د دفرنځیال ـ او انتیګرال شمیرنو تمرینونه د اوبیونو(حلونو) سره

لیکونکی:

داکتر ماخان (میرې) شینواری

Ketabton.com

2016

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه:

ګرانو لوستونکو.
له ټولو د مخه مې دا   ما دا د رابیلیدنې او انتیګرالتمرینونه راټول
کړي، چې کله کله يې ګنون هم ښه نه دی ورکړ شوی، خو دا کومې ځتونځې ځکه نه پیښوي،
چې د تمرنونو اوبیونو کې هم هغه پوښتنه باید تکرار راشي.
ما غوښتل، چې د پولې برخې د پاره هم ځنې پوښتن د اوبیونو سره راوړم، خو پرې ونخه
تونیدم.

نیولیک

۱ - د دفبرنشل شمیرنې تمرینونه................ ۳
۲ – د انتیګرالشمیرنې تمرینونه.................. ۱۸
۳ - د دف. تمرینونو اوبیونې...................... ۳۲
۴ – د انت. تمرینونو اوبیونه...................... ۴۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

رابیلیدنه یا مشتق

ګرانو هیواودوالو !
په دې لاندې کوچنی لیکنه کې تاسو ته د دفرنشل او انتیګرال شمیرنو
اصلي تمرینونه له ٦٦ تمرین څخه پیل کیږي:

٦٦ (١) کمبتویش (د تفاضل ویش) ارزښت د P او Q په ټکو کې وټاکئ.

a) P(3,2) , Q(5,4)   b) P(2,4) , Q(3,1)

٦٧ (٢) د $x = x_0$ په ځای کې د f تابع د تانجنت جګوالی وټاکئ.

$a)\ \ f(x) = x^2 \ \ ,\ \ x_0 = 2$ $b)\ \ f(x) = 0.5x^2 \ \ ,\ \ x_0 = 3$

٦٨ (٣) د کمبتویش(د تفاضل ویش) او مشتق لاندې څه پوهیږو او د دوي ترړنځ فوپیر څه دی؟

٦٩ (٤) د یوه تابع د سکانت(   ) لاندې څه پوهیږو او د تانجنت جګېدو لاندې څه پوهیږو؟ او دوي ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

٧٠ (٥) د تابع مشتق د توان قانون له مخې پیداکړئ.

$a)\ f(x) = x^5$ $b)\ f(x) = x^6$

$c)\ f(x) = \frac{1}{x^2}$ $d)\ f(x) = \frac{1}{x^5}$

$e)\ f(x) = \sqrt{x}$ $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

$g)\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ $h)\ f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

٧١ (٦) د تابع مشتق د ثابت د قانون له مخې پیداکړئ.

$a)\ \ f(x) = 0.2x^5 - 3$ $b)\ \ f(x)2x^4 + 1$

$c)\ \ f(x) = \frac{4}{x^2}$ $d)\ \ f(x) = \frac{3}{x^3} + 2$

$e)\ \ f(x) = 6\sqrt{x}$ $f)\ \ f(x)\frac{8}{\sqrt{x}} - 5$

٧٢ (٧) د تابع د ګراف په مرسته وښایئ، چې ټول g(x) + c ترمونه همغه مشتق لري.
یاودونه: پابت عدد که هرکوم ارزښت ونیسي.

٧٣ (٨) وښایئ، چې د a.g(x) د مشتق سره د a ضریب (ځله وونی) ساتلی پاتې کیږي.

٧٤ (٩) د f تابع مشتق د جمعي قانون سره وښایئ

$a)\ \ f(x) = 4x^4 - 3x^3 + x^2 - x - 1$ $b)\ \ f(x) = x - \sqrt{x}$

$c)\ \ f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{x^3}$ $d)\ \ f(x) = 3x^2 + 0.4x - 5$

٧٥ (١٠)د f تابع مشتق د ضرب قانون سره وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3(x^2-2x+1)$ $\qquad$ $b)\ f(x)=(2x^2+1)(x-1)$

$c)\ f(x)=(x^2-5)(2x^3+x^2+x)$ $\qquad$ $d)\ f(x)=(4x^2-x+4)(3x+2)$

٧٦ (١١) د f تابع مشتق د ويش قانون له مخي وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{4-x^2}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{2x^2+x+3}{x+1}$

$c)\ f(x)=\dfrac{4-x-x^3}{2x^2+3}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3-2x^2+x}$

٧٧ (١٢) د وېش قانون له مخي په څټ ارزښت(پر عکس ارزښت) وټاکئ.

لاندې کې: د سره

$$f(x)=\frac{1}{g(x)} \Rightarrow f'(x)=\frac{-g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$$

د $g(x)\neq 0$ سره

٧٨ (١٣) د f تابع ارزښت د زنځير قانون له مخي وټاکئ.

$a)\ f(x)=(4x^4-x)^2$ $\qquad$ $b)\ f(x)=(3x^2+4x-5)^2$

$c)\ f(x)=(2x-7)^3$ $\qquad$ $d)\ f(x)=(5-3x^3)^4$

٧٩ (١٤) د لاندې توابعو مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{(2x^2+x)^3}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{1}{(x-5)^4}$

$c)\ f(x)=(1+\sqrt{x})^2$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\sqrt{1-x^3}$

٨٠ (١٥) د لاندې توابعو درې واره مشتق ونيسئ.

$a)\ f(x)=x^3-2x^2+1$ $\qquad$ $b)\ f(x)2x^4+3x^3-x^2+x-5$

$c)\ f(x)\dfrac{3x-4}{x}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{2-x}$

٨١ (١٦) د يو n-م درجې تابع بايد څو واره مشتق ونيول شي چې يوه ثابته ترې لاس ته راشي.

٨٢ (١٧) د لاندې توابعو لومړی مشتق و ټاکئ.

$a)\ f(x)=\sin 3x$ $\qquad$ $b)\ f(x)\sin x\cdot\cos x$ $\qquad$ $c)\ f(x)=\sin^2 x$

$d)\ f(x)=\tan x+2\sin 2x$ $\qquad$ $e)\ f(x)=\sin x^2$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\sin\dfrac{x-1}{x+1}$

٨٣ (١٨) د $f(x)=\sin^n x(n\in IN)$ تابع د لومړي مشتق لپاره فرمول وښاياست يا وټاکئ.
٨٤ (١٩) د تانجنت تابع لپاره د ساين او کوساين قانون په مرسته د مشتق قانون و ښاياست.
٨٥ (٢٠) وښاياست چې د f(x) = tanx لپاره $f'(x)=1+\tan^2(x)$ هم باور لري.
٨٦ (٢١) د وېش قانون له مخي د کوتانجنت قانون پيداکړئ او هم د تانجنت قانون له مخي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۷(۲۲) ولې د ساین تابع او د کوساین تابع په خوښه زیات مشتقوړ دي.

۸۸ (۲۳) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=3\cdot e^{-2x+1}$ $b)\ f(x)=e^{x^2+2x-1}$ $c)\ f(x)=(x-1)\cdot e^{x}$

$d)\ f(x)=\sqrt{e^{x}}$ $e)\ f(x)=x^{n}\cdot e^{e}$ $f)\ f(x)=e^{kx}$

$g)\ f(x)=2^{\frac{1}{2x}}$ $h)\ f(x)=(\frac{1}{4})^{3x}$ $i)\ f(x)=x\cdot a^{\sqrt{x}}$

$k)\ f(x)=\sqrt{e^{x}+1}$ $l)\ f(x)=\frac{e^{x}}{1-e^{x}}$ $m)\ f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$

بېلګه:

د $f(x)=(x^2+2)\cdot \lg x \quad (x>0).$ مشتق دې پیدا شي.

د ضرب قانون:

$u(x)=x^2+2$ د $u'(x)=2x$ سره، $v(x)=\lg x$ د $v'(x)=\frac{1}{x\cdot\ln 10}$ سره

$$f'(x)=2x\cdot\lg x+(x^2+2)\frac{1}{x\cdot\ln 10}=\frac{1}{\ln 10}\cdot(2x\cdot\ln x+x+\frac{2}{x})$$

۸۹ (۳٤) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ یا پیدا کړئ.

$a)\ f(x)=\ln\sqrt{x}$ $b)\ f(x)=\ln(x^2-4)$ $c)\ f(x)=\ln\frac{2}{x^3}$

$d)\ f(x)=\ln\frac{x+1}{x}$ $e)\ f(x)=x\cdot\log_2 x^2$ $f)\ f(x)=(x^4-1)\cdot\log$

$g)\ f(x)=\frac{\ln}{x+2}$ $h)\ f(x)=\frac{x^4}{\ln x}$

۹۰ (۳۵) د لاندې توابعو لپاره خورا لویه تعریف ورشو(ساحه) ورکړئ او لومړی مشتق یې وټاکئ.

د تعریف سټ(ډېری) هغه ورشو(ساحه) ورکړئ، په کومه کې چې توابع مشتقوړ دي.

$a)\ f(x)=\sqrt{x+3}$ $b)\ f(x)=\sqrt{(x-2)(x-4)}$

$c)\ f(x)=x\sqrt{x}$ $d)\ f(x)=\sqrt{x^2+2}$

۹۱ (۳٦) ولې باید د تیک شمېرنې لپاره لوګاریتمي توابعو ته همداسې سوچ وشي، لکه رېښنه توابعو ته ؟

۹۲ (۳۷) ۹۰ ــمه پوښتنه د لوګاریتمي توابعو لپاره ځواب کړئ.

$a)\ f(x)=\ln(x^4-1)$ $b)\ f(x)=\ln(2x+4)$

۹۳(۳۸) ــ د لاندې توابعو لومړی مشتق پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\frac{2}{5}x^{10}-\frac{1}{5}x^{5}$ $b)\ f(x)=3x^4-4x^3+11x^2-7x+8$

$c)\ f(x)=5x^8-3x^6+\frac{10}{x^3}-\frac{8}{x^7}$ $d)\ f(x)(2x-5)(x^2+11x-3)$

$e)\ f(x)=\cos x-2x\sin x$ $f)\ f(x)=\sin^3 x$

$g)\ f(x)=e^x+\frac{1}{e^x}$ $h)\ f(x)=(x^2-2x+2)\cdot e^x$

$i)\ f(x)=\frac{3e^x+1}{2e^x-1}$ $j)\ f(x)=\frac{2e^x(x^2-3)}{x}$

$k)\ f(x)=\frac{1}{x^2}\ln x^2$ $l)\ f(x)=\frac{x\cdot\ln x}{1-x}$

$m)\ f(x)=\frac{\sin x}{\ln x}$ $n)\ f(x)=3x^2\cdot\lg x$

$o)\ f(x)=\ln(\sin)x$ $p)\ f(x)=\sqrt{4x^2+x+1}$

$q)\ f(x)=\sqrt[n]{ax+b}$ $r)\ f(x)=(x^2+3)e^{-2x}$

۹٤ (۳۹) - لومړی مشتق وټاکئ

$a)\ f(x)=\sin^n$ $b)\ f(x)=(\ln x)^n$

$c)\ f(x)=s+\frac{1}{x}$ $d)\ f(x)=(1+\frac{1}{x})^n$

۹۵ (٤۰)– د هرې تابع لومړي درې مشتقونه وټاکئ

$a)\ f(x)=e^{x^2}$ $b)\ f(x)=\sin x\cdot\cos x$

$c)\ f(x)=x+\frac{1}{x}$ $d)\ f(x)=x^2\cdot e^x$

۹٦ (٤۱)– په کوم تابع کې لومړی مشتق f د f سره برابر دی.

۹۷ (٤۲)–

الف: د کوم fتابع لپاره $f'(x)=2f(x)$ دی؟

ب: د کو fتابع لپاره $f'(x)=-f(x)$ دی؟

۹۸ (٤۳)- د f(x)=sinxخوم مشتق د f سره سر خوري یا برابر دی؟

۹۹ (٤٤)– د لاندې توابعو لپاره -م مشتق ته وده ورکړئ.

$a)\ f(x)=e^{ax}$ $b)\ f(x)=\ln(x+1)$

۱۰۰ (٤۵)–د لاندې توابعو صفرځایونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3$ $\quad b)\ f(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

$c)\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ $\quad d)\ f(x) = x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}$

$e)\ f(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$ $\quad f)\ f(x) = x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100$

(٤٦)– د دريمې درجې تام راشنل گراف د x -محور د x1=-2 , x2 = 0 او x3=4 په ټکو کې غوڅوي.
د تابع مساوات کوم دي، که سربېره پر دې گراف د P(2,-8) ټکي څخه هم تېر شي؟

۱۰۲ (٤٧)– د يوه څلورمې درجې تام راشنل تابع د x - محور د x1=0,5 او x2=3 په ټکو کې غوڅوي.
د تابعبرابرون څنگه دی، که برسېره پردې گراف د y - محور د P(0,9) په ټکي کې هم لمس کړي.

۱۰۳ (٤٨) - د څلورمې درجې د يو تام راشنل تابع گراف د وضعيه قيمت سيستم پيل او له $P(\frac{1}{2}/-\frac{15}{8})$. ټکي تېريږي. د تابع مساوات څنگه دي، که گراف د x– محور هم د x1=-1 سره لمس کړي او په x2 = 2 کې غوڅ کړي.

۱۰٤ (٤٩) د لاندې توابعو صفرځايوه پيدا کړئ.

$a)\ f(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 4}$ $\quad b)\ f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x}$

$c)\ f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 5x - 3}{x - 0.5}$ $\quad d)\ f(x) \frac{x^4 - x^3 + 4x^2 - 4x}{x + 5}$

۱۰۵ (٥٠) : د يوه مات راشنل f تابع د $f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x + d}$ سره ثابتې a,b,c اوd پيداکړئ، که د x1=-2,x2=-(1:2) او سره صفرځايونه پراته وي او تابع په x=0 کې يو تشځای ولري.

۱۰٦ (٥١) : دfa تابع صفرځايونه پيداکړئ د $f_a(x) = \frac{a^3x^3 - 8}{ax}$ او a > 0 ii سره چې د a په واک کې وي يا تابع وي. د a د کوم ارزښت لپاره fa په x1=0,5 کې صفرځاي لري.

۱۰۷ (٥٢) : مات يا کسري راشنلf تابع په x1=1 کې د $f(x) = \frac{(x-1)^3}{x}; (x \neq 0)$ سره درې ځله صفرځاي لري.
د يوې ساحې د ويش په مرسته وښيئ چې په همدې څلورمه کې صفرځاي کې ځغلي او که صفرځاي څلورمه بدلوي.

۱۰۸ (٥٣) :د لاندې توابع صفرځايونه وشمېرئ.

$a)\ f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{-x}$ $\quad b)\ f(x) = \frac{x}{4} \cdot \sqrt{6 - x}$

$c)\ f(x) = x \cdot \ln(x + 2)$ $\quad d)\ f(x) = (x^2 - 2) \cdot \ln x$

$e)\ f(x) - \ln \frac{1 + x}{1 - x}$ $\quad f)\ f(x) = \frac{3x}{\sqrt{2 + x^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۰۹(٥٤):دا سي يو ترم وټاکئ، کوم چې د لاندې پریودیکي یا تل ېرته راګرځېدوني توابعو صفر ځایونه ورکوي.
د شمېرني له لارې صفرځایونه ونوموئ، چې په انتروال $-2\pi \le x \le 2\pi$ کې پراته وي.

$a)\ f(x) = \frac{1}{2}\sin 3x \qquad b)\ f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{4})$

$c)\ f(x) = 1 - \sin^2 x \qquad d)\ f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$

۱۱۰ (٥٥) : ولې لاندې توابع صفرځایونه نه لري؟

$a)\ f(x) = \ln(x^2 + 3) \qquad b)\ f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

$c)\ f(x) = \frac{e^x}{x + 1} \qquad d)\ f(x) = 1 + \sin^2 x$

۱۱۱(٥٦) ولې کېدی شي چې یو تابع ډېر صفرځایونه ولري، مګر د y - محور سره یواځې یو صفرځاي ولري؟
۱۱۲(٥٧) د صفرځایونو د تعداد په هکله څه ویلاي شئ، که د یو f تابع لپاره په تعریفسېټ(-ډېرۍ) کې یو f^{-1} معکوس تابع هم شته وي؟
۱۱۳(٥٨): د y - محور سره د لاندې توابعو غوخټکي وشمېرۍ.

$a)\ f(x) = x^3 + 2x - 1 \qquad b)\ f(x) = (x+1)\cdot\ln(x+1)$

$c)\ f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 + x}{x + 2} \qquad d)\ f(x) = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 9}}$

$e)\ f(x) = (x-2)\cdot e^{x-1} \qquad f)\ f(x) = e^{\frac{2}{1-x}}$

۱۱٤(٥٩): د یوه تام راشنل تابع $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ د $a_0 \ne 0$ سره کېدی شي د y-محور غوخټکي د ساده لوستلو له لارې و ټاکل شي.
په دې هکله دلایل راوړۍ.

۱۱٥(٦٠): د x1=1 او x2=2 لپاره تابع ارزښتونه وشمېرئ او هم د f تابع جګېدنه د $f(x) = x^4 - 2x^3 - x + 1$. سره.
۱۱٦(٦١)په صفرځاي کې $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ تابع کومه جګېدنه لري.

۱۱۷(٦٢) : د $f(x) = 0{,}5x^4 - x^3 + 0{,}5x^2 + x - 4$ ګراف په کومو ټکو کې $f'(x) = 1$
]ګېدنه لري.؟
۱۱۸(٦٣)د ګراف په کومو ځایونو کې پروت تانجنت لري؟

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $x_0 = -1$ ځاي کې د $f(x) = \frac{x^4 - 8x^2 + 16}{x - 1}, \quad (x \neq 1)$ تابع ارزښت اود گراف جگيدنه غواړو پیاکړو.

تابع ارزښت: $f(-1) = \frac{1 - 8 + 16}{-1 - 1} = -4,5$

د مات راشنل تابع ۱ . مشتق د وېش قانون له مخې ټاکل کيږي.

$$f'(x) = \frac{(4x^3 - 16x)(x-1) - (x^4 - 8x^2 + 16)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{3x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 16x - 16}{(x-1)^2}$$

جگوالى:

$$f'(-1) = \frac{3 + 4 - 8 - 16 - 16}{4} = -8,25$$

۱۱۹(٦٤) : د لاندې توابعو ارزښت او جگيدنه د $x = x_0$ په ځاي کې وشميرئ.

Stelle $x = x_0$.

a) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 4}{\ }$, $x_0 = 1$ b) $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x}{\ }$, $x_0 = -3$

۱۲۰(٦٥) په کومو ټکو کې لاندې توابع]گوالى m لري؟

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$, $m = 2$ b) $f(x) = \frac{x - 2}{x^2}$, $m = -5$

۱۲۱ (٦٦) : د لاندې توابعو تبع ارزښت او جگوالى(ميلان) د x0 په ځاي کې پيدا کړئ.

a) $f(x) = x \cdot \ln x$, $x_0 = 1$ b) $f(x) = \sin x^2$, $x_0 = \sqrt{\pi}$

۱۲۲ (٦٧) په کومو ځايونو کې لاندې توابع پروت تانجنت لري؟

a) $f(x) = x^2 e^{-x}$ b) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

۱۲۳ (٦٨) د a د کومو ارزښتونو لپاره د $f(x) = (x + a) \cdot e^x$ د گراف د $x_0 = 0$ په ځاي کې ۲ جگوالى لري؟

۱۲٤(٦٩):د لاندې توابعو ټول ځايزې(لوکال) خوراجگ ټکي وښاياست.

$a)\ f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ $b)\ f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 1$

$c)\ f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 15x + 7$ $d)\ f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$

$e)\ f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$ $f)\ f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{10}{3}x^3 + 6x^2 - 2$

۱۲۵ (۷۰) په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) د لاندې توابعو ټول خورا جگ ټکي وښاياست:

که د f تابع د x0 په ځاي کې يو نسبي خورا جگ ټکى پروت وي، نو د مشتق تابع f^1 گرف د په xoځاي کې صفرځاي لري.

د دې لپاره د f او د f^1گراف په همغه وضعيه قيمت سيستم کې رسم کړئ.

$a)\ f(x) = x^3 - 3x$ $b)\ f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۲۶(۷۱) : د n-مي درجې يو تام راشنل تابع خورا زيات څومره لوکال (ځايز) افراطي ځايونه لرودی شي؟

۱۲۷(۷۲) ولې د جګتکي لپاره شرايط $f''(x) < 0$ و اړيين نه دي؟

۱۲۸(۷۳) د لاندې توابعو لوکال(ځايز) انحرافي(افراتي) ځايونه وټاکئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{2}{3}x^3+4x^2+8x-1 \qquad b)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4+1$$

$$c)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4-2x^2+\frac{8}{3}x \qquad d)\quad f(x)=x^4-4$$

۱۲۹(۷٤): د لاندې توبعو ټول لوکال انخرافي ټکي پيداکړئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{x^2-12x+27}{x^2-4x+5} \qquad b)\quad f(x)=\frac{x^2}{1-x}$$

$$c)\quad f(x)=\frac{x^2-4}{2x^2+2} \qquad d)\quad f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

د نه راشنل توابعو افراطي ځايونه

بيلګه:
د ټول fاکسپوننشل توابعو د $f(x)=x^2e^x$ سره لوکال(ځايز) افراطي ځايونه دې پيداشي.

۱ . مشتق	$f'(x)=2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x=x(2+x)\cdot e^x$
۲ . مشتق	$f''(x)=(2+2x)\cdot e^x+(2x+x^2)\cdot e^x=(2+4x+x^2)\cdot e^x$

اړين شرايط

$$f'(x)=0 \;\Rightarrow x(2+x)\cdot e^x=0 \;\Rightarrow\; x_1=0\;,\;\; x_2=-2$$

پوره کېدونکي شرايط

$f''(-2)=(2-8+4)\cdot e^{-2}=-2\cdot e^{-2}<0$ له $e^{-2}=\frac{1}{e^2}>0$ او

$f''(0)=2\cdot e^0=2>0$ امله. $f''(0)=2\cdot e^0=2>0$

د تابع ارزښتونه

$$f(-2)=4\cdot e^{-2}\approx 0.54\;,\qquad f(0)=0.e^0=0$$

$$f(-2)=4\cdot e^{-2}\approx 0{,}54,\quad f(0)=0\cdot e^0=0$$

پايله:
تابع(H(-2 | 0,54جګتکي او T(0|0) ټيټتکی لري.

۱۳۰(۷۵): د لاندې توابعو ټول لوکال افراطي ټکي پيداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a)\ \ f(x)=e^{-4x^2} \qquad b)\ \ f(x)=(x^2-3)\cdot e^x$$

$$c)\ \ f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x}) \qquad d)\ \ f(x)=\ln(x^2+1)$$

۱۳۱(۷٦): د تابع ټول لوکال افراطي ارزښتونه دې په دې په لاندې انتروال کې ولټول شي.
$-2\pi \le 2\pi.$

$$a)\ \ f(x)=\sin^2 x \qquad b)\ \ f(x)=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{2})$$

۱۳۲(۷۷): لاندې توابعو ټول لوکال او گلوبال افراطي ځايونه پيدا کړئ.

$$a)\ \ f(x)=\sqrt{x^2+x} \qquad b)\ \ f(x)=\sqrt{x^2+3}$$

$$c)\ \ f(x)=x-\sqrt{x} \qquad d)\ \ f(x)=3+\sqrt[3]{x^2}$$

۱۳۳(۷۸) : لومړی دمطلق ارزښت وشمېرئ او پسې ټول افراطي ارزښتونه وټاکئ.

$$a)\ \ f(x)=|x|+x^2 \qquad b)\ \ f(x)=|x^2+2x-8|$$

د مات کسرې توابعو د سره د انعطاف ټکی(اوړونټکی)
بېلگه:

د تابع $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{(x-1)^2},\ x\neq 1$ سره د انعطاف ټکي پيداکونه
د مشتق جوړښت د ويش د قاعدې سره

$$f'(x)=\frac{(2x-1)(x-1)^2-(x^2-x-2)\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$=\frac{(2x-1)(x-1)-2(x^2-x-2)}{(x-1)^3}=\frac{2x^2-2x-x+1-2x^2+2x+4}{(x-1)^3}$$

$$f'(x)=\frac{5-x}{(x-1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{-1\cdot(x-1)^3-(5-x)\cdot 3\cdot(x-1)^2}{(x-1)^6}=\frac{-1(x-1)-3(5-x)}{(x-1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{2x-14}{(x-1)^4}$$

د انعطاف ټکي لپاره اړين شرطونه: $f''(x)=0$ $f''(x)=0$

$$\frac{2x-14}{(x-1)^4}=0 \Rightarrow 2x-14=0 \Rightarrow x_1=7$$

د $f''(x)$ د مخنښي له مخي د پوره کيدونکو شرطونو ازماينت

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(6)=\frac{12-14}{5^4}=-\frac{2}{5^4}<0\ ,\ f''(8)=\frac{16-14}{7^4}=+\frac{2}{7^4}>0$$

$$\Rightarrow W(7\ /\ \frac{10}{9})$$

$W(7\ /\ \frac{10}{9})$ د انعطاف - یا اوړونټکی دی.

۱۳۸ (۸۳): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي پیدا کړئ.

$a)\ \ f(x)=\frac{2x-2}{x^2}$ $\qquad b)\ \ f(x)=\frac{x}{x^2+3}$

$c)\ \ f(x)=\frac{x^3}{3(x-1)^2}$ $\qquad d)\ \ f(x)=\frac{x^3-8}{4x}$

۱۳۹(۸٤): و ښایئ، چې د $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ e تابع د انعطاف ټکی زینتکی دئ.

۱٤۰(۸۵): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي (اوړونټکي) پیداکړئ.

$a)\ \ f(x)-=x\cdot e^{-x^2}$ $\qquad b)\ \ f(x)=\ln\frac{1}{x^2+1}$

۱٤۱(۸٦): په انتروال $0\le x\le 2\prod$ کې د انعطاف ځایونه پیداکړئ.

a) f(x) = x + sinx b) f(x) = 2(1-sin2x)

۱٤۲(۸۷): لاندې کسري راشنل توابع د تعریف تشیا په اړوند وڅېړئ.
وښایئ چې ایا دا متمادي(ناپریکیدونکې) له منځه وړونکې تعریف تشیا لري او که قطبځایونه دي.

$a)\ \ f(x)=\frac{x^2+x-6}{x-2}$ $\qquad b)\ \ f(x)=\frac{x^2+2}{x+2}$

$c)\ \ f(x)=\frac{x}{x^2-3}$ $\qquad d)\ \ f(x)=\frac{x^2-1}{1+x}$

۱٤۳(۸۸): وڅېړئ، چې ایا لاندې توابع د x0 په ځای کې ناپریکېدونکي دي.

a) $f(x)=\begin{cases}-2x\\ \sqrt{x}\end{cases}$ c) $f(x)=\begin{cases}\sin x\\ e^x\end{cases}$	$x\le 0$ لپاره د$x_0=0$ $x>0$ لپاره د$x_0=0$ $x\le 0$ لپاره د$x_0=0$ $x>0$ لپاره د$x_0=0$	b) $f(x)=\begin{cases}2\\ x^2+1\end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases}-x+1\\ \ln x\end{cases}$	$x\le 1$ د $x_0=1$ لپاره $x>1$ د $x_0=1$ لپاره $x\le 1$ د $x_0=1$ لپاره $x>1$ د $x_0=1$ لپاره

۱٤٤(۹۹): د تعریف سټ(تعریفدېرئ) د کومو توکو لپاره لاندې توابع نه دي تعریف؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=|x^2-2$ $b)\ f(x)=|2x-1|$

$c)\ f(x)=\sqrt{2x-4}$ $d)\ f(x)=x+|x+1|$

$e)\ f(x)=\sqrt{x^3+1}$ $f)\ f(x)=\sqrt[3]{x^2}$

۱٤٥(۹۰): لاندې توابع په x_0 کې په مشتقوړتیا باندې وڅېړئ.

$$a)\ f(x)=\begin{cases}\cos x & x\le 0\\ x^2+1 & x>0\ ,\quad x_0=0\end{cases}\qquad b)\ f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<1\\ x^2 & x\ge 1,\ \ x_0=1\end{cases}$$

$$c)\ f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<1\\ e^{x-1} & x\ge 1\ ,\ x_0=1\end{cases}\qquad d)\ f(x)=\begin{cases}\ln x & x\le 1\\ x-1 & x>1\ ,\ x_0=1\end{cases}$$

۱٤٦(۹۱): a او ذ داسې وټاکئ، چې f تابع په x_0 کې مشتقوړ ده

$$a)\ f(x)=\begin{cases}ax+b & x\le 0\\ & x_0=0\\ x^2+2x & x>0\ ,\end{cases}\quad ,\quad b)\ f(x)=\begin{cases}ax^2+b & x<1\\ & x_0=1\\ x+1 & x\ge 1,\end{cases}$$

۱٤٧(۹۲) ولې متمادیت د مشوړتیا لپاره اړین شرط، مګر مشتقوړوالی د متمادیت لپاره پوره کېدونکی شرط دی؟

۱٤٨(۹۳) په کوم دلیل تام راشنل توابع د $x\in R$ لپاره مشتقوړ دي؟

دا لاندې توابعو مونوتوني (جګ – ټیټوالي) و څېړی.

1) $f(x)=x^3\quad 1{,}5x^2-6x-6$

2) $f(x)=x^3+4$

3) $\ln\dfrac{1}{x+1}$

۱٤٩(۹٤): لاندې تام راشنل توابع په همغږیزوالي خویونو وڅېړئ.

