ئەندازە (هندسه)

Geometry

لێکۆڵینەی:

د.کتر ماخان (میری) شینواری

2012

Ketabton.com

جرمني د بن ښار

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځمککچپوهنه (هندسه)

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواری

ناچاپ

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرلیک

ځمککچپو هنه(بنسټیزه هندسه)

هندسي بنسټيزې کلیمی

ټکی ، کرښه ، هواره(سطحه) ۱
نیمه – یا نیمهواره ۷

کونجکلیمه ۱۱

څرخونپروسه: څرخونکنج : ۱۴

ګراد ۱۵

کونج کلمه ۱۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځمکګچپوهنه(بنسټيزه هندسه)

هندسي بنسټيزې کليمې

ټکی ، کرښه ، هواره(سطحه)

پيژند(تعريف): اويکليد(Euklid) اويکليد وايي، چي ټکی هغه دی چی نور نه شي کوچنی کيدی. ددې پيژند ستونځی په دې کې دي، چی بيا نو د داسی واړه شي ځخه ځنګه کرښه، او هواره جوړيدلی شي. يعنی که ټکی د هندسی اتم (لاتين Atom نه ويشونکی) وي بيا نو ځنګه کيدی شي چی پراخه شي يا وغزيږي؟ يا يی که مايکروسکوپ له لارې لوي کړو، نو پوره ستره هواره نيوی شي په عمل کی د کښلو (رسم ويستلو) له لارې ګورو چی ټکی څرګند غزيدلی يا پراخيدلی شي، لکه څنګه چی لوييدل يعنی غټيدلی شي:

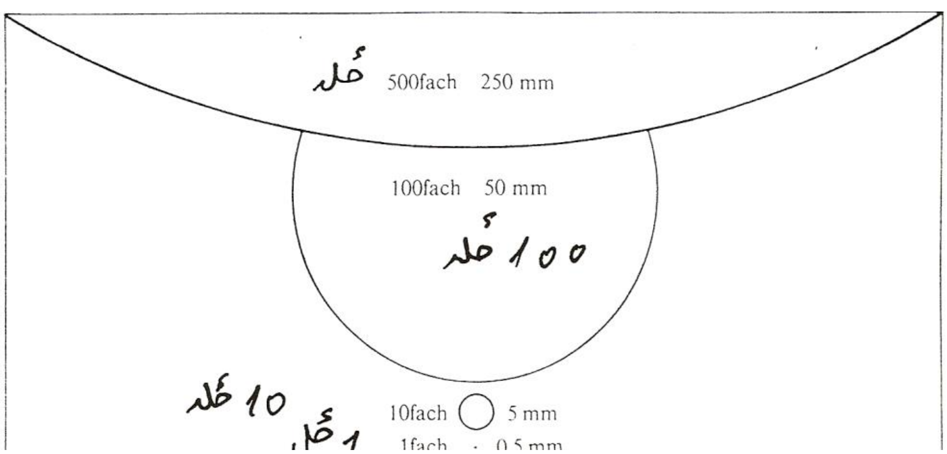
په لاندې کې ګورو، چې ټکی د همدې شميروني له لارې څومره غټيدلی شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : هندسه ځمککچ ته وايي، نو که هندسه ځمککچ پوهنه وبلل شي، د لمړنیو پوهیدلو لپاره به هم سملاسي اسانه وي .همدا اوس هم، له دې امله چې په هندسه کی ډیرځه لیدلکیدی شي او د رانیولو وړ دي).

لنډ: شیان یا لیدیدونکي»رانیولوړ «(یا شي ډوله ځرګندیږي، همدومره ستونځی لیدل کیږي، چي نومونه اړوند (تړلی) کره وټاکلی شو، اوهمداسی یي دا اړونده کره ټاکنه روښانه یا فکروړ کړی شو، که ځه هم په لومړي وار سره، چی ګوندې دا شکلونه لیدوړ او نیولوړ دي، ساده ښکاري، مګر په خپل دننه کی (خپله ختِه کی) خورا پیچلي دي چی یواځی ور نږدې پیژند(تعریف) یی کیدلی شي او په لاندې کی به راته روښانه شي:

-موږ په لاندې ځیره کی د ټکی غټیدل یا لوییدل ښایو



ګورو چی ټکی هوارې او کرښی ته پراخیدلی شي یعني عملي ځیره ښوونه یا شکل نخښوونه یی د ستونځو سره مل ده، خو سره ددې هم ځنی تیوریکي کره (ټیك) ښوونه يي ضرور ده ، یا نه پرییښودونکی ده. دا پرابلم په مقایسوي- یا د پرتلي په توګه- ساده له منځه وړل کیدی شي: په لاندې کی د تشریح شوو شیانو یا لیدیدونکی لاندې د هغو تیوریتیکی ادیاله(خیالي)ځیره پوهیږو او نه د هغه عملي ریښتینوالی یا ریالیزه کوونه٠ د دې لپاره، چی ځانونه دې له دې ستونځو راوباسلی شو، دا مو د هندسی د ډیری کنځپت ته لارښودوي. د پورته شکلونوسره سره، د هندسي جوړختونو (ځیرو) لاندې ، د ټکو ډیری پوهیږو. یعنی هندسي جوړښتونه بل ځه نه دي، بی د ټکو له ډیری٠ داسی تعریفوو:

لنډ: ټکی او کرښه

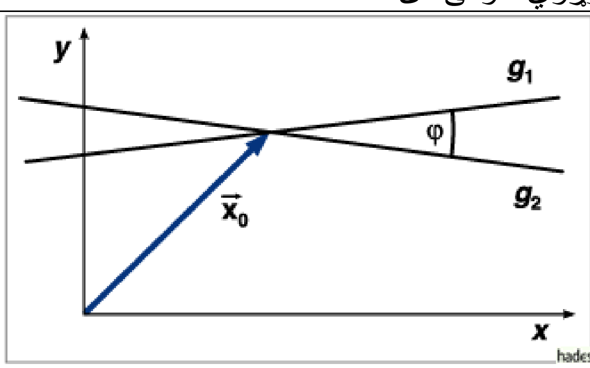
(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند(تعریف) :
یوه هواره یا سطحه د یوې ډیرۍ په څیر کلکه نیسو، چې توکی یی ټکی بللکیږي. او په غټو لاتین تورو یی ښایو لکه .....A,B,C,P,Q ، په هواره کی یوه برخډیری په نخښه شوې ده، چې توکي يي کرښی بلل کیږي او په کوچنیو لاتیني تورو..... , a , b , c سره ښوول کیږي

یا په بل ډول :یوه هواره E د ناپای ټکو ډیرۍ ده. د هوارې هره برخه (چې پخپله پای یا ناپای کیدی شي) د هوارې یا سطحې څیره (فیگور یا شکل) بلل کیږي.

د کښلو(رسمولو، انځورولو هوارې غزول)لکه د بیلگي په توگه د کاغذ دمخ (تخنیکي بندیزونه لري (محدود دي). د هندسي هدفمندۍ لپاره باید بیا دا کاغذ هرې لور ته ناپای غزیدل شوی وي او پنډوالی یی صفر ته را کښته شوی وي، ځکه چې یوه هواره دوه دیمینزیونال ده) دوه اړخیز یا دلته ښه دی چی د اړخ په ځاي خوا ووایو، ځکه چې اړخ مو دn-گوډیو لپاره کارولی دی. د لته یی د خواوو څخه سور او اوږدوالی عبارت دی . (په دي کتاب کی او بیا دې موضوع کی له ورو څرگندونو تیریږو او هغه څه چې خورا مهم دي هغه دلته راوړو)۰

لنډ : ټکی هغه کوچنی څه دی، چې هواره او کرښه ترې جوړیدی شي او له دې امله ټکی دهوارې یا سطحې، چې د ټکوډیرۍ جوړوي، توکی دی۰



ټکی د دوه کرخو غوڅې له لارې انځوریدی شي ۰ که دوه کرښې g او h پهP کې غوڅې کړي، نو د دې لپاره داسې لیکو:

h = { P □ g}

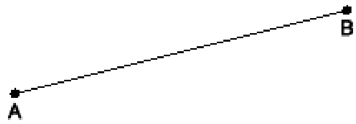
یا لاندې انځورونه

په لاندې ځیره کې g_1 او g_2

په یوه ټکي کې سره غوڅوي

پیژند :
ټوټه کرښه (پای کرښه یا بنده کرښه) ABد ټولو ټکو هغه ډیرۍ ده، چې له ټکيAو B ته د هوارې یا سطحې په دننه کی لنډ واټن یا - فاصله وهي، یعني که دا دواړه ټکي یو بل په لنډ واټن کی د هوارۍ په دننه کی سره وتړي، چې د غاړې ټکي A او B هم په دې پورې اړه لري. یعني ټکی A او B هم په دې کرښه پراته دي۰داسې لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	A € AB; B € AB يا هغه کرښه، چې دوه ټکی په لنډ واټن کې سره وتړي بندکرښه بلل کيږي، ټکي د کرښې توکي دي

که بند کرښه د «ځيرکرښې» په څير ونيسو او يا د کاغذ پرمخ کرښی (ختکش) کيږدو نو دا کرښه دواړو لورو ته غزيدلی شي، چې موږ دا کرښه بولو ۰

کرښه د ځمککچپوهنې بنسټيزه کليمه ده۰ ليدوږ د اويکليد جيومتري کې دا يوه ناپای غزيدلی کرښی ته وايي، چې ناپای نرۍ وي، د لاندې خويونو سره:
که په يوه کرښه دوه يو له بل بيل ټکي پراته وي، نو د دوي ترمنځ ټوټه کرښه يو لنډ واټن په نخښه کوي، چې موږ ورته ټوټه کرښه يا بند کرښه وايو ۰

دا کليمه ټيک زموږ پيژند نه راکوي۰ اوس هندسه په اکسيومونو ودانه ده، چې کرښه او ټکی داسې ورکړ شوي، چې مخ د مخه يې پيژند څرګند ورکړ شوی او نيول شوی يانې موږ يې پيژنو ۰

پيژند يا تعريف :

د بندکرښی (پای AB)- دواړو لورو ناپای غزولوته کرښه (ناپانکرښه) AB يا g ويل کيږي. بندکرښه نو بيا د (ناپاي -) کرښي اصلي برخډيری ده۰

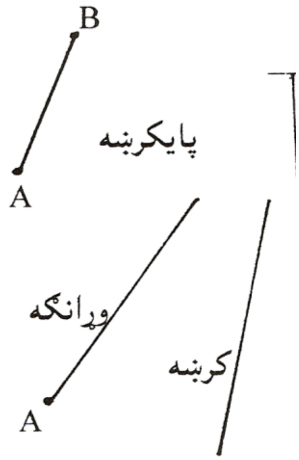
په نخښونه يې g (برخډېری)□ AB

طبعآ کيدی شي، چی کرښه په يوه لور وغزول شي

پيژند :

که بندکرښه يواځي په يوه لور ناپای وغزول شي،(نا پای) نيمکرښهشي (ناپاي) نيمکرښه يا وړانګه(شعاع) بلل کيږي. نيمکرښه يا وړانګه يوې لورته بنده او بلی لور ته ناپای غزول کيدی شي، يعني پيل لري مګر پای نه لري .

(c) ketabton.com: The Digital Library



لنډ: د بندکربنی دواړه لورې بندې ، د نیم کربنې یوه لور بنده او بله وازه او دکربني دواړه لورې وازي دي.
په پورته ځیرو کې د بند کربنی، وړانګې او کربنی توپیر څرګند دی. نیمکربنه د کربنی برخډیری دی

که په یوه هواره کی په یوه کربنه g ټکی P کینوول شي، نو وایو چی P د g اینځیدیر (inzidiert) کیږي یا ټکی P په کربنه g پروت دی یا g له P تیریږي او g د هوارې E سره اینځیدیرت کیږي، په دې حالت کی د اینځیدینځ اړیکو (inzidenzrelationen) یا »پروتوالی اړیکو« ځخه غږیږو.
که په همغه کربنه له دوه ټکو (په همغه هواره له درې ټکو زیات) زیات ټکي پراته وي، نو دې ته سړی کولینیار (kollinear) کومپلانار (چې په همغه هواره یا ستڅه کې شته وي komplanar) وایي .که یو ټکی P په دوه (زیاتو) کربنو g او h پروت وي نو دا د g او h غوځټکی بلل کیږي اوداسی یې لیکو:

$$h= \{ P \cap g\}$$

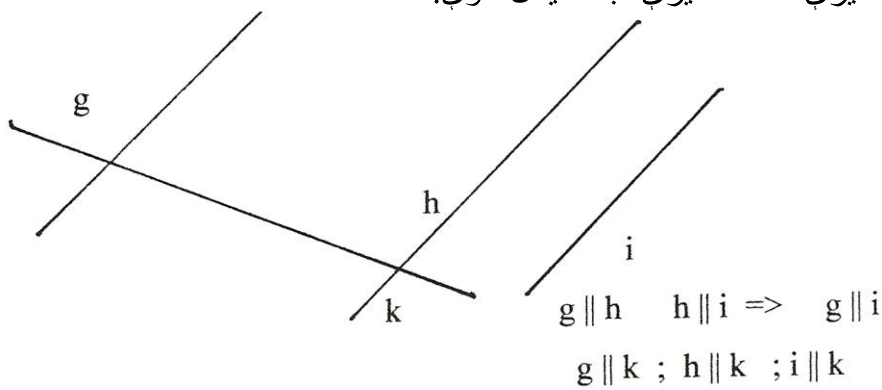
د پام وړ : ټکی د ډیری نوك کی{ } لیکل کیږي(یا د ډیری غیړ کی نیول کیږي)، ځکه چی ناپاںکربنی g او h د ټکو ډیری دي او ټکی P د غوځډیری توکی دی .
که چیرې ډیرې ناپایکربنی په یوه ټکي کی سره غوځی کړي نوکوپونکتال (kopunktal) بلل کیږي، کوپونکتالی ناپای کربنی د ناپاںکربنو غونچه (Büschel)یا بهتره ستوری جوړوي.

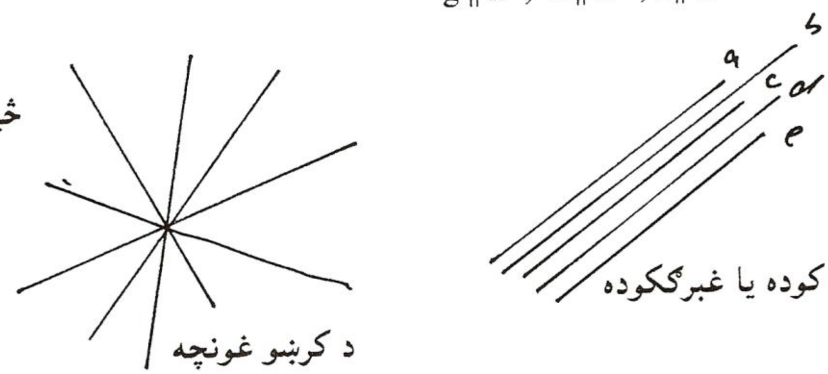
د کربنو کوده(ځیرې ټولې لاندې کښل شوي دي)

پیژند(تعریف) : کربني g او h بي له ګډو ټکو یابهتره : بی له غوځټکو غبرګکربنی (موازیکربنی) بللکیږي، لیکدود(مطلب د شمیرپوهنی لیکدود) یې د ی $g||h$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښی د ناپای ډیرو غوځیکو سره کټمټ یا (ایدنتیك identisch) بلل کیږي یا مساوي کیږي. دا په دې مانا چی یو په بل پرتی دي. یو بل ته کټمټ کرښی سره غبرګی دی۰
ددې لپاره لیکو: g = h
ناغبرګی کرښی g او h په نخښونه کی داسی په نخښه کیږي: g|/|h (دا دې منل شي، چې دا د ناغبرګ کرښو لیکډول دی یا لیکدود)۰
د لاندې څیرې شننه د څیرې کښته لیکل شوې:





څیره ۳ الف

څیره ۳ ب

هندسی څیره : یوه هندسي څیره یوه ناتش ټکیډیری ده.
هغه لاین (یوخوایز یا یو دیمنزیونال (لاتین: په ټولیزه توګه مانا یی: هرې لور ته پراخیدنه، یوې لورته پراخېدونی(1Dimensional) بلل کیږي، که هغه په یوه کرښه پروت وي او ټکی نه وي .
پیژند(تعریف):هغه هندسي څیره »هواره (Fläche) بلل کیږي، که هغه په یوه هواره هوره (Ebene) پرته وي، مګر نه په یوه ټکي پرته وي ۰ هواره یا سطحه دوه پراخیدونې یا –دیمنزیونال(2 Dimensional)ده۰

په پورته کې د کرښو کوده یا د کرښو ډله سره غبرګې هم دي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته $A < B$ په دې مانا ده چې « A په یوه کرښه g د B تر مخ یعني څموړ په بلد دود، کینې لور ته پرته ده» دا په دې مانا چې په کرښه g ځغاسته باندې لمړی د A ټکی او بیا په ترتیب د B او C ټکو ته راځو. په دې توګه د منځ اړیکی له لارې لوریزې کرښی ته راځو. دا په دې مانا چې داسی کرښی لوریزې کرښی دي.
یعني په هغه پخوانی ډول سمت یا لور یی څرګند دی.
منځ اړیکی Wz(ABC) دا مانا لري چی یا $A<B<C$ او یا$A>B>C$. دا په دې مانا، چې هره کرښه په دوه ډوله لوریزه کیدی شي یعنی سمت یی ټاکل کیدی شي.

تعریف : g دې یوه لوریزه کرښه وي او A دې د g یو ټکی وي، نو د A بدل یا توپیري ټکی کرښه g په دوه برخېدیریو ویشي: (دلته کرښه ناپای کرښه ده)

$$\{X : X \in g \text{ او } X < A\}, \quad \{Y : Y \in g \text{ او } Y > A\}$$

که دواړو برخېدیریو ته ټکی A ورزیات شي، نو له A څخه په g پیداشوې وړانګې منځ ته راځي . A منځ ټکی او g د دواړو، نسبت و A ته یو بل ته مخامخ یا یو د بل په څېر وړانګو وړونکرښه بلل کیږي.

یوه وړانګه د پیلټکی A او له دې توپیر ټکی P(P |= A) له امله یواځنی (یواځنی شمیر پوهنیزه کلیمه ده او تل دې ورته پام وي، دا په څیرونه کی زیاته کاروول کیږي. دا په دې مانا ، چی بل نه شته) ټاکلی دی. یعنی په دې ټکو بله له دې وړانګي توپیري یا بدله وړانګه نه شته. دا په AP ښوول کیږي. دې AP ته مخامخ یا په څېر وړانګه په AP ښوول کیږي.
تل باور لري:

$$AP^{+} \cap AP^{-} = \{A\} \quad \text{او} \quad AP^{+} \cup AP^{-} = Zw(AP)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وکتلی شو چی د پای کرښی یو سر له بل څخه د مخه پروت وي، نو پایکرښه لوریزه ده. که A له B مخ ته یا کیڼ لور ته پرته وي نو کرښه په AB ښایو د کرښي لوریزوالی د یوه غشي په مرسته ښوولی شو یعنی: پایکرښه AB او BA یو بل ته مخامخ یا په بل ډول یو بل ته په څټ پرتی دي.

نیمه هواره یا لنډ: نیمهواره

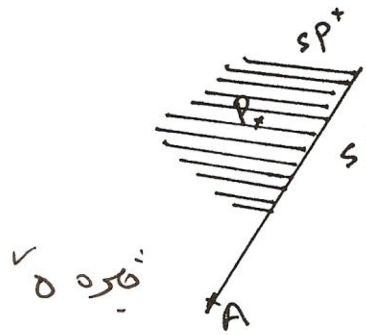
تعریف : هره کرښه g په هغي کرښه پورې اړه نه لرلو ټکو باندي په دوه وازو نیمهوارو باندې ویشي. دوه ټکی د نیمهوارې یوه لور ته ، ټیك او ټیك هلته پراته دي، چی ددې ټکو ترمنځ د کرښي g کوم ټکی نه وي پروت. g د دواړو هرې یوې هوارې ژیکرښه یا لنډه: ژی یا غاړه ده.
د یوې وازې هوارې او ژی کرښی ټولنه نیمهواره جوړوي. یوې ژیکرښي پورې اړونده دواړه نیمهوارې یو بل ته مخامخ یا یو بل ته په څټ نیمهوارې بلل کیږي.

که ټکی A او B له g پیداشوې یا منځ ته راغلی نیمهوارې په یوه لور پراته وي، نو وایو چی A او B د کرښی g په همغه لور پراته دي.

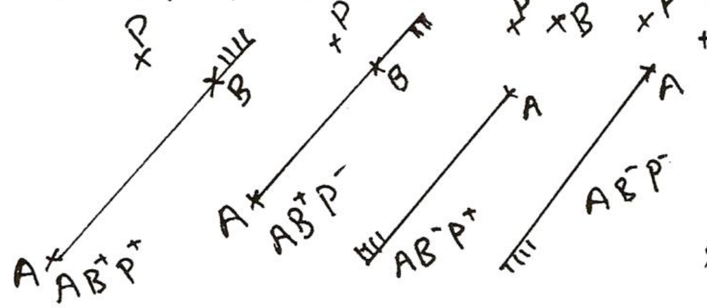
یوه نیمهواره د پیداکرښي او یوه ټکی P له لارې (چي په ژیکرښه g نه وي پروت) یوائځنی ټاکلی ده، یعني له دې نیمهوارې بدله بله داسی نیمهواره نه شته.

یو ټکیډیری ، چی له یوې وازې نیمهوارې او یوې وړانګي، داسی په نامه هوارجوړوونکی وړانکی ، جوړ وي، جنډه یا بیرغ بلل کیږي. دلته د وازې هوارې ژیکرښه د وړانګي وړونکی کرښه بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



وړانګه د جنډې ژيوړانګه ، ددې پيل ټکی
د جنډې پيلټکی بلل کيږي. يوه جنډه f
د ژيوړانګي s سره او په دې وازه هواره
پراته ټکي P سره په sP^+ ښوول کيږي.
جنډه د همغې وړونکې وړانګي يا
ژيوړانګي s سره ، چې د sP^+ سره مخامخ
يا په څټ ده ، د sP^- سره ښايو. (خيره: ۵)
که په sP^+ همداسی sP^- سومبول، په پورته د وړانګي s لپاره اينښوول شوی سومبول، چې له A و B ته ځي او AB^+ همداسی AB^- بدل کړو يا کيږدو، نو د لاندې سومبولونو AB^-P^-; AB^-P^+; AB^+P^-; AB^+P^+ سره کرکترستيك يا ښوول شوې يا ټاکل شوي جنډې ښايي. لاندې خيرې ددې لپاره کاږو:

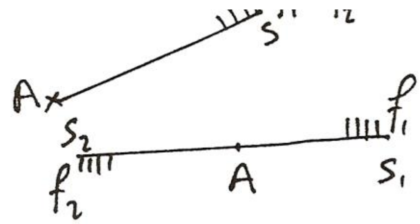


خيره ۶

دلوړ خيرو بيرغونه AB^+P^+ او AB^-P^- يو بل سره مخامخ دي، ځکه چې وړونکی وړانګه او نيمهوارې يو بل ته مخامخ يا يو بل ته په څټ دی(پام دې وي چې مخامخ او په څټ همغه مانا لري يعني همغه يو ډول شميرنيزې کليمې دي)،

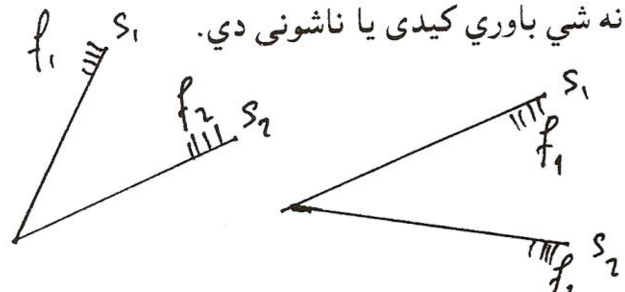
دوه بيرغونه (f_2 , f_1 د همغه پيل ټکي A سره) وپيل ټکي A ته همغه لوريز يا مساويلوريز بلل کيږي، د کولينياري ژيوړانګو سره، که $f_1 = f_2$ يا f_1 و f_2 ته مخامخ يا په څټ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۷

دا دوه بیرغونه یو بل ته مخامخ بلل کیږي د همغه پیلټکي، د ناکولینیارږ ژیوړانګو سره، که د f_1 ژیوړانګه په f_2 یا f_2 ژیوړانګه د f_1 په ژیوړانګه پرته وي ، مګر دواړه امکانات نه شي باوري کیدی یا ناشونی دي.

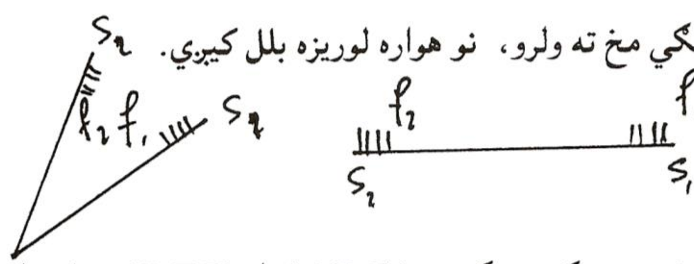


شیره ۸

د ټولو جنډو ډیریو کی همغه لوریز اړیکی ایکویوالنت یا ورته اړیکی دي. همغه په دوه ټولګیو د ډیریو ویشنه ممکنوي.

هغه جنډې چی مساوي لوریز نه دي یو بل ته مخامخلوریز یا یو بل ته په ځټلوریز بلل کیږي. دې ته خو پام شته چی مخامخ یا په ځټ لوریز همغه مانا لري

که دا ډول لوریزټولګي مخ ته ولرو، نو هواره لوریزه بلل کیږي.



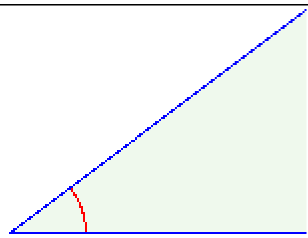
ځیره ۹

دوه منظم یا ترتیب شوي د ټکو دریګوني (A,B,C) او (D,E.F) ټیك هلته یا هلته او هلته همغه ځرخونموخه لري(یعنی د ځرخونی هدف یی همغه دی)، که

(c) ketabton.com: The Digital Library

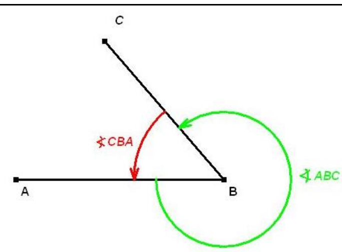
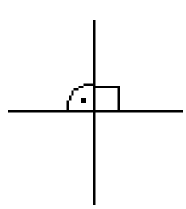
جنډې AB C او DE F همغه لوريزې وي. د يوه منظم نه كولينيار يا كولايني دريگونتېكو (A,B,C) څرخونموخي لاندې د جنډې AB C لوريزېولگی پوهيږو.

كونجكليمه

پيژند (تعريف): په يوه هواره كي، چې دوه وړانگی S 1 او S2 ياني S1/\ S2 د پيل غوښتكی S ولري په هواره يا سطحه E كی كونج β جوړوي .وړانگي د كونج پينی بلل كيږي او پيلټكي S دكونج > ككره (لنډ : كونجككره)بلل كيږي.	

لنډ: دوه كرښې، چې په يوه ټكي كې سره غوڅې كړي، كونج جوړوي، چې كرښې د كونج پينې او غوښتكی يې د كونج ككره يا (رآس الزاويه) بلل كږي ۰ پورته څيره دې وكتل شي۰كونجونه په گراد (لاتين پل يا لاقدم)كچيږي

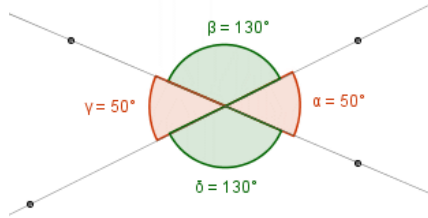
د كونجونو رسمونه او نومه وني

هغه كونج ، چې له ۱۸۰ درجو كوچنی وي هغي ته ننوتی كونج واي او هغه كونج، چې له ۱۸۰ درجو لوي وي هغه ته وتلی كونج واي ننوتی كونج Konvexes Winkel وتلی كونج konkaves Winkel تيره كونج، چې له ۹۰ درجو كوچنی دی، ولاړكونج، چې پوره ۹۰ درجي دی، پڅكونج، چې له ۹۰ درجو لوي او له ۱۸۰ درجو كوچنی دی، غزيدلی كونج، چې ۱۸۰ درجي دی ، له پڅ زيات- يا د پڅ په څټ- يا له پڅ اخوا كونج ، چې له ۱۸۰ درجو لوي او له ۳٦۰ درجو كوچنی دی، پوره كونج، چې ۳٦۰ درجی دی۰ دا دې په گوته وي، چۀ صفركونج صفر دی۰	 

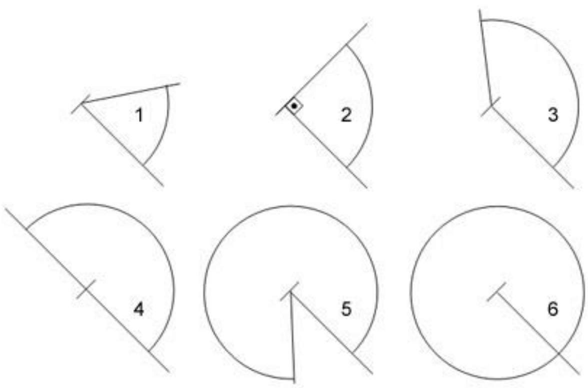
يادونه: دا مي ډير تكرار راوړی، هيله ده، گران لوستونكي به ورسره ستړي نه شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

مخامخ څیره : ککر په ککر کونجونه یورنګیزدي، بدلرنګیز کونجونه ګاونډي بلل کیږي۰



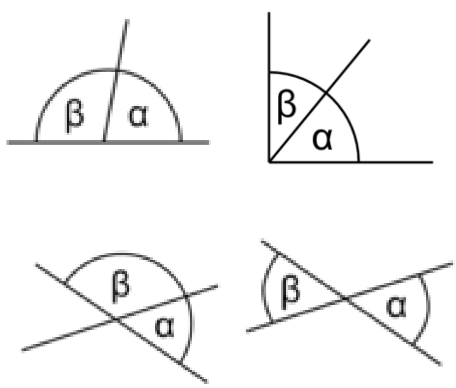
لاندې کونجونه پخپله ونوموئکړئ ۰



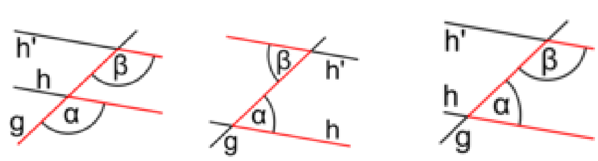
کمپلیمنت یا ۹۰ درجو ته پوره کیدونکي کونجونه(مخامخ څیره دي وکتل شي)۰ په څنګ کې یې سوپلیمنت یا ۱۸۰ درجو ته پوره کیدونکی کونجونه ۰مخامخ څیره ۰

مخامخ کونجونه ښی لور ته : ککر په ککره کونجونه۰

کیڼ لور ته : ګاونډي کونجونه

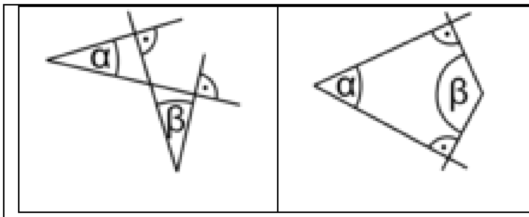


له کیڼ څخه و ښی لور : پوړیز کونجونه ، ردبدلکونجونه



(c) ketabton.com: The Digital Library

مخامخ کونجونه، چې پښې یې یو په بل ولاړې وي, ۱۸۰ درجو ته یو بل پوره کوي۰ په دې بل حالت کې کونجونه یو بل سره برابر دي۰

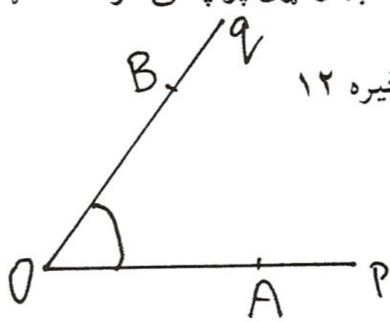


یادونه : ګران لوستونکي به راته بخښنه وکړي، چې د زیاتو کونجونو هغه ورسره بلد نامه سره ښه نه یم بلد، ځکه چۀ په محدب ، مقعر او داسې نورو باندې نه پوهیږم، یوائې له قایم الزاویه څخه پرته۰

یو ګراد Grad لاتین: پل یا قدم

لاندې کونجونه سره توپیر کیږي، چې ایا د پښنو لړی پرلپسی کره ټاکلي او ایا د کونج دننه په نخښنه شوی دی او که نه.

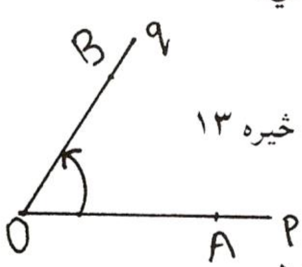
د کونج دننه په نخښنه شوی نه دی: د پښنو لړی پرلپسی کره نه ده ټاکلی



خیره ۱۲

بنستیز کونج:
د وړانګو p , q (نامنظمی) جوړې،
د ګډ پیلټکي O سره، د (p,q) ∢
یا (ABC) ∢ په نخښنوني

د $A \in p,\ B \in q$ سره.
دلته O ککرټکی دی، p او q د کونج پښی دي.



خیره ۱۳

د پښنو لړی پرلپسی کره ټاکلی ده:
لوریز بنستیزکونج: د وړانګو p او q
منظمه جوړه د ګډ ټکی O سره د (p,q)∢
یا AOB ∢ په نخښنونی د $A \in p$ او $B \in q$ سره.

دلته هم لکه د مخه o ککرټکی، p لومړۍ پښه او q دویمه پښه ده. دا کونج په

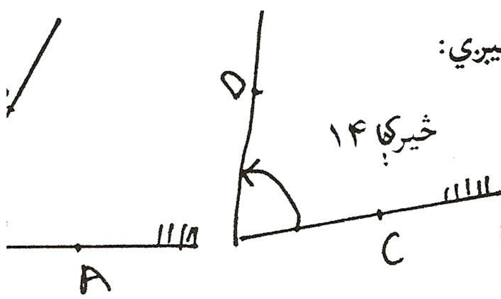
(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنیزه موخه مثبت لوریز دی

یادونه : هغه د څرخون لور چی د ساعت څرخیو مخامخ یا په بل ډول په ښې څغلی مثبتلوریز او هغه چې د ساعتڅرخیو په لور ځغلي مفي لوريز څرخون بلل کيږي.

دوه کو نجونه تيك هلته او يا هلته او هلته مساويلوريز دي، که د هغو جنډې همغه لوريز يا مساوي لوريزې وي.

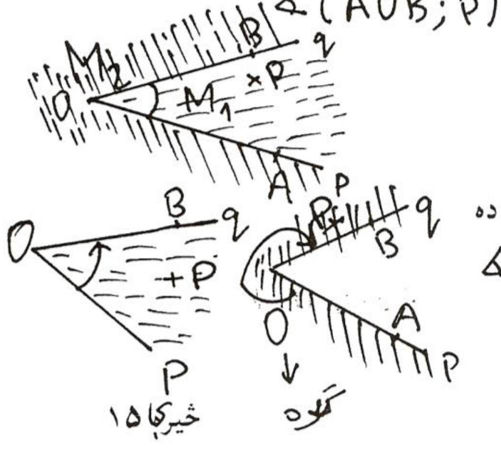
لکه په دې ځيره کی چی ليدل کيږي:



د کونج دنه په نخښنه شوی دی:

د کونجونو لړی پرلپسی یی کره نه ده ټاکل شوې. (بلد یا عادي) کو
بنستیز کونج هواره په دوه برخهڅيريو M_1 او M_2 ويشي. په نخښنه برخ
بیلګي په توګه په ټکی P کی) د کونج دننه بلل کيږي(د کونجهوار

نخښنونه کي: ∢(p,q; p) ، ∢(AOB; P)
که دننه یی تش ډیری وي نو
دا کونج صفر کونج دی .



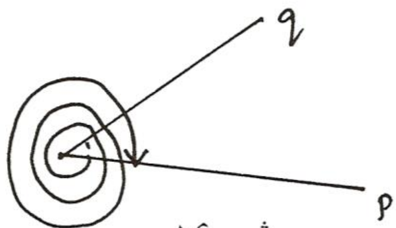
د پینو لړی پرلپسی کره ټاکلی شوې ده
لوریز کونج: په نخښونه ∢(p,q;p)
لوریز بنستیز کونج او دننه یی په
نخښونهp≠q، که وي، نو (p,q;p)
او (q,p;p) بدللوریز دي. (P≠q)

(c) ketabton.com: The Digital Library

که دلته هم که د کونجونو دننه تش وي،
نو کونج صفر کونج دی: $\measuredangle(p,q;p)=0°$

ځرخونپروسه: ځرخونکونج:

لوریز کونج، که د کونج په همغه لور د یوه طبیعی ګڼ یا پیدایښتي ګڼ په اندازه چی یوه ښه یی ځاي په ځاي ده وځرخول شي، نو د کونج لور کی تغیر نه راځي.



ځیره ۱۶

ګراد (لاتاین Grad پل یا قدم)

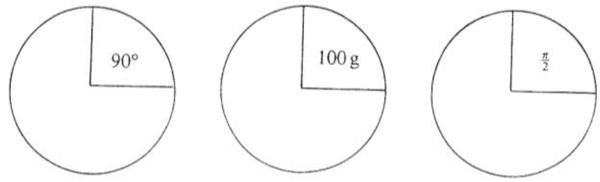
د کونج لویوالی په مختلفو ډولونو ورکول کیدی شي. د اندازې یوونې (یو یې : یوون) یا واحدونه(یو یې : واحد) لاس ته راځي، چی یو کونج - په یوه ګردۍ کی کښل شوې- په مساوي برخو یا سکتورونو وویشل شي.) سکتور او ګردۍ لپاره دې، د ګردۍ لوست ځاي وکتل شي (و رسره بلد یا مروج یی په ٍ360° مساوي برخو ویشنه ده)
پیژند : 1/360° د یوه پوره کونج 1° (په تورو :یوه درجه. ، لاتین یي gradus = پل قدم) بلل کیږي.
ګراد نور هم په 60° کونجدقیقو ویشل کیږي) 60’ =1° او کونجدقیقه په "60 کونجثانیو(.(1’= 60’’

د» ګراد یا درجی« لاندې »زړه درجه«(زوړ ګراد) پوهیدل کیږي. دا د زاړه بابیلوني زاړه شپیتیز سیستم څخه دی. په تریګونومیتري یا کونجکچ کي کونج برسیره پردې په لینده کچ یا - اندازه پاندې هم اندازه کیږي او په ګیوداز ي (Geodäsie د اندازه کولو تخنیك، - پوهنه یا- علم (په نوي ګراد یا ګون (gon (اندازه کیږي چی دلته ګردۍ په ۴۰۰ برخو ویشل کیږي .دا په جبشمیري کی مودوس"GRAD" « دی .څیرې :

د ګردۍ څلورمی انځورونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځیرکیا ۱۷



لینده کچRAD نوی گراد GRAD زوړ گراد DEG

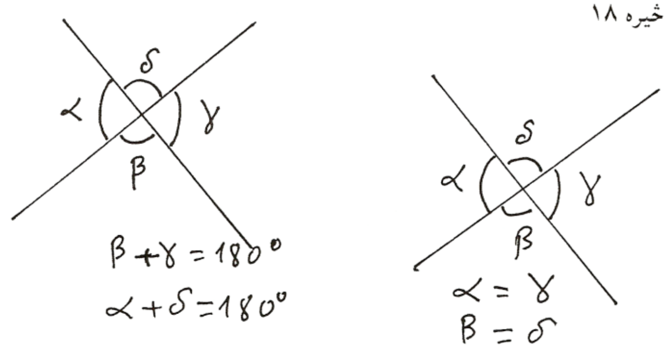
د کونج مثبت- او منفی – یا زیاتون - او کمونننخښي د کونججوړونکی یاکونج تولیدیدونکي ځرخونلورې څخه لاس ته راځي. کیڼ ځرخون (د ساعت د ځرخی په څټ ځرخیدنه) مثبت- زیاتونمخنخښه مخ ته یعنی کیڼ لور ته لري او ښی ځرخون (د ساعت د ځرخولو په لور) منفی – یا کمونمخنخښه مخ ته لري یعني کیڼ لور ته لري. د دوه کونجونو مقایسی یا انډول یا پرتلی لپاره بیا یواځی مطلقه ارزښت مهم دی. مطلقه ارزښت سوچه یا خالص د ځاي ارزښت یا ځیفرارزښت دی، بي له مخنخښي. د مطلقه ارزښت همداسی ځاي ارزښت لپاره دې ځما د شمیرپوهنی بنسټیزکتاب وکتل شي٠(په نړیوال جال کې به هم راشي)

بیلګه : $5 = |-5|$, $3 = |3|$دوه کرښی یو د بل سره څلور غوڅکونجونه جوړوي، چې په تولیزه یا عمومي ډول یی جوړه سره مختلفی لوي وي. د بیلګې په توګه که له غوڅکونج غږیږو نو موخه به مو وړوکی کونج وي٠

پیژند :که دوه ناپانکرښی یو بل سره په یو ټکی کي پرېکړي، نو څنګ په څنګ کونجونو ته ګاونډي کونجونه واي، چی دوي یوه پښه ګډه لري او دواړه کونجونه 180° لري (د درجي نخښه کله کله کیڼ لور ته لیکل شوې، خو دا په پوهېدنه کي کومې ستونځې نه رامخ ته کوي) ٠

کونجونه چی ککرې یې سره نښتی یا په بل ډول ککره په ککره وي، هغو ته ککریکونجونه ویل کیږي. ککریکونجونه مساوي لوي دي، دوي یو ګډککریټکی لري او پښی یی یوه یوه په ګډو کرښو پرتی دي .

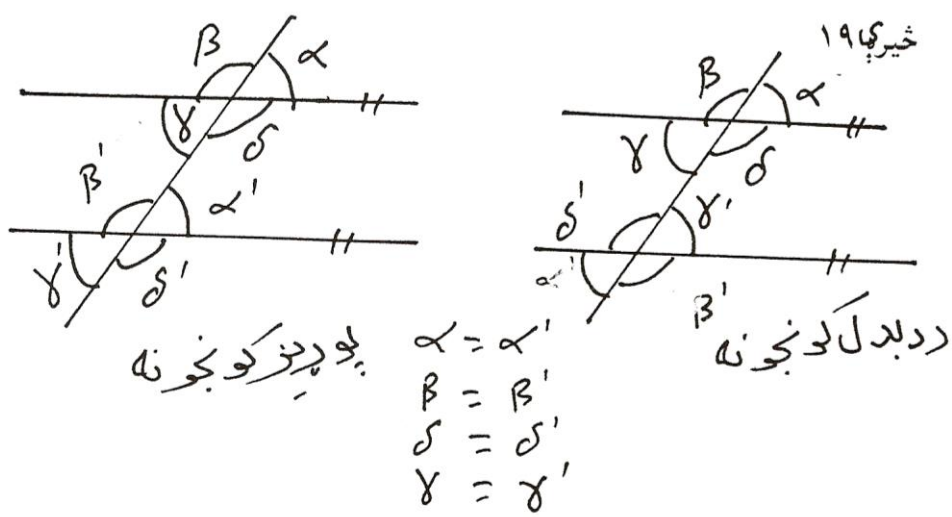
ځیره ۱۸



(c) ketabton.com: The Digital Library

خیره‌کونجونه چې ځانونه °180 ته پوره کوي سوپلیمینت (Supplementwinkel)
بلل کیږي او کونجونه چې ځانونه °90 درجو ته پوره کوي کومپلیمینتکونجونه
(Komplementwinkel)بلل کیږي. دې دواړو کونجونو ته تر یوه نامه لاندې چې
راشي پوره کوونکی کونجونه وايي .که دوه غبرګې کرښې g اوh د یوې بلې ناپایکرښي k
له خوا غوڅې شي، نو څلور دننه پریکونجونه منځ ته راځي ۰ دوي د g او h تر منځ،
,او د k په مختلفو خواوو(او څلور دباندې پرېکونجونه)نه د غبرګکرښو g او hترمنځ،
بلکه له دوي دباندې(د k په یوه لور یو دباندنی او یو دننه غوڅ- یا پرېکونجونه
پوړیزکونجونه بلل کیږي، دوه دننني یا دوه دباندنی غوڅ- یا پریکونجونه چې د k په بیلو
لورو پراته وي ردبدلکونجونه بلل کیږي(څېرې پورته ورکړ شوي دي) ۰

جمله: پوړیز- او رد بدل کونجونه په غوڅغبرګکرښو(غبرګې کرښې، چې له دې کرښې
غوڅې شوي دي) کې سره برابر دي



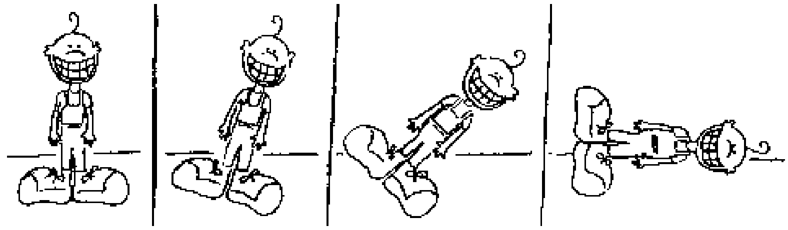
کونج کلمه

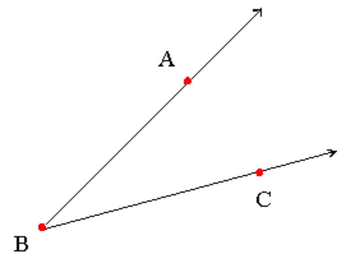
What is an Angleکونج څه شی دی ?

یادونه: لاندې برخه څه تکرار لري، خو بیا بیا راوړنه ښه زده کړه ځان پسې لري۰

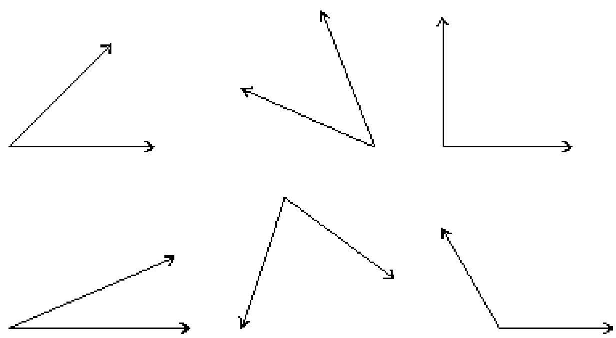
دوه وړانګی، چې یو پای لري او سره غوڅي کړي کونج جوړوي۰ وړانګی د کونج پښې
یا اړخونه بلل کېږي او هغه ټکی، چې هلته کرښی غوڅوي ککرټکی یې بولو۰

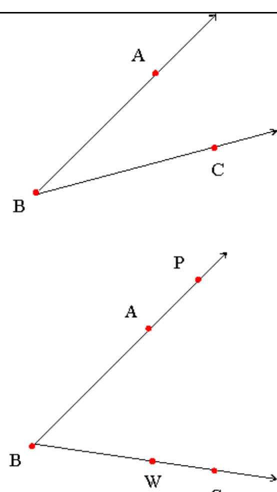
(c) ketabton.com: The Digital Library





Example: دلته د کونجونو ځني بيلګی راوړو .





كه توري د كونج په خوله كي راشي بنه به وي، خودا هم د ليكني ستونځي دي، چي زه ورسره لاس پهكريوان يم٠ $\angle ABC$ كونجونه داسي بنايو

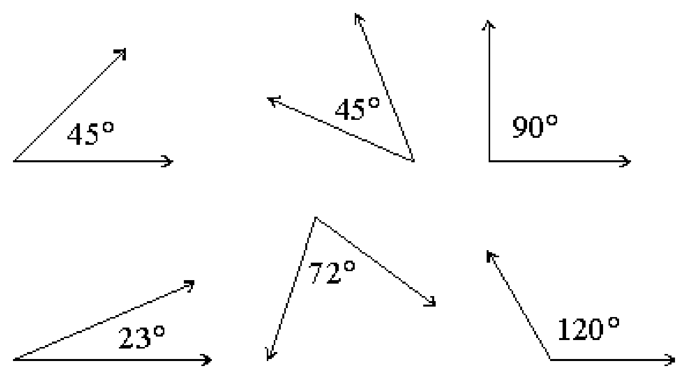
Example: د همغه كونجلپاره بيل بيل نومونه لرودى شو لكه

$\angle PBC$, $\angle PBW$, $\angle CBPd$, $\angle WBA$

(c) ketabton.com: The Digital Library

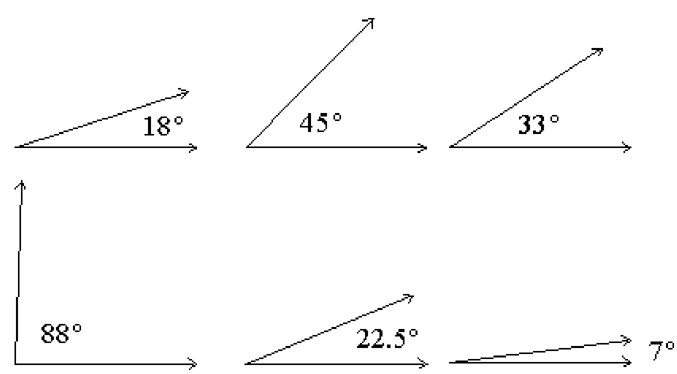
Degrees: د کونج کچوني یوون یا واحد یا یووالی: کونج په درجه کچیږي

Example په لاندې کې ځني بیلګې :



تیره کونج ، چې د صفر او ۹۰ درجو ترمنځ وي Angles Acute

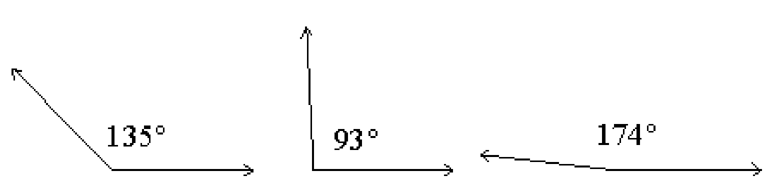
Example لاندې کونجونه تیره دي .



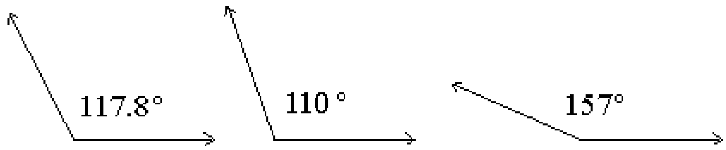
پخ کونجونه Obtuse Angles

پخ کونجونه ، حې د ۹۰ درجو او ۱۸۰ درجو ترمنځ وي پخ کونجونه بلل کیږي.

Example لاندې کونجونه ټولپخ کونجونه دي:

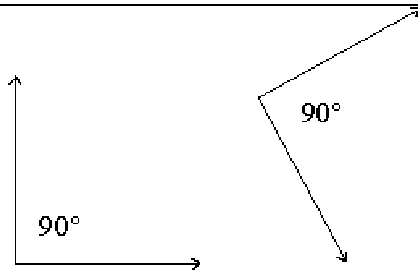


(c) ketabton.com: The Digital Library



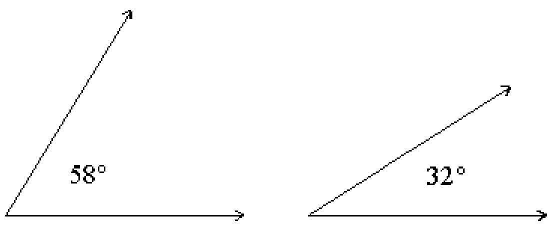
Right Anglesولاړکونج: هغه کونج، چي ۹۰ درجي وي

لاندې دواړه کونجونه ولاړ کونجونه ديExample:

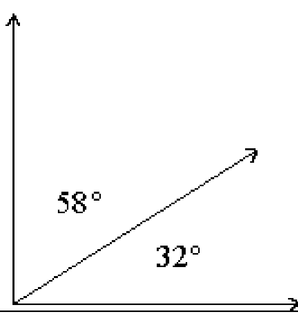


Complementary Anglesکمپليمنت کونجونه: هغه کونجونه، چي يو بل و ۹۰ درجو ته پوره کوي۰کمپليمنچکونجونه بلل کيږي۰ يو کونج د بل کونج کمپليمنت بلل کيږي

بيلگهExample: دا مخامخ دوه کونجونه کمپليمنت کونجونه دي



دوه کونجونه، چي داسي سره يوځاي شي،چي يو ولاړ کونج جوړ کړي،نو دا کونجونه يو له بل سره کمپليمنت دي!

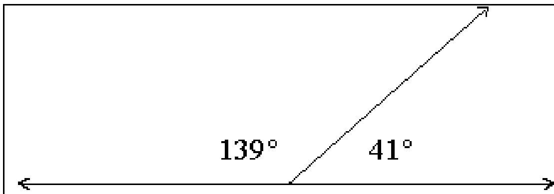
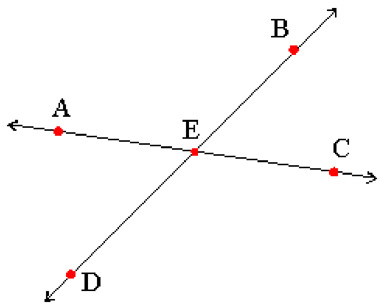
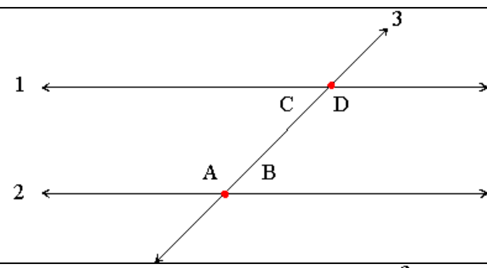
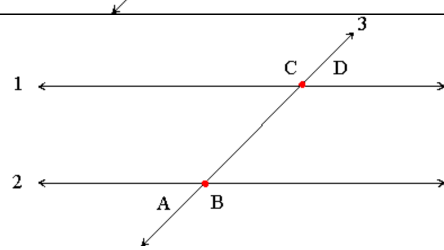


Supplementary Anglesسوپليمنت کونجونه :

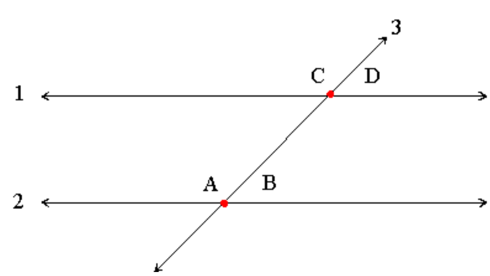
هغه کونجونه، چي ۱۸۰ درجکو ته سره پوره کوي سوپليمنت کونجونه بلل کيږي

بيلگه Example: لاندې دوه کونجونه سوپليمنت دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

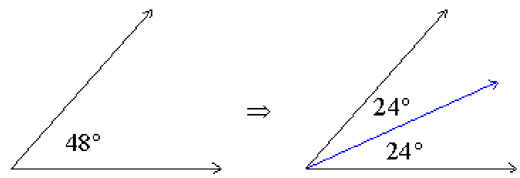
	داسي دوه سره ترلي کونجونه، چې ځانونه ۱۸۰ درجو ته پوره کړي سوپليمنت کونجونه جوړوي
	Vertical Anglesککړ په ککر کوجونه: چې دوه کرښي داسي سره غوڅي کړي، لکۀ په لاندي ځيره او کونجونه، همغه ککره ولري ککر په ککره کونجونه بلل کيږي او سره برابر ده , AEB او DEC کونجونه او همداسي BEC او AEDککر په ککره کونجونه دي.
	Alternate Interior Anglesرد بدل دننه کونجونه : په لاندي کې کونجونه Aاو Dهمداسي B او C ردبدل دننني کونجونه او سره برابر دي . A اوB ، C او D ګاونډي کونجوه دي.
	Alternate Exterior Angles ردبدل دباندي کونجونه : په لاندي کې کونجونه B او C ردبدل همداسي A او D بدل - يا ردبدل دباندني کونجونه او سره برابر دي

پوريز کونجونه Corresponding Angles دا کونجونه A او C همداسي D او Bپوړيز کونجونه دي او يو له بل سره برابر دي

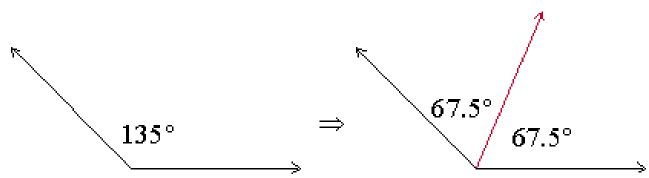


Angle Bisectorکونجنیمی : هغه کرښه، چې کونجونه نیموي کونجنیمی یې بولو

بیلګه Example: د ښی کونج شنه کرښه ، د کیڼ کونج نیمی ده

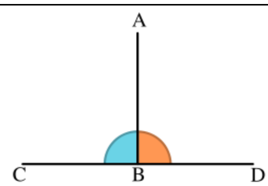


په ښي کونج کې سره کرښه د کیڼ کونج نیمی ده .



Orthogonal or Perpendicular Lines

ولاړې کرښې: هغه کرښې، چې یو په بل نیغې ولاړې وي پرپینډکیولار نومیږي٠(زما وړاندیز: نیغې ولاړې کرښې)



نښلونه:

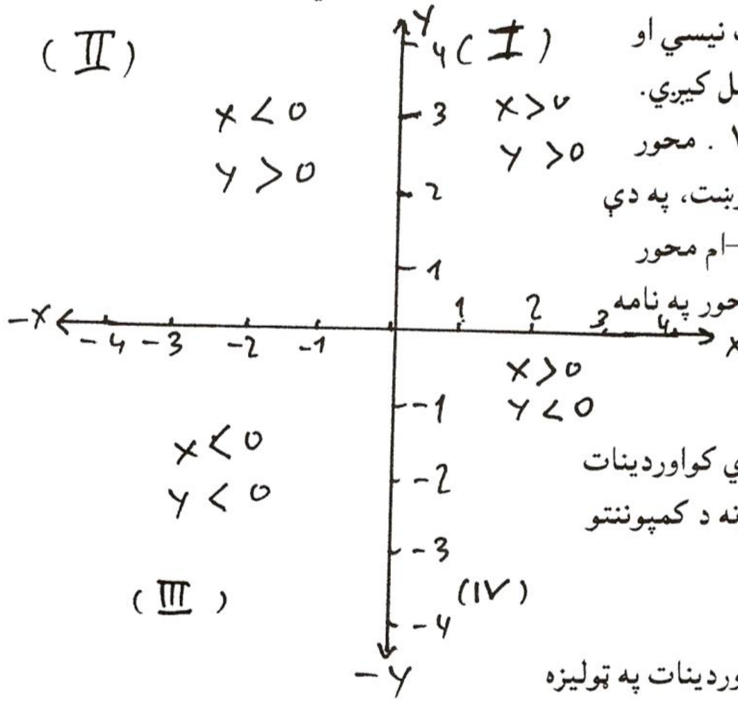
کواوردینات سیستم

یادونه: کواوردینات سیستم ځخه ځموږ موخه پروتولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کې په همدسې یادیږي. ما دا دواړه ترمینولوژي کارولې، هیله ده چې ستونځې به پیښې نه کړي.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیک په ډیرو څانګو کې د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هواري هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیک ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسځیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات

(c) ketabton.com: The Digital Library

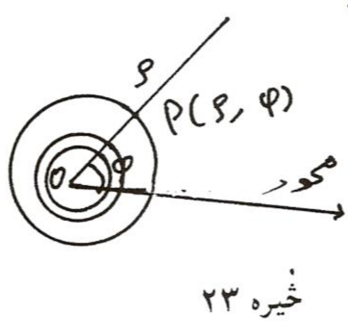
(Ordinate) د y–ارزښت بلل کيږي يا ولاړارزښت. کارتيزي کواوردينات سيستم هواره د دوه يو په بل نيغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوويشي (څلورمې Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي يا نمره کول د ساعت څرخيدلو په څټ صورت نيسي او د ښي پورته لور څخه پيل کيږي. پروتنيغ پروت محور د ۱ . محور يا x–محور يا پروت ارزښت، په دې لوتنيغ ولاړ محور د ۲ –ام محور يا y– محوراو يا ولاړمحور په نامه يادېږي.



خيره ۲۰ : د کارتيزي کواوردينات سيستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

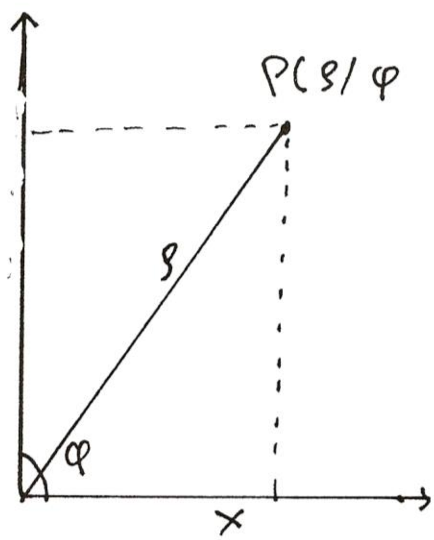
د يوه ټکي P(x,y) کواوردينات په ټوليزه توګه اجازه نه لري چې بدل شي، ځکه چې دا کپمونتتونه تنظيم شوې يا منظمه جوړه ده. د ځل يا ضرب لمړنی کپمونتت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونتت د x– محور څخه. که لمړی کمپونتت منفي وي، نو ټکی د y–محور کينې لور ته

د دريګوډيز ناخپلواکو (تريګونومتريکي مثلاثاتي فنکشنونو) (چي وروسته راغلی) او همدارنګه دپيتاګوراس له بنستېيزی جملی شميراړونی (خيره ۲۳) کولی شو چی د کارتيزي کواوردينات څخه و پولار کواوردينات ته راشو او سرچپه هم.



خيره ۲۳

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۴

جمله : د پولارکواوردينات بدلون يا ترانسفورميشن (Transformation لاتين : **شکل** اړول يا بدلول) و کارتيزي کواوردينات ته

$$x = \rho . \cos \varphi$$
$$y = \rho . \sin \varphi$$

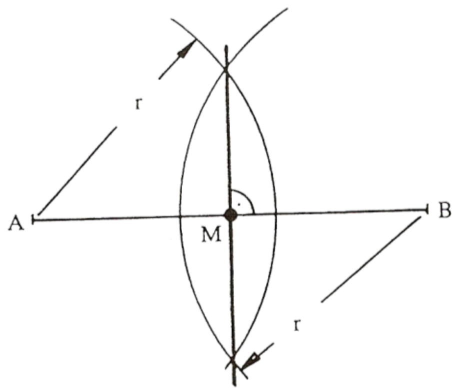
د کارتيزي کواوردينات بدلون يا ترانسفورميشن و پولارکواوردينات ته

$$x^2 + y^2 = \rho^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$
$$\sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

هندسی بنسټيز جوړښتونه:

زه دلته داموضوع اوږده نه څیرم، خو دومره غواړم چي په ګوته کړم، چي تراوسه مو يو څه د هندسی ځنی بنسټيزې کليمي تشريح کړې او دلته دا غواړم وښايم، چی څنګه ځنی بسټيز شکلونه کښل کيږي، په هغه صورت کی چی له موږ سره ګردونی يا څرخی (څيرکل يا پرکال او که پرکار مو ورته وايه) او کرښی يا ختکش وي يا همداسی کونجکچ د مناسبو ويشنو سره موجود وي. ددې لپاره چی ځنی ستونځی مو له منځه لرې کړې وي بايد له دې څيرو يوه ليديد ونکی څيره ولروچی دا د دې څيرو په کښلو يا رسم کولو ممکن کيدی شي. دا د عملي اندازې پرابلومونو حل يا ستنځوبي کي هم مرسته کوي، که د اندازي يوونونه (واحدونه) ونه لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۵

۱ – د AB کرښې نیمول او

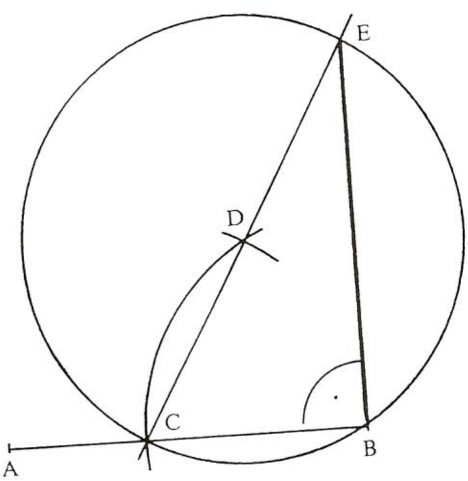
۲ – د منځ ولاړکرښې کښل

د A او B په هر ټکي یوه ګردۍ د وړانګې $r > (1/2).|AB|$ سره ووهی

(سیومتري دوه ګردۍ خیرې)

د دواړو ټکو تړلکرښه په غوڅټکی M کی په کرښه AB منځولاړکرښه ده او دا کرښه په M کی نیموي.

۳ – د یوې کرښی په سرټکي کی د ولاړکرښی جوړول (یا کښل). په B یوه ګردیلینده ووهی د وړانګی $r < |AB|$ سره، چی AB په C کی پرې کړي، وروسي بیا په C یوه ګردیلینده په همغه وړانګه ووهی چی د مخه وهل شوې ګردیلینده په D کی پرې کړي. D د دریمی ګردۍ منځ ټکی دی د وړانګی $r = CD$



خیره ۲۶

(۳ – یو دې ارمند)

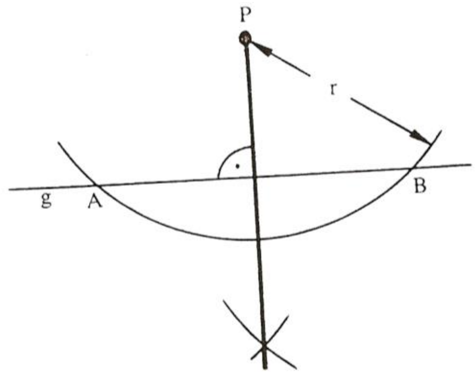
سره. چی CD غزولشوې تر ګردۍ په E کی پرې کوي. E نو په B نیغه ولاړه ده. (تالس ګردۍ دې وکتل شي)

۴ – د ټکي P څخه په کرښه g باندې یوه نیغه ولاړکرښه واچوی ($P \notin g$).

په P کی په وړانګه r یوه ګردۍ ووهی، چی هغه د g له فاصلی(واټن) لوي وي او کرښه g په A او B کی پرې کړي.

اوس نو لکه په (۲) کی الترناتیو: لکه د (۳) لاندې په کرښې او هندسي دریکوډي.

