$
$$z_2 = 3\ 600 - \sqrt{3\ 960\ 000} \approx -1\ 610{,}025$$
$$x^2 = z \Rightarrow \begin{array}{l} x_1^2 = 3\ 600 + \sqrt{3\ 960\ 000} \Rightarrow x_{1-1/2} = \pm\sqrt{3\ 600 + \sqrt{3\ 960\ 000}} \approx \pm 74{,}766 \\ x_2^2 = 3\ 600 - \sqrt{3\ 960\ 000} \Rightarrow x_{2-1/2} = \pm\sqrt{3\ 600 - \sqrt{3\ 960\ 000}} \approx \pm 40{,}125 \end{array}$$
$$\frac{b}{2} \approx 40{,}125\text{ m} \Rightarrow \text{Breite der Dammkrone } \underline{\underline{80{,}25\text{ m}}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.18د ټول راشنل توابعو ټولګه

ټولګه :

تابعمساوات

یو تابع f(x) د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره n-مه درجه ټولهوښیار یا ـــراشنل تابع بلل کیږي.

ګنونه یا عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه بلل کیږي.

سیومتري:

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف تیک هلته محورسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط له زیاتید ونو یا د جمعي له اعضاو جوړ وي د جوړه اکسپوننتونو سره یا محور سیومتریک، که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ۹۷۶۵-ولري: f(-x)=fx)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګراف تلنه

د يوه ټولهوښيار تابع ګراف تلنه د خوراجګ توان سره زياتيدوني يا د جمعي جز له لارې ټاکل کيږي

n ناجوړه يا طاق   n جوړه n gerade

تلنه لهIII وI ته   تلنه له II و I ته. $a_n>0$

تلنه لهII و IV ته   تلنه له III وIV ته. $a_n<0$

محور غوځېکی

د y-محور سره غوځېکی $P_y(0 \mid y_s)$ شراط : $y_s = f(0)$

دx– محور سره غوځېکی $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځايونه: شرط: $f(x) = 0$ د n درجې يوټول راشنل تابع زيات له زياته n فصرځايونه لري.

که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

پوښتنې

د ټولګي ازموينې جمتووالي ته ټواراشنل توابع I

د ټولکي ازموېنې جمتووالي لپاره

لومړي: دا څه معنا لري:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 \ ?$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ديو ټولراشنل تابع له سيومتري څخه څه پوهيږئ؟

دريم: دلاندې توابعو سيومتري خويونو باندې يوه ويناوکړې او دا وينا په دليلونو اباده کړئ.

الف ـ $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ ب ـ $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$

پ ـ $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$ ت ـ $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

څلورم: د څه له لارې د ټولراشنل تابع تلنه ټاکل کيدی شي؟

پنځم: د لاندې توابعو ګرافونه څنګه ځغلي؟الف ـ $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4$

ب ـ $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1$

پ ـ $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1$ ت ـ $f(x) = -2x^2 + x + 1$

شپږم: د ټولراشنل توابعو د صفرځايونو ګنون يا تعداد په هکله څه پوهيږئ؟

اوم: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ او د تابع مساوات د کرښيزو ضريبونو د ضرب يا ځل په څير انځور کړئ. صفرځايونه له کوم ډول دي(ساده ، ډبل يا درې واره)الف ـ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ب ـ $f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$

اتم: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ. د ګراف په تلنه يوه وينا وکړئ. د لويو همداسې د کوچنيو x -ارزښتونو لپاره د تابع ارزښتونه کومې لور ته هڅيږي؟

الف ـ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$, $f(x) \to ?\quad \text{für } |x| \to \infty$ ب ـ $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x - 2$, $f(x) \to ?\quad \text{für } |x| \to \infty$

نهم: د تابع لپاره د هورنر شيما له مخې ارزښتجدول وشميرئ، صفرځايونه وشميرئ او ګراف د شونې پولې پورې ټيک وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2{,}5 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

لاربښودنه: د پله سور 0,5 د هورنر شیما لپاره $x: -2{,}5; -2 \ldots 2{,}5; 3$

لسم: د دریمې درجې ټولراشنل تابع ګراف له لاندې ټکو څخه تیریږي

$P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$

الف- د تابعمساوات وټاکئ. ب- د محورغوڅټکي وټاکئ.

د لاندې ارزښتونو لپاره د هورنر شیما سره د تابع ارزښتونه پیدا کړئ.

$x = -1{,}5; x = -0{,}5; x = 0{,}5; x = 1{,}5; x = 2{,}5$

ت- ټول معلوم ارزښتونه د ارزښت جدول څخه ولیکئ.

ټ- ګراف د $1 = 1$ cm یون یا واحد سره وکاږئ.

جګټکی $P_{max}(-1|9)$ ټیټ ټکی $t\ P_{min}(1{,}7|-0{,}5)$

ث- د لوی او کوچنې x -ارزښت لپاره دګراف په تلنه یوه وینا وکړئ

(ژ. وینا زما د سم آند یا منطق په درسونو کې وګورئ)

ج- سیمتري راوړنې وکړئ. نتیجې یې مدللې کړئ.

ځوابونه

د تولګۍ کار لپاره ټولراشنلتوابع I

مفصل خوابونه

لومړی: f(x)د n -مې درجې د ټولراشنل تابع انځوروي.

خورا جګ جګګڼ یا –عدد(اکسپوننت) د تابع درجه ورکوي.

ضریبونه $a_n; a_{n-1}; \ldots a_2; a_1; a_0$ سړی کوایفسنتونه بولي.

دویم: د یوه ټوراشنل تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که د تابع مساوات ټیک له جوړه جګګڼونو یا اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا که باور ولري: $f(-x)=f(x)$ د بیلګې په توګه $f(2)=f(-2)$

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف ټیک هلته ټکی سیومتریک دی، که د تابع مساوات فقط له ناجوړه یا طاقو اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

یا که باور ولري: $f(-x) = -f(x)$ ، د بیلګې په توګه $f(-3) = -f(3)$

دریم:

الف- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ له دې لاس ته راځي: ټکی سیومتریک، ځکه چې ټول اکسپونتونه ناجوړه دي.

ب- $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$ له دې لاس ته راځي چې محور سیومتریک دی،، ځکه چې اکسپوننتونه ټول جوړه دي.

پ- $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

ت- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

څلورم: د ټولراشنل تابع تلنه د زیاتیدونو یا د جمعې غړو له لارې چې خورا جګ توان ولري ، معلومیږي، یعنې د $a_n x^n$ له لارې.

پنځم: د الماني پښتون: ناجوړه یا طاق، جوړه

الف - $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4 \quad n = 3\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = -4 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

ب - $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1 \quad n = 4\,(\text{gerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - I}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1 \quad n = 5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

ت - $f(x) = -2x^2 + x + 1 \quad n = 2\,(\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

شپږم: د n –مې درجې يو ټولهوښيار تابع زيات له زياته n صفرځايونه لري. که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ رلږه يو صفرځاى لري.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$ ضريب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$x^2 - 6x + 9 = 0$ مربع مساوات

$$p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$ ډبل صفرځاى

د کرښيز ضريبونو د ضرب په څير انځورونه

$$f(x) = x(x-3)(x-3) = x(x-3)^2$$

ګراف په $x_1 = 0$ کې ساده صفرځاى لري

ډبل صفرځاى په $x_{2/3} = 3$ کې (لمستکى)

ب-

$$f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x^2 + 8x = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ضریب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(-4x^2+4x+8\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$
$$-4x^2+4x+8=0 \mid :(-4)$$

پورته مربع مساوات

د مربعیز مسساواتو نورمال بڼه

$$\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$
$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_2=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{vmatrix}$$

د ضرب په څیر د کرښیز ضریبونو انځورونه: $f(x)=x(x-2)(x+1)$

ګراف درې ساده صفرځایونه لري په $x_1=0;\ x_2=2$ او په $x_3=-1$

اتم: الف- $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$ صفرځایونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-6x^2+9x-2=0$$

لومړی صفرځای د ازمایښت له لارې

	1	−6	9	−2	
x = 1	↓	1	−5	4	
	1	−5	4	2	keine NS für x = 1
	1	−6	9	−2	
x = 2	↓	2	−8	2	
	1	−4	1	0	NS für $x_1 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

د پولینوم وېش سره د درجې راټیټون

$$\left(x^3-6x^2+9x-2\right):(x-2)=x^2-4x+1$$
$$-\left(x^3-2x^2\right)$$
$$-4x^2+9x$$
$$-\left(-4x^2+8x\right)$$
$$x-2$$
$$-(x-2)$$

$$x^2-4x+1=0 \qquad p=-4\,;\,q=1\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4-1=3\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{3}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=2+\sqrt{3} \\ x_3=2-\sqrt{3} \end{array}\right.$$

صفرځایونه: $x_1=2\,;\,x_2=2+\sqrt{3}\,;\,x_3=2-\sqrt{3}$

د ګراف تلنه: له $\mathrm{I}\rightarrow\mathrm{III}$

تابع ارزښتونه:

د $x\rightarrow-\infty$ لپاره لرو $f(x)\rightarrow-\infty$

د $x\rightarrow\infty$ لپاره لرو $f(x)\rightarrow\infty$

ب- $f(x)=-x^3-\frac{3}{2}x^2+8x-2$ صفرځایونه $f(x)=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

	1	3/2	−8	2	
x = 1	↓	1	5/2	−11/2	
	1	5/2	−11/2	−7/2	keine NS für x = 1
	1	3/2	−8	2	
x = 2	↓	2	7	−2	
	1	7/2	−1	0	NS für $x_1 = 2$

د پورته پېښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

دپولینوم په راکمې شوې درجې

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-8x+2\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x-1$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-8x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-7x\right)}$$

$$-x+2$$

$$\underline{-(-x+2)}$$

$$x^2+\frac{7}{2}x-1=0 \qquad p=\frac{7}{2};\ q=-1 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{16}+1=\frac{65}{16} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{65}{16}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{65}{16}} \\ x_3=-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{65}{16}} \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: $x_1 = 2\,;\, x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{65}{16}}\,;\, x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{65}{16}}$

د ګراف تلنه: له $II \to IV$

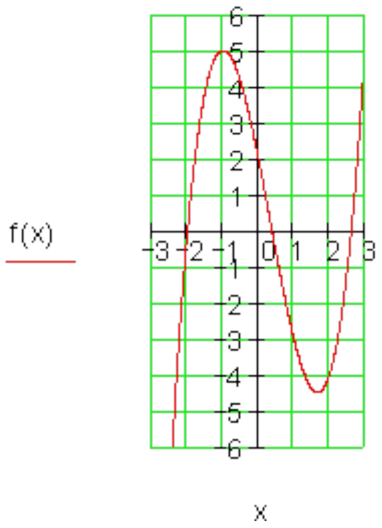
تابع ارزښتونه:

د ؛ $x \to -\infty$ لپاره لرو $f(x) \to -\infty$

د $x \to \infty$ لپاره لرو $f(x) \to \infty$

نهم:

x =	f(x) =
-2.5	-7.375
-2	0
-1.5	3.875
-1	5
-0.5	4.125
0	2
0.5	-0.625
1	-3
1.5	-4.375
2	-4
2.5	-1.125
3	5



صفرځایونه: $x_1 = -2\,;\, x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2{,}62;\, x_3 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0{,}38$

لسم:

الف- د دريمي درجې ټولراشنل تابع د تابع مساوات دی:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مساواتسیستم د ورکړشوی ټکي لپاره لیکل کیږي.

$$\begin{array}{l|llllll}
P_1(1|1): & f(1) & = 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 1 \\
P_2(2|0): & f(2) & = 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = 0 \\
P_3(-2|4): & f(-2) & = -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 & = 4 \\
P_4(3|9): & f(3) & = 27a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 & = 9
\end{array}$$

د بیرته په څټ اینوني سره د ضریبونو ټاکل	د مساواتسیستم ځواب د ګاوس-الګوریتم سره
$5a_3 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$ $a_2 + a_3 = 0$ $\Leftrightarrow a_2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$ $a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$ $\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$ $\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$ تابع مساوات: $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$	(see Gauss table below)

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	|: 3
0	2	8	26	8	|: 2
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−1	1	−3	1	III + II
0	1	4	13	4	IV − II
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	4	4	0	|: 4
0	0	1	6	5	
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	1	1	0	
0	0	1	6	5	IV − III

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 \end{array}$$

ب- د $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$ محورغوڅتکي

د تابعمساوات څخه لوستل کيږي $\underline{P_y(0|6)}$

لومړی صفرځای له $P_2(2|0) \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}}$

پولينوموېش

$$\begin{aligned} &\left(x^3 - x^2 - 5x + 6\right) : (x-2) = x^2 + x - 3 \\ &\underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)} \\ &\qquad x^2 - 5x \\ &\quad \underline{-\left(x^2 - 2x\right)} \\ &\qquad\quad -3x + 6 \\ &\qquad \underline{-(-3x + 6)} \end{aligned}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$p = 1;\ q = -3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + \frac{12}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1,303 \\ x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2,303 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوڅټکی:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

پ- د لاندې تابع ارزښتونه د هورنر-شیما سره وټاکئ

$$x=-1{,}5;\ x=-0{,}5;\ x=0{,}5;\ x=1{,}5;\ x=2{,}5$$

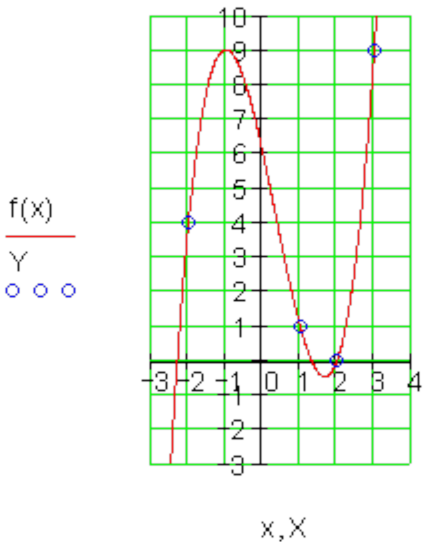
	1	-1	-5	6	
$x=-3/2$	$\downarrow$	$-3/2$	$15/4$	$15/8$	
	1	$-5/2$	$-5/4$	$63/8$	$=f(-1{,}5)\approx 7{,}9$
	1	-1	-5	6	
$x=-1/2$	$\downarrow$	$-1/2$	$3/4$	$17/8$	
	1	$-3/2$	$-17/4$	$65/8$	$=f(-0{,}5)\approx 8{,}1$
	1	-1	-5	6	
$x=1/2$	$\downarrow$	$1/2$	$-1/4$	$-21/8$	
	1	$-1/2$	$-21/4$	$27/8$	$=f(0{,}5)\approx 3{,}4$
	1	-1	-5	6	
$x=3/2$	$\downarrow$	$3/2$	$3/4$	$-51/8$	
	1	$1/2$	$-17/4$	$-3/8$	$=f(1{,}5)\approx -0{,}4$
	1	-1	-5	6	
$x=5/2$	$\downarrow$	$5/2$	$15/4$	$25/8$	
	1	$3/2$	$-5/4$	$23/8$	$=f(2{,}5)\approx 2{,}9$

ت-

x	$-2{,}3$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}3$	$1{,}5$	$1{,}7$	2	$2{,}5$
$f(x)$	0	4	$7{,}9$	9	$8{,}1$	6	$3{,}4$	1	0	$-0{,}4$	$-0{,}5$	0	$2{,}9$
	P_{x3}	P_3		P_{max}		P_y		P_1	P_{x2}		P_{min}	P_{x1}	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت-



ث- ګراف له III و I ته ځغلي

ج- سيومتري نه شته، ځکهچې هم جوړه يا حفت او هم ناجوړه يا طاق اکسپوننت مخ ته لرو

خوراجګټکی $P_{Max}(-1|9)$

خورا ټيټکی $P_{Min}(1,7|-0,5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.19 د ټول ربنتيا توابعو تکرار

تعريف:

تعريف: يو تابع (x)fد

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره د n–مي درجې ټولربنتيا يا ټولراشنل تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

بيلګه:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 7 \quad \text{(3. Grades)}$$
$$f(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 7x + 5 \quad \text{(4. Grades)}$$

د ګراف تلنه:

جمله: د ټول راشنل تابع د ګراف تلنه د زياتيدونکو يا جمعه اجزاوو د خورا جګ توان له لارې ټاکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناجوړه یا طاق n ungerade جوړه n gerade

ته III و I تلنه له ته‌II‌و I‌تلنه له $a_n>0$

ته‌IV و تلنه له‌II و ته. ته‌III IV و تلنه له $a_n<0$

بیلګه:(لاندط الماني په ترتیب: ناجوړهو جوړهو ناجوړه)

$$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \qquad n = 3\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$$

$$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \qquad n = 4\ (\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$$

$$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \qquad n = 5\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$$

سیومتري:

پام: د یوه ټول هوښیارتابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که د تابع مساوات د جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

محورسیومتري که د ټول $x \in D$ لپاره باور ولري: $f(-x) = f(x)$

سیومتري:

پام: د یوه ټول هوښیارتابع ګراف ټیک هلته ټکی سیومتریک دی، که د تابع مساوات د نا جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

ټکی سیومتري که د ټوی x€D لپاره $f(-x)=-f(x)$باور ولري.

یادونه:

د محور سیومتریک لاندې تل د y محور سره سیمتري پوخیږو.

ټکی سیومترک که د کواوردینات پیل – سرچینې ټکي سره سیومتریک وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Achsenschnittpunkte محور غوڅټکي

د y– محور سره غوڅټکی : $P_y(0 \mid y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بیلګه:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0 \mid -3) \text{ oder } P_y(0 \mid f(0))$$

له دې لاس ته راځي يا

د P_y د y–کواوردينات تل د a_0 ضريب سره کتمټ دي.

دا تلل د تابع مساوات څخه لوستل کيدی شي.

دx –محور سره غوڅټکی : $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځای: شرط: $f(x) = 0$

جمله: د درجې ټولربنتيا – يا راشنل تابع زيات له زيات صفرځايونه لري. که د ورجه ناجوړه يا طاق وي، نو نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځای شميرنې ته تلنلار

د ضريبونو تلنلار

$f(x)=2x^3-2x^2-4x=0$ ضريب x کيدی شي له نوکانو دباندې وليکل شي

$\Leftrightarrow x(x^2-2x-4)=0 \Rightarrow x1=0$ او په نوکانو افاده يا وبينه صفر ده

$\Rightarrow 2x^2-2x-4=0$

يومربع مساوات دی د $x_2 = -1$ $x_3 = 2$ سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

{0;-1;2}=>L= حلډيرئ په توګه ليکل شوې

$$\Rightarrow P_{x_1}(0|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_3}(2|0)$$ د x محور سره د غوښتکي کواوردیناتونه

$$f(x) = \underbrace{(x+1)(x-2)x}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

Substitutionsverfahren د بدلون تلنلار

$$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$ دوه مربع (دوه ځلوري) مساوات

بدلون:$x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad \Rightarrow z_1 = 9 \text{ und } z_2 = 4$$

د بدلون بيرته ګرځونه:

$$x^2 = z_1 = 9 \text{ und } x^2 = z_2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = -2 \quad \Rightarrow L = \{3, -3; 2;$$

$$\Rightarrow P_{x_1}(3|0); P_{x_2}(-3|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-2|0)$$

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د پورته الماني پښتو:د کرښيز ضريبونو ضرب

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polynomdivision پولینوموېش:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$
$$f(2) = 8 + 12 - 8 - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 2\ i$$

صفرځای د ازماېښت له لارې پیدا شوی

پولینوموېش:

$$(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) : (x - 2) = x^2 + 5x + 6$$
$$-(x^3 - 2x^2)$$
$$5x^2 - 4x$$
$$-(5x^2 - 10x)$$
$$6x - 12$$
$$-(6x - 12)$$
$$0$$

اوس باید فقط مربع مساوات $x^2+5x+6=0$ حل شي

$$p = 5 \quad q = 6 \Rightarrow D = 2{,}5^2 - 6 = 6{,}25 - 6 = 0{,}25$$
$$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -2{,}5 \pm 0{,}5$$
$$x_2 = -2 \quad x_3 = -3$$

$$\Rightarrow L = \{2; -2; -3\} \Rightarrow P_{x1}(2|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-3|0) \quad f((x)) = (x-2)(x+2)(x+3)$$

هورنر:

	1	3	-4	12	
$x_1 = 2$	↓	2	+10	+12	$\Rightarrow 1x^2 - 5x + 6 = 0$
	1	5	6	0	

گراف کښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

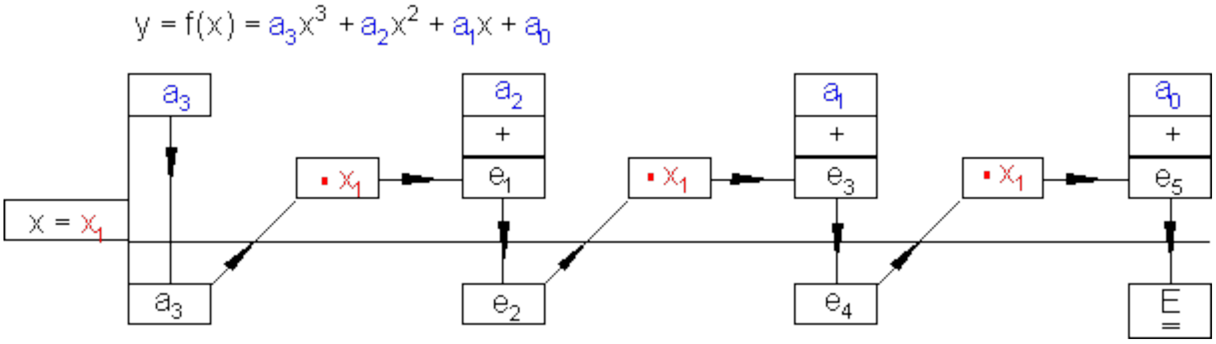
د دې لپاره چې د يوه ټول راشنل تابع گراف وکښلی شو، يوه ارزښت جدول او محور غوښتکو ته

ته اړتيا لرو .

ارزښت جدول:

يو امکان د ارزښت جدول لاس ته راوړو لپاره په دې کې پروت دی، چې ټول اړين تابع ارزښتونه د جبشميري سره وشميرو. يو بل، خوراه ساده متود يا لار د هورنر شيما Hornerschema راکوي.

په لاندې اصولو سره د هورنر شيما گرافيکي انځور شوي ده.



بيلگه:

د هورنر شيما د ت ابع $f(x)= x^3-x^2-11x+3$ د تابع ارزښت د ټاکلو ته

د $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما د د تابع د تابع ارزښتوو ټاکلو ته

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$ für $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$

د y محور سره غوڅټکی

f(0)=3

د تابع تلنه له I و II ته یا ترمنځ

دشیما ځخه پیژنو:

صفرځای په x=-3 کې f(-3)=0 ;

جګټکی د [-2;-1] ترمنځ

د صفر له لارې تلنه د [0;1] ترمنځ

ټیټټکی د [2;3] ترمځ

د صفر له لارې تلنه د [3;4] ترمنځ.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

ارزښت جدوول

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $\underline{x_1 = -3}$ سره د معلوم صفرځاي په څير

له دې لاس ته راځي: پولينوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $: x_1 = -3$ سره معلوم صفرځايونه

له دې لاس ته راځي د پولينوم ويش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

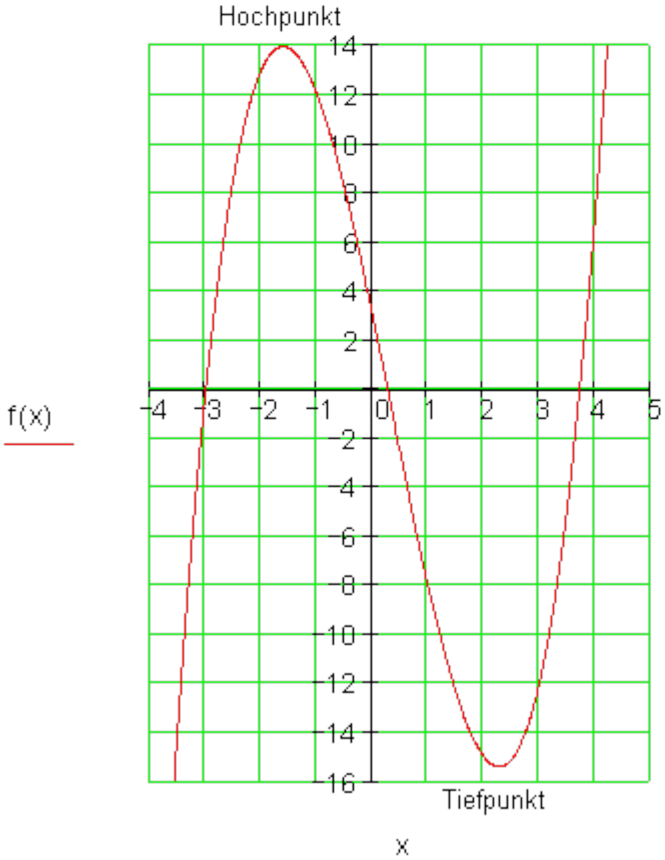
ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	0,27	1	2	3	3,73	4
f(x)	−33	0	13	12	3	0	−8	−15	−12	0	7

اوس د ټولو معلومو داتا سره کيدی شي د تابع ګراف وکښل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

جګتیکی



سره له دې هغه څه چې موږ تراوسه نه شو ټاکلی، د ګراف جګتیکی او ټیټ تکی دي. د دې لپاره په وروسته برخو کې دفرنخیالمیرنې ته اړتیا ده.

تابع مساوات و لیکئ

بیلګه: د یوه دریمې درجې ټول ربنتونې یا راشنل تابع لپاره.

د څلور ټکو کواوردینات یا پروت ولاړ سیستم، چې د تابع ګراف باندې باید پراته وي، لکه چې ترې لرو له مخه ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|44); P_4(1|0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساواتسیستم لیکل کیږي

$$\begin{array}{l|lllllll}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_2(2|-1): & f((2)) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 0
\end{array}$$

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I

د مساوات سیستم حل د ګاوس الګوریتم سره مو ضریبونو ته لاربشودوي:

$a_3 = -1,\ a_2 = 2,\ a_1 = 0,\ a_0 = -1$

او له دې سره تابع مساوات ته:

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.16-د وکتور شمیرنې بنسټیزې کلمې

وکتور او سکالار:

په طبیعت او تخنیک کې رامنځ ته کیدونکې لویې د یوه کره شوي کچیوونونو یا اندازه واحدونو سره د یوه کچګڼ یا اندازه عدد له لارې پوره یا مکمل ټاکل شوي د بیلګې په توګه داسې لویې دي:

اوږدوالی، کتله، کار، انرژي، وخت، تودوخي او پوتنځیال. داسې لویې کیدی شي په یوه سکالا (شمیرپ,هنیزې لویې، چې د ګڼون ارزښت سره کره ټاکلې ده) انځور شي او له دې امله سکالارې لویې یا سکالار بلل کیږي.

لویې، چې د هغو ټاکلو ته له سکالار برسیره یا د سکالار ترڅنګ لور هم اړتیا ولري ، دا وکتوری لویې یا وکتورونه بلل کیږي. چټکتیا یا سرعت او بیړه یا تعجیل داسې لویې دي.

وکتورونه د غشو سره انځوریږي. د غشو اوږدوالی ارزښت ټاکي او د غشي لور د وکتور لور ښایي. وکتور د سکالار سره پر پرتله یوه لوریزه لویه ده.

ازاد وکتورونه، کرښه تړلي وکتورونه او ځایتړلي وکتورونه سره توپیر کیږي.

د یوه ازادوکتور غوره خوي دی، چې اغیز کرښې سره او د ځان سره غبرګ هرې لور ته په فضا کې وړل کیدی شي. د برابر اوږدوالي او برابرې لورې وکتورونه یو بل سره برابر یا مساوي دي.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \text{ und } \overrightarrow{CD} = \vec{b}$$

$$\overline{AB} = |\vec{a}| = a$$

$$\overline{CD} = |\vec{b}| = b$$

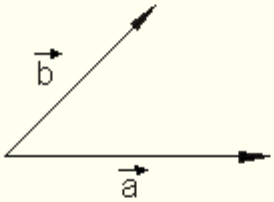
(c) ketabton.com: The Digital Library

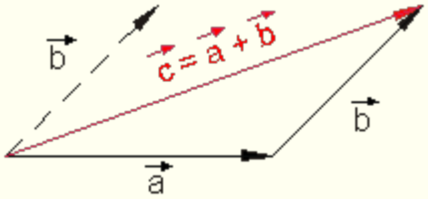
قوه يا زور چې په يوه تن بريد کوي، يو کرښه تړلی وکتور انځوروي. داکړی شي د خپل بريد کرښې په خوښه يووړل شي يا راکښل شي، مګ ده ته غبرګ نه.
يوځای تړلی وکتور، چې ځايوکتور هم بلل کيږي يو کره ټاکلی بريد ټکی لري او راکښل کيدی نه شي.

د وکتورونو زياتون يا جمع
که يو وکتورb و وکتور a سره زيات کړو، په دې معنا چې وکتورb د ځان سره داسې غبرګ يا موازي راکښل شي، چې پيل ټکی يې د وکتور a په پای ټکي پريوځي.
يادونه: زه د وکتورونو په سر د وکتورنخښه يعنې غشي نخښه نهشم باسليو دا به راته ګران لوستونکي وبښي(ژباړي).
د وکتور a د پيل ټکي تړل د وکتور b د پای ټکي سره وکتور c ورکوي او د دې لپاره ليکو:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

د دوه وکتورونو زياتون يا جمع





د دوه وکتورونو د جمعې يا زياتون لپاره د بدلون يا کموتاتيو قانون صدق کوي يا باور لري

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

د درې وکتورونو د زياتو سره اړين نه دئ، چې دا دې په يوه سطحه کې پراته ويد له دې درې وکتورونو يې هر يو يوه په فضا کې لوريزه کرښه ده دا درې وکتورونهکړی شي په فضا کې يو جوړښت وغزوي. اسوشياتيو قانون باور لري:

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c} = \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

دوه ارزښت برار وکتورونه د مخامخ ابنول شوې لور سره په فضا کې مخامخ لوريز يو بل سره معکوس يا په څټ وکتورونه بلل کيږي. که سره زيات يا جمع شيو نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

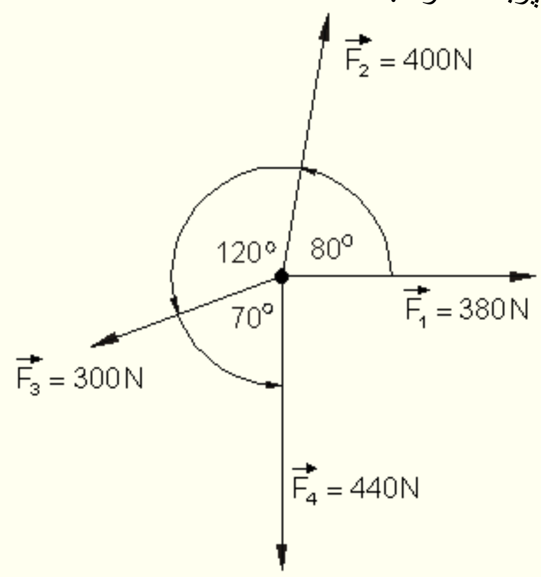
زیاتون یا جمعې په حیث یو وکتور لاس ته راوړو، چې د هغه پیل ټکي د موخې ټکي سره یوځای پریوځي.
دا چې د ي جمعې وکتور ارزښت صفر دی، دا صفروکتور بلل کيږي. دا ټاکلې لور نه لري.

د وکتورونو کمون یا تفریق
د دوه وکتورونو کمون یا تفریق
د وکتور کمون کیدی شي بیرته د وکتور پهزیاتون یا جمع واړول شي.
یو وکتور کميږي یا تفریقيږي،که د دې مخامخ وکتور جمع شي

د کاروني یا استعمال بیلګه:

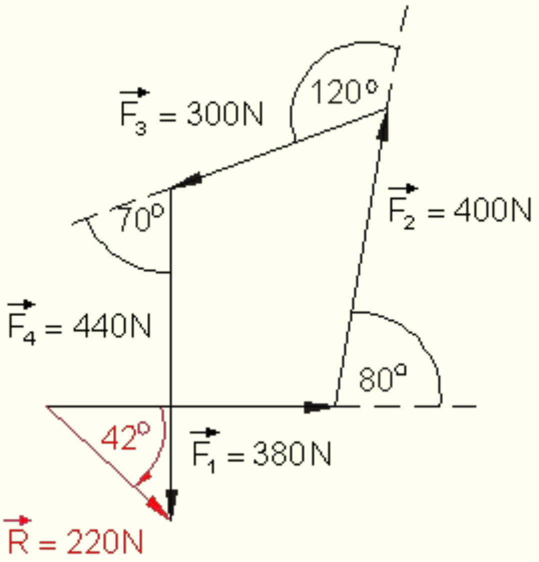
بیلګه ۱ :
د وکتور جمع رسمیزه.
دیوه برقوښني متّ باندې پهیوه ټکي څلور قوې برید کوي، چې په یوه سطحه دې پرتې وي. رسمیز د دې وکتور لور او ارزښت وټاکل شي. د رسمکچې یا د کچونې اله یا د کچونې لرګی(؟):1 cm د N 100 سره برابر دی.