$a)\ f(x)=x^3-6x^2+9x+3$ $b)\ f(x)=2x^3+9x^2-12x$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+1$ $d)\ f(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3+x^2+2x+2$

۱٥۰ (۹٥):د لآندې مآترآشنل توآبعو د مونوتوني حآلت د د a په واکوالي کې ورکړئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{ax+2}$ $b)\ f(x)=\dfrac{1}{ax^2+1}$

۱٥۱ (۹٦): و څېړړئ، چې ایا لاندې توابع په خپله پېژند ورشو مونو ون او که په کلکه مونوتون دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a)\ f(x)=\frac{e^x}{2+e^x} \qquad b)\ f(x)=2x^5-7$$

$$)\ f(x)=\frac{e^x}{2+e^x} \qquad b)\ f(x)=2x^5-7$$

۱۵۲ (۹۷): لاندې ناراشنل توابع په يو غړيزوالي خويونو وڅيړ.

$$a)\ f(x)=e^{x^2} \qquad b)\ f(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$$

۱۵۳ (۹۸): په کومه ورشو کې لاندې تام راشنل توابع يو کيڼ کږوالی لري او په کوڼ کې ښی کږوالی لري.

$$a)\ f(x)=x^3-6x^2+5x+2 \qquad b)\ -2x^3+3x^2-x-4$$

۱۵٤ (۹۹):د لاندې مات توابعو ګرافونه هايپاربول دي. د هاپارابول څانګې کوم کږوالی لري؟

$$a)\ f(x)=\frac{1}{4x+1} \qquad b)\ f(x)=3-\frac{3}{x^2}$$

۱۵۵(۱۰۰): په کومه ساحه کې لاندې ناراشنل توابع يو کيڼ او په کوم کې يو ښئ کږوالی لري؟

$$a)\ f(x)=x\cdot e^{2-x} \qquad b)\ f(x)=\ln x^2$$

۱۵٦(۱۰۱): ولې د يوه دريمې درجې تام راشنل تابع ګراف په تل تلنه کې يوه ښئ انحنا(کږوالی) نه لري.

۱۵۷(۱۰۲): ولې يو څلورمه درجه تامراشنل تابع د $f(x) = ax^4 + dx + e$ سره يو تلتلونی کينه انخنا(کږوالی) او ښئ انحنا لري؟

۱۵۸(۱۰۳): څنګه کېدی شي، چې د يوېf تابع د ۱ . درجې مشتق څخه د د ګراف په انحنا قضاوت وکړو؟

۱۵۹(۱۰٤): لاندې توابع په ضربځايونو وڅيړئ؟

$$a)\ f(x)=\frac{x^2-3x-4}{x+1} \qquad b)\ f(x)=\frac{x+2}{x^2+4x+4}$$

$$c)\ f(x)=\frac{x}{x^2-3} \qquad d)\ f(x)=\frac{x^3-x^2-2x+2}{x^2-2}$$

$$d)\ f(x)=\frac{x+5}{x^2} \qquad f)\ f(x)=\frac{x^3-2x^2+3x-4}{x}$$

۱٦۰(۱۰۵): د لاندې توابعو حالت وڅيړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي.

$$a)\ f(x)=x^3-4x^2-4x-5 \qquad b)\ f(x)=-3x^4+x^3-2x^2+x$$

$$c)\ f(x)=\frac{1}{3}x^5-x+6 \qquad d)\ f(x)=-\frac{2}{5}x^2-\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}$$

$$e)\ f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2} \qquad f)\ f(x)=-x^3-x^2-x-\frac{1}{3}$$

۱٦۱(۱۰٦): د لاندې مات راشنل توابعو حالت و څيړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي. که شتون ولري، نو د اسيمپتوت (مجانب) همداسې د ورنږدې منحني مساوات ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\dfrac{3x^3+x^2-x}{-4x^3+2x-3}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-3}$

$c)\ f(x)=\dfrac{2x^3-x^2+7x-3}{x^2+3}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^3+x^2+5x+3}{x+1}$

$e)\ f9x)=\dfrac{-3x^3+4x^2+x-3}{x^2-1}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\dfrac{2x^3+6x^2+5x}{x+1}$

$g)\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-5}{x^4+3x^2-2x-3}$ $\qquad$ $h)\ f(x)=\dfrac{2x^2+4x-1}{3x^2-x+2}$

۱٦۲ (۱۰۷): د نا رئشتوني توابعو حالت و خیړئ، که $|x| \to \infty$ و $|x| \to \infty$ لاړ شي.

$a)\ f(x)=3+2^x$ $\qquad$ $b)\ f(x)=1-\ln|x|$

$c)\ f(x)=e^{|x|}-3$ $\qquad$ $d)\ f(x)=x+e^x$

۱٦۳(۱۰۸):ولې د $x \to +\infty$ لپاره په ساده ډول د پولې په هکله وړاند وییه نه شي کېداي:

$a)\ f(x)=x^3\cdot\dfrac{1}{\ln x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=x\cdot e^{-x}$

۱٦٤(۱۰۹): لاندې تامراشنل شوني اعداد په شیومتري وڅېړئ.

$a)\ f(x)=x^3+x^2-1$ $\qquad$ $b)\ f(x)=-x^4+2x^2-3$

$c)\ f(x)=3x^3+x$ $\qquad$ $d)\ f(x)=x^2+1$

۱٦٥(۱۱۰): یو و سرچېنې ټکې سره ټکی سیومتر تام رینتونی دریمه درجه تابع H(2,5) جګټکی لري.د دې تابع ټیټټکی کوم وضعیه ارزښتونه لري؟

۱٦٦(۱۱۱): یو د څلورمې درجې تابع د - محور ته سیومتري تابع یو ټیټکی په (3,4-) کې لري.

د بل افراطي ټکي وضعیه قېمتونو په هکله څه ویلای شئ؟

۱٦۷(۱۱۲): د جوړه(جفت) جګعدد(اکسپوننت) سره تام رینتونی تابع کوم ډول سیومتري لري؟

۱٦۸(۱۱۳): د ناجوړه(طاق) جګعدد(اکسپوننت) سره یو تام رینتونی تابع ټیک هلته د سر چینې سره ټکی سیومتري دی، چې مطلق ارزښت صفر شي؟

۱٦۹(۱۱٤) لاندې تام رینتوني اعداد په سیومتري و څېړئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3+2x}{x^2+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^5-2x^3+x}{x^3-x}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x^2+4}{x^4+2x^2-3}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{3}{x^3-1}$

۱۷۰(۱۱٥)لاندې ناریینتوني اعداد په سیومتري وڅېړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^2\cdot e^{|x|}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\sqrt{x^2+1}$

په گوته کونه(لارښود): توابع بې له بنسټ کې یادشوې سیومتري خویونو ، نور سیمتري خویونه هم ولري.

۱۷۱(۱۱۶): لاندې توابع په بنسټ کې لوستل شوي سیومتري خویونه نه لري. وښایئ چې دا سره له دې هم سیومتریک دي.

$a)\ f(x)=(x+2)^2$ $\qquad$ $b)\ f(x)=1+\dfrac{1}{x}$

$c)\ f(x)=-(x+1)^2+3$ $\qquad$ $d)\ f(x)=2+\dfrac{1}{x-4}$

۱۷۲(۱۱۷): لاندې تام رېښتوني اعداد په محدودیت وڅېړئ.

$a)\ f(x)=x^2-2x+4$ $\qquad$ $b)\ f(x)=3x^4-4x^3+12x^2-24x$

$c)\ f(x)=-(x+3)^2+1$ $\qquad$ $d)\ f(x)=x^3-2x+1$

۱۷۳(۱۱۸):لاندې کسرېرېښتوني اعداد په محدودیت وڅېړئ.

$a)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x+4}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x^2+4}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{1}{x^2}-5$

۱۷۴(۱۱۹): لاندې نارېښتوني اعداد په محدودیت وڅېړئ.

$a)\ f(x)=2-e^x$ $\qquad$ $b)\ f(x)=x^2+|x|+2$

$c)\ f(x)=\sqrt{4-x^2}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=2+\sin 2x$

۱۷۵(۱۲۰) لاندې پوله ارزښتونه وشمېرئ.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{2^x}$ $\qquad$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x}$ $\qquad$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^x$

e) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}}{e^x}$ $\qquad$ f) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{\sin x}{x^2}\right)$

۱۷۶(۱۲۱): د لوپیتال قاعدي په مرسته د $x\to\infty$ لپاره د لاندې مات رېښتوني توابعو پوله ارزښتونه وشمرئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{2x^3-x+4}{3x^3+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{4x^3+3x^2-2x+5}$

۱۷۷(۱۲۲): لاندې مساوات تېک یو صفرځاي لري. دا د تانجنت له لارې تر دوه لسمیزو ځایونو وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3-2x-3$ $b)\ f(x)=x^3-x^2-15$
$c)\ f(x)=x^3+6x^2+12x+5$ $d)\ f(x)=x^5+x^3-20$

۱۷۸(۱۲۳): د لاندې توابعو لپاره د x=x0 په ځاي کې د تانجنت مساوات وټاکئ

۱۷۹(۱۲٤): په کومو ټکو کې د لاندې مساواتو لپاره د تانجنت مساوات د ورکړ شوې کربښې سره غبرگ دي؟

۱۸۰(۱۲۵) : د $x=x_0$ په ځاي کې د لاندې توابعو لپاره د تانجنت مساوات وټاکئ

a) $f(x)=x^3+x^2-3x-2,\ x_0=-1$
b) $f(x)=\frac{3-x^2}{2x-1},\ x_0=1$ c) $f(x)=\frac{1}{x}\cdot\ln x,\ x_0=1$

۱۸۱(۱۲٦): د لاندې توابعو لپاره په کومو ټکو کې تانجنت د ورکړ شوو کربښو سره غبرگ دي؟

a) $f(x)=-x^3+3x^2+2x-5,\ g:\ y=2x$
b) $f(x)=\frac{3x-4}{x},\ g:\ y=x+2$

۱۸۲(۱۲۷): ټول راشنل تابع f_t د $f_t(x)=x^3+tx^2+tx$ سره له سرچینې څخه تیرېږي.
هلته د تانجنت مساوات پیدا کړئ د t په تابعیت کې.

۱۸۳(۱۲۸): د t د کوم ارزښت لپاره د $f_t(x)=\frac{t^2}{x^2+t}$ په گراف تانجنت په $x_0=-3$
ځای کې د $g:\ y=\frac{3}{8}x+2$ گراف سره غبرگه ده؟

۱۸٤(۱۲۹) : په ټکي $N(x_1/0)$ کې د نه راشنل فنکشن fپه گراف د $f(x)=(x-t)\cdot e^x$. سره د تانجنت برابرون یا مساوات وټاکئ.

۱۸۵(۱۳۰): په f تابع د it $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2-1.$ سره په ټکي P(0,-9) کې د تانجنت مساوات و ټاکئ.

۱۸٦(۱۳۱): د تام ریښتونيf تاېبع د $f(x)=x^3-3x-1.$ سره تانجنت په ټکي P(-2,5) کې وټاکئ.

۱۸۷(۱۳۲): د مات ریښتونيf تابع د $f(x)=\frac{x^2-1}{3x}.$ سره د تانجنت مساوات په $P(-1,-\frac{4}{3})$ ټکي و ټاکئ.

۱۸۸(۱۳۳):د لاندې تام ریښتونې توابعو د انعطاف ټکي(اوړونټکي) او د نورمالي مساوات ولیکئ.

a) $f(x)=-\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}$ b) $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2+2x+10$

۱۸۹(۱۳٤) د لاندې تابع د

$f_t(x)=\frac{4}{3}t^2x^3+3tx^2+3x\quad (t\in\mathbb{R}\setminus\{0\})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره د انعطاف – یا اوړونټکي مساوات ولیکئ.

۱۹۰(۱۳۵) : د اکسپوننشم تابع د انعطاف ټک او په انعطاق ټکي د $f(x) = (x-2)\cdot e^x$ نورمال مساوات پیداکړئ.

۱۹۱(۱۳٦)

$$f_t(x) = t\sin x + t\cos x \quad (t \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$$

په انتروال $0 \le x \le \pi$ کې.

۱۹۲(۱۳۷): د لاندې توابعو لپاره د منحنیو شننیز بحث وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = -x^3 + x^2 + 4 \qquad b)\ f(x) = -\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^2$

$c)\ f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \qquad d)\ f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

۱۹۳ (۱۳۸): د لاندې توابعو لپاره د پوره منحنیو یا کږو مطالعه وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = \frac{x}{4} - \frac{2}{x^2} \qquad b)\ f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x-3}$

$c)\ f(x) = \frac{3x^2+1}{x^2-1} \qquad d)\ f(x) = \frac{9}{x^2+3}$

انتیګرالشمیرنې ته پوښتنې

1- لاندې نااصلي پولینومونه دې د یوه ټول نسبتي- یا راشنل عدد پولینومونو او یوه اصلي پولینوم د جمعې په څېر ولیکل شي.

$a)\ \frac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5} \qquad b)\ \frac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}$

$c)\ \frac{x^3-2x^2+x-5}{x^3+1} \qquad d)\ \frac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}$

$e)\ \frac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2} \qquad f)\ \frac{x^5-x^4+1}{x^2+2}$

۲ -

$a)\ \frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6} \qquad b)\ \frac{x^2+1}{x^3-x}$

$c)\ \frac{4x+10}{x^2+6x+8} \qquad d)\ \frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6}$

$e)\ \frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x} \qquad f)\ \frac{14}{x^2+20x+51}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳ – د لاندې اصلي پولينومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ونه وکاروئ.

$a)\ \dfrac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8}$ $\quad b)\ \dfrac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}$

$c)\ \dfrac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1}$ $\quad d)\ -\dfrac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}$

٤ - د لاندې اصلي پولينومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ګونه ورکړئ.

$a)\ \dfrac{x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5}$ $\quad b)\ \dfrac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}$

$c)\ \dfrac{8x^2-16x+10}{x^3-4x^2+5x}$ $\quad d)\ \dfrac{x}{x^3+2x^2+2x+1}$

۵ - د لاندې پولينوم کسرونو په ټوټه کسرونو ټوټه کونه ورکړئ.

$a)\ \dfrac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}$ $\quad b)\ \dfrac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}$

$c)\ \dfrac{2x^3+x^2}{x^3-1}$ $\quad d)\ \dfrac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}$

٦ – و ښايئ، چې د F تابع د f تابع لومړنی تابع ده.

$a)\ f(x)=2x^2+4x-7 \quad , \quad f(x)=4x+4$

$b)\ F(x)=(x^2-x)^3 \quad , \quad f(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$

$c)\ F(x)=\sqrt{2x+1} \quad , \quad f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$

$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad f(x)=3x\cdot\cos 3x$

$e)\ F(x)=\dfrac{1}{3}x^3\cdot\ln x-\dfrac{4}{9}x^3 \quad , \quad f(x)=x^2\cdot(\ln x-1)$

۷ - وښايئ، چې د F او G توابع د همغه f تابع لومړني توابع دي.

$a)\ F(x)=x^3+x+4 \quad , \quad G(x)=x^3+x+1$

$b)\ F(x)=(x-3)^2 \quad , \quad G(x)=x^2-6x+4$

$c)\ F(x)=\dfrac{x+1}{x+2} \quad , \quad G(x)=\dfrac{3x+5}{x+2}$

$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad G(x)=\sin x$

۱۳ – لاندې ناټاکلي انتيګرالونه پيداکړئ او ټيکوالی يې و ازمايی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^3dx$ $\quad b)\ \int 7dx$ $\quad c)\ \int xdx$

$d)\ \int (1-x^2)dx$ $\quad e)\ \int (x+\frac{1}{x})dx$ $\quad f)\ \int (e^x+\cos x)dx$

$g)\ \int \frac{1}{\sin^2 x}dx$ $\quad h)\ \int \frac{5}{\cos^2 x}dx$ $\quad i)$

$i)\ \int udx$ $\quad k)\ \int (2+e^x)dx$ $\quad l)\ \int (1+\ln x)dx$ $\quad m)\ \int (\sqrt{x}+\sin)dx$

۱٤ ــ د لاندې ټاکلو انتیګرالونو ارزښت وشمېرئ

$a)\ \int_0^3 4dx$ $\quad b)\ \int_{-3}^{-1} xdx$ $\quad c)\ \int_1^e \frac{1}{x}dx$

$d)\ \int_1^e (2+\frac{1}{x})dx$ $\quad e)\ \int_{-1}^0 e^xdx$ $\quad f)\ \int_0^\pi \sin xdx$

$g)\ \int_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} 4dx$ $\quad h)\ \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \frac{1}{\sin^2 x}dx$ $\quad i)\ \int_{-2}^2 x^3dx$

$j)\ \int_2^6 (1+x)dx$ $\quad k)\ \int_1^2 (x^2-x^5)dx$ $\quad l)\ 0\int_{-2}^2 (\frac{x^3}{4}+\frac{x^2}{3})dx$

۱٦ = د لاندې ټاکلو انتیګرالونو ارزښت وشمېرئ او ارزښتونه یې سره پرتله کوئ.

$a)\ \int_{-3}^1 3dxund - \int_{-3}^1 3dx$ $\quad b)\ \int_0^1 (1+e^x)dx \quad \wedge \quad -\int_1^0 (1+e^x)dx$

$c)\ \int_{-\pi}^0 \sin xdx \quad \wedge \quad -\int_0^{-\pi} \sin xdx$

۱۷ ــ هر دوه انتیګرالونه د یوه انتیګرال سره انځور کړئ.

$a)\ \int_0^{0.5\pi} \cos xdx + \int_{0.5\pi}^{\pi} \cos xdx$, $\quad b)\ \int_{-1}^0 (x+e^x)dx + \int_0^1 (x+e^x)dx$

$c)\ \int_2^3 3x^2dx - \int_5^3 3x^2dx$, $\quad d)\ \int_{-2}^1 (2+x)dx - \int_4^1 (x+e^x)dx$

O - د لاندې ټاکلو انتیګرالونو لپاره ارزښت تخمین کړئ.

$a)\ \int_{-4}^{-2} e^{x+3}$ $\quad b)\ \int_0^8 \sqrt{1+x}\,dx$ 1

$c)\ \int_3^5 2^{4-x}dx$ $\quad d)\ \int_0^{0.5\pi} \sin^2 xdx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۹ ــ د کومو x ارزښتونو لپاره لاندې انتیګرالونه ورکړشوي ارزښتونه لري؟

$a)\ \int_1^x 5t^4 dt\ ,\quad la(x)=31 \qquad b)\ \int_0^x e^t dt\ ,\quad la(x)=e-1$

۲۰ - لاندې انتیګراند توابع ته د انتیګرال توابع وټاکئ.

$a)\ f(x)=x^2\ ,\ a=3\ ,\quad b)\ f(x)=2+e^x\quad a=0$

$c)\ f(x)\dfrac{1}{\cos^2 x}\ ,\ a=0\quad d)\ f(x)=2\quad a\in IR$

۲۱ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ

$a)\ \int\sqrt[4]{x^3}dx \qquad b)\ \int\frac{1}{\sqrt[5]{x}}dx \qquad c)\ \int\sqrt[6]{x^5}dx \qquad d)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}dx$

$e)\ \int\frac{\sqrt{x}}{x^2}dx \qquad f)\ \int\frac{x^3}{x^4}dx \qquad g)\ \int\frac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx \qquad h)\ \int\frac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx$

۲۲ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ

$a)\ \int 8x^3dx \qquad b)\ \int -4x^{-2}dx \qquad c)\ \int\frac{3}{-x^3}dx \qquad d)\ \int\sqrt[3]{3x}\,dx$

$e)\ \int k\cdot e^x dx \qquad f)\ \int -5x^n dx\ ;\ n\neq 0 \qquad g)\ \int\frac{\sin x}{2}dx \qquad h)\ \int\frac{3a}{2\cdot\cos^2 x}dx$

$i)\ \int\frac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx \qquad j)\ \int\frac{-\sqrt{2}}{3x}dx$

۲۳ - د توان قانون په مرسته یو ثابت ضریب بېل کړئ او د دې پسې لاندې ناټاکلی انتیګرال وټاکئ.

$a)\ \int e^{x+3}dx \qquad b)\ \int(4x)^3dx \qquad c)\ \int a\cdot e^{x+b}dx \qquad d)\ \int(7x^2)^4dx$

۲٤ ــ لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ

$a)\ \int(x^2+3x-4)dx \qquad b)\ \int(x-\sqrt{x})dx \qquad c)\ \int(5x^3-7x+4)dx$

$d)\ \int(1+x)^2dx \qquad e)\ \int x^2(x^2+2)dx \qquad f)\ \int x^2(1+x)(x-1)dx$

$g)\ \int(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x^2})dx \qquad h)\ \int(\frac{1}{x^4}-\frac{1}{x^5})dx \qquad i)\ \int(5x-\frac{1}{3}+\frac{\cos x}{3})dx$

$k)\ \int(5+x^5+\sin x)dx \qquad l)\ \int(e^x-\frac{1}{\sin^2 x})dx \qquad m)\ \int(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{x})dx$

۲۵ - لاندې ناټاکلي انتیګرلونه لومړی په یوه جمعه واړوئ او وروسې انتیګرالونه و ټاکئ.

$a)\ \int\frac{(x^2-1)^3}{x}dx \qquad b)\ \int(\frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}})dx$

$c)\ \int\frac{e^{2x}+e^{x+2}}{e^x}dx \qquad d)\ \int(\frac{3x^2+2x-4}{x^3})dx$

۲٦ ــ لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int 3^{x+1}dx \quad b)\ \int 2^{-x}dx \quad c)\ \int a^{x+b}dx \quad d)\ \int \frac{1}{a^x}dx$

$e)\ \int 2^x \cdot 3^x dx \quad f)\ \int \frac{2^x}{3^x}dx \quad g)\ \int \frac{4^{x+3}}{2^x}dx$

$h)\ \int \frac{5^x+3^x}{2^x}dx \quad i)\ \int (1+2x^x)dx \quad j)\ \int (x-3^x)dx$

۲۷ - لاندې ناټاکلي انټيګرالونه وشمېرئ

$a)\ \int \ln 2x^3 dx \qquad b)\ \int \ln \sqrt{x}dx$

$c)\ \int \lg \frac{x}{2}dx \qquad d)\ \int {}_3\log \frac{1}{x}dx$

۲۸ – د مشتق د قوانينو په مرسته وښايئ، چې تابع F د F=x.lnx-x سره يو لومړنۍ تابع ده و f(x)=lnx تابع ته

۲۹ - د انټيګرال شمېرنې په مرسته د عمومي لوګارتم تابع لپاره د طبيعي لوګارتم له فرمول څخه د انټيګرال فرمول راوباسئ.

۳۰ - لاندې ناټاکلي انټيګرالونه د بدلون په طريقه وشميرئ.

$a)\ \int \frac{10}{5x-7}dx \quad b)\ \int \frac{12}{(1+3)^4}dx \quad c)\ \int \frac{1}{5-4x}dx$

$d)\ \int \frac{a}{bx+d}dx \quad e)\ \int (5x+7)^3 dx \quad f)\ \int (ax+b)^n dx$

$g)\ \int \sqrt{4x-2}dx \quad h)\ \int \sqrt{ax+b}dx \quad i)\ \int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx$

$j)\ \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}dx \quad k)\ \int \sin 4x\,dx \quad l)\ \int \frac{3}{e^{2x}}dx$

$n)\ \int \cos(3x+\frac{\pi}{4})\,dx \qquad o)\ \int e^{3x-5}\,dx$

۳۲ _ لاندې ناټا کلي انټيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{\ln x}{x}dx \qquad b)\ \int x(x^2+3)dx$

$c)\ \int 3x^2(x^3-1)dx \qquad d)\ \int (2x-1)(x^2-x)dx$

۳۳ – د بدلون قاعدې په مرسته $\int f(x)\cdot f'(x)\,dx = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$ وشمېرئ.

۳٤ – لاندې ناټاکلي انټيګرالونه وشمېرئ، بنه يې بدله کړئ، که اړين وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int \frac{x^2}{4+x^3}$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}$

۳۵ په لاندې انتیګرالونو پرېکړه وکړئ، چې ایا لوګاریتمي یې انتیګرال نیوه کېدی شي او یا د بدلون قانون باید و کارول شي؟

$a)\ \int \frac{5x^4}{3+x^5}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx$ $\qquad$ $c)\ \int \frac{3x}{(1-x^2)^4}dx$

$d)\ \int \frac{5x}{4-x^2}dx$ $\qquad$ $e)\ \int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx$ $\qquad$ $f)\ \int \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}dx$

۳٦ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیدا کړئ. لومړی یې بڼه بدله کړئ، که اړیین وي.

$a)\ \int \frac{4}{x^2+9}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{3}{2x^2+2}dx$ $\qquad$ $c)\ \int \frac{1}{x^2+2}dx$

$d)\ \int \frac{2}{3x^2+5}dx$ $\qquad$ $e)\ \int \frac{1}{x^2+a^2}dx$ $\qquad$ $f)\ \int \frac{1}{ax^2+b}dx\ \ , ab>0$

۳۷ – وښایئ، چې دا لاندې انتیګرالندونه(هغه، چېې انتیګرال یې نیول کیږي) صفرځایونه نه لري. پسې ټرلي ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{1}{x^2+4x+13}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{5}{x^2+2x+2}dx$

$c)\ \int \frac{6}{3x^2+18x+30}dx$ $\qquad$ $d)\ \int \frac{2}{2x^2+8x+58}dx$

۳۸ لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ. لومړی یې، که اړیین وي، بڼه بدله کړئ.

$a)\ \int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx$ $\qquad$ $c)\ \int \frac{1}{\sqrt{2x^2-2}}dx$

$d)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-2}}dx$ $\qquad$ $e)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx$ $\qquad$ $f)\ \int \frac{6}{\sqrt{9x^2+9}}\ dx$

۳۹ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ، لومړی یې که اړیین وي ، بڼه بدله کړئ.

$a)\ \int \frac{1-x}{x^2+x+1}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx$

$c)\ \int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx$ $\qquad$ $d)\ \int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx$

٤۰ - لاندېې انتیګرالونه د ټوټه انتیګرالوني له لارې پیداکړئ یا وشمېرئ.

$a)\ \int x\cdot e^x dx$ $\qquad$ $b)\ \int x\cdot \sin x\, dx$ $\qquad$ $c)\ \int x^2\cdot \ln x dx$

$d)\ \int \frac{\ln x}{x^2}dx$ $\qquad$ $e)\ \int x\cdot e^{2x}dx$ $\qquad$ $f)\ \int x\cdot \sin 2x dx$

٤۱ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه د ټوټه انتیګرال له لارې وشمېرئ.
که اړیینوي، نو په ٤۰ –م تمرین کې شمېرلې نتیجې وکاروئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^2 \cdot \cos x dx$ $\qquad b)\ \int x^2 \cdot e^x dx$

$c)\ \int x^2 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad d)\ \int x^2 \cdot \cos 2x\, dx$

د پورته کارولي ریکورزیون (   ) فرمول په مرسته لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int x^4 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad b)\ \int \sin^4 x\, dx$

$c)\ \int x^3 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad d)\ \int \cos^6 x\, dx$

٤٤ - لومړی د ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتیگرالونه حل کړئ.

$a)\ \int \frac{1}{x^2-1} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{1}{x^2+6x+8} dx$

$c)\ \int \frac{3x+2}{x^2-x-2} dx$ $\qquad d)\ \frac{x^2-12x+12}{x^3-4x} dx$

اصلي مات رئبنتوني توابع، چې صورت(متلاندې) هم لاینئز یا کربنیز ضریبونه لري.

٤٥ _ لومړی به ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بیا لاندې نا:لي انتیگرالونه حل کړئ

$a)\ \int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{3x}{x^2-6x+9} dx$

$c)\ \int \frac{x^3-1}{x^4+x^3} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4}$

٤٦ - لومړی د هریوه لپاره په ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{3x+4}{x^3-2x-4} dx$

$c)\ \int \frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13} dx$

٤٧ - لومړی د پولینوم ویش سرته ورسوئ او پسې لاندې ناټاکلي انتیگرالونه پیداکړي.

$a)\ \int \frac{x^2}{x+1} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}\ dx$

$c)\ \int \frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{2x^3+x^2}{x^3-1} dx$

٤٨ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه پیداکړئ.

$a)\ \int \sqrt{x^2-5}\, dx$ $\qquad b)\ \int \sqrt{5x^2+10}\ dx$

$c)\ \int \sqrt{x^2-6x+8}\ \ dx$ $\qquad d)\ \int \sqrt{2x^2+4x+6}\ \ dx$

٤٩ - لاندې ناټالي انتیگرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int \sqrt{x^2+2x}\,dx$ $b)\ \int \sqrt{x^2-4x}\ dx$

$c)\ \int x\cdot\sqrt{x^2+4x+3}\ dx$ $d)\ \int (x+2)\cdot\sqrt{x^2+2x+2}\,dx$

۵۰ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{x^2}{x}\,dx$ $b)\ \int \frac{1}{x^3}dx$ $c)\ \int (1-2x^2+x^3)\,dx$

$d)\ \int (x^2-3x-6)\,dx e)\ \int x\cdot\sqrt{x}\,dx$ $f)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}\ dx$ $g)\ \int \frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}\ dx$

$h)\ \int \frac{3x\cdot\sqrt{x^3}}{x^2}\ dx; i)\ \int \frac{x^2+3x-2}{x}\ dx$ $j)\ \int \frac{x-5}{\sqrt{x}}\ dx$

۵۱ – لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int 2(5-4x)^3 dx$ $b)\ \int \sqrt{5x+2}\ dx$ $c)\ \int x\cdot e^{x^2}\,dx$

$d)\ \int x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}\ dx$ $e)\ \int \frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx$ $f)\ \int \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx$

$i)\ \int \frac{x}{x^2+2x+3}\ dx$ $j)\ \int \frac{1}{2x^2+9}dx$ $k)\ \int \frac{x}{x^2+2x-3}dx$

$l)\ \int \frac{1}{x^2-10x+25}\ dx$ $m)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}\,dx$ $n)\ \int \frac{1}{x^2+12x+40}\ dx$

۵۲ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \ln(2x-3)\,dx$ $b)\ \int \cos 3x\,dx$ $c)\ \int 2^{3x+1}dx$ $d)\ \int \lg 4x\,dx$

$e)\ \int x\cdot\ln x\,dx$ $f)\ \int \sqrt{x}\cdot\ln x\,dx$ $g)\ \int e^x\cdot\cos x\,dx$ $h)\ \int x\cdot\cos x\,dx$

۵۳ – و ښایئ،چې لاندې ورکړل شوې توابع په ورکړشوي انتروال کې لومړنئ توابع نه لري، مګر په I کې انتیګراوړ دي.
په لاندې انتروال کې یې انتیګرال ارزښت ورکړئ.