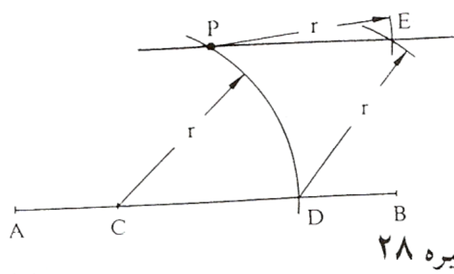
(c) ketabton.com: The Digital Library



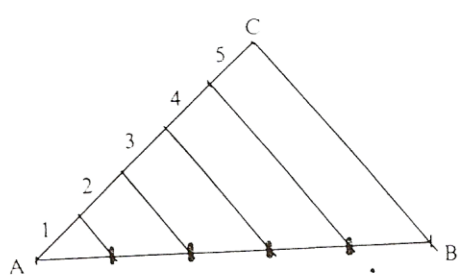
خیره ۲۷

۵ – د AB کرښې سره دټکي $P \notin AB$ یوه غبرګکرښه جوړول (کښل): د خوښې په یوه ټکي $C \in AB$ د وړانګې $r = |CP|$ یوه ګردۍ ووهی چی کرښه AB په D کی پرې کړي، بیا نو په D او P همغه لینده ووهی چی یو بل سره د E په ټکی کی غو ثوي. دا د PE کرښه د AB کرښې سره غبرګه ده. (دا د روتی نومي څلورګوټي جوړول دي).

الترناتیو : لکه په(۴) کی په ټکي P کی ولاړه کرښه s و AB باندې او بیا همداسی نیغ – یا ولاړکرښه په s د P ټکی کی.



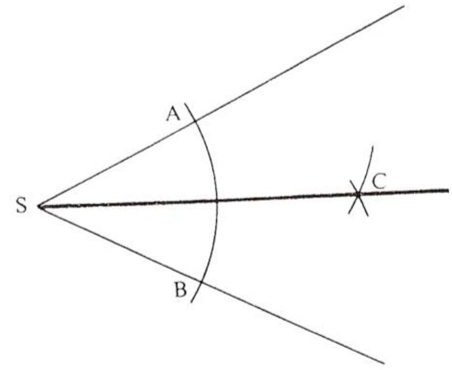
څیره ۲۸



څیره ۲۹

۶ – د یوې کرښې AB ویشل په n مساوي برخو (د بیلګي په توګه ۵) د A ټکی څخه یوه د خوښی وړانګه وغزوی. په دې کرښه بیا n – ځله (دلته ۵ ځله) د خوښي اوږدې کرښی ووهی. اخرنی ټکی C له B سره وتړی او بیا له هر ټکي د BC مرستکرښی سره غبرګی کرښی وکاږی، دا غبرګی کرښی د AB کرښه په (۵) مساوي برخو ویشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



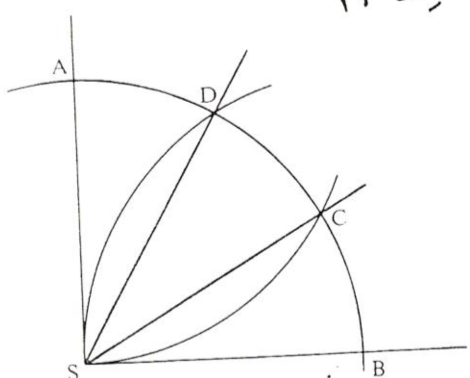
ځیره ۳۲

۷ – د یوه کونج نیمول

په ککره S یوه د خوښی لینده ووهه چی د کونج پښی په A او B کی پرې کړي، بیا په A او B په همغه وړانګه یو د خوښی ګردیلینده ووهۍ چی یو بل سره په C کي پرې کړي، پریتکی د S سره وتړی.

۸ – یو ولاړګوډی په درې مساوي برخو هره 30° وویشی

په ککره S باندې یوه د خوښی ګردیلینده وباسی چی دواړه پښی په او B کي پری یا غوځی کړي او له

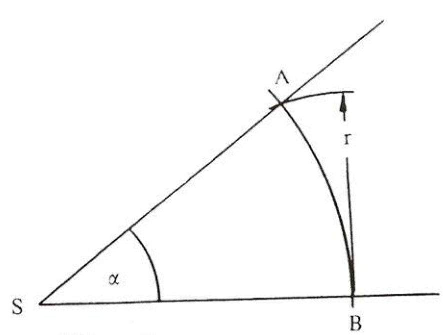


ځیره ۳۱

.

دې وروسته د ځرښوونکي په همدې بیرته والي یا وازون د A او B ټکو ځخه ګردیلیندی وکاږی، اوس د S ځخه د C او D په لور وړانګی وکاږی، دا دوه وړانګی دا ولاړ– یا نیغکونج درې مساوي ټوټی کوي یا په درې برابو برخو ویشي.

یادونه : هر د خوښی کونج په ځرخی او کرښي باندې په درې مساوي برخو نه



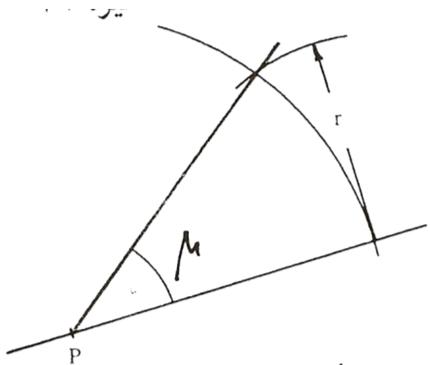
ځـ ه ۳۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

ويشل کيږي، ددې لپاره بيا الجبري مواد په کار دي.

۹ – د µ کونج په يوه ټکي P

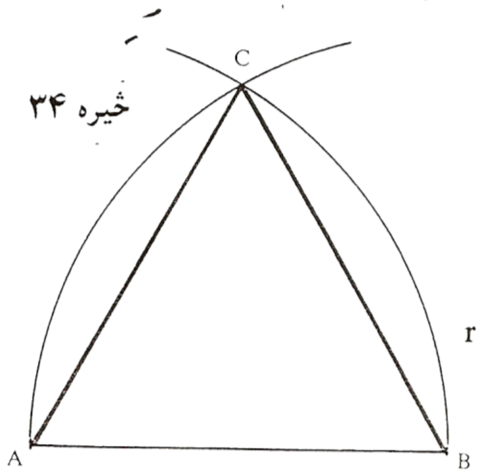
وغزوی، د ورکړشوي کو نج په ککره S باندې يو ګرديلينده ووهي چې پښې يې په A او B کي پرې کړي، بيا نو په همغه ګردۍ ووهی چې څرخی د |AB| په اندازه وي. اوس نو دا پريټکی د P سره وتړی.



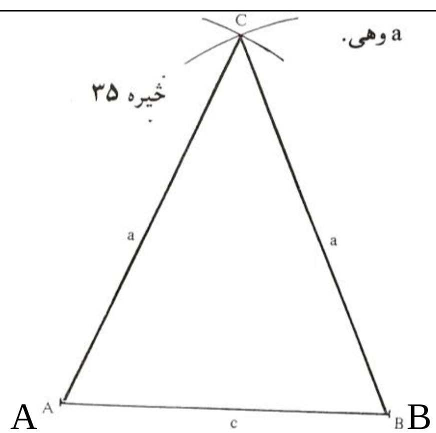
خيره ۳۳

۱۰ – د مساوي اړخيز دريګوټي

کښل: په A او B باندې يوه ګرديلينده ووهی چې وړانګه يې r = |AB| وي ، چې يو بل په ټکي C کی پرې کړي.

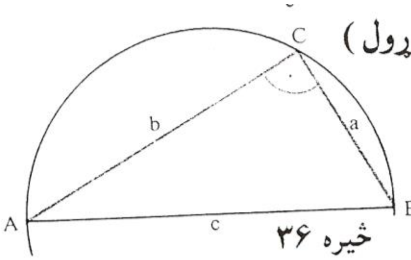


خيره ۳۴

بيانوC دA او B سره ونښلوو، دا لاس ته راغلی دريګوټی مساوي اړخونه لري. په همدې ډول مساوي پښيز دريګوټی انځوريږي، د ورکړشوي بسټ AB=c سره. په A او B يوه يوه پښه وه,	 خيره ۳۵

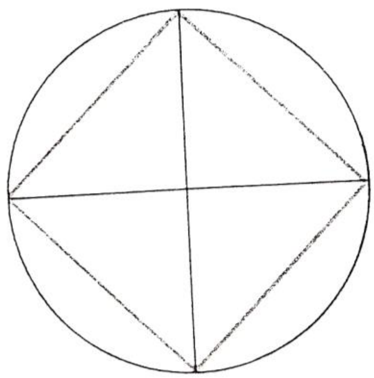
(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د ولاړکونجيز درېګوډي کښل (جوړول)



هر درېګوډی چي اوږد اړخ يی د يوه ګردي قطر وي، ولاړکونجيز درېګوډی دی.
(د تالس (Thales) جمله ودرسته راځي

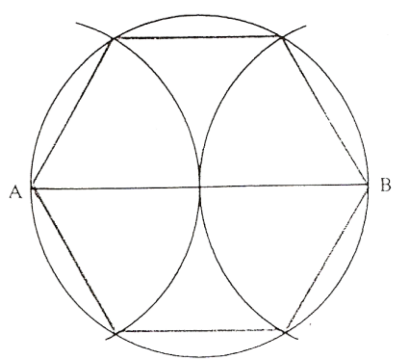
ثيره ۳۶



ثيره ۳۷

۱۲ – په ګردی کی د يوې مربع کښل

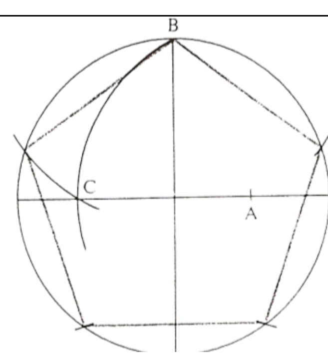
د ګردی په منځټکي باندې لکه په (۲) کی دوه يو په بل ولاړ نيمي (قطرونه) وکاږی او هغه ټکي چی ګردی پرې کړی سره ونښلوی.



۱۳ – په يوې ورکړ شوې ګردی کی دمنظم پنځه ګوډی کښل:

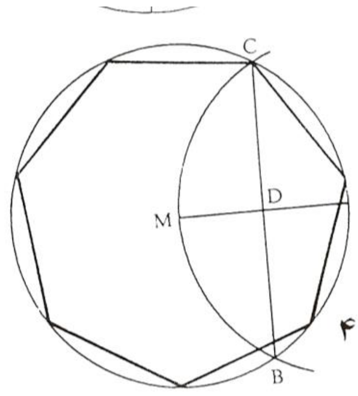
د ګردی وړانګه په A کی نيمه کړی ، له A څخه کرښه AB تر C وکاږی، |BC| د پنځه ګوډي د اړخ اوږدوالی دی.
(ځيره ۳۹)

ثيره ۳۸

	۱۴ – په ګری کې د منظمم درېګوډي کښل: د نيمي يا قطر اخرني ټکو څخه د ګردۍ وړا نګې په اندازه ګردۍ لينده ووهۍ. د دې ټکو چې ګردۍ پرې کوييوځای کول منظم شپږګوډۍ چوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۵ – د مساوي اوه ګوټي

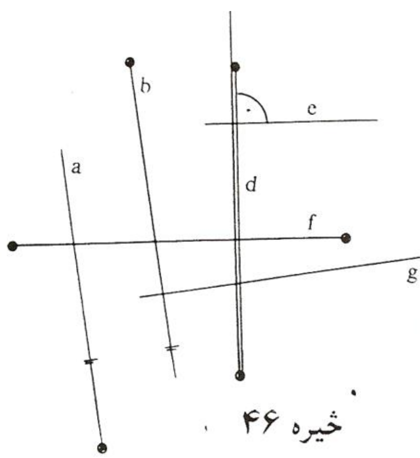


شیره ۴۰

جوړول یا کښل:

د ورکړ شوې ګردي دنیمي اخر ټکی A
څخه دAM وړانګه په اندازه ګردیلینده
ووهی چی ګردی په B او C کي پرې
کوي. د BC کرښه د AM وړانګه
په D کي په ولاړکونجي غوڅوي،
پس |BD| د مساوي اوه ګوټيز د اړخ اوږدوالی دی.

تمرینونه

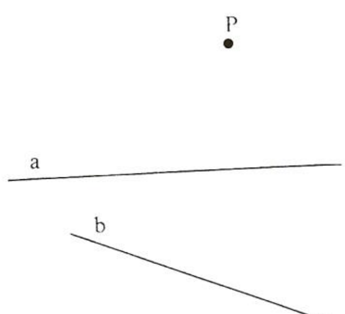


خیره ۴۶

۱ – په ډیري ژبه باندې یی افاده کړی:
الف – ټکی A په کرښه g پروت دی.
ب – کرښه g د ټکو A او B ترمنځ ځغلي
پ – کرښه AB په ناپای کرښه g پرته ده
ت – ټکی C په کرښه . چی له A وبه B
ته ځغلي، پروت دی.

۲ – په خیره ۴۶ کی څومره ناپاي کرښی،
کرښی او وړانګي پرتی دي؟

۳ – کومی کرښی غبرګي، او کومی یو په بل
ولاړې پرتی دي؟ دا په سمبولو
وکاروی (خیره ۴۷)

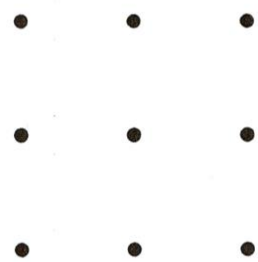


خیره ۴۷

۴ – هرې کرښي ته جوړ کړی :
الف – یوه ولاړه
ب – په ورکړشوي ټکي کی یوه غبرګه
(خیره ۴۸)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – د اسمان کومی لورې يو په بل
ولاړې دي؟
۶ – داسي کرښه لار (چي يو بل سره
ترلي وي) وباسی، چي له ټولو
په ځيره ۴۹ کی ورکړ شوو۹
ټکو تيريږي. دا کرښو تلنه يا کرښو



ځيره ۴۸

خوزيدنه يا تلنه (حرکت)

د يوې هوارې په خپل ځان يويواځنی ځيرونه تلنه يا خوزيدنه (حرکت) بلل کيږي او په φ ښوول کيږي، که چيرې دا لاندې خويونه ولري:

ا – د يوې هندسي ځيرې (کرښی، هوارې ، وړانګی ناپايکرښی، نيمهوارې) ځيره ډيري لاندې، يوه هغه هندسي ځيره پوهيږو، د کومی چي په غوښتونکی ځيره ډيري ژيکرښی پيلټکي ، پايټکي په ژيکرښی ، پيلټکي ، پايټکي باندې ځيره شي.

۲ – که f_1 او f_2 دوه جنډې وي ، ~~نو ټيك يوه تلنه شته~~ نو ټيك يوه تلنهφ شته، د $\varphi(f_1) = f_2$ سره.

۳ – که A او B دوه په خوښه ټکي وي، نو يوه تلنهφ شته د $\varphi(A)=B$ او $\varphi(B)=A$ سره

۴ – که p او q دوه وړانګي وي ، د ګډ پيلټکي سره ، نو يوه تلنه φ شته د $\varphi(p)=q$ او $\varphi(q)=p$ سره.

۵ – د تلنو يا خوزيدنو ډيری، د يو په بل پسی ځيرونو ته يو ګروپ جوړوي (د الجبر برخه يا د ليکوال الجبر کتاب دې وکتل شي)

د تلنويا خوزيدنو (حرکت) ځانګړي ډولونه دي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

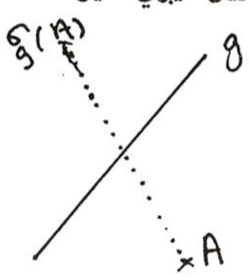
– راکښنه ، چې د τ سره یې ښایو
– ایینونه یا هندارونه، چې د σ سره ښایو
– څرخون چې د δ سره یې ښایو
که یو ټکی همداسي یوه کرښه ، چې په خپل ځان څیره شي ، نودا ودې څیروني ته

یا نسبت ودې څیروني ته فیکسټکی ځای په ځای ټکی او همداسي فیکس کرښه یا ځای په ځای کرښه بلل کیږي.
راکښنه τ یوه تلنه یا خوزیدنه ده د لاندې ځانګړو خویونو سره

تلنه ۱ (V) : د یوې په خوښنه کرښې څیره و هغي کرښې ته غبرګه کرښه ده.
تلنه ۲ (V) : که څیرونه کټمټ څیرونه نه وي، نو هر څیره ټکی د خپل اصل ټکي څخه توپیر لري .

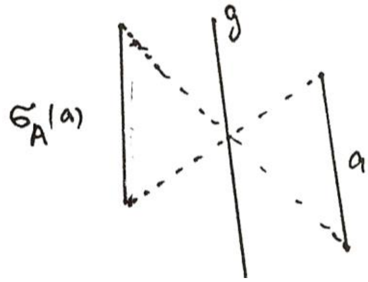
ایینونه یا هندارونه . د ایینوني دوه ډولونه موجود دي:

لمړی : ایینونه σ_g په یوه کرښه g ، چې کرښ ایینونه ورته ویل کیږي، یوه تلنه ده، د لاندې خویونو سره



س ۱ : دکرښې g هر ټکی فیکسټکی یا په خپلځان څیره ټکی دی ، له دې سره کرښه یوه فکسکرښه ده.
س ۲ : دواړه د کرښې g وازې هوارې یو له بل سره بدلیدلی شي.
څیره ۵۲

دوم: ایینونه σ_A په په یوه ټکی ، چې ټکی ایینونه بلل کیږي، یوه تلنه ده ، د لاندې خویونو سره : (څیره ۵۲)

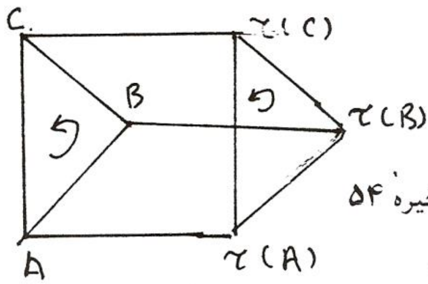


پ ۱ : هره کرښه چې له A تیریږي په خپل ځان داسي څیره کیږي، چې دواړه له A پیداشوې وړانګي یو له بل سره بدلی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

خیره ۵۳

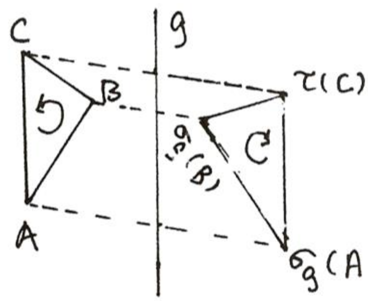
پ ۲ : هره کرښه و دې کرښې ته غبرګې کرښې باندې خیره کیږي. (خیره ۵۴)



لوریزه تلنه یا خوزیدنه:

یوه تلنه φ همغه لوریزه ده ، تیک هلته یا هلته او هلته، کله چې هره خیره F د φ(F) سره همغه لور ولري یا مساوي لوریز وي.

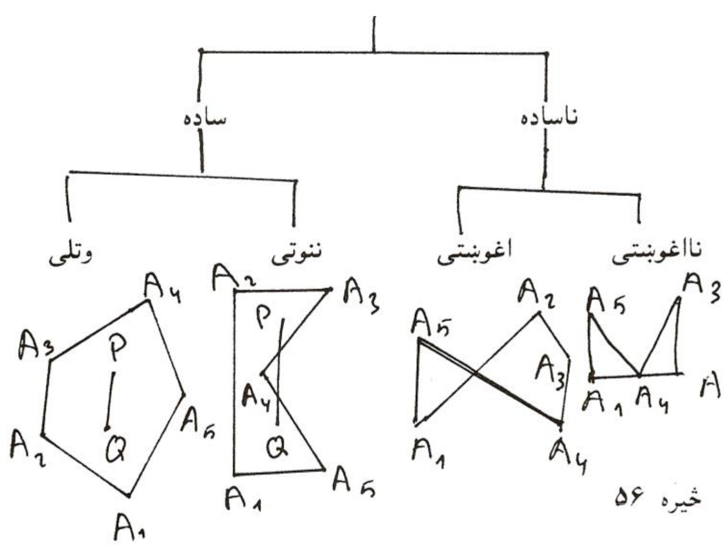
خیره ۵۴



یوه تلنه φ همغه لوریز نه یا نامساویلوریز ده، تیک هلته یا هلته او هلته، کله چې هره خیره F و φ(F) ته مخامخ یا په څټ لوریز وي.

خیره ۵۵

ډېرګوډیز (د بیلګې په توګه پنځه ګوډیز)

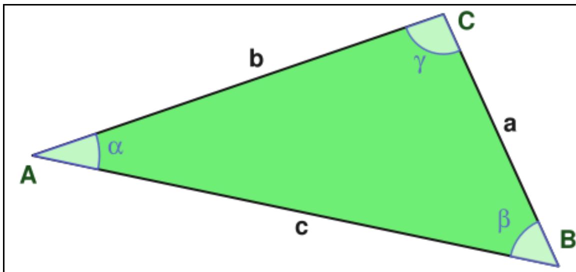


خیره ۵۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو وتلی n– ګوډی منظم بلل کیږي، که د اړخونو اوږدوالی یی برابر وي او دننه کونجنونه یی مساوي یا برابر لوي وي.

درېګوډی (درېګوټی، مثلث)

دا چې د دوه ټکو ترمنځ تل یوازی یوه کرښه انځوریدلی شي، نو د یوه شکل لپاره کم له کمه درې ټکی په کار دي، په داسی ډول چی دا ټکي په یوه کرښه نه وي پراته. دا اوس هم په همغه هواره پراته دي. که دا ټکی د څیرې د ګوډټکو په څیر ونیول شي، نو دریګوډی لا سته راځي٠ کرښي، چې درېګوډی په کې راګیر دی یا درېګوډی جوړوي د درېکوډي اړخونه یا هغه عربي یي ضلع بولو٠	 ګورو، چې کوجونه الفا ، بیتا او ګاما دي او اړخونه a,b او c دي. په څیره کې ګوډونه په لویو تورو سره په نخښه کیږي یانی A,B او C ګوډونه دي٠

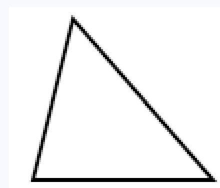
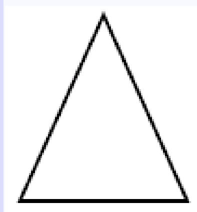
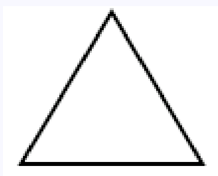
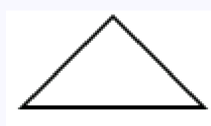
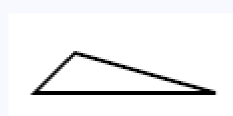
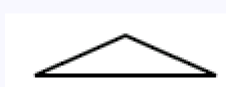
ولې درېګوډی ؟

موږ وایو، چې سپین مې د برګ د کور د ګوډ سره ولید، یا د برګ د پټي یو ګوډ اوبو وړی، په یوه څیره کې یا یوه جوړښت کې دننه د دوه کرښو غوڅې کونج بولو او دباندنی ګوډ ٠ کندهاریان وایی ګوټ٠ دا پروا نه لري، که څوک یي ګوډ ، ګوټ او که کونج بولی یانی درېګوډی، درېګوټی او که درېکونجی بولي ، خو ماته یي درېګوډی نوم ښه بریښي٠ پام دې وي، چې له ما څخه دا نوم درېګوډی نومول شوی، دا څیره ده نارینه نه ده، نو له دې امله به ښه وي، که درېګوډی وبللشي، نوره یې د ګرانو هیوادوالو او د ځککچپو هني مینه والو خوښه٠

د درېګوډیو مختلف ډولونه یا تیوپونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرليک

	نامنظم کونجونه او اړخونه يې برابر نه دي.	برابرپښيز دوه اړخونه او دوه کونجونه يې برابردي .	برابراړخيز ټول اړخونه او کونجونه يې برابردي .
تيره کونجيز- درېګوډي **ټول کونجونه يې تيره دي ياني له ۹۰ درجو کوچني دي** **<90°.**			
ولاړکونجيز درېګوډی، يو کونج يې ولاړکونج دی			
پڅکونجيز درېګوډی **يو کونج يې پڅ دی ياني له ۹۰ درجي لوي دی.(>90°)**			

د کونجونو الفا ، بيتا او ګاما (α,β,γ) او اړخونو a,b,cله مخې د درېګوډيو مختلف تيوپونه سره بيليدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته څېرو کې پورته ښی لور ته درېګوډي همغه رسم شوي، خو دا یو دې د بل سره برابر پام کې ونه نیول شي، یانی د یوه درېګوډي پښی دی نابرابرې وي٠ تیره کونجیز درېګوډی، چې دریواړه کونجونه توپیر لري، درې برابرکونجونه لري ، دوه کوجونه یې سره برابر وي، ولاړکونیز، پڅکونجیز، دا هم د برابرو او نا برابرو کونجونو سره ٠ هغه درېګوډی، چې دوه کوجونه یې سره برابر دي، اړخونه یې هم برابر دي او د برابرو کونجونو په مخامخ برابر اړخونه پراته دي٠ دا لاندي ښه څېړل شوي دي، د څېرو سرهړ.

د درېګوډي یو له بل بیل ډولونه

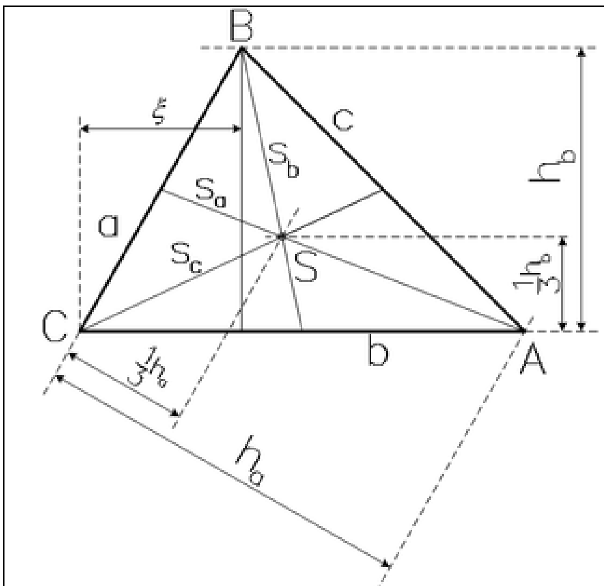
د دریګوډي د پام وړ ټکی

- د دریګوډي هر درې یوډوله کرښی ، یو بل په یوه ټکی کی پرې کوي

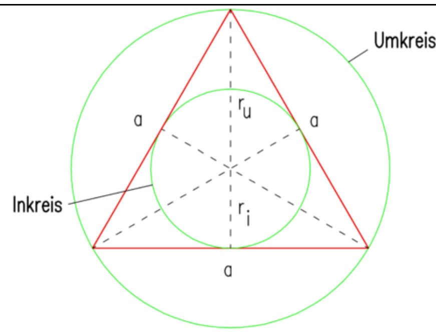
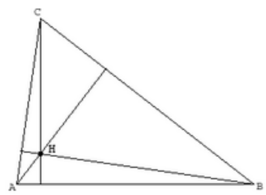
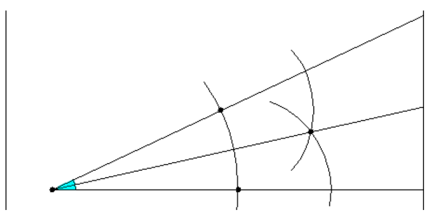
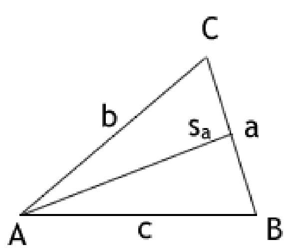
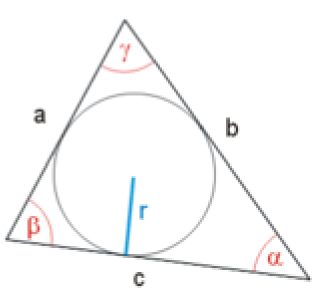
- اړخنیمی په S کی

- د کونجنیمی یا نیموونکی په W کی-

- اړخنیمی د منځ ولاړې (کرښی) په M کی: دا هغه کرښه ده، چې د دېګوډی د اړخ په منځ ولاړه ده، چې موږ یې منځولاړه بولو

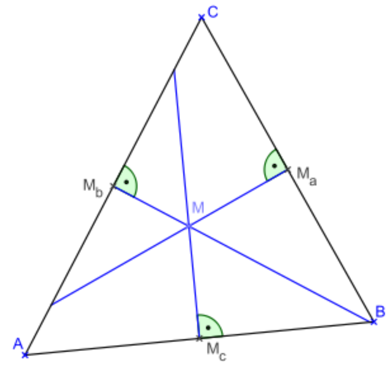
	-. جګکرښی یا جګي په H کی دا ټکی د یوه دریګوډي د پام وړ ټکی دي - : له دوي څخه S دروندټکی(د ثقلمرکز) له دوي څخه W د دننه ګردۍ منځ ټکوړانګه او M د دباندې یا راګردې ګردۍ یا نوره هم ښه خورا ښه او مناسبه نوم یې چاپیریالګردۍ منځ ټکی دی (وړانګه) r، د چاپیریالګردی منځټکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

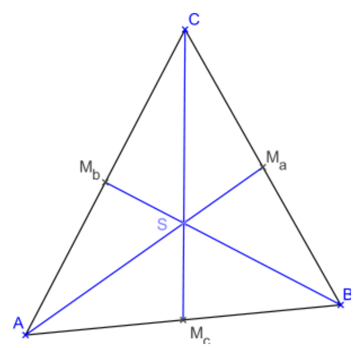
	دلته هځیرو، چې ځیرې راوړو، د ځیرنې سره یې : اي ىدرکـيدنوخ Inkrei Umkreis دهراتاو-یا په راتاوګردی
	په لاندې ځیره کې جګې کرښې وینو٠ دا هغه کرښې دي، چې را په ګوته کوي، چې اړخ د کونې سره کوم جګی لري او دا کر په یوه ټکی کې غوڅوي٠
	په مخامخ ځیره کې کونجنیمی ګورو او وینو، چې څنګه کښل یا رسم کیږي٠
	په مخامخ ځیره اړخنیمی کتل کیږي٠ دا هغه کرښه ده، چې له کونج څخه اړخ نیمی٠
	په مخامخ په درېکوډی کې د خوندي ګردی منځټکی د وړانګی سره کتل کیږي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ښيره په درېګوډي کې په منځولاړې ګرښې په ګوته کويو چې پّ لړونده ټکي کې سره غوښوي

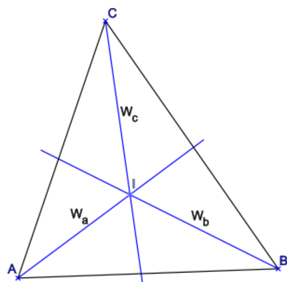


په لاندې مخامخ دريګوډي کې درې اړخنيمی ورکړ شوي،چې ته يوه ټکي کې سره غوښوي

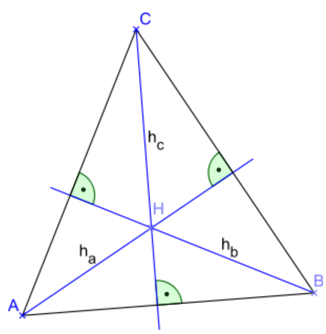


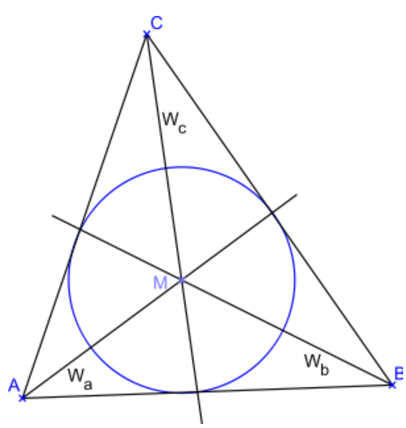
په مخامخ ښيره کې ګورون چې کونجنيمی ی خونديګردی منځټتي کې سره غوښوي

په لاندې درېګوډي کې دې کونخنيمۍ ديو جې په يوه ټکي سه پرې کوي



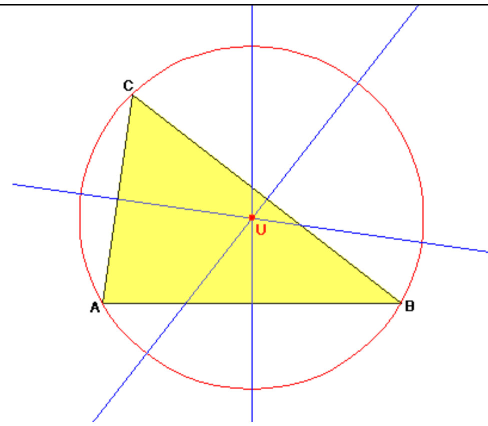
په لاندې ښيره کې د درېګوډي درې جګي ورکړ شويو چې په يوه ټکي کې سره غوښوي



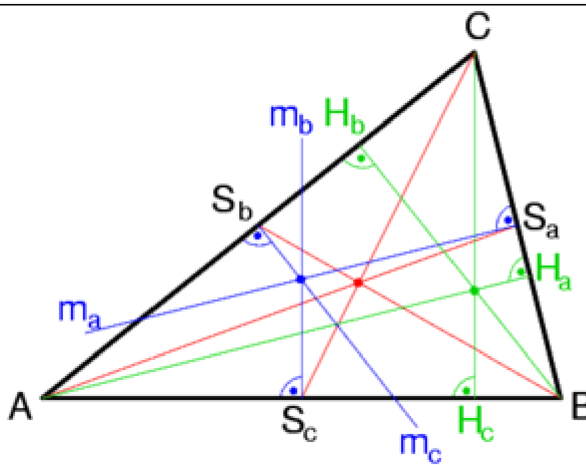


(c) ketabton.com: The Digital Library

په مخامخ خیره کې د درېګوډی منځولاړې ګوروو چې غوښتککی یې ی راتاوګردی منځتکي دی



په مخامخ خیره کې هغه اړخنیمی، چې په اړخ ولاړې دي کتل کیږي، په اړخنیمی ولاړې، جګی او اړخنیمی کتل کیږي، چې دریواړه په یوه کرښه پرتي دي .



د جګو غوښتکی (شین)، راتاوګردی منځتکی(اسماني یا زرغون)، دروندټکی(سور) په یوه کرښه پراته دي.

د درېګوډیو جوړید امکانات یا شونتوب: درېګوډي یواځنی جوړیږي (همدا یو درېګوډی او بل، چې له دې درېګوډي توپیر ولري نه شي جوړیدی) ،

-که د دریګوډیو دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي،

-یا دوه اړخونه او له دې اړخونو بند کونج یا

- یو اړخ او ددې اړخ په دواړو سرونو یا اخرونو کونجونه وپیژنو

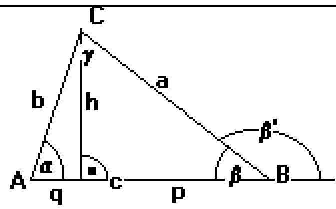
(c) ketabton.com: The Digital Library

يا په همدې ډول هغه دريگوډی، چی دوه اړخونه او د لوي اړخ مخامخ کونج يی پيژندل شوی وي. د کونگروانيڅ جملو کی يی بيلګي راځي .

د دريګوډي پيژندنه لنډ: يو n - ګوډی، چی n=3 وي، دری ګوډی بلل کيږي .

په درېګوډي کی جملی:

په عمومي ډول لاندې جملی باوري يا معتبرې دي چی بي له ثبوته دلته راوړل کيږي.

	۱ - د کونجزياتون جمله : په درېګوډي کی ټول کونجونه 180° لري °180 = □ + □ + □ په مخامخ څيره ګي β' د β ګاونډی کونج دی

۲ - د دباندني کو نج جمله: دباندی کونج د ناګاونډيو کونجونو زياتون يا مجموعی سره مساوي دی،له دې امله د درېګوډي د دباندنيو کونجونو زياتون 360° لري:

يادونه : ګران د څمککچ مينه وال دې دا څيره له پ ورتـ ه ځ برې څخه پوره کړي ۰:

۳ – درېګوډي نامساوات يا دريګوډي نابرابرونو نه:

په هر درېګوډي کی د دوه اړخونو اوږدوالی زياتون د دريم اړخ اوږدوالی څخه لوي دی

$$a + b > c \;;\quad a + c > b \;;\; b + c > a$$

۳ الف-د هر دريګوډي دوه اړخونو اوږدوالي مطلقه ارزښت کمون، توپير يا فرق د دريم اړخ اوږدوالی همغه- يامطلقه ارښت څخه کوچنی دی

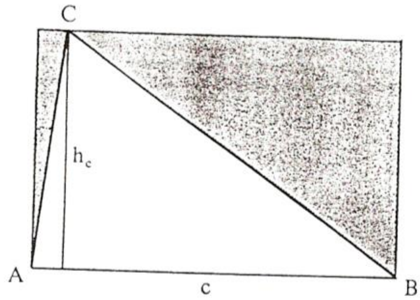
$$|a - b| < c \;;\qquad |a - c| < b \;;\quad |b - c| < a$$

۴ - د درېګوډي چاپيريال د دريواړو اړخونو زياتون دی $U = a + b + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - د درېګوډی منځهواره (د هوارې دننه) لنډ : هواره (، د یوه اړخ اوږدوالی او په هغی کښلی (نیغ) ولاړ جګوالی(لنډ: جګوالي) د ځل نیمايي دی

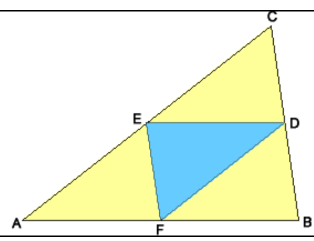
F =a.ha/2 = b.hb/2=c.hc/2



د ښووني لپاره یي د یوه لنډ چل ځخه کار اخلو: موږ درېګوډی د جګکرښي په اوږدو باندې په دوه ولاړکونجیو غوځوو او د درېګوډي په اړخ یی ځیره باسو، په دې ډول دوه ولاړکونجیز دریګوډي منځ ته راځی، چی د هغی ټوله هواره، د غوښتونکي درېګوډي هوارې دوه برابره ده.

دا له پورته ځیرې ځخه هم ځرګندیږي.

۶ - د درېګوډي اړخونو نیمايي هغه منځنی درېګوډی جوړوي، د کوم اړخونه چی نیمايي دومره اوږده وي لکه د پیل شوي درېګوډي(د و ړانګي جمله دي وکتل شي



ګورو چی د یوه دریګوډي جګی تل ځرګند نه دی. مګر دا چی د یوه جګي له لارې یو دریګوډی په دوه برخو ویشل کیږي، چی په دې ډل دوه ولاړکونجیز دریګوډي ترې منځ ته راځي، چی دا جګی بیا د پیتاګوراس له لارې -جملی چی وروسته راځي - او یا د تریګونومتري یا کونجکچ متودو یا لارو له لارې ، چی هغه وروسته ځیرل کیږي، لاس ته راوړی شو .

د تالس جمله Satz des Thales:

که AB د یوې ګردی(دایرې) یوه نیمی (قطر) وي او C په دې ګردی پروت وي، نو درېګوډي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ABC په C کې ولاړکونجیز دی٠

د دې جملې په څټ یا برعکس دی:

که چیرې درېکوډي ABC په C کې ولاړکونجیز وي، نو C په ګردی پرته ده د نیمې AB سره

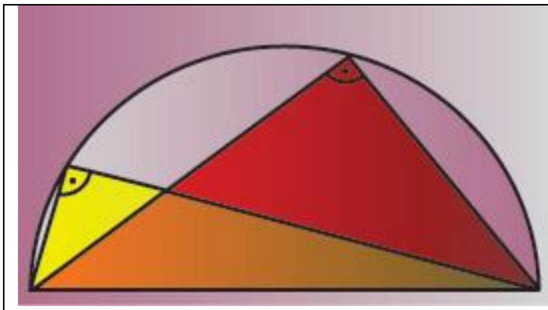
د جملې د ښووني لپاره: دا برخه دې دا دلته د ښوونځې شاګردانو لپاره نه وي٠

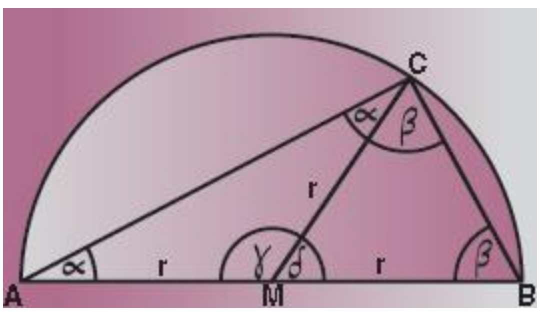
$$\alpha + \beta + (\alpha + \beta) = 180°$$

$$2\alpha + 2\beta = 180°$$

له دې لاس ته راځي

$$\alpha + \beta = 90°$$





د پیتاګوراس (فیثاغورث Satz des Pythagoras)

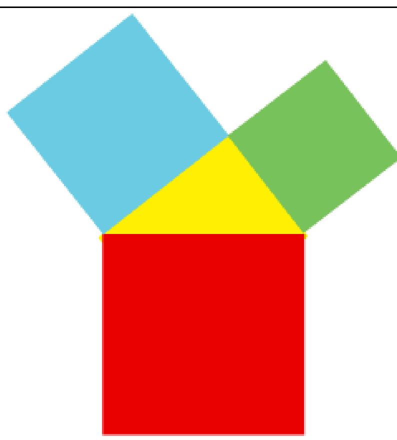
په یوه ولاړکونیجز درېکوډي کې ، چې کاتیتونه یا ولاړ اړخونه یې a او b وي، د هیپوتینوزی یا اوږد اړخ یې c سره پخ نخښنه ګوو , باور لري

$$a^2+b^2=c^2$$

د دې جملې په څټ یا برعکس

که د یوه درېکوډي ABC د اړخونو a, b, cلپاره باور ولري

$$a^2+b^2=c^2. F = \frac{b}{2}\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = b.\frac{h_b}{2}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

نو دا درېګوړي په C کې ولاړکونجيز دی يا د پيتاګوارس جمله وايي، چې په يوه ولاړکونجيز درېګوړي کې د هيپوتينيوز(لوي اړخ) څلورى يا مربع د کاتيتونو(ولاړ اړخونو) د څلوريو يا مربعګانو د زياتون سره برابره ده.

ولاړکونجيز درېګوړى يو ولاړ کونج لري يانې ۹۰ درجې کونج

د درېګوړى اوږد اړخ د لوی کونج مخامخ پروت دی ، چې هيپوتينوز *Hypotenuse* يا لوی اړخ بلل کيږي

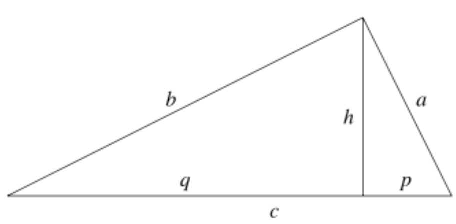
نور دوه اړخونه کاتيتونه *Katheten* يا ولاړ اړخونه بلل کيږي.

لاندې جملې ښايو:

دا جملې ټولې يوځاي راوړل شوي

جمله : ولاړ کونجيز درګوړی $a + b + c = U$

$a.b / 2 = c \,.\, hc / 2 = F$

	$c^2 = a^2 + b^2$	د پيتاګوراس جمله
	$a^2 = c \cdot p$	د اويکليد د کاتيتونويا ولاړ اړخونو جمله
	$b^2 = c \cdot q$	
	$c = p + q$	
	$h^2 = p \cdot q$	د اويکليد د جګيو جمله

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله : برابر- یا مساوي پښيز درېګوړی جګی

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$$

$$U = 2a + b$$

$$F = \frac{b}{2}\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = b.\frac{h_b}{2}$$

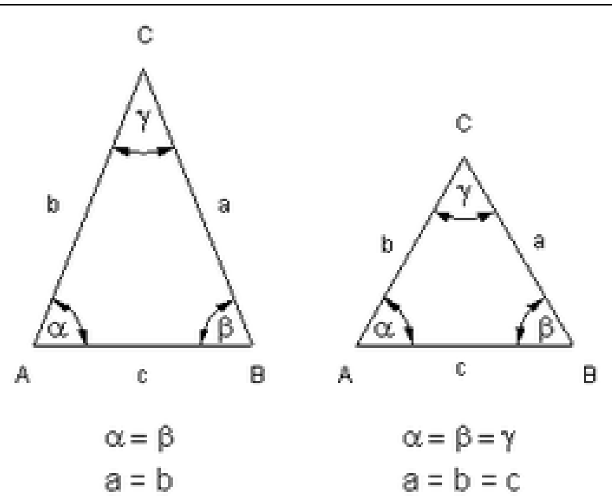
ځکه چی $h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$ (د پیتاګوراس جملی له مخی(پیتاګوراس جمله وګوری)

جمله : برابر اړخیز درېګوړی :

د یوه برابر اړخیز درېګوړي ټول درې آړخونه برابر دي، دنني کونج ونه برابر لوي دي، له دې امله برابر اړخیز درېګوړي منظمو پولیګونونو پورې اړه لري۰) پولیګون لاتین ډیرکوډیز(<u>Polygonen</u>).

د برابر اړخیز درېګوړي هر کونج ٦٠ درجې دی۰ برابر اړخیز درېګوړي تره کونجیزو ډریوګوډیو په ډله کې دی، ځکه، چې ټول درېکونجونه له ٩٠ درجو کم دي
په دې برسیره یوه برابرااړخیزه درېګوړیوه برابرپښیزه درېګوړی هم ده۰
ټول برابراړخیزدرېګوړي یو بل ته ورته دی (وروسته راځی)

په یوه برابراړخیز درېګوړي کی، د یوه اړخ کونجنیمی-، اړخنیمی-، په منځولاړې-اوجګی –یو په بل پریوځي۰ په ورته توګه دا د ضوندي ګردی دباندې ګردی او دروندټکی اړخ جګیو غوڅټکی لپاره هم په یوه برابراړخیز درېګوړي کې باور لري۰



(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته څیره کې کیڼ لور ته برابر پښیز - او ښي لور ته برابراړخیز درېګوډی دی٠ هر برابر څه يې کښل شوي٠

د یوه برابراړخیز درېګوډی، چې د اړخ اوږدوالی يې a دی، لپاره باور لري

Fläche *A* *هواره یا سطحه*	$A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
*جګوالی*Höhe *h*	$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$
د چاپیریالګردی وړانګهUmkreisradius *r*	$r = \frac{\sqrt{3}}{3}a = \frac{a}{\sqrt{3}}$
د خوندي ګردی وړانګهInkreisradius ρ	$\rho = \frac{\sqrt{3}}{6}a$
*چاپیریال*Umfang *u*	$u = 3 \cdot a$

د برابراړخیز درېګوډي خويونه دې ګران لوستونکي وښايي

د اویکلید د کاتیتونو یا ولاړ اړخونو جمله

دواړه سرې هوارې یو له بل سره او همداسې دوآړه شنې هوارې همغه منځهواره لري٠ یا په بل ډول : د سرو او شنو ولاړګوډیو هوارې یو له بل سره برابرې دي٠

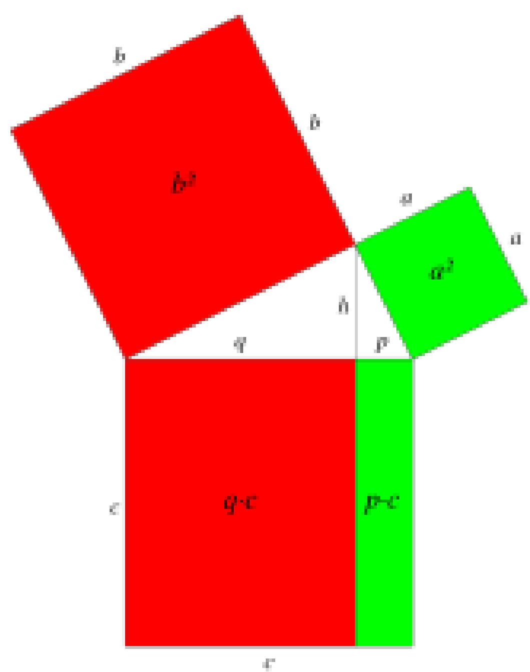
$a^2=pc$ او $b^2=qc$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که a,b,c د ولاړکونجیز درېګوډي اړخونه وي، د هیپوتینوز c سره٠ که دا درېګوډی په جګي h په دوه برخو وویشل شي او p یې هیپوتیوز ټوټه په a ده او qهمداسي ټوټه ده په b، نو باور لري:

په aخلورى د p او cولاړکونجیز خلورکوډي او په bخلورى د ولاړکونجیز خلورګوډي، د اړخونو q او cسره هوار برابره ده یاني هوارې یا سطحی یې برابرې دي٠

لاندي ځیره دي وکتل شي٠ پام دي وي ، چې دا پورته ښونه او دا لاندی سره برابرې دي، خو یواځی ځیرې یې بدې دي، دوه ځله ښوونه پروا نه لري٠



فرمول یې :

$$a^2 = p.c$$

$$b^2 = q.c$$

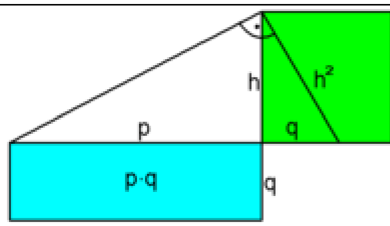
Kathetensatzد کاتیتیونو جمله:دواړه سرې هوارې همغه منځهواره لري او همداسې دواړه شنې هوارې هم *د اړخ او ځلورى د فرمول په ځیر په لاندې ډول دي*

$$a^2 = p \cdot c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$b^2 = q \cdot c$$

د اويکليد جګجمله Höhensatz des Euklid

 	$h^2 = p \cdot q$ د جګجملی د بیاتیونې ښوونه(دا لړ ستونځمنه ده، خو زما يې دا څيره بدلون ښه راځی ګرانو لوستونکو ته په مينه وړاندې کيږي) :

د جګجملی ښوونه : د پيتاګوراس له جملې $a^2 + b^2 = c^2$

او د بينوم له فرمول

$$(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

څخه ښوونه لاس ته راځي

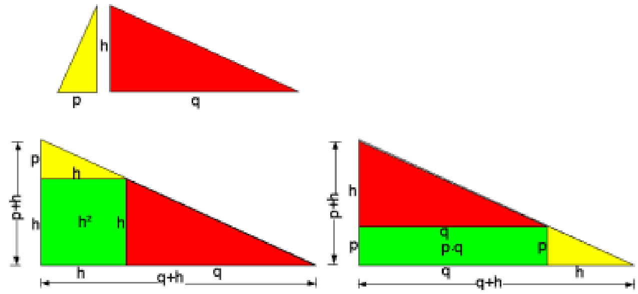
په دياګرام کې درې درېګوډي ليدل کيږي، يو له اړخونو a,b,c, ، بل له اړخونو h,p,a او h,q,b. سره، د دې هريوه درېګوډي لپاره د پيتاګوراس جمله باور لري۰:

$$h^2 = p.q \iff q^2 = pq+q^2 + h^2$$

د پورته بياتيونې له لارې ښوول کيږي۰

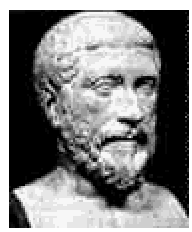
جيومتريکي ښوونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا خيره دې ګران لوستونکی پام ته را وبولي، چې څنګه د ښوونې کار مخ ته ځي

(تمرين)



د ساموس پيتاګوراس Pythagoras von Samos

تکرار: په ولاړکونجيز درېکوډي کي د کاتيتونو(ولاړ اړخونو) د څلوريو يا مربعګانو زياتون د هيپوتينوز(اوږده اړخ) د څلورۍ سره برابر دی۰

دا جمله د پيتاګواراس جملې ترنامه شهرت لري او د ساموس پيتاګوراس د ژوند سره برابر ځاي نيسي۰ لکه لاندې په ګوته کوي،چې دا انسان له دې خورا زيات وو۰

دا يو له مانا ډک انسان دی»برتراند راسل « Bertrand Russell - ",,

دی د جلبازو مشر دی « هيراکليت»Heraklit - ",,
Ludwig Börneلودويک بورنې د هغۀ په هکله وايې« کله، چې هغه دا جمله پيداکړه، هغه د خدای په نامه سل سوخندر خيرات کړل۰ له هغې وروسته ټول سوخندر لړزيږي، ترهغې، چې نوي څه کشف شي «

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیتاکوراس په570دزکال پخواپه جزیره ساموس کې پیداشوی .
پلارلر يې سامي زرگر منیسارښوس **Mnesarchos** دی

چې شل کلن وو د تالس **Thales** په میلت Milet او انیکشیماندر کې یې زده کړې کولې

د پیتاګوراس ښوونه یا پوهنه Die Lehre Pythagoras

روح نه مري او ځاي بدلوي، داسې، چې له یوه ژوندي څخه وبل ته ځي

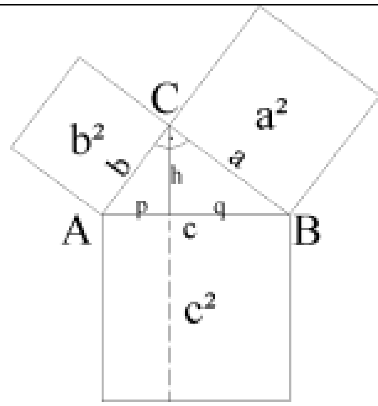
د پیتاګوراس جمله

په یوه ولاړ کونجیز درېګوډي کې د کاتیتونو(ولاړو اړخونو) ځلورې زیاتون د هیپوتینوز (اوږده اړخ)له ځلورې سره برابر دی

c^2	$=$	$a^2 + b^2$
$p \cdot c$ (د کاتیتونو جمله)	$=$	b^2
$q \cdot c$	$=$	a^2
Kathetensatz کاتیت جمله د		
$p \cdot c + q \cdot c$	$=$	$a^2 + b^2$
$(c \cdot (p + q)$	$=$	$a^2 + b^2$

دپورته لپاره لاندې څېره وګورې

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د دې جملې د ښوونې لپاره له ۲۰۰ څخه زیاتې اوبیونې یا ښوونې (ثبوتونه) شته

پیلونې او ښوونې

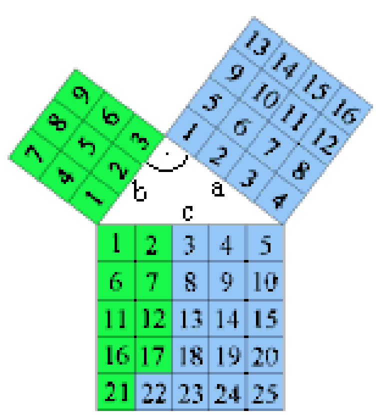
د یوونڅلورۍ یا یوون مربع څېره

یو ولاړ کونجیز درېګوډی لرو، چې اړخونه یې په لاندې ډول دي

(z.B. a= 3cm; b= 4cm; c= 5cm)

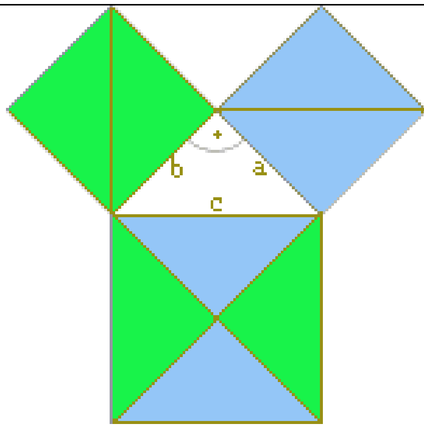
په هر اړخ څلورۍ جوړوو، لکه لاندې څېره

$25cm^2$	=	$9cm^2$	+	$16cm^2$
c^2	=	b^2	+	a^2

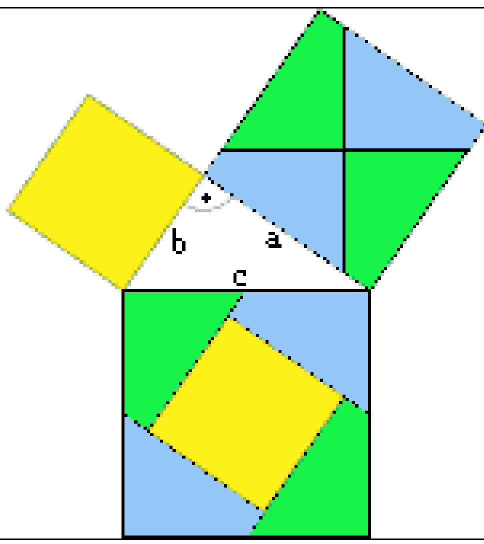


(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې یو برابرپینیز ولاړکونجیز درېګوډی لرو:

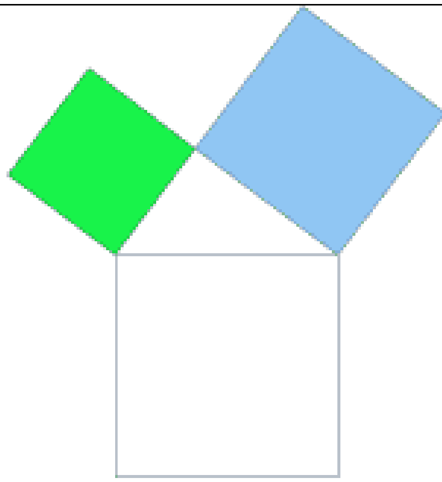
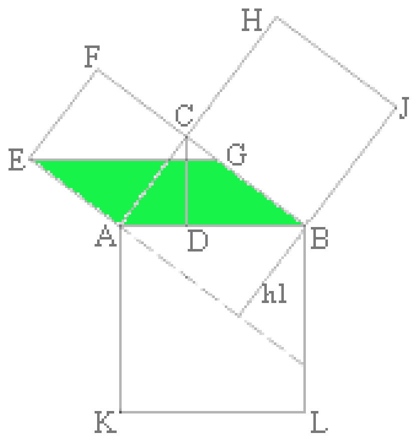
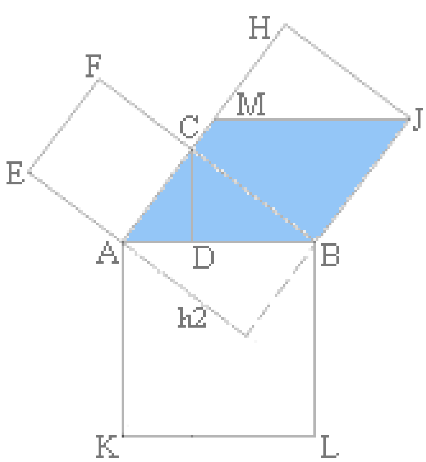
	ولاړکونجیز برابربرپینیز درجګوډی، چې اوږد اړخ یې دی (z.B. c=5cm). اړخونه a^2 او b^2 ګورو، نو کره به ورته وګورو، چې څه شوي یاني ځنې څلوری نیمي شوي او ځنی بیا په څلور برخو ویشل شوي. که خیر Jته وګورو، څه کره کولی شو؟

2.2 په خوبنه ولاړګوډیز لرو

	دا په خوبنه ولاړکونجیز درېګوډی دی (z.B. c= 4,5cm) تالس ګردی د لويي کتيت څلری له منځ څخه لوي اړخ ته یوه غبرګهکربنه وکاږی او هیپوتینوز ته یوه ولآره a^2 غوڅه کړي. ګران لوستونکي دې له خیرې څخه پخپلهپه ګوته کړي، چې د لوي اړخ څلوری د نورو اړونو د څلوریو سره برابره ده

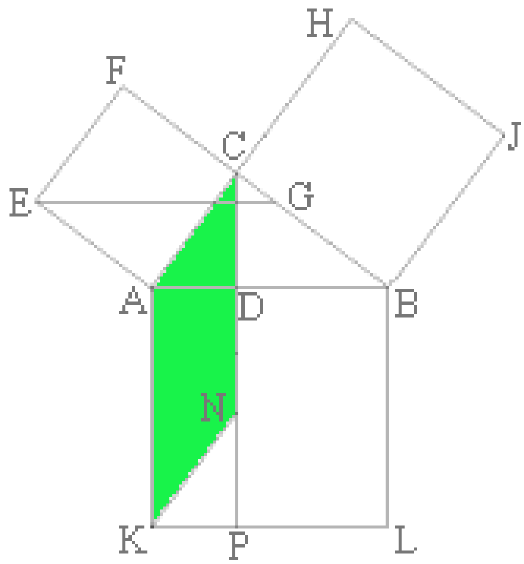
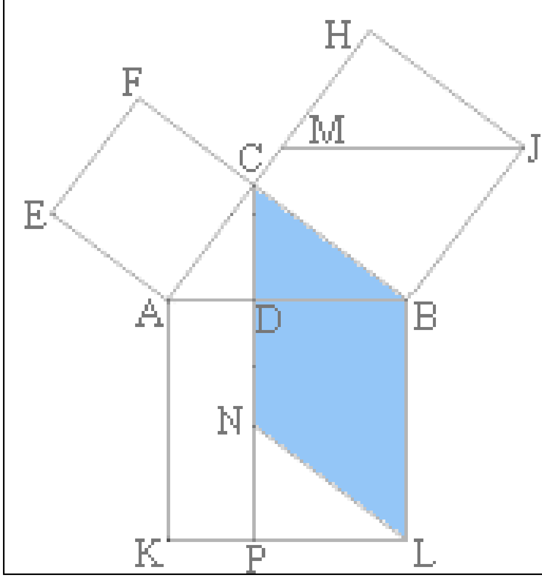
.3 د خیرې ځمککچیزه لاربنودنه

د لوړو ګوډونو یا کاتیتونو څلوری په درېګوډي ABC کې دننه د غبرګ اړخیز په څېر غوڅ کړی

غبرګ اړخیز د لوی اړخ څلوری(مربع) کډېکي باندې د هغې تر یوه اړخ پورې و څرخوی . غبرګ اړخیز(مایلګوډیز) یوه ولاړګوډیز په ډول د لوی اړخ مبع یا څلوری هوارې کې دننه بیاتي کړی	
ښوونه :الف : بیاتیونه: EACF = EABG . 1 ځکه, جي برابر بنسټلاین EA او برابر جګی BJHC = BJMA . 2 ځکه،برابر بنسټلاین BJ او برابر جګی(h) JHلري	 

(c) ketabton.com: The Digital Library

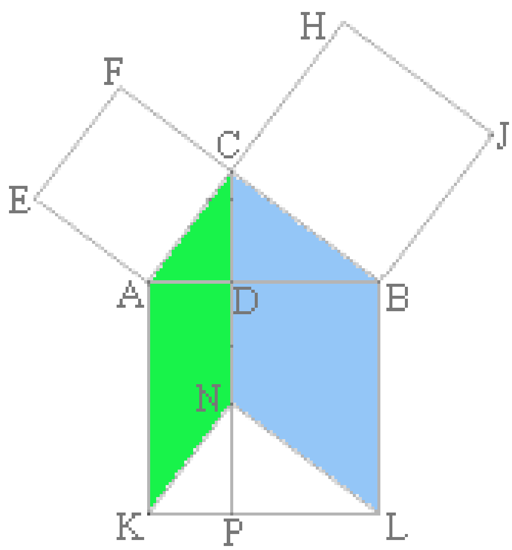
(c) ketabton.com: The Digital Library

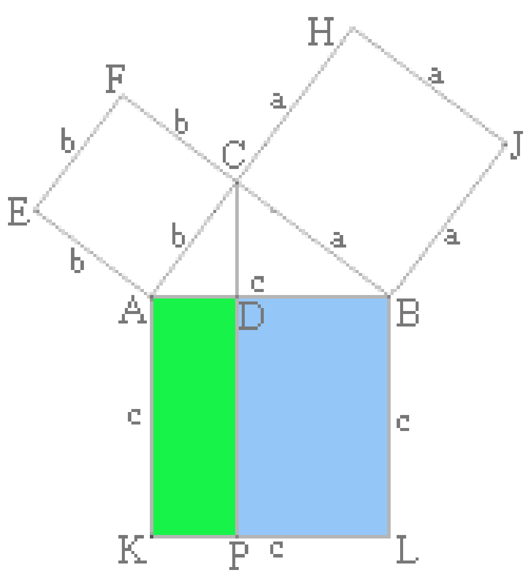
<table>
<tr>
<td>ب . څرخون : ۳ . EABG = AKNC
د) EA = AC پهA څکه باندې
AB = AK (يوې ځلورې اړخونه)
(ديوې ځلورې اړخونه)</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>۴ . BJMA = BCNL
څکه، چې پهB باندې BJ = BC (
د يوې ځلورې اړخ اوړوالی) BA = BL
(د يوې ځلورې اړخونه)</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

پ . بیاتیونه:

۵ . AKNC = AKPD څکه، چې همغه بنستلايد AK شر ه نغه جګي KP لري

(c) ketabton.com: The Digital Library





۶ . NLBC = DPLB ځکه،چې همغه بنسټلاين BL او همغه جګی PL لري

د پورته دواړو لپاره لاندې ښېره وګورئ

له مخامخ ښيرې

لاس ته اځي

$a^2 = c \cdot DB$

$b^2 = c \cdot AD$

له دې لاس ته راځي :

$c.AD+c.DB=C^2$

$b^2+a^2 = C^2$

بياتيونه پيل(لاندې ښيره)

۱ - په هر دې اته درېګوډيو ځلورئ داسې کيږدئ،چې برابر اوږده اړخونه يو په بل پريوزي، لکه چې ګور د يوې ځلورئ اړخونه د يوه درېکوډي داړخونو سره برابر دي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

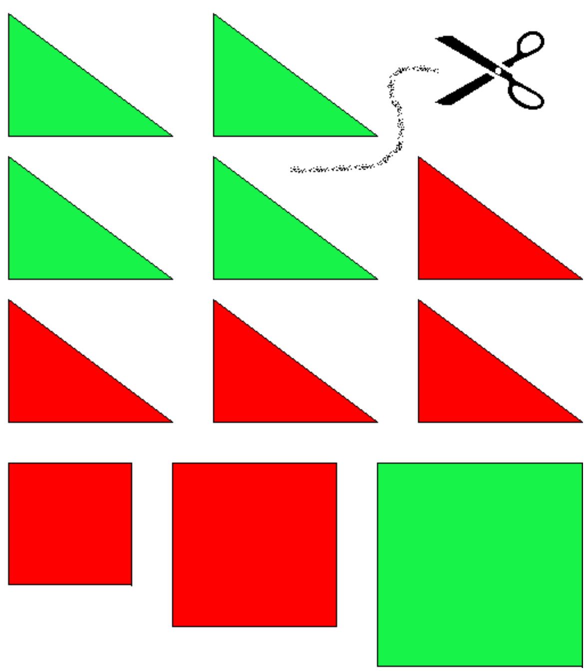
۲ - ټولې سرې څیرې (دوه ځلورۍ اوځلور درېګوډي) داسې یوځای کیږدۍ، چې یوه لویه ځلورۍ منځ ته راشي .

