شمیرپوهنه (رياضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکوونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرې) شینواري
بربېښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردۍ (دایره) ۸

کردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمۍ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردۍ ټوټه، - ګردۍ برخه، ګردۍ کړۍ، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردۍ لینده،د ګردۍ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسې یا هګۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې څیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت.............. ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر.............۱۴۰

۵ . ۳ – ډیرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوځی ۱۴۹

۶ - دریګوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون........................۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِغوڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کيږي، چې زموږ هيواد هراړخيزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هيوادوالو!

د نورو نيمګرتياو په څير زموږ درسي نصاب - په تيره شميرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلورديوالي ونه شو، نو زه به وهڅيږم، چې دا ما ليکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شريک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتيستيک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تيريږم او د ښوونځي د تيرو کتابونو څخه هم هيله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخي يا سمې يا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه ليکونکی بوهيږي او نه بل لوستونکی پرې پوهيدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پيدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتيستيک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شميرنه راوړي او د ستاتيستيک يو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به يې په مناسبوخت کې د ليدلو پټې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شميرپوهنې سم اند يا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتيستيک او ... د پوهيدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې بربښي- دومره پيچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هيله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبي(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موصوع، نه د خودیوني. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګتوره او زه چې پوهیږم، یواخنی سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دي، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولي، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

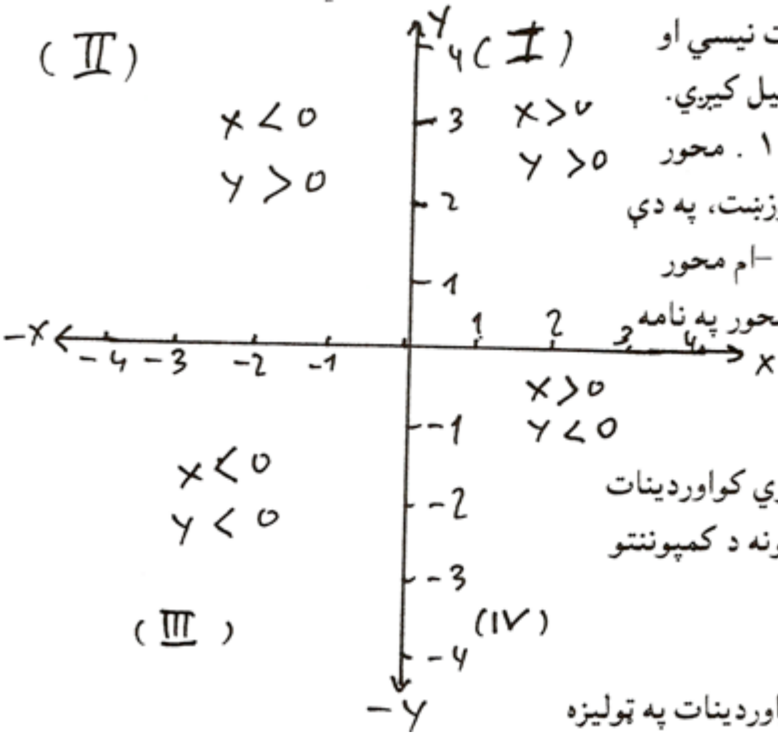
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورمور دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځمونږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښې سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چې بدل شي، څکه چې دا کپمونتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه
ده. د څل یا ضرب لمړنی کپمونت د y− محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونت
د x− محور څخه. که لمړی کمپونت منفي وي، نو ټکی د y−محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دایرې د چاپیریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د
تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محیط دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته میشود. در
نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در یک نقطه به خط منحني دایره یک مماس رسم کنید.
به خط در نقطه یک عمود رسم شود. این عمود مماس مطلوب میباشد.
از یک نقطه که بیرون دایره واقع باشد، مماسي را رسم نمایید.
خط و به ان دایره تالس را رسم میکنیم. نقاط و به دایره تالس به منحني دایره نقاط
تماس تانجنت هستند.
یوه زاویه جي د دایرې په چاپېریال کې د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل
کیږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویې سره برابرې دي

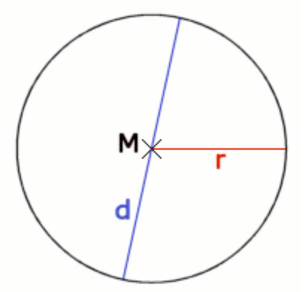
د منځنکي هغه زاویه له کومې چې وتر بریښي منځنکي زاویه بلل کیږي.
هغه زاویه چې په یوه پایټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردی (دایره)

یادونه: ولې ګردۍ؟ موږبه چې په هسکه مینه شینوارو کې غوزان ګټل، نویوه بنده ګرده کرښه مو وېستله او هغې ته مو ګردۍ ویل. دا نومونه د افغانستان په ټولو یا زیاتو ځایونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخریبوي.

د یوې پیالې غاړه که رنګ کړې او هغه په یوه کاغذ کېږدی، څیره چې لاس ته راځي، څه ورته وایې؟
د یوې افغانی ژی، څه شکل لري؟

پیژند یاتعریف د یوې سطحي یا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چې له یوه ټکی داسی په نامه منځټکی Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه یا شعاع) ولري، ګردی لاین یا لنډ: ګردی بلل کیږي (مخامخ څیره)	

لیکندود یې (دا لیکندود په پیل کې ورځنی یا معمول نه دی، وروسته په تحلیلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{X \in E|\ |\overline{MX}| = r\right\}$

لوستل یې: ګردی ک د ټولوټکو ایکس چې ایکس د اي توکی دی، ډېری ده، داسې چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپیرۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېری یا سټ، چی له M څخه واټن (فاصله)یی له r څخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دایرې سطحه بلل کیږي. (موخه یې ګردی منځهواره ده یا ټیك : ګردیتوټه)

د وړانګي (شعاع) پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دایرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره ترې، هغه د دایرې وړانګه یا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو (پورته څېره وګورئ)۰

د نیمی یا قطر پیژند: هغه کرښه، چې دایره په دننه کې نیموي د دایرې نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښه کوو (پورته څېره دې وکتل شي)۰

پیژند
د دایرې (ګردی) دننه کونج یا ټول کونج یا پوره کونج 360درجې لري.

ګردیچاپیریال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- یا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دایرې عدد بلل کیږي
: $\pi = 3{,}14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښه کړې، هیله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی د دایرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی۰ له دې امله یو ایراشنل عدد دی او د مات په څیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي یا تل بېرته راګرځېدونی ځیفر پرلپسی دی. په کارونه کې یې مور نږدې شمرنې یعنې راکردونې ته اړ یا مجبور یو، ځکه چه د جبشمیرې د عددونوځایونو له امله، چې پای دې یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

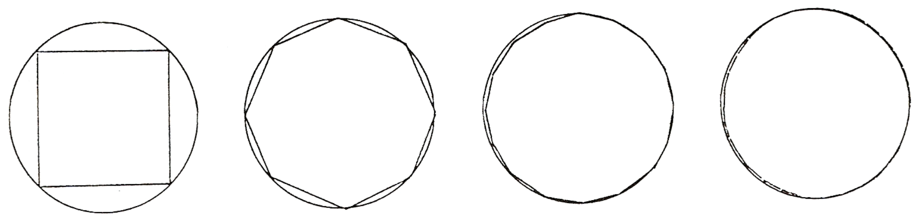
(c) ketabton.com: The Digital Library

څنګه سرې په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

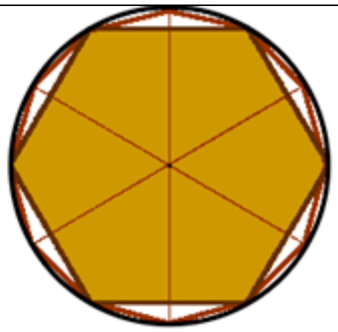
دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تکلار داسی پیل کیږي، چې په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یې په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکڅیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

خیره ۱۱۹



یوې ګردی ته د یوه n –ګوډي له لارې نږدیونه (نږدي کیدنه)

څیري ۱۱۹ بښاځ ځي،

په مخامخ څیرو کي نهه ضلعي وریسي شپیږضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردی ته نږدي کیږي مخامخ څیره څو څوګوډیز بریښي او ستره ترې راتاو ګردی**مخامخ** څیرو کي یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نږدیونه (نږدي کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نږدې یا ټیک دایره ده)**	

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعې) تل کوچني کیږي، چې پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځتکی څخه د په همغه واتڼ د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا څیره تل نږدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نژدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کې د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کې نه راځي) پيژندوړ دئ:

nپيدايښتي ګڼ	Unچاپريال	Fnمنځهواره
4	5,656854	2
8	6,122934	2, 828427
16	6,242890	3,061467
32	6,273096	3,121445
64	6,280662	3,136548
128	6,282554	3,140331
256	6,283027	3,141277
512	6,283145	3,141572
1024	6,283175	3,141572
2048	6,283182	3,141587
4096	6,283184	3,141591

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېکوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلی سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يی ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمی(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

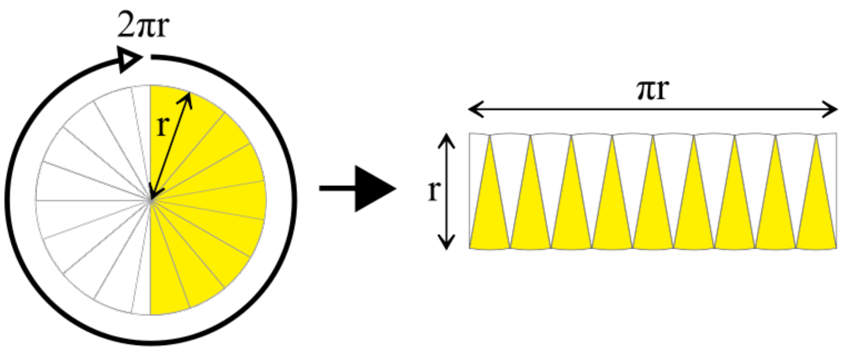
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلورې متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانۍ ګران وي یا ۲۵۰ افغانۍ ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی   pi.1m=6,248m² = U   په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر   80.8 = 640cm . قیمت وسطي یا منځ ارښت یې 6,2m دی. پس د نیکو هیلو سره ټول کسان په مېز خاي نیولی شي
مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ **او له دې امله**
3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..

په لاندې څیره کي کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدي

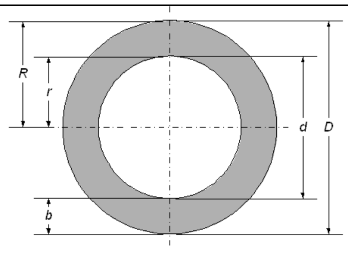
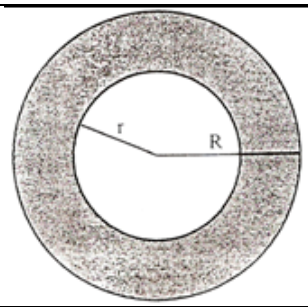


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کي د څیري کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځي پوهوږ دي٠

ګردتوټه ، ګردیبرخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر وخت دننه- یا خونديکردی له چاپیریالکردی کوچنی وي. نو له دي امله د دوي په منځ کې یوه کړی منځ ته راځي، چې د هغي منځهواره د دواړو ګردیو د کمون، کمښت یا توپیر څخه شمیرل کیږي .	
جمله : موږ دوه دایرې لرو، چې د محاطي دایرې وړانګه R او د محیطي دایرې وړانګه r ده، نو د $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi (R^2 - r^2)$ $F_K = \pi (R - r)(R + r)$	

بل ډول يې: يوې د دايرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسي کیدی شي، چې د دايرې محيط د دايرې قطاع (د دايرې برخي) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چې له غاړې یا ژی یې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که داميز په پنځه سانتيمتره کوچنی کړی . کومه ميز سطحه پاتي کيږي او د دايرې کړی چی له منځه ځي څومره لويه ده؟

او د همغه پيل نيونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په ميز ځاي نيولی شي ؟

$$F = (0,9m)^2 . Pi = 2,835m^2$$

د دايرې کړی سطحه او محيط چاپيريا په لاندې ډول دي

$$F \quad = 1,95m . 0,05m . Pi = 0,30m^2$$

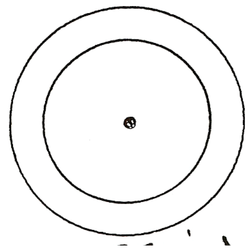
(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

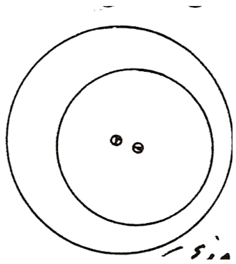
د داسې لړ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي۰

د ګردیوپروتځایونه یوبل ته:

هغه دایرې، چې منځټکې یې یو په بل پرېوزي کونځنتري یا راټول او په غیر له دې اکسځنتري یا ناراټولې بلل کیږي.



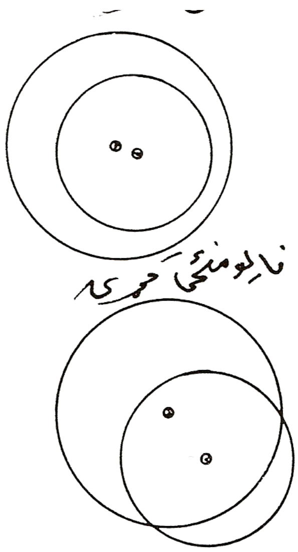
یو منځي کړی یا دایرې

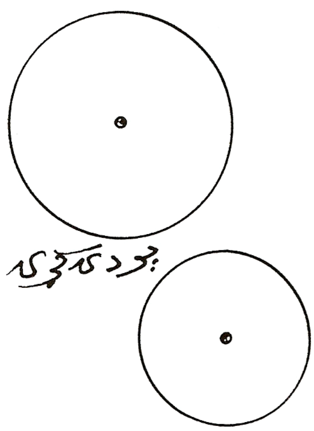


نا یومنځي دایرې یا کړی

ددې لپاره. چې یوه دایره ټوله په بله پریوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري یا راټول دایرو واړول شي.

وي کیدی شي چی د راکښلو له لارې
په کونځینتریګردیو یا راټولګردیو خیره ۱۲۱
بدلی شي.





(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردی چی منځ ټکي يې یو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په غیر له دې اکسځینتري Exzentrieیا ناراتولي بلل کيږي . که یوه ګردی تولـه په بله کی پرته وي کیدی شي چی د راکښلو له لارې په کونځینتري ګردیو یا راتولګردیو بدلی شي.

که ګردی یوبل پوره پټی نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډیریو(یا ګډو پاتي یا باقي شميرنه له ستونځو سره مخامخ کيږي .که ګردی یو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردی یو دبل سره پردی بلل کيږي٠ د دې ګردیو څیړې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي٠

ځو پیژندونه یا تعریفونه:

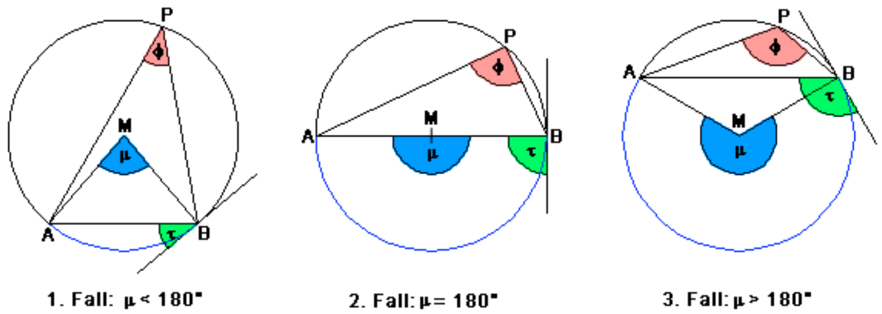
د ګردی هغه برخه ګردیټوټه (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کيږي، که چيرې یوه دایره (ګردی) د یوې کرښی له لارې یا کرښه باندې غوځه شي . داسی یوه کرښه غوڅکرښه یاغوځوونی (سیکانت) Sekante بلل کيږي. غوځکرښه ګردی په دوه ټوټو ویش. که دا کرښه د ګردی له منځ ځخه تیره شي، نو ګردی په دوه برابرو برخو ویشي، چی دا بیا ګردی نیمووني بلل کيږ. هغه غوځوني چی له منځ ټکي تیره شي، د ګردی نیمی یا لنډ: نیمی بلل کيږي. که ګردی په یوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردی ځخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونی کرښه بلل کيږي .په ګردی د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردی ټوټوني (Sehne) یا وتر بلل کيږي .ټوټونی یا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوځی ، تنجنت او تیریدونکی ناپاي کرښي یا ـلکه، چي ورسره بلد یو - کرښي دي .د یوه ګردی ځخه د دوه ورانګو په مرسته کیدی شی یوه برخه راغوځه شي دا برخه ګردیبرخه یا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکیکونج یامنځني کونج او لیندې (Bogen) b سره. مخامخ څیره ده

په لاندې ځیرو کې د نومونو له الماني ځخه په پښتو کوونه له کين وښی لورته:

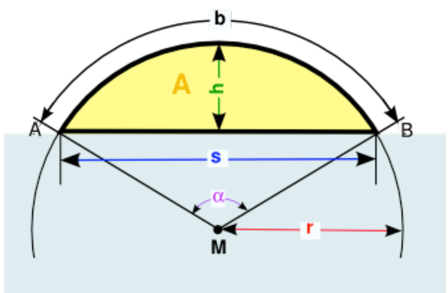
ګردیلینده Kreisbogen د ګردی ټوټه وونې(ټوټووني) Kreissehne ، ګردی برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردی کې د کونجونو ډولونه:



د ګردی توټه (د ښیرني پوهیدوله پاره دالاندې ښیره پوره په پام کې ولری)



ګردی توټهKreissegment ,
د ګردی توټی لویې:

- Mittelpunktswinkel منځټکیکونج = α
- Kreisbogen ګردیلیندہ = b
- Segmenthöhe د توټې جګوالی = h

(c) ketabton.com: The Digital Library

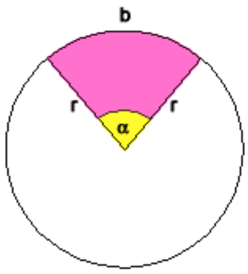
- **Radius وړانګه= r**
- **Kreissehne (وتر) توټه ووني = s**
- **Segmentfläche توټي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M**
- **Verbindungترنه A-M-B = برابرپښیز درېګوډی**

Formel zum Kreissegmentد ګردیتوټي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توټه ووني (وتر) د ورو سته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توټي جګوالی یا قطعې جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلیندي اوږدوالی Bogenlänge
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه)(Gradmaß)کچ
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahl گردیکې

گردی برخه Kreissektor یا د گردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د گردی برخي یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهوارہ
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د گردی لیندی اوږدوالی یا د قوس--
r	Radius وړانگه
α	Mittelpunktswinkel (Gradmaß) منځتکیکونج (په درجه کچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3,1415926536$	Kreiszahlکردیکښ یا د داېري عدد

د یوې کردۍ او کرښو پروتځایونه یوبل ته:

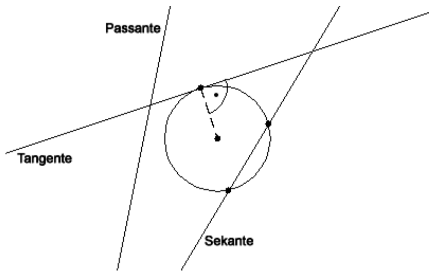
کرښه، چې کردۍ غوڅوي، غوڅونې بلل کیږي.

کرښه، چې کردۍ لمسوي یا د کردۍ مماس دی، د کردۍ لمسونې یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له کردۍ تیریږي، له کردۍ تیرېدونکې بلل کیږي.

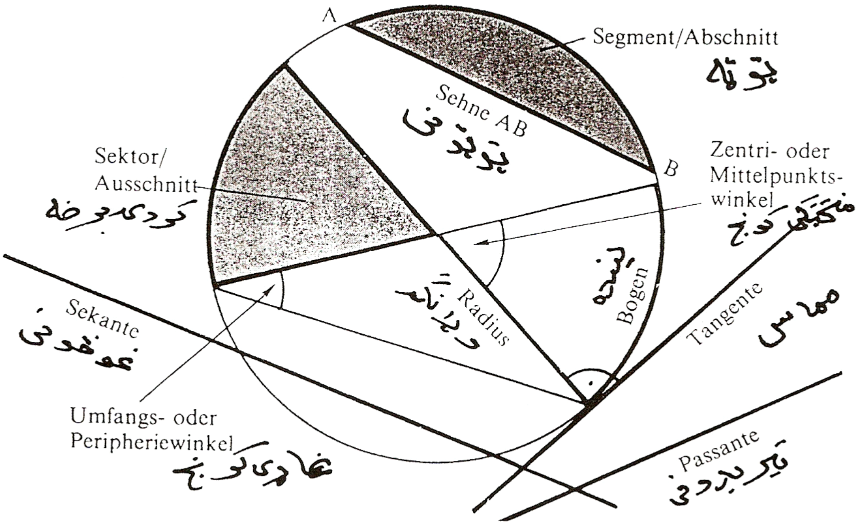
د کرښوپروتځایونه د کردۍته:

په لاندې څیره کې د کرښو نمونه: تیریدونې **Passante** ، تانجنت **Tangente**، غوڅونې**Sekante** ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي٠



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوې دي

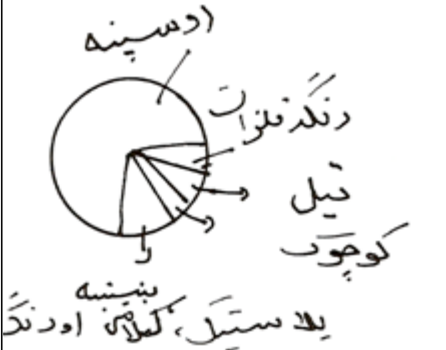
(c) ketabton.com: The Digital Library



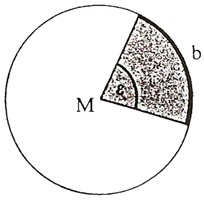
خیره ۱۲۲

پیلبیلګه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کې اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاړی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

	د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دۀ) ۱۰۰ په سلو کي (د جوړموادو برخه د ګردیبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° خیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي یا لاندې د ګردی برخي خیره خرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لینده b تغیر خوري او لاندې باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360°}$	ε لویوالي b ده  خیره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دویمې برخي څخه باوري دي:

جمله : د ګردی برخي د لیندي اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360°}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r\varepsilon}{180°}$$

د لومړی برخي څخه د سیکتور یا ګردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله : د سیکتور یا د ګردیبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°}=\frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخي (بیلګه مخ) هواره خومره لویه ده، که د ګردی دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F_{\text{ریږ}} = 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

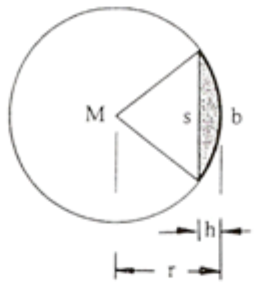
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

خیره ۱۲۵

ګردۍ ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2.\sin\varepsilon$$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او

ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin\varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2)\,[\pi\varepsilon/180° - \sin\varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره ګټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيلبيلگه: مدير كړاو له ځان ځخه پوښتي چې ايا د ګرديميز په ځاي به يو منظم اته كو نجى هدفمند بهتر نه واى؟ نو په اختيار كي هواره او چاپيرى به ځومره لوي وي؟

لمړى ګرديټوټى شميرو. په ورته ډول لكه د ګردي نزدې شميرلو لپاره، د مربع ځخه و ډيركونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالى s شميرو.
منځولاړه m، د اته كو نجيز كانتى يا ژى k او بالاخره د دګرديټوټي جګولى h د پيتاګوراس د جملى په مرسته شميرو.
لاندې لاس ته راځي:

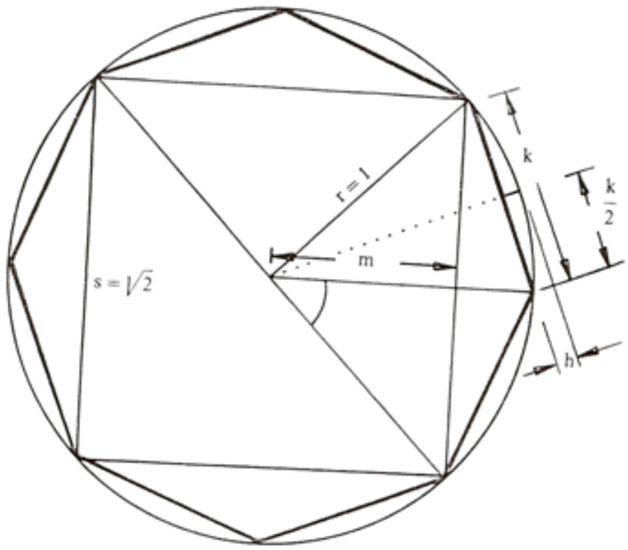
$s = \sqrt{2} . 1 = 1,414 \text{ m} ; \; m = \sqrt{a-(1,414 : 2)^2} = s / 2 = 0,707 \text{ m}$

$k = \sqrt{(1 - 0,707)^2 + 0,707^2} = 0 , 756 \text{ m}$

$h = 1 - \sqrt{1 - (0,765 : 2)^2} = 0,076 \text{ m}$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0,393 \text{ m}$ دى.٫و له د ې سوه

$F_{\text{ټوټه}} = 0,5.[0,393.1 - 1,414(1-0,076)] = 0,039 \text{ m}^2$



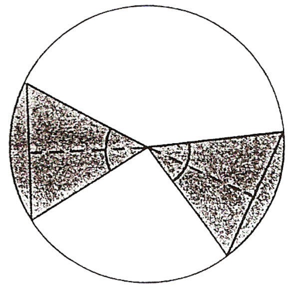
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د بنیښی میز جوړېږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.میز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګردیهواره د وړانګې $r = 95\ cm$ سره. د کیناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپیری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

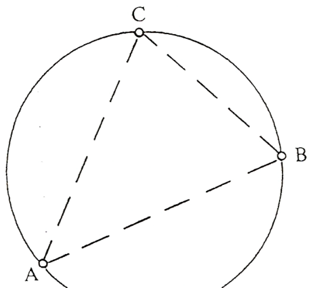
د مساوي ټوټوونو جمله



خیره ۱۳۱

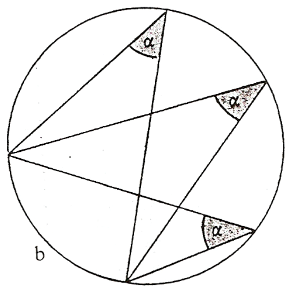
مساي اوږدې ګردیټوټی د ګردي له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټی او مساوي ګردیبرخی لري .

د چاپیرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چی د دریواړو ټکو څخه تیرېږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
خیره

د پریفري – یا ژیکونج جمله

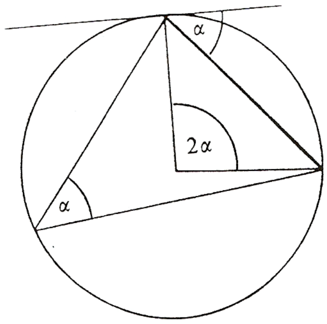


خیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

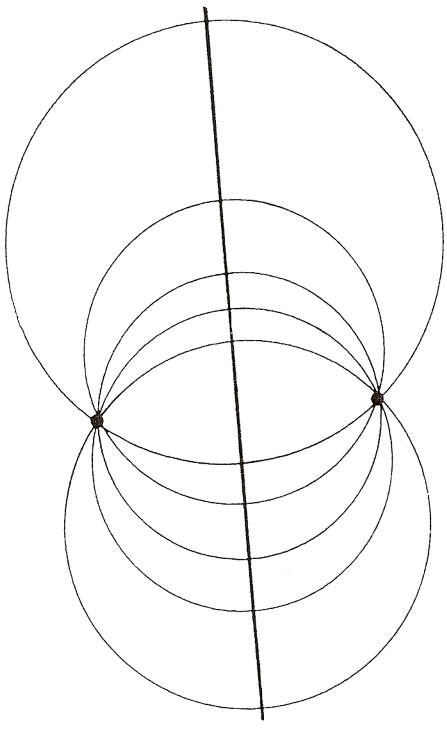
د منځڼکيکونج او پريفريکونج يا ژېکونج جمله:



يو منځڼکيکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پريفري کونج. (چاپيرکونج)

ځيره ۱۳۴

د منځټکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



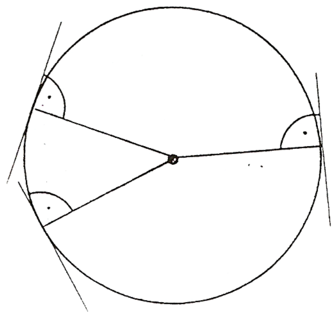
د منځټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

دګرديوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پريکوي

د ټولو ګرديو منځټکی چې يو بل په
دوه ټکو A او B کې غوڅوي يو
ناپايکرښه باندې چې ځايلاين
(ځايکرښه) ورته وايي پراته دي.

ځيره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۳۶

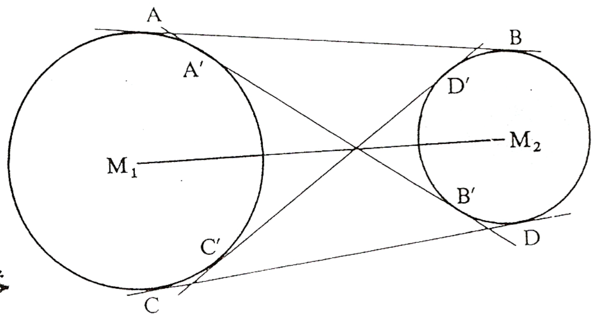
د وړانګې او تنجنت جمله

په لمستګې پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دنننی (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي. که چیرې دوه ګردي ګډ دنننې او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوځوټي همغه اوږدوالی لري.

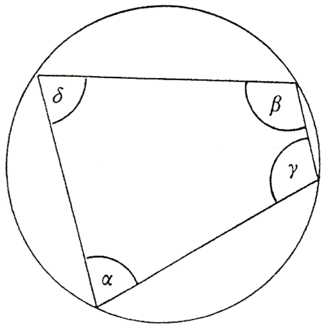
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



خیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره °180 ته پوره كوي

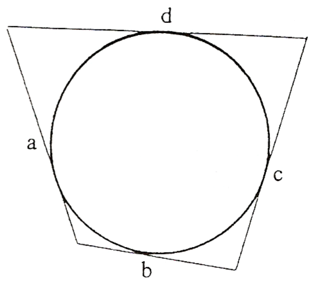


خيره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي كې د مخامخو ضلعو لويوالى د نورو ضلعولويوالي سره برابر دى



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

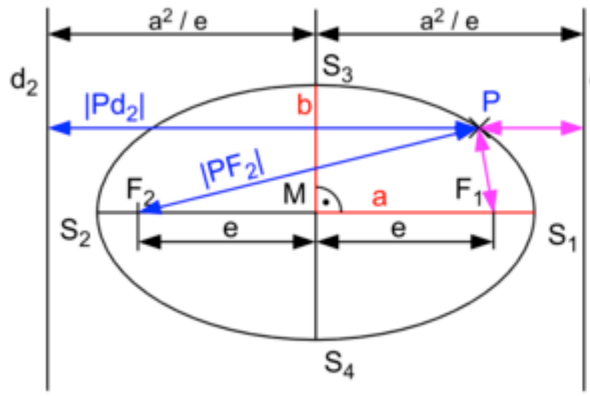
(c) ketabton.com: The Digital Library

٢ – ایـلـیـپـسی (بـیضوي یـا هـګی) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیلـبیلـګه :

د کړاو میز جوړښت بـانـدې موږ پـه اتـه کونـجي اوبـی یـا حل کی تـم کړی وو. دا چی پـه دې ډول یـو میز سره تـل د زخمي کیدو خطر موجود دی‌پـوښتنه رامـنځ تـه کیږي چی : داسی یـو را ګردشوی شکلی شکل ، چی ګردی نـه وي او منظم غوښ وي، شتـه، چی د کړاو اړتـیـا پـوره کړي؟ پـه ریښتونـی ، داسی یـو اوبـی یـا حل موجود دی، لـکه چی لانـدي ښیره ښایـي، چی هر د غاړې ټـکی دوه ټـکو واټـنونـو تـه یـو ثـابـت واټن لـري



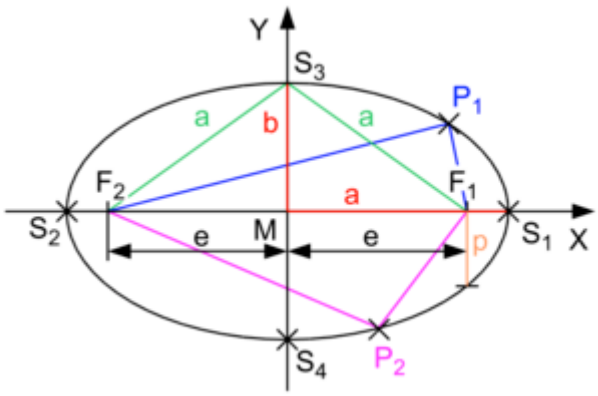
پـیژنـد یـا تـعریف:

د ټـولـو مغوټـکو P ډیـري تـه چی لـه دوه ځاي پـه ځاي ټـکو F1 او F2 (سوزېـدټـکی یـا بـهتره سوزونـټـکو) څخه ثـابـتـه یـا همغه واټن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومیږي

لانـدي واټـنونـو یـا فـاصلـو تـه سوزونـوړانـګی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ایلیپسی منځ ټکی وای، eته د سوزونواتن یا فاصله یا لاینی ایکسشنتریځیتایت (lineare Exzentrizität) یا لاینی ناراتوله وایي .ددې لویو لپاره لاندې اړیکې باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کې a او b د ایلیپسی لوی او وړو نیممحورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په اخر کې وتاکل شي، IIد پیوتاګوراس له جملې لاس ته راځي که د Pټکی د b نیممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپاکرښی چې د سوزونټکي تیریږي او په دې په O کې ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کې هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي.

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

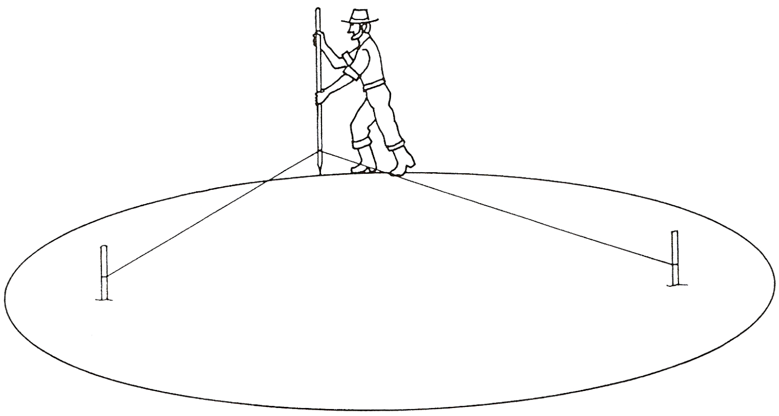
دا څیره دې کران لوستونکي د تمرین په توګه وباسي٠ د یوې رسۍ، چې په 2aاوږده وي، په داوړو سرونو کې موړي وتړی او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موړي یا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړی یا راکاږی او وکرځوی ، دلته کوم شکل چې پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونـو ټـکي چې مـوږي پـرې وهل شوي سوزونـټکي دي. ځيـره پـه هر کـواوردينـات سيسم او يـا پـه يـوه مـيلي مـتر کـاغذد کونـځيـنتري يـا راټـولـو ګرديـو پـه مرسـته بـل جوړښت امکـان پـيـدا کـيږي، چې سرې د يـوه ټـکي دوه ګـردی د a او b وړانـګي ووهي او هره د خوښي وړانـګه د ننـنی ګـردی پـه Pb او دبـانـدنـی ګـردی پـه Pa کی غوځوي. کـه د Pb څخه يـوه پـرتـه کـرښه وويـستل شي او د همغه تـر Pa دوام، نـو هرچيرتـه يـو د ايـلـيـپسی يـا هګی يـا بـيضوي ټـکی لاس تـه راځي. د ايـلـيـپسی هر ټـکی داسی پـيـدا کـيـدی شي .پـيـژنـدل کـيږي چې هر 2 bتـه غبرګ ټـوټـونـی

د k= a / b فـاکـتـور سره لـنډ شوی دی. لـه دې سره د هواري دنـنـه هم تـغيـر خوري ددې فـاکـتـور k پـه انـدازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



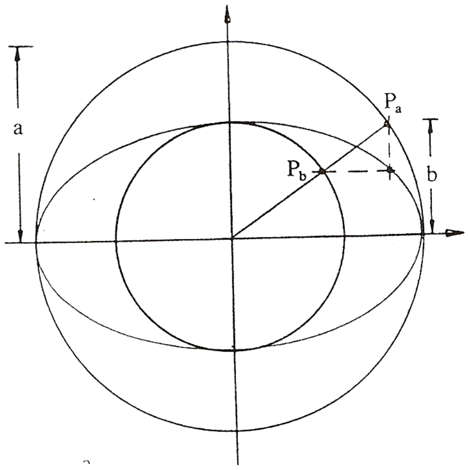
ځيره ۱۴۱

او لـه دې چې r = a او k.r =b) د r لـتـه r د ګـردی » لـويـه نـيـمه اکسی (مـحور) ده

جمـلـه : د ايـلـيـپسی هـواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نژدیونه یا نژدې شمیرنه بسیا کوي.



څیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا ⟺

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د ښاغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي څیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوښ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi . 1 . 0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim \quad 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیځیرې ته نږدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبې یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نږدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي (اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی ؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پیری غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړای شي؟

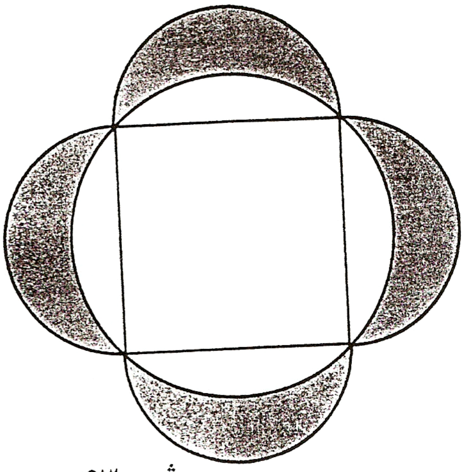
۵ – د غوځهواره به یی د ځمکي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

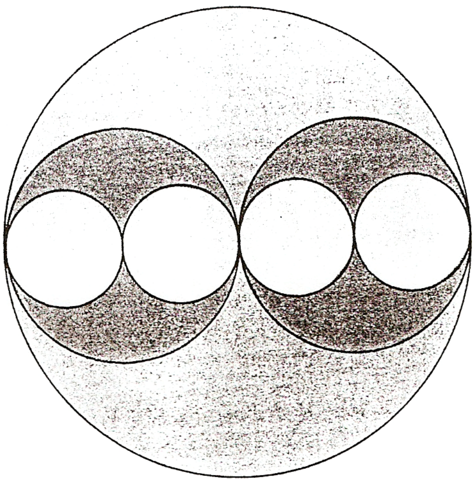
۷ – د ګردی چاپیری څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟



ثیره ۱۴۳

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (ثیره۱۴۳).

۹ – د ثیرې   سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لويي ګردی په سلو کی څومره برخه جوړوي؟



ثیره۱۴۴

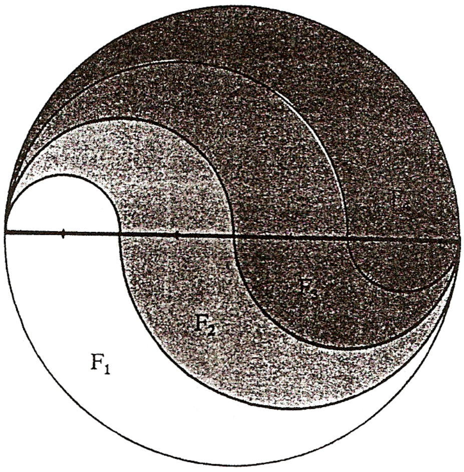
وښايي چی د څلوروارو ګردیو چاپیری د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردی چاپیری.

۱۰ – د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردی راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي r = 7,2 cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چی وړانګه یی r = 10 cm ده، که یوه ګردیکړی کیښنول شي، چی هواره یی دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



خیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په خیره ۱۴۵کي چی ورکړ شوي، وښایي، چی وړانګه یي r = 4 cm وي. وښایي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (خیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چی داړخ اوږدوالی یی ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چی نیمي یی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

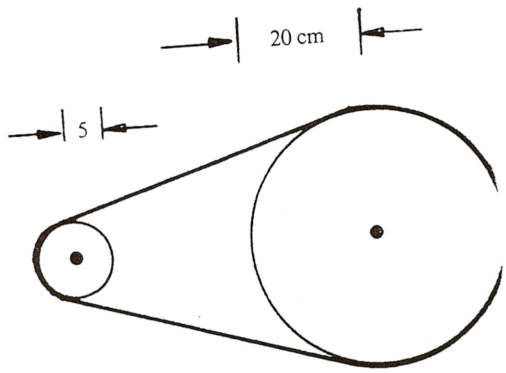
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چی دننی وړانګه یی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چی سرعت یی په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتلیت یا جوړه سپوږمی یا مصنوعي سپوږمی له ځمکې څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څیره ۱۴۶

۱۷ – د یوه څرخونکړی یا بهتره څرخونېټی په مرسته کیدی شي څرخونحرکت یا څرخونخوزون د یوې څپې په بلې څپي راوړل یا واړول شي. په یوه ورکشاپ کی یوه دقیقه یعنی ډیره تېك اره په برېښنا ماشین چلول کیږي یا په حرکت راوړل کیږي. د اړي خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدی یا چټك دی، که د ماشینڅرخونڅرخی یا ګاډیل ($r = 20$ cm) په ثانیه کی ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپیری او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیڅیره لري که ولر:

a) $a = 40$ cm, $b = =12$ cm, b) $a = 6$ cm, $e = 1$ cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ – وښايي: په یو په بل پرتو الیپسو کی دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیڅیرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردی په څیر راڅرخي. ددې چاپیري وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

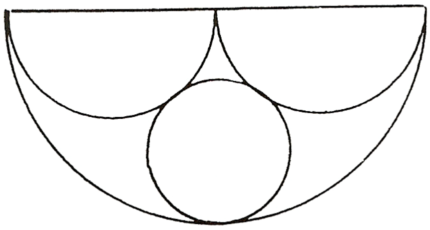
(c) ketabton.com: The Digital Library

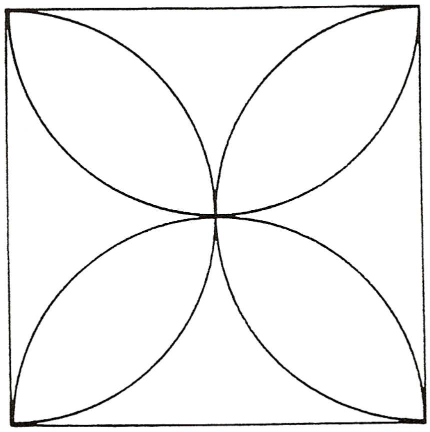
ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په رینښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





څیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځنۍکي کونج

ب - د ګردیبرخی هواره.

۲۳ - کوم منځنۍکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ - د یوې ګردیتېوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ - یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمی ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف - سرعت یی څومره لوي دی؟

ب - په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کربنیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښیزو (لاینی) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کرښیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبي اړیکي یا تناسب ټولګي یا ا ړیکي د کرښی په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکي سټ(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېرۍ یوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چي د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یي € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

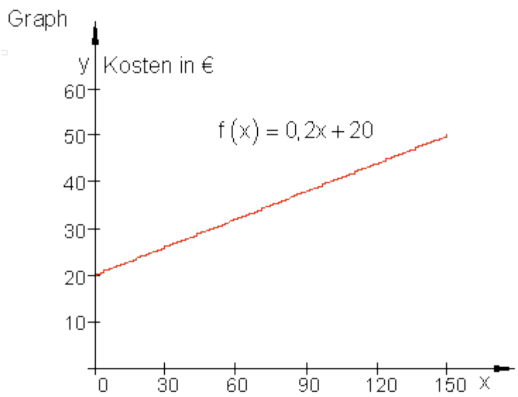
ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونی یا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چي x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقیقو	0	30	60	90	120
قیمت په €	20	26	32	38	44

اوبي یا حل و ب ته: ګراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي میاشتي د تول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده . په لاندي شمیرنه کي یوونونه(واحدونه) دقیقی او€ یورو نه لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پیسي باید تادیه شي د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0\ \min: y = f(0) = 0{,}2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \min: y = f(30) = 0{,}2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \min: y = f(60) = 0{,}2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x\ \min: y = f(x) = 0{,}2 \cdot x + 20$

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرې یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسي دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000$.

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000$.

که د تابع متناسب اړیکي برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زیاتیز یا مثبت یا کمیز یا منفي دی(مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کرښیز برابرون یا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ یا $y = m \cdot x + n$

دا چي کرښیز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چي د لوړو ټولګیو موضوع ده، نو انځوریز ډول یې له پیله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعریف :

n -مه درجه ټول راشنل- یا نسبتي توابع:

یوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$: سره n -مه درجه

ټول راشنل یا ټول نسبتي تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n; a_{n-1}; a_{n-2}; \ldots a_2; a_1; a_0$ ضریبونه (ځلوه وونې) بلل کيږي.

دا چي دواړه اخرني زیاتووني یا د جمعي برخي $a_1x + a_0$ په کرښیز و مساواتو اړه لري، تعریف ترې لاس ته راځي:

تعریف یا پيژند: ټول د لومړۍ درجي راشنل توابع :

یوه تابع f(x) د $f(x) = a_1x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجي ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت یا جګ عدد (چي دلته 1 دی، ځکه چي x $= x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضریب a_1 د m او a_0 دb یا n لپاره لیکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

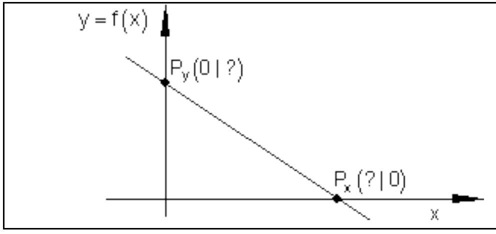
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت   لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د   تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - .د محور غوښتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوښتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه   لړ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او یا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي یا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- یا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاینیزو (کرښیزو) توابعو عمومي مساوات یا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرایط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - یا سره ټاکلی.

بیلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چي : P_y کواوردینات (0,-3) لري. د دې لپاره لیکو: $P_y(0,-3)$

په یاد ولری: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښیزو توابعو لپاره کیدی شي مستقیماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور یا پراه محور سره غوڅتکی یا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

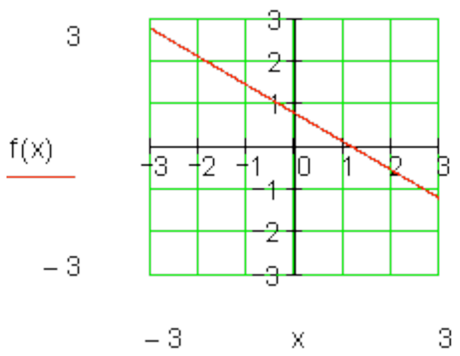
$$f(0) \Rightarrow \underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{3}{4}\right)}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \,|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \,\middle|\, 0\right)}}$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواورډينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې -x ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

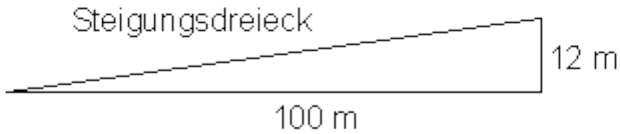
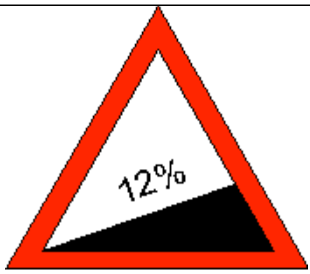
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګيدنه(جګوالی) يا ميلاند :

زيات ګاډي يا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښيز ی پټلی يا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګيدن کوټې لپاره) کيښول کيږي يا نسبيږي يا غزيږي، دا هم د مايلو واټنونو لپاره.:

د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدني دربګوړی  	

دجګوالی توپير او پرتې يا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی يا ميلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کې دی: 12 m : 100 m = 0,12 ≙ 12%

پيژند(تعريف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت يا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

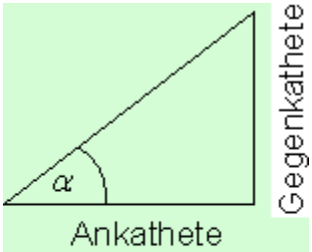
(c) ketabton.com: The Digital Library

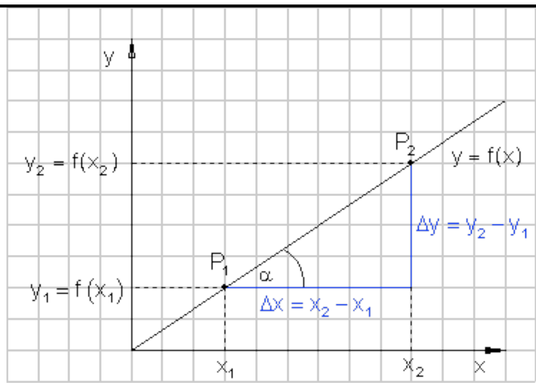
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کيږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکيل ګراف کې يوه سرچينه يزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 ښخه تيريږي.

د کرښي جګوالی دې د ټکو او کواورديناتو په مرسته پيدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواورديناتو دکمښت(تفريق) له لارې کره شوی.

د کمښت يا توپير لپاره ليکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضيه:

د جګيدني مثلث ښخه د کرښي جګوالی شميرل کيدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه كواوردیناتسیستمم كې د كرښې جګوالی د يوه په خوښه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز دربګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ يا نيمی يا قطر Hypotenuse يې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضريب د كرښې مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د كرښمساواتو ضريب a_1 په ګوته كوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$
\begin{aligned}
&f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad\qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0 \\
&m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}
\end{aligned}
$$

جمله :

د يوه كرښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټكو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تيريږي د ضريب a_1 لخوا ټاكل كيږي.

$$
a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha
$$

په لنډه بڼه

$$
\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}
$$

كه د يوې كرښې دوه ټكي د كواورردیناتې له لارې وركړ شوي وي، نو كيدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

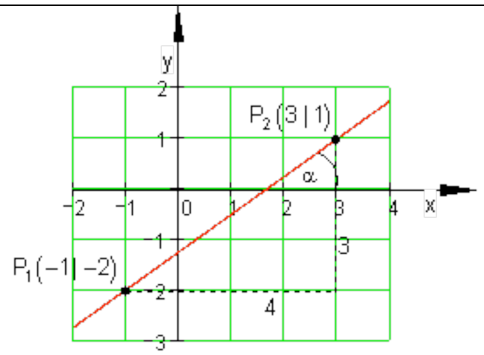
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميری

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوې کرښي ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده.   د يوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

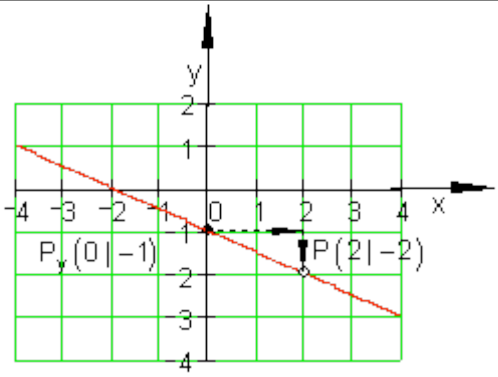
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کي غوځوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کي رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلولو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښي له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندي لنده بڼه په یاد کي ونیسو:

په یاد ولری: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مختښي په واک یا تابعیت کي پورته یا کښته لور ته.

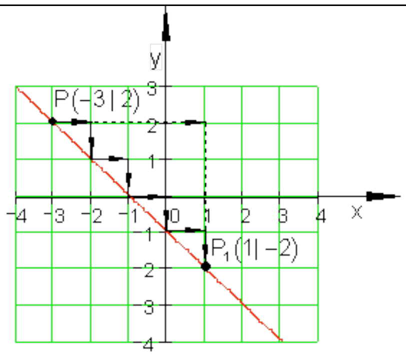
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو تول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، څکه چي هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

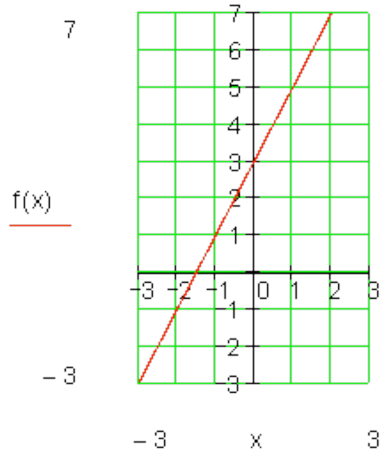
بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چي جګوالی یي a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که ځلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چي یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له P څخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتیجې ته بیایي.	
بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوځوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرینونه :

د محوررونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بي له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د ځګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ تم - $f(x)=-\frac{3}{4}x-1$

نهم - $f(x)=-3x+\frac{5}{10}$ لسم - $f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع ګراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m=a_1 \wedge b=a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

بېلګه:
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

د نورو شمېرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پېژندل شوې بڼه راوړو:

y= $f(x)=a_1x+a_0$ یا $y = f(x) = mx + b$

تمرينونه۳:

K_f د f کرښيزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1{,}5x-2;\ x\in\mathbb{R}$ سره .

د یوې f تابع د کرښيز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا ټکی $P(2{,}5\,|\,1{,}75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D=R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0). تیرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

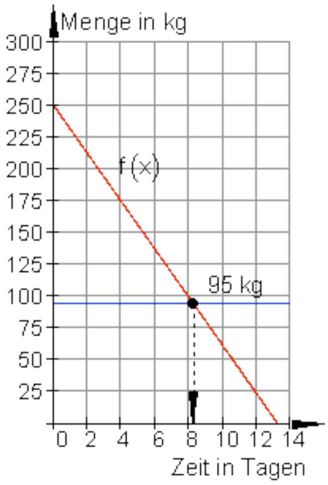
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې يې ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کې د95 kg پاتې غوړیو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو.	ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام
بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېری) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده. پیل ارزښت 250 kg دی. د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده. دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي $f(x) = -19x + 250$	 وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندي باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \,|: 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوښتکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \,|: 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسیږي.

2.1.7.د تمرینونو حل :

تمرین ۱ : تمرین ۱ : د D ټول ګنیز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکئ او د ګراف رسم یي وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعریف سټ $D = \{x \,|\, -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعریفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = \frac{3}{4}\cdot(-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3{,}75$$

$$f(0) = \frac{3}{4}\cdot 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = \frac{3}{4}\cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25$$

$$f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 - 3 = \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

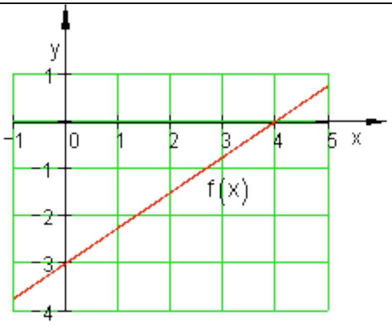
$$f(3) = \frac{3}{4}\cdot 3 - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

$$f(4) = \frac{3}{4}\cdot 4 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$f(5) = \frac{3}{4}\cdot 5 - 3 = \frac{15}{4} - 3 = \frac{15}{4} - \frac{12}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

جدول او ګراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W = \{y \mid -3{,}75 \le y \le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

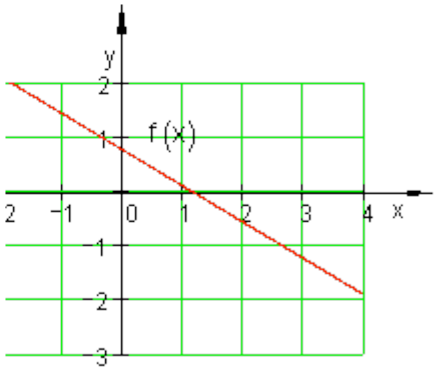
تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په $f(x)$کي د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

حل :

$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ د y- محور سره د تقاطع یا غوښتکی: $f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle\vert\,\frac{3}{4}\right)$ د x– محور سره غوښتکی: $f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,\vert-\frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,\vert\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$ $\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle\vert\,0\right)$	 ازمایینت $f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

دK_f f کربنیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$. سره .

د یوې f تابع د کربنیز لیدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A \mid 4)$ او $B(-2 \mid y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A \mid 4): \quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \mid +2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \mid : 1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2 \mid y_B): \quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \middle| 0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2 \mid \cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y \mid y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4\mid 0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0 \mid -6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښیز مساوات| .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0{,}3x$ ث - $f(x) = 2{,}5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4); P_2(-1{,}5|-3)$ ب = $P_1(-1|3{,}5); P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0{,}4x + 1$ ب = $f(x) = -1{,}5(x - 2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ایا $P(\sqrt{7}|-1{,}54)$؛ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

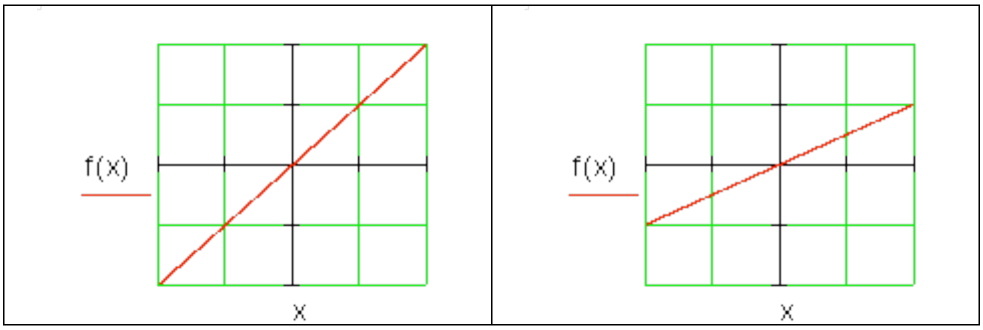
$W_f = \{y | 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f(\sqrt{2k}) < 0{,}6$؟ دی؟

شپږم - د $g(x) = 0{,}75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2{,}5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.
د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.
اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

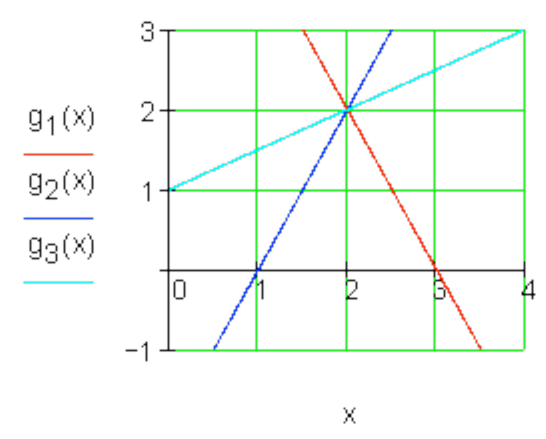
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتنې

کرښیز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –

	د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې g(x) = 2x + 8,2 د ځنګ څیرې کرښه وټاکئ، چې د g(x) سره غبرګه له ټکي(P(2 | 2 تیریږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکئ او خپله ټاکنه په دلیل ودانه کړئ.

دویم –

ټکی (3- ;P(4,5 په کرښه چې صفر(سرچینه بیزه کرښه) پروت دی.

ټکی ((P(3;f(3 هم په دې کرښه پروت دی. f(x) وټکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

ټکي(2-;2) A(1;3), B(-1;-7), C او (8;7)D د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټکی.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

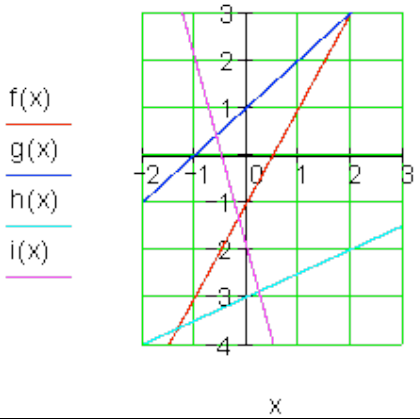
پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$; او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکی او(0,25)f او $f(\sqrt{2})$ وشمېرى.

شپږم-
له څنګ څېرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.



۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

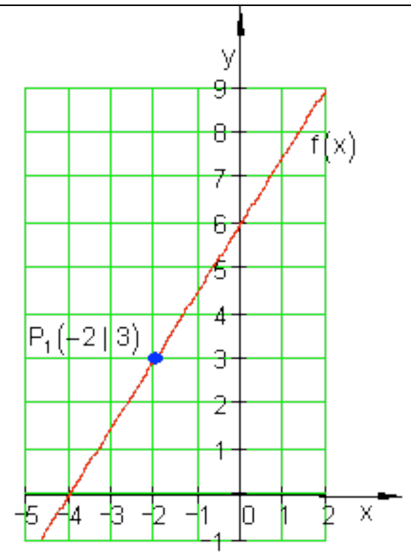
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي ځخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پیدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$: تکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2|3)$: لپاره ازمایښت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 | +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازمایښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځي 7,5 kg خوراک شته. دولس روځي، وروسته له هغې چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوي وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربښوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د$P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ کي ځا په ځای کړی $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$

$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.

$P_1(-3|-1)$ $\quad$ $P_2(4|6)$

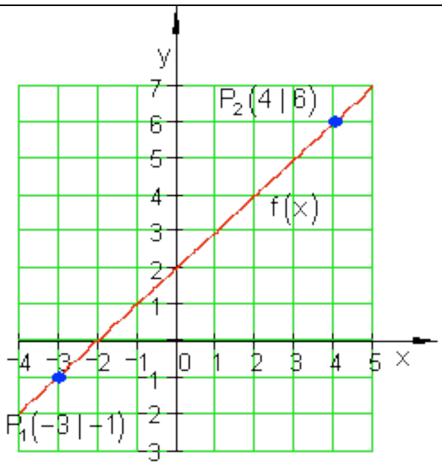
وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګیدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازماینت لپاره بی پروا ده چي د دې لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چي



(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازماینښت د $P_2(4\,|\,6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4\,|\,6) \Rightarrow f(4)=6 \Leftrightarrow 1\cdot 4+a_0=6\,|-4 \Leftrightarrow a_0=2 \Rightarrow f(x)=x+2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخی کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابری دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

ځګوالی:

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{212-32}{100-0}=\frac{180}{100}=\frac{9}{5} \Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+a_0$$

$$P_1(0\,|\,32) \Rightarrow f(0)=32 \Leftrightarrow \frac{9}{5}\cdot 0+a_0=32 \Leftrightarrow a_0=32$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x=20\,^0C : f(20)=\frac{9}{5}\cdot 20+32=68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 \mid - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزږومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; x_1 \neq x_2$ چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکئ

۳.۸-تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوڅټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تیریږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

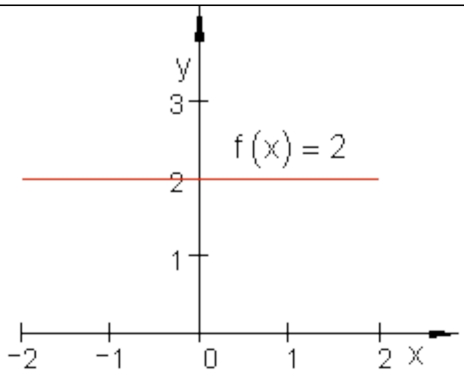
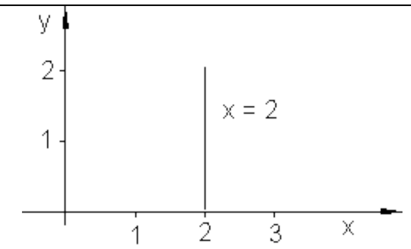
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه: $f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$ یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کیږي. x- محور هم یوه ثابته تابع ده د تابع مساوات f(x) = 0 سره. د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.	
د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي. دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چې یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده. د x = 0 د y- محور مساوات دي.	

بیلګه:

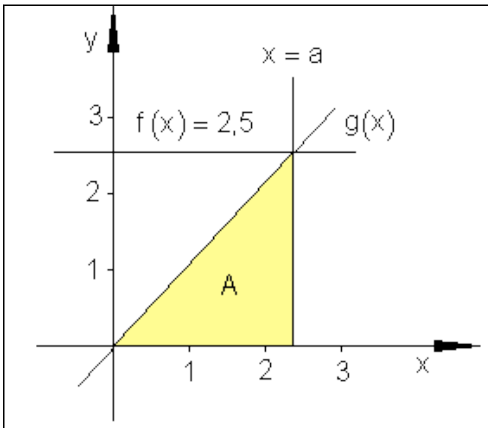
یو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د 0 < a سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د(P(a \| f(x تکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کرښې سره یو مثلث جوړوي.

a داسې وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د g = a او

h=f(x) = 2,5 سره

د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \,|\cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چې د سرچینې $g(x) = a_1 x$ ($a_0 = 0$ کرښه

د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرین: د ^{0}F بدلون شمیرنه په ^{0}C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^{0}C اړونه یا بدلون په^{0}F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^{0}F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^{0}C بلواکه یا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چې د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 اوP_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بنه په دې ډول ده:.$f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|-\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتنې

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږئ او د ارزښت سټ یا – ډېری W و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2;\ D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4};\ D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3;\ D = \{x \mid -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6;\ D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کربنه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4);\ P_2(7 \mid -1);\ D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1);\ P_2(2 \mid -3);\ D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3);\ P_2(-7 \mid -1);\ D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4);\ P_2(4 \mid 2);\ D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = x - 5$ ب - $25 = x + 8$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

څ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3 \mid 4);\ P_2(7 \mid -1);\ D=\{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8 \mid 1);\ P_2(2 \mid -3);\ D=\{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4 \mid 3);\ P_2(-7 \mid -1);\ D=\{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4 \mid 2);\ P_2(-4 \mid -4);\ D=\{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېرى .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} \text{I} & 5y-3x=1 \\ \text{II} & x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} \text{I} & 4x+5y=32 \\ \text{II} & y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} \text{I} & 15y-4x=-50 \\ \text{II} & x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} \text{I} & 3x=y+15 \\ \text{II} & 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} \text{I} & 2y=2x-40 \\ \text{II} & 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} \text{I} & x+y=a+b \\ \text{II} & x-y=a-b \end{cases}$

پوښتنې

کرښیز توابع **XI**

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\,|\,-9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې د تابع$f_2(x)$ سره غوڅیږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کربنو غوځېدګي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کي .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4\,;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کربنه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کي د تابع $f_2(x)$ سره له کربني څخه غوځیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کربنو غوځېدګي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کي د دواړو توابعو ګراف.

دریم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کربنه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کي کې له کربني څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کي غوځوي، غوځیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کربنو غوځېدګي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3\,(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3\,(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ;\; P_2(-2 \mid -3) ;\; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1\,(x)$ سره د دویمې کرښې څخه د تابع $f_2\,(x)$ سره ، چې له ټکيP_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د$f_2\,(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2\,(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتني

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزي توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$
له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1 ; [BC] = f_2 ; [AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$
د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$کي غوڅوي.

د$h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په يوه وضيه قيمتسيستم کې دريواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\ f_2(x) = -4x - 2\,;\ D = \{x \mid -10 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$$

د$f_1(x)$ تابع سره کرښه د دويمې کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودينات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کي.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پيدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په يوه وضعيه قيمت سيستم(پروت ولاړ سيستم) کي رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف يې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\, f_2(x)=-4x-2\,;\, D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\, f_2(x)=3x-6\,;\, D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\, f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\, D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

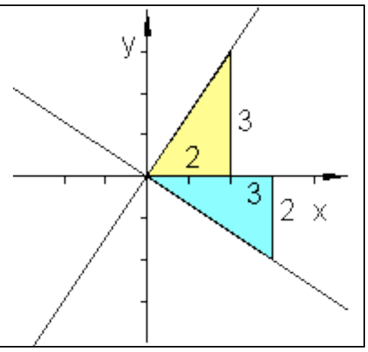
ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\, f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\, D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کربښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کربښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

Vorübung:له مخه تمرین:

د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کربښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسئ او جګوالی یې ولولئ یا په ګوته کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسي $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسي} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{یا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کرښي یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

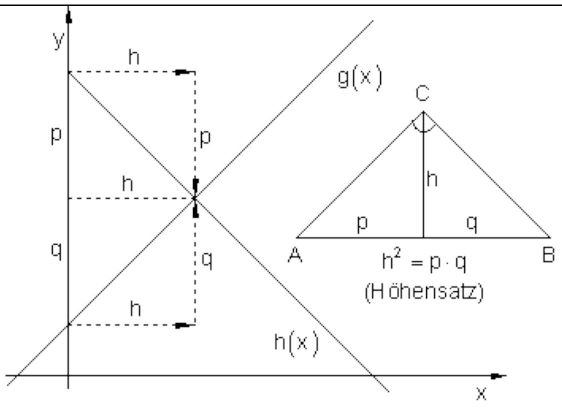
د جګجملي له مخي دی

$h^2 = p.q$

په (1)کي کیږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کربښي g او h غوځېکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پېښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g} = \frac{1}{2}$ wegen $g(x) \perp h(x)$ folgt $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ und $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2 \| 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2 \| 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښي تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کربښوg او h غوځېکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

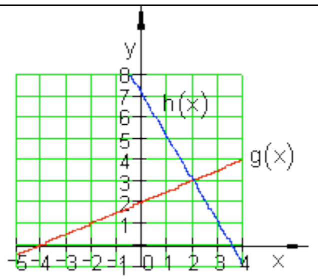
له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h} = -2$

$g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او d $h(x) = -2x + a_{0h}$

$$S(2 | 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2 | 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوڅېدنې (د قطعه کيدو ټکی)

د دوه کرښو $g_1(x)$ او($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.

د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوڅېدو) ټکی و ښايی او کرښي په يوه افقی-عمودي سيستم کي وښاياست.

اول - $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4 \quad g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$

دويم - $g_2(x)=-2x+1 \quad g_1(x)=2x-1$

درېيم - $g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1 \quad g_1(x)=\frac{3}{4}x-4$

څلورم - $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3 \quad g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2$

پنځم - $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3 \quad g_1(x)=\frac{2}{3}x+2$

شپږم- $g_2(x)=\frac{1}{2}x+2 \quad g_1(x)=\frac{3}{4}x+1$

يا دا لاندي

د دوه کرښو غوڅېدنې‌د دوه کرښو د $g_1(x)$ او($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوڅېدنې وشميرئ او کرښي په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کي وکاږئ(رسم کړئ)

لومړئ: $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4 \quad g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې ($g_1(x$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوڅتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x)\perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تيريږي.

د قيمتشميرنې څخه کار اخستنه يا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه يوه جنس توليد سټ x وپيژني ، کوم چې په توليد کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعريف:

که د ثابتو توکو سره د(K(x مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK توليد سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع K(x) دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يې قيمت k ټول قيمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهK_f هغه قیمتونه دي، چې که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسي(E(x= قیمتP . ډېرۍx یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرۍ یا سټ د لاس ته راوړنې ډېرۍ هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (یادونه) :ږکه دG(x) نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، کهG(x) زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښتK(x) همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنهE(x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځې خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپښیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېری فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

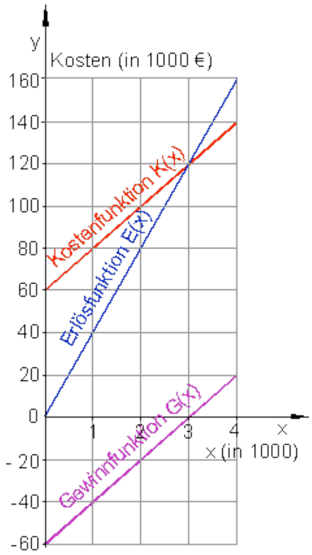
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرى يا – سټ کې د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ،، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله کيدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوڅتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړای شي. د غوڅتکی x کواورديناټ د ګټې شولۍ يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواورديناټ په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه په يوه فابريکه کې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميليونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کې سره راټول کړو، چيرته چې د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 000 100 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګي په توګه€ 000 9000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (GE 9).

پرته له دي د لګښت واحد(یوون) لپاره سږی په ټاکلي پیسو واحد (یوون) پوري مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دي د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټي په پولي Break-even-Point کي ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټي پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډیری یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کي پرته ده، په دي ځای کي لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتني:

کرښیزي توابع برخه IV

لومړی –

د کرښیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنه وښايی، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right)$ او $P_2\left(1|\,1\right)$ تیریږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k}+1$
لري او دy محور په $P_y\left(0|-\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم –

وښايی: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کربنه پوت دی.

د کربنې مساوات وټاکی

څلورم –

یوه کربنه چې له (P (2,5 | 0 تېریږي د کواوردينات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0,5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د یوه کربنیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکی.

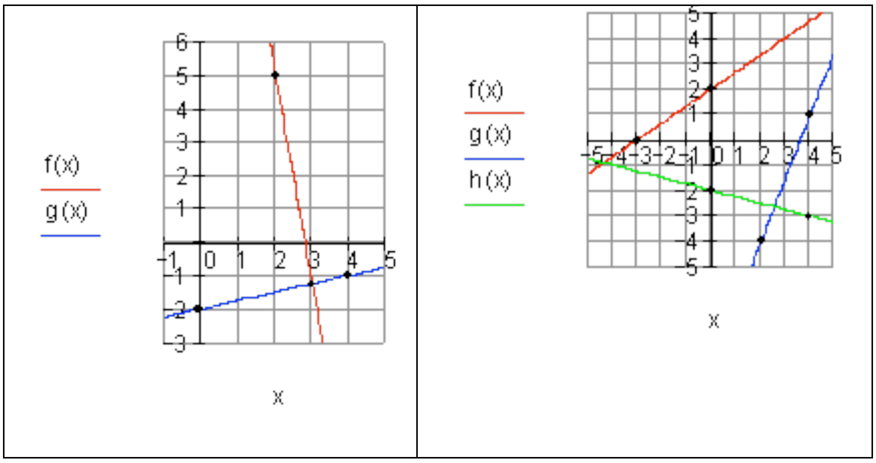
شپږم –

لاندې څیرې د کربنیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دواړو کرښو غوڅتکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمایئ چې ایا کرښې g, h, i د یوه ټکي څخه تېرېږي.

الف ـ $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب ـ $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دویم ـ

د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړېږ شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي $f(x) < g(x)$ ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

دریم ـ

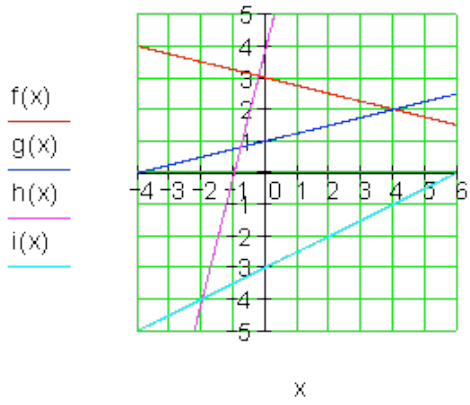
د دواړو توابعو غوڅتکی وښایئ او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړئ.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم ـ

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د f(x) او g(x) غوڅتکي وشمیرئ ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښې د کښلې شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړئ ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوڅتکي لري؟	

پنځم –

دوه یو په بل نیغي ولاړي کرښې یو بل په S(-2 \| -1) کې غوڅوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړئ.

شپږم –

کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په نرخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش 3559 € دی، د سپین 3223 €. ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27\,|\,3223)$ او $P_1(43\,|\,3559)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بنسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43\,|\,3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \;|\; -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) = 21x + 2656 \end{aligned}$$

بنسټ معاش 2656 € دی او د زیاتکار 21 € .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh کیلو واټ په ساعت د0,14 € په ترخ د میاشتي په 7,50 € بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

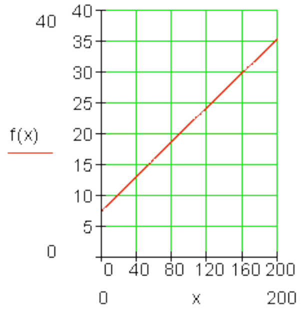
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اینوونه:

$$1\ kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$$
$$2\ kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$$
....
$$x\ kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$$

$$f(x)=0,14\cdot x+7,50$$

د تابع ترم: $x \triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینوونه: f(x) = 0,14x+7,50 د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

د ځلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو میاشتو کې860kWh وو.

پ-

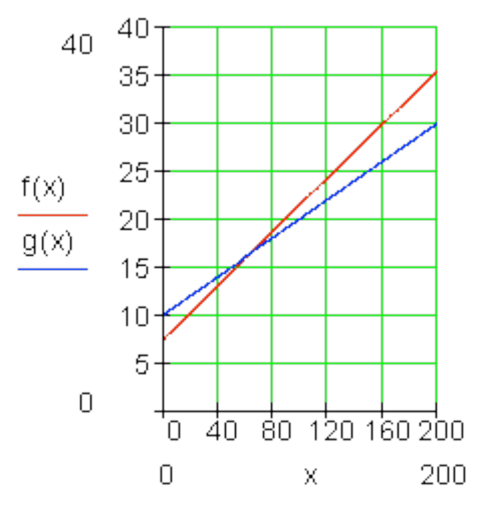
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x)
0,14x+7,50

دویم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوڅتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x + 7{,}50 = 10 ;\ -7{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x = 2{,}5 \mid : 0{,}04$$
$$\Leftrightarrow x = 62{,}5$$



بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت   دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراكي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخيره بيرته ډکه شوې.

بيلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، د مياشتې بنسټيز قيمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP)   شرايط دي :

هر د خبرو دقيقه € 0,08 قيمت لري، د مياشتې بنسټ قيمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0,08x + 5 \qquad HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوځې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | -0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | -5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HB:

$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

HP:

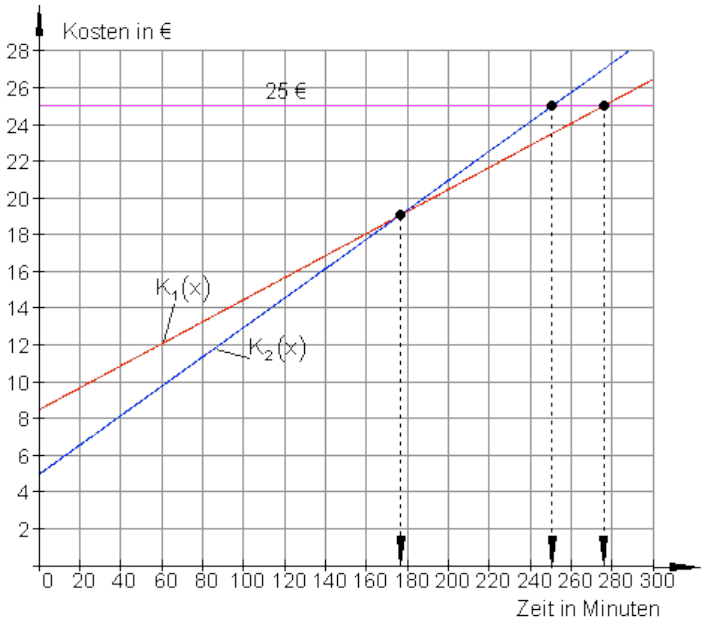
$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | -5 \\ &\Leftrightarrow 0,08x = 20 | : 0,08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ k_v = 300 دی.

یخووني هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(x)K پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې (x)Eده او د ګټي تابع یې د فابریکي لپاره (x)G ده.

ب – د کوم تولیدډیری سره به د ګټي پولي یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کي ټول مصارف څومره دي همداسي لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قیمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټي تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټي پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 تولیدډیری سره فابریکهګټه کوي.

د ګټي پولي کي لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د میاشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

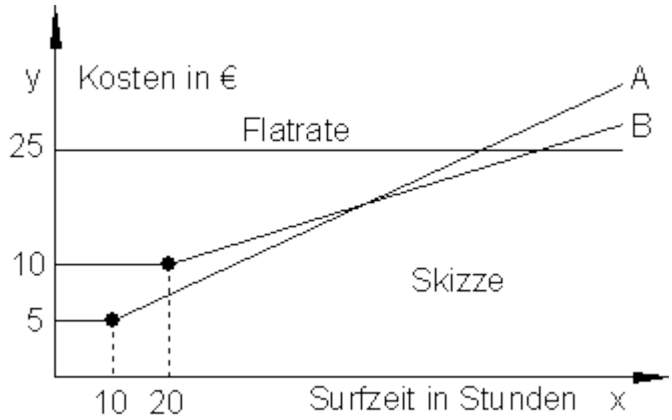
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکې کې ارزښت برابر دئ؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېټ ریټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت   محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي.

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنسټپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10 \,|\, -4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

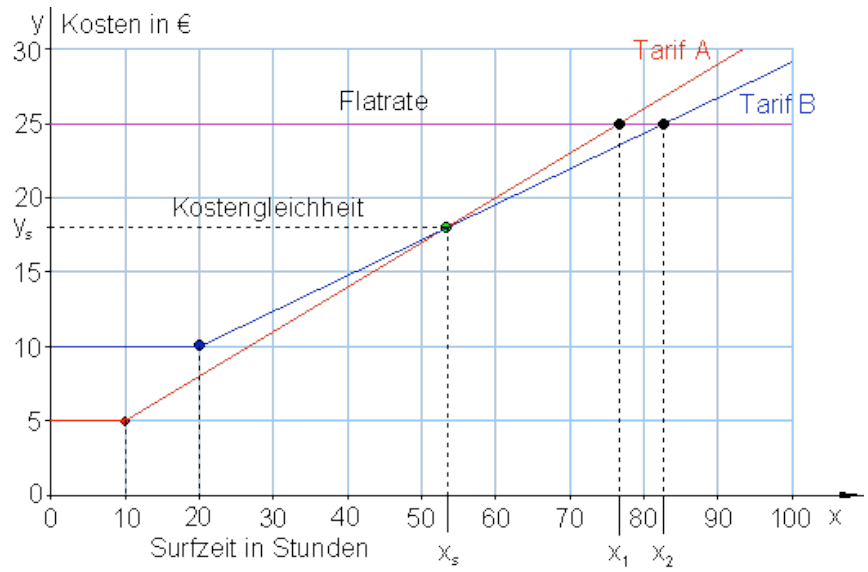
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلېټ رېټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لگښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82   ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ رېټ گټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75   ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام $2{,}5h . 30 = 75St.$ ساعته:

دA نرخ لگښت:	$K_A(75) = 0{,}3 \cdot 75 + 2 = 24{,}50$
دB نرخ لگښت:	$K_B(75) = 0{,}24 \cdot 75 + 5{,}2 = 23{,}20$
دC نرخ لگښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پټ واړول شي.

پوښتنې

کربښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کربښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –
د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –
په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -
لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = x - 5$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.
شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنی چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنی چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهینه د$1 \ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې دکچګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتنې

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغړنی روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېری يا ستې باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسې ورکوي).

کوم چوپر غوارړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين ايښرل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسې ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوږي ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. په المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایت [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټیټبدونکې کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښيز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ښباک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښباک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دويم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښيز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووټې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK او S گرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پړسېدني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني باروړونکي اوږدوالی په گوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جگوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

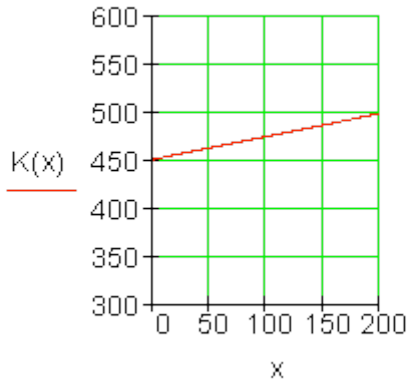
پوښتني

کربنیز توابع برخه XVII

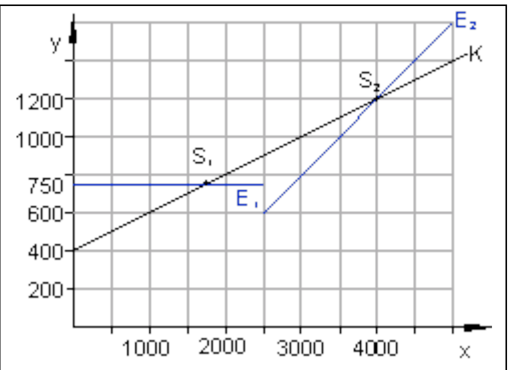
لومړی: څیره د یوه کربنیز لگښت گراف ښايي(ټول لگښت)

الف- له گراف څخه ځای په ځای لگښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x دېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لگښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

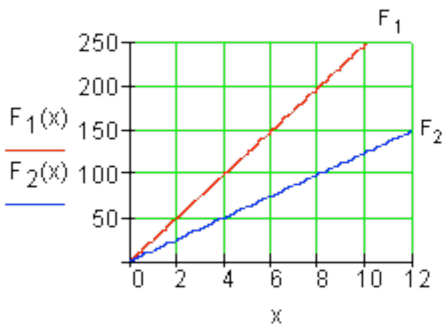
	الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ. ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کي لاس ته راورل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کي دی.

	**الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولیدد څومره ګران دی؟ د لښت تابع** K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟ ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(بنګه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟
پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط وړکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتني

کرښيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځوورسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشريح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کيږي(Interpretation).

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپيته دقيقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د مياشتې اتيا دقيقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لګښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

يو کيلوواټ قيمت په يورو	د مياشتنی لګښت په يورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوځتکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړشوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف ـ $K_f : 2x - 3y = 7$ ب ـ $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ ـ $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f: \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f: -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ــ $K_f: y=\sqrt{3}(x-2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x)=1,25x+1,5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې گرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3,5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1,25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرگو مساوات و کرښې د g(x) = -2x+4 سره د ټکې(P(-3|1 له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1,5(x-2)\ ;\ h(x)=1,5x-2\ ;\ i(x)=1,5(-x)\ ;\ j(x)=1,5(2x)$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښونه د د تولید شوو دانوتعداد پې واک کې یا تابع دي. د x = 100 دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

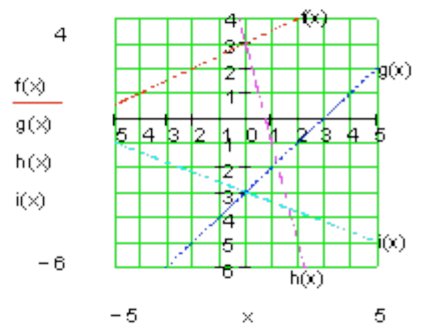
الف- د لګښت ت ابع وليکئ.

ب- د x = 140 دانو توليد سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زياتو دانو توليد سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅيږي؟

ت- په کوم ډېرئ يا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قيمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- دK(x) (دلګښت تابع) اوE(x) (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په يوه کواورديناتسيستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهګرښه اړه لري؟ خپله پريکړه په دليل ړدانه کړئ. $g_1: \; f(x) = -4x + 3$ $g_2: \; 5y - 2x + 15 = 0$ $g_3: \; f(x) = x - 3$ $g_4: \; f(x) = 0,5x + 3$	

کرښيزبرابرون يا - مساوات

برخه X

لومړی: د يوه کرښيز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د f(x) صفرځايونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري f(x) > 1 ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرۍ یا ــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2 کې غوڅه کړي.

دویم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړی. د کرښیز تابع h(x)ګراف له سرچینې یا پیل ځخه تیریږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دریم: د کرښیز تابع f(x)سفرځایونه او وټاکئ، که لاندط اړیکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

ځلورم: وښایئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په یوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کیږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P ځخه تیریږي. د h مساوات یا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنۍ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کرښنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسي سیستم له دوه برابرونونو یا مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سرى حل ته ورسيږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي ایښوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم: (I) $5x - 2y = 1$ (II) $3x + 3y = 9$	د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
(I) $5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ (II) $3x + 3y = 9$ (I) $7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (II) $3x + 3y = 9$	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضريبونه (ترمخ عددونه یا څلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
(I) $7{,}5x - 3y = 1{,}5$ } + (II) $3x + 3y = 9$ $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دويم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي يي حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي ایښوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دريم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کي کیږدئ او **y** پسي يي حل کړئ. څلورم: حلسټ یا حلډېرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1\|2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اېښووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسيستم	د اېښووني تلنلار: د اېښووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارينت 1
$(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	
$(I)\ 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid : 5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$	لومړی: مساوات**(I)** د **x** پسې حل کيږي.
$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid : 21$ $\Leftrightarrow y = 2$	دويم: د بنې اړخ ميندل شوی ترم په مساوات **(II)** کې اېښول کيږي او د **y** پسې حل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره مېندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینسول کېږي، دا بیاپه **x** پسې حل کېږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in } (II):\ 3x + 3y = 9$$
$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$
$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid :3$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$L = \{(1 \mid 2)\}$$

پنځم: د اینسولو له لارې حل

$$(I)\ \ 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\ \ 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د حل پلونه(قدمونه) د اینسولو تلنلار لپاره مساواتسید ستم

2 واریانت $x - 2y = 1$

$x + 3y = 9$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل کېږي.

$9 \mid -3x$

$9 - 3x \mid :3$

$3 - x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دښی لور ميندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کيږدئ او په **x** پسې يې حل کړئ.

3. $x + 3y = 9$

دريم: د **x** لپاره ميندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساوتو کې اينسوول کيږي، او دا بيا د متحولي **y** پسې حل کيږي.

$= \{(1|\ 2)\}$

څلورم: جلسټ وليکئ

پنځم: ازماښت د اينسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \;\Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \;\Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې ټنلارې د هغه د واريانتو سره په يوه ټکلي مساوتسيستم وکارول شو. که څوک يوګونې ټنلرې ټيک وګورې، پيژني، چې په واريانت ۲ کې لږ د شميرلو کار غوښتونی دی.

په يوه ټاکلي ټنلار د شميرلو کار د دې حل کوونکي مساوتسيستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه ټنلار د لږ کار سره سرته رسيدی شي. د دې لپاره نو يو څو بيلګو ته اړ يو. لاندې بيګې دې د دې لپاره يوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – يا ځواب ټنلار پيداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بيلګې

بيلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اينسوونه$y=7x+8$ $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 1}}$ حل: $L=\{(-1\|1)\}$ ازماينت $(I)\ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$	$(I)\ y = 7x+8$ $(II)\ y = -2x-1$ د برابر اينسووني لار $7x+8 = -2x-1 \| +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \| -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \| :9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = -1}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

<table>
<tr>
<td>
y=3 اینوونه په (1) کې

2x+4y=8

$2x - 12 = 8 \;|\; +12$
$\Leftrightarrow 2x = 20 \;|\; :2$
$\Leftrightarrow x = 10$

حل: $L = \{(10|-3)\}$

ازمايښت

$(I)\quad 2x + 4y = 8 \Rightarrow 2\cdot 10 + 4\cdot(-3) = 8$
$\Leftrightarrow 20 - 12 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \;(w)$
$(II)\quad 2x - 5y = 35 \Rightarrow 2\cdot 10 - 5\cdot(-3) = 35$
$\Leftrightarrow 20 + 15 = 35 \Leftrightarrow 35 = 35 \;(w)$
</td>
<td>
$(I)\quad 2x + 4y = 8$
$(II)\quad 2x - 5y = 35$

د جمعي لار:

$(I)\quad 2x + 4y = 8$
$(II)\quad 2x - 5y = 35 \;|\cdot(-1)$

$(I)\quad 2x + 4y = 8$
$(II)\quad -2x + 5y = -35$ (+)

$9y = -27 \;|\; 9$
$\Leftrightarrow y = -3$
</td>
</tr>
</table>

بیلګه ۳ :

<table>
<tr>
<td>
X=1 په (1) کې کیږدئ x+2y=5

$1 + 2y = 5 \;|\; -1$
$\Leftrightarrow 2y = 4 \;|\; :2$
$\Leftrightarrow y = 2$

حل: L= {(1|2)}
</td>
<td>
$(I)\quad x + 2y = 5$
$(II)\quad -x + y = 1$

د اینووني لار;

(II) په y پسې حل کړئ
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت (I) $x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5\ (w)$ (II) $-x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1\ (w)$ wد رښتیا لپاره	$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کې کیږدئ x+2y=5 $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2 \quad =5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x=1}}$

بیلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

5- $y = $ اینوونه په کې $(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ حل: ازماېښت	$(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ $(II)\ \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$ د زیاتون یا جمعي لار: $(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$ $(II)\ \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$ $(I)\ \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4$ $(II)\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2$ (+) $-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10 = 2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5 = y$ $\Leftrightarrow y = -5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x,y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)} \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=-2\end{aligned}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2|-5)\}\quad x,y\neq 0$

Probe:

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

يادونه:

مساواتسيستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کيدو اجازه نه لري يا نه شي صفر کيدی، تعريفسټ بايد ورکړ شي. داسئ مساواتسيستم کرښيز نه دی.

د رسموني لار

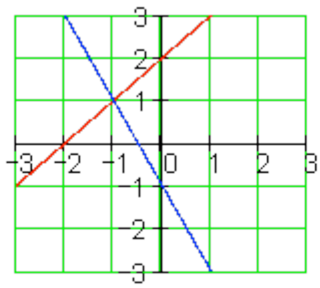
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{lll} (I) & x - y = -2 & L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);...\} \\ (II) \wedge & -2x - y = 1 & L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);...\} \end{array}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړي د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-ډېرئ: L={(-1|1)}



دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{array}{ll} (I) & x - y = -2 \mid +y \\ (II) & -2x - y = 1 \mid +y \\ \hline (I) & x = -2 + y \mid +2 \\ (II) & -2x = 1 + y \mid -1 \\ \hline (I) & x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ (II) & -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \\ \hline \end{array}$$

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اينښول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3

د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمکګچيزې) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل ځخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښي کیدی شي چي نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چي په یو ټکي کي سره غوڅي کړي، لکه پورته بیلګه چي لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګي وي، نو په دي حالت کي کوم ټکی نه شته، چي دواړه کرښي یي یو له بل سره ګډ ولري. له دي سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتي وي، یعني کټمټ وي، نو د یوې کرښي هر ټکی به د بلي کرښي ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناتیک وینا ته بیایي. دا په دي معنا، چي مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چي دواړه کرښي یو بل ته غبرګي ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\ -10x-4y=-2 \mid$ $+$ 0=2 نو دا ناتیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دي معنا چي مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چي مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چي کرښي یو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\ -10x-4y=-2 \mid$ $+$ 0=0 له دې لاس ته راځي ربنتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{cases} (I) & 5y - 3x = 1 \\ (II) & x = y + 1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} (I) & 4x + 5y = 32 \\ (II) & y = 5x - 11 \end{cases}$

پ- $\begin{cases} (I) & 15y - 4x = -50 \\ (II) & x = y + 7 \end{cases}$ ت - $\begin{cases} (I) & 3x = y + 15 \\ (II) & 2y - 10 = 2x \end{cases}$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{cases} (I) & 2y = 2x - 40 \\ (II) & 3x = 10 - 2y \end{cases}$

b) $\begin{cases} (I) & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ (II) & \frac{x}{4} + y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (I) & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \\ (II) & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \end{cases}$

d) $\begin{cases} (I) & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \\ (II) & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \end{cases}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3}$

پنځم: يو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به يو (اوبه) ساتونى (بيلر؟) له دوه نلونو څخه نيمم ډک شي، چې لومړى نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقيقې اودويم د دې لپاره ۲۲ دقيقو ته اړتيا ولري يا په کار ولري؟

اوم: د يوه مستطيل يا ولاړکونجيزچاپيريال يا محيط ۱۸۰ سانتي متره دى. اړخ a څومره اوږد دى، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاييزه پرته جمعه يا پروت زياتون عدد9 دى. که ارزښتونه بدل شي، نو نوى عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

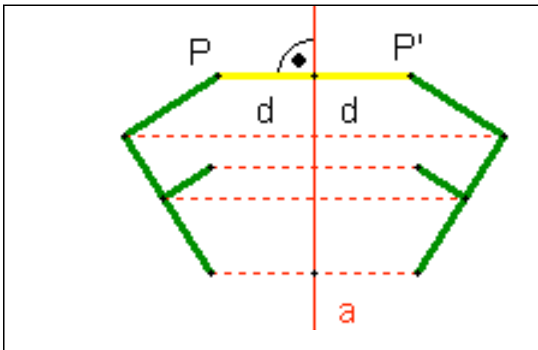
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځیره، چي یو څه په هنداره کي منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي P’ داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چي و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محورa منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

دا لاندي ځیره په محورa د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چي P په P’ د a په محور داسي منعکسه شوي، چي هر یو ټکی P او P’ له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي P’ د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کي د وصل کرښي نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چي شعاع یې سره مساوي وي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کيږي

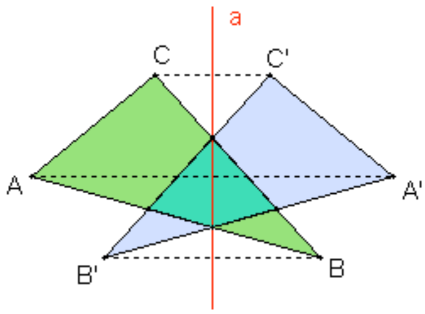
۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی.

ګورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A'B'C' منعکس شوی دی يا مثلث A'B'C' د مثلث ABC انعکاس دی .



فعاليت ۱ :

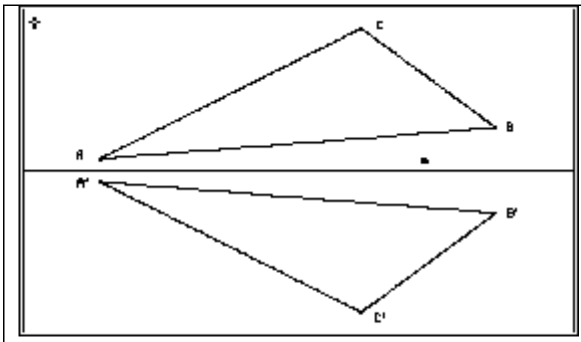
په پورته شکل کې دې شاګردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خویونه وښايي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

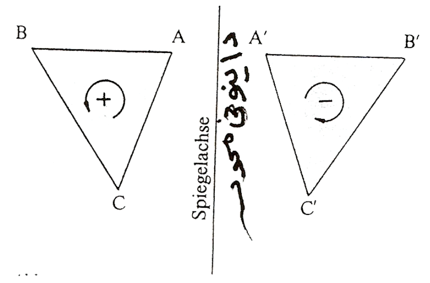
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

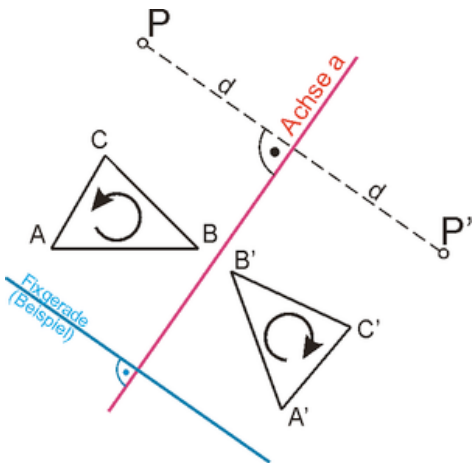
(c) ketabton.com: The Digital Library

که ځه توضيح مو زړه غواړي ، ويې ليکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

که مخامخ شکل ته ځير شو، ګورو چي مثلث ABC ته د مثلث A'B'C' شکل برعکس ياني عکس يې دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې ځنګه يې صورت نيولی - تشريح کړی.

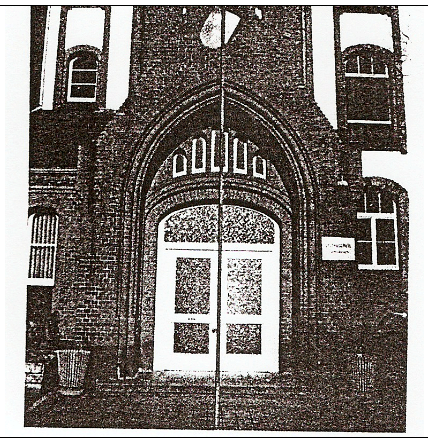


۳) زده کوونکي دی وښايي : که د دايرې او منعکسه دايرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په يوه خط نه وي پراته ، ځنګه شکل منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتري Symetry

لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي



پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسې انعکاس منځ ته راشي، چې دا شکل په خپل ځان منعکس کړي.

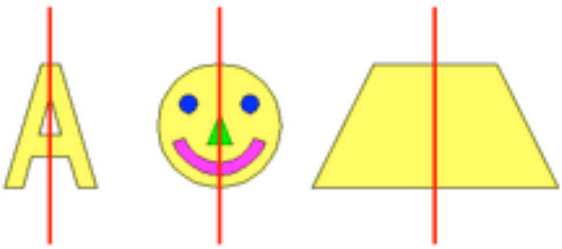
فعالیت ۱ :

په مخامخ شکلونو کې څه ګورئ؟

ایا دا شکلونه متناظر دي؟

که هو ، نو دلایل یې راوړئ.

نور خویونه یې هم وښیئ.



فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چې سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دي تشریح کړي، چي څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعریف :

یو مسطح شکل محوري متناظر بلل کیږي، که په یوه محور s داسي انعکاس صورت ونیسي، چي شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطیل چي ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: یو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعریف :

یو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کیږي، که یو ټکيS داسي موجود وي، چي هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ ـ مرکزي متناظر شکلونه

بیلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشریح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا ځېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلایل یې راوړئ.	

تمرینونه:

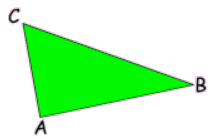
۱) په یوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

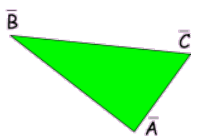
۲) دا رسم کړئ او وښایئ، چې ولې متناظر محورونه یا وحور دئ؟

۳) یو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطیل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې ځېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلایل یې راوړئ





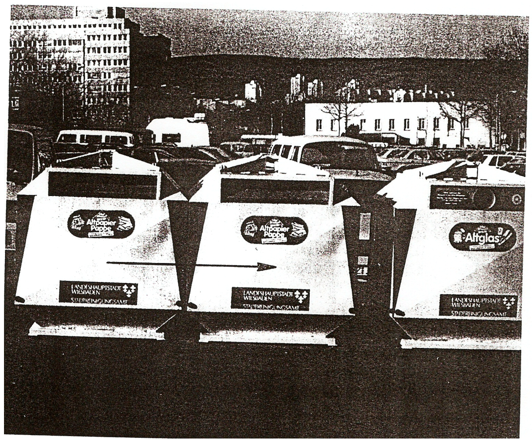
۶) په یوه دایره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ایا دایره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځېدنه

الف - انتقال (Translation)



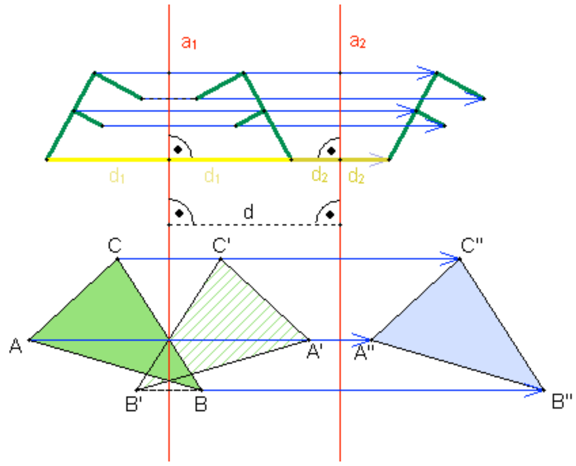
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

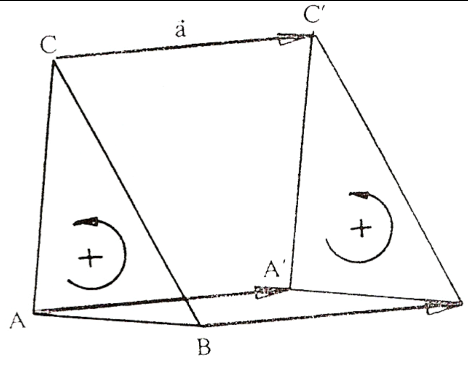


په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړنې يا انتقال خويونه:

دوه واره هنداروونه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قيمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکښونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

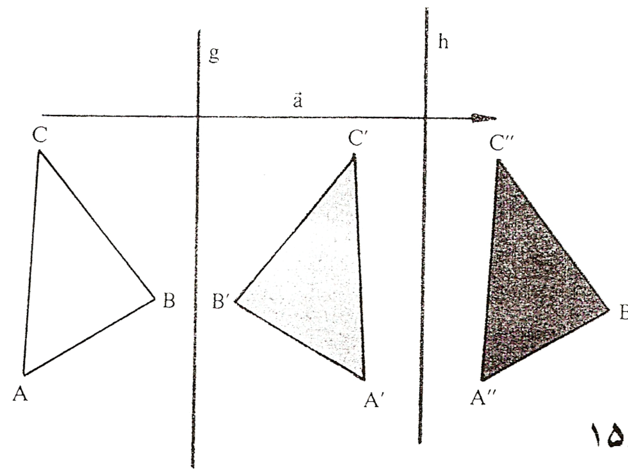
په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې aد په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A’B’C’ لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په ځت کيږي	

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- کمیت سیستم کې دې زده کوونکي يومثلث ABC رسم کړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مینه يو کل او يا يوه بله بڼه ځېړه هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه ځومره انتقال کيږي.

۵ . ۴ - د وړني يا انتقال د جوړولو ځيرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاويي او په دايرو کې مرکزونه په يو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنۍ نقطي د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا کتمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)



ځیره ۱۵۶

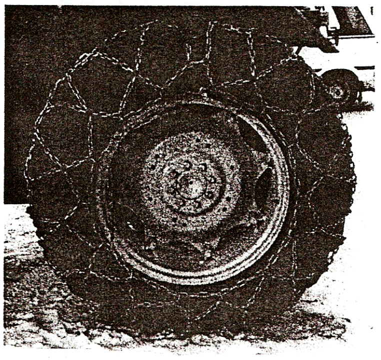
په يوه ځانګړي ډول يو په بل پسې په دېرو محورونو انعکاس دې په دې ځای کې ياد شوی وي.

۵ . ۵ - ځرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند :

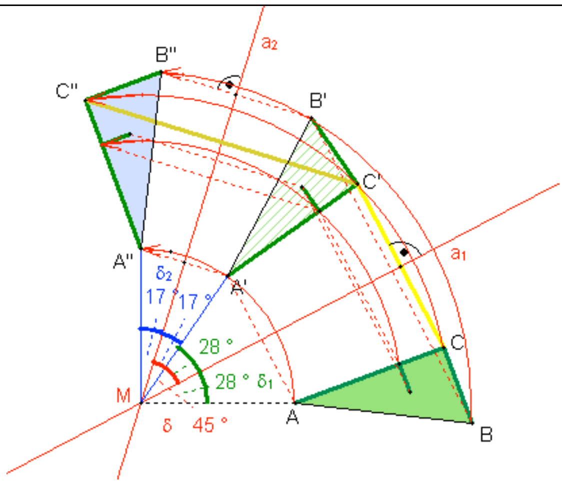
که د یو ه شکل هر ټکی P په یوې دایرې په ځاي په ځای ټکي M په کونج ✈ په ورانګه $\overline{MP}$ وڅرخي یا دوران وخوري ، نو یو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نټکي M څرخون بلل کیږي.



په لاندې ځېره کې یو درېګوډی په دوه زاویو او له دې امله په دوه محورونو څرخي.

د دوران خویونه

په محورونو دوه واره هنداروَنه، چې په ⛊ کونج په ټکي M کې یو بل قطع کړي، په ټکي M باندې د یوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاویه ⛊🗗 ● ✈ وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کې که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

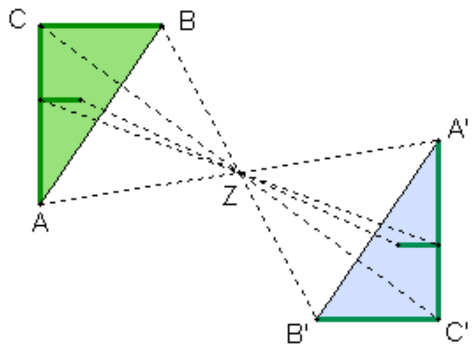
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C’’ تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او B’’ د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې 180° سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

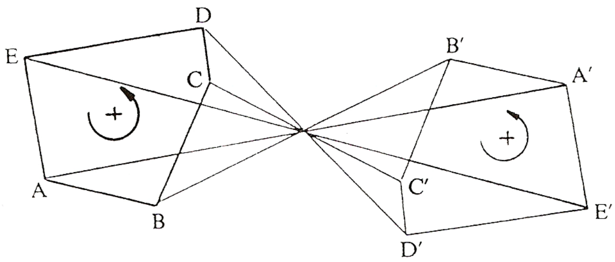
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږئ، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړئ(وصل کړئ)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهئ)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي 'P داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

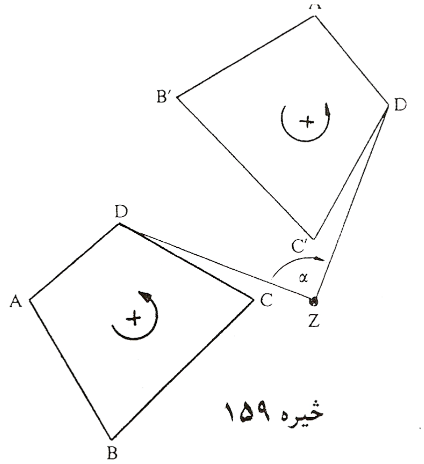
(c) ketabton.com: The Digital Library

W(PZP')=μ، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

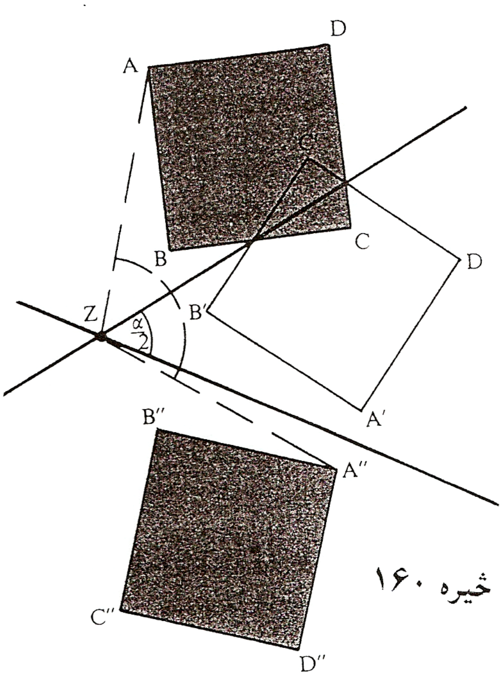
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ – په ټولو په نخښه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونکروانېخ څېره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

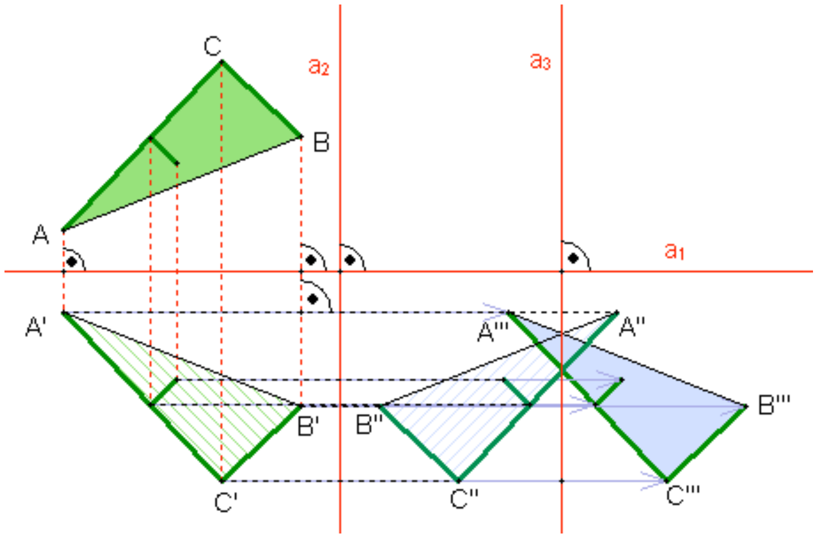
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هنداړونه د محورهنداړوني یوه یو پربل پسي هنداړونه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندي ځېړه دي وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هنداړونه کېدی شي، چي په دوه غبرګو محورونو او یوه په دي ولاړ محور باندي د دریواره هنداروني له لاري منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

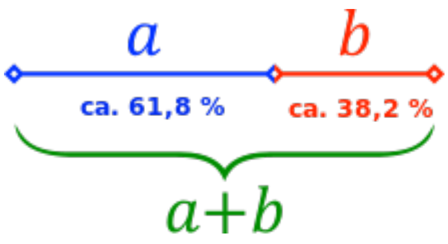
موږ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وڅیړل . ومو لیدل، چي په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چي ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ - طلایي غوڅی

طلایي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ځانګړی د وېشني نسبت دی، چي د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته سره ښایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلایي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته ځان و لوي توتي ته داسي نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتي ته داسي ده، لکه لویه توته د لوې توتي او کوچنی توتي جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيِلايي نسبوتونو د مساواتو د كينې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1| \; \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M}| \; \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau}| \; .\tau$$

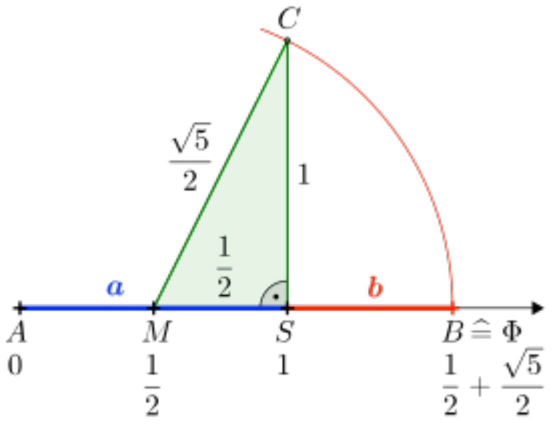
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

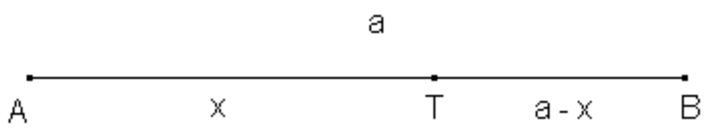
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1{,}6180339887498948482$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]ځخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

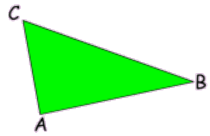
(c) ketabton.com: The Digital Library

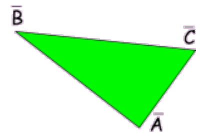
$$\frac{x}{a} = \frac{a - x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

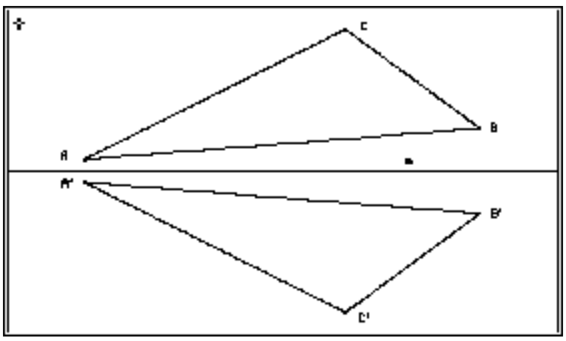
د حل سټ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي



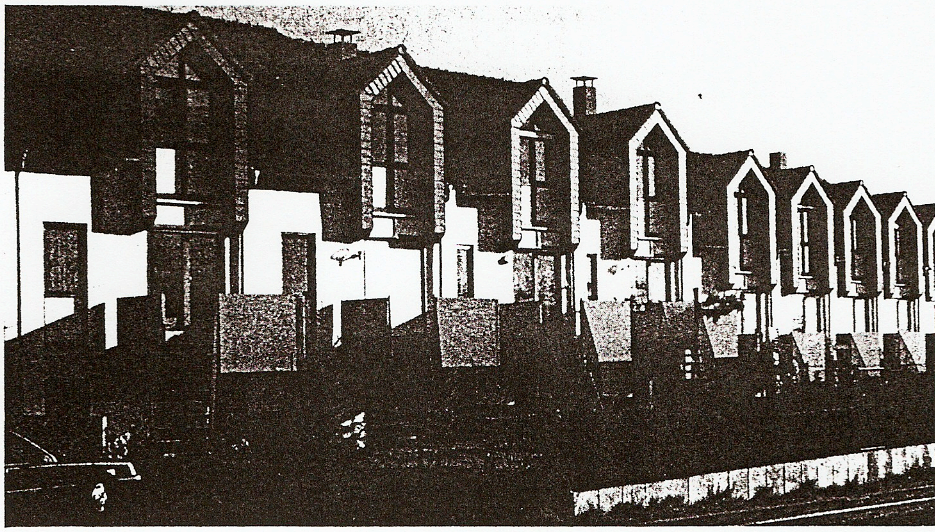




(c) ketabton.com: The Digital Library

Beispiele:

1.



ثیره ۱۴۹

پیژند : هندسي شکلونه کونګروینځ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بڼه (ثیره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروواینخ څیرونه د کرښی اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

> د کرښ اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروواینخ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروواینخ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروواینخ څیرونو کارونه بیرته کونګروواینخ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروواینخ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروواینخ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروواینخ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروواینخ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوشیاتیو را یوځاي کیدی شي. الجبري ټول کونګروواینخ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټ ی کونګروواینخ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

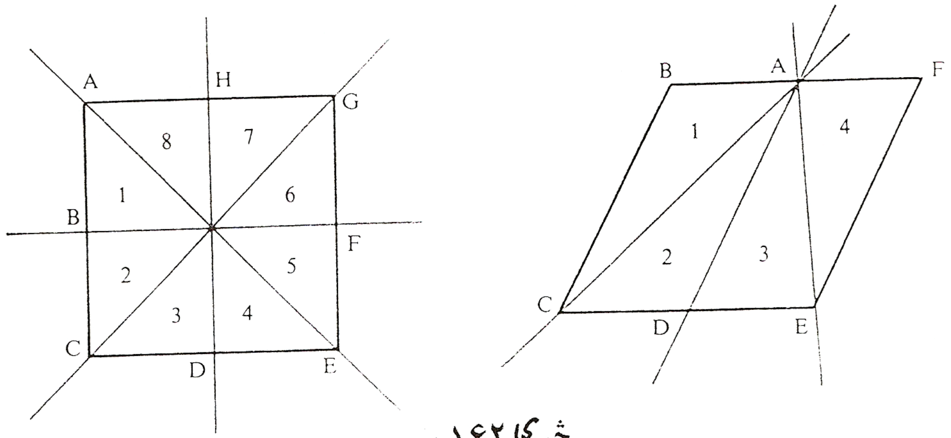
> **کونګروواینځجملی:**
>
> الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا
>
> ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا
>
> پ) په دوه اړخونو کی او د اوږداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا
>
> ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونګروانیخ جملو په مرسته وښایي، چې غوڅکرښی پیلځیرې په کونګروانیخ برخو ټوټه کوي.



شکل ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوځوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوځېدکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګروایښت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوځېدکي دي).

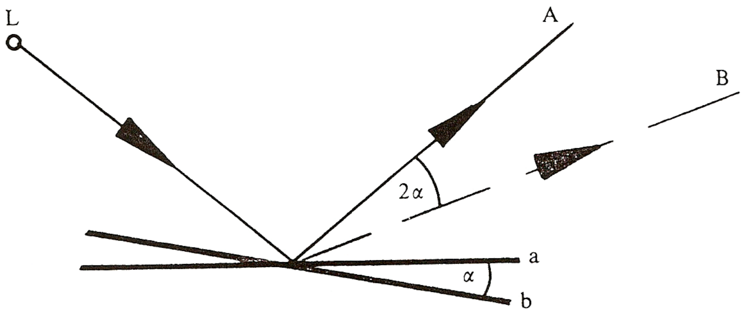
۶ – څومره کورونتځیروني موجود دی چی لاندې ځیرې یی په خپل ځان ځیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کټمټځیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په ځیره کی له پورته لور انځوریږي.

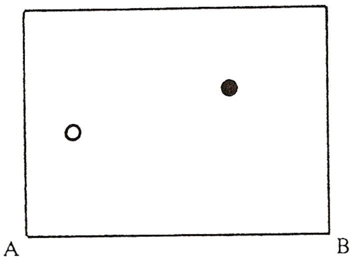
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هندارونی یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول- یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

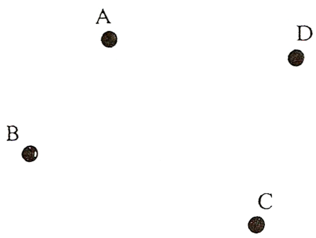


ښیره ۱۶۳



ښیره ۱۶۴

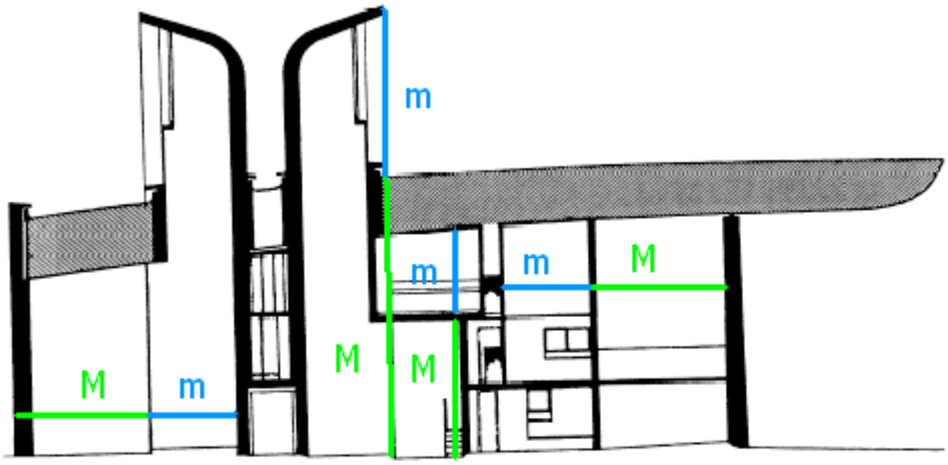
۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږئ « تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی – سپین توپ»



ښیره ۱۶۵

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره یې ښایو (ښیره) داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په ښیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

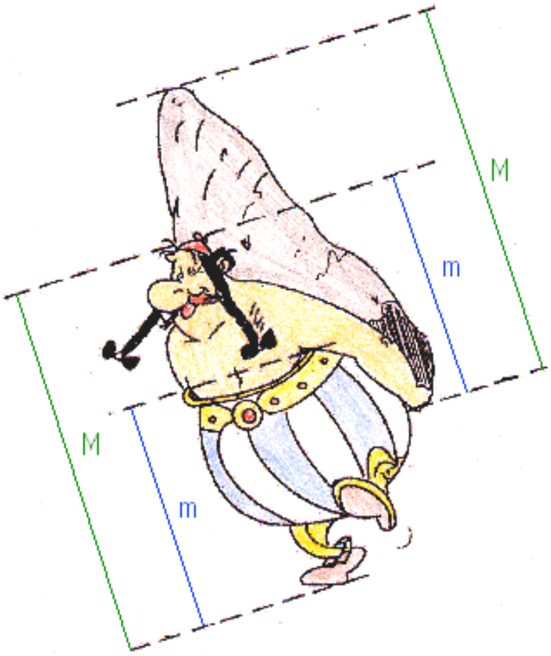


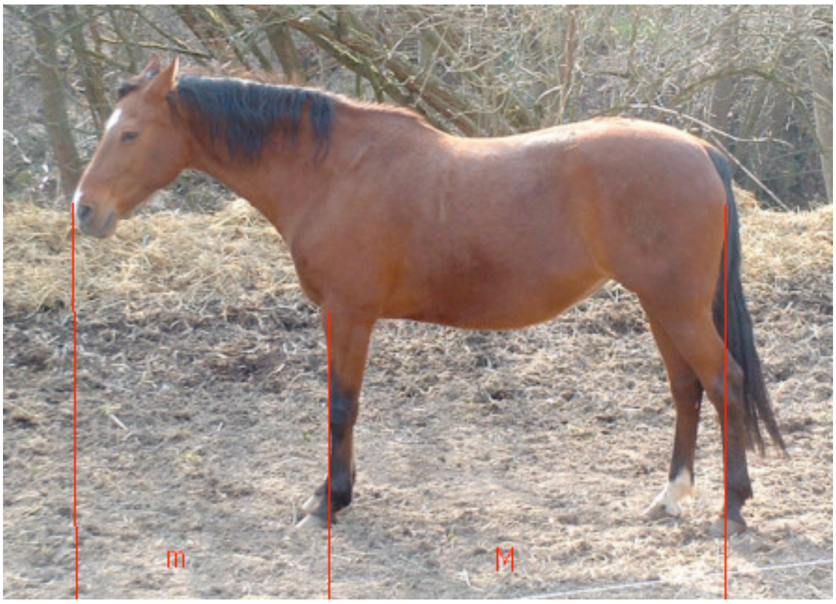
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1887 – 1965) *Le Corbusier* په دېرو دولونو د خپلو جورښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوځي دست لباره یوه ښه بیلګه ده ،چې پیداښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسوسرګرمۍله پاره

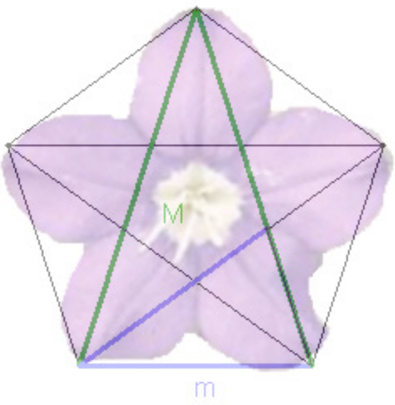
(c) ketabton.com: The Digital Library





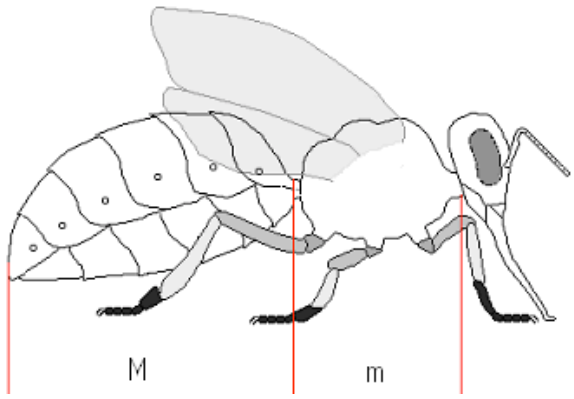
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوټي یا مخمس کې طلایي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د لاندې د درېکوډیکچبرخه په نهم، لسم، اویولسم ټولګي لوستل کیږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم، چې ګران لوستونکي ورڅخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - درېکوډي کچ یا ترېکونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریکوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

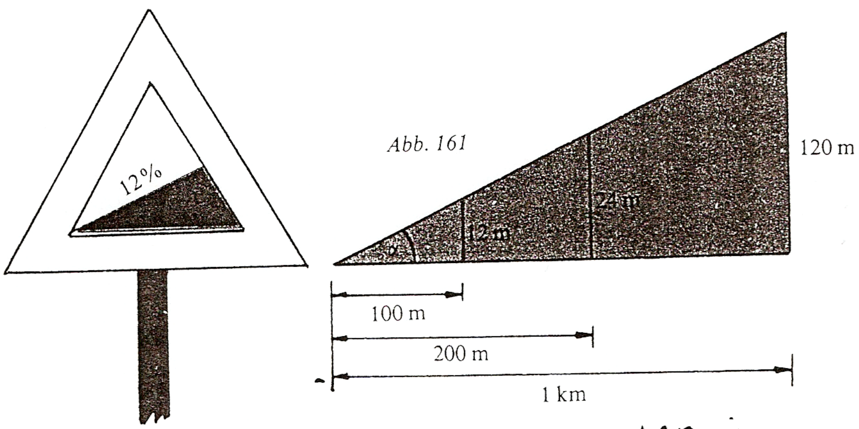
د دریکوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریکوډي کچ کړي ، د څانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنې په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(مورږ یې تل راګرځیدونې بللې شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ – ۱۲۵ له م پخوا) پورې تعقیبیدې شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریکوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیک، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمک اندازونې، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړې ډول په دې رینښتینوالی یا واقعیت کې نغښتې، چې د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښنه لوحې یا په بله عبارت د زوړې او پیچومې لیکتختې(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمې هر چیرې د زوړې او پیچومې په نامه نه دې بللې، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟

پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه



خيره۱۹۴

162

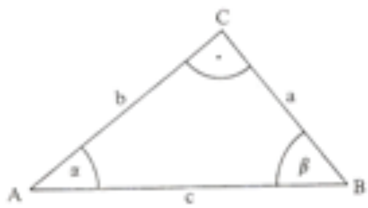
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زوړندي وي.

په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.

تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوټینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

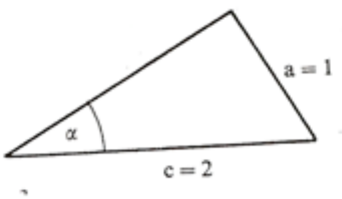


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

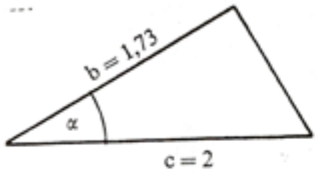


$\sin 30° = \frac{1}{2}$

څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوک Cosinusfunktion بیلګه:

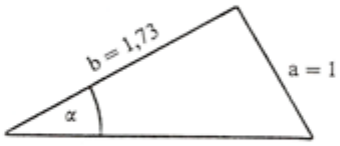


$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}$

$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بیلګه:



$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$

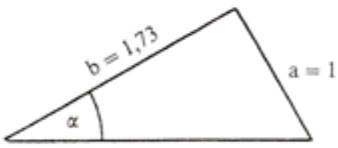
خیره ۱۹۸

$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بیلګه



$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$

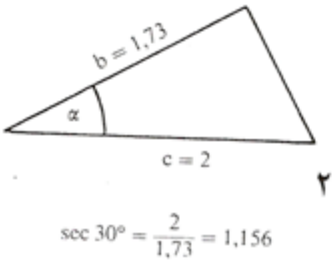
خیره ۱۹۹

$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك كارول کیږي

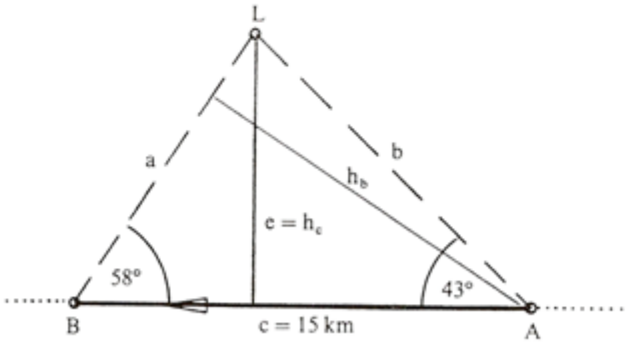
سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه



خیره ۲۰۰

$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$$

یوه تک پایکربنې c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کیښتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin \gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$
$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

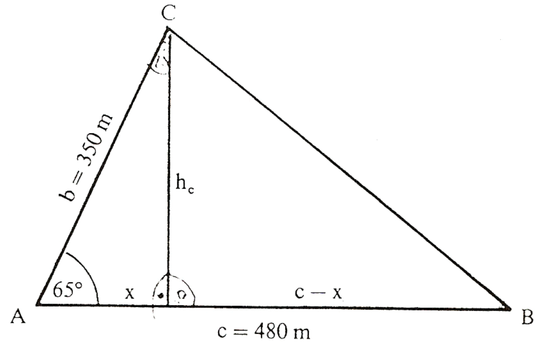
په خوښه دریګوډي کې د اړخونو ځانیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانیونه یا تناسب دی.

$$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$$
$$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$
او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B څخه و C ته به د نبنلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کربنه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c\text{-}x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^{\ 2} + (c\text{-}x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوټي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره تري کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ   دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوټي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوټیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوټي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

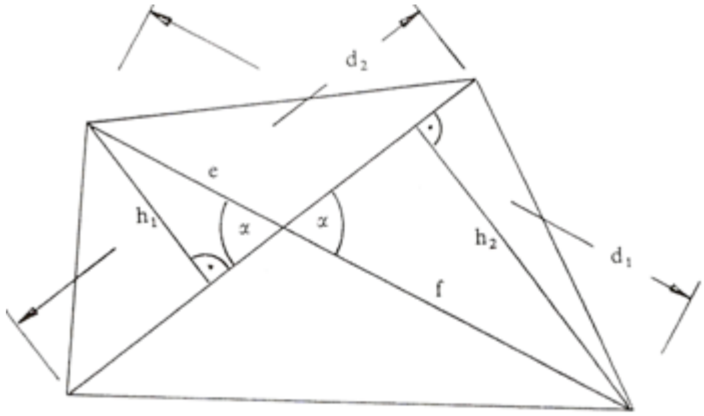
$$h_1 = e \cdot \sin\alpha$$

$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e + f)\sin\alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو دریګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

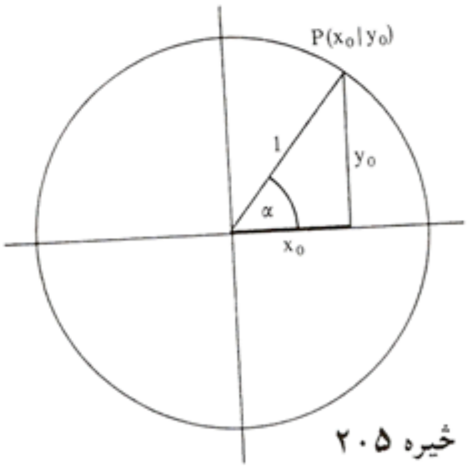
په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردی ووهي چی وړانګه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، ځکه چی وړانګه یی یو یوون دی) او د ګردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردینات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چی د هغی یو کونج د ګردی ځنتریکونج دی، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (ځیره۱۳۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتګی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرځونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي. دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.

د « سیوروڅیرو» څخه لاس ته راځي:

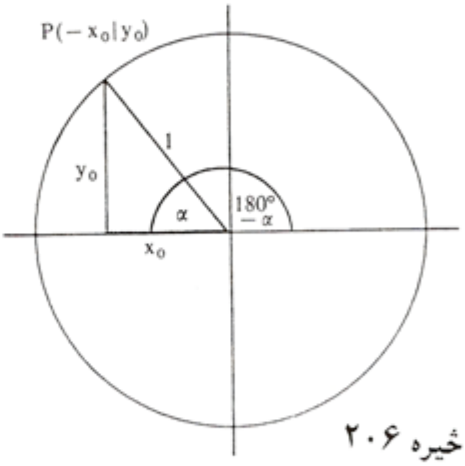
$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چی دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.

په ورته توګه لاس ته راځی :



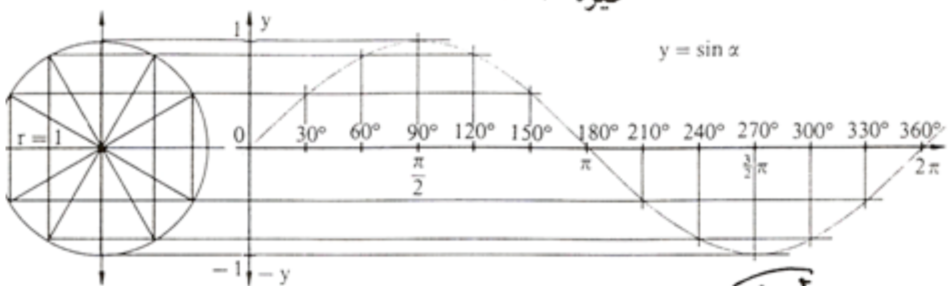
ځیره ۲۰۶

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

د کونج $\alpha+360°$ لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د $\alpha+720$ لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواک تعریف دي.

د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواک لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

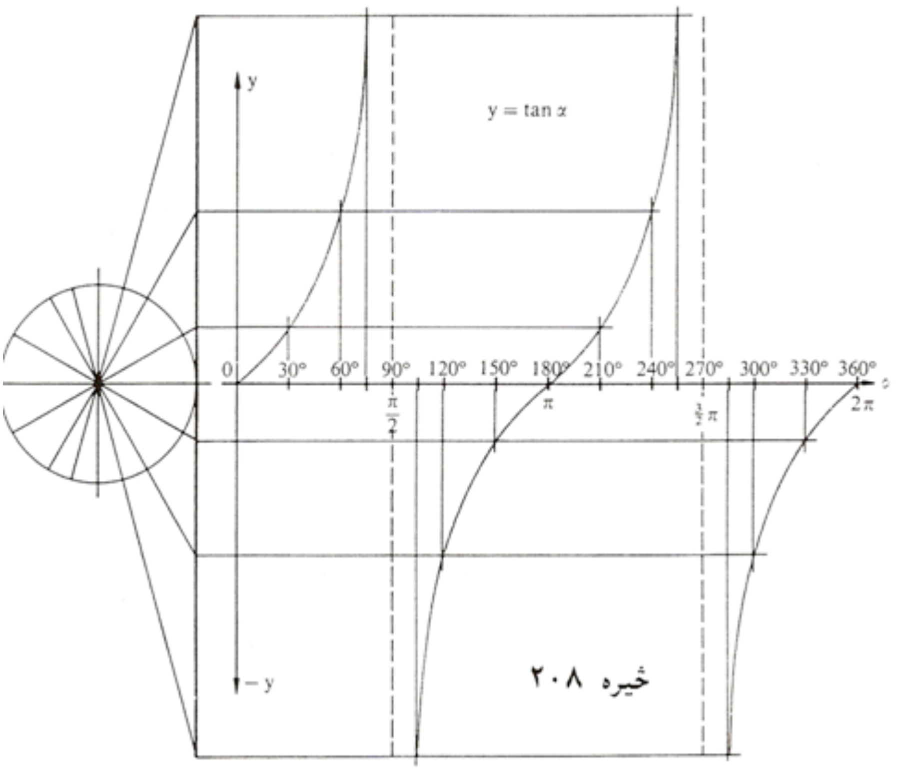
ځیره ۲۰۷



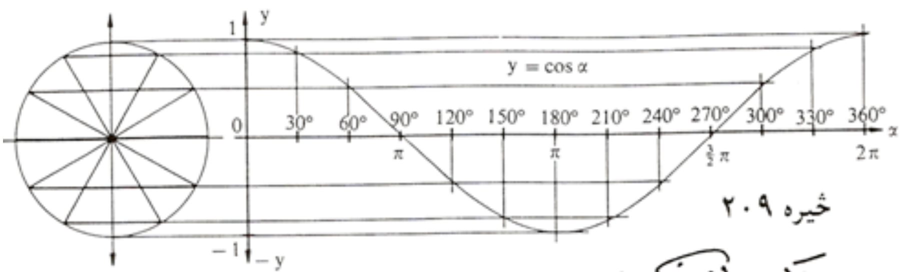
Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

د ساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library



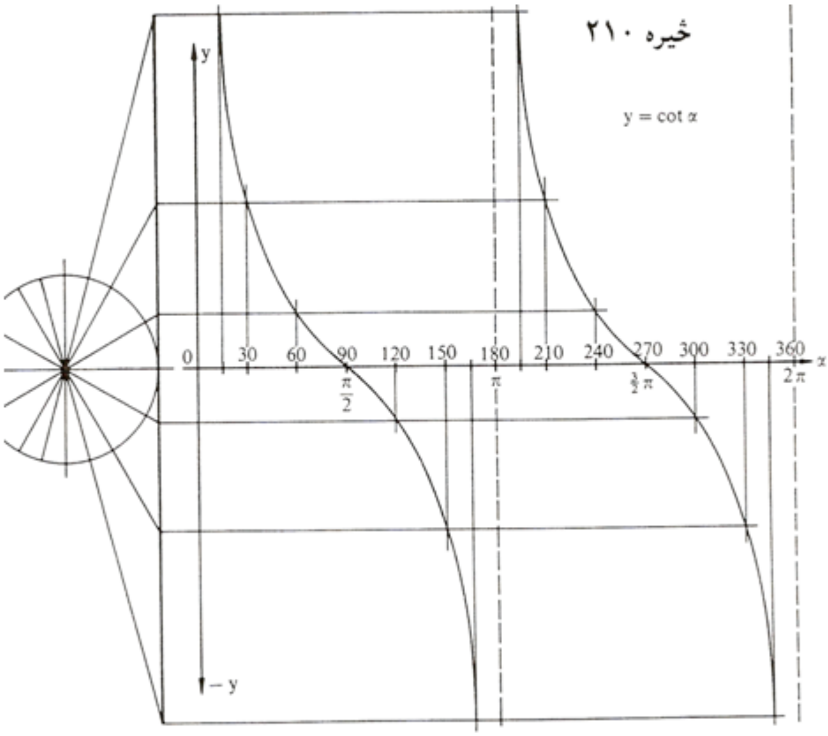
Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

دکوساین کرښه

(c) ketabton.com: The Digital Library

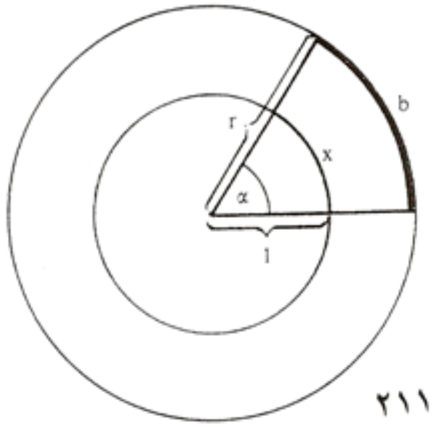


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره ګردی ښایي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چی په ګڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون؛ ارزښتڼېری ریبلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کی اینبودل کیږی (د بیلګي په توګه sin) ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګرديبرخوکی وښوول شو (ګرديبرخی د مخه څېړل شوي دي) چی هر کونج پورې يوه ګردبرخه يا ګردی لينده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج ∝ پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چی په چاپېرۍ کی ځانګړي همداسی نيسي لکه په پيل کی∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګرديګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $\alpha = 60°$ له ګردی د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردی لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردی چاپيری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګرديلينده

$$b = 10\pi . 60° : 360° = 5,236 \text{ cm}$$

غوځوي. دا ګردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څټ يا برعکس کونج ګرديلينده

$$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047 \text{ cm}$$

غوځوي» د دې ګردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلګي څرګنديږي، چی لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديليندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ).\pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\, 180^\circ = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ$$

دا چې د وړانګې څرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه ريبلګښونه پرېښوول شوي.

بيلګی :

$$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)} \qquad \alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236 \qquad \alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \qquad \alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708 \qquad \alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چې لکه په ورکړشوو کرښځانښيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راڅرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسي. ددې لپاره چې دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چې د کونجبلواک ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفدېري ته، په لينده کچ راتلی شو. دا کونجبلواک پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواک دی، دا په دې مانا ، چې د بلواک ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

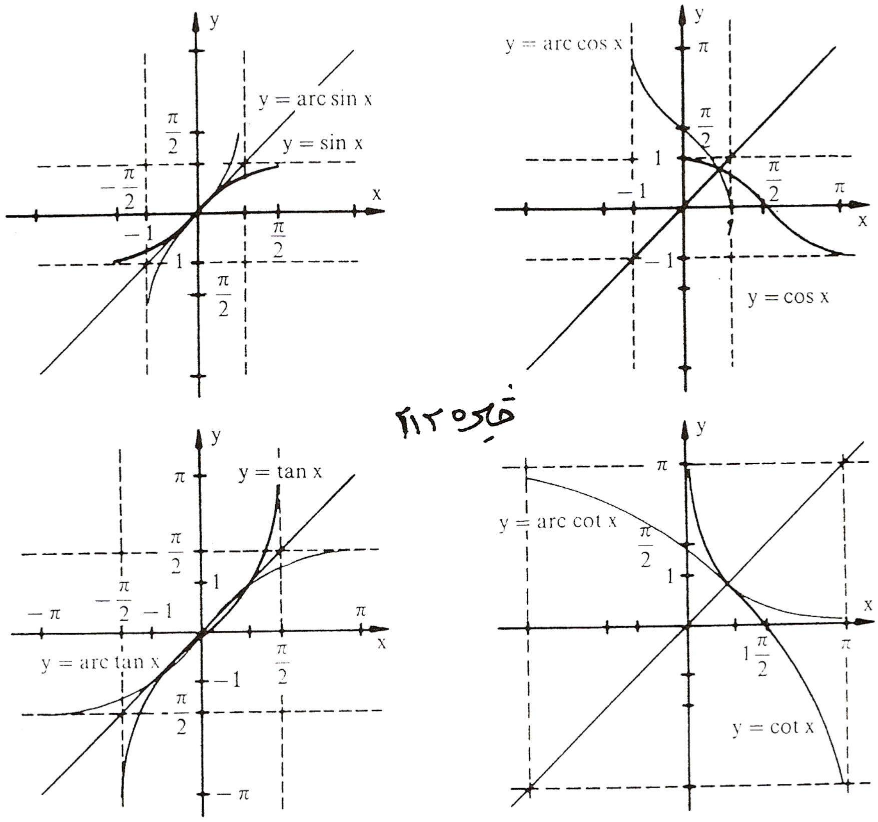
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكراريږي. د دې لپاره چې په ښكيدنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډيرى په يوه برخه ډيري رابند يا محدود شي.

تعريف : د يوه (رابند يا محدود) تريگونومتريكي بلواك په ښې بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا ښيكلومتريكي بلواك (لاتين اركوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته arc sin(x) لوستل كيږي »دx اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډيرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډيرى دى، او په ښې اركومنت يا تعريفډيرى دلته تل يو رييلگڼ دى.

Trigonometrische Funktion تريگونومتريكي بلواك	Arcusfunktion اركوسبلواك
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څېره ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°
2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°
3. arctan (−100) = −1,5608 (rad) = −89,43°
4. arccot (−70) = −0,0143 (rad) = −0,82°

۵ – دا چې کونجبلواك و ارکوسبلاك يو د بل په څټ بلواك دي نو باور لري·

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنې په لنډه توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چی یوه کونج بلواك تعریفدیری یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چی د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړی ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\dfrac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\dfrac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) \quad = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \ ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې gegeben ورکړې او gesucht غوښتونې یا پلټونې په مانا دي

gegeben ورکړې / gesucht غوښتونې	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	$\sin x$	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	$\cos x$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	$\tan x$	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	$\cot x$

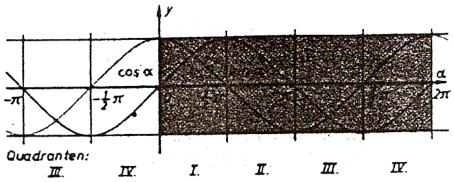
لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

$$\left.\begin{array}{l}\sin(x \pm 2k\pi) = \sin x \\ \tan(x \pm k\pi) = \tan x\end{array}\right\} \quad k \in N$$

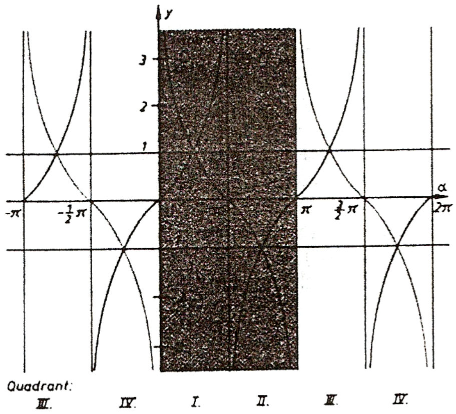
$$\left.\begin{array}{l}\cos(x \pm 2k\pi) = \cos x \\ \cot(x \pm k\pi) = \cot x\end{array}\right\} \quad k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن
پیریود دیاتن راګرځیدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پیریود
ښکاري :

sin 50°	= sin (50° + 360°)	= sin (50° − 720°)	= 0,76604	
cos − 30°	= cos (− 30° − 360°)	= cos (− 30° + 1080°)	= 0,86603	
tan 2,5	= tan (2,5 − π)	= tan (2,5 + 5 π)	= − 0,74702	
cot 10	= cot (10 + π)	= cot (10 − π)	= 1,54235	
sin 35°	= sin (180° − 35°)	= − sin (180° + 35°)	= − sin (360° − 35°)	= 0,573576
cos 35°	= − cos 145°	= − cos 215°	= cos 325°	= 0,81952
tan 0,6109	= − tan 2,5307	= tan 3,7525	= − tan 5,6723	= 0,700208
cot 0,6109	= − cot 2,5307	= cot 3,7525	= − cot 5,6723	= 1,428042

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ښینګه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یوائی د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چی یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه جدول د هدایتونو په مانا دی او یادول ئي ژر یا حتمي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x)   cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x)   cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوړي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin   = a / c   او   cos ß = a / c

د   – 90° = ß له امله لاس ته راځي :

sin   = cos (90° -   )

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس
ته راتلی شي.

دا له ځیرو   څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2   = x   کرښی ته   یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له ځیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواک جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی   x   له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0,86603$

$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0,57735$

$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینی نه دي(د فنکشنگراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډیل تعریفیدیرې پورې ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.

لکه

$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو پو په بل زیاتولو د یوگونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلگی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x . \cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2'. $\text{cis}(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1-\cos x)}$

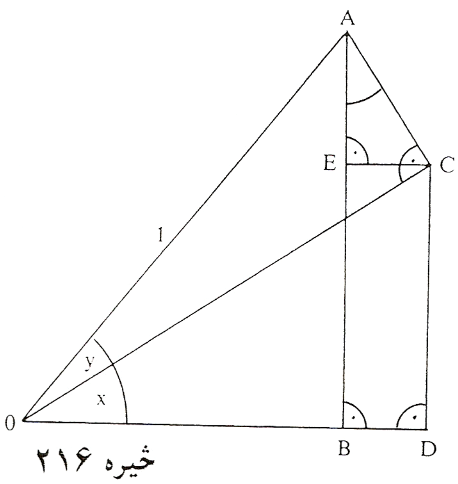
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1+\cos x)}$

9. $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x+y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x-y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



ذخیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y$; $|OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x+y)$; $|OB| = \cos(x+y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسېره پر دې لرو :

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. **2′.:**

3. **4.:** $x = y$. ځای پر ځای کړه

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x + y}{2};\ t = \frac{x - y}{2}$ کېږده

$$\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو
$$= \sin\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2} + \cos\frac{x + y}{2}\sin\frac{x - y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2} - \cos\frac{x + y}{2}\sin\frac{x - y}{2}$$ همداسې

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه څخه لاس ته راځي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

دوهمه ښوونه له لارې ښوونه لرو
په (*) کې ولیکه او کیږده

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$.

9-10: دا ا پرکې له ۱ او ۲ او تمرینت د ثبوت څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن y = a . sin(bx+c) +d

لكه چي په پيل كي مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيري پيښي شته دي چي تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلي لور داواقعي د كونج په واك كی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه كی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيروني لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوساين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (کوښتن: له ښي لور څخه)

بیلګی	دکارونی ساحه	تاثیر	بلواك
څیره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		y = sin (x)
څیره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شپیلونه یو په بل پرلوټل	د y-لور باندې راکښنه	y = sin(x) +d

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = \sin(x+c)$	د فاز تغییر یا ځای بدلون	په بدل بوټینا جریان کې د بوټینا او ښیالونګ تغییر دوښالونه	څېړه ۲۱۹
$y = a . \sin(x)$	د امپلیتود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	دیوه پندول خوځېدنه	څېړه ۲۲۰
$y = \sin(bx)$	د پیریود تغییر یا بدلون $b>1$ سرعت $0<b<1$ په کرار کیدل $b<0$ په شاته ګرځېدنه کم محور دی	د یو بسیتمتري ټوټې خیږونه په یوه وخت دا د پنه او دهغې بوړ لمنه له تګه په دموزیک الو په اوازونو کې	څېړه ۲۲۱
$y = a . \sin(bx+c)+d$	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	څېړه ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره څېره بله کړی

$4°6' = 4{,}1°$; $10°, 5' = 10°30$

a) $6{,}75° =$ b = $120{,}48° =$ c) $-75{,}65° =$

d) $52°16' =$ e) $97°13' =$ f) $44°44'44'' =$

۲ – په درجه کې ي ولیکی

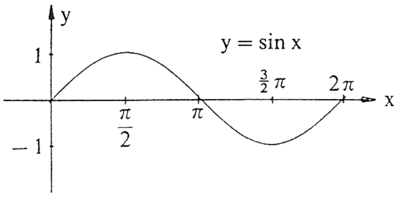
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x\ (2/3)\pi$

d) $x = 4$ e) $x = -3$ f) $x = 4{,}7$

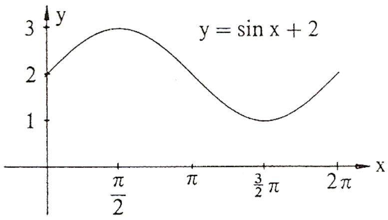
۳ – په لینده کې یی ولیکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

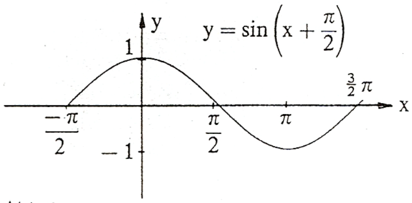
(c) ketabton.com: The Digital Library



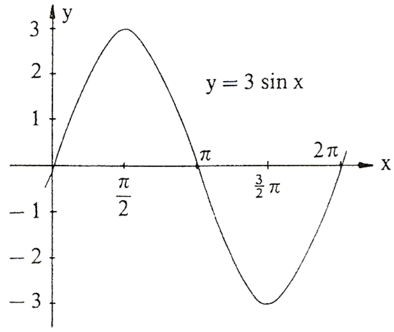
خيره ۲۱۷



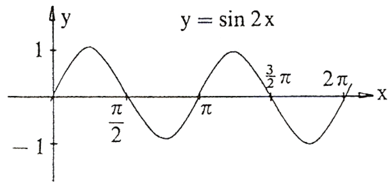
خيره ۲۱۸



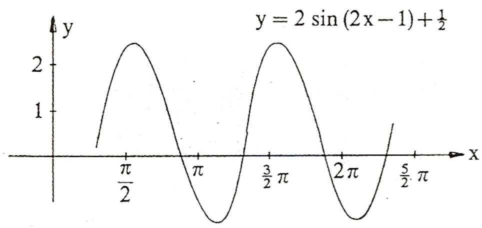
خيره ۲۱۹



خيره ۲۲۰



خيره ۲۲۱



خيره ۲۲۲

د دي بلواك ګراف د ساين كږي $y = \sin x$ څخه لكه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله كيدل

۲ – د نيمی راګرځيد اوږدوالی باندې پرسيدنه

۳ – په يوه يوون د ښي لور ته راكښنه

۴ – په 1 / 2 پورته لورته 100% راكښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ - وټاکی

a) sin20°   b) sin(-30°)   c) sin 172°   d) din1°4'

e) cos 35°   f) cos 380°   g) cos(-27°)   h) cos47,9°

i) tan 11°   k) tan (-15°)   l) tan 33,33°   m) tan 13°13'

n) cot 870°   o) cot (-11°)   p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8   s) cos α = 0,9   t) tan α = 2,5

u) cot α =-1   v) sin φ = 0,3   w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4   y) cot φ = 0,3   z) arcsin(x) = π /2

۵ - په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټې وشمیری

۶ - په مساوي پښیز دریګوډي

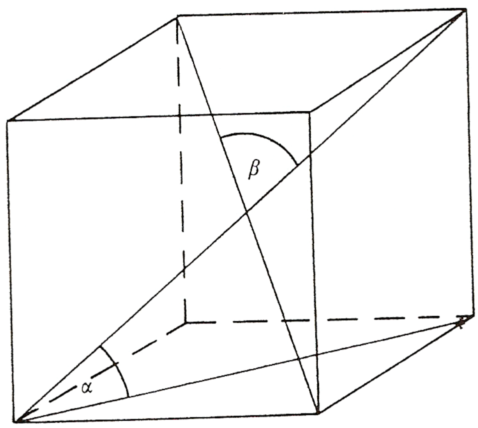
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ - د یوه پخکونجیز (α < 90°)

دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پخ کونجیز

دریګوډي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کې د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګې

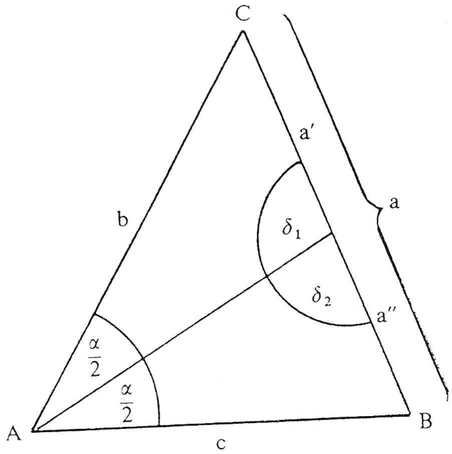
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کړې غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته،

چي ۱،۵۰ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج ∠ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج ∡ = 25° لري. د وزنزور په زوړندزور تختې سره غبرګ او نورمال یعنې ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونې سیورې ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګې په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کې کړکې) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یې ∡ = 18,5° او پښیټکی یې ß=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یې پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یې د پښې ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکې ټکي (یعنې د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي
– که جګوالی یې ۱۶۰ متره وي؟
– که جګوالی یې ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجې کونج لاندې
– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یې ۱۴۳ متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟

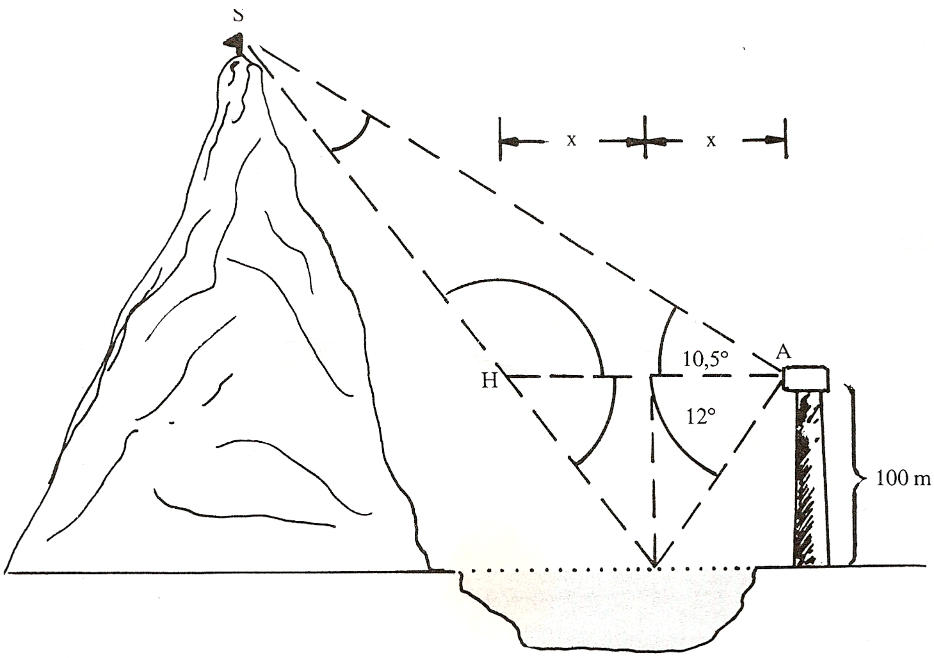
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارۍ میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارۍ دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟

۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنستېسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟

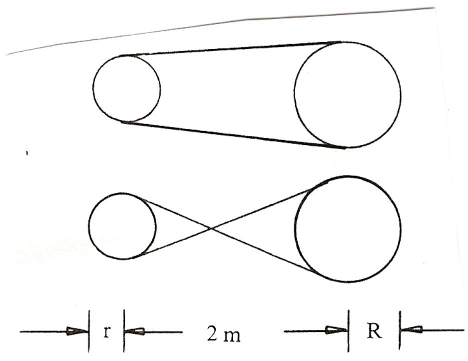
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟

۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۲۵



شیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

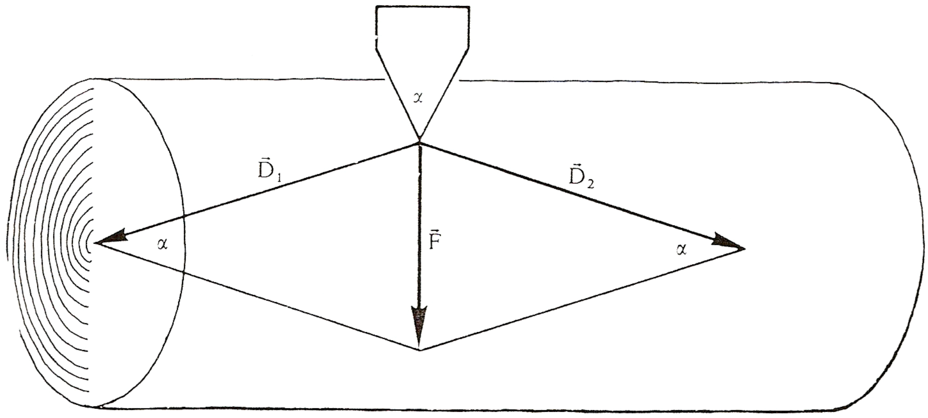
r = 22 cm , R = 35 cm , $|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو واکی ځیدلی وي ؟

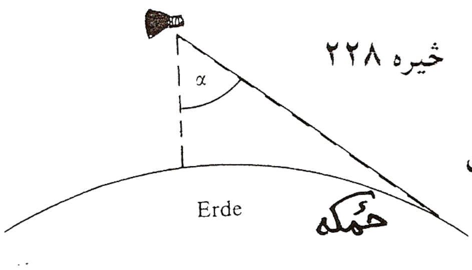
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په ستنه یو کایل)موړی) په څنډه د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستنې درځونه ، که د کایل یا تبرگي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرگیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

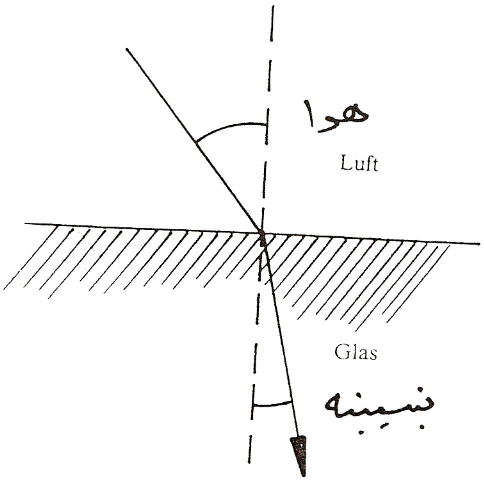


څیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین څومره جگ الوزي ؟ (د ځمکی وړانگه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو گادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پتلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي. له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

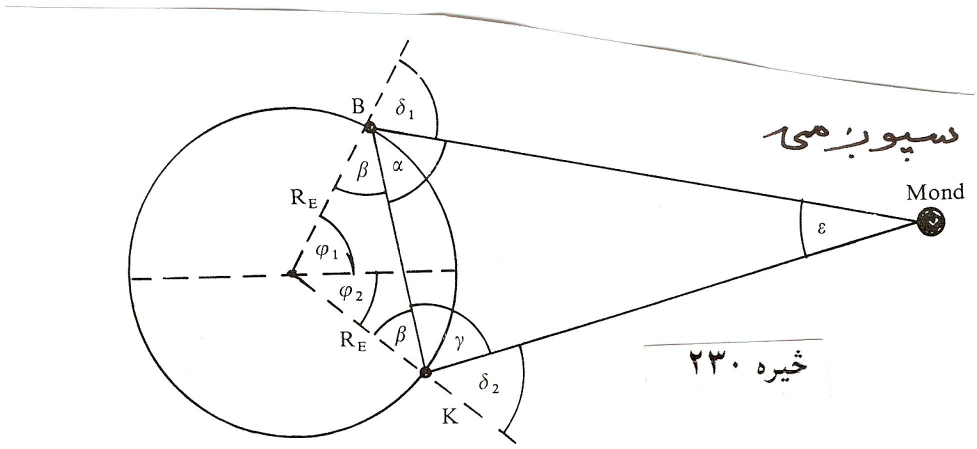
$$\sin \alpha \;/\; \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو (1,33) n = 1,5 دی وښایي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
$\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$.
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2 \pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $t = x$ $(2 \pi / T)$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- مربع مساوات (څلوری برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلوری‌برابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړی

د ازمایښت سره حل $x1=5$ یا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ یا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته ښه بدلون له لارې لاس ته راوړل کیږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ریښه ونیسی

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow |x| = 5$$ ارزښت حل کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسي هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$\lvert 4\rvert = 4$	$\lvert 5{,}12\rvert = 5{,}12$	$\lvert\sqrt{3}\rvert = \sqrt{3}$	$\lvert\pi\rvert = \pi$
$\lvert -4\rvert = 4$	$\lvert -5{,}12\rvert = 5{,}12$	$\lvert -\sqrt{3}\rvert = \sqrt{3}$	$\lvert -\pi\rvert = \pi$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتوني x ارزښت غواړو وټاکو$x = | x |$ تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = | x |$ فقط هلته تیک دی، چې $0 \geq x$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ. دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $| x | = x$ ځکه چې $5 = |5|$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $5 = |-5|$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بنې $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بنه بدلون وروسته د ریښه نیونې له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 \quad | +8 \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 \quad | :2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow |x| &= 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad | \cdot 2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 18 \quad | \sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad | \\ \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو : x1=1يا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x\cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بنې يا مساوات سيستم تل کيدی شي د اووښتوني يا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{aligned}
& 3x^2 + 2x &&= 0 &&| \text{ x ausklammern}\\
\Leftrightarrow\quad & x(3x+2) &&= 0 &&| \text{Nullprodukt}\\
\text{Fall 1:}\quad & x &&= 0 &&\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}}\\
\text{Fall 2:}\quad & 3x+2 &&= 0 &&| -2\\
\Leftrightarrow\quad & 3x &&= -2 &&| : 3\\
\Leftrightarrow\quad & x &&= -\frac{2}{3} &&\Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{aligned}
$$

بېلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{aligned}
& \frac{2}{3}x^2 &&= \frac{3}{4}x &&| -\frac{3}{4}x\\
\Leftrightarrow\quad & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x &&= 0 &&| \text{ x ausklammern}\\
\Leftrightarrow\quad & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) &&= 0 &&| \text{Nullprodukt}\\
\text{Fall 1:}\quad & x &&= 0 &&\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}}\\
\text{Fall 2:}\quad & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} &&= 0 &&| +\frac{3}{4}\\
\Leftrightarrow\quad & \frac{2}{3}x &&= \frac{3}{4} &&| \cdot\frac{3}{2}\\
\Leftrightarrow\quad & x &&= \frac{9}{8} &&\Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{Probe:}\quad & \text{mit} && x = \frac{9}{8}\\
& \frac{2}{3}x^2 &&= \frac{3}{4}x\\
\Leftrightarrow\quad & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 &&= \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8}\\
\Leftrightarrow\quad & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} &&= \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8}\\
\Leftrightarrow\quad & \frac{27}{32} &&= \frac{27}{32}
\end{aligned}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرني لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلوني په مرسته د حل تللار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴. ۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{oder} \quad \underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

يا په لنډه بڼه ليکو:

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

دلته د ريښې لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانتD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D}$$

يا

$$x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوكي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	يو حالتوكى(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوكى نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړى ديسكريمينانتې وټاكل ــيا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون يا تعداد لاس ته راوړو.

كله كله له دې سره شمېركار كميږي.

بيلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بيلګه:

په لاندې كې also د ,,يعنې,, او يا ,,نو,, په معنا دى

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{aligned} &\Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned} \right.$$

د مربع توابعو صفرځایونه

د دې لپاره چې د یوه مربع تابع صفرځایونه پیدا کړو، تل باید یو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که یو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په یوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته یا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچینیز مساوات کې ځاپه ځای شي، یعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ویتا د ریښې جملې سره.

د ویتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$-x_1 - x_2 = p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$\begin{aligned}
& x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
\Leftrightarrow\ & x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D} \\
\Leftrightarrow\ & x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p \\
\Leftrightarrow\ & \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}
\end{aligned}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$\begin{aligned}
& x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
\Leftrightarrow\ & x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D \\
\Leftrightarrow\ & x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \\
\Leftrightarrow\ & x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \\
\Leftrightarrow\ & \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس یا په ښتې د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو ځلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرې $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرې سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرئ(حلسټ) $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

يادونه:دا فقط يو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زياتځله يا هم همدا حلډېرئ لري.

کرښيز ضريبونه(ځلووني) يا فاکتورونه:

يد بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د يو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو شرب تيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو له دې دوه ضريبونو څخه صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضريب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښيز ضريبونه:

يو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بيلګه:

L={x1;x2} دې د يوه مربع مساوات حلډېرئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضريب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو ضرب تيک هله صفر دی، که لږ تر لږه يو له دواړو ضريبونو صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضريب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بيلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښيزه بڼه: (x-3)(x+2)=0

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 6 = 6{,}25$$
$$x_1 = 0{,}5 + \sqrt{6{,}25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0{,}5 - \sqrt{6{,}25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووبښتوني يا ماحولي x له نوکانو ايستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروئ.

دريمه بڼه :$ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $: D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروئ او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایئ.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلگه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:} \quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلگه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{array} \right. \quad Probe: \begin{array}{l} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{array}$$

بیلگه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{array} \quad Probe: \begin{array}{l} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{array}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآیی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه باید څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دریم –

200 باکتریاګانې په دوه ساعته کې 450 باکتریاو ته زیاتوي.

دا باکتریاوې په ساعت کې څو په سلو یعنې % کې زیاتیږي.
څلورم –

د یوه مربع دوه کونجتړې یا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

یو ولاړکوډیز یا مستطیل $60{,}75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – یو اړخ درېواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.
شپږم –

دوه ګنونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی.　　　　　　　اوم –

دوه ګنونه وټاکی، چې زیاتون یا جمع یې4,1 او ضرب یې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګنون یا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0\,;\ t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0\,;\ t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ – $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a + 1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ 1 د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ – $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1,5ax - 0,5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايي چې t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0\,;\, t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0\,;\, t \neq 0$

دويم: دa په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0{,}5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0{,}5x^2-x+1{,}5=0$ ث - $\frac{1}{3a}\left(2x-x^2\right)=0;\ a\neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0;\ t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0;\ t \neq 1$ ح - $1{,}5(x-0{,}5a)^2 = 0$

دویم: لاندې برابرونونه یا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ **ب -** $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ **پ -** $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$

دریم: د a د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټیک یو حل لري؟

څلورم: د جبشمیري سره د ټیک دوه لسمیزو سره حلډېرئ وشمیرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ **ب -** $x^2 + 6x - 1024 = 0$ **پ -** $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0{,}025x^2 + 2x - 0{,}254 = 0$ **ټ -** $119{,}6\pi + 9{,}6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ **ث-** $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښایئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د ټول $a, b \neq 0$؛ لپاره یو ناټیک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ **ب -** $73 - 52s + 14s^2 = 25$ **پ -** $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8{,}5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ **ټ -** $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ **ث -** $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دویم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$؛ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ یې وټاکئ.

د مساوت په بڼي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ ب - $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ پ - $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5; 3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د U = 38 m او یو مساحت د $A = 88\ m^2$ ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16\ m^2$ ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سرې د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800\ m^2$ سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د € 200 یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(د ارزښت تابع یا فنکشن) $K(x) = x^2+100x+80$

(د خرڅلاو تابع) $E(x) = 160-2x$

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا داني باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

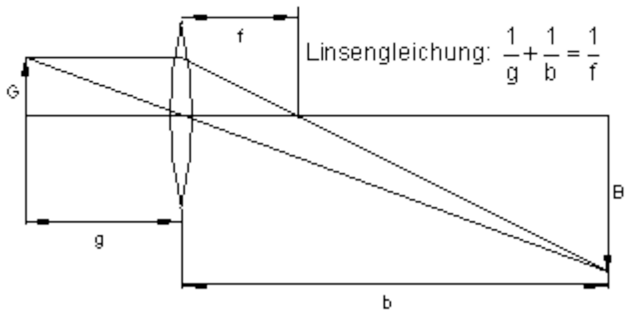
$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونتکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپتیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کیږي. د شي او څیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونتکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ــلکه کرښیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټېږئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفېږئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دي تر څیرنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$\frac{4+x}{x-2}=6$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$
\begin{aligned}
& \frac{4+x}{x-2} && = && 6 && \mid\cdot(x-2) \\
\Leftrightarrow\ & 4+x && = && 6\cdot(x-2) && \\
\Leftrightarrow\ & 4+x && = && 6x-12 && \mid-6x \\
\Leftrightarrow\ & 4-5x && = && -12 && \mid-4 \\
\Leftrightarrow\ & -5x && = && -16 && \mid:(-5) \\
\Leftrightarrow\ & x && = && \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}
$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &= 0 \qquad |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ 5(x-1)+(x+3) &= 0\\
\Leftrightarrow\ 5x-5+x+3 &= 0\\
\Leftrightarrow\ 6x-2 &= 0 \qquad |+2\\
\Leftrightarrow\ 6x &= 2 \qquad |:6\\
\Leftrightarrow\ x &= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{1}{3}\right\}
\end{aligned}$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې یا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \qquad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \qquad |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ x^2-x+4x+4 &= x^2+x\\
\Leftrightarrow\ 3x+4 &= x \qquad -x\\
\Leftrightarrow\ 2x+4 &= 0 \qquad |-4\\
\Leftrightarrow\ 2x &= -4 \qquad |:2\\
\Leftrightarrow\ x &= -2 \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow L=\{-2\}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پاې ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بیايي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \qquad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \qquad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \qquad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \quad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کينه لور په اصلي مخرج راوړل کيږي. دڅله مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لاربشودوي، چي نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دي ونيول شي، چي ماتکرښنه په نوکانو کې نيول کيږي. که د کسرکرښې يا ماتکرښې مخ ته کميزه يا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت يا ماتباندې په يوه منفي نوک کې کيښوی شي.

د په ښت- يا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

په څنو حالتونو کيدی شي شميرنه د د په ښت – يا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \qquad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4}\ |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

دا په ځانګړې توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتيران(صليب) له لارې:

شميرنه کيدى شي
د Multiplikation über Kreuz
چليپا يا اتيران ضرب له لارې هم لنده شي.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\;|\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\;|-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\;|\,17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

دلته د لومړي مات يا کسر مخرج(ماتلاندي) د دويم کسر له صورت سره ضربيږي او د دويم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربيږي.

مګر دا ټيک هلته شونى دى، چې کسرمساوات دا ترڅنګ بڼه ولري.

د اتيرا – يا چليپا ضرب د باوريوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه يا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د يوه ساده ورته بڼيط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\,|\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\,|\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\,|:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war) څه چې د ښوولو وو

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \mid \text{ Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

Hauptnenner : $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \mid :3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په ربښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\,|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

دا مساوات نا‌پای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ ځ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ څ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a \in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I: \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II: \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$بار زخیره ځای ته پهٔ x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلډیرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعريف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بيلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعريف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکيږي.

بيلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0 \mid +4 \Leftrightarrow 5x=4 \mid :5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کيږي.

په دويم کسر يا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج يا ماتلاندې صفر کيږي.

په صليب يا اتيران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\mid$ د اتيران يا چليپا يا صليب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|\,-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتني

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کمیز ګڼ یا عدد سره د ضرب له لارې یا د وېش له لارې اړیک نخښه بدلیږي یا معکوسه کیږي. که چېرې یو نامساوات د یو عدد سره ضربیږي،نو باید د حالت توپیر وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني یا متحولې ارزښت زیاتیز وي، دویم حالت که د متحولې ارزښت کمیز وي.

بېلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1 \mid -2 \Leftrightarrow -x>-1 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$	Fall II: $x<0$
$\frac{1}{x}<4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1<4x \mid :4$	$\frac{1}{x}<4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1>4x \mid :4$
$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$	$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرایطو	له شرایطو
$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$	$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$

په پورته کې und د او په معنا دی.

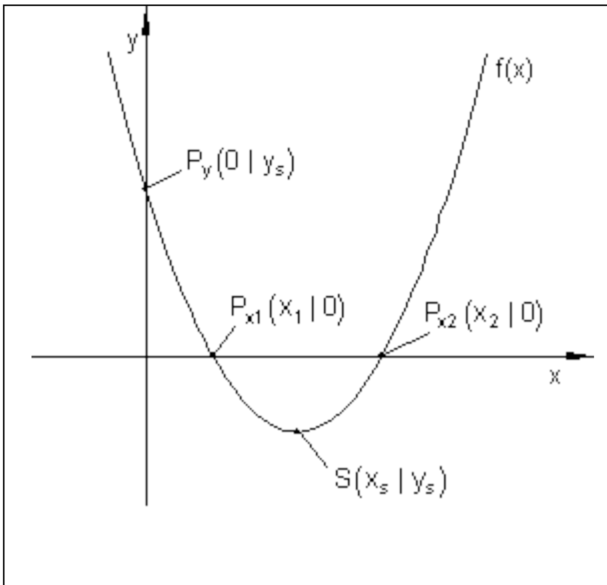
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

	په څنګ څېره کې د ګراف کتلو کې یوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**غوښتکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوښتکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ **ککرتکی** $S(x_s \mid y_s)$

خيرنبيلګه:

د ځيرنبيلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

د **y** -محور سره غوښتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کي غوښوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردينات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

په دې حالت کي به توانيدلي وی، چې د y -کواوردينات سيده د تابع مساوات ځخه ولولو.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = (x-3)^3 - 4$ (ککرتکی یا د رأس تکی) $S(3;4)$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅتکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کي غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اينونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0);P_{x2}(1|0)}}$$

تمرينونه :

د مربع تکميليدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د يوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځايونه او د محورونو غوڅتکي وټاکی.
د ککرتکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

یادونه:

یو کس € 120 ګټي، موږ هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

د شمیرلو قانو:	
$\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x+2|=\sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرنې قانون:

$\lvert x+2\rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \ge 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که $x+2 \ge 0$ وي، نو لاس ته راځي

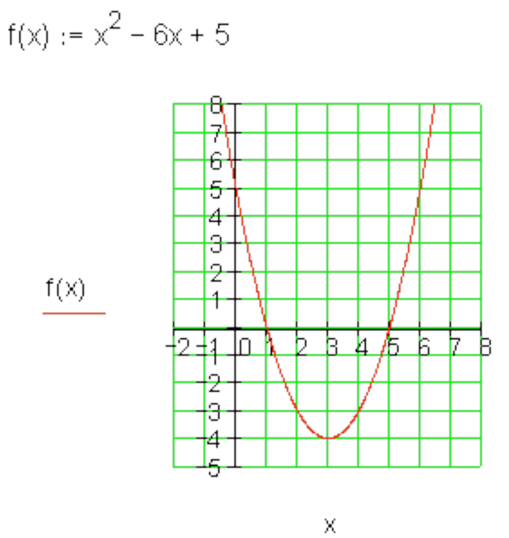
$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$

دويم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2\rvert = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څېړنو لپاره د بيلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککرتکی يې په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره يې غوڅتکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره يې غوڅتکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوڅتکي يې د تابع $f(x)$ صفرځايونه بولو، ځکه چې هلته باور لري: $f(1) =$ او $f(5) = 0$	

د تعريف او ارزښت سټ(ډېری)

زيات وخت د تابع ټلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کې تر څېړنې نيول کيږي.

دا مو تعريفډېری او ارزښت ډېری ته لاربښودوي.

ځموږ د بيلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ دx ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وځېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېری): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې
دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرتکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.
اوس د انټروال پولې $x=-1$ او $x=6$ څېړل کېږي.

$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

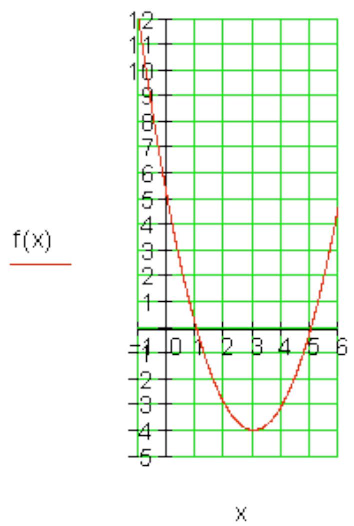
$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کېږی.
د نورې څېړنې لپاره څمورږ د بیلګې تاب ګراف ترڅیرنې لاندې نیسو.

دا ترځنګ څیره ټیک د تابع ګراف برخه ښایي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورڑ شوی ده.

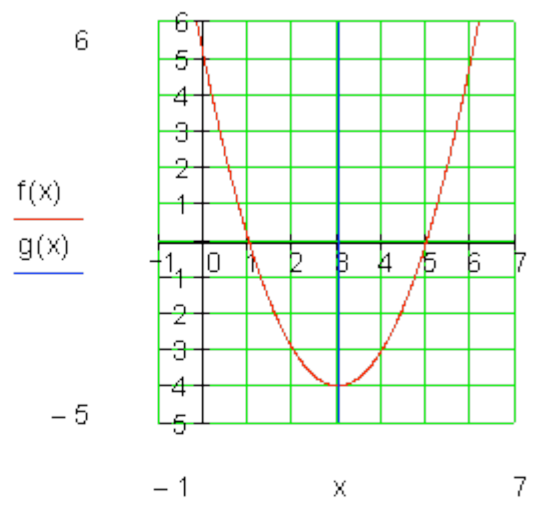
$$D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$
$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

$f(x) := x^2 - 6x + 5$



د سیومتري څیرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا ځيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرتکي څخه تيرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرتکي څخه تېرېږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.

له صفرځايونو څخه د ککرئټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګندېږي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرئ ټکي د x کواورديناټ دی.

د _p - q- فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بیایي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکمیلیدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}} \qquad \underline{\underline{x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}}$$

د ریښي لاندې افاده(وییڼه) دېسکریمینانت بلل کیږي.

دېسکریمینات = $\text{Diskriminante}=D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $\underline{\underline{x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}}}$

زموږ د بیلګي تابع صفرځایونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشمیرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6\,;\ q=5$$

لومړی دې دېسکریمینات وشمیرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}}\vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکریمینانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوږ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow \nexists$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوڼ نه دي، ځکه چې ریښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q-   فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

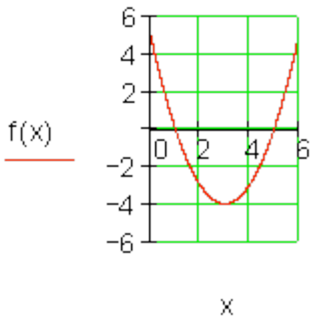
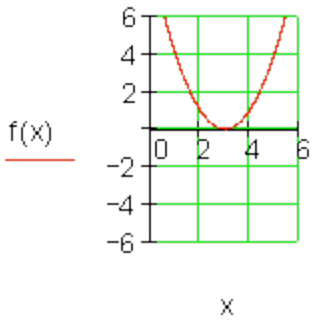
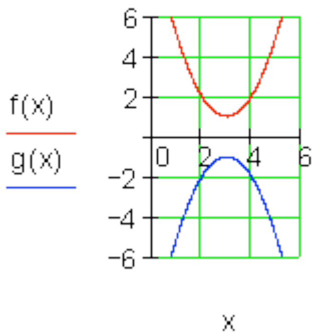
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1\,;\,x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د دوه حلونو دېرى(سټ) د یوه حل سټ د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو ستڼ باندې څه معنا لري؟
زمونږ په بيلګه مونږ مربع مساوات لروده د دوه ، هيڅ او فقط يوه حل سره.

مونږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځايونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  يو صفرځاى	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځايونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د يوه صفرځاى سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځاى مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکى د x محور پورته لور ته پروت دى، کښته لور ته واز پارابول ککر تکى د x محور کښته لور ته پروت دى.

د ويتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ويتا د ريښې جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.

ښوونه (ثبوت): ثبوت د سيډه شميرنې له لارې صورت نيسي:

x1 او x2 سره ضرب کړى	x1 او x2 سره جمعه کړى

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 5$$

حل: $x_1 = 5 ; x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p \ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q \ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو مربع مساوات چې صفرځایونه یې معلوم وي، کېدی شي د کرښیزو ضریبونو په ضرب سره ولیکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

یو ضرب تېک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو ضریب یې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 5$$

حل: $x_1 = 5 ; x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځایونو سره جوړ کړو:
یو مربع مساوات دې د صفر ځایونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضریب ¾ ولري.

$$x_1 = -2 ; x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

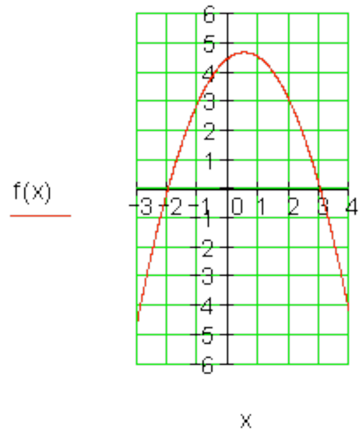
$$= -\frac{3}{4}(x^2 - x - 6) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بیلګه

د صفرځایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدنې له لارې مفصله بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بنه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

په نورمال بنه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

رېښه وېستنه يا رېښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$
دويم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1 = 2}$ همداسې $\boxed{x_2 = -6}$

د x محور سره غوڅټکی: $\boxed{P_{x1}(2 \mid 0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6 \mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0 \mid 6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د f(x) او g(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و ښیږی، که باور ولري:

$$f(x) = -x^2 + 1 ; x \in \mathbb{R} \quad او \quad g(x) = ax^2 - a ; x \in \mathbb{R} ; a \in \mathbb{R}^*$$

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$f(x) = -x^2 - 3x ; x \in \mathbb{R} \quad او \quad g(x) = 0,5x(x+3) ; x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږي. بې له شمیرنې دلیل رواړی، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړی.

ب – کرښه د x=u سره د 0> u >3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د u = -1 لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکی.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسی و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیری.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a   داسي وټاکئ، چې پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چې د a داسي ارزښت نه شته، چې د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کې يوه ککره لري او د x محور په ټکي $P_x(2\sqrt{3}\,|\,0)$ کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

اوم – د ويمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$ کواورديناتې محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کې غوڅوي.

د$f(x)$ تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضريبونه $a1$ او$a2$ داسي پيدا کړئ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په $x = -1$ او $x=0,5$ ځايونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

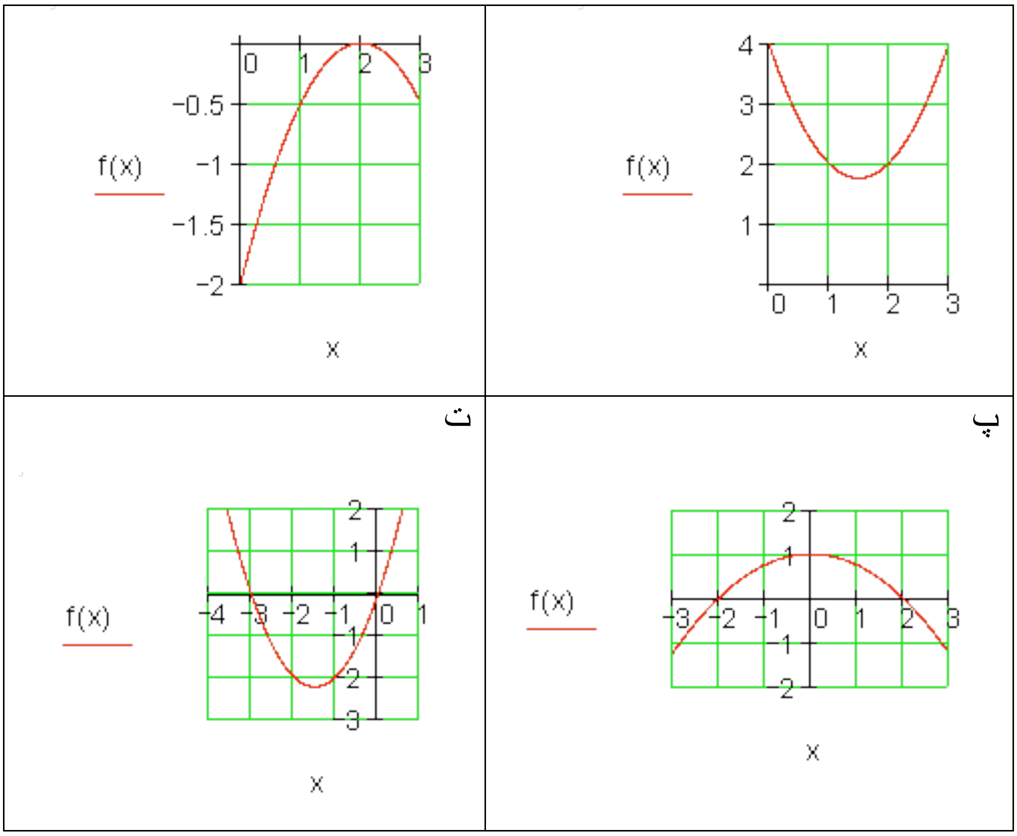
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ځيرنو څخه د تابع مساوات و ټاکئ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ ګراف د x محور په $x=-3$ کې غوځوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه 2- او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت 1- لري. $f(x)$ وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ویناوي (د ریاضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – $f(x)$یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د $f(x)$ صفرځایونه په مختخنه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1{,}5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوځېټکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات $f(x) = a_2x^2 - 1{,}5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسي خورا کوچني ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0{,}5x^2 + 0{,}5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

ځلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کي شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې   انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنڅیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج ځخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ ــ شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ ــ شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ ــ احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ ــ انالیزی ۱

۷ ــ انالیزې ۲

۸ ــ کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ ــ فنکشنل انالیز

۱۲ ــ وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ ــ له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ ــ Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ ــ الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ ــ د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ ــ د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ ــ د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې يې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزيږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه يې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپريږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زيات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميړي شينوارى د اروابښادې پستو او اروابښاد نوررحمان زوي په ١٣٢٠ ؟ ه لمريز کې د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولې.

د هسکې مينې د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ١٩٥٤ تر ١٩٦٥ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګي پيل او د دويم ټولګې څخه ګام او پای).

د ١٩٦٦ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ١٩٦٦ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د١٩٩٨٧ ش ک تر ١٩٨٨ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ١٩٨٨ مارچ څخه تر ١٩٩٢ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمنې کې سياسي پناه. له ٢٠٠٨ مارچ څخه د ٢٠٠٩ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميړي په ١٩٧٢ کې له لرې د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيرۍ سره په ١٩٦٣ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ١٩٧٩ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library