$a)\ I=[-2;5]$

$$f(x)=\begin{cases}-x & ; \quad x\le 1\\ \frac{1}{2}x & ; \quad x>1\end{cases}$$

$b)\ I=[-3;4]$

$$f(x)\begin{cases}2 & ; \quad -3<x\le -1\\ 1 & ; \quad -2<x\le 1\\ 2 & ; \quad 1<x\le 4\end{cases}$$

۵٤ – د f تابع د f(x) = |x-1| سره په انتروال I=[-3,3] د x=1 سره مشتقوړ نه ده، وښایئ، چې سره له دې هم انتیګرالوړ ده.

۵۵ - د لاندې توابعو منحنی ارزښت په ورکړ شوو انتروالونو پیدا کړئ.

$a)\ f(x)=x^2-2x+2\ \ mit\ \ x\in[-1x;4]$

$b)\ f(x)=x+1\ \ mit\ \ x\in[0;6]$

$c)\ f(x)=\sin\ \ mit\ \ x\in[0;\pi]$

mit د... سره په معنا

(c) ketabton.com: The Digital Library

٥٦ - و ښايي جې د f کرښيز(خطي) تابع f(x0) منځ ارزښت د f(x)=mx=n سره په انتروال $[a,b]$ نخښه ونه $x_0 = \frac{a+b}{2}$ اعتبار لري..

٥٧ _ په ورکړ شوي انتروال کې د د x محور او ګراف ترمنځ سطحې وشمېرئ.

$a)\ f(x) = x^2 + 1 \quad , \quad x \in [-2;1]$

$b)\ f(x) = 2 + \sin \quad , \quad x \in [0;\pi]$

$c)\ f(x) = -x^2 - 4x - 5 \quad , \quad x \in [-3;0]$

$d)\ f(x) = 1 + \frac{1}{x} \quad , \quad x \in [1;e]$

٥٨ _ د انتروااال پورتنی پوله b داسې وشميرئ، چې د پاراپول $p:\ y = x^2 + 2x + 2$ او م x -حور ترمنځ سطحه په انتروال [-2;b] کې کې عدد ٦ ونيسي.

٥٩ _ لاندنئ د انتروالپوله a داسې وټاکئ، چې د پارابول $p:\ y = 3\sqrt{x}$ او x - محور تر منځ سطحه په انتروال $[a;4]$ کې عدد ١٤ واخلي.

٦٠ - يو پورته لور ته کښول شوی نورمال پارابول دې د x-محور سره په انتروال کې $[-1;2]$ يوه سحه د کچ عدد ٩ سره رابنده کړئ.

د پارابول مساوات وټاکئ.

٦١ - ضريب a داسې وټاکئ، چې د f(x)=a.sinx ساين تابع د x- محور سره په انتروال $[0;\pi]$ کې عدد 4 رابند کړي.

٦٢ - د کرښې g:y=0,5x+2 او د پروتولاړ سيستم(وضعيه قېمت تر منځ) سطحه وشمېرئ.

د ساده شميرنې له لارې يې و ازمايئ.

٦٣ - د ګراف او X محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{13}{4}x + 3$ $\qquad$ $b)\ f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x$

$c)\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ $\qquad$ $d)\ f(x) = -x^2 + 6x - 5$

٦٤ - په ورکړ شوي انتروال کې د ګراف او x محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x) = x - 2 \quad , \quad x \in [-2;3]$

$b)\ f(x) = x^2 - x - x \quad , \quad x \in [1;5]$

$c)\ f(x) = x^2 - 8x + 12 \quad , \quad x \in [0;8]$

٦٥ - د اکسپوننشل منحني g د $y = e^x$ سره او د پارابول p د $y = -x^2 - 1$ سره را بنده سطحه په انتروال $[0;1]$ کې وشمېرئ.

٦٦ - د کرښې g د y=2x+2 سره د ساينh منحني د y=sinx سره او له اينتروال $[0;2\pi]$ څخه رابنده سطحه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٦٧ - پارابولونه p_1 د $y=x^2-3$ سره او p_2 د $y=2x^2+1$ سره په اینټروال [-1;2] کې یوه سطحه را بنده وي.دا رابنده سطحه و شمېرئ.

٦٨ – د پارابول P د $y=\sqrt{x}$ سره او کرښه g یې د $y=-x-1$ سره په اینټروال [0;4] کې رابنده سطحه لرو. دا را بنده سطحه وشمیرئ.

٦٩ - په اینټروال [-2;1] د کرښې g_1 د $y=x+3$ سره او g_2 د $y=2x+1$ څخه را بنده سطحه وشمېرئ.

٧١ - – پارابول p د $y=x^2-6x+5$ سره او کرښهg د $y=-x+1$ سره رابنده سطحه. د دې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٢ - د g یوه کرښه یو پارابولp د $y=x^2+2$ سره په $x_1=-1$ او $x_2=2$ کې غوڅوي.
د کرښې او پارابول څخه رابندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٣ – د g یوه کرښه یو پارابول p د $y=0,5x^2+x+4$ سره په $x_1=-2$ او $x_2=4$ ټکو کې غوڅوي.
د دې کرښې او پارابول څخه رابندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٤ - د دواړو پارابولونو p_1 د $y=-2x^2+8x-3$ سره او p_2 د $y=x^2-4x+6$ سره را بندې سطحې مساحت وشمېرئ?

٧٥ – د دواړو پارابولونو p_1 د $y=4\sqrt{x}$ سره او p_2 د $y=0,5x^2$ سره را بندې سطحې مساحت وشمرئ.?

٧٦ - د بارابول p د $y=2\sqrt{x}$ سره او کرښې g د $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ سره رابندې سطحې مساحت وشمیرئ.

٧٧ - د ساین د منحني گراف او د کوساین د منحني گراف یو بل په انټروال $0\le x\le 2\pi$ کې غوڅوي.
د دواړوغوڅټکو تر منځ له واړو منحنو را بندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٨ - د تابعf په گراف پروت تانجنت د $y=x^3-2x^2+x-1$ سره او د $x_0=2$ په ځاي کې د تابع د گراف سره رابندې سطحې مساحت و شمیرئ.

٧٩ - د هغې سطحې مساحت وشمېرئ، چې د $x_0=-1$ په ځاي کې په پارابول $y=x^2$ عمود د دې بارابول څخه را بنده وي.

٨٠ - د f تابع گراف د t $y=-\frac{1}{9}x^4+\frac{2}{3}x^2$ سره د x محور سره سطحه پوره رابندوي.
د دې مساحت وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۱ - د f تابع ګراف د $y=\frac{x^3-8}{4x^2}$ سره همداسي درې کرښې د مساواتو $y=\frac{1}{4}x,\ x=1$ او
x = b (b>1) سره پوره رابنده سطحه لرو.
د b د کوم ارزښت لپاره د سطحې مساحت 1,5 دی؟

۸۲ - د p1 پارابول د $y=x^2-3x+3$ سره او p2 پارابول د $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}$ سره پوره رابنده سحه لرو.
د دې سطحې مساحت وښایاست.

۸۳ - د f تابع ګراف د y=a.(1-sin2x), (a>0) سره او د وضعیه قیمت په I (اوله) مربع کې (قیمتونو څخه را بنده سطحه) پوره رابنده سطحه لرو.
د و کومو ارزښتونو لپاره د سطحې مساحت $(\pi-2)$ سطحې یونونه (واحدونه) دی.

۸۴ – د f ګراف د $y=\frac{2}{3}x^3-4x^2+6x$ او د g $y=-x^2+6x$ سره یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې خوندیونه یا دننه هواره وشمیرۍ.

۸۵ – د f ګراف د $y=\sqrt{16-2x}$ سره د پروتولاړمحور سره تړله هواره پوره بندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرۍ.

۸۶ – الف: د f ګراف د $y=\frac{48x}{(x+2)^3}$ سره ، دx –محور یا – څرخونی او د
x=a(a>0)کرښه یوه هواره تړله پوره رابند وي.
د a د کوم ارزښت له پاره دا هواره ۸ د هوارې یوونونه کچه وي.

ب – د f ګراف د $y=\frac{48x}{(x+2)^3}$ سره ، د x– محور یاڅرخونی او کرښه x=4 یوه هواره تړله پوره رابندوي.
د د کوم ارزښت له پاره هواره د هوارې ۱۰ یوونونه کچه وي.

۸۷ – د f ګراف د $y=x\cdot e^{0,5x}$ سره ، دx – محور او کرښه x=1 یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرۍ.

۸۸ – د f ګراف د $y=e^x(x-1)$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرۍ.

۸۹ - د f ګراف د $y=-2x^3-3x^2$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرۍ.

۹۰ - د f ګراف د $y=x^2\cdot(\ln x-1)$, سره ، دx – محور او کرښه x=-5 یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرۍ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۹۱ - د f گراف د $y = e^{\frac{1}{4}x}$ سره او د $y = e^{-\frac{1}{4}x+1}$ سره، کرښه $x=a$ او $x=a+2$ د x– محور یوه هواره پوره رابندوي.
د a د کوم ارزښت له پاره به د دې هواره دننه هواره خورا لويه وي.

۹۲ - د f گراف د $y = \sqrt{9-4x}$ سره د کواورديات محورونو سره يوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشميرئ.

۹۳ - د f گراف د $y = \frac{x^3+12}{2x^2}$ سره، کرښه $x=1$ او $x=4$ د گاونډ يا اسيمپتوت سره ټوله هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشميرئ.

۹۴ - د f گراف د $y = \frac{1}{4}(x^3 - 9x^2 + 23x - 15)$ سره، د x– محور سره ټوله هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشميرئ.

۹۵ – د هوارې منځهواره وشميرئ، چې کرښه g له $y=x+7$ د پارابول p د $y=x^2-5x+7$ سره غوڅوي.

۹۶ ـ د هوارې منځهواره وټاکئ، چې د تابع f کوم گراف يې د $y=2(1 - \cos(x/2))$ سره په انتروال $[0,4\pi]$ د x– محور سره رابندوي.
۹۷ – گراف f د $y = 3 \cdot \sqrt{9-x}$ سره د پروتولاړ سيستم يا کواوردينات محور سره يوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشميرئ.

۹۸ – پارابول $p: y = x^3 - 2ax^2 + a^3$ د $a>1$ له پاره د x -محور سره او د کرښې $x=1$ سره يوه هواره د 2,75 هواريوونو(واحدونو) خونديونې سره رابندوي.
د پارامتر a ارزښت وټاکئ.

99 – د يوه تابع $f: y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$ په سرچينه کې نورماله د دې تابع د گراف سره يوه هواره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وښايئ.

100 - د يوه تابع $f: y = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ گراف د x- محور سرهيوه هواره رابندوي.
په کوم نسبت دا په سرچينه کې کرښه او د f جګټکې دا هواره وېشي؟

-101 د هوارې منځهواره وشميرئ، چې د $f: y = \frac{x^2}{1+x^2}$ له گراف، د x-محور او کرښې $x=1$ څخه رابنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

102 – د $f:\ y=\frac{x}{1+x^2}$ گراف، د x-محور ، کرښه x=a او x=-1 يوه هواره رابندوي.
د a د کوم ارزښت د پاره د دې هوارې منځهواره د هوارې يوون ۱ ارزښت لري؟

103 – کرښه $g:\ y=\frac{2}{\pi}x,$ ، ساين کږه او د x- محور يوه هواره په لومړی څلوری کې رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشميری.

104 – د تابع f:y=x.sinx او g:y=2.sinx گرافونه د π ≥x≥0 د پاره يوه واره رابندوي.
د دې هورې منځهواره يا سطحه وشميری.

105- د تابع $f:\ y=\frac{2e^x}{e^x+1},$ گراف د پروتولاړ سيستم محورونه او کرښه x=2يوه هواره رابندوي.
دا منځهواره (د دې هوارې منځ) وشميری.

106 لاندې د څرخيدونکي بدنونو گراف په x محور څرخي. د داسې منځ ته راغلو څرخېدونو تنونو حجمونه(ډکي) وشمېرئ.

$$a)\ f(x)=2+\sqrt{x}\quad ,\quad I=[0;4]\qquad\qquad b)\ f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2\quad ,\quad I=[2;4]$$

107د لاندې څرخېدونکو بدنونو گرافونه د x محور باندې څرخي داسې منځ ته راغلي حجمونه(ډکي) وشمېرئ او په ساده حساب سره يې وشمېرئ.

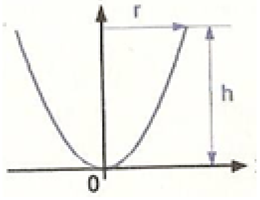
$$a)\ f(x)=-x+5\quad ,\quad I=[0;3]\qquad\qquad b)\ f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\quad ,\quad I=[1;5]$$

108 د لاندې توابعو د څېخون له لارې منځ ته راغلو تنونو حجم وشمېرئ.

$$a)\ f(x)=\sqrt{x}\quad ,\quad |=[0;4]\qquad\qquad b)\ f(x)=(x-2)^2\quad ,\quad I\ |=[1;3]$$

۱۰۹ - د لاندې توابعو گراف د y په محور څرخي. داسې منځ ته راغلي تنونه و شمېرئ او په ساده شمېرنه سره و شمېرئ.

$$a)\ f(x)=x+1\quad ,\quad |=[1;4]\qquad\qquad b)\ f(x)=-\frac{1}{2}x+2\quad ,\quad |=[0;4]$$

	۱۱۰ - د يوه پارابول په خپله سيمترې محور څرخيدل يو لوښي جوړيږي. و ښايئ، چې دا لوښي د فضا ډکی $V=\frac{\pi}{2}\cdot r^2\cdot h$ لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱۱ – کرښه د $y = -\frac{1}{2}x + 4$ د پروتولاړ سیستم سره یوه هواره رابندوي.
د دې څرخون تن پوښشهواره څومره لویه ده، چې د x-محور باندې د څرخون له لارې منځ ته راځي؟
د انتیګرال شمیرنې سره ووشمیرئ او ساده هم.

۱۱۲ – د څرخون بدن پوښهواره څومره لویه ده، چې د x - محور په انتروال $[0;4]$ باندې د پارابول د $y = 2\cdot\sqrt{x}$ سره له څرخون څخه منځ ته راځي.

۱۱۳ – د پارابولp د $y = \frac{1}{6}x^3$ سره د څرخون له لارې په انتروال $[1;2]$ د x–محور باندې یو څرخون بدن منځ ته راځي. د دې بدن پوښهواره وشمیرئ.

۱۱۴– د کرښې g د $y=x+1$ سره د y- محور باندې په انتروال $[1,5]$ یو څرخونبندن جوړوي.
د دې بدن پوښهواره د انتګیرال سره وشمیرئ او د ساده شمیرنې له لارې یې وازمایئ.

۱۱۵ – پارابول p د $y=-(1/4)\ x^2+4$ سره په لومړۍ څلورې کې د کواوردینات له محورونو سره یوه هواره پوره رابندوي.
د بدن پوښهواره وشمیرئ کومه چې د دې بدن د څرخون له لارې د y-محور سره منځ ته راځي.

۱۱۶ – د انتیګرالشمیرنې په مرسته د AB کرښې د$A(2,4)$ او $B(5,8)$سره.
د ساده شمیرنې سره دا لاس ته راوړنه و ازمایئ.

۱۱۷ - په لومړۍ څلورې کې د پارابول اوږدوالی د پارابولp د پاره د $y = \frac{1}{2}\sqrt{x^3}$ سره په انتروال $[0,1]$ کې وشمیرئ.

یوسل او اتلس: وڅیرئ، چې ایا کوم یو له دې لاندې ناټاکلو انتیګرالونو څخه پوله ارزښت لري.

$$a)\ \int_{-\infty}^{0} e^x dx \qquad b)\ \int_{0}^{\infty} \frac{x}{x^2+1}\,dx \qquad c)\ \int_{1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx \qquad d)\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x}{(x^2+2)^3}\,dx$$

$\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x^p}\,dx$ یو سل او نولس: د ځګګې یا اکسپوننت د کوم ارزښت له پاره دا ناټاکلی انتیګرال یو پوله ارزښت لري؟

یوسل او شل:لاندې توابع د انتروال د یوې پولې له پاره پیژند نه لري یا نه دې تعریف.
وڅیرئ، چې ایا دا ټاکلی انتیګرال په دې انتروال یو پولهارزښت لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x}$, $I = [0;1]$ b) $f(x) = \ln x$, $I = [0;1]$

c) $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$, $I = [1;2]$ d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $I = [-1;1]$

e) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3-8}$, $I = [0;2]$ f) $f(x) = \dfrac{e^x}{1-e^x}$, $I = [0;1]$

د دفرنشل مساوات پوښتنو ته ځوابونه

د 66 (1) او 67(2) تمرينونو ځواب:

$$66.\ a)\ m = \frac{4-2}{5-3} = 1 \qquad b)\ m = \frac{1-4}{3-2} = -3$$

$$67.\ a)\ f'(2) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(2+\Delta x)^2 - 2^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(4+\Delta x)}{\Delta x} = 4$$

$$b)\ f'(3) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{0.5(3+\Delta x)^2 - 0.5 \cdot 3^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(3+0.5\Delta x)}{\Delta x} = 3$$

68(3): کمښتويش(د تفاضلونو ويش) د د کږې(منحني) د دوه ټکو P او Q ترمنځ جگوالی دی. مشتق د کږې په يوه ټکي P د تانجنت جگوالی دی.
مشتق د کمښتويتويش پوله ارزښتدی، که Q و P ته نزدې شي يا وهڅيږي.
69(4): د غوځوني يا قطاع جگوالی د منحني په ټاکلي انتروال کې د منحني جگوالی دی.
د تانجنت جگوالی په يوه ټاکلي ټکي کې د منحني جگوال لپاره يوه اندازه ده.
د تانجنت جگوالی د غوځوني يا قطاع د جگېدنې انتروال کوجني کول دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

70. a) $f'(x)=5x^4$
b) $f'(x)=6x^5$
c) $f'(x)=-\frac{2}{x^3}$, $x\neq 0$
d) $f'(x)=-\frac{5}{x^6}$, $x\neq 0$
e) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x>0$
f) $f'(x)=\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$, $x>0$
g) $f'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$, $x>0$
h) $f'(x)=-\frac{3}{3\sqrt[3]{x^4}}$, $x>0$

71. a) $f'(x)=x^4$
b) $f'(x)=8x^3$
c) $f'(x)=-\frac{8}{x^3}$, $x\neq 0$
d) $f'(x)=-\frac{9}{x^4}$, $x\neq 0$
e) $f'(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}$, $x>0$
f) $f'(x)=\frac{4}{\sqrt{x^3}}$, $x>0$

72(7): د f تابع گراف د $f(x)=g(x)+c$ سره د g له گراف څخه د y په لور د غبرگ راکښني له لارې منځ ته راځيز
د f گراف د $x=x_0$ په ځاي کې د هر c ارزښت لپاره همغه جگوالی لري لکه د g گرااف . له دې امله $f'(x)=g'(x)$. لرو.

73(8): د f تابع گراف د $f(x)=a\cdot g(x)$ د g د گراف د x په محور عمود غزوني څخه منځ ته راځي. د f گراف له دې امله د $x=x_0$ په ځاي کې a ځله جگوالی لري لکه د g گراف. او په همدې ډول a ځله يا واره مشتق. له دې امله $f'(x)=a.g'(x)$ دی.

74. a) $f'(x)=16x^3-9x^2+2x-1$
b) $f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x>0$
c) $f'(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{3}{x^4}$, $x\neq 0$
d) $f'(x)=6x+0.4$

75. a) $f'(x)=5x^4--8x^3+3x^2$
b) $f'(x)=6x^2-4x+1$
c) $f'(x)=10x^4+4x^3-27x^2-10x-5$
d) $f'(x)=36x^2+10x+10$

76. a) $f'(x)=\frac{-x^4+12x^2-2x}{(4-x^2)^2}$, $|x|\neq 2$
b) $f'(x)=\frac{2(x^2+2x-1)}{(x+1)^2}$, $x\neq -1$
c) $f'(x)=\frac{2x^4+7x^2+16x+3}{(2x^2+3)^2}$, $x\in IR$
d) $f'(x)=\frac{-x^4-2x^2+4x-1}{(x^3-2x^2+x)^2}$, $x\neq 0 und\, x\neq 1$

77(12): د u(x) =1 او v(x) = g(x)سره د ويش قاعدې کې ځاي په ځاي کولو له لارې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$77. \quad f'(x) = \frac{0 \cdot g(x) - 1 \cdot g'(x)}{g(x) \cdot g(x)} = \frac{-g'(x)}{g(x) \cdot g(x)}$$

78. $a)\ f'(x) = 32x^3(4x^4 - 3)$

$b)\ f'(x) = 2(6x+4)(3x^2 + 4x - 5) = 4(3x+2)(3x^2 + 4x - 5)$

$c)\ f'(x) = 6(2x-7)^2$ $\qquad d)\ f'(x) = -36x^2(5 - 3x^3)^3$

79. $a)\ f'(x) = \dfrac{12x+3}{(2x^2+x)^4}\ ,\quad D = IR \setminus \left\{-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right\}$

$b)\ f'(x) = -\dfrac{4}{(x-5)^5}\ ,\quad x \neq 5$

$c)\ f'(x) = \dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ ,\quad x > 0$ $\qquad d)\ f'(x) = -\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}\ ,\quad x < 1$

80. $a)\ f'''(x) = 6$ $\qquad b)\ f'''(x) = 48x + 18$

$c)\ f'''(x) = 10x^4 + 4x^3 - 27x^2 - 10x - 5$ $\qquad d)\ f'''(x) = \dfrac{18}{(2-x)^4}\ ,\quad x \neq 2$

81(   ): د هر مشتق نيوني سره د په توان عدد يا اکسپوننت په 1 کمېږي. د ـم مشتق پسې خورا جگ اکسپوننت کيږي. د لاندې بڼې يو ترم منځ ته راځي: $f_{(x)}^{(n)} = k \cdot x^0 = k \cdot 1 = k$ او له دې سره ثابته k.

81. $a)\ f'(x) = 3\cos 3x$

$b)\ f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

84)

$c)\ f'(x) = 2\sin \cos x = \sin 2x$ $\qquad d)\ f'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x} + 4\cos 2x$

$e)\ f'(x) = 2x\cos x$ $\qquad f)\ f'(x) = \dfrac{2}{(x+1)^2}\cos\dfrac{x-1}{x+1}\ ,\quad x \neq -1$

81. $a)\ f'(x) = n \cdot \cos x \cdot \sin^{n-1} x$

(   ): د $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ سره د وېشقاعده استعمال ته ځان رامنځ ته کوي:

$$\Rightarrow\ f'(x) = \frac{\cos x \cos x + \sin x \sin x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$85. \quad f'(x) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

86 (   ) لومړی امکانات $f(x) = \cot x = \dfrac{1}{\tan x}$

د ځنځيرې قانون له مخې: $f'(x) = -\dfrac{\dfrac{1}{\cos^2 x}}{\tan^2 x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنه بدلون: $f'(x) = -\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$

دویم امکانات: $f(x) = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

د وېش قانون له مخې: $f'(x) = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}$

بنه بدلون: $f'(x) = \frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$

87( ): د ساین همداسې د کوساین توابعو مشتق بیرته یوه له همدې توابعو ده، پس بیا مشتقوږ دي.

88. $a)\ f'(x) = -6 \cdot e^{-2x+1}$ $\quad b)\ f'(x) = 2(x+1)e^{x^2+2x-1}$

$c)\ f'(x) = x \cdot e^x$ $\quad d)\ f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x}} = \frac{1}{2}\sqrt{e^x}$

$e)\ f'(x) = x^{n-1}e^x(n+x)$ $\quad f)\ f'(x) = k \cdot e^{kx}$

$g)\ f'(x) = -\frac{1}{2x^2} \cdot 2^{\frac{2}{2x}} \cdot \ln 2\ ,\ x \neq 0$ $\quad h)\ f'(x) = -3\ln 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{3x}$

$i)\ f'(x) = 1 \cdot a^{\sqrt{x}} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot a^{\sqrt{x}} \cdot \ln a = a^{\sqrt{x}}(1 + \frac{x}{2\sqrt{x}} \cdot \ln a)\ ,\quad x > 0$

$j)\ f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x + 1}}$

$k)\ f'(x) = \frac{e^x(1-e^x) + e^x \cdot e^x}{(1-e^x)^2} = \frac{e^x - e^{2x} + e^{2x}}{(1-e^x)^2} = \frac{e^x}{(1-e^x)^2}\ ,\quad x \neq 0$

$l)\ f'(x) = \frac{e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} - e^{2x} + 2e^0 - e^{-2x}}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$

89( ): $a)\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{2 \cdot \left(\sqrt{x}\right)^2}$

دا چې $\ln \sqrt{x}$ فقط د $x > 0$ (1) لپاره تعریف دی، نو د $x = \left(\sqrt{x}\right)^2$ سره اختیاط په کار دی.

پنه بدلون به راکړي: $e\quad f(x) = \ln \sqrt{x} = \frac{1}{2}\ln x \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{2x}$

د $\frac{1}{2x}$ ترم د ټولو $x \neq 0$ لپاره تعریف دی مگر د مشتق تابعه دومره لوي تعریف سټ نه شي لرودی لکه f یې چې لري، نو د (1) له مخې مشتق تابع هم د $x \succ 0$ لپاره تعریف ده.

$b)\ f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}\ ,\ |x| > 2$

c) د (1) تابع f د $x \succ 0$ لپاپه تعریف ده. دلته هم د زنځیري قانون څخه بنه بدلون مساعد دی.

$f(x) = \ln 2 - 3\ln x \ \Rightarrow\ f'(x) = -\frac{3}{x}$ (د لته د $x \neq 0$ له امله ممکن دی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د f' تعریف سټ باید د f تعریف سټ برخه سټ وي. له دې امله د (1) له مخې مشتقوړ دی د $x \succ 0$ لپاره او نه د $x \neq 0$ لپاره

$$d)\quad f(x)=\ln(x+1)-\ln x \;\Rightarrow\; f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}=-\frac{1}{x(x+1)}\;,\quad x<-1 \vee x>0$$

$$e)\quad f(x)=2x\cdot{}_2\log x \;\Rightarrow\; f'(x)=2\cdot 1\cdot{}_2\log x+2x\cdot\frac{1}{x\cdot\ln 2}$$

$$f'(x)=2\frac{\ln x}{\ln 2}+2\frac{1}{\ln 2}=\frac{2}{\ln 2}(\ln x+1)\;,\quad x>0$$

$$f)\quad f'(x)=4x^3\cdot\lg x+(x^4-1)\cdot\frac{1}{x\cdot\ln 10}=\frac{4x^3\ln x}{\ln 10}+\frac{x^3}{\ln 10}-\frac{1}{x\ln 10}$$

$$f'(x)=\frac{1}{\ln 10}(4x^3\ln x+x^3-\frac{1}{x})\;,\quad x>0$$

$$g)\quad f'(x)=\frac{\frac{1}{x}(x+2)-\ln x\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{(x+2)-x\ln x}{x(x+2)^2}\;,\quad x>0$$

$$h)\quad f'(x)=\frac{4x^3\ln x-x^4\cdot\frac{1}{x}}{\ln x\cdot\ln x}=\frac{4x^3\ln x-x^3}{(\ln x)^2}=\frac{x^3\cdot(4\ln x-1)}{(\ln x)^2}\;,\quad x>0$$

90 ( ) : ماکسیمال تعریف سټ(- ډېرې)

الف: ماکسیمال تعریف سټ: $x_2=4\; x\succ 0$ $x+3\geq 0 \Rightarrow D=\{x\,|x\geq -3\}$

لومړی مشتق: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}$

دا چې مخرج باید صفر نه وي، نو f د $x\succ -3$ لپاره مشتقوړ دی.

$$b)\quad (x-2)(x-4)\geq 0 \;\Rightarrow\; D=\{x\,|\,x\geq 4\vee x\leq 2\}$$

$$f'(x)=\frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+8}}$$

$$b)\quad (x-2)(x-4)\geq 0 \;\Rightarrow\; D=\{x\,|\,x\geq 4\vee x\leq 2\}$$

$$f'(x)=\frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+8}}$$

د f تابع د $x_1=2$ او لپاره مشتقوړ ده.

$$c)\quad D=IR_0^+\;,\quad f(x)=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}\;;\quad f'(x)=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{x}}{2}$$

د f تابع د $x\in R^+$ لپاره مشتقوړ ده.

d) د $x^2+2\geq 2$ له امله D=Rدی.

$f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ ، له دې امله f په ټول تعریف سټ باندې مشتقوړ دی.

91 ( ) : f(x) = ln x فقط د $x\succ 0$ لپاره تعریف دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f(x)=\frac{1}{x}$ تابع د ټولو $x\neq 0$ لپاره تعریف ده. $f'(x)=\frac{1}{x}$ تابع د لوګاریتمي تابع مشتق په ځېر نه شي کېدی د f د تعریفسټ څخه لوی تعریف سټ ولري. پس f' فقط د $x\succ 0$ لپاره تعریف ده.

92) $a)\ D=\{x\,|\,|x|>1\}\ ,\ \ f'(x)=\frac{4x^3x^4-1}{}$

تابع $g(x)=\frac{4x^3}{x^4-1}$ به د ټولو $|x|\neq 1$ لپاره تعریف تعریف واي.

د f لپاره د مشتق تابع f' فقط د $|x|\succ 1$ لپاره تعریف وي. دا له دې سره په ټول تعریف سټ کې شته دی.

$b)\ D=\{x\,|\,x>-2\}\ ,\ \ f'(x)=\frac{2}{2x+4}=\frac{1}{x+2}$

د مشتق تابع په ټول تعریف سټ کې شتون لري یا شته دی.