۳ - ټولې شنې څېرې (یوه ځلورۍ او ځلور درېګوډي) داسې یوځای کیږدۍ، جې یوه لویه ځلورۍ منځ ته راشي.

۴ - ځان ته باور پیدا کړه،چې دواړه داسې منځ ته راغلې ځلورۍ یو بل پټه وي.

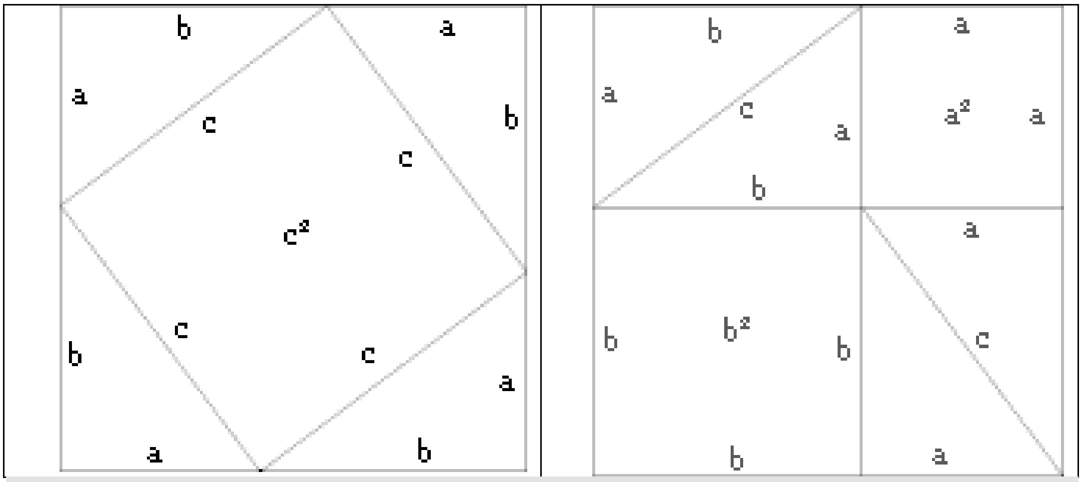
۵ - ټول درېکوډي لرې کړه، نو دا پاتې شنه ځلورۍ، د هوارې یا سحې له مخې کوچنۍ یا برابره ده دې نورو دواړو سرو ځلویو سره.

د ځواب لپاره دلایل راوړه!



۵. Berechnungsbeweisد شمیرلو ښوونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



$4 \cdot ½ \cdot a \cdot b + c^2$	=	$(a+b)^2$
$2ab + c^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$
c^2	=	$a^2 + b^2$

دا څیرې دې د ځمککچپوهنې مینه والو ته وړاندې وي، که وخت پیدا شو دا څه په منځ کې پاتې به هم وژباړل شي او ګرانو لوستونکو ته به وړاندې شي

لاندې څیره کې د،پیتاګوراس ونه، لیدل کیږي

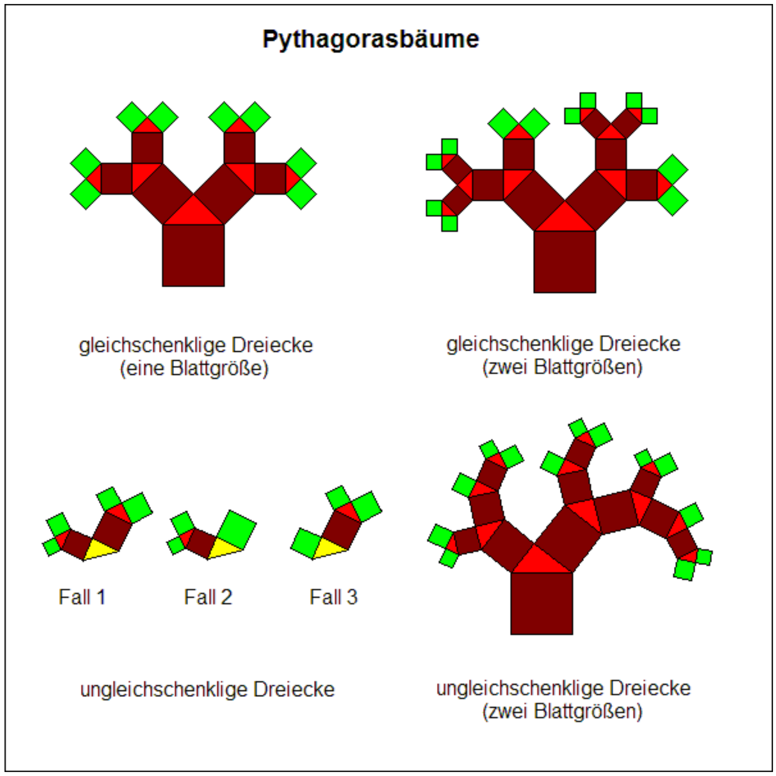
له کیڼ و ښي-، له پورته و کښته لور ته

برابرپښیز درېګوډی (یوه پانډه لویوالی)

- برابرپښیزدرېګوډی(دوه پانډې لویې)

حالت ۱ تر۳نابرابرپښیز درېګوډي- نابرابرپښیز دېګوډی(دوه پانډې لویی)

(c) ketabton.com: The Digital Library



تمرينونه:

۱ – لاندې دريګوړي وکاږی :

a) a = 4 cm ; b = 8 cm ; c = 9 cm

b) a = 8 cm; b = 8 cm ; ß = 50°

c) a = 8 cm ; ß = 40° ; γ = 50°

۲ – د هواري فرمول په مرسته

وښايي: چې د يوه دريګوړي خواوې يا اړخونه او جګي ، يو له بل سره په څټ اړيکو يا ځانټيونو يا تناسب پرتې وي.

۳ – دريګوړي د لاندې ورکړو سره کومه هواره لري

a) a = 7 cm ; h_a = m6 cm

b) c = 3 cm ; h_c = 5 cm

(c) ketabton.com: The Digital Library

c) $a = b = c = 6$ cm

d) $a = 10$ cm ; $\beta = 45°$; $\gamma = 90°$

۴ – د هوارې اندازولو بل امکانات داسی په نامه د هیرون لیما ورکوي(د سکندريي هیرون Hronsche Dreiecksformel). که دري اړخونه معلوم وي ، نو هواره له لاندې فرمول څخه تاکل کیږي

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

د $s = U/2 = (a + b + + c)/2$ سره

د هوارې شمیرنی لپاره د په باندې ګردی همداسی دننه ګردیو وړانګو څخه هم کار اخستل کیدی شي.

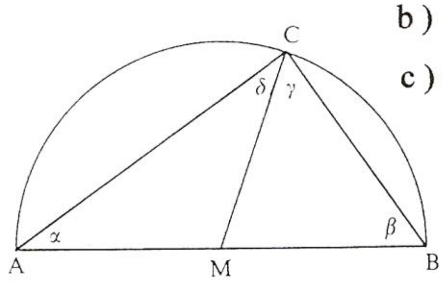
$$F = a.b.c / 4r = s.\rho = \rho.U/2 = \frac{\rho.U}{2}$$

دلته د دننه ګردی او r د دباندې ګردی وړانګی دي. لاندې ټولی پاتی یا نامعلومی لویي د ټولو دریګوڼیو لپاره وټاکی :

a) $a = 3$ cm ; $b = 4$ cm ; $c = 5$ cm

b) $a = 5$ cm ; $b = 7$ cm ; $U = 20$ cm

c) $s = 17$ cm ; $= 5$ cm ;
$h_a = 13$ cm $= h_b$

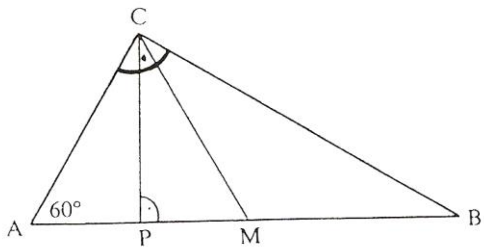


خیره ۸۲

۵ – د هندسی له لارې د لاندې څیرونو په مرسته د تالس جمله وښایی.
(څیره۸۲)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۶ – څيره ۸۴ يو ولاړکونجيز دريګوډی ښايي د کونج = 90° سره، وښايي چې کرښي $\overline{CP}$ او $\overline{CM}$ کونج په دري مساوي برخو ويشي.



څيره ۸۳

۷ – وي دې a,b,c د پيتاګوراس (فيثاغورس) ګڼون درېګونی.

وښايي : (n>m)

a) $a = 2n + 1$; $b = 2n^2 + 2n$;

$c = 2n^2+2n+1$

b) $a = 2nm$; $b = n^2 - m^2$:

$c = n^2 + m^2$

۸ – د ولاړکونجيز دريګوډي پاتی برخی وښايی(ښوونه لکه په ليکنه کی):

a) h = 4 cm : q = 5 cm ;

b) h) 7 cm; b = 10 cm

c) p = 4 cm: q = 12 cm

۹ – د کانتی يا اړخ يا ژی a اوږدولای څخه د يوه مساوي اړخيز دريګوډي جګوالی وښايی.

۱۰ – وښايي : په يوه مساوي اړخيز دريګوډي کی د دباندې ګردی وړانګه $r = (a/3)\sqrt{3} = 2\rho$ ده او له دې سره سم د دننه ګردی وړانګه په لاندې توګه ده: $\rho = (a/6)\sqrt{3} = r/2$.

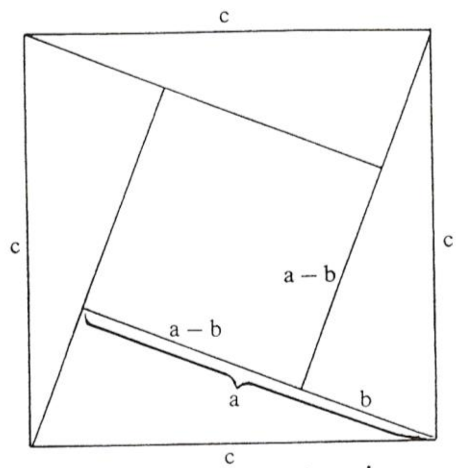
۱۱ – د ورکړشوي هيپوتينوزې سره د يوه ولاړکونجيز دريګوډي هواره کله خورا لويه ده؟ دا په دې مانا چې بله له دې لويه هواره نه وي.

۱۲ – په يوه ولاړکونجيز دريګوډي کی يوه کانتی يا ژی ۳ سانتي متره اوږده ده، بله نيمه دومره اوږده ده (x) ، لکه هيپتوينوزې (2x) نو x وشميری.

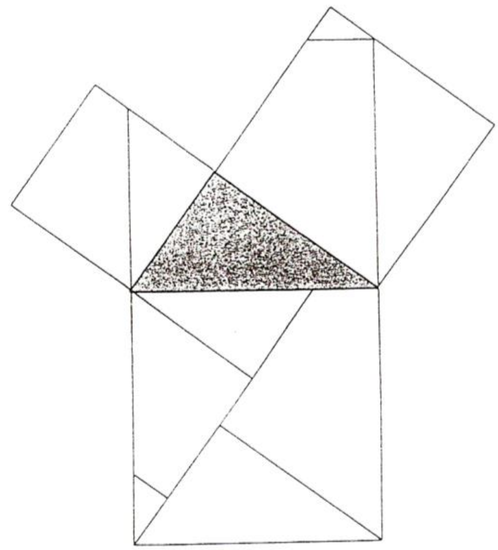
(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۳ – د یوه ولاړکونجیز مساویپښیز دریکونجي هیپوتینوزې c = 10 cm ده،
کیدی شي له دې څخه د یوې پښې اودوالی وشمیرل شي؟

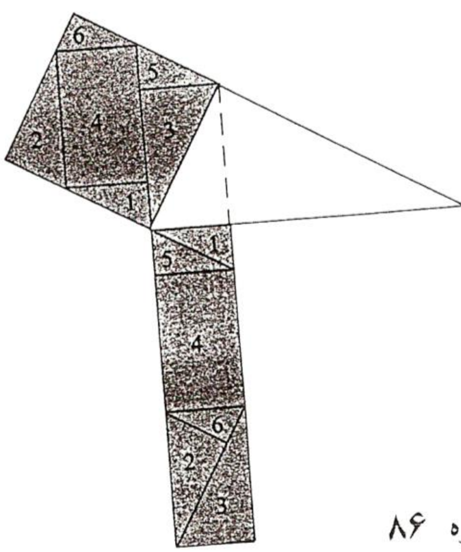
۱۴ – د لاندې څیرو په مرسته دې د پیتاګوراس درسي جمله وښوول شي:



څیره ۸۴



څیره ۸۵



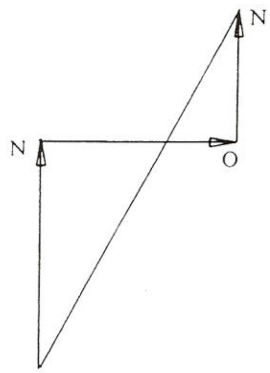
څیره ۸۶

۱۵ – د یوې مربع څخه چې د یوې کانتی یا ژۍ اوږدوالی یې ۵ سانتي متره وي، یو مساوي هواریز ولاړ– کونجي جوړ کړۍ، چې د یوې ژۍ یا اړخ اوږدوالی یي ۴ سانتي متره وي:

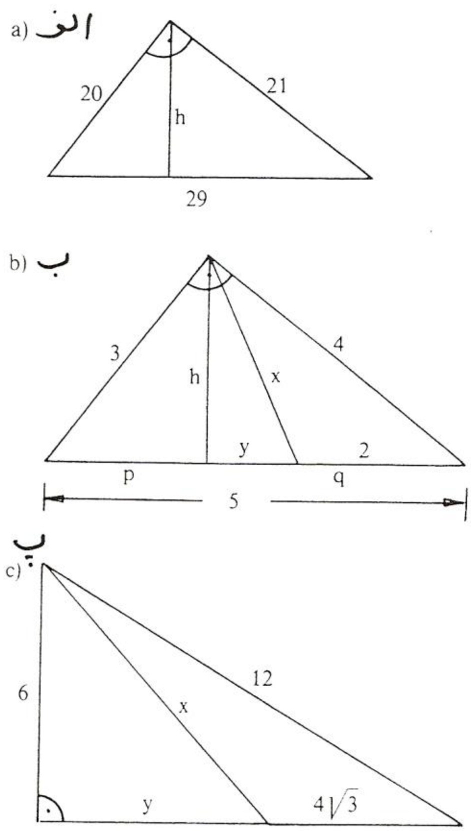
الف) د کاتیت له جملی سره
ب) د جګجملی سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۶ – د کاتیت جملی صدق د
خیرونی په مرسته، د برخه
هوارو د مساویوالی ښوونې
له لارې وښايي« (خیره ۸۶)
۱۷ – په برخه دریګوډیو MPC
(خیره ۸۳/) د پیتاګوراس جمله
استعمال کړی، او په دې بنسټ
د پیوتاګوراس جمله وښایي .
۱۸ – د مساویپښیز ولاړکونجیز
دریګوډیوپښی داسی راکړ شوې
الف) ۶ سانتي متره»
ب) ۸ سانتي متره ،
پ) x سانتي متره، هره اړونده
هیپوتینوزې څومره اوږده ده؟
۱۹ – یو موټر ۷ کیلو متره د سهیل لور
ته او ۶ کیلومتره ختیز لور ته او بیا
۴ کیلومتره د سهیل لور ته ځغلي.
دا موټر د خپل وتلځاي څخه څومره لرې
دی؟ (خیره ۸۷)
۲۰ – د خپل وتلځاي څخه به څومره لرې وي،
که نور هم ۴ کیلو متره د ختیز لور ته
وځغلي؟
۲۱ – دا نامعلومی کربنی په خیره ۸۸کی
وښايي.



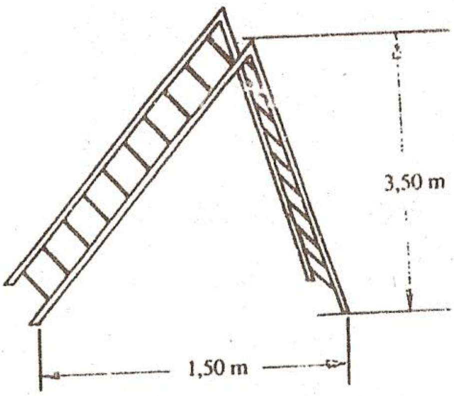
خیره ۸۷



خیره ۸۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – یوه دیوال ته ۵ متره اوږده زینه
ایښول شوې د زینې بیخ له دیوال
۴ ، ۱ متره واټن لري زینه څومره
جګه رسیږي؟



۲۳ – د یوې نقشې، چې د ۱ : ۱۰۰۰۰۰
اندازه ده یو د پلو لار غزیدلي ، چې
د نقشې اوږدوالی ۷ ، ۰ سانتي متره
دی د ځنګلاینونو ۲۵۰ متره او ۴۵۰
متره سره . دا د پلو لار په ریښتوني
څومره اوږده ده ؟

۲۴ – د یوه کور بنسټ فورم یو مساوي‌پښیز
درېګوټی دی

خیره ۸۹

الف) د ۹ سانتي متر په سور یا بر او
جګوالي ۶ ، ۰ سانتي متره د چت له
پورته ژی تر ناوی پورې .

ب) د یوه ۹ متره په سور او۵،۳
متره Sparenlänge د بنسټفورم ۶،۵ متره
جګوالي سره د بنسټفورم سور وشمیرئ.

۲۵ – په یوه رامارته زینه کې ټولې پوړۍ مساوي
اوږدوالی لریهغه په څیورونه ۶۴ کې کښل
شوې د پوړیو واټن وشمیرئ.

۲۶ – پو یوه مساوي پښیز درېګوټي کي چې
چاپیری یې ۲۵ سانتي متره دی او جګوالی
یې ۲ سانتي متره له بنسټ اړخ څخه کوچنی دی.

اړخونه څومره اوږده دي او جګوالی یی څومره اوږد دی ؟

۲۷ – هر یو ټال په زوړند ځغلول شوي رسی تړلی، چی د تړلو ټکی یي د یوه مساويپښيز دريګوډي کونجټکي دي. که وزنوړونکی ۶ متره اوږد او ۱ متر یو له بل لرې په کښتنۍ تړلي وي، نو کښتنۍ ټال څومره لرې ټال وهلی شي، که دريګوډيبنسټ منځټکی د لار جګ ټکي کی ۲،۵ متره د خپل ژورځای څخه جګه وي ؟

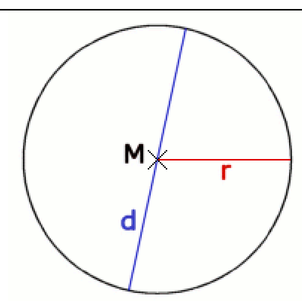
۲۸ – کوم یو د لاندې دريګوډيو څخه نه شي کښل کیدی؟

a) a = 3 cm; b = 4 cm ; c = 6 cm   b) a = 5 cm ; b = 9 cm ; c = 7 cm   c) a = 7 cm ; b = 4 cm ; c = 2 cm

d) a = 12 cm ; b = 13 cm ; c = 1 cm

۲۹ – ولی درې اړخيز دريګوډی هيڅوخت ولاړکونجيز دريګوډی نه شي کيدی؟

ګردی (دایره)



پيژند یاتعریف

د یوې هوارې ټول هغه ټکی، کوم چی له یوه ټکی داسی په نامه منځټکي M څخه همغه- یا برابر واټن r (په نامه وړانګه) ولري، ګردی لاین یا لنډ: ګردی بلل کیږي (مخامخ ځیره)

$$k = \{X \in E \mid |\overline{MX}| = r\}$$

ګردی سطحه یا - هواره او ګردی چاپيريال یا - محيط

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډیری، چی واټن یی له M څخه د r کوچنی یا د rسره برابر وي ګردۍ (موخه ترې ګردۍ منځهواره ده یا ټیك : ګردیټوټه ځما په پام به بهتره وي که دا ګردۍچیترو یا لنډ : چیترو، چې موخه ترې یواځې منځهواره ده، وبولو) بلل کیږي

پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چی د ګردۍ ژی یو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د ګردۍ وړانګه یا لنډ: وړانګه بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو٠
پیژند: او هغه کرښه، چې ګردۍ نیموي د ګردۍ نیمونکې کرښه یا لنډ: نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښنه کوو٠

پیژند
دګردۍ دننه کونج پوره کونج ۳۸۰ درجي لري.
ګردیچاپیریال د وړانګې r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردۍمنځهواره د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی ګڼ ګردۍ ګڼ بلل کیږي
$\pi = 3{,}14159265$:

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښنه کړې، دا به هیله ده کرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی ګردۍ ګڼ « پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی٠ له دې امله یو ایرشنل ګڼ دی او د مات په څیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي کیدونکی ځیفر پرلپسی دی. په کارونه کي یی موږ نزدې شمرني ته مجبور یو، ځکه چه د جبشمیري د ګنځایونو له امله، چې پای دي یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

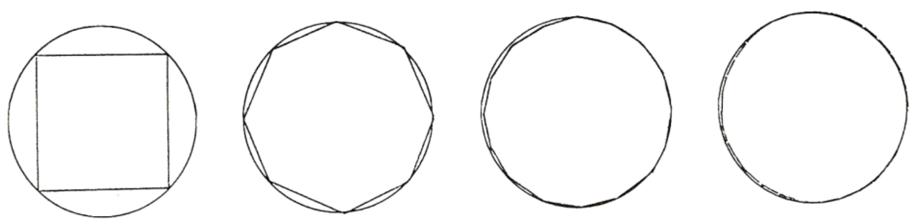
څنګه سړی په دې بریالی شو چی دا ګڼ پیدا کړي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

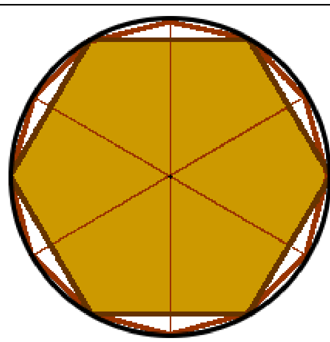
دا له ارښيمدس څخه پيل کارونه (عمليه) يا تګلار داسی پيل کيږي، چی په ګردی کی يو ه څلورې يا مربع راګيروي يا رابنده وي او بالاخره يې په منځنيو ولاړو سوکڅيسيف يا يو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ يا جګ کړي يعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

خيره ۱۱۹



يوې ګردی ته د يوه n –ګوډي له لارې نږديونه (نږدې کيدنه)

خيرې ۱۱۹ ښناڅ جې،

په مخامخ څيرو کې نهه ګوډی ورپسې شپږګوډی کښل شوي، دي ته ګورو، چې څنګه ګردی ته نږدې کيږي	

په پورته څيره څو څوګوډيز برېښي او ستره ترې راتاو ګردی

پورته څيرو کې يوې ګردی ته د يوه   n -ګوډي له لارې نږديونه (نږدې کيدنه)

کتل کيږي، هغه ٦٥٥٣٧ ګوډی، چې ګورو نږدې يا تيک ګردی ده)

د زياتيدونکي n سره کانتی يا ژی يا اړخونه تل کوچني کيږي، چي پخپله له ۱۰۰ يا ۱۵۰ ور رسونو ته په يوه پانه کی د کښلو يا رسمولو څخه وځي يا نه کښل کيږي، په همدې وخت کی د منځنکی څخه د په همغه واټن د ټکو ګڼون يا تعداد زياتيږي (يعنی د

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګوډټکوتعداد یا ګڼون) د مربع پیلګردۍ سره دا څیره تل نزدې کیږي. په ورته توګه د دې چاپیریال او منځهواره هم همغه چاپیریالګردي ته نزدي کیږي. د ګوډټکو زیاتیدو سره د ګردۍ وړانګه هم لوییږي. د هغو چاپیریال او منځهواره تل همغه ډیر کونجی او په همدې توګه د چاپیریالګردي څخه. په روښانه توګه لیدل کیږي چی د چاپیر یالګردۍ او د منځ هوارې د ناپای ډیر n ګوډونو سره د n - ګوډي سره یوځاي پریوځي یا یوځای کیږي.

په لاندې جدول کی د چاپیریال ارزښت او په همدې توګه د منځهوارې ارزښت د زیاتیدونکي n ګڼ سره ستابیل (په خپل حالت، چی ډیر تغیر په کی نه راځي) پیژندوړ دی:

منځهواره Fn	چاپریال Un	پیدایښتي ګڼ n
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چی څنګه د ګردۍ چاپیری او ګردۍ منځهواره د تریکونومتري یا دریکوډیکچ له لارې ټاکل کیدی شي

پیلبیلګه:

د بانك مدیر ښاغلی کړاو غواړي د کنفرانسونو لپاره یو د ښیښي میز جوړ کړي چی په هره لور یی ۸ کسان ځاي نیولی شي. ایا ددې لپاره یو میز چی ۲ متره نیمی(قطر) ولري

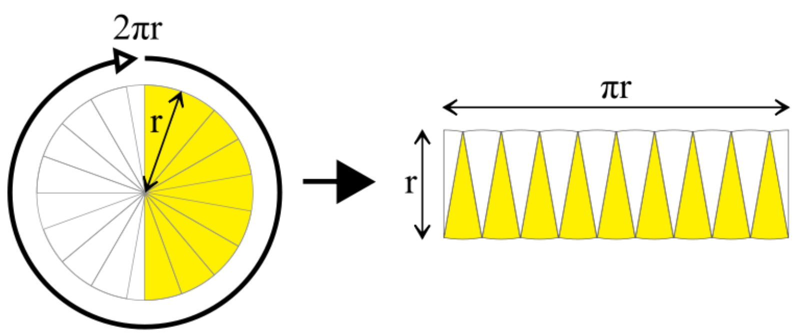
(c) ketabton.com: The Digital Library

بسیا کوي، که د یوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانیمتره د میز په سور، ځاي په پام کی نیول شوی وي؟ دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ مارکه ګران وي یا ۲۵۰ مارکه ارزښت ولري؟

دمیز چاپیریال دی pi.1m=6,248m² = U په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د میز چاپیریال دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر 80.8 = 640cm . منځ ازښت یې 6,2m دی. پس د نېکو هیلو سره ټول خاي نیولی شي
مېز دا هواره لري: $F = \pi .1m = 3142m^2$ او له دي امله 3,142.250=785,40 یاني الماني مارکونه ازښت لري..

په لاندې څیره کې کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدې



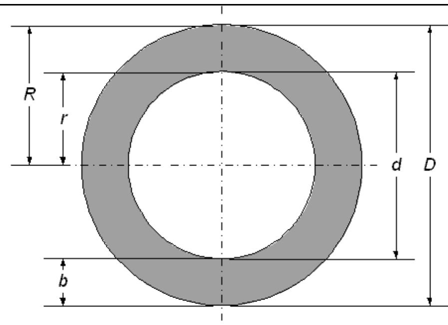
$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کې د څیرې کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي٠

ګردنټوټه او ګردیبرخه، ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر وخت دننه- یا خوندیګردۍ له چاپیریالګردۍ کوچنۍ وي. نو له دې امله د دوي ترمنځ یوه کړۍ منځ ته راځي، چې د هغې منځهواره د دواړو ګردیو د کمون یا توپیر څخه شمیرل کیږي٠



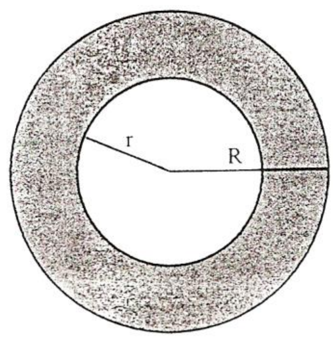
جمله : موږ دوه ګردۍ لرو، چې د چاپیریالګردۍ یا دباندې ګردۍ وړانګه R او د دننه ګردۍ یا خوندې ګردۍ وړانګه r

$$F_K = \pi R^2 - \pi r^2$$

ده، نو د

$$F_K = \pi(R^2 - r^2)$$

$$F_K = \pi(R - r)(R + r)$$



خیره ۱۲۰

بل ډول یې: یوې ګردیکړۍ منځهواره ده

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

همداسې کیدی شي، چې د ګردیکړۍ منځهواره د ګردیبرخې د سور او دننه او دباندې ګردۍ د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د کړاو میز درز پیداکړ. چی له غاړې یا ژۍ پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کوم میز هواره پاتي کیږي او ګردیکړی چی له منځه ځي څومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

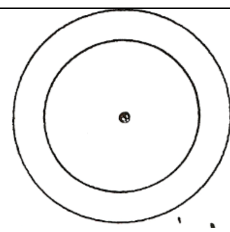
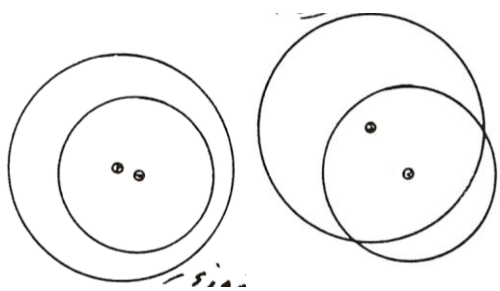
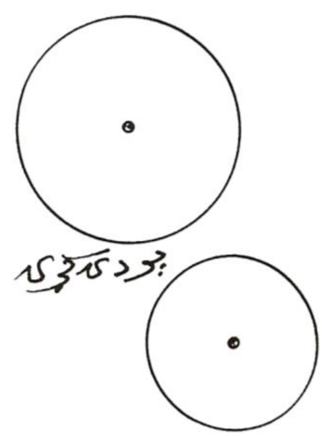
$F = (0,9m)^2.Pi = 2,835m^2$

د گردیکړی منځهواره او چاپيريا په لاندې ډول دي

$F \quad = 1,95m.0,05m.Pi = 0,30m^2$

$U' \ = 2,095m.Pi = 5,969m \ ; \ U' :8 = 74,6 \ cm$

د داسي لړ ستونځو سره بيا هم ټول کسان پر ميز ځاي نيولی شي۰

هغه گردئ، چې منځټکي يې يو پ بل پريوځي کونځنتري يا راټول يا يومنځي بلل کيږي او پرته له دې دکسځنتري يا نه يومنځي بللکيږي.	
تر هغې چې يوه گردئ ټوله په بله کې پرته وي، يدی شي چې د راکښلو له لارې په يومنځي يا کونځنتري گرديو بدله شي	 دا يو نايومنځي گردئ دي
	

هغه دوه يا زياتې گردئ چې منځ ټکي يې يو په بل پريوځي کونځنتري Konzentrie يا راټول او په غير له دې اکسځينتري Exzentrieيا ناراټول بلل کيږي .تر څو يوه گردئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټوله په بله کی پرته وي کیدی شي چی د راکښلو له لارې په کونخینتري ګرديو یا راټولګرديو بدلی شي.

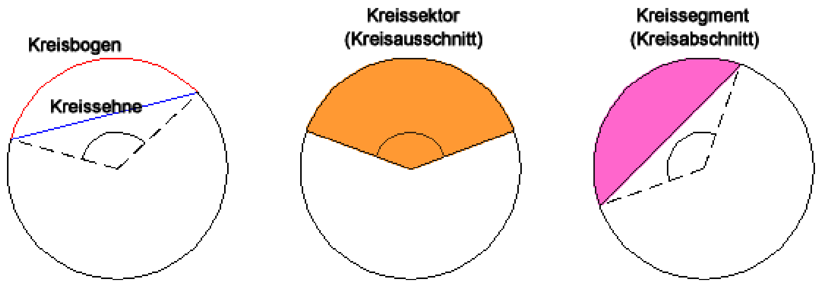
که ګردی يوبل پوره پټي نه کړي، نو د ګډو هوارو یا سطحو(= غوڅډيريو) یا ګډو پاتي یا باقي شميرنه له ستونځو سره مخامخ کيږي .که ګردی يو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردی يو دبل سره پردی بلل کیږي٠

څو پيژندونه یا تعریفونه:

د ګردی هغه برخه ګرديټوټه (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کیږي، که چیرې یوه ګردی د یوې کرښی له لارې یا کرښه باندې غوڅه شي . داسی یوه کرښه غوځکرښه یاغوڅوونی یا ټوټه وونې (سیکانت) Sekante بلل کیږي. غوڅکرښه ګردی په دوه ټوټو ویش. که دا کرښه د ګردی له منځ څخه تیره شي، نو ګردی په دوه برابرو برخو ویشي، چی دا بیا ګردی نیمووني بلل کیږ. هغه غوڅوني چی له منځ ټکي تیره شي، د ګردی نیمی یا لنډ: نیمی بلل کیږي. که ګردی په یوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کیږي او که له ګردی څخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونی کرښه بلل کیږي .په ګردی د غوڅکرښی دننه پرته برخه د ګردی ټوټوني (Sehne) یا وتر بلل کیږي .ټوټونی یا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوڅی ، تنجنت او تیریدونکی ناپاي کرښي یا ـلکه، چې ورسره بلد یو ـ کرښې دي .د یوه ګردی څخه د دوه وړانګو په مرسته کیدی شی یوه برخه راغوڅه شي دا برخه ګرديبرخه یا سکتور Sektor بلل کیږي. د منځتکيکونج یامنځني کونج او لیندې (Bogen) b سره. مخامخ ښيره ده

په لاندې ښيرو کې د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کيڼ وښی لورته:
ګرديلينده Kreisbogen د ګردی ټوټه وونې(ټوټوونې) Kreissehne ،
ګردی برخه Kreissektor ،

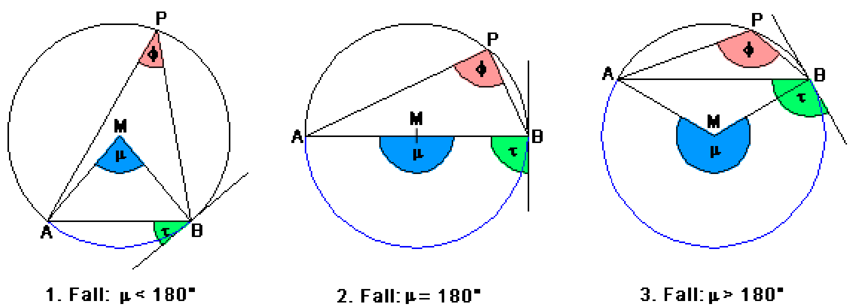
(c) ketabton.com: The Digital Library



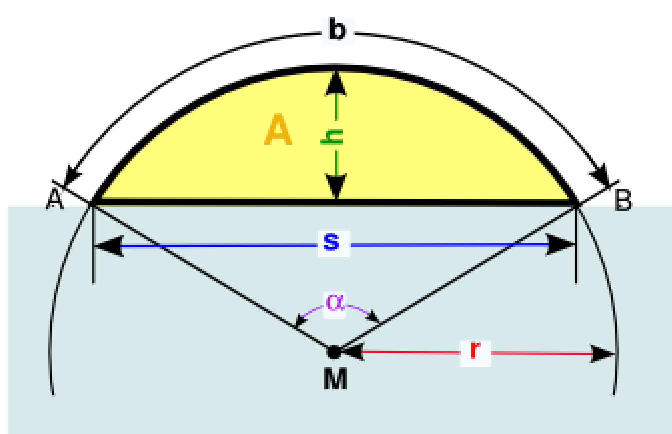
د

پورته ژباړه له کيڼ خخه و ښي لور ته: ګردی- لينده ټوټه ووني، ګردي برخه، ګردی ټوټه
.

په ګردی کې د کونجونو ډولونه:



د ګردی ټوټه



(c) ketabton.com: The Digital Library

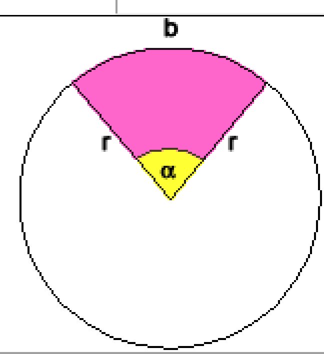
گردی ټوټه Kreissegment ,
د گردی ټوټی لویې:

- α = منځټکیکونج Mittelpunktswinkel
- b = گردیلینده Kreisbogen
- h = ټوټې جگی Segmenthöhe
- r =وړانگه Radius
- s = گردی ټوټه وونې یا - وتر Kreissehne
- A = ټوټې هواره Segmentfläche
- M = گردی - منځټکی Kreismittelpunkt
- Verbindung ترنه A-M-B = برابرپیریز درېگوډی
-

د گردیټوټې فرمولونه	
!Error $A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	سطحه مخامخ فرمول Flächeninhalt
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	وړانگه Radius
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne گردی ټوټه وونې (د وروسته لپاره دې په پام کې وي

(c) ketabton.com: The Digital Library

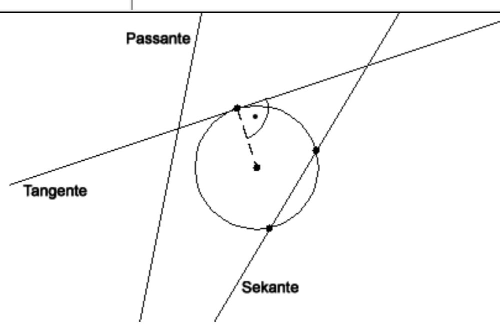
	$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$, $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2}$, $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توټي جګوالی
	$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلينديڼ اوږدوالی Bogenlänge
	α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځټکيکونج په درجه کچ (Gradmaß)

	Kreissektor ګردی برخه يا قطاع

د ګردی برخي يا قطاع فرمولونه	
!Error $A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	سطحه يا منځهوارهFlächeninhalt

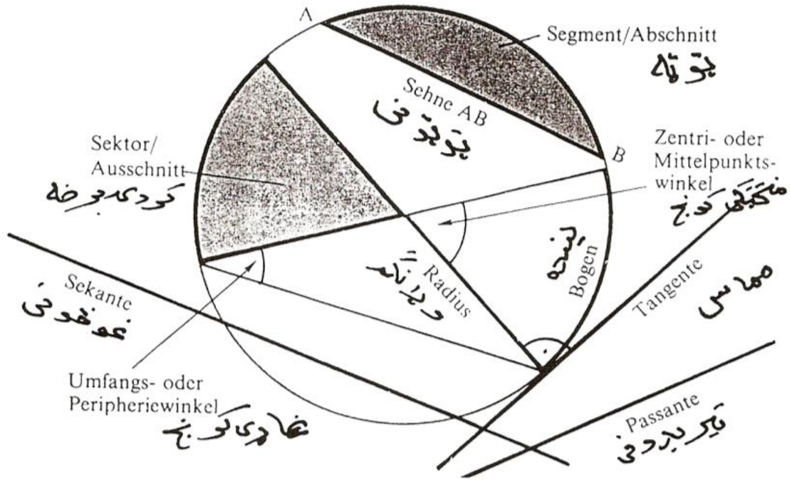
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګردی لینډې اوږدوالی	$b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r \cdot \pi$
Radiusوړانګه	r
Mittelpunktswinkel (Gradmaß)منځټکیکونج(په درجه کچ)	α
Kreiszahlګردیګڼ یا - عدد	!Error $\pi \approx 3{,}1415926536$

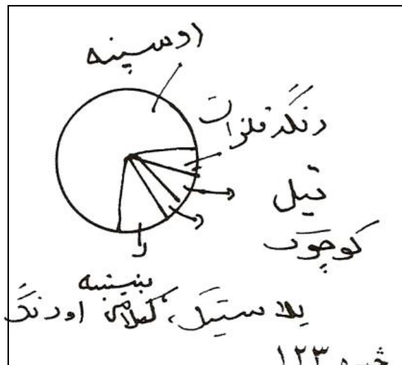
په لاندې خیره کې نومونه: تیریدونې Passante ، تانجنت یا مماس Tangente، غوڅوونې Sekante، لاندې خیره کې څو هرڅه روښانه دي.	

د پورته څیرې کې راوړي څه په لاندې خیره کې ټول په لاندې خیره کې ورکړل شوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



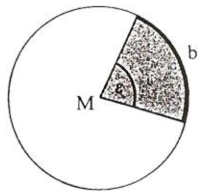
پيلبيلګه: د يوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کيلوګرامه اومه(خام) مواد په خرڅ رسيږي يامصرفيږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښيښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسيږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسيږي، او تيل ۴ په سلو کی . يو ګرديدياګرام وکاږئ چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کی (د جوړموادو برخه د ګردبرخی څخه عبارت دئ. يوه د يو په سلو کی برخه به يوه ګردئبرخه وي د منځکونج سره $360°:100=3,6°$ وی .

	يعني $4\%\sim14,4°;6\%\sim21,6°;9\%32,4°;75\%=270°$ څيره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په يوې ګردئ کې وکښل شي يا لاندې

د ګردئ برخې څيره څرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره يې په نخښه کوو لويوالي

په تناسب برخهواره Fsk او هم لينده b تغير خوري او لاندې باوري دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

 ε لويوالي b ده ټکی دیوه یاګردی راغوځی	$\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360^\circ}$

د ډبل برابرون د دويمې برخې څخه باوري دي:

جمله : د ګردۍ برخې د لیندۍ اوږدوالی داسی دئ:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r\varepsilon}{180^\circ}$$

د لومړی برخی څخه د سیکتور یا ګردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله: د سیکتور یا د ګردیبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{rb}{2}$$

اړيکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لندوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخی (بیلګه مخ) هواره څومره لویه ده، که د ګردی دیاګرام **۵** سانتي متره وي ؟

F اوسپنه او فولاد = (25 π : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905 cm³
F پلاستيك = 0,216.32,4 = 7,069 cm³
F رنګه فلزات = F ربړ = 0,218.21,6 = 4712 cm³
F تيل = 0,218.14,4 = 3,142 cm³

د ټولو ټوله یا د ټول زیاتون باید د ګردی سطحه یا هواره ورکړي:

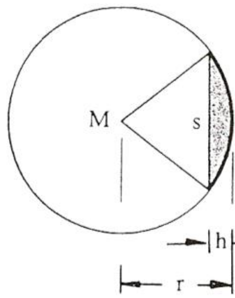
(c) ketabton.com: The Digital Library

$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارې او د دوه وړانگو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښيز دریگوډي کمون دی.

څیره ۱۲۵

گردکه ټوټه



د دریگوډي هواری لپاره باور لري:

$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varepsilon$

(تریگونومتري دی وکتل شي ....) او

او د دې سره ټوټه سطحه یا هواره

جمله: د گردیټوټی یا سگمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon/180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره گټور نژدې ارزښت $F_{sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

پیلبیلگه: مدیر کړاو له ځان څخه پوښتي چی ایا د گردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی گردیټوټی شمیرو. په ورته ډول لکه د گردي نژدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبي جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.
لاندې لاس ته راځي:

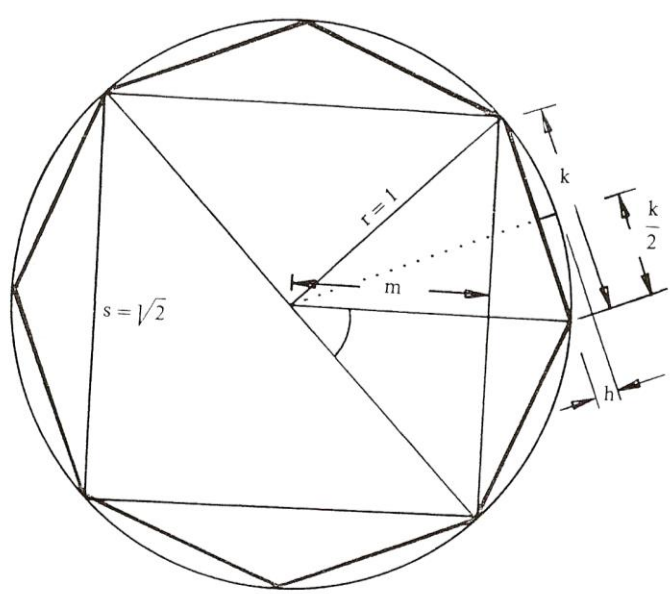
$s = \sqrt{2} . 1 = 1,414$ m ; $m = \sqrt{a-(1,414 : 2)^2} = s / 2 = 0,707$ m

$k = \sqrt{(1 - 0,707)^2 + 0,707^2} = 0,756$ m

$h = 1 - \sqrt{1 - (0,765 : 2)^2} = 0,076$ m

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0,393$ m دی./و له د ي سوه

$F_{توپه} = 0,5.[0,393.1 - 1,414(1-0,076)] = 0,039$ m²



(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښیښې میز جوړیږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.میز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{غورزولشوې} = 2,828\ m^2$$

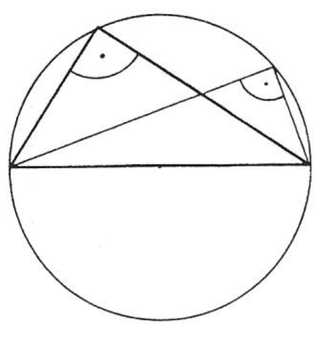
او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګردیهواره د وړانګي $r = 95\ cm$ سره. د کیناستلوځای سور (k) حتي زیات شوی ، چاپیری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

دی. نزدیونه هم همدا ارزښت ورکوي: $F = 0,765.0,076 = 0,039\ m^2$ او داسی نور.

تریګونومتریکي حل مو زر هدف ته رسوي:

$$F_{ټوټه} = \pi.1.45:360 - 0,5.\sin 45° = 0,039 m^2$$

او داسی نور . خیره



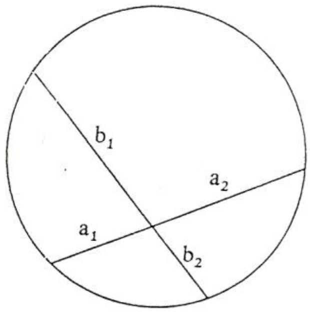
ګردیجملی او ګردیخو یونه

د تالس جمله

په نیمه ګردی کی هر پریفري– یا ژی کونج ولاړکونج دی(خیره)

خیره ۱۲۷

د ټوټونی جمله



$a_1 \cdot a_2 = b_1 \cdot b_2$

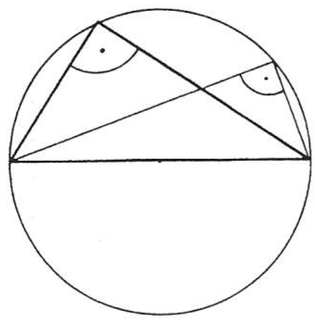
که دوه ګردی ټوټونی په ګردی کی دننه یو بل غوځی کړي نو د غوځبرخو

(c) ketabton.com: The Digital Library

تریګونومتریکي حل مو زر هدف ته رسوي:

$$F_{ټوټه} = \pi . 1.45:360 - 0,5.\sin 45° = 0,039m^2$$

او داسې نور . ځیره

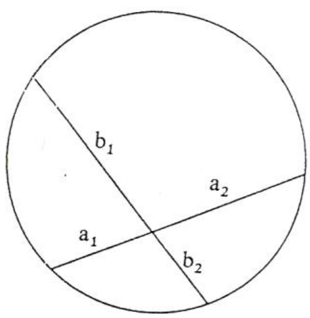


خیره ۱۲۷

ګردیجملی او ګردیخو یونه

د تالس جمله

په نیمه ګردۍ کی هر پریفري- یا ژی کونج ولاړکونج دی(خیره)



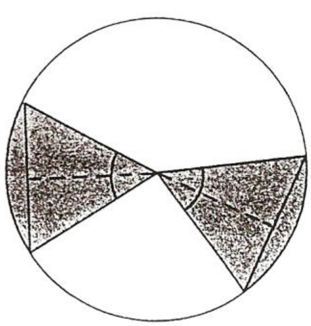
$a_1 \cdot a_2 = b_1 \cdot b_2$

خیره ۱۲۸

د ټوټونی جمله

که دوه ګردی ټوټونی په ګردۍ کی دننه یو بل غوڅی کړي نو د غوڅبرخو ځل (ضرب) یی یو ثابت دی

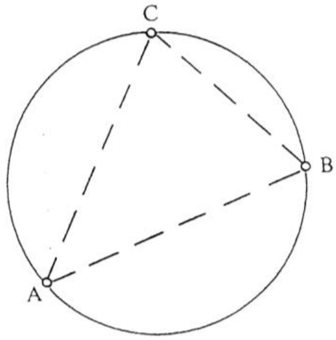
د مساوي ټوټوونو جمله



خیره ۱۳۱

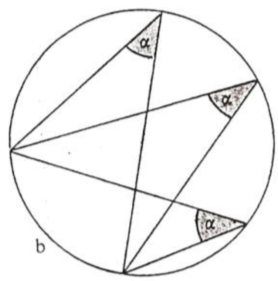
مساي اوږدې ګردیټوټی د ګردي له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټی او مساوي ګردیبرخی لري .

(c) ketabton.com: The Digital Library



د چاپیرګردی جمله

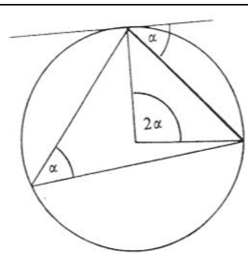
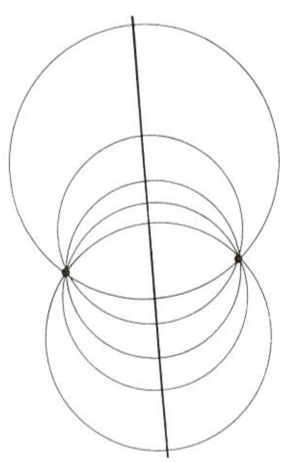
د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چې د درېواړو ټکو څخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي ښیره



د پریفري – یا ژیکونج جمله

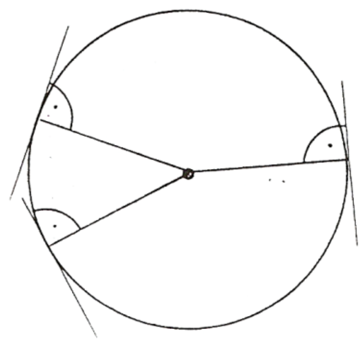
ښیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

د منځېتکي کونج او پریفري – یا ژی کونج جمله: یو منځېتکي کونجدوه برابره دومره لوي دی لکه په دې تړلی پریفري – یا ژیَ کونج(چاپیریالکونج) مخامخ څیره. د منځېتکي کونج او د تانجنت کونج – او ټوټونکونج جمله: د منځېتکي کونج دوه برابره دومره لوی دی لکه په دې اړوند تانجنت – یا ټوټه وونې کونج. **د ګردیو جمله چې په دوه ټکو کې سره غوڅوي:** د ټولو ګردیو یا دایرو منځېتکي کونج چې یو بل دوه ټکو او کې غوڅوییو ناپای کرښه باندې، چې ځایلاین (ځایکرښه) وایي پراته دي. مخامخ څیره.	 

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله



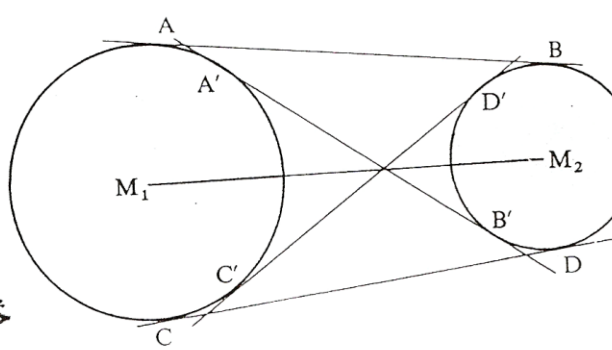
په لمسټکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

څیره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چیرې دوه ګردي ګډ دننني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅټوټې همغه اوږدوالی لري.

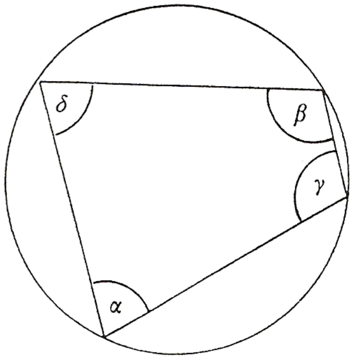
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



څیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

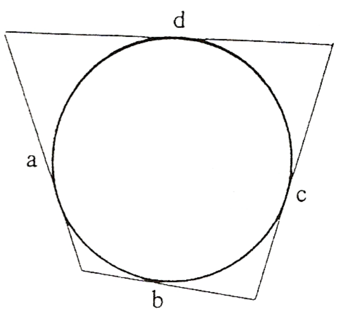
د ټوټوونو څلورګوټي جمله



خیره ۱۳۸

د ټوټونوکونجونه چې مخامخ پراته دي یو بل سره 180° باندې پوره کوي.

$\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180°$



خیره ۱۳۹

د تانجنتونو څلورګوټي جمله

د تانجنتونو په څلوکونجي کې د مخامخ کونجونولویوالی د نورو مخامخ کونجونو سره مساوي دی.

$a + c = b + d$

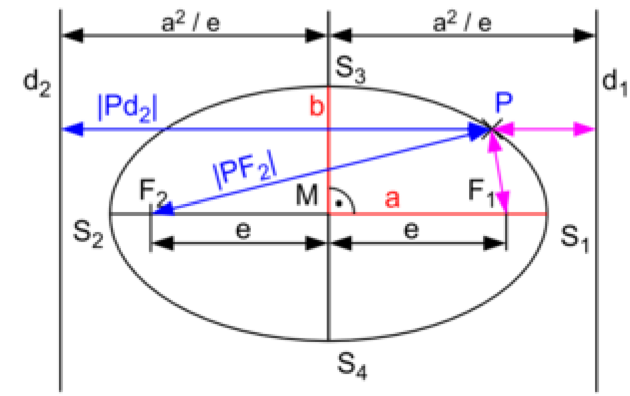
ایلیپسی(بیضوي یا هګی) (دلته موخه هواره ده) Ellipse

پیلبیلګه:

د کړاو میز جوړښت باندې موږ په اته کونجي اوبی یا حل کی تم کړی وو. دا چې په دې ډول یو میز سره تل د زخمي کیدو خطر موجود دی

پوښتنه رامنځ ته کیږي چې : داسی یو را ګردشوی ښکلی شکل ، چې ګردی نه وي او منظم غوڅ وي، شته، چې د کړاو اړتیا پوره کړي؟ په ریښتونی ، داسی یو اوبی یا حل موجود دی، لکه چې لاندې خیره ښایي .چې هر د غاړې تکی دوه تکو واټنونو ته یو ثابت واټن لري

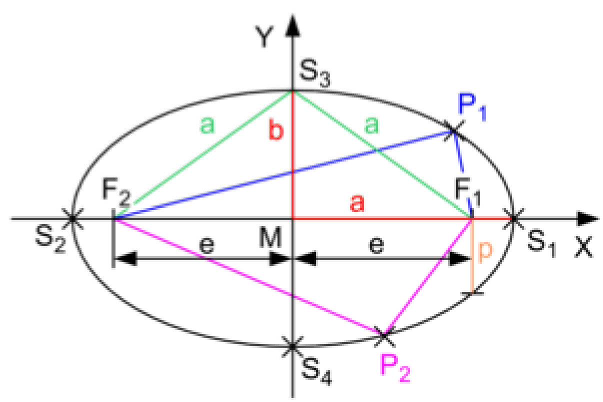
(c) ketabton.com: The Digital Library



پیژند یا تعریف:

د ټولو هغوټکو Pډيري ته چی له دوه ځاي په ځاي ټکو F1 او (F2 سوزېدټکی یا بهتره سوزونټکو(څخه ثابته یا همغه واټن یا فاصله لري، ایلیپسی نومیږي

لاندې واټونو یا فاصلو ته سوزونوړانګی وايي. $|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ایلیپسی منځ ټکی وای، e ته د سوزونواټن یا فاصله یا لايني ایکسڅنتریڅیتایت (lineare Exzentrizität) یا لايني ناراټوله وايي .ددې لویو لپاره لاندې اړيکي باوري دي:

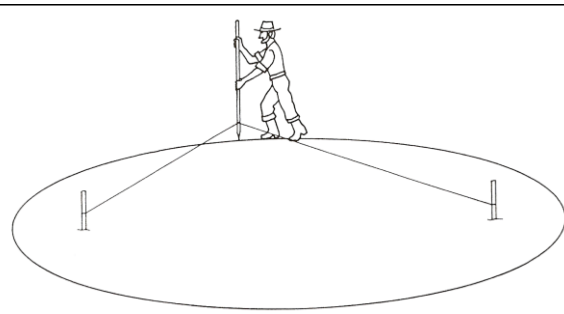
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$I........r+r=2a\wedge II........a^2-b^2=e^2$$

په دې کی a او b د ایلیپسی لوي او ووړ نیممحورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په اخر کی وټاکل شي، IIد پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د P ټکی د b نیممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپانکرښی چی د سوزونټکي تیریږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کي هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي .

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

دا ځیره دې ګران لوستونکي د تمرین په توګه وباسې٠ د یوې رسی، چی په 2 aاوږده وي، په داوړو سرونو کي موږي وتړئ او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موږي یا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړئ یا راکاږی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چي پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د سرونو ټکي چی موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. ځیره په هر کواوردینات سیسم او یا په یوه میلي متر کاغذ کونځینتري یا راټولو ګردیو په مرسته بل جوړښت امکان پیداکیږي، چی سړی د یوه ټکي دوه ګردی‌ د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردئ په Pb او دباندنی ګردئ په Pa کی غوځوي. که د Pb ځخه یوه پرته کرښه وویستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچیرته یو د ایلیپسی یا هګی یا بیضوي ټکی لاس ته راځي. د ایلیپسی هر ټکی داسی پیدا کیدی شي .پیژندل کیږي چی هر 2 bته غبرګ ټوټونی



ځیره ۱۴۱

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دی. له دې سره د هوارې دننه هم تغیر خورې ددې فاکتور k په اندازه

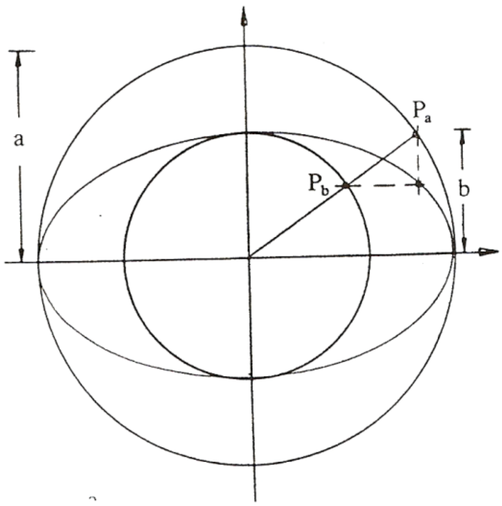
$$\ldots r\Rightarrow \pi r.(k.r)=F(hagai,baizawy)$$

او له دې چی r = a او (k.r =b) د لته r د ګردی » لویه نیمه اکسی(محور) ده

جمله : دایلیپسی هواره ده $F=\pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



خیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi (1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi \Leftrightarrow$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بڼاغلی ګراو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي خیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi .1.0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim \quad 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیځیرې ته نزدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبی یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نزدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی ؟

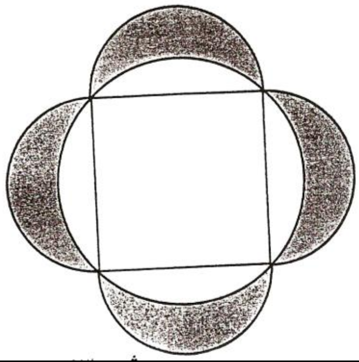
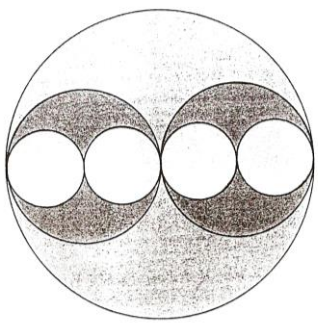
۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پړی غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړاي شي؟

۵ – د غوڅهواره به یی د ځمکي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

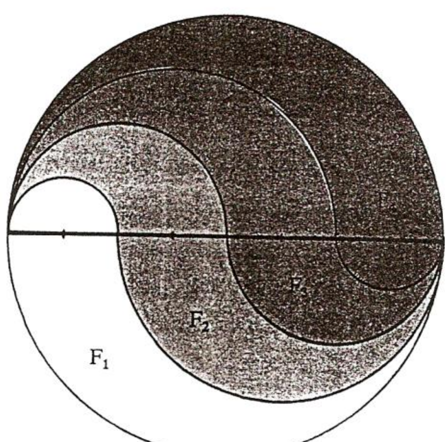
انداه لرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷ – د کردۍ [اپريا ل ځنګه تغيرخوري، که د هغه وړانګه دوه رابره شي يا په همدې ډولنيمه شي؟ ۸ – وښايۍ: د مربع هواره د ځلورمې مياشتو(سپوږميو) د هوارې سره مساوي ده؟	
د ځيرې سره سم د ګرديو هوارمتن يا د هوارو دننه د مساوي وړانګو سره وټاکۍ. د ا هره يوه د لويې کردۍ په سلو کې څومره جوړوي؟ وښايۍ، چط ځلورو واړو ګرديو چاپرۍ د همغې وړانګې سره دومره لوي دی لکه د راچاپيره يا دباندې ګردۍ چاپرې. ۱۰ – د يوېې مربع د باندې او دننه يوه ګردۍ راګرځيدلې. د دواړو ګرديو هوارې يو بل ته ځنګه متناسب دي يا ځانونه نيسي؟	

۱۱ – د دوه ګرديو منځ ټکی د مساوي وړانګي r = 7,2 cm سره، يو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګرديو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په يوه ګردۍ ، چی وړانکه يی r = 10 cm ده، که يوه ګرديکړۍ کيښنول شي، چی هواره يی دومره لويه ده لکه د دننه ګردۍ هواره. د دباندې ګردۍ وړانګه به څومره وي؟

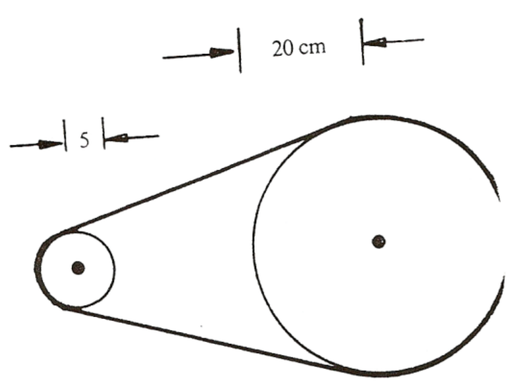


ځيره ۱۴۵

۱۳ – د يوې ګردۍ برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په ځيره ۱۴۵کي چی ورکړ شوي، وښايی، چی وړانګه يي r = 4 cm

(c) ketabton.com: The Digital Library

وي. وښايي چې هواره په څلورو مساوي
هوارو ټوټه شوې ده (ځيره ۱۴۵)
۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښايي ، کوم چې همغه هوارخوندي لري لکه :
الف) يوه مربع، چې داړخ اوږدوالی يی ۵ سانتي متره وي.
ب) يوه روتی چې نيمي يی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .
پ) يو مساوي اړخيز دريکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.
۱۵ – د يوه پنډ پينسيل سره يوه ګردی وهل کيږي، چې دننی وړانګه يی ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل يو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ريښتينی يوه ګرديکړی ده. د دې ګرديکړی هواره وشميری.
۱۶ – يوه ساتليت يا جوړه، يعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په يوه ګردی راڅرخي، چې سرعت يی په سانيه کی ۸ کيلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره دا ۱ ساعت او ۲۸ دقيقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتليت يا جوړه سپوږمی يا مصنوعي سپوږمی له ځمکی څخه په کوم جګوالي الوزي؟



ځيره ۱۴۶

۱۷ – د يوه څرخونکړی يا بهتره څرخونپټی په مرسته کيدی شي څرخونحرکت يا څرخونخوزون د يوې څپی په بلی څپي راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کی يوه دقيقه يعنی ډيره ټيك اره په بريښنا ماشين چلول کيږي يا په حرکت راوړل کيږي. د ارې خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخی يا ګاډيل (r = 20 cm) په ثانيه کی ۸۰۰ ځله وګرځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸ – کوم چاپیری او هواره الیپسی یا بیضوي یا هگیخیره لري که ولر:

a) $a = 40$ cm, $b = =12$ cm, b) $a = 6$ cm, $e = 1$ cm

c) $r_1 = 4$ cm, $r_2 = 3$ cm, $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ – وښايي: په یو په بل پرتو الیپسو کی دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هگیخیرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نږدې د یوې گردی په څیر راڅرخي. ددې چاپیري وړانگه نږدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

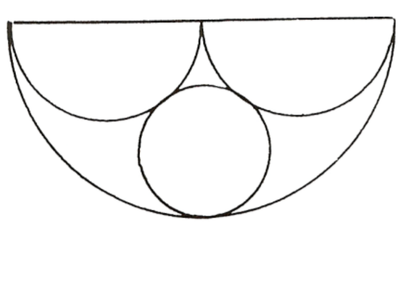
الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی؟

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

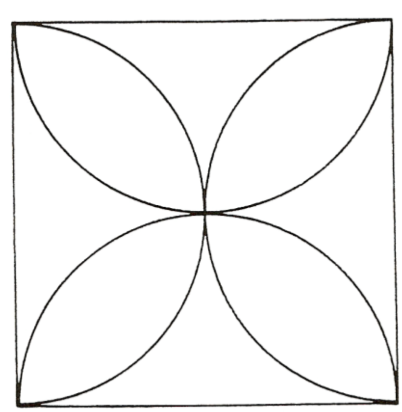
پ) په ورځ کی ځمکه نږدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نږدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنگ ده؟



خیره ۱۴۷



(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردۍ کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردۍ وړانګه r = 10 cm. وشمیرۍ

الف– منځتهکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځتهکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیټوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راځرخي. د راځرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

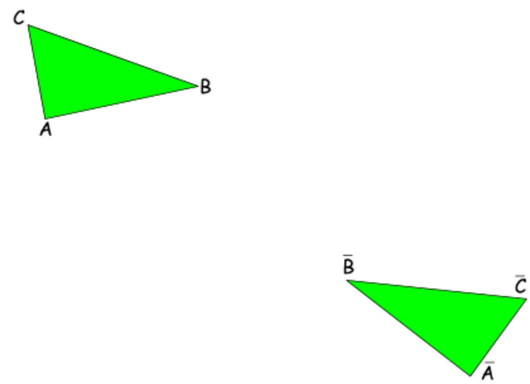
ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

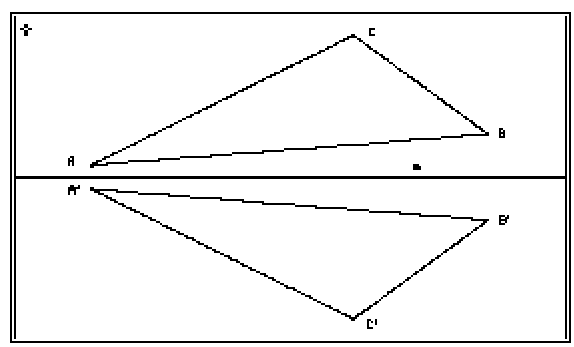
(c) ketabton.com: The Digital Library

کونګروانیخ څیرونی(برابرې څیرونې)

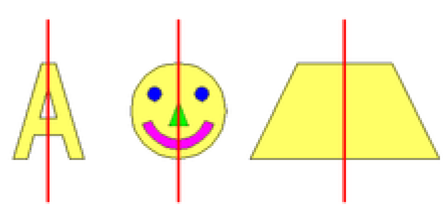
Kongruenzabbildungen

Congruence mapping





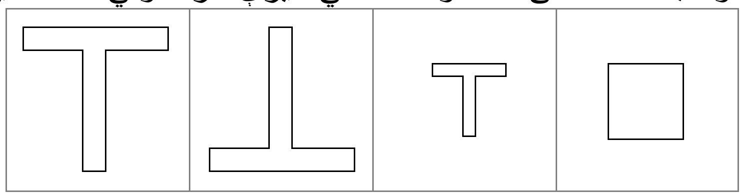
سيومتري څيرې يا شکلونه Symmetrische Figuren



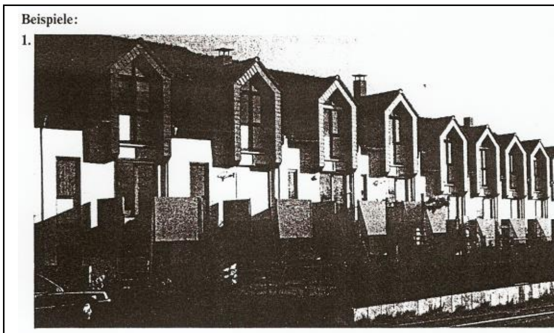
د هوارو څخه مو وليدل، چې د هغو ترمنځ سيومتري څيرې يا شکلونه، يعنی داسي په نامه برابرې يا مساوي او نيمايي څيرې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

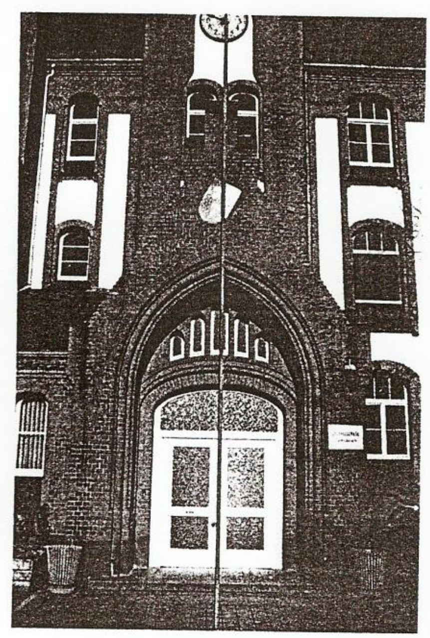
د شميرپوهنی له مخی د ساده شميروړتوب له امله تخنيکي، د هغو د ساده بدله ونی له امله، او د ښکلا له مخی، د هغو د همغسي ځيرې ځرګندوني له امله يو ځانګړی ځاي نيسی)



په پورته ځيره کې کيڼ لور ته دوه د ټي ځيرې يو بل پټوي، کيڼ لور دې د کښلی ټي سره برابرپټوونی ټي وکښل شي٠ دا محور سيومتري ځيرې دي٠
په ځانګړي ډول د اخرني شکلونو څخه کتل کيږي چی سيومتري تل دا مانا نه لري چی شکلونه دې په دوه نيمو وويشل شي، کيدی شي دوه يا زيات شيان وي ، چي د هغو د ترتيب له امله يو له بل سره خيالي سيومتري اړيکي ولري. دوه يا زيات شکلونه لکه چی ځنګه ضربالمثل وايي چي داسي يو بل ته ورته دي لکه » دوه هګی .» له دې ځايه تر کونګروانيڅ يو پل دی



ځيره ۱۴۹


ځيره ۱۴۸

پيژند : هندسي شکلونه کونګروينځ (برابر) بلل کيري، که په فورم ، بڼه (ځيره) او لويوالي کی يو بل سره يو شي وي او يواځي ځاي يی يو له بل بيل وي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : زه به وړاندیز وکړم، چې کونګرواینځ ځیروني » ورته برابرې ځیروني » وبولو، ځکه، چې یو بل ته ورته دي او برابرې هم دې یاني که یو پر بل واچول شي یا یو پر بل پریوزي، نو یو بل پټوي٠

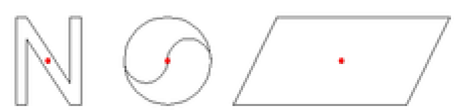
د دوه شیانو A او B د کونګرواینځ د لیکلو سومبول په لاندې ډول دی:

$$A \sim B \iff A \sim B$$

د کونګرواینځ خویونه :

۱ - کونګروینځ ځیرې یا - شکلونه یو په بل پریوځي یا یو بل پټوي .