پوښتنه کونه:



رسمیز حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\Rightarrow \left|\vec{R}\right| = 220N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F}_1, \vec{R}\right) = -42^0$$

د لاس ته راغلي ارزښت 220 N دی. دا په دې معنا، چې د وېشوني په مټه یو لاس ته راوړې قوه د 220 N اغیز کوي.

نسبت $\vec{F}_1$ اغیزلور -42^0 یا 318^0 دی

یادونه:

د ساعت څرغون په مخامخ یا معکوس (کینې راتاو) د نسبت کرښې څخه په وتو مثبت ګڼل کیږي، د ساعت څرخون په لور (ښي راتاو) د دې په عکس منفي.

رسمیز حل یاځي نږدې حل دی. داټیک دومره ټیک دی، چې څنګه رسم کیدی شي.

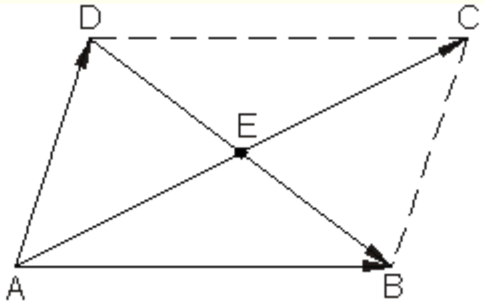
یو شمیرنیز حل ، چې دا به وروسته تر څیړني ونیول شي یو ټیک حل راکوي:

$$\left|\vec{R}\right| = 224{,}009N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F}_1, \vec{R}\right) = -41{,}585^0$$

بیلګه ۲:

غوښتنه د کرښې DB د نیمونکې ټکي Eواټن دی له ټکيAڅخه، که B د وکتور AB پای ټکی اوD د وکتور AD پای ټکی وي او وکتورونه AB او AD له ټکي A ووځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



حل:

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$$

دا چې ټک E د کرښې DB نیمونکی دی، باور لري:

$$\overrightarrow{DE}=\frac{\overrightarrow{DB}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}$$

دوکتور AB لپاره نو باور لري

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}{2}$$

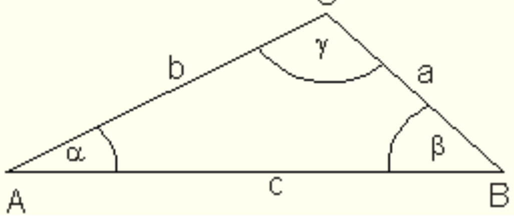
د کرښې AE لپاره باور لري:

$$\overline{AE}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$$

دا چې $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ دی، باید E د کرښې ACنیمونکی ټکی هم وي.
له دې سره مو وښوول، چې په غبرګ اړخیز کې دوه کونجتړې(قطرونه) د هغو د غوڅټکي له لارې نیمیږي.

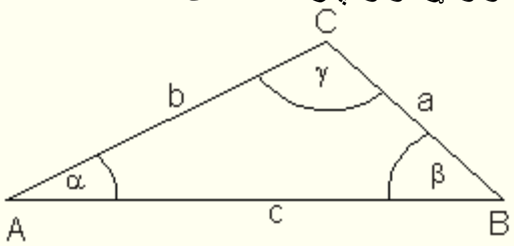
د ساین او کوساین جمله د وکتور شمیرنې لپاره مرستندوی ماود
تر اوسه مو وکتورونه رسمیز سره جمعه کول. د رسمیزو حلونه تل دقیق نه دي،

دکوساین جمله:
په هر درېګوډي یا مثلث کې کیدی شي د یوه اړخ مربع(څلورئ) له دواړو نورو اړخونو او له دوي رابند کونج څخه وشمیرل شي.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$

د ساين جمله؛
په هر مثلث يا درېګوډي کې د اړخونو د اودوالي د تناسب نسبت و مخامخ کونج ته د ټولو اړخونو لپاره همغه دی.



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

د ساين او کوساين جملو ته تمرينونه:

دوه قوې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $|\vec{F_1}| = F_1 = 60N$ او $|\vec{F_2}| = F_2 = 40N$ سره يو د $\alpha = 50^0$ کونج رابندوي .

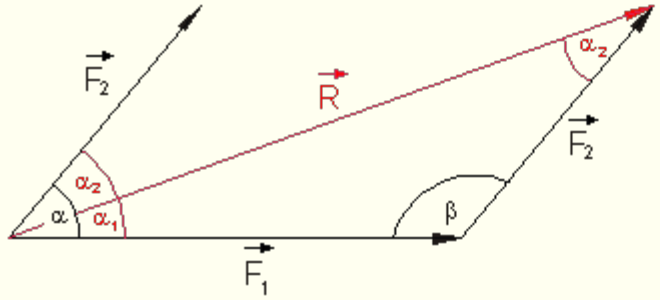
دا د نتيجې قوه $\vec{R}$ څومره لويه ده؟ د $\vec{R}$ $\vec{F_1}$ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي.

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle(\vec{F_1}, \vec{F_2}) \text{ ist } \alpha = 50^0$$
$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د کوساين جملې له مخه باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$
$$= \sqrt{\left(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos(130^0)\right) N^2}$$
$$\approx 91{,}024N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سان جملي پسي يا په تعقيب باور لري:

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91{,}024} \cdot \sin(130^0) \approx 0{,}337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0{,}337) \approx \underline{\underline{19{,}672^0}}$$

له R او F1 رابند کونج دی.

دا چي α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ ته پوره کوي، نو د F2 او R تر منځ کونج کيږي

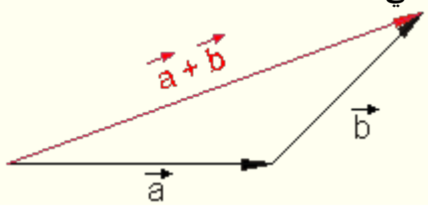
$$\alpha_2 = 50^0 - \alpha_1 = 50^0 - 19{,}672^0 \approx \underline{\underline{30{,}328^0}}$$

تولګه:

لومړی: يو وکتور په فضا کې يوه لوريزه، اوريتي شوې کربنه ده؟

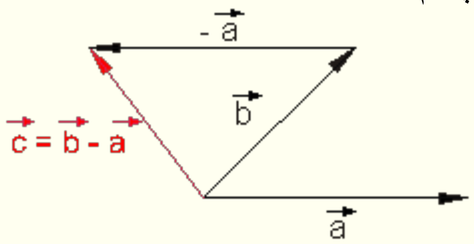
دويم: وکتورونه برابر دي، که دوي په ارزښت او لور کې سره برابر وي يا يو پهبل پريوځي.

دريم:دوه وکتورونه سره جمع کيږي، که د يو هوکتور په پای د بل وکتور پيل کيښول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمع وکتور: Der Summenvektor $\vec{a}+\vec{b}$
وکتور چي لاس ته راځي، پيل يې د لومړي وکتور او پای يې د دويم وکتور دي.
ځلورم: وکتور او معکوس يا مخمخ وکتورونه برابر ارزښت او برابر لور مګر معکوس يا مخمخ اېښنول شوی Orientierung لري.
پنځم:



$\vec{c}=\vec{b}-\vec{a}$
کمونوکتور
داسي لاس ته راځي، چي سړی وکتور b ته د مخامخ يا برعکس وکتور aجمع کړي:
$\vec{b}-\vec{a}=\vec{b}+\left(-\vec{a}\right)$

پوښتني
د وکتورونو زياتون اوو کمون(د وکمتورونو جمع او تفريق)
لومړی: دوه وکتورونه aاوb په خپلو منځو کي يو کونج α جوړوي.
وکتورونه $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ او $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ دې رسميز او شميرنيز وټاکل شي.
نور يا پسي دې د رسم سطحي څخه د βهمداسي γکونجونه، چي وکتورونه c او d يې د وکتور a سره جوړوي ولوستل شي او ودې شميرل شي.

کچوونی: د اوږدوالي يوون يا واحد په cm (د بيلګي په توګه a = 4,6 په دې معنا چي 4,6 cm)

الف - $\left|\vec{a}\right|=a=4{,}6 \quad \left|\vec{b}\right|=b=4{,}0 \quad \alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60^0$

ب - $\left|\vec{a}\right|=a=4{,}2 \quad \left|\vec{b}\right|=b=3{,}8 \quad \alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120^0$

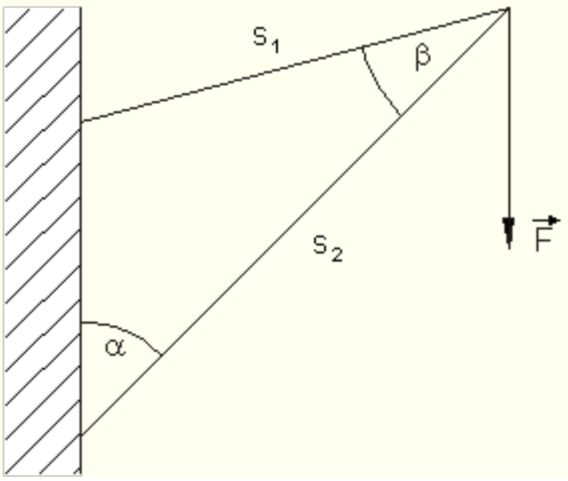
پ - $\left|\vec{a}\right|=a=4{,}7 \quad \left|\vec{b}\right|=b=3{,}2 \quad \alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=250^0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$

دويم: د يوه کران په ستنو s_1 او s_2 باندې څومره زور پرېوځي، که کران يو 18 kN بار وړي؟

$\vec{F} = 18\,kN \quad \alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$



لارښوونه:
دا د باروکتور د ستنو يا مټو په دواړو لور ټوټه (تجزيه) کړئ او د وکتورونو ارزښت وشميرئ. پام وکړئ چې په ستنو يا مټو په کومو لورو قوه اغيزه کوي(کيکاږل زور يا قوه(فشار)Dru.kraft که راکښل زور.Zugkr؟)

دريم: دوه برابر لويې قوې په يوه ټکي بريد کوي يا پرېوځي يا زور اچوي.
د دوي ترمنځ کونج بايد څومره لوي وي؟

څلورم: دوه قوې $\vec{F_1}$؛ او $\vec{F_2}$ د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 = 60N$ او $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 = 40N$ سره يو له بل سره يوکونج $\alpha = 50^0$ ترې يا جوړوي.

دا نتيجهزوق يا قوه $\vec{R}$: څومره لويه ده؟ $\vec{R}$: د $\vec{F_1}$؛ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي؟

پنځم: يوه د کانتينرو کيشتئ تيک په ختيځ لور په حرکت راوړل کيږي.
د هغه خپله چټکتيا (سرعت) ۲۴ غوټې(Knoten د چټکتيا د شميرلو يوون يا واحد دی).
د شمال له لور يو په ۹ غوټو د اوبو زوريزه بهيدنه د کيښتئ خوزښت اغيز من کوي يا د کيښتئ په خوزښتاغيز کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و کورس تغير(په درجو(څومره لوي ديد او دا په کومه لور صورت نيسي؟
کيښتۍ د بحر په لينده کومه [تکتيا لري؟
يه غوټه = ۱ بحري مايل په ساعت کي، چې دا 1,852 km/h دی.
شپږم:يوه الوتکه د 10 kN د ټيلوهل زور سره په همغه يا ثابت جګوالي سيده کرښيزه ټيلوهل کيږي. يو باد د6 kN برابر پاتې زور پرې اچوي.
په دې الوتکه ټول څومره زور يا قوه پرېوځي؟
د غوښتوني الوتني لار د کوم کونج لاندې بايد تلنلار لور وساتل شي، چې موخه ځای ته ورسيږو؟

حلونه
نتيجې
لومړی:
الف –

$\left|\vec{a}\right| = a = 4,6 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 4,0 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 60^0$

$\left|c\right| = c = 7,454 \quad \left|\vec{d}\right| = d = 4,331 \quad \beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) = 27,693^0 \quad \gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) = 53,11^0$

ب –

$\left|\vec{a}\right| = a = 4,2 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 3,8 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 120^0$

$\left|c\right| = c = 4,015 \quad \left|\vec{d}\right| = d = 6,931 \quad \beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) = 55,05^0 \quad \gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) = 28,346^0$

پ –

$\left|\vec{a}\right| = a = 4,7 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 3,2 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 250^0$

$\left|c\right| = c = 4,695 \quad \left|\vec{d}\right| = d = 6,528 \quad \beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) = 39,828^0 \quad \gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) = 27,427^0$

ت -

$\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$

$\left|c\right| = c = 6,32 \quad \left|\vec{d}\right| = d = 4,454 \quad \beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) = 38,642^0 \quad \gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) = 62,397^0$

دويم:

$\left|\vec{F_1}\right| = F_1 \approx 25,456\,kN \quad \left|\vec{F_2}\right| = F_2 \approx 34,773\,kN$

په مټه s_1 راکښلو زور او په مټه s_2 د فشار زور باندې باريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج بايد120^0 وي.

څلورم:

$\left|\vec{R}\right| \approx 91{,}023N \quad \alpha_1 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_1}\right) \approx 19{,}672^0 \quad \alpha_2 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_2}\right) \approx 30{,}328^0$

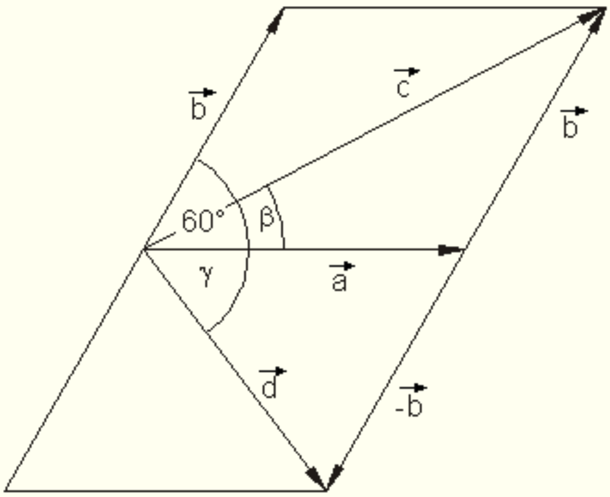
پنځم: د لارې انحراف پهجنوب لور نږدې 11,837 درجې دی.د بحرسطحه باندې چټکتيا نږدې 31,024 غوټې يا ګنډې ده، نږدې57,456 km/h کيږي.

شپږم: په الوتکه يوه د 12,523 kN قوه پرېوزي. غوښتوني الوتنلار ته کونج $28{,}153^0$ دی.

مفصل حلونه:

لومړی: الف-

$\left|\vec{a}\right| = a = 4{,}6 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 4{,}0 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 60^0$



د رسم له ارې حل راکوي:

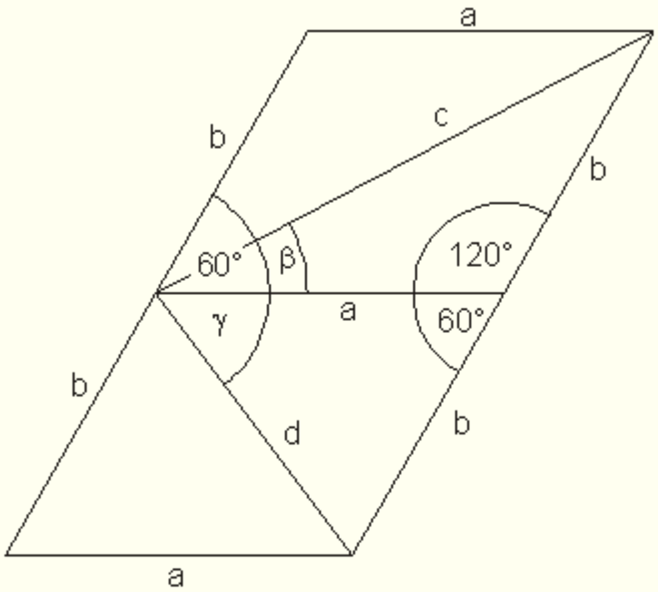
$\left|\vec{c}\right| \approx 7{,}4$

$\left|\vec{d}\right| \approx 4{,}3$

$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 27{,}7^0$

$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 53{,}1^0$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
اینوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(120^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(60^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4{,}6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4{,}6 \cdot 4 \cdot \cos\left(120^0\right) \approx 55{,}56 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx \underline{\underline{7{,}454}}$$

$$d^2 = 4{,}6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4{,}6 \cdot 4 \cdot \cos\left(60^0\right) \approx 18{,}76 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx \underline{\underline{4{,}331}}$$

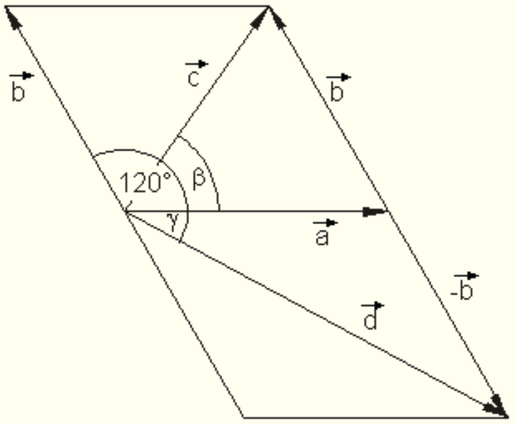
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0{,}885 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{27{,}693^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

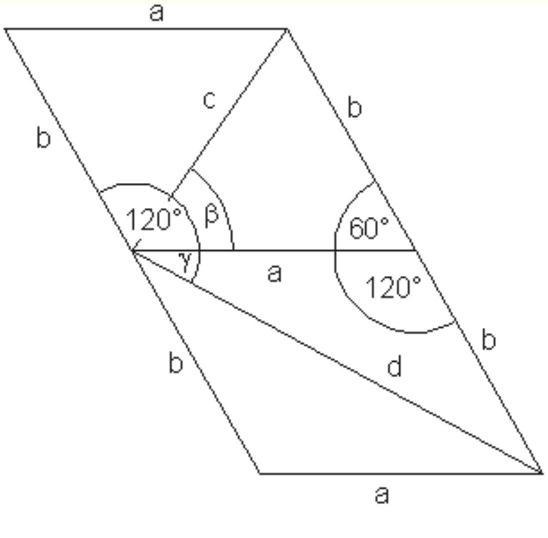
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,6 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{53,11^0}}$$

لومړی ب:

$\left|\vec{a}\right| = a = 4,2 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 3,8 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 120^0$



شمیرنیز حل راکوي:



$\left|\vec{c}\right| \approx 4,0$

$\left|\vec{d}\right| \approx 6,9$

$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 54,9^0$

$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 28,3^0$

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.

ابینوونه:

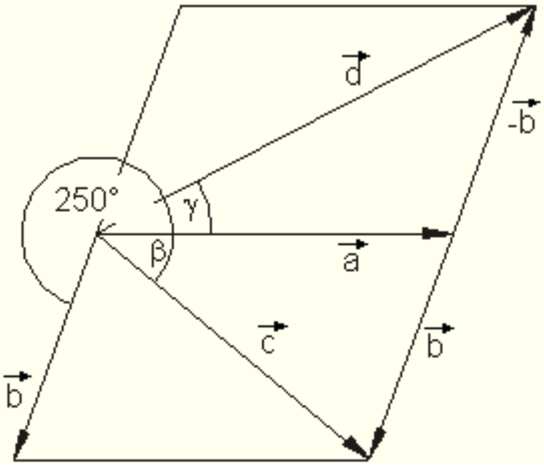
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(60^0)$$
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(120^0)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$
$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2\cdot 4,2\cdot 3,8\cdot\cos(60^0) \approx 16,12 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx 4,015$$
$$d^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2\cdot 4,2\cdot 3,8\cdot\cos(120^0) \approx 48,04 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx 6,931$$
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,573 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 55,05^0$$
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,88 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 28,346^0$$

لومړی پ-

$$|\vec{a}| = a = 4,7 \qquad |\vec{b}| = b = 3,2 \qquad \alpha = \measuredangle(\vec{a},\vec{b}) = 250^0$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

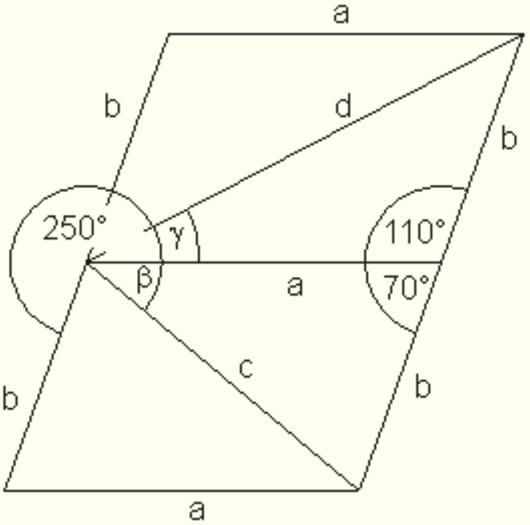
د رسم له ارې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 4{,}7$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 6{,}5$$

$$\beta = \measuredangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 39{,}8^0$$

$$\gamma = \measuredangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 27{,}4^0$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
اینوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(70^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(110^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = 4{,}7^2 + 3{,}2^2 - 2\cdot 4{,}7\cdot 3{,}2\cdot \cos\left(70^0\right) \approx 22{,}042 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 4{,}695$$

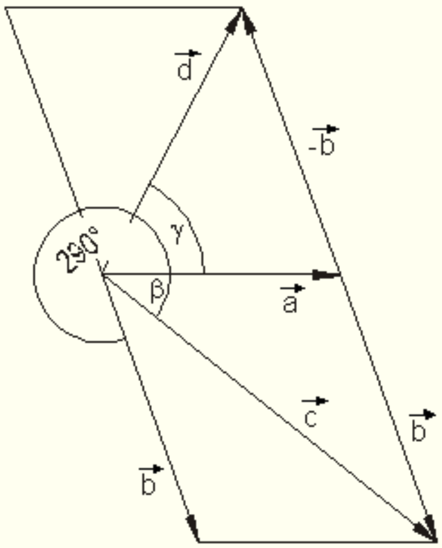
$$d^2 = 4{,}7^2 + 3{,}2^2 - 2\cdot 4{,}7\cdot 3{,}2\cdot \cos\left(110^0\right) \approx 42{,}618 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 6{,}528$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0{,}768 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 39{,}828^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0{,}888 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 27{,}427^0$$

لومړی ت –

$$\left|\vec{a}\right| = a = 3{,}5 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4{,}2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$$



د رسم له لارې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 6{,}3$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 4{,}5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 38{,}6^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 62{,}3^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.

اینبوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(110^0)$$

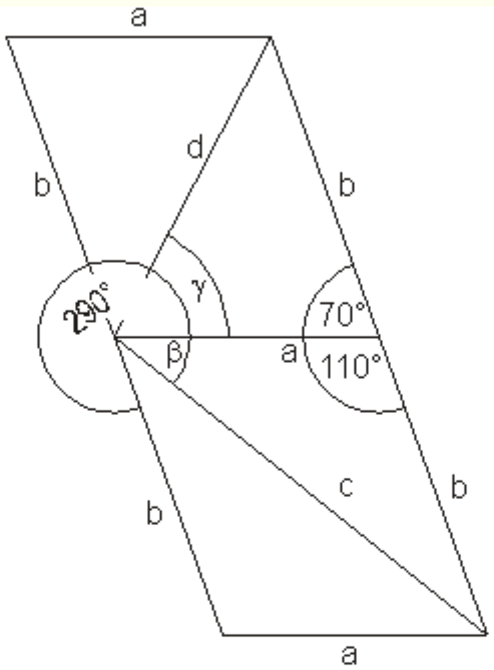
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(70^0)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$



$$c^2 = 3{,}5^2 + 4{,}2^2 - 2\cdot 3{,}5\cdot 4{,}2\cdot\cos(110^0) \approx 39{,}945 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx \underline{\underline{6{,}32}}$$

$$d^2 = 3{,}5^2 + 4{,}2^2 - 2\cdot 3{,}5\cdot 4{,}2\cdot\cos(70^0) \approx 19{,}835 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx \underline{\underline{4{,}454}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0{,}7{,}81 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{38{,}642^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0{,}4{,}63 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{62{,}397^0}}$$

دویم:

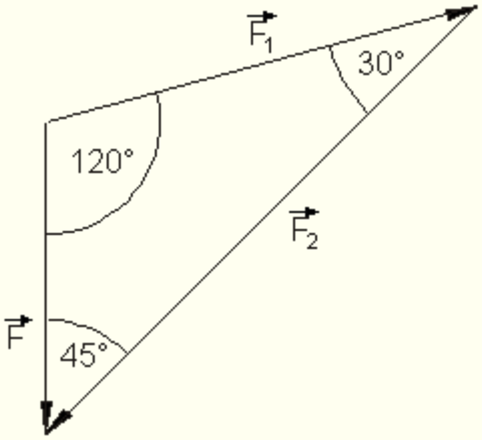
$$|\vec{F}| = F = 18\,kN$$

$$\alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$$

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \beta$$

$$= 180^0 - 45^0 - 30^0 = 105^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرل د ارزښتونو سره کیږي

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_1}{\sin(45^0)} \Leftrightarrow F_1 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) \approx 25{,}456\,kN$$

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_2}{\sin(105^0)} \Leftrightarrow F_2 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) \approx 34{,}773\,kN$$

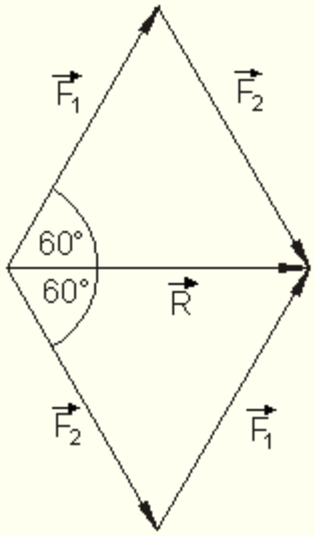
مټه s1 د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 \approx 25{,}456\,kN$ سره په راکښلو په کار راځي

مټه s2 د $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 \approx 34{,}773\,kN$ سره سر فشار په کار راځي

په مټه s_1 باندې د راکښلو زور او په مټه s2 باندې د فشار زور باریږي.

دریم: که جمعه یا نتیجه همغه ارزښت ولري، لکه دواړه، په یوه ټکي برید کوونکي قوه، نو باید وکتور د درېګوډی یا مثلث هر یو کودج 60^0 درجې دي.
په غبرګ اړخیز د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج 120^0 دی. په یوه ټکي برید کوونکي برابر لوي قوې یو له بل سره یو د 120^0 درجو کونج جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځلورم:

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}\right) \text{ ist } \alpha = 50^0$$

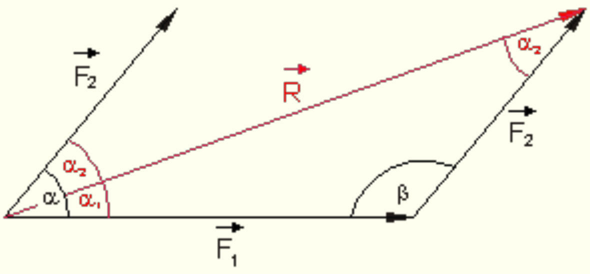
$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د كوساين جملې له مخې باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$

$$= \sqrt{\left(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos\left(130^0\right)\right) N^2}$$

$$\approx 91{,}024N$$



د كوساين جملې له مخه باور لري

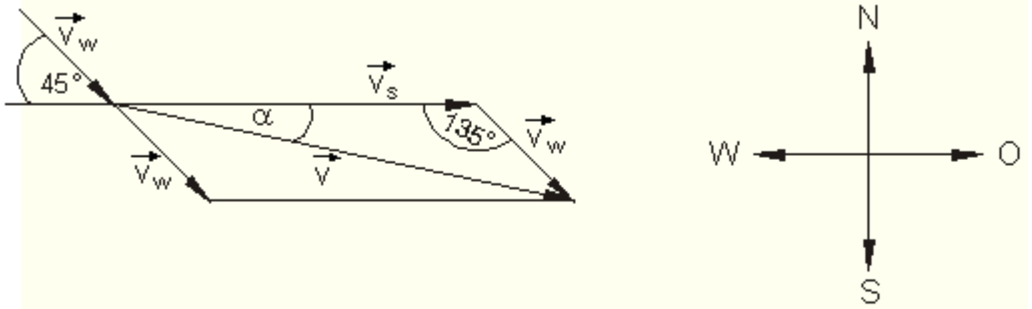
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{R}{F_2}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1)=\frac{F_2}{R}\cdot\sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1)=\frac{40}{91,024}\cdot\sin\left(130^0\right)\approx 0,337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0,337)\approx \underline{19,672^0}$$

له R او F_1 رابند کون دی.
دا چي α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ کونج ته پوره کوي،نو د R او F2 ترمنځ کونج به شي.
پنځم:یو رسم تناسب روښانه کوي.



د کيشتۍ د وتونکونج ارزښت د v_s سره په نخښه کيږي، د اوبو د جريان چټکتيا د v_w سره. ترې راوتلی یا نتیجه چټکتیا د v سره. دا ترڅنګ بوړبوړکۍ د اسمان لور ښايي.
له $\vec{v}_s$ او $\vec{v}_w$ رابند کونج$130°$ دی. د v لپاره د کوساين جملي سره باور لري:

$$v=\sqrt{v_s^2+v_w^2-2v_s\cdot v_w\cdot\cos\left(135^0\right)}=\sqrt{657-432\cdot\cos\left(135^0\right)}\approx\sqrt{962,476}\approx\underline{\underline{31,024}}$$

د ساين له جملي سره لاس ته راځي:

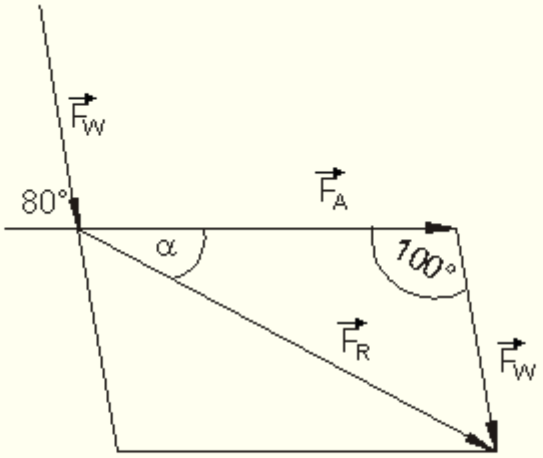
$$\frac{v_w}{\sin(\alpha)}=\frac{v}{\sin\left(135^0\right)}\Leftrightarrow\sin(\alpha)=\frac{v_w\cdot\sin\left(135^0\right)}{v}\approx 0,205$$

$$\Rightarrow \alpha=\arcsin\left(\frac{v_w\cdot\sin\left(135^0\right)}{v}\right)\approx\underline{\underline{11,837^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سمندر په سر د کیشتئ چټتیا ,31,024 Knoten غوټې ده، دا نږدې 57,456 km/h کیږي. په جنوبې لور د لار یا د تګ په څنګیدنه نږدې 11,837 درجې په نخښه کیږي.

شپږم: یو رسم اړیکي سره روښان کوي



د الوتکي د ټیلوهلو زور ارزښت د F_A سره په نخښه کوو، دا د باد زور د F_W سره. ترې لاس ته راغلی زور دې F_R وي.

د $\vec{F}_A$ او $\vec{F}_w$ څخه رابند کونج $100°$ دی.

د F_R لپاره د کوساین جملې په مرسته باور لري:

$$F_R = \sqrt{F_A^2 + F_w^2 - 2 \cdot F_A \cdot F_w \cdot \cos\left(100^0\right)} = \sqrt{136 - 120 \cdot \cos\left(100^0\right)} \approx$$

$$\approx \sqrt{156,838} \approx 12,523$$

د ساین د جملې سره لاس تهترې راځي:

$$\frac{F_w}{\sin(\alpha)} = \frac{F_R}{\sin\left(100^0\right)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R} \approx 0,472$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R}\right) \approx \underline{\underline{28,153^0}}$$

په ټولیزه توګه یا ټولټال په الوتکه د 12,523 kN زور پرېوزي یا اغیز لري. د دې لپاره چې موخه ځای ته ورسیږو، باید یو د$28,153^0$ کونج لاندې د د باد په لور د الوتکې خط السیر یا تګلار وساتل شي.

د S -ضرب او یوونوکتور یا واحدوکتور

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره
د 4a بنې الجبري ترم په دې معنا دی:. $4a = a + a + a + a$
د $\frac{3}{4}a$ لاندې سرې په ورته توګه $\frac{3}{4}$ د a پوهیږي.
دا لیکنډول، د خپلې معنا سره، کیدی شي سرې د وکتورشمیرنی لپاره هم ترې ونیسي.
د $4\vec{a}=\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}$ لاندې سرې یو وکتور پوهیږي د $\vec{a}$ د لور او لوریزوالي سر او ۴ واره یا ځله د $\vec{a}$ داوږدوالي سره.

د $\frac{3}{4}\vec{a}$ لاندې یو وکتور پوهیږو د $\vec{a}$ د لور سره او 3/4 د $\vec{a}$ اوږدوالی سره.
پیژند(تعریف): kدې یو مثبت حقیقیی عدد وي او $\vec{a}$ یووکتور .
د $k\cdot\vec{a}=k\vec{a}$ لاندې وکتور پوهیږو، چې همغه لور او اورینټیشن ولري، لکه $\vec{a}$ او k ځله دومره اوږد دی لکه $\vec{a}$ ،
پسې دې باور ولري: $0\vec{a}=\vec{0}$ (صفر وکتور)
او $-k\vec{a}=(-k)\vec{a}=-(k\vec{a})$ (د $k\vec{a}$ معکوس یا په څټ وکتور)
د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره S -ضرب بلل کیږي.
د S -ضرب لپاره لاندې شمیرقوانین باور لري:
جمله: د هر k, k_1, k_2 عدد او $\vec{a},\vec{b}$ وکتورونو لپاره باور لري:

اسوشیاتیو قانو	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
لومړی دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
دویم دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

واحد وکتور(یوونوکتور)

پیژند(تعریف)موږ دوه وکتورنه (یو بل سره) غبرگ (یا کولینیار **kollinear**)بولو، که یو له دواړو د دې بل ډېرواره یاڅوځله وي.

پیژند(تعریف):که د ټولو کولینیارو(غبرگو) وکتورونو انځوروني ته یو بنسټوکتو $\vec{a}$ د اوږدوالي ۱ سره(یعني $|\vec{a}| = 1$) وکاروو، نو سړی دا د وکتور $\vec{a}$ په لور واحدوکتور یا یوون وکتور $\overrightarrow{e_a}$ بولي.
د وکتور اوږدوالی د وکتور اوږدوالی هم بلل کیږي.
ټول وکتورونه د اوږدوالي ۱ سره واحد وکتورونه(یوونوکتورونه) بلل کیږي.

هر په خوښه وکتور کیدی شي د یوه واحد یا یوونوکتور د څو ځله په حیث انحور کړی شي.

بیلگه ۱ : لاندې وکتورونه ورکړ شوي

$\vec{a} = 4\overrightarrow{e_a}$ او

$\vec{b} = 3\overrightarrow{e_b}\,;\quad \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$

وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$

او همداسې $\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}$

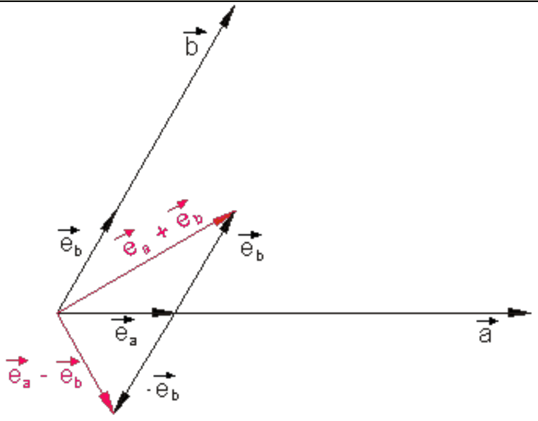
رسم کړئ $\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}$

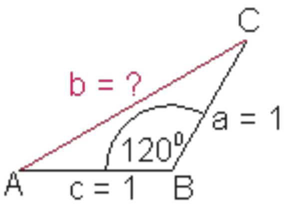
او وشمیرئ $|\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}|$ او

همداشې $|\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}|$

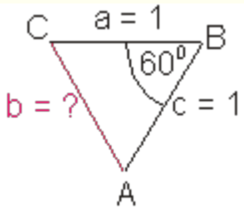
د اړخ یا ضلعې b شمیرنه د کوساین جملې سره کیږي.

$b = |\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}|$





(c) ketabton.com: The Digital Library



$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot (-0{,}5)} = \sqrt{3} \approx 1{,}734$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} + \vec{e_b}\right| = \sqrt{3} \approx 1{,}734$$

د اړخ b شمیرنه د کوساین جملې سره
کیدی شي.

$$b = \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right|$$

$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot 0{,}5} = \sqrt{1} = 1$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right| = \sqrt{1} = 1$$

وکتور فضا

یوه وکتور فضا یا کرښیزه فضایو الجبري جوړښت دی، چې توکي یې وکتورونه بلل کیږي. دا کیدی شي د کیدی شي سره جمعه شي یا د عددونو(سکالار) سره ضرب شي. نتیجه یې بیرته د همغې وکتور فضا وکتور دی.

په یوه حقیقي وکتور فضا V کې، دا یوهه داسې ده، چې په هغې کې سکالار حقیقي عدد دی، لاندې قوانین باور لري:

وکتور فضا:

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اسوشیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په v د صفر توکی یا بې اغیزه یا بې پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په v کې نسبت جمعي ته په ښټ یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی یا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوشیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعي دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعي دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

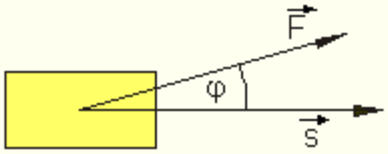
پورته تعریف په حقیقي ومتور فضا رابند یا محدود دی، ځکه چې په لاندې فقط د داسې جوړختونو سره کار کیږي.

سکالار ضرب

د سکالار ضرب تعریف(پیژند):

د فزیکي موخه د کار تعریف د دوه وکتورونو ترمنځ یوه تړنه(نښلونه، عملیه) ده، چې نتیجه یې یو حقیقي عدد دی.

$$W=\vec{F}\cdot\vec{s}=|\vec{F}|\cdot|\vec{s}|\cdot\cos(\varphi)$$



پیژند(تعریف):

د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ سکالار ضرب $\vec{a}\cdot\vec{b}$ شمیرل کې ، چې د دواړو وکتورونو سکالار له د وې ښخه رابند کونج یا زاویې د کوساین سره ضر ب شي:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$$

په پام کې ولره: د دوه وکتورونو سکارضرب صفر کیږي، که لږ تر لږه له دې دواړو وکتورونو یو صفر وي، یا دواړه وکتورونه یو پر بل ولاړ یا عمود وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $\vec{a}=\vec{0}$ یا $\vec{b}=\vec{0}$ او یا $\vec{a}\perp\vec{b}.$ وي.

ځکه چې له $\vec{a}\perp\vec{b}$ لرو $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=0$ دا په دې معناچې $\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=90^{0}$ یا $\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=270^{0}$

د دوه برابرو وکتورونو سکالار ضرب لپاره لرو یا لاس ته راځي:

$$\vec{a}\cdot\vec{a}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{a}\right|\cdot\cos\left(0^{0}\right)=a\cdot a\cdot 1=a^{2}\quad\left(\text{Bemerkung: }\left|\vec{a}\right|=a\right)$$

د سکالار ضرب په مرستهکیدی شي د یوه وکتور ارزښت انځور شي.

د یوه وکتور ارزښت(مطلق ارزښت): $a=\left|\vec{a}\right|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

د سکالار ضرب لپاره شمیر قوانین.

جمله:

د ټولو $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ او $k\in\mathbb{R}$ لپاره باور لري:

بدلید قانون $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

اسوسیاتیو قانون $\left(k\vec{a}\right)\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\left(k\vec{b}\right)=k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$

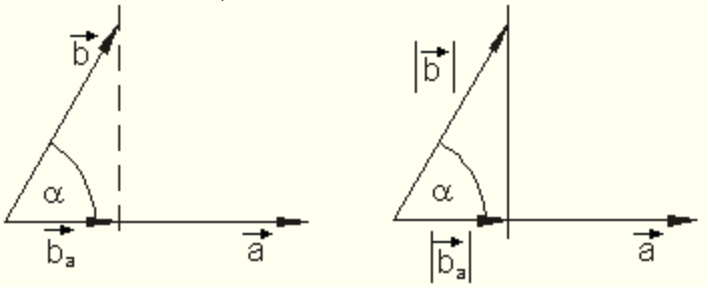
$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

دیستریبوتیو قانون

بیلګه ۱ :

دوه وکتورونه $\vec{a}$. او $\vec{b}$ ورکړ شوي دی، چې مختلف لورې لري.

غوښتونی د وکتور $\vec{b}$ پریسوتون(پریوتل) دي په وکتور $\vec{a}$. باندې، همداسې د $\vec{b}$ وکتور کمپوننت د $\vec{a}$ وکتور په لور یعني وکتور $\overrightarrow{b_a}$.



(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري $\overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \overrightarrow{e_a}$ ، چیرته چئ $\overrightarrow{e_a}$ د $\vec{a}$ واحد یا یوونوکتور دی. دی

$\overrightarrow{e_a} = \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}$

.

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} \qquad (1)$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د سکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha) \qquad (2)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\left|\overrightarrow{b_a}\right|}{\left|\vec{b}\right|} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

پسې د کوساین لپاره باور ري:
په (۲) کې کیږدئ:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (3)$$

وکتور $\overrightarrow{b_a}$ د وکتور $\vec{b}$ پرېوستون (پروجکشن) په وکتور $\vec{a}$ دی.

دا چې دواړه همغه لور لري، نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دسکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \cos\left(0^0\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (4)$$

له دې سره د (۳) او (۴) څخه لاس ته راځي:

$$\left.\begin{aligned} \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| &= \vec{a} \cdot \vec{b} \\ \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| &= \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} \end{aligned}\right. \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a}$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دبدلون لپاره همداسې $\vec{a} \cdot \vec{b} = \overrightarrow{a_b} \cdot \vec{b}$ باور لري.

پسې له (۳) څخه لاس ته راځي: $\left|\overrightarrow{b_a}\right| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|}$ په (۱) د اینسولو سره راکوي:

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|} \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^2} \cdot \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتورونوود بدلون سره راکوي: $\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$ همداسې $\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$.

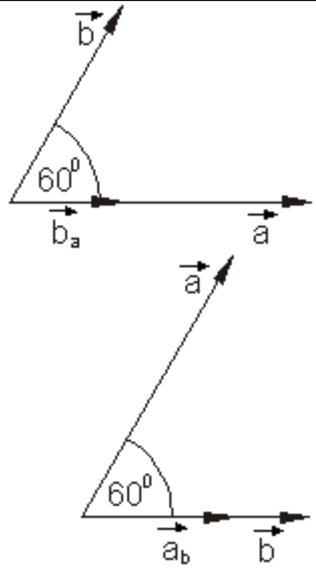
په ټولیزه توګه کړی شو ووایو:
د دوه وکتورونو سکالار ضرب تغیر نه خوري، که سړی یو د بل وکتور د اوږدوالي کمپوننت پهځای کیږدي.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\overrightarrow{b_a} = \overrightarrow{a_b}\cdot\vec{b}$$

داچې د دوه وکتورونو وېش نه دی تعریف، کیدی کلهکله لاندې اړیکې مرسته وکړي.

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a} \text{ bzw. } \overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

بیلګه ۲ :
دوه وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او د ارزښت a=4LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)او b=3LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)سره یو د 60° کونج جوړوي.
$\overrightarrow{b_a}$ او $\overrightarrow{a_b}$ وشمیرئ. نتیجه یې انځوریز و ازمایئ.



$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(60^0) = 4\cdot3\cdot0{,}5 = 6$$

$$a^2 = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = 4\cdot4 = 16$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \frac{6}{16}\cdot\vec{a} = \frac{3}{8}\cdot\vec{a}$$

$$\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

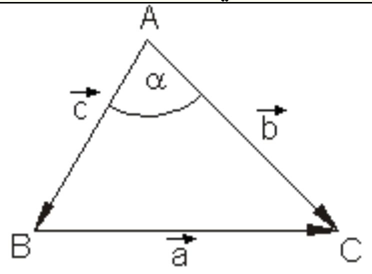
$$b^2 = |\vec{b}|\cdot|\vec{b}| = 3\cdot3 = 9$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_b} = \frac{6}{9}\cdot\vec{b} = \frac{2}{3}\cdot\vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳:

د سطحې تریګونومتري (مثلثاتو) دکوساین جمله دې وکارول شي.



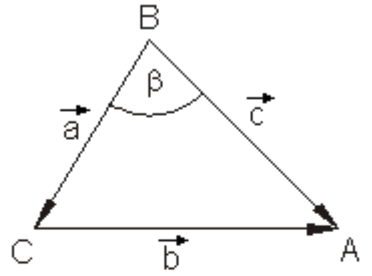
$$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\,|\,+\vec{b}-\vec{c}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}=\vec{b}-\vec{c} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow a^2=\vec{a}\cdot\vec{a}=\left(\vec{b}-\vec{c}\right)^2=b^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}+c^2$$

$$=b^2+c^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}$$

$$=b^2+c^2-2bc\cdot\cos(\alpha)$$



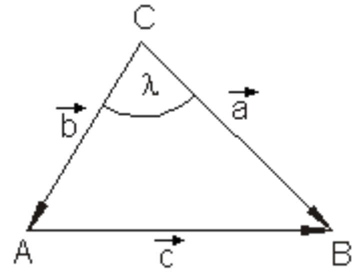
$$\vec{b}-\vec{c}+\vec{a}=\vec{0}\,|\,+\vec{c}-\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{b}=\vec{c}-\vec{a} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow b^2=\vec{b}\cdot\vec{b}=\left(\vec{c}-\vec{a}\right)^2=c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}+a^2$$

$$=a^2+c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=a^2+c^2-2ac\cdot\cos(\beta)$$



$$\vec{c}-\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}\,|\,+\vec{a}-\vec{b}$$

$$\Leftrightarrow \vec{c}=\vec{a}-\vec{b} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow c^2=\vec{c}\cdot\vec{c}=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=a^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+b^2$$

$$=a^2+b^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$=a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\gamma)$$

د یوه ولاړګوډیز یا قایم الزاویه مثلث(درېګوډي) ځانګړنوالي:

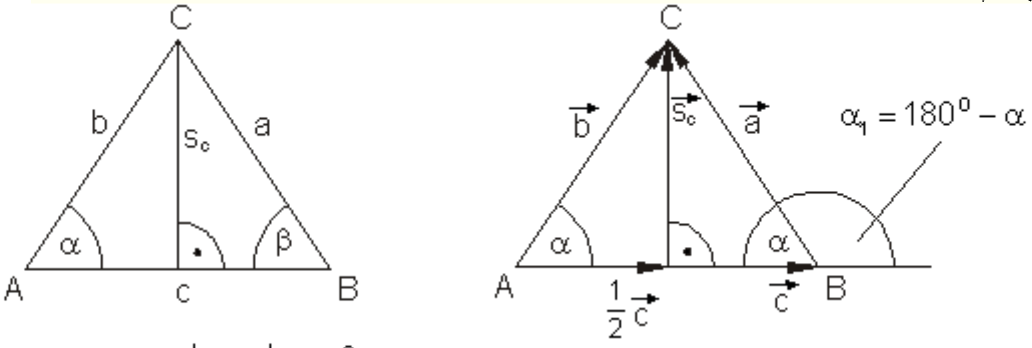
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې یو په بل ولاړو یا قایم وکتورونو سکالار ضرب صفر دی، سړی د پورته جملې لپاره د پیتاګوراس(فیثاغورث) جمله لاس ته راوړي.

$c^2 = a^2 + b^2$

بیلګه ۴

وښایئ چې د یوه برابر اړخیز یا مساوی الاضلاع مثلث اړخنیمئ(نا صف الاضلاع) پهدې نیغه ولاړه یاقایمه ده.



$a = b$ und $\alpha = \beta$

$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \triangleq a = b$ und $\cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$

وکتور مساوات یا برابرون:

$$\vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{b} - \vec{a} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} - \overrightarrow{s_c} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} \qquad (2)$$

د (۱) سره کیږي

$$\overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\left(\vec{b} - \vec{a}\right) + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right)$$

د دې لپاره وښایو چې $\overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$ دی، باید باور ولري: $\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = 0$

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}ac \cdot \cos\left(180^0 - \alpha\right) + \frac{1}{2}bc \cdot \cos(\alpha)$$

د $b = a$ او $\cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$ سره دی:

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$$

څه چې د ښوولووو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اوکلید یا اقلیدس وکتورفضا

د اویکلید وکتورفضا پیژند(تعریف):
که د یوه حقیقي کتور فضا پرته الجبري جوړښت، لکه په لاندې توګه

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

اسوشیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په V د صفر توکی یا بیاغیزه یا بې پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په V کې نسبت جمعې ته په ځت یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی ا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوشیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1 \cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعې دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعې دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

لاندې قوانین هم باور ولري
د هر عدد $\{k; a\} \in \mathbb{R}$ او $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ دوکتور په حیث لپاره باور لري:

د سکالار ضرب بدلید قانون	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$
د سکالار ضرب دیستریبوتیو قانون	$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$
ګډوله اسوشایاتیو قانون	$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$
د وکتور (مطلق) ارزښت	$\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2=\lvert a\rvert^2=a^2$

نو سرې د اویکلید یا اقلیدس فضا څخه غږیږي یا دا د اقلیدس فضا بولو.

یادونه:

یوه وکتور ته نسبت سکالار ضرب ته معکوس یا په ځت توکی نه شته. دا په دې معنا، چې سړی د وکتور سره وېشنه نه شي کولی.
د وکتورونو نسبت سکالار ضرب ته نا پیلی توکی نه شته، ځکه چې نتیجه یو حقیقي عدد دی او وکتور نه دی.

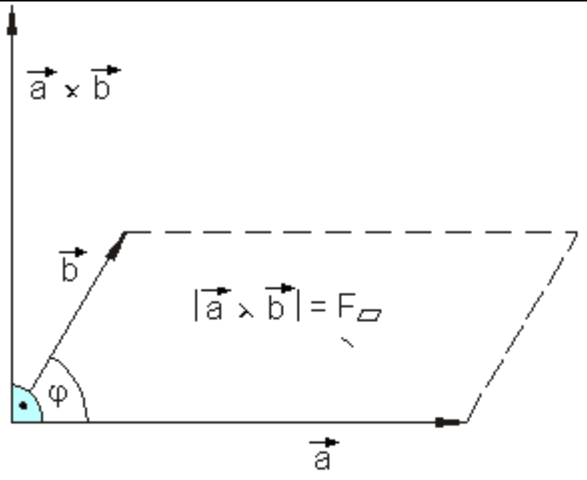
وکتوري ضرب

د وکتوري ضرب پیژند یا تعریف:
که یو هوکتور د یوه عدد سره ضرب شي، نو نتیجه بیرته یو وکتور دی. د ضرب دا ډول S –ضرب بلل کیږي.
که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، داسې په نامه سکالار بډول ضرب.
برسیره له دې د وکتورونو ضربډول شته، د کومو سره چې ضرب بیرته وکتور دیول وکتور ضرب یا وکتوري ضرب بلل کیږي، کله کله اټیران ضرب یا صلیبي ضرب(زه صلیبيي ضرب ته اټیران ضرب وایم اټران د لوبو هغه ځیره ده، چې دوه کربښې سره په کې پریکوي).
پخوا له دې چې موږ د دې ضرب ځانونه په کار اچوو یا مشغولوو، باید روښانه شي، چې دا ډول ضرب څنګه تعریف دی.

پیژند(تعریف):
د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږو، چې د لاندې خویونو سره خویز کرکتري شوی دی:
لومړی: $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی یعنې قایم دی.
دویم: $\vec{b}$ ، $\vec{a}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې ترتیب یو ښی سیستم جوړوي.
دریم: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$
له پورته تعریف څخه سیده لرو:
د ده وکتورونو وکتوري ضرب ارزښت صفر لري، که لږ تر لږه له دواړو وکتورونو یو صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه غبرګ یا موازي وي.
معکوس یا په ځت هم باور لري:
که د دوه وکتورونو ضرب له کومو، چې یو یې هم صفروکتور نه وي، نو دا غبرګ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تعريف د دريم شرط څخه لاس ته راځي، چې هلته خپل لوي ارزښت لري، که له هغوی رابند کونج 90 درجې وي.

	ترڅنګ ولاره څيره دې وکتوري ضرب ګرافيکي روښانه کړي. $\vec{a}\times\vec{b}$ يو وکتوري ضرب دی، کوم چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نيغ ولاړ يا قايم دی، داسې چې: $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ يو ښی سيستم جوړوي.

د دې ارزښت له دې دواړو وکتورونو غزيدلې غبرګ اړخيز يا موازی الاضلاع سطحې خونديونه ده.

ښی سيستم په دې معنا دی:
که لومړی وکتور د ساعت څرخوني(لړمک ورته وايي که څنګه؟) په موخه د دويم وکتور په لور وڅرخيږي، نو دا دريم داسې څرخي لکه يو پيچي ميخ په ښئ اوړېدني سره د مخ لور ته.
د وکتوري ضر بونو لپاره ښی سيستم.

جمله :
د هر $\{k\}\in\mathbb{R}$ عدد او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ د وکتور په حيث لپاره باور لري:

الترناتيو قانون	$\vec{a}\times\vec{b} = -(\vec{b}\times\vec{a})$
ديستريبوتيو قانون	$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$
ګډوله اسوځياتيو قانون	$(k\vec{a})\times\vec{b} = k(\vec{a}\times\vec{b})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې شمير قانون لپاره د استعمال لپاره جمله:

بيلګه۱:

وشميرئ: $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$

حل يا اوبې:

$$\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$

$$=\vec{0}-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

د دې لپاره وکارول شو $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ او $\vec{u}\times\vec{v}=-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)$.

بيلګه ۲ : ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشميرئ

وشميرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بيلګه ۳ :

ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشميرئ

وشميرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل يا اوبې:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

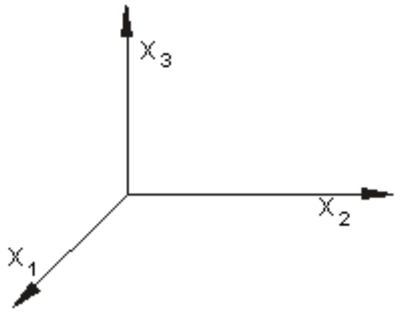
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}$$

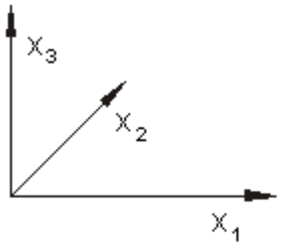
د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)

د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)
شمیرنه کې تر اوسه تنها یا ځانله د برخلرونکو وکتورونو یو بل ته ترتیب یا نظم لور لوباوه. د دې سره د وکتورونو فضایي ځای غوره نه وو.

دا پای لاس ته راوړنې ته اجازه ورکوي، چې وکتورشمیرنه د کواوردینات- یا پروتولاړسیستم څخه خپلواک دی. د ټاکلو پرابلمونو لپاره دابیاهم ډېر ګټور دی، که سرې د وکتور انځورونې لپاره یو پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم په بنسټ کې کینولی شي یا ولري.
د پسې شمیرنو لپاره کارتیزي پروتولاړ- یا کارتیزي کواوردینات سیستم پهبنسټ کې اینولکیږي. دا درې یو په بل ولاړ یا قایم محورونه دي، چې په ترتیب د x_1, x_2 او x_3 سره په نخښه کیږي.
یادونه: د x_1, x_2 او x_3 لپاره یا پرځای کیدی شي دا د x, y او y محورونه هم وبلل شي، مګر د n بعدي یا n پراخیدوني وکتورونو لپاره به دا انځورونه په کمه کچه مناسب وي.
د کارتیزي کواوردیناتسیستم لپاره لاندې دوه انځورونې، لکه په عمل کې چې ډېر کار ترې اخستل کیږي.



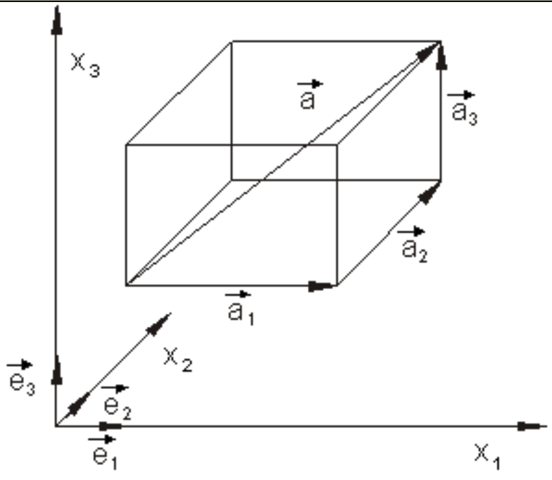
د x_2او x_3 محورونه په رسمسطحه



د x_1 اوx_3 محورونه په رسمسطحه کې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې پراته دي. مثبت x_1 محوردمخ لور ته بنايي.	مثبت x_2محور د شالور ته بنايي

وکتور $\vec{a}$ په یوه فضايي کارتيزي کواودیناتسیتم کې ا نځوريږي. دا د کواوردیناتونو محور کمپوننتونو سره غبرګ تويته کيږي. $\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3}$ هره د دې درې کواوردیناتونو کيدی شي ځان د همغه اړونده واحد وکتور څو ځله انځور کړي: $\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$ درې سکالار a_1 , a_2 او a_3 هغه چې د کواوردينات په لور د وکتورونو اوږدوالی ورکوي، د وکتور کواوردينات په نوم بلل کيږي.	

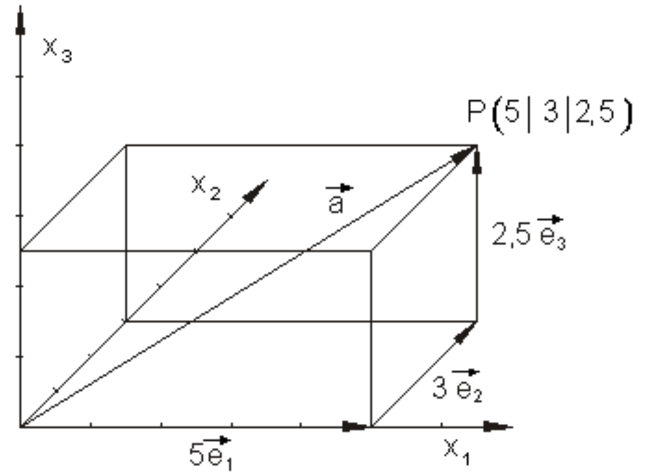
بيلګه ۱

وکتور $\vec{a} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2,5\vec{e_3}$

دې په فضايي کارتيزي کواوردیناتسیستمکې رسم شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې وکتورونه انځور کړای شو، د هغه پيل ټکی په د کواوردينات په پيل ټکي کي ايښول کيږي.وکتور بيا له يوه کمپوننت څخه د وکتور جمعي قا نون له مخي سره يوځای کيږي. په دې بيلګه کې دا رسم شوی وکتور د P په ټکي کې پای مومي، چې کواوردیناتونه (5| 3 |2 ,5)P يې لري



بيلګه ښايي:

هغه وکتور، چې په درې بعدي- يا پراخيدونې فضا کې له کواوردينات پيل څخه راوځي، هلته په يوه ټکي کې پای مومي. همداسې هر ټکي په درې بعدې فضا کې د خپلو کواوردیناتونو له لارې يواځنی ټاکلی، دا کيدی شي د وکتورونو له لارې هم پيښه شي، چې د کواوردينات له پيله مو دې ټکي ته لارښودوي يا بيايي. داسې وکتورونه سرې ځای وکتورونه بولي.

ځای وکتور $\vec{r} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2{,}5\vec{e_3}$ په ټکي $P(5|3|2{,}5)$ کې پای کيږي

ټوليز باور لري: $\vec{r} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$ په ټکي $P(x_1|x_2|x_3)$ کې پيا کيږي.

دا چې په درې بعدي فضا کې د وکتور لويوالی او لور د کواوردينات د ورکړې سره يواځنی ټاکلی دی، سرې کړی شي د وکتور په ليکلو کې د واحدوکتور په ور کړه

(c) ketabton.com: The Digital Library

صرف نظر وکړي. یو وکتور کیدی د دې نیونو یافرضیو لاندې ځان د درځ یا متې متریکی په توګه همم ولیکي.

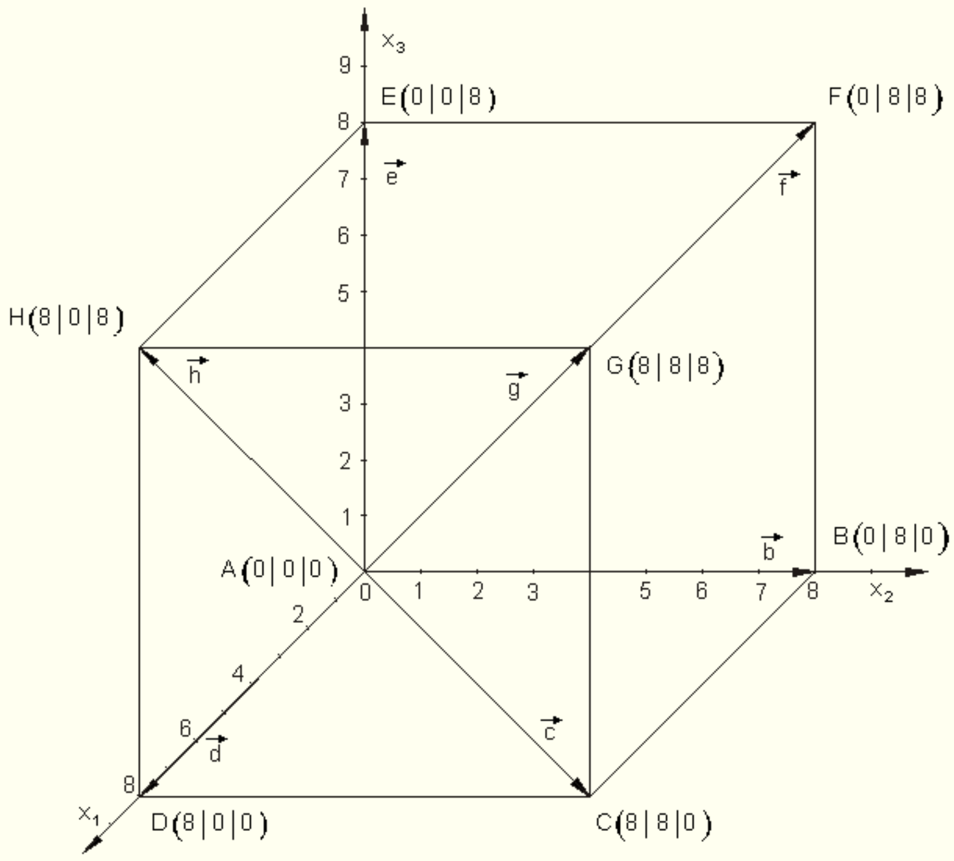
د کمپوننت انځورونه او کواوردینات انځورونه دوه مختلفي مګر برابر ارزښته لیکندولونه دي. یو وکتور چې ټکي P ته مو بیایي، لکه چې ترې لاس ته راځي ا نځوریږي: $\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ په $P(x_1 \mid x_2 \mid x_3)$ تنظیم دی.	الماني له کینې ښي لورته: کمپوننتونو انځورونه، کواوردیناتونو انځورونه $\underbrace{\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}}_{\text{Komponentendarstellung}} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}}_{\text{Koordinatendarstellung}}$ $\vec{a} = 5\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2} + 2{,}5\overrightarrow{e_3} \Leftrightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$ ځانګړی:

په پام کې ونیول شي، چې ځایوکتور، ې له ټرلو وکتورونو په حیث د کواوردینات یا پروتولاړ سیستم له سرچینې څخه یوه ټکي ته لارښودوي یا بیایي، هغو ازادو وکتورونو سره، چې په یوه فضا کې غبرګ راکښل کیږي بدل نه شي.

بیلګه ۲

یو سترګی یا مکعب دې د ۸ سطحې واحدونو یا یوونونو سره داسې په یوه کارتیزي (دیسکارتې) کواوردیناتسیستم کې ر سم شي، چې یو ګوډ یا کونج یې د کواوردینات په سرچینه کې پروت وي. د دې مکعب(سترګی، چې موږ ورته دانه وایو) ټولو ګوډونو یا کونجونو کې دې ځایوکتورونه وکښل شي. ځایوکتورونه دې په کواوردینات سیستم کې ورکړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ځایوکتورونو لپاره باور لري:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix}0\\8\\0\end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix}8\\8\\0\end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix}8\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix}0\\0\\8\end{pmatrix} \quad \vec{f} = \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} \quad \vec{g} = \begin{pmatrix}8\\8\\8\end{pmatrix} \quad \vec{h} = \begin{pmatrix}8\\0\\8\end{pmatrix}$$

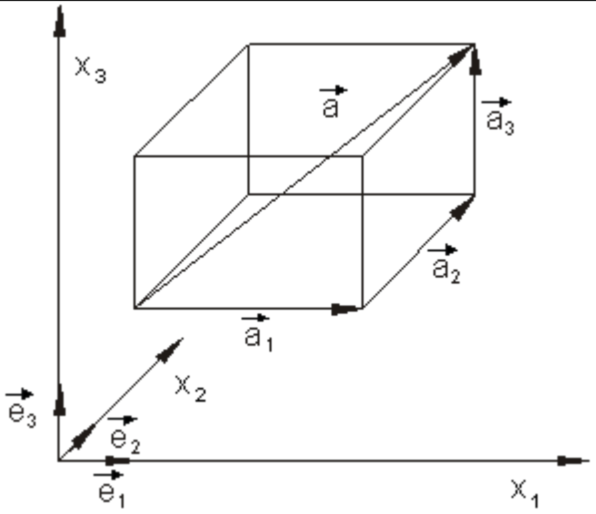
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا پورته انځورونه له ډېرو ښخه يوه ده. دا مکعب يه لومړئ اتمه (1. Oktanten) کې پروت دی. يوه بله انځورونه کيدی شي په کوورديناتسيستم يا پروتولاړ سيستم کې صورت ونيسي(ځان جوړ کړي)، په کوم کې چې د x_1-محور د شا ته په لور ښايي. د هرګړډ-يا کونجټکو د په نخښه کوني ا و د دوي د ترتيبوني وروسته کيدی شي وکتورونه بل ډول نخښه ونه ونيول شي او هم نور کواورديناتونه ولري.

د وکتورونو ارزښت او لوريز کوساين

ديوه وکتور ارزښت

د يوه وکتور ارزښت دې وشميرل شي، که دا په کمپننت ډوله يا کواوردينات ډوله ورکړ شوی وي



تر ښنګ انځورونه را اخلو، نو پيژنوو چې وکتور

$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

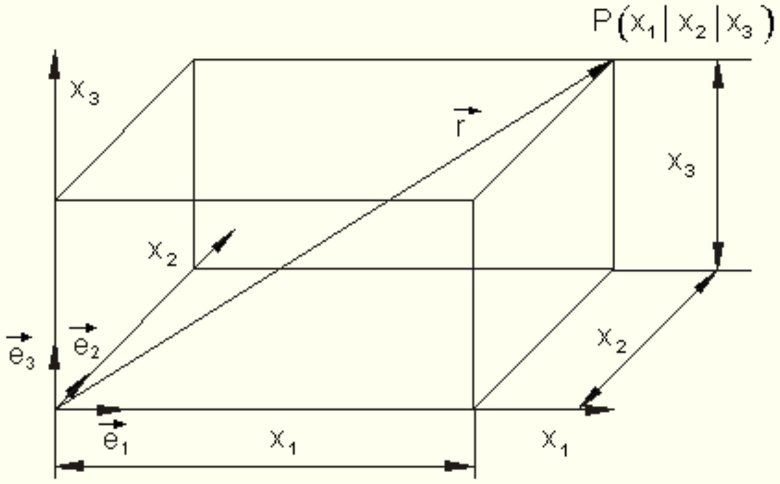
د يوه کوادر لوريزې فضا دوه کونترې(قطر) ده، چې د ژيو اوږدوالی يې a_1, a_2, او a_3 دي.

دوکتور ارزښت له دې امله د فضا دوه کونترې سره سر خوري. د پيتاګوراس له جملې سره سم د وکتور د ارزښت لپاره لاس ته راځي:

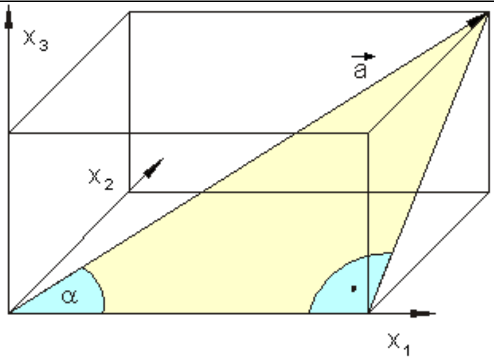
$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

$$\text{Betrag: } |\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د یویه وکتور د لور کوساین(لنډ: لورکوساین)
په فضا کې د یوه په کمپوننتونو همداسې کواوردیناتونو بڼه ورکړشوي وکتور د لور ټاکنه ښايي، چې سړی کونج کاروي یا استعمالوي، کوم چې دا وکتور یې د یوون-یا واحد وکتور سره جوړوي.

	کونج، چې د فضا دوه کونجتړې (قطر که وتر؟)همداسې د دوه کونجتړې یا قطروکتور یې د x_1 محور سره او له دې سره د واحدوکتور سره هم جوړوي، په یوه دریګوډي یامثلث کې پروت دی، کوم چې د فضا قطر (دوه کوجتړې)،د کوادر د ښي اړخ سطحه لکه څنګه د قطر یا دوه کونجتړې وکتور x_1کمپوننتونه یا اجزاوې یې چې جوړیدی شي. $\cos(\alpha) = \frac{a_1}{\lvert\vec{a}\rvert} = \frac{x_1}{\lvert\vec{a}\rvert}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته نخښوني د نورو دواړو کونجونو لپاره هم لاس ته راوړو، داسې چې سرې لیکلی شي:

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{x_1}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{x_2}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{x_3}{|\vec{a}|}$$

د درې کونجونو د کوساین د تابع ارزښت د وکتور د لورکوساین بلل کيږي.

د لور کوساین دجمعې لپاره باور لري:

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$$

داپهدې معنا: د لور کوساین مربع جمعه(ځلورئ زياتون) تل ۱ دی.

دا اړوندوالی کيدی شي د يوې ساده شميرنې له لارئ وښوول شي:

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = \frac{a_1^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_2^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

د $|\vec{a}|^2 = \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}\right)^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$ سره ترې لرو

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1$$

له $\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|}$ څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتور $\vec{a}$ کواوردینات لپاره لاس ته راځي:

$$a_1 = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha), \qquad a_2 = \left|\vec{a}\right|\cos(\beta), \qquad a_3 = \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)$$

اوس له دې سره شونی دی چې یو وکتور د هغه د ټاکونکو لویو ارزښت او لور سره ولیکو:

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \left|\vec{a}\right|\cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$$

$\left|\vec{a}\right|$ له نوکنو راوځي او دواړه اړخونه په $\left|\vec{a}\right|$ باندې وېشل کیږي

$$\Rightarrow \vec{a} = \left|\vec{a}\right|\left(\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}\right) | : \left|\vec{a}\right|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix}$$

په پام ولره: د یوه واحدوکتور کواوردیناتونه د هغه د لور کوساین دی

$$\overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix} \text{ mit } \left|\overrightarrow{a_e}\right| = 1$$

د شمیرنې بیلګې

بیلګه ۱ :

د لاندې وکتورونو لپاره دې ارزښتونه اد لورکوساین وشمیرل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\vec{a} = 4\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2} + 2\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ب –

$$\vec{b} = 2\overrightarrow{e_1} - 3\overrightarrow{e_2} - 1\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

نتیجې له لسمیز (عشاریه) څخه وروسته د درې ځایونو په تیکوالي سره ورکړئ.

حل: لومړی-

(مطلق) ارزښت: لورکوساین:

$$\left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 9 + 4} = \sqrt{29} \approx 5{,}385$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_1}{a} = \frac{4}{\sqrt{29}} \approx 0{,}743 \Rightarrow \alpha \approx 42{,}031^0$$

$$\cos(\beta) = \frac{a_2}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_2}{a} = \frac{3}{\sqrt{29}} \approx 0{,}557 \Rightarrow \beta \approx 56{,}145^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a_3}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_3}{a} = \frac{2}{\sqrt{29}} \approx 0{,}317 \Rightarrow \gamma \approx 68{,}199^0$$

وکتور د نږدې
5,385 LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی لري

د ب حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت: لورکوساین:

$$|\vec{b}| = b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14} \approx 3,742$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b_1}{|\vec{b}|} = \frac{b_1}{b} = \frac{2}{\sqrt{14}} \approx 0,535 \Rightarrow \alpha \approx 57,688^0$$

$$\cos(\beta) = \frac{b_2}{|b|} = \frac{b_2}{b} = \frac{-3}{\sqrt{14}} \approx -0,802 \Rightarrow \beta \approx 143,301^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{b_3}{|\vec{b}|} = \frac{b_3}{b} = \frac{-1}{\sqrt{14}} \approx -0,267 \Rightarrow \gamma \approx 105,501^0$$

وکتور د نږدې 3,742
LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی

لري

یادونه: که د یوه کونج کوساین کمیز یا منفي وي، نو د کونج ارزښتونه د 90^0 او 180^0 ترمنځ پراته دي.

بیلګه ۲: د ځا ی وکتور، چې اوږدوا لی یې ۲ دی، غواړو پید کړو، چې د x_1 محور سره 60^0کونج، دx_2 محور سره 135^0 کونج جوړوي او د x_3 محور سره یو تیره کونج (حاده زاویه؟؟) جوړوي.

حل: ځا وکتور $\vec{r}$ د اوږدوالي 2 په دې معنا دی، چې $|\vec{r}| = 2$

$$\alpha = 60^0 \Rightarrow \cos(\alpha) = \cos(60^0) = \frac{1}{2}, \quad \beta = 135^0 \Rightarrow \cos(\beta) = \cos(135^0) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=1 \Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\cos^2(\alpha)-\cos^2(\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$$

دا چې γ دې تیره کونج وي ، باور لري: $\cos(\gamma)=\frac{1}{2}\Rightarrow\gamma=60^0$

یوونوکتور یا واحد وکتور دی: $\overrightarrow{e_r}=\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1}+\cos(\beta)\overrightarrow{e_2}+\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$

$$=\cos(60^0)\overrightarrow{e_1}+\cos(135^0)\overrightarrow{e_2}+\cos(60^0)\overrightarrow{e_3}=\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}$$

او دا وکتور پخپله: $\vec{r}=|\vec{r}|\overrightarrow{e_r}=2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}\right)$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\vec{r}=\overrightarrow{e_1}-\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\overrightarrow{e_3}}}$$

تولګه:

د وکتورونو لپاره شمیرقوانین په کواوردیناتي انځورونو کې.

وکتورونه سره زیاتیږي یا جمعه کیږي همداسې کمیږي یا منفي کیږي، که اړونده کمپوننتونه سره جمعه یا سره منفي شي.

$$\vec{a}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix},\ \vec{b}=b_1\overrightarrow{e_1}+b_2\overrightarrow{e_2}+b_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره، د وکتور ټو ل کمپوننتونه د سکالار سره ضربیږي.

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow u\cdot\vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u\cdot a_1 \\ u\cdot a_2 \\ u\cdot a_3 \end{pmatrix}$$

بیلګه

درې وکتورونه ورکړ شوي دي:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

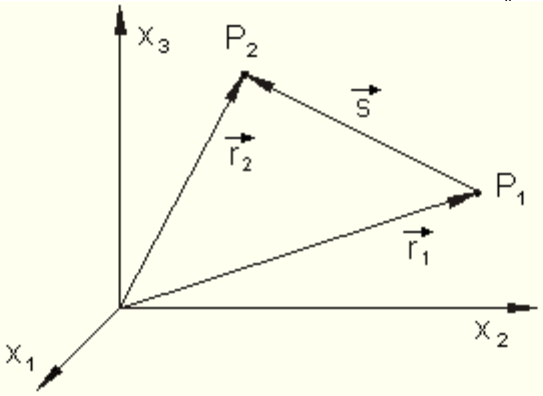
لاندې وکتور وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{d} = \overrightarrow{3a} - 2\vec{b} + \overrightarrow{4c}$$

$$\vec{d} = 3\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}4\\-1\\3\end{pmatrix} + 4\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\6\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8\\-2\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\8\\16\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9-8-4\\6+2+8\\3-6+16\end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix}-3\\16\\13\end{pmatrix}}}$$

بيلگه: په دوه پراخيدوني- يا بعدي فضا کې دې د دوه ټکو P_1 او P_2 واټن وټاکل شي.



ټکو ته د ځای وکتورونه دي:

$$P_1(x_{11} \mid x_{12} \mid x_{13}) \Rightarrow r_1 = \begin{pmatrix}x_{11}\\x_{12}\\x_{13}\end{pmatrix}$$

$$P_2(x_{21} \mid x_{22} \mid x_{23}) \Rightarrow r_2 = \begin{pmatrix}x_{21}\\x_{22}\\x_{23}\end{pmatrix}$$

د دواړو ټکو ترون وکتور دې s وي.

$$\vec{r_1} + \vec{s} = \vec{r_2} \mid -\vec{r_1} \Leftrightarrow \vec{s} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \begin{pmatrix}x_{21}-x_{11}\\x_{22}-x_{12}\\x_{23}-x_{13}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دواړو ټکو ترنوکتور ارزښت یو د بل څخهواټن یه ګوته کوي او دا په درې بعدي (درې پراخیدوني) فضا کې.

$$\text{Wegen } \left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \text{ gilt:}$$

$$\left|\vec{s}\right| = s = \sqrt{\left(x_{21} - x_{11}\right)^2 + \left(x_{22} - x_{12}\right)^2 + \left(x_{23} - x_{13}\right)^2} = \overline{P_1P_2}$$

یادونه: د کواوردیناتو په ایندکس یا پیژندنخښهباندې x_{ij} سمبالولو سره دا لومړی ایندکی د ټکي P_i لپاره ولاړ دی او دویم ایندکس د کواوردینات محور لپاره

سکالار ضرب

دوه لاندې وکتورونه دې ورکړ شویوي

$$\vec{b} = b_1\overrightarrow{e_1} + b_2\overrightarrow{e_2} + b_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \text{ او } \vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

دا یو د بل سره فورما ضربیږي:

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= \left(a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}\right)\cdot\left(b_1\overrightarrow{e_1} + b_2\overrightarrow{e_2} + b_3\overrightarrow{e_3}\right)\\ &= a_1b_1\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_1b_2\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_1b_3\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_3}\\ &+ a_2b_1\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_2b_2\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_2b_3\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_3}\\ &+ a_3b_1\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_3b_2\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_3b_3\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_3}\end{aligned}$$

په پام کې دې وي، چې د دوه یو په بل عمود ولاړو وکتورونو سکالار ضرب صفر دی او د یوه یوون-یا واحد وکتور تربع ۱ دی،پورته ولاړه وینا ډېره ساده کوي.

$$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} = \left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{e_2}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right) = 1\cdot 1\cdot\cos\left(90^0\right) = 1\cdot 1\cdot 0 = 0 \text{ da } \overrightarrow{e_1}\perp\overrightarrow{e_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_1} = 0 \quad \overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_1} = 0 \quad \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_2} = 0}$$

$$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} = \left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_1}\right) = 1\cdot 1\cdot\cos\left(0^0\right) = 1\cdot 1\cdot 1 = 1 \text{ da } \overrightarrow{e_1} \text{ parallel zu } \overrightarrow{e_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} = 1 \quad \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_2} = 1 \quad \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_3} = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره کيږي:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}$$

سکالار ضرب هم کیدی شي ددرځ- یا مټې یا ستن - یا ولاړ وکتورونو سره سرته ورسول شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T$$

او

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

بیلګه۱ :

دواړه وکتورونه یو د بل سره کوم کونج جوړوي؟

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (3 \mid -2 \mid 1)^T \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 12 + 2 + 3 = 17$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} \approx 3{,}742$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{\vec{b}\cdot\vec{b}} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26} \approx 5{,}099$$

$$\cos(\alpha) = \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{17}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{26}} \approx 0{,}891 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 26{,}996^0}}$$

وکتوري ضرب

لکه د سکالار ضرب لومړی فورمال ضر بيږي. له د ې وروسته ساده کيږي. د دې لپاره دې د سليب يا ا ټيران ضرب قوانين بيا وکتل شي.

باور لري:

$\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b} = -\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)$ نيغ ولاړ يا قايم دی

$\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې يو ښی سيسيتم

$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چيرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$ دی

د کارتيزي کواوردیناتسیستم وکتورونو لپاره په ځانګړې توګه باور ري:

$$|e_1\times e_1| = |e_1|\cdot|e_1|\cdot\sin(e_1,e_1) = 1\cdot1\cdot\sin\left(0^0\right) = 1\cdot1\cdot0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e_1}\times\vec{e_1} = \vec{0} \qquad \vec{e_2}\times\vec{e_2} = \vec{0} \qquad \vec{e_3}\times\vec{e_3} = \vec{0}}$$

$$|e_1\times e_2| = |e_1|\cdot|e_2|\cdot\sin(e_1,e_2) = 1\cdot1\cdot\sin\left(90^0\right) = 1\cdot1\cdot1 = 1$$

$$\Rightarrow \vec{e_1}\times\vec{e_2} = \vec{e_3}$$

دا چې $\vec{e_1} \perp \vec{e_3}$ او $\vec{e_2}$ (يعنې $\vec{e_3}$ په $\vec{e_1}$ او $\vec{e_2}$ عمود يا ولاړ) دی اوو ارزښت ۱ لري.

لاندې اړيکې شتون لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{|lll|}\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2}=\overrightarrow{e_3} & \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_3}=\overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_1}=\overrightarrow{e_2} \\ \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_1}=-\overrightarrow{e_3} & \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_2}=-\overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_3}=-\overrightarrow{e_2}\end{array}$$

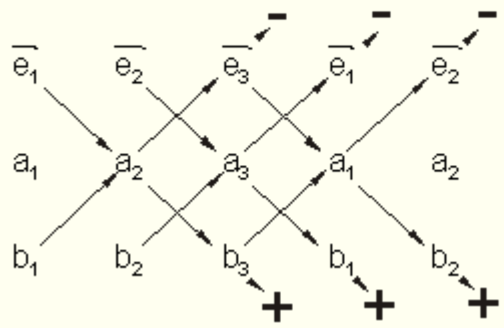
فورمال ضرب:

$$\begin{aligned}\vec{a}\times\vec{b} &= \left(a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}\right)\times\left(b_1\overrightarrow{e_1}+b_2\overrightarrow{e_2}+b_3\overrightarrow{e_3}\right)\\ &= a_1b_1\left(\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_1}\right)+a_1b_2\left(\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2}\right)+a_1b_3\left(\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_3}\right)\\ &+ a_2b_1\left(\overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_1}\right)+a_2b_2\left(\overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_2}\right)+a_2b_3\left(\overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_3}\right)\\ &+ a_3b_1\left(\overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_1}\right)+a_3b_2\left(\overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_2}\right)+a_3b_3\left(\overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_3}\right)\\ &= 0+a_1b_2\overrightarrow{e_3}-a_1b_3\overrightarrow{e_2}-a_2b_1\overrightarrow{e_3}+0+a_2b_3\overrightarrow{e_1}+a_3b_1\overrightarrow{e_2}-a_3b_2\overrightarrow{e_1}+0\\ &= \underline{\underline{\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\overrightarrow{e_1}+\left(a_3b_1-a_1b_3\right)\overrightarrow{e_2}+\left(a_1b_2-a_2b_1\right)\overrightarrow{e_3}}}\end{aligned}$$

د فرمول جوړول کیدی شي د درې لړئ ییزې دیترمینانت په څیر انځور شي. دا کیدی شي د ساروس قا نون یا لار له مخې وشمیرل شي داسې چې دا د شمیرلو فرمول راکړي. د دې لپاره چې د ساروس قا نون وکاروو، باید لومړئ او دویمه د دیترمینانتي درځونه یا متې یو بل پسې ولیکل شي. بالاخره ټول قطرونه یا دوه کونجتړې ترنې او دا درې واره له کیڼې پورته لور ښي کښته خوا ته، همداسې درې ځله له کیڼ کښته خوا ته ښي پورته خوا ته.دا ډول ضربونه د جمعې په ډول سره یوځای کیږي او په حقیقت کې داسې چې ضربونه له کیڼ کښته ښی پورته کمیز یا منفي ګڼ یا شمیرل کیږي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3}\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}\Rightarrow$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \vec{e_1} a_2 b_3 + \vec{e_2} a_3 b_1 + \vec{e_3} a_1 b_2 - b_1 a_2 \vec{e_3} - b_2 a_3 \vec{e_1} - b_3 a_1 \vec{e_2}$$
$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{e_3}$$

وکتورونه ورکړ شوي:

د دواړو وکتورونو وکتوري ضرب دې جوړ شي.

نتیجه دې د مناسب شمیرنې سره وازمایل شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ازماېښت د سکالار ضرب سره سرته رسیدی شي.

د دواړو وکتورونو وکتور ضرب بیرته یووکتور دی، چې هغه هغې سطحې باندې، چې له دواړو و کتورونو غزېدلې عمود دی. د دې په تعقیب د دواړو وکتورونو سره د نتیجه وکتور سکالار ضرب ارزښت صفر ورکوي.

بیلګه: د یوه مثلث ګوډیکي یا د کونجونو ټکي A, B او C لاندې کواوردیناتونه لري

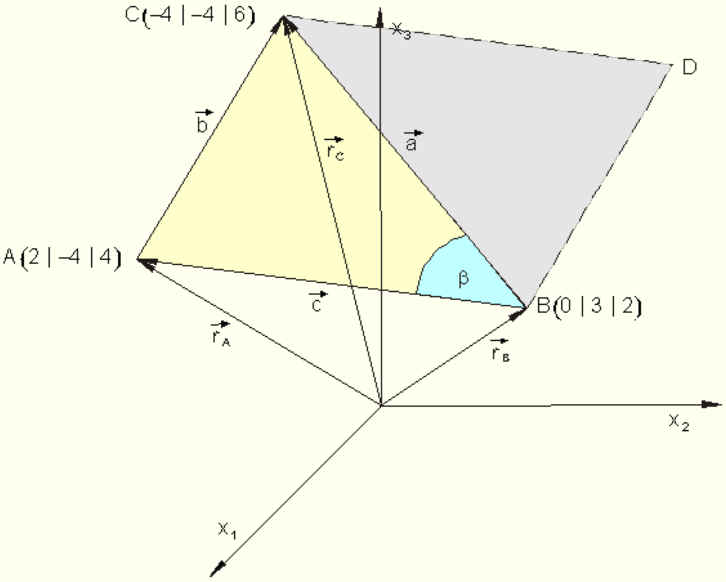
د A(2 | -4 | 4); B(0 | 3 | 2) او C(-4 | -4 | 6). مثلث سطحه دې وشمیرل شي.نتیجه دې د سطحې مثلثاتو یا درېګوډیکچ فرمول سره و ازمایل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترمخ پام:

يو رسم دې هندسي(ځمككچيز) ا نځور وښا يي.

د دوه وکتورونو وکتوري ضرب يا x ضرب يو وکتور دی، چې هغه له دې دواړو وکتورونو غزيدلې سطحې ته عمود يا ولاړ ځغلي او د هغې د سطحې خونديونه له دوې جوړ غبرګ اړخيز يا موازی الاضلاع ارزښت دي. د غبرګ اړخيز دوهکونجتړې يا كه غواړئ قطر دا په يو بل پټيونې مساوي برخو وېشي. له دې سره د درېكوډي سطحه د وکتورې ضرب ارزښت نيمايي سره برابره ده.



ځای اړوند وکتور او د درې ګوډي يا مثلث اړخونو وکتورونه داسې لاس ته راځي:

$$\vec{r_A} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{r_B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r_C} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}: \quad \vec{r_B} + \vec{a} = \vec{r_C} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{r_C} - \vec{r_B} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ -4-3 \\ 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{b}:\quad \vec{r_A}+\vec{b}=\vec{r_C} \Leftrightarrow \vec{b}=\vec{r_C}-\vec{r_A}=\begin{pmatrix}-4\\-4\\6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4-2\\-4+4\\6-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\0\\2\end{pmatrix}$$

$$\vec{c}:\quad \vec{r_B}+\vec{c}=\vec{r_A} \Leftrightarrow \vec{c}=\vec{r_A}-\vec{r_B}=\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-0\\-4-3\\4-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-7\\2\end{pmatrix}$$

د دې رسم شوي غبرک اړخيز(موازيالا ضلاع) سطحه د سکالار يا صليب يا اتيرن ضرب سره سړى لاس ته راوړي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}\begin{matrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}\\a_1&a_2\\b_1&b_2\end{matrix}$$

$$=(a_2b_3-a_3b_2)\vec{e_1}+(a_3b_1-a_1b_3)\vec{e_2}+(a_1b_2-a_2b_1)\vec{e_3}$$

نورپسې بارور لري: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$$\vec{a}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}\\-4&-7&4\\2&-7&2\end{vmatrix}\begin{matrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}\\-4&-7\\2&-7\end{matrix}=-14\vec{e_1}+8\vec{e_2}+28\vec{e_3}-\left(-14\vec{e_3}-28\vec{e_1}-8\vec{e_2}\right)$$

$$=-14\vec{e_1}+8\vec{e_2}+28\vec{e_3}+14\vec{e_3}+28\vec{e_1}+8\vec{e_2}$$

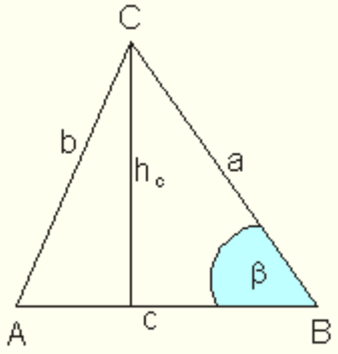
$$=14\vec{e_1}+16\vec{e_2}+42\vec{e_3}=\begin{pmatrix}14\\16\\42\end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|=\sqrt{14^2+16^2+42^2}=\sqrt{2216}\approx 47{,}074$$

ددرې ګوډي يا مثلث سطحه: $A=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|}{2}=\frac{\sqrt{2216}}{2}\approx 23{,}537$

د نتيجې کنترول

(c) ketabton.com: The Digital Library



د $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $c = |\vec{c}|$ او $a = |\vec{a}|$ سره.

د h_c د β کونج د ساین سره شمیرل کيږي

$$\cos(\beta) = \frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|}\right)$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{|\vec{a}|} \Leftrightarrow h_c = |\vec{a}| \cdot \sin(\beta) \Rightarrow A = \frac{|\vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16+49+16} = \sqrt{81} = 9 \qquad |\vec{c}| = \sqrt{4+49+4} = \sqrt{57}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = (-4 \mid -7 \mid 4)^T \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} = -8+49+8 = 49$$

$$\cos(\beta) = \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \approx 0{,}712 \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right) \approx 43{,}852^0$$

$$\sin(\beta) = \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right) \approx 0{,}693$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{57} \cdot 9 \cdot \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right)}{2} \approx \underline{\underline{23{,}537}}$$

ازماېښت لومړی شمیرنه تصدیقوي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د وکتورونو جمعه او تفريق(زياتون او کمون):

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د يوه وکتور ضرب د يوه سکالار سره:

$$u \cdot \vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cdot a_1 \\ u \cdot a_2 \\ u \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

سکالار ضرب:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

نور پسې باور لري: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \text{ und } a = |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$

وکتوري ضرب:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\overrightarrow{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\overrightarrow{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\overrightarrow{e_3}$$

نور پسې باور لري: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$

وکتور ضرب:

د وکتوري ضرب پيژند(تعريف):

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو وکتور د یوه سکالار سره ضرب شیو نو نتیجه بیرته وکتور دی. دا ډول ضرب سړی د S - ضر ب بولي. که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، چې سکالار نومیږي. د وکتور دا ډول ضرب سکالار ضرب بلل کیږي. په دې برسیره یو د ضرب ډول شتون لري، د کوم نتیجه چې بیرته یو وکتور دیږ. د ضرب داډول وکتوري ضرب بلل کیږي،کله کله سلیبي یا اتیران ضرب بلل کیږي.

د مخه له دې چې موږ د دا ډول ضرب ډول سره مشغول کړو، لومړی دې روښانه شي،چې دا ډول ضرب څنګه تعریف شوی دی.

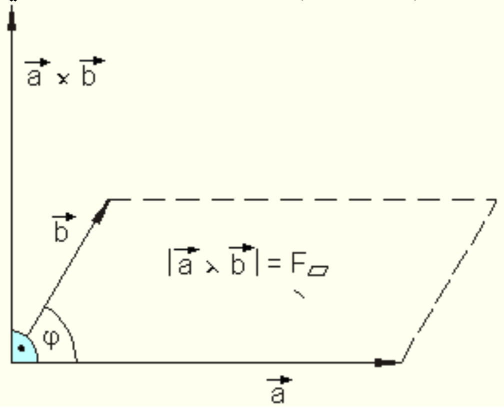
تعریف یا پیژند: د دوهوکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې سړی یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږي، کوم چې د لاندې شرایطو لاندې خوییز یا کرکتري شوی دی.

۱ . $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ عمود یا سیخخ ولاړ دی.

۲ . $\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې. یو ښی سیستم جوړوي.

۳ . $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$ دی.

په یاد ولره: د پورته پیژند څخه سیده لاس ته راځي:
د دوه وکتورونو وکتوري ضرب صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو وکتورونو څخه صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه سره غبرګ وي.
په څټ یا معکوس هم باور لري:
که د دوه وکتورونوضرب، چې هیڅ یو یې صفر وکتور نه دي، صفر وي، نو دا سره غبرګ دي.
له دریم شرط څخه لرو، چې هلته خپل لوی ارزښت لري، چې له هغوي رابند کونج یا زاویه 90 درجې وي.
دا لاندې څیره دې وکتور ضر ب ګرافیکي روښانه کړي



(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{a}\times\vec{b}$ یووکتور دی،
هغه چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی،
داسې چې $\vec{a}.\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو ښی سیستم جوړوي.

د دې ارزښت له دواړو وکتورونو غزېدلې موازی الاضلاغ (غبرګ اړخیزې) سطحې مساحت دی.
ښی په دې معنا، چې:
که سړی لومړی وکتور د سا عتڅرخوني په لور (د ساعت ستنې لور) د دویم وکتور په لور وڅرخوي، نو دریم داسې خوزښت غوره کوي یا حرکت کوي لکه یو پیچتاو میخ دښې کړون سره په خپل لور د مخ خواته.

د وکتوري ضرب لپاره ښی سیستم:

جمله:
د هر عدد $\{k\}\in\mathbb{R}$ او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ لپاره د وکتور په حیث باور لري:

بدیلیدن قانون	$\vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$
دیستریبوتیو قانون	$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$
ګډوله اسوڅیاتیو قانون	$(k\vec{a})\times\vec{b}=k(\vec{a}\times\vec{b})$

شمیرقوانینو استعمال ته بیلګې:

بیلګه ۱: وشمیرئ: $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})$
حل یا اوبې:

$$(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$
$$=\vec{0}-(\vec{v}\times\vec{u})+(\vec{v}\times\vec{u})+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

دلته وکارول شو: $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ und $\vec{u}\times\vec{v}=-(\vec{v}\times\vec{u})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل یا اوبي یا ځواب:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بیلګه ۳

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):
اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):
اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003
نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):
لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

بن- المان، کابل – افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړې:

لاندې د برینککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه

۵ – احصایه یا ستاتیستیک

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما ليکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهنې ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري

۱۹ – د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو څو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ – د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو ليکونکی يې متآسفانه راځخه نابلد شوی: د مشتق او انتيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ – د شميرپوهنې انګريزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۵ – د شميرپوهنې پښتو انګريزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویېونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې يې په نړیول جالونو کې خپرې شوې دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه يې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميرې شينواری د ارواښادې پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کي د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکي ميني د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پيل او د دويم ټولګي څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپمتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

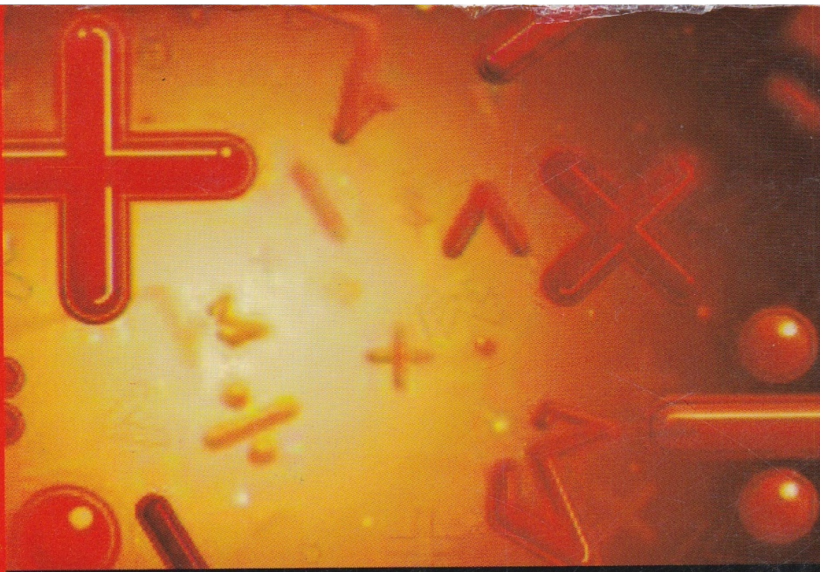
د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميرې په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيری سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی. ده له ميرمن ښاپيری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلې.

ماخان شينواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹ ۹۷ څخه همدا د کتابونو ليکلو اوو د ژباړې دنده يې په غاړه اخستي، چې خپل فکر د شوني پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ډاکټر ماخان (میږی) شینواری

د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه _ جرمني
VEREIN ZUR FORDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

د خپرونو لړ (۱۲۹)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library