93. $a)\ f'(x)=4x^9-x^4$ $\qquad b)\ f'(x)=12x^3-12x^2+22x-7$

$c)\ f'(x)=40x^7-18x^5-\frac{30}{x^4+\frac{56}{x^8}}$ $\qquad d)\ f'(x)=6x^2+34x-61$

$e)\ f'(x)=3\sin x-2x\cos x$ $\qquad f)\ f'(x)=3\cos x\cdot\sin^2 x$

$g)\ f'(x)=e^x-e^{-x}$ $\qquad h)\ f'(x)=x^2e^x$

$i)\ f'(x)=\frac{5e^x}{(2e^x-1)^2}$ $\qquad k)\ f'(x)=\frac{2e^x(x^3+x^2-3x+3}{x^2}$

$l)\ f'(x)=\frac{2(1-\ln x^2)}{x^3}$ $\qquad m)\ f'(x)=\frac{\ln x-x+1}{(1-x)^2}$

$n)\ f'(x)=\frac{x\cos x\ln x-\sin x}{x\cdot(\ln x)^2}$ $\qquad o)\ f'(x)=\frac{3x}{\ln 10}(2\ln x+1)$

$p)\ f'(x)=\frac{1}{\tan x}$ $\qquad q)\ f'(x)=\frac{8x+1}{2\sqrt{4x^2+x+1}}$

$r)\ f'(x)=\sin 2x\cdot e^{\sin^2 x}$ $\qquad s)\ f'(x)=e^{-2x}(-2x^2+2x-6)$

94. $a)\ f'(x)=n\cdot\cos x\cdot\sin^{n-1}x$ $\qquad b)\ f'(x)=\frac{n\cdot(\ln x)^{n-1}}{x}$

$c)\ f'(x)=\frac{a}{n\cdot\sqrt[n]{(ax+b)^{n-1}}}$ $\qquad d)\ f'(x)=-\frac{n}{x^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{n-1}$

95. $a)\ f'(x)=2xe^{x^2}\ ,\ \ f''(x)=2e^{x^2}(1+2x^2)\ ,\ \ f'''(x)=4xe^{x^2}(3+2x^2)$

$b)\ f'(x)=2\cos^2 xx-1\ ,\ \ f''(x)=-4\sin x\cdot\cos x\ ,\ \ f'''(x)=-8\cos^2 x+4$

$c)\ f'(x)=1-\frac{1}{x^2}\ ,\ \ f''(x)=\frac{2}{x^2}\ ,\ \ f'''(x)=-\frac{6}{x^4}$

$d)\ f'(x)=(x^2+2x)e^x\ ,\ \ f''(x)=(x^2+4x+2)e^x\ ,\ \ f'''(x)=(x^2+6x+6)e^x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

96 ( ) د طبيعي $f(x)=e^x$ اکسپوننشل تابع د $f'(x)=e^x$ له امله ټول مشفقونه د وتنونمشتق یا پیلمشتق برابر دي.

97 ( ) :

97 ( ) : الف) د $f(x)=e^{2x}$ تابع $f'(x)=2e^{2x}=2.f(x)$ مشتق لري.

ب) د $f(x)=e^{-x}$ تابع $f'(x)=-e^{-x}=-f(x)$ مشتق لري

98 ( ) : د $f(x)=\sin x$ تابع څلورم مشتق $f^{(4)}(x)=\sin x$ لري.

همداسي د $f(x)=\cos x$ لپاره باور لري د $f^{(4)}(x)=cosx$ سره.

99. a) $f'(x)=ae^{ax}$, $f''(x)=a^2e^{ax}$, $f'''(x)=a^3e^{ax}$, ... $f_{(x)}^{(n)}=a^ne^{ax}$

b) $f'(x)=\frac{1}{x+1}$, $f''(x)=-1\cdot1\cdot\frac{1}{(x+1)^2}$, $f'''(x)=1\cdot2\cdot\frac{1}{(x+1)^3}$

$f^{(n)}=(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!\cdot(x+1)^{-n}$

100. a) $N_1(-30), N_2(-0.5/0), N_3(2/0)$ b) $N_1(0/0), N_2(2/0), N_3(4/0)$

b) $N_1(0/0), N_2(2/0), N_3(4/0)$ d) $N_1(-\frac{1}{2}/0),\ N_2(\frac{1}{2}/0),\ N_3(\frac{1}{3}/0)$

d) $N_1(-2/0),\ N_2(-1/0),\ N_3(1/0),\ N_4(3/0)$

e) $N_1(-5/0), N_2(2/0)$

101( ): ږدو (یاپیل) $f(x)=a(x=2)\cdot x\cdot(x-4)$ د $f(2)=-8, a=\frac{1}{2}$ سره

لاس ته راوړنه: $f(x)=\frac{1}{2}x^3-x^2-4x$

102( ) ږدو (پیل $f(x)=a\cdot(x-3)^2(x-0.5)^2$ د $4=9$, $a=4$, $f(0)=9$ سره

پایله: $f(x)4x^4-28x^3+61x^2-42x+9$

103( ) : پیل $f(x)=a(x+1)^2\cdot x\cdot(x-2)$ د $a=\frac{10}{9}$; $f(\frac{1}{2})=-\frac{15}{8}$ سره

پایله: $f(x)=\frac{10}{9}x^4-\frac{10}{3}x^2-\frac{20}{9}x=\frac{10}{9}(x^4-3x^2-2x)$

104( ) : الف) $D=R\setminus\{-4\}$ ږدو (پیل): $x^2+2x-15=0$

پایله: $N_1(0,5|0), N_2(3|0)$

b) $D=IR\setminus\{0\}$; $N_1(-2/0)$, $n_2(2/0)$

c) $D=IR\setminus\{0,5\}$; $N_1(-1/0)$, $n_2(3/0)$

d) $D=IR\setminus\{-5\}$; $N_1(0/0)$, $n_2(1/0)$

105 ( ) : $a=2$, $b=-0.25$ او $d=0$ په تابع کې سملاسي ږدو، نو لاس ته راځي:

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2-0.25-0.5}{x}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

106) (: د $x=\sqrt[3]{\frac{2^3}{a^3}}=\frac{2}{a}$ $\Rightarrow$ $x^3=\frac{8}{a^3}$ $\Rightarrow$ $a^3x^3-8=0$ اینسوونه صفرځای راکوي:

$N(\frac{2}{a},0)$

$\frac{2}{a}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ a=4$

107 ( ): د $x=1$ په پوره کوچني چاپيريال کې صفر تل مثبت دی. صورت د $x>1$ لپاره مثبت دی او د $x<0$ لپاره منفي. د سره مختخښه بدليږي او له دې سره سم بدلو ن د 4 ځلورمی(ربع) څخه و 1 ځلورمې(ربع)سره صورت نيسي.

108( ): الف) د $e^{-x}>0$ له امله دی د $x^2-1=0\Rightarrow N_1(-1,0),N_2(1,0)$ لپاره.

ب) $\sqrt{6-x}$ او لـــه دې ســـره ســـم f د $x\le 6$ لپـــاره تعريـــف دي. $f(x)=0$ دی د $x=0\Rightarrow N_1(0,0)$ او $6-x=0\Rightarrow N_2(6,0)$ لپاره.

پ) $\ln(x+2)$ او f د $x>-2$ لپاره تعريف دي.
$f(x)=0$ دی د $x=0\Rightarrow N_1(0,0)$ او $\ln(x+2)=0\Rightarrow x+2=1\Rightarrow x=-1\Rightarrow N_2(-1/0)$ لپاره

ت) $\ln x$ او لـــــه دې ســـــره f د $x>0$ لپـــــاره تعريـــــع دی. $f(x)=0$ دی د $x^2-2\ {}^{(1)}\!=0\Rightarrow N_1(\sqrt{2},0)$ لپاره او د ln x لپاره لرو: $N_2(1,0)$

يادونه: د دمساوات دويم حل مو (1) صفرځای ته بيابيو ځکه چې $x=-\sqrt{2}$ تعريف ستړ پورې اړه نه لري.

ټ) $f(x)=0$ دی، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1\ \Rightarrow\ 1+x=1-x\ \Rightarrow\ x=0\ \Rightarrow\ N(0/0)$

ث) $f(x)=0$ دی ، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1\ \Rightarrow\ 1+x=1-x\ \Rightarrow\ x=0\ \Rightarrow\ N(0/0)$

ج) $f(x)=0$ ځکه چې $3x=0\ \Rightarrow\ N(0,0)$

109( )د $3x=k\pi$ سره صفرځايونه په $x=k\frac{\pi}{3},k\in Z$ کې پراته دي.
په ورکړ شوي انتروال کې په دې ځايونو کې:

$$-2\pi-5\frac{\pi}{3},-4\frac{\pi}{3},-\pi,-2\frac{\pi}{3},-\frac{\pi}{3},0,\frac{\pi}{3},\pi,2\frac{\pi}{3},\pi,4\frac{\pi}{3},5\frac{\pi}{3},2\pi$$

ب) صفرځايونه په $i\,x=(k-\frac{1}{4})\cdot\pi=(4k-1)\frac{\pi}{4},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځايونه: $i-\frac{5}{4}\pi,\frac{3}{4}\pi,\frac{7}{4}\pi$

پ) صفرځايونه په $x=(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځايونه: $i-\frac{3}{2}\pi,-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت) صفرځایونه په $x = k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = (3k+1)\cdot\frac{\pi}{6},\ k \in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځایونه: $-\frac{11}{6}\pi, -\frac{4}{3}\pi, -\frac{5}{6}\pi, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{5}{3}\pi$

110( ): الف) د $x = 1$ لپاره $\ln x = 0$ دی. د $x^2 \geq 0$ له امله $x^2 + 3 \geq 3$ دی او له دې سره د $\ln x = 1$ لپاره اړیین ارزښت 1 نه شي نیولی.

ب) $x^2 + 1 \geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځای کې صفر نه دی. دلته مخرج بې معنا دی.

پ) د $e^x > 0$ ټولو $x \in R$ لپاره دی. دلته هم مخرج بې معنا دی.

ت)د $\sin^2 x \geq 0$ له امله $1 + \sin^2 x \geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځای کې صفر نه دی.

111( ) : یوه تابع یو تنظیم $x \to f(x)$ دی، د کوم سره چې د یوه x سره یواځنی یو $f(x)$ ترتیب یا تنظیم شوی وي. له دې امله کېدی شي $x = 0$ سره ټیک یو $f(x)$ تابع ارزښت تنظیم شوی وي. او له دې سره ټیک یو غوڅټکی د y محور سره ولري. او په ځت کېدی شي د تعریف سټ یو ارزښت د ارزښت سټ په ډېرو توکو تنظیم شوی وي. د $f(x) = 0$ تابع ارزښت کېدی شي ډېرواره رامنځ ته شي، چې د ډېرو صفرځایونو په معنا دی.

112 ( ) : که یوه تابع د خپل تعریف سټ باندې برعکس کېدونکی وي، باید سربېره پردې نظم $x \to f(x)$ یواځنی وي(یعنی معکوس کېدونکی هم وي)، دا په دې معنا چې $f(x) = 0$ تابع ارزښت ټیک یو وار نیول کېدی شي ، چې بېلا بېل صفرځایونه ناممکنوي.

113. a) $S_y(0/-1)$ b) $S_y(0/0)$

c) $S_y(0/0)$ b) $S_y(0/\frac{4}{3})$

e) $S_y(0/-\frac{2}{e})$ b) $S_y(0/e^2)$

114( ) : وي دې: $f(0) = a_n \cdot 0 = a_{n-1} \cdot 0 + \ ...\ a_1 \cdot 0 + a_0 = a_0$

یو تام راشنل تابع د y محور تل د هغه په مطلق ارزښت کې غوڅوي $P(0, a_0)$: $y = a_0$.

115). $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 1$, $f(1) = -1$, $f'(x) = -3$; $f(2) = -1$, $f'(2) = 7$

116( ) $f'(x) = 3x^2 - 2x - 2$ صفرځایونه: $x_1 = -1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 2$

جګدنه: $f'(-1) = 3,\ f'(0) = -2,\ f'(2) = 6$

117. $f'(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$; $P_1(0/-4),\ P_2(0.5/-3.47(,\ P_3(1/-3)$

118. $f'(x) = x^2 - x - 6$; $P_1(-2/11),\ P_2(3/-\frac{1}{2})$

119. a) $f'(x) = \frac{2x^3 - x^2 - 4}{x^2}$; $f(1) = 4,\ f'(1) = -3$

b) $f(-3) = 6,\ f'(-3) = -8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

120( ): لومړی مشتق $f'(x)=\frac{2x\cdot x-(x^2-4)\cdot 1}{x^2}=\frac{x^2+4}{x^2}$

پیل: $2=\frac{x^2+4}{x^2} \Leftrightarrow 2x^2=x^2+4 \Rightarrow x_1=-2,\ x_2=2$

که $x_1 \wedge x_2$ په تابع ارزښت کي کیږدو، نو لاس ته تري راځي: $P_1(-2,0) \wedge P_2(2,0)$

$b)\ P(-1/-3)$

121. $a)\ f(1)=0,\ f'(x)=\ln x+1),\ f'(1)=1$ $b)\ f(\sqrt{\pi}=0,\ f'(\sqrt{\pi})=-\sqrt{\pi}$

122. $a)\ f'(x)=(2x-x^2)e^{-x},\ x_1,\ x_2=2$ $b)\ x_1=0$

123( ) : لومړی مشتق $f'(x)=(x+a+1)\cdot e^x$

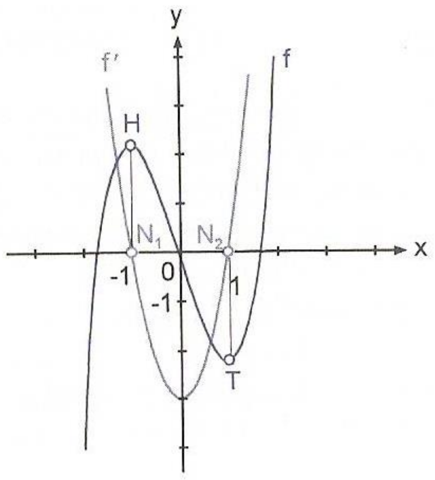
ځاي په ځاي کړئ: $2=e^0\cdot(0+a+1) \Rightarrow 2=a+1 \Rightarrow a=1$

124. $a)\ H(-1/15),\ T(3/-17)$ $b)\ H(-1/4.5),\ T(2/-9$

$c)\ H(0.5/10.5),\ T(2.5/5.5)$ $d)\ H(0/5),\ T_1(-\sqrt{2}/1),\ T_2(\sqrt{2}/1)$

$e)\ H(-2/48,\ T(2/-48)$ $f)\ H(2/3\frac{1}{3}),\ T_1(0/-2),\ t_2(3/2.5)$

125 ( ) الف: د f ګراف یو خورا جګ ټکی H په -1 کي لري او خورا ټیټ ټکی T په 1 کې. د ګراف په دې ځایونو کې د f' ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.



ب) د f ګراف یو جګټکی H په -2 کې لري او یو ټیټټکی T په 0 کې لري. په دې ځایونو کې د f' ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.

126( ) : د n – مې درجې یو ټول هوښیار یا راشنل تابع یو د $(n-1)$ – مې درجې د مشتق تابع لري. د $(n-1)$ – مې درجې تابع زیات له زیاته $n-1$ صفرځایونه لري. له دې امله n – مې درجه ټول راشنل تابع زیا له زیاته $n-1$ انحرافي ځایونه لري.

127( ):کېد شي حالت $f''(x)=0$ منځ ته راشي. نو بیا د دویم مشتق په مرسته کېدی نه شي د انحراف ټکي په هکله پرېکړه وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که په x_0 کې د لومړي مشتق روسته د مخنخښي تغیر له مثبت څخه و منفي ته صورت ونیسي، f د x_0 په ځاي کي يو جگټکی لري، سره له دې چې شرايط $f''(x)<0$ پوره نه دي.

128( ): الف) لومړی مشتق $f'(x)=2x^2+8x+8$

دویم مشتق $f''(x)=4x+8$

د انحرافي ارزښت لپاره اړيين شرطونه $f'(x)=0$

$$2x^2+8x+8=0 \Leftrightarrow x^2+4x+4=0 \Rightarrow x=-2$$

د پوره کېدونکي شرايطو لپاره شرطونه: $f''(-2)=0$

د مخنخښي تغیر ازمايينت: $f'(-3)=18-24+8=2, f'(-1)=2-8+8=2$

دا چې د پوره کېدونکي شرايطو څخه کوم يو پوره نه دي، د f گراف انحراف ځاي نه لري.

ب) لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{4}{3}x^3$

2 مشتق: $f''(x)=4x^2 \quad x_1=0$

د $f'(x)=\frac{4}{3}x^3 \Rightarrow x=0$ سره

د مخنخښي بدلون له امله $f'(1)=\frac{4}{3}$ او $f'(-1)=-\frac{4}{3}$

د f تابع تيټټکی $T(0,1)$ لري

پ) لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{4}{3}x^3-4x+\frac{8}{3}$

۲ مشتق: $f''(x)=4x^2-4$

د انحرافټکي لپاره اړيين شرايط: $f'(x)=0$

$$\frac{4}{3}x^3-4x+\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Rightarrow x_1=1,\ x_2=-2$$

د پوره کېدونکو شرايط لپاره ازمايينت: $f''(-2)=4.4-4=12$

له دې لاس ته راځي چې T(-2,-8) تيټکی دی.

$f''(1)=4.1-4=0$ پرېکړه ممکن نه ده.

د $x=1$ ره د لومړي مشتق د مخنخښي ازمايينت.

$$f'(0)=\frac{8}{3},\ f'(3)=\frac{4}{3}\cdot 27-4\cdot 3+\frac{8}{3}=26\frac{1}{3}$$

د $x=1$ لپاره د لومړي مشتق د مخنخښي تغیر مخ ته نه لرو. له دې امله $T(-2,-8)$ واحِدنی د انحراف ټکی دی.

ت) د $f'(x)=4x^3=0$ له امله کېدی شي انحرافي ځايونه د $x_1=0$ ځاي پراته وي. د $f^1(-1)=-4 \wedge f'(1)=4$ د مخنخښي تغېر د يوه تيټټکي $T(0,-4)$ لپاره پوره کېدونکي شرايط پوره کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

129. $a)\ T(4/-1),\ H(1.5/9)$ $b)\ T(0/0),\ H(2/-4)$
$c)\ T(0/-2)$ $d)\ T(-1/-0.5),\ H(1/0.5)$
130. $a)\ H(0/1)$ $b)\ H(-3/0),\ T(1/-5.44)$
$c)\ T(0/1)$ $T(0/0)$

131) (الف) لومړی مشتق $f'(x) = 2\cos x \sin x = \sin 2x$
دویم مشتق: $f''(x) = 2\cos 2x$
اړین شرایط: $f'(x) = 0$
$\sin 2x = 0$ د $r\, x = k\cdot\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ لپاره. په ورکړشوي انتروال کې د
$-2\pi,\ -\frac{3}{2}\pi,\ -\pi,\ -\frac{1}{2}\pi,\ 0,\ \pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ 2\pi$ لپاره پوره کېدونکي شرایط:
$$f''(k.\frac{\pi}{2})2\cos(2x.\frac{\pi}{2}) = 2\cos k\pi = \begin{cases} 1\ ,\ k = 2n \\ -1,\ k = 2n+1 \end{cases}$$
د f تابع لاندې جګ ټکي
$$H_1(-\frac{3}{2}\pi/1),\ H_2(-\frac{1}{2}\pi/1),\ H_3(\frac{1}{2}\pi/1),\ H_4(\frac{3}{2}\pi/1)$$
او لاندې ټيټټکي
$T_1(-2\pi/0),\ T_2(-\pi/0),\ T_3(0/0),\ T_4(\pi/0),\ T_5(2\pi/0)$ لري.
ب) د $2\pi\ ,\ \pi\ ,0\ ,-\pi\ ,-2\pi$ لپاره $f'(x) = 0$ دی. که په دویم مشتق کې په $x_1 = 0$ کې جګټکی لري که په دویم مشتق کې کېښول شي. او ټيټټکی لري د $x_2 = -2\pi\ \wedge\ x_3 = 2\pi$ سره.
132) (الف) د f تعریف ساحه: $f : D = \{x \mid x \le -1 \vee x \ge 0\}$
لومړی مشتق: $f'(x) = \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$
دا د $x_1 = -1\ \wedge x_2 = 0$ لپاره له D تعریف نه ده.
لرو $f'(x) = 0$ د $2x+1 = 0 \Rightarrow x_1 = -0,5$ لپاره.
دا x_1 په تعریف سټ پورې اړه نه لري یا په تعریف سټ کې نه دی پروت، نو له پیله کوم انحرافي ارزښت ګومان ته نه راځي.
د $f(x) \ge 0$ له امله د $x \in D$ لپاره د ژی ټکو مطالعه عمومي ټيټ ټکي $T_1(-1,0)\ \wedge\ T_2(0,0)$ منځ ته راوړي.

ب) د f تعریف سټ : $D = R$
لومړی مشتق $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ د ټولو $x \in D$ لپاره تعریف دی.
لرو $f'(x) = 0$ د $x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ لپاره . په $x_1 = 0$ کې د مخنخښې بدلو سره د لومړي مشتق یو لوکال ټيټ ټکی $T(0, \sqrt{3})$ راکوي. د $f(x) \ge \sqrt{3}\ ,\ x \in D$ له امله دا یو ټولیز ټکی دی.
پ) د f تعریف ورشو: $D = R_0^+$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مشتق $f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ وي تعریف نه دی. د $x_1=0$ لپاره چې $x_1\in D$

لـرو $f'(x)=0$ د $1-\frac{1}{2\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow x_1=\frac{1}{4}$ لپـاره. د ژی ټکـي مطالعـه لوکـال جګټکی $H(0,0)$ راکوي.

د $x\to\infty$ لپاره $f(x)\to\infty$ هڅیري.، نو له دې امله T(0,25 , -0,5) ټولیز ټیټټکي دي.

ت) د f تعریفسټ: $D=R$

لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}$ د $x_1=0$ ، $x_1\in D$ لپاره تعریف نه دی.

له دې سره لومړی د کومو انحرافي ټکو ګوان نه کیږي. د $x_1=0$ مطالعو څخه لرو $f(0)=3$.

نور ټول ټکي د $f(x)=3+\sqrt[3]{x^2}\geq 3$ له امله یو لوی تابع ارزښت لري. $T(0,3)$ یو ټولیز ټیټټکی دی.

133 ( ) الف) لرو

$$f(x)=\begin{cases}x+x^2 & x\geq 0\\ -x+x^2 & x<0\end{cases}\qquad \begin{cases}1+2x & x\geq 0\\ -1+2x & x<0\end{cases}$$

د $x\geq 0$ لپاره د $f'(x)=0$ له امله د $x_1=0,5$ لپاره کوم انحرافي ارزښت شتون نه لري. په همدې کمی د $x\leq 0$ لپاره هم.

د ژی ټکي مطالعه. $f(0)=\begin{cases}0+0^2=0\\ -0+0^2=0\end{cases}$

دا نور ټول د f تابع ارزښتونه له $T(0,0)$ څخه لوی دي،نو دا ټولیز مینیموم دی.

ب) لیکندود پرته د مطلقه ارزښت یا له مطلقه ارزښت ازاد لیکودود:

$$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+8 & -4<x<2\\ x^2+2x-8 & x<-4\vee x>2\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}-2x-2=0 & \Rightarrow x_1=-1\\ 2x+2=0\end{cases}$$

په انټروال کې حل نه شته

تـابع یـو د $H(-1,9)$ لوکـال ټیټټکـی لـري ، همداسـې $T_1(-4,0)\wedge T_2(2,0)$ ژی ټکـي د ټـولیز ټیټټکو په څېر.

134. $a)\ W_1(-2/-8\frac{2}{3}),\ W_2(2//-4\frac{2}{3})$

$b)\ W(2/-1)$

پ) د ی $f''(x)=x^2=0$ د $x_1=0$ لپـــــاره. دا چـــــې $f''(0)=2.0=0$ هــــــم دي او $f''(x)=x^2$ د $x_1=0$ په چاپېریال کې د مخنخښې بدلون نـه لـري، نـو f کـوم د انعطـاف ټکی نه لري.

ت) $W(2,-1)$

135( ) الف: دا یواځنی $W(0,-1)$ د انعطاف ټکی حتی زینټکی دی.

ب) اړین شرایط $f''(x)=0$ د $x_1=1\ \wedge\ x_2=\frac{1}{3}$ لپاره بوره دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f'''(1)\neq 0 \;\wedge\; f'(1)=0$ له امله $W_1(1,\frac{43}{81})$ زینتیکی دی.

$W_2(\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ د انعطاف ټکی دی ، مګر زینتیکی نه دی.

136(   ) د اړین شرایطو لپاره باید دویم مشتق صفر وي. د دویم مشتق درجه د ټول هوښیار(راشنل) $n-$م درجې تابع لپاره $n-2$ دی. د $(n-2)-$م درجې مساوات زیات په اړین شرایذو کې له زیاته $n-2$ حلونه شتون لري. له دې امله یو د $n-$مې درجې ټول راشنل تابع زیات له زیاته $n-2$ د انعطاف ټکې(اوړونټکي) لري.

137(   ) یو د انحراف ټکی په همدې وخت کې د انعطاف ټکی نه شي کېدی.
د انعطاف ټکي لپاره اړین شرایط $f''(x)=0$ دي. د انحرافتکو لپاره پوره کېدونکي شرایط شرطونه $f''(x)\neq 0$ دي، نو دا یو تضاد دی.

138. $a)\ W(3/\frac{4}{9})$ $\quad b)\ W_1(-3/-\frac{1}{4}),\ W_2(0/0),\ W_3(3/\frac{1}{4})$

$c)\ W(0/0)$ $\quad d)\ W(2/0)$

139. $f'(x)=\dfrac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2},\ f''(x)=\dfrac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$

$x1=0 \;\Rightarrow\; f''(x)=0$ د ممکنه انعطاف ټکي په حیث.

د $f''(-0.5)=\dfrac{-0.25-3}{(-0.75)^3}=+\dfrac{3.25}{0.75^3}>0$

او $f''(0.5)=\dfrac{0.25+3}{(-0.75)^3}=-\dfrac{3.25}{0.75^3}<0$

له امله $W(0,0)$ د انعطاف ټکی دی او د $f'(0)=\dfrac{0+0}{1}=0$ له امله حتی زینتیکی.

140(   ) الف : د انعطاف ټکي په $-\frac{\sqrt6}{2},0,\frac{\sqrt6}{2}$ کې پراته دي.
په تابع مساوات کې ایښوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:
$W_1(-1,22\ ,\ -0,27), W_2(0,0), W_3(-1,22\ ,\ -0,27)$

ب) د انعطاف ټکي په 1 او -1 کې پراته دي. په تابع مساوات کې یې ایښوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:
$W_1(-1\ ,\ -0,69), W_2(1,-0,69)$

141. $a)\ f'(x)=1+\cos x,\ f''(x)=-\sin x$

د $\sin x=0$ سره f په $0,\pi,2\pi$ کې د انعطاف ټکي لري.

ب) د انعطاف ټکی په $0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$ کې پراته دي.

142. $a)\ \dfrac{x^2+x-6}{x-2}=\dfrac{(x+3)(x-2)}{x-2}=x+3$

په $x=2$ کې د $f(2)=5$ سره یوه له منځهت لونکي تعریفتشیا پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) دا چي تجزيه شوني نه ده، نو f په $x=-2$ كې يو قطبتكی لري د مخنخښي بدلون سره.

$$c)\ \frac{x}{x^2-3}=\frac{x}{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}$$

تابع په $x_1=-\sqrt{3}$ او $x_2=\sqrt{3}$ كي قطبتكي لري د مخنخښي تغېر سره.

$$d)\ \frac{x^2-1}{1+x}=\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=x-1$$

په $x=-1$ كې f د $f(-1)=-2$ سره يوه ناپرېكېدونكي له منځه تلونكي يا وړنكي تعريفتشيا لري.

متآسفانه چي ټولي پوښتني په كي نه دي ځواب شوي.
دا په ډېر ومنۍ. نور مې له وسه پوره نه دی، چي پسي وګرځم.

د انتيګرال پوښتنو ته ځوابونه

د لومړۍ پوښتني اوبی يا حل:

$$1.\quad a)\ \frac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x+1$$

$$b)\ \frac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\frac{1}{x^2-2}$$

$$c)\ \frac{x^3-2x^3+x-5}{x^3+1}=1-\frac{2x^2-x+6}{x^3+1}$$

$$d)\ \frac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$$

$$e)\ \frac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\frac{1}{x-2}$$

$$f)\ \frac{x^5-x^4+1}{x^2+2}=x^3-x^2-2x+2+\frac{4x-3}{x^2+2}$$

دويم - الف: د كسر په كرښيز ضريبونو ټوټه كونه يا تجزيه

$$(x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+1)(x+3)$$

دا راكوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د
$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x+3}$$
$$A=4\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-3$$

دا مو ټوټه کسر ټوټه کوني ته بیایي.

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{4}{x-2}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+3}$$

ب - د مخرج په کرښیز ضربیونو ټوټه کونه یا تجزیه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

پ - د مخرجرښیز ضربیونو ټوټه کونه یا تجزیه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4$$

په ټوټه کسر ټوټه کونه:

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x+4}$$

1. $a)\ \dfrac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x-1$

$b)\ \dfrac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\dfrac{1}{x^2-2}$

$c)\ \dfrac{x^3-2x^2+x-5}{x^3+1}=1-\dfrac{2x^2-x+6}{x^3+1}$

$d)\ \dfrac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$

$e)\ \dfrac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\dfrac{1}{x-2}$

$f)\ \dfrac{x^5-x^4+1}{x^2-2}=x^3-x^2-2x+2+\dfrac{4x-3}{x^2+2}$

دویم: الف) د ماتلاندې یا مخرج په کرښیزه ضربیونو ټوټه کونه(تجزیه)

2. $a)\ (x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+3)$

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x+3}$$

د A=4; B= 1 او c = -3 سره

دا مو ټوټه مات (کسر) ټوټه ونې ته لاربنودوي

2x² + 20 +12 4 1 3

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A=4\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-3$

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{4}{x-2}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+3}$$

ب) د ماتلاندي يا مخرج په کرښيزه ضريبونو توټه کونه يا تجزيه

$$x^3-x=(x-1)\cdot x\cdot(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x^2+1}{x^3-x}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$$

پ)د مخرج يا ماتلاندې په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x+4}$$

ت) د مخرج په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$$x^3-2x^2-5x+6=(x-3)(x-1)(x+2)$$

$d)\ \ x^3-2x^2-5x+6=(x-3)(x-1)(x+2)$

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6}=\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$$

$e)\ \ x^3-4x=(x-2)\cdot x\cdot(x+2)$

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x}=\frac{1}{x-2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{x+2}$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6}=\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$$

ټ) د مخرج په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$$x^3-4x=(x-2)\cdot x\cdot(x+2)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x}=\frac{1}{x-2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{x+2}$$

ث) د مخرج په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$f)\ \ x^2+20x+51=(x+3)(x+17)$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{14}{x^2+20x+51}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x-17}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

3. $a)\ x^3+2x^2-4x-8=(x-2)\cdot(x+2)^2$

$$\frac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8}=\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}$$

$b)\ x^3-6x^2+9x=(x-3)^2\cdot x$

$$\frac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}=-\frac{1}{x-3}+\frac{3}{(x-3)^2}+\frac{4}{x}$$

پ: د ماتلاندې یا مخرج پهه کرښیز څلونو یا ضریبونو ټوټه کونه

$c)\ x^4-2x^2+1=(x-2)^2\cdot(x+1)^2$

په ټوټه مات ټوټه کونه:

$$\frac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1}=-\frac{3}{4(x-1)}+\frac{2}{(x-1)^2}+\frac{3}{4(x+1)}+\frac{1}{2(x+1)^2}$$

ت)د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$d)\ x^3-5x^2=(x-5)\cdot x^2$

$$-\frac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}=-\frac{4}{x-5}+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}$$

پارشلکسر ټوټه کونه

څلورم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

4. $a)\ x^3+2x^2+6x+5=(x^2+x+5)(x+1)$

پارشلکسر ټوټه کونه

$$\frac{-x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5}=\frac{2x+3}{x^2+x+5}-\frac{3}{x+1}$$

ب) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$b)\ x^3-2x+4=(x^2-2x+2)(x+2)$

پارشلکسر ټوټه کونه

$$\frac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}=\frac{x+1}{x^2-2x+2}+\frac{3}{x+2}$$

د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$c)\ x^3-4x^2+5x=(x^2-4x+5)\cdot x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{8x^2+16x+10}{x^3-4x^2+5x}=\frac{6x-8}{x^2-4x+5}+\frac{2}{x}$$

ت) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$d)\ \ x^3+2x^2+2x+1=(x^2+x+1)(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x}{x^3+2x^2+2x+1}=\frac{x+1}{x^2+x+1}-\frac{1}{x+1}$$

پنځم: الف) پولینوم وېش

$$5.\ \ a)\ \ \frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{2x+11}{x^2+6x+8}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{3}{2(x+2)}+\frac{3}{2(x+4)}$$

ب) پولینوم وېش

$$b)\ \ \frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1+\frac{x+1}{x^2-4x+3}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1-\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-3}$$

پ) پولینوم وېش

$$c)\ \ \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

ت) پولینوم وېش

$$d)\ \ \frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{11x+25}{x^3+4x^2+x-6}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}+\frac{2}{x+3}$$

شپږم: الف) د ښوونې لپاره مشتق $F'(x)$ جوړیږي.

د جمعي قانون او د توان قانون:

$$a)\ \ F'(x)=2\cdot 2x+4=4x+4$$

ب) ځنځیري قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$F(x)=u^3 \qquad u(x)=x^2-x \ , \ u'(x)=2x-1$$
$$F'(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$$

ځنزيري قانون

6. a) $F'(x)=2\cdot 2x+4=4x+4$

b) $F(x)=u^3 \qquad u(x)=x^2-x \ , \ u'(x)=2x-1$

$F'(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$

c) $F(x)=\sqrt{u} \qquad u(x)=2x+1 \ , \ u'(x)=2$

$$F'(x)=2\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

d) $F'(x)=0+3\cdot\cos 3x=3\cdot\cos 3x$

e) $F'(x)=x^2\cdot\ln x+\frac{1}{3}x^3\cdot\frac{1}{x}-\frac{4}{9}\cdot 3x^2=x^2\cdot\ln x+\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x^2$

$F'(x)=x^2\cdot\ln x-x^2=x^2\cdot(\ln x-1)$

7. a) $F'(x)=3x^2+1 \ , \ G'(x)=3x^2+1$

$F'(x)=G'(x)$

b) $F'(x)=2(x-3)=2x-6 \ , \ G'(x)=2x-6$

$F'(x)=G'(x)$

c) $F'(x)=\frac{1\cdot(x+2)-(x+1)\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{1}{(x+2)^2}$,

$G'(x)=\frac{3\cdot(x+2)-3x+5)\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{1}{(x+2)^2}$

$F'(x)=G'(x)$

d) $F'(x)=0+\cos x=\cos x \ , \ G'(x)=\cos x$

$F'(x)=G'(x)$

8. a) $F(x)=x^2+c$

$2=1^2+c \quad \Rightarrow \quad c=1$

b) $F(x)=x^2+1$

$-2=\sin\pi+c \ \Leftrightarrow \ -2=0+c \quad \Rightarrow \quad c=-2$

c) $F(x)=e^x+c$

$3=e^0+c \ \Leftrightarrow \ 3=1+c \quad \Rightarrow \quad c=2$

d) $F(x)=2x^3+c$

$0=2\cdot(-1)^3+c \ \Leftrightarrow \ 0=-2+c \quad \Rightarrow \quad c=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9. $a)\ F'(x) = f(x)$

$f(x) = F'(x) = 4x + 1$

$b)\ f(x) = F'(x) = 3x^2 - 3$

$c)\ f(x) = F'(x) = 1 + 2 \cdot \cos x$

$d)\ f(x) = F'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x \cdot (1 + x)$

لیم: د یوې بلواکي یا تابع f ټول بنسټیزئ ت,ابع Fیواځې په یوې ثابتي c یو له بل توپیرېږي.
له دې امله دا یوه ډله (شار) جوړوي، چې y-لور باندې راکښلشوی گراف دی.
یولسم: د رابیلیدني لار(د مشتق قانون) لاس ته راونه یا نتیجه راکوي.

11. $a)\ \int \sin x\,dx = -\cos x + c \ ,\ \ c \in IR$

$b)\ \int (x + 4)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + c \ ,\ \ c \in IR$

$c)\ \int 2dx = 2x + c \ ,\ \ c \in IR$

$d)\ \int (1 - \cos x)dx = x - \sin x + c \ ,\ \ c \in IR$

دولسم : الف؛د انتیگریشن اووښتوني یا واریابلي s سره راکوي:
ب : د انتیگریشن اووښتوني یا واریابلي u سره راکوي:
پ :د انتیگریشن اووښتوني یا واریابلي t سره راکوي:

12. $a)\ \int ms^2 dx = \frac{1}{3}mx^3 + c$

$b)\ \int u \cdot \sin t\,du = \frac{1}{2}u^2 \cdot \sin t + c$

$c)\ \int at\,dt = \frac{1}{2}at^2 + c$

$d)\ \int \frac{1}{4}v^3 \cdot \sqrt{e}\,dv = \frac{1}{16}v^4 \cdot \sqrt{e} + c$

دیارلسم:

13. $a)\ \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} = c$

$b)\ \int 7dx = 7x + c$

$c)\ \int xdx = \frac{x^2}{2} + c$

$d)\ \int (1 - x^2)dx = x - \frac{x^3}{3} + c$

$e)\ \int (x + \frac{1}{x})dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + c$

$f)\ \int (e^x + \cos x)dx = e^x + \sin x + c$

$g)\ \int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + c$

$h)\ \int \frac{5}{\cos^2 x}dx = 5\tan x + c$

$i)\ \int udx = ux + c$

$k)\ \int (2x + e^x)dx = 2x + e^x + c$

$l)\ \int (1 + \ln x)dx = x \cdot \ln x + c$

$m)\ \int (\sqrt{x} + \sin x)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \cos x + c$

څوارلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

14. $a)\ \int_0^3 4dx = [4x]_0^3\ 4\cdot 34\cdot 0 = 12$

$b)\ \int_{-3}^{-1} xdx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-3}^{-1} = \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-3)^2}{2} = -4$

$c)\ \int_1^e \frac{1}{x}dx = [\ln|x|]_1^e = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$

$d)\ \int_1^e (2+\frac{1}{x})dx = [2x + \ln|x|]_1^e + 1 - (2+0) = 2e - 1$

$e)\ \int_{-1}^0 e^x dx = [e^x]_{-1}^0 = e^0 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{1}{e}(e-1)$

$f)\ \int_0^\pi \sin x dx = [-\cos x]_0^\pi = -\cos\pi - (-\cos 0) = 1 - (-1) = 2$

$g)\ \int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$

$h)\ \int_0^{\frac{1}{3}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$

$i)\ \int_{-2}^2 x^3 dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_{-2}^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{(-2)^4}{4} = 4 - 4 = 0$

$k)\ \int_2^6 (1+x)dx = \left[x + \frac{x^2}{2}\right]_{-2}^6 = 6 + \frac{6^2}{2} - (2 + \frac{2^2}{2} = 6 + 18 - 2 - 2 = 20$

$l)\ \int_1^2 (x^2 - x^5)dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6}\right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{2^6}{6} - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^6}{6}\right) = -\frac{49}{6}$

$m)\ \int_{-2}^0 \left(\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{3}\right)dx = \left[\frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{9}\right]_{-2}^0 = 0 + 0 - \left(\frac{(-2)^4}{16} + \frac{(-2)^3}{9}\right) = -\frac{1}{9}$

پنځلسم:

15. $a)\ \int_{-3}^1 3dx = [3x]_{-3}^1 = 3 - (-9) = 12 \quad ; \quad -\int_1^{-3} 3dx = [3x]_1^{-3} = -(-9-3) = 12$

$b)\ \int_0^1 (1+e^x)dx = [x+e^x]_0^1 = e \quad ; \quad -\int_0^1 (1+e^x)dx = -[x+e^x]_0^1 = e$

$c)\ \int_{-\pi}^0 \sin x dx = [\cos x]_{-\pi}^0 = -2 \quad ; \quad -\int_0^{-\pi} \sin x dx = -[-\cos x]_0^{-\pi} = -2$

شپاړلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$16.\quad a)\ \int_{0}^{\pi}\cos x dx \qquad\qquad b)\ -\int_{-1}^{1}(x+e^{x})dx$$

$$c)\ \int_{2}^{3}3x^{2}dx-\int_{5}^{3}3x^{2}dx=\int_{2}^{3}3x^{2}dx+\int_{3}^{5}3x^{2}dx=\int_{2}^{5}3x^{2}dx$$

$$d)\ \int_{-2}^{1}(2+x)dx-\int_{4}^{1}(2+x)dx=\int_{-2}^{1}(2+x)dx+\int_{1}^{4}(2+x)dx=\int_{-2}^{4}(2+x)dx$$

اولسم:

$$17.\quad a)\ \int_{1}^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln 2e\ \ ;\ \int_{1}^{e}\frac{1}{x}dx+\int_{e}^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln e-\ln 1+\ln 2e-\ln e=\ln 3e$$

$$b)\ \int_{-1}^{2}6x^{2}dx=18\ \ ;\ \int_{-1}^{0}6x^{2}dx+\int_{0}^{2}6x^{2}dx=2+16=18$$

$$c)\ \int_{0}^{\pi}\sin xdx=2\ \ ;\ \int_{0}^{0.5\pi}\sin xdx+\int_{0.5\pi}^{\pi}\sin xdx=1+1=2$$

اتلسم:

الف: د اکسپوننشل تابع $f(x) = e^{x+3}$ ګراف یو غږیز جګیدونکی. له دې امله د انټروال $[-4,-2]$ د ژۍ ارزښتونه غوښتونکي بنديزونه راکوي.

$$18.\quad a)\ e^{-4+3}\cdot(-2-(-4))\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}\,dxe^{-2+3}\cdot(-2(-4))$$

$$e^{-1}\cdot 2\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}\,dx\le e^{1}\cdot 2\quad\Leftrightarrow\quad\frac{2}{e}\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}\,dx\le 2e$$

ب: د کرښيز تابع $f(x) = 1 + x$ ګراف یو غږیز جګیدونکی دی. د ريښې تابع $f(x) = \sqrt{x}$ د مونوتوني له امله د $f(x) = \sqrt{1+x}$ ګراف هم یو غږیز جګیدونکی دی. له دې سره د انټروال $[0,8]$ ژۍ ارزښتونه غوښتونکې بنديزونه یا که غواړۍ بندونه دي.

$$b)\ \sqrt{1+0}\cdot(8-9)\le\int_{0}^{8}\sqrt{1+x}\,dx\le\sqrt{1+8}\cdot(8-0)$$

$$\Leftrightarrow\quad 8\le\int_{0}^{8}\sqrt{1+x}\,dx\le 24$$

پ:

د تابع $f(x) = a^{x}$ ګرافونه اکسپوننشل ګږې یا منحي دي، چې د $a<1$ له پاره یو غږیز لويدونکي دي. له دې سره د $f(x)=2^{4-x}=2^{4}\cdot 2^{-x}=16\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ ګراف د $\frac{1}{2}<1$ له امله یو غیز لوېدونکې اکسپوننشل ګږه ده.

د انټروال $[3;5]$ دواړه ژۍ غوښتونکي بنديزونه یا ديوالونه دي.

$$2^{4-5}\cdot(5-3)\le\int_{3}^{5}2^{4-x}\,dx\le 2^{4-3}\cdot(5-3)\quad\Leftrightarrow\quad 1\le\int_{3}^{5}2^{4-x}\,dx\le 4$$

ت : د $f(x) = \sin^{2}x$ ګراف د $0\le x\le 1$ سره تړلی دی یا رابند دی. له دې سره 0 او 1 غوښتونکي بنديزونه دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$0\cdot(0.5\pi-0)\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\cdot\le 1\cdot(0.5\pi-0)\iff 0\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\le\frac{1}{2}\pi$$

نولسم: الف : انتیګرېشن

$$\int_1^x 5t^4\,dt = x^{5-1}$$

$$l_a(x)=31\Rightarrow x^5-1=31\iff x^5=32\Rightarrow x=2$$

ب : انتیګرېشن

$$\int_0^x e^t\,dt=e^x-1$$

$$l_a(x)=e-1\Rightarrow e^x-1=e-1\iff e^x=e\Rightarrow x=1$$

شلم:

20. $a)\ \int_0^x t^2dt=\frac{x^3}{3}-9$ $b)\ \int_0^x(2+e^t)dt=2x+e^x-1$

$c)\ \int_0^x\frac{1}{\cos^2 t}dt=\tan x$ $d)\ \int_a^x 2dt=2(x-a)$

یوویشتم:

21. $a)\ \int\sqrt[4]{x^3}dx=\int x^{\frac{3}{4}}1dx=\frac{4}{7}x\cdot\sqrt[4]{x^3}+c$

$b)\ \int\frac{1}{\sqrt[2]{x}}dx=\int x^{-\frac{1}{5}}dx=\frac{5}{4}\sqrt[5]{x^4}+c$

$c)\ \int\sqrt[6]{x^5}dx=\int x^{\frac{5}{6}}dx=\frac{6}{11}x\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$d)\ \int x^2\sqrt[3]{x}dx=\int x^{\frac{7}{3}}dx=\frac{3}{10}x^3\cdot\sqrt[3]{x}+c$

$e)\ \int\frac{\sqrt{x}}{x^2}dx=\int x^{-\frac{3}{2}}dx=-\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

$f)\ \int\frac{x^3}{x^4}dx=\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$g)\ \int\frac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx=\int x^{\frac{18}{6}+\frac{2}{6}-\frac{2}{3}}dx=\int x^{\frac{17}{6}}dx=\frac{6}{23}x^3\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$h)\ \int\frac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx=\int x^{\frac{2}{4}-\frac{4}{4}-\frac{6}{4}}dx=\int x^{-2}dx=-\frac{1}{x}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه وېشتم:

22. $a)\ \int 8x^3dx = 8\int x^3dx = 2x^4 + c$

$b)\ \int -4x^{-2}dx = -4\int x^{-2}dx = \frac{4}{x} + c$

$c)\ \int \frac{3}{-x^3}dx = -\int \frac{1}{x^3}dx = \frac{3}{2x^2} + c$

$d)\ \int \sqrt[3]{3x}dx = \sqrt[3]{3x}\int x^{\frac{1}{x}}dx = \frac{3\sqrt[3]{3}}{4}x\cdot\sqrt[3]{x} + c$

$d)\ \int k\cdot e^x dx = k\int e^x dx = k\cdot e^x + c$

$f)\ \int -5x^n dx = -5\int x^n dx = -\frac{5}{n+1}x^{n+1} + c \quad ; \quad n \neq -1$

$g)\ \int \frac{\sin x}{2}dx = \frac{1}{2}\int \sin x dx = -\frac{1}{2}\cos x + c$

$h)\ \int \frac{3a}{2\cdot\cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\tan x + c$

$i)\ \int \frac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx = \frac{2}{3}\int x^{-\frac{5}{2}}dx = -\frac{4}{9\sqrt{x^3}} + c = -\frac{4\sqrt{x}}{9x^2} + c$

$k)\ \int \frac{-\sqrt{2}}{3x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\int \frac{1}{x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\ln|x| + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

23. $a)\ \int e^{x+3}dx = \int e^x \cdot e^3 dx = e^3 \int e^x dx = e^3 \cdot e^x + c = e^{x+3} + c$

$b)\ \int (4x)^3 dx = \int 4^3 \cdot x^3 dx = 4^3 \int x^3 dx = 4^3 \cdot \frac{1}{4} x^4 + c = 16x^4 + c$

$c)\ \int a \cdot e^{x+b} dx = a \cdot e^b \int e^x dx = a \cdot e^b \cdot e^x + c = a \cdot e^{x+b} + c$

$d)\ \int (7x^2)^4 dx = 7^4 \int x^8 dx = 7^4 \cdot \frac{1}{9} x^9 + c = \frac{7^4 \cdot x^9}{9} + c = \frac{2401 \cdot x^9}{9} + c$

24. $a)\ \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4x + c$ $\qquad b)\ \frac{x^2}{2} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + c$

$c)\ \frac{5x^4}{4} - \frac{7x^2}{2} + 4x + c$ $\qquad d)\ \frac{x^3}{3} + x^2 + x + c$

$e)\ \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + c$ $\qquad f)\ \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + c$

$g)\ \frac{3x \cdot \sqrt[3]{x}}{4} - \frac{1}{x} + c$ $\qquad h)\ -\frac{1}{3x^3} + \frac{1}{4x^4} + c$

$i)\ \frac{5x^2}{2} - \ln|x| + \frac{\sin x}{3} + c$ $\qquad k)\ 5x + \frac{x^6}{6} - \cos x + c$

$l)\ e^x + \cot x + c$ $\qquad m)\ \tan x + \ln|x| + c$

25. $a)\ \int \frac{(x^2-1)^3}{x} dx = \int \left(x^5 - 3x^3 + 3x - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^6}{6} - \frac{3x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + c$

$b)\ \int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2 + \sqrt{x} \right) dx = 2\sqrt{x} - 2x + \frac{2x \cdot \sqrt{x}}{3} + c$

$c)\ \int \frac{e^{2x} + e^{x+2}}{e^x} dx = \int \left(e^x + e^2 \right) dx = e^x + x \cdot e^2 + c$

$d)\ \int \frac{3x^2 + 2x - 4}{x^3} dx = \int \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3} \right) dx = 3 \cdot \ln|x| - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

26. a) $\int 3^{x+1}dx = \int 3\cdot 3^x dx = 3\int 3^x dx = \frac{3\cdot 3^x}{\ln 3} + c = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + c$

b) $\int 2^{-x}dx = \int \frac{1}{2^x}dx = \int \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln \frac{1}{2}} + c = -\frac{1}{2^x \cdot \ln 2} + c$

c) $\int a^{x+b}\,dx = a^b \int a^x dx = a^b \cdot \frac{a^x}{\ln a} + c = \frac{a^{x+b}}{\ln a} + c$

d) $\int \frac{1}{a^x}dx = \int \left(\frac{1}{a}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^x}{\ln \frac{1}{a}} + c = -\frac{1}{a^x \cdot \ln a} + c$

e) $\int 2^x \cdot 3^x dx = \int 6^x dx \frac{6x}{\ln 6} + c$

f) $\int \frac{2^x}{3^x}dx = \int \left(\frac{2}{3}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln \frac{2}{3}} + c = \frac{2^x}{3^x \cdot (\ln 2 - \ln 3)}$

g) $\int \frac{4^{x+3}}{2^x}dx = \int \frac{4^3 \cdot 4^x}{2x}dx = 4^3 \int 2^x dx = \frac{4^3 \cdot 2^x}{\ln 2} + c = \frac{2^{6+x}}{\ln 2} + c$

h) $\int \frac{5^x + 3^x}{2^x}dx = \int \left(\left(\frac{5}{2}\right)^x + \left(\frac{3}{2}\right)^x\right)dx$

$= \frac{5x}{2^x \cdot (\ln 5 - \ln 2)} + \frac{3^x}{2^x \cdot (\ln 3 - \ln 2)} + c$

i) $\int (1 + 2^x)dx = x + \frac{2^x}{2} - \frac{3^x}{\ln 3} + c$

27. a) $\int \ln 2x^3 dx = \int (\ln 2 + 3\ln)\,dx = x \cdot \ln 2 + 3(x \cdot \ln x - x) + c$

$= x \cdot (\ln 2 + 3 \cdot \ln x - 3) + c$

b) $\int \ln \sqrt{x}dx = \int \frac{1}{2}\ln x dx = \frac{1}{2}x \cdot \ln x - \frac{x}{2} + c = x \cdot (\ln \sqrt{x}) - \frac{1}{2}) + c$

c) $\int lg\frac{x}{2}dx = (\lg x - \lg 2)dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln 10} + c$

$= \frac{x \cdot (\ln x - 1 - \ln 2)}{\ln 10} + c$

d) $\int 3\log\frac{1}{x}dx = -\int {}_3\log x dx = \frac{x - x \cdot \ln x}{\ln 3} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

28. $F(x) = x \cdot \ln x - x$

$$F'(x)1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x = f(x)$$

29. $_a\log x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

$$\int {}_a\log x dx = \int \frac{\ln x}{\ln a} dx = \frac{1}{\ln a} \cdot \int \ln x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + c$$

30. $a)\ u = 5x - 7 \quad , \quad dx = \dfrac{du}{5}$

$$\int \frac{10}{5x-7} dx = \frac{10}{5} \int \frac{1}{u} du = 2\ln(5x-7) + c$$

$b)\ u = 1 + 3x \quad , \quad dx = \dfrac{du}{3}$

$$\int \frac{12}{(1+3x)^4} dx = \frac{12}{3} \int \frac{1}{u^4} du = -\frac{4}{3(1+3x)^3} + c$$

$c)\ u = 5 - 4x \quad , \quad dx = \dfrac{du}{4}$

$$\int \frac{1}{5-4x} dx = -\frac{1}{4} \int \frac{1}{u} du = -\frac{1}{4} \ln(5-4x) + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$d)\ u = bx + d \quad , \quad dx = \frac{du}{b}$

$$\int \frac{a}{bx+d}dx = \frac{a}{b}\int \frac{1}{u}du = \frac{a}{b}\cdot \ln(bx+d) + c$$

$e)\ u = 5x + 7 \quad , \quad dx = \frac{du}{5}$

$$\int (5x+7)^x dx = \frac{1}{5}\int u^3 du = \frac{(5x+7)^4}{20} + c$$

$f)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\int u^n du \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c \quad , \quad n \neq -1$$

$g)\ u = 4x - 2 \quad , \quad dx = \frac{du}{4}$

$$\int \sqrt{4x-2}dx = \frac{1}{4}\int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{1}{6}\sqrt{(4x-2)^3} + c$$

$h)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{2}{3a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$i)\ u = 2x + 5 \quad , \quad dx = \frac{du}{2}$

$$\int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx = \frac{7}{2}\int u^{-\frac{1}{2}} du = \sqrt{2x+5} + c \backslash$$

$k)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{-\frac{1}{2}} du = \frac{2}{2a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$l)\ u = 4x \quad , \quad dx = \frac{du}{4} \ ; \ \int \sin 4x dx = \frac{1}{4}\int \sin u du = -\frac{1}{4}\cos 4x + c$

$m)\ u = -2x \ , \quad dx = -\frac{du}{2}; \int \frac{3}{e^{2x}} dx = -\frac{3}{2}\int e^u du = -\frac{3}{2}2e^{2x} + c$

$n)\ u = 3x + \frac{\pi}{4} \quad , \quad dx = \frac{du}{3}$

$$\int \cos(3x + \frac{\pi}{4})dx = \frac{1}{3}\int \cos u\, du = \frac{1}{3}\sin(3x + \frac{\pi}{4} + c$$

$o)\ u = 3x + -5 \quad , \quad dx = \frac{du}{3} \ ; \ \int e^{3x-5}dx = \frac{1}{3}\int e^u du = \frac{1}{3}e^{3x-5} + c$

یودیرشم: الف: بنه بدلون: $\int \frac{x}{3+x^2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{3+x^2}dx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ځای اېښوونه یا سبستیچیوشن: $u = 3 + x^2 \quad = 2x$

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی: $\frac{1}{2}\int \frac{1}{u}du = \frac{1}{2}\ln(3 + x^2) + c$

$$b)\ \int \frac{x}{\sqrt{2 + x^2}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{\sqrt{2 + x^2}}dx$$

$$u = 2 + x^2 \quad = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \sqrt{2 + x^2} + c$$

$$c)\ \int \frac{x^2}{1 + x^3}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{1 + x^3}$$

$$u = 1 + x^3 \quad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int \frac{1}{u}du = \frac{1}{3}\ln(1 + x^3) + c$$

$$d)\ \int x \cdot (x^2 - 5)^3 dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot (x^2 - 5)^3$$

$$u = x^2 - 5 \quad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^3 du = \frac{1}{8}\ln(x^2 - 4)^4 + c$$

$$e)\ \int x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot e^{x^2} dx$$

$$u = x^2 \quad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2}e^{x^2} + c$$

$$f)\ \int x \cdot \sin x^2 dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot \sin x^2 dx$$

$$u = x^2 \quad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int \sin u\, du = c - \frac{1}{2}\cos x^2$$

$$g)\ u = 1 + e^x \quad u' = e^x$$

$$\int \frac{1}{u}du = \ln(1 + e^x) + c$$

$$g)\ u = 1 + x \quad u' = e^x$$

$$\int u^3 du = \frac{1}{4}(x^2 + x)^4 + c$$

$$i)\ \int \frac{x^2}{\sqrt{4 + x^3}}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{\sqrt{4 + x^3}}dx$$

$$u = 4 + x^3 \quad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \frac{2}{3}\sqrt{4 + x^3} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$k)\ \int x^3 , \ln^4 dx = \frac{1}{4}\int 4x^3 \cdot \ln x^4 dx$$

$$u = x^4 \qquad u' = 4x^3$$

$$\frac{1}{4}\int \ln u\, du = \frac{1}{4}x^4 \cdot (\ln x^4 - 1) + c$$

32. $a)\ f(x) = \ln x \ ;\ \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$

$b)\ f(x) = x^2 = 3\ ;\ \int x(x^2+3)dx = \frac{1}{2}(x^2+3)^2 + c$

$c)\ f(x) = x^3 - 1\ ;\ \int 3x^2(x^3-1)dx = \frac{1}{2}(x^3-1)^2 + c$

$d)\ f(x) = x^2 - x\ ;\int (2x-1)(x^2-x)dx = \frac{1}{2}(x^2-x)^2 + c$

33. $f(x) = u \qquad \frac{du}{dx} = f'(x) \ \Rightarrow\ f'(x)dx = du$

$$\int f(x)\cdot f'(x)dx = \int u\, du = \frac{1}{2}u^2 + c = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$$

34. a) $\int \frac{x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\ln|4+x^3| + c$

b) $\int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2+6x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\ln|x^3+3x^2-1| + c$

c) $\int \frac{5}{x+2}dx = 5\int \frac{1}{x+2}dx = 5\ln|x+2| + c$

d) $\int \frac{3e^x}{e^x-5}dx = 3\int \frac{e^x}{e^x-5}dx = 3\ln|e^x-5| + c$

e) $\int \cot x\, dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} = \ln|\sin x| + c$

f) $\int \frac{1}{x \cdot \ln x}dx = \int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}dx = \ln|\ln x| + c$

35. $a)\ g(x) = 3 + x^5 \qquad g'(x) = 5x^4$

$$\int \frac{5x^4}{3+x^5}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln|3+x^5| + c$$

$b)\ u = 3 + x^5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{3+x^5}+c$$

$c)\ u = 1-x^2$

$$\int \frac{3x}{4-x^2}dx = -\frac{3}{2}\int \frac{-2x}{(1-x^2)^4}dx = -\frac{3}{2}\int u^{-4}du = -\frac{1}{2(1-x^2)^3}+c$$

$d)\ g(x) = 4-x^2 \qquad g'(x) = -2x$

$$\int \frac{5x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{-2x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{g'(x)}{g(x)} = -\frac{5}{2}\ln\left|4-x^2\right|+c$$

$e)\ g(x) = 3+\sin x \qquad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left|3+\sin x\right|+c$$

$f)\ u = 1-\cos x$

$$\int \frac{\sin x}{3+(1-\cos x)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{1-\cos x}+c$$