۲ - کونګروینځ ځیرې یا شکلونه د کاغذ په هنري غبرګولو یا غوځولو په بنسټ، کیدی شي یو په بل پریوځی٠



پورته ځیره ټکی سیومتري ده ٠

غوځول د شمیر پوهنی کار نه دی، مګر غبرګول کیدی شي وي.

لنډ : محورهنداروني او کربنهنداروني ، ځرخون، ټکیځیره ونې او راکبنني ګونګرواینځ ځیره ونې دي٠

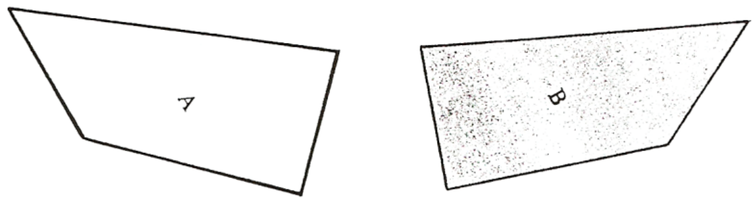
پوښتنه کیږي چې :

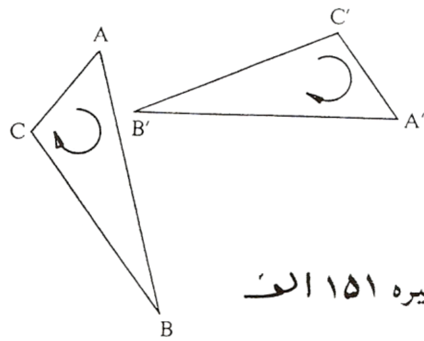
په شمیرپوهنه کی عملیي شته چې د هغي په مرسته یا د هغي له لارې یا د هغی په وسیله ځیرې یو په بل پریوتی - او پټیدی شي ، داسي کارونی یا عملیي په کړنه یا عمل کی شته او دا کونګرواینځ ځیره ونې یا ځیره کوني بلل کیږي.

هر کونګرواینځ ځیره یا شکل او لویوالی (منځهواره) ساتي. په دې ډول باید کونجونه او اوږدوالي ریښتونی وي، چی په دې ډول د برخو تناسب، کربنوتناسب، برخو تناسب غبرګ کرخو تناسب (ځاننیونه) ریښتونی دی. لاندې به وښوول شي چی زیات تر زیات د کونج ځرخونلور یا سمت تغیر خوړونکي دی، که ځرخونلور تغیر ونه خوری نو یولوریز کونګروینځ بلل کیږی او که ځرخونلور تغیر وخوري نو شکلونه مخامخ لوریز یا په ځټ یا برعکس کونګروانیځ بلل کیږي

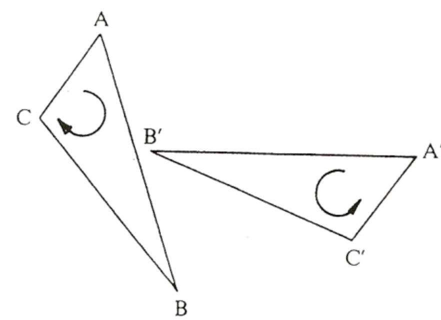
(c) ketabton.com: The Digital Library

شیره ۱۵۰



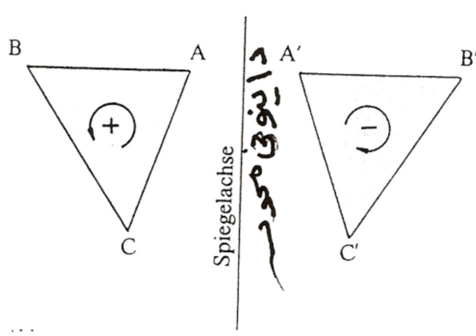


شیره ۱۵۱ الف



شیره ۱۵۱ ب

کرښهندارونه(په کرښه منعکسونه) Geradenspiegelung

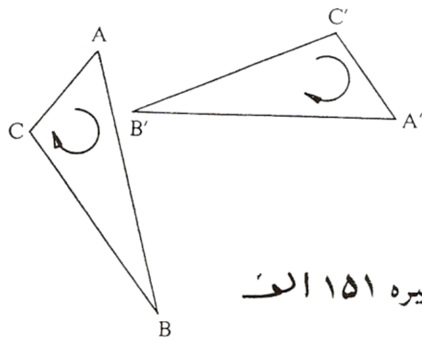


شیره ۱۵۲

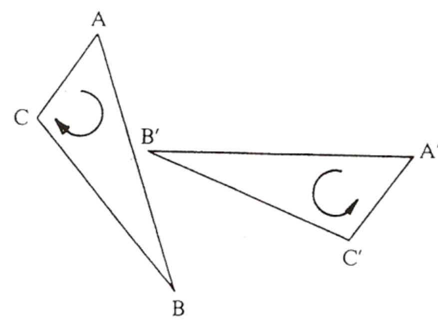
یو کونګروانیځ شیره ونه مو په پیل شیرونو کی وښوده. کرښ اینونه یا کرښهندارونه یواځنی مخامخ کونګروینځ شیره ونهی ده ، ځکه چی د کونج د لور تغیر په کی منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثیره ۱۵۰

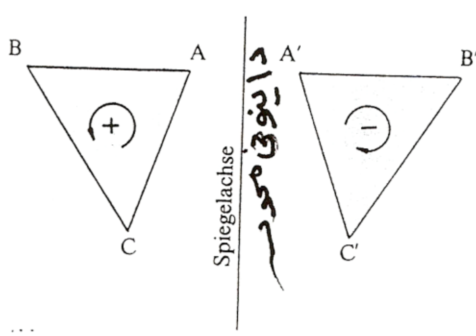


ثیره ۱۵۱ الف



ثیره ۱۵۱ ب

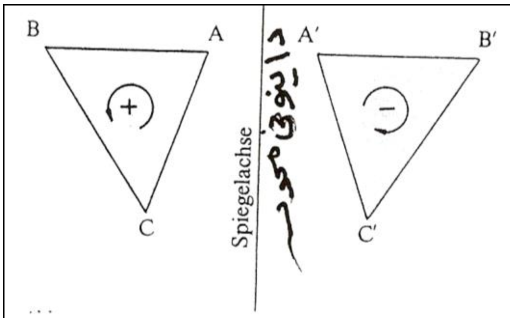
کرښهنداورنه(په کرښه منعکسونه) Geradenspiegelung



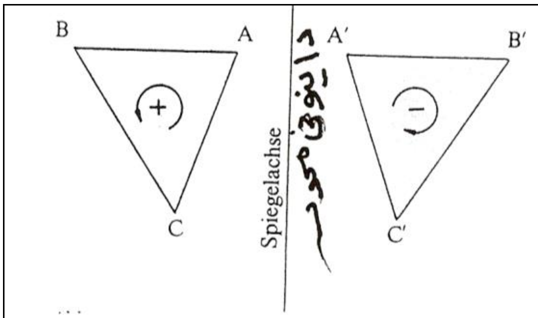
ثیره ۱۵۲

یو کونګروانیخ ثیره ونه مو په پیل ثیرونو کی وښوده. کرښ اینونه یا کرښهنداورنه یواځنی مخامخ کونګروینخ ثیره ونهی ده ، ځکه چی د کونج د لور تغیر په کی منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

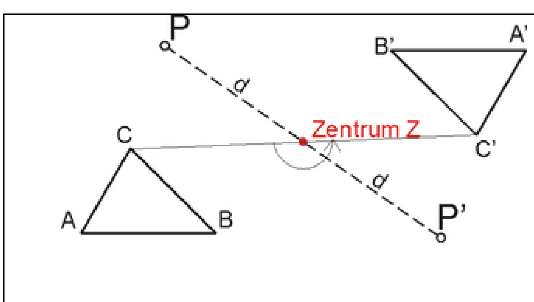


په کرښه هندارونه(پ کرښه منعکسونه):
په پیل انعکاس کې مو یوه کونګروانخ تشکیل وښوده. په کرښه انعکاس ورکول یواځنی مخامخ انعکاس دی، ځکه چې د زویې د لور منځ ته په کې راځي.



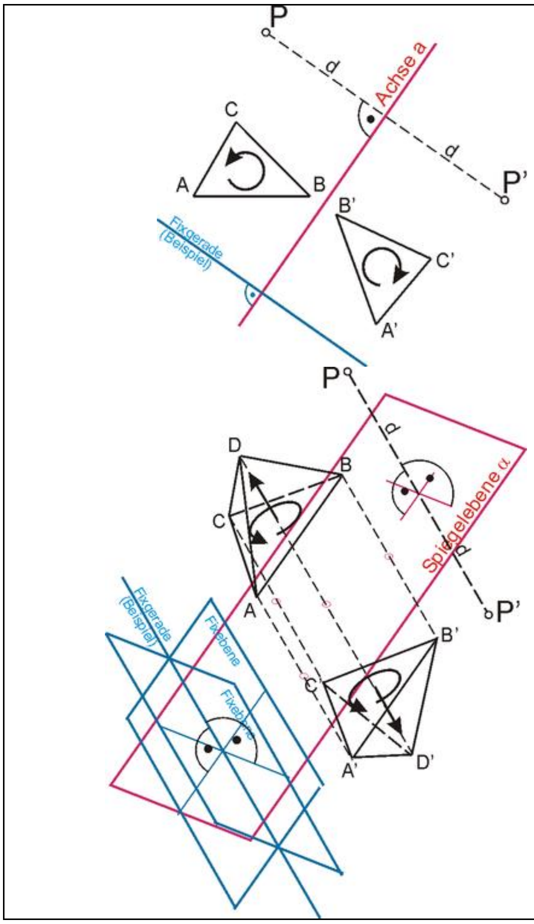
په کرښه هندارونه(پ کرښه منعکسونه):
په پیل انعکاس کې مو یوه کونګروانخ تشکیل وښوده. په کرښه انعکاس ورکول یواځنی مخامخ انعکاس دی، ځکه چې د زویې د لور منځ ته په کې راځي. لاندې ځېره دې وکتل شي

د درې ګوډي ABC مثبت- یا زیاتونلوریز څخه یو منفي لوریز یا کمونلوریز درې ګوډی A'B'C'جوړیږي. یخپله کرښه g په اینونکی کرښه یا په اینونکرښه یا په هنداروونکرښه بلل کیږي او یا د اینه ونې محور. په دې تول پراته ټکی تغیر نه خوري) ځاي په ځاي ټکی (فیکسټکی (Fixpunkte دی، له دې امله کرښی g ته د ځاي په ځاي ټکوکرښه هم وایي.
تولی په g نغولاړې(لنډ: ولاړې) کرښي د اینه کولو په بنسټ په خپل ځان ځیره کیږي، مګر ټول ټکي د g سره د غوڅټکي په استثني یا بی له غوڅټکي کرښي ټکي د خپلي فاصلی په ساتلو ځاي بدلوي. له دې امله دا کرښي ځاي په ځاي کرښی بلل کیږي ٠
په لاندې ځیره کې کیڼ لور ته درې ګوډی په ټکی ، چې د کښلي کرښی منځ ټکی دی ، ښي لور ته ځیره کیږي او دا په همدې ټکي٠ کتک کیږي، چې د هر ځیره ټکی واټن د همدې ټکي څخه همغ دی لکه د ځیره کووني ټکی واټن له دې منځټکی څخه .

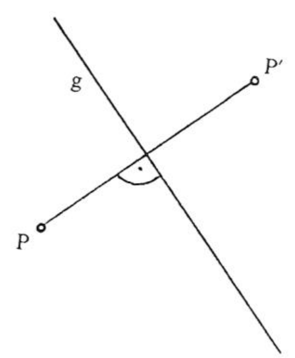


په پورته محور اینه ونه کی لیدل کیږي، چې د محور څخه د ځیرې او ځیره کونکي ټکي سره برابر دي، خو ګورو، چې څرخون لور یې همغه څرخونلور نه ده٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

	په مخامخ خيره کې ايېنه ونې کښل شوي دي

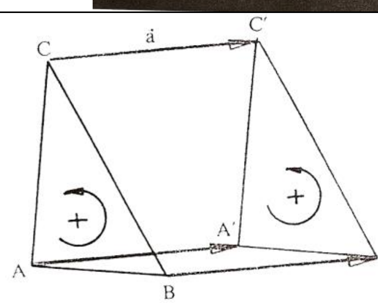
د کرښ اینوونو(هنداروني یا انعکاس) جوړښتخیرنه

 خیره ۱۵۳	۱ - دا ټکي له هر په نخه ټکي (ډيرګوډي کی د کونجټکی او په ګردي کی د منځ ټکی) په g ولاړ یا زوړند پریوځي او دا له g اخوا په فاصله د |Pg|غزوي. (دا د مخه راغلي .) ۲ – ټول ټکی د اصل په ترتیب سره وتړی(په ګردئ کی : په M'یو ګر دی د r'=r په وړانګه ووهئ). د خیرې او پخواخیرې(اصل) د ټولشکل لپاره بیا g سیومتریمحور دی، دا په دې مانا، چی ټوله خیره د اینوني سره په خپل ځان خیره کیږي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

هره کرښ اینوونه Sg کیدی شي چې په g بیا کرښ اینونو باندې په همغه محور بیرته راوکرځول شي.دSg په یا په ښت خیره ونه یا مخامخ خیره ونه بیرته Sg دی. دا دخیرو زیاتواره خیره ونو ځانګړی حالت د٠
دلته بیا سړی د خیره ونو د ځنځیرونو څخه خبرې کوي او د دې لپاره تړلنخښه »°« په کار اچول کړي. کرښ اینوونه د ګونګراینځو لاندې یو مرکزي ځای یا منځځای لري، ځکه چې ټولی نورې اینونی د کرښ اینوني ځنځیرونو باندې بیرته راګرځول کیږي، لکه چې په لاندې کی به وګورو.

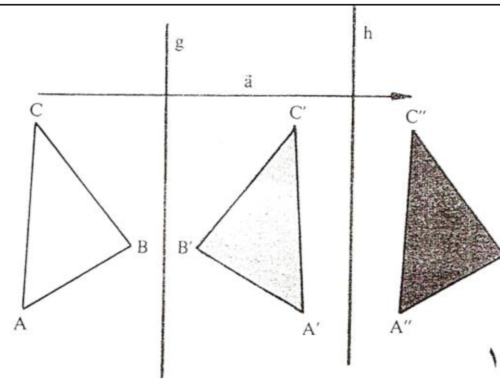
راکښنه یا کښونی Verschiebungen

پیژند : غبرګکښول ،لنډ کښول یا وړل Va د خپل وړلوکتور یا وړونوکتور یا کښونوکتور له لارې یواځنی ټاکلی دی (ددې لپاره د وکتور لوست وګوری٠	
د وکتورونو لاندې مساوي اوږده او په یوه لور غشي پوهیږو، کوم چې د خیرې وتلتکي په خیرنټکو لوریز وي . (لنډ : د وکتور لاندې یوه لوریزه کرښه پوهیږو، د ځانګړو شرایطو لاندې) د کښونلو لپاره پریکړی د وکتور اوږدوالی | a | دی او د وکتور لور. کښول په همغه لور کونګرواینځیروني دي، دا په دې مانا چې د څرخونلور ساتلی پاتي کیږي٠	 خیره ۱۵۵

د کښونلو جوړښتخیرنه
۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په ډیرګوډي کی ګوډونه او په ګردئ کی منځټکی)د ګښونلو وکتور a وکاږئ (برابر یا مساوي اوږده، همغه لوراو غبرګ غشی.)
۲ - د وکتورونو اخرټکي سره د اصل په پرلپسي ترتیب ونخلوی. (په ګردیکښونو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه ګردئ ووهئ)کښونه ځاي په ځاټکي نه لري(که د صفر وکتور دي په نامه identität ایدنتیتي یا کټمټ خیرونی څخه تیر یا صرف نظر شو)

(c) ketabton.com: The Digital Library

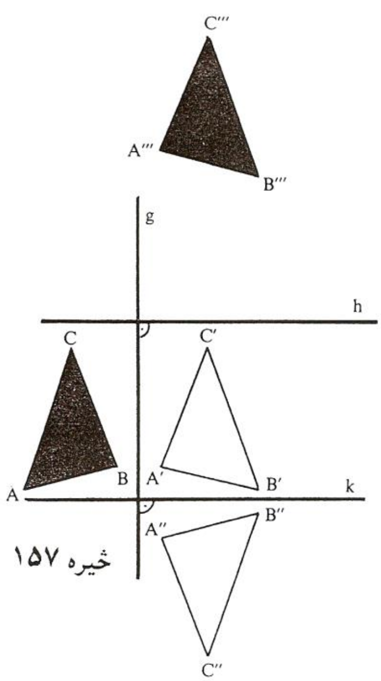
ددې لپاره ټولی له a سره غبرګی کرښي ځاي په ځاي کرښی دي، دا په دې مانا چی دوي په خپل ځان څیره کیږي .هر کښنول یا نوه هم ښنه هره کښنه ونه Va د V-a کښنولو له لارې بیرته راوګرځول کیدی شي.



۱۵۶

دلته a- وکتور د a سره غبرګ او همغومره اوږد دی، مګر په مخامخ یا په څټ لور .هره کښنونه په دوه کرښو g او hله دوه واره اینولو یا هندارونو له لاری بیرته لاس ته راوړونکی ده، چی واټن d یی همدا د کښنولو وکتور نیم اوږدوالی ورکوي. دا بدلون یواځنی نه دی: پس په عمومي ډول باور لري: $V_a = S_g \circ S_h$ د g||h سره او |a| = 2d ، چیرته چی d د g اوh ترمنځ واټن ورکوي.

په یوه ځانګړي ډول یو په بل پسي صورت نیونکی زیات کرښ اینونه دې په دې ځاي کی ذکر شوي وي، څکه چي دا – لکه څنګه ټول نور واریانت یا



خیره ۱۵۷

اووښتونی – یو ساده بنسټیز فورم نه ورکوي : خویوونکي یا کښنوونی اینونه. ټرنه $G_{a;g} = S_g \circ V_a$ یو کښنوونی اینونه ده،

که $a \parallel g$ وي.

هره کښنووني اینونه یا هندارونه د درې کرښ اینونو $S_h \circ S_k \circ S_g$ تړل دي، چیرته چی کرښي h او k ، کوم چی دکښنوونی ځاي نیسي، په g نیغی ولاړې دي:

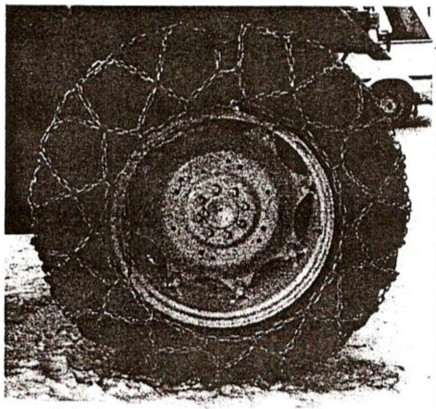
$h \parallel k ; h \perp g$.

یوه کښنوني اینونه ځاي په ځاي ټکي نه لري، مګر g د څیروونی ځاي په ځاي کرښه ده. هره کښنوونی اینونه $G_{a;g}$ په $G_{-a;g}$ سره بیرته راکرځول کیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

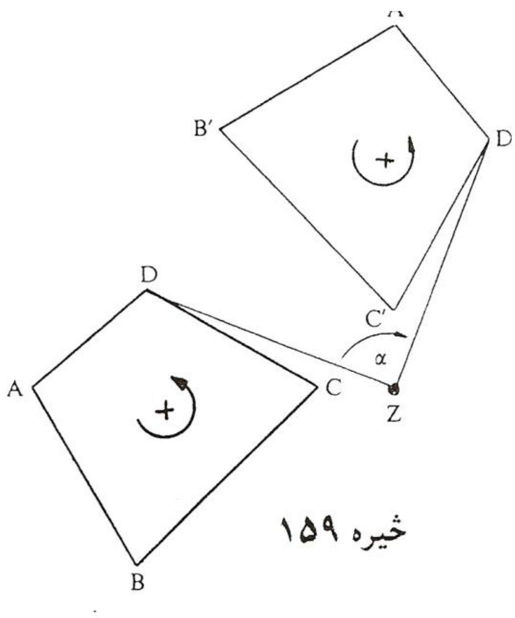
Drehungen

ځرخونونه(ځرخونن)



ځیره ۱۵۸

تعریف : ځرخون $D_{Z;\mu}$ هغه ځیرونه ده، چی په ورکړ شوي ټکي Z (ځرخونټکی یا ځرخونمنځ) هر اصلی ټکی P په یو ځیره ټکي P' داسی تنظیم کړي، چی $|PZ| = |P'Z|$ او $w(PZP')=\mu$ چی μ یو د مخه ځاي په ځاي ورکړ شوی کونج دی، د ځرخونکونج.



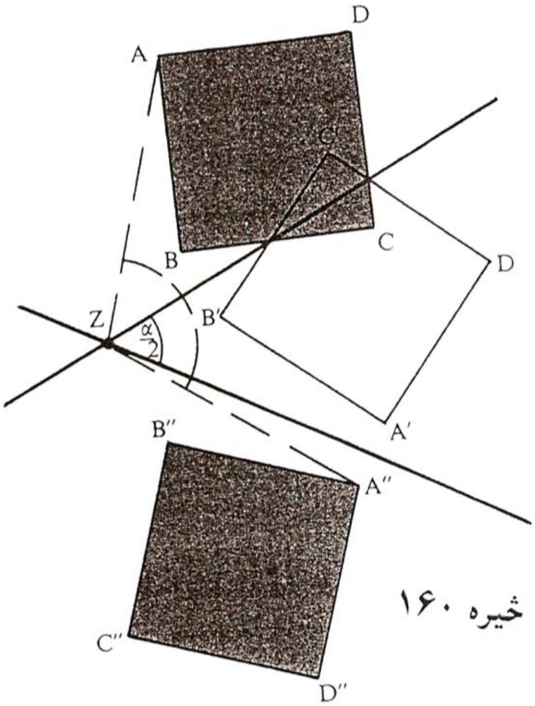
ځیره ۱۵۹

پس یو ځرخون د ځرخونټکي Z او ځرخونکونج ځخه یواځنی ټاکلی دی. د ځرخونلور په مخ نخه له مخه ورکړ شوی. (ددې لپاره دې د مخه تري لوستونه پام کی وي).

دځرخون جوړښت ځیرنه

۱ – په ټولو په نخښه ټکو (د ډیرکونجیز کونجټکي، په ګردی کی منځټکی) او

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۱۶۰

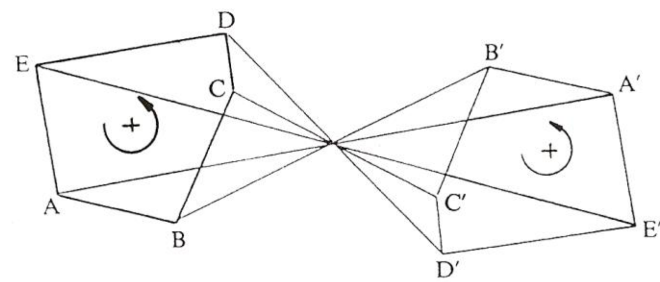
حرخونمنځ Z یوه وړانګه کیږدی . د
هرټکي P واټن PZ په یوه مرستندوي
وړانګه وکاږی، کوم چی له PZ سره
کونج جوړوي.
۲ –لاس ته راغلی ټکی 'P په اصل
پرلپسي ترتیبیو د بل سره ونښلوی
(یا په همدې ډول په 'P یو ګردی
د r' = r په وړانګه ووهی).
څرخون D_z یوه همغه لوریز
کونګروایڼځ څیرونه ده.
که څرخون D_z له څرخون په$0°$:
ایدنتیتي یا کتمټ، توپیر ولري، نو دا
یواځي یو ځاي په ځاي ټکی لري: پخپله Z .

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څرخون D_z د پە کونج کیدی شي چی پە څرخون D_z پە کونج - بیرته راوګرځول شي. د جوړښت ځیړنی څخه پیژندل کیږي، چی هر څرخون D_z د دوه کرښي اینوني چی پە ټکی Z کی پە کونج 2/ یو بل غوڅوونکو کرښو g او h ځاي نیونکی کیدی شي: څرخون : $D_{Z;\mu} = S_g \circ S_h$
د $h = \{Z\}, \mu = 2.w(g;h)$ g سره. (ځیره)

تعریف : یو څرخون د څرخونکونج $\mu = \pm 180°$ سره ټکی اینونه بلل کیږي. دا پە دې مانا چی پە ټکي اینه کیږي.

پە دې توګه ټکی اینونه هم یو همغه لوریز کونګروالینځ ځیرونه ده. (ځیره ۱۲۸)



ځیره ۱۶۱

پە ټکي اینوني جوړښت ځیړنه

۱ – د اصلي ځیرې هر پە نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږي، چي لە اینونکي ټکي Z تیره شي، او |PZ| واټن د Z پە بله لور وباسی.
۲ – داسی لاس ته راغلي ټکي پە پرلپسی ترتیب سره ونښلوی. (همداسی پە 'M یو د r' = r وړانګي ګردی ووهی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروانیخ څیرونه د کربنې اینوني د ترلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کربن اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کربن اینونو (څرخونو یا کښونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیخ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کربن اینونو (کربن اینونی یا کښونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیخ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیخ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیخ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیخ کربن اینونه ده نو د پای کونګروانیخ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیخ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیخ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیخ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټ ی کونګروانیځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

کونګروانیخجملی:

الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا

ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا

پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا

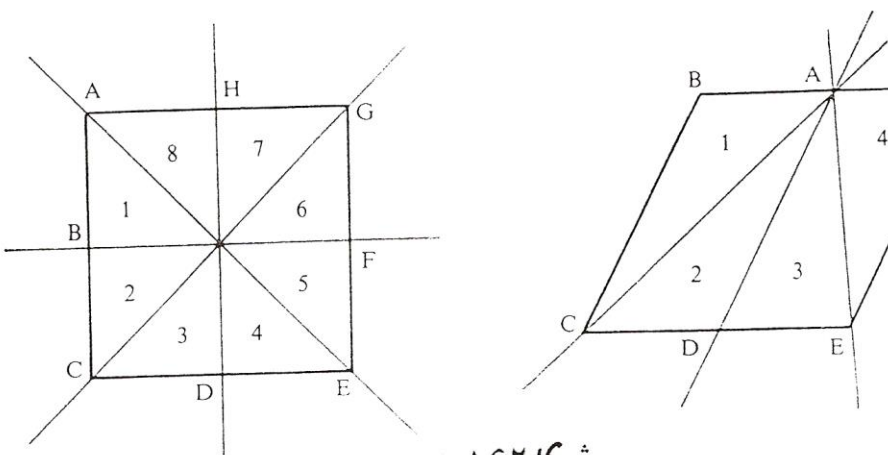
ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرگ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږئ.

۲ – د کونگروانیخ جملو په مرسته وښایي، چی غوڅکرښی پیلخیرې په کونگروانیخ برخو ټوټه کوي.



خیرۍ ۱۶۲

۳ – په یوه بیلگه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلگولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن ۵ کیلو متره دی . هیلگولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلایني حرکت کوي او «کوین ماري» په ۸۲ درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅښکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښيز دريګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو ∝ او ß کونجنيمي دي. وښايي چی دريګوډي ABP اوABQ کونګروائینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅښکي دي).

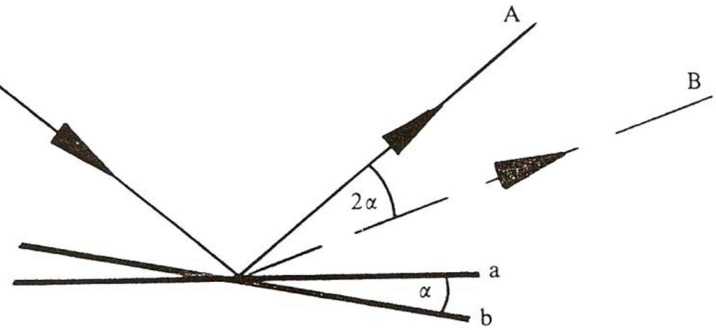
۶ – څومره کورونتخيرونی موجود دی چی لاندې څيرې يی په خپل ځان ځيره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښيز دريګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخيز دريګوډي ؟ کتمتخيرونه دې نه په کی شميرل کيږي.

۷ – يو څرخيدونکی هنداره ، يوه هنداره ده ، چی په يوه خپله اينښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ اينښوول شوي. ترتيب په څيره کی له پورته لور انځوريږي.

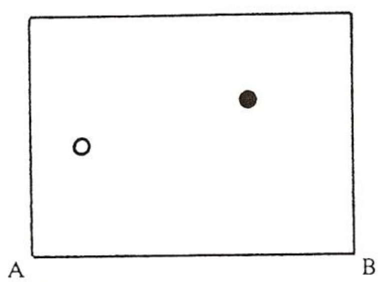
د نور له چینی L څخه يوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي يا ځاينيوون کی پريوزي او د هنداروني يا انعکاس قانون سره سم(پريووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بيرته غورځول– يا اينه کيږي يا منعکس کيږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي يا ځاينوون ته راوړل کيږي يا راڅرخيږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحينداره کيږي يا غورځول کيږي يامنعکس کيږي. وښايي :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

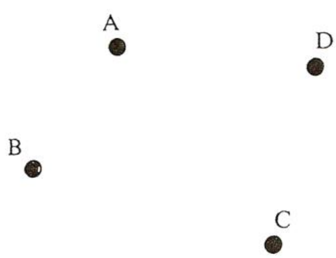


خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴

۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګېږي. (حیره) د کرښو لار وکاږئ « تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی – سپین توپ»

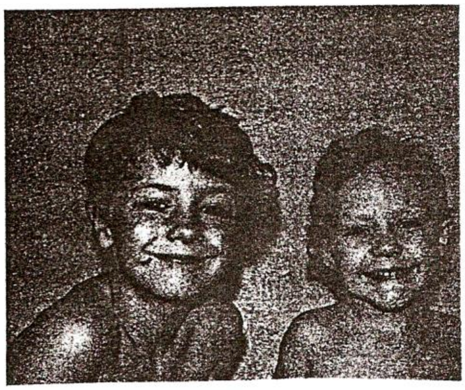


خیره ۱۶۵

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره یې ښایو (خیره) داسې یو ځای S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځای څخه A د B او D د منځتې په څیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

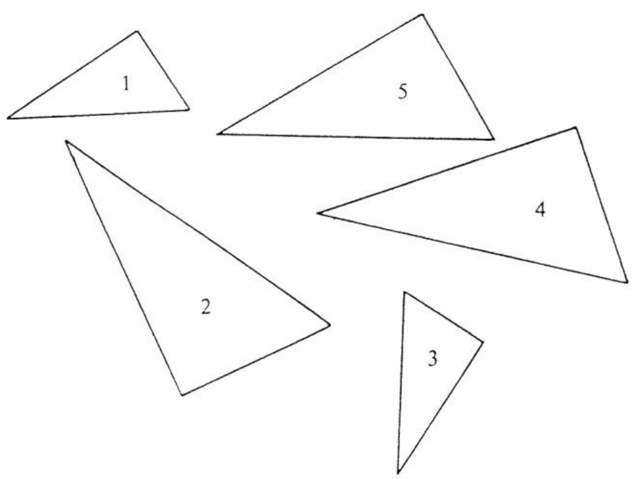
ورته والیځیرونه Ähnlichkeisabbildung



ځیره ۱۶۶

که چیرې دوه غبرګوني کوچنیان وکتل شي ،نو سم د لاسه ویل کیږي، چې دا دوه یو بل ته ورته دي. شیان یا لیدیدونکي هم یو بل ته ورته بلل کیږي، که ګډ خویونه یا ګډې نخښې ولري، یعني ځرګند یو بل ته ورته وي، مګر سره له دې هم یو له بل توپیر کیدونکی وي. په شمیرپوهنه کې داسې نه شو ویلی چې دا شیان یا لیدیدونکي یو بل ته زیات یا کم ورته دی، دا خیالي قضاوت دی چې په شمیرپوهنه کې داسې قضاوت ځای نه لري.

پیلبیلګه:



ځیره ۱۶۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې دریګوډی د کونجونو $\gamma = 90^\circ$ او $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ سره وکاږي.
ددې کونجونو سره له یوه زیات دریګوډي موجود دي، چې په ځانګړي توګه د
ولاړ کونج ورکړه یواځیوالی یا یواځیتوب نیول کیدی یا فرض کیدی شي.
دریګوډي ۱ او ۲ کونګروانیڅ دي، دریګوډي ۲ او ۴ هم، مګر دریګوډي ۱
او یا ۱ او ۴ کونګروانیڅ نه دي. سره ددې هم دوي زیاتی ګډې نخښې لري
(کونج، «بڼه»یا «شکل» یا څیره) دوي یو بل ته ورته دي.

ددوي ترمنځ نور څه ګډ دي یا دوي نور څه ګډ لري؟
له کونګروانیڅجملی څخه مخ ته ځو، د اړخونو اوږدوالی اندازه کوو او راته ښایو
چه د اړخونو ځانښیونه یا د اړخونو تناسب :

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|CA|}{|C'A'|}$$

او

$$\frac{|AB|}{|A'''B'''|} = \frac{|BC|}{|B'''C'''|} = \frac{|CA|}{|C'''A'''|}$$

ثابت دی.

پس تعریفوو

تعریف : هوارې څیرې یا شکلونه هلته یو بل ته ورته دي، کله چې د مناسبو
پای کرښو اوږدوالی په همغه ځانښیونه یا تناسب پروت وي او (له دې امله هم) یو
د بل سره مناسب کونجونه مساوي لوي وي.

بیلګه : کونګروانیڅ څیرې د ورته شکلونو یو ځانګړی حالت دی، په هغوي کی د

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکړشوو اړخونو تناسب یا ځانښیونه تل ۱ دی.
له دې امله باید –د کونګروانیڅ د ټولیزیدلو یا عمومیت – د دریګوډیو لپاره هم ورته جملې موجود وي.
ددوه یا زیاتو دریګوډیو ترمنځ یو بل ته ورته والی هلته پروت دی یا شته ، موجود دی، کله یې چې مناسب کونجونه سره یو شی وي او دې کونجونو سره مناسب اړخونه یو د بل سره په همداسی تناسب یا ځانښیونه کی پراته وي یا اړیکو کی).
دا هم د دریګوډیو لپاره باور یااعتبار لري، په داسی ډول– د کونګروانیڅ ځخه پر مخ ځو– چی سړی داسی نومولی د ورته والي جملی لیکلی شي.

د ورته والي جملی: دریګوډی یو بل ته هلته ورته دي، که په لاندې کی سره برابر وي

۱ – د دریګوډیو دریواړو اړخونوپه مناسبه توګه د اړخونو تناسب یا ځانښیونه.

$$a : a' = b : b' = c : c' .$$

او یا

۲ – د دوه یو بل سره مناسبو اړخونوتناسب یا ځانښیونه او له دې بندشوې کونج. دا په دې مانا چې

$$a : a' = b : b' \quad \text{او} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

او یا

۳ – د دوه مناسبو اړخونو تناسب او د لوي اړخونو مخامخ کونجونومساویوالی. په دې مانا چی: $a : a' = b : b'$ او $\beta = \beta'$ د $a < b$ لپاره او یا $b > a$

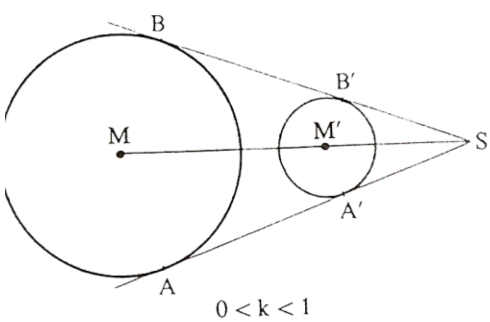
۴ – ددوه کونجونواندازې مساویوالی ، چی په دې ډول ټول کونجونه مساوي دي. دا په دې مانا چی :

(c) ketabton.com: The Digital Library

په همدې ډول کيدی شي د نورو شيرو لپاره هم د ورته والی جملی تر فرمول لاندې راوړل شي. شيرې يو بل ته ورته دي، که دوي د ځانګړو ورتوني شيروني له لاری يو په بل پريوتی شي.

مهم ورته والي شيرونی منځني راکښنه ده

تعريف: منځني راکښنه $Z_{S,k}$ د ټکي S (د راګښلو منځ) او يوه ګڼ k د راکښلو فاکتور يا ځلونکي په بنسټ يواځنی ټاکلی وي. هر اصلي اوږدوالي ته د منځني راکښنو له لارې په k–ځلی تغير ورکو ل کيږي.



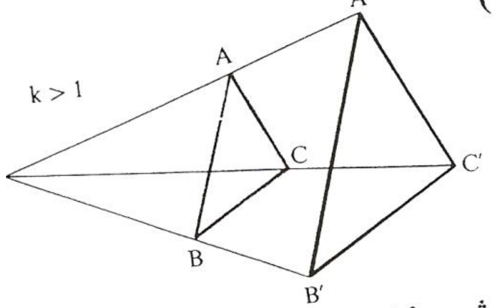
شيره ۱۶۸

د k لپاره له صفر تر يو ګڼونه پريښوول کيدی شي. په دې کی بياپخپله له دې پوهيدی شو چی شيرونه له اصلي کوچنی ده. په دې حالت کی له زبيخلو (کيښکلو) غږيږو. شيرونه نوره هم د راکښلو باور لري. که $k = -1$ وي نو اړوند منځني راکښل په راکښل منځ S باندې ټکي اينونه ده. د هر بل منفی ګڼ $|k| = -1$ لپاره کيدی شي k په $k = (-1).|k|$ باندې تجزيه شي. له دې وروسته پورته يادونی په همغه هدف استعماليږي يا کارول کيږي.

يادونه : پام دې وشي چی راکښنه به ښه وي او که غزيدنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د منځراکښنی جوړښتځیړنه(توضیح)



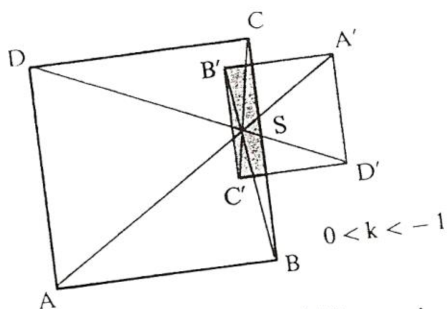
ځیره ۱۶۹

۱ – د اصلي هر په نخښنه ټکي د راکښلو منځ S سره و نخلوی.

۲ – د هر ټکي P لپاره د|PS| پای کرښې په k ځل کیږي(جوړښت ته د 0> k لپاره هم، مقایسه ځیره) او نوي پای کرښه

$|'SP|.k = |SP|$

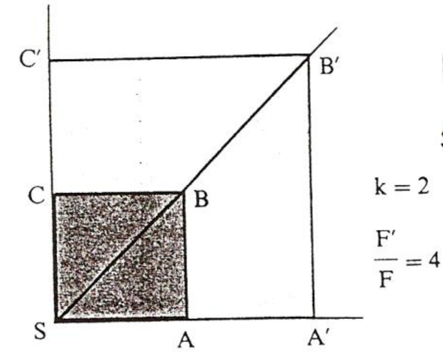
په کرښه چی دټکي S ځخه پیل له P, S او 'P تیریږي وکاږی.



ځیره ۱۷۰

۳ – د اصل په ترتیب یا اصل ته ورته ټول ځیره ټکي سره ونښلوی.

دا چی ورته ځیرې (بی له $|k| = 1$) کونګروانځ نه دي، نو د هوارې دننه یا منځ هم تغیر خوري، مګر که ټولی خواو یا اړخونه په فاکتور k(د بیلګي په توګه $k = 3$, $k = 2$) تغیر کړو، نو ځیروونکی هواره باید په فاکتورk^2 (یعني $k^2 = 4$,همداسی $k^2 = 9$) تغیر وخوري.



ځیره ۱۷۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعري: په يو منځراکښنو، چې فاکتور k ولري د ځيرې هواره 'F او له ځيرې دمخه (اصلي) هوارې F ترمنځ لاندنی تناسب يا ځانښيونه موجود دی.

$$F' : F = k^2 \quad \Rightarrow \quad F' = F.k^2$$

د لته د k مخنخښه کوم رول نه لري ځکه چې منفي ځل منفي بيرته مثبت دی.

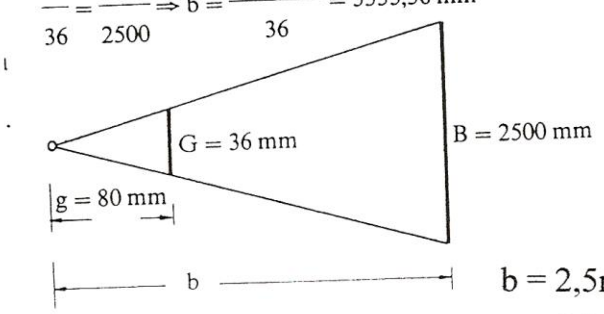
پيلبيلګ:

دياس(دفيلم دياس) (فورمات يا لويوالی 24mm.36mm)
په يوه ديوال چې لويوالی يې 2,5 m . 2,5 m دی. د ممکن حده پورې ځيره کيږي. د ښه ټيك جوړولوسره يې له عدسي واټن 8cm دی. پريوستونی يا پرويکتور د ځيرې ديوال څخه بايد څومره لرې وي؟ د دياس هوراه په څو واره لويه شوې ؟
د دياس دځيرونی لپاره لاندې اړيکی باور لري:

$$\frac{\text{د ځيرې جګوالی } B}{\text{د دياسجګوالی } G} = \frac{\text{د ځيرې پراخوالي } b}{\text{د دياس –عدسی لريوالی} g}$$

ځيره ۱۷۲

$$\frac{80}{36} = \frac{b}{2500} \Rightarrow b = \frac{2500 \cdot 80}{36} = 5555{,}56 \text{ mm}$$



ممکن ډك په دې مانا، چې 36 mm په 2,5 m بايد لوي شي. په دې توګه د پريوستون ديوال –عدسي واټن په لاندې ډول دی :

$$b = 2{,}5\text{m}.0{,}08\text{m} : 0{,}036\text{m}$$
$$\sim 5{,}56\text{m}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لویوالی فاکتور یا ځلی دی

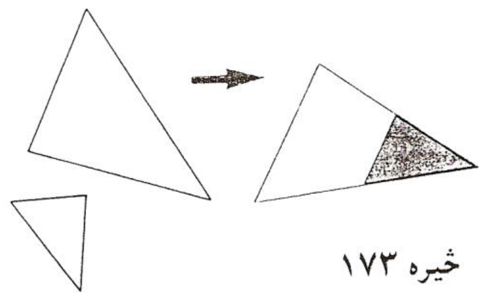
$k = 2{,}5: 0{,}036 \sim 69{,}44$

له دې امله د ځیرې هواره ده:

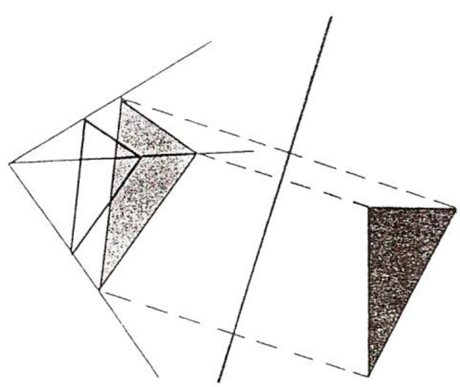
$F' = 69{,}44^2 . 0{,}036 . 0{,}024 = 4{,}17m^2$

دا د دیاس هوارې 4822,53 واره یا ځله ده.

دا روښانه ده، چی ورته ځیرې، د څرخوني، راکښلو له لارې او اینونی له لارې یوه پوزیشن ته راوړل کیږ، په کوم چی سم د لاسه د شکلونو د کونجونو د برابرتوب ورته والی پیژندل کیدی شي.



ځیره ۱۷۳



ځیره ۱۷۴

تعریف : هره کونګروا ینځ ځیرونه، هر منځراکښونکی او له دوې هر تړلی یا ځنځیري اینبولشوې یا ځای په ځای شوې ځیرونی ورته ځیرونی بلل کیږي.

دا چی هره ورته ځیرونه بیرته یوه داسی ځیرونه باندې راګرځي، نو بیخي باور لري : د ورته

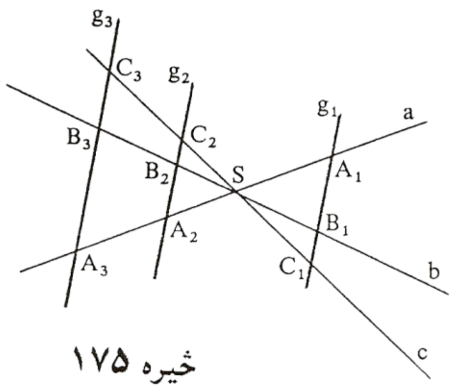
(c) ketabton.com: The Digital Library

والي خيروني ډيرى چي پرلپسى سره وتړل شي يا ځنځيري شي ګروپ جوړوى (د ګروپ لپاره دې، چي شميرپوهنيزه کليمه ده، د کتاب پای وکتل شي)

او خيرې او همداسي پيل بيلګه (ډياسپرويکتور) څخه د وړانګي جمله ټوليزه يا عمومي کيدى شي.

١ . وړانګي جمله: که له يوه ټکي S وتلى وړانګي a,b,c،... له غبرګو کرښو....، g_2,g_2,g_3 غوڅي شي، نو د يوې وړانګى ټوټى همداسى تناسب کى دى يا همداسى ځان نيسى لکه

د بلى وړانګي ټوټى: دا په دې مانا چى:



خيره ١٧۵

$$\frac{|SA_1|}{|SA_2|}=\frac{|SB_1|}{|SB_2|}=\frac{|SC_1|}{|SC_2|}$$

او

$$\frac{|SA_1|}{|A_1\,A_3|}=\frac{|SB_1|}{|B_1\,B_3|}=\frac{|SC_1|}{|C_1\,C_3|}$$

په خيره کى د اړيکو ښوونه سم د لاسه په غبرګو کرښو له پوړيزکونجونو او د دريګوډيو ورته والي چى SA_1B_1 او SA_2B_2, SA_1C_1 او SA_2C_2 اوپه همدې ډول د SB_1C_1 او SB_2C_2 سره يى لري.

برسيره پر دې باور لري:

١ . وړانګي جملى په څټ: که له ناپای کرښو.... g_1 , g_2 , g_3 څخه د خورې

(c) ketabton.com: The Digital Library

غونچی یا بهتره ستورې کربښو له لارې ټوټی پرېکړی شي، چی یو بل ته ثابتی یا همغه ځای په ځاي ځاننیونی یا تناسبات څرګندوي، نو دا کربښی یو بل سره غبرګي دي.

۲ . وړانګي جمله:

که له یوه ټکي وتلی وړانګي د غبرګو ناپاکربښو څخه غوځی شي، نو د دوي ټوټی چی له غبرګو دې ځان داسی نیسی یا په داسی تناسب کی دیلکه هغه د ککرټکی څخه وتلی کچ شوې د وړانګو ټوټي.

$$\frac{|S\ A_1|}{|S\ A_2|} = \frac{|A_1B_1|}{|A_2B_2|} = \frac{|S\ B_1|}{|S\ B_2|} = \frac{|B_1\ C_1|}{|B_2\ C_2|} = \frac{|S\ C_1|}{|S\ C_2|} = \frac{|A_1C_1|}{|A_2C_2|}$$

۳ . وړانګي جمله:

په یوه غبرګی ټوټو ځاننیونه داسی ده لکه پهدې بلی غبرګی ټوټو ځاننیونه یا تناسب:

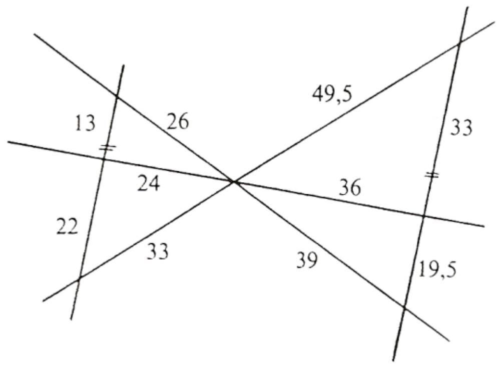
$$\frac{|A_1\,B_1|}{|B_1\,C_1|} = \frac{|A_2\,B_2|}{|B_2\,C_2|} \quad \text{oder} \quad \frac{|A_1\,C_1|}{|B_1\,C_1|} = \frac{|A_2\,C_2|}{|B_2\,C_2|} \quad \text{oder} \quad \frac{|A_1\,B_1|}{|A_1\,C_1|} = \frac{|A_3\,B_3|}{|A_3\,C_3|}$$

بیلګه :

۱ . د لمړی وړانګي جملی پسی لرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ . د وړانګو جملو پسې یا له امله باور لري:



خیره ۱۷۶

1. Strahlensatz: $\frac{26}{39} = \frac{24}{36} = \frac{33}{49,5} = \frac{2}{3}$

لمړی وړانګې جمله

2. Strahlensatz: $\frac{24}{22} = \frac{36}{33}$ oder

۲. وړانګې جمله

$\frac{33}{22} = \frac{49,5}{33}$ oder

$\frac{26}{35} = \frac{39}{52,5}$

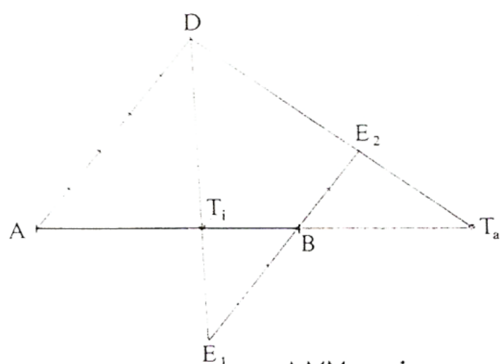
3. Strahlensatz: $\frac{13}{22} = \frac{19,5}{33}$ oder

۳. وړانګې جمله

$\frac{35}{22} = \frac{52,5}{33}$

۲ . د یوې کرښې AB ویشنه یا ټوټونه:

کرښه AB دننه(T_i) په ځانښیونه یا تناسب 5:3 او دباندې (T_a) په تناسب یا ځانښیونه 2 : 5 ویشل کیږي. د دې لپاره د ۲ . وړانګې جمله کارول کیږي یا استعمالیږي:



خیره ۱۷۷

– دننه ټوټوونټکی T_i :

$$\frac{|AD|}{|BE_1|} = \frac{|AT_i|}{|T_i B|} = \frac{5}{3}$$

– د باندې ټوټوونټکی T_a:

$$\frac{|AD|}{|BE_2|} = \frac{|AT_a|}{|T_a B|} = \frac{5}{2}$$

دا جوړښت د ویشنې برسیره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کرښو د ځل لپاره هم کارول کیدی شي. نو $|AT_a|$ د $|T_aB|$ دوه نیم واره دی.

۳ . طلایي غوڅی یا –غوڅونه:

په طلای غوڅي یوه د a اوږدوالی کرښه داسی ټوټه کیږي، چی برخه ټوټو د x اوږدوالی همداسی د $a - x$ اوږدوالی لپاره اړیکی $a : x = x : (a-x)$ باور لري. دلته x د دواړو برخه کرښو لویه برخه ده دا ویشنه په هنر او ارښیتکتور کی له مانا ډکه ده یا مهم رول لوبوي. له پورته اړیکو څخه لاس ته راځي: $x^2 = a(a-x)$ او له دې بیا $x = \sqrt{a(a-x)}$ لاس ته راځي. دا په دې مانا چی اوږده کرښه د دوو لنډو کرښو او د ټولی کرښی هندسي منځ دی. که دا فرمول نور هم ښه بدلون غوره کړي او د x په لور اوبی یا حل شي، نو ترې لاس ته راځي :

$$x = \sqrt{a^2 - ax}$$
$$x^2 \; a^2 - ax$$
$$0 = x^2 + 1x - a^2$$

$$x_{1,2} = -(a/2) \pm \sqrt{(a/2)^2 + a^2}$$
$$= -(a/2) \pm \sqrt{(5/4)a^2}$$

$x_1 = 0{,}5a(\;5 - 1)$ په کار نه راځي

نو لرو: $x \sim 0{,}618a$

خیره ۱۷۸

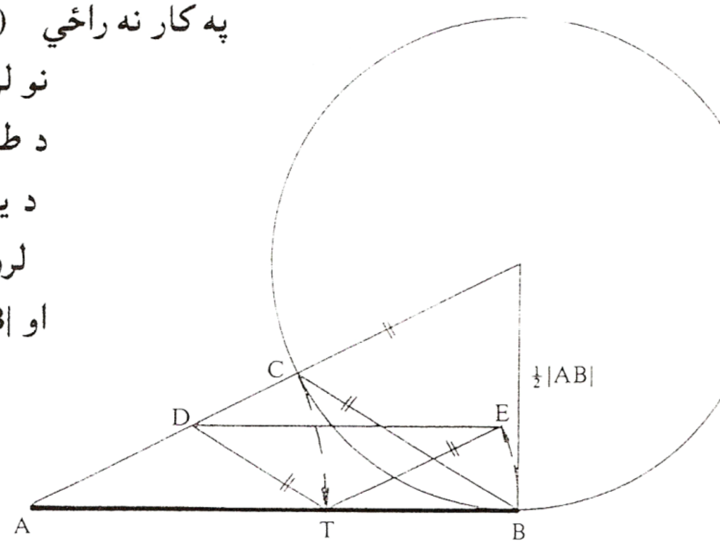
د طلایي قاعدې لګه لاري

د یوې کرښی $|AB|$ ویشنه

لرو $|AC| = |AT|$

او $|AD| = |TE| = |TB|$

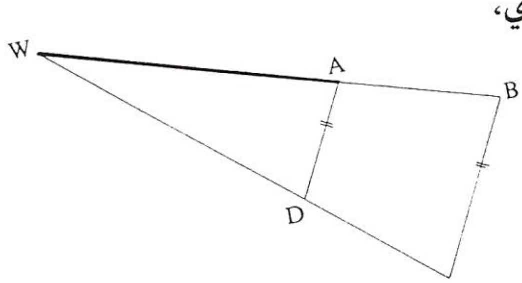
$$\frac{|AB|}{|AT|} = \frac{|AT|}{|TB|}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

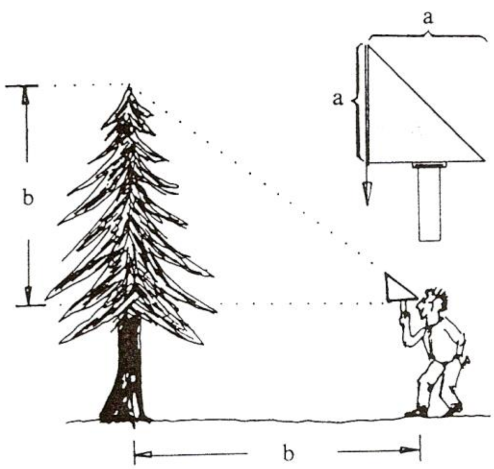
۱ – په کواوردیناتسیستم کی دریګوډی A(2|3), B(6|1), C(3|6) ورکړ شوی دی.
الف) دا دریګوډی د k = 2 په اندازه وغزوی . د غزولو مرکزدې Z(0|0) وي.
ب) دا دریګوډی په S(-2 | -3) وڅرخوی د 140° = ے سره. دا څیره دریګوډی په S باندې د k = -1,5 سره وغزوی.
پ) دا دریګوډی په ۴ یوونو سره لمړی کینې لورته او بیا په ۵ یوونونو پورته لورته وکښوی، بالاخره یې په x– محور هنداره کړی او بیا یې بالاخره په ټکې (0|-6) د k = -1 سره وغزوی.
۲ – ایا ټول الف) مساوي پښیز ، ب) مساوي اړخیز، پ) ولاړکونجیز دریګوډی یو بل ته ورته دي ؟
۳ – د یوه مکعب پورته هواره د مرکزی غزونی د غزونفکتور یا غزونځل k سره او د هوانیمي غوښتکي سره د غزولومرکز په څیر، څنګه تغیریږي؟
۴ – کرښه | AB | =10 cm دننه او دباندې داسی ټوټه کړی، چی په ځاننیونی یا تناسب د 5:2 کی سره پراته وي،
۵ – کرښه | CD| =6,5 cm د «طلای غوځي قاعدې» له لارې ټوټه کړی.
۶ – د یوه کتونبرج A (څیره ۱۷۹) څخه دې واټن |AW | یوه ځنګل برخی W ته وټاکل شي.



څیره ۱۷۹

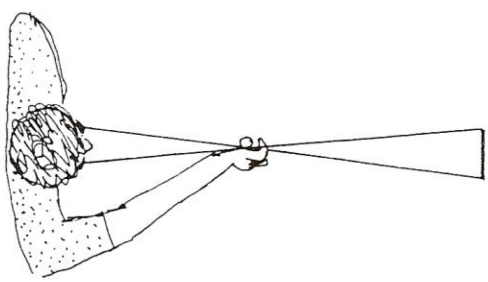
دري ټکی B, C او D په نخښه کیږي په داسی ډول چی AD||BC وي. اندازه کیږي: |AB|=75 m : |BC| = 125 m او |AD|= 100 m , نو |AW| څومره اوږد دی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۸۰

۷ – الف) د یوه «ځنګلوالدریګوډي»
سره (ځیره) د یوې ونی
جګوالی اندازه کیدی شي. – ونه
څومره لویه ده ، که د ځنګلوال
سترګه له ځمکی څخه ۱،۷۰
متره جګه وي، او دی له ونی
۱۰ متره لرې ولاړ وي؟
ب) څنګه (د یوه څرګندوه واټن)
د یوه شي د جګوالی د خپل
مټ په مرسته نږدې یا تقریبي
اندازه کولی شي؟
لارښود: ۷ الف وګوری)
پ) په عسکری کي د دوه شیانو
د واټن د اندازه کولو لپاره
« د غټې کوتي ګام » تخنیك
کارول کیږي یا استعمالیږي.

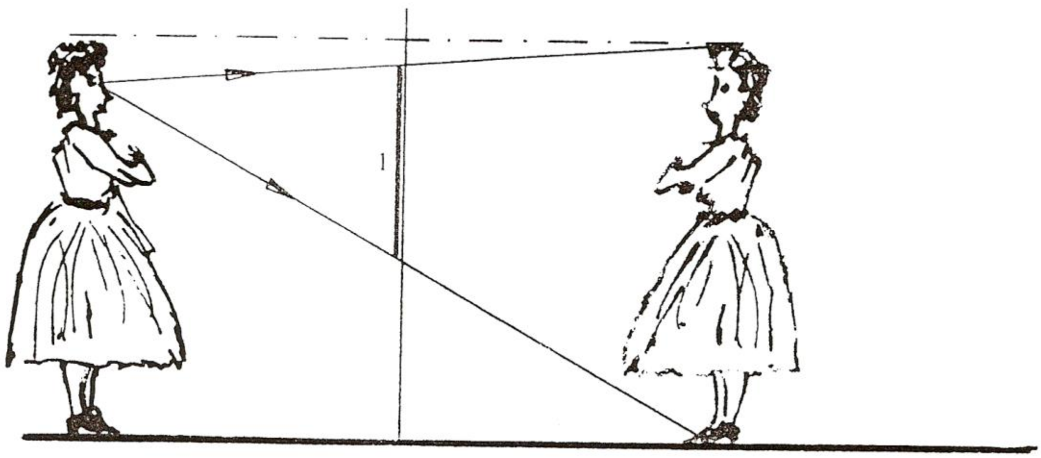


ځیره ۱۸۱

دا داسی صورت نیسی چی
لمړی سړی خپله کیڼه سترګه
پټوي او غټه ګوته راوباسی،
لمړی یو انډول وړ شی، چی ښي
لور ته پروت دی، اندازه کوي او بیا د ښی سترګي په پټولو سره ټیك هغهٔ لټوونکی
موخه د زیر لاندې نیسي. دلته د واټن اندازې ورکونی ته سړی څنګه راځي؟
۸ – میرمن ځانګه غواړي چی په خپله پوره لویوالی ځان د دالیز په هنداره کی
وګوري. په عادي توګه د دالیز د کوچنوالی له امله ۸۰ سانتي متره له هنداري

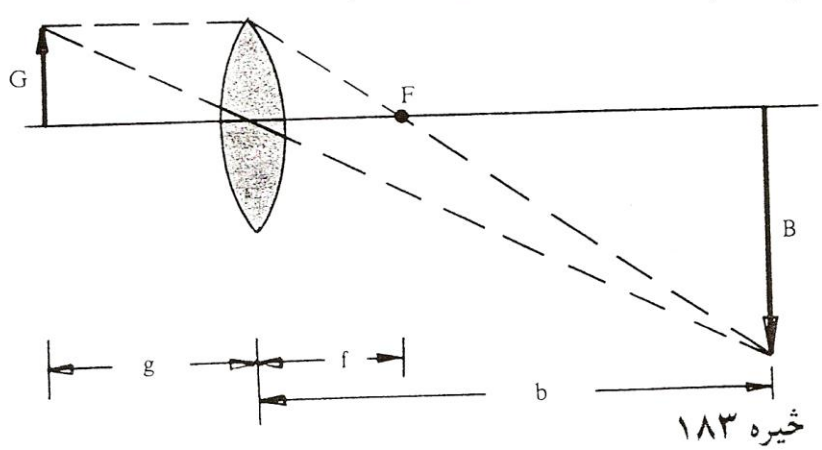
(c) ketabton.com: The Digital Library

لرې، هنداري ته مخامخ ودرېږي.دا هنداره باید څومره کم له کمه جګه وي چې میرمن ځانګه د سترګو جګوالی چې ۶۵، ۱ متره دی ټول لویوالی چې ۷۳ ،۱ متره دی وګوري؟



څیره ۱۸۲

۹ – د یوې لینزې یا عدسی یا سترګی له لارې په څیره کی د نور څیرونی



څیره ۱۸۳

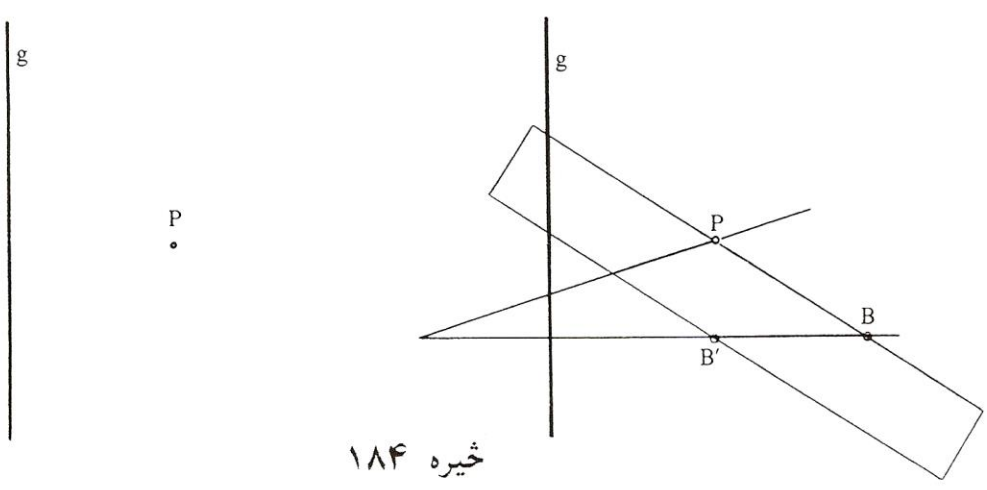
(c) ketabton.com: The Digital Library

جوړښت کتل کیږي. د لینزې یا عدسی لپاره د لینزې یا عدسی
مساوات $(1/g)+(1/b) = (1/f)$ باور لري، پخپله د څیرونی لپاره
مساوات $B / G = b / g$ باور لري(په لغاتو: د څیرې جګوالی د شي جګوالی
سره ځان داسی نیسی لکه د څیرې لریوالی د شي لریوالی ته). دا دواړه
اړیکی د وړانګي له جملی راوباسی !

۱۰ – یو ولاړکونجیز دیاپوزیتیویا مثبت دیاس داړخ اوږدوالی ۶ ،۳ سانتي متره
سره او ۴ ،۲ سانتي متره سره یو و هغه ته غبرګ دیوال باندې پریوزې .
څیورونی لینزې یا عدسی، دا شی ۱۲ سانتي متره له دیاس او ۸۰ ،۴ متره
له دیوال لرې دي. د پریوستون دیوال کم له کمه باید څومره وي ؟

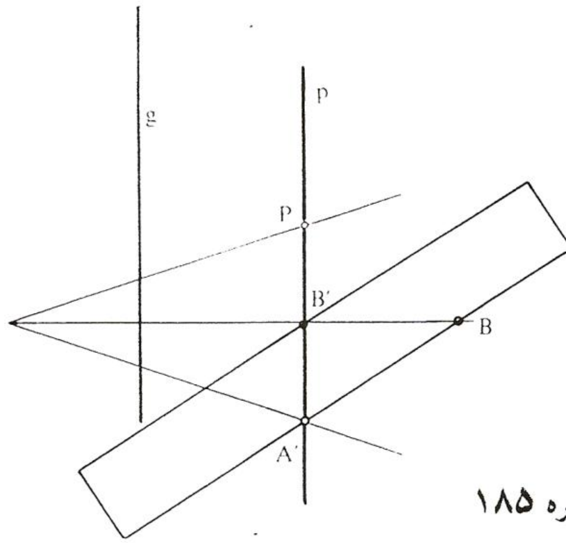
۱۱ – یو د دیوال مربع شکله کړکی، چي اړخ یی ۲۰ سانتي متره اوږد دی له یوه
هغه ته غبرګ دیوال څخه ۱۲ متره لرې ده. د هغی کړکۍ څخه څومره
لرې باید یوه د پرېښنا سرچینه ، چی د ټکي بڼه لري، لرې وي چی له کړکی
تیره رڼا یوه د ۱۶ مترمربع هواره روښانه کړي؟

۱۲ – د کوم مرکزې غزوني سره کیدی شي چی یو ګردي دننه دریګوډی په ګردي
راګیر یا ګردي دباندې دریګوډي باندې څیره شي؟ ګردۍ هوارې یو بل سره



څیره ۱۸۴

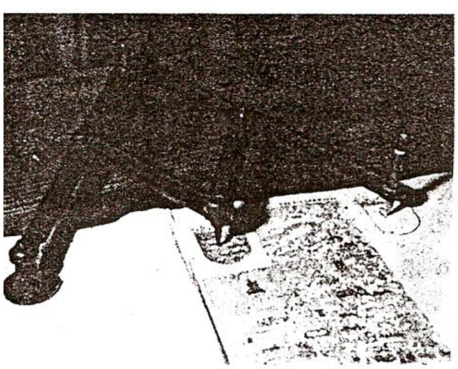
(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره ۱۸۵

په کومه ځاننیونه یا تناسب ځای نیسی یا پرتی دي؟

۱۳ – د دیسارګ (Desarues) د جملی له مخی کیدی شي چی کرښه g په ټکی P جوړه شي ، که ټول رسم الات یوائځي یوه لرګي مته وي (د بیلګي په توګه کرښی یا ختکش) د دوه غبرګو کانتو سره یا اړخونو سره ځموږ په اختیار کي وي. په دلایلو روښانه کړی، چی ولی په پرلپسی ځیرو جوړښت کی د جوړښت لار کار ورکوي.



ځیره ۱۸۶

۱۴ – وښایی چی د هر غبرګ اړخیزABCD لپاره باور لري: که د یوه نیمی د په خوښه ټکي P څخه یوه اړخ ته غبرګه کرښه رسم شي، نوغبرګاړخي منځ ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

راځي، چې ABCD ته منځنی یامرکزې ورته دی. د همغه غزولومرکز چیرته پروت دی؟

په دې خویونو د پانتوګراف(Pantograph) یا په ورځنی ژبه د ځانې ټونګی دا یوه د رسموولو اله ده قانون هم بینا دی. O په رسمتخته تر زیر لاندې راځي . په پینسل P سره د مخه کښل شوي څیرې باندی حرکت ورکول کیږي، نو په دې توګه دا رسمپینسل یو مرکزې یامنځنی ورته څیره رسم کوي

(څیره.) په تې مخ کی کښل شوې ده

۱۵ – په یوه ګردی کی دوه ټوټونی یا زیني یوبل غوڅوي. ټوټی ۱۸ سانتیمتره او ۳۵ سانتي متره دی، د دومی هغه اوږده ټوټه ۳۰ سانتیمتره ده. نا معلومه ټوټه یی وښایی.

۱۶ – څومره لرې سړی کتلی شي

الف) د بحرهوارې څخه ۴۰ متره جګ اندازه ټوکری

ب) د یوه له ځمکی ۲ کیلو متره جګ هوا پوڼکی یاهوا بالون،

پ) د یوه الوتونکی کوټکی چی د سپوږمی هوارې څخه۲ کیلومتره جګه وي(r = 1735 km)؟

څیره۱۸۷

۱۷ – د شکل ۱ (څیره

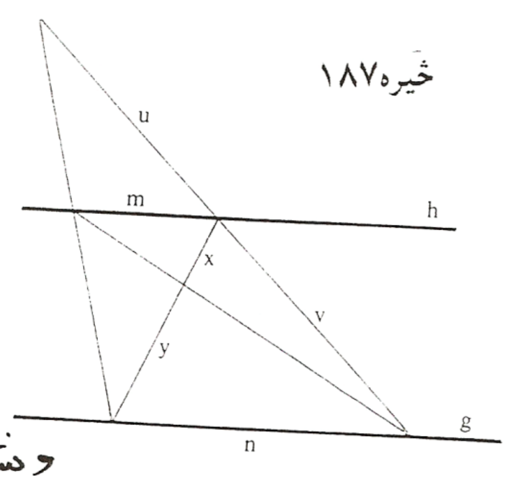
الف) لپاره صدق کوي h || g او

a) $\frac{u}{v} = 1$

b) $\frac{u}{v} = 0,5$

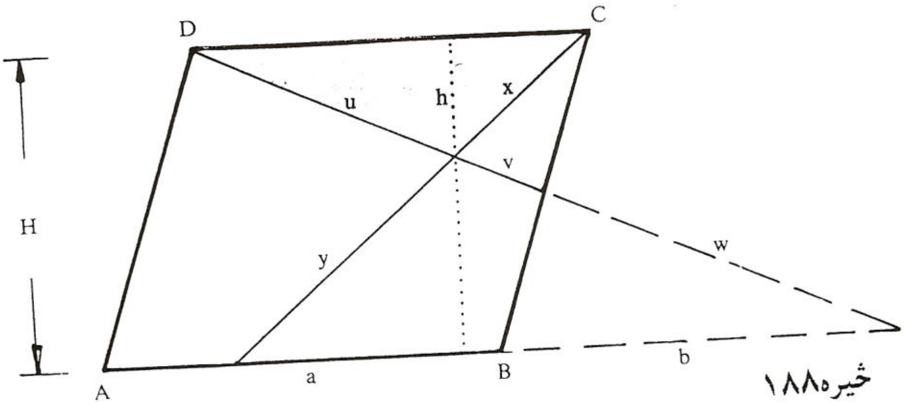
c) $\frac{u}{v} = \frac{2}{3}$

Berechnen Sie $\frac{x}{y}$. دشمیری



(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸ – وشمیری u / v او x / y (ثیره ب)
د غبرګاړخیز ثومه برخه رنګه ده؟



ثیره۱۸۸

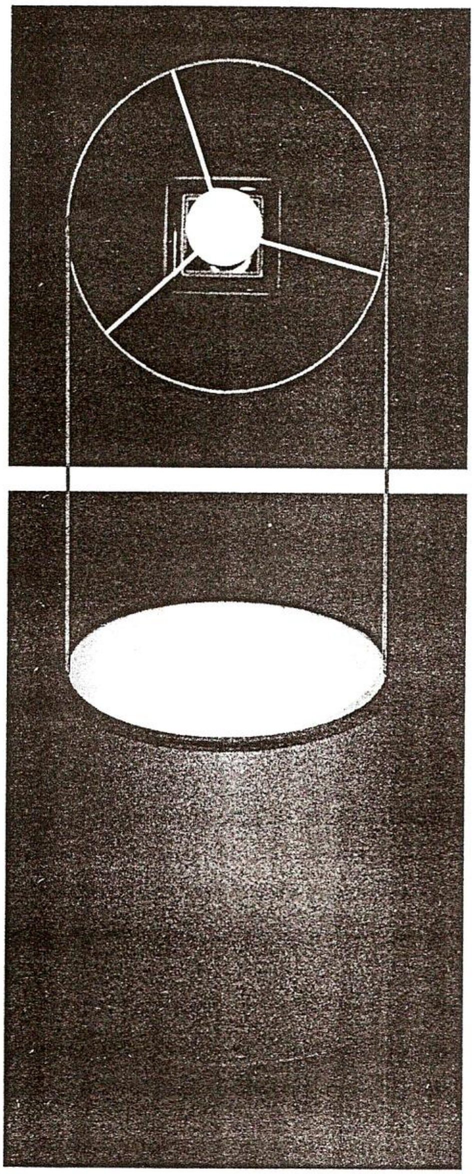
افینی ثیرونی (Affine Abbildungen)

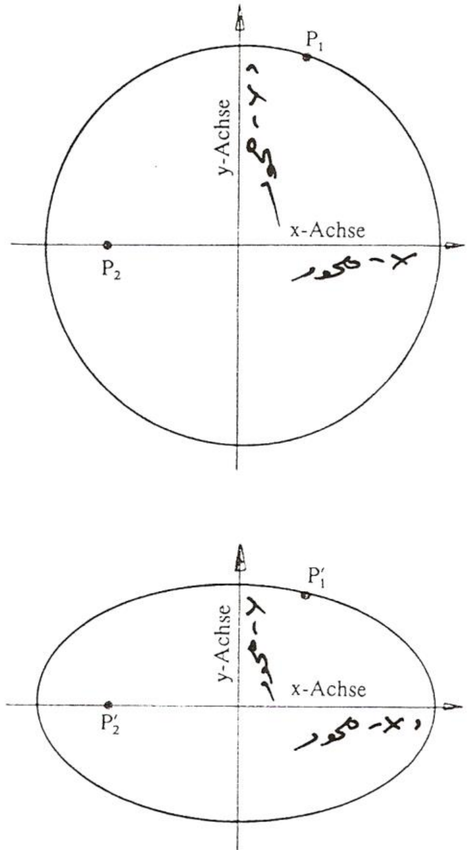
محوري افینیتي Die axiale Affinität

دبیلګي په توګه مو د مخه تیرو درسونو کی وپوښتل، چی ایا موږ له یوې ګردې ښیښنې ټوټې چي لږ ثنډه یي ماته ده یوه بله ګرډی ټوټه چی وړانګه یی له پخوا

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی وي او یا یو ډیرګوډی جوړولی شو، چی سیومتري او په دې توګه ښکلی .





خیره۱۸۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

وي. دلته موږ اليپسي   سره مخامخ شو.
پوښتنه دا ده چې ايا يوه ځيرونه شته چې له ګردۍ څخه اليپسي لاس ته راشي؟
د ځيرې۱۸۹/ دليدلو له مخې داسې خيال راپيدا کيږي، چې ګوندې د ګردۍ او ايليپسي ترمنځ څه خپلوي شته. دا نو بيا دې لاندې پريکړې ته اجازه ورکوي، چې يوه ځيرونه بايد موجود وي چې د ګردۍ ځيرونه ايليپسی شي.
دا ځيرونه بايد کوم خويونه ولري؟
موږ بيا د جوړونې نيونې چې د مخه مو کړې رامنځ ته کوو.
ټولې په پراته(افقي) x– محور باندې پراته ټکې ځاي په ځاي پاتيږي: پس د x– محور د ځاي په ځاي ټکو کرښې ځيرونه ده. د دې په څټ د y – محور ټول ارزښتونه تغير خوري. پس هره y–محور سره غبرګه کرښه ځای په ځاي کرښه ده.
له دې سره موږ د نوې ځيرونې لپاره ټول ضروري خويونه راټول کړل: د افينيتي محورa سره يوه محوري افينيتي $A_{a;g;k}$ ، د لورکرښې(کرښه چې لوری يې څرګندوي لنډ يې: لورکرښه) g او د افينيتي فاکتور $|k| = 0$ مخ ته پراته دي، که لاندې شرايط پوره وي :
۱ – هره کرښه PP' چې له ټکو P او P' تيره وي د g سره غبرګه ځغلي.
۲ – که P^* دPP' او a غوڅټکی وي ، نو لرو : $|P^*P'| = |k|.|PP^*|$.
په دې توګه نو يوه محوري افينيتي، دکرښې –،غبرګ – او ټوټه تناسب يا ځانڼيونه ريښتونې ده. اخرنۍ دا وايي چې په اصلي پايکرښی درې ټکي دا پايکرښه په همغه تناسب يا ځانڼيونه پرې کوي، لکه د ځيره ټکی په ځيره کرښه باندې.

له دې لاندې د محور افينيتي جوړښت ځيړنه لاس ته راځي
۱ – له اصلي کرښې په نخه شوي ټکي (د بيلګي په توګه P) څخه وg سره يوه غبرګه کرښه وباسی او ددې غوڅټکی د افينيتي محور سره د بيلګي په توګه P^* وبولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – له P* څخه $|P'P^*| = k\,.\,|PP^*|$

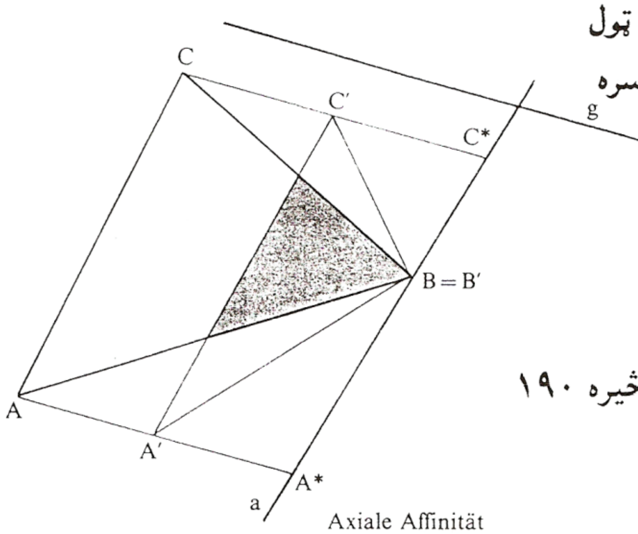
و g ته غبرګي مناسبې کربنې

وکاږئ.

۳ – په دې توګه رامنځ ته شوي ټول

ټکي اصل ته په ورته توګه سره

ونښلوی.

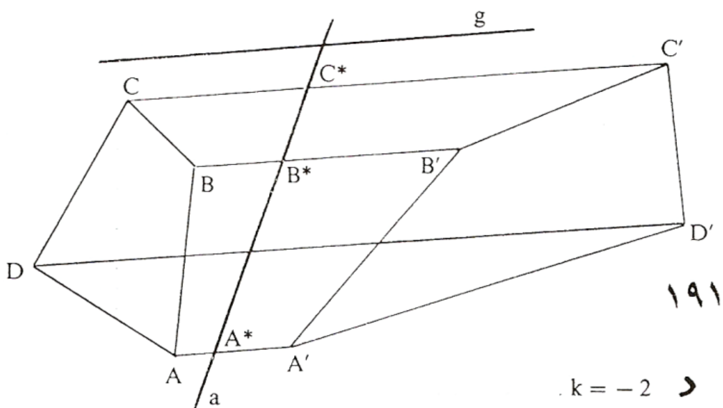


ځیره ۱۹۰

Axiale Affinität

د $k = \frac{1}{2}$

آکسیال افینیتی



ځیره ۱۹۱

د $k = -2$

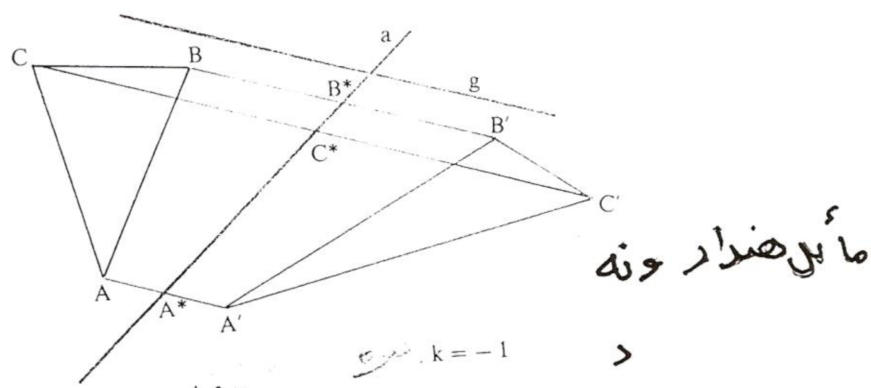
آکسیال افینیتی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $k = 1$ لپاره د هوارې هر ټکی ځای په ځای ټکی دی، ځکه چی ټولی پایکربنی تغیر نه خوري. له دې لرو چی $A_{a;g;1}$ کټمټ یا identisch ایدنتیك دي.
د $k > 0$ لپاره P او *P د a په یوه (همغه) خوا پراته دي(ځیره) ، د $k < 0$ لپاره د a په بدلوخواوو (ش. ۱۵۷)
یو ځیرونه $A_{a;g;k}$ کیدی شي په ځیرووني $A_{a;g\ 1/k}$ بیرته راوکرځي .

مائیل هندارونه

مائیل هندارونه یوه ځانګړې محوري افینیتي ده : د $k = -1$ لپاره لریوالی یا فاصله |*PP| همدومره ده لکه لریوالی یا واټن یا فاصله |*P'P| . پس مائیل اینونه محوري افینیتي $A_{a;g;-1}$ ده.



ځیره ۱۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

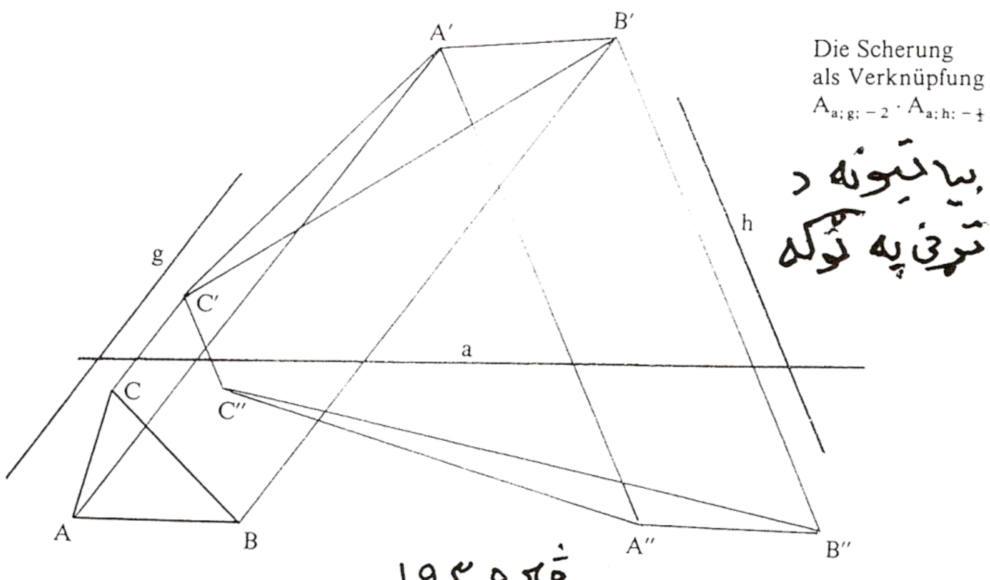
: محوري افينيتي(يو بل سره) ترلو ځانګړي حالتونه:

ياتي كوونه يا بياتيونه Scherung

: دوه محوري افينيتى(يوبل سره) ترل، چې همغه افنيتي محور a ولري،g او h
ختلفلوري محورونه او يو بل ته مخامخ افينيتي فاكتورونه k او 1 / k ولري، نو
ياتيونه(بياتي كونه) ورته وايو.

ياتيونه(يوبل سره)
: ترلو په څير:

$A_{a;g;-2} \cdot A_{a;g;-½}$



شمیره ۱۹۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

په بیاتیونی کی، لکه څنګه په مائیلی اینوني کی د هواری دننه بی تغیره پاتی کیږي، سره ددې چی د یواځنیو یا ټولو شکلونو تغیر خوړلی شي. (تمرین وګوری)
په عمومي توګه د څیرې – او اصلي هوارې لپاره په یوه محوري افینیتي کي باور لري : $F'=|k|.F$, او یو په بل پسی کارونو یا عملیو اجرا کولو کی هم په همدې ډول
$F' = |k._{...}.k|.F$:
دا په دې مانا، چی محوري افینیتي په عمومي توګه هوارې رینښتونی نه ده.

محوراینونه

محوراینونه یوه محوري افیتي ده له $k = -1$ سره. (څیره ۱۹۲ وګوئ)

کونګروانیخ څیرونه
هره کونګروانیخڅیرونه کیدی شي له محوراینونی یوځاي راټوله شي.

منځنی راکښنه(راکښل)
هر منځراکښنه یو افڤینه څیرونه ده.

په عمومي ډول لاندې لاس ته راځي

د ټولو کونګروانیخ څیرونو، ورته څیرونو او محوري څیرونو ډیري، د ټولو افڤین څیرونو ډیری ورکوي. که افینڅیرونی یو په پسي اجراشي یو ګروپ جوړوي، داسی په نامه افینګروپ. (ګروپ دې د کتاب په پای کی وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – یو دریګوډی ABC دې په یوه افین هوارمساوي باندې داسی واړول شي، چیرته چی $| AB | = | AB' |$ او .

۲ – په دریګوډي A(3|5) ,: B(5|4) ; C(3|1) باندې یو محوري افنیتي داسی وکاروي یا استعمال کړی، چی A'(-3|1) او y– محور د افنیتي محور وي.

۳ – د ګردی ځیره د M(2|3) او r = 3 cm سره وټاکی ، که د x–محور د افینیتي محور وي، په ۱ او ۳ کوادرانت یا څلورمه کي لورکرښه او k = 2 د افنینتي فاکتور یا –ځل وي.

۴ – یو دریګوډی په هوار مساوي پنځه ګوډي واړوی.

۵ – یوه ګردی دې د نیمي d = 12 cm او د افنینیتي فاکتور k= ½ سره افینځیره شي. د راپیدا ایلیپسی د هوارې دننه وشمیری. (دوه یو په بل ولاړ محورونه افینیتي محورونه دي چی له منځټکي او لوریزکرښی څخه تیریږي)

۶ – یو تریخ ABCD جوړکړی له a = 8 cm ; c = 3 cm ; d = 5 cm او 40° = ∢ . په دې محورې افینیتي لارښوده کړی، چی د افنیتي محور یی د تریخ منځلاین وي، چی د لورکرښه یي د هغي سره ۵۵ درجي کونج جوړوي او د افنیتي ځل ا –فکتور یی k = 3 /2 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چی په هواره یا په هوا کی دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې (مونږ یې تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چي په ۱۶۸ م کال کی مړ شوی او بیا له هندي او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونی یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونی، نقشو علم، او ابادی او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کی مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کی نغښتی، چی د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي (پام دې وي، چی دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښنه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی (دې ته دې پام وي چی ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چی په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟

پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځاننیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

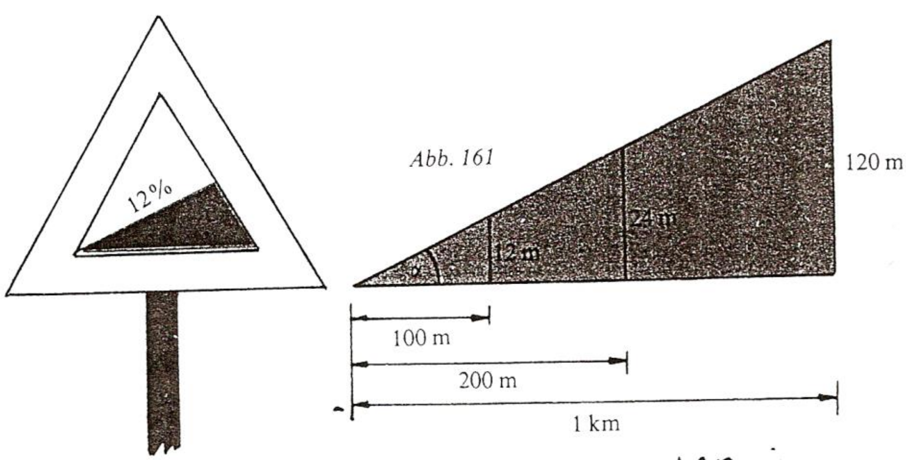


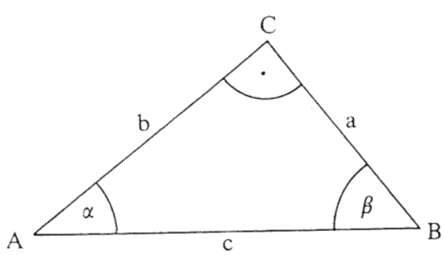
Abb. 161

ذخیره ۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوړی یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نورې لوحي هم زوړندې وي.
په همدې ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لارې هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.
تریگونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جگوالي تناسب) د پیچومي یا جگوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جگکونج چی سلییز پیچومی یا جگوالی ټاکي. په دې ډول په سلو کی ۱۲ جگوالي سره د پیچومي کونج په لاندې ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلگه کي څرگندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریگوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریگوډیو تناسب یا ځانښیونه د کونج په بلواکسی یا اړتوب ښایي. زیات وخت هیوپوتینوزې (اورډاړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نورې دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

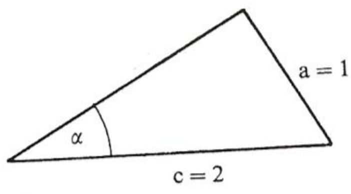


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندې جملی باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ساینبلواک :sinusfunktion بلیگه:

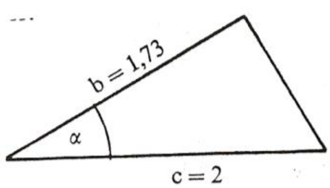


$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$

خیره ۱۹۶

کوساینبلوک Cosinusfunktion بیلگه:

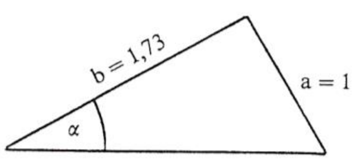


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواک Tangensfunktion بیلگه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

خیره ۱۹۸

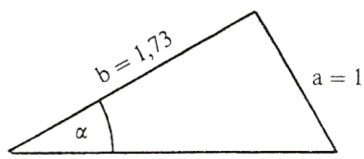
$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوړي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بیلګه



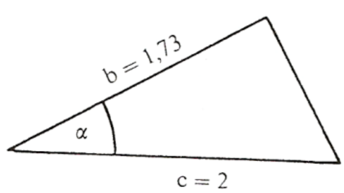
$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

خیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1{,}73}{1} = 1{,}73$$

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك کارول کیږي

سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه



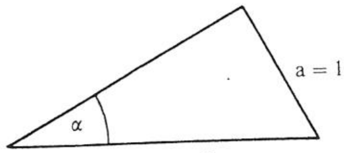
$$\sec \alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزې}}{\text{پرته کاتیت}}$$

څیره ۲۰۰

$$\sec 30° = \frac{2}{1{,}73} = 1{,}156$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسیکانسبلواك Kosekansfunktion بیلګه:



$$\mathrm{Cosec}\,\alpha = \frac{c}{a} = \frac{\text{هیپوتینوزې}}{\text{مخامخ کاتیت}}$$

ځیره ۲۰۱

$\mathrm{cosec}\ 30° = \frac{2}{1} = 2$

مورږ به زیات وخت لمړنی درې یا په همدې توګه لمړنی څلور بلواکه د کارونی لپاره راونیسو یا وکاروو.

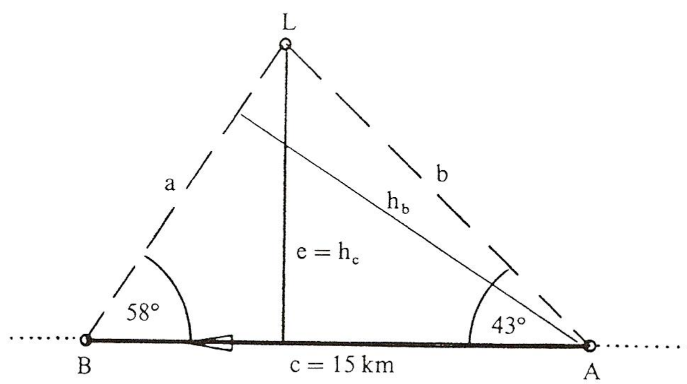
په خوښه دریګوډیو کی شمیرنه

سره له دې چی کونجبلواکي یواځی په ولاړکونجیز دریګوډې کی باید تعریف کیږي، خو بیا هم برسیره پر دې استعمال یا کارونه مومي. د پیچومي یا جګوالی په جوړولو کی هر دریګوډی په ولاړو برخه دریګوډیو تجزیه یا ټوټه کیدی شي. په اخرني هنري، د مخکني مرستندوي، همدې منځ ته راوړو پایکرښي وینا وي د پیل دریګوډي باندې لاس ته راځي او په هغه کی د ورکړشوو کونجونو.

پیلبیلګه
یوه کیښتی د رڼاډزکړي(کله چی کښتی له ستونځو مخامخ شي او یا یوې بلی کښتی یا یو بل څه ته که یوه کښتی وغواړي خبر ورکړي، نو یوه توپانچه شته چی له هغی داسی ډز کیږي چی له لرې څرګندیږي او نورې خبر ورته لیږونکی په دې پوهیږي، چی څه پیښ شوي دي). دلته $43° = \alpha$ د تګ په لور اندازه کیږي او له

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه تک پایکربښي $c = 15\ km$ او کونج $\beta = 58°$ وروسته.
په دوم ډز کی کیښتی له ډز رڼااور ښخه څومره لرې ده؟
د A ښخه و B ته د کیښتی نزدې واټن e د ډزرڼااور ښخه څومره لري دی؟
په A کی له اور ښخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 79°$; $\sin\beta = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبېول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959\ km$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې مرستندوي لویې له منځه ځي او باور لري:

د ساین جمله :

په خوښه دریګوډي کې د اړخونو ځاننیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځاننیونه یا تناسب دی.

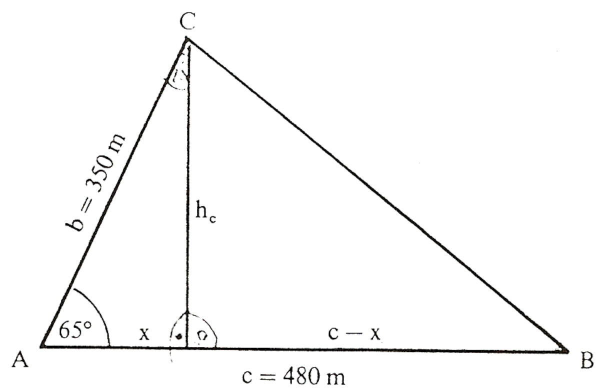
$\sin\alpha / \sin\beta = a / b$ $\sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$
او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ښندوي.
د B څخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی. د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^{\ 2} + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

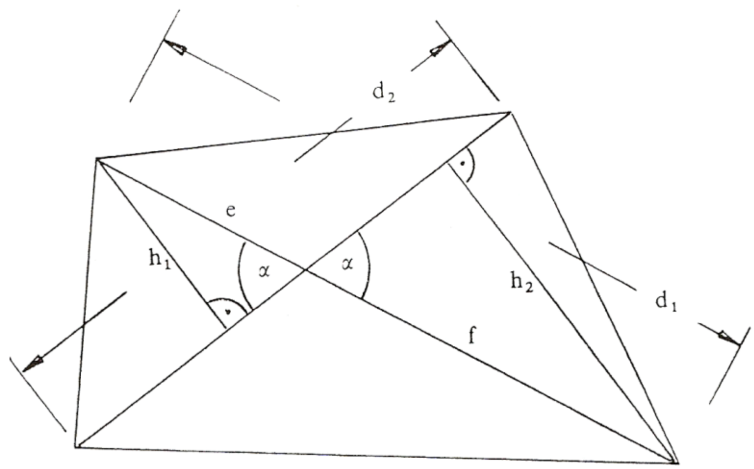
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_1 = e \cdot \sin\alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2 (e + f) \sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1\, \sin\alpha$$



څیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تريګونومتريکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وويل، چی کونجبلواك، نه يواځی د دننه لورته تيرو دريګوډيو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشريحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه يا هدف تر لاس کړ.

دا پراختيا ځنګه تصور يا د خيالوړ کيدی شي ؟

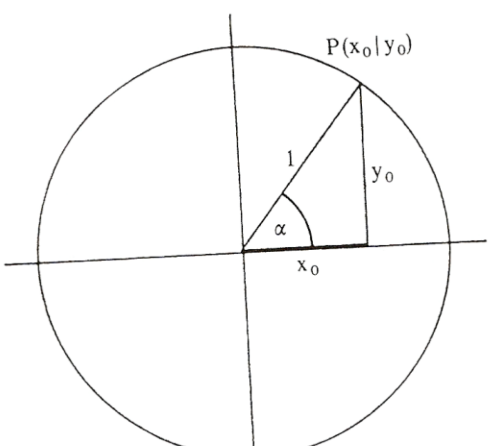
(c) ketabton.com: The Digital Library

په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردی ووهي چی وړانګه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، څکه چی وړانګه یی یو یوون دی) او د ګردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چی د هغی یو کونج د ګردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (ښیره ۲۰۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجټکی $P(x|_0y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوریډرځونو په ښیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په ښیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشي.



ښیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

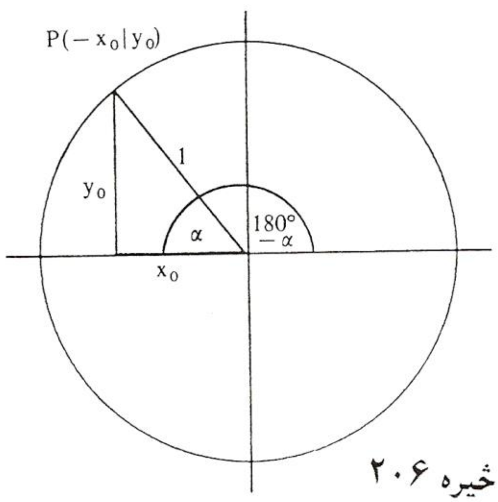
(c) ketabton.com: The Digital Library

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاهیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو
کونج α جوړ کړي، یعنی ښتریکونج یی α - °180 وي.
د « سیوروڅیرو» څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

ځکه چی دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.



خیره ۲۰۶

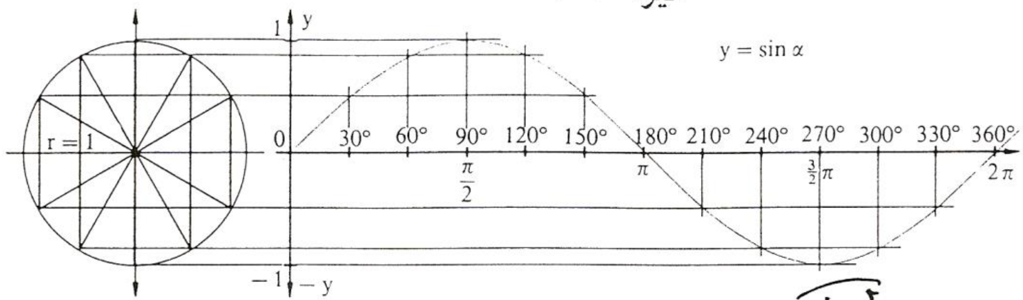
په ورته توګه لاس ته راځی :

$$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$$
$$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچینی کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواك تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

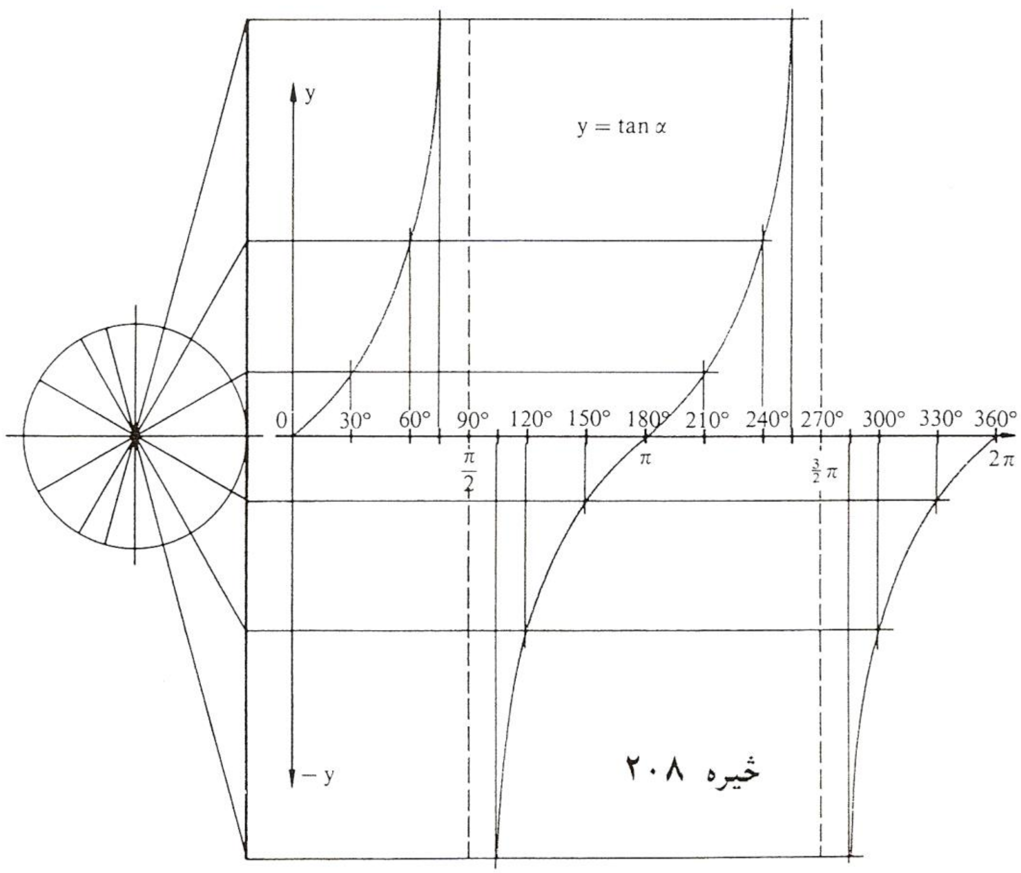
(c) ketabton.com: The Digital Library

شیره ۲۰۷



Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1;\ 1]$

د ساین کږه

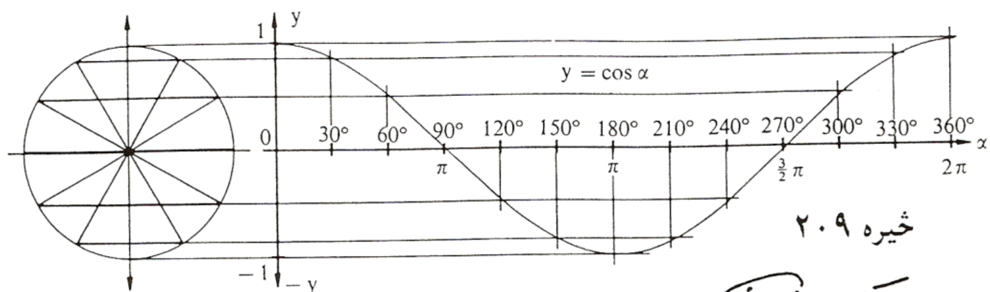


شیره ۲۰۸

Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

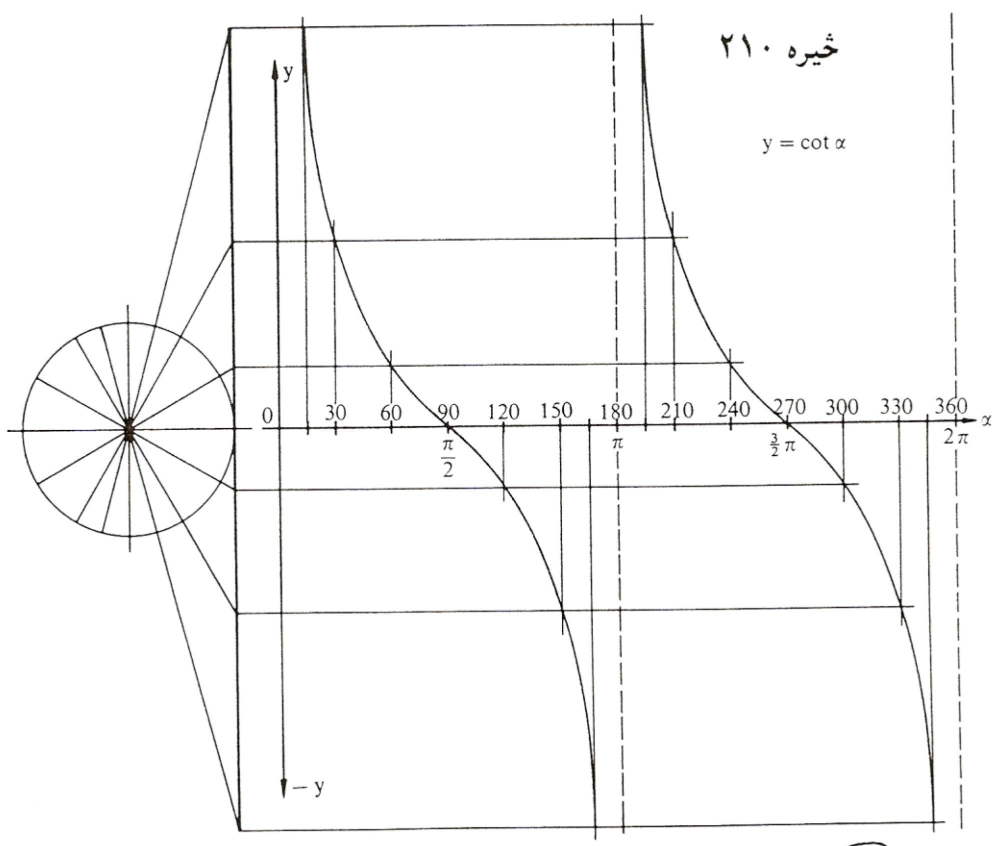
د تنجنت کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

دکوساین کږه



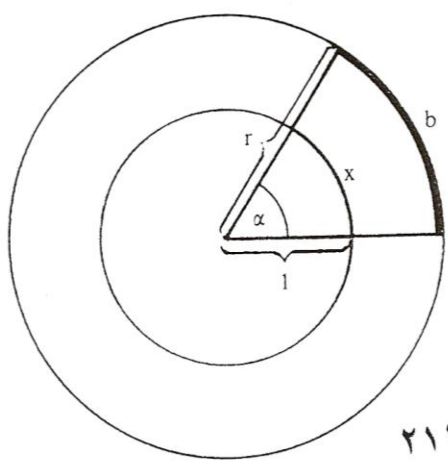
Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

دکوتنجنت کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره ګردی ښايي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چی په ګڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون ارزښتڼیری ریپلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زيات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.



خیره ۲۱۱

کونج لويي په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کی اینښودل کیږی (د بیلګي په توګه sin) ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زړه درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګرديبرخوکی وښوول شو (ګرديبرخی د مخه څيړل شوي دي) چی هر کونج پورې يوه ګردبرخه يا ګردی لينده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج ∝ پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چی په چاپېرۍ کی ځانګړهمداسی نيسي لکه په پيل کی∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګرديګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $\propto = 60°$ له ګردی د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردی لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردی چاپيری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګرديلينده

$$b = 10\pi .60° : 360° = 5,236 \text{ cm}$$

غوڅوي. دا ګردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څېر يا برعکس کونج ګرديلينده

$$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047 \text{ cm}$$

غوڅوي» د دې ګردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلګي څرګندېږي، چی لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديلیندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°).\pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\, 180° = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړيدى شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه رييلګڼونه پرېښوول شوي.

بيلګى :

$$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)} \qquad \alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236 \qquad \alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \qquad \alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708 \qquad \alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چې لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راځرګنديږى يا بهتره څنګه ځانونه نيسى. ددې لپاره چى دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چى د کونجبلواک ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفېدېري ته، په لينده کچ راتلى شو. دا کونجبلواک پريوديکى يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواک دى، دا په دې مانا، چې د بلواک ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

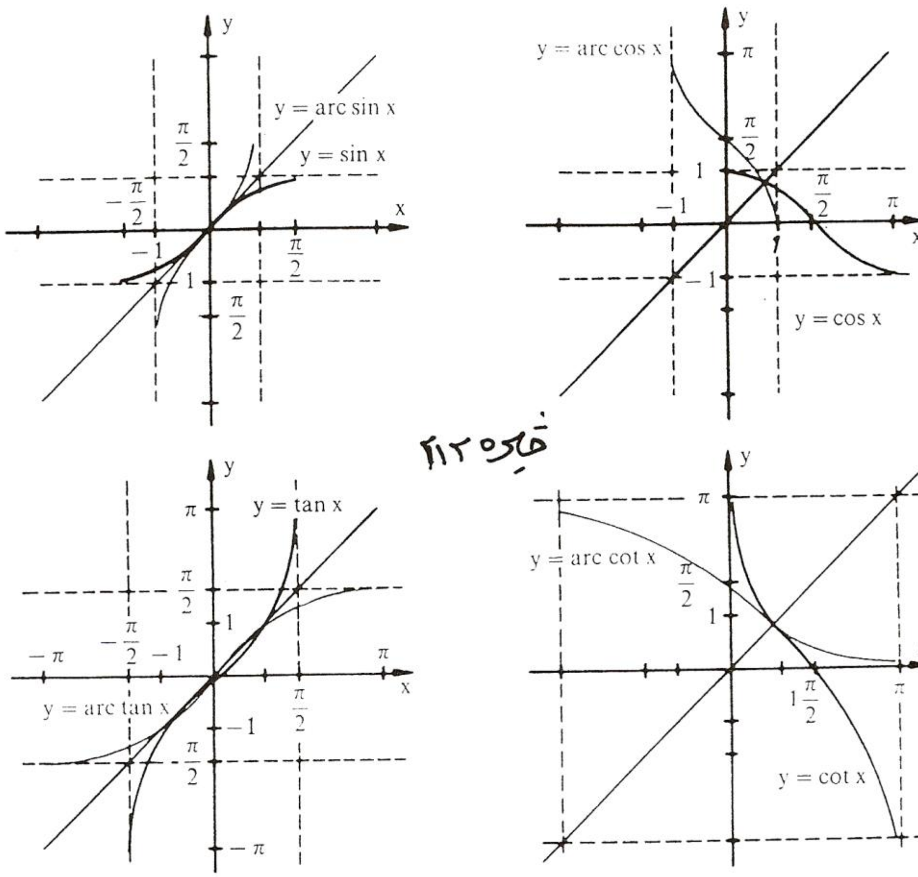
مختلفو واټونو وروسته، بلواك ارزښتونه تکرارېږي. د دې لپاره چې په ځړکېدنه ممکن شي، نو باید د خپل تعریف ډیری په یوه برخه ډیري رابند یا محدود شي.

تعریف : د یوه (رابند یا محدود) تریګونومتریکي بلواك په څټ بلواکونه ارکوس بلواك Arcusfunktion بلل کیږي یا څیکلومتریکي بلواك (لاتین :ارکوس Arcus = Bogen = لینده)

دلته (arc sin(x لوستل کیږي »دx ارکوس ساین. د کونجبلواك تعریفډیری دلته اړونده ارکوسبلواك ارزښتډیری دی او په څټ ارګومنت یا تعریفډیری دلته تل یو ریبلګڼ دی.

Trigonometrische Funktion تریګونومتریکي بلواك	Arcusfunktion ارکوسبلواك
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\vert -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\vert -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\vert -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\vert -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څېره ۲۱۲

Beispiele: بېلګې :

1. arcsin (0,8) $= 0{,}9273\,(\text{rad}) = 53{,}13°$

2. arccos (1) $= 0\,(\text{rad}) = 0°$

3. arctan (− 100) $= -1{,}5608\,(\text{rad}) = -89{,}43°$

4. arccot (− 70) $= -0{,}0143\,(\text{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواك و ارکوسبلاك يو د بل په ځتې بلواك دي نو باور لري٠

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

يعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جبشميري کارونی يا استعمال لپاره

داچې پخوا معمول جدولونه د بلواك تعريفېدېري او ارزښتېدېري شميرلو لپاره له کاره غورځول شوي دي او دنده يې ايلکترونيکي ماشينونو نيولی ده، غواړو چې د جبشميري استعمال په هکله هم څه ووايو

کورکمپيوتر زيات وخت داسې فنکشنونه يا بلواکي لري يا وظيفې په کلك اختيار کې لري، چې د درجې اوړون په لينده کچ او په څپ کوي، مګر شميردرځ په توګه بايد د شميرونکی په پروګرام کی ځای په ځاي شوی وي.

پوره اسانتياوې او زياته کارونه د جبشميرې په غاړه پرته ده، دلته دې توکمې د < .... > سره په نخښنه شي:

په قاعده کې دريې بلواك ورکړشوي دي : < sin > ; < cos > ; < cot > کوتنجنت بيا داسې شميرلکيدی شي، د < tan><1/x > . د < INV > – توکمي سره سړی ارکوسبلواك ته راځي: نو < INV><sin > ارکوس ساين دی. په عمومی توګه کونج – بې پروا که په لينده کچ او يا درجه کچ ورکړ شوي وي – بايد د فنکشن له مخه ورکړ.

بيلګې

١ لاندې جدول همغه د کارونی يا اتعمال لپاره د جبشميري چمتووالی ښای :

Winkelmaß کونجیچ	TR-Modus په نخښونه	Beispiel بیلګه
Altgrad زړه درجه Neugrad نوې درجه Bogenmaß لینده کچ	DEG GRAD RAD	$\sin 45^{\circ} = 0{,}7071$ $\sin 50^{g} = 0{,}7071$ $\sin \frac{\pi}{4} = 0{,}7071$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. Zu ermitteln	Tastenfolge	Anzeige im Display	Modus
sin 45°	45⟨sin⟩	0.707106781	DEG
$\sin \frac{\pi}{6}$	⟨π⟩⟨:⟩6⟨sin⟩	0,5	RAD
cot 30°	30⟨tan⟩⟨1/x⟩	1.732050808	DEG
arccos 0,5	0.5⟨INV⟩⟨cos⟩	60(°)	DEG
arccos 0,5	0.5⟨INV⟩⟨cos⟩	$1.047 = \frac{\pi}{3}$	RAD
arccot 2	2⟨1/x⟩⟨INV⟩⟨tan⟩	26.56505118°	DEG
sin 220^g	220⟨sin⟩	−0,3090	GRAD

دلته مهم دی، چی جبشمیری په همغه ټاکلي یوون ترتیب شوی وي. یو «د مخه ټاکنه» (د «مودوس ټاکنه») د زاړه – یا نوي درجی همدا ډول لینده کچ، د ډیرو جبشمیریو مودلونو سره د تکمی <DRG> څخه لاس ته راځی یا د بیلګي په توګه . < MODE >

د ورکړشوي درجه ګڼ اوړون په لینده کچ د < <- DRG > سره سورت نیسي.
بیرته یا په ختڼ سړی داسی راځي- لکه چی لرل مو- د <INV> – تکمی سره.

بیلګی

60°	⟨DRG⟩	60(rad)
60	⟨DRG⟩	60(grad)
60°	⟨DRG →⟩	1.047197551(rad)
1.047197551	⟨DRG →⟩	66.66666667(grad)
66.66666667	⟨DRG →⟩	60°
60°	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	66.66666667(grad)
66.66666667	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	1.047197551(rad)
1.047197551	⟨INV⟩⟨DRG →⟩	60°

دلته ګراد نښونه (gard) نوی درجه ده یعنی ګون(gon).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنی جشميري په دې برسيره نور زيات امکانات هم لري ، نتيجی يی په ګراد دقيقی، ثانيي اويا لسيز سيستم ورکړ شوي دي. بدلون بيا د تکمی <DMS-Dd> سره صورت نيسي:

26.75° 30°15′	⟨inv⟩⟨DMS – Dd⟩ ⟨DMS – Dd⟩	26°45′ 30.25°

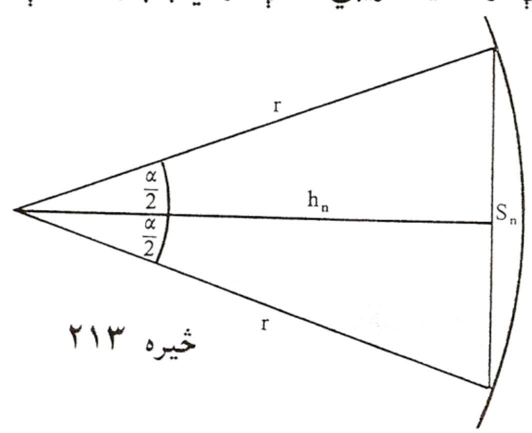
د " 30° 15" " ورکړه کيدی شي د جبشميري سره مختلف بدلون ولري دلته دې د جبشميری د لاس کتاب څخه ګټه واخستل شي (يادونه: زه پوهيږم چی داسی شيان موږ متآسفانه په خپل هيواد کي نه لرو ، خو په هر صورت يي ليکل ضرور دي، دا پرمختګ موږ هم خپل شاته نه شي پريښوولی)

پيلبيلګه: دلته دې S_n د يوه منظم n– ګوډي د اړخ اوږدوالی وي، چی په يوه ګردی کی چی وړانګه يی r = 5 cm ده، راګير دی.

الف) وښايي چی

$$S_n = 2r \cdot \sin(180° : n)$$

ب) د يوه داسی n– ګوډي چاپيری U_n وشميری ، چی n = 8;16;32;128 وي، او په نږدې توګه يا تقريبي د دې ګردي چاپيری د دې وړانګي r سره وښايي .



شیره ۲۱۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په همدې ډول n– ګوډي له هوارو A_n څخه په نږدې توګه یا تقریبي د ګردي ـــ هواره A وښایي .

اوبې (حل : هر n– ګوډي کیدی شي په n مساوي دریګوډیو توټه کړی شي.
د هغو د څینتریکونج ∝ لپاره باور لري n / $360° = \alpha$. د جګی یا جګوالی h_c د کښلو سره په هر مساوي پښیز دریګوډي کي ولاړکونجیزې نیایی د څنتریکونج یا منځکونج سره لاس ته راځي :

$$\frac{\alpha}{2} = 360° / 2n = 180° / n$$

بر سیره پر دې صدق کوي

$$(S_n /2) / r = \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow S_n = 2r . \sin\frac{\alpha}{2} = 2r . \sin(180° / n)$$

b) $U = n.S_n = 2r.n.\sin(180°/n) = 10n.\sin(180° / n)$

د ارزښتشمیرنو د غلطۍ مخنیوی لپاره همدفمند یا موخه ور دی، که په دغه همغه لړپیرلپسی تکمی وکارول شي یا استعمال شي .

180° ⟨STO⟩ ⟨:⟩ 8⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 8⟨·⟩ 10⟨=⟩ 30.614675
⟨RCL⟩⟨:⟩ 16⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 16⟨·⟩ 10⟨=⟩ 31.214452
⟨RCL⟩⟨:⟩ 32⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 32⟨·⟩ 10⟨=⟩ 31.365485
⟨RCL⟩⟨:⟩ 64⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 64⟨·⟩ 10⟨=⟩ 31.403312
⟨RCL⟩⟨:⟩ 128⟨=⟩⟨SIN⟩⟨·⟩ 128⟨·⟩ 10⟨=⟩ 31.412773

پ) د ډیرګوډي هواره د دریګوډیو هوارو د یوځایوالی څخه لاس ته راځی
د هر دریګوډي هواره ده: $0,5 .S_n . h_n$. د

$$h_n = r.\cos(180° / n)$$

او

$$S_n = 2r . \sin(180°/ n)$$

له امله داسی دی

$$A = n \cdot 0{,}5 \cdot s_n \cdot h_n = n \cdot \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \cdot r \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{n}\right).$$

$$A = r^2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \cos\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = r^2 \cdot n \cdot 0{,}5 \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)$$

له دې سره د نرې [illegible]

```
360° ⟨STO⟩ ⟨:⟩   8 ⟨=⟩ ⟨SIN⟩ ⟨·⟩   8 ⟨·⟩ 12.5 ⟨=⟩ 70.710678
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩  16 ⟨=⟩ ⟨SIN⟩ ⟨·⟩  16 ⟨·⟩ 12.5 ⟨=⟩ 76.536686
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩  32 ⟨=⟩ ⟨SIN⟩ ⟨·⟩  32 ⟨·⟩ 12.5 ⟨=⟩ 78.036129
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩  64 ⟨=⟩ ⟨SIN⟩ ⟨·⟩  64 ⟨·⟩ 12.5 ⟨=⟩ 78.413712
     ⟨RCL⟩ ⟨:⟩ 128 ⟨=⟩ ⟨SIN⟩ ⟨·⟩ 128 ⟨·⟩ 12.5 ⟨=⟩ 78.508279
```

د یوه جشمیرې سره ، چې له یوې زخیرې زیاتی ولري ، لکه چی پام به مو ورته کړی وي ، د کونجونو برسیره نورې ثابتي هم زخیره کیدی شي» په یوه منظم پروګرامونړ ماشین سره کیدي شي چي د دا ډول شمیرنو لپاره د ګوډونو ګڼ څخه ت شو یا د ګوډونو ګڼ باند ې صرفنظر وشي .

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چی یوه کونج بلواك تعریفېدیری یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چی د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.

د لاندې خویونو لمړی ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

په تریګونومتریکي بلواکو کې هیله ده ، چې د پوتنځ لیکدود په پام کې ونیسی.
په لاندې پاملرنی سره :

$$\sin^2 x = (\sin x)^2 \neq \sin(x^2) = \sin x^2$$

په لاندې کې gegeben ورکړې او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړې / gesucht غوښتونې	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$

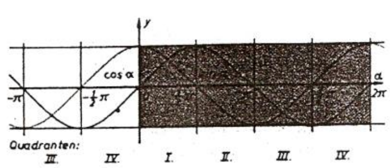
$\cos x$	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	$\cos x$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
$\tan x$	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	$\tan x$	$\dfrac{1}{\cot x}$
$\cot x$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	$\cot x$

لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کې تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجې) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجې ($180°$)) لري.

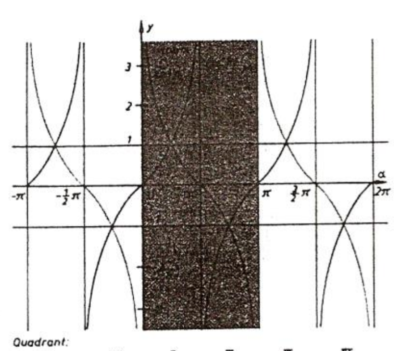
$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$



خیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن پیریودیک راګرځیدنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجنت او کوتانجنت فنکشنونو پریود یا تل بیرته راګرځیدنه:

بیلګې:

بیلګې :

$$
\begin{array}{lllll}
\sin 50^\circ & = \sin(50^\circ + 360^\circ) & = \sin(50^\circ - 720^\circ) & = 0{,}76604 & \\
\cos -30^\circ & = \cos(-30^\circ - 360^\circ) & = \cos(-30^\circ + 1080^\circ) & = 0{,}86603 & \\
\tan 2{,}5 & = \tan(2{,}5 - \pi) & = \tan(2{,}5 + 5\pi) & = -0{,}74702 & \\
\cot 10 & = \cot(10 + \pi) & = \cot(10 - \pi) & = 1{,}54235 & \\
\sin 35^\circ & = \sin(180^\circ - 35^\circ) & = -\sin(180^\circ + 35^\circ) & = -\sin(360^\circ - 35^\circ) & = 0{,}573576 \\
\cos 35^\circ & = -\cos 145^\circ & = -\cos 215^\circ & = \cos 325^\circ & = 0{,}81952 \\
\tan 0{,}6109 & = -\tan 2{,}5307 & = \tan 3{,}7525 & = -\tan 5{,}6723 & = 0{,}700208 \\
\cot 0{,}6109 & = -\cot 2{,}5307 & = \cot 3{,}7525 & = -\cot 5{,}6723 & = 1{,}428042
\end{array}
$$

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو، نو برسیره پر دې روښانیږي:

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلګې:

	α	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	− 0,573576	− 0,573576
cos	0,819152	− 0,819152	− 0,819152	0,819152
tan	0,700208	− 0,700208	0,700208	− 0,700208
cot	1,428148	− 1,428148	1,428148	− 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځې د جبشمیرې یا کمپیوټر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

دلته د همداډول یا همداسي په معنا دی

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x)   cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x)   cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – ß = 90° له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس ته راتلی شي.

دا له خیرو   څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، ځکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2 x = کرښی ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له خیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos (x) = \cos (-x)$$

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

$$\sin (x) = -\sin(-x), \tan(x) = -\tan(-x) ; \cot (x) = -\cot(-x)$$

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

بیلګی:

$$\sin 60° = -\sin (-60°) = 0{,}86603$$
$$\cos 0{,}75 = \cos(-0{,}75) = -0{,}70711$$
$$\tan 150° = -\tan (-150°) = -0{,}57735$$
$$\cot 1{,}3 = -\cot(-1{,}3) = o{,}27762$$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینې نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډېل تعریفدېرې پورې ساده ډېل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$$\sin 30° = 0{,}5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو پو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x .\cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin (x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2 . $\cos(x + y) \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

2 '. $cis(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x \cdot \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

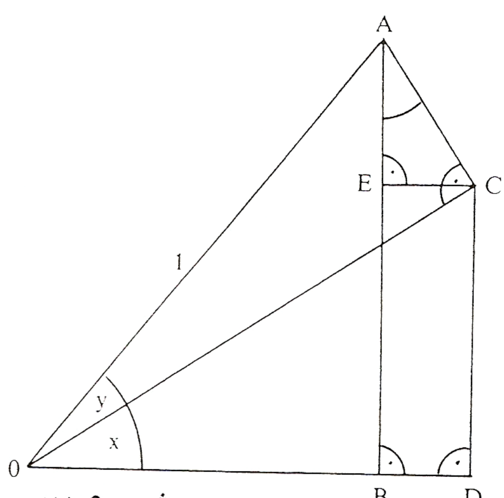
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9'. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10'. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x+y); \quad |OB| = \cos(x+y)$

$$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

$$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسېره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$

$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x+y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1'. **2'.**:

3. **4.**: $x = y$. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

پس لرو

$$\sin x = \sin(z+t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

همداسې

$$\sin y = \sin(z-t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه مخ ته ځي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x+y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ریښنه نیوني له لارې ښوونه لرو

په (*) $\sin^2 z/2$ کې $1-\cos^2 z/2$ کېږده:

۹ – ۱: دا اړیکې له ۱ او اوم او تانجنت پیژند څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لكه چي په پيل كى مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيرې پيښي شته دى چي تل بيرته راكرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړى د ساينبلواك د ۱– او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلي لور داواقعي د كونج په واك كى نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنى سره، چى دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدى. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيخير شي يا يى بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغى تاثير په لاندې ليدنه كى راټول شويدي، ګراف يى ورزياتى خيرونى لپاره دى. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوساين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوى وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بیلګی	دکارونی ساحه	تاثير	بلواك
ځیره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		$y = \sin (x)$
ځیره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شپیالونګ یو په بل پرلوتل	د y – لور پاندې راکښنه	$y = \sin(x) +d$

$y = \sin(x+c)$	د فاز تغییر یا ځای بدلون	په بدل برېښنا جریان کې د برېښنا او تشیالونو تغییر ښودل شوی	ځېره ۲۱۹
$y = a \cdot \sin(x)$	د امپلیټود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	د یوه پندول خوځېدنه	ځېره ۳۲۰
$y = \sin(bx)$	د یو دوره تغییر یا بدلون $b>1$ سرعت $0<b<1$ په کرار کېدل $b<0$ په شا ګرځېدنه کم مخور دی	د یو [illegible] ځېرونه په یوه وخت دا دي چې [illegible] الوتکه او الوتکي	د ځېره ۲۲۱
$y = a \cdot \sin(bx+c)+d$	عمومي حالت	کمپلکس پریوديک جریان یا عمل	ځېره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره ځېره بله کړی

$4°6' = 4,1°$; $10°, 5' = 10°30$

a) $6,75° =$ b = $120,48° =$ c) $-75,65° =$

d) $52°16' =$ e) $97°13' =$ f) $44°44'\,44'' =$

۲ – په درجه کچ ي وليکی

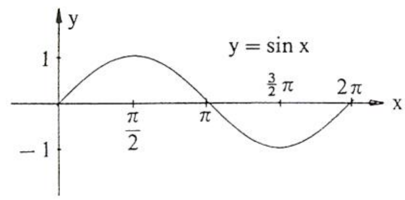
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x\,(2/3)\pi$

d) $x = 4$ e) $x = -3$ f) $x = 4,7$

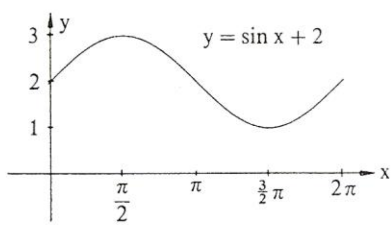
۳ – په لينده کچ يی وليکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

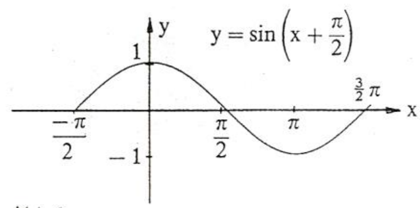
(c) ketabton.com: The Digital Library



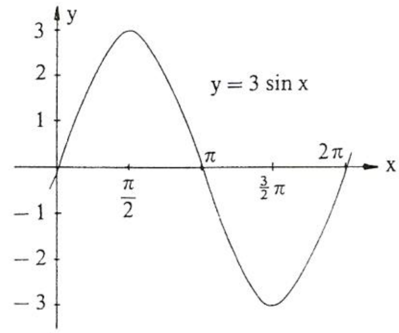
ثیره ۲۱۷



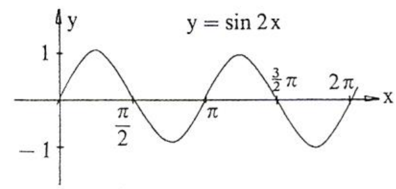
ثیره ۲۱۸



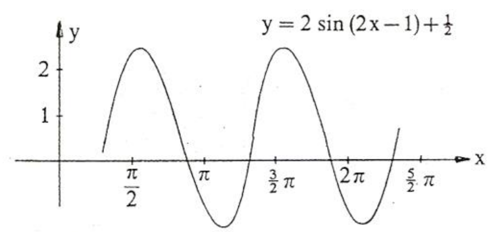
ثیره ۲۱۹



ثیره ۲۲۰



ثیره ۲۲۱



ثیره ۲۲۲

د دي بلواك ګراف د ساين كرښي $y = \sin x$ څخه لكه چي ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله كيدل

۲ – د نيمی راګرځيد اوږدوالی باندي پرسيدنه

۳ – په يوه يوون د ښي لور ته راكښنه

۴ – په $1 / 2$ پورته لورته 100% راكښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8 s) cos α = 0,9 t) tan α = 2,5

u) cot α =-1 v) sin φ = 0,3 w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4 y) cot φ = 0,3 z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دي برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټي وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوډي

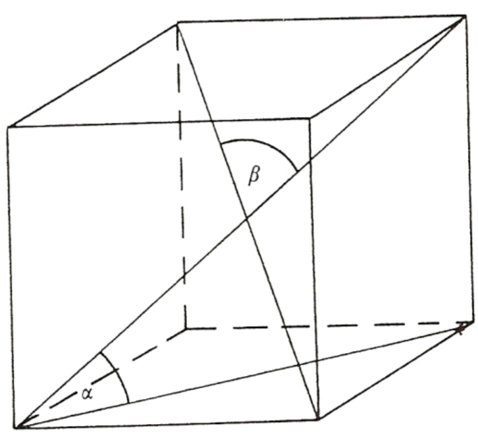
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



شیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز (α > 90°)

دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز

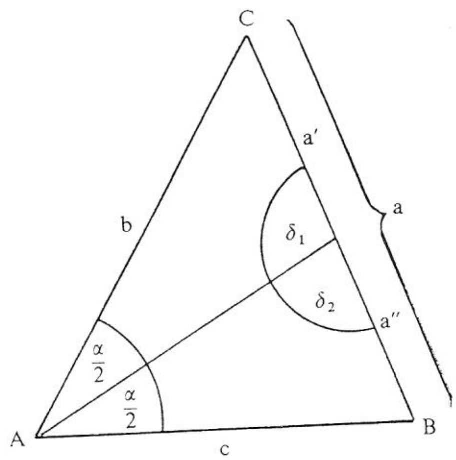
دریګوډي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟
ځیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګی
$r_1 = 5\ cm \quad , r_2 = 4\ cm$
دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8cm$ ورکړ شوی دی.
دد دواړو ګردیو د تماس
مماسونو غوڅکونجی وټاکی
او د کلېږ غوځونی اوږدوالی .



ځیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د ساین جملی په مرسته حل (اوبی) کړی(ځیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته، چي ۱،۵۰ متره جګ دی، یوه زینه ورجګه شي میلانکونج ﮩ دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوځي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا کوځه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟
ب) د ۱۵۴۰ پرتی لاري وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟
پ) د یوه زوړندې پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

یو د اوبنی یا د اوبو بیلر (کله= ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه پورته خیزول کیږي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

میلانکونج $\measuredangle = 25°$ لري. د وزنزور په زوړندزور تختې سره غبرګ او نورمال یعني ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دي ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن $1\ kg = 9{,}81N$).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې **۵۳** متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج $60°$ دی په ښنه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې **۵۳** متره جګې ونې سیوری **۵** ، ۱۲ متره اوږد دی. په ځمکه لمروړانګې په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه **۵** متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یې $\measuredangle = 18{,}5°$ او ښنیتېکی یې $ß=8°$ لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یې پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یې د ښنی ټکي څخه ۴ ،۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په ځمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنستټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یې ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یې ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

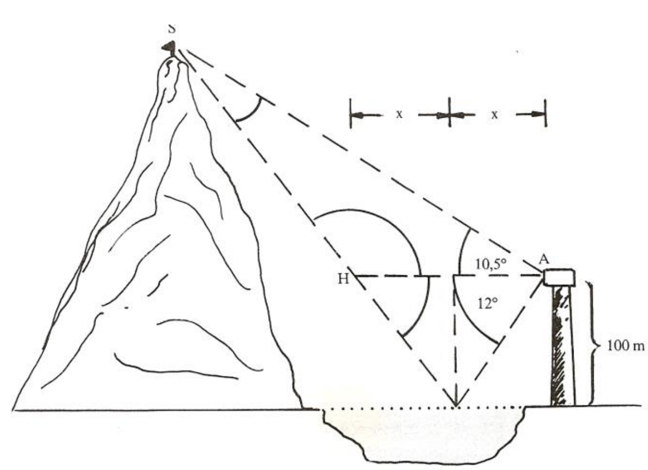
– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یې ۱۴۳ متره وي ؟

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چې جګوالی یې ۳۰۰ متره دی ؟

۱۹ – د ښیپیس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ

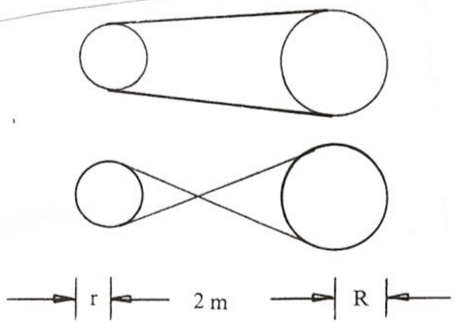
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره



(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړی، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري $r = 22\ cm$, $R = 35\ cm$, $|M_1M_2| = 2m$?

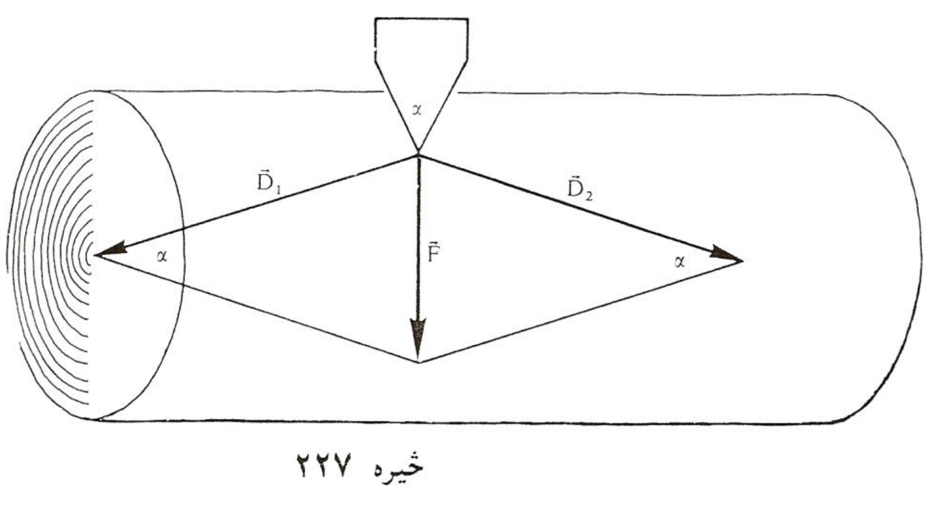


څیره ۲۲۶

ب) دا کړی به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا ټیکلیو راکښل شوي وي ؟

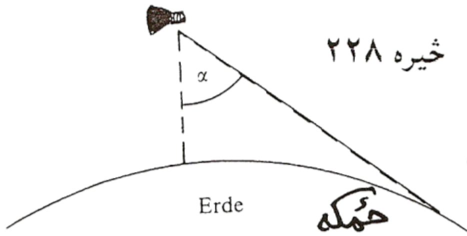
۲۴ الف) د ونی په ستنه یو کایل)موږی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چی د ستنی درځونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

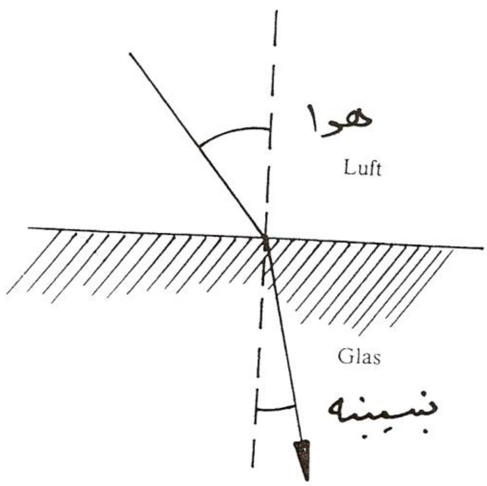
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه ∝ کونج لاندې لیدل کیږي (خیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکې وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\propto}$= 120km/h سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په °115 = کونج



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډې د اوسپنی تیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي. له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

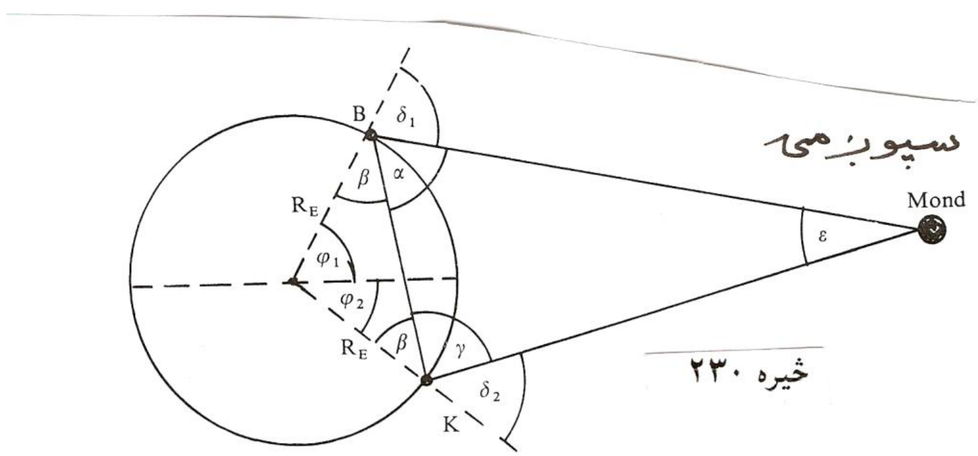
$$\sin \propto \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو n = 1,5 (1,33) دی وښایي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
$\delta_1 = 32,08°$ او $\delta_2 = 55,72°$.
وشمیری $|KM|$, ß , $|BK|$ او له دې څخه d_{EM} .



خیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنیSchwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2\pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چي په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولو راګرځیدونکو هوارو زیاتون، دباندې هوارې، او ډکي یا حجومونه، د هوارو متن ټولګی سره ده.
ډکي یا حجمونه په مکعبمتر m^3 په همدې توګه د مکعب متر برخه یا څو واره باندې ورکول کیږي، چې یو په بل اړول یی، لکه چی لاندې ګورو، ساده دي

$$1\ m^3 = 1m.1m.1m = 100cm^3.100cm.100cm = 1\ 000\ 000\ cm^3$$

یعنی :

$$1km^3 = 10^9\ m^3$$

$$1m^3 = 10^6\ cm^3$$

$$1cm^3 = 10^3\ mm^3$$

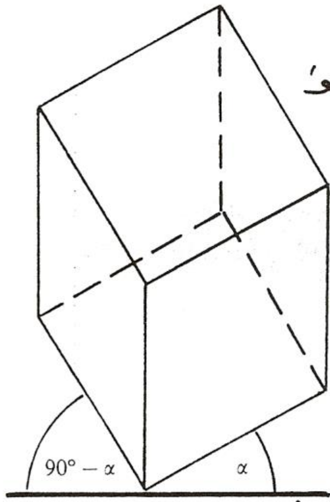
$$1mm^3 = 10^9\ \mu m^3$$

برسیره پردې په پیچلو شکلونو باندې باید یو لیدونکی یا اوپتیکي نظرلاس ته راوړی شو.

د هندسي بدنونو یا تنونو رسمول

په پرینځیپ کی د بدن درې ډوله ګرافیکي انځورونه موجود ده. دام کی ګیرونه ، مایل انځورونه، او درېتخته ئیز پرویکشن Projektion (دریتیخته ئیز پریوستون).
دا هروې یی مختلفې دندې سر ته رسوي.
د دام ګیرونه اصلآ ددې لپاره په کار راځي، چی د بدن ټوله دباندې هوارې ونبولی شي. دا که چیرې راګردي پریکړی شي او سره ونښلول شي، نو د هغه بدن څیره جوړولی شي.

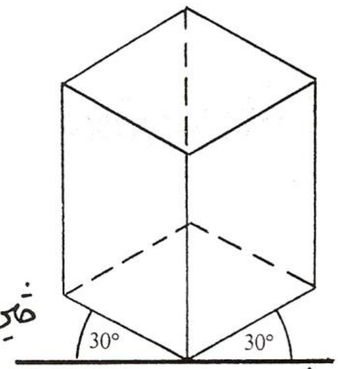
خیره ۲۳۱ الف



Parallelperspektive:
Militärperspektive

ځیره
د ځمکني پرسپکتیو
د نظامي لیدنې

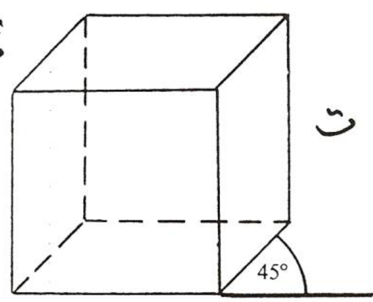
څیره ۲۳۱ ب



Parallelperspektive:
Isometrie

ځیره
ځمکني لیدنه
ایزومتري

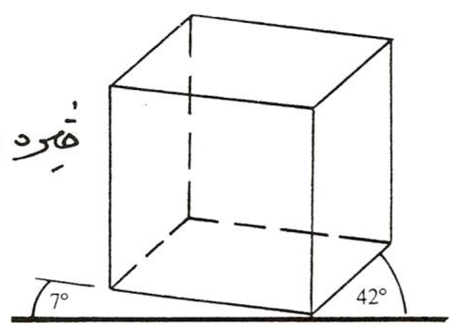
څیره ۲۳۱ پ



Parallelperspektive:
Kavaliersperspektive

ځمکني لید
کاوالیر پرسپکتیو

څیره ۲۳۱ ت



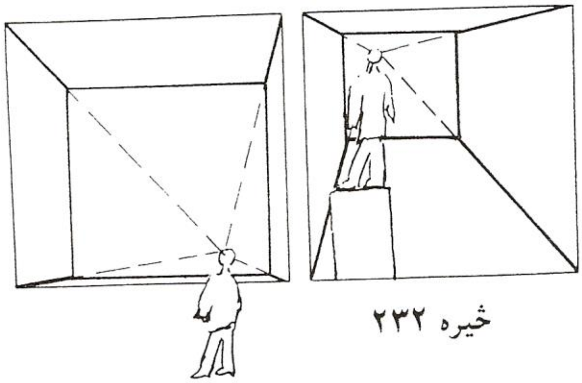
Parallelperspektive:
Dimetrie

ځمکني پرسپکتیو
د یمتري

د استعمال وړ د نظراچولو (د نظر لاندې راوړلو) کښل، مایلڅیره کښل دي. دا هوایي پراخیدنه واضح کوي. دلته د کاوالیر پرسپکتیو (مائیل له پورته) او یوه (چینهښی پرسپکتیو (مائیل له ښکته) ترمنځ توپیر کیږي، مګر د دواړو ترمنځ لاندې ګډه قاعده موجود ده: لیدونکي ته جبهیي (فرونتال) څغلیدونکی لاینونه په

(c) ketabton.com: The Digital Library

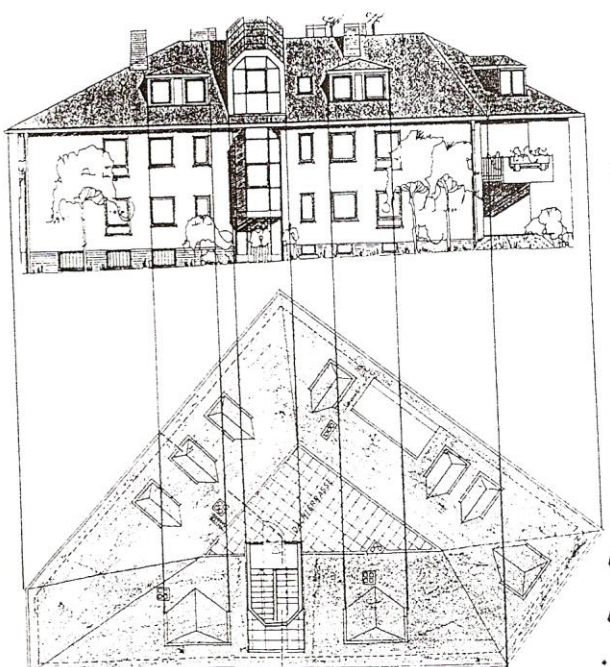
نورمال اوږدوالي، له ليدونكي لرې ځغليدونكي لاينونه مائيل او په لنډ ډول كښل كيږي. لنډونه يې د كونج تر واك ده:



پروت كونج	30°	45°	60°
لنډوونكى فاكتور	2/3	½	1/3

خيره ۲۳۲

په يوه پرسپكتيو مائيل جوړښت كى طبعاً ځني برخى او نه ځيره شوې د شا خواوي وركيږي، دا په دې مانا چې په كښلو كى نه راځي. له دې امله او په ځانګړي ډول كونجلرونكو بدنونو لپاره درې تختئيزپرويكشن (پريوستون) كټور دی.
دا يو درې ځلي ولاړ پريوستني له لارې منځ ته راځي (الف) بنستيز ضرز يا غوځي هواره، (ب) اړخيزغوځي يا درز هواره (پ) پورته درز يا غوځي هواره او دا زيات وخت په جوړښترسمونو كى استعماك مومي.



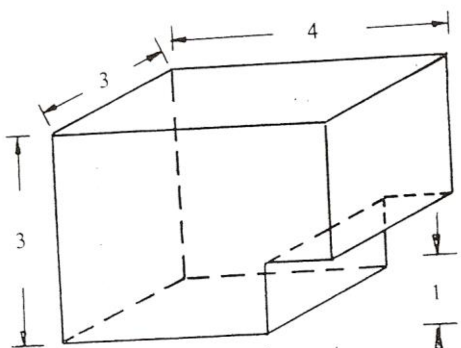
خيره ۲۳۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – د دې شیره بدن څخه دریتختهییز پریوستون وکاږی.

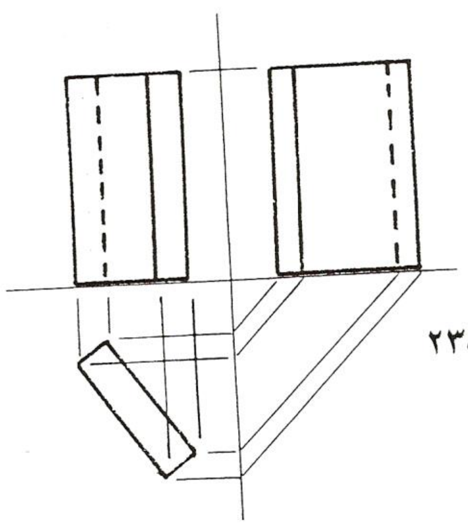
۲ ۰ ددې بدن مائئله ثیره وکاږی، کوم چی دریتخه ئیزه ثیره پورې اړه لري.



شیره ۲۳۴

۳ – د یوې ولاړې ګردي توتی یا استوانی ماییلی ثیرې غوښتل کیږي، چی د بنسټ او ولاړ درځ له لارې ورکړ شوي وي.

۴ – یو شپږاړخي نل یا شپږڅنډیز نل وباسی په غبرګ پرسپتکیو انځورونی سره.


شیره ۲۳۵

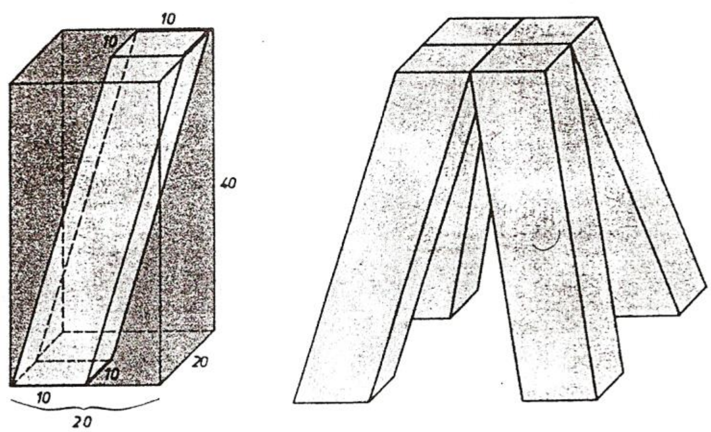
(c) ketabton.com: The Digital Library

پريزماوې Prismen

پيلبيلګه :

۱ = د يوه ستنويا تيرپښو جوړ ميز يا Podestپودست(لکه په ځيره کې کښل شوی ميز) د لاندې جوړښت لپاره يو پښ بايد څلور پښې د څلوراړخيز لرګيو په ځيره شوي شکل اره کړي. يوه پښه څومره ډکې (حجم) لري ؟

. $V = 10^2 . 40 = 4000 cm^3$



ځيره ۲۳۶

۲ – د يوکږولاړې يا مستقيمې پريزما چې جګوالی يې 12 cm دی دباندې هواره او ډکې (حجم)، چې ځمکه او سر يا سرپوښ يې يو سيومتري تراپيځ وي

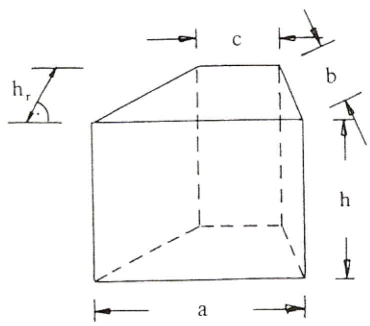
(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو د اوږدوالي $c = 6$, $a = 10$ cm او $h_r = 4$ cm سره څومره دی؟
د تریخ هواره

$$h_r.(a+c) / 2 = 4.(10+6)/2 = 32 cm^2$$

ده، نو ډکی یی په لاندې ډول دی:

$$V = G.h = 32.12 = 384 cm^3$$



څیره ۲۳۷

د دباندې هوارې لپاره د تریخ اړخ اوږدوالي b ته اړه شته .
دا د پیتاګوراس د جملی په مرسته لاس ته راوړو

$$b = \sqrt{16+4} = 4,47 \text{ cm}$$

له دې امله دباندې هواره ده :

$$O = 2.G + (2.b + a\ c),h$$

$$O = 64 + (8,84 + 10 + 6).12$$

$$O = 363,28 \text{ cm}^3$$

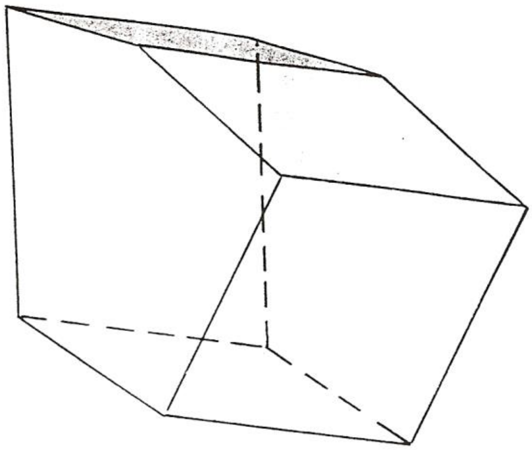
ساده بدنونه هغه دي، چی یواځي په ډیرګوډیو (پولیګونو) بند شوي وي یا یواځي له ډیرګوډیو راګیر وي، او ددې ترمنځ د بیلګي په توګه بیا پریزما ده.

تعریف Prisma : داسی یو هندسي بدن، کوم چی له دوه یو بل سره غبرګو او ګونګروا اینځو پولیګونو یا ډیرګوډیو بند یا راګیروي پریزما بلل کیږي.

د بنسټ او پورته هوارې د کونګروا اینځ له امله د اړخونو هوارې غبرګاړخیز دي.
د پورته هوارې (چت) ولاړ اوږدوالی د پریزما جګوالی بلل کیږي. کیدی شي چی د

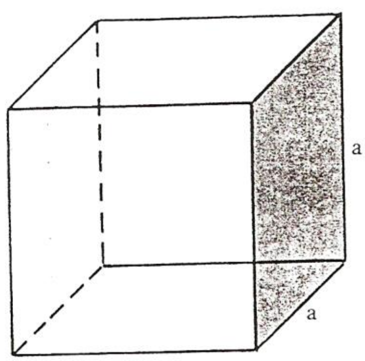
(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه اړخ اوږدوالی د جګوالي باور ولري، نو بیا له ولاړې پریزما غبرېږو.



خیره ۲۳۸

د ټولوخورامنظم او په دې ډول خورا ځانګړي پریزما شپږاړخیز یا مکعب دی (وورفل Würfel) . دا د دباندنی هوراو ۶ کونګروانیځ مربع خواوې لري، او ژی یا اړخونه(کانتی) یی یو په بل نیغي ولاړې دي.



خیره ۲۳۹

جمله : د یوه شپږ اړخیز یا شپږخوایز (مکعب) د دباندې هوارې O او ډکي (حجم) V لپاره باور لري:

$$O = 6a^2$$

$$V = a^3 = a^2 \cdot a = G \cdot h$$

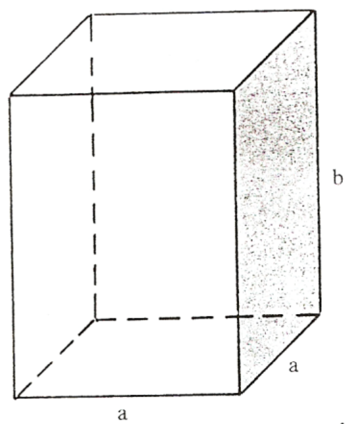
بیلګه : څه شی درونـد دی یو کورك(Quark یو شکل لرګي ډوله بدن دی، چی د بوتلونو خولی په پټیږي) مکعب چی د یوه اړخ اوردوالی یی 0,3 m وي او که یو د اوسپنی مکعب چی د اړخ اوږدوالی یي 8 cm (د کورك ٧ سختوالی g/cm³ ٥,٦ د اوسپنی 7,86 g/cm³)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددې لپاره چې د یوه بدن کتله m لاس ته راوړی شو، نو کلکوالی یا دېنسټي یی د ډکي سره څلوو.

د کورك مکعب ډکی : $V = (30cm)^2 = 27000\ cm^3$

$m = 27000cm^3\ .0,2g/cm^3 = 5400\ g$



شیره ۲۴۰

د اوسپنی مکعب ډکی :

$V = (8cm)^3 = 512\ cm^3$

$m = 512cm^3\ .7,86\ g/cm^3$

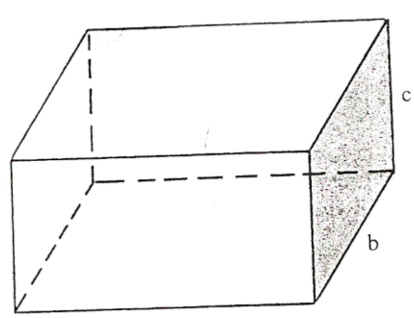
$= 4024\ 32\ g$

د کورکمکعب له دې امله د اوسپنی د مکعب ته نزدې

34% [(5400-4024):4024 ~0,34]

دی. یا په بل عبارت، د کورك مکعب نزدې ۳۴ په سلو کی د اوسپنی د مکعب څخه دروند دی.

که د مکعب سټه(ځمکه) یا بسټ او چټ یا سر مربع پاتی شي او نورې خواوې یی تغیر کړي نو یوه مربع ستن(پینه) لاس ته راځي.



شیره ۲۴۱

که ځمکه او سر هم یوه ولاړکوډیز ته «ټولیز» شي یا « عمومیت » پیدا کړي، نویو کوادر Quader منځ ته راځي. هغه درې مختلفی اړخنیمي، مګر مساوي هوا نیمي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ا هواقطرونه لري. دا د پیتاګوراس د جملې په مرسته شمیرل کیدی شي.

جمله: د مربع ستن د دباندې هوارې او ډکي (حجم) لپاره صدق کوي:

$$O = 4ab + 2a2$$

$$V = a^2 b$$

د اړخونو نیمیو اوږدوالی په لاندې ډول دی

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}\,; \quad d_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

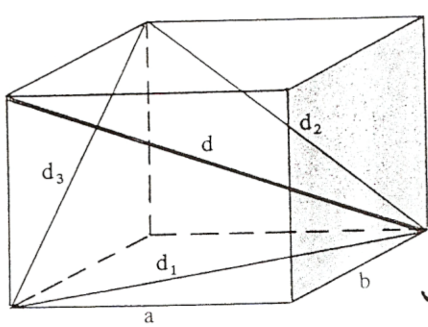
$$d_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

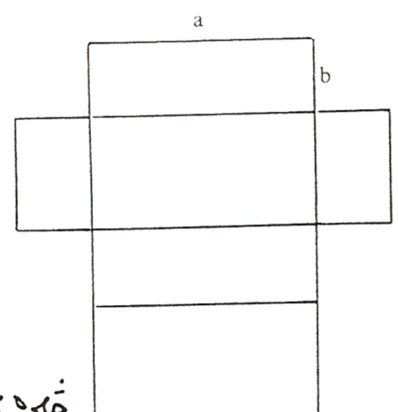
د هوانیمیو لپاره صدق کوي:

$$d = \sqrt{d_1^2 + c^2} = \sqrt{d_2^2 + b^2} = \sqrt{d_3^2 + a^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

خیره ۲۴۲ الف





خیره ۲۴۲ ب

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: یو کوادر د کانتو اوږدوالی $a = 5cm$, $b = 4cm$ (بنسټیز هواره a.b)
او $c = 12cm$ لري:

د پوښهواره: $M = 2.(5.12 + 4.12) = 216\ cm^2$

دباندې هوار. $O = 2.(5.12 + 4,12 + 5.4) = 256\ cm^2$

ډکی (حجم) : $V = 5.4.12 = 240cm^3$

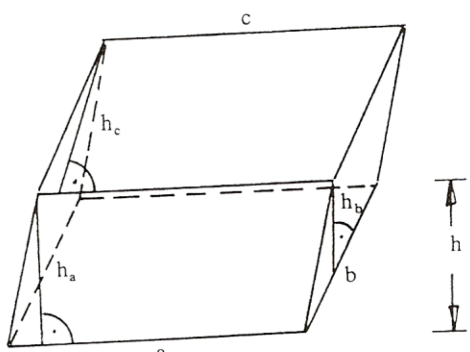
نیمي: $d_1 = \sqrt{25 + 16} = 6,40\ cm$, $d_2 = \sqrt{25 + 144} = 13\ cm$

$d_3 = \sqrt{16 + 144} = 12,65\ cm$

$=> d = \sqrt{25 + 16 + 144} = 13,60\ cm$

یوه مائیل څلوراړخیزه پریزما د جوړه یو بل سره غبرګو کونګروانیځ څلورکونجیو سره غبرګ اپیپت یا شپات یا په بل عبارت غبرګهواریز بلل کیږي ، چې موږ به یې له دې ورسته همداسې وبولو. د هغو دباندې هواره د هغه د بنسټ- پورته - او اړخهوارې دوه ځله ده.

دا د غبرګ اړخیز په ځیر شمیرل کیږي او په عمومي ډول باور لري:



ځیره ۲۴۳

جمله: د غبرګهواریز دباندې هواره او ډکی دي:

$O = 2.(a.h_a + b.h_b + c.h_c)$

$V = G.h$

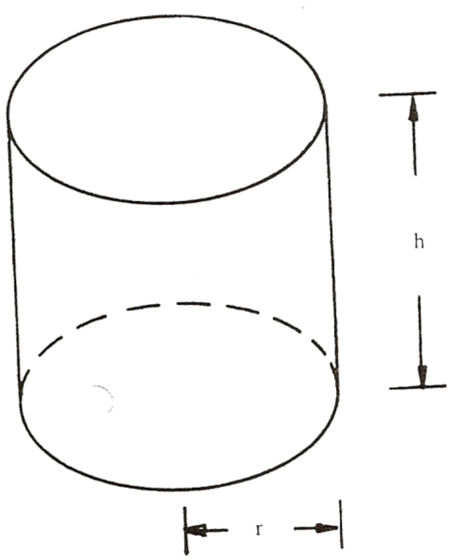
دلته د ډکي شمیرنه د غبرګ اړخیزهوارې په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځیر اجرا کیږي: د بدن جوداشوي توکي یو د بل مخامخ لور تکمیلوي:
یو بل عمومیت یا ټولیزه به د غیر منظم ، مګر په بنسټ یا ځمکه او پورته کونګروانیځ ډېرګوډیز پرېښول وی، د هوارې د خواو هوارې بیا غبرګ اړخیز دي.

جمله: د په خوښه پریزما د دباندې هوارې او حجم لپاره باور لري:
د ټولو خواو هوارو زیاتون + بنسټیزه هواره . O = 2
بنسټهواره . جګوالی = V

سیلیندر(توته یا استوانه یا ستن)

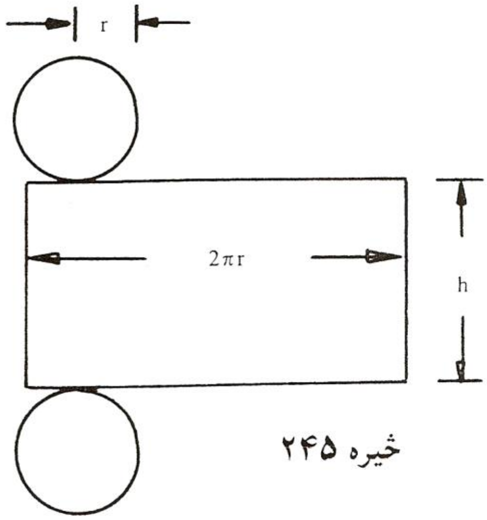


ځیره ۲۴۴

د هغی نیغي(سیخ ولاړې) پریزما سره ، چی لاندې او باندې یې سیومتري – ګوډیز وي – څه پیښیږی، که د کونجونو شمیر نور هم زیات شي؟ اوس نو لاندې هواره (او په همدې ډول پورته هواره هم) په ګردي بدلیږي او دا ډېر سره ګوډیز شوي د خواو هوارې په یوې کږې یا راتاو هوارې بدلیږي. یو بدن یو بل سره کونګروانیځ او غبرګ لاندې پورته ګردیهوارو سره ګردیتوته یا ګردیسیلیندر بلل کیږي. د دی روښانونی یا توضیح لاندې درې شیان څرګندیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ – د توتی یا استوانه یا
ګردیسیلیندر د پریزما سره
خپلوان دی.
۲ – ګردي استوانه یا توته پخپله
د په خوښه فورم شوې پورته –
او لاندې هوارو لپاره یو
ځانګړی حالت دی
۳ – لمړنی ځرګندونه د ولاړ
ګردي سلیندر یا توتی یو
ځانګړی مهم حالت وو،
ډکی یا حجم د همغه پرینځیپ
له لارې کیږي لکه د پریزما .
د جال ښوونه یی د
پوښ د خلاصولو له لارې کیږي، له دې سره دوه ګردی تړلي راځي چې لاندې
او پورته(دځمکی– او سرپټی هوارې) هوارې دي.



ځیره ۲۴۵

جمله: د یوه ولاړې ګردی استوانی یا توتی پوښ، دباندې هوارې او ډکي لپاره باور لري:

$$M = 2\pi rh$$

$$O = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r\,(r+h)$$

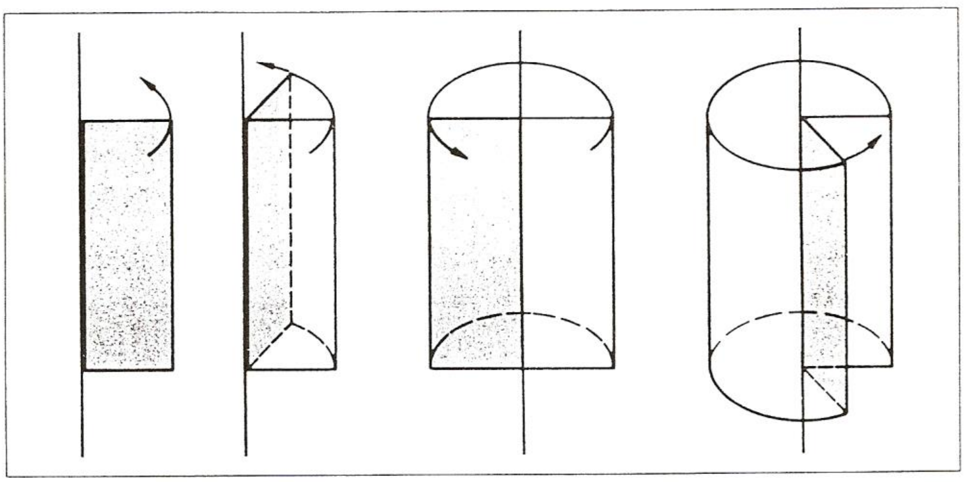
$$V = \pi r^2 h$$

که د یوې استوانی یا توتی څخه منځتکي سیومترې استوانه چی وړانګه یي له مخکی استوانی یا توتی کوچني وي راوباسل شي، نو دې پاتي ته یی سوری استوانه

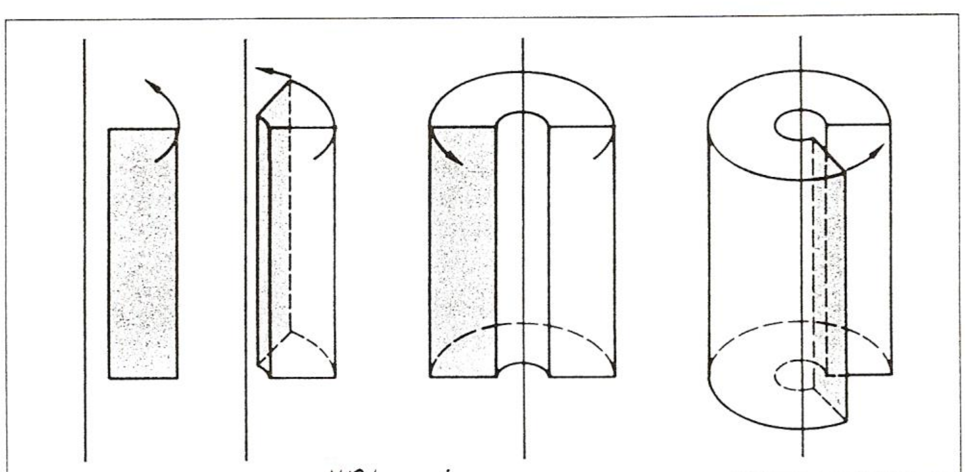
(c) ketabton.com: The Digital Library

که د مخه ونیول شي یا فرض شي، چی دا سلیخ شوي کاغذ 0,1 mm پنډ دی،
نو دلته باید ټول $0,491 \, . \, 10000 = 4910,m^2$ کاغذ سلیخ شوی وي.

د ګردي – او سوری استوانی یا توتې یا ستن لاندې د یوه ولاړکونجیز
څرخون(Rotation) هم په خیال کی راوړلی شو:



څیره ۲۴۷



څیره ۲۴۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – یوه سمه پریزما د شپږکونډیز بنسټ– په همدې ډول سرهوارې سره لرو، چې ۵ سانتي متره جګه ده. هربنسټهوارې اړخ یې ۴ سانتي متره اوږددی. ددې ډکی پوښ او پورته یا ټوله راګرده هواره وشمیری.

۲ – یو غبرګهواری ۸۱ مکعب متره ډکی لري او پورته هواره یا ټوله هواره یې ۱۳۲ مربع سانتي متره ده. جګوالی او د اړخ اړخیز c اوږدوالي یې وښایي، که بنسټ هواره یې د اړخونو اوږدوالی ۵ ،۴ سانتي متره او ۳ سانتي متره ولري او دا دواړه اړخونه وي بل سره د ۶۰ درجو کونج جوړ کړي.

۳ – پورته واره او ډکي څنګه تغیر خوري، که د یوه کوادر اړخونه دوه برابره شي؟

۴ – د یوه کوادر دري اړخونه یو بل سره په ۱:۲:۳ څانګیونه یا تناسب کی پراته دي، دا څومره اوږد دی، که د دې کوادر ډکي ا مکعب متر وي؟

۵ – یو مکعب د هوانیمی $d = 6\sqrt{3}$ لري. نو ټولهواره، ډکی او اړخ(a , V , O) یې وشمیری.

۶ – د شګو موټر کي چې د بارهواندازه یا بارډکي اندازه یې 2,82m×1,68m÷0,55 وي، څومره مترمکعب شګه ځایږي، که دا د پورته اړخ یا کانتي پورې ډک شي؟ د بارووړنکي د بار وزن ۱۵ ، ۱ ټنه دی په بارولو به څومره ورزیات شوی وي ، که شګه یوه ډیښتی، ټیګوالی یا غلظت $\rho = 2\ g/cm^2$ ولري؟

۷ – په یوه هواره کربنه یو د پټلیو بند باید ډک شي. دا کرښتوټه ۲۵۰ متره اوږده ده، دا پټلیبند ۸ متره جګ دی او په بنسټهواره کی ۳۹ متره ، په سر کی ۲۷ متره سرور دی، د ډکولو لپاره به څومره خاوره بسیا وکړي؟

۸ – د سرك جوړولو ماشین څرخونی (د اوسپنی غټ ه استوانه چی سرك پرې پخوي او په سرك یي څرخوي) ۵ ۱ ، ۱ متره نیمی لري او د۲۵ ،۲ متره سرور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه هواره څومره لویه ده، چې خرخې یې په یوه څرخون وهې؟

۹ – یو بایسکل پمپ د ۵ ، ۲ سانتیمتره اوږد رڼا نیمې لري او د پمپ اوږدوالی ۲۸ سانتیمتره دی، د پمپ تشیاډکی څومره دی ؟

۱۰ – د دې لپاره، چې د ګیلاس توته په پروتغوخي باندې څیړو یا معاینه کړو، ۲۰۰ ګرامه پارې نه یې ډکوو(ρ = 13,6 g/cm³) . پوهیږو، چې توته هر ځای کی همغه دنننی نیمی لري. دا نیمی څومره دی، که پاره 82 cm جګه وي؟

۱۱ – یوه کچتوته دې، د یوه 5 cm دننه نیمی سره داسې په کچکربښو په نښه شي، چې د هرو دوه پرلپسی کربښو وي د 5 cm³ ډکی وښایي. د دوه څنګ په څنګ کربښو ترمنځ دې واټن څومره وټاکل شي؟

۱۲ – د یوه ولاړګوډیزې وسپنی ټوټې (25 cm × 20 cm) څخه دې یوه کوتی ، بی له سرپوښ او بیښ څخه جوړه شي. ډکی یې وشمیری که الف) چاپیری یې د اوږده اړخ سره برابر وي او ب) که چاپیری یې د لنډ اړخ سره برابر وي؟

۱۳ – د لاندې توتو پاتی کڅونه وښايي:

a) r = 5 cm ; h = 12 cm b) r = 9cm ; V = 120 cm³

c) h = 6,5 cm ; O = 300 cm³ d) M = 282 cm² ; V = 424 cm³

۱۴ – توته څومره ډکی لري، که یو د a اړخ اوږدوالي مکعب په کې خوندي وي؟ پوښ او دباندې یا پاسهواره یې څومره دي؟

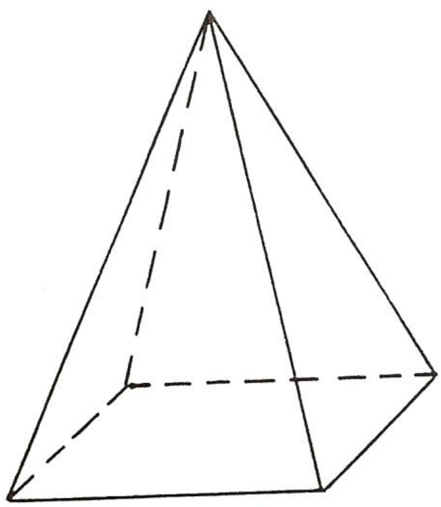
۱۵ – د یوې توتې جګی h او وړانګه r ځانونه (h : r =) 2 : 3 نیسی. ډکی یې 2000 cm³ دی. h , r او M یې وټاکی.

۱۸ – یو ولاړډوله توته یزه ګل کوټی د h = 17 cm جګي سره د سره د سرپوښ او بیښ ایلیپسی د دواړو نیممهرونو a = 30 cm او b = 20 cm سره لري. د دې ډکی څومره دی؟

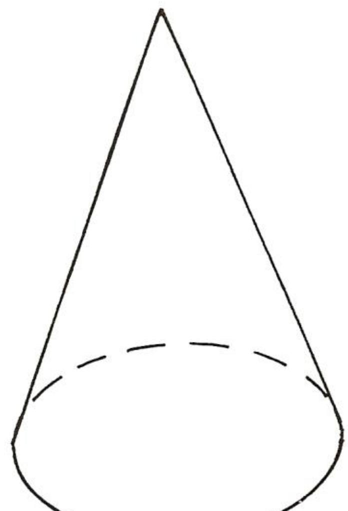
(c) ketabton.com: The Digital Library

اهرامونه او مخروطونه Pyramiden und Kegel

که څه هم دواړه بدنونه بدلو ګروپونو پورې اړه لري– اهرام يواځې هواره راګرځيدهواره لري، مخروط مګر راتاو يا کږه هواره.– بياهم زيات ګډونوالی لري، نو له دې امله يې يه ګډه غواړو وپيژنو يا معرفي کړو.



څيره ۲۴۹

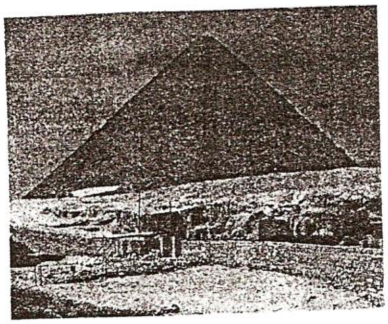


څيره ۲۵۰

پيلبيلګه :

د ۲۵۹۰ او ۲۴۷۰ (م. کال پخوا) ترمنځ په غزه مصر کی په يوه ډير مصرف د فرعون خيوبس د قبر اهرام خيوبساهرام (Cheopspyramide) جوړ شو. د دې د جوړولو لپاره څه سل زره انسانان په کار واچول شو، چی هغوي نزدې دوه نیم میلیونه

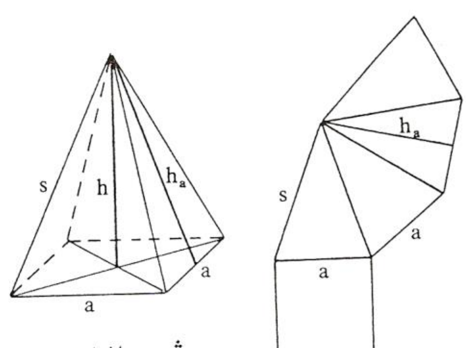
(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۲۵۱

د تیګو بلاکونه پرې کړل ، رایي وړل او یو په بل یې طبقه په طبقه یا پوړۍ په پوړۍ باید ایښوولې وی. دا د خیوپس اهرام څومره ډکی (حجم) لري، که هغه یوه لاندې هواره ۲۳۰ متره مربع ولري او جګوالی یی ۱۴۷ متره وي. د هغه لیدوړ دباندې هواره څومره ده ؟

د خیوپس اهرام د ولاړو اهرامونو ځانګړی حالت جوړوي، ځکه چې د هغی تیره ککره د لاندې هوارې په منځ ټکي نیغه ولاړه ده. هغه اهرامونه چې په هغو کی دا حالت نه وي کاږه یا بهتره مائل اهرامونه بلل کیږي. په عمومي ډول یو اهرام راپورته کیږي، که د ډیرګوډي ګوډونه له ډیرګوډي دباندې ټکي سره ونخلول شي. د کونجونو او سرتیرې نخلونلاین ته اړخکانتی (لنډ : اړخ) وایي . لکه چې د جالښوونه یی ښایي، نو دباندې هواره یي له لاندې اړخ او د اړخیزو دریګوډي د یوځایوالي څخه لاس ته راځي، چې وروستی یي پوښ هم بللي شو یا بولو.



څیره ۲۵۲

که د ډکي یا حجم ټاکلو لپاره د خیوپس اهرام په مربع شکلي پوړیزتجزه شوی وي، په فکر کی راولو چې د پوړۍ جګوالی یی h / n وي. د وړانګي جملی د خورا پورته پوړۍ د هوارې لپاره لاس ته راځي:

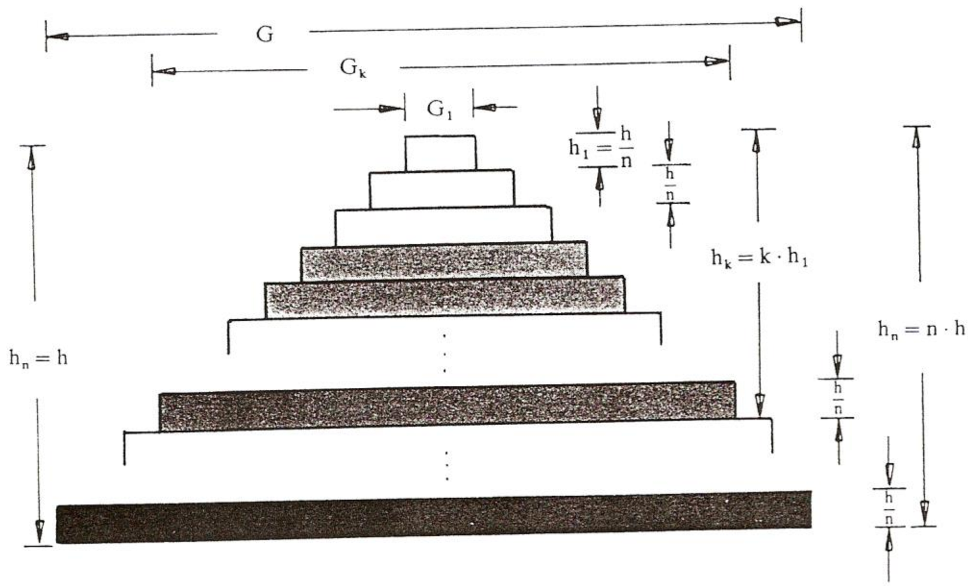
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_1^2 : h^2 = G_1 : G \Rightarrow G_1 = G :(h^2 / h_1^2) = G / n^2$$

په ټولیزه توګه (عمومي ډول) :

$$h_k^2 : h^2 = G_k : G$$

$$\Rightarrow G_k = G.(k/n)^2 \quad , G_n = G$$



شیره ۲۵۳

په دې ډول د k–ام زینې پوړې ډکی (حجم) دی

$$V_k = G_k.h / n = Gh.k^2 / n^3$$

د ټولو پوړیو له زیاتون څخه لرو

$$V_{پوړی} = Gh.(1^2+2^2+...+n^2): n^3$$

$$= Gh\left(\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}\right): n^3$$

$$= Gh\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n^2}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پوره ایندوکثیون له لارې لرو (دا په دې کتاب کې نه څیړل کیږي. ددې موضو لپاره دې څما دشمیرپوهنې بنسټیز کتاب وکتل شي)

$$1^2+2^2+3^3+...+n^2 = n(n+1)(2n+1) :6 = (2n^3+3n^2 +n) / 6$$

که د پوړیو شمیر n نور هم لوی شي، نو بیا یې سرې له میلان څخه نه شي توپیرولی. دې ګڼونپوهې اکویوالنت دا دی چې n هرڅومره لوی شي او n په ماتلاندې کې موجودوي نو هغه په هغو غړو صرفنظر کیدی شي یا هغه غړي له پامه ایستل (لرې) کیدی شي.
په دې پوله حالت کې د اهرام ډکې له لاندې اړیکو شمیرل کیږي.

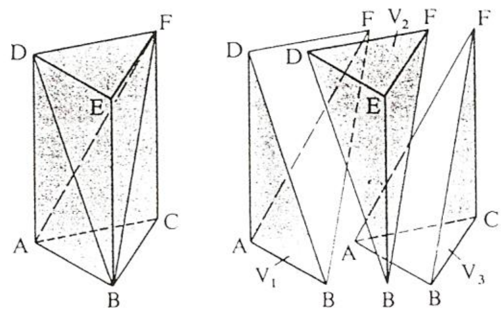
$$V = G.h / 3$$

دا د خیوبس اهرام باندې استعمالوو :
د اړخونو هواروجګوالی له نیمې لاندې اړخ او جګوالي د پیوتاګوراس د جملې له

لاری شمیرل کیږي: $h_a = 115^2 + 147^2 = 186 , 64m$
په دې ډول یې پوښ دی $M = 4.0,5.186,64.230 = 85853,80m^2$
د دباندې هوارې څخه نور څه نه لیدل کیږي.
ډکې یې دی : $V = 230^2 .147 = 7776300m^3$

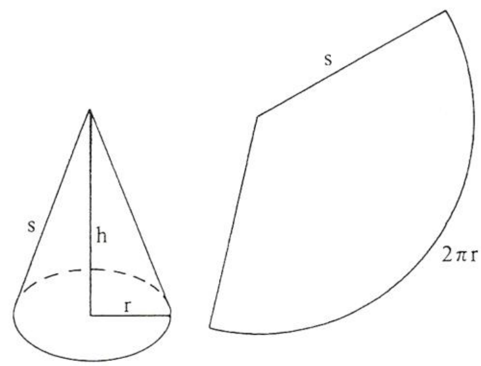
جمله : د یو اهرام د پوښ، دباندې هوارې او ډکې لپاره باور لري:
د اړخونو د ټولو دریګوډیو زیاتون = M
O = M + بنسټهواره
V = بنسټهواره . جګوالی / 3

(c) ketabton.com: The Digital Library



خيره ۲۵۴

دا فرمولونه طبعاً د مائيل اهرام لپاره هم باور لري د پوړيو شميرنه بيا طبعاً يو څه اندازه ستونځي لريکه چيرې د يوه اهرام بنسټ يوه ګردۍ ونيسو نو مخروط لاس ته راځي، مخروط سم ولاړ بلل کيږي ، که د هغه تيره ککره يا لنډه: ککره په منځټکي (نيغه) ولاړه وي، نور ټول مخروطونه مائيل بلل کيږي. دا په لاس کی لرلو له لارې ګورو، چی د اهرام ډکي يا حجم شميرډول په مخروط باندې هم استعماليدی شي، که د پوړيو په ځاي دلته وړې ستنی په پام کی ونيول شي. لکه په خيره ۷ کي د پوښ خورونه يا پوښ جال ښايي چی پوښ د ګردي ټوټه ده، چی وړانګه يی د بنسټګردي وړانګه ده او لينده يی د ګردۍ چاپيرونکی کی ورکړ شوی دي:



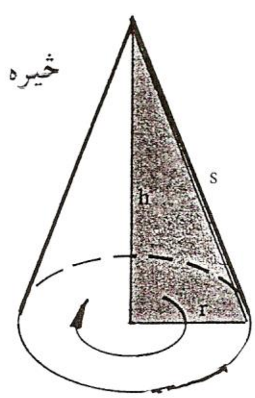
خيره ۲۵۵

$$F_S = b.r/2 ,$$

پس لرو

$$M = 2\pi r.s/2 = s.\pi.r$$

خيره ۲۵۶



(c) ketabton.com: The Digital Library

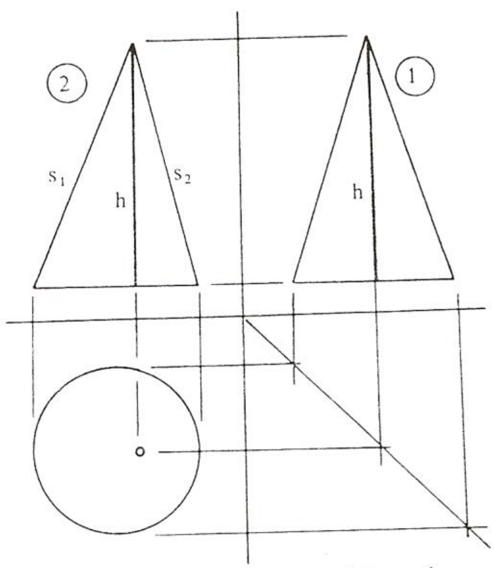
جمله : د ګردي مخروط پوښ، دباندې هواره او حجم لپاره باور لري:

$$M = s.\pi r = \pi.r^2 . 360° / \alpha$$

د $\alpha = 360° . r / s$ سره

$$O = M + \pi r^2 = \pi r (r + s)$$

$$V = \pi r^2 . h / 3$$



څیره ۲۵۷

په پام کی دې وي چی ولاړ مخروط د څرخون په څیر هم په خیال کی راوړل کیدی شي: چی په کانتی یا یوه اړخ د یوه ولاړ دریګوډي څرخون څخه لاس ته راځي.

بیلګه : د ولاړ ګردیمخروط ډکی وشمیری چی د بنستهواري وړانګه یی ۶ سانتیمتره وي د پوښ یو خورا زیات یا عظمي اوږدوالی یی ۱۵ سانتي، او مینیمال پوښ اوږدوالی یی ۱۱ سانتي متره دی؟ د هیرون دریګوډي فرمول سره سری د غوڅهواري په متن یی اخر ته رسوي. (۲)«

$$F = \sqrt{19(19-12)\ (19-15)(19-11)}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

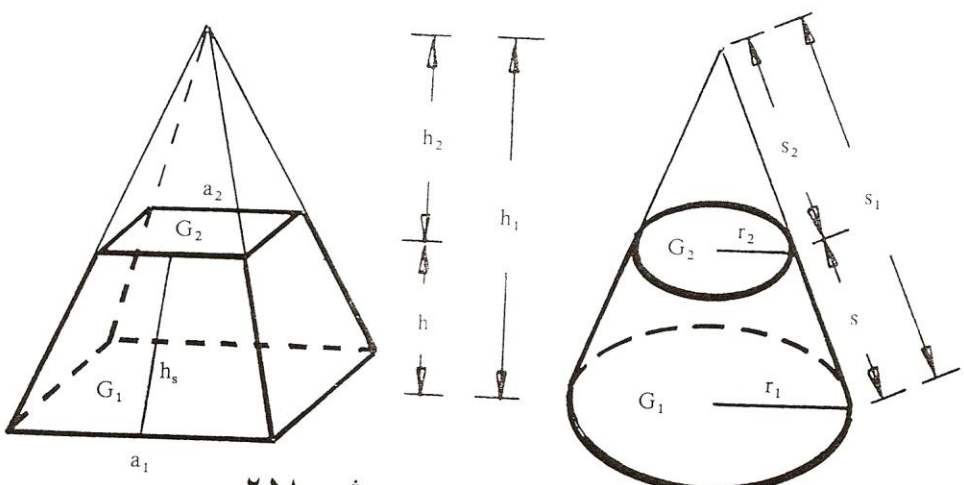
. $F = 65,238\ cm^2$

, $F = d.h / 2 \Rightarrow h = 2F / d = F / r = 10,87\ cm$

. $\Rightarrow V = \pi r^2 h / 3 = 409,79 cm^3$

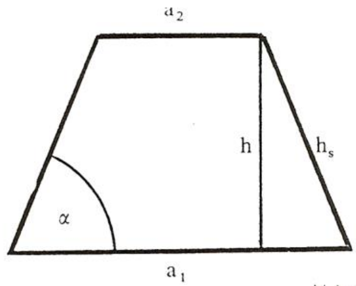
پڅ اهرامونه او پڅ مخروطونه

که یو اهرام او یا مخروط په یوه اوږدوالي h بنسټهواري ته غبرګ پرې کړی شي، نو پڅ اهرام او پڅ مخروط ترې راجوړېږي) راپیداکیږي یا منځ ته راځي.
د پڅ اهرام پوښهواره د یوه ترپڅ ځخه عبارت دی چې د دوه دریګوډیو له کمون ځخه لاس ته راځي.



ځیره ۲۵۸

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۵۹

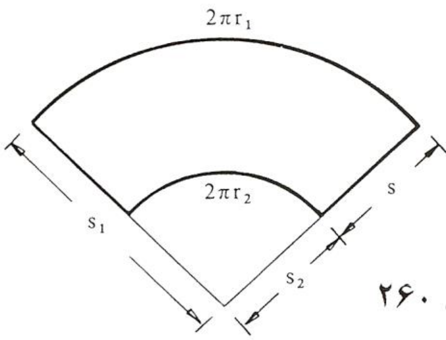
د دوي اوږدوالی د پیوتاګوراس له جملی او یا د میلانکونج ∝ څخه ټاکل وړ دي.

$h_s = h / \sin\alpha$

د اهرام د بنسټهوارې زیات امکاناتو له امله د پوښهوارې لپاره یو ټولیز فرمول هدفمند نه دی. که بنسټهواره یو منظم n–ګوډی وي، نو لرو :

$M = (U + u).\ h / 2$

د U بنسټهواری چاپیرونکی ، u د سرپټهوارې یا سرپوښهوارې چاپیری.



خیره ۲۶۰

د پرېکړ مخروط چال
خیره د ۸۵

په همدې ډول د سم مخروط د دوه ګردیبرخهوارو کمون دی:

$M = (s_1\, 2\pi\, r_1 / 2) - (s_2 .2\pi\, r_2) / 2)$
$= \pi\ (s_1\ r_1 - s_2 r_2)$

د وړانګي جملی په مرسته لاندې اړیکی پیداکیږي:

$s_2 : s_1 = r_2 : r_1 \iff s_2 r_1 = s_1 r_2$

$\Rightarrow M = \pi (s_1r_1 - s_2r_1 + s_2r_2 - s_2r_2)$

$= \pi [(s_1 - s_2)r_1 + (s_1 - s_2)r_2]$

$= \pi\ s(r+r)$

د $s = s_1 - s_2$ له امله

ددې لپاره چی دباندې هواره لاس ته راوړو، باید بنسټ – او سرپټهواره یا سرپوښهواره ور زیات کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپخڼکي د اولني اهرام او یا مخروط او د پریشوې څوکی کمون څخه لاس ته راځي، چی دا هم بیرته اهرام او یا مخروط شکلونه لري. (ځیره √ وګوری)

$$V = G_1.h_1 / 3 \; - G_2.h_2 / 3 = [G_1(h+h_2) - G_2h_2]/ 3$$

دا چي په n–ګوټي کی د اړخ اوږدوالی همداسی د ګردیشمیرنه کی وړانګه مربعي ډوله کارول کیږي، د وړانګي له جملی د بنستهواري او سرپوښهوارې یوبل ته ځانونه داسی نیسي لکه د هغو د واټنونو مربع د سرچینیزې څوکی څخه.

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{h + h_2}{h_2} = \frac{\sqrt{G_1}}{\sqrt{G_2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad (h + h_2) \cdot \sqrt{G_2} = h_2 \cdot \sqrt{G_1}$$

$$\Leftrightarrow h\sqrt{G_2} + h_2\sqrt{G_2} = h_2\sqrt{G_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad h\sqrt{G_2} = h_2(\sqrt{G_1} - \sqrt{G_2})$$

$$\Leftrightarrow \quad h_2 = -\frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}$$

که د h_2 لپاره پیدا ارزښتونه د ډکیفرمول کی کیښول شي، نو د ترڅنګ بیا یواځي هوارې G_1 ، G_2 او G_3 راپیداکیږي.

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\left[G_1\left(h - \frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right) + G_2\frac{h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \left[G_1 \cdot h - \frac{G_1 \cdot h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}} + \frac{G_2 \cdot h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\left[\frac{G_1 h\sqrt{G_2} - G_1 h\sqrt{G_1} - G_1 h\sqrt{G_2} + G_2 h\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{h}{3}\left[\frac{G_2\sqrt{G_2} - G_1\sqrt{G_1}}{\sqrt{G_2} - \sqrt{G_1}}\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که اخري اړیکی د $\sqrt{G_2} + \sqrt{G_1}$ سره پراخه شي(د بینوم دریم فرمول)، نو په دې پسې لاس ته راځي:

$$V = \frac{h}{3}\left[\frac{(G_2\sqrt{G_2} - G_1\sqrt{G_1})(\sqrt{G_2} + \sqrt{G_1})}{G_2 - G_1}\right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{h}{3}\left[\frac{G_2^2 - G_1\sqrt{G_1G_2} + G_2\sqrt{G_1G_2} - G_1^2}{G_2 - G_1}\right]$$

د ماتباندې ترم څخه $G_2 - G_1$ د

$$G_2^2 - G_1\sqrt{G_1G_2} + G_2\sqrt{G_1G_2} - G_1^2 = (G_2 - G_1)(G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)$$

له امله نوکبند شي او بالاخره د لنډونی څخه لاس ته راځي:

$$V = (G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)\, h / 3$$

د اهرام ، په همدې ډول د مخروط ډکي.

په پخمخروط کیدی شي د ګردیهوارې فرمول $G_1 = \pi r_1^2$ او $G_2 = \pi r_2^2$ وکارول شي

جمله: د پخ اهرام پوښ ټوله هواره او ډکی :

$M =$ د ټول تراپخ هوارو زیاتون

$$O = G_1 + G_2 + M$$

$$V = (G_1 + \sqrt{G_1G_2} + G_2)\, h / 3$$

د پخمخروط پوښ پاس یا ټوله یا پورته هواره او ډکی :

$$M = \pi s(r_1 + r_2) = \pi(s_1r_1 - s_2r_2)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$O = \pi s(r_1 + r_2) + \pi r_1^2 + \pi r_2^2 = \pi (r_1 s + r_2 s + r_1^2 + r_2^2)$$

$$V = (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)\pi h / 3$$

پیلبیلگه

د برنس مجسمی لپاره دې یوه مټه د همغه موادو جوړه شي. دا دې ۱،۵ متره جګ وي، او یوه کتله دې ولري چې ۱۰ ټنه وي(د برنس دیښتي یا کلکوالی $\rho = 8,7 \, g/cm^3$) په پوښتنه کې یو ګرد (پخمخروط) یا یو مربعشکلی (پخ اهرام) راځي. سرپوښهواره دې ، په اندازه ، ۱ مترمربع لوي وي. نورې اندازې وښایي ؟ د دواړو مټو لپاره شمیرنه ورته ځغلي

$$V = m / \rho = 10t / (8,7t/m) = 1,149 \, m^3$$

دا چې جګوالی او سرپوښ معلوم دي، بنسټ د یومربع مساوات له لارې لاس ته راځي:

$$V = 1,149 \qquad = 0,5(G_1 + (\sqrt{G_1.1} + 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad 1,299 - G_1 \qquad = \sqrt{G_1}$$

$$\Rightarrow \quad 1,687 + G^2 - 2598G_1 = G_1$$

$$\Leftrightarrow \quad G_1^2 - 3,598\,G + 1,687 \quad = 0$$

$$G_1 = (3,598 / 2) \pm \sqrt{(3,598 /2)^2 - 1,687}$$

$$G_1 = 1.799 \pm 1,245$$

$$\Rightarrow \quad G_1 = 3,044m^2 \quad \text{یا} \quad G_1 = 0,549m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(دوم اوبې یا حل 0,549، په کار نه راځي ، ځکه چې لاندې هواره به له پورته څخه کوچنی وی)
له دې څخه پورته او لاندې وړانگه لاس ته راځي او نیمی په پخمخروط او په همدې توگه د کانتو یا اړخ اوږدوالی په پخ اهرام کی:

$a_2 = \sqrt{G_2} = 1m$; $r_2 = \sqrt{G_2/\pi} = 56,42$ cm
$\Rightarrow d_2 = 112,84$ cm

$a_1 = \sqrt{G_1} = 1,745$ m ; $r_1 = \sqrt{G_1/\pi} = 98,42$ cm
$\Rightarrow d_1 = 196,85$ cm

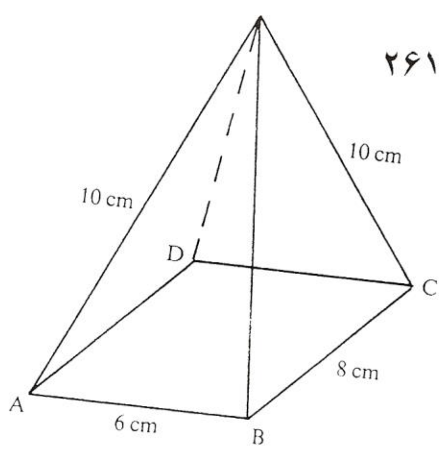
د پیتاگوراس له جملی څخه د اړخونو اوږدوالی لاس ته راځي:

$h_s = \sqrt{h^2 + (a_1 - a_2)^2/4} = 1,546 \Rightarrow M = 8,488\ m^2$

$s = \sqrt{h^2 + (r_2 - r_2)^2} \Rightarrow M = 7,575\ m^2$

تمرینونه

شیره ۲۶۱



۱ – د یوه مربع اهرام پاسهواره او ډکی وشمیری ، که وي :

الف) $a = 7$ cm ; $h = 14$ cm

ب) $s = 15$ cm ; $a = 10$ cm

پ) $V = 80\ cm^3$; $h = 10$ cm

ت) $h_a = 13$ cm: $h = 10$ cm

(c) ketabton.com: The Digital Library

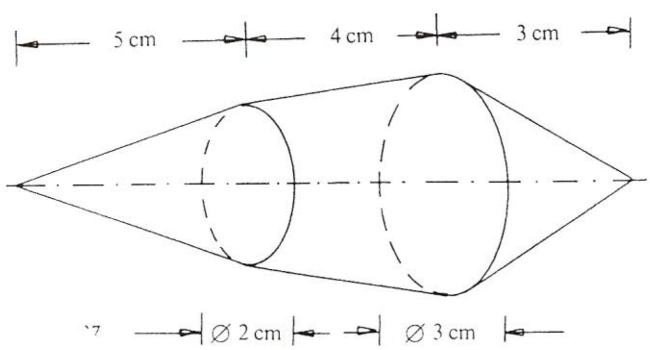
ټ) $h = 12\ cm\ ;\ s = 18\ cm$

ث) $h_a = 12\ cm;\ \ M = 400cm^2$

۲ – د څیره شوي اهرام پاسهواره او ډکی وشمیری. (لمړی ترونکرښه له ټګي A څخه د جګوالی پښیپګي ته وشمیری)

۳ – په کوم جګوالي دې مربع اهرام بنسټهوارې ته غبرګ غوځ شي چې ډکی یی نیم شي؟

۴ – یو ولاړ اهرام د بنسټیز منظم شپږکونجي سره بنسټ لاندې هوارې اړخ یا کانتی $a = 4\ cm$ لري او خوا اړخ اوږدوالی یی $s = 12\ cm$ دی. V او O وشمیری ؟



۵ – د څیره شوي بدن ډکي وشمیری.

څیره ۲۶۲

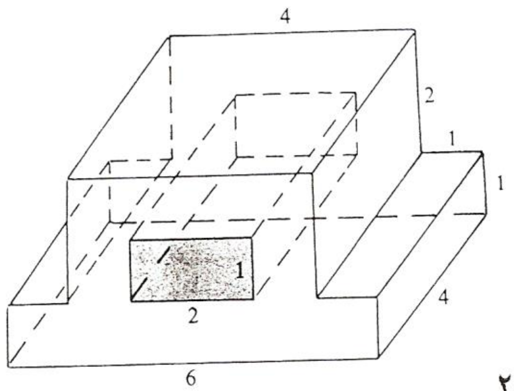
یادونه: ∅ د نیمي یا قطر په مانا دی، چې د ورپانېږ ګرد لوړ ښایي

۶ – د یوه ګردیګرد برج سر یا سر دې نوي پټ شي. د سرپوښ د هوارې د اندازې لپاره سرپوښوونکی د برج ترمخ داسی ولاړ دی یا داسی ځای نیسي، چي پوښ اوږدوالی s د ۷۵ درجو په یوه کونج ګوري، کوم چی ټیك د سر میلان په ګوته کوي، د سرپوښ هواره څومره لویه ده، که برج ۵۰ متره جګ وي او د برج نیمي ۱۲ متره وي؟ سرپوښوونکی د برج څخه ۱۰ متره لرې ولاړ دی او د سترګو جګوالی یی ۸۰ ، ۱ متره دی.

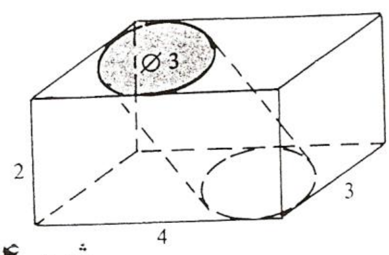
(c) ketabton.com: The Digital Library

۷ – د یوه برج اهرامډوله سرپوښ چې بنسټ یې مربع او اړخ اوږدوالی یې دی په وسپنه دې پټ شي اړخکانتې یې ۱۴خ متره ده د سرپوښ هواه یې څومره ده؟ دا چت به څومره ارزښت ولري، که یو مترمربع سرپوښول د هرڅه سره ۹۵ المان مارکه ارزښت ولري؟

۸ – د ځیره شوو بدنونو پاسهواره وشمیری(ورکړه په سانتي متر)



ځیره ۲۶۳



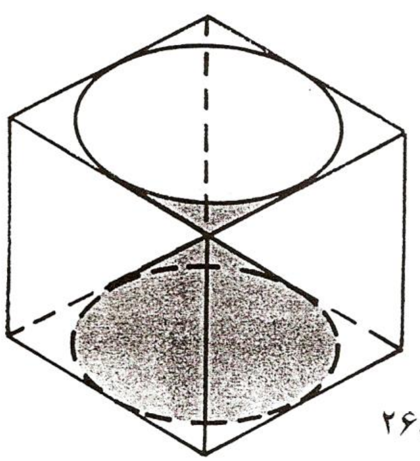
ځیره ۲۶۴

۹ – د پورته ځیره شوي بدن ډکی وشمیری.

۱۰ –په مختلف کارتونو کی مخروط ډوله خالیګاوې برمه کیږي:

الف) په یوه مکعب چې اړخ اوږدوالی یا کانتی اوږدوالی یی a = 60 cm دی، یو مخروط د جګوالی h = d = a سره

ب) په یوه مکعب کی د a = 60 cm یو سیومتري



ځیره ۲۶۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

دیابولو (لاتین:Diavolo = شیطان)

پ) په دوه سمو ګردیاستوانو د h = 2r = 60 cm هم یو مخروط او یو دیابولو، دا موږ د شګو ساعت په څیر پیژنو . د تشځای ډکي او په همدې ډول

د نور پاتی بدن ډکی هم وشمیری.

۱۱ – یو مربع اهرام (h = 2a = 10 cm) بنستهواريې ته غبرګ په دوه برخو ویشل کیږي. د غوڅهوارې واټن دې بنستهوارې ته 0,75h ; 0,5h ; 0,25h وي.

د هر برخه بدن ډکي وشمیرئ.

۱۲ – ددې لپاره چې یو ګردیډوله فیلترکاغذ د فیلتر لپاره استعمال کړی شی، دا سړی یو څلورمه برخه ګردی باندې را غبرګوي ، وازی باید څومره وازکونجی ولري، ددې لپاره چې فیلتر جوړ شي.

۱۳ – یو مخروط ډوله کچګیلاس دې ټیك ۱ لیتر ځاي کړي. هغه ۱۵ سانتي متره جګ دی. د هغه نیمی (یا نیمی ګردی) دې څومره لوي وي.

۱۴ – ۵ مکعب متره شګه یوې ټوپی باندې اچول کیږي. دا ستوریکونج ۴۵ درجی دی . جګی او نیمی یې څومره لوي دي؟

۱۵ – یو مخروط ډوله د اوبو ګیلاس دې د نیمايي پورې له اوبو ډك شي. دا اوبه په ګیلاس کی څومره جګی ولاړې دي؟

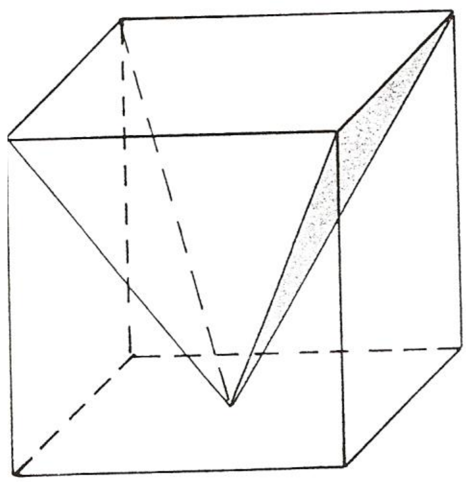
۱۶ – یو کافیواله یوه مخروط ډوله د شربت ګیلاس د شربت څخه ډکوي چې اندازه ۱۵ سانتي متره جګه ده. دی دا ګیلاس د یو سانتي متره پورې کم له شربت ډکوي. دا په دې توګه په سلو کی څومره شربت سپما کوي

۱۷ – په څیره ۲۷۶ کی ورکړ شوی اهرام ډکی وشمیری

۱۸ – په یوه چت باندې یو د وښو چتپټووني، چې ۵ ، ۴ متره جګ دی اینښوول کیږي، چې اړخ اوږدوالی یې a = 12,5 m متره او b = 9 m متره .دي. د

(c) ketabton.com: The Digital Library

چت پورته کانتی یا پورته اړخ ۷
متره اوږد دی . د چتپټووني ډکی
وشمیرئ او همداسی د چتپټي
سرهواره هم وشمیرئ.



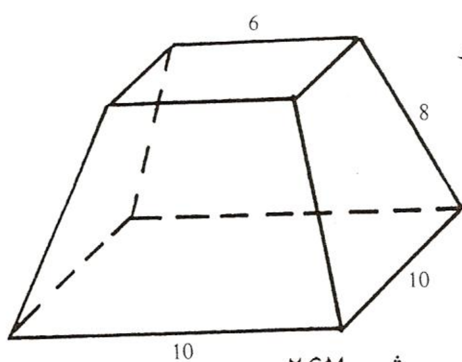
څیره ۲۶۶

۱۹ – د یو دوه متره ژور بنسټ لپاره
څومره خاوره باید راوویستل شي،
که پوره ژی یا غاړه یې ۱۰ متره د
غاړي اوږدوالی ولري او ستورېکونج
–یعنی هغه کونج چی د غاړي یا اړخ
سره د کنلو په لور جوړوي– یې ۶۰
درجی وي؟

۲۰ – د یوه هواډکي څومره مائیلوالی لري،
که د یوه وني ستني هوا ډکي شمیرلو
لپاره چی مخروط ډوله دی د موټي
قاعده وکارول شي، د لاندي سره

$V^* = \pi h\,[(r_1 + r_2)/2]^2$

د $r_1 = 10$ cm سره
او $r_2 = 5$ cm



څیره ۲۶۷

۲۱ – څومره مسو ټوټه په کار ده،
چی څیره شوي مسخولی جوړه
کړای شو(وکړنی په ضیس متر؟ دیسی متر
(څیره ۲۶۷ .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۲ – جوړ شوي کارپوټي حومره درنی دي (اندازه په سانتي متره)

۲۳-د لاندې پخمخروطونو M ,O او V وشمیرئ

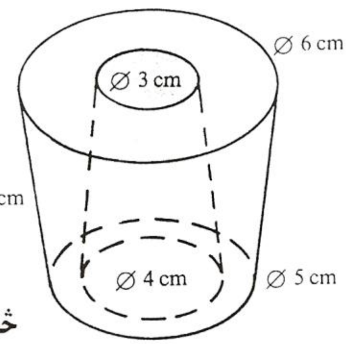
پخ کیګل مخروط

Kegelstümpfe:

a) $r_1 = 12$ cm; $r_2 = 10$ cm; $h = 8$ cm

b) $r_1 = 9$ cm; $r_2 = 7$ cm; $s = 6$ cm

c) $r_1 = 5$ cm; $h = 7$ cm; $s = 8$ cm



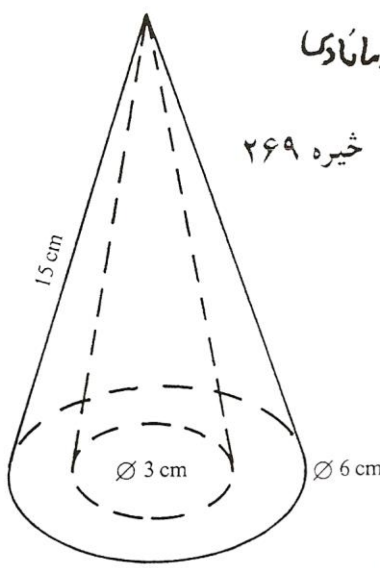
شیره ۲۶۸

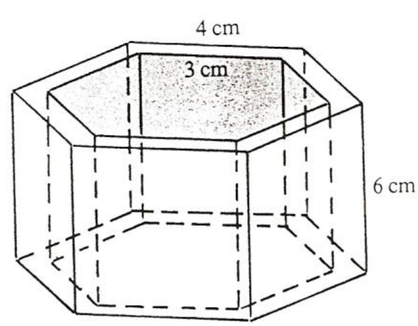
Eisenwerkstück $\varrho = 6{,}5$ g/cm^3

داوسپنې کار لوټه

څ په دې کالوتو کې هم دکلمې پرسانادې
با غلطت

شیره ۲۶۹





شیره ۲۷۰

Kunststoffmodell $\varrho = 2{,}5$ g/cm^3

پلاستیک مودل

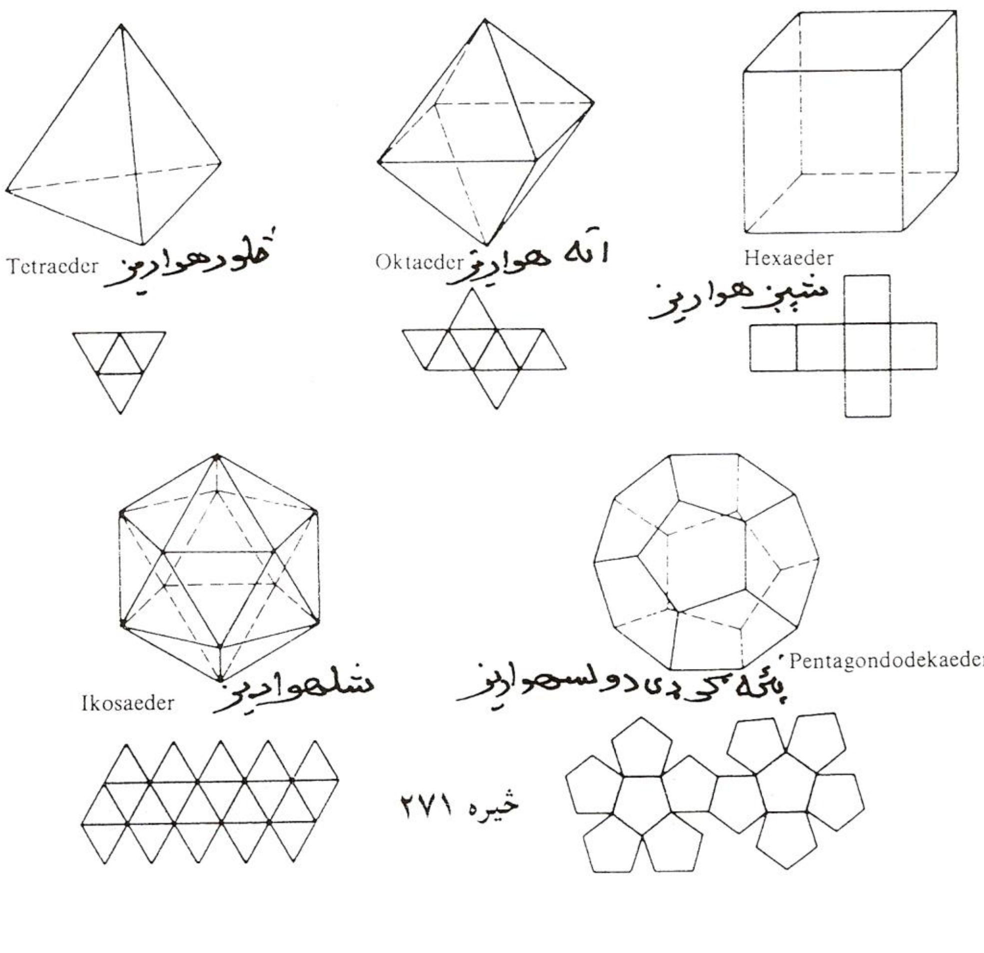
Messingsechskantrohr $\varrho = 8{,}3$ g/cm^3

د مسنګ شپږ اړخیزه لوټه

(c) ketabton.com: The Digital Library

منظم ډیرهواریز

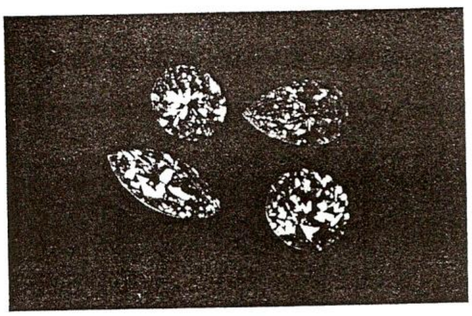
ټول بدنونه ، کوم چې یواځې بندهواري لري یا له هوارو رابند وي، پولوئیدر (یوناني : ډیر هواریز) نومیږي. موږ به دا له دې وروسته دا ډیرهواریز وبولو.
د دوي ترمنځ ټیك پنځه منظم یو بل ته ناورته بدنونه. دا د شمیرپوهنی له اړخه په ځانګړې توکه په زړه پورې دي، ځکه چې پاس هوارې او ډکې یې بند دي، دا په دې مانا چې د فرمولونو له لاې انځوریدلی شي، او په دې برسیره ، ځکه چې طبعي کریستال دا شکلونه یا فورمونه یا خیرې لري.



خیره ۲۷۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا پنځه منظم بدنونهد هواروبندهواریز ابو کهګ هواربندیزدي : تیترائیدر (ځلورهواریز Tetraeder) ، هیکسائیدرHexaeder (شپږهواریز ، مکعب) اوکتائیدرOktaeder (اته هواریز) دودیکائیدر (دولس هواریز ، د خپل اړخهوارو له امله پنتاګون دودیکائیدرPentagondodekaeder پنځه ګوډي دولسهواریزه بلل کیږي)، او په همدې توګه ایکوزائیدر Ikosaeder(شلهواریز) ځیرې په تیر مخ کی.

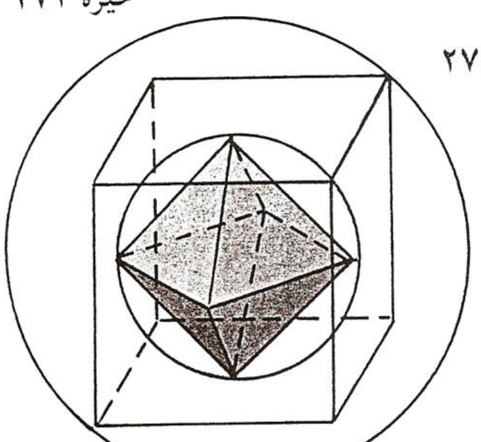


ځیره ۲۷۲

بیلګی

د مالګي تیګي مکعب جوړوي، کوپفرسولفید مینرال Fahlerz تیترائیدر، د ګوګړو کریستال دودیکائیدر او الون (کالیوم الومینیوم سولفات) اوکتائیدر جوړوي.

ځیره ۲۷۳



Würfel und Oktaeder mit In- bzw. Umkugeln

مکعب او اته هواریز د بهرګی کرې او په راکړ غونډیو سره

منظمهیرهواریز پلاتوني (افلاطوني) (خیالی platonische) بدنونه هم یادیږي، ځکه چی یوناني فیلوسوف او شمیرنپوه (۴۲۷ تر ۳۴۷ د م. پخوا) په دې نظر وو، چی ځلور پخواني عناصر اور، خاوره، اوبه، او هوا په خپل واړه فورم تیترائیدر، ایکوزائیدر، اوکتائیدر او هیکسائیدر په ګوته کوي. د هغه په فکر جهان پخپله یو دودیکائیدر فورم لروده. په دې پنځو هر یوه بدن کي کیدی

(c) ketabton.com: The Digital Library

شي يوه ګردۍ دننه او دباندې وكښل شي. كه دا يو په بل كې دننه شي يا په بل عبارت دننه راګير شي، نو په دې توګه شپږ دننه – او شپږ دباندې هوارې لاس ته راځي ، كومو چې كيپلر Kepler دې عقيدې ته راوستى شو ، كوم (چې هغه وخت معلوم) شپږ پلانيت به په داسې لاره ګرځي، چې د هغوي نيممحورونه د داسې دننه – او دباندېغونډي وړانګو سره برابر شي.
لاندې جدول د دې منظم پولوئيدر ډيرهواريزومعلومو لويو پوره معلومات وركوي.

Polyeder	e	f	k	l	m	α	r	ϱ	O	V
Tetraeder	4	4	6	3	3	60°	$\frac{a}{4}\sqrt{6}$	$\frac{a}{12}\sqrt{6}$	$a^2\sqrt{3}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Hexaeder	8	6	12	4	3	90°	$\frac{a}{2}\sqrt{3}$	$\frac{a}{2}$	$6a^2$	a^3
Oktaeder	6	8	12	3	4	60°	$\frac{a}{2}\sqrt{2}$	$\frac{a}{6}\sqrt{6}$	$2a^3\sqrt{3}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Dodekaeder	20	12	30	5	3	108°	$\frac{a\sqrt{3}+a\sqrt{15}}{4}$	$\frac{a}{20}\sqrt{250+110\sqrt{5}}$	$3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$\frac{15a^3+7a\sqrt{5}}{4}$
Ikosaeder	12	20	30	3	5	60°	$\frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$\frac{a\sqrt{27}+a\sqrt{15}}{12}$	$5a^2\sqrt{3}$	$\frac{15a^3+5a^3\sqrt{5}}{12}$

د لته حروف لاندې ماناوې لرې . a = د كانټې يا اړخ اوږدوالى ، e = د ګوډونو ګڼ (تعداد) f = د هواروګڼ. k = بدن اړخونوګڼ، l = د هوارو اړخونو ګڼ، m = په هركونج كې د كانټو يااړخونو ګڼ، ∝ = د ګاونډيو هوارو ترمنځ كونج، r = د چاپيرګردي وړانګه ، ϱ = د دننه ګردي وړانګه ، O = پاس هواره يا پورته يا ټوله هواره ، V = ډكي.
پنځه يوون ډيرهواريز (Einheitspolyeder) لاندې (a = 1) ارزښتونه لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polyeder	r	ϱ	O	V
Tetraeder	0,6124	0,2041	1,7321	0,1179
Hexaeder	0,8660	0,5	6	1
Oktaeder	0,7071	0,4082	3,4641	0,4714
Dodekaeder	1,4013	1,1135	20,6457	7,6631
Ikosaeder	0,9511	0,7558	8,6603	2,1817

د اویلر د ډیرهواریز جمله، د په خوبنه ډیرهواریز لپاره یو ټاکنمساوات راکوي، د ګوډګښون e ، اړخګښون k او هوارګښون f لپاره:

د اویلر ډیرګوډي یا پولوئید جمله : $e + f - k = 2$

په هرصورت داجمله یواځي د کونوکس یا ننوتو پولوئید یا ډیرهواریز لپاره باور لري، یعنی هغه ، چی په کومو کی ټول نیمي د بدن په دننه کی ځغلي، یعنی منظمو ډیرهواریز لپاره.

بیلګي:

کوادر : $8 + 6 - 12 = 2$

اوکتائید : $6 + 8 - 12 = 2$

دودیکائید $20 + 12 - 30 = 2$

غونډاری یا غونډوسکه(کره) او غونډاري برخې

ولې غونډاری یا غوندوسکه؟

که تاسو د انګرېزي فوټبال په عربي ژباړه په عربي وګورئ، نو کرةّ قدم به ترې واخلی.

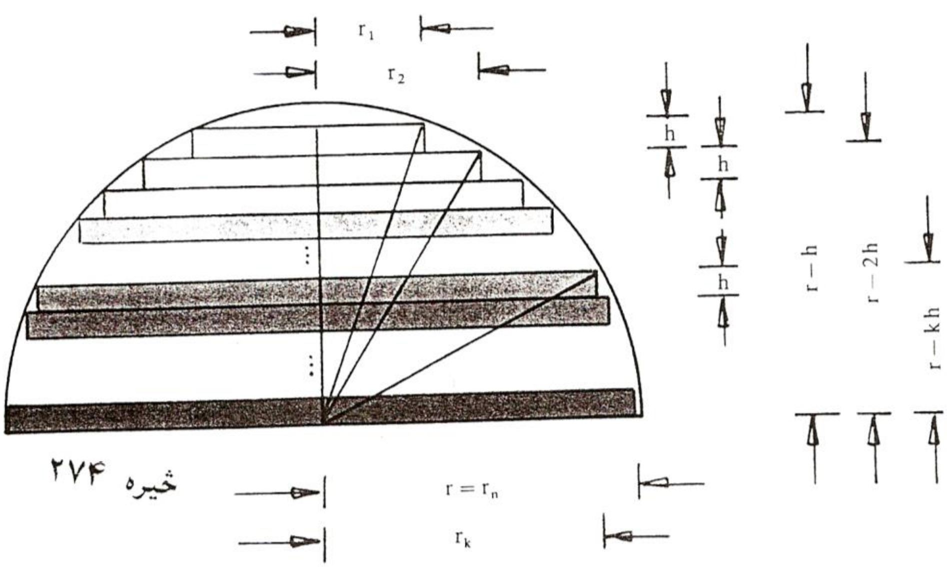
(په لاندې کې ما د غونډاري یا غونډوسکې په ځای غونډی لکلی، چې ښه او ټیک نومونه نه ده.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هندسې یا ځمککچپوهنې له مخې غونداری یا غونډوسکه د ټولو هغو ټکو ټولګه ده یا د هغو ټکو ځای دی، چې له یوه په

کلکه یاکره ټاکلی ټکی M څخه چی د غونډۍ منځټکی بلل کیږی همغه واټن r ولري.
غونډی نه یواځی د جګدرجئیز یا لوړ سیومتري (هره نیمی په همغه وخت کی سیومتري محور دی) له امله د بدنونو ترمنځ یو ځانګړي رول لري، بلکه هغه موږ انسانانو لپاره هم د مانا ډکه ده، ځکه چی ځمکه (نزدې) یو غونډی شکل لري . د بیلګي په توګه په کارتوګرافي کی ځمکه اوږدګردیو (میریدیانی Meridiane) باندې ویشل کیږي. په مریدیانی باندې هر واټن د ځمکی وړانګی R ته بیا یوه لینده په ګوته کوي. د ډکي ټاکلو لپاره بیا غونډی) ګردی استوانی ته ورته) په کوچنیو ستن ډوله چیتروګانو (کردې ټوټی، چی موږ ورته په هسکه مینه کی چیټرو وایو . د مات منګی څخه ګردې ټیري جوړیږي، ټوټه ده) ټوټه کیږي، چی جګوالی یی h = r / n دی. د یوګونو چیتروګانو وړانګو لپاره باور لري یا صدق کوي (د پیتاګوراس جمله) :

$$r_1^2 = r^2 - (r-h)^2 \Rightarrow V_1 = \pi r_1^2 h$$
$$r_2^2 = r^2 - (r-2h)^2 \Rightarrow V_2 = \pi r_2^2 h$$



شیره ۲۷۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوګ لیز

$$r_k^2 = r^2 - (r - kh)^2 \Rightarrow V_k = \pi r_k^2 h$$
$$r_k^2 = r^2 - (r^2 + k^2h^2 - 2rkh)$$
$$r_k^2 = 2rkh - k^2h^2$$
$$r_k^2 = \frac{2r^2 \cdot k}{n} - \left(\frac{rk}{n}\right)^2$$
$$r_k^2 = r^2\left(\frac{2k}{n} - \frac{k^2}{n^2}\right) \Rightarrow V_k = \pi r^3\left(\frac{2k}{n^2} - \frac{k^2}{n^3}\right)$$

$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{n^2}(1 + 2 + \ldots + n) - \frac{1}{n^3}(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{n^2}\left(\frac{n}{2}(n+1)\right) - \frac{1}{n^3} \cdot \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n^2}\right)\right]$$
$$V_{ges.} = \pi r^3\left[\frac{2}{3} + \frac{3}{2n} - \frac{1}{6n^2}\right]$$

که د «ستنګیو» ګڼون تلم پورته لاړ شي، نو په نوکانو کی لمړی ترم د مانا دی او لاس ته راځي

نیمغونډدی

V نیمغونډی $= (2/3)\pi r^3 \Rightarrow V_{غونډی} = \frac{4}{3}\pi r^3$

د غونډي د پاس هوارې د شمیرلو لپاره دا په خورا زیاتو برخه هوارو ویشي. که دا د ګوډ یا کونج ټکي د منځټکي سره ونښلول شي نو دا یو د اهرامشکل بدن ځان ته غوره کوي د r جګوالي سره.

د دې ټولو اهرامونو ډکیو زیاتون د غونډې ډکی ورکوي. دا د خورا زیاتو هوارو لپاره په نزدې توګه بسیا کوي، که چیرې څوك په پام کی ونه نیسی، چي دا سره د کمو استنثاوو کتل کیږي چی پوره هوار نه دي. برسیره پر دې باید د دې بنسټ هوارو زیاتون د غونډي پاس هوارې سره برابر وي. له دې امله باور لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

غونډي V = د اهرامونوډکیو زیاتون = r. (3 / 1) .

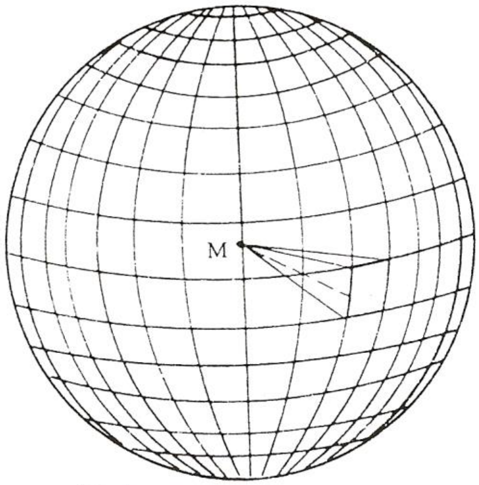
د غونډي پاس یا ټوله هواره

$(1/3).\ r.\ O$ د غونډۍ $= (4/3)\pi r^3$

O د غونډي $= 4\pi r^2$

په ټولیزه یا عمومي توګه باور لري

$$O = 4\pi r^2 \quad , V = (4/3) \quad r^3$$



ځیره ۲۷۵

پیلبیلګه:

منځنی ځمکوړانګه ۶۳۷۰ کیلو متره ده . د ځمکی پاسهواره او ډکی څومره دي؟ ځمکه څومره کتله لري،که د ځمکي منځنی سختوالی $5,514\ g/cm^3$ د مخه ونیول شي یا فرض شي؟

$O = 5,10.10^{8}\ km^2$,

$V = 1,08\ .\ 10^{12}\ km^3$;

$m = 5,97.10^{24}\ kg$

د خالیغونډي ډکی همداسی لاس ته راځي لکه د یوې خالي استواني ډکی (د مخه لوستل شوی دی) د دوه یو په بل کی پرتو کونځینتري غونډیو توپیر یا کمون:

$$V_{\text{خالیغونډی}} = (4/3)\,\pi\,(r_1^3 - r_2^3) \quad .$$

پیلبیلګه:

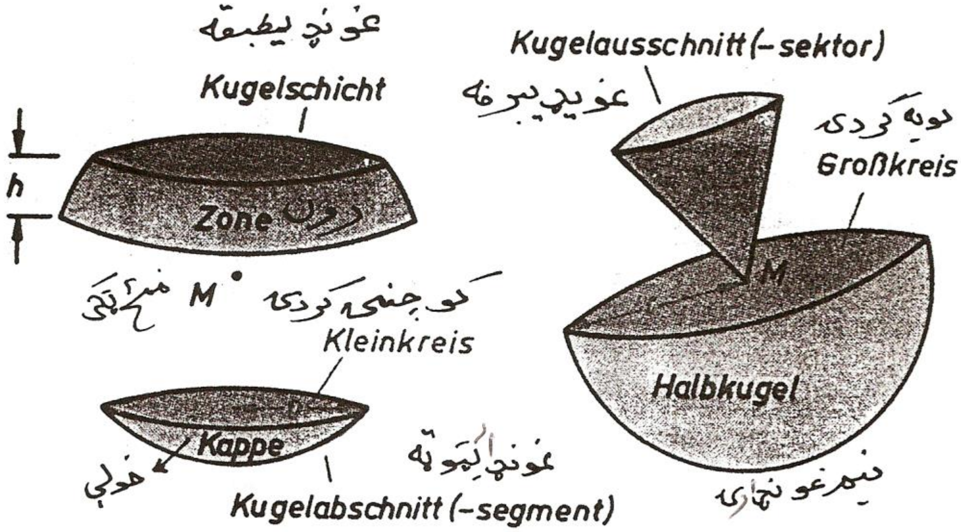
د اوسپنی خالیغونډی کومه کتله لري ، که د باندنینیمی یي ۱۲ سانتیمتره او

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دیوال پنډوالی یی ۸ ملیمتره (دیبنتی یا سختوالی یا ټینګوالی) وي؟

$V = (4/3)\pi(6^3 - 5,2^3) = 315,8\ cm^3;\quad m = V \cdot \rho = 2463,25\ g$

اوس غونډيبرخی په پام کی نیسو. په ټولیزه توګه لاندې بنسټیز فورمونه مخ ته لـه: (ږو!)



خیره ۲۷۶

ددې یوه ټوټه یا زیاتې ټوټې داسی منځ ته راځي ، چی غونډی د یوې یا یا زیاتو ګردیو له خوا غوڅه شي. که داغوڅی د غونډي له منځټکي تیر شي، نو دوه نیمغونډي او یوه لویه ګردی د غوڅهوارې په څیر منځ ته راځي. که غوڅی له منځټکي تیر نه شي، نو دوه غونډيټوټی منځ ته راځي. د دوه داسی غوڅیو ترمنځ یوه غونډيطبقه منځ ته راځي. که له غونډي یو مخروط ډوله ټوټه رابیله شي، نو غونډيبرخه منځ ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پرتله کړی) د دواړو خولیو د یو بل سره مساوي کیښوولو له لارې لرو:

$$\rho_1^2 h_2 - \rho_2^2 h_1 + hh_1h_2 = 0$$

دا بالاخره مور لاندې ته لاربښودوي:

$$V = \frac{\pi h\,(3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + h^2)}{6}$$

د غونډیبرخي ډکي یا غونډیبرخي حجم داسی لاس ته راځي، چی د یوه مخروط او او د ګردیتهوتی ډکي سره زیات کړو:

$$V = \frac{\pi h^2(3r-h)}{3} + \frac{\pi\rho^2(r-h)}{3}$$

دلته بیرته اړیکی (*) کارول کیږي، چی په لاندې ډول ځیره بدولون ترې لاس ته راځي $\rho^2 = h(2r-h)$. په دې توګه د ρ^2 لپاره ځاي په ځاي کوي او له دې لاس ته راځي :

$$V = \frac{\pi h^2(3r-h)}{3} + \frac{\pi h(2r-h)(r-h)}{3}$$

$$\Leftrightarrow\quad V = \pi r h^2 - \frac{\pi h^3}{3} + \frac{2\pi r^2 h}{3} - \pi r h^2 + \frac{\pi h^3}{3}$$

$$\Leftrightarrow\quad V = \frac{2\pi r^2 h}{3}$$

له r د (*) په مرسته ځ کا په ځای نسی لو لاس ته راځي

$$V = \frac{2}{3}\pi h\left(\frac{\rho^2 + h^2}{2h}\right)^2 = \frac{\pi}{6h}(\rho^2 + h^2)^2$$

د غونډیتهوتی پوښهواره M ، چی د غونډیخولی نومیږي او یا کاردینالخولی بلل کیږي، په همغه فکر شمیرل کیږي لکه د غونډې پاس یا ټوله هواره . که د غونډیبرخی د ډیرو اهرامونو د زیاتون په ځیر په پام کی ولرو، نو د هغی بنسټهواره همغه غونډیخولی ده. (کړی شو چی غونډیخولی په ځاي کیږه ولیکو) نو لرو :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$Mr / 3 = 2\pi r^2h / 3 \quad \Longleftrightarrow \quad M = 2\pi rh$$

که د (*) له لارې بدل شي، نو د غونډېکپرې لپاره لاس ته راځي :

$$M = \pi . (\varrho^2 + h^2)$$

د ټولهوارې د لاس ته راوړلو لپاره دې بیا یواځي د بنسټګردی هواره ور زیاته شي. د غونډیطبقي پوښهوارې ته د غونډېزون Kugelzone وایي. دا د دوه کپرو له کمون څخه لاس ته راځي. ټوله هواره یا پاسهواره یې داسی لاس ته راځي، چی بنسټهواره او سرپوښګردي هوارې وززیات شي. د غونډېټوټې پاس هواره داسی لاس ته رځي، چی د غونډیکپرې هوارېته د مخروطپوښ ورزیات شي.

د غونډارې برخو لپاره لاندې فرمولونه باور لري.

$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h) = \frac{1}{6}\pi h(3\varrho^2 + h^2)$ $M = 2\pi rh = \pi(\varrho^2 + h^2)$ (Kugelkappe) $O = 2\pi rh + \pi\varrho^2 = \pi(2\varrho^2 + h^2)$	د غونډارې ټوټه غونډارې خولۍ
$V = \frac{1}{6}\pi h(3\varrho_1^2 + 3\varrho_2^2 + h^2)$ $M = 2\pi rh$ (Kugelzone) $O = \pi(2rh + \varrho_1^2 + \varrho_2^2)$	غونډارې ټیکلی غونډارې زون
$V = \frac{2}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{6h}(\varrho^2 + h^2)^2$ $O = \pi r(2h + \varrho)$	غونډارې برخه

بیلګه:

۱ – د پنیرخرخ د یوه غونډیطبقي فورم یا بڼه لري. د هغه پاس هواره او ډکی وشمیرۍ، که وي : $\varrho_1 = \varrho_2 = 25$ cm او $h = 20$ cm.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$V = (20\pi / 6)(3.25^2 + 3.25^2 + 20^2) = 43458,70\ cm^2$$
$$= 34,458\ dm^2$$

وړانګه r د پیتاګوراس د جملي په مرسته لاس ته راځي :

$$r^2 = \rho_1^2 + (h / 2)^2 \Rightarrow r^2 = 25^2 + 10^2 \Rightarrow r = 26,93\ cm$$

نو لرو

$$O = \pi (2.26,93.20 + 2.25^2) = 7310,59cm2 = 73,11\ dm^2$$

۲ – یو دلوبی لاټو یا لوبی څرخی د غونډیټوټی بڼه لري د ټولجګوالی $r = 16$ cm او سور $b = 2\rho = 10$ cm سره. د هغه ډکی او پاسهواره څومره لوي دي؟

د خولی جګوالی د پیتاګوراس د جملی په مرسته لاس ته راځي :

$$(r - h)^2 + \rho^2 = r^2 \Leftrightarrow r^2 = - 2rh + h^2 + \rho^2 = r^2$$
$$\Leftrightarrow h^2 - 2rh + \rho^2 = 0 \Leftrightarrow h^2 - 32h + 25 = 0$$

د دواړو اوبیو یا حلونو $h_1 = 31,2$ cm او $h_2 = 0,8$ cm سره.

داچی $h < r$ ، نو باید یواځي دوم اوبی یا حل د کارونی یا ګټور وي. له دې امله لاس ته رځي

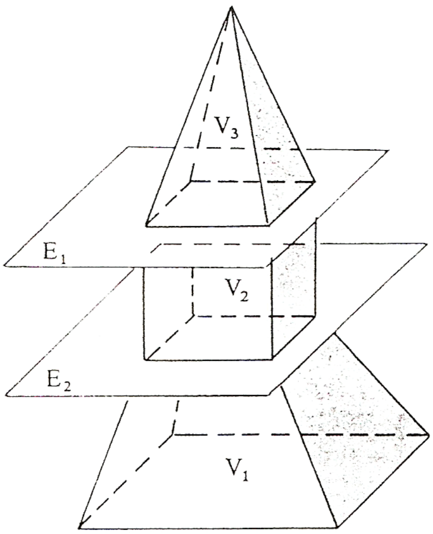
$$V = 2\pi .16^2 . 0,8 : 3 = 428,93\ cm^3$$
$$O = 16\pi(2 . 0,8 + 5) = 331,75\ cm^2$$

په خوښه جوړشوي یا فورم شوي بدنونه

لکه څنګه مو چی زیات تر پام تیر شو، ګټوور دی چی د یوه پیچلي بدن د ډکي یا پاسهوارې د شمیرلو لپاره دا بدن په ګټوره توګه یا هدفمند ډول ټوټی ټوټي کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې ډول ساده برخه بدنونه منځ ته راځي، کوم چې ض معلومو فرمولونو له لارې شمیرل کیدی شي.



$V = V_1 + V_2 + V_3$

خیره ۲۷۹

بیلګي :

ددې خیره شوي بدن ډکی له یوه پخ اهرام، کوادر یا غبرګاړخیز یا مکعب او یوه اهرام څخه لاس ته راځي.دا جوتیږي، که بدن په دوه غوڅیو په هوارو E_1 او E_2 ټوټه شي .

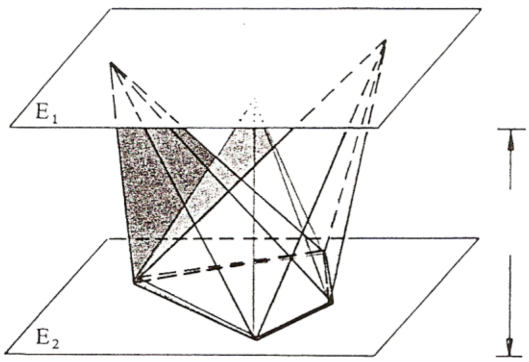
د بیاتیونی له لارې کیدی شي چې زیات بدنونه یوبل سره پرتله یا مقایسه شي(مخروط، اهرامونه) د ګیلاس ایښولو ټوټې(داسی ډبل کاغذونه دي چې د پیالیلاندې یا ریمکابي یا پشکاب په څیر وي او ګیلاسونه پرې ایښوول کیږي) چې یو په بل ایښول شوي په پام کی نیسو. د دې ټوټو د ځرخولو ، یا ځاي بدلولو له لارې جګوالی او ډکی نه بدلیږي. له دې منځ ته راغلی پوړی په پام کی نه نیول کیږي، ځکه چې په تیوري کی

خیره ۲۸۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا بدن د ناپای زیاتو طبقو څخه جوړ دی، چی پنډوالي یی په پام کي نه نیول کیږي د دې نور ورزیات استعمال د کاوالیری Cavalieri پرنځیپ دی

جمله :
دوه بدنونه همغه ډکی یا برابر ډکي لري، که د هغو ټول پراته غوځي په همغه واټن بنسټهوارې ته پراته وي.



ځیره ۲۸۱ : دا بیاتي شوي اهرامونه ډکي برابر دي، ځکه چی همغه جګي او برابر بنسټهوارې لري: $V = (1/2)G.h$ د کوچنیو واټنونوسره هره غوځهواره چی د بنسټهوارې سره غبرګه وي، په اهرامونوکی هواربرابر غوځهوارې خوړوي

په دې کی ضرور نه دی چي غوځهوارې دی کونګروراینځ وي!

دا د غونډیډکي شمیرلو لپاره یو ښکلی میتود رامنځ ته کوي.
د یوې ګردي استوانی یا ګردیټوټی څخه چی وړانګه r لري او 2r جګ دی دوه د ځوکو یا ککرې له لارې یو بل ته مخامخ مخروطونه غوځوي (یو دیابولو) د r = h سره.
داپاتی خالیفورم یوه د شګو ساعت پوښ راپه ګوته کوي. د یوې دومی همغی سره برابر ې ګردي استوانی یا ګردیټوتی د وړانګي r په اندازه یو غونډی راغوځوو. د سیومتري له امله بسیا کوي که لاندې نیمغونډی او د «شګو» ساعتنیمی تر ځیړنی لاندی ونیسو. هره غوځهواره یوه بسټهوارې سره غبرګه هواره راکوي، په غونډي کی ګردی په شګوساعتپوښ کی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګردیګوته یا ګردیکړی. دلته دې 'r د دیابولو څخه منځ ته راغلي ګردی ورانګه وي. r د غونډیغوڅیګردي ورانګه .

د هوارو لپاره چې واټن 1 له همغه بدن منځټکي ولري، باور لري:

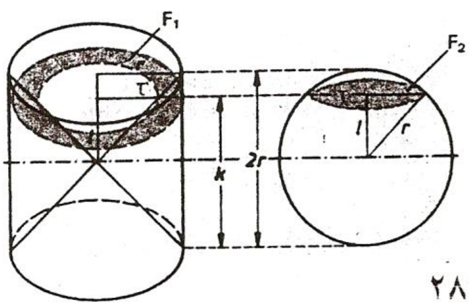
$$F_S = \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi (r^2 - r'^2)$$

$$F_K = \pi r^2 = \pi (r^2 - 1^1)$$

د ورانګي جملې څخه، برسیره په دې لاس ته راځي: (د ښکوساعت)

$$r' / r = 1 / r \Rightarrow r' = 1$$

$$\Rightarrow F_S = \pi (r^2 - 1^2) F_K$$



دواړه بدنونه ګورو چې ډکیمساوی یا ډکیبرابر دي.

خیره ۲۸۲

اوس د استوانی ډکی $V_Z = \pi r^2 h = 2\pi r^3$ دی، ځکه چې $h = 2r$ دی .

د دیابولو ډکی دی :

$$V_D = (2\pi r^2 / 3).(h/2) = \pi r^2 . h / 3 = (2/3) \pi r^2$$

او له دې سره د شګوساعت – او نیمغونډي ډکی :

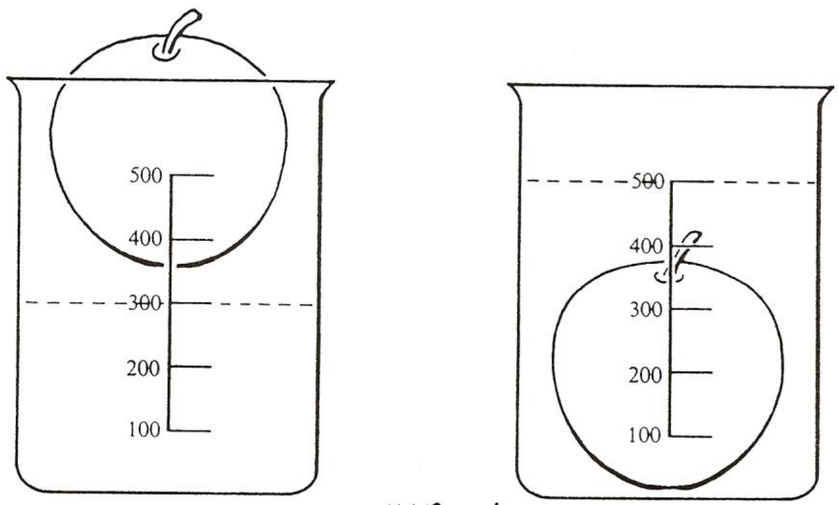
$$V_K = V_Z - V_D = 2\pi r^3 - (2/3)\pi r^3$$

$$V_K = (6/3)\pi r^3 - (2/3)\pi r^3 = (4/3)\pi r^3$$

د پوره نامنظم شکلونو ډکی د شمیرپوهنی له لارې یا هیڅ نه شمیرل کیږي او یا پوره ټیك د پیچلو شمیرنپوهنو متوضو سره هم نه شمیرل کیږي. لکه د یوې منې یا د یوه

(c) ketabton.com: The Digital Library

الو ډکی یواځي فزیکی متودونه یا طریقی مرسته کوي چی ډکي یی وشمیرل شي. لکه په لاندې ځیرو کي ، ځي روښانه شوی دی.



ځیره ۲۸۳ ځیره ۲۸۴

تمرینونه

۱ – د هغه بدن ډکی ځومره لوي دی ، چمنځ ته راځي، که د مکعب په هره هواره یو ولاړ اهرام کیښول شي د s = a سره؟

۲ – یو تیترائیدر څلورهوایز بدن او یو غونډی برابر پاسهواري لري. د هغوي ډکی په کوم تناسب یو بل سره پراته دي یا کومه ځانیونه یو بل سره لري؟

۳ – هر منظم پولوئید لپاره یوه دننه غونډی شته . چی د هغه هره هواره په منځټکي کی لمس کوي. ددې وړانګه دی r وي. د پولوئید ډ ګی اوV اوO پاسهواري V = O.r / 3 لپاره دلایل راوړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام وکړی چی پولوئیدر په اهرامونو ټوټه شي چی وړانګه r ولري، په
ډول چي د پولوئید هر اړخهواره د داسی یوه اهرام بنسټهواره وي.

۴ – د المان د پارلمان په سر منه او اټیران چی له طیلا جوړ دي د پارلمان د
ډانګ سره غبرګ د قدرت نخښه جوړوي. دا د پارلمان منه به څومره
وي، که دا د پاکی طپلا څخه جوړ وي($\rho \sim 19{,}3\ g/cm^3$; ~ 10 cm
اټیران وزن ثابت یا ځای په ځای پاتیږي)؟

۵ – یوه غونډۍ، توته، اهرام (د هغو بنسټهواره) برابر وړانګی لري، د اه
غونډۍ جګوالی یا جګی داسی وټاکی ، چی الف) همغه ډکي لري» د
برابره پاسهواري لري.

۶ – د یوه غونډۍ ډوله تیلو څاڅکي څخه، چی ۵ میلي متره نیمی لري، له
توئیږي د یوې ګردۍ ډوله تیلو پرده جوړوي، چی نیمی ئی ۱ متر . دا
څومره پنډه ده؟

۷ – د یوې سابونپوړکی دیوال به څومره لوي وي، چی دباندنی نیمی یی
سانتي متره وي، کوم چی له څاڅکی جوړ دی، چی نیمی یی ۵ میلي م

۸ – یوه د ښیښی غونډۍ د دابضنی نیمی سره، چی ۱۲ سانتي متره دی ۲
وزن لري یا درند دی. د هغی دیوال څومره لوي دی (2,6g / cm3 ~

۹ – یو هوا بالون یو ۲۵ متره نیمی لري.
الف) دا دننه سمځ یا غار یی څومره درووند دی، که د یو مربع متر و
وزن ۴۵ ګرامه وي؟ ب) ډکی څومره وزن لري که
هایدروجن ($\rho = 9.10^{-5}\ g/cm^3$) د ډکي مادې په څیر وکارول شي؟

۱۰ – یو مکعب کی یو غونډاری یا غونډۍ د خورا لوي ډکی سره خوندي
په یوه غونډاري چی خورا کم ډکی ولری راګیر یا خوندي کیږي.د م
اړخ اوږدوالی 5 cm دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف د ټول تن غوڅی څیره وباسی .

ب) د دواړو غونډارو ډکی او پاسهواره وشمیری .

۱۱ – د لاندې هوايي بدنونو ډکي او پاس هوارې څومره لويي دي:

الف) سپوږمی ($r = 1735$ km)

ب) مارس ($r = 3430$ km)

پ) وینوس ($r = 6305$ km)

ت) جوپیتر (ر ($r = 71800$ km)

۱۲ – د کورکغونډي($\rho = 0, 25$ g / cm³) د ۳۶ سانتي متره نيمي سره يوه غونډيډوله د پارې زرې($\rho = 11,4$ g / cm³) لري. دا د پاربزړی څومره لوي دی، که غونډی تر نيمايي په ابو کی ډوبه شي؟

۱۳ – د يوه لوي سرې سرې ۴۰۰ میلیونه غونډيډوله د سرويوڼکی لري، هر يوه د نيمي 0,3 mm سره. د ټولو پوڼکیو ګډه پاسهواره څومره ده؟

۱۴ – يو غونډی ، چی وړانګه يی $r = 10$ cm ده، د يوې هوارې څخه په ۳ سانتي متره ، له منځ يا کوکز څخه، واټن غوڅيږي. د دواړو برخو غوڅهوارې او ډکي وشميری.

۱۵ – د پاتی یاد نايادو برخو M,V,h او r د لاندې غونډیبرخو لويوالی وشميری

a) $r = 6$ cm ; $h = 5$ cm　　b) $M = 50$ cm² ; $h = 3$ cm

c) $h = r = 7$ cm　　d) $M = 700$cm² ; $r = 10$ cm

۱۶ – د ځمکی پاسهوارې کومه برخه د ۱۰۰۰۰ متره جګوالی څخه ليدل کيدی شي(د ځمکی وړانګه ۶۳۷۰ کيلومتره ده)

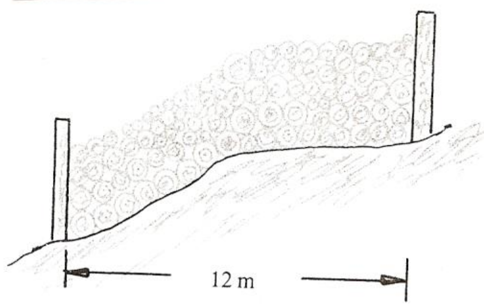
۱۷ – د يوه غونډي نيمی په څلورو برابرو برخو ويشل کيږي٠ په ټوټهټکو کی په نيمی ولاړې درې هوارې اچول کيږي. په کوم څاننيونه يا تناسب کی

الف) د پوښهوارې ، ب) د راپيدا شوو يا منځ ته راغلو غونډي برخو

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره پراته دي؟

۱۸ – په یوه غونډي کی، له منځ ځخه لیدلو یا کتلو سره ، هوایی(دلته مطلب د غونډي ترمنځ هوا یا د هواډکی دی) پرسیدنه، د دریواړو کواوردیناتو ځخه برابردي. که دا یو له بل توپیر ولري، نو د الیپسوئید ځخه غبرږو، چی اصلی محوروونه یی a,b او c دي. د ایلیپسوئید ډکی د فرمول $V = (4/3)\ a.b.c$ له مخی شمیرل کیږي. ځکه په رینښتونی غونډی نه دی، بلکه یو الیپسوئید، چی اصلي محورونه یي $a = c = 6378$ km (د اکواتور وړانګه) او $b = 6357$ km (قطبي وړانګه) لوي دي. (که په کلکه ونیول شي نو د اکواتوروړانګو ترمنځ یو کوچنی توپیر شته) د ځمکي ډکی وشمیری او د مخ ته تیر غونډي او غونډي برخي کی لوستلو سره یی پرتله کړی)



خیره ۲۸۵

۱۹ –په یوه زوړندي یا پیچومی باندي ۱ متر اوږد لرګی ډیری شوی، لکه په خیره ۲۸۵کی چی لیدل کیږي. څومره د هوامتر لرګی دا 1,20 m جګه د لرګوډیری لري.

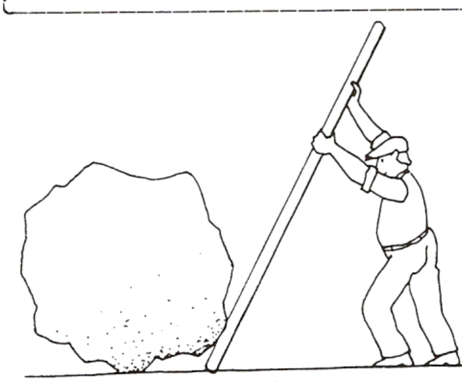
(c) ketabton.com: The Digital Library

وکتورشمیرنه

نځورونه

پیلبیلګه

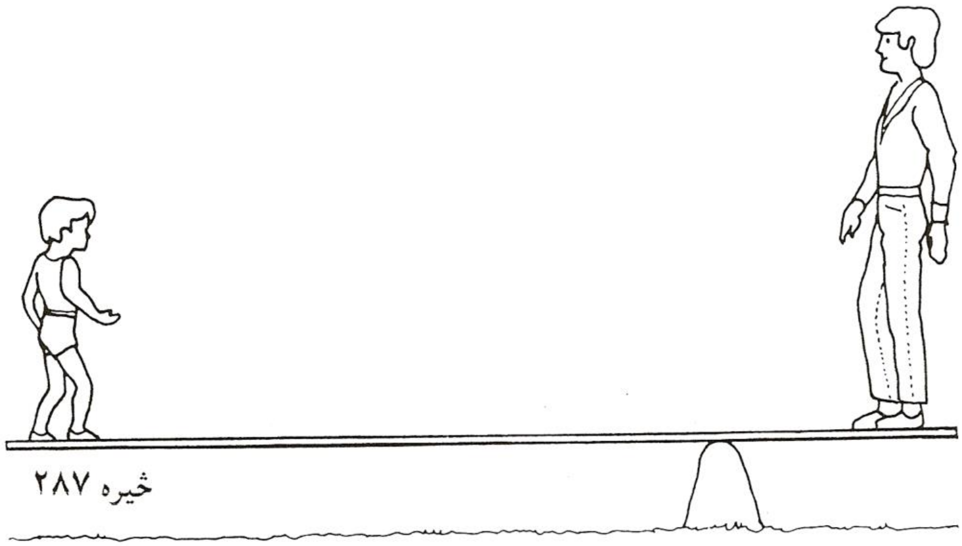
یوه درندې تیګی ته څنګه سړی حرکت ورکولی شي؟ طبعآ کیدی شي چي وړل
یی وازمائل شي، مګر دا پوره ستونځی لري او دا لاندې طریقه یی ساده ده: د
تیګی لاندې سړی یوه تخته یا اړم ننبلوي او یا ورلاندې کوي، د بل سر نه یی
لاندې لور ته زور کوي یا لاندې لور ته زور په واردوي. تیګه یو څرخونحرکت
باندې راځي.
ددې حالت لپاره د اړم قانون صدق کوي« زور د زوراړم = بار د بار اړم» .
که تیکه په پوره اندازه اوږده (او ستابیل) وي، کیدی چی یو ډیر نازورور
سړی هم کړی شي، چی خورا دراندہ بارونه پورته کړي.



خیره ۲۸۶

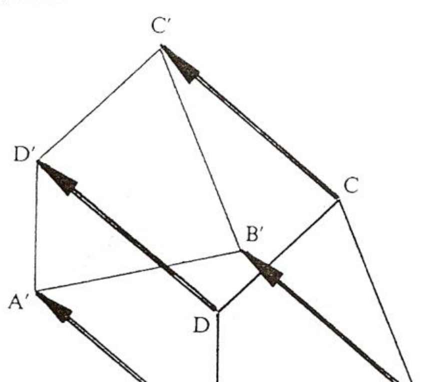
یا دا حالت د پورته پیلبیلګي سره ټیك
روښانه څرګند شوی ؟ هیڅ نه پیښیږي،
که څوك په اړم ښکته یا پورته زور ونه
کړي بلکه یا راکښ یا ورپورې وهي.
موږ باید دا پوښتنه نوره هم روښانه کړو
و د زورارزښت سره دزورتاثیر لور هم په
شپله لوبه کی ورداخل کړو.ددې هدف لپاره
وکتور سره شمیرنه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۸۷

تعریف : وکتور د یوه ارزښت او یوه لور سره تعریف دی. تل د یوه غشي په شیر انځورېږي. اوږدوالی د وکتور ارزښت (ګڼ ارزښت) ، په هواکی یی ځاي لور او د غشي څوکه د وکتورلور موخه یا هدف ښايي.



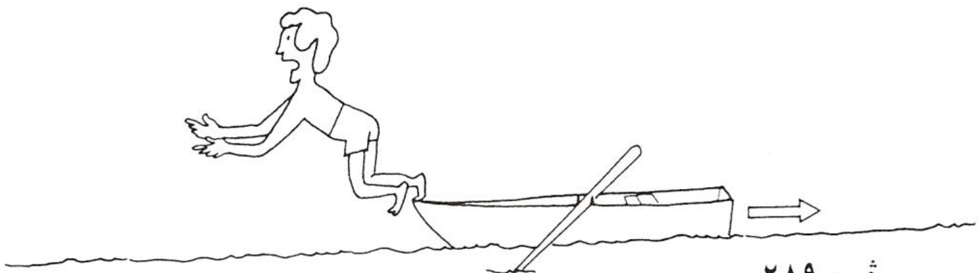
شیره ۲۸۸

دوکتورونو لپاره د کارونی ساحی

ګڼونه د مخنخښی سره کیدی شي د وکتور په حیث واضح شي. په فزیك کی کښول، لکه زورونه، سرعتتونه، لاري کیدی شي د وکتورونو په شیر انځور شي. (د جلالکوټ څخه و شیره ✓ کښول په وکتور سره په ښنه کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

و هسکی مینی ته رابنایی، چی دا لار دا دوه ځایونه سره ونخلوي او دا هم رابنایي چی څومره اږده ده. وکتور دا را په ګوته کوي، چی ایا څوك له جلاکوټ څخه هسکی مینی ته ځي او که له هسکی مینی څخه جلالکوټ ته)



څیره ۲۸۹

داچی یو وکتور د خپل پیلټکي او پایټکي سره ورکړ شوی دی، کیدی شي چی دا ټکي هم د هغه په انځورونه کی استعمال شي.

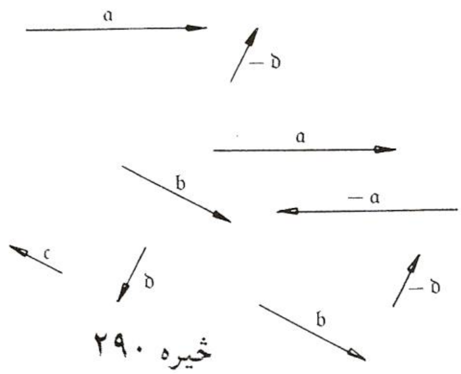
تعریف: هغه وکتور چي له ټکي P و ټکي Q ته لاربنودوي، د $\overrightarrow{PQ}$ سره په نخښه کیږي.
بل ډول لیګدودونه یی دي: $\overrightarrow{PQ} = \mathbf{a} = \vec{a}$.

په راکښلو سره که ټکی 'P د P څیره او ټکي 'Q د ټکي Q څیره وي، نو د $\overrightarrow{PQ}$ اوږدوالی او لورد $\overrightarrow{P'Q'}$ یو بل سره برابر دي. له دې امله دا باید برابر ولیدل شي یا وګڼل شي. یو وکتور له دې امله یو غشی نه دی بلکه ډیر یوبل سره غبرګ او کوګرواینڅ غشي دي. له دې امله د ورته ټولګي څخه هم غږیدی شو. (دا دې ځما په لمړي د شمیتپوهنی کتاب کي وکتل شي)

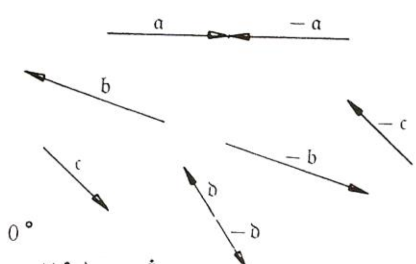
(c) ketabton.com: The Digital Library

څیره   وکتورو نه د ایکویوالنځتهولګی

په څیر: دوه وکتورونه ټیك هلته سره برابر دي، که هغه همغه ارزښت(اوږدوالی) او همغه لور ولري.



څیره ۲۹۰



څیره ۲۹۱

تعریف

د **a** مطلقه ارزښت a = |**a**| دی. a تل یو نامنفي ګڼ دی.

وکتورونه د ارزښت ۱ سره موږ یوونوکتورونه یا واحدوکتورونه بولو.

وکتورونه د همغه ارزښت سره مګر د مخامخ لور سره مخامخ یا په څټ وکتورونه بلل کیږي:

$$|\mathbf{a}| = |-\mathbf{a}| = a$$

$$\overrightarrow{PQ} = \mathbf{a} = -\overrightarrow{QP} = -(-\mathbf{a})$$

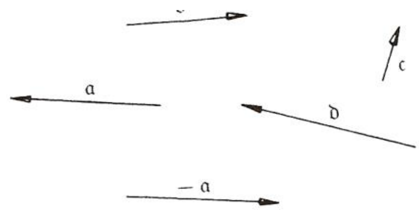
یواځنی وکتور د 0 (صفر) ارزښت سره صفروکتور **0** دی:

$$\overrightarrow{AA} = \mathbf{a} \Rightarrow |\overrightarrow{AA}| = |\mathbf{a}| = 0$$

دا چی وکتورونه له ټکي وټکي ته لاري روښانه کوي، کیدي شي چی د وکتورونو د توضیح لپاره کواوردینات یا پروت ولاړ سیستمونه (محورونه) هم وکارول شي:

تعریف: وکتورکواردینات د پیل او پای ټکو توپیر یا کمون څخه لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library



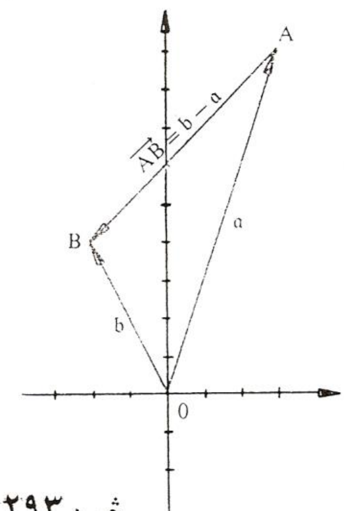
خيره ۲۹۲

په هواره کي : $a = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \end{pmatrix}$

په هوا کی : $a = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \\ z_Q - z_P \end{pmatrix}$

خيره وکتورونه او د هغوي ارزښتونه(اوږدوالی):

$|\mathbf{a}| = |\mathbf{-a}| = 2{,}5\ ;\ |\mathbf{b}| = 2\ ;\ |\mathbf{c}| = 1\ ;\ |\mathbf{v}| = 3$



خيره ۲۹۳

بيلګي:

وي دې A(3|9) او B(-2|4) پيل- او پايټکي . نو د A او B څخه ټاکلی وکتور کواوردينات په لاندې ډول لاس ته راځي :

$$a = \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix};\quad b = \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

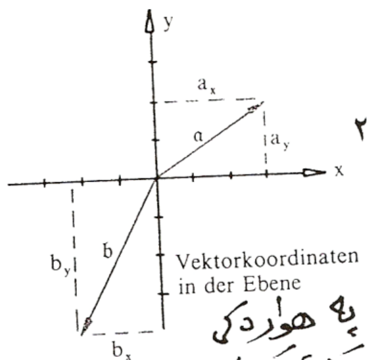
$$c = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2-3 \\ 4-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$-c = \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 3+2 \\ 9-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

جمله:د وکتور ارزښت د پيتاګوراس له جملی څخه لاس ته راځي او دا د يوګونو کواودیناتو له لارې :

په هواره کی: $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

پەهوا کې: $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$



شیره ۲۹۴

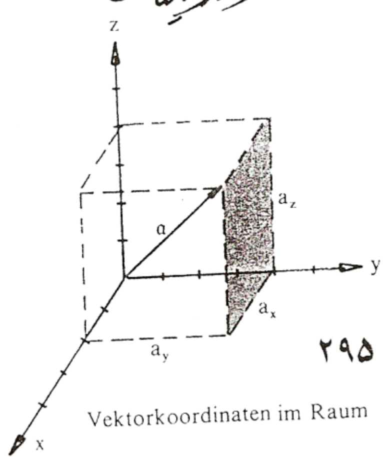
په هوارډکې وکتورکواوردينات

بیلګي :

$$a = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow |a| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$b = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \Rightarrow |b| = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} \approx 11{,}31$$

$$c = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow |c| = \sqrt{4^2 + (-5)^2 + 6^2} = \sqrt{77} \approx 8{,}77$$



شیره ۲۹۵

په هواکی وکتورکواوردينات

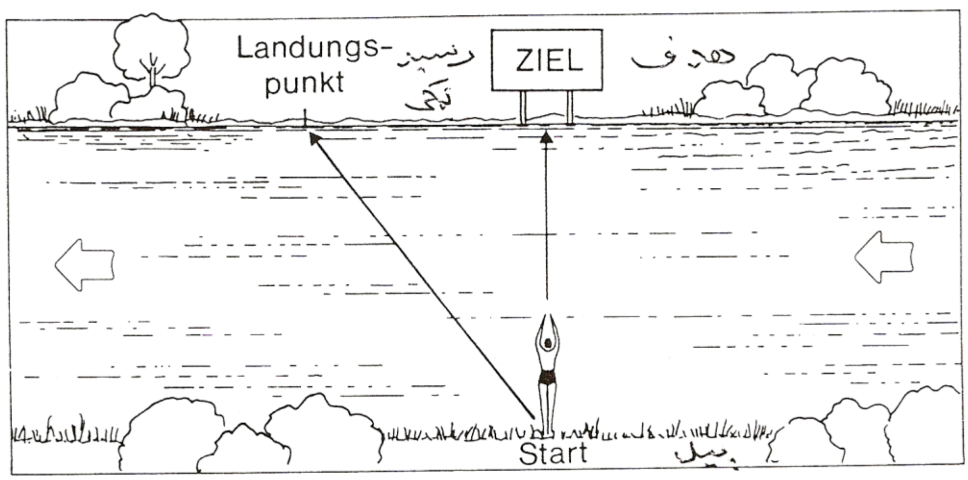
وکتورزیاتون او s–ځلوون یا ضربول

پیلبیلګه: یو لامبووهونکی د سین بلی لور ته د سین په سور یا پلنو لامبی، دا په دې مانا چې اوبه روانی دي. سره له دې چې دا تل سیده لامبي ، دا نه شي کولی چې هغه د لمبا ځاي ته مخامخ ځاي ته ولمبیدی شي.د روانو اوبو څخه د ځان سره وړ کیږي. په ټولیزه –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا عمومي توګه ده یو مائل حرکت وکړ یا مایل یي ولمبل، کوم کې چې د ده د لمبا سرعت او د سین سرعت یو په بل زیات شوي دي.

ګرافیکی د وکتورزیاتون داسی صورت نیسي، چی د دواړو سرعتونو وکتورغشي په خپلو پیل ټکو یو په بل ږدي او دا هر یو د یوه غبرګ اړخیز سره یوځایی وصل کوي. د غبرګ اړخیز نیمی د دواړو سرعت وکتورونو زیاتون ، چی له پیل ټکی پیل کیږي انځوروي. یعنی د لامبووهونکي او د اوبو د سرعت زیاتون ، ځمور په ځیره کی «



ځیره ۲۹۶

تعریف: وکتورونو ګرافیکی سره زیاتیږي، که د دوهم وکتور پیلټکی د لمړي وکتور په پاګي کیښول شي یعنی د غشی په سر کیښول شي او داسی وریسی . دا زیاتون وکتور نو بیا د لمړي وکتور د پیل ټکی د دوهم وکتور یا د ځنځیر اخرني وکتور د څوکی یا غشي سر پورې غزول کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خیرونو څخه دا لاندې هم لاس ته راتلی شي

جمله : د زیاتونوکتور کواودینات همداسی کمونوکتور د پیلوکتور د زیاتوز همداسی کوم څخه لاس ته راځي.

په هواره کې

$$a + b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix}$$

په فضاکې

$$a + b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$

بېلګه

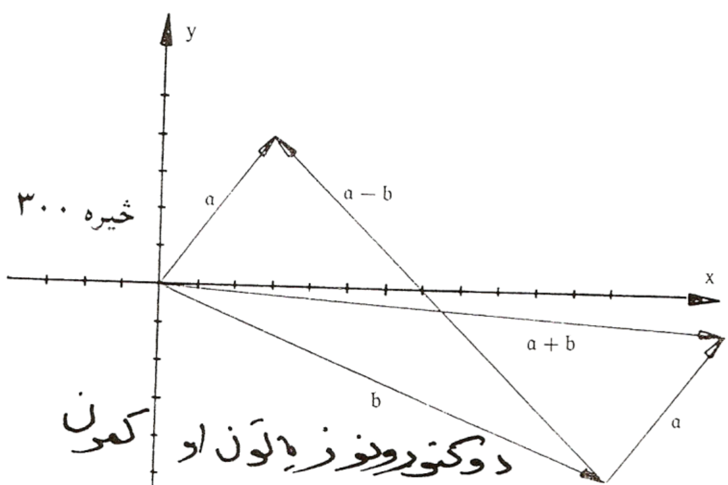
1. $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}; \quad |a| = 5 \quad |b| = 13$

$$\Rightarrow a + b = \begin{pmatrix} 3 + 12 \\ 4 \; - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$a - b = \begin{pmatrix} 3 - 12 \\ 4 \; + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$b - a = \begin{pmatrix} 12 - 3 \\ -5 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$|a - b| = |b - a| \approx 12{,}73; \quad |a + b| \approx 15{,}03$



Addition und Subtraktion von Vektoren

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mathbf{2.}\quad a=\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix};\quad b=\begin{pmatrix}-2\\0\\5\end{pmatrix};\quad c=\begin{pmatrix}7\\8\\-9\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow a+b=\begin{pmatrix}4-2\\3+0\\2+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\7\end{pmatrix}$$

$$a-c=\begin{pmatrix}4-7\\3-8\\2+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-5\\11\end{pmatrix}$$

$$a-b+c=\begin{pmatrix}4+2+7\\3-0+8\\2-5-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\11\\-12\end{pmatrix}$$

$$a+a=\begin{pmatrix}4+4\\3+3\\2+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\6\\4\end{pmatrix}=2\cdot a$$

دا وروستنی بیلګه د وکتورونو د ځلولو لپاره ده چې له ګڼونو سره ځل شوي (s– ځلون یا · ضربونه) یعنی د سکالار سره ځلونه :

تعریف : وي دې s یو ریل ګڼ (سکالار هم نومیږي) **a** یو وکتور. نو s.**a** = **a** . s هغه وکتور لاس ته راکوي ، چې همغه لور ولري لکه **a** او s –واره اوږدوالی ولري. وکتور **a** له s سره ځلیږي، که د وکتور هر کومپوننت د s سره ځل شي:

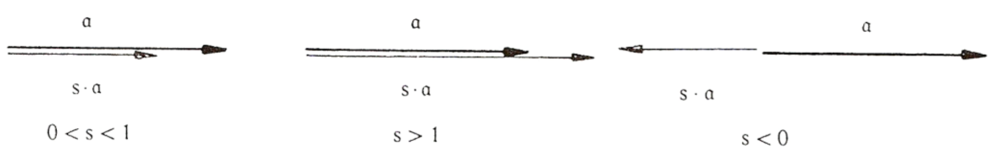
په هوا کې $s\cdot a=\begin{pmatrix}s\cdot a_x\\s\cdot a_y\\s\cdot a_z\end{pmatrix}$ ، په هواره کې $s\cdot a=\begin{pmatrix}s\cdot a_x\\s\cdot a_y\end{pmatrix}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a = \begin{pmatrix}5\\7\\9\end{pmatrix};\quad s_1 = 4;\quad s_2 = -0,5$$

$$\Rightarrow s_1 \cdot a = \begin{pmatrix}4\cdot 5\\4\cdot 7\\4\cdot 9\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}20\\28\\36\end{pmatrix};\quad s_2 \cdot a = \begin{pmatrix}-0,5\cdot 5\\-0,5\cdot 7\\-0,5\cdot 9\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2,5\\-3,5\\-4,5\end{pmatrix}$$

هندسي د یوه وکتور ځلونه د یوه ریيلګڼ سره د هغه وکتور منځنی غزونه ده د ځلوونی یا فاکتور s په اندازه. د وکتور پیلتګی د کرښمنځ یا غزونمنځ دی.
دلته د $|s| > 1$ سره وکتور اوږدیږي یا غزیږي» او د $|s| < 1$ سره وکتور لنډیږي.
د $|s| = 1$ لپاره د وکتور ارزښت تغیر نه خوري. که $s < 0$ وي، نو د وکتور لور راپه ځت کیږي یا راګرځي یا برعکس کیږي.



خیره ۳۰۱: د وکتورa ځلونه د یوه رئیل ګڼ s سره.

که $s = 0$ وي ، نو **s.a** صفر وکتور **0** دی .

جمله :په ټوله توګه یا مجموعه کی د سکالار سره د وکتور ځلونو لپاره ل اندې شمیر قاعدې باور لري:

$$|s.\mathbf{a}| = |s|.|\mathbf{a}|$$
$$(s_1 + s_2).\mathbf{a} = s_1.\mathbf{a} + s_2.\mathbf{a}$$
$$s.(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = s.\mathbf{a} + s.\mathbf{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګې:

$$1.\quad \left|-3\cdot\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{matrix}-9\\-12\\-15\end{matrix}\right| \approx 21{,}21$$

$$\left|-3\cdot\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = |-3|\cdot\left|\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}\right| = 3\cdot\sqrt{50} \approx 21{,}21$$

$$2.\quad (4-6)\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = (-2)\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-14\end{pmatrix}$$

$$(4-6)\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = 4\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} - 6\cdot\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-12\\28\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-18\\42\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-14\end{pmatrix}$$

$$3.\quad 3\cdot\left[\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix}\right] = 3\begin{pmatrix}7\\-9\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}21\\-27\\9\end{pmatrix}$$

$$3\cdot\left[\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix}\right] = 3\cdot\begin{pmatrix}5\\-3\\11\end{pmatrix} - 3\cdot\begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}15\\-9\\33\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-6\\18\\24\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}21\\-27\\9\end{pmatrix}$$

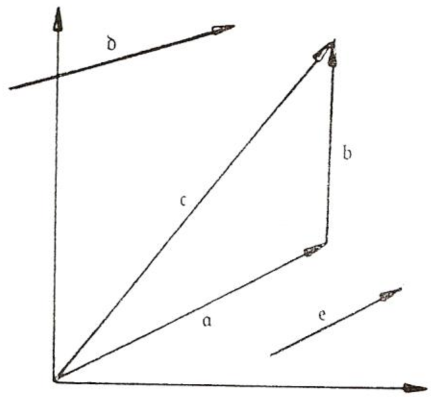
که یو وکتور د بل وکتور زیاتواره په څیر انځور کړی شي، نو دواړه وکتورونه لاینې بلواك بلل کیږي، په غیر له دې لاین خپلواك بلل کیږي.
ټیك په لاندې توګه افده کیږي:

تعریف: دوه وکتورونه **a** او **b** لاینې بلواك دي، که چیرې (یواځنی ټاکلی) رییلګڼ s (سکالار) موجود وي د کوم لپاره چی **s.a = b** باور ولري.
دا وکتورونه لاینخپلواك دی، که انځورونه **s.a = b** د هیڅکوم رییل ګڼ s لپاره ممکنه نه وي.

په هواره (R^2) کی تل دري وکتورونه لائنې بلواك دي. په هوا (R^3) کی تل ۴ وکتورونه لاینبلواك دي. په هواره زیات تر زیاته ۲ او په هوا کی زیات تر زیات

(c) ketabton.com: The Digital Library

دري وکتورونه لاينيخپلواك كيدى شي.



خيره ۳۰۲

لايني بلواك وكتورونه	لايني خپلواك وكتورونه د بيلگې پو توگه
$\{a, e\}$	$\{a, b\}$
$\{a, b, c\}$	$\{b, c\}$
$\{a, c, d\}$	$\{e, d\}$

بيلگې:

۱ – وكتورونه $a = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -22 \end{pmatrix}$ لايني بلواك دې ، ځكه چې

$$s.\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -22 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -3.s = 6 \\ 6.s = -12 \\ 11.s = -22 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} s = -2 \\ s = -2 \\ s = -2 \end{matrix}$$

۲ – په ځې يا برعكس، وكتورونه $a = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix}$ لاينيخپلواك دى، ځكه چې :

$$s.\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -4.s = 10 \\ 6.s = 15 \\ 8.s = 20 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} s = -2,5 \\ s = 2,5 \\ s = 2,5 \end{matrix}$$

گورو، چې دلته سره گډ يا مساوي s نه شي پيداكيدى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتورونو لاینې خپلواکوالي او لاینې بلواکوالی په هواره او هوا کي د وکتورونو انځورونو لپاره په کارول کیدي شي:
لکه څنګه چې ټکی په کواوردیناتو کی تعریفیږي چې خپل واټن له محور څخه بیانوي، نو همداسې کیدی شي چې وکتورونه ، ځانونه، په خوښه داسي وکتورونو روښانه یا بیان کړي، چې ځغاستلور یې یو ددې کواوردیناتو محور وي..

تعریف:

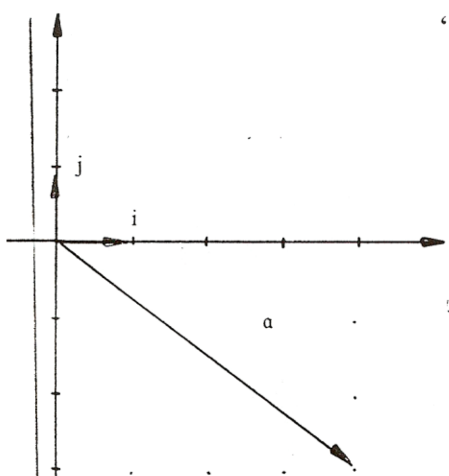
وکتورونه : $i=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ او $j=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ په هواره کي، همداسی

وکتورونه $i=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ او $j=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ په هوا کي او $k=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

بنسټ وکتورونه بلل کیږي. دا مثبتمحور لو په ګوته کوي او ددې لپاره باور لري:

$$|\mathbf{i}|=|\mathbf{j}|=|\mathbf{k}|=1$$

هر وکتور کیدی چې په هواره کی له i او j او په هوا کي د i , j او k وکتورونو په نامه لاینې کمبیناشن په څیر د بنسټ وکتورونو څخه انځور کړی شي.



څیره ۳۰۳

بیلګي:

$$a=\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}=4\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=4\cdot i-3\cdot j=4\cdot i+(-3)\cdot j$$

$$b=\begin{pmatrix}-3\\11\\6\end{pmatrix}=-3\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+11\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+6\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=-3i+11j+6k$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کی یو نظر په الجبري جوړښت، چی وکتورونه یی د زیاتون او کمون په بنسټ او د ریيلګڼونو سره څلونی له لاري لري:

د ټولو وکتورونو ډیری V په هواره کی (همدا ډول په هوا کی) د زیاتون په نسبت یو زیاتون کموتاتیو ګروپ جوړوي (د ګروپ تعریف وروسته)، ځکه چی لرو :

اول – $a+b\in V$ د ټولو b,a لپاره ، چی له V وي. رابندیدنه

دوم – $(a+b)+c=a+(b+c)$ د ټولو c,b,a لپاره، چی له V وي اسوڅیاتیو قانون

دریم – $0+a = a+0$ صفر وکتور 0 ناپییلی توکی دی

څلورم – $a+(-a)=(-a)+a=0$ هر وکتور ته یو په څټ وکتور یعني مخامخ وکتور موجود دی

پنځم – $a+b = b+a$ د ټولو a,b لپاره، چی له V وي. کموتاتیو قانون

برسیره پر دې د څلوونی لپاره د یوه ریل ګڼ سره باور لري:

شپږم – $s.a\in V$ د ټولو a لپاره ، چی له V وي

اووم – $1.a=a$ د ټولو a لپاره، چی له V وي

اتم – $(m+n).a=m.a+na$ د ټولو ریيلګڼون m او n لپاره او هر وکتور a لپاره ، چی له V وي.

نهم – $m.(a+b)=m.a+n.b$ د ټولو وکتورونو a او b لپاره چي له V وي او هر ریيل ګڼ m لپاره.

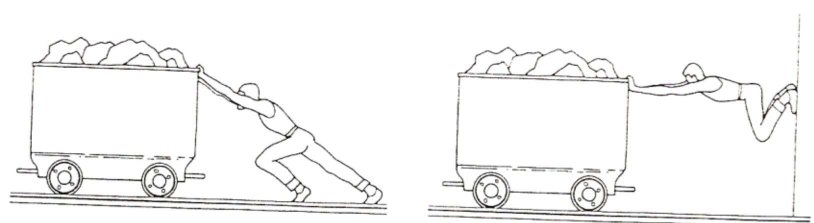
په ټولګیزه توګه یو داسی جوړښتخویونه د وکتورهوایا ۰ فضا تر نامه یادیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سکالار ځل

وکتورونهٔ لکه چی ومو لیدل٬کیدی شي چی سره زیات شي او یا د یوه ریبلګڼ سره ځل شي . کیدی شي، چی وکتورونه یو له بل سره هم ځل کړی شي؟
دا حتی په دوه توپیریدونکو ډولونو ممکن دی . یو واریانت یو د یوې لوي په توګه، بیرته یو وکتورهوا جوړوي(د مخه لوستل شوی دی)، بل یی د یوې لوي په توګه سکالار لاس ته راکوي، چی دا یواځي ارزښت لرې او لور نه لري.

پیلبیلګه :
په پخوا وختونو کی د سکرو د کانو واګونونه په لاس راکښل کیده. دلته دا پوښتنه رامنځ ته کیږي، چی ولی کارګر واګون مخته راکښوده او په همدې توګه ټیلواهه، ددې لپاره چی موټر سم پورته کړي؟



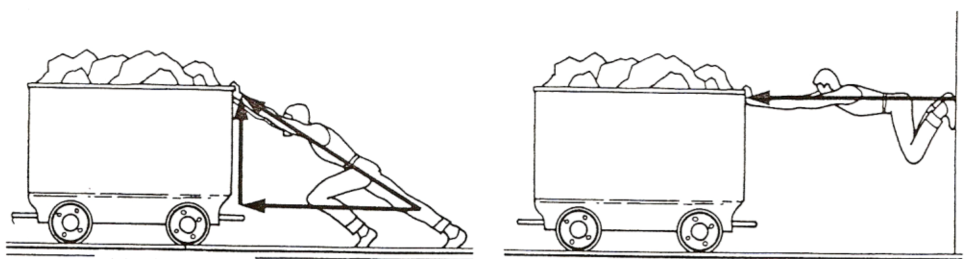
خیره ۳۰۴

ددې پوښتنی سره موږ د دوه وکتوري لویو سره سر او کا رلرو: زور او لار، چی د هغو ځل په فزیك کی «کار» بلل کیږي. هغه زور چی واګون په حرکت کی راولی، باید د واګون په لور واچول شي یا د واګون په لور تاثیر وکړي. یو په پورته لور اچولی زور کړی شي چی واګون پورته کړي. هر مایل تاثیر کوونکی زور کیدی شي د وکتور زیاتون قانون له لارې په یوه واګون سره غبرګ او بل په دې ولاړ زور ټوټه کړي یا تجزیه کړي. یواځي پروت زور واګون د مخ لور ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

په حرکت راولي. په دې توګه واردونکی زور او مؤثر زور په ټولیزه توګه همغه یو زور نه دی. دا د دې پوښتنې ځواب هم دې، چې ولي کارګر د مخ لور ته تکیه وهي.: هغه رسی چې د هغې له لارې زور اچول کیږي، نزدې ځمکې سره غبرګه ځغلي (= لار) ، (نزدې د متېو ټول زور کیدی شي مؤثر واقع شي. هر څومره چې کونج د ځمکې او رسی ترمنځ مایل وي، همغومره زیات زور بی تاثیره پاتې کیږي.

دا په کار اچولی زور ، په دوه یو په بل ولاړو کمپوننتو (زورونو) ټوټه کیدل یو ولاړکونجیز دریګوډی جوړوي، دا لار سره غبرګ زور د $F.\cos\alpha$ په څیر لاس ته راځي . کار $W = F.s.\cos\alpha$ پخپله په برخلاف د جوړښتلوی زور او لار – لور نه لري، بلکه یواځې ارزښت لري:
دا یو سکالار دی.



څیره ۳۰۵

تعریف:
د دوه وکتورونو **a** او **b** یو **a . b** سکالار ځل لاندي(ویل کیږي **a** ځل **b**) یو یواځنی ریل ګڼ پوهیدل کیږی ،

$$\mathbf{a}.\mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| .\cos\alpha = a.b. \cos\alpha$$

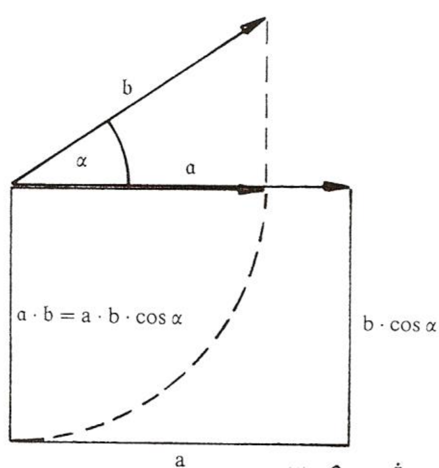
(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته کونج ∝ د a او b وکتورونو ترمنځ کونج دی .

هندسي سکالار ځل د یوه ولاړکونجیز هوارمتن دی یا هواره ده د اړخونو a او b.cos∝ سره (د b پریوستون په a). داسی یوه هواره هلته موجود ده٬که له دې وکتورونو هیڅ یو هم د صفر اوږدوالی ونه لري او یا 0 =| cos∝ ، یعني 90° ≠ ∝ده.

د b ولاړ پریوستون په a کله کله په ∝ سره ښول کیږي: $b_a = b.\cos\alpha$

$$\mathbf{a.b} = a.b_a$$



خیره ۳۰۶

جمله: د دوه وکتورونو a |= 0 او b |= 0 سکالار ځل هلته او هلته صفر دی، کله چی دواړه یو په بل ولاړ وي:

$$\mathbf{a . b = 0} \iff \mathbf{a \perp b}$$

بیلګه:

د یوه ولاړکونجیز کواوردینات سیستم(Orthono.-rmalbasis اورتونورمالبنسټ) یو په بل نیغ ولاړ دي. له دې امله له دوه مختلفو وکتورونو ځل صفر دی او د یوه بنسټوکتور سکالار ځل د ځان سره تل ۱ دی :

$$\mathbf{i.i = j.j = k.k = 1 \quad , \quad i.j = j.k = k.i = 0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د زیاتون څخه په بل ډول، د وکتورډیری نسبت و سکالار ځل ته ترلی یا رابند نه دی . د سکالار ځل د په خوښه وکتورونو ځل د هغه ډیري څخه راوباسی، چی عملیه په کی اجرا کیږي، دا په دې مان چی دا نتیجه بیرته وکتور نه دی یعنی د وکتو په ډیري کی هم نه دی پروت. دلته اسوشیاتیو قانون هم باور نه لري:

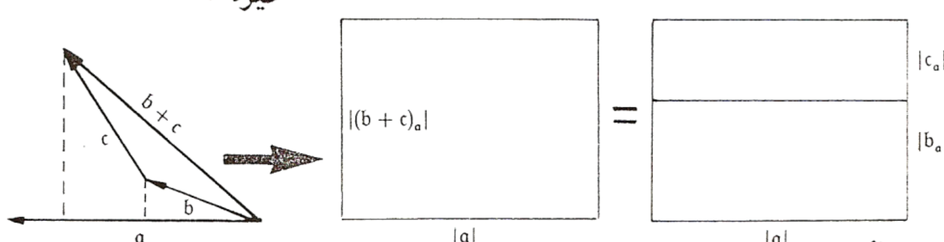
$$a.(b.c) = a.|b|.|c| \cos(b.c)$$

د **a** یو زیتځله دی او په څپ : $(a.b).c = |a|.|b|.\cos(a.b).c$ د **c** یو زیاتځل دی.

سره له دې هم باورلري:

سکالار ځل کموتاتیو دی :	$a.b = b.a$
او وکتور زیاتون ته دیستربیوتیو دی.	$a.(b+c) = a.b+a.c$

خیره ۳۰۷



Das Distributivgesetz $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ دستوبیو تیو قانون:

کموتاتیو قانون په کمپوننتوانځورونو له لارې او بنسټ وکتورونو له لارې ساده ښوول یا ثابت کیدی شي. د بیلګي په توګه په هواره کی :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a \cdot b = (a_x \cdot i + a_y \cdot j) \cdot (b_x \cdot i + b_y \cdot j)$$
$$a \cdot b = a_x i \cdot b_x i + a_y j \cdot b_x i + a_x i \cdot b_y j + a_y j \cdot b_y j$$
$$a \cdot b = a_x b_x i \cdot i + a_y b_x j \cdot i + a_x b_y i \cdot j + a_y b_y j \cdot j$$
$$a \cdot b = a_x b_x \cdot 1 + a_y b_x \cdot 0 + a_x b_y \cdot 0 + a_y b_y \cdot 1$$
$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y$$
$$a \cdot b = b_x a_x + b_y a_y = b \cdot a$$

په ورته ډول دا د دري او زيات کمپوننتوکتورنو لپاره هم ښوول کيدي شي:

تعريف : د سکالار ځل د کمپوننت انځورونی لپاره باور لري:

$$a \cdot b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_y \\ b_y \end{pmatrix} = a_x a_y + b_x b_y \quad \text{bzw.} \quad a \cdot b = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

همداسی

د **a** او **b** ترمځ کونج په لان دي ډول تاکل کيږي:

$$\cos\alpha = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}.$$

د---

ردوه وکتورونو ترمنځ رابند کونج α شميرنه د تير مخ مساواتو څخه لاس ته راځي بيلګي:

1. $a = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow a \cdot b = (-3) \cdot 10 + 5 \cdot 6 = 0$

$$\text{also auch } \cos\alpha = \frac{0}{\sqrt{(9+25)} \cdot \sqrt{(100+36)}} = 0 \Rightarrow \alpha = 90°$$

2. $a = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \Rightarrow |a| = a = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}; \quad |b| = b = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$

$$a \cdot b = 9 \cdot 2 + 3 \cdot (-5) = 18 - 15 = 3 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{90} \cdot \sqrt{29}} \approx 0{,}05872 \Rightarrow \alpha \approx 86{,}63°$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وکتورځل

پیبیلګه:
که چیرې په یوه سوري جام کي اوبه واچوی او بیا سوری خلاس کړی او یا که چیرې تاسو یو لاسمینځي یا لمباړنه ډک کړی وي، نو که چیرې اوبه بندی راوباسی اوبه په ښیلوریز څرخون ډوله حرکت له سوري وځي .
دا داوبو تویدل د دروند ورن په ذریعه منځ ته راځي ، په ښي لور څرخیدنه اوبه د کوریولیسزور Corioliskraft له لارې منځ ته راځي. دا د کشولو زور په حرکت کوونکي سیستم کی باید وکتل شي یا تر نظر لاندې وي، او دا د ځمکی په ځانڅرخون له لارې کتل کیدیشي.

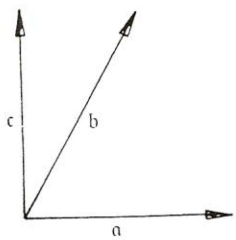
د دوه وکتوري لویو یو بل باندې تاثیر له امله (حرکت یا خوزیدنه د درونډزور په بنسټ او د ځمکی څرخون له امله خوزیدنه یا حرکت) یوه بله لویه ، چیدا هم وکتوري لویه ده منځ ته راځي. د دریواړه، د لور له امله ، په یواځنی ګڼاړیکو کی سره پرتی دي، او او د دریمی ارزښت کیدی شي د نورو دوهو ارزښتونو لاس ته راوړو. په ټولیزه توګه باور لري:

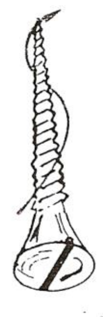
تعریف :
د وکتورځل $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ لاندې ($\mathbf{a}$ اټیران $\mathbf{b}$) یو وکتور پوهیږو، چی لاندې خویونه ولري
اول . دا وکتوردریګوني $\mathbf{a,b,c}$ په لړپیرلپسی یو ښی سیستم جوړوي
دوم. وکتور $\mathbf{c}$ په وکتورونو $\mathbf{a}$ او $\mathbf{b}$ نیغ ولاړدی، یعنی په هغی هواره هم چی د دوه وکتورونه په کی پراته دي.

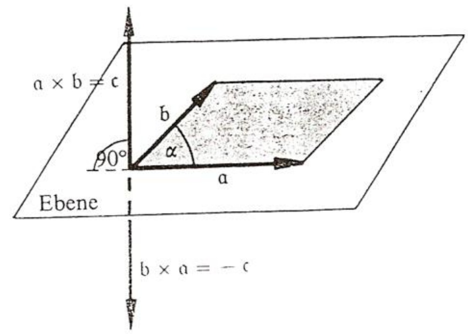
(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم. د وکتور **c** ارزښت د **a** او **b** څخه جوړ غبرګ اړخیز سره مساوي دی.

$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}| = |\mathbf{a}|.|\mathbf{b}| . \sin(\mathbf{a};\mathbf{b}) = a.b.\sin \alpha$$







څیره ۳۰۸ : یو ښي سیستم کیدی شي، چې د پیچیمیخ له لارې وښوول شي: که پیچیمیخ له **a** و **b** ته وڅرخول شي، نو میخ د **c** په لور خوزي یا حرکت کوي

څیره ۳۰۹

څیره ۳۰۹ : وکتور ځل او هندسي اهمیت یې

پس که د وکتور وکتور ځل صفر وکتور وي ، نو یا یو له دې دواړو وکتورونو صفروکتور دی او یا دواړه سره غبرګ پراته دي(دا په دې مانا، چې $\alpha = 0$ او یا $\alpha = 180°$)

جمله: وکتور **c** د دیترمینانت په مرسته د وکتورونو **a** او **b** د کمپوننتو له لارې لاس ته راوړ کیدي شي

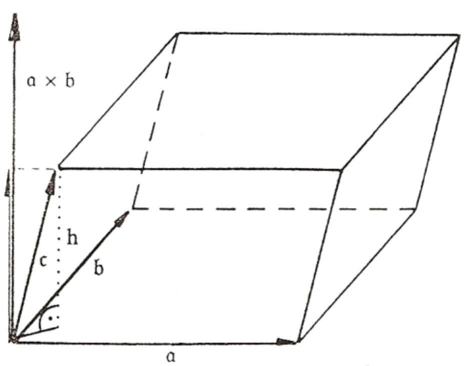
$$c = a \times b = \begin{vmatrix} i & a_x & b_x \\ j & a_y & b_y \\ k & a_z & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$c = a \times b = (a_y\, b_z - b_y\, a_z)\, i + (a_z\, b_x - b_z\, a_x)\, j + (a_x\, b_y - b_x\, a_y)\, k$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپاتځل Spatprodukt یا غبرګهواریزي ځل

د وکتورځلونه ارزښت هغه غبرګهواریزې هواره ده، کومه چې له دواړو وکتورونو غزیږي. یو دریخوایز یا دریدمینزیونال وینه و غبرهواریز ته شپات یا بیرته همغه شپږهواریز وایي (دا د مخه لوستل شوی) دا کیدی شي، چې له درې وکتورونو څخه غزیدلی فکر ته راوړل شي. د دې ډکی داسی شمیرل کیږي، چې بنسټهواره د جګي سره ځل کړای شي. دا جګي د c ولاړ پریوستون دی، په $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$. یو هندسي بدنیز Stereometrische اوبی یا حل له دې امله د c او $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ د سکالارځل له لارې لاس ته راوړ لکیږي.



څیره ۳۱۰

تعریف :

د وکتورونو **a , b** او **c** څخه غزیدلی شپات یا غبرګهواریز (Parallelepiped) ډکی دلاندې ځل څخه شمیرل کیږي:

$$V_{Spat} = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$$

دا غبرګهواریزځل مثبت دی، که وکتورونه **a ,b , c** په دې ترتیب یو لړپیرلسی ښی سیستم جوړ کړي، په غیر له دې بیا منفی دی.

تر هغی ، چې بنسټهواره د یوه وکتور له لارې ځان ښای یا ښوول کیږي یا ځان ځرګندوي، نو دا ډکي یو سکالار دی .

په ادبیاتو کی دا د ځل اټیران نخښنه ، چې په نوکانو کی نیول شوې، زیات وخت نه

(c) ketabton.com: The Digital Library

یکل کیږي، یعنی لیکو: $(a \times b) \cdot c = a.b.c$ ، غبرکهواریزځل شمیرنه د
دیترمینانت شمیرنی له لور صورت نیسي:

$$(a \times b) \cdot c = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix}$$

$$(a \times b) \cdot c = \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix}$$

داچی دا اټیرانځل لکه د مخه مو چی وویل د بنسټوکتوررونو د لاینی کومبینیشن په څیر انځوریدلی شي، دا بیرته په یوه له دې کمپوننتو، کومی چی له صفر توپیر لري.

بیلګه:

د هغه غبرګهواریز ډکی څومره لوي دی، چی دد لاندې وکتوررونو څخه غزیدلی وي؟

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{او} \quad c = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$ aufgespannt wird? له دې چې غزېږي

$$abc = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \\ 3 & -3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & 6 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$abc = 2 \cdot (-2) \cdot 6 + 0 \cdot (-3) \cdot 4 + 3 \cdot (-1) \cdot 5 - 3 \cdot (-2) \cdot 4 - 2 \cdot (-3) \cdot 5 - 0 \cdot (-1) \cdot 6$$

$$abc = -24 + 0 - 15 + 24 + 30 - 0 = 15$$

غبرګهواریز نو ډکی 15 V.E لري (یعنی ۱۵ (V,E) ډکیبوونونه یا –واحدنه)

تمرینونه

۱ – دواړه وکتوررونه $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ورکړشوي دي. په یوه کواوردیناتسیستم کی دا لاندې رسم کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

رسم کړی.

a) $a + 3b$, b) $0.5a - 3b$, c) $2(a + b)$

او په هروار یی نتیجه د کمپوننت په ډول ورکړی؟

۱ – په هوا یا فضا کی ټکی $A(1|2|3)$, $B(2|-1|4)$, $O(0|0|0)$ او $C(-5|7|9)$ ورکړ شوي دي، لاندې وکتورونه په کمپوننت لیکدود څه نومیږي یا څه ډول دي؟

a) $\overrightarrow{OA}$ b) $\overrightarrow{BC}$ c) $\overrightarrow{AC}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ e) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BC}$ f) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

د دې وکتورونو ارزښتونه څومره لوي دي؟

۲ – که په یوه هواره کی دوه وکتورونه a او b لایني خپلواك وي، نو هر بل د دې هوارې وکتور د دې دوه وکتورونو a او b د لایني کمبینیشن په څیر انځوریدلی شي. a او b بنسټ جوړوي.

وکتور c د مساوات $c = k_1a + k_2b$ له لارې د لایني کمبینیشن په څیر د ریيلو ګڼونو k_1 او k_2 سره انځور کړی. له دې دوه مساوات د k_1 او k_2 ناپیژندونکو سره جوړ کړی. (د دې لپاره دې زما د شیمرپوهنی کتاب وکتل شي)

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $c = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ c) $c = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

۴ – وي دې : $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ او $b = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix}$ ، وشمیری:

a) a.b b) -a.b c) a.a d) b.b

e) a.(b.a) f) a.(b.a).a

او د دواړو وکتورنو ترمنځ کونج.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – کونجونه $\alpha = w(a,b)$, $\beta = w(b,c)$, $\gamma = w(a,c)$ د وکتورونو

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

لپاره وټاکئ.

۶ – د تریګونومتري یا کونجکچ د کوساین جمله، لکه د مخه مو چې لوستلې د سکالارځل په مرسته وشمیرئ.

۷ – د تالس جمله، چې د مخه مو لوستلې د سکالارځل په مرسته وشمیرئ:

۸ – په خوښه دریګوډي ABC لپاره د پیتاګوراس جمله او د هغې په څټ وشمیرئ:

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \iff |\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$$

۹ – د مخته لوستل شوو کاتیت جمله او جګجمله وکتوري ونبایئ.

۱۰ – د یوه په خوښه غبرګهواریز ABCD لپاره وشمیرئ:

۱۱ – الف) د غبرګ اپیپت یا غبرګهواریز ډکي وشمیرئ، چې له

وکتورونو $a = 1$, $b = 3$ او $c = -2$ څخه غزیدلی وي.

ب) دا څه مانا لري ، که وي : $(a\times b) \cdot c = 0$ ؟

پ) د یوې بیلګې په مرسته وښایې، چې اتیرانځل اسوشیاتیو نه دی.

ت) د وکتورونو $a = 2$, $b = 0$ او $c = k.\ 4$ له لارې یو غبرګ

اپیپت ورکړ شوی دی، چې ډکی یې ۸ یوونونه دی. k به څومره لویه وي؟

۱۲ – یوه سپورتي الوتکه د 250 km/h په سرعت د N60°O په لور الوځي. سملاسی له جنوب څخه باد لېږېږي. دا باد یو د 75 km /h سرعت لري او دا

(c) ketabton.com: The Digital Library

الوتکه له پیللاري اړوي. دا نوي الوتللور وټاکی او د الوتکی نوی سرعت!

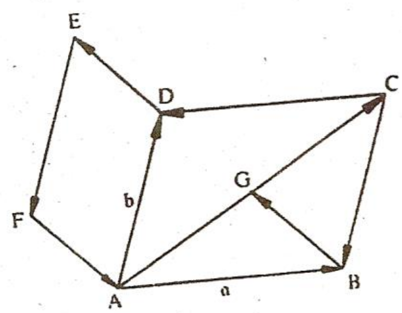
۱۳ – د وکتورونو a اوb لپاره کله لاندې اړیکی باورلري ؟

$$a)\ |a+b| < |a|+|b| \quad , \qquad b)\ |a+b| = |a|+|b|$$

۱۴ – لاندېوکتورونه ورکړشوي دي:

$$a=\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix};\ b=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix};\ c=\begin{pmatrix}9\\-6\end{pmatrix};\ d=\begin{pmatrix}-45\\30\end{pmatrix};\ e=\begin{pmatrix}20\\4\end{pmatrix};\ f=\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix};\ g=\begin{pmatrix}-2,5\\-0,5\end{pmatrix}$$

وکتورونه c تر g (که ممکن وي) د وکتورونو a یاb د ډیرواره په څیر انځور کړی.



۱۵ – ناټاکلی وکتورونه د a او b د وکتورونو لایني کمبینیشن په څیر انځور کړی. (څیره)

۱۶ – یو دریګوډی ABC په

$$a=\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}.$$

سره ورکړ شوی دی. داړخ اوږدوالی او دننني کوجونه وشمیری.

۱۷ – په یوه څلورګوډي کی دی $a=\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}2\\8\end{pmatrix}.$

$$c=\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix} \text{ und } d=\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$$

او

د نیمی اوردوالی وشمیری او د هغی غوڅکونج ($\leq 90°$)

۱۸ – یوه کیښتی د ټکی O څخه د $r=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ په لور خوزیږي یا حرکت کوي، دا کیښتی تګلور دی، باد د $w=\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}$ په لور لیږیږي.

الف) د بادزور $F_{\perp}$ برخه څومره لویه ده، چی په زیګل باندې ولاړ پریوزي. یا تاثیر کوي؟ دا زور کومه لور لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) د F برخزور له F_|_ څخه څومره لوي دی، ك ومه چی کینښتی د مخ په لور بیايي؟
۱۹ – یو بار، چی ۱۰۰۰۰ نیوټونه دی د دوه ماںلو ستنو سره نیول شوی. جوړښت یی یو مساوي پښیز دریکوډی جوړوي ، د بنسټ ۶ متره سره او د پښی اوږدوالی (د ستنی اوږدوالی) ۵ متره دی.
الف د وښن زور په ضواړو ستنو څنګه تاثیر اچوي؟
ب) د دې برخه زور ولاړ او پراته کمپونتوتونه څومره لوي دي؟
۲۰ –د وکتورv کواوردینات و اورتوګونالبنسټونو$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ او$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ته وشمیری، که $|v| = 5$ وي او v د وکتور$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ سره یو د 55° کونج جوړ کړي.
۲۱ – وي دې $a + b + c = v$. وشمیری : $a.d + b.v + c.d$
۲۲ – د څلور ټکو A, B , C , D او همداسی E , F , G , H سره یو غبرګ اړخیز ورکړشوی دی. د لاندې ورکړنو یا شرطونو سره د هغو هوارې وشمیری

a) A = (0 | 6 | 0) , B =(8|4|0), C = (6|16|0)
b) E = 1,5|2,5|3,5) , F = (0.5|0|2,5) , G = (1 | 0,5| 4,5
هغه تراوسه ورك یا نامعلوم ټکی (D همداسی H) چیرته پروت دی؟
۲۳ –اهرام د بنسټ هوارې د کونجونو
A = (1|0|2) , B = (3|3|7) = , C = (4|2|12) , D =(2| - 1| 7)
سره کوم ډکی لري، چی څوکه یی S =(2 |4 |15) وي؟
لارښودنه: لمړی خپل ځان وپوهوي، چی آیا کونجونه ریښتیا په یوه هواره کی پراته دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجار تي شميرنه

ځانښيونيز يا متناسب او په ښځ ياچپه ځانښيونيز يامتناسب بلواك(فنكشنونه)، درېقضيه

په ورځني ژوند کی دې ته اړتيا پيښيږي چې ورکړ شوې لويي (يا ډيروالي) يو د بل سره انډول (مقايسه) کړای شي. د بيلګي په توګه د څپليو لويوالی د ځمکی ارزښت، د مياشتني معاش يو د بل سره انډول. د دوه داسی ګڼونوa او b د انډول لپاره په زيات وخت کي کمون a - b کفايت کوي. دلته نو بيا د دې دوه ګڼونو a اوb له توپير څخه غږيږو. په ډيرو وختونو کی دا بسيا (کفايت) نه کوي چي د دوه ګڼونو کمون د هغوله توپير څخه لاس ته راوړو.

پيلبيلګه:

دوه پټي يو $1800\ m^2$ اوبل $2000\ m^2$ يو له بل $200\ m^2$ توپير لري. دا د پټيو لويوالی که $400\ m^2$ او $600\ m^2$ وي، نو ترمنځ کمون هم همدا دی. څه به ووايو که د دواړو ځمکو ويش د يوه ميراث ويش وي؟

هر ځل به دا يو $200\ m^2$ ډيره لاس ته راولي نسبت و دې بل ته . ګورو چي په دوم ويش کی $400m^2/600m^2$ د لمړي ميراثخور لپاره تاوان نسبت و لمړي ويش $1800m^2/2000m^2$ ته زيات دی .

دا په دې مانا ، چی که هرڅومره ځمکه لويه وي نو په همغه اندازه د دواړو ميراثخورو ترمنځ توپير کميږي.

دا مختته پرته بيلګه ښايي، چي په داسی حالتونو کي دانډول لويي يو بل سره په تناسب يا ځانښيونه کی راوستل کيدي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف: که a او b دوه له صفر مختلفی لویي یا کڼونه وي، نو a / b ویش یا a: b د a تناسب یا ځاننیونه وb ته بلل کیږي.

بیلګه: ۱ – د ځمکو $400m^2$ او $600m^2$ لویوالی یو بل سره $400/600 = 0,6 = 2/3$ تناسب جوړوي یا یو بل سره ځانیسي. دا کوچنی ځمکه (پټی) د لوي پټي $66,6\%$ جوړوي.

۲ – د پټیو $1800m^2$ او $2000m^2$ لویوالی یو بل سره په

$$1800/2000=0,9=9/10$$

تناسب یا ځاننیونه کی پراته دي. دا کوچنی پټی د لوي پټي 90% جوړوي.

۳ – د مودل ګاډي TT لاین (لیکو یا پټلیو) او الماني ګاډو د لیکو یا پټلیو سور یو بل سره په لاندې تنساب کی پراته دي

$$12mm/1435mm = 0,00836 \sim 1/120 .$$

۴ – که یو کړندی په 30 دقیقو کي 70km ځغلي، نو د وهل شوې فاصلې سرعت تناسب ووخت ته په لاندې ډول دی.

$$s/t = 70km / ½ h =140[km/h] = 140km/h .$$

۵ – د یوه هوموژین بدن (د مساویډوله موادُ جوړ) سختوالی ρ د هغه د کتلی (g) ځاننیونه یا تناسب دی ، د هغه بدن ډکي (cm3) ته

$$\rho = m / V [g / cm^3]$$

د یوه لرګي بلاك سختوالی (کثافت)، چی درې کیلو ګرامه دروند او څلور زره مکعب سانتیمتره ډکی (حجم) لري، $0,75\ g / cm^3$ دی

$$3000g / 4000\ cmw = 0,75\ g/cm^3 = \rho\ \text{سختوالی}.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ غواړو، چې اوس ځانونه د بلواك دوه ځانګړو تیپونو یا ډولونو ته متوجه کړو، دا څنګه، چې موږ په ورځني ژوند کی ډیر واره ورسره مخامخ کیږو، چې له دې امله یې پیژندنه ځموږ لپاره خورا مهمه ده.

پیلبیلګه:

۱ – د یوه نل څخه په 3 دقیقو کی ۱۲ لیتره اوبه راوځي. څو لیتره اوبه به په یوه ورځ کي له دې نل څخه راووځي، څومره په یوه کال کی؟

که په درې دقیقو کي ۱۲ لیتره اوبه له نل څخه راوځي، نو په یوه دقیقه کی باید ۴ لیتره اوبه او په ۲۴ ساعتونو یا ۱۴۴۰ دقیقو کی

طبعآ 5760 = 4 . 1440 لیتره اوبه راوځي. او په دې تعقیب په یوه کال کی 2102400 = 360 . 5760 لیتره او یا ۲۱۰۲۴ هیکتولیتر اوبه بهیږي.

۲ – څلور کارګر یو ه بنسټ کنده په ۹ ساعتونو کی راپورته اوکانکریټوي. څومره وخت درې کارګره ضرورت لري او څومره وخت به ۱۰ کارګر ضرورت ولري چی دا ځمکه راپورته کړي اوهم کانکریټ کړي؟

که څلور کارګره ددې لپاره ۹ ساعته ضرورت لري، نو یو کارګر ددې لپاره حتمآ زیات وخت په کار لري، یعني څلور ځله زیات وخت، پس ۳۶ ساعته، نو درې کارګر په تعقیب 12 = 3 : 36 ساعته او لس کارګر 3,6 = 10 : 36 ساعته = درې ساعتونه او ۳۶ دقیقي ضرورت لري چی دا ځمکه وکني او کانکریټ کړي.

په دواړو حالتونو کی یو نظم منځ کی پروت دی، دقیق په لمړی بیلګه کی فنکشن وخت —> د اوبو مقدار او په دومه بیلګه کی فنکشن کارګر —> د کارساعتونه.

مګر داوړه فنکشنونه پوره په خپل راوړون ډول کی یو له بل توپیریږي:

۱ – څومره ډیر وخت چی تیریږي په همغه اندازه زیاتی اوبه له نل بهیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – څومره چی کارګر زیاتیږي همغومره د کار وخت کمیږي
دې ته ورته د ورکړشوو فنکشنونویا بلواکو شمیرپوهنیزیا ماتیماتیکي لیکدود
د فنکشن ورکړدود مختلف لیدل کیږي.

۱– فنکشن f : وخت (دقیقه) ⟵ د اوبو ډیری(ل)

د فنکشن لیکدود (فنکشن لیکلوقانون) لري $x \to 4x$

په دې ډول د فنکشن مساوات داسی بریښي $y = 4x \quad ; \; x \in Q^{+}_{0}$

۲ – فنکشن g : کارګر (څو دانی) ⟵ د کاروخت (ساعت h)

د فنکشن لیکدود لري $x \to 36/x$

په دې ډول د اړوند یا مربوط فنکشن مساوات داسی بریښي $y = 36/x \; ; \; x \in N$

تعریف:

یوه لویه x و هغي ته تنظیم شوې لوي y ته سیده متناسب سیده ځاننیونه (په نخښه کی$y \sim x$) بللکیري که د هغوي تناسب یاځا ننیونه (ویش) y / x تل یو ثابت ارزښت وساتي : یعنی $y / x = k$ وي.

بلواك(تابع) یا فنکشن $y = kx$ (ثابت –k) د تناسب یا ځاننیونی څلوونی یا فاکتور بلل کیږي.

یوه لویه هغي بلی تنظیم شوی لویي ته ناسیده متناسب ده یا ناسیده ځاننیونه کی ده، که د هغو ځل تل یوثابت ارزښت وساتي: یعني

$$y.x = k \quad \Leftrightarrow \quad y = k/x$$

بلواك یا فنکشن $y = k/x$ چپه یا په څټ متناسب (antiproportional) یا په څټ ځاننیونکی بلواك یا فنکشن بلل کیږي.

متناسب فنکشن $y = kx$ د یوې لوي دوه برابره، نیم برابر، n –برابره پورې د بلی لویي هم دوه برابره، نیم برابره یا n–برابره پورې اړه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په چپه یا په ثتې متناسب فنکشن $y = k / x$ کی دوه برابره، نیم برابر ... n – برابره پورې د بلي لوي نیم برابر، دوه برابر ... $1/n$–برابره تعلق لري(اړه لري) .
په چپه یا په ثتې متناسب فنکشن $y = k/x$ کی د چپه یا ناسیده متناسبوالي ثخه خبرې کیږي. که متناسب او چپه یا په ثتې متناسب فنکشنونه په یوه کواوردینات کی انځور شي، نو لیدل کیږي چی متناسب بلواك یا فنکشنونه مونوتون پورته کیدونکی او چپه یا په ثتې متناسب بلواك یا فنکشنونه مونوتون لویدونکي دي (د مونوتون کلیمو لپاره دې ځما د شمیرپوهنی کتاب وکتل شي)

بیلګي :

۱ – سیده تناسب یا سیده ځاننیونه:

الف : په شي اخستلو کی د ډیري ارزښت سیده متناسب دی.

ارزښت(افغانی) ډیری (کلیوګرام)

ب : په تیزوالی یاسرعت کی وهل شوې لار د وخت سره سیده متناسب ده

$s(km) \rightarrow t(s)$

۲ – ناسیده تناسب یا ناسیده ځاننیونه

الف : یوې معلومی لار وهلو لپاره تعجیل هغه په بر کی نیولي وخت سره ناسیده متناسب دی: که هرڅومره تعجیل زیات وي په همغه اندازه وخت کمیږي.

ب : د وچو شودو د یوه څرګند ټاکلي ټول وزن د وړونکوتیو ګڼنه ناسیده متناسب ده د هرې کوتی یویزوزن سره: که هرڅومره زیاتی کوتی په کار واچول شي په همغه ګڼون د کوتیو وزن کمیږي.

تعریف: د لاندې ډول $a/b = c/d$ یا $a:b = c:d$ مساوات د تناسب مساوات یا ځاننیونیز برابرون بلل کیږي (ویل کیږي چی a و b ته ځان داسی نیسي (یا داسی انډول کی ده) لکه c و d ته) دلته a او d د تناسب یا انډول

(c) ketabton.com: The Digital Library

دباندني غړي دي او b او c د انډول دننی غړي. په هر تنساب کی د دباندنیو غړوځل د دننیو غړو د ځل سره برابر دی:

$$a / b = c / d \quad <=> \quad a . d = c . b$$

اوس ځان باوري کولی شو چی د دننیو غړو بدلول او یا د دباندینو غړو بدلول یو د بل سره په تناسب یا انډول کی تغیر نه راولي. کیدی شي چی ټول دنني غړي د دباندینیو غړو سره بدل شي:

$$a/b = c/d \quad <=> \quad a/c = b/d \quad <=> \quad c/a = d/b \quad <=> \quad b/a = d/c$$

له دې امله کیدی شي چی یو دبل سره برابر زیات تناسبونه یا انډولونه د یو په بل پسی راتلونکو تناسوبونو په څیر ولیکل شي:

$$a/b=c/d = e/f \quad <=> \quad a:c:e = b:d:f$$

دلته باید په پام کی وي چی ویش ځانله صورت نیسي یعني تل د دوه ګڼونو،

بیلګي :

۱ – له $21 / 7 = 15 / 5$ څخه لاس ته راځي $7.15 = 5.21$ یا $15/5 = 21 / 7$
یا $15/21=5/7$ یا $21/15 = 7/5$.

۲ – د $8/12 = 4/6 = 2/3$ لپاره لیکو $8:4:2 = 12:6:3$

۳ – یو تناسب چی دننه او دباندې غړي یي یو له بل سره برابر وي ناپریکیدونکی تناسب بولو. په ناپریکیدنکی تنساب یا انډول $a:m=m:b$ یا $m:a = b:m$ کی m منځنی متناسب انډولی بلل کیږي. منځنی متناسب د نورو دوو غړو a او b جیومتریکي منځ دی.:

$$a / m = m / b \quad <=> \quad m^2 = a.b \quad => \quad m = \sqrt{a.b}$$

د $a = 16$ او $b = 9$ لپاره $m = 12$ منځنی متناسب داسی دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$16/12 = 12/9$

۴ څلور انډولونه متناسب یا ځانيونيزڅنګه ليکل کيږي؟

$18/x=8/5 \quad <=> \quad 18 . 5 = 8x \quad => \quad x = (18 . 5) / 8 = 11,25$

په ترتيب تنساسب يا ځانيونه يا انډول کی باور لري: $18 / 11,25 = 8 / 5$

زيات وخت مود تکست وظيفی د تناسبمساواتو(انډول برابرون) ته لاربښودوي، نو بيا درې ورکړشوو لويو ته څلورم تنساب يا انډول غوښتل کيږي. د داسی وظيفو لپاره سيده يا ناسيده تناسب يوه غوره رول لوبوي. داسی پوښتنی د دريقضی شميرني يا پاي(ختم) شميرنی لاندې شهرت لري.

د دريقضي شميرني اصلي پرابلم په دې کی دی، چی د وظيفي ورکول بايد څرګند يا روښانه شي، چی ايا دا يوسيده متناسب او که چپه يا په ځټ متنساب بلواك (تابع) يا فنکشن دی.

د دري قضي پوښتنی کولو څخه لاندې تکامل منځ ته راځي :

۱ – يوه د شرايطو قضيه، کومه چی ټولی ضروري ورکوني په ګوته کوي.

۲ – يوه د پوښتنی قضيه چی غوښتونکی لو يه x متن کي يا خوندي لري او له هغي سيده يا ناسيده د ځواب تناسب ته تکامل ورکوي.

۳ – يوه پايقضيه، په کوم کی چی له يوه يوون(واحد) په ورته يامناسب ډيرون پاي ورکول کيږي.

پيلبيلګه:

يوه الوتکه له الف ځاي تر ب ځاي پورې چی ۸۰۰ کيلومتره واټن دی په ۶ ساعتو او ۴۰ دقيقوکی تی کوي، دا الوتکه به ۲۲۰۰ کيلومتره لار په څو ساعتوکی ووهي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درې جملې له لارې یې ځواب:

الف – د شرایطو قضیه........... 800km - 6h 40 min

یا............... 800km - 400 min

ب – د پوښتنې قضیه .. .. 2200 km - x min

پ – پایقضیه.......... 200km - 400/4min = 100min

2200km - 11.100 min = 1100 min

دا الوتکه به په دې ترتیب د 2200km اوږده واټن لپاره

1100min = 18h20min

ضرورت ولري.

د دې وظیفه د ټیك ځواب لپاره ضروري نیوني دا وي چې سیده تناسب وپیژندل شي: هرځومره چې د الوتلو واټن لرې کیږي په همغه اندازه الوتکه زیات وخت په بر کې نیسي.

یعنې 2200km اوږد واټن په داسې انډول یا تناسب کې دی لکه 400min و 800 km ته:

$$x / 2200 = 400/800$$

د اکویوالنځ فورم(ځیرې–) اوړون له لارې څخه ځواب x لاس ته راځي:

$$x = (400 . 2200) / 800 = 1100$$

۲ – ۴ کارګر د یوه دیوال وهلو لپاره پنځه ورځې ضرورت لري. د ناروغې له امله یو کارګر د کارلري پاتیږي. دا راکمه یا راکوچنې ډله اوس څنګه مشغول ده؟ دلته یو ناسیده تناسب یا ځاننیونه لرو:

هرځومره چې کارګر کم وي په همغه اندازه وخت زیاتیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددریجملی سره شمیرنه	د تناسب سره شمیرنه
۴ کارګر – ۵ ورځي ۱ کارګر – ۵ . ۴ ورځي ۳ کارګر – ۳ / ۲۰ ورځي پس ۳ کاګر – $6\frac{2}{3}$ ورځې	غوښتونکی کاروخت x د ۵ ورځو سره داسی تناسب کی دی لکه ۴ کارګر و درې کارګرو ته x/5 = 4/3 <=> x = (4.5)/3 = 20 / 3 ورځی

یوځاي شوې درې قضیه:

د ۳۰ جوړه کالیو ګنډلو لپاره ۱۲ درزیان ۲۰ د کار ورځي ضرورت لري. څومره ورځی به ۱۰ درزیان د ۷۰ جوړه کالیو لپاره ضرورت ولري؟

لمړی دریقضیه	دومه درې قضیه
(سیده متناسب)	(ناسیده متناسب)
۳۰ جوړه کالي	۱۲ درزیان – ۲۰ ورځي
۷۰ جوړه کالي	۱۰ درزیان – x ورځي

هرڅومره چی کالی زیات وي همغومره زیاتی ورځي، هرڅومره چی درزیان زیات وي همغومره لږې ورځي

۱۰ جوړه کالی –	۱۲ درزیان –	ورځی
۷۰ جوړه کالی	۱۲ درزیان	ورځی
۷۰ جوړه کالي	۲ درزیان –	ورځي
۷۰ جوړه کالي	۱۰ درزیان	ورځي

پس لرو

x = (20.7.6)/(3.5) = 56 ورځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – لاندې ځانتیونې یا تناسبونه ساده افاده کړی

a) 200t : 2 kg   b) 6 m : 6 km

c) 4km / 30min   d) 3,2 t : 400dm³

۲ – یوه موټر د ۵۵۰۰ کیلو متره اوږدې لار لپاره ۳۸۵ لیتره ډیزل وسزول

الف) په دې تګډول ۵۰ لیتره ډیزل د څومره لار لپاره بسیا کوي؟

ب) د یوې ۴۳۰ کیلو متره لار لپاره به دا موټر څومره ډیزل مصرف کړي؟

۳ – که غواړو چی د یوه موټر سره د الف ټکی څخه و ب ته ورسیږو ، نو د ۶۰ کیلومتره په ساعت ته درینیم اعته ضرورت لرو. د الف څخه ب ته سړی په څومره وخت کي رسیدلي شي، که د موټر سرعت په لاندې ډول وي:

a) 50km / h   b) 110 km / h?

۴ – یو ښار پلان د ۱ : ۱۰۰۰۰ تناسب یا ځانتیونه ورکړ شوی دی. لاندې واټنونه په ریښتونی څومره دی ؟

a) 5 cm   b) 33 mm   c) 1 dm

۵ – یو ۸۱ ګڼ څنګه په داسی په ۲ زیاتونونو ټوټه کیدی شي، چی ځانتیونه یا تناسب یی داسی وي لکه : 5 : 4 ؟

۶ – د یوه ګڼ او ۵ کمون ځان نیونه یا تناسب و ۷ ته داسی دی ، لکه چی د ۵ کمون ودې ګڼ سره، چی ۴ ته ځا نیسی یا و ۴ ته تناسب یا ځانتیونه؟ دا ګڼ کوم دی؟

۷ – یو فاو وې موټر ۸۰ کیلو متره په ساعت کي ځغلي او په دې پسی په ۱۲۰ متره کی وروسته یو بی ایم وې موټر ۱۲۰ کیلو په ساعت کی ځغلي.

الف) بی ایم وې څومره وخت ته ضرورت لري، چی د فاو وې څخه مخ ته شي؟

ب) بي ایم وې په دې وخت کی څومره واټن وهلی دی؟

پ) دا بی ایم وې څومره وخت ته ضرورت لري، چي له فاو وې موټر څخه ۴۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

متره مخ ته شي ؟

۸ – د سونګ سکرو سوزلو له امله د کولنډیاوکسید غاز پیداکیږي. د سونګ سکرو او د راپیدا کولنډیاوکسید Kohlendioxid (CO_2) ترمنځ تناسب یا ځاننیونه 3 : 11 ده.

څو ګرامه سونګسکاره به ۱۰۰ ګرامه کولینډیاکسید رامنځ ته کیږي؟

۹ – له دریو یو په بل اغیزهمند غاښورڅرخي د ۴۸ ، ۳۶ همداسی ۱۶ ښاغونو سره دا کوچنی څرخی ۴۰۰ واري په یوه دقیقه کی ګرځي یا څرخی.

نور دواړه غاښورڅرخی څو واره څرخی یا ګرځی؟

۱۰ – ۹۰۰ تیږي، چی ۳۶ سانتي متره سور لري ۴۰۵۰ کیلو ګرامه وزن لري.

۱۱۰۰ تیږې به څومره وزن ولري، که د همغو موادو جوړې وي او سور یی ۲۴ سانتي متره وي؟

۱۱ – یو د زدکوونکو ورځپاڼه « هیلی »د رحمان بابا د لیسی څخه راوځی د دې لپاره چی د ورځپاڼو ۱۲۰۰ توکه وتړل شي ، څلور زدکوونکی ۳ ساعته کار پرې کوي.

څومره زدکوونکی په کار دې، چی ۲۱۰۰ توکه ورځپاڼی په ټیك دوه ساعته کی وتړي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

په سلو کی – -Prozent ، په زرو کی – - Primille
ګټه– -Zins او د ګټې د ګټې شمیرنه Zinseszinsrechnung

مور د a / b یا c / d ډولونو انډولونه او یا په همدې ډول ویشنه په مساواتو و ازمايل. د ماتشميرنې په چوکاټ کی(څما د شمیرپوهنی کتاب دې وکتل شي) به وښوول شي چی څنګه بنسټیز نظم په داسی ماتو کی ټاکل کیدی شي. د انډول یا مقایسي لپاره دا هم وړاندیکوولی شو چی دواړه مات لاندې په ګډ ماتلاندې چی 100 وي پراخ شي. دا کم له کمه په نزدې ډول په هر مات کی کیدی شي.

پیلبیلګه:

یو جوړ جامي، چي په ۲۳۰ افغانۍ پلورل کیدي، په ۴۰ افغانی ګرانی شي د ګرانښت تناسب یا څاننیونه یی و اولنۍ ارزښت ته څومره دی؟
دا تناسب ۴۰/۲۳۰ کیدی شي نزدې په یوه مات چی مات لاندې یي «۱۰۰» وي انځور شي، دا کیدی شي چی د ویشنی له لارې داسی صورته ونیسي:

$$40 / 230 = 0{,}1739 \quad \text{پس} \quad 40 / 230 \sim 17{,}39 / 100$$

قیمتیدل د لمړني قیمت 0,1739 څله راکوي. داسي هم وایو چی قیمتیدل په سلو کی نزدې ۱۷ دي.

تعریف: د یوه بنسټیزارزښت G سلمه برخه ددې ګڼ 1 په سلو کی بلل کیږي، او ددې لپاره لیکو 1% د G دی G/100 , په همدې ډول % P له G

(c) ketabton.com: The Digital Library

ا لږ

د ګټې ارزښت $W = P.G/100$ له لارې تاکل کیږي، P په سلو کې جمله او W په سلو کې ارزښت بلل کیږي.

بنسټ ارزښت G ځان و 100 ته داسې نیسي لکه د په سلو کې ارزښت W د په سلو کې جملې P ته، پس

$$\frac{G}{100} = G / 100 = W / P = \frac{W}{P}$$

$$\Leftrightarrow \quad G . P = 100 . W$$

د اخرني مساوات څخه د فورم اړولو له لارې لاس ته راځي

جمله:

د په سلو کې تاکنه	بنسټ ارزښت	په سلو کې ارزښت
$P = 100 . W / G$	$G = 100.W/ P$	$W = G.P / 100$

بیلګې:

١ – د په سلو کې ارزښت بنسټ ارزښت په سلو کې تاکنه

$= 16,80$ DM د 120 DM 14 %

٢ – یو نفر باید د یوه نوي بایسکل لپاره 40 , 60 DM یعنی المانی مارکونه د مالیا لپاره (14%) ادا کړي

دا بایسکل څو ارزښت لري، بې له مالیا ، او دا د مالیا سