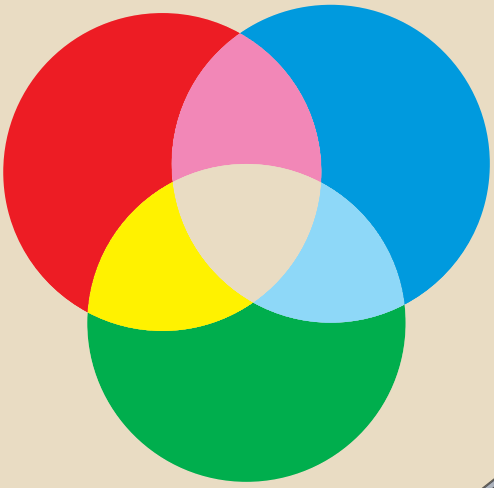
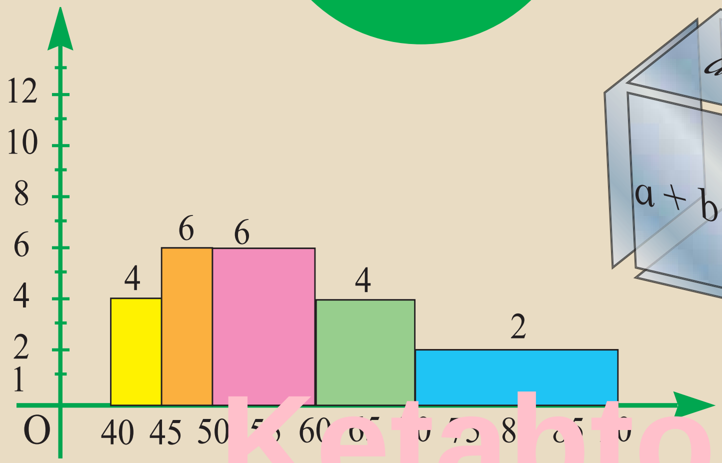
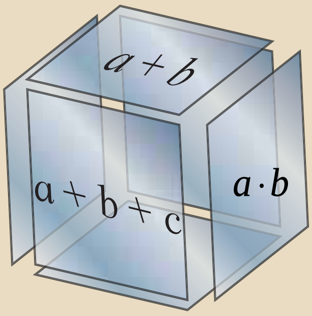
د پوهنې وزارت
د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساينس د مرکز معينيت
د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي
کتابونو د تاليف رياست

رياضي

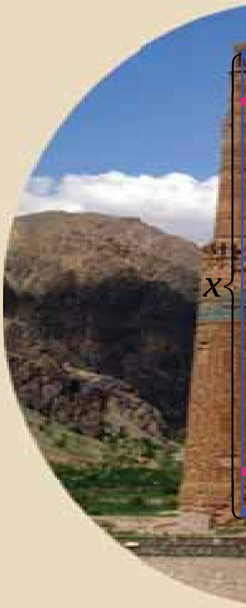
نهم ټولګی







نهم ټولګی



ISBN 978-9936-25-068-0

۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

رياضي

نهم ټولګی

۱۳۹۰

هـ.ش

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مولفین

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شینواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- سرمولف میرنقیب الله د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- استاد مختار نوید د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمی اډیټور

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

د ژبې اډیټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

دیني، سیاسي او فرهنګي کمیټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد یوسف نیازی
- حبیب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعلیمي نصاب په ریاست کې.

د څارنې کمېټه:

_ دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس مرکز معین.

_ دکتور شېرعلي ظریفي د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې مسؤول.

_ د سرمؤلف مرستیال عبدالظاهر ګلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او ډیزاین

- ولید نوید نسیمي
- محمد اشرف امین

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستـــان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کـور دی
د پښتـــون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجـر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هیــواد به تل ځلیږي
په سینــه کې د اسیـا به
نوم د حق مو دی رهبـــر

دا عزت د هـــر افغـــان دی
هر بچی یې قهرمـــان دی
د بـــلوڅـــو د ازبکـــــو
د ترکمنـــو د تـــاجکـــــو
پامیـریان، نورستانیـــــان
هم ایمـــاق، هم پشه یـــان
لکـــه لمـــر پر شنه اسمـــان
لکـــه زړه وي جـــاویدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزير پيغام

ګرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختيا او پرمختګ بنسټ جوړوي. تعليمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختګ او ټولنې د اړتياوو له مخې رامنځته کېږي. څرګنده ده چې علمي پرمختګ او ټولنيزې اړتياوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعليمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښايي چې تعليمي نصاب د سياسي بدلونونو او د اشخاصو د نظريو او هيلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتيب شوی دی. علمي ګټورې موضوعګانې پکې زياتې شوې دي. د زده کړې په بهير کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدريسي پلان برخه ګرځېدلې ده.

هيله من يم دا کتاب له لارښوونو او تعليمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د ميتودونو د کارولو له لارې تدريس شي او د زده کوونکو ميندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکيفيته ښوونه او روزنه کې پرله پسې ګډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هيلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې برياوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ ګران ښوونکي د تعليمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤوليت په ريښتوني توګه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زيار کاږي چې د پوهنې تعليمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دين له بنسټونو، دوطن دوستۍ د پاک حس په ساتلو او علمي معيارونو سره سم د ټولنې د څرګندو اړتياوو له مخې پراختيا ومومي.

په دې ډګر کې د هېواد له ټولو علمي شخصيتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له ميندو او پلرونو څخه هيله لرم چې د خپلو نظريو او رغنده وړانديزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تاليف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتيب کې يې مرسته کړې، له ملي او نړيوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعليمي نصاب په چمتو کولو او تدوين او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې يې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفيق

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست

مـخ

لومړی څپرکی: دایره ۱
- د دایرې عناصر، د یوې مستقیمې کرښې حالتونه، دایرې موقعیت نظر یو بل ته
- په دایره پورې اړوند زاویې
- د دایرې د وتر او شعاع ځانګړتیاوې
- د دایرې محیطي او مماسي زاویې

دویم څپرکی: په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکې ۲۷
- د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته
- دایرې مماس کرښه، د دایرې داخلي او خارجي زاویه
- محیطي او محاطي دایره
- په دایره کې د مرسوم څلور ضلعی ځانګړتیاوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسیم، د د ایرې مساحت او محیط

دریم څپرکی: تحلیلي هندسه ۵۵
- د دوو ټکو تر منځ فاصله یا واټن
- د یوې قطعه خط د منځنی ټکي مختصات
- د مستقیمې کرښې میل، د موازي او عمود کرښو میلونه
- د مستقیمې کرښې معادله، د هغې مستقیمې کرښې معادله چې میل او یو ټکی یې معلوم وي
- د مستقیمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سیستم
- د خطي معادلاتو د سیستم حل د تعویضي او افنا په لاره (طریقه)
- تغییر مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵

د تالس قضیه
- د حاده زاویې ساین، کوساین او تانجنت
- د ځینو خاصو زاویومثلثاتي نسبتونه، د میل او تانجنت تر منځ اړیکې
- مثلثاتي جدول، د قایم الزاویو مثلثونو حل

- مثلثاتي معادلې

فهرست

مـخ

پنځم څپرکی: څو جمله يي ګاني ۱۲۷
- په فکتورونو تجزیه
- د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل
- کوچنی ګډ مشترك مضرب
- د الجبري افادو ویش
- په الجبري افادو کې د عملیو د سرته رسولو ترتیب

شپږم څپرکی: نامساوات ۱۵۱
- د خطي غیر مساواتو حل
- فاصله یا انتروالونه
- د بینوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل
- کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات
- د نامساواتو سیستمونه

اووم څپرکی: یو مجهوله دویمه درجه معادلې ۱۷۵
- د دویمې درجې معادلو حل
- غیر خطي اړیکې
- په هندسي لاره د دویمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکمیل مربع

اتم څپرکی: احصائیه ۱۹۵
- د data د دسته بندۍ لاره، د نښتو یا پیوسته data ګانو دسته بندي او وزني اوسط
- مستطیلي او دایروي ګرافونه
- میانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط

نهم څپرکی: احتمالات ۲۲۱
- د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع
- کلي او مکمله سټ
- په ستونو مدل جوړول

(c) ketabton.com: The Digital Library

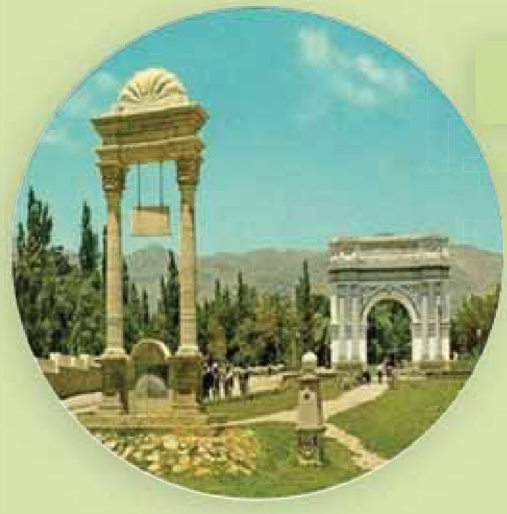
(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

دایـــره

(c) ketabton.com: The Digital Library

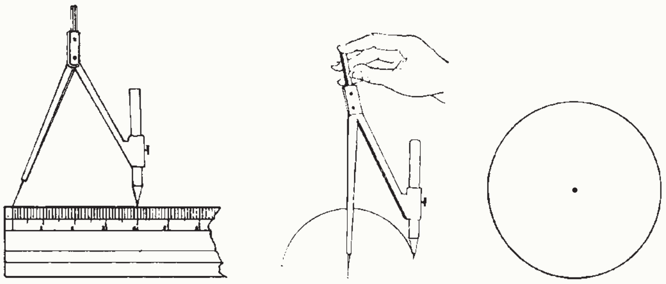
دایره
CIRCLE



شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په تصویر کې وینئ نومونه یې واخلئ.

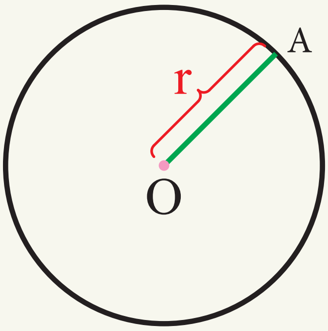
فعالیت

یوه ټکی د کاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخواته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته یو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نومیږي؟



تعریف

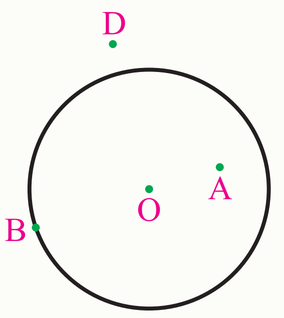
په یو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن (فاصله) ولري دایره نومیږي، یا په بل عبارت دایره دیوې ترلې منحني څخه عبارت ده چې له یوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.
ترلي منحنی ته د دایرې محیط او ټاکلي ټکي ته د دایرې مرکز وایي چې په $C(O,r)$ ښودل کیږي.
د دایرې مرکز په شکل کې O او شعاع یې د r په توره ښودل کیږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځایونه(موقعیت) نظر O دایرې ته وټاکئ.
- د هغو ټکو واټن د دایرې د مرکز څخه اندازه او د دایرې د شعاع له اوږدوالي سره پرتله کړئ.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دایره کې دننه او له دایرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونیسئ. ایا لاسته راغلې اړیکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟



پایله:

1- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دایرې داخلي ساحه(منځ) بلل کیږي، یا $I=\{A/|\overline{OA}|<r\}$

2- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره مساوي وي، د دایرې محیط یا مخ ویل کیږي، یا $C=\{B/|\overline{OB}|=r\}$

3- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی وي، د دایرې د خارجي یا باندنۍ ساحې په نامه یادیږي، یا $E=\{D/|\overline{OD}|>r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دایرې د محیط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوې وي، د دایرې د سطحې په نوم یادیږي.

پوښتنې

1- یوه دایره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم یو یې د دایرې په داخل، خارج او په محیط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.

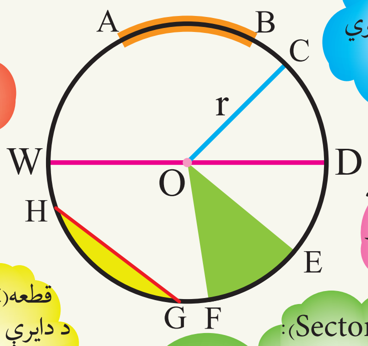
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کيک مخ کوم
هندسي شکل را ښيي او پرې شوې برخه
يې د دايرې کوم عنصر رانښيي؟

د دايرې د عناصرو تعريف

لومړی شکل او د دايرې د عناصرو تعريفونه خپلو کتابچوته نقل او ورسته لاندې تعريفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.



قوس(Arc): د دايرې د محيط يوه برخه د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

شعاع(Radius): هغه کرښه چې د دايرې مرکز د محيط له يو ټکي سره ونښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard): هغه قطعه خط چې د دايرې محيط دوه ټکي ونښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.

قطر(Diameter): هغه وتر چې د دايرې د مرکز څخه تېر شي، د دايرې قطر بلل کېږي او اوږوالی يې د شعاع دوه برابر وي.

قطعه(Segment): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د وتر په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم يادېږي.

قطاع(Sector): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د دوو شعاعګانو يا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه یوه دایره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دایره داسې قات کړئ چې دواړه نیمې دایرې یو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه یادیږي.
- دا ځل دوه نیمې دایرې بیا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وینئ. هر یو د څه په نامه یادیږي؟
- څلور لاسته راغلې زاویې اندازه کړئ، او وواياست چې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د یوې دایرې د قطر او شعاع تر منځ اړیکې څه دي؟
- دایره داسې قات کړئ چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه یادیږي؟ د هغې اوږدوالی د دایرې د قطر سره پرتله کړئ.

پایله:

- ومو لیدل چې په هره دایره کې که چیرې د دایرې د محیط دوه ټکې ونښلوو د دایرې وتر لاسته راځي.
- په هره دایره کې ترټولو لوی وتر، د دایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د یوې دایرې هر قطر، وتر اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچنی قوس (minor Arc) په نوم یادیږي.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم یادیږي.

پوښتنې

1- د $C(0,4)$ دایره رسم کړئ.

a) د دایرې شعاع یا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښیئ.

b) د دایرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دایرې محیط په څلور مساوي برخو وویشئ، ددې څخه څه پایله په لاس راځي؟

d) د دایرې داخلي ناحیه، خارجي ناحیه او د دایرې محیط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

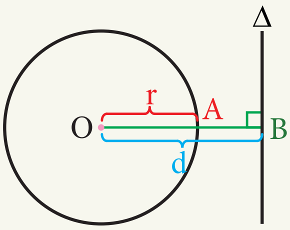
د دايرې سره د يوې مستقيمې کرښې حالتونه

مخامخ شکل ته پام وکړئ او وواياست چه قلمونه او هندسي بکس له دايرې سره څه اړيکې لري هره يوه توضيح کړئ؟

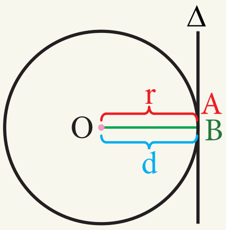
فعاليت

- يوه دايره او مستقيمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دايرې سره يوټکی، دوه ټکي او هيڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دايرې له مرکز څخه په هره مستقيمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دايرې د مرکز اوکرښې تر منځ واټن اندازه کړی او هر حالت د دايرې د شعاع له اوږوالي سره پرتله کړئ.

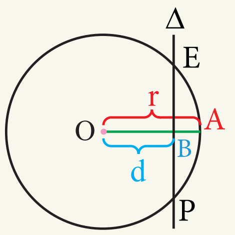
د پورتني فعاليت د کړنې څخه ليدل کيږي چې يو مستقيمه کرښه او دايره نظر يو بل ته درې لاندې حالتونه لري:



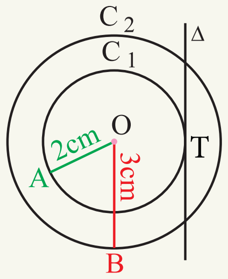
1- که چيرې مستقيمه کرښه له دايرې سره ګډ ټکي و نلري، مستقيمه کرښه له دايرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه لوی دی يعني: $d > r$



2- که چيرې مستقيمه کرښه د دايرې سره يو ګډ ټکی ولري نو مستقيمې کرښې ته پر دايره مماس وايي. په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع سره برابر ده يعني: $d = r$



3- که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ (مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې (قاطع) وایي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی دی، یعني $d < r$



مثال (بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکې لري؟

حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعني: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعني: $d < r$

پوښتنې

د $3cm$ شعاع په اوږدوالی یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

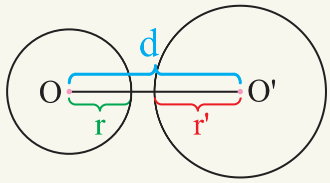
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

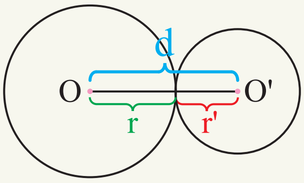
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

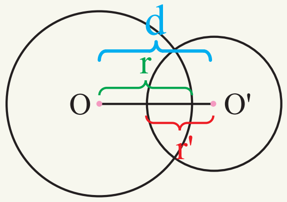
د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:



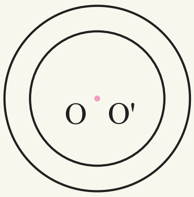
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپرېکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعني $d > r + r'$



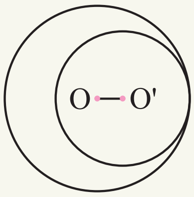
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجاً مماس وایي، یعني $d = r + r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن، د هغو د شعاعګانو د مجموعې د اوږدوالي څخه کوچنی او د شعاع ګانو د تفریق د حاصل د مطلقه قیمت څخه لوی وي. دایرې یو له بل سره متقاطع دي، یعني $|r-r'|<d<r+r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي، دایرې د متحدالمرکز په نامه سره یادیږي، یعني $d=0$

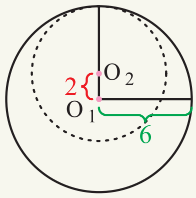


که د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن د هغو د شعاع ګانو د تفریق حاصل له مطلقه قیمت سره مساوي وي. دایرو ته له دننه مماس وایي، یعني $d=|r-r'|$

مثال(بیلګه): دوې دایرې داسې رسم کړئ، چې د لومړۍ دایرې شعاع $6cm$، د دویمې دایرې او لومړۍ دایرې مرکزونو تر منځ واټن 2cm او د دویمې دایرې شعاع د لومړۍ دایرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دایرو موقعیت نظر یو بل ته پیدا کړئ؟

حل: که د لومړنۍ دایرې شعاع r_1 او د دویمې دایرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = 6cm \\ r_2 = \frac{2}{3}r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = \frac{2}{3}\times 6 \\ r_2 = 4cm \end{array}$$



$$d=|r_1-r_2|=|6-4|=|2|=2$$

څرنګه چې:
نو له دایرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

۱- دوې دایرې د ٦cm او ٤cm په شعاع په پام کې و نیسئ او په لاندې توګه یې رسم کړئ.

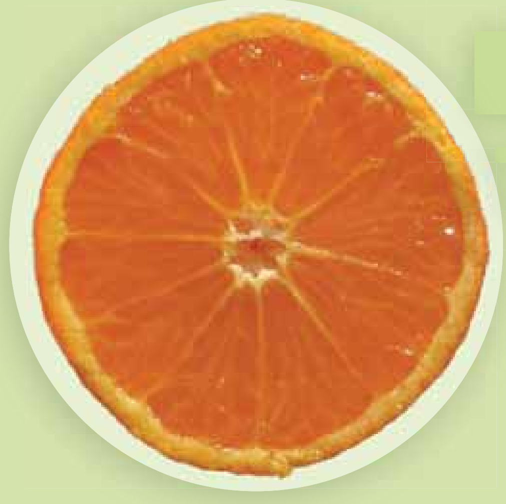
الف: دایرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.
ب: دایرې داخلاً (له دننه) سره مماس وي.
ج: دایرې سره غیر متقاطع (نا پرېکړې) وي.
د: دایرې سره غیر متقاطع (غوڅو نه) وي.
هـ: دایرې متحدالمرکزه (ګډ مرکز) وي.
و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

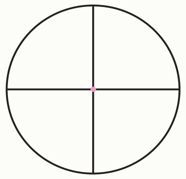
د دایرې اړوند زاویې

Angle of a Circle



تصویر ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې لیدل کېږي نوم یې واخلئ؟

فعالیت



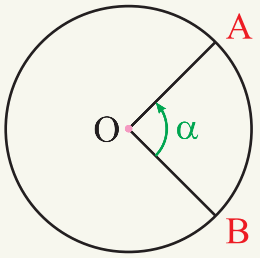
- په پورتني شکل کې څو زاویې لیدلای شئ.
- د دې زاویو ګډ خاصیتونه کوم دي بیان یې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دې دایره کې یو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاویې لاسته راځي؟ د هرې زاویې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دایرې محیط څو درجې دی؟

د پورتني فعالیت له نتیجې څخه لیکلای شو چې:

د یو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاویې په پراخوالي پورې اړه لري، یعنې:

$$\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول قوس}}{\text{محیط دایره}}$$

تعریف



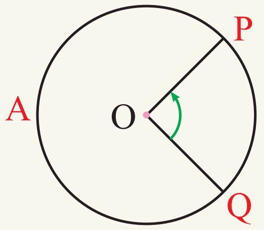
هغه زاویه چې راس یې د دایرې په مرکز پروت، او ضلعې یې د دایرې شعاعګانې وي مرکزي زاویه بلل کېږي لکه: د $\hat{AOB}$ یا د $\hat{\alpha}$ زاویه.

هره مرکزي زاویه له دایرې څخه یو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاویې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاویې سره مساوي دی.

د قرارداد له مخې ویلای شو چې په یوه دایره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاویې سره مساوي ده یعنې: $A\hat{O}B = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د $C(O, r)$ په دایره کې لوی قوس(major) د کوچنی قوس(minor) پنځه برابره وي نو د کوچنی قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاویو اندازه پیدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس یې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو لیکلای شو، چې:



$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

$x + 5x = 360^\circ$

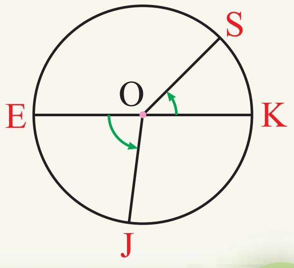
$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow P\hat{O}Q = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې که $K\hat{O}S = 31^\circ$, $\overline{EK}$, $E\hat{O}J = 82^\circ$ د دایرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پیدا کړئ.

د مرکزي زاویې مخامخ قوس .....



$\overset{\frown}{SK} = S\hat{O}K = 31^\circ \quad \Rightarrow \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

$K\hat{O}J = 180^\circ - E\hat{O}J = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$K\hat{O}J = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = E\hat{O}J = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = E\hat{O}K = 180^\circ$

پوښتنې

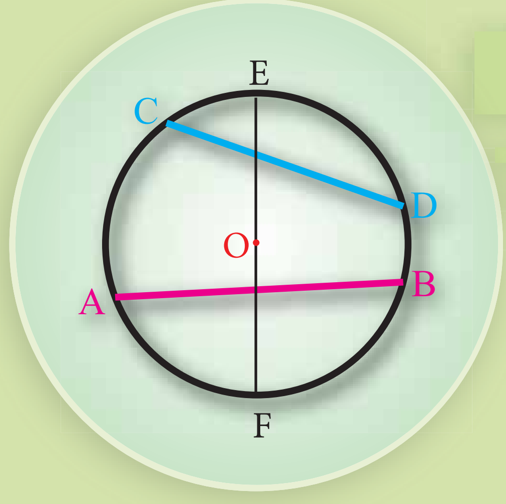
1- د A, B او C درې ټکي د $C(O,r)$ پر دایره داسې پراته دي، چې $A\hat{O}B = 75^\circ$, $B\hat{O}C = 136^\circ$ زاویې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2 - یوه مرکزي زاویه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ، د $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقيمې کرښې په څه نامه يادېږي د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتيا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړيکه لري؟

فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دايرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکې د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځايونو کې د($=$, $<$ يا $>$) ورنښې وليکئ.

$\overline{OA}\ \square\ \overline{OB}$, $\overset{\frown}{AE}\ \square\ \overset{\frown}{EB}$, $\overline{AH}\ \square\ \overline{HB}$

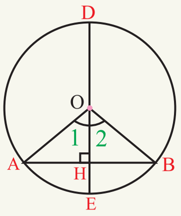
د دې فعاليت د پايلې څخه کولای شو لاندې قضيه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: په هره دايره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نيموي.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوو مثلثونو څخه ليکلی شو چې:

$\overline{OA} = \overline{OB}$......... د دايرې شعاع
$\hat{H}_1 = \hat{H}_2$.......... قايمه
$\overline{OH} = \overline{OH}$........ مشترک

$\Rightarrow \overset{\Delta}{AOH} \cong \overset{\Delta}{OHB}$

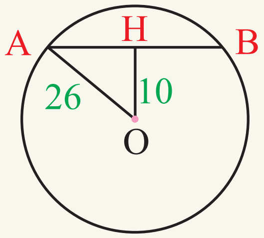


نو د دوو مثلثونو د تساوي څخه داسې پايله لاسته راځي، چې: $\overline{AH} = \overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاويې سره مساوي دي په پايله کې $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دايره راکړل شوې ده، که چيرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دايرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فیثاغورث د قضیې له مخې لرو چې:

$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$$
$$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$$
$$\overline{AH} = 24$$
$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\,\text{unit}$$



فعالیت

- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دایره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دایرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمودکرښې رسم او اوږدوالی یې معلوم کړئ.

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: په هره دایره کې د هغې مساوي وترونه، د دایرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې:

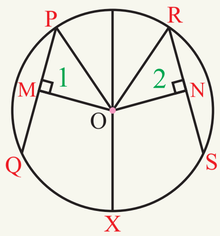
$\overline{OP} = \overline{OR}$ ....د دایرې شعاع

$\hat{1} = \hat{2}$ ....قایمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه

$\dfrac{\overline{PQ}}{2} = \dfrac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow \overline{PM} = \overline{RN}$

$\Longrightarrow \overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$



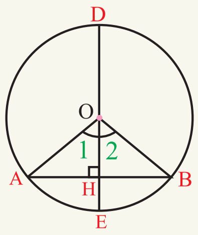
په پایله کې وبلای شو چې په هره دایره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

1- د $C(0,13)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر د دایرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

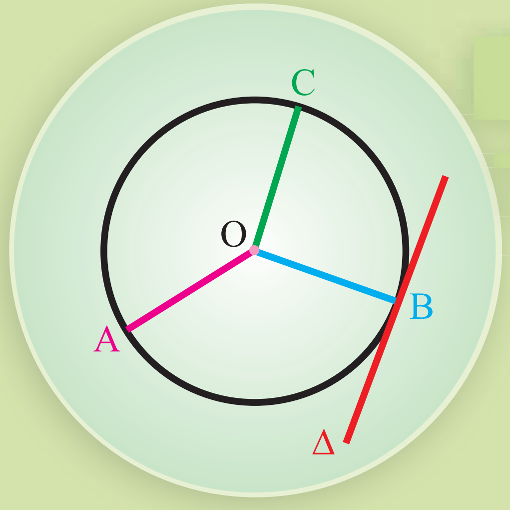
2- که چیرې د یوې دایرې قطر د وتر له نیمایي څخه تیر شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.

3- په یوه دایره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چیرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دایرې قطر او محیط محاسبه کړئ.



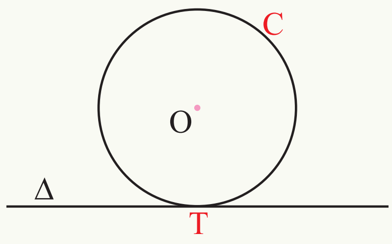
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې د شعاع خواص



شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نومېږي او د Δ کرښه د دایرې او د OB ورانګې سره څه اړیکې لري؟

فعالیت



- په مخامخ شکل د (Δ) مستقیمه کرښه د $C(0,2)$ دایرې د T په ټکي کې مماس ده د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دایرې له مرکز سره یې ونښلوئ.
- ټوټه کرښې یا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دایرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښایئ. تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او یوې مستقیمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟
- د پورتنیو دوو حالتونو څخه څه پایله لاسته راوړئ.

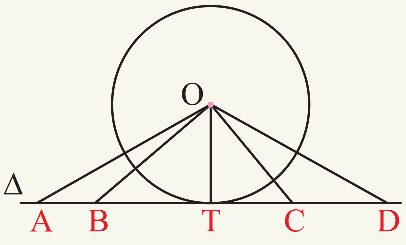
د دې فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.

پایله: په لاندې شکل کې لیدل کېږي، چې:

$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$

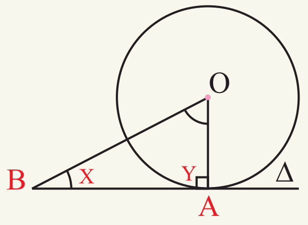


پوهېږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او مستقیم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پایله کې ویلای شو چې مستقیمې کرښې: $\overline{OT} \perp \Delta$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$

$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$

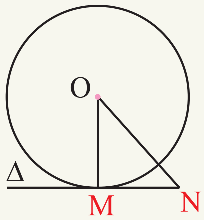
$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 150^\circ$

$x = 30^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دي، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهیږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $\overset{\Delta}{OMN}$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:



$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$

$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$

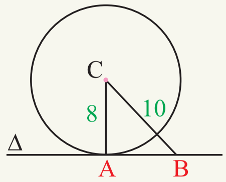
$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

$\overline{MN} = 3$

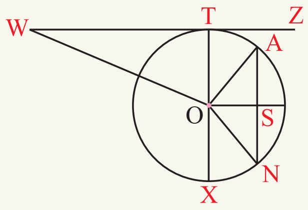
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکی څخه تیریږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شکل کې د Δ د $P(C,r)$ پر دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

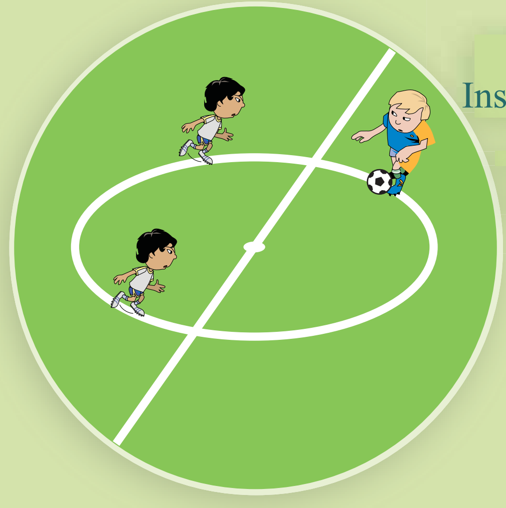


2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایرې مماس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، TW=3unit وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



د دايرې محيطي زاويه

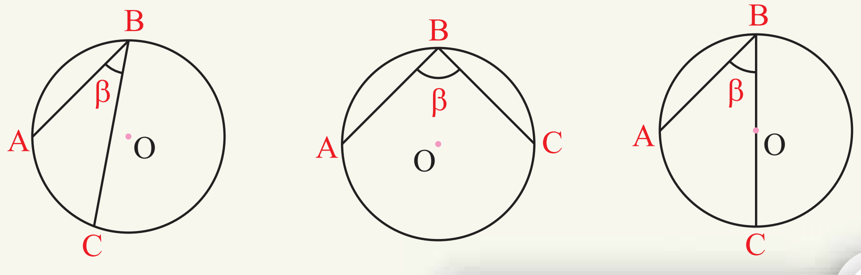
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د ميدان په مرکزي دايره کې حسيب الله، بلال ته او بلال الياس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسير څخه جوړيږي څه ډول دی؟

تعريف

هغه زاويه چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې دوه وترونه وي محيطي زاويه بلل کيږي. لکه: د $\hat{ABC}$ يا د $\hat{\beta}$.



فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\hat{ABC}$ محيطي زاويه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دايرې له مرکز څخه تيره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دايرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويې د $\hat{OAB}$ په مثلث کې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- د $\hat{AOC}$ زاويه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويو سره څه اړيکې لري؟

په ياد ولرئ چې:

- د مرکزي زاويې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
- په هر مثلث کې د خارجي زاويې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاويې له مجموعې سره مساوي دی.

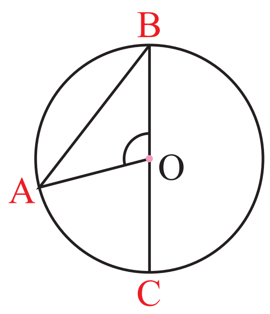
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمایي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاویې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنی دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\Delta}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{AOC}=\hat{A}+\hat{B}\\ \hat{A}=\hat{B}\ \text{..... ولې}\\ \hat{AOC}=\hat{B}+\hat{B}\\ \hat{AOC}=2\hat{B}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

مرکزي زاویه ..... $\hat{AOC}=\overset{\frown}{AC}$

$\hat{AOC}=2\hat{B}$

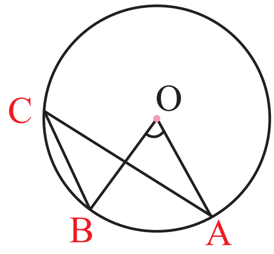
نو: $\overset{\frown}{AC}=2\hat{B}$

په پایله کې $\hat{ABC}=\dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

د $\hat{ABC}$ د محیطي زاویې پراخوالی د $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O,r)$ په دایره کې که مرکزي زاویه $\hat{AOB}=60^\circ$ وي د $\hat{ACB}$ محیطي زاویې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاویې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{AOB}=60^\circ\\ \hat{AOB}=\overset{\frown}{AB}\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\frown}{AB}=60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\frown}{AB}=60^\circ\\ \hat{ACB}=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{ACB}=\dfrac{60^\circ}{2}=30^\circ$$

پوښتنې

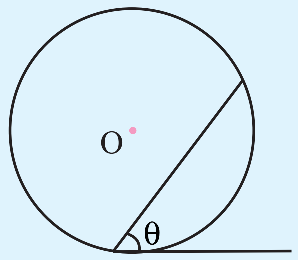
1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاویې رسمولای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

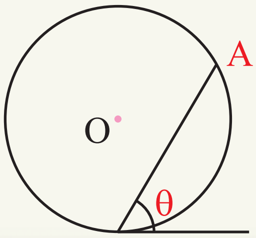
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې مماسي زاويه



شکل ته پام وکړئ، هغه مستقيمې کرښې چې د θ زاويه يې جوړه کړې ده نوم واخلئ او د زاويې راس چېرته پروت دی.

تعريف



هغه زاويه چې يوه ضلع يې پر دايره مماس او دويمه ضلع يې د دايرې وتر وي او راس يې د تماس په ټکي کې پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي، لکه: د θ زاويه

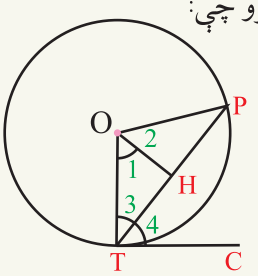
فعاليت

- د $C(0,6)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يوه مماسي زاويه رسم کړئ.
- د دايرې د وتر انجامونه د دايرې له مرکز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمود رسم کړئ.
- د $T\hat{O}P$ مرکزي زاويه او د $P\hat{T}C$ مماسي زاويې سره څه اړيکې لري.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه ثبوتولی شو.

قضيه: په يوه دايره کې د مماسي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس نيمايي په اندازه دی.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قايم الزاويه مثلث او $O\hat{T}C$ قايمې زاويې څخه لرو چې:

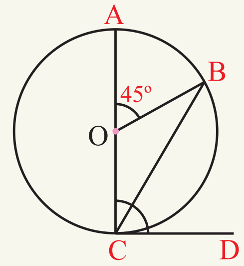


$$\left.\begin{array}{l}\hat{3}+\hat{1}=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow \hat{1}=\hat{4}$$

$$\hat{1}=\frac{P\hat{O}T}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow P\hat{T}C=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې که د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



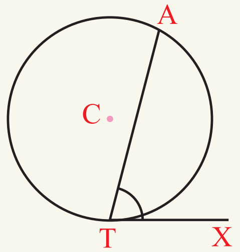
دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $A\hat{T}X$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

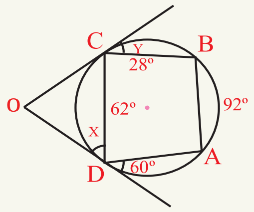
$$= (\alpha-3)^\circ$$

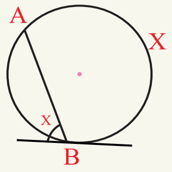


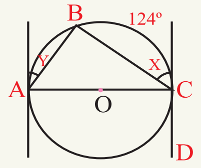
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتنې

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي لنډيز

- د هغو ټکو سټ یا هندسي محل چې د یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دایره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له شعاع څخه کوچنی وي د دايرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له مرکز او د دايرې له شعاع سره مساوي وي د دايرې محیط يا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه نسبت د دايرې شعاع ته لوي وي د دايرې باندنی ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دايرې د داخلي سطحې په واسطه بېله شوې وي د دايرې سطحه بلل کېږي.
- هغه کرښه چې د دايرې مرکز او د محیط یو ټکی نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.
- هغه ټوټه کرښه چې د دايرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي ددايرې وتر بلل کېږي.
- د دايرې هغه وتر چې له مرکز څخه تیرېږي د دايرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- د دايرې د محیط یوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته بېله شوې وي قوس بلل کېږي.
- هغه کرښه چې له دايرې سره یو ګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دايرې قطعه: د دايرې هغه برخه چې د دايرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دايرې قطعه بلل کېږي
- د دايرې یوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دايرې له سطحې څخه بېله شوې وي.
- که یو مستقیم له یوې دايرې سره یو ګډ ټکی ولري د مماس او که چیرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم یادېږي.
- په هره دايره کې د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نیمايي کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د یوې دایرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

هغه زاویه چې راس یې د دایرې په مرکز پروت او ضلعې یې د دایرې شعاعګانې وي مرکزي زاویه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاویې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاویې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\frac{A\hat{O}B}{360^\circ} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دایرې محیط}}$ څخه په لاس راځي.

هغه زاویه ده، چې راس یې د دایرې پر محیط او ضلعې یې د دایرې وترونه وي محیطي زاویه بلل کېږي.

- د هرې محیطي زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نیمایي سره مساوي دی.
- هره محیطي زاویه د هغې د مرکزي زاویې نیمایي ده، چې د عین قوس په مخامخ کې پر ته ده.

هغه زاویه ده، چې یوه ضلعه یې په دایرې مماس او بله یې د دایرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دایرې پر محیط پروت وي مماسي زاویه بلل کېږي.

- هره مماسي زاویه د هغې مرکزي زاویې نیمایي ده، چې د عین قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دایرو حالتونه یو بل ته:

_ که د دوو دایرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې څخه لوی وي دایرې غیر متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې سره مساوي وي دایرې خارجاً(د یا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفریق حاصل یې د مطلقه قیمت څخه لوي وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفریق حاصل مطلقه قیمت سره مساوي وي دایرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دایرې متحد المرکز(د یوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

- په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د يوې دايرې د قطر اوږدوالى مساوي دى په:

a) $3r$ b) π c) 2π d) $2r$

2- دايره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0 b) $(1,2)$ c) (b,a) d) $C(o,r)$

3- هغه مستقيمه کرښه چې له دايرې سره يوګډ ټکى ولري:

a) د وتر په نوم يادېږي. b) د قوس په نوم يادېږي.

c) د مماس په نوم يادېږي. d) د محيط په نوم يادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له شعاع څخه لويه وي:

a) د دايرې مخ بلل کېږي. b) د دايرې خارج بلل کېږي.

c) دايره بلل کېږي. d) د دايرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دايرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دى. b) وړوکى وتر دى.

c) هيڅ يو. d) لوى وتر دى.