36. a) $\int \frac{4}{x^2+9}dx = \frac{4}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{3}\right)^2+1}dx = \frac{4}{3}\arctan\frac{x}{3}+c$

b) $\int \frac{3}{2x^2+2}dx = \frac{3}{2}\int \frac{1}{x^2+1}dx = \frac{3}{2}\arctan x + c$

c) $\int \frac{1}{x^2+2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{2}}{2}+c$

d) $\int \frac{2}{3x^2+5}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{x^2+\frac{5}{3}}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{\frac{5}{3}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{2}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1}dx = \frac{2}{\sqrt{15}}\cdot\arctan\frac{x\cdot\sqrt{15}}{5}+c$

e) $\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{a}\right)^2+1}dx = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+c$

f) $\int \frac{1}{ax^2+b}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{x^2+\frac{b}{a}}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{\frac{b}{a}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{1}{b}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1}dx = \frac{1}{\sqrt{ab}}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{ab}}{b}+c$ mit $ab > 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وه دېربښم: الف: د $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-9}$ له امله ماتلاندې پولينوم صفرځايونه نه لري، نو له دې امله په کربښيزو څلونو يا ضربيونو نه توټه کيږي يا توټه وړ نه ده.
اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{1}{x^2+4x+13}dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+9}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{3}\right)^2+1}dx$$

$$= \frac{1}{3}\arctan\frac{x+2}{3} + c$$

ب : د $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{-1}$ له امله

اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{5}{x^2+2x+2}dx = 5\int \frac{1}{(x+1)^2+1}dx = 5\arctan(x+1) + c$$

پ : د $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{-1}$ له امله

اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{6}{3x^2+18x+30}dx = \frac{6}{3}\int \frac{1}{x^2+6x+10}dx = 2\int \frac{1}{(x+3)^2+1}dx$$

$$= 2\arctan(x+3) + c$$

ت : د $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-25}$ له امله

اوبيونه يا حل د اركوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلى شي.

$$\int \frac{2}{2x^2+8x+58}dx = \int \frac{1}{x^2+4x+29}dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+25}dx$$

$$= \frac{1}{25}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{5}\right)^2+1}dx = \frac{1}{5}\arctan\frac{x+2}{5} + c$$

38. a) $\int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2}}dx = 2\arcsin\frac{x}{3} + c$

b) $\int \frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{6-(2+x)^2}}dx = \frac{1}{\sqrt{6}}\int \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x+2}{\sqrt{6}}\right)^2}}dx$

$= \arcsin\frac{x+2}{\sqrt{6}} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

c) $\int \frac{1}{\sqrt{2x^2-2}}dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right| + c$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-5}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2-6}}dx = \frac{1}{\sqrt{6}}\int \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2-1}}dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{u^2-1}}du = \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2-1}\right| + c_1$

$= \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{x^2-2x-5}\right| + c_1$

$= \ln\left|x-1+\sqrt{x^2-2x-5}\right| - \ln\sqrt{6} + c_1 = \ln\left|x-1+\sqrt{x^2-2x-5}\right| + c$

e) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2+1}}dx = \ln\left|x+1+\sqrt{x^2+2x+2}\right| + c$

f) $\int \frac{6}{\sqrt{9x^2+9}}dx = 6\int \frac{1}{3\sqrt{x^2+1}}dx = 2\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx = 2\ln\left|x+\sqrt{x^2+1}\right| + c$

39. a) $\int \frac{1-x}{x^2+x+1}dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x-2)}{x^2+x+1}dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x+1-3)}{x^2+x+1}dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}dx + \frac{3}{2}\int \frac{1}{\frac{3}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2+1\right)}dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}dx + 2\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2+1}dx$

$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+x+1\right| + \sqrt{3}\cdot\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

b) $\int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx = \int \frac{2x+4-3}{x^2+4x+6}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - 3\int \frac{1}{(x+2)^2+2}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - \frac{3}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx$

$= \ln\left|x^2+4x+6\right| - \frac{3\sqrt{2}}{2}\cdot \arctan\frac{x+2}{\sqrt{2}} + c$

c) $\int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx = \frac{3}{2}\int \frac{x}{x^2+x+4}dx = \frac{3}{2}\int \frac{\frac{1}{2}(2x+1)-\frac{1}{2}}{x^2+x+4}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{3}{4}\int \frac{1}{\frac{15}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{1}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1}dx$

$= \frac{3}{4}\ln\left|x^2+x+4\right| - \frac{\sqrt{15}}{10}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{15}} + c$

d) $\int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x-6)}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x+8-14)}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - \int \frac{7}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - 7\int \frac{1}{(x+4)^2+1}dx$

$= \frac{1}{2}\ln\left|x^2+8x+17\right| - 7\cdot\arctan(x+4) + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

40. a) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^x$ mit $v(x) = e^x + c_1$

$$\int x \cdot e^x\,dx = x \cdot (e^x + c_1) - \int 1 \cdot (e^x + c_1)\,dx$$
$$= x \cdot e^x + c_1 x - \int e^x\,dx - \int c_1\,dx = (x-1) \cdot e^x + c$$

b) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin x$ mit $v(x) = -\cos x + c_1$

$$\int x \cdot \sin x\,dx = x \cdot (-\cos x + c_1) - \int 1 \cdot (-\cos x + c_1)\,dx$$
$$= -x \cdot \cos x + c_1 x + \int \cos x\,dx - \int c_1\,dx = -x \cdot \cos x + \sin x + c$$

c) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^2$ mit $v(x) = \frac{x^3}{3} + c_1$

$$\int x^2 \cdot \ln x\,dx = \left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$$
$$= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{x^3}{9} - c_1 \ln x + c = \frac{x^3}{3} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + c$$

d) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^{-2}$ mit $v(x) = -\frac{1}{x} + c_1$

$$\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx = \left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$$
$$-\frac{1}{x} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{1}{x} - c_1 \ln x + c = -\frac{1}{x} \cdot (\ln x + 1) + c$$

e) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^{2x}$ mit $v(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + c_1$

$$\int x \cdot e^{2x} = x \cdot \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right) - \int \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right) dx$$
$$= \frac{1}{2}x \cdot e^{2x} + c_1 x - \frac{1}{4}e^{2x} - c_1 x + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x - 1) + c$$

f) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin 2x$ mit $v(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + c_1$

$$\int x \cdot \sin 2x\,dx = x \cdot \left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right) - \int \left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right) dx$$
$$= -\frac{1}{2}x\cos 2x + c_1 x + \frac{1}{4}\sin 2x - c_2 x + c = -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

41. a) $\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x - 2\int x \cdot \sin x\,dx + c_1$

$$\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x + 2x \cdot \cos x - 2\sin x + c.$$

b) $\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2\int x \cdot e^x\,dx + c_1$

$$\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2x \cdot e^x - 2e^x + c = e^x \cdot (x^2 - 2x + 2) + c.$$

c) $\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int 2x \cdot \frac{e^{2x}}{2}\,dx + c_1$

$$= \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int x \cdot e^{2x}\,dx + c_1$$
$$\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}e^{2x}(2x - 1) + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x^2 - 2x + 1) + c.$$

d) $\int x^2 \cdot \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int 2x \cdot \frac{\sin 2x}{2}\,dx + c_1$

$$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int x \cdot \sin 2x\,dx + c_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int x^2 \cdot \cos 2x\, dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x + \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

42. a) $\int x^4 \cdot e^{2x}\, dx = \frac{e^{2x}}{2} \cdot \left(x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 3x + \frac{3}{2}\right) + c$

b) $\int \sin^4 x\, dx = -\frac{1}{4}\sin^3 x \cdot \cos x - \frac{3}{8}\sin x \cdot \cos x + \frac{3}{8}x + c$

c) $\int x^3 \cdot e^x\, dx = e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

d) $\int \cos^6 x\, dx$

$$= \frac{1}{6}\cos^5 x \cdot \sin x + \frac{5}{24}\cos^3 x \cdot \sin x + \frac{5}{16}\cos x \cdot \sin x + \frac{5}{16}x + c$$

43. a) $\int \cos^2 x\, dx = \sin x \cdot \cos x + \int \sin^2 x\, dx + c_1$

$= \sin x \cdot \cos x + \int (1 - \cos^2 x)\, dx + c_1$

$\int \cos^2 x\, dx = \sin x \cdot \cos x + x - \int \cos^2 x\, dx + c_2$

$2\int \cos^2 x\, dx = \frac{1}{2}\sin 2x + x + c_2$

$\int \cos^2 x\, dx = \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{2} + c$

b) $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln x \cdot \ln x - \int \frac{\ln x}{x} dx + c_1$

$\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$

c) $\int e^x \cdot \sin x\, dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\, dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\, dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\, dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\, dx = -e^x \cdot \cos x + e^x \cdot \sin x - \int e^x \cdot \sin x\, dx + c_2$

$\int e^x \cdot \sin x\, dx = \frac{1}{2}e^x \cdot (\sin x - \cos x) + c$

d) $\int \sin x \cdot \cos x\, dx = \sin x \cdot \sin x - \int \cos x \cdot \sin x\, dx + c_1$

$\int \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\sin^2 x + c$

44. $a)$ $x^2 - 1 = (x-1)(x+1$

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

$$\int \frac{1}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x-1}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+1}dx = \frac{1}{2}\frac{|x-1|}{|x+1|} + c$$

ب : کیږدی

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

د توټه کسرونو اینسونه

$$\frac{1}{x^2+6x+8} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+4} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی

$$\int \frac{1}{x^2+6x+8}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+2}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+4}dx = \frac{1}{2}\ln\frac{|x+2|}{|x+4|} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$=\sqrt{\frac{|x+2|}{|x+4|}}+c$$

پ : ماتلاندې ټوټه کړئ

$$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$$

د ټوټه مات له پاره اېښو نه

$$\frac{3x+2}{x^2-x-2}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1} \qquad A=\frac{1}{2} \qquad B=-\frac{1}{2}$$

$$\int \frac{3x+2}{x^2-x-2}dx=\frac{8}{3}\int \frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{3}\int \frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{8}{3}\ln|x-2|+\frac{1}{3}\ln|x+1|+c$$

ت : مالتاندې ټوټه کونه

$$d)\ \ x^3-4x=(x(x-2)(x+2)$$

د ټوټه مات ټوټه کونو اېښونه $\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-2}$

د $C=-1$, $B=5$, $A=-3$ سره

کېښول او بنتیګرالنیول

$$\int \frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}dx=-3\int \frac{1}{3}dx+5\int \frac{1}{x-2}dx-\int \frac{1}{x+2}dx$$

$$=-3\ln|x|+5\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$$

45. $a)\ \ x^3+2x^2+x=x(x+1)^2$

$$\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

$$\int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=6\int \frac{1}{x}dx-\int \frac{1}{x+1}dx+9\int \frac{1}{(x+1)^2}dx$$

$$=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+c$$

$b)\ \ x^2-6x+9=(x-3)^2$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = 3\int \frac{1}{x-3}dx + 9\int \frac{1}{(x-3)^2}dx$$

$$= 3\ln|x-3| - \frac{9}{x-3} + c$$

$$c)\ \ x^2-6x+9 = (x-3)^2$$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + _- \frac{D}{x+1}$$

$$A=-1\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-1\ ,\quad D=2$$

؛

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = -\int \frac{1}{x}dx + \int \frac{1}{x^2}dx - \int \frac{1}{x^3dx} + 2\int \frac{1}{x+1}dx$$

$$= 3\ln|x| - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + 2\ln|x+1|$$

ت : ماتلاندې ټوټه کونه

د $(x-1)^4 = (x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)$ له امله يوه په کرښيز ځلوونو يا ضريبونو ټوټه کونه مخ ته لرو

د ټوټه ماتونو ټوټه کونه ږدويا ځی په ځای کوو

$$\frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)^3} + \frac{D}{(x-1)^4}$$

د $A=5\ ,\quad B=4\ ,\quad C=-2\ ,\quad D=3$ سره

کيږدئ او لنتيګرال يې ونيسئ

$$\int \frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4}dx$$

$$= 5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$

$$= 5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ.څلوېښتم. الف:
ماتلاندې توټه کونه

$$(x^2-x)(x^2+4)=x(x-1)(x^2+4)$$

د توټه ماتونو توټهوني له پاره ایښونه

$$\frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}+\frac{Cx}{x-1}+\frac{Cx+D}{x^2+4}$$

د $A=2\ ,\quad B=-2\ ,\quad C=2\ ,\quad D=4$ سره.

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی:

$$\int\frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)}dx=2\int\frac{1}{x}dx-2\int\frac{1}{x-1}dx+\int\frac{2x+4}{x^2+4}.$$

$$=2\ln|x|-2\ln|x-1|+\int\frac{2x}{x^2+4}dx+2\int\frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)+1}dx$$

$$=2\ln|x|-2\ln|x-1|+\ln(x^2+4)+\arctan\frac{x}{2}+c$$

$b)\ \ x^3-2x-4=(x-2)(x^2+2x+2)$

$$\frac{3x+4}{x^3-2x-4}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+c}{x^2+2x+2}$$

$$A=1\ ,\quad B=-1\ ,\quad C=-1$$

$$\int\frac{3x+4}{x^3-2x-4}dx=\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{2}\int\frac{2x+2}{x^2+2x+2}dx$$

$$=\ln|x-2|-\frac{1}{2}\ln|x^2+2x+2|+c$$

$c)\ \ x^3-x^2-x-2=(x-2)(x^2+x+1)$

$$\frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+c}{x^2+x+1}dx$$

د $A=1\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-1$ له پاره

$$\int\frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2}dx=\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{2}\int\frac{x-1}{x^2+2x+1}dx$$

$$=\ln|x-2|+\frac{1}{2}\int\frac{2x+1}{x^2+x+1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{(\ )}$$

$d)\ \ x^3-3x^2+9x+13=(x+1)(x^2-4x+13)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}=\frac{A}{x+1}+\frac{Bx+c}{x^2+4x+13}$$

$$A=3\ ,\quad B=4\ ,\quad C=-2$$

$$\int\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}dx=3\int\frac{1}{x+1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{4x-2}{x^2+4x+13}dx$$

$$=3\ln|x+1|+2\int\frac{2x-4}{x^2+4x+13}dx+\frac{2}{3}\int\frac{1}{\left(\frac{x-2}{3}\right)+1}$$

$$=3\ln|x+1|+2\ln|x^2-4x+13|+2\arctan\frac{x-2}{3}+c$$

47. $a)\ x^2:(x+1)=x-1+\frac{1}{x+1}$

$$\int\frac{x^2}{x+1}dx=\int xdx-\int 1dx+\int\frac{1}{x+1}=\frac{x^2}{2}-x+\ln|x+1|+c$$

$b)\ (x^3-2x^2+x+5):(x^2-1)=x-2+\frac{2x+3}{x^2-1}$

$$\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}=x-2+\frac{5}{2(x-1)}+\frac{1}{2(x+1)}$$

$$\int\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}dx=\int xdx-\int 2dx+\frac{5}{2}\int\frac{1}{x-1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{x^2}{2}-2x+\frac{5}{2}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+c$$

$c)\ (3x^3+5x^2-29x-25):(x^2+x-12)=3x+2+\frac{5x-1}{x^2+x-12}$

$$\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}=3x+2+\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x+4}$$

$$\int\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}dx$$

$$=3\int xdx+\int 2dx+2\int\frac{1}{x-3}dx+3\int\frac{1}{x+4}dx$$

$$=\frac{3x^2}{2}+2x+2\ln|x-3|+3\ln|x+4|+c$$

$d)\ (2x^3+x^2):(x^3-1)=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

$$\int \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}dx=\int 2dx+\int \frac{1}{x-1}dx-\int \frac{1}{x^2+x+1}dx$$
$$=2x+\ln|x-1|+\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+c$$

$$d)\ \int \sqrt{2x^2+4x+6}dx=\sqrt{2}\int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

په ځاي اينوونه يا سبستيچيشن

$$u=x+1$$

$$\int \sqrt{2x^2+4x+6}dx$$
$$=\frac{x+1}{2}\sqrt{2x^2+4x+6}+2\sqrt{2}\cdot\ln\left|x+1+\sqrt{2x^2+4x+6}\right|+c$$

$$49.\quad a)\ \int \sqrt{x^2+2x}dx=\int \sqrt{(x+1)^2-1}dx$$

$$u=x+1$$

$$\int x^2+2xdx=\frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x}-\frac{1}{2}\left|x+1+\sqrt{x^2+2x}\right|+c$$

$$b)\ \int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\int \sqrt{(x-2)^2-9}dx$$

$$u=x-2$$

$$\int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x-5}-\frac{9}{2}\ln\geq\left|x-1+\sqrt{x^2-4x-5}\right|+c$$

$$c)\ \int x\sqrt{x^2+4x+3}dx=\int x\sqrt{(x+2)^2-1}dx$$

$$u=x+2\quad\Rightarrow\quad x=u-2$$

$$\int (u-2\sqrt{u^2-1}du-2\int u\sqrt{u^2-1}du$$

$$\int x\sqrt{x^2+4x+3}dx$$
$$=\frac{\sqrt{(x^2+4x+3)^3}}{3}-(x+2)\sqrt{x^2+4x+3}-\ln\left|x+2+\sqrt{x^2+4x+3}\right|+c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d)\ \int (x+2)\sqrt{x^2+2+2}dx = \int (x+2)\sqrt{(x+1)^2+1}dx$$

په ځای اینوونه:

$$u = x+1 \quad \Rightarrow \quad x = u-1$$

$$\int (u+1)\sqrt{u^2+1}du = \int u\sqrt{u^2+1}du + \int u^2+1du$$

$$\int (x+2)\sqrt{x^2+2x+2}dx$$

$$= \frac{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}}{3} + \frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+2} + \frac{3}{2}\ln\left| x+1+\sqrt{x^2+2x6++2} \right| + c$$

50. a) $\int \frac{x^2}{6} dx = \frac{x^3}{18} + c$

b) $\int \frac{1}{x^3} dx = -\frac{1}{2x^2} + c$

c) $\int (1-2x^2+x^3)\, dx = x - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + c$

d) $\int (x^2-3x-6)\, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 6x + c$

e) $\int x \cdot \sqrt{x}\, dx = \int x^{\frac{3}{2}}\, dx = \frac{2}{5} \cdot x^2 \cdot \sqrt{x} + c$

f) $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{x}\, dx = \int x^{\frac{7}{3}}\, dx = \frac{3}{10} \cdot x^3 \cdot \sqrt[3]{x} + c$

g) $\int \frac{x \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}} dx = \int x^{\frac{13}{10}}\, dx = \frac{10}{23} \cdot \sqrt[10]{x^{23}} + c = \frac{10}{23} \cdot x^2 \cdot \sqrt[10]{x^3} + c$

h) $\int \frac{3x \cdot \sqrt{x^3}}{x^2} dx = 3\int x^{\frac{1}{2}}\, dx = 3\int \sqrt{x}\, dx = 2x\sqrt{x} + c$

i) $\int \frac{x^2+3x-2}{x} dx = \int \left(x+3-\frac{2}{x}\right) dx = \frac{x^2}{2} + 3x - 2\ln|x| + c$

k) $\int \frac{x-5}{\sqrt{x}} dx = \int \left(\sqrt{x} - \frac{5}{\sqrt{x}}\right) dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - 10\sqrt{x} + c$

51. $a)\ u = 5-4x$

$$\int 2(5-4x)^3 dx = -\frac{2}{4}\int u^3 du = -\frac{1}{8}(5-4x)^4 + c$$

$b)\ u = 5x+2$

$$\int \sqrt{5x+2}dx = \frac{1}{5}\int \sqrt{udu} = \frac{2}{15}\sqrt{(5x+2)^3}$$

$c)\ u = g(x) = x^2 \quad , \quad g'(x) = 2x$

$$\int x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2}e^{x^2} + c$$

$d)\ u = g(x) = 2x^3-4 \quad , \quad g'(x) = 6x^2$

$$\int x^2 \cdot \sqrt{2x^3-4}dx = \frac{1}{6}\int 6x^2 \cdot \sqrt{2x^3-4}dx = \frac{1}{6}\int \sqrt{u}du = \frac{\sqrt{(2x^3-4)^3}}{9} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$e)\ u = g(x) = x^2 + 2x + 1 \quad , \quad g'(x) = 2x + 2$

$$\int \frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x+2}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\ln\left| x^2 + 2x + 1 \right| + c$$

$f)\ u = g(x) = 2 + \sin x \quad , \quad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx = \int \frac{1}{u^3}du = -\frac{1}{2(2+\sin x)^2} + c$$

$$g)\ \int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{3}\right)+1}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\int \frac{1}{u^2+1}du$$

$$\int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c = \frac{1}{6}\sqrt{2}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c$$

$h)\ u = g(x) = x^2 - 4 \quad , \quad g'(x) = 2x$

$$\int \frac{x^2}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\ln\left| x^2 - 4 \right| + c$$

$$i)\ \frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3} \quad ; \quad A = \frac{1}{4} \quad , \quad B = \frac{3}{4}$$

$$\int \frac{x}{x^2+2x-3}dx = \frac{1}{4}\ln|x-1| + \frac{3}{4}\ln|x+3| + c$$

$$k)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

$$l)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

$$= \frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+3} + \ln|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}| + c$$

$$m)\ \frac{1}{x^2+12x+40}dx = \int \frac{1}{(x+6)^2+4}dx = \frac{1}{4}\int \frac{1}{\left(\frac{x+6}{2}\right)^2+1}dx$$

$$= \frac{1}{2}\arctan\frac{x+6}{2} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

52. $a)\ u = 2x - 3$

$$\int \ln(2x-3)dx = \frac{1}{2(2x-3)} + c$$

$b)\ u = 3x$

$$\int \cos 3x dx = \frac{1}{3}\sin 3x + c$$

$c)\ u = 3x + 1$

$$\int 2^{x+1}dx = \frac{2^{x+1}}{3\ln 2} + c = \frac{2^{x+1}}{\ln 8} + c$$

$d)\ u = 4x$

$$\int \lg 4x dx = \int (\lg 4 + \lg x)dx = x\lg 4 + \frac{x\cdot \ln x - x}{\ln 10} + c$$

$$e)\ u = \ln x \quad \Rightarrow \quad u' = \frac{1}{x} \quad , \quad v' = x \quad \Rightarrow \quad v = \frac{x^2}{2} + c_1$$

$$\int x\cdot \ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} + c_1\right)\cdot \ln x - \int \frac{1}{x}\cdot\left(\frac{x^2}{2} + c_1\right)dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot \ln x + c_1 - \frac{x^2}{4} = c_1 \ln x + c = \frac{x^2}{2}\cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

$$f)\ u = \ln x \quad \Rightarrow \quad u'\frac{1}{x} \qquad v' = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1$$

$$\int \sqrt{x}\cdot \ln x dx = \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right)\cdot \ln x - \int \frac{1}{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right)dx$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} - c_1 \ln x + c = \frac{2}{2}\sqrt{x^3}\cdot \ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} + c$$

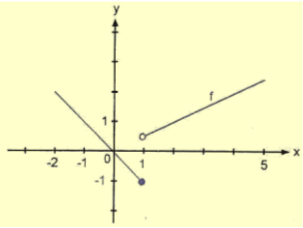
$$h)\ u = e^x \quad \Rightarrow \quad u'e^x \qquad v' = \cos x \quad \Rightarrow \quad v = \sin x + c_1$$

$$= \int x\cos x dx = x\cdot(\sin x + c_1) - \int (\sin x + c_1)dx$$

$$= x\cdot \sin x + c_1 x + \cos x - c_1 x + c = x\cdot \sin x + \cos x + c$$

درپیڅوس: الف: یو بنستیز تابع fدې لاندې څیره ولري

$$53.\quad a)\ F(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2}{2} + c & x \le 1 \\ \dfrac{x^2}{4} + c & x > 1 \end{cases}$$



دا د $F'(1) = -1$ او

$$\lim_{x\to 1} F'(x) = \lim_{x\to 1} \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

له امله د $x=1$ په ځای کې مشتقوړ نه ده او له دې امله fبنستیز تابع نه ده.

د دوه نه پرېکیدونکو توابعو انتیګرېشن:

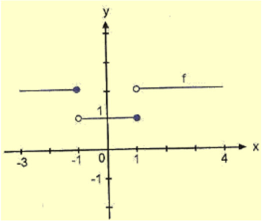
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int_{-2}^{5} f(x)dx=\int_{-2}^{1}-xdx=\left[-\frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{1}+\left[\frac{x^2}{4}\right]_{1}^{5}$$
$$=-\frac{1}{2}-(-2)+\frac{25}{4}-\frac{1}{4}=\frac{15}{2}$$

دا fد تابع په ورکړشوي اتروال کې انتيګرپشنوړ دهو سره له دې چې دا پرېکيدونکي ده او بنستيز تاع هم نه دي.

ب: تابع fدې لاندې څيره ولري:

$$b)\ \ f(x)=\begin{cases}2x+c & -3<x\le -1\\ x+c & -1<x\le 1\\ 2x+c & 1<x\le 4\end{cases}$$

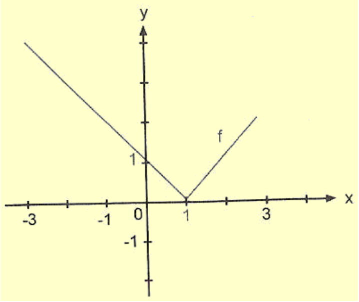


دا په ځايونو $x=1;\ x=-1$ کې انتيګرالوړ نه ده،
نوله دې سره fد بنستيز تابع نه ده.
د درې نهپرېکيدونکو توابعو انتيګرال:

$$\int_{-3}^{4} f(x)dx=\int_{-3}^{-1}2dx+\int_{-1}^{1}2dx[2x]_{-3}^{-1}+[x]_{-1}^{1}+[2x]_{1}^{4}$$
$$=-2+6+1+1+8-2=12$$

ځلورپنځوس: ارزښتازاده ليکنه راکوي:

$$54.\quad f(x)=|x-1|=\begin{cases}x-1 & x\ge 1\\ -x+1 & x<1\end{cases}$$



د تابعf يو بنستيزه تابع بايد لاندې څيره ولري

$$F(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}-x+c & x\ge 1\\ -\frac{x^2}{2}+x+c & x<1\end{cases}$$

د

$$F'(1)=0\qquad \lim_{x\to 1}F'(1)=\lim_{x\to 1}(-x+1)=0$$

له امله په ځای کې ښوونه ده (تابع ارزښت برابر پوله ارزښت):

$$F(1)=\lim_{x\to 1}-\frac{x^2}{2}+x+c$$
$$\frac{1}{2}-1+c_1=-\frac{1}{2}+1=c_2$$
$$c_1=1+c_2$$

له دې سره تابع f ناپرېکيدونکي، مشتقوړ بنستيز تابع F لري.

$$F(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}-x+c & x\le 1\\ -\frac{x^2}{2}+x+c & x>1\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځه پنځوس: الف: دf پارابول پورته لورته واز دی د ککری ټکي S(1;1) سره. دا یواځې د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$55.\quad a)\ \int_{-1}^{4}(x^2-2x+2)dx=\left[\frac{x^3}{3}-x^2+2x\right]_{-1}^{4}=\frac{40}{0}+\frac{10}{3}=\frac{50}{3}$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot 4-(-1)=\frac{50}{3}\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{10}{3}$$

د اړونده ارزښتونو اینسوونه

$$\frac{10}{3}=x^2-2x+2$$

$$x^2-2x-\frac{4}{3}\quad\Rightarrow\quad x_1=1-\frac{\sqrt{21}}{3}\quad,\quad x_2=1+\frac{\sqrt{21}}{3}$$

ب: د f ګراف چګیدونکې کرښه ده د y– محور غوځې y=1سره. دا د ورکړشوې انټروال سره یواځې له دې سره د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$b)\ \int_{0}^{6}(x+1)dx=\left[\frac{x^2}{2}+x\right]_{0}^{6}=24-0=24$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(6-0)=24\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=4$$

د اړونده x- ارزښتونو سره اینسوونه.

$$x+1=4\quad\Rightarrow\quad x_0=3$$

پ: ساینکږه د ورکړشوي انټروال کې د x - محور پورته لور ته پرته ده.

$$c)\ \int_{0}^{\pi}\sin x dx=\left[-\cos x\right]_0^{\pi}=1+1=2$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(\pi-0)=2\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{2}{\pi}$$

د ورکړشوي اړونده x– محور لپاره ږدو:

$$\sin x=\frac{2}{\pi}$$

$$\Rightarrow x=\arcsin\frac{2}{\pi}\quad\Rightarrow\quad x_1\approx 0.690\quad,\quad x_2\approx 2.451$$

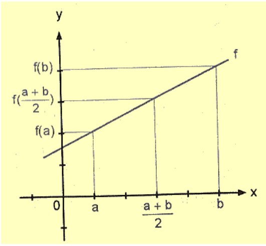
شپږپنځوس:

$$56.\quad a)\ \int_{a}^{b}(mx+n)dx=\left[\frac{mx^2}{2}+nx\right]_{a}^{b}=\frac{bm^2}{2}+bn-\frac{a^2m}{2}-an$$

$$=\frac{m}{2}(b^2-a^2)+n(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

منځ ارزښت:



$$f(x_0)\cdot(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right) \Rightarrow x=\frac{a+b}{2}$$

دِ وښتونکو – ارزښتونو له پاره اینوونه

$$=\frac{m}{2}(b+a)+n=mx \Rightarrow \frac{m}{2}(b+a)=mx \Rightarrow x\frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow \int_a^b (mx+n)dx=f(\frac{a+b}{2})\cdot(b-a)$$

د دې خالت له پاره چې کربنه د x–محور پورته لور ته ځغلي، نتیجه (۱) باوري کیږي، چې د ټراپخ فرمول سره سر خوري، که موږ اوږدوالی (b-a) د جګوالي په څیر او د تابع ارزښت f($\frac{a+b}{2}$) د منځارزښت په حیث نیسو

$$A=f(\frac{a+b}{2})\cdot(b-a)$$

اوه پنځوس: الف: د f ګراف د x- محور پواځې پورته لور ته پروت دی.

$$\int_{-2}^{1}(x^2+1)dx=\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_{-2}^{1}=6$$

A = 6 د سطحې یونونو سره

ب - د f ګراف د x- محور یواځې پورته لور ته پروت دی.

$$b)\ \int_0^{\pi}(2+\sin x)dx=[2x-\cos x]_0^{\pi}=2\pi+2 \quad\Rightarrow\quad A=(2\pi+2)\approx 8.283$$

د سطحې یونونه $A=(2\pi+2)$ ≈ 8,283سطحې واحدونو یا یوونونو سره

پ: دا کښته لور ته واز پارابل ککر ټکی S(-2;-1) لري او له دې سره یواځې د x -محور کښته لور ته پروت دی،

$$c)\ \int_{-3}^{0}(-x^2-4x-5)dx=-\int_{-3}^{0}(x^2+4x+5)dx=-\left[\frac{x^3}{3}2x^2+5x\right]_{-3}^{0}=-6$$

$A=|-6|=6$ د هوارې یا سطحې یونونه یا واحدونه.

ت : یواځې صفرځای N(-1;0) دی، یواځني قطبځای په $x_1=0$ کې پروت دی. د f ګراف په ورکړ شوي انټروال کې ناپرېکیدونکی دی او یواځې د x-محور پورته لور ته پرته ده.

$$d)\ \int_1^e\left(1+\frac{1}{x}\right)=dx=[x+\ln x]_1^e=e$$

A=e د سطحې یوونونه ˜ 2,718د سطحې یوونونو سره:

اته پنځوسم: دا پورته لور ته واز پارابل ککر ټکی S(-1,1) لري او له دې سره یواځې د x - محور پورته لور ته پروت دی،

اینونه:

$$\int_{-2}^{b}(x^2+2x+2)dx=6$$

انټګرالونه او اینوونه: $\frac{b^3}{3}+b^2+2b+\frac{8}{3}=6$

بڼه بدلون: $b^3+3b^2+6b-10=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حل: b1=1

د پولینوموېش. $(b^3+3b^2+6b-10):(b-1)=b^2+4b+10$

د $b_{2,3}=-2\pm\sqrt{4-10}$ له امله   بل کوم اوبی یا حل شتون نه لري.

نهه پنځوس: د ګراف یواځې په لومړی څلوری کې او له دې امله د x -محور پورته لور ته پروت دی.

اینوونه: $\int_a^4 3\sqrt{x}dx=14$

انتګرالونه او اینوونه: $2\sqrt{4^3}-2\sqrt{a^3}=14$

بڼه بدلون: $16-2\sqrt{a^3}14 \quad \Rightarrow \quad a=1$

غوښتونې د انتیګرال لاندې پوله a=1 ده.

شپېته: یو پورته لورته کښولشوی نورمال پارابول تابع مساوات y=x² + a لري د a > 0 سره.

اینښوونه: $\int_{-1}^{2}(x^2+a)dx=9$

انتیګرال – او ځاي په ځای کړی: $3+3a=9 \quad \Rightarrow \quad a=2$

بنوغښتوني پارابول برابرون دی: $y=x^2+2$

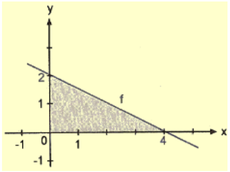
یوشپیته: د f انتروال د $0<x<\pi$ له پاره صفرځای نه لري. دا یا د x- محور پورته لور ته او یاکښته لور ته پروت دی.

اینوونه: $\left|\int_0^{\pi} a\cdot\sin x dx\right|=4$

انتیګرال کړی او ځا په ځای کړی: $|2a|=4 \quad \Rightarrow \quad a_1=2 \quad , \quad a_2=-2$

د $a_1=2$ یا د $a_2=-2$ په حالتونو کې په ورکړشوي انترول کې د سطحې کچه ۴ ده.

۶۲ : د سطحې شمیرنه د انتیګرال له لارې یا د انتیګرال سره



$$\int_0^4\left(-\frac{1}{2}x+2\right)dx=\left[\frac{x^2}{4}=2x\right]_0^4=4$$

د سطحې ساده شمیرنه

$$A=\frac{4\cdot 2}{2}=4$$

۶۳ : الف: صفرځایونه $N_1(-4;0); N_2(1;0)$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3\right)dx\right|+\left|\int_{1}^{3}\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]_{-4}^{1}\right|+\left|\int_{1}^{3}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]\right|=\left|23\frac{7}{16}\right|+|-2|$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = 25\frac{7}{16}$$

د غوښتوني سطحې منځهوارې کچه $25\frac{7}{16}$ ده

صفرځايونه: $N_1(-2;0); N_2(0;0); N_3(3,0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{0}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{3}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right|$$

$$A = \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{-2}^{0}\right| + \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{0}^{3}\right| = 10\frac{13}{24}$$

پ : صفرځايونه: $N_1(0;0); N_2(2;0); N_3(4,0)$

$$c)\ \ A = \left|\int_{0}^{2}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right| + \left|\int_{2}^{4}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{0}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{2}^{4}\right| = 8$$

غوښتوني منځهواره د هوارې ۸ واحدونه کچکوي

ت : صفرځايونه: $N_1(1;0); N_2(5;0)$

$$d)\ \ A = \left|\int_{1}^{5}(-x^2 + 6x - 5)\,dx\right| = \left|\left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x\right]_{1}^{5}\right| = 10\frac{2}{3}$$

د غوښتوني سطحې منځهوارې کچه $10\frac{2}{3}$ ده

ځلورشپيته:

الف : صفرځايونه: $N_1(2;0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{2}(x-2)dx\right| + \left|\int_{2}^{3}(x-2)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{-2}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{2}^{3}\right| = 8\frac{1}{2}$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه $8\frac{1}{2}$ ده.

ب : صفرځايونه: $N_1(-2;0); N_2(3;0)$

$$A = \left|\int_{1}^{3}(x^2 - x - 6)dx\right| + \left|\int_{3}^{5}(x^2 - x - 6)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{1}^{3}\right| + \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{3}^{5}\right| = 20$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه ۲۰ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : صفرځایونه: $N_1(2;0); N_2(6;0)$

$$c)\quad A=\left|\int_0^2 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_2^6 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_6^8 (x^2-8x+12)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_0^2\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_2^6\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_6^8\right|$$

$$A=32$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه ۳۲ده.

پنځه شپيته: اکسپوننشل - يا جګګڼ $y = e^x$ کږه يواځې د x-مجور پورته لور ته پرته ده. دا کښته لور ته واز پارابول y= - x² -1 د ککرۍ ټکي S(0;-1) سره د x- محور کښته لور ته پروت دئ. له دې امله دواړه ګرافونه يو بل نه غوځوي.

$$65.\quad A=\left|\int_0^1 (e^x+x^2+1)\,dx\right|=\left|\left[e^x+\frac{x^3}{3}+x\right]_0^1\right|=e+\frac{1}{3}$$

غوښتونې سطحه $\frac{3e+1}{3}$ د سطحې يوونونه يا واحدونه ورکوي

شپږشپيته: جګيدونکې کرښه د –محور په کې غوځوي. لهد ې سره دا په لومړۍ څلورۍ کې د ساينکږې پورته لور ته ځغلي. په ورکړشوې انتروال کې د دواړو کږو غوځټکي نه شته.

$$66.\quad A=\left|\int_0^{2\pi} (2x+2-\sin x)\,dx\right|=\left|\left[x^2+2x+\cos x\right]_0^{2\pi}\right|=4\pi^2+4\pi$$

غوښتوني سطحه $4\pi(\pi+1)$ د سطحې يوونونه يا واحدونه ورکوي

اوه شپيته: د

$$67.\quad x^2-3=2x^2+1 \;\Rightarrow\; x^2=-4$$

له امله دواړه کرښي يوبل نه غوځوي

$$A=\left|\int_{-1}^2 (2x^2+1-(x^2-3))dx\right|=\left|\int_{-1}^2 (x^2+4)dx\right|=\left|\left[\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-1}^2\right|=15$$

اته شپيته: پارابول $y=\sqrt{x}$ تول په لومړۍ څلورمه کې ځغلي. هغه د لوېدونکو(نزولي) کرښو y = -x -a ښخه د y-محور برخه سره 1- نه غوځوي.

$$68.\quad A=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}-(-x-1))dx\right|=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}+x+1))dx\right|=\left|\left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right]_0^4\right|$$

$$A=17\frac{1}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتونې منځهواره $17\frac{1}{3}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

نهه شپیته: د غوځټکي شمیرنه

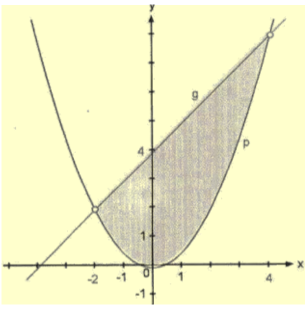
$$69.\quad 2x+1=x+3 \quad \Rightarrow \quad x=2$$

دواړه

$$A=\left|\int_{-2}^{1}(x+3-(2x+1))dx\right|=\left|\int_{-2}^{1}(-x+2)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-2}^{1}\right|=7\frac{1}{2}$$

غوښتونې منځهواره 7,5 د سطحې یوونونه کچکوي.

اویا:



$$0.5x^2=x+4$$

$$x^2-2x-8=0$$

$$\Rightarrow x_1=-2 \quad , \quad x_2=4$$

هواره یا سطحه وشمیرئ

$$A=\left|\int_{-2}^{4}(x+4-\frac{x^2}{2})dx\right|$$

$$=\left|\left[\frac{x^2}{2}+4x-\frac{x^3}{6}\right]_{-2}^{4}\right|$$

$$A=18$$

غِوښتونېد سطحې دننه د سطحې ۱۸ یوونونه کچکوي.

یواویا: د غوځټکو پروتمحور

$$x^2-6x+5=-x+1$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=4$$

هوارې یا سطحې وسمیرئ

$$A=\left|\int_{1}^{4}(-x+1-(x^2-6x+5))dx\right|=\left|\int_{1}^{4}(x^2+5x-4)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}-4x\right]_{1}^{4}\right|=\frac{9}{2}$$

د غوښتونې هورې یا سطحې کچیوونونه $\frac{9}{2}$ دي،

دوه اویا: د کرښیز برابرونونو لیکل

$$f(-1)=3 \quad , \quad f(2)=6$$

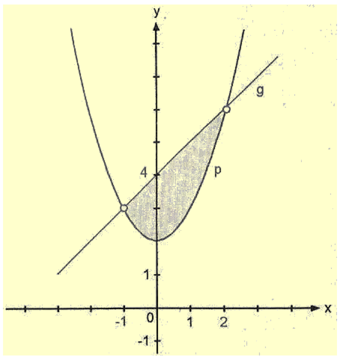
د کرښبرابرونونو دوه ټکي بنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$y = \frac{6-3}{2-(-1)}(x-(-1))+3$$

$$y = x + 4$$



هوارې يا سطحې شميرنه:

$$A = \left| \int_{-1}^{2} (x+4) - (x^2+2))dx \right|$$

$$= \left| \int_{-1}^{2} (-x^2 + x + 2)dx \right|$$

$$A = \left| \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^{2} \right| = \frac{9}{2}$$

غوبنتوني منځهواره 4,5 د سطحې يوونونه کچکوي.

هوارې شميرنه:

$$A = \left| \int_{1}^{3} (-2x^2 + 8x - 3 - (x^2 - 4x + 6))dx \right| = \left| \int_{1}^{3} (-3x^2 + 12x - 9)dx \right|$$

$$A = \left| \left[-x^3 + 6x^2 - 9x \right]_{1}^{3} \right| = 4$$

پنځه اويا:د غوڅتکو پراته ارزښتونه:

$$4\sqrt{x} = \frac{x^2}{2}$$

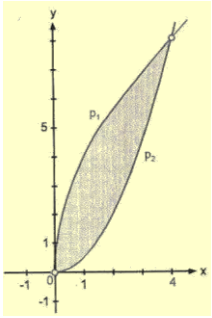
$$16x = \frac{x^4}{4}$$

$$64x = x^4$$

$$x^4 - 64x = 0$$

$$x(x^3 - 64) = 0$$

$$\Rightarrow \; x_1 = 0 \quad , \quad x_2 = 4$$



هوارشميرنه:

$$A = \left| \int_{0}^{4} (4\sqrt{x} - \frac{x^2}{2})dx \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{8\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x^3}{6} \right]_{0}^{4} \right| = \frac{32}{3}$$

غوبنتوني منځهواره $\frac{32}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

شپږاويا: د غوڅتکو پراته ارزښتونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2\sqrt{x}=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$

$$6\sqrt{x}=2x+4$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$\Rightarrow x_1=1 \quad , \quad x_2=4$$

د سطحې يا هوارې شمېرنه:

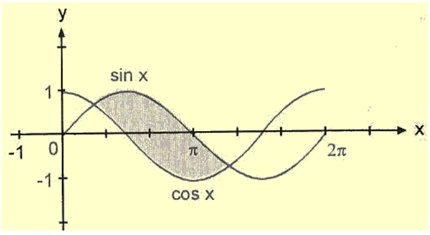
$$A=\left|\int_1^4 (4\sqrt{x}-(\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}))dx\right|=\left|\int_1^4 (2\sqrt{x}-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}))dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}\right]_1^4\right|=\frac{1}{3}$$

غوښتونې منځهواره $\frac{1}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

اوه اويا: د غوڅېکو پراته ارزښتونه:

77. $\sin x=\cos x$



$$\frac{\sin x}{\cos x}=1$$

$\tan x$

$$\Rightarrow x_1=\frac{\pi}{4} \quad , \quad x_2=\frac{5\pi}{4}$$

د هوارې شمېرنه:

$$A=\left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi}(\sin x-\cos x)dx\right|$$

$$A=\left|[(-\cos x-\sin x)dx]_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi}\right|=\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$$

غوښتونې منځهواره $2\sqrt{2}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

اته ويا: د تانجنتبرابرون ليکل:

لومړي رابيليدنه يا مشتق: $f'(x)=3x^2-4x+1$

تابع ارزښتونه $f(2)=1$ $\quad f(2):$

جګيدنه په $f'(2)=5$: $x_0=2$ کې

د $x_0=2$ او $f(x_0)=y_0=1$ اينبونه په

$y=5(x-2)+1$: $y=m(x-x_0)+y_0$ کې

د تانجنت برابرون دی: y=5x-9

اينبونه :

$$x^3-2x^2+x-1=5x-9$$

$$x^3-2x^2-4x+8=0$$

پولينوموېش:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$(x^3-2x^2)-4x+8):(x-2)=x^2-4$$
$$\Rightarrow\ x_1=-2\quad,\quad x_2=2$$

د دويم ګډ غوڅټکي د پروتمحور ارزښت: $x_1=-2$

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2+x-1)(5x-9))dx\right|=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2-4x+8)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-2x^2+8x\right]_{-2}^{2}\right|=\frac{64}{3}$$

غوښتوني منځهواره $\frac{64}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

نهه اويا: نورمالبرابرون

لومړی رابيليدنه يا لومړي مشتق:

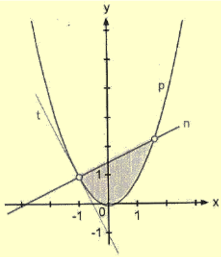
$$f'(x)=2x$$

تابع ارزښت $f(-1)$:

$$f(-1)=1$$

تانجنتجګيدنه په $x_0=-1$: کې.

$$f'(-1)=-2$$



په $x_0=-1$: کې د نورمال جګيدنه:

$$m_n=-\frac{1}{m_t}=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$$

نورمالبرابرونه:

$$y=\frac{1}{2}(x-(-1))+1$$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

د دويم غوڅټکي د پروتمحور ارزښت

$$x^2=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\ \Leftrightarrow\ 2x^2-x-3=0\ \Rightarrow\ x_1=-1\quad,\quad x_2=\frac{3}{2}$$

نورمال د $x_2=\frac{3}{2}$ په ځای کې د پارابول سره يو بل ګډ غوڅټکی لري.

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-1}^{1.5}(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}-x^2)dx\right|=\left|\left[\frac{x^2}{4}+\frac{3x}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1.5}\right|=\frac{125}{48}$$

ِوښتوني سطحه $\frac{125}{48}$ د سطحې يوونونه ده.

يواتيا: په $x=0$ کې پيژند- يا تعريفتشيا ده.

له دې سره په ورکړشوي انتروال کې د f تابع ناپرېکيونکي ده،

يو اتيا: د غوڅتکو د پروت محور ارزښتونه:

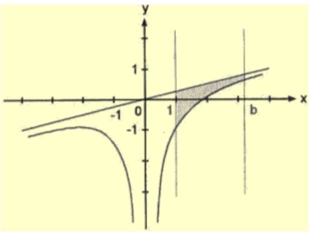
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{4}x=\frac{x^3-8}{4x^2} \Leftrightarrow x^3=x^3-8$$

کرښه د تابع له ګراف سره ګډ ټکي نه لري.(دا د ګراف ګاونډ یا اسیمپټوټي ده)
اینوونه:

$$A=\left|\int_1^b\left(\frac{1}{4}x-\frac{x^3-8}{4x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\left(\frac{x}{4}-\frac{x}{4}+\frac{2}{x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\frac{2}{x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{2}{x}\right]_1^b\right|=\left|-2\cdot\frac{1}{b}+2\right|$$

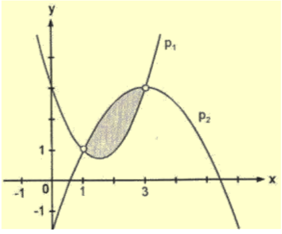


د $b>1$ له امله دی

$-2\cdot\frac{1}{b}+2>0$ ، له دې سره دی

$$-2\cdot\frac{1}{b}+2=\frac{3}{2} \Rightarrow b=4$$

د b=4 له پاره هواره ورکړشوي ارزښت غوره کوي یا اخلي.
دوه اتیا: د غوښتکو د پروت محور ارزښتونه:



$$x^2-3x+3=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}$$

$$x^2-4x+3=0$$

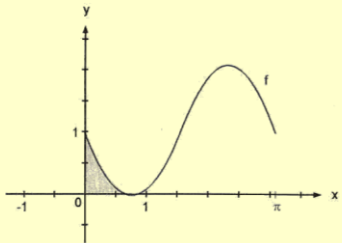
$$\Rightarrow x_1=1 \quad , \quad x_2=3$$

د هوارې شمیرنه په انټروال [1,3] کې سرته رسیږي.
د هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}-(x^2-3x+3)\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{3}{2}x^2+6x-\frac{9}{2}\right)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^3}{2}+3x-\frac{9x}{2}\right]_1^3\right|=2$$

غوښتونې هواره د هوارې دوه یوونونه ده.
دري اتیا: د $a-\sin 2x \geq 0$ او $a>0$ له امله د f ګراف د x- محور یواځې پورته لور ته پروت دی.(د a=1 له پاره په څنګ کې څیره وګورئ)
صفرځایونه:
صفرځایونه له a خپلواک دي.



$$1-\sin 2x\geq 0$$

$$1-\sin 2x=0$$

$$\sin 2x=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in z)$$

د هوارې شمیرنه له پیل تر لومړي صفرځای پورې شمیرل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{4}} a(1-\sin 2x)dx\right| = a\cdot\left|\left[x+\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}\right|$$

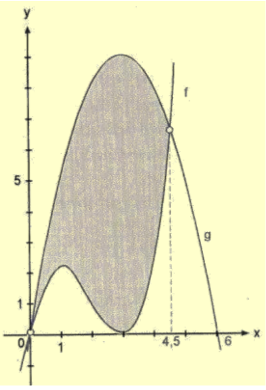
$$A=a\cdot\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot 0\right)-a\cdot\left(0+\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2)$$

برابراینوونه:

$$\pi-2=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2) \quad \Rightarrow \quad a=4$$

د $a=4$ له پاره هوارع ورکړشوي ارزښت هوره کوي.

ځلوراتیا: د غوڅیکو پروت محور



$$\frac{2}{3}x^3-4x^2+6x=-x^2+6$$

$$\frac{2}{3}x^3-3x^2=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=\frac{9}{2}$$

د هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{4.5}\left(-x^2+6x-\frac{2}{3}x^3+4x^2-6x\right)dx\right|$$

$$=\left|\int_0^{4.5}\left(-\frac{2}{3}x^3+3x^2\right)dx\right|$$

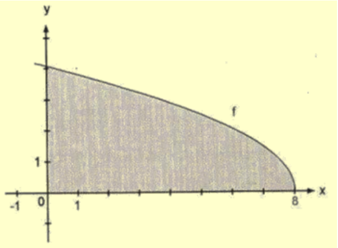
$$A=\left|\left[-\frac{1}{6}x^4+x^3\right]_0^{4.5}\right|=\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$$

غوښتوني هواره $\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$ هواریوونونه کچوي.

پنځه اتیا: صفرځایونه

$$0=\sqrt{16-2x} \quad \Rightarrow \quad x=8$$

هوارشمیرنه



$$A=\left|\int_0^{8}\sqrt{16-2x}dx\right|$$

$$=\left|\left[-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(16-2x)}\right]_0^{8}\right|$$

$$A=\frac{64}{3}$$

غوښتوني هواره $A=\frac{64}{3}$ هواریوونونه کچوي.

شپږاتیا: الف: تابع په x=-2 کې پیژندتشځای لري.

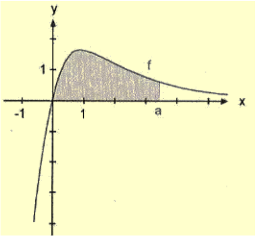
(c) ketabton.com: The Digital Library

يواځنی صفر ځای د

$$86.\quad a)\ \frac{48x}{(x+2)^3}=0 \quad\Rightarrow\quad 48x=0$$

له امله په $x_2=0$ کې دی.

له دې امله ګراف د a>0 له پاره ناپرېکیدونکی دی په لومړي انټروال [0,a]کې د سطحې شمیرنه ده:



$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{(x+2)^2}+\frac{C}{(x+2)^3}$$

$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{Ax^2+(4A+B)x+4A+2B+C}{(x+2)^3}$$

د ضریبونو یا ځلوونو پرتله کونه

$$A=0$$

$$4A+B=48$$

$$4A+2B+c=0 \quad\Rightarrow\quad A=0 \quad,\quad B=0 \quad,\quad C=-96$$

انتیګرال یې کړی

$$\int_0^a \frac{48x}{(x+2)^3}dx=\int_0^a\left(\frac{48}{(x+2)^2}-\frac{96}{(x+2)^3}\right)dx=\left[-\frac{48}{x+2}+\frac{48}{(x+2)^2}\right]_0^a$$

$$=\left[-48\frac{x+1}{(x+2)^2}\right]_0^a=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right)$$

د A=8 له پاره د هوارې یوونونه

$$8=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{12}=\frac{a+1}{(a+2)^2} \Leftrightarrow 0=a^2-8a-8$$

د $a>0$ له امله $a=4+\sqrt{24}\approx 8.900$ یواځنی حل دی.

د $a=8.900$ له پاره د هوار یینونه غوښتونی ارزښت نیسي

ب: پارامترt په صفرځای کوم اغیز نه لري.

موږ په بلډول لیکو:

$$y=\frac{tx}{(x+2)^3}=t\cdot\frac{x}{(x+2)^3}$$

اوس د t=48 له پاره د برخې الف سره پرته کول شوني دي.

$$y=\frac{48x}{(x+2)^3}=48\cdot\frac{x}{(x+3)^3}$$

د ناټاکلي انتیګرال لاس ته راوني کیدی شي له برخې الف هم ونیول شي.

$$\int_0^4 t\frac{x}{(x+2)^3}dx=-\left[-t\cdot\frac{x+1}{(x+2)^3}\right]_0^4=\frac{1}{9}t$$

د A=10هوارې یوونونون له پاره اینونه.

$$\frac{1}{9}t=10 \quad\Rightarrow\quad t=90$$

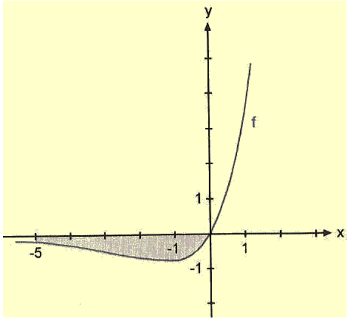
د $t=90$ له لپاره د هورې یوونونه غوښتلی ارزښت نیسي.

اوه اتیا:صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 = x \cdot e^{0.5x} > 0$

ګراف د $e^{0.5x} > 0$ له امله یواځنی صفرځای په $x = 0$ کې لري.



له دې سره د هوارې شمیرنه

په انتروال [-5,0] کې کیږي.

توټه – یا پارسل انتیګرالونه.

$u(x) = x$

د $u'(x) = 1$ سره

$v'(x) = e^{0.5x}$

د $v(x) = 2e^{0.5x}$ سره

$$\int_{-5}^{0} x \cdot e^{0.5x} dx = \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \int_{-5}^{0} 2 \cdot e^{0.5x} dx$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \left[4 \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0}$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}(x-2)\right]_{-5}^{0}$$

$$= -4 + 14 \cdot \sqrt{e^{-5}}$$

دا چې هواره د - محور کښته لور ته پرته ده، ناټاکلی انتیګرال کمیز یا منفي ګڼ ارزښت لري.

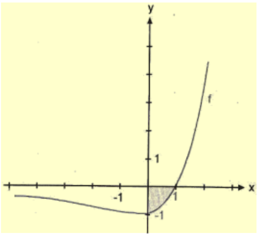
غوښتوني منځهواره د هوارې نږدې ۲،۸۵۱ یوونونه کچوي.

اته اتیا: صفرځایونه

$0 = e^{x}(x-1)$

د $e^{x} > 0$ له امله ګراف د $x - 1 = 0$

له پاره یواځنی صفرځای په $x = 1$ کې لري.



له دې سره د سطحې شمیرنه په انتروال [0,1] کې کیږي.

توټه انتیګرالونه

$u'(x) = 1$

$v'(x) = e^{x}$

$v'(x) = e^{x}$

$v(x) = e^{x}$

$$\int_{0}^{1} e^{x}(x-1)dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \int_{0}^{1} e^{x}dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \left[e^{x}\right]_{0}^{1}$$

$$= \left[e^{x}(x-2)\right]_{0}^{1} = 2 - e \approx -0.718$$

دا چې هواره د -محور کښته لور ته پرته ده، نوټاکلی انتیګرال کمیز ؛ڼ ارزښت لري.

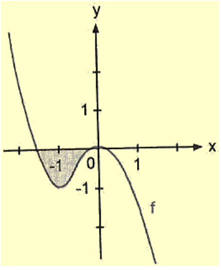
غوښتوني منځهواره 0.718 د هوارې یوونونه کچه وي.

نهه اتیا: صفرځایونه:

$-2x^{2} - 3x^{2} = 0$

$-x^{2}(2x+3) = 0 \;\Rightarrow\; x_{1} = -1.5 \quad , \quad x_{2,3} = 0$

د دواړو صفرځایونو په منځ کې د هوارې شمیرنه:



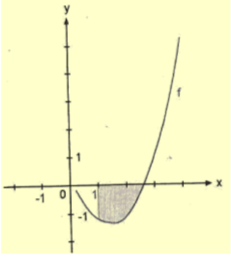
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_{-1.5}^{0}(-2x^3-3x^2)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{x^4}{2}-x^3\right]_{-1.5}^{0}\right|=\left|-\frac{27}{32}\right|$$

غوښتوني منځهواره 0,844 د هوارې يوونونه کچه وي.

نوي: صفرځايونه:
تابع (يا څيرونه)f يواځې د $x>0$ له پاره پيژند لري يا تعريف ده.
نو له دې امله يواځنى صفرځاى د $\ln x=1 \Leftrightarrow \ln x-1=0$ لپاره په $x=e$ کې شتون لري.



توټه انتيګرالونه

$u(x)=\ln x-1$

$u'(x)=\frac{1}{x}$

$v'(x)=x^2$

$v(x)=\frac{x^3}{3}$

$$\int_{0}^{1}x^2\cdot(\ln x-1)d$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\int_1^e\frac{1}{x}\cdot\frac{x^3}{3}dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\left[\frac{x^3}{9}\right]_1^e$$

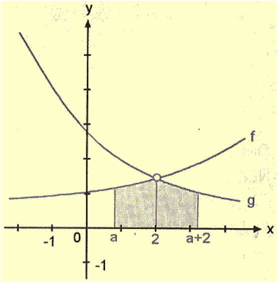
$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{4x^3}{9}\right]_1^e=\frac{1}{9}(4-e^3)\approx-1.787$$

دا چې هواره د x-محور لاندې پرته ده، نو دا ټاکلي انتيګرال يو کميز ؛ن ارزښت لري.
غوښتوني هواره -1.787 هوار يوونونه کچ کوي.
يونوي: د چګګنونو د پرته له مخې د غوخټکو شميرل

$$e^{\frac{1}{4}x}=e^{-\frac{1}{4}x+1}$$

$$\frac{1}{4}x=-\frac{1}{4}x+1$$

$$x=2$$



دواړه ګرافونه په $x=2$ کې غوخوي.
د هوارشميرنې ايښوونه:
دواړ هبرخهواري د x-محور پورته لور ته پرتې دي، نو له دې امله د ټاکلي انتيګرال ارزښتونه زاتيز يا مثبت دي،
له دې امله د ارزښت ليکندول څخه تيريږو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\int_a^2 a^{\frac{1}{4}x}dx+\int_2^{a+2} e^{-\frac{1}{4}x+1}dx=\left[4e^{\frac{1}{4}x}\right]_a^2+\left[-4e^{-\frac{1}{4}x+1}\right]_2^{a+2}$$

$$=4e^{\frac{1}{2}}-4e^{\frac{1}{4}a}-4e^{-\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}+1}+4e^{-\frac{1}{2}+1}$$

$$A=4\cdot\left(2e^{\frac{1}{2}}-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

د ځای اړوند اکستریموم له پار اړیین شرط دی: $A'(a)=0$

$$A'(a)=4\cdot\left(-\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}+\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

پوره کیدونکي شرطونه.

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

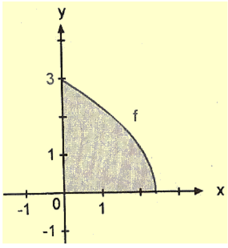
د a=2 له پاره هواره ممکن ستره خوندیونه غوره کوي. له دې امله هواره په انتروال [1,3] کې پرته ده.

دوه نوي:ٌفرځایونه:

$$0=\sqrt{9-4x}\quad\Rightarrow\quad x=\frac{9}{4}$$

ګراف د پارابل د خرانګي یا یوې برخه بنایي، چې کیڼ لور ته از دی، کوم چې د x-محور پورته لور ته پروت دی.غبنتونې هواره له دې سره په انتروال [0;2, 25] کې پرته ده.

د هوارې شمیرنه:



$$A=\left|\int_0^{\frac{9}{4}}\sqrt{9-4x}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(9-4x)^3}dx\right]_0^{\frac{9}{4}}\right|=\left|\frac{1}{6}\sqrt{9^3}\right|=\frac{9}{2}$$

غوبنتونې هواره $\frac{9}{2}$ د هوارې یوونونه کچوي.

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

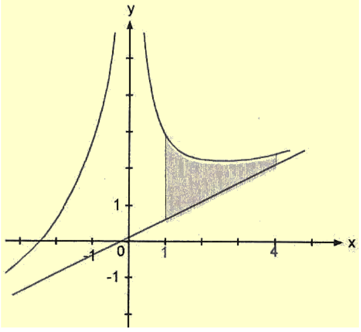
پوره کيدوني شرطونه

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

د له پاره هواره ممکن ستره خونديونه غوره کوي. له دې سره هواره په انټروال [1,3] کې پرته ده.

درې نوي: تابع يا ځيرونه په x=0 کې پيژندتشځای لري. په انټروال [1;4] کې ناپرېکيدونکی دی.



$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+12}{2x^2}=\frac{1}{2}x$$

د ګاوند – يا اسيمپتوت برابرون

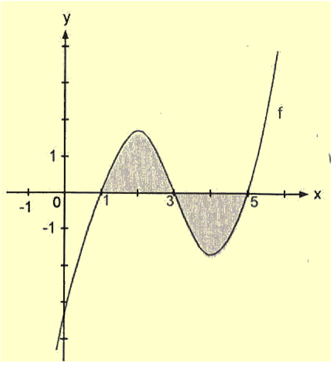
$$y=\frac{1}{2}x$$

هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_1^4\left(\frac{x^2+12}{2x^2}-\frac{1}{2}x\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^4\left(\frac{1}{2}x-\frac{6}{x^2}-\frac{1}{2}x\right)dx\right|=\left|\int_1^4\left(\frac{6}{x^2}dx\right|=-\left|\left[-\frac{6}{x}\right]_1^4\right|=\frac{9}{2}$$

ونتوني منځهواره $\frac{9}{2}$ د هوارې يوونونه کچوي.



څلورنوي: صفرځايونه

ازمنبينت يو لومړي صفرځای راکوي، د $x_1=1$ سره

پولينوموېش

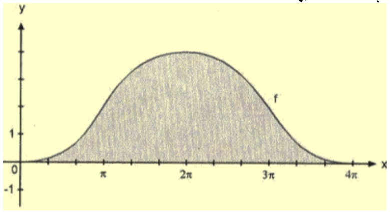
$$(x^3-9x^2+23x-15):(x-1)$$

$$=x^2-8x+15$$

نور صفرځايونه دي:

$$x_2=3\quad,\quad x_3=5$$

له دې سره هوارشميرنه په برخه انټروالونو [1;3] او [3;5] کې کيږي.



هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_0^{4\pi}2\left(1-\cos\frac{x}{2}\right)dx\right|=2\cdot\left|\left[x-2\sin\frac{x}{2}\right]_0^{2\pi}\right|$$

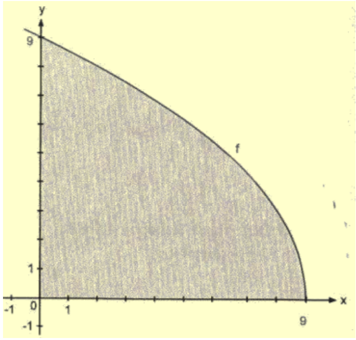
(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتونې هواره ۲۵،۱۳ د هواريوونونه لري.

اوه نوي: صفرځايونه:

$$3\cdot\sqrt{9-x}=0$$

$$\Rightarrow\ x=9$$



له دې سره غوښتونې هواره په انتروال[0;9] کې پرته ده

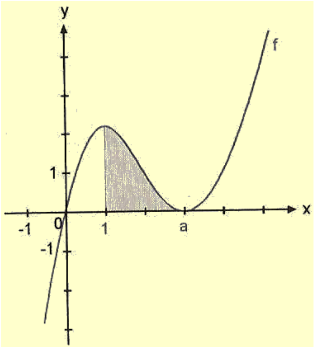
$$A=\left|3\int_0^9\sqrt{9-x}dx\right|$$

$$=3\left|\left[-\frac{2}{3}\sqrt{(9-x)^3}dx\right]_0^9\right|$$

$$A=54$$

غوښتونې منځهواره ۵۴ د هوارې يوونونه کچه کوي.

اته نوي: صفرځايونه:



$$0=x^3-2ax^2+a^2x$$

$$0=x(x^2-2ax+a^2)$$

$$\Rightarrow\ x_1=0$$

$$0=x^2-2ax+a^2$$

$$\Rightarrow\ x_{2/3}=a$$

د a>1 له امله پارابول د $0<x<1$ له پاره صفرځای نه لري

د هوارشميرنې ايښوونه:

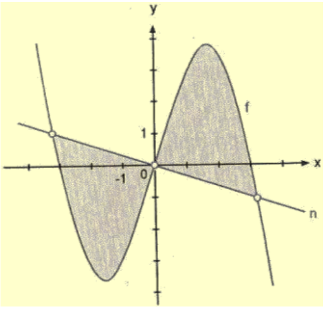
$$A=\left|\int_0^1(x^3-2ax^2+a^2x)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2ax^3}{3}+\frac{a^2x}{2}\right]_0^1\right|=\frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{4}-\frac{2a}{3}+\frac{a^2}{2}=\frac{11}{4}\ \Leftrightarrow\ 6a^2-8a-30=0\ \ \Rightarrow\ a_1=-\frac{5}{3}\ ,\ \ a_2=3$$

د a>1 له امله a=3 يواځنې اوبې يا حل دی.

نهه نوي:



(c) ketabton.com: The Digital Library

99. $f'(x) = -x^2 + 3$

$f'(0) = 3$

$\Rightarrow \; m_n = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{3}$

دا چې کرښه سرچینه یزه – یا پیلکرښه ده ، نو برابرن یې دي :

د غوڅټکو د پروتمحور ارزښتونه:

$$\frac{1}{3}x = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$$

$$\frac{1}{3}x(x^2 - 10) = 0 \quad \Rightarrow \; x_1 = -\sqrt{10} \; , \quad x_2 = 0 \; , \quad x_3 = \sqrt{10}$$

هوارشمیرنه:

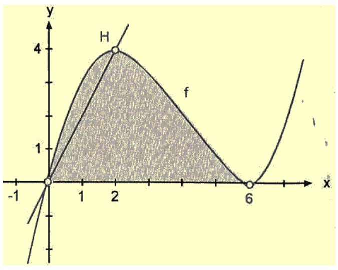
دا چې fد په برابرونونو کې یواځې ناجوړه کګګنونه منځ تهراخي، له دې امله د ګراف سرچینې ته ټکی سیموتریک دی.نو له دې سره بسیا کوي چې هواره په یوه برخ انتروال کې وشمیرو.

$$A = 2 \cdot \left| \int_0^{\sqrt{10}} \left(-\frac{1}{3}x - (-\frac{1}{3}x^3 + 3x) \right) dx \right| = 2 \cdot \left| \int_0^{\sqrt{10}} \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{10}{3} \right) dx \right|$$

$$A = 2 \cdot \left| \left[\frac{x^4}{12} - \frac{5x^2}{3} \right]_0^{\sqrt{10}} \right| = 2 \cdot \frac{25}{3} = \frac{50}{3}$$

خورا لویه منځهواره $\frac{50}{3}$ د هوارې یوونونه ګچوي.

سل :



$$\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x^2 - 12x + 36) = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x-6)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \; x_1 = 0 \; , \quad x_{2/3} = 6$$

جګټکی

$$f'(x) = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}(x^2 - 8x + 12)$$

$$\Rightarrow \; x_1 = 2 \; , \quad x_2 = 6$$

د

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(x)=\frac{3}{4}x-3 \quad \Rightarrow \quad f''(2)=-\frac{3}{2}<0 \qquad x=2$$

له امله د x=2 له پاره دا یومکسموم په ګوتهکوي.
د کرښیز برابرون لیکنه

$$f(2)=4$$

$$y=\frac{4-0}{2-0}(x-0)+0 \quad \Rightarrow \quad y=2x$$

د منځهوارې شمیرنه:
ټوله هواره:

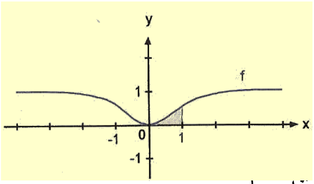
$$A=\left|\int_0^6 (\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x)dx\right|=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{9x^2}{4}\right]_0^6\right|$$

د برخهوارې له پاره اینونه

$$A=\left|\int_0^6 (\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x)dx\right|=\left|\int_0^2 (\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{5x^2}{4}\right]_0^2\right|=\frac{3}{2}$$

یوسل او یو: صفرځایونه:



$$0=\frac{x^2}{1+x^2} \quad \Leftrightarrow \quad x^2=0$$

$$\Rightarrow \quad x=0$$

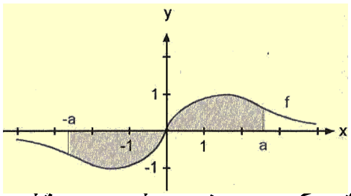
د هوارښمیرنه:
موخه ور بنه بدلون مو یوه ساده انتیګرال ته بیایي.

$$A=\left|\int_0^1 \frac{x^2}{1+x}dx\right|=\left|\int_0^1 \frac{1+x^2-1}{1+x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\int_0^1 \left(\frac{1+x^2}{1+x^2}-\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|\int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|[x-\arctan x]_0^1\right|$$

$$A=1-\arctan 1-0+\arctan 0=1-\frac{\pi}{4}$$

غوښتونې منځهواره 0,215 هواریوونونه کچه وي.



یوسل ودوه:

$$0=\frac{x}{1+x^2} \quad \Rightarrow \quad x=0$$

د هوارې شمیرنې له پاره اینوونه:
دا چې ګراف پیل یا سرچینې ټکی ته سیومتریک دی، نو په لومړی ځلورمه کې د انتیګرال شمیرنه بسیا کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u(x)=1+x^2$ او $u'(x)=2x$ سره د انتيګرالوني تابع بڼه

$f(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$ لري. له دې سره دي: $f'(x)=\ln u$

$$A=2\cdot\left|\frac{1}{2}\int_0^a\frac{2x}{1+x^2}dx\right|=\left|\left[\ln(1+x^2)\right]_0^a\right|=\ln(1+a^2)-\ln 1$$

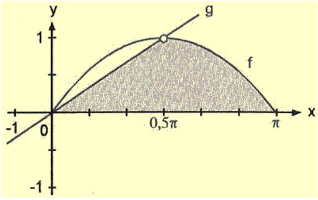
$$A=\ln(1+a^2)$$

برابراينونه:

$$\ln(1+a^2)=1\quad\Rightarrow 1+a^2=e\quad\Rightarrow a=\sqrt{e-1}$$

د a=1,311 له پاره منځهواره ورکړشوی ارزښت اخلي.

يوسلودرې:



$$103.\ \frac{2}{\pi}=\sin x\quad\Rightarrow x_1=0\ ,\quad x_2=\frac{\pi}{2}$$

هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2}{\pi}xdx\right|+\left|\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin xdx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^2}{\pi}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\right|+\left|\left[-\cos x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right|=\frac{\pi}{4}+1\frac{\pi+4}{4}$$

غوښتوني سطحه نږدې 1,785 د هوارې يوونونه کچوي.

يوسلوڅلور:د غوڅټکو پراته ارزښتونه:

$$x\cdot\sin x=2\cdot\sin x$$

$$\Rightarrow\ x_1=2\ ,\quad x_2=k\pi\ ,\quad k\in z$$

هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_0^2(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|+\left|\int_0^{\pi}(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\int_0^2x\cdot\sin xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_2^{\pi}x\cdot\sin xdx\right|$$

له

$$u(x)=x\ ,\quad u'(x)=1\qquad v'(x)=\sin x\ ,\quad v(x)=-\cos x$$

سره توټه انتيګرالونه راکوي:

$$A=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\left[-x\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_0^2\cos xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\left[-x\cdot\cos x\right]_0^2-\int_2^{\pi}\cos xdx\right|+$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_0^2\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_2^{\pi}\right|$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

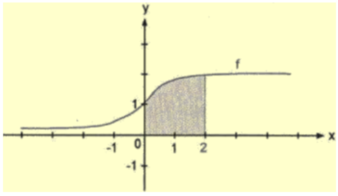
يادونه:

$$|2-\pi+\sin 2<0\Rightarrow|-2+\pi-\sin 2|=-2+\pi-\sin 2$$

غوښتونکې سطحه ۱،۳۲۳ د سطحې يوونونه کچوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو سل اوپنځه: د f ګراف صفرځای نه لري او ناپرېکیدونکی دی.



هوارشمیرنه: د $u(x) - e^x + 1$

او $u'(x) = e^x$ سره دی:

$$f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} \quad \text{او} \quad f'(x) = \ln u$$

$$A = \left| 2\int_0^2 \frac{e^x}{e^x+1}dx \right| = \left| \left[2\cdot\ln(e^x+1)\right]_0^2 \right| = 2\ln(e^2+1) - 2\cdot\ln 2$$

غوښتوني سطحه د سطحې یوونونو نږدې ۲،۸۶۸ کچوي

یوسلوشپږ: الف: د ډکي- یا حجم فرمول کې ایښوونه:

$$V = \pi\cdot\int_0^4 (2+\sqrt{x})^2 dx = \pi\cdot\int_0^4 (4+4\sqrt{x}+x)^2 dx$$

$$V = \pi\cdot\left[4x + \frac{8\sqrt{x^3}}{3} + \frac{x^2}{2}\right]_0^4 = \frac{136}{3}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 142,4 د فضا یوونونه کچه وي.

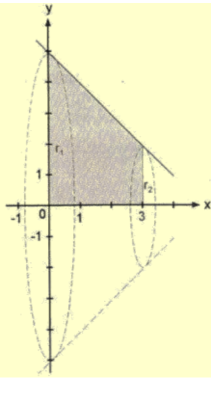
ب: د ډکي فرمول کې ایښوونه:

$$V = \pi\cdot\int_0^4 (\frac{1}{2}(x-2)^2+1)^2 dx = \pi\cdot\int_0^4 (\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 12x + 9)dx$$

$$V = \pi\cdot\left[\frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{2} + \frac{7x^3}{3} - 6x^2 + 9x\right]_2^4 = \frac{94}{15}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 19,69د فضا یوونونه کچه وي.

یوسل او اوه: الف: دانتیګرالشمیرنې له لارې د ډکي یا حجم شمیرنه:



$$V = \pi\cdot\int_0^3 (-x+5)^2 dx$$

$$= \pi\cdot\int_0^3 (x^2 - 10x + 25)dx$$

$$V = \pi\cdot\left[\frac{x^3}{3} - 5x^2 + 25x\right]_0^3 = 39\pi$$

ساده ډکي شمیرنه. څرخونبدن یو پڅ مخروط یا ګازره راکوي د

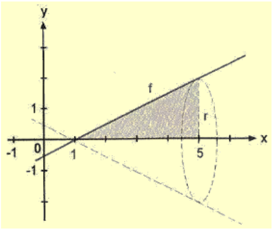
$r_1 = f(0) = 5 \;,\quad r_2 = f(3) = 2$ او $h = 3 - 0 = 3$ سره

$$v = \pi\cdot\frac{3}{3}(5^2 + 5\cdot 2 + 2^2) = 39\pi$$

هر ځل ۱۲۲،۵ د یوه فضایوونونه کچه وي.

ب: د انتیګرالشمیرنې له لارې د ډکي یا حجم شمیرنه

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)^2dx$$

$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)dx$$

$$V=\pi\cdot\left[\frac{x^3}{12}-\frac{x^2}{4}+\frac{x}{4}\right]=\frac{16}{3}\pi$$

ساده ډکیشمیرنه:

څرخونبدن یو کیګل انځوروي، د r=2

h=4 سره

یوسل او یوولس: کرښه د y- محور په y=4 او د x– محور په x=a کې غوڅوي.

له دې سره د یوه څرخون له لارې د x– محور باندې یو کیګل منځ ته راځي د r=4 او a=8 سره.

د پوښهوارۍ شمیرنه په انتروال [0;8] د انتیګرالولو له لارې.

$$M=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\sqrt{1+\frac{1}{4}}dx=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}dx$$

$$M=2\pi\cdot\left[\frac{\sqrt{5}}{2}\left(-\frac{x^2}{4}+4x\right)\right]_0^8=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

ساده شمیرنه

د پوښکرښه:

$$M=\pi\cdot r\cdot s=\pi\cdot4\cdot4\cdot\sqrt{5}=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

د پوښهوارۍ فرمول:

دواړه شمیرنې د نږدې د ۸۵،۲۹ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دولس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=2\sqrt{x}\quad\Rightarrow\quad f'(x)=2\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

انتیګرال یې کړئ.

$$M=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx$$

$$=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\sqrt{x+1}dx$$

$$=4\pi\cdot\left[\frac{2\cdot\sqrt{(x+1)^3}}{3}\right]_0^4=\frac{8}{3}\pi(5\sqrt{5}-1)$$

غوښتونې هواره د نږدې د ۱۱۲،۴ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دیارلس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=\frac{1}{6}x^3\quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{1}{2}x^3$$

انتیګرال یې کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$M = 2\pi \cdot \int_1^2 \frac{1}{6} x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\, dx = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\, dx$$

انتیګرال د مخه ویل شوې قانون له لارې ورکوي:

$$u(x) = 1 + \frac{1}{4}x^4 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = x^3$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\, dx = \frac{2}{9}\pi \cdot \left[\sqrt{\left(1+\frac{1}{4}x^4\right)^3} dx \right]_1^2$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot (5\sqrt{5} - \frac{5}{8}) = \frac{35}{36}\pi \cdot \sqrt{5}$$

غوښتونې پوښهواره نږدې ۶،۸۳۰ هواریوونونه په کچه کوي

یوسل او څوارلس: د کرښې څرخول د x– محور باندې یو پڅ مخروط د
$h = f(5) - f(1) = 6 - 2 = 4$ او $r_1 = 5 \;, \;\; r_2 = 1$ سره راکوي.

د رابیلیدنې – یا مشتقتابع

$$f(x) = x + 1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 1$$

د انتیګرال له لارې د پوښهوارې شمیره:

$$M = 2\pi \cdot \int_1^5 x \cdot \sqrt{2} dx = \pi \cdot \left[\frac{x^2}{2}\sqrt{2} \right]_1^5 = 25\pi \cdot \sqrt{2} - \pi \cdot \sqrt{2} = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

ساده شمیرنه:

پوښکرښه:

$$s = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$M = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2) = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{2}(1+5) = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

د دواړو ښمیرنو پوښهوارې نږدې ۱۰۶،۶ پوښیوونونه راکوي.

یوسل او پنځلس: کښته لور ته واز پاربول د y– محور بادې ککریتکی S(0/4) لري او زیاتیزه x– محور په x=4 کې غوڅوي.

د رابیلیدنې – یا مشتق تابع یا –څیرونه.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{2}x$$

انتیګرال یې کړی

$$M = 2\pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^2} = \pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{4+x^2} dx$$

ښهبدلون او په ځای اینوونه یا بدلون یا سبستیچیوشن

$$u(x) = 4 + x^2 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = 2x$$

$$M = \frac{1}{2}\pi \cdot \int_0^4 2x \cdot \sqrt{4+x^2} dx = \frac{1}{2}\pi \cdot \left[\frac{x \cdot \sqrt{(4+x^2)^3} dx}{3} \right]_0^4$$

$$M = \frac{40}{3}\pi\sqrt{5} - \frac{8\pi}{3}$$

پوښهواره نږدې ۸۵،۲۹ د هوارې یوونونه کچه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوسل او شپاړس: د کرښيز برابرون ليکل

$$y = \frac{(8-4)}{(5-2)}(x-2)+4$$

$$y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$$

انتيګرالول

$$s = \int_2^5 \sqrt{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}\,dx = \int_2^5 \frac{5}{3}\,dx = \left[\frac{5x}{3}\right]_2^5 = \frac{25}{3} - \frac{10}{3} = 5$$

ساده شميرنه

$$s = \sqrt{(5-2)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

دواړه شميرنې ۵ اوږدوالي يوونه راکوي.

يوسل او اولس: رابيليد څيره ونه يا مشتقتابع:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}\sqrt{x}$$

انتيګرال يې کړئ

$$s = \int_0^1 \sqrt{1+\left(\frac{3}{4}\sqrt{x}\right)^2}\,dx = \int_0^1 \sqrt{1+\frac{9}{16}x dx}$$

سبستيچيوشن يا بدلون يا په ځای اينوونه :

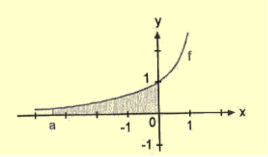
$$u(x) = 1+\frac{9}{16}x \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dx} = \frac{9}{16} \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{16}{9}du$$

$$s = \frac{16}{9}\int_0^1 \sqrt{u}du = \frac{16}{9}\left[\frac{2}{3}\left(1+\frac{9}{16}x\right)^3\right]_0^1$$

$$s = \frac{32}{27}\cdot\left(\sqrt{\left(\frac{25}{16}\right)^3} - \sqrt{^3}\right) = \frac{32}{27}\cdot\left(\frac{125}{64} - 1\right) = \frac{61}{54}$$

غوښتوني لينده اوږدوالی۱،۱۲۹ اوږدوالي يوونونه کچه وي.

يوسل او اتلس: الف: انتيګرال يې کړئ



$$\int_a^0 e^x dx = \left[e^x\right]_a^0 = 1 - e^a$$

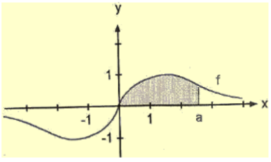
پولي ټاکنه:

$$\lim_{a\to-\infty}(1-e^a) = 1$$

ناټاکلی انتيګرال پوله ارزښت ۱ لري.

ب : انتيګرال يې ونيسی

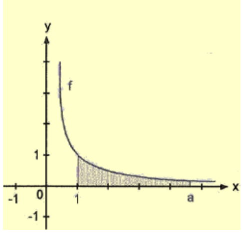
(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\int_a^0 e^x dx = \left[e^x\right]_a^0 = 1 - e^a$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left[\ln(x^2+1)\right]_0^a = \frac{1}{2}\ln(a^2+1)$$

پ: انتیگرال کړی



$$\int_1^a \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_1^a x^{-\frac{1}{2}}dx$$

$$= \left[2x^{\frac{1}{2}}\right]_1^a = \left[2\sqrt{x}\right]_1^a = 2(\sqrt{a}-1)$$

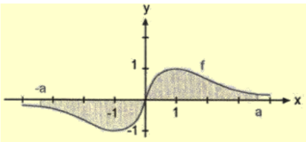
پوله ارزښت شمیرنه:

د $a \to \infty$ له پاره هڅیږي: $2(\sqrt{a}-1) \to \infty$

له دې سره یا له دې امله ناټاکلی انیګرال پوله ارزښت نه لري او په پای کې یا بالاخره دوه برابروال.

ت : د f ګراف پیل یا سرچینې سره ټکیسیومتریک دی. له دې سره ټاکلې انتیګرالونه په انټروالونو (a/0-] [-a/0] او[0/a] کې د ارزښت له مخې برابر مګر د مختلفو مخنخښو سره. په انټروال [-a/a]کې له دې امله ټاکلی انتیګرال ارزښت صفر نیسي.

$$d)\ \int_0^a \frac{4x}{(x^2+2)^3}dx = \int_0^a \frac{2x}{(x^2+2)^3}dx$$



بدلون یا په ځای اینوونه.

$$u(x) = x^2+2 \quad \Rightarrow u'(x) = 2x$$

$$2\int_0^a \frac{2x}{(x^2+2)^3}dx = 2\int_0^a \frac{1}{(u(x))^3}du = 2\cdot\left[-\frac{1}{2\cdot(u(x))^2}\right]_0^a$$

$$A = 2\cdot\left[\frac{-1}{2(x^2+2)^2}\right]_0^a = -\frac{1}{(a^2+2)^2} - (-\frac{1}{4})$$

پوله ارزښت ټاکنه

$$\lim_{a\to\infty}\left(\frac{-1}{(a^2+2)^2}+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

یو سل او نولس: انتیګرالونه. الف:

$$\int_1^a \frac{1}{x^p}dx = \int_1^a x^{-p}dx = \left[\frac{x^{-p+1}}{1-p}\right]_1^a = \left[\frac{1}{(1-p)\cdot x^{p-1}}\right]_1^a$$

$$= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$$

له دې امله ترم $\frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$ د $a \to \infty$ له پاره یو پوله ارزښت باید ولري او ماتلاندې $= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}}$ باید د ځګیدونکې a له پاره لوي یا جګ شي, له دې امله باید a یو زیاتیز جګګې یا اکسپوننت ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د p>1 له پاره ناتاکلی انتیګرال پوله ارزښت $\frac{1}{1-p}$ لري.

یوسل او شل: الف: تابع یا خیره ونه f په x=0 کې زیاتیز دی.

$$\int_u^1 \frac{x^3+1}{x}dx = \int_u^1 (x^2+\frac{1}{x})dx = \left[\frac{x^3}{3}+\ln x\right]_u^1 = \frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u$$

د $u \to 0$ له پاره $\frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u \to \infty$ هخیري.

ناتاکلی انتیګرال شتون نه لري.

ب: تابع یا خیرونه یا فنکشن f په x=0 کې قطبځای لري.

$$\int_u^1 \ln x dx dx = [x\cdot\ln x - x]_u^1 = u - u\cdot\ln u - 1$$

د لو پیتال له مخې دی

$$u\cdot\ln u = \frac{\ln u}{\frac{1}{u}} \Rightarrow \frac{\frac{d}{du}}{\frac{d}{du}} = \frac{\frac{1}{u}}{-\frac{1}{u^2}} = -u \Rightarrow u\cdot\ln u \xrightarrow{u\to 0} 0$$

د $u \to 0$ له پاره له دې سره هخیري: $u - u\cdot\ln u - 1 \to -1$

پ: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

$$\int_u^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 (\sqrt{x}+1)dx = \left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+x\right]_u^2$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u$$

$$\lim_{u\to 1}\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u\right) = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3} = \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3}$$

ت : خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

په ورکوشوې ورشو کې صفرځایونه مخ نه دي پراته.

د چې د f ګراف y- محور ته سی‌متریک پروت دی‌ږ نو یوه برخ انترول کې هوارشمیرنه بسیا کوي.

$$\int_0^u \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = [\arcsin x]_0^u = \arcsin u - 0 = \arcsin u$$

$$\lim_{u\to 1}\arcsin u = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\frac{\pi}{2} = \pi$$

ټ : تابع f په کې x=2 قطبځای لري

$$\int_0^u \frac{x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\int\frac{3x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\cdot\left[\ln\left|x^3-8\right|\right]_0^u = \frac{1}{3}(\ln(u^3-8)-\ln 8)$$

د u->2 له پاره لرو: $\ln(u^3-8) \to -\infty$

ث: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f)\ \int_u^1 \frac{e^x}{1-e^x}dx = -\int_u^1 \frac{-e^x}{1-e^x}dx = -\left[\ln\left|1-e^x\right|\right]_u^1 = -\ln(e-1)+\ln\left|1-e^u\right|$$

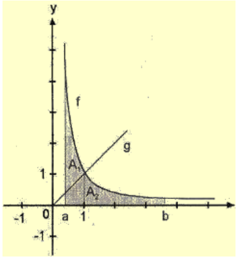
د $u \to 0$ له پاره هڅيږي: $\ln\left|1-e^u\right| \to -\infty$

ناټاکلی انتيګرال شتون نه لري.

يو سل او يووېشت: دواړه ګرافونه په p(1/1) کې غوڅوي.

برخهوارې په انتروالونو [0/1[او ∞[/1] پرتې دي.

هوارشميرنه د A_2 له پاره د ګرافونو په منځ کې هوارې په څير.



$$121.\ \int_a^1 \left(\frac{1}{x^2}-x\right)dx = \left[-\frac{1}{x}-\frac{x^2}{2}\right]_a^1$$

$$= -1-\frac{1}{2}+\frac{1}{a}+\frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}+\frac{1}{a}-\frac{3}{2}$$

د $a \to 0$ له پاره هڅيږي:

$$\frac{a^2}{2}+\frac{1}{a}-\frac{3}{2} \to \infty$$

برخهواره A_1 کومه پوله ارزښت نه لري.

د برخهوارې A_2 شميرنه د دوه برخهوارو په څير:

$$\int_0^1 x dx + \int_1^b \frac{1}{x^2}dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{x}\right]_1^b = \frac{1}{2}-\frac{1}{b}+1 = \frac{3}{2}-\frac{1}{b}$$

$$\lim_{b\to\infty}\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{b}\right) = \frac{3}{2}$$

برخهواره A_2 پوله ارزښت $\frac{3}{2}$ لري.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library