6- که يوه مستقيمه کرښه دايره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقيمه کرښه او دايره وايي. b) قاطع وايي.

c) مماس وايي. d) موازي وايي.

7- که د يوې دايرې مرکزي زاويه 80° وي د مخامخ قوس اندازه يې مساوي په:

a) 90° b) $70'$ c) $80''$ d) 80°

8- يوه مستقيمه کرښه له يوې دايرې سره څو حالتونه لري:

a) 3 b) 7 c) 4 d) 1

9- هغه زاويه چې راس يې د ايرې پر محيط او ضلعي يې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاويه ده. b) مماسي زاويه ده.

c) محاطي زاويه ده. d) محيطي زاويه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

- تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دايرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دايرى له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم يادېږي.

2- د دايرې تر ټولو لوى وتر .... دى.

3- د هغو ټکو سټ چې .... يې له مرکز څخه د دايرې له شعاع څخه کوچنی وي د دايرې .... ويل کېږي.

4- که مستقيمه کرښه له يوې دايرې سره هيڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دايره ويل کېږي.

5- په هره دايره کې .... قطر پر وتر، وتر نيمايي او .... قوسونه د هغې څخه بيلوي.

6- په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دايره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دايرې شعاع د تماس په ټکی پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاويه هغه زاويه ده چې .... يې د دايرې په مرکز او ضلعې يې د دايرې................... وي.

10- هغه زاويه چې يوه ضلع يې .... په دايره او بله يې د دايرې .... او راس يې د .... په ټکی پروت وي د .... زاويې په نوم يادېږي.

- په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (   ) د يوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د يو ټاکلی ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دايره بلل کېږي.

2- (   ) دايره د خپل محيط په نامه يادېږي.

3- (   ) هغه قطعه خط يا ټوټه کرښه چې د دايرې د محيط دوه ټکي سره نښلوي د دايرې د قطر په نامه يادېږي.

4- (   ) په يوه دايره کې شعاع يا ورانګه د قطر نيمايي ده.

5- (   ) د دايرې قطعه د($\cap$) په علامه ښودل کېږي.

6- (   ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دايرې خارجي ساحه بلل کېږي.

7- (   ) په يوه دايره کې عمود قطر په وتر، وتر نيمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

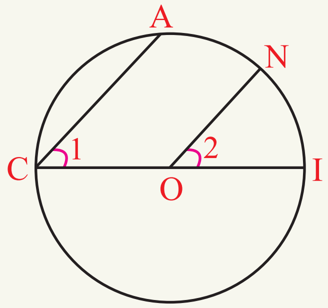
8- (   ) ټوله دايره د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

9- (   ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دايرې شعاع دی.

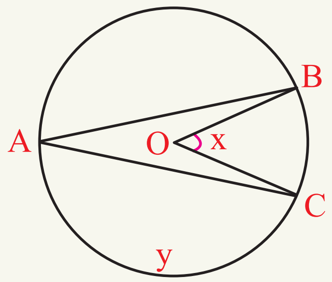
10- (   ) د يوې دايرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

- لاندې سوالونه په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دايرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.

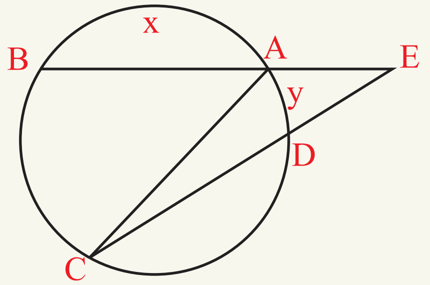


2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پيدا کړئ.

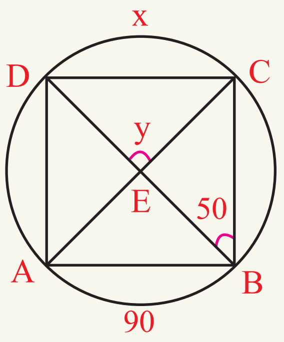


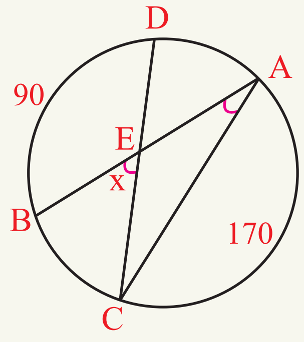
(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په لاندې شکل کې چې $\hat{E} = 40^\circ$ او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي وي د $A\hat{C}D$ اندازه معلومه کړئ.

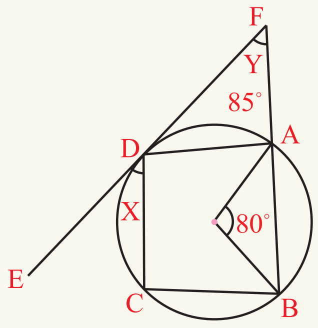


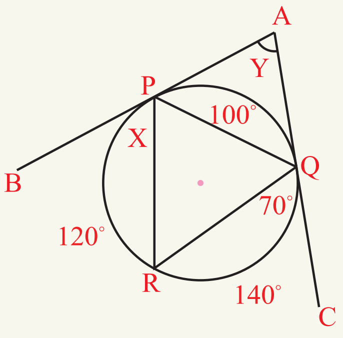
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

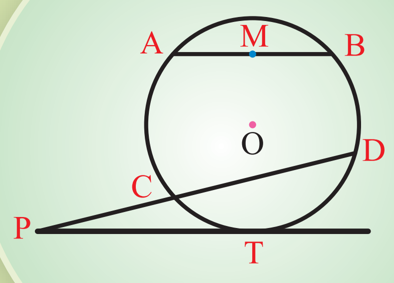
دويم څپــرکی

په یوه دایره کې د
اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د اوږدوالي اړیکي



هغه توږه کرښې چې په مخاخ شکل کې وینئ نوم یې واخلئ.

تعریف

د اوږدوالي اړیکي: په یو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړیکی د اوږدوالی اړیکو په نوم یادیږي.

فعالیت

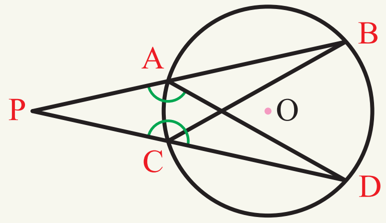
- د P له ټکی څخه چې د $C(O,r)$ دایرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکی د D او B ټکی د C ټکی سره ونښلوئ.
- ویلای شئ چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه ولیکئ.

د دې فعالیت پایلې څخه لاندې قضیه څرګندیږي.

قضیه (۱ - ۲): که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

یعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکې موجود دي دي. $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

$$\left.\begin{array}{ll}\hat{D}=\hat{B} & \text{د عين قوس محيطي زاويې}\\ \hat{P}=\hat{P} & \text{ګډ}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$$

د پورتنيو دريو زاويو د تساوي څخه پوهېږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو ليکلی شو چې:

$$\overset{\Delta}{PCB}\sim\overset{\Delta}{PAD}\Rightarrow\frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB}\Rightarrow PA\cdot PB=PC\cdot PD$$

نتيجه

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دايرې دوه قاطع کرښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پيدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کرښې) چې د P له ټکي څخه رسمېږي او د(۱-۲) قضيې په مرسته ليکلای شو، چې:

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

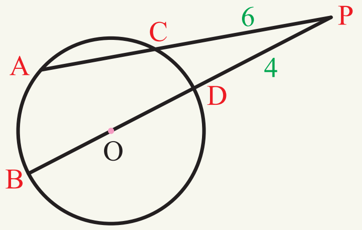
$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

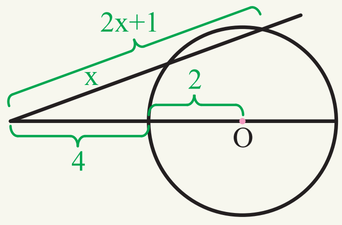
$\overline{DB}=11cm$

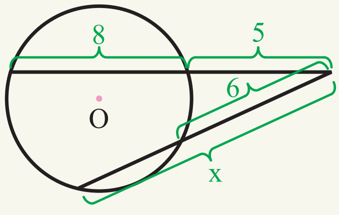


که چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x عددي قيمت پيدا کړئ.

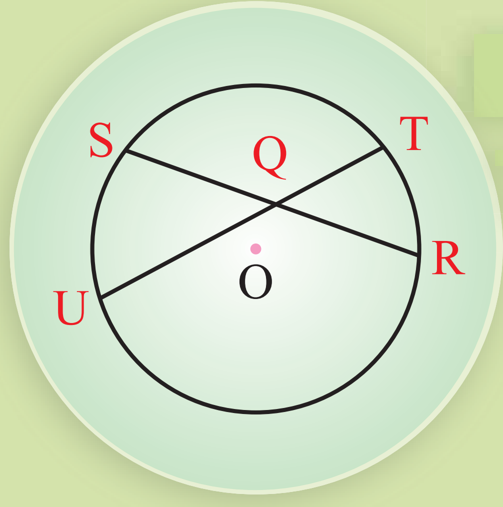




(c) ketabton.com: The Digital Library

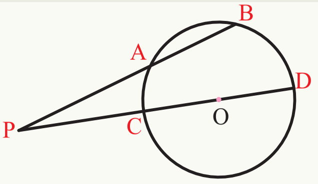
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو ټکي طاقت نظر دایرې ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. وبلاشئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

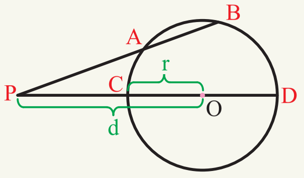
فعالیت



- د P له یو ټاکلي ټکي څخه چې $C(O,r)$ د دایرې څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرني ټکي څخه د $\overline{PCD}$ قاطع داسې رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه تیر شي.
- د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ د ټوټه کرښو ترمنځ اړیکې د (2-1) قضیې له مخې ولیکئ.
- په پورتنۍ اړیکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالی د دایرې له مرکز څخه ولیکئ.
- که د P ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه په (d) او شعاع یا ورانګه په (r) سره وښیو، پورتنۍ اړیکه د d او r تر منځ ولیکئ.

د پاسنې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه څرګندېږي.

قضیه (2-2): که د یو ټاکلي ټکي څخه دوې قاطع کرښې په یوه دایره داسې رسم کړئ چې، دویمه قاطع د دایرې له مرکز څخه تیره شي. د لومړۍ قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل د یو ټاکلي اندازې (d^2-r^2) سره مساوي دي، (d) د ټاکلي ټکي او د دایرې د مرکز تر منځ واټن او (r) د دایرې شعاع یا ورانګه ده.



لومړی حالت: که چیرې ټاکلی ټکی د دایرې په بهر کې پروت وي.

ثبوت: که چیرې د P ټکي د دایرې په بهر کې او واټن له مرکز څخه په (d) او دایرې شعاع په (r) سره وښیو، د (2-1) قضیې

له مخې ليکلای شو:
دوه نور حالتونو چې ټاکلې ټکي يې د دايرې پر محيط او دننه په دايره کې پراته وي، دا دګرانو زده کوونکو کورنۍ دنده ده.

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$$

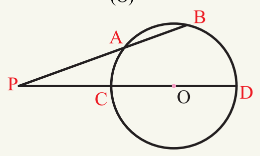
تعريف

د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د C(o,r) دايرې ته وايي چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کېږي.

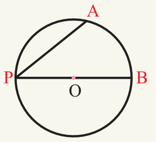
لومړی مثال: که د يوې دايرې قطر 10cm او د P ټکی د 13cm په اندازه د دايرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر C(o,r) دايرې ته پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دايرې شعاع يا وړانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دايرې ته پيدا کړئ.

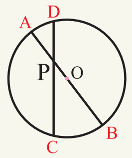
$$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5cm$$
$$P_{(O)}=d^2-r^2$$
$$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$$
$$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$$



- که د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته مثبت وي ټکی د دايرې نه بهر پروت دی، يا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضيې شکل
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته صفر وي ټکی د دايرې پر محيط پروت دی، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$

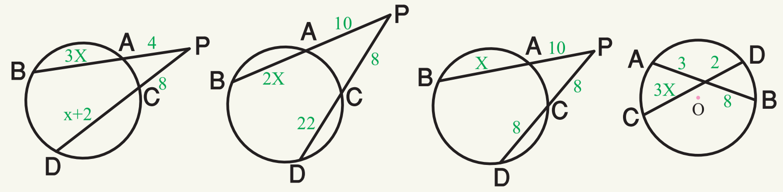


- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته منفي وي ټکی د دايرې دننه پروت ده، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2<0\Rightarrow d^2<r^2$



پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x قيمتونه پيدا کړئ.



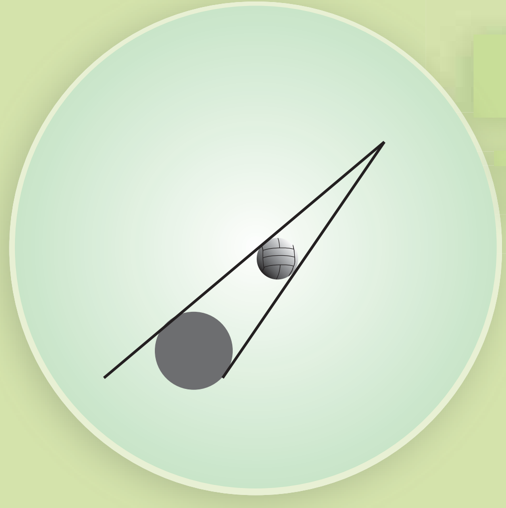
2- په لاندې حالتونو کې د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته پيدا کړئ.

الف) که d = 7 او r = 4 وي. ب) که d = 3 او r = 3 وي. ج) که d = 3 او r = 5 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایري مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چیرې د نور د وړانګې حرکت مسیر مستقیمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سیوری سره څه اړیکې لري.

فعالیت

- د P له یوه بهرني ټکي نه د $C(O,r)$ په دایره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دایره د تماس ټکي وي.ایا د P له ټکي پر دایره بل مماس رسمېدلای شي؟
- د O ټکي د Q، R او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړیکې لري؟
- ایا رسم شوی مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه څرګندیږي.

قضیه (2-3): د یوې دایرې له بهرنی ټکي څخه پر دایره دوه مساوي مماسونه، رسمیږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې لیکلی شو چې:

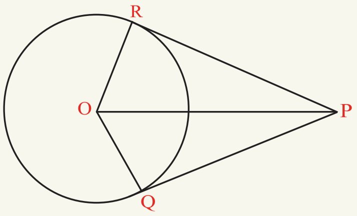
$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دایرې شعاع یا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$.............90°

$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

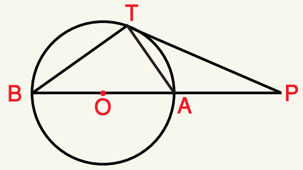
$\overline{PR} = \overline{PQ}$



قضیه (2-4): که د یوې دایرې له بهرنی ټکي نه یو مماس او یو قاطع پر یوه دایره رسم شي ثبوت کړئ، چې د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: $C(O,r)$ په دایره کې $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه لیکلای شو چې:



$$\left.\begin{array}{l} P\hat{T}A = P\hat{B}T .....(I) \\ \hat{P} = \hat{P} ....(II) \\ \overset{I\wedge II}{\Rightarrow} P\hat{T}B = P\hat{A}T \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$$

محیطي زاویې او د عین قوس ګډ مماس

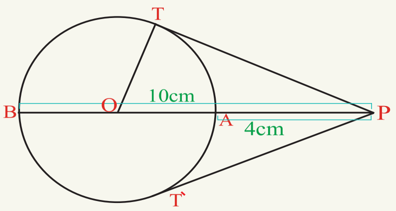
$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$$

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$$

په پایله کې لیکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:



$PA = 4cm$

$PB = 10cm$

$PT = ?$

$PT^2 = PA \cdot PB$

$PT^2 = 4 \times 10 = 40$

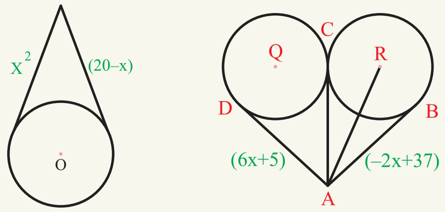
$PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

- د یوې دایرې له باندنۍ ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.

که چیرې د یوې دایرې له بهرنۍ ټکي څخه پر دایره یو قاطع او یو مماس رسم شي، د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

پوښتنې

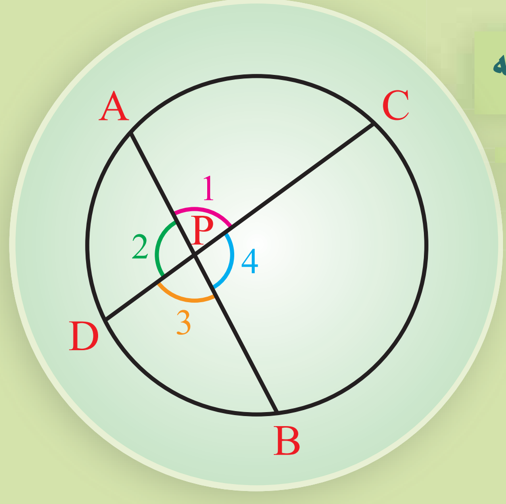
په لاندې شکلونو کې د x قیمت لاسته راوړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې دایرې دننۍ(داخلي) زاویه



د یوې دایرې په دننه کې دوه متقاطع وترونه رسم کړئ او وواياست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.

تعریف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننۍ زاويې بلل کېږي، لکه په پورتني شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعالیت

- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه د اسې رسم کړئ چې د P په ټکي کې يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلې د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنۍ زاويه ده، د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

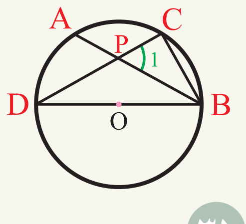
په یاد ولرئ:

- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- په يوه مثلث کې د هرې خارجي زاويې پراخوالی د دوو ناګاونډيو زاويو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه(5-2): د يوې دايرې د هرې دننۍ(داخلي) زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پريکړې په مرسته منځ ته راغلي وي.

ثبوت: څرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:

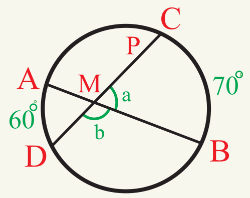


$$\left.\begin{array}{ll} \hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ \hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} & \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ \hat{CPB}=\hat{B}+\hat{D} & \text{د هر مثلث خارجي زاويه} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{CPB}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

$$\hat{CPB}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاويې پيدا کړئ.

حل: ځرنګه چې د يوې دايرې دننی زاويې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نيمايي سره مساوي دی چې د زاويو په مخامخ کې پراته وي، يعنې:

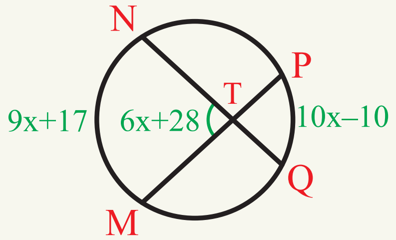


$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دويم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاويې پراخوالی وټاکئ.

حل: د يوې دايرې دننی زاويو د اړيکو له مخې ليکلی شو چې:



$$\overset{\frown}{NM} = 9x+17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x-10$$

$$N\hat{T}M = 6x+28$$

$$6x+28 = \frac{9x+17+10x-10}{2}$$

$$12x+56 = 19x+7$$

$$-7x = -49$$

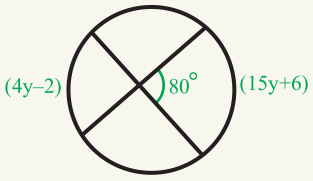
$$x = 7$$

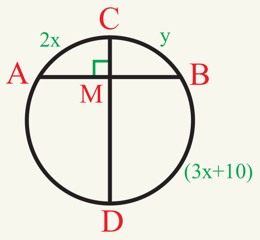
$$N\hat{T}M = 6x+28$$

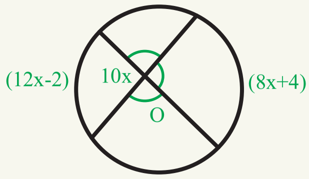
$$= 6\times 7+28 = 42+28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.

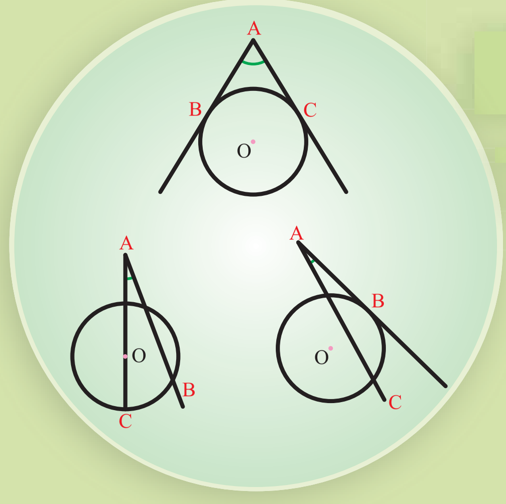






(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې باندنۍ زاویه



په مخامخ شکلونو کې د توټه کرښو او د زاویو نمونه واخلئ.

تعریف

هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو یا د یو قاطع او یوه مماس د پرېکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دایرې باندنۍ زاویه بلل کېږي.

فعالیت

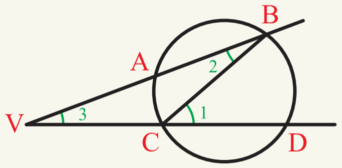
- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غیر موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاویه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $B\overset{\Delta}{V}C$ مثلث باندنۍ زاویه یعنې $(\hat{1})$ د مثلث د دوو ناګاونډیو زاویو سره څه اړیکې لري؟

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیانېږي.

قضیه (2-6): د یوې دایرې د باندنۍ زاویې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپیر له نمایې سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع څخه منځ ته راغلې وي.

ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $V\overset{\Delta}{B}C$ مثلث کې لرو چې:

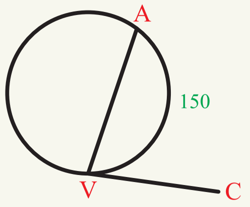
$$\left.\begin{array}{ll} \hat{1}=\hat{2}+\hat{3} & \text{د مثلث خارجي زاویې پراخوالی} \\ \hat{3}=\hat{1}-\hat{2} & \\ \hat{1}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \\ \hat{2}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{3}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}-\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} \quad B\hat{V}D=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AC})$$

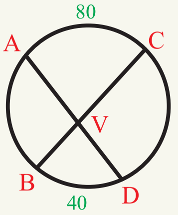


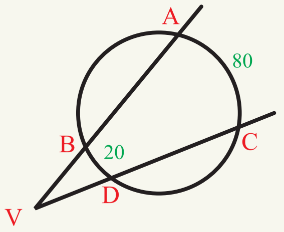
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.







حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

$a)\ \hat{AVC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AV}$ $\quad b)\ \hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$ $\quad c)\ \hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$

$= \frac{1}{2}\cdot(150)^\circ$ $\quad = \frac{1}{2}\cdot(80+40)^\circ$ $\quad = \frac{1}{2}\cdot(80-20)^\circ$

$\hat{AVC} = 75^\circ$ $\quad \hat{AVC} = 60^\circ$ $\quad \hat{AVC} = 30^\circ$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$\hat{ANB} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 70 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 140......I$

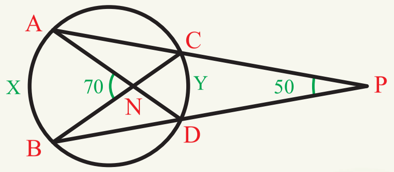
$\hat{APB} = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 50 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x-y = 100......II$

که چیرې د I او II اریکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:

$2x = 240$

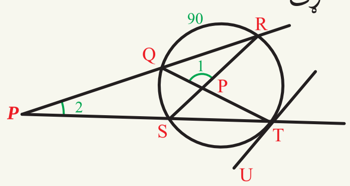
$x = 120^\circ$

$y = 20^\circ$



پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

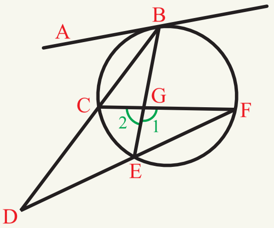


$\overset{\frown}{QR} = 90^\circ$

$\overset{\frown}{RT} = 150^\circ$

$\overset{\frown}{QS} = 50^\circ$

$\hat{STU} = ?\quad ,\quad \hat{1} = ?\quad ,\quad \hat{2} = ?$



$\overset{\frown}{BC} = 70^\circ$

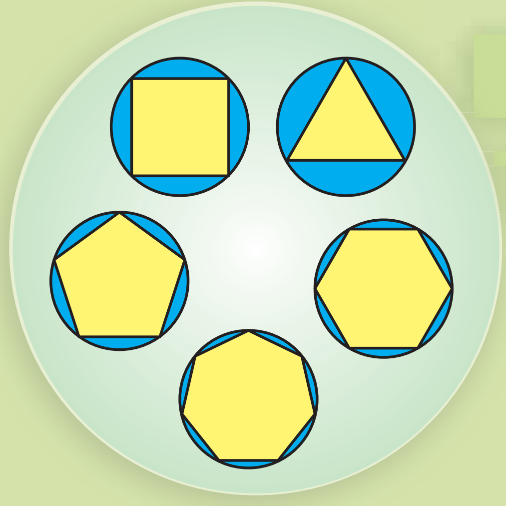
$\overset{\frown}{BF} = 100^\circ$

$\overset{\frown}{EF} = 130^\circ$

$\hat{1} = ?\ ,\ \hat{2} = ?\ ,\ \hat{D} = ?\ ,\ \hat{ABC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

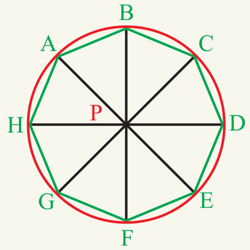
محيطي دايره



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وينئ نومونه يې واخلئ.

تعريف

هغه دايره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محيطي دايره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دايره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:



د مثلث محيطي دايره: هغه دايره چې د مثلث د درې راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محيطي دايرې په نامه يادېږي.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعګانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتنې عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکې په O سره وښيئ.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالی سره پرتله کړئ.
- که چېرې يوه دايره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ايا د B او C له ټکو تيرېږي او که نه ؟
- ايا دا دايره د B او C له ټکو څخه هم تيرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دايره د مثلث د څه په نامه يادېږي؟

په ياد ولرئ چې: هغه دايره چې د مضلع د راسونو څخه تيرېږي، مضلع ته مرسوم په دايره وايي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددې فعالیت د پایلې څخه په لاندې ډول لکلای شو:

پایله: د اضلاعګانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاویې مرکز دی.

مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د قایمو څنډو اوږدوالی په ترتیب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محیطي دایرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړې.

حل: پوهېږو چې په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې د محیطي دایرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قایم الزاویه مثلث د وتر اوږدوالی پیدا کوو چې د نیمایي ټکي یې د محیطي دایرې مرکز دی.

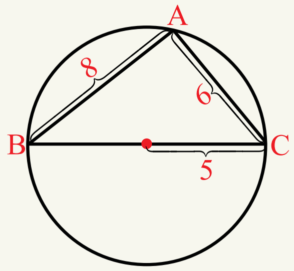
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$

$$\overline{BC} = 10cm$$

$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



- هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېرېږي د مضلع محیطي دایرې په نامه یادېږي او مضلع ته مرسوم په دایره وایي.
- د یو مثلث داضلاعو د منځنی(وسطي) عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي دایرې مرکز دی.

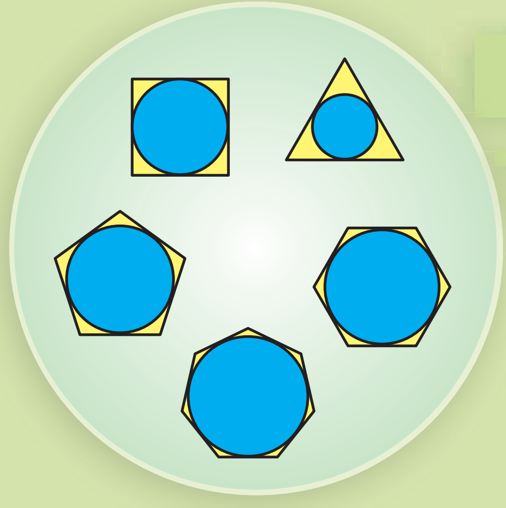
پوښتنې

1- یو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی یې په ترتیب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محیطي دایرې شعاع یا وړانګه حساب کړې.

2 - د قایم الزاویه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقین مثلثونو د محیطي دایرو مرکزونه په کومو ځایونو کې پراته دي په شکل کې یې وښیئ.

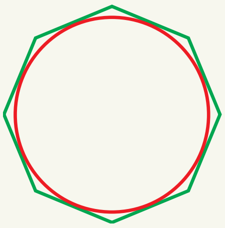
(c) ketabton.com: The Digital Library

محاطي دايره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې يې وينئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړيکې وينئ.

تعريف



هغه دايره چې د محيطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دايرې په نامه ياديږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوې دی.

د مثلث محاطي دايره: هغه دايره چې د يو مثلث په درې ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دايره بلل کيږي.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو کيفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاويو ناصفونه رسم او د پريکړې ټکی په (O) سره وښيئ.
- د (O) له ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالي پرتله کړئ.
- ايا هغه دايره چې د (O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تيريږي؟ ولې؟
- رسم شوې دايره د څه په نامه ياديږي؟

مرسته: د يوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په يوه ټکي کې پريکوي

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توګه څرګنده کړو.

د هر مثلث دننی ناصف الزاویو ترمنځ د پرېکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دي.

د مثلث باندنی محاطي دایره

فعالیت

د مثلث باندنی دایره رسم کړئ.

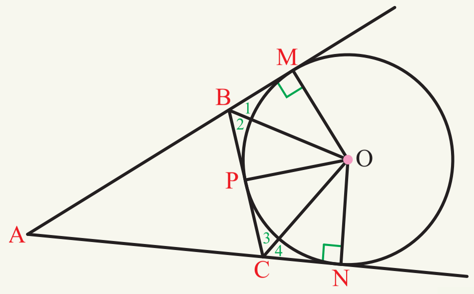
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندنی ناصف الزاویې رسم او د پرېکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندنی محاطي دایرې مرکز کېدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکی څخه د $\overline{OP}$, $\overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع ګانې دي.

فکر او څېړنه وکړئ:
• که چیرې د یوې څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
• هر منظم مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندنی محاطي دایره بلل کېږي.

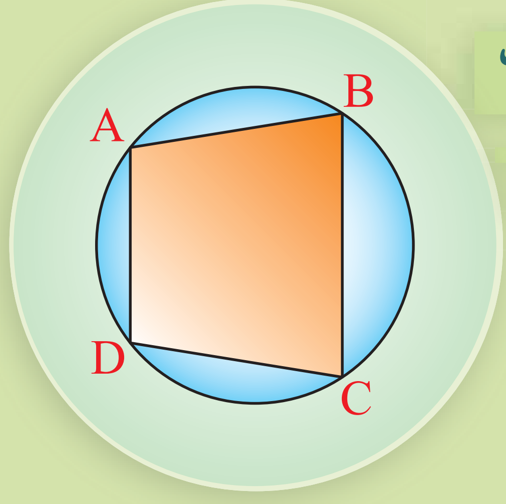


پوښتنې

1- په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړتیاوې(خواص)



په مخامخ شکل کې دایره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړیکه لري.

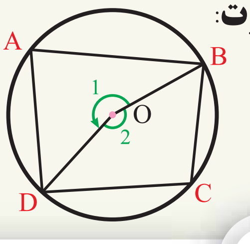
فعالیت

- د $ABCD$ یو کیفي څلور ضلعي مرسوم په دایره رسم کړئ.
- د محیطي دایرې منځ ته راغلي زاویې څه نومیږي؟
- د دایرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلي مرکزي زاویې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محیطي زاویو اړیکې چې د عین قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاویو لپاره ولیکئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه بیانولای شی:

قضیه: په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$

$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$

$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$

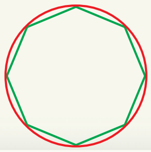
$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$

فعالیت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه یادیږي، د هرې زاویې پراخوالي څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاویې پراخوالی څو درجې دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف



هغه مضلع چې اضلاع او زاويې يې يو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کېږي.

فعالیت

- په خپله خوښه يوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- يو راس يې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننيو زاويو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننی زاويو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعاليت د يو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چيرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننی زاويو مجموعه به يې څو درجې وي؟

که چيرې د يوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننيو زاويو مجموعه په S_n وښيو نو د هر n ضلعي دننيو زاويو مجموعه $S_n = (n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د يو څلور ضلعي او لس ضلعي دننيو زاويو مجموعه پيدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننيو زاويو مجموعه د $S_n = (n-2)180^\circ$ اړيکې له مخې ټاکل کېږي.

$$S_n = (n-2)(180^\circ)$$

$$S_4 = (4-2)(180^\circ) \Rightarrow S_4 = 360^\circ$$

$$S_{10} = (10-2)(180^\circ) \Rightarrow 8 \times 180 \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$$

په ياد ولرئ چې:

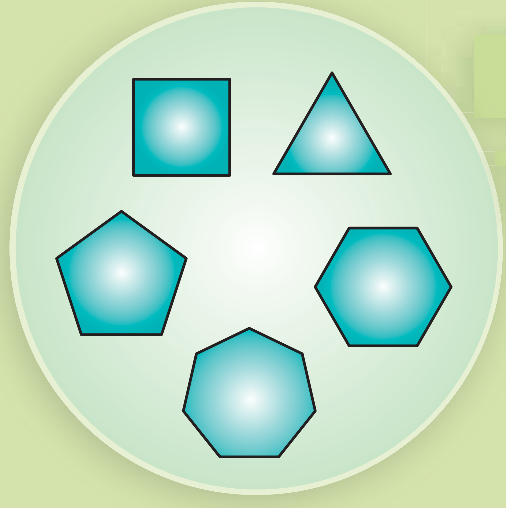
- د قطرونو تعداد د n ضلعي له يو راس څخه د 3-n اړيکې په مرسته لاس ته راځي.
- له يو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د 2-n اړيکې په مرسته لاسته راځي.
- په يوه دايره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالی يې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کېږي.

پوښتنې

1- د يوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاويو پراخوالی څو درجې دي؟
2- د يوې منظمې n ضلعي مضلع د زاويو اندازه څو درجې دي؟
3- په يوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د يوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

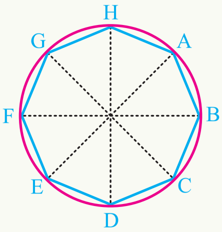
د منظمي مضلع ترسيم



- پاملرنه وکړئ.
- پــه شــکل کې څــه ډول مضلــع ګانې ګورئ.
- ستاســې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوي دي؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاويې رسم کړئ.
- که چيرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاويه وي ايا د $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ اړيکه سمه ده؟
- يو 8 ضلعي مضلع د $C(O,r)$ په دايره کې رسم کړئ.
- د دايرې محيط سره د مرکزي زاويو د ضلعو د پريکړې ټکي ونښلوئ.
- ايا د منځ ته راغلی مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلی مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاويې پراخوالی څو درجې ده؟



د يو منظم n ضلعي مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاويې پراخلوالی مساوي په $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دايره کې يوه منظمه شپږ ضلعي رابنده ده.
- د دايرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره ونښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعي د مخامخ ضلعو د مرکزي زاويو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلي مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتنی فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالی د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دي.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دی، څرنګه کولی شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

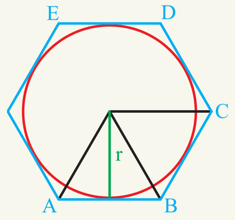
حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکی د B,A او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالی(ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دي. ولې؟
- د پورتنی مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دی؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اړيکی يا رابطې څخه لاسته ته راځي. ولې؟

که چيرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دی له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتېږي:



$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

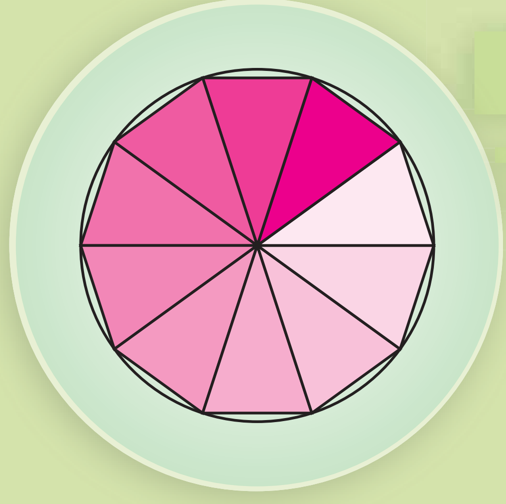
$$P = AB \cdot n \text{ د مضلع محيط } \Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$$

پوښتني

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دايرې محيط او مساحت

په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دايرې او د مثلثونو د يو شمېر ضلعو د مجموع اوږدوالی د دايرې محيط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دايره کې که قطر په (d) او محيط يې د (C) په توروو وښودل شي د دايرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړيکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دايرې محيط}}{\text{د دايرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \;\ldots\ldots\; (I) \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ يا $d = 2r$ که چيرې په(I) اړيکه کې د (d) پر ځای د (2r) قيمت وليکو، د دايرې محيط د لاندې اړيکې څخه لاسته راځي:

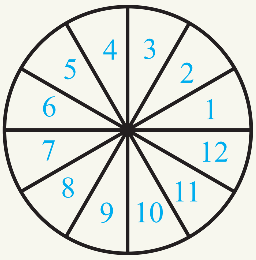
$$C = \pi d$$

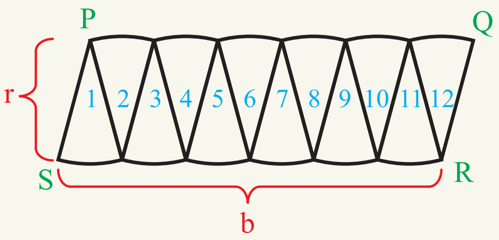
$$C = 2\pi r$$

د دايرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللي رياضي ته اړ يو، نو په دې ډول د دايرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

يوه دايره د هغې د قطرونو په مرسته په(12) مساوي برخو ويشو او هره برخه يې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره وښيو که چيرې د دايرې دغه مثلثي ټوټې غوځ او بيا هغوی څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتيب کړو.

په روښانه ډول ليدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

جګوالی × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

$\frac{1}{2}Cr$ = د متوازي الاضلاع مساحت

له بلې خوا پوهېږو چې($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو لروچې:

$A = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r \cdot r = \pi r^2$ = د متوازي الاضلاع مساحت

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکی او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکی په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) $14cm$ ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټو اخستو سره يعني $A = \pi r^2$ لرو چې:

$$A = \pi r^2$$
$$A = (3.14159)$$
$$A = (3.14159)\cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75\ cm^2$$

دويمه مثال: که چيرې د دايرې قطر $70cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\,cm^2$$

دريمه مثال: که چيرې د دايرې محيط $14\pi cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$$C = 14\pi cm$$
$$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159)\cdot 7\cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\ cm^2$$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1- که چيرې دايرې محيط $41cm$ وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.

2- د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

3- د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکی لنډیز

- هغه اړیکې چې د یو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالی د اړیکو په نامه یادېږي.
- که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

یعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

- که چیرې د یوه ټکي څخه دوه قاطع کرښې پر یوه دایره داسې رسم شي، چې دویم قاطع د دایرې له مرکز څخه تیر شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له یوې ټاکلې اندازې یعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دی.
- د یوه باندنی ټکي څخه پر یوې دایرې دوه مساوي مماسونه رسمیدلای شي.
- که چیرې $d^2 - r^2 > 0$ یا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دایرې په بهر کې پراته دی.
- که چیرې $d^2 = r^2 = 0$ یا $d^2 = r^2$ یا $d = r$ وي، ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.
- که چیرې $d^2 - r^2 < 0$ یا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دایرې په دننه کې پروت دی.

هغه زاویې چې دقاطع کرښو په مرسته د دایرې په دننه کې منځ ته راځي د دایرې دننی زاویې بلل کېږي.

- د یوې دایرې د هرې دننی زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نیمایي سره مساوي دی. $\hat{\alpha} = \dfrac{\overset{\frown}{a}+\overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، یا یو قاطع او یو مماس د پریکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دایرې باندنی زاویه بلل کېږي.

- د یوې دایرې د هرې باندنی زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نیمایي سره مساوي دی، یعنې: $\hat{A} = \dfrac{\overset{\frown}{a}-\overset{\frown}{b}}{2}$

....

- هغه شکل چې د ځو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې يې يوازې په خپلو انجامونو کې سره پرېکړې.
- دوه گاونډۍ ضلعې د يوې مستقيمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاويې يې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مضلع د راُسونو څخه تيره شي، د مضلع محيطي دايره بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دايره بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مثلث پر يوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرني محاطي دايره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دايرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په گډ وتر عمود ده.
- که چيرې يوه څلور ضلعې مرسوم په دايره وي، د هغې د مخامخ زاويو مجموعه 180° دی.
- د دايرې محيط د مخامخ اړيکې په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دايرې مساحت د مخامخ اړيکې په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتني

● په لاندي سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دایره تاو کړئ.

1- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) 1 | b) 2

c) 0 | d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چیرې د P یو ټکی د دایرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر یوې دایرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی. | b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی. | d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3- که دP ټکی د دایرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نظریوې دایرې ته عبارت دی له:

a) $d - r$ | b) $d^2 - R^2$

c) $r - d$ | d) $R^2 - d^2$

4- که چیرې د یوې دایرې شعاع R او د دایرې دننی ټکی او مرکز واټن په d سره وښیو، د نوموړی ټکی طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) $R^2 = d^2$ | b) $d^2 = R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي. | d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- یو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه واټن لري که د دایرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړی ټکی څخه عبارت دی له:

a) 13 cm | b) 10 cm

c) 12 cm | d) 8 cm

6- که چیرې د P له ټکي څخه د یو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دایرې سره $12cm$ او قطر یې 10cm وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm | b) 12 cm

c) 10 cm | d) 5 cm

7- که چیرې د $C(O,r)$ د دایرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکی پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP} = 8cm$ او $\overline{BP} = 2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm | b) 8 cm

c) 2 cm | d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

● په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په وړ کلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکی .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکی طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ وي، د C, B, A او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دي.

7- که د B, A او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، B, A او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....= $\overline{PT}^2$ دی.

● د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) د یوه ټکی طاقت نظر دایرې ته د ټکی او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (   ) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (   ) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (   ) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

6- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

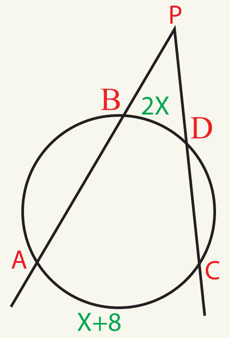
7- (   ) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

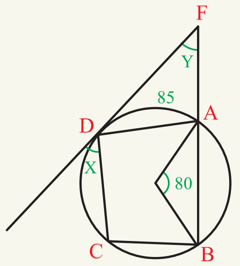
(c) ketabton.com: The Digital Library

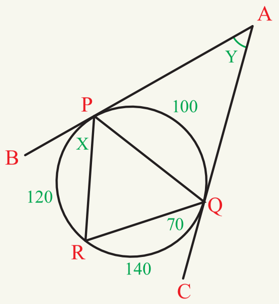
● لاندې پوښتنې په تفصیل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه يې په ترتیب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاويې پراخوالی پيدا کړئ.

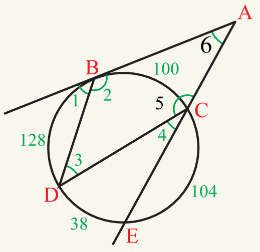


2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاويو پراخوالی په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.



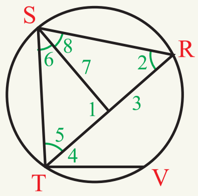


3- په لاندې شکل کې $\overline{AB}$ پر دايره مماس دی که $\overset{\frown}{DB}=128^o$ او $\overset{\frown}{CE}=104^o$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاويو پراخوالی پيدا کړئ.

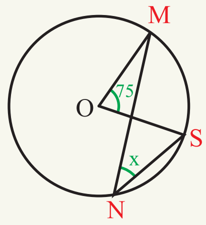


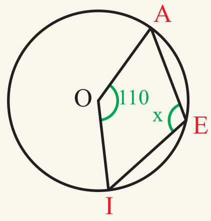
(c) ketabton.com: The Digital Library

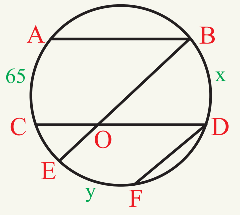
4- د $C(O,r)$ پـه دایـره کـې $\hat{RTS} = 70^\circ$, RS // TV او RT د دایـرې قطـر دی د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.



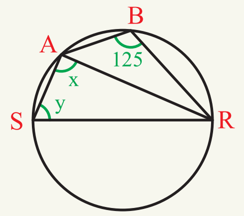
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.

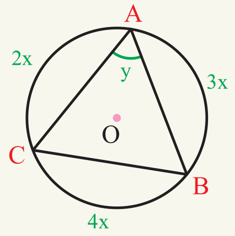


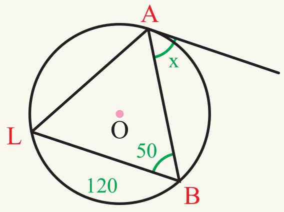




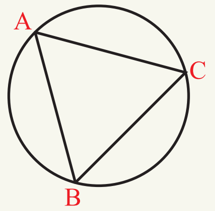
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې پیدا کړئ.



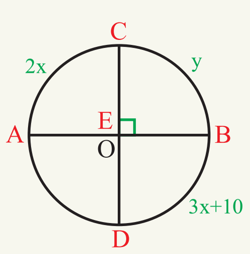


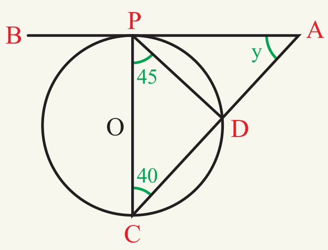


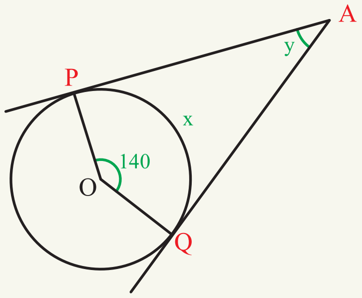
7- د محاطي دایرې د تعریف له مخې وښیئ چې د هر مثلث دننیو زاویو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.







دریم څپـــرکی
تحلیلي هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

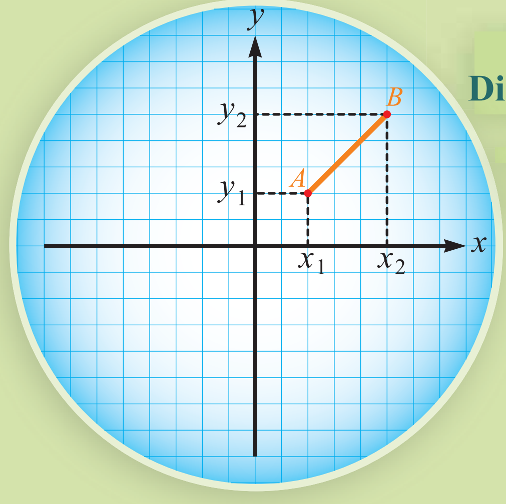
تحليلي هندسه

Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړيکې له تحليلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسي شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نيول کيږي، فرانسوي رياضي پوه ديکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړيکه و څيړله ويې ويل، چې ځيني الجبري معادلې يو ټاکلی هندسي شکل لري. څرنګه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوي نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړيکي تر څيړنې لاندې نيسو، ديکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړيکو د څيړنې لپاره د قايم مختصاتو د محورونو داسې يو سيستم راوپيژند چې تراوسه د دکارت په نامه يادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point



د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې د AB یوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسې په اند څرنګه کولای شوچې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

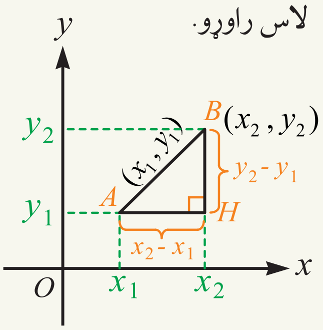
فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راوړو.

په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث یوقایم الزاویه مثلث دی. ولې؟

د فیثاغورث د قضیې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راوړو.



$$\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{BH}^2 \quad \text{.......د فیثاغورث د قضیې}$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AH} = x_2 - x_1 \\ \overline{BH} = y_2 - y_1\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AB}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پيدا کړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې ليکلای شوچې:

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(4-7)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$$

$$\overline{AB}=5\ unit$$

دويم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدا څخه حساب کړئ.

حل:پوهيږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دي نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل $\overline{0A}=\sqrt{x^2+y^2}$ څخه په لاس راځي:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}\Rightarrow\overline{OA}=5$$

د $A(x_2,y_2)$ او $B(x_2,y_2)$ واټن عبارت له: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

د $P(x,y)$ يو اختياري ټکی واټن د قايمو کمياتو له مبدا آ څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پيداکړئ.

2- کـه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د يوه مثلث دراسونو مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قيمت داسې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B\ (5K,6)$ ټوټه کرښې اوږدوالی پنځه برابره شي.

4- د $P(1,\sqrt{3})$ او $Q(-1,1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پيداکړئ.

5- کـه $A(-1,4), B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د يـوه مثلث د راسـونومختصات وي د مثلث محيط حساب کړئ.

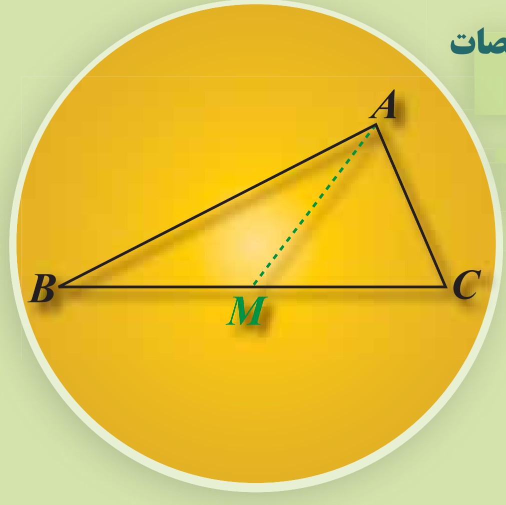
6- د هغه مثلث مساحت پيداکړئ، چې راسونه يې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوپراته وي.

7- کـه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د يـوه مثلـث د څوکو(راسونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه قطعه خط دمنځنۍ ټکي مختصات



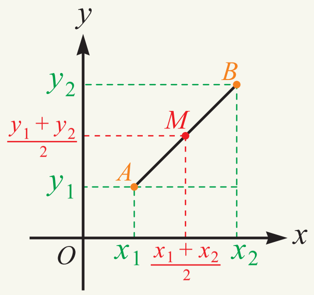
د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلث میانه ده، د میانې څانګړتیا بیان کړئ.

فعالیت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د C ټکی د $\overline{DE}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي، د هغې مختصات ولیکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړیکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د R ټکی د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو چه په بشپړ ډول داسې بیان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محورو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی دی داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$

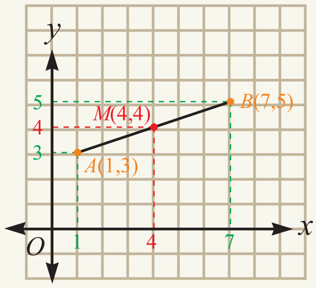
که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښه منځنی ټکی دی داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$



په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعیه کمیاتو په سیستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنی ټکی وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنۍ ټکي مختصات په لاس راوړئ.

حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنۍ ټکی د مختصاتوڅخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:



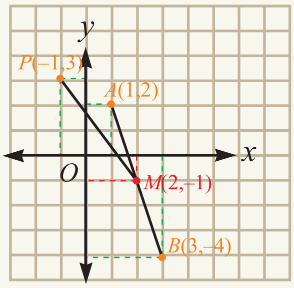
$$M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$M(\frac{1+7}{2}, \frac{3+5}{2})$$

$$M(4,4)$$

دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکی واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنی ټکي څخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنی ټکي د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنی ټکي مختصات په لاس راوړو، نولیکلای شوچې:



$$M_{\overline{AB}} = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$= (\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}) = (2,-1) \Rightarrow M_{\overline{AB}} = (2,-1)$$

$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$

$$\overline{PM} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$

$$\overline{PM} = 5 \text{ unit}$$

پوښتني

1- د یوه مثلث دری راسونه $A(5,-2)$، $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میاني اوږدوالی پیداکړئ.

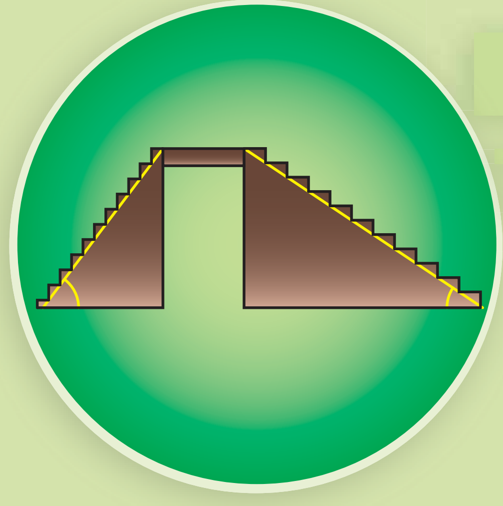
۲- که چیرې $A(2,4)$، $B(5,9)$، $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الضلاع راسونه وي د متوازي الضلاع د قطرونو د پرېکړې د ټکو مختصات پیداکړئ.

۳- که چیرې $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میاني یا مینځنۍ کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

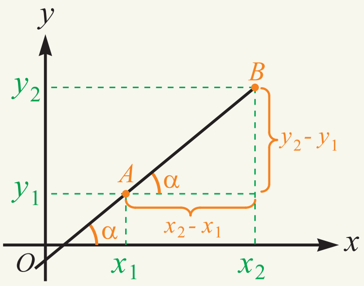
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې میل



شکل ته وګورئ په کومه زینه په اسانۍ سره ختلی شئ ولې؟ دلیل یې بیان کړئ.



کـه $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مسـتقیمې کرښـې دوه اختیاري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مسـتقیمې کرښـې میـل وایي او په لانـدې ډول یې لیکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: پوهیږوچې د مستقیمې کرښې میل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دویم مثال: هغه مستقیم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تیریږی د k قیمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقیمې کرښې میل ۳ وي.

حل: د k قیمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \quad \Rightarrow k = 11$$

دريم مثال: د هغه مستقيمې کرښې ميل پيداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضيعه کمياتو له مبدأ څخه تيرشي.

حل: څرنگه چې مستقيه کرښه د وضيعه کمياتو له مبدا څخه تيريږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دي، نوميل يې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعاليت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضيعه کمياتو په سيستم کې وښيئ.
- هغه مستقيم چې د A او B ټکوڅخه تيريږي رسم کړئ او په Δ_1 سره يې وښيئ.
- د Δ_1 مستقيم ميل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقيم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاويه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضيعه کمياتوکې په بل رنگ وټاکئ.
- هغه مستقيم چې د M او N ټکوڅخه تيريږي هغه ته Δ_2 ووايئ.
- د Δ_2 مستقيم ميل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقيم د x محور د مثبت جهت سره څه ډول زاويه جوړوي؟
- د تشکيل شويو زاويو او کرښوترمنځ څه ډول اړيکه شته.

د پورتنی فعاليت څخه لاندې پايلې په لاس راځي.

د هرې مستقيمې کرښې ميل په هغه زاويه پورې اړه لري، چې مستقيمه کرښه يې د x له محور سره جوړوي.

که يوه مستقيمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره حاده زاويه جوړه کړي، ميل يې يومثبت عدد دی.

که يوه مستقيمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره منفرجه زاويه جوړه کړي ميل يې يو منفي عدد دی.

پوښتنې

١- د هغه مستقيمې کرښې ميل په لاس راوړی چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تيرشي.

٢- هغه مستقيم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تيريږي، د a عددي قيمت داسې و ټاکئ چې د مستقيم ميل $\sqrt{3}$ وي.

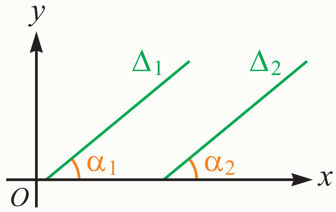
٣- که چيرې $B(3,-1), A(5,-2)$ او $C(1,5)$ ټکي د يوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د ميانې ميل پيداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د موازي کرښو ميل

په ورکړل شوي شکل کې زينه په پام کې ونيسئ د هغې د بازوگانو تر منځ څه ډول اړيکه شتون لري.

فعاليت



- د راکړل شويو وضيعه کمياتو په سيستم کې د Δ_1 او Δ_2 موازی کرښې يو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاويې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښو ميلونه حساب او يو بل سره يې پرتله کړئ، کرښې يوبل سره څه اړيکې لري؟
- که چيرې د Δ_1 مستقيم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاويه د Δ_2 مستقيم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاويه جوړه کړي نو α_1 او α_2 يو له بل سره څه اړيکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعاليت پايله په لاندې ډول بيانوو:
موازي کرښې د مساوي ميلونو لرونکي دي.
که چيرې دوه مستقيمه کرښې مساوي ميلونه ولري په پايله کې هغه زاويې چې د x محور له مثبت جهت سره يې جوړوي يو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چيرې د Δ_1 مستقيم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقيم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تيرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې يوه له بلې سره څه اړيکه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{aligned} m_{\overline{AB}} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} &= \frac{-11-(5)}{-6-2} = \frac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} &= \frac{8+6}{3+4} = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنگه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

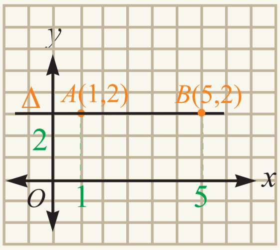
فعالیت

- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه اختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $B(x_2,a), A(x_1,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعنې: $m = \frac{a-a}{x_2 - x_1} = 0$



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې د M او N ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مســتقیمه کرښــه د x له محور سره څه ډول زاویه جوړ وي د Δ مستقیم میل په اړه څه ویلای شئ؟

د پورتني فعالیت څخه دې پایلې ته رسیږو هغه مستقیمه کرښه چې د x له محورسره قایمه زاویه جوړه کړي نشو کولای د هغې میل حساب کړو، په دې حالت کې ویل کیږي چې د Δ مستقیم خط معین یا ټاکلی میل نه لري.

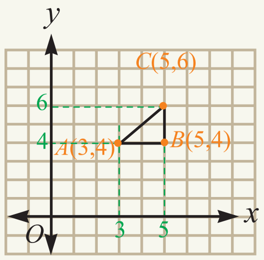
مثال: که چیرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ.

حل: څرنګه چې د AB مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو میل یې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}} = \frac{4-4}{5-3} = \frac{0}{2} = 0$$

په همدې ډول د BC مستقیمه کرښه د y له محور سره موازي نومیل یې نامعین(نه دی تعریف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}} = \frac{6-4}{5-5} = \frac{2}{0} = \infty$$



$$\overline{AB}^2 = (5-3)^2 + (4-4)^2 = 4$$
$$\overline{BC}^2 = (5-5)^2 + (6-4)^2 = 4$$
$$\overline{AC}^2 = (5-3)^2 + (6-4)^2 = 8$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

په پایله کې

څرنګه چې د فیثاغورث قضیه پکې تطبیق کیږي نو د $\overline{AB}$ مستقیمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقیمي کرښي عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قایمه الزاویه دی.

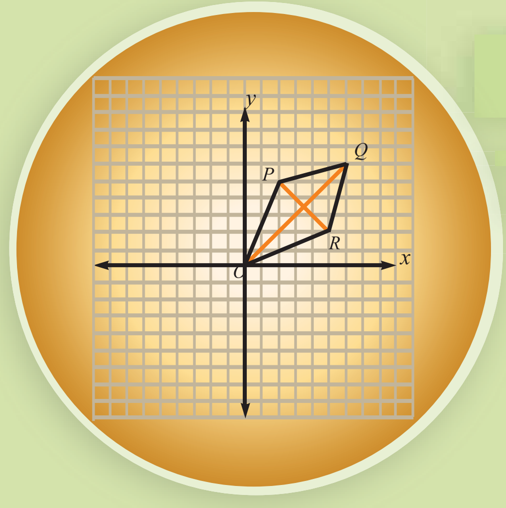
هغه مستقیمه کرښه چې د x محور سره موازي او یا د y په محور عمود وي میل یې صفردی.
هغه مستقیمه کرښه چې د x په محور عمود یا د y له محور سره موازي وي میل یې نه دی تعریف شوی.(معین عدد نه دی)

پوښتني

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د یوې څلورضلعي راسونه وي:
الف: د څلورضلعي مخامخ ضلعې یوه له بلې سره څه اړیکې لري.
ب: د قطرونو میلونه پیدا کړئ.
۲- $A(3,4), B(-3,4), C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکی په پام کی ونیسئ.
الف: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تیریږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکوڅخه تیریږي څه اړیکې لري؟
ب: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو اوهغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکه لري؟
ج: د $ABCD$ څلورضلعي څه ډول څلور ضلعي ده؟
د: د قطرونو میل یې پیدا کړئ.

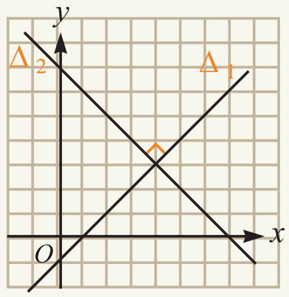
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو پر بل عمود مستقیمو کرښو میل



$OPQR$ خلورضلعي یولوزي دی. کولای شئ د لوزی خانګړتیا د هغې د راسونو د مختصاتو په مرسته بیان کړئ.

تعریف



د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقیمي کربنی چې میلونه یې m_1 او m_2 دي هغه وخت یو پربل عمود دي چې لاندي رابطه د هغوی ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$

لومړی مثال: هغه مستقیمه کربنه چې د $A(7,5)$ او $B(1,1)$ او هغه چې د $C(0,5)$ او $D(2,2)$ ټکو څخه تیریږي له یوبل سره څه اړیکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پایله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقیمي کربني یو پربل عمود دي.

فعالیت

- د $C(4,4), B(1,3), 0(0,0)$ او $D(3,1)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کی وښیئ.
- د $OBCD$ شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پیدا کړئ.

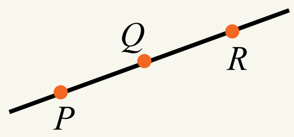
(c) ketabton.com: The Digital Library

- د $\overline{OBCD}$ څلورضلعي څه ډول څلورضلعي ده؟
- وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه يو پر بل عمود دي.

پوهيږو چې په يوه مستوي کې د دوو ټکوڅخه يوازې يو مستقيم تيريږي په کوم حالت کې له دريو ټکو څخه يومستقيم خط تيريدلای شي؟

تعريف

د Q, P او R ټکي هغه وخت پر يوه مستقيم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ ميل د $\overline{QR}$ له ميل سره مساوي وي.



دويم مثال: د $A(0,-1)$, $B(2,3)$ او $C(-1,-3)$ دري ټکي په پام کې ونيسئ، وښيئ چې دا دري واړه ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

حل: د AB ميل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

د AC ميل عبارت ده له:

$$m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

څرنګه چې د $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو ميلونه سره مساوی دي نو په پايله کې د B, A او C ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

- که چيرې د دوو کرښو د ميلونو د ضرب حاصل (1−) وي نو کرښې يوپربل عمودي دي.
- دري ټکي هغه وخت په يوه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو ميلونه سره مساوي وي.

پوښتني

1- که د $A(6,1)$ ، $B(8,3)$ او $C(6,5)$ ټکي د يوه مثلث څوکې يا راسونه وي وښيئ چې نوموړی مثلث قايم الزاويه دی.

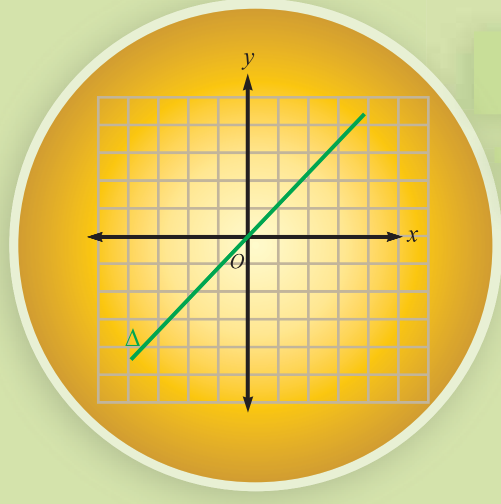
۲- هغه ټوټه کرښه چې د $(7,5)$ او $(1,1)$ ټکو څخه تيريږي له هغه ټوټه کرښې سره چې د $(0,5)$ او $(2,2)$ ټکوڅخه تيريږي ،اړيکې يې يو له بل سره وڅيړئ؟

۳- يوه کرښه چې د $(2,4)$ او $(7,5)$ ټکو اوبله د $(1,-4)$ او $(-3,-5)$ ټکوڅخه تېريږي د دواړو کرښوحالت يو له بل سره بيان کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمي کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقیمې کرښې پرمخ څو ټکي وټاکئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شویو ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ څه اړیکه وینئ.

فعالیت

- د $A(1,-1)$، $B(-2,2)$، $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنی فعالیت پایله په عمومي ډول داسې بیانوو:

د $y = x$ او $y = -x$ رابطې چې د یوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ اړیکه راښیي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

پوهیږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په یوه مستوي کې پرتې وي یوازې او یوازې یوه مستقیمه کرښه تیریږي. اوس غواړو چې د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړو چې له دوو اختیاري ټکو څخه تیریږي.

فعالیت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکوڅخه تیر شي.

ددې لپاره چې د $M(x, y)$ اختیاري ټکي د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي ده؟ د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ توټه کرښو میلونو له مساویتوب څخه کومه اړیکه لاسته راځي.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په عمومي ډول داسې بیان کړو.

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ له دوو ټکو څخه تیره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکوڅخه تیره شي.

حل: د هغې مستقیمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي یې معلوم وي لیکلای شوچې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3}=\frac{-1-4}{2-3}\Rightarrow\frac{y-4}{x-3}=\frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4=5(x-3)$$

$$y=5x-15+4=5x-11$$

دویم مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتیب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سیستم کې ددې ټکی د پریکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پریکړې د ټکو د مختصات د وضعیه کمیاتو په سیستم کې $(0,4)$ دی، اوس دیوه مستقیم د دوو ټکو پیژندلو په مرسته کولای شو د مستقیمې کرښې معادله داسې ولیکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-0}{x-(-3)}=\frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3}=\frac{4}{3}\Rightarrow 3y=4(x+3)$$

$$3y-4x=12$$

پوښتنې

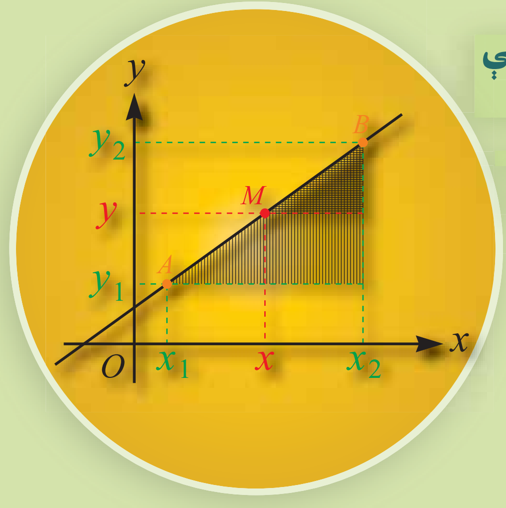
1- د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تیره شي.

۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ میانې معادله ولیکئ چې راسونه یې $A(1,3), B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقيمي كرښې معادله چې ميل او يو ټکی يې معلوم وي



په مخامخ شکل کې د $\overline{AB}$ ميل د $\overline{MA}$ له ميل سره څه اړيکه لري؟
بله هره ټوټه کرښه چې ددې ټوټه کرښې پرمخ وټاکو د $\overline{AB}$ له ميل سره برابر ميل لري، ولې؟

پوهيږو چې د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي ښکاره کوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

يا

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

څرنګه چې $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقيمې کرښې ميل راښيي نو پورتنی معادله لاندې شکل غوره کوي. $y-y_1=m(x-x_1)$

وروستنی معادله د هغې کرښې معادله ده چې ميل ئی (m) او د $A(x_1, y_1)$ له نقطه څخه تيريږي.

لومړی مثال: د هغې مستقيمې کرښې معادله وليکئ چې د $(2,3)$ ټکی څخه تير شي او ميل يې $\frac{1}{2}$ وي.

حل: څرنګه چې د مستقيمې کرښې ميل او يو ټکی راکړل شوي ده نو د $y-b=m(x-a)$ معادلې څخه ليکلای شو:

$$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3)=(x-2)$$

$$2y-6=x-2$$

$$2y-x=4 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+2$$

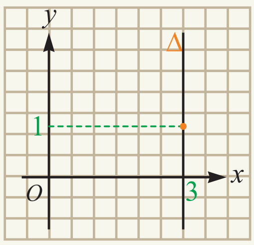
(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي ولیکئ.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده نومیل یې صفر دی. په پایله کې یې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د y له محور سره موازي وي.



حل: څرنګه چې مستقیم د y له محور سره موازي ده نومیل یې نه دی تعریف شوی (معین میل نه لري) څکه پوهیږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکي واټن یافاصله د $(3,1)$ ټکي سره مساوي ده چې معادله یې په دې ډول $x=3$ ده.

په عمومي ډول هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیریږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ ټوټه کرښه د عمودي ناصف معادله پیدا کړئ چې د $A(2,-4)$ او $B(-2,4)$ ټکوڅخه تیره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پیدا کولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې میل په لاس راوړو او بیا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځني ټکي مختصات په لاس راوړو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad \Rightarrow \quad m_{\Delta}=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2})=(\frac{0}{2},\frac{0}{2})=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad \Rightarrow \quad y-0=\frac{1}{2}(x-0) \Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

پوښتنې

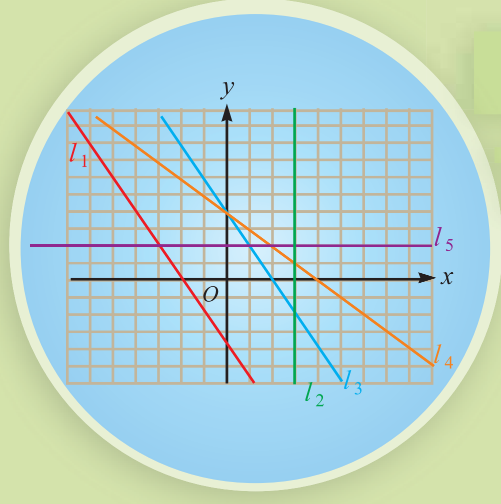
1- د هغه مستیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې میل یې 4 او y محور د 3 په ټکي کې پرې کړي.

۲- د هغه مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د $P(5,-4)$ ټکي څخه تیره او میل یې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادله کې د مستقیم میل او د y له محور سره یې د غوڅوونې ټکی پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمي کرښې عمومي معادله



د l_1 ، l_2 ، l_3 ، l_4 څلورکرښې نسبت یو بل ته کوم وضعیتونه لري؟

د یوې کرښې الجبري معادله د هغه ټکي د مختصاتو اړیکه چې په مستقیمه کرښه پروت دی راښیي په عمومي ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول بیانوو:
په معیاري یا سټنډرډ ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y=\frac{-a}{b}x-\frac{c}{b}$ یا $ax+by+c=0$ ، b,a او c حقیقي عددونه او $b\neq 0$ دی.

په پورتنۍ معادله کې $\frac{-a}{b}$ د کرښې میل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی یا تقاطع بلل کېږي.

نو ویلای شوچې د هرې کرښې معادله په یوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y=mx+h$ چې m د مستقیمې کرښې میل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی یا ترتیب دی په عمومي ډول هره خطي اړیکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان یو وي د مستقیمې کرښې معادله بلل کېږي.

فعالیت

- د $2x+3y-6=0$ او $y-x=2$ دوې مستقیمې کرښې د وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هريوه مستقیم میل پیدا کړئ.
- دا دوې کرښې یوله بل سره څه وضعیتونه لري.

له پورتني فعالیت څخه پایله په لاندې ډول بیانوو:
که د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نوکرښو یوه بله پرې کړې دي.

په عمومي ډول که د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوې کرښې یوه بله پرې کړي. وي نو میلونه یې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پایله په لاس راځي.

$$\frac{a_1}{b_1}\neq\frac{a_2}{b_2} \quad \text{یا} \quad \frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $-3x+y-5=0$ او $6x-2y+1=0$ مستقیمې کرښې د قایمو وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقیمې کرښې نسبت یو بل ته څه وضعیت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوه مستقیمې کرښې هغه وخت موازي دي چې میلونه یې سره مساوي وي له دې ځایه دا پایله په لاس راځي چې د هغوی د متحولینو د ضریبونوترمنځ لاندې اړیکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولینو د ضریبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ اړیکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې یو پر بل پرتې(منطبق) دي یاسره یو دي.

لومړی مثال: د $3x+4y=5$ او $4x-3y=-1$ د مستقیمونو اړیکې نظر یو بل ته بیان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضریبونو نه په ګټه اخیستنه لروچې:

$a_1=3$ $\quad b_1=4$ $\quad c_1=-5$

$a_2=4$ $\quad b_2=-3$ $\quad c_2=1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\neq\frac{3}{4}$ نو $\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{a_1}{a_2}$ دی په دې صورت کې کرښې یوبل غوځوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\times\frac{3}{4}=-1$ نو $\frac{b_1}{b_2}\times\frac{a_1}{a_2}=-1$ دي نو د کرښو د پریکړې په ټکي کې یوپربل عمود دي.

دویم مثال: په لاندې معادلوکی د k عددي قیمت داسې وټاکئ چې مستقیمونه یوبل سره عمودې وي $2x-6y+3=0$ او $kx+3y-1=0$

حل: د عمودیت شرط څېرو:

$$kx+3y-1=0\ ,2x-6y+3=0$$
$$a_1.a_2+b_1.b_2=0$$
$$2\cdot k+(-6)3=0\Rightarrow k=9$$

پوښتنې

۱- د $4x+3y-1=0$ او $8x+6y+5=0$ کرښوحالت یوبل ته بیان کړئ.

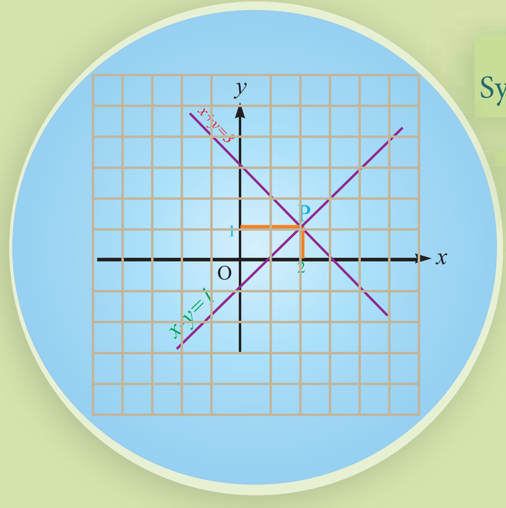
۲- د $8x-4y+10=0$ او $4x-2y+5=0$ کرښو حالت یو بل ته بیان کړئ.

۳- د $(k+1)x+ky=0$ او $2x-3y+5=0$ معادلوکې د k قیمت داسې وټاکئ چې کرښې یوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکی مختصات د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y = 4x - 2$ او $y = 3x + 5$ کرښو میلونه پیدا کړئ.
- دا کرښې نظر یوبل ته څه اړیکی لري؟ ولې؟
- پورتنی دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کیږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کیږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پریکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پریکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښیو نو: $y = -3x + 5$ او $y = 4x - 2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x - 2 = -3x + 5$$
$$7x = 7$$
$$x = 1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y = 4x - 2 \Rightarrow y = 4(1) - 2 \Rightarrow y = 2$$

نو د پریکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ.
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادېږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کېږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پرېکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کیدای شي؟

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \quad \dots\dots\dots\dots \quad I \end{cases}$$

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1}x + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2}x + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پرېکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښو میلونه او د y محور سره د پرېکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیدل کېږي چې د پورتنیو کرښو د معادلو میلونه 1- او 2- دي څرنگه چې د دوو خطونو میلونه مساوي نه دي نو کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي، چې د پرېکړې د ټکي د مختصاتو د پیدا کولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$
$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په یوه معادله کې د x پر ځای د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$
$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

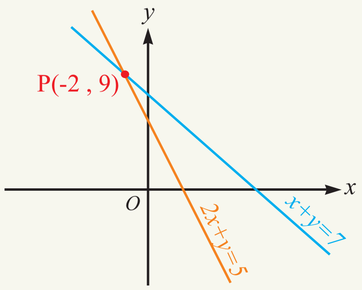
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سیستم حل او د پرېکړې ځای دی، چې په شکل کې لیدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دویم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول لیکو:

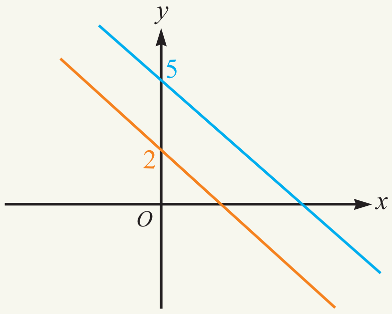
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\dfrac{6}{3}x+\dfrac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



څرنگه چې د دواړو کرښو میل 2- دی په پایله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او یو بل نه پرې کوي یعنې د موازي کرښو د معادلو سیستم حل نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

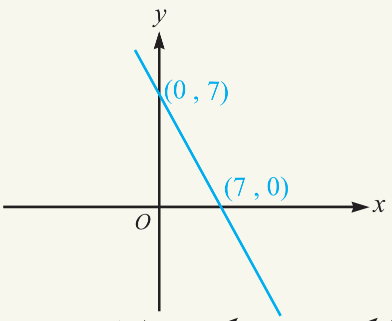
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\dfrac{-4}{4}x+\dfrac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېر ګډ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

پوښتنې

د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

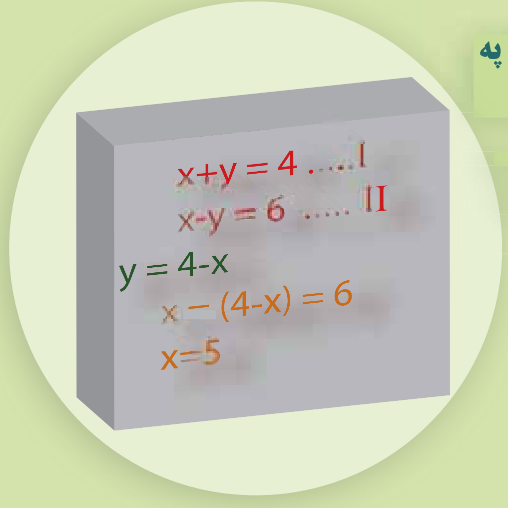
1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طريقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ
د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند
څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنی عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad ....I$$
$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad ....II$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړۍ معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې چې A دی په عوض وضع کوواو معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$
$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: لاندي د دوه مجهوله معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases}2x+3y=0\\3x+2y=10\end{cases}$$

حل: لومړی د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او په بله معادله کې يې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \quad \Rightarrow 2x=-3y \quad \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$\left.\begin{array}{l}3x+2y=10\\3(-\frac{3}{2}y)+2y=10\\-\frac{9}{2}y+2y=10\\\frac{-9+4}{2}y=10\\-5y=20 \quad \Rightarrow y=-4\end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l}x=-\frac{3}{2}y\\x=-\frac{3}{2}(-4)\\x=-3(-2)\\x=6\end{array}$$

د دوه مجهوله لومړۍ درجو معادلو د سیستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

- د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلي یو مجهوله لومړۍ درجه معادله حلوو او د مجهول قیمت په لاس راوړو.
- دا په لاس راغلي مجهول قیمت د سیستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قیمت په لاس راوړو.
- په لاس راغلي قیمتونه د سیستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې يې حقیقت ولري د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتني

د لاندې سیستمونو حل د تعویضي په طریقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases}y=2x\\x+y=6\end{cases}$ 2) $\begin{cases}7x-2y=15\\6x-y=10\end{cases}$ 3) $\begin{cases}a+2b=2\\2a-3b=25\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4\\\frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3}\end{cases}$ 5) $\begin{cases}\frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7\end{cases}$ 6) $\begin{cases}\frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6\\\frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره(طریقه)

$$x + y = ?$$

$$\frac{1}{3}x + y = ?$$

$$x = ?$$

$$y = ?$$

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلې پیسې ما ته راکړې زه د 15 افغانیو خښتن کېږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو خښتنه کېږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې څېړو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 7x+5y=41 \text{ .... I} \\ 5x-2y=7 \text{ .... II} \end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړی معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړی معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases} 7x+5y=205 & \Rightarrow \quad 35x+25y=205 \\ 5x-2y=7 & \Rightarrow \quad 35x-14y=49 \end{cases}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 35x+25y = 205 \\ 35x - 2y = 49 \\ - \quad + \quad - \\ \hline 39y=156 \end{array} \quad \Rightarrow y=\frac{156}{39} \Rightarrow y=4$$

د y په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو تر څو د بل مجهول قیمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.
$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړی یو مجهول له منځه وړو لکه y نو لومړی معادله په 3- کې او دویمه معادله په 3- کې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع کوو:

$$\begin{aligned}3x+2y&=4 &\Rightarrow -9x-6y&=-12\\2x-3y&=-1 &\Rightarrow \underline{\ -4x\mp 6y=\mp 2\ }\\ & & -13x+0&=-10\\ & & x&=\frac{10}{13}\end{aligned}$$

$$3\left(\frac{10}{13}\right)+2y=4 \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4$$
$$2y=4-\frac{30}{13} \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13}$$
$$2y=\frac{22}{13} \Rightarrow y=\frac{11}{13}$$

د دوه مجهوله معادلو د سیستم حل د افنا په طریقه کې په لاندې ډول عمل کوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا کړو د هغې ضریبونه په پام کې نیسو. لومړی معادله د دویمې معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې او دویمه معادله د لومړی معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې ضربوو.
- په لاس راغلی معادلې یوه له بلې څخه تفریق یا جمع کوو چې د یوه مجهول قیمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو چې د بل مجهول قیمت په لاس راځي.

پوښتنې

د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$

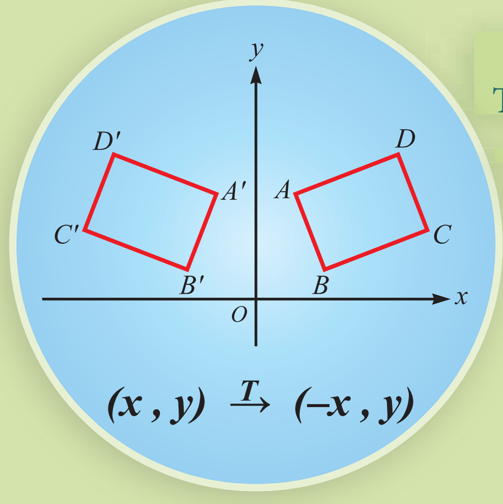
4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$ 5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$ 6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون(تغیرمکان)

Transformation



په مخامخ شکل کې څه توپیرونه اوخه یووالی وینۍ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالی وینۍ

- د $A(1,2)$، $B(-2,3)$ او $C(2,-4)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزيات کړئ.
- په لاس راغلي ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتني فعالیت کې وليدل شول چې هراختياري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکي ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلي ټکي د راکړل شوی ټکي خیرې یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړئ په مستوي کې د ځای یا ټکي بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د $E(4,1)$، $D(1,2)$ او $C(2,4)$ ټکو خیرې یا تصویر د لاندې بدلوني په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \ (x, y) \xrightarrow{T_1} (-x, y)$ $\qquad$ $b: \ (x, y) \xrightarrow{T_2} (x, -y)$

$c: \ (x, y) \xrightarrow{T_3} (y, x)$ $\qquad$ $d: \ (x, y) \xrightarrow{T_4} (x+2, y+3)$

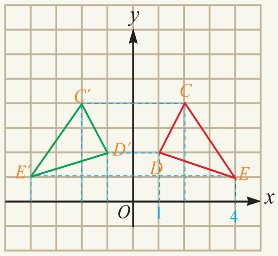
حل: لومړی راکړل شوی ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

a: د $(x, y) \xrightarrow{T_1} (-x, y)$ تربدلوني لاندې لرو چې:

$T(4,1) = (-4,1)$

$T(1,2) = (-1,2)$

$T(2,4) = (-2,4)$

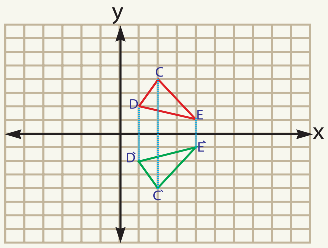


b: د $(x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$ تربدلون لاندي لرو چي:

$R(4,1)=(4,-1)$

$R(1,2)=(1,-2)$

$R(2,4)=(2,-4)$



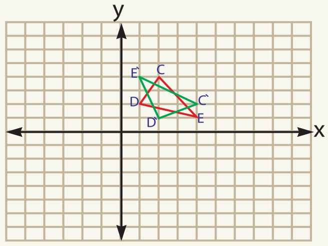
c د $(x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ تربدلون لاندي لرو چي:

$(1,4)$

$M(4,1)=(1,4)$

$M(1,2)=(2,1)$

$M(2,4)=(4,2)$

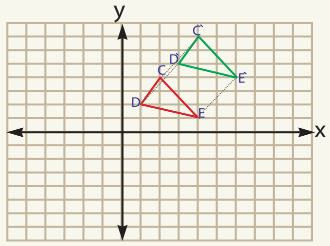


d: د $(x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$ تربدلون لاندي لرو چي:

$S(4,1)=(6,4)$

$S(1,2)=(3,5)$

$S(2,4)=(4,7)$



په پورتنیو مثالونکي ښودلای شوچي د ورکړل شویو بدلونونو د ټکو فاصله تو پیرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c)=c'$ او $T(E)=E'$ وي نو $EC=E'C'$ ده.

هغه بدلونونه چي د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتی، ایزومتری (*Isometry*), بلل کیږي.
که یوشکل دایزومتری په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل ښیرې یا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتني

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونو په اساس د وضیعه

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندي بدلونونو په اساس د وضیعه کمیاتو په سیستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x,y)\xrightarrow{T}(x-1,y+2)$

b: $(x,y)\xrightarrow{D}(2x,y)$

c: $(x,y)\xrightarrow{K}(x+5,0)$

d: $(x,y)\xrightarrow{R}(0,y-2)$

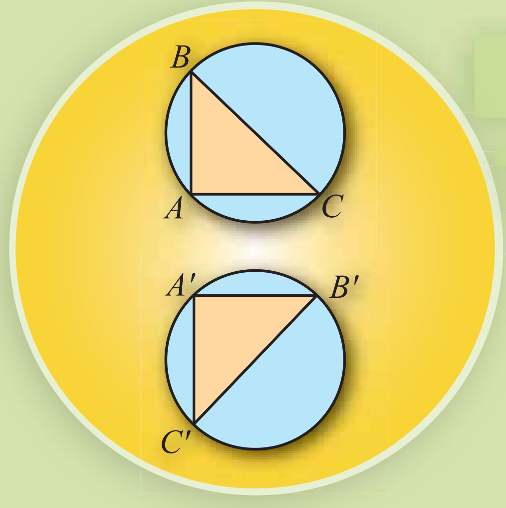
e: $(x,y)\xrightarrow{P}(3x-1\,,\,y+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتقال

Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې يې له لومړي حالته دوم حالت $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ غوره کړی دی، تاسوکولای شئ چې دډې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

فعاليت

- د وضيعه کمياتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات يې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحد په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبوحاصل شوو ټکوته A', B' او C' ووايئ.
- د A', B' او C' ټکي يو له بل سره وتړئ او د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالي اوظاهري شکل له مخې پرتله کړئ.

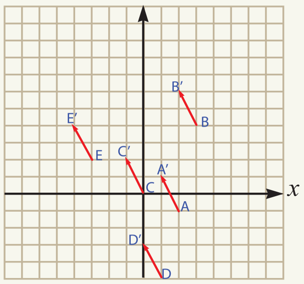
که چیرې د یوه شکل ياخيرې ټول ټکي په يوه ټاکلې جهت(لوری) او يو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړي شکل سره انطباق منونکی دي، دې حرکت ته انتقال وايي او هغه په دې ډول ښودل کيږي: $T(x,y)=(x+h,y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقيقي عددونه دي.

لومړی مثال: د $A(2,-1), B(3,4), C(0,0), D(1,-5)$ او $E(-3,2)$ ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښيئ.

حل: لومړی راکړل شوي ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وښيئ اوبيا هغه ټکي چې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ اړيکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A(2,-1), T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$
$B(3\ ,\ 4), T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$
$C(0\ ,\ 0), T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$
$D(1\ ,-5), T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,-3)$
$E(-3\ ,2), T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,4)$



په پورتنی مثال کې د ټکو د ترلوخخه د شکل څیره لاسته راځي لیدل کیږي چې د $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ یو له بل سره موازي او مساوي دي.

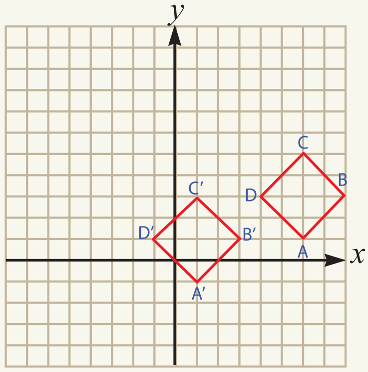
دویم مثال: که چیرې $A(6,1), B(8,3), C(6,5)$ او $D(4,3)$ د یوې مربع راسونه وي هغه د وضعیه کمیاتو په سیستم کې ترسیم کړئ. $T(x,y)=(x-5, y-2)$ اړیکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعګانو اوږدوالی او تصویر نظر یو بل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعګانو میل او څیره یې نظر یو بل ته پرتله کړئ.

حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $\boxed{A'B'C'D'}$ څلور ضلعي ده.

$A(6,1), T_A=(6-5\ ,1-2) \Rightarrow A'=(1,-1)$
$B(8,3), T_B=(8-5\ ,3-2) \Rightarrow B'=(3,1)$
$C(6,5), T_C=(6-5, 5-2) \Rightarrow C'=(1,3)$
$D(4,3), T_D=(4-5, 3-2) \Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاګردانو کورنی دنده ده.

انتقال یو ایزومتري رابطه ده.

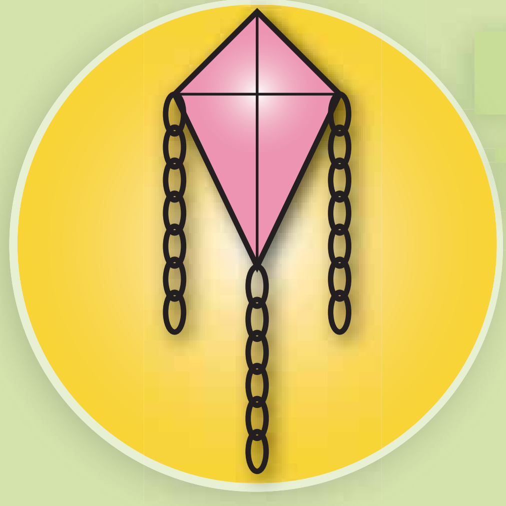
پوښتنې

۱- که د $M(1,-1)$، $N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ یوه څلور ضلعي وي څلور ضلعي او د هغې تصویر تر دې رابطې $T(x,y)=(x+9,-y)$ لاندې رسم کړئ.

۲- که $L(7,0), I(5,0)$ او $O(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصویر یا څیره د $F(x,y)=(-y+3, x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

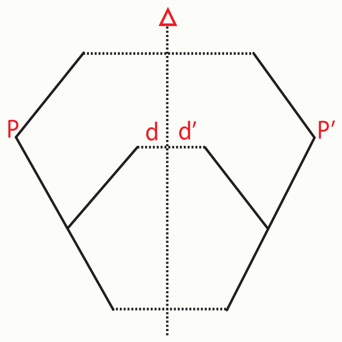
(c) ketabton.com: The Digital Library

انعکاس
Reflection



د پتنګ(کاغذ پران) خیري ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنګ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظر دی.

فعالیت



- د یوي صفحي په نمایي کي یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولي کرښي په داسي رنګ رسم کړئ، چي په کاغذ کي ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسي قات کړئ چي د قات شوي لیکي یوي خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چي کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.

تعریف

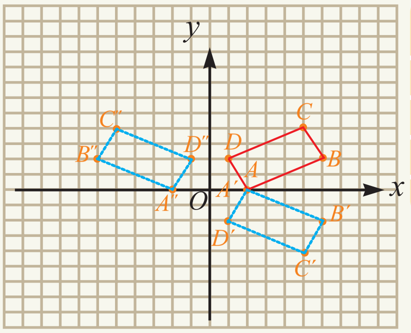
که چیري د P شکل یا خیري هر ټکی د p' شکل یاخیري په هر ټکی داسي بدل شی چي د P شکل یاخیري د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکی فاصله سره مساوي وي، دي تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایي او Δ محور ته د انعکاس محوروایي.

لومړی مثال: که چیري د A(2,0)، B(6,2)، C(5,4) او D(1,2) ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کي مستطیل رسم خیره او تصویر یي نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیري د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظرد y محور ته رسم کرو په دي حالت کی یوازي د x مختصه یي په $(-x)$ بدلیږي او که چیري خیره یا تصویر یي نسبت x محورته رسم کرو

يوازې د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي خرنگه چې په شکل کې ليدل کيږي.

نظر y محور ته انعکاس $(-x , y)$	نظر x محورته انعکاس $(x , -y)$	ټکی (x , y)
$A''(-2 , 0)$	$A'(2 , 0)$	$A(2 , 0)$
$B''(-6 , 2)$	$B'(6 , -2)$	$B(6 , 2)$
$C''(-5 , 4)$	$C'(5 , -4)$	$C(5 , 4)$
$D''(-1 , 2)$	$D'(1 , -2)$	$D(1 , 2)$



د $T(x, y) = (-x, y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.
د $T(x, y) = (x, -y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.
د $T(x, y) = (x, y)$ ليږدونه نسبت $y = x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتنې

1- که $(A(3,1), B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياخيره د لاندې ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ

$a: R_1(x, y) = (-x, y)$ $\quad$ $b: R_2(x, y) = (x, -y)$

$c: R_3(x, y) = (y, x)$ $\quad$ $d: R_4(x, y) = (-y, -x)$

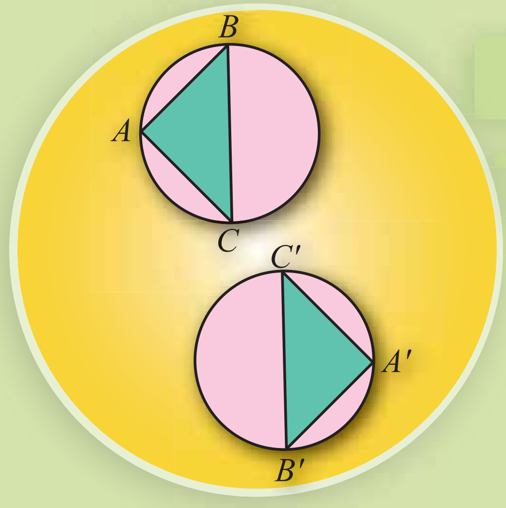
2- که چیرې $A(0,2), (B(-5,0), C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د یوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x, y) = (-x, -y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

۳- د $(A(1,4), B(3,-2)$ او $C(5,1)$ ديوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصويرياخيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x + 2 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y + 3 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

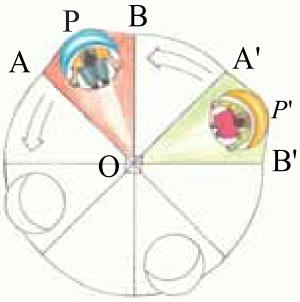
دوران
Rotations



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په مستوي کې حرکت کړی او د $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نوی ځای یې نیولی دی تاسې کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت

مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د څرخ دوه بېلابېل ځایونه راښیي.



- د شکل څخه لیدل کېږي چې 'A د A ټکی متناظر او 'B د B ټکی متناظر دی د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د څرخ د چوکی په لومړي ځای یوټکی وټاکئ او هغه په P ونوموئ.
- د P ټکي متناظر ټکی د څوکې په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه 'p ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

د پورتني فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدونې په عنوان داسې تعریفوو:

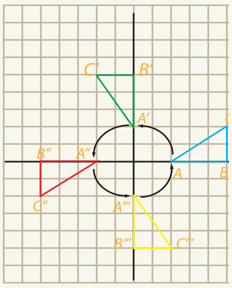
که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دواران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایي.

مثال: د $A(2,0)$, $B(5,0)$ او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث او د هغه خیره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شوېو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

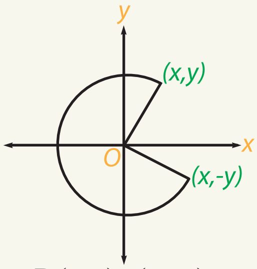
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

حل:

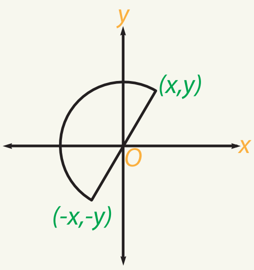


تکی	خیره(تصویر)		
(x,y)	$(-y,x)$	$(-x,-y)$	$(y,-x)$
$A(2,0)$	$A'(0,2)$	$A''(-2,0)$	$A'''(0,-2)$
$B(5,0)$	$B'(0,5)$	$B''(-5,0)$	$B'''(0,-5)$
$C(5,2)$	$C'(-2,5)$	$C''(-5,-2)$	$C'''(2,-5)$

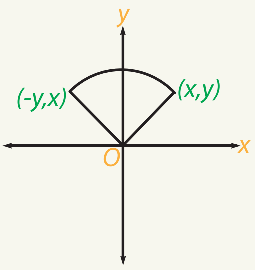
د شکل څخه لیدل کېږي چي د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعیه کمیاتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتیب د $90°, 180°$ او $270°$ زاویوسره دي.



R(x,y)=(x,-y)
(0,0) د دوران مرکز
270° د دوارن زاویه



R(x,y)=(-x,-y)
(0,0) د دوران مرکز
180° د دوارن زاویه



R(x,y)=(-y,x)
(0,0) د دوران مرکز
90° د دوارن زاویه

پوښتني

1- که $A(0,0)$ $B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندي د ABC مثلث شکل اوتصویر رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعگانو اوږدوالی د هغه له تصویر یا خیرې سره پرتله کړئ. ایا دا دوران یو ایزومتري دی؟

2- که $A(-1,-2)$، $B(7,2)$، $C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د یو مستطیل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطیل او د هغه تصویریا خیره رسم کړئ.

ب: د مستطیل د اضلاع گانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصویر یاخیرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درېیم څپرکي لنډيز

- په يوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محوورونه يوبل عموداً پرې کړي د وضيعه کمياتو د سيستم په نامه يادېږي.
- د وضيعه کمياتو په سيستم کې افقي محورته د فاصلې يا واټن محور اوعمودي محورته د ترتيب محور اود پرېکړې ټکي ته يې مبدا وايي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ اړيکې څخه لاسته راځي.
- د يوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې دy مختصه يې صفروي د منځ د ټکی مختصات يې $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه يې صفر وي د منځ د ټکي مختصات يې $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

د هرې مستقيمې کرښې ميل د $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقيم خط ميل په هغه زاويه پورې اړه لري چې مستقيم يې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقيم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاويه جوړه کړي ميل يې مثبت او که منفرجه زاويه جوړه کړي ميل يې منفي دی.
- موازی مستقيمونه د مساوي ميلونو لرونکي دي.
- هر مستقيم خط چې له x محور سره موازي وي ميل يې صفر او هر مستقيم خط چې پر x محور عمود وي ميل نه دی تعريف شوی.
- دوه مستقيم خطونه هغه وخت يو پربل عمود دي چې د ميلونو د ضرب حاصل يې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په يوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط ميلونه يې سره مساوي وي.
- د وضيعه کمياتو په مستوي کې د يوه ټکي هغه اړيکه چې يوازې او يوازې يوه نوي ټکي ته نسبت ورکړي يوه ليږدونه ياتغير مکان بلل کيږي.
- که چيرې د يوه شکل ټولو ټکو ته په يوه ټاکلي جهت او يوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وايي.
- که يوشکل په يوه مستوي کې د يو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاويې په اندازه دوران وکړي

د دریم څپرکی پوښتنې

ټول ټکي يې په عين زاويه دوران کوي دې حرکت ته دوران وايي.

• په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دي صحيح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د ميلونو د ضرب حاصل:

a) (1) دی. b) صفر دی. c) ∞ دی. d) منفي يو دی.

2- د مستقيمې کرښې معادله چې د y محور سره يې د پرېکړې ټکی او ميل يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y=mx+c$ b) $y=b$ c) $y=mx+b$ d) $m=\frac{y-y_1}{x-x_1}$

3- د هغه کرښې معادله چې دوه ټکي يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y=mx+b$ b) $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ c) $\frac{y-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x-x_1}$ d) $y=mx$

4- د $A(0,y_1)$ او $B(0,y_2)$ دوو ټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له:

a) $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ b) $M(\frac{y_2+y_1}{2},0)$ c) $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

۵- د $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دووټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له :

a) $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ b) $M(\frac{y_2+y_1}{2},0)$ c) $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB=\sqrt{(x_1+x_2)^2+(y_1+y_2)^2}$ b) $AB=\sqrt{(x_1+x_2)^2-(y_1+y_2)^2}$

c) $AB=\sqrt{(x_2+y_2)^2+(x_2-y_1)^2}$ d) $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

7- د یوه ټکی او د وضيعه کمياتو د مبدآ ترمنځ واټن يافاصله عبارت ده له:

a) $AB=\sqrt{x_1^2+x_2^2}$ b) $AB=\sqrt{y_1^2+y_1^2}$

c) $AB=\sqrt{x^2+y^2}$ d) $AB=\sqrt{x^2-y^2}$

8- د يو مستقيمې کرښې ميل عبارت له:

a) $m=\frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$ b) $m=\frac{y_2+y_1}{x_2+x_1}$ c) $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ d) $m=\frac{x_2+x_1}{y_2+y_1}$

9- دوه مستقيمونه هغه وخت يو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو ميلونه سره مساوي وي. b: ميلونه ئې مساوي نه وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

c: د میلونو د ضرب حاصل یې منفي یو وي. d: ټول ځوابونه سم دی.

• خالي ځایونه په مناسبوکلماتو ډک کړئ.

۱- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وایي.

۲- په دویمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x یې .... او y یې .... دی.

۳- په دریمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاویه جوړه کړي میل یې .... دی.

٥- دوه موازي مستقیمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقیم میل .... دی.

٧- درې ټکي هغه وخت په یوه مستقیمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

٨- که د دووکرښو میلونه یوبل سره مساوي نه وي داکرښې .... دی.

• لاندې جملې کومې سمې اوکومې یې ناسمې دي د سموپه مخ کې د(س) توری اود ناسمې په مخ کی د(ن) توری ولیکئ.

1- ( ) که د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره یوازې او یوازې یوه نوی ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کیږي.

2- ( ) که د p شکل هر ټکی د P' شکل په یوه ټکي داسې تبدیل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر یوه محورته د P' د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وایي.

3- ( ) د $T(x,y)=(-x,y)$ بدلون نسبت y محورته یوانعکاس دی.

4- ( ) د $T(x,y)=(x,-y)$ بدلون نسبت x محورته یو انعکاس دی.

5- ( ) د $T(x,y)=(y,x)$ بدلون نسبت $y=x$ مستقیم ته یوانعکاس دی.

6- ( ) انتقال هغه تغیرمکان یالیږدونه دی چې په هغه کې د واټونو یا فاصلو جهت اود زاویو پراخوالی ثابت پاتې شي.

7- ( ) که په مستوي کې یوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عین زاویه دوارن کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعیه کمیات یې ورکړ شوی دی د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.

$1:\ (0,1)$ $\quad 2:\ (2,3)$ $\quad 3:\ (0,-4)$ $\quad 4:\ (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضیعه کمیات یې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1:\ (0,9),(-5,4)$ $\quad 2:\ (4,1),(3,-2)$ $\quad 3:\ (-7,4),(1,-11)$

3-وښیئ چې لاندې ټکي د یوه قایم الزاویه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پیدا کړئ.

$1:\ (0,9)\ ,\ (-4,-1)\ ,\ (3,2)$ $\quad 2:\ (3,-2)\ ,\ (-2,3)\ ,\ (4,-4)$

4-وښیئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په یوه مستقیمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1:\ (0,4)\ ,\ (3,-2)\ ,\ (-2,8)$ $\quad 2:\ (1,2)\ ,\ (-3,10)\ ,\ (4,-4)$

5-د یوې مستقیمې کرښې میل اویو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1:\ (2,3)\ ,\ m=-\frac{1}{2}$ $\quad 2:\ (-4,1)\ ,\ m=-\frac{2}{3}$ $\quad 3:\ (-1,-4)\ ,\ m=-2$

6- که د یوه مستطیل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت یې پیدا کړئ.

7- که د یوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9),\ (4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی یې پیدا کړئ.

8- وښیئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د یوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(1,-3)$ د یوه مثلث راسونه وي د اضلاعګانو د منځنی ټکي کمیات وضیعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه یو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطیل قطرونه یوبل نیمايي کوي.

11- هغه مستقیم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوڅخه تیریږی د وسطي عمود معادله یې پیدا کړئ.

12- د هغه مستقیم معادله پیدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي څخه تیر شي او په ترتیب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چیرې $A(5,0),B(7,0)$ او $C(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3,x-3)$ ترتیب لاندې مثلث او د هغه تصویر یاڅیره رسم کړئ.

ب: د ABC مثلث تصویر د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پیدا کړئ او هغه ته $A'B'C'$ ووایئ وروسته د $T(x,y)=(x+3,y-3)$ تصویر یا څیره د ترانتقال یالیږدونې لاندې وټاکئ.

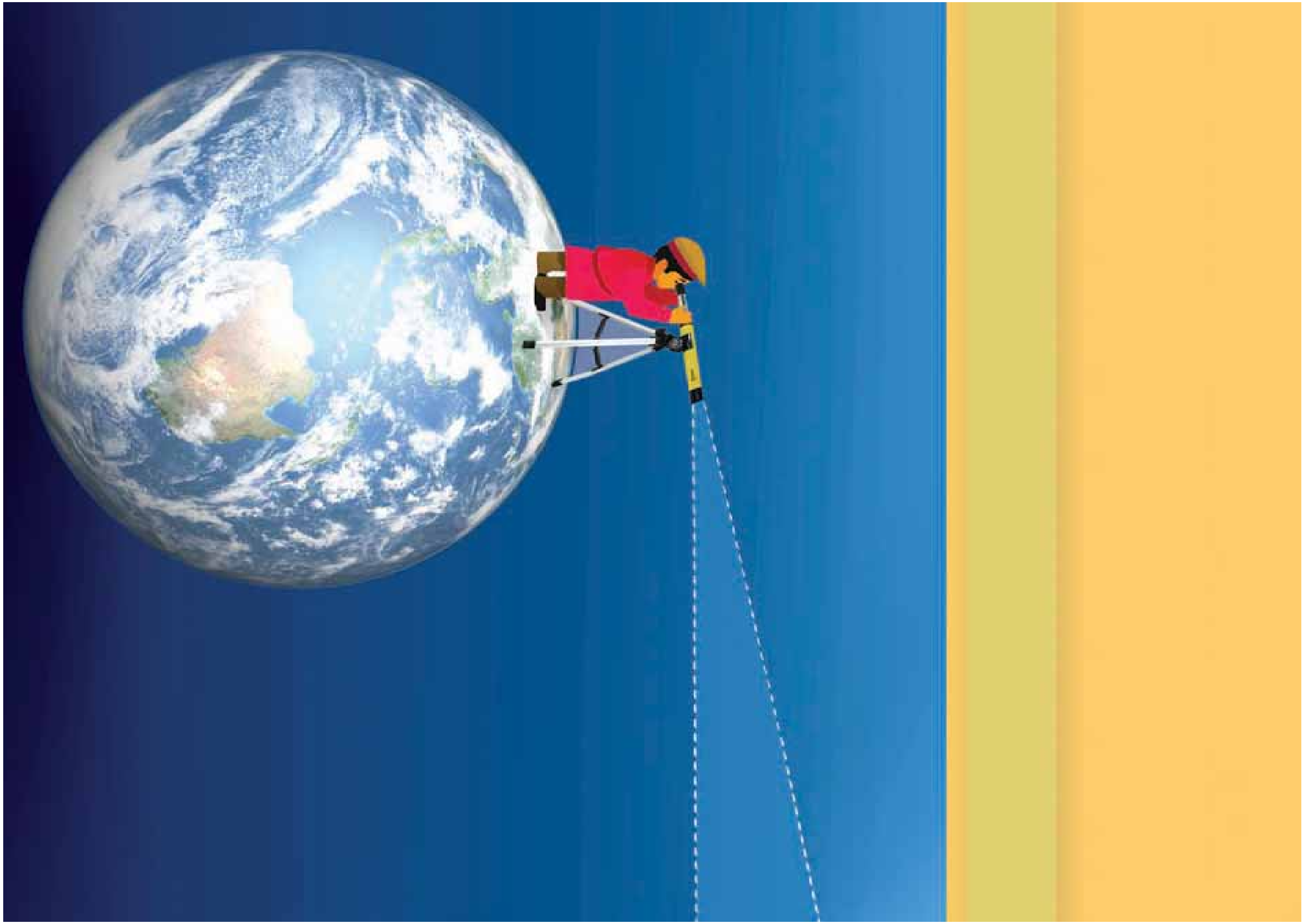
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library

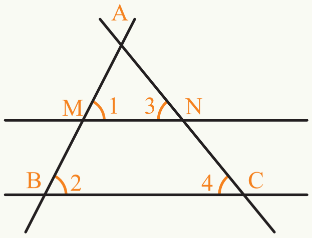


په مثلث کې د تالس قضيه

دوه زده کوونکي يو له بل سره خبرې کوي چې د يوې ونې جګ والي څنګه اندازه کړي يو بل ته داسې ورانديز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد پريوت، هغه له خپل ملګري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په يوه مستقيمه کرښه سره وويني. د زده کوونکي د وړانديز په سموالي سوچ وکړئ.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځايونو کې وليکئ.



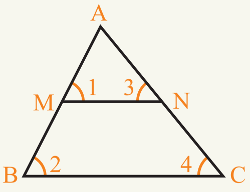
$\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\quad}{\quad}$ ، $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\quad}{\quad}$ ، $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\quad}{\quad}$

- هغه زاويې چې يو له بل سره مساوي دي وښيئ.
- د $\frac{MN}{BC}$ ، $\frac{AN}{AC}$ او $\frac{AM}{AB}$ نسبتونه پيدا او يو له بل سره څه اړيکه لري؟

د پورتني فعاليت څخه د تالس قضيه داسې بيانوو؟

قضيه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په يوې ضلعې يا ځنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکيل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو يو له بل سره مساوي دي. دا قضيه په مثلث کې د تالس قضيې په نامه ياديږي.

ثبوت: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دي نو کولای شو وليکو چې:



$\hat{1} = \hat{2}$....... متوافقه
$\hat{3} = \hat{4}$....... متوافقه
$\hat{A} = \hat{A}$..... مشترک

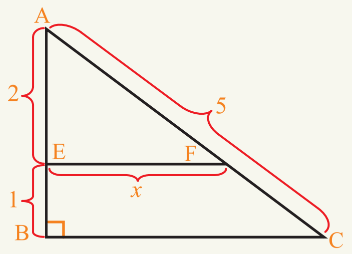
$\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$

$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اوږد $\overline{EF}$ موازي کرښې اوږدوالی پیدا کړئ.

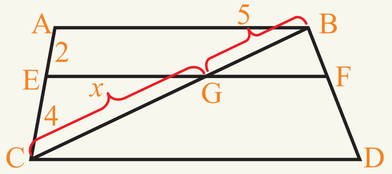
حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF}//\overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$
$$\frac{2}{3}=\frac{x}{3}$$
$$x=2$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$
$$AC^2=BC^2+AB^2$$
$$5^2=BC^2+3^2$$
$$BC^2=25-16=9$$
$$\boxed{BC=3}$$

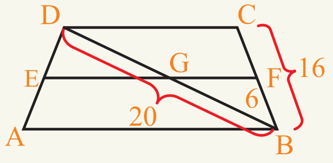
دویم مثال: په لاندې ذوذنقه کې $\overline{EF}//\overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.



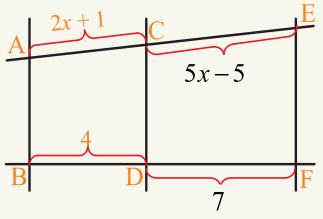
$$\frac{\overline{CG}}{\overline{GB}}=\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} \text{ یا } \frac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{GB}}{\overline{AE}}$$
$$\frac{x}{4}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}$$
$$x=10$$

پوښتنې

1- د ذوذنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.



2- په لاندې شکل کې چې $\overline{CD}//\overline{EF}$ او $\overline{AB}//\overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

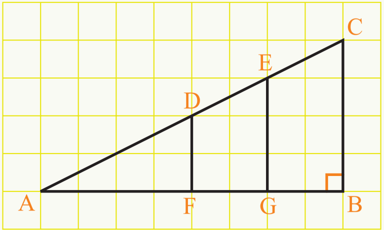
(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې حاده زاويې ساين

که يو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واټن يې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟

فعاليت

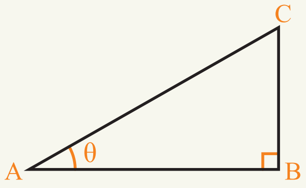
- په قايم الزاويه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکي ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پريکړې ټکي يې په وار سره F او G نوموو.
- د خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او د $\frac{\overline{DF}}{\overline{DA}}=\frac{\overline{EG}}{\overline{AE}}$ او $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ نسبتونه محاسبه او پرتله يې کړئ.



- ايا د D او E ټکو د ځای په بدلون سره د $\frac{\overline{DF}}{\overline{DA}}=\frac{\overline{EG}}{\overline{AE}}$ او $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ ديوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅيړئ.
- د AC د ځای په بدلون د $\hat{A}$ زاويې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کيږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پريږدئ او د $\hat{A}$ زاويې ته زياتوالی ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنيو مساوي نسبتونو کې څه پيښيږي؟ ويې څيړئ؟

تعريف

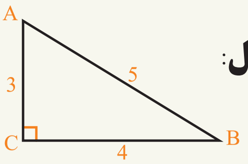
په هر قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې او وږدوالی دوتر پر اوږدوالي تل مساوي له يو ثابت مقدار سره دی چې د حاده زاويې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاويې ساين) ويل کيږي.



$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AC}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

حل:

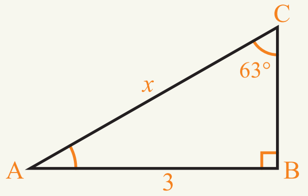


$$\sin A = \frac{\text{د } A \text{ زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\hat{A} = 0.8$$

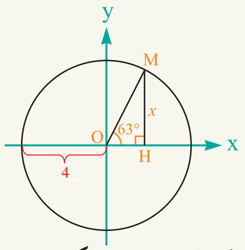
$$\sin B = \frac{\text{د } B \text{ زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

دويم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پيدا کړئ.

شکل (الف)



شکل (ب)



حل:

د الف جزء: د يوې حادې زاويې د تعريف څخه په ګټه اخيستنه کولای شو وليکو چې:

$$\sin 63^\circ = \frac{AB}{AC}$$

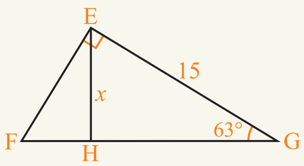
$$0.891 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.891} \quad \Rightarrow \quad x \approx 3.37$$

د ب جزء:

$$\sin 63^\circ = \frac{MH}{OM}$$

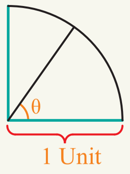
$$0.891 = \frac{x}{4} \Rightarrow x \approx 3.56$$

پوښتنې



1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قيمت پيدا کړئ.

2- د دايرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونيسئ.



الف: که د θ زاويه لويه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاويه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کيږي.

ج: که زاويه 90° ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کيږي.

3- د $80^o, 40^o$ او 65° زاويې په وار سره رسم او بيا په هره زاويه يو قايم الزاويه مثلث کې رسم کړئ د کربنې يا خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پيدا کړئ او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

4- يو متساوي الساقين مثلث چې قاعده يې 8 واحده او $\hat{B} = 54^\circ$ وي رسم کړئ که يوه څنډه يا ضلعه يې 5 واحده وي د B زاويې Sin ساين پيدا کړئ.

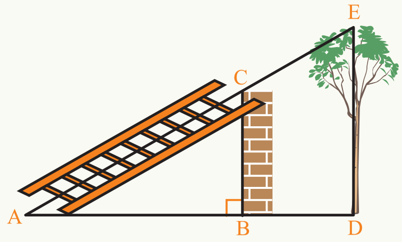
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې حاده زاويې کوساين

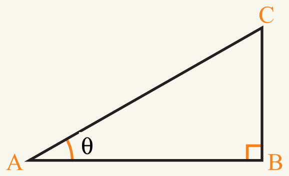
ديوه ديوال شاته د ناجو يوه ونه ولاړه ده.
يو زده کوونکی غواړي و پوهېږي چې ونه
له ديواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره
يې يوازې يوه لنډه زينه درلوده. فکر وکړئ
هغه څه سوچ کوئ؟

فعاليت



- په مخامخ شکل کې د تشکيل شويو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ يو له بل سره څه اړيکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه يو له بل سره څه اړيکه لري.
- د زينې واټن تر ديوال او بيا يې تر ونې پورې پيدا کړئ.
- د تالس د قضيې په مرسته لاندې مساوات تکميل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی. $\frac{AB}{AC} = \frac{....}{AE}$

په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې θ ده، د دې زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساين وايي.

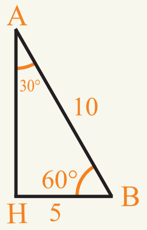


$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\text{د } \theta \text{ زاويې د ګاونډې ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} \cos\theta$$

مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=60^o$ وي وښيئ چې

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$ ، $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ دی.

حل: د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د AH جګوالی کولای شو ولیکو چې:



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{HB}^2$$

$$10^2=\overline{AH}^2+5^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=100-25=75$$

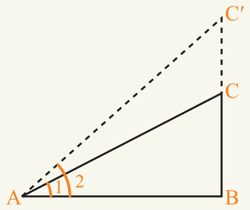
$$\overline{AH}=\sqrt{75} \Rightarrow \overline{AH}=5\sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

پوښتنې

1- که یوه حاده زاویه لویه شي، د کوساین په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟
د مخامخ مثلث او مثلثاتي دایرې په مرسته خپل نظر بیان کړئ.

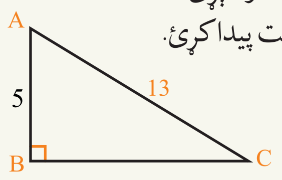


- د $CosA_1$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- د $CosA_2$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- په تشو ځایونو کې مناسبې علامې ولیکئ.

$\overline{AC'}$	☐	$\overline{AC}$
$\cos A_2$	☐	$\cos A_1$

2- د $30^o, 45^o$ او 60° زاویو لپاره $Sin^2A+Cos^2A=1$ اړیکه وڅېړئ؟

3- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قیمت پیدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو یا ځنډو اوږدوالی یې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

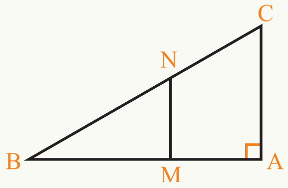
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاويې تانجنت

يو زده کوونکی د بيرغ مخکې ولاړ دی.
سوچ کوې چې د بيرغ د ميلې اوږدوالی
څنګه پيدا کړي؟

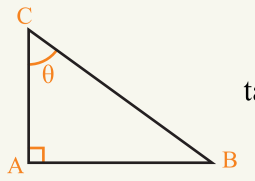
فعاليت

د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاويه يې قايمه ده د $\hat{B}$ زاويې مثلثاتي نسبتونه $(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونيسئ چې د $\overline{MN}$ ټوټه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نيولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا د ځنډو له مخې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا له مخې د $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخيستنه او داضلاعو يا ځنډو له مخې $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ وليکئ.
د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.
- سوچ وکړئ که چيرې $\frac{CosB}{SinB}$ پيداکړو نو دا نسبت د مخامخ ځنډو يا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري يا يوازې د زاويې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړۍ پايله: په يوه قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ ځنډي يا ضلعي اوږدوالي او د هغه زاويې دګاونډي ضلعې د اوږدوالي نسبت يو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاويې تانجنت) په نامه ياديږي.



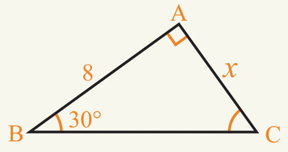
$$\tan\theta = \frac{\text{د } \hat{\theta} \text{ زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{د } \hat{\theta} \text{ زاويې دګاونډې ضلعې اوږدوالی}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

دویمه پایله: د θ حاده زاویې تانجنت د حاده زاویې ساین پر کوساین له نسبت سره مساوي دی:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دریمه پایله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ یو بل مقدار دی چې د حاده زاویې کوتانجنت (Cotangentθ) یا د θ زاویې دګاونډي یا مجاورې ضلعې اوږدوالي د θ زاویې د مخامخ خنډې یا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته کوتانجنت $Cot\theta$ وايي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان یوازې د زاویې په پراخوالي پورې اړه لري.

لومړی مثال: په لاندې مثلث کې چې $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ دی د $\tan 30°$ عددي قیمت په لاس راوړئ.

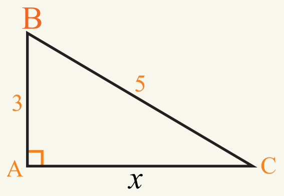


حل: د $\tan\theta$ تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث کې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله کړئ.

حل: لومړی د فیثاغورث د قضیې په مرسته د ABC په مثلث کې د AC اوږدوالی پیدا کوو.



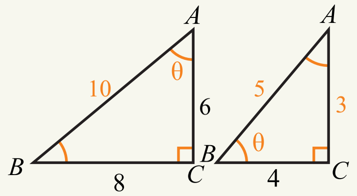
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \quad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan C = \frac{\sin C}{\cos C}$$

پوښتنې



1- په مخامخ شکلونو کې $\tan\theta, Cos\theta, Sin\theta$ او $Cot\theta$ پیدا کړئ.

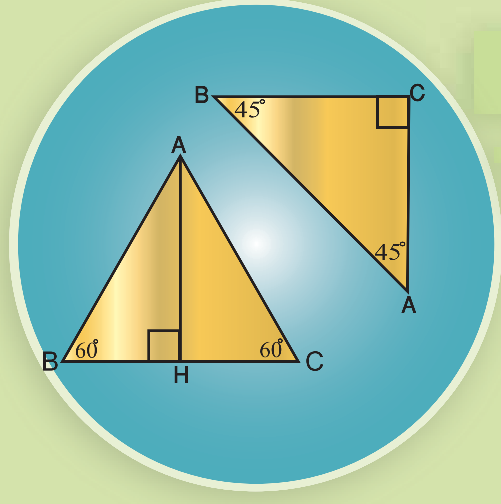
2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې ضلعې یې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پیدا کړئ.

3- که د یوه قایم الزاویه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاویه یې لویه شي د $\tan\theta$ په نسبت کې څه بدلون پېښیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاويو مثلثاتي نسبتونه (30°، 60°، 45° او 90°)



مخامخ مثلثونه څه ډول مثلثونه دي د اضلاعګانو اوږدوالی يې وټاکئ.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع يا جګوالی رسم کړئ، په دي ډول مثلثونوکې جګوالی کومې ځانګرتياوې لري.
- د فيثاغورث د قضيې څخه په ګټه اخيستنه د جګوالي يا ارتفاع اوږدوالی يا د مثلث جګوالی پيدا کړئ.
- ايا کولای شئ چې د 30° او 60° زاويو مثلثاتي نسبتونو عددي قيمت پيدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الساقين، قايم الزاويه مثلث رسم کړئ، چې د هري ضلعې يا څنډې اوږدوالی يې يو واحدوي.
- هره حاده زاويه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه يې حساب کړئ.
- د 45° زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعاليت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

زاويې / مثلثاتي نسبتونه	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ناټاکلی (نا معين)

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطوکې د x او y عددي قیمت پیداکړئ.

1) $x = \sin 60^\circ + \sin 30^\circ$
2) $y = \cos 60^\circ + \cos 30^\circ$
3) $\tan 60^\circ - \sin 30^\circ = ?$
4) $y = \tan 30^\circ - \cos 60^\circ$
5) $\tan 45^\circ - \sin 45^\circ = ?$
6) $y = \tan 30^\circ + \tan 60^\circ$

حل: په پورتنیو اړیکوکې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x = \sin 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y = \cos 60^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x = \tan 60^\circ - \sin 30^\circ = \sqrt{3} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

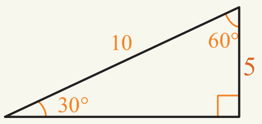
4) $y = \tan 30^\circ - \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

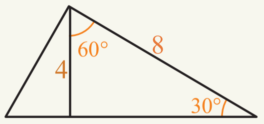
5) $x = \tan 45^\circ - \sin 45^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

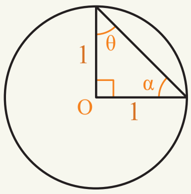
6) $y = \tan 30^\circ + \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتنې

په لاندې شکلونوکې د 30°، 45° او 60° زاویو د $\tan, Cos, Sin$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیداکړئ.

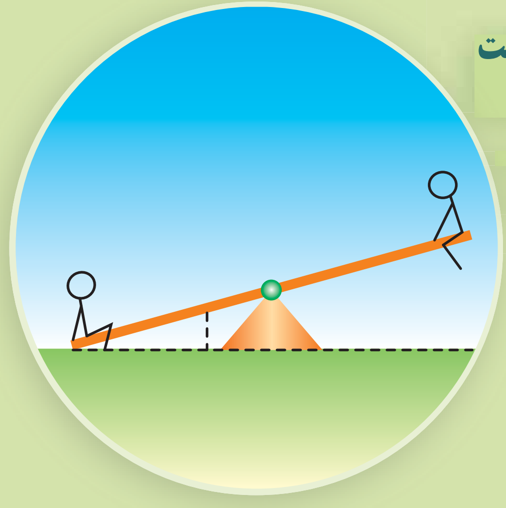






(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه مستقيم خط د ميل او تانجنت اړيکه



د رافعې ميل ښــی ياکيڼــي خوا ته په څه پورې اړه لري؟

فعاليت

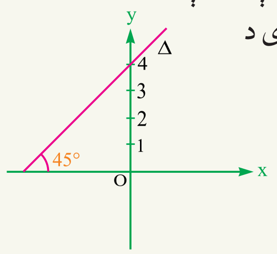
- د $A(1,3)$ او $B(0,0), C(1,0)$ ټکي د وضعيه کمياتو په مستوي کې وښيئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقيمې کرښې ميل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقيمې کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل وليکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ د $\overline{AB}$ د مستقيمې کرښې د ميل سره څه اړيکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقيم دوه اختياري ټکي په پام کې ونيسئ، د دې ټکو په لرلوسره د مستقيمې کرښې ميل پيداکړئ. ايا د tanB د مستقيمې کرښې د ميل برابرې ليدل کيږي؟

د پورتني فعاليت څخه ليدل کيږي، چې د هغې مستقيمې کرښې ميل چې د x له محور سره حاده زاويه جوړوي، د هغې زاويې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره يې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دی.

لومړی مثال: د Δ مستقيمه کرښه د y محور په 4 کې پرېکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45° زاويه جوړوي، که $\tan 45^{o} = 1$ وي د Δ مستقيمې کرښې معادله وليکئ.

حل: پوهيږو چې د مستقيمې کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقيمې کرښې ميل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{array}{l} m = \tan\theta \\ m = \tan 45^{o} \\ m = 1 \\ h = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = mx + h \\ y = x + 4 \end{array}$$



دویم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقیمې کرښې په معادله کې د مستقیمې کرښې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقیمې کرښې معادله په ستندرد شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته یې میل او له محور سره د پرېکړې ټکي په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

$$\sqrt{3}\,y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}\,y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \quad , \quad h = 2$$

ایا کولای شئ د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو قایم الزاویه مثلث چې قایمې جوړونکې ضلعې یې 6 او 8 دي رسم او قایمه زاویه یې په A وښیئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه ولیکئ څه پایله ترې اخلئ.

د پورتني فعالیت څخه ښکاري چې د یوې حاده زاویې د ساین او کوساین د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځینې وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کېږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پاملرنه وکړئ چې د 2 توان د زاویې په ساین پورې اړه لري نه په زاویه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقیمې کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60° زاویه جوړه کړي اود y محور په $(0,5)$ ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي پیدا کړئ.

a) $\dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

b) $1 + \left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

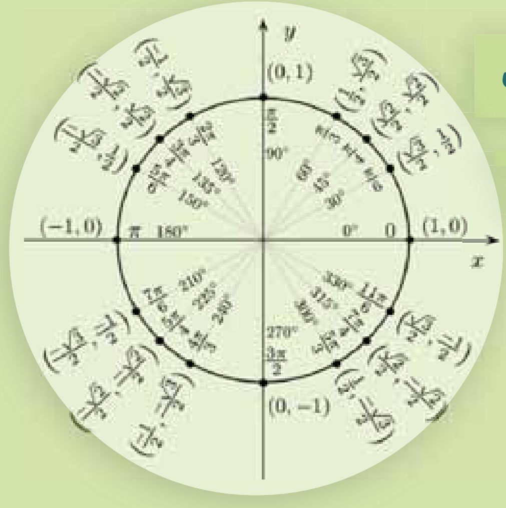
c) $\dfrac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

d) $\dfrac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي جدول او دهغي استعمال



په مخامخ مثلثاتي دايرې په شکل کې د نوموړو زاويو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعاليت

- يو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاويې پراخوالی يې وټاکئ.
- په يو مثلث کې د 30° او 60° زاويو مثلثاتي نسبتونه پيداکړئ.
- د زاويې مثلثاتي نسبتونه په يوه مثلث کې وټاکئ.
- ايا د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پيداکولای شو؟

د پورتنی فعاليت پايله داسې بيانوو:

پايله:

د ځينوزاويو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په اسانی سره په لاس راوړو خو د يو شمېر نورو زاويو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه ګران کار دی نو دې کار لپاره د ځينو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې دې دوله جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه پيداکولای شو.

د يادونی وړ ده چې د جدول په ترتيب کې په يوه قايم الزاويه مثلث کی د θ او $(\frac{\pi}{2}-\theta)$ يا $(90-\theta)$ زاويو د اړيکو څخه ګټه اخيستل شوی ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتی جدول

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	90° 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	89° 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	88° 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	87° 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	86° 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	85° 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	**84°** 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	**83°** 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	**82°** 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	**81°** 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	**80°** 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	**79°** 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	**78°** 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	**77°** 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	**76°** 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	**75°** 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	**74°** 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	**73°** 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	**72°** 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	**71°** 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	**70°** 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	**69°** 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	**68°** 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	67° 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	66° 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	65° 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	64° 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	63° 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	62° 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	61° 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	60° 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	59° 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	58° 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	57° 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	**56°** 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	**55°** 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	**54°** 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	**53°** 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	**52°** 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	**51°** 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	**50°** 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	**49°** 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	**48°** 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	**47°** 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	**46°** 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	**45°** 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښیي؟
- د جدول د کیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوي؟
- د جدول لومړي او وروستی کرښه څه را ښیي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنۍ وي هغه د جدول کینه خوا کې د درجې په ستون کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنۍ وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې گورو.

که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښی خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستنی پرته لیکه یا سطر کې پیدا کوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاویې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیدا کړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ 10')$ پیدا کوو او د جدول په لومړی کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د 0,8646 عدد راکوي چې دا د $(30^\circ 10')$ زاویې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ 10') = ?\qquad 30^\circ 10' \cdots\cdots 0{,}8646$$

دویم مثال : د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښی خوا په لومړی ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیدا کوو او د جدول په وروستنی کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د (0,9959) عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ 50' = ?\qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ 50'$$

sin

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاويو مثلثاتي نسبتونه چې توپير يې لس دقيقې وي راښيي د هرې زاويې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طريقه بيان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طريقه د انټرپوليشن Interpolation په نامه يادېږي او په لاندې مثالونو کې يې ترې کار اخلو:

دريم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاويې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاويې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاويو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاويې مثلثاتي نسبت داسې پيداکوو:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\tan 42^\circ 40' \\ \tan 42^\circ 35'\end{array}\right]5 \\ \\ \tan 42^\circ 30'\end{array}\right] 10 \quad \begin{array}{l} = 0{,}9217 \\ = x \\ = 0{,}9163 \end{array} \left.\begin{array}{l}\left.\right] x \\ \\ \end{array}\right] 0{,}0054$$

د مثلثاتي نسبتونو توپير		د دو زاويو توپير
0.00054	:	10'
x	:	5'

ليدل کيږي چې د لومړۍ او دويمې زاويې فرق 5 او د لومړۍ او دريمې زاويې فرق 10 په همدې ترتيب سره د tan فرق يې x او 0,0054 دی يعنې که زاويه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan يې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاويه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته ليکو:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{0{,}0054} \Rightarrow x = 0{,}0027$$

د x قيمت د کوچنۍ زاويو له tan سره جمع کوو:

$$0{,}9163 + 0{,}0027 = 0{,}9190$$

$$\tan 42^\circ 35' = 0{,}9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخيستنې سره د $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha = 35^\circ 20'$ او $\alpha = 75^\circ 10'$ زاويو پيدا کړئ.

د قایم الزاویه مثلثونو حل

مخامخ شکل ته پام وکړئ د ځلي(منار) جګوالی څنګه پیداکولی شئ.

فعالیت

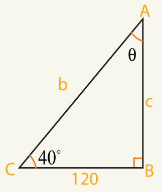
- که دیوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه '40 °30 وي بله زاویه یې پیدا کړئ.
- که د یوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه °29 او وتر یې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پیدا کړئ.
- که د قایم الزاویه مثلث دوي ضلعې یا یوه ضلعه او یوه حاده زاویه یې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پیداکولای شو.

د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

په هر قایم الزاویه مثلث کې که یوه حاده زاویه یا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

مثال: دیوه قایمة الزاویه مثلث یوه حاده زاویه °40 که ددې زاویې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړی مثلث حل کړئ.

حل: څرنګه چې د مثلث یوه زاویه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:



1, $\theta = 90^\circ - \hat{c} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

2, $\tan 40^\circ = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120 \tan 40^\circ = 120 \cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40^\circ = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40^\circ} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$

$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د یوه قایمه الزاویه مثلث وتر $49.7cm$ او یوه قایمه ضلعه یې $25cm$ وي نوموړی مثلث حل کړئ.

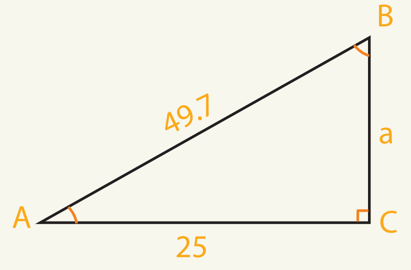
حل: لیدل کېږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر يې داسې پیدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49,7} = 0,503$$

$$\cos\hat{A} = 0,503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59,8° = 59°,48'$$

$$2)B = 90° - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59,8° = 30,2° = 30°12'$$

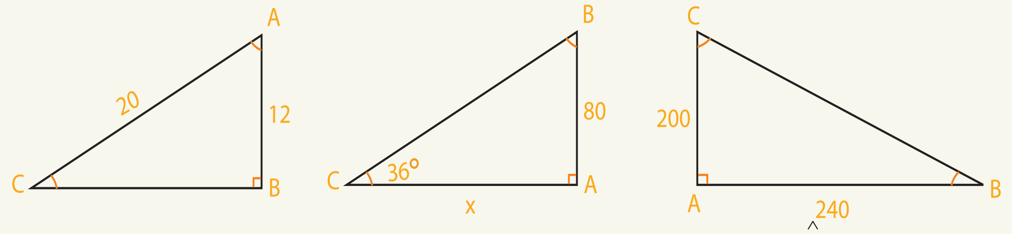
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A} \cdot 25 = 25 \cdot 1,7182 = 43$$



پوښتنې

1 - د یوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه $38°\ 50'$ او د دې زاویې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو موړی مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.



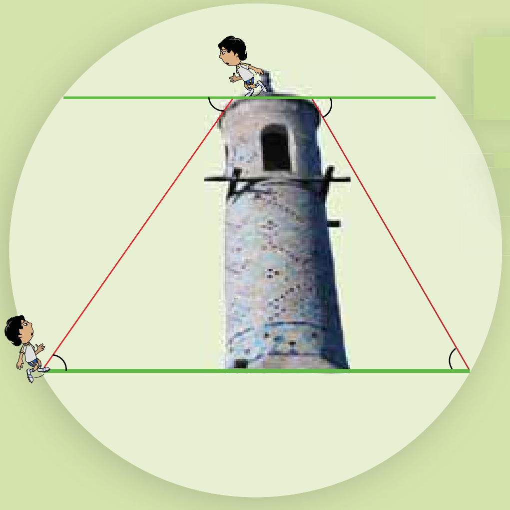
$x = ?$, $\hat{A} = ?$

$x = ?$, $\hat{B} = ?$

$\hat{B} = ?$, $\overline{BC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جگوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه یې کومه فاصله ده)؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه یې په کومه فاصله ده)؟

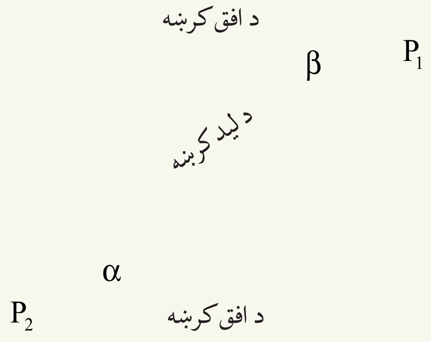
دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - **د ارتفاع زاویه** Angle of Elevation

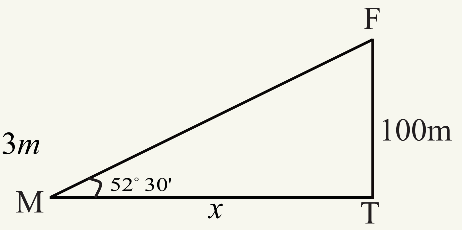
که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جگوالي زاویه بلل کیږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - **د تنزیل زاویه** Angle of Depression

که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کیږي لکه په شکل کې د β زاویه.



لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالی یا ارتفاع زاویه $52°\ 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده یې پیدا کړئ.



$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$

دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږ دوالی 120m وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالی یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2}m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړۍ(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړۍ له برج نه څومره فاصله لري .

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3,7 = 444\ ft$$

پوښتنې

1- د هغه ونې ارتفاع پیدا کړئ چې د ارتفاع زاویه یې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75\,ft$ ونې ته نږدې شي.

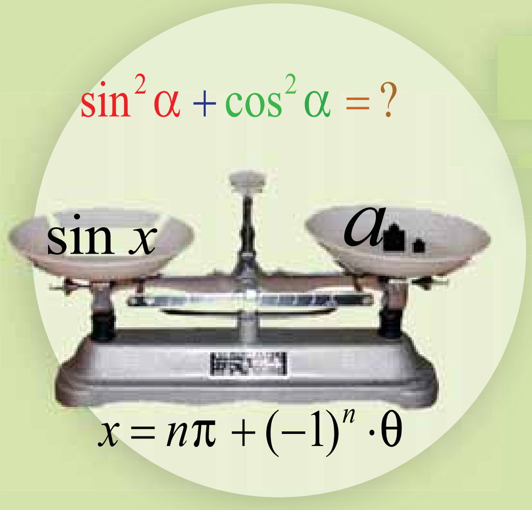
2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه یې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20\,ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې

مخامخ مثلثاتي اړيکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهېږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځینې قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعالیت

- د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه وښیئ ایا دا اړیکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه تو پیر لري دا توپیر په مثلثاتي اړیکو کې وڅېړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه یا زاویې چې یو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښیئ.

د پورته فعالیت پایله په یو تعریف کې په لاندې ډول بیانوو:

تعریف:

هره معادله چې په هغې کې یو یاڅو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ یا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس یا زاویه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنیو معادلو کې x اصلي مجهول دی.

- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وایي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.

-هغه زاویې چې مثلثاتي نسبتونه یې یو شان دي پریودیک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه په

لاندې ډول دي:

1- د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + (-1)^n \cdot \theta, \; n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $x = 2n\pi \pm \theta \;, n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + \theta \;, \; n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قیمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قیمت په لاس راوړو.

3- څرنګه چې مثلثاتي معادلې پریودیک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاویو د فورمولونو په مرسته چې یوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پیدا کړئ.

$$2\sin x - \sqrt{2} = 0$$
$$2\sin x = \sqrt{2}$$
$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$
$$x = n\pi + (-1)^2 (\frac{\pi}{4})$$

$$\cos x + \frac{1}{2} = 1$$
$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}$$
$$\cos x = \frac{1}{2}$$
$$x = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$
$$x = 2n\pi \pm \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

پوښتنې

دې لاندې معادلو حل پیدا کړئ.

$a)$ $\sqrt{3}\cot x - 1 = 0$ $\quad$ $b)$ $2\sin 3x + \sqrt{3} = 0$ $\quad$ $c)$ $2\cos 4x - \sqrt{2} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي لنډيز

- مثلثات له دوو يوناني کلمو څخه چې ټرايگون او متري چې د مثلث د اندازه کولو معنى لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چې د مثلث د عناصرو ترمنځ اړيکې څيړي.
- که په يوه ضلعه د مثلث يوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضيه د تالس د قضيې په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالى دوتر په اوږدوالي د حاده زاويې د ساين sine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د ګاونډي يا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاويې د کوساين cosine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی د ګاونډې يا مجاورې څنډې يا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاويې د تانجنت tangent په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\tan\theta$ په نامه ياديږي $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\cos$ او $\sin$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\cot$ په نامه ياديږي $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاويه لکه(α)چې مستقيمه کرښه يې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د ميل زاويې په نامه ياديږي او د دې کرښې ميل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړيکه ربښتياده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاويې معنا نلري.
- د $y = mx + b$ معادله کې، m دهغه زاويې تانجنت دی چې مستقيمه کرښه يې د محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

د څلورم څپرکي پوښتني

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې یو یې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د یوې حاده زاویې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\dfrac{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

b) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$

c) $\dfrac{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

d) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ b) $\dfrac{\cos x}{\sin x}$ c) $\dfrac{1}{\sin x}$ d) $\dfrac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقیمې کرښې میل عبارت له:

a) $\dfrac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) b او a

4- د هغې مستقیمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړې او د x محور له مثبت جهت سره 45° زاویه جوړه کړې برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هیڅ یو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قیمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\dfrac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قیمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو بیانونو ډک کړئ.

1- په یوه قایم الزاویه مثلث کې د دوو نورو حاده زاویو مجموعه .... ده.

2- که د یوه متساوي الضلاع مثلث یوه ځنډه $10cm$ وي جګوالی یې.............. دی.

3- دیو حاده زاویې ساین عبارت له............................ .

4- Triganomitry له دوو کلمو.............. او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دي.

• د لاندې جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توري او د ناسمې په مخ کې د (ن) توري ولیکئ.

1- (   ) د $\sin x$ نسبت مساوي په   دی.

2- (   ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ یو بل سره مساوي دي.

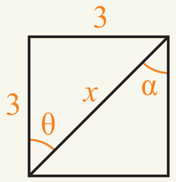
3- (   ) د $2y = 5x - 1$ معادلې د ډېرکرښې میل $\frac{2}{5}$ دی.

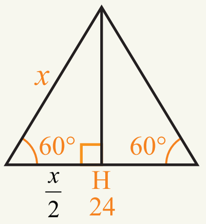
4- (   ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

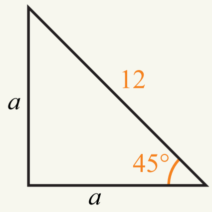
5- (   ) $1+\cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

• لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې د ورکړ شوو زاویو مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.







2- په لاندې سوالونوکې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$

2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$

3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$

4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$

5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$

6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$

7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$

8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$

9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

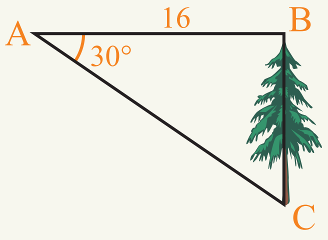
3- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

4- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

5- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

6- که چېرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$ ، کوم عدد ته نږدې کېږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

7- په لاندې شکل کې که $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټنونه حساب کړئ.



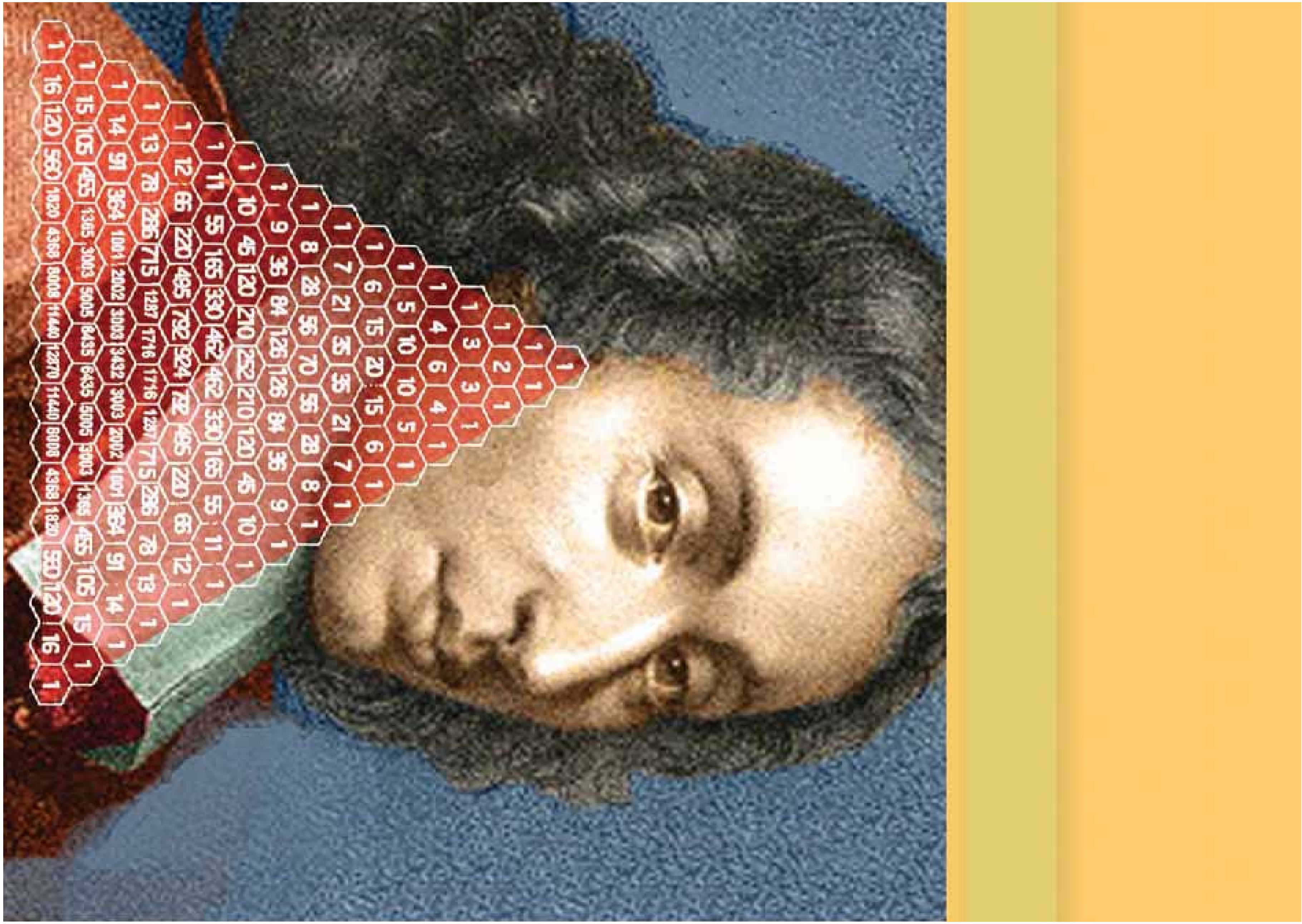
(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپـــرکی

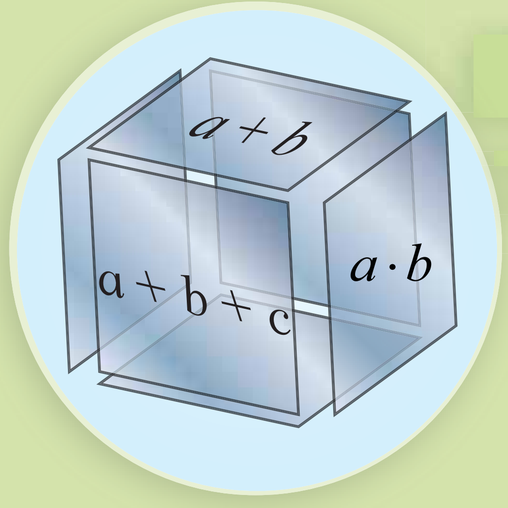
څو جمله يي

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



الجبري افادي



د مخامخ شکل په سطحو لیکل شوي الجبري افادو نومونه واخلئ.

فعالیت

لاندې افادې په پام کې ونیسئ.

$a)\ 2x$ $b)\ \frac{1}{3}xy^3$ $c)\ \sqrt{2}xym^t$ $d)\ 9x^2$

$e)\ 5x$ $f)\ 2xy^3$ $g)\ 3x^2$ $h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- یوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4$ $b)\ 3x^2+6x^2$ $c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x$ $d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کیدای، څنګه باید ولیکل شي، د هر یوې لپاره کوم نوم لازم ګڼئ؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو ولیکوچې:

که چیرې په یوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته یوازې یو حد ولرئ، هغې ته یو حده،(Monomial) که جمع یا تفریق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده یا (Bionomial) که جمع یا تفریق ددریوحدونولروهغې ته درې حده یا (Trinomial) اوکه له دریو حدونو څخه زیات حدونه ولرو پولینوم یا(Polinomila) په نامه یادیږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت یوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندې جدول بشپړ کړئ.

درجه		مناسبې نومونې				الجبري افادې
نظر x ته	نظر y ته	یو حده	دوه حده	درې حده	څو حده	
						$\sqrt{32}y^2-3y+2y^3$
2			✓			$3x^2-7x$
						$6x^2-4x-1$
						$0.4x^2y-2x^4+16y^2$
						$13x-2y^3+6x^3y$
						$3-5+x^2-y^3-2xy$
						$4x^2-2x+6x^2-5x$

پوښتنې

1- لاندې الجبري افادې ساده او هرې یوې درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

$a)\ x^2-3x+6x^2-\frac{3}{2}x$ $\qquad b)\ \sqrt{2}mn^2-\frac{1}{2}m+2\sqrt{2}n^2m+3m$

$c)\ -4x^2+2x^2+14x-8+4x^3-16x-2x^2$ $\qquad d)\ 4-x^3y-2+yx^3-4xy-1$

2- لاندې الجبري افادې، څوجمله یې دي، دهرې یوې درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

$a)\ 6x^2-4x-12xy^6-2x^5$ $\qquad b)\ 8x^6-4xy^6-5x^2$

$c)\ 6x^2y^6m^9$ $\qquad d)\ \sqrt{3}x-y+6x^2y^3-2y^2$

$e)\ 3pq^3-8p^4q^3-12q^4-0.5p^6$ $\qquad f)\ \frac{4m-2n}{2m-n}$

3- د B, A او C په افادوکې ورته حدود وښیې اوافادې ساده کړئ.

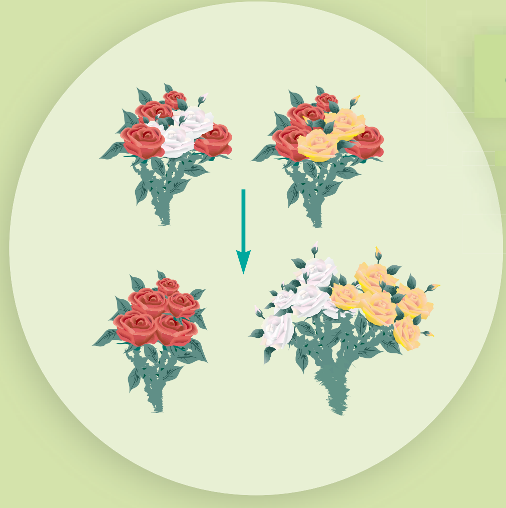
$$A=4xy+2x^2y-3xy^2-\sqrt{2}xy-0.5x^2y-\frac{1}{2}xy^2$$

$$B=\frac{4}{3}a^2b-a^2+b^2-0.7a^2b-2a^2-3b^2+xy$$

$$C=2\sqrt{8x}+\sqrt{2}-3\sqrt{8x}+\sqrt{32}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په فکټورونو تجزيه(فکتور نيونه)



په مخامخ شکل کې څو غونچې ګلونه وينئ؟ کومې غونچې يو بل ته ورته دي؟ يوه غونچه څو ګلانو څخه جوړه ده؟

فعاليت

- تش ځايونه ډک کړئ.

$$5x = (.......+......)x = ...x + ...x$$

$$6y = (......+......)y = ...y + ...y$$

- پاسنيو اړيکو کې له کومې ځانګړتيا څخه ګټه اخيستل شوې ده.
- د ښي اړخ عددي ضريبونه د کيڼ اړخ د متحولينو له ضريبونوسره څه اړيکه لري.

$$3x + 2x = (........+...........)x = ...x$$

$$ax + bx = (..........+..........)x = ...x$$

- ايا کولای شو چې $a + b$ ساده کړو؟

په پورتنی فعاليت کې ليدل کيږي چې:

د ځينوالجبري افادو په تجزيه کې کولای شوچې د ضرب توزيعي خاصيت څخه پرجمع باندې ګټه واخلو. د ګډعامل په پيژندلوسره په افاده کې کولای شوالجبري افادې تجزيه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ.

a) $ab + ac - ad$ b) $x^4 - x^3y + x^2y^2$

c) $\frac{1}{2}m^2 - 2m$ d) $3xy - 6x^2$

حل: په راکړل شويوافادوکې لومړی په ټولوحدونوکې ګډ حد پيداکوو او هغه د قوس مخکې ليکو وروسته ټول حدونه بيل بيل په جمله ويشو اوحاصل يې دقوس په منځ کې ليکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\quad ab+ac-ad = a(b+c-d)$

$b)\quad x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

$c)\quad \frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

$d)\quad 3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دویم مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ Ax+Bx+Ay+By$ $\qquad b)\ x^2-4y^2+x+2y$

$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$ $\qquad d)\ 2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتیبووچې ورته حدونه خنګ پر خنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پیداکوواوبیا یې تجزیه کوو.

$$a)\ \underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$$
$$=x(A+B)+y(A+B)$$
$$=(A+B)(x+y)$$

$$b)\ x^2-4y^2+x+2y$$
$$=[x^2-(2y)^2]+(x+2y)$$
$$=(x-2y)(x+2y)+(x+2y)$$
$$=(x+2y)(x-2y+1)$$

$$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$$
$$=2x(x+y)+3(x+y)$$
$$=(x+y)(2x+3)$$

$$d)\ 2x+2y+2x+2y$$
$$=4x+4y$$
$$=4(x+y)$$

پوښتنې

لاندې افادې تجزیه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$ $\qquad$ 2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$ $\qquad$ 4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$ $\qquad$ 6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$ $\qquad$ 8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$ $\qquad$ 10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

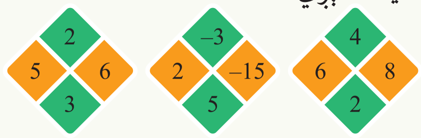
دالجبري افادوضرب چې يوه گډه جمله ولري

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

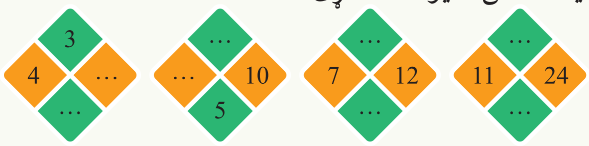
د مخامخ قوسونو له ضرب څخه ووایاست چې د دوو عددونو د جمعي او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دی.

فعاليت

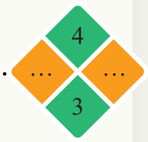
- په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کيږي؟



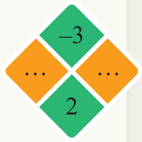
- ديورتنی اړيکې څخه په ګټه اخيستنه تش ځايونه ډک کړئ:



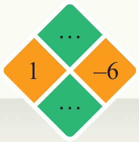
$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$



$x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چي یوه ګڼه جمله و لري لیکلای شوچي:

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$

که چیرې وغواړو یوه ترینوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزیه کړونولومړی باید دوه عددونه داسې پیداکړوچي دضرب حاصل یې c اود جمع حاصل یې b شي، که دې اعدادوته m او n وویل شي، لروچي:

$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$

مثال: د لاندې افادو ضرب اوتجزیه سرته ورسوئ:

$a)\ (t-4)(t+5)$ $\quad b)\ (a+3)(a+4)$ $\quad c)\ (x-0.4)(x+0.2)$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ $\quad e)\ x^2+12x+32$ $\quad f)\ x^2+4x+3$

$g)\ x^2-3x-28$ $\quad h)\ x^2-5x+6$

حل:

$a)\ (t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times5)=t^2+t-20$

$b)\ (a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times4)=a^2+7a+12$

$c)\ (x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times-2)=x^2-6x+8$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

$e)\ x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

$f)\ x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

$g)\ x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$
$=x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

$h)\ x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتنې

1- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ x^2+7x+12$ $\quad b)\ m^2-6m-7$

$c)\ a^2+a-2$ $\quad d)\ x^2-x-20$

2- لاندې افادې ضرب کړئ.

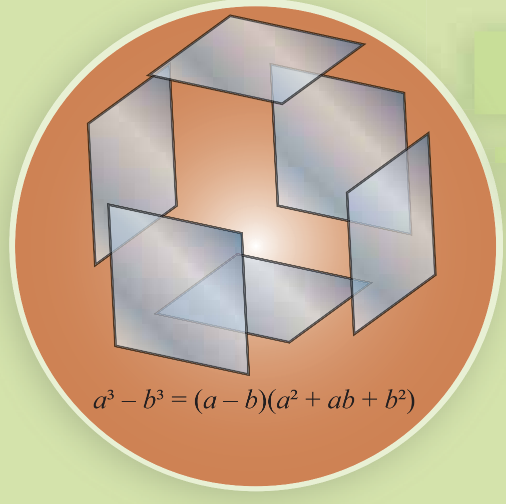
$a)\ (2x-1)(x+3)$ $\quad b)\ (\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

$c)\ (a-3)(a+4)$ $\quad d)\ (0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، وواياست چې ددې سطحو څخه که سره نږدې شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعاليت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	$a^3 + b^3$	$(a + b)$	$a^2 - ab + b^2$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
5	2				
4	1				
−3	2				
3	−2				
4	4				

- د دوو $a^3 + b^3$ او $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ولارو ليکو ترمنځ څه اړيکې ليدل کېږي؟
- ايا کولای شئ يوه ورته رابطه د $a^3 - b^3$ لپاره وليکئ.

دپورتنی فعاليت څخه کولای شو دا پايله وليکو:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښيو:

$$\begin{aligned}(a+b)(a^2 - ab + b^2) &= a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2)\\ &= a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3\\ &= a^3 + b^3\end{aligned}$$

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8 \qquad b)\ a^6b^6-x^3y^3 \qquad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جګوالی $3x-\frac{1}{2}$ وی ددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

$$\text{د مکعب مستطیل حجم} = \text{د قاعدې مساحت} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{د قاعدې مساحت} = \frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{د قاعدې مساحت} = \frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})} = 9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال : د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل : لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزیدلی بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال :د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$

$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3 \qquad b)\ 8+b^3 \qquad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3 \qquad e)\ 0.125x^3-1 \qquad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6 \qquad h)\ 8a^3-27b^3 \qquad i)\ b^6-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچنی ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعي د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ٦ او ٨ کوچني ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو پراوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادې په ضربي عواملو تجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډ عوامل یې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب خودی؟ هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

دوو یا څو الجبري افادو کوچنی ګډ مضرب د پیداکولو لپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملو تجزیه، وروسته هغه ګډ عوامل چې تر ټولو لوی توان لري د ناګډ عواملو سره ضربوو چې کوچنی ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$، $2x+2$ او x^2-1 کوچنی ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادې جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$
$$2x+2 = 2(x+1)$$
$$x^2-1 = (x-1)(x+1)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليدل کېږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل يې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب يا (L.C.M) په نامه يادېږي.

دويم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پيدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times 3(x-1)(x+1)$$

په پایله که کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times 3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتني

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نیولو سره يې ساده کړئ.

1) $\frac{2x}{3}-\frac{4}{5x}\div\frac{3}{10x}$

2) $\frac{3x-1}{x^2+2x-15}-\frac{2}{x+5}$

3) $\frac{2}{x-1}+\frac{x}{x+1}-\frac{4}{x^2-1}$

4) $\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x^3-1}+\frac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ویش

$$\frac{2xy^2 - 4x^2y^4}{-2xy^2} = ?$$

پام وکړئ چې د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

فعالیت

- کله چې د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

$a)\ \frac{2m^2y - 3x^3y^4 + 24xy^3}{-3xy^2}\ ,\ x \neq 0 \wedge y \neq 0$

$b)\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}\ ,\ x \neq 2$

$c)\ \frac{x^3 - x^2 - x - 6}{x + 2}\ ,\ x \neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ او توضیح کړئ چې هرګام دکوم کاریه پایله کې لاس ته راځي ولې؟

a)

$$\begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ \underline{-7} & 142 \\ 29 & \\ \underline{28} & \\ 15 & \\ \underline{14} & \\ 1 & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 11x - 6 & x + 2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} & x^2 - 4x - 3 \\ -4x^2 - 11x & \\ \underline{\mp 4x^2 \mp 8x} & \\ -3x - 6 & \\ \underline{\mp 3x \mp 6} & \\ 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کې مووڵې ویش دکینې خوا له لومړی رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کې مو ولې له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

ليکل اوترتيبول د يوي الجبري افادي دکين لوري (خوا) نه ښي لوري (خوا) ته په ترتيب د لوړې درجې څخه کوچنی درجې ته د پولينوم نزولي ترتيب نوميږي

ددووالجبري افادود يو پربل د ويش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم عليه پولينومونه په نزولي ډول ترتيب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد وويشی چې حاصل يې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم عليه په ټولوحدونو کې ضرب حاصل يې د مقسوم له ورته حدودونه تفريق کوو.

٤- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتې افادې څنګ ته يې ليکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد ويشواوحاصل يې د مقسوم عليه په ټولوحدودوکې ضربووا وحاصل يې له پاتې افادې څخه تفريق کوو.

٥- وروسته ۲، ۳، ٤ پړاوونوته ترهغه ادامه ورکووچې د پاتې حدودو درجه د مقسوم عليه د حدونو له درجې څخه کوچنی شي.

لومړی مثال : د $x^3-3x^2-23x+30$ افاده په $x-6$ افاده ويشی.

$$\begin{array}{r|l} x^3-3x^2-23x+30 & x-6 \\ \hline \underline{-x^3 \mp 6x^2} & x^2+3x-5 \\ 3x^2-23x & \\ \underline{-3x^2 \mp 18x} & \\ -5x+30 & \\ \underline{\mp 5x \pm 30} & \\ 0 & \end{array}$$

د تقسيم مراحل

$$I-\ \frac{x^3}{x}=x^2$$

$$II-\ \frac{3x^2}{x}=3x$$

$$III-\ \frac{-5x}{x}=-5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادی وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$\begin{array}{r|l} x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\ \underline{-x^5\mp x^4\mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\ x^4+2x^3+x^2 & \\ \underline{-x^4\mp x^3\mp 4x^2} & \\ 3x^3+5x^2-8x & \\ \underline{-3x^3\mp 3x^2\mp 12x} & \\ 8x^2+4x+4 & \\ \underline{-8x^2\mp 8x\mp 32} & \\ 12x+36 & \end{array}$$

د تقسیم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\quad \dfrac{x^5}{x^2}=x^3 \\ II-\quad \dfrac{x^4}{x^2}=x^2 \\ III-\quad \dfrac{3x^3}{x^2}=3x \\ IV-\quad \dfrac{8x^2}{x^2}=8 \end{array}\right\}$$

څرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو څېړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه څیړو.

1- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتي د مقسوم دالجبري افادي سره باید برابره وي.

۲- د پاتي درجه د مقسوم علیه له درجې څخه باید کوچنی وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36$$
$$=x^5-2x^3-8x+4$$

لیدل کېږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتي د مقسوم له افادې سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتي درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x+3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$\begin{array}{l|l} x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x+3 \\ \hline -x^4 \pm 3x^3 & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\ \quad -3x^3 + 2x^2 & \\ \quad \mp 3x^3 \mp 9x^2 & \\ \qquad 11x^2 - 3x & \\ \qquad \pm 11x^2 \pm 33x & \\ \qquad\quad -36x + 1 & \\ \qquad\quad \mp 36x \mp 108 & \\ \qquad\qquad 109 & \end{array}$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیداکړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

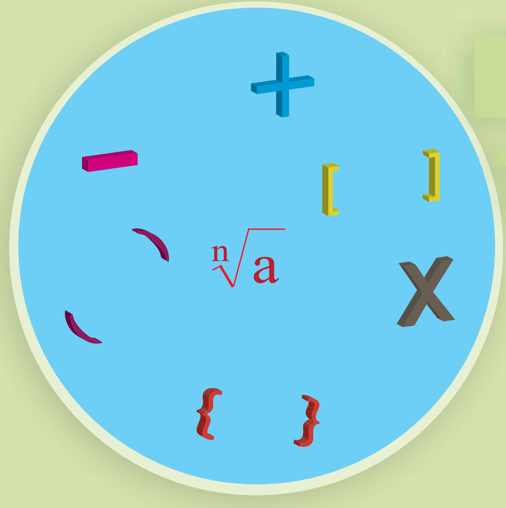
3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عمليو سر ته رسولو ترتيب



که چيرې په الجبري افادو کې مخامخ
نښې راغلې وي په څه ډول په ترتيب
سره افاده ساده کوو؟

فعاليت

- دلاندې افادو دساده کولولپاره کومې عمليې سرته ورسوو. د عمليې د سرته رسولو ترتيب په شمير سره ونوموئ.

$3-2^4\times5+(16\div4)$

$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$

$3x^2-4x(2+x)$

$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$

په پورتني فعاليت کې مووليدل چې دالجبري افادوعمليويه ترتيب سره سرته رسول دعددنود قانون له ترتيب څخه پيروي کوي. ديوې الجبری افادې دساده کولولپاره په ترتيب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

٢- د قوسونويه لرلوسره لومړی هغه ساده کوو.

٣- په ترتيب سره له کين څخه ښې اړخ ته د ضرب اوويش عمليې سرته رسوو.

٤- په ترتيب سره له کين څخه ښې اړخ ته د جمع اوتفريق عمليې سرته رسوو.

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

1) $\frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$

$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$

$=2m+\frac{51}{4}$

2) $2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$

$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$

$=2x-1+2x+4+x\times 5x$

$=2x-1+2x+4+5x^2$

$=4x+5x^2+3$

فعالیت

- مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

b) $\sqrt{8x^3y^3}$

c) $\sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه ورلو لپاره چې مخرج گویا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ دکوم مطابقت څخه مرسته اخیستلای شئ.
- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه یوسي اوساده یې کړئ. دیوکسرد مخرج د جذرونو د منځه ورلوعملیه د الجبري کسر دگویا کولو یا ناطق کولو په نامه یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\frac{2}{\sqrt{x}}$ 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}$$
$$=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}$$
$$=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}$$
$$=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$$
$$=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}$$
$$=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، وروسته د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د ويش، ضرب، جمع او تفريق عمليې له بنې څخه کيڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ.

1) $2x\times-2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپنځم څپرکی لنډیز

- هغــه الجبــري افادې چې د يوه حد څخه جوړه شــوې وي دمونوم يا يــو حده په نامه يادېږي
لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شــوې وي، دوه حده يا بينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دريو حدونو څخه جوړه شوې وي، درې حده يا ترينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+bx+c
- هغــه الجبــري افــادې چــې لــه څوحدونوڅخــه جــوړې شــوې وي او د تــورو توانونــه ئــې مکمــل عدونــه وي څوحــده يــا پولينــوم بلــل کېــږي
لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په يوه الجبري افاده کې د متحول ترټولولوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولينوم هغه ترتيب چې دکيڼې خوا څخه ښــي خواته له لوی توان څخه کوچني ته ترتيب شوی وي، نزولي ترتيب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوګډوعواملوچې ترټولولوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه يادېږي.
- که چيرې په يوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عمليې راغلي وي دساده کولولپاره يې په ترتيب ســره لومړی کوچنی، منځنی او بيا لوی قوس له منځه ورو وريســې د تــوان عمليه او په پای کې په ترتيب ســره د وېش، ضرب جمع او تفريق عمليې له کيڼ څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

دپنځم څپرکي پوښتني

- په لاندې سوالونوكې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوی سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $2x^2-\frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی. b) x دی. c) $2x$ دی. d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادودضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6 b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6 d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$ b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$ d) هيڅ يو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دويش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$ b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب d) هيڅ يو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبوجملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3-4x^2+3x-1$ الجبري افاده يوه . . . . حده درجه . . . . افاده ده.

۲- د $x^2+7x+12$ الجبري افادې ضربی عوامل . . . . .او. . . . . . . .دی.

۳- د $\frac{x^2-1}{x+1}$ ویش حاصل عبارت له . . . . دی.

٤- $a^3+b^3=$ (. . . . .)(. . . . .)

۵- د $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ دضرب حاصل عبارت له . . . . دی.

• په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری اوناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- (   ) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادېږي.

۲- (   ) د $x^2+2ax+a^2$ افادې تجزیه $(x+a)$ $(x+a)$ ده

۳- (   ) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- (   ) $a^3-b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

5- (   ) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

a) $y^2 - y - 2$

b) $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

c) $21a - 14ab + 28a^2$

d) $72m^8n^6 - 98m^6n^8$

e) $a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

f) $1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

a) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

b) $\frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

c) $\frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

a) $\frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

b) $\frac{a^4 - b^4}{a - b}$

c) $2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

d) $(x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

e) $x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی

غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر مساوات
Inequality

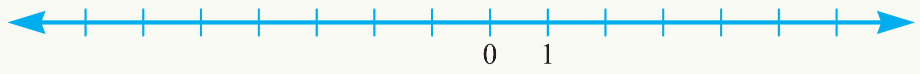
تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کرو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیې چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عددونه دې($<,\leq,>,\geq$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي
لکه: $4>5$, $-3<2$ ...

فعالیت

- د $3,\frac{-3}{2},\sqrt{2},-4$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.



- له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.
- د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښی خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کیڼې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b,a او c دري حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a<b \ , b<c \quad \Rightarrow \quad a<c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- دوه غیر مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامو په کار اخیستلو بیان کړئ.
- د غیر مساوي دواړو خواوو ته د ٥ عدد ورجمع کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوي له دواړو خواوو څخه د ٣ عدد تفریق کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

که $a < b$ وي نو د b, a او c اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو:

$$a + c < b + c$$
$$a - c < b - c$$

فعالیت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامې(>) څخه په کار اخیستلو ولیکئ.
- د پورتنی غیر مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $7 < 4$ غیر مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

د b, a او c حقیقي عددونو لپاره لرو چې:

$$a < b \ ، \ 0 < c \Rightarrow ac < bc$$
$$a < b \ ، \ c < 0 \Rightarrow ac > bc$$
$$0 < a < b \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

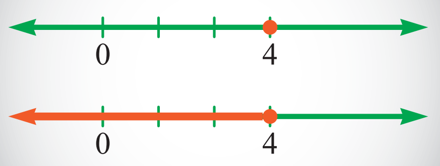
په یاد ولرئ چې د ویش عملیه د ضرب د عملیې معکوسه عملیه ده، یعني که وغواړو چې یو عدد په a وویشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غیر مساوات د ضرب د عملیې ټول خواص د ویش په عملیه کې هم حقیقت لري.

پوښتنې

د $9 < 3-$ په نا مساوي کې د یو اختیاري عدد په جمع او تفریق کولو سره د غیر مساوات ټول خواص وڅیړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجه خطي غیر مساوات حل



د $x = 4$ او $x \leq 4$ دوه الجبري جملې په پام کې ونیسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والی او څه توپیر وینئ.

فعالیت

- د $x+3=7$ معادله، د x دکوم عددي قیمت لپاره سمه ده.
- آیا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته بل قیمت x ته پیدا کولای شئ چې په معادله کې رښتینوالي ولري؟
- د x دکوم عددي قیمت لپاره د $x+3<7$ نامساوي سمه ده.
- ایا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته، بل قیمت شته چې غیر مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قیمتونو لپاره پورتني غیر مساوات صدق کوي.

د پورتني فعالیت په لیدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د $(>, <, \leq$ او $\geq)$ علامو په مرسته یو له بل سره اړیکي ولري او په هغه کې د متحول توان یو وي د لومړۍ درجه یو مجهوله یا خطي نامساوي بلل کیږي.
لاندې نامساوي د یو مجهوله لومړۍ درجې نامساواتو بېلګه ده.

$$x+3<0 \quad , \quad 2x-\frac{1}{3}>3-x$$

$$6x+7\leq 5 \quad , \quad \frac{x}{5}+\sqrt{2}\geq 12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

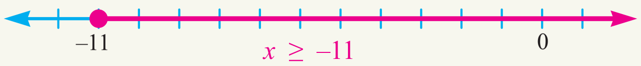
په بشپړ ډول د x د هغو قيمتونو پيداکولو لپاره چې په غير مساوات کې حقيقت ولري د غيرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخيستنې سره غير مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غير مساوات يو اړخ ته x او بل اړخ ته يې عددونه پراته وي.
د غير مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قيمتونه پيداکړو چې غير مساوات په ساحه کې حقيقت ولري دا ساحه د غير مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq -7$ غير مساوات حل کړئ او د غير مساوات د حل ساحه يې د عددونو په محور وښيئ.

حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د(-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$$x+4-4\geq -7-4$$

$$x\geq -11$$



دويم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.

حل: د غير مساوات له خواصو څخه په ګټه اخيستنې سره کولای شو چې معلوم د غيرمساوات علامې يو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$$2x+1>5$$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د(-1) عدد تفريق کوو:

$$2x+1-1>5-1$$

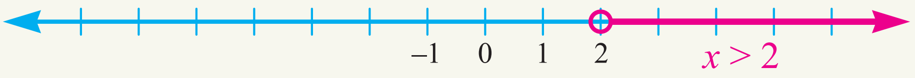
$$2x>4$$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ويشو يا په $\frac{1}{2}$ کې يې ضربوو:

$$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times 4$$

$$x>2$$

يعنې د ټولو هغو قيمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غير مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(●) او دویم مثال کې د عددونو په محور 2 په(o) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غیرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax+b<cx+d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقیقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه یو مجهوله یا خطي غیرمساوات بلل کېږي.

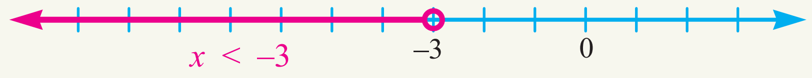
د غیرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نیسو:

- د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره معلوم یو اړخ او مجهول د غیرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قیمت دپیدا کولو لپاره د غیرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضریب د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره ویشو.

دریم مثال: د $3x+1<x-5$ نامساوي حل کړئ.

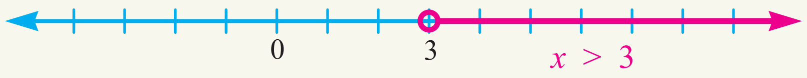
حل:

$$3x-x<-5-1$$
$$2x<-6$$
$$x<-\frac{6}{2}$$
$$x<-3$$



څلورم مثال: لاندې غیرمساوات حل کړئ.

$$x+5<3x-1$$
$$x-3x<-1-5$$
$$-2x<-6$$
$$\frac{-2x}{-2}>\frac{-6}{-2}$$
$$x>3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

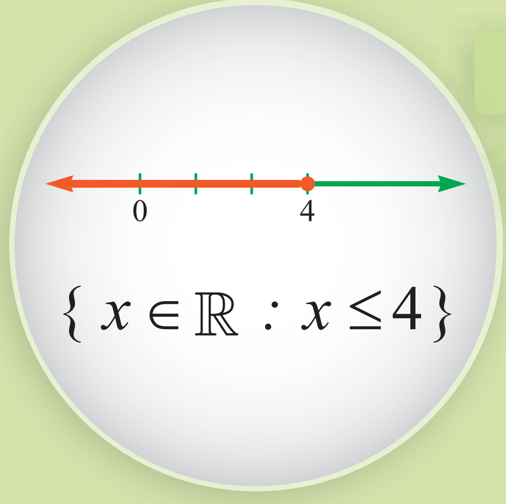
$i)\ 5x + 6 > 0$

2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته وویل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لري دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

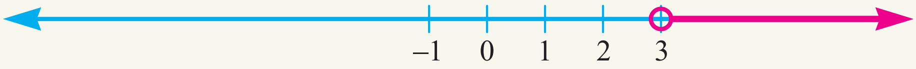
فاصلې (انټروالونه)



د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د یو سټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سټ ته د غیرمساوات حل وایي.

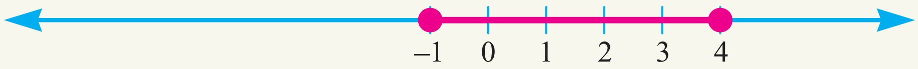
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x - 2 > 7$ نامساوي د حل سټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 څخه لوی وي په نوموړې نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سټ د ریاضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقیقي عددونه چې له دریو(3) څخه لوی وي.



لیدل کېږي، چې د عددونو دا سیټ د عددونو د محور یوه برخه ده، چې په ریاضي کې ورته واټن(فاصله) یا انټروال وایي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوی هغه فاصله(انټروال) ده، چې له -1 څخه لوی یا ورسره مساوي او له 4 څخه کوچنی یا ورسره مساوي دی.

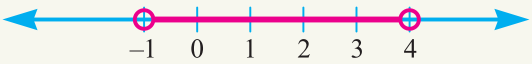


دا فاصله په $[-1,4]$ یا $\{x \in R : -1 \leq x \leq 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پیل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن یا فاصلې ته تړلې فاصله وایي.

نو که په پورتنۍ فاصله کې د -1 او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن یا فاصله وایي او په لاندې ډول یې ښودلای شو:

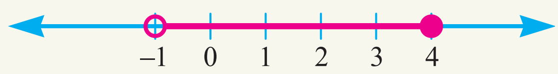
$(-1,4)=\{x \in IR : -1 < x < 4\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

که د مخکني فاصلې د پای د ټکو څخه یوازې یو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې یا واټن ته نیمه خلاصه یا نیمه تړلې واټن یا فاصله وايي، او هغه په لاندې شکل ښیو:

$(-1,4]=\{x \in IR:\ -1 < x \leq 4\}$

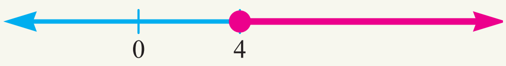


په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقیقي عددونو چې $a \leq b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله		$[a,b]=\{x\in IR : a\leq x\leq b\}$
د a او b خلاصه فاصله		$(a,b)=\{x\in IR : a< x< b\}$
د a او b نیمه خلاصه فاصله		$(a,b]=\{x\in IR : a< x\leq b\}$
د a او b نیمه تړلې فاصله		$[a,b)=\{x\in IR : a\leq x< b\}$

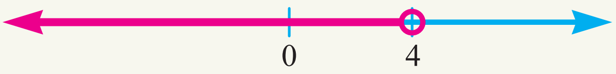
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونیسو چې له یوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله یا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخیستنه چې هغه بې نهایت لولو ښیو، لکه د هغو عددونه سټ چې د 4 څخه لوی یا ورسره مساوي وي داسې ښیو:

$\{x\in IR : 4\leq x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچنې وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR: 4 > x\} = (-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a یو حقیقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقیقي عددونه	$(a,\infty)=\{x\in IR : a< x\}$
د a څخه لوی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه	$[a,\infty)=\{x\in IR : a\leq x\}$
د a څخه کوچنی حقیقي عددونه وي.	$(-\infty,a)=\{x\in IR : x< a\}$
د a څخه کوچنی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه.	$(-\infty,a]=\{x\in IR : x\leq a\}$

پوښتنې

1- لاندې انټروالونه د سټ په شکل ولیکئ او د عددونو په محور یې وښیئ

1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

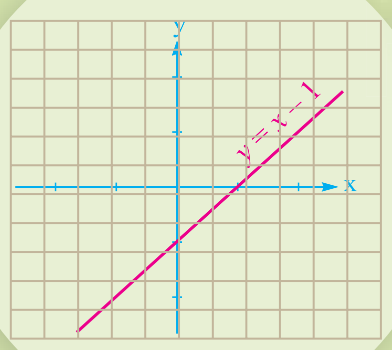
2- لاندې سټونه د انټروال په ډول ولیکئ:

1) $A=\{x\in IR: 2< x< 6\}$ 2) $B=\{x\in IR: -3\leq x\leq 5\}$

3) $C=\{x\in IR: 0\leq x< 4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجې دوه حده (بینوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x د کوم قیمت لپاره د $y = x - 1$ مستقیم خط د x د محور څخه د پاسه او د x د کوم قیمت لپاره مستقیم خط د x محور نه لاندې پروت وی.

فعالیت

- د $2x - 4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قیمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره منفي ده؟

د پورتنی فعالیت رياضي بيان په لاندې ډول په جدول کې لنډوو:

x	$x < 2$	2	$x > 2$
$2x - 4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې ليدل کيږي چې د $2x - 4$ بينوم په $x = 2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قيمتونو لپاره چې له 2 نه کوچني وي منفي علامه او په هغو قيمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بينوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بينوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قيمت پيداکوو چې بينوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x = -3 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-1}{2}x>-3 \quad\Rightarrow\quad x<6$$

په همدې ترتیب هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-1}{2}x<-3 \quad\Rightarrow\quad x>6$$

په لاس راغلی پایلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	$+$	0	$-$

یادونه: په عمومي ډول د $ax+b$ بینوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت په لاس راوړو چې بینوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول یې په لاندې ډول دی.

1- $a>0$

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

2- $a<0$

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحليل او ټاکل

$$\frac{?}{?} = +$$

$$\frac{?}{?} = -$$

د a، b حقيقي عددونو لپاره د $\frac{a}{b}$ کسر، څه وخت مثبت او څه وخت منفي علامه لري.

فعاليت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونيسئ.
- پورتني افاده په کوم حالت کې مثبت کېږي.
- پورتني افاده په کوم حالت کې منفي کېږي.
- د x په کوم قيمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- اياکولای شئ په نومورې افاده کې د x په ځای (۱) وضع کړئ. ولې؟

د نومورې افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نومورې کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ويش له حاصل څخه په لاس راورو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهېږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قيمت پيداکوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پايله کې د $x<1$ څخه بينوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بينوم د مخرج علامه مثبت ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پاملرنه وکړی په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	−	0	+		+
$2x-2$	−		−	0	+
$\frac{3x+5}{2x-2}$	+	0	−	نه دی تعریف شوی	+

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.
او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$-x+3=0 \quad \Rightarrow \quad x=3$

$x=0$

x		0		3	
$-x+3$	+		+	0	−
x	−	0	+		+
$\frac{-x+3}{x}$	−	نه دی تعریف شوی	+	0	−

پوښتنې

د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

a) $\frac{-x+1}{5+x}$ b) $\frac{x}{x+1}$ c) $\frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غیرمساوات

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$y > 0$

$y < 0$?

د x په کوم قیمت سره د مخامخ کسري افاده مثبت او د x په کوم قیمت سره افاده منفي ده؟

فعالیت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غیرمساوات په پام کې ونیسئ.

- د پورتنی ناmساوي د رښتینوالی لپاره د کسري افادې صورت او مخرج باید کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج منفي دی؟
- د پورتني فعالیت د لاس ته راغلو پایلو په پام کې نیولو سره د x متحول د کومو قیمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات سم دی؟

د پورتني فعالیت د سرته رسولو څخه ولیدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل لپاره باید بېلابېل حالتونه په پام کې ونیسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پیدا کولو یوه بله لاره د علامو د ټاکلو او تحلیل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$$

$$4+2x=0 \quad \Rightarrow \quad x=-2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له (-2) او له $(x<-2)$ $(x>2)$ وي افاده مثبته ده، او دهغو قیمتونو شخه چې له (-2) شخه لوی او له (2) کوچنی $(-2<x<2)$ وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R : x<-2\}\cup\{x\in R : x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر شخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول شخه د غیرمساوات حل په لاس راورو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر شخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول شخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

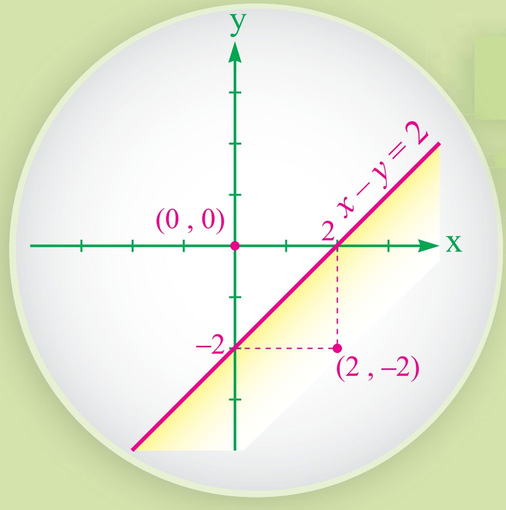
پوښتنې

د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غیرمساوات



د $x-y=2$ مستقیم خط د وضعیه کمیاتو مستوي په دوه پاسني او لاندیني ناحیو ویشي.
د کومې ناحیې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولین لومړۍ درجه دی یو خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کېږي.

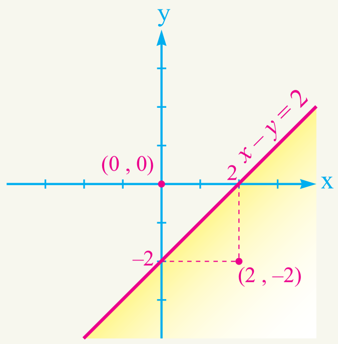
فعالیت

- د (x,y) مرتبې جوړې داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبې جوړې پیدا کولای شئ چې په پورتنی غیرمساوات کې حقیقت ولري.

- ایا کولای شئ چې نورې مرتبې جوړې پیدا کړئ چې په پورتني غیرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنیو حالاتو کې ویلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ یا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کېږي.
د دې غیرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبې جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غیرمساوات د حل سټ پیدا کړئ.

حل: د دې غیرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو. لیدل کېږي چې د $x-y=2$ مستقیمه کرښه د وضعیه کمیاتو مستوي په

(c) ketabton.com: The Digital Library

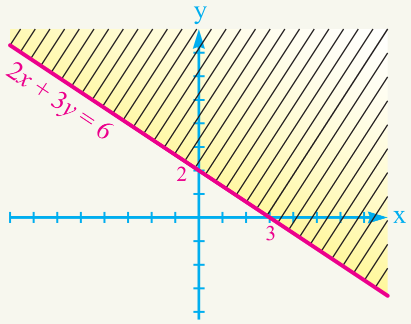
دوو ناحیو ویشي د دې لپاره چې و پوهېږو د کومې ناحیې د عددونو مرتبې جوړې په غیرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحیې څخه یوه مرتبه جوړه ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو.
د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غیرمساوات کې صحیح دی.

$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

نو هغه ټکی چې د مستقیمې کرښې پورته خوا ته دی د غیرمساوات حل دی.
د غیرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقیمې کرښې توروو چې په غیرمساوات کې سم والی نه لري.
پوښتنه: څو نور ټکی د مستقیمې کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکی پورتنی پایله وڅېرئ.

دویم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پیدا کړئ.

حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو وروسته د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره د مستقیم د پاسه یا ښکته خوا د یوه ټکی مختصات ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو که حقیقت یې درلود هغه اړخ د غیرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.



لکه د $(0,0)$ د وضعیه کمیاتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نیسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

څرنګه چې نوموړی ټکی مختصات په غیرمساوات کې حقیقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غیرمساوات د حل سټ دی.

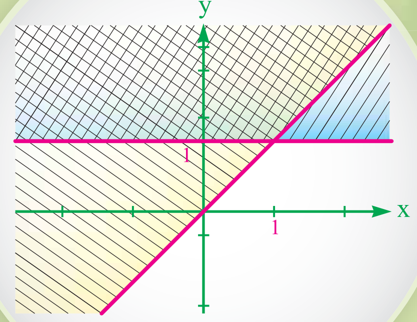
پوښتنې

1) $3x-2<5x+y$ 2) $2y<3x$ 3) $x+y>0$

4) $2x-6y\geq 8x+4y$ 5) $x+y<0$ 6) $5x-3y<-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غیرمساواتو سیستمونه

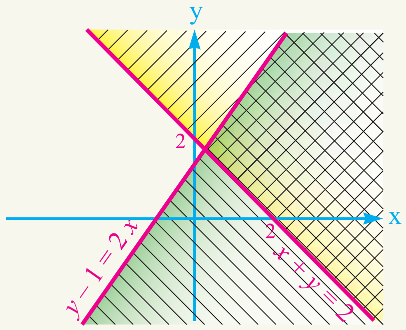


د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.
ایا کولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل د کومو نامساواتو د حل ساحه راښیي.

د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غیرمساواتو سیستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غیرمساوات دي د غیرمساوات سیستم بلل کېږي.

د غیرمساواتو سیستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پیدا کړو چې په یوه وخت کې په دواړو غیرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر یوه نامساوي حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړو.
هغه ناحیه چې ګډه نه ده خط، خط شوی د غیرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګډون لري او دا ناحیه د غیرمساوات د سیستم حل دی.



د $x+y=2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي نو $y=2$ او که $y=0$ وي نو $x=2$ کېږي او د $y-1=2x$ کرښه کې که $x=0$ وي $y=1$ او که $y=0$ وي نو $x=\frac{-1}{2}$ سره کېږي.

د دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو:
لومړی د هر یوه دوه متحوله خطي نامساوي د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو.
هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل دی.

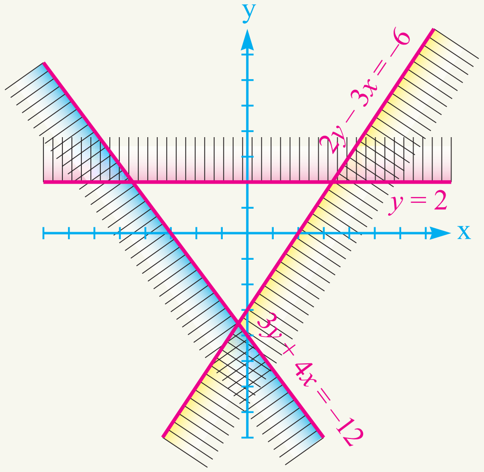
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د لاندې غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتنی غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعنې:

$2y-3x=-6$, $y-2=0$ او $3y+4x=-12$



د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ گراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نومورو قیمتونو په مرسته يې گراف په مخامخ بڼه رسموو.

وروسته د هرې يوې غیرمساوات د حل ساحه په بیل بیل ډول ټاکو.
د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دي تورې شوې ناحیې په شکل لیدل کېږي.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو د حل سټ د گراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي لنډيز

- که چيرې عددونه د دې علامو ($<, \leq, >, \geq$) په مرسته يو له بل سره اړيکه ولري د غيرمساوات په نامه يادېږي.
- که د يوه غيرمساوات دواړو خواوو ته يو حقيقي عدد ور جمع يا تفريق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه مثبت حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا تقسيم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه منفي حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا وويشل شي د غيرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انټروال	$[a,b]=\{x\in IR : a\leq x\leq b\}$
خلاص انټروال	$(a,b)=\{x\in IR : a< x< b\}$
نيمه خلاص انټروال	$(a,b]=\{x\in IR : a< x\leq b\}$
نيمه تړلی انټروال	$[a,b)=\{x\in IR : a\leq x< b\}$

- د يوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړی د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د ويش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3\leq 5$ دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړی د هر دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل

د شپږم څپرکي پوښتنې

دی.

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

a) $\frac{1}{2}+\frac{3}{6}\leq 2-\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{2}>\sqrt{2}$ c) $\sqrt{9+16}\geq 5$ d) د b,a او c ځوابونه

2- د $x+3\leq 5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له:

a) $\{x\in IR: x\leq 2\}$ b) $\{x\in IR: 2\leq x\}$
c) $\{x\in IR: x\leq 8\}$ d) $\{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3$ ... نامساوات حل سټ دی.

a) $[-2,\infty)$ b) $(2,\infty)$ c) $(1,\infty)$ d) $(-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده.

a) $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ b) $\frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ c) $-b<-a$ d) جواب‌های b,a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل سټ دی.

a) $(-3,3)$ b) $(-\infty,3)$ c) $(-3,\infty)$ d) $(-3,3]$

- تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساوات کې د ټولو هغه .... سټ چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل سټ بلل کیږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادیږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادیږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونولپاره مثبت کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٥- د $\frac{1}{5}-x \geq 2x+5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه یوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري ولیکئ.

1- (   ) د یوې غیرمساوات د حل سټ یو عنصر لري.

٢- (   ) د $\{x \in R \ : 2 \leq x < 5\}$ یو تړلی انټروال دی.

٣- (   ) د غیرمساواتو د سیستم د حل سټ د وضعیه کمیاتو د مستوي یوه برخه ده.

٤- (   ) د خطي غیرمساوات د حل ستونه بې شمیره دی.

٥- (   ) څرنګه چې $-2 < 3$ څخه دی نو له دې ځایه دا پایله $-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ اخیستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غیرمساوات ګانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4}-\frac{x-8}{3}<0$

$b)\ x-2<3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3)<0$

$d)\ \frac{3x+4}{x}-1<0$

$e)\ 1-\frac{2}{x}\leq 3$

2- لاندې انټروالونه د عددونو پر محور وښیئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- د لاندې عددونو سټونه د انټروال په بڼه ولیکئ او د عددونو پر محور یې وښیئ.

$a)\ \{x \in IR : x \le 2\}$ $\qquad$ $b)\ \{x \in IR : x \le 5\}$

$c)\ \{x \in IR : -1 \le x \le 6\}$ $\qquad$ $d)\ \{x \in IR : -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غیرمساوات د سیستم حل پیدا کړئ:

$$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$$

$$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$$

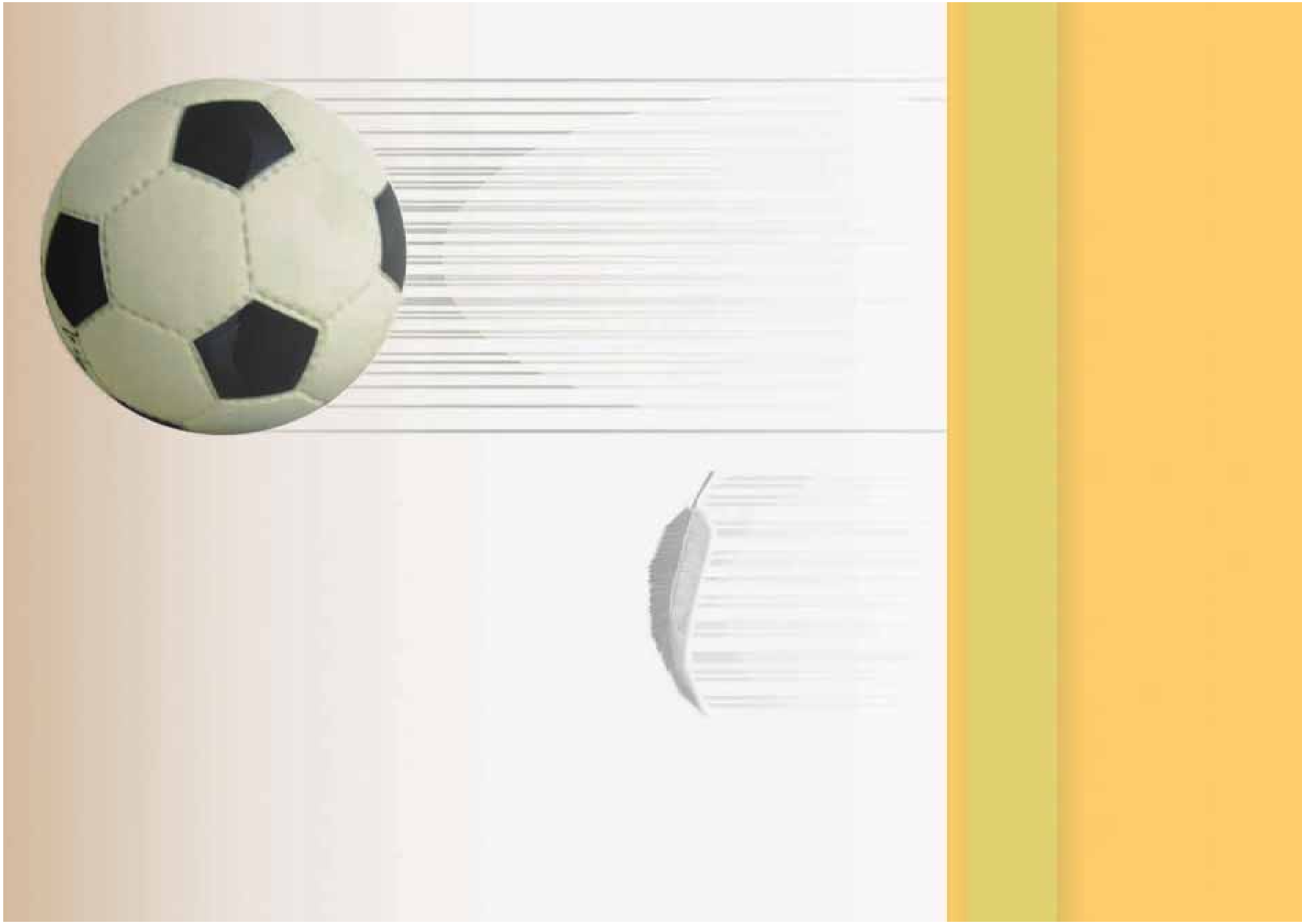
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپرکی

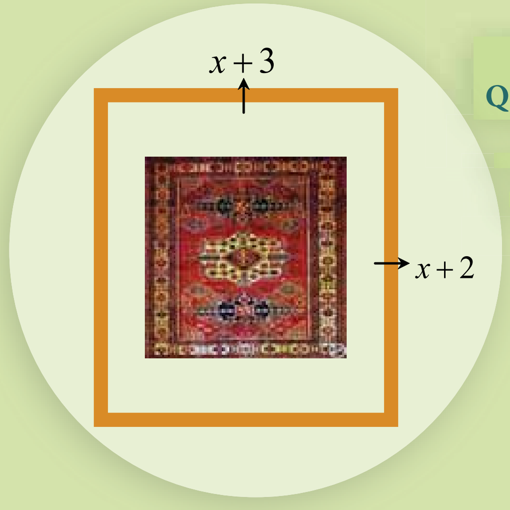
دويمه درجه يو مجهوله معادله

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویمه درجه یو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



کـه چیرې یـوه کوټه د یوې مربع شـکلې قالین په واسـطه داسـې فرش شې چې د کوټـې اوږدوالی $3m$ او سـور یې $2m$ په اندازه د قالین د څنډې څخه زیاد وي، لکـه مخامخ شـکل، وواياسـت چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعالیت

- الجبري افاده تعریف کړئ.
- معادله تعریف کړئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې یوه بېلګه ولیکئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې عمومي شکل ولیکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پیدا کړئ.
- د پورتنۍ معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې یو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي یو مجهوله دویمه درجه معادله بلل کېږي، چې عمومي شکل یې $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ چې b, a او c حقیقي اعداد او x مجهول بلل کېږي که چیرې $b=0$ یا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نیمګړې دویمه درجه معادله وايي.

لومړی مثال: یو تار چې یو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه یو مستطیل چې مساحت یې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطیل اوږدوالی او سور څرنګه وټاکو.

حل: که د مستطیل اوږدوالی x او سور یې په y وښیو د مستطیل محیط $2(x+y)=100 \ldots I$ اریکي او مساحت یې $x\times y=600 \ldots II$ اریکي څخه په لاس راوړو.

$$\begin{cases}2(x+y)=100\\ x\cdot y=600\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=50 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \ \text{I}\\ x\cdot y=600 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \ \text{II}\end{cases}$$

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$

$$50x-x^2=600$$

څرنګه چې په پورتنی معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بېلابېلې لارې شته چې هغه تر څېړنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په x ونوموو؛ نو پورتنی بیان د ریاضي په بڼه داسې لیکو:

$x^2=6+x$ یا $x^2-x-6=0$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅیړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د b,a او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x-x^2=4$ $c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $e)\ x^2-4=0$ $f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلی	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

$a)\ 6-2x+x^2=0$ $b)\ 5x^2-3x+1$ $c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $d)\ -x^2=3$

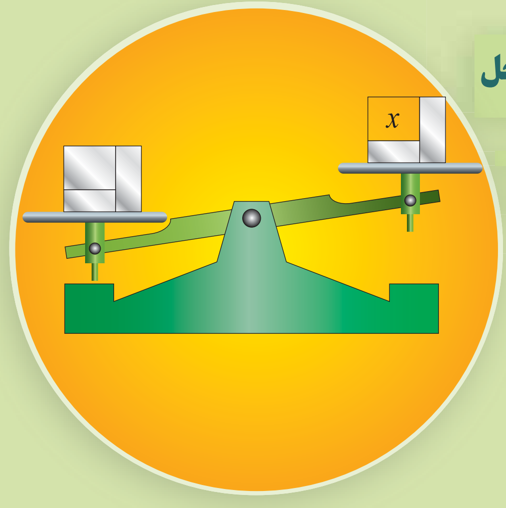
2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $b)\ 3x-4=x^2$ $c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویمه درجه یو مجهوله معادلې حل



آیا کولای شې چې د x لپاره داسې قیمت پیدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعالیت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پیدا کړئ.
- پورتنې مساوات د x د بیلابیلو قیمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وڅېړئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنې پوښتنې په پام کې نیولو سره توضیح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پیداکول یعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قیمتونه چې په یوه دویمه درجه معادله کې برابروالی راولي د یو مجهوله دویمې درجې معادلې حل بلل کېږي.

لومړی مثال: هغه عدد پیدا کړئ چې مربع یې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډېره وي.

حل: که چېرې عدد ته x ووایو نو الجبري عبارت داسې بڼه نیسي:

$$x^2 = x+12$$

خرنګه کولای شو چې د پورتنی مساوات څخه د هغې حل پیدا کړو.

که چیرې $x = 1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ د 13 عدد او کیڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x = 2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته 14 او کیڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x = 3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښی اړخ ته د 15 عدد او کیڼ اړخ ته د 9 عدد دی.

په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x = 4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته د 16 عدد او کیڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x = 4$ د معادلې یو حل دی.

د پورتنی لارې لنډیز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو تړې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.

حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2 + 1 = 0$

د پورتنی لارې په څېر د اټکل شویو اعدادو په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتنی جدول په څېر مخامخ جدول په پام کې نیسو.

x	x^2	-1
1	1	−1
2	4	−1
0	0	−1
−1	1	−1
−2	4	−1
−3	9	−1

د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعنې د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کېدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

پوښتنې

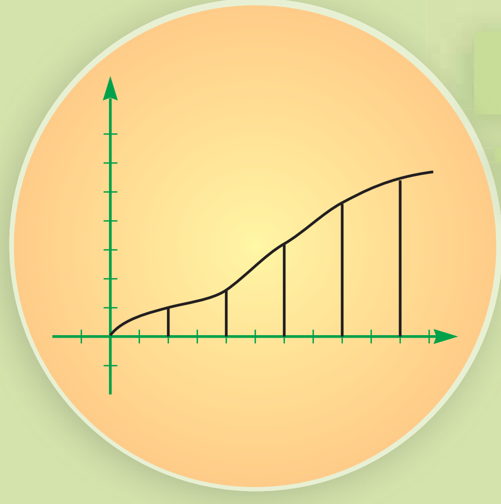
1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.

2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2 - 1 = 0 \qquad b)\ x^2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر خطي اړیکی(رابطي)



ډاکټران د یوه ماشوم د ونې(قد)اوږدوالی پـه بېلابېلو وختونو کې په مخامخ ګراف کـې څېړي. ایا تاسـې تر اوسـه پورې د خپلـې ونې(قـد) د اوږدوالـی بدلون ته سـوچ کړی دی چې پـه بېلابېلو وختونو کې څومره وو؟

فعالیت

- د یوې مربع د ضلعې د اوږدوالي او مساحت تر منځ اړیکه په پام کې ونیسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت یې په y ښیو.
- د x او y اړیکه په یوه معادله کې وښیئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قایمو مختصاتو په سیستم کې د پورتنیو مرتبو جوړو ټکي وټاکئ او یو بل سره یې ونښلوئ.
- د دقیق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قیمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړئ د پورته په څېر ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتني جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

- د پورتنیو جدولونو څخه په ګټه د $y = x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله: په پورتنی فعالیت کې مو ولیدل چې د $y = x^2$ معادلې گراف مستقیم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x+1 \end{cases}$ سیستم معادلاتو گراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ، او گډ حل یې پیدا کړئ.

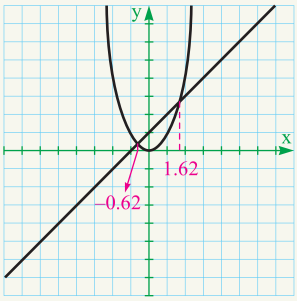
حل: د هغو لارو څخه چې مخکې مو د گراف د رسمولو لپاره ترې گټه واخیسته د پورتنیو معادلو د گرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتیب او مرتبې جوړې یې د مختصاتو په سیستم کې پس له ټاکلو د معادلو گرافونه رسموو.

- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x+1$ لپاره:

x	0	1
$y=x+1$	1	2



د گراف له مخې د گډ حل د ټکو ورنژدی قیمتونه یې مساوي په:

$$x_1 = 1.62 \quad , \quad x_2 = -0.62$$

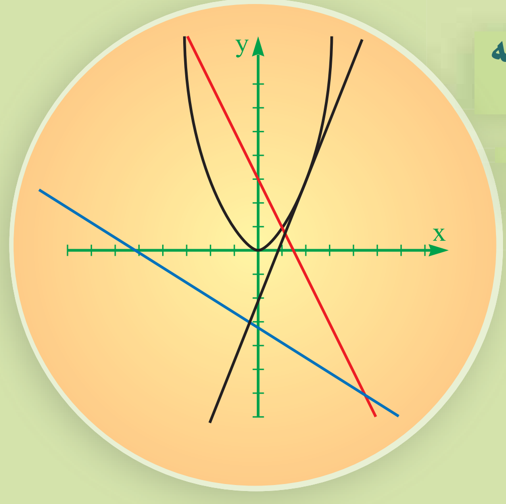
پوښتني

1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x-2 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمي درجې معادلې حل په هندسي لاره(طريقه)



په مخامخ شکل کې مستقيم خط له ورکړل شوی منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعاليت

- ايا د $x^2-6x+7=0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2=6x-7$ وليکو؟
- که چيرې نومورې مساوات له y سره مساوي وي $y=x^2=6x-7$ نو $y=x^2$ او $y=6x-7$ دی.
- د $\begin{cases} y=x^2 \\ y=6x-7 \end{cases}$ معادلو د سيستم گراف د مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- د پورتني سيستم گرافونه يو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سيستم حل د گرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړيکه لري.

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

- هره دويمه درجه معادله کولای شو چې د $y=x^2$ معادلې او د $y=ax+b$ کرښه ايزو معادلو په څير وليکو.
- د x ټکي د پريکړې مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دويمي درجې معادلې حل دی د پورتني کړنې په مرسته د دويمه درجه معادلې حل پيداکول د هندسي حل په نامه ياديږي.

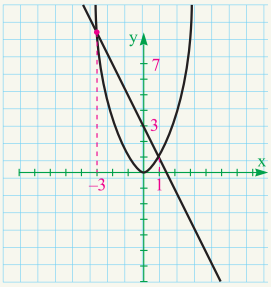
لومړی مثال: د $x^2+2x-3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.

حل: د $x^2+2x-3=0$ معادله کولای شو په لاندې ډول وليکو او گراف يې رسم کړو.

$$x^2=-2x+3 \Rightarrow \begin{cases} y=x^2 \\ y=-2x+3 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



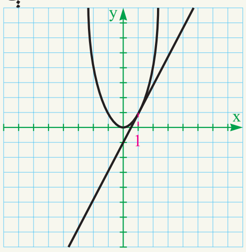
x	–2	–1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	–3

له شکل څخه ليدل کيږي چې مستقيم خط منحني په دوو ټکو کې قطع کوي چې د پريکړې ټکي د x مختصه د دويمه درجه معادلې حل دی يعنې $x_1 = -3$, $x_2 = 1$

دويم مثال: د $x^2 + 2x + 3 = 0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پيدا کړئ.

حل: د $y = x^2$ معادلې او د $y = 2x - 1$ مستقيمې کرښې شکلونه رسموو.



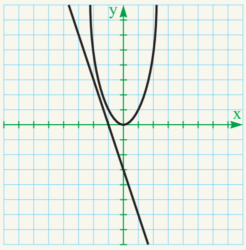
$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	–1
y	–1	-3

ليدل کيږي، چې کرښه له منحني سره په يوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قيمت) د معادلې حل دی.

دريم مثال: د $x^2 + 3x + 3 = 0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	–1
y	–3	0

ليدل کيږي، چې مستقيم خط منحني نه قطع نو دويمه درجه معادله حل نه لري.

يادونه:

که چيرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.

که چيرې منحني په يوه ټکي کې پرې کړي معادله يو حل لري.

که چيرې منحني قطع يا غوڅ نه کړي، معادله حل نه لري.

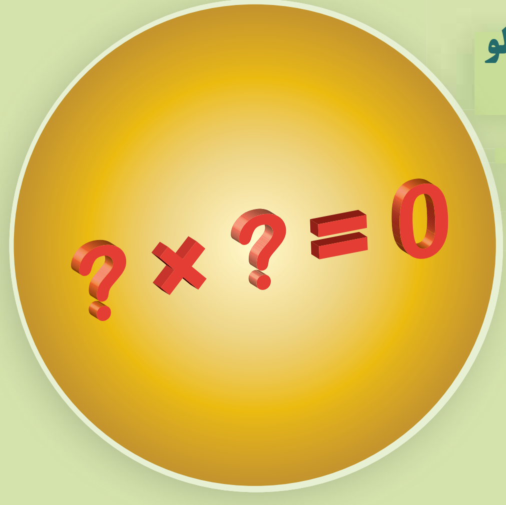
پوښتني

1- د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طريق) پيدا کړئ.

a) $x^2 - 2x + 2 = 0$ b) $x^2 - 6x + 8 = 0$ c) $x^2 - 5 + 7 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزيي په لاره(طريقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعاليت

- که a او b دوه حقيقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ کېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام کې ونيسئ، ايا وېلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړيکه لري؟
- د مخکيني لارې(طريقې) څخه په ګټه اخيستنې سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره يې پرتله کړئ.

د پورتنی فعاليت پايله په لاندې ډول په لاس راورو:

پايله: که وکړای شو، چې دويمه درجه معادله د دوو خطي افادو د ضرب د حاصل په شکل واړوو نو په دې حالت کې د معادلې حل ساده کېږي، چې په لاندې ډول عمل کوو:

- د اعدادو له خاصيتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه يو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هرې خطي الجبري افادې حل چې د يوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دويمې درجه معادلې حل دی.

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيې په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيې څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نوموړې ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغو فکټورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

$$1)\ x-1=0 \Rightarrow x_1=1$$

$$2)\ x-6=0 \Rightarrow x_2=6$$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيې په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکټورونو تجزيه کړې، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$

$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$

$$2A=(2x+1)(2x-6)$$

$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$

$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

$$1)\ 2x+1=0 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{2}$$

$$2)\ x-3=0 \Rightarrow x_2=3$$

پوښتنې

لاندې معادلې د تجزيې په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$

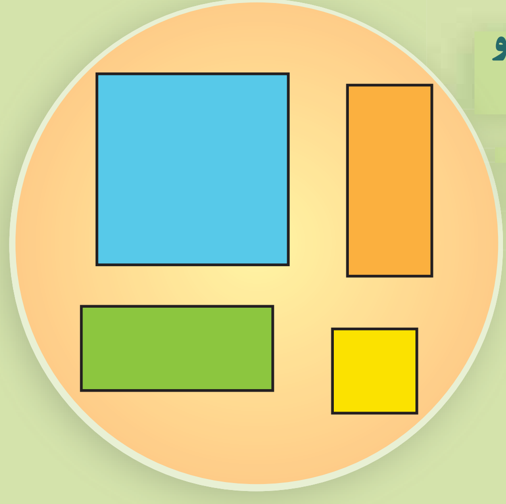
2) $x^2+x-2=0$

3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

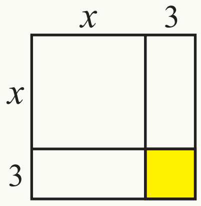
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمې درجې يو مجهوله معادلو حل د تکميل مربع په طريقه



هڅه وکړئ چې د دې شکلونو له يو ځای کېدو څخه يوه لويه مربع جوړه کړئ.

فعاليت



- د يوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطيل او مربع په مخ وليکئ.
- د $x^2+6x-40=0$ معادله داسې ترتيبوو چې متحول لرونکي حدونه يو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته چاڼ شي.
- متحول لرونکی الجبري افاده څه اړيکه له رنګ شوې مساحت سره لري؟
- د مستطيلونو د مساحت عددي ضريب د دويمه درجې معادلې د x له ضريب سره څه اړيکه لري.
- د يوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکي الجبري افادې د لويې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزيات کړو.
- د په لاس راغلې اړيکې څخه د قيمت(د دويمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کېدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کېږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله په $(x+p)^2=q^2$ بڼه بدلېږي چې د تجزيې پراوونه يې عبارت له:

- لومړی p د x د ضریب د نیمايي سره وضع کوو یعنې $P=\frac{b}{2}$
- وروسته $q^2=-c+(\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د $x+p=q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمايي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

$a)\ x^2+8x-24=0 \quad b)\ x^2-x-\frac{5}{4}=0 \quad c)\ x^2-6x-13=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محمد بن موسی فورمول یا د تکمیل مربع د طریقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضریب ووېشو نو وواياست چې مخامخ مساوات حقيقت لري؟ که نه؟

ومو ليدل چې دويمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ ليکو چې په هغې کې b, a او c حقيقي اعداد او a د صفر خلاف يو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ويشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{c}{a}\right)$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې ليکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

فعاليت

هره دويمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقيقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

لومړی پايله: د $ax^2+bx+c=0$ دويمې درجه معادلې چې b, a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابېل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قيمت پيدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دويم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پيدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

درېيم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده يعني

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پيدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډيز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړې معادلې په نامه ياديږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- که يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطوکې قطع معادله دوه حله لري.
- که يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- که مستقيمه کرښه له منحني سره پرېکړه ونه لري معادله په حقيقي عددونوکې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيکې $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ څخه او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيکې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- که چيرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set کې حل نه لري.
- د دويمه درجه معادلو د تشکيل لپاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب یې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضریبونه عبارت دي له:

الف) $a = 3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$ ب) $a = -3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$

ج) $a = 4\ ,\ b = 3\ ,\ c = -1$ د) هیڅ یو.

2- د $3x^2 - 8x + 5 = 0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1 = 1\ ,\ x_2 = \frac{5}{3}$ ب) $x_2 = 1\ ,\ x_1 = -\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هیڅ یو.

3- د $y = x^2$ معادلې ګراف عبارت دی له:

الف) مستقیم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هیڅ یو.

4- د $x^2 - 10x + 16 = 0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1 + x_2 = 5$ ب) $x_1 + x_2 = -5$

ج) $x_1 + x_2 = 8$ د) $x_1 + x_2 = 10$

5- که $\Delta > 0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقیقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) یو حل لري

• تش ځایونه ډک کړئ.

1- د یو مجهوله دویمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2 - x + 0.25 = 0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کليمه وليکئ.

1 - (   ) که $b^2-4ac<0$ وي، معادله د حقيقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - (   ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - (   ) د $2x^2-4x=0$ معادلې يو حل صفر دی.

4 - (   ) د دويمې درجه معادلې د تشکيل لپاره د $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ ياد $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

5 - (   ) که چيرې په يوه دويمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله يو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې a, b او c ضريبونه و ښيئ او وواياست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x^2-1=0$ $c)\ 2x^2-6x=0$

2- د لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

$a)\ 3x^2+x-4=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$ $c)\ 6x^2-x-2=0$

3- لاندې معادلې د تجزيې په لار(طريقه) حل کړئ.

$a)\ x^2-2\sqrt{3}\,x+3=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$

$c)\ x^2-2\sqrt{3}+3=0$ $d)\ cx^2-2acx+ca^2=0$

4- لاندې معادلې په هندسي تګ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2+7x-1=0$ $b)\ x^2-2x+1=0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزيې په طريقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2+3x-1=0$ $b)\ x^2+\dfrac{x}{5}=\dfrac{6}{5}$

$c)\ 2x^2+3x+1=0$ $d)\ x^2+3x=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-6 د عمومي فورمول څخه په ګټه اخيستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2-8x+1=0$ $\qquad$ $b)\ x^2-3x+2=0$

$c)\ t^2-0.27+0.6t=0$

-7 که ديوه مستطيل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالى د عرض دوه برابره وي د مستطيل اوږدوالى او سور پيدا کړئ.

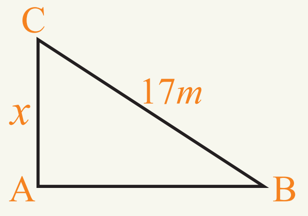
-8 که د يوه قايم الزاويه مثلث د قايمو ضلعو اوږدوالى $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالى يې پيدا کړئ.

-9 که ديوه مستطيل مساحت $24cm^2$ او محيط يې $36cm$ وي اوږدوالى او سور يې پيدا کړئ.

-10 هغه معادلې وليکئ چې حلونه يې په لاندې ډول دي.

$a)\ -2,0.5$ $\qquad$ $b)\ 3,-1$ $\qquad$ $c)\ 0,2$ $\qquad$ $d)\ \sqrt{2}-1,2$

-11دوه تنه بايسيکل چلوونکي د A ټکي څخه يو ختيځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوى تر منځ واټن $17m$ دى هغه بايسيکل چلوونکى چې ختيځ لور ته حرکت کړى دى $7m$ زيات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړى طى کړى دى. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړاى شو چې وهل شوى واټن د هر يوه بايسيکل چلوونکى وليکئ.

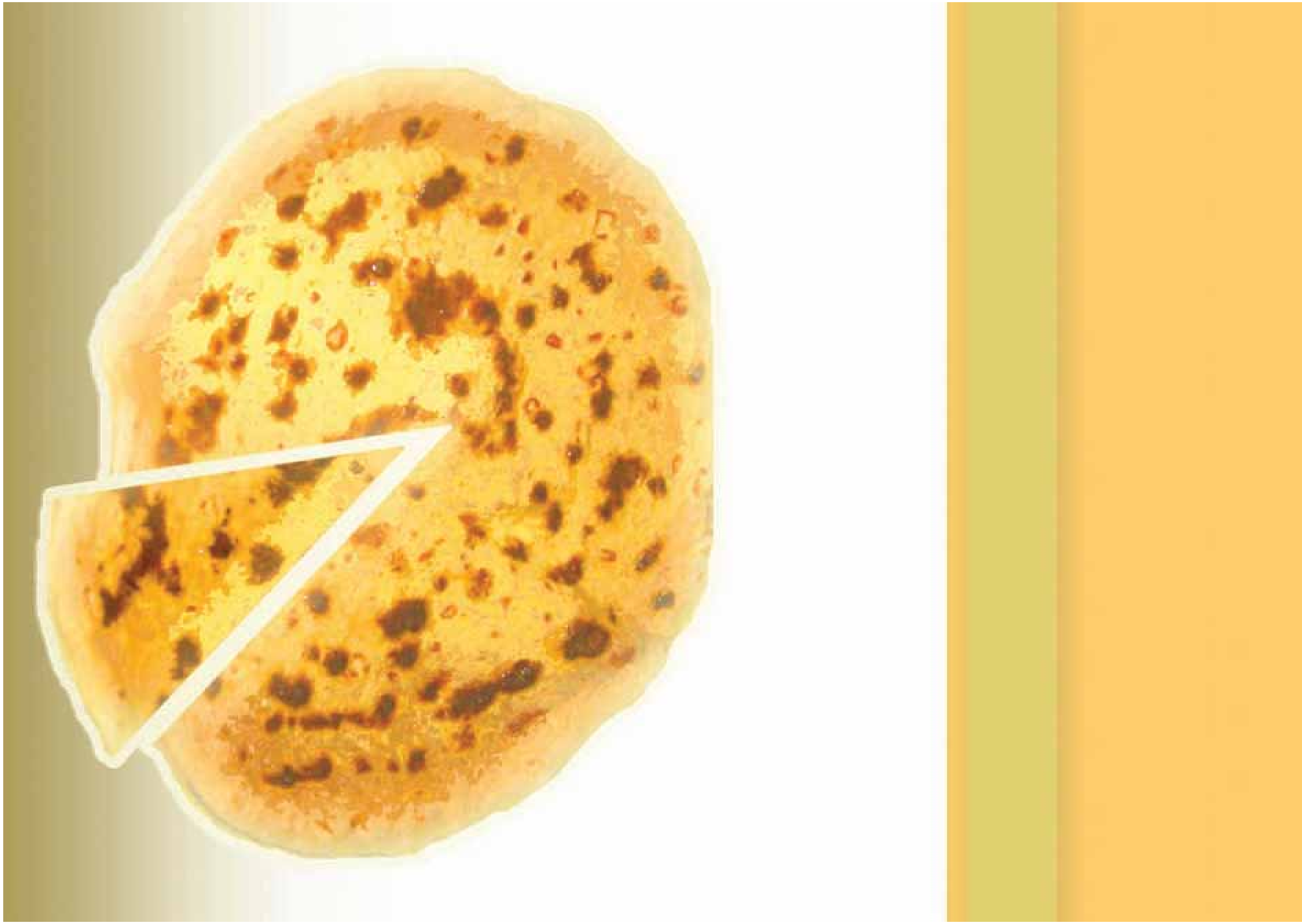


(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم خپرکی
احصائیه

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ډیټا (Data) د ګټیو کولو لاره

آیا تاسې په خپل ټولګي کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چیرې د فلیپین او یا اندونیزیا ته ولاړ شئ څنګه؟
تاسې په کومه کچه په یوه هیواد کې جګ او په بل هیواد کې لنډ ونې شمیرل کیږئ، معیارونه موکوم دي؟

فعالیت

د یو شمېر کورنیو شمېر چې په څوکلیو کې پرتې دي، په لاندې ډول لیکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

43	40	38	35	53	45	42	40	49	52
56	50	41	46	37	44	39	38	55	51

غواړو دا راکړل شوی ډیټا data په دریو ګیډیو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډیر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ایا کولای شو، چې یو یا څو ورکړل شوی ډیټا data له منځه یوسو؟
- تر ټولو لویې او تر ټولو کوچنې کورنی پیدا کړئ.
- د لړو او ډیرو ډیټاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت د ګیډیو په شمېر وویشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښیي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.

د کورنیو شمېر	د کلیو شمېر
35 - 41	
42 - 48	
49 - 56	

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډیټا data د دسته بندي یا ګیډۍ کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.
- د ډیټاګانو د زیات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد وویشئ او د اوږدوالي په لاس راوړئ که چیرې حاصل یې طبیعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نیول شوی داسې راغلي دي:

152	151	152	160	157	140	161	165	163
164	166	170	172	174	154	146	153	149
172	175	165	172	170	169	146	158	177
160	165	168						

دا ډیټاګاني په څلور دستو یا ګیډیو کې ځای په ځای کړئ.
- که چیرې د ناروغانو شمېر په یوه روغتون کې له 175 څخه زیات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وایي. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره میله یي ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په یوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زیات او تر ټولو کم ارقام یې په لاس راوړو.

$140 =$ ترټولو ټیټ رقم

$177 =$ تر ټولو لوړ رقم

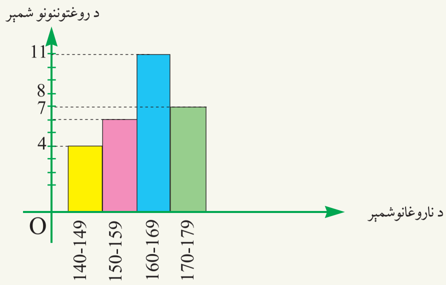
لوړ رقم – ټیټ رقم $= 177 - 140 = 37$

د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی دپیدا کولو لپاره دا وسعت د دستو یا ګیډیو په شمېر ویشو $9.25 = \frac{37}{4}$ ددې عدد څخه د دستې یا ګیډۍ په اوږدوالي کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانی لپاره دا عدد روند ډون یا کښته خوا په پام کې نیسو چې په دې ډول د ګیډۍ اوږدوالی د(9) عددپه لاس راځي.

د ناروغانو شمېر	د روغتونو کثرت	دګیډیو وسط یا منځی	f · X
140 – 149	4	144.5	4 × 144.5 = 575
150 – 159	7	154.5	7 × 154.5 = 1081.5
160 – 169	11	164.5	11 × 164.5 = 1809.5
170 – 179	8 n = 30	174.5	8 × 174.5 = 1396

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\overline{X} = \frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30} = \frac{4865}{30} = 162.1$$



پاملرنه وکړئ که چیرې د دستې اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعنې روندافـ نه کړو، د دستو(گیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاگانې حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.

په ځینو وختونو کې د دستو یا گیډیو د شمېر(گروپونو) په ځای د دستو یا گیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا گیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا گیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا گیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا گیډیو په ځای د دستو یا گیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعنې 140 څخه پیل کوو. څرنگه چې د گیډۍ یا دستې اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعنې د دویمې گیډۍ یا دستې لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډیرې داتاگانې په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	دگیډیو اوسط	$f \cdot x$
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X} = \frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30} = 161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې ډیټاګانې د 20 زده کوونکو د رسیدلو وخت په دقیقو له کوره تر ښوونځی راښیي:

10	50	65	33
48	5	11	23
37	26	26	32
17	7	13	19
29	43	21	22

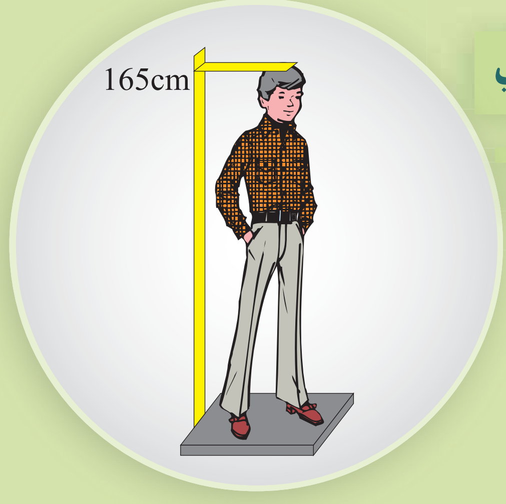
- پورتنی ډیټاګانې په اوو ګروپو کې ګیلۍ یا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګیلۍ کثرت پیدا کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.
- که چیرې ډیټاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګیلۍ اوږدوالی یې 10 وي کېږدو د کثرت جدول یې جوړ کړئ.

2- یو مثال راوړئ چې ډیټاګانې د دسته بندي لپاره د ګیډیو له اوږدوالی څخه ګټه اخیستل شوی وي.

3- د موضوع د څېړلو لپاره یو مثال وړکړئ، چې د ډیټاګانو د ګیلۍ کولو ګیډیو له شمېر څخه ګټه اخیستل شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیټاګانو دسته بندي



که چیرې له تاسې څخه پوښتنه وشي چې ونه مو څومره ده څه ځواب ورکوئ.
ایا ټیک داسې عدد دی چې د متر له مخې یې لولئ؟

فعالیت

- که له تاسې څخه پوښتنه وشي چې څو ورونه لرئ، څه وایئ؟ ایا کولی شئ ادعا وکړئ، چې د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چې لا ټیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چې د خپلو هم صنفانو د ورونو د شمیر په ټیک ډول و وایئ.
- ناخاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسې یو دوست ووایي د ونې اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متر دی. ایا ټیک د ونې(قد) اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتنې څخه داسې ورکړل شوي.

153	148	151	138	136
142	131	141	141	139
152	159	139	132	146

لاندې جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د ونې ځګوالی	د زده کوونکو شمیر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چې ولې د ۱٤۰ عدد یو وار د دستو یاګیډیو د پورتنی سرحد په څیر او یو وار د دستو د لاندینی سرحد په څیر راوړل شوی دي.
- که چیرې د یوه سړي د ونې اوږدوالی ۱٤۰ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چې په کومه دسته یاګیډۍ کې قرار لري.

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیلډی یا دسته بندي کې د یوې دستې یاګیلډی پورتنی سرحد به له کوزنی سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتنی ګیلډی یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لوېږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

28	48	44	47	38	35	32
31	54	52	51	36	40	30
29	29	31	52	42	32	27
			43	37	49	54

- د کثرت جدول یې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلي دي.
- د ګیلډیو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیلډی کې او د ٤٠ عدد په دریمه ګیلډی کې لوېږي د ګیلډو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4+9+7+5 = 25$ چې د موټرونو د شمېر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتنې

1- لاندې داتاګانې چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې راښیې په پام کې ونیسئ.

88	101	108	103	111	111	108	108	86
96	107	111	96	112	105	105	103	91
105	90	95	89	92	112	112	100	92
		77	90	106	77	108	95	111

د 4 دسته یې جدول په جوړولو سره د ګیلډیو د کثرت د جمع حاصل، د ګیلډو مرکز، او data منحنی قیمت پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

وزني اوسط یا منځنۍ قیمت
Weighted Mean

که ځوک ښه کار سرته ورسوي، انعام یې
نظر کوم عدد ته ځو برابره دی.

فعالیت

اوریدلي مو دي چې هغه زده کوونکي چې دولسم ټولګي پای ته ورسوي د کانکور ازموینه په
شلورو څانګو کې له خاصو ضریبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو
پوهنځیو ته ویشل کیږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبرې په لاندې ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبیات د 2 په ضریب	ټولنیز علوم د 2 په ضریب	طبیعي علومو د 3 په ضریب	ریاضي د 4 په ضریب
ضریب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دویم زده کوونکی	61	66	62	60

مضمون	د دویم زده کوونکي نمبرې	ضریب
ریاضي	60	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

مضمون	د لومړي زده کوونکي نمبرې	ضریب
ریاضي	61	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنۍ یا وسطي قیمت پیدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت ډیره اغیزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت لږ اغیزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د ریاضي مضمون په نمبرو ۵ نمبرې ورزیاتې شي منځنۍ یا وسطي قیمت ډېر بدلون مومي که دې د ټولنیزو علومو په مضمون ۵ نمبرې زیاتې شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې دیټاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوی وي دا په دې معنا ده چې د دیټا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره تړلې ده. په دې حالت کې د ضریبونو د کثرت جدول د دیټاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلی اوسط ته وزني اوسط وايي:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په ځینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستې دی.

مضمون	نمرې	د کریډتونو شپېر
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

– د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفي نمره	د کریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	$3\times3=9$
فزیک	A	3	4	$4\times3=12$
کیمیا	C	2	2	$2\times2=4$
بیولوژي	B	3	3	$3\times3=9$
ژبه	A	1	4	$4\times1=4$

$n = 12$ د کریډتونو شمېر

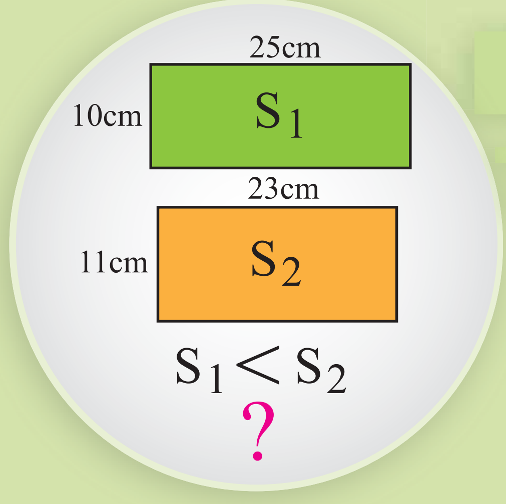
وزني اوسط یا منځنی = $\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$

پوښتنې

که د کانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکي نمبرې په وار سره $70, 65, 61$ او 53 او ضریبونه یې په وار سره $3, 2, 1$ وي د دې زده کوونکي د نمبرو اوسط حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مستطیلي ګراف
Histogram

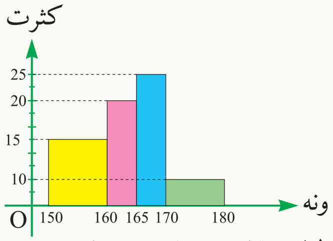


که د یوه مستطیل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور یې 10 سانتي متره او دبل مستطیل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور یې 11 سانتي متره وي. د دې دواړو مستطیلونو مساحتونه پیدا او یو له بل سره یې پرتله کړئ.

فعالیت

دیوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

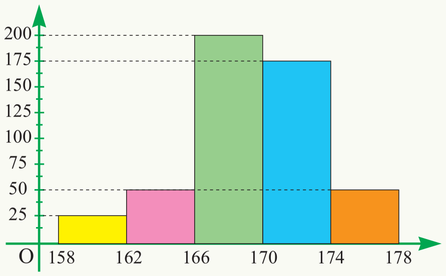
ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10



- په پورتنی ګراف کې د مستطیلونو قاعدې څه شی راښیې.
- د هر مستطیل مساحت په لاس راوړئ. د مستطیل مساحت څه شې راښیې.
- د مستطیلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی راښیې.
- پورتنی ګراف له میله یې ګراف سره څه توپیر لري.

یو ځل بیا د یوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه یې په لاندې جدول کې ورکړ شوې ده په پام کې ونیسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50



- جدول ته په پاملرنې سره د مستطیل قاعده څه شی راښیي.
- د مستطیل اوږدوالی څه شی راښیي.
- میله یي ګراف له پورتنی ګراف سره څه توپیر لري؟

د دیتاګانو د پیوسته یا نښتي ښودلو لپاره د مستطیلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطیل عرض د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطیلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې یا ګیډۍ کثرت راښیي.

که د دستو یاګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کیلو ګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمېر	4	6	12	8	8

دلته لیدل کېږي چې د دستو یا ګیډیو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطیلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطیلونو جګوالی(ارتفاع) یوه ګډ واټن ته په پام کې نیولو سره د ټولو دستو یا ګیډیو پیدا کړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ یا مشترک دی نو کولای شو چې ټول پنځه واره واحده د x په محور په یوه واحد وښیو:

د 45 – 40 ګیډۍ لپاره یو واحده
د 50 – 45 ګیډۍ لپاره یو واحده
د 60 – 50 ګیډۍ لپاره یو واحده
د 70 – 60 ګیډۍ لپاره یو واحده
د 90 – 70 ګیډۍ لپاره یو واحده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیداکولو لپاره د دستو یاګیډیو کثرت د دستو یاګیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1}=4 \rightarrow \frac{4}{5}=0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1}=6 \rightarrow \frac{6}{5}=1.2$$

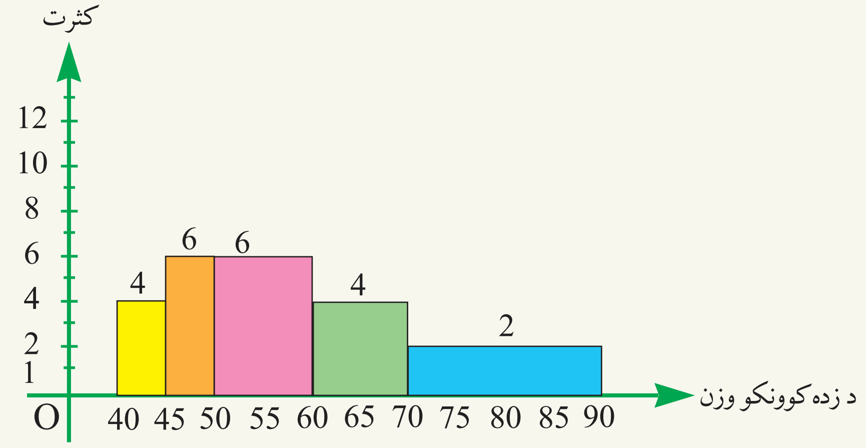
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2}=6 \rightarrow \frac{12}{10}=1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2}=4 \rightarrow \frac{8}{10}=0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4}=2 \rightarrow \frac{8}{20}=0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي ګراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښیي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

ـ د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

2- د یوه ټولګی 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموینه کې ګډون کړی دی، چې پایلې یې په لاندې ډول دی.

115	113	109	118	92	130	112	114	117	122
127	107	108	113	124	112	111	106	116	118
121	107	118	118	110	124	115	103	100	114
104	124	116	123	104	135	121	126	116	110
94	134	98	129	102	103	107	113	117	112

– نوموړو ډاټاګانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ ګروپونه داسې په پام کې ونیسئ چې د ګېډیو اوږدوالی یې مساوي وي.

– د دې ډیټاګانو مستطیلي ګراف رسم کړئ.

– څه پایلې اخلئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دايره وي ګراف

مخامخ شکل د لرګي يوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وينئ د څه شي شکل ته ورته دی.

فعاليت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځيو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړي دي: د ابتدايي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنيو ښوونځيو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په 360° درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- يوه دايره رسم او مرکزي زاويې يې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بيلې کړئ. د هرې زاويې دننه د اړوند تحصيلي دورې نوم وليکئ.
- يو عنوان د ګراف لپاره و ټاکئ او د ګراف لاندې يې وليکئ.
- په دايروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دايرې په کوچنی کېدو يا لوييدو سره په دايروي ګراف کې څه توپير راځي؟

له پورتنی فعاليت څخه پوه شو چې کولای شو ديتاګانو د دايرې په مرسته وښيو. د يو ناخاپي يا اتفاقي متحول د ديتاګانو ښودل د دايرې په مرسته د دايروي ګراف په نامه يادېږي، په دايروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې ياګيډۍ او ټولې ديتاګانو شمېر په 360° ضرب چې د ګيډيو مرکزي زاويه راښيي په لاس راوړو؛ يعنې:

$$\text{کثرت د درجې له جنسه} = \frac{\text{د ديتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو ديتاګانو شمېر}} \times 360^{\circ}$$

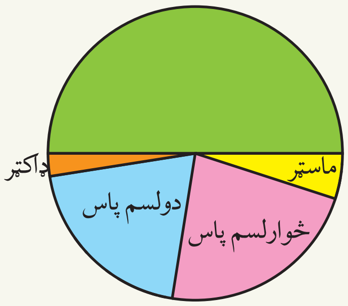
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمېر يې ۲۰۰ او د تحصيل د درجې له مخې ويشل شوی دی.

د تحصيل درجه	ډاکټر	ماسټر	ليسانس	څوارلسم پاس	دولسم پاس
د کارمندانو شمېر	5	10	100	45	40

د دې ديټا دايروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصيل درجه	کثرت	مرکزي زاويه د درجې له جنسه
ډاکټر	5	$\frac{5}{200} \times 360° = 9°$
ماسټر	10	$\frac{10}{200} \times 360° = 18°$
ليسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360° = 180°$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360° = 81°$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360° = 72°$



پوښتنې

- د لاندې جدول په پام کې نيولو سره د کورنيو دايروي ګراف د جمعيت له مخې رسم کړئ.

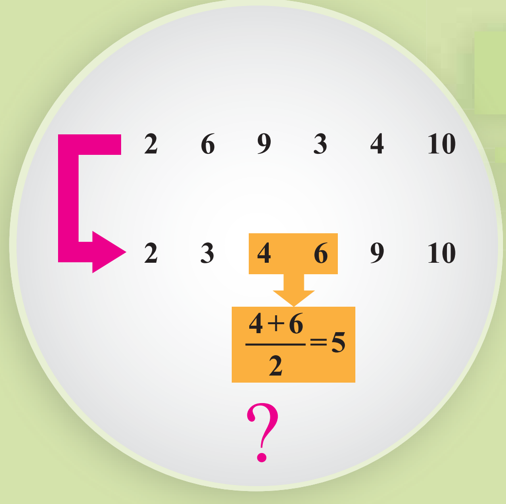
د کورنۍ نوع	ډېر جمعيت سره	منځنی جمعيت	لږ جمعيت	جمع
د کورنۍ شمېر	11	23	6	40

- دايروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.
- که د ديټاګانو کثرت دوه برابره کړو، ايا مرکزي زاويه يې بدلون مومي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

میانه
Median



که له تاسې څخه پوښتنه و شي، چې د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسې څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډېر ځله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟
که له تاسې پوښتنه وشي، چې تاسې د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسې دې سوال ته ځواب ورکوئ.

فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعني څه؟
- که یو شمېر دیتاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د دیتاګانو شمېر طاق وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د دیتاګانو شمېر جفت وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داتاګانو په لاس راوړو.
- که د دیتاګانو مقدار جفت وي اټکل کولی شئ، چې څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندې دیتاګانې په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار یې پیدا کړئ.
– د دیتا د وسطي مقدار یې شمېر مخکنی داتا له شمېر سره څه اړیکه لري.
– لاندې دیتا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– یو وسطي عدد پیدا کړئ، چې د دیتا شمېر یې وروسته او د مخکنی له هغه عدد د دیتا له شمېر سره برابر وي.

که د ګیلډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

10000 7000 4000 6000 3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000 4000 6000 7000 10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندې data میانه وټاکئ.

2 6 9 3 4 10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2 3 4 6 9 10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $5=\frac{4+6}{2}$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو شخه وروسته د داتا شمېر د پنځو شخه د پورته داتا سره برابر دی.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښیي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

1 , 2 , 3 او 0 , 2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 , 4 , 0 , 12 , 15 , 5 , 6 , 5 , 0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغیزه منځ ته راځي په یوه مثال کې یې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغیزه کوي په یوه مثال کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګيوالو ونې مو اندازه کړې.
د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډو ونو تر منځ توپير حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زيات توپير پيدا کړئ ايا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعاليت

د اووم ټولګي د 10 زده کوونکو او لسم ټولګي 10 زده کوونکو د ونو لوړوالي په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

د اووم ټولګي زده کوونکي : 142 ,145 ,146 ,148 ,148 ,148 ,149 ,149 ,150 , 152
د لسم ټولګي زده کوونکي : 150 ,151 ,153 ,156 ,158 ,158 ,159 ,160 ,160 , 160

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پيدا کړئ.
- أيا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت يو شان دی.
- که چيرې ديتاګانې و نه لرو، ايا د ديتا د لړو او ډيرو توپيرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله يې کړو.
- ايا د بدلون يا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د ديتا د يووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعريف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونيسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زياتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زياتوالي پايله راکوي.

د پورتني فعاليت څخه پوهيږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه يادېږي. دا معيار د جګې او ټيټې ديتاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه بايد وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په يوه ټولنه کې د توپير يا پراګندګي ډير والی دی هر څومره چې دا توپير کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د يوې ټولنې وګړي د دې څانګړتيا له مخې يو بل ته نږدې دي که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د څيړنو د ځانګړتياوې سره برابرې او يو شان وي په دې حالت کې ټولنه يوه متجانسه ټولنه بولو.

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازموینې نمبرې په لاندې ډول دي.

الف: 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دواړو دستو یا ګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- أیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یاکه په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دواړو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډېره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لرلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

پوښتنې

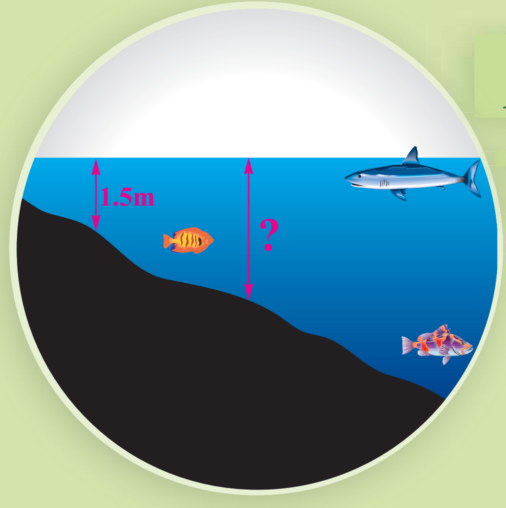
1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

1 ,2 ,5 ,6 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 ,11 ,15

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او وواياست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انحراف اوسط
Average deviation



که د یوه سیند د یوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سیند د ټولو ټکو ژوروالی یو شان دی؟

فعالیت

پنځو تنو زده کوونکو په یوه صنفي ازموینه کې لاندې نمبرې اخیستي دي.

20 18 16 14 12

- د دې نمبرو اوسط او یا منځنی قیمت پیدا کړئ.
- د ټولو دیتاګانو د منځ یا اوسط تویر پیدا کړئ.
- د هرې دیتاګانو د منځنیو د تویر د جمع حاصل ولیکئ.
- د هرې دیتاګانو د اوسط یا منځ د تویر د مطلقه قیمتونو د جمع حاصل پیدا کړئ.
- په لاس راغلی قیمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو دیتاګانو تاسې پخپله یو مثال ورکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتنی فعالیت څخه پوهیږو هغه تویر چې د دیتاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ یا اوسط انحراف په نامه یادیږي.

د data د منځنی یا اوسط انحراف مجموع همیشه صفر ده. په دې دلیل د data د څیړنې لپاره د انحراف د مطلقه قیمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قیمت جمع کړو او د data په شمیر یې وویشو د انحراف اوسط یا منځنی ورته ویل کیږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابیږي.

$$\text{د انحراف اوسط یا منځنی} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته $X_1, X_2 \dots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د د ډيټاګانو منځنی يا اوسط او n د ډيټاګانو شمېر دی، ليدل کيږي چې هر څومره د منځنی انحراف لوی وي، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوی دی.
د پورتنيو نمبرو د انحراف منځنی پيداکړئ.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

حل: لومړی د اوسط يا منځنی مقدار په لاس راوړو.

کثرت =f	د داتاګانو اوسط	f · x	$x - \overline{x}$	$f(x - \overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
n = 40		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

ليدل کيږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعې حاصل له صفر سره مساوي دی. نو بايد مطلقه قيمت يې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعيتونو انحرافونه لاندې راکړل شوی.

د A جمعيت انحرافونه : 4 2 0 0 -1 -2 -3

د B جمعيت انحرافونه : 8 1 0 0 -2 -3 -4

- د A جمعيت د انحراف منځنی پيداکړئ.
- د کوم جمعيت پراګندګي زياته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

- ګیډۍ د هغو ډیټاګانو مجموعه ده، چې د ګیډۍ ځانګړتیاوې ولري. د ډیټاګانو د ګیډۍ کیدو یا لپاره لاندې پراوونه په پام کې نیسو:

- د تحول ساحه: د ډیټاګانو د ډیر لږو او ډیر زیاتو تر منځ وسعت.
- د ګیډۍ اوږدوالی: د تحول د ساحې او د دستو د شمېر نسبت.
- د دستو کثرت: د هغو ډیټاګانو د ګیډیو شمېر چې په هره دسته کې قرار لري.
- د ګیډۍ مرکز: د هرې دستې د منځنی محاسبه.

- په دسته بندې کې که متحولونه پیوسته یا پرله پسې وي د وروستي ګیډۍ پورتنی سرحد د مخکینی ګیډۍ یا دستې لاندې سرحد سره برابر دی. په هغه صورت کې چې ډیټاګانو د دستې پورتنی سرحد سره برابر وي هغه ډیټاګانو په وروستي ډیټاګانو پورې اړه لري.

د ډیټاګانو د دستو د شمېر مجموع د ټولې ډیټاګانو د شمېر سره برابره دی.

- فرض کوو د $data\ X_1, X_2 ... X_n$ په ترتیب د $W_1, W_2 ... W_n$ ضریبونه وي دغه اطلاعات کولی شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X 1	X 2	…	X n
د وزن ضریب	W 1	W 2	…	W n

- په دې حالت کې د پورتنی داتاګانو منځی په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزني اوسط} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + ... + w_n x_n}{w_1 \quad + \quad w_2 \quad + \; ..... + w_n}$$

- هستوګرام یا مستطیلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دی، چې د کثرت توزیع یې د مستطیلونو په مرسته ښودل کیږي.

د مستطیل جګوالی د دستې یا ګیډۍ د کثرت سره برابره ده.

د هر مستطیل مساحت د دستې یا ګیډیو د اوږدوالی او د دستې یا ګیډۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دی.

په مستطیلي ګراف کې مستطیلونه یو بل سره تړلی او د تړلیو(پیوسته) متحولینو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• په یوه اختیاري شعاع یوه دایره د مرکز زاویې په مرسته په n برخو ویشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاویې اندازه د کثرت سره د هغې قیمت متناسبه وي په دې حالت کې یې مرکزي زاویه نظر لومړی دستې یا ګیډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

• د میانې د پیداکولو لپاره په لومړی مرحله کې دیتاګانې منظم کوو او روسته:
- که د دیتاګانې شمېر طاق وي د دیتاګانې منځی یا اوسط ده.
- که د دیتاګانې شمېر جفت وي میانه د دوو دیتاګانې منځنی اوسط دی.
• د تر ټولو کوچنی دیتاګانې او تر ټولو لوی دیتاګانې توپیر د تحول د ساحې څخه عبارت دی یا په بل عبارت داتاګانې په هغه ساحهٔ کې بدلون کوي.
• د هرې دیتاګانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وایي.
د انحراف منځی یا اوسط د انحرافونو د مطلقه قیمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول یې د اړوند دیتاګانې لپاره په لاندې ډول لیکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتني

1- لاندې جدول ډک کړئ.

ګیډۍ(دسته)	کثرت	د دستې مرکز	تجمعی کثرت
7,5-10,5	12		
10,5-13,5	10		
13,5-16,5	15		

● پورتنی جدول د کومې دسته بندي ګراف راښیي. پیوسته یا نښتی یا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښیي.

ګیډۍ(دسته)	کثرت	د دستې مرکز
149,5-156,5	15	153
156,5-163,5	20	160
163,5-170,5	30	167
170,5-177,5	25	174
177,5-184,5	10	181

● مستطیلي ګراف یې رسم کړئ.

3- د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 ملیونه افغانۍ سرمایه په کار اچول شوی ده داسې چې:

● د A ښار لپاره 110 ملیونه افغانۍ ● د B ښار لپاره 32 ملیونه افغانۍ

● د C ښار لپاره 24 ملیونه افغانۍ ● د D ښار لپاره 14 ملیونه افغانۍ

● د E ښار لپاره شل میلیونه افغانۍ معلومات ورکړل شوی او دایروي ګراف یې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمایې ویش په ملیون	سرمایه په فیصدي	سرمایه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- یو شمیر کورنی د خپلو غړو د شمیر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوی دی.

کورنی	18	12	15	8
دکورنی غړي	2	4	5	8

(c) ketabton.com: The Digital Library

● د کورنی مود پیدا کړئ.
● میانه یا منځنی پیدا کړئ.
● اوسط میانه پیدا کړئ.
● د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

د ونې اندازه	1.5-1.6	1.6-1.7	1.7-1.8	1.8-1.9	1.9-2
کثرت	5	16	9	4	1

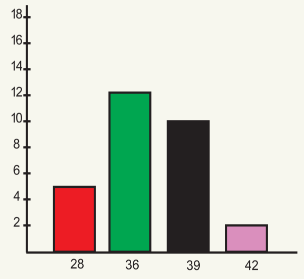
● د ګیډۍ مود مشخص کړئ.
● د ګیډۍ مرکز حساب کړئ.
● منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازموینې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$د\ ازموینې\ اوسط = \frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}$$

● د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
● څو نمبرې د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لري د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
● عمومي منځی یې څو دی.

7- لاندې میله یي ګراف د هغو کتابونو شمېر راښيي چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.



● احصائیوي جدول رسم شي.
● د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګانې څخه څه پایله اخلئ.
9- که په داتاګانې باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی: 9 7 5 1

● د پورتنی داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

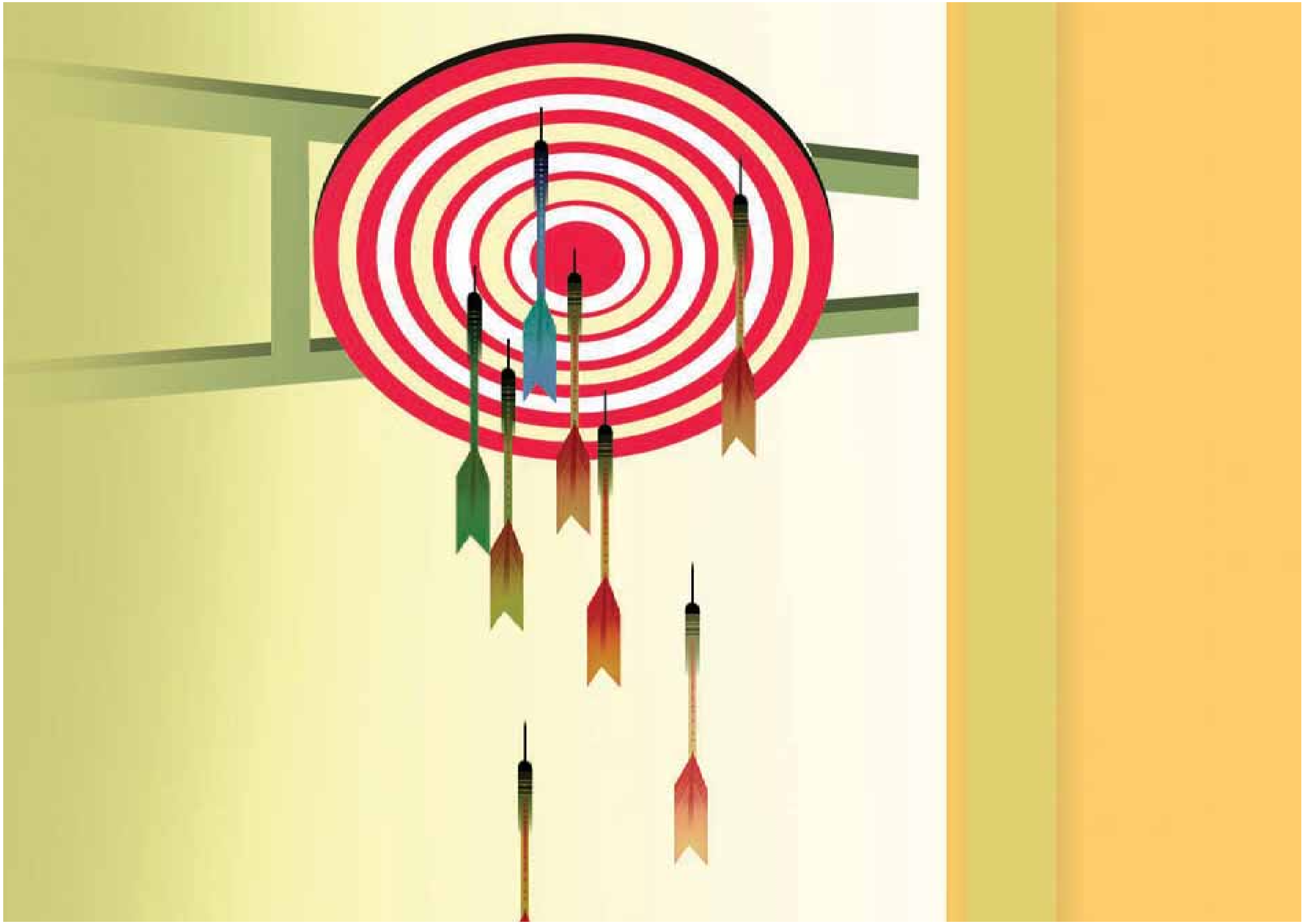
(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی

احتمالات

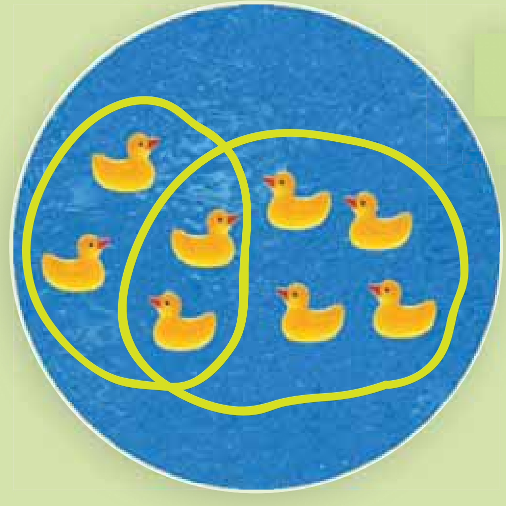
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناخاپو پېښو اتحاد



په دوارو شکلونو کې يو ځای خو هيلۍ وينئ.
هيلۍ په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعاليت

- د يوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$ او $C = \{1,2\}$ ناخاپي پېښې په پام کې نيسو.
- د A او C ناخاپي پېښې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- که د A يا د B پېښې رامنځ ته شوي وي ايا وېلی شئ چې د $A \cup B$ پېښه شوې ده؟
- د A پېښه رامنځ ته شوي او بله کومه اختياري پېښه چې هيڅ پېښه شوې نه ده نا ممکنه يا ϕ پېښه نومول کېږي.
- ويلی شئ چې د $A \cup \phi$ او د A پېښې يو د بل سره څه توپير لري؟

د پورتني فعاليت پايلې په عمومي ډول د S په نمونه يي فضا کې د B, A او C ناخاپه پېښو لپاره په لاندې ډول په لاس راوړو.

پايله:

- که چيرې د S په يوه نمونه يي فضا کې د $A \subseteq B$ ناخاپي پېښه وي، په دې صورت کې:

$$A \cup B = B$$

- که چيرې د S په يوه نمونه فضا کې د A او B ناخاپي پېښه وي، د $A \cup B$ او $B \cup A$ پېښې يو بل سره توپير نه لري؛ يعني:

$$A \cup B = B \cup A$$

- که چيرې د S په يوه نمونه يي فضا کې د A يا B يوه پېښه رامنځ ته شي نو د $A \cup B$

پيبنه هم رامنځ ته شوي ده، چې سربېره په دې

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{او} \quad B \subseteq A \cup B$$

- د A پيښه د S په نمونه يې فضا کې پيښه شوې ده او يوه بله پيښه چې هيڅ نه پيښيږي، يعني ϕ، په دې معنا ده چې يوازې د A پيښه را منځ ته شوې ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

- د $A \cup B$ ناخاپي پيښه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A يا B پيښه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چيرې د C ناخاپي پيښه د A او B دوې بېلا بېلې ناخاپي پيښې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پيښه هم په خپل ځان کې لري په يوه مثال کې يې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$ ، $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پيښې په پام کې نيسو ليدل کېږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دی نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1 , 2 , 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د يوې نمونه يې فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پېښو لپاره د يو مثال(بېلګې) په مرسته د لاندې اړيکو سم والی وڅيړئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په يوه مثال کې وښيئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چيرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پيښې سره برابرې وي، په يوه ګراف کې وښيئ چې د A ناخاپي پيښه د B ناخاپي پيښه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناڅاپي پېښو تقاطع

د نـور اصلي رنګونـو د پرېکړې ځخه
کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعالیت

- د رمل د یوې دانې د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{2,4,6\}$، $B=\{4,6\}$ او $C=\{1,3,5\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناڅاپي پېښې یو بل سره څه اړیکه لري.
- ایا د A او B پېښې د $A\cap B$ ناڅاپي پېښه په بر کې لرلی شئ که نه؟
- وښیئ چې د $C\cap B$ ناڅاپي پېښه یوه ناشونې پېښه ده.
- که د B پېښه د A پېښه په ځان کې ولري، د A او $A\cap B$ ناڅاپي پېښې سره پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو لاندې پایلې په عمومي ډول بیان کړو.

پایله:

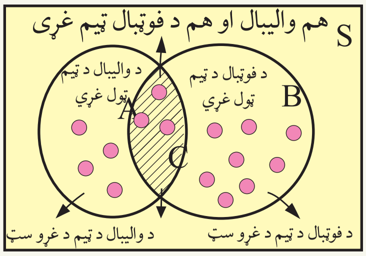
د S په یوه نمونه یي فضا کې د A,B او C ناڅاپي(تصادفي) پېښو لپاره لرو.

- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناڅاپي پېښې یو شان دي.
- د A او B ناڅاپه پېښې هره یوه یې د $A\cap B$ ناڅاپه پېښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B دوه پېښو چې تشې نه $A\cap B=\phi$ وي په دې حالت کې د A او B پېښې یوه له بلې بېلې پېښې بلل کېږي.
- د A پېښې لپاره لرو:

$$A\cap S=A \text{ ، } A\cap\emptyset=\emptyset$$

- که چیرې د B پېښه د A پېښه په خپل ځان کې ولري، نو $A\cap B=A$ سره ده.

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه درې تنه د ښوونځی د والیبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د والیبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د سټونو تر منځ اړیکه د سټ د تیورې په بڼه ولیکئ:



$A \cap B = C$

ایا پوهېږئ چې د B د سټ په مکمله سټ کې یعنې $\overline{B}$ کې د والیبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟ نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، ځرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د والیبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډون نه لري؛ نو په دې اساس د والیبال ټیم $\overline{B}$ سټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتنې

1- د B, A ناځاپي پېښه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پېښه د A او B پېښې په خپل ځان کې لري وښيئ او وضاحت ورکړئ.

2- په یوه مثال کې د B, A او C پېښې چې A او B په خپل ځان کې لري وښيئ چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پېښې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چیري S د افغانستان ولایات، A د شمال او B د نور پاتي ولایات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولایات رانبیي؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پیښه په پام کې ونیسئ.
- د A د ناخاپي پیښې مکمله یعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پیښه کیدلی شي؟
- یوه ناخاپي پیښه پیدا کړئ، چې A یې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- ایا کولای شئ د S نمونه یي فضا څخه یو پیښه پیدا کړي چې په یو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پیښو اتحاد له ډاډمني پیښې سره څه اړیکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پیښو تقاطع ناممکنې یا ناشونې پیښې سره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

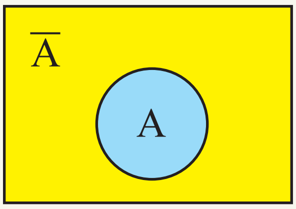
پایله: که چیرې S یوه نمونه یي فضا او A یوه ناخاپي پیښه وي:

- $\overline{A}$ یوه ناخاپي پیښه ده، چې په یوه وخت د A سره نه پیښیږي.
- د A هره ناخاپي پیښه چې پیښیږي:

a) $A\cup\overline{A}=S$

b) $P(A\cup\overline{A})=P(S)=1$

c) $P(\overline{A})=1-P(A)$

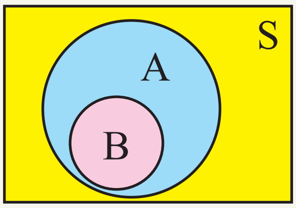


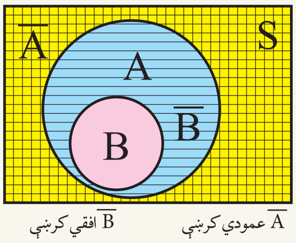
د S نمونه فضا

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناخاپي پېښه د B ناخاپي پېښه په بر کې ولري، په ګرافیکي ډول وښیئ چې د $\overline{B}$ ناخاپي پېښه د $\overline{A}$ ناخاپي پېښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنګه چې $B \subseteq A$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندې شکل څخه په پوره ښکاره لیدل کیږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$





پوښتنې

1- د یوه مثال او ګراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره وښیئ، چې:

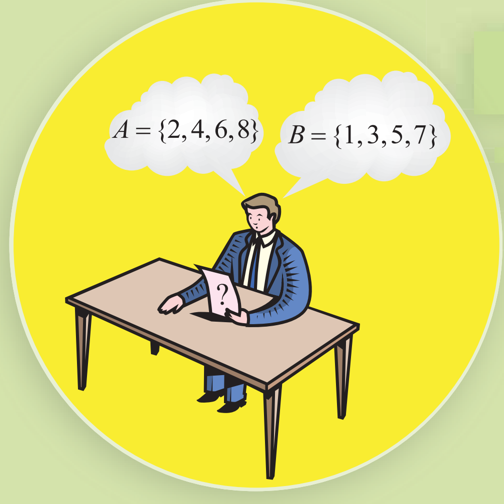
a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$
b) $\overline{S} = \emptyset$
c) $S = \overline{\emptyset}$

2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره لاندې پیښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$
b) $\overline{(A \cup B)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

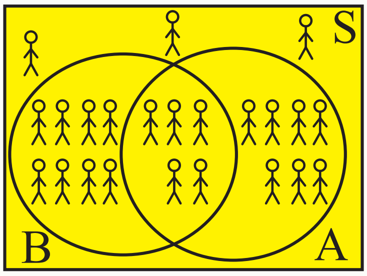
په سټونو مډل جوړونه



تر اوسه مو الجبري یا هندسي قوانینو ښخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې ګټه اخیستله.
أیا سوچ مو کړئ، چې د سټونو ښخه هم کولای شو چې د ځینو مسائلو د حل لپاره ګټه واخلو؟

فعالیت

د یوه ټولګي د 23 زده کوونکو ښخه مو د خویندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائیه راټوله کړئ، چې په لاندي دیاګرام کې لیکل شوی ده.



په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خویندی لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې ورونه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.
شکل په پام کې ونیسئ د لاندي فعالیت سوالونو ته ځواب پیدا کړئ.

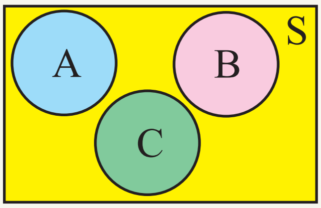
- څو تنه خویندی لري؟
- څو تنه ورونه لري؟
- څو تنه هم خویندی او هم ورونه لري؟
- څو تنه نه خویندی او نه ورونه لري؟
- څرنګه کولی شو دا مسأله د ریاضي په ژبه ولیکو.
- ټول هغه کسان چې خویندی نه لري څو تنه دي؟

لیدل کیږي چې پورتنی ګراف کولی شي چې پورتنی ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توګه ځواب ورکړئ.
نو د پورتنی فعالیت ښخه لاندي پایله په لاس راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله: لیدل کېږي، چې دسټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیدا کړو، او هغه و ارزوو.
د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناڅاپي پېښو د پېښېدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کېدای شي.

مثال: د S نمونه یې فضا د B, A او C ناڅاپه پېښې په لاندې دیاګرام کې ورکړل شوې دي په پام کې ونیسئ مطلوب دی د پېښو د پېښېدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A یا B حادثه ناڅاپي پېښه شي.
b. د دې احتمال چې د A یا B پېښه، پېښه شي.
c. د دې احتمال چې د C پېښه، پېښه نه شي.

حل:

a. د A یا B احتمال په حقیقت د $A\cup B$ احتمال دی څرنګه چې د اپېښې یو د بل څخه بېلې دي، یعنې $A\cap B=\phi$ دی نو:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پېښه ناڅاپه پېښه، پېښه شي د $\overline{A}$ مکمله پېښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پېښه نه ده پېښه شوې، په بل عبارت هغه پېښه ده چې د C یا B حادثه پېښه نه شي نو: $P(\overline{A})=P(C\cup B)$ څرنګه چې $P(A)=1-P(\overline{A})$
نو: $P(A)=1-(P(C\cup B))=1-P(C)-P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پېښه ناڅاپه پېښه نه شي د هغې پېښې د پېښېدو د احتمال سره برابر دی چې د A یا B پېښې، پېښې شي، او دا د $A\cup B$ دپېښې د پېښېدو څخه عبارت ده.

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

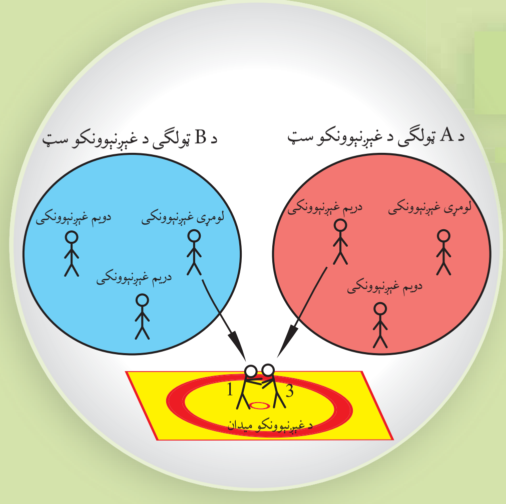
پوښتنې

1- هغه مثال چې په فعالیت کې مو ترې ګټه اخیستې ده په پام کې ونیسئ:
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولګې څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناڅاپي ډول وټاکل شي چې خور او ورونه لري.
b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمېرنې اصل



د A او B دوو ټولګیو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې یو له بل سره په غېږه ورشي.

فعالیت

دوه عدده تور او سرمه یي رنګه پطلونونه له درې عدده سپین، ابي او فولادي رنګه کمیسونه په پام کې نیسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتیب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کمیسونو د شمېر تر منځ څه اړیکه شته ده.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راورو.

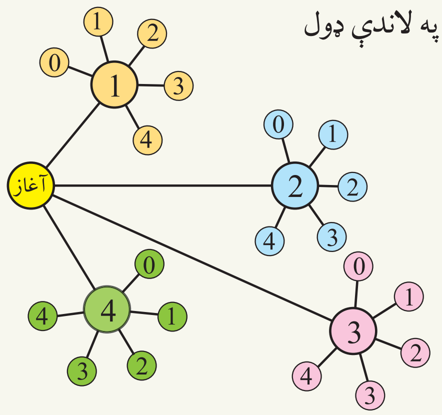
پایله:

1- د دوو سټونو د عناصر په ترکیب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکیبي مجموعه د هرې یوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

2- که چېرې د امکاناتو شمېر او یا د یو سټ عناصر په m عدد او د یوه بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې یو د بل سره د $(m \times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

مثال: د 0،1،2،3 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف یې رسم کړئ او هغه احتمال پیدا کړئ، چې له دې عددونو څخه یو عدد په اتفاقي(ناڅاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

د دې کار لپاره د ذکر شوی دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځایونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نیسو.
دکینې خوا په تش ځای کې د راکړل شویو پنځو رقمونو څخه 4 امکانانو(پرته له صفر) د 3,2,1,0 او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښيې خوا د تش ځای لپاره 3,2,1,0 او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتیب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنیو عددونو په وسیله موجود دي.
دا مطلب کولای شو د ونه ییز د ګراف په مرسته په لاندې ډول وښیو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ویش قابلیت ولري د ښې خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه یوازې 3 امکانه د (3,2,1,0 او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ویش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کیدو احتمال چې پر 2 د ویش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد})=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}=0.6=60\%$$

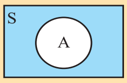
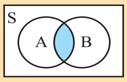
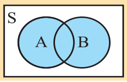
پوښتنې

1- د (م، د، ی) تورو څخه په ګټه اخیستنه څو څلور حرفي معنا لرونکي او معنا نه لرونکي کلیمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ییز ګراف په مرسته تشریح کړئ.
که چیرې د دې ترکیبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول یوه کلمه وټاکو د دې احتمال پیدا کړئ، چې دا کلمه((مریم)) وي.
2- د 8,7,4,1,0 او 9 عددونو څخه د مبایل تلیفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کینې خوا څخه په 077 پیل شوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم څپرکي لنډيز

- د دې لپاره چې وکولای شو د ناخاپي پېښو د ترکيب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د سټونو د تيوري په کارولو سره يو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د حادثې احتمال	د Venn دیاګرام او اتفاقي حادثه	د بيان ارايه د ست په واسطه	د اتفاقي حادثې بيان
خرنګه چې $P(S)=1$ دی نو $P(A)=1-P(\overline{A})$		$\overline{A}=S-A$ يا $S=A\cup\overline{A}$	د S هغه ټولې ناخاپي پېښې چې د A په پېښه کې ګډون و نه لري د A پېښې عکس دی.
$P(A\cap B)$		$A\cap B$	د A ناخاپه پېښه يا د B ناخاپه پېښه پېښيږي.
$P(A\cup B)$ $=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$		$A\cup B$	لږ تر لږه يو د A يا د B د ناخاپي پېښو څخه پېښيږي.

د شميرنې حل: د دوو سټونو د عناصرو په ترکيب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکيبي مجموعې د عناصرو د ضرب د حاصل سره مساوي دي.
که د يوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی يو د بل سره د ترکيب د ټولو امکاناتو شمېر د $m\times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1- که S يوه نمونه يي فضا او A د هغې يو ناخاپه پېښه وي وښيئ چې:

a) که $A\subseteq\phi$ وي وښيئ، چې $P(A)=0$ دی.

b) که $S\subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A)=1$ دی.

که چيرې د C ناخاپي پېښه د A او B ناخاپي پېښې په بر کې ولرئ، وښيئ چې همدارنګه د C ناخاپي پېښه د $A\cup B$ ناخاپي پېښه په بر کې ولري.

3- که چيرې S د A او B يوه نمونه يي فضا وي د B او $A\cup B$ ناخاپي پېښې يو بل په بر کې ولري وښيئ چې د $A\cup B$ او B يو بل سره برابر دي.

4- که د S په يوه نمونه يي فضاکې د B ناخاپه پېښه د A پېښه په بر کې ولري، وښيئ چې د A او $A\cup B$ ناخاپه پېښې يو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناخاپي پېښو احتمال يو د بل سره څه اړيکه لري؟

5- که چيرې S يوه نمونه يي فضا وي او B د هغې يوه ناخاپه پېښه وي وښيئ چې: $S-B=\overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښيئ چې د A او B دوې ناخاپي پېښې او S يوه نمونه يي فضا د $B-A$ او $\overline{A}-\overline{B}$ ناخاپي پېښې سره برابرې دي، يعني: $\overline{A}-\overline{B}=B-A$

7- وښيئ چې د $\overline{A}\cap\left[(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})\right]$ ناخاپي پېښ. احتمال د صفر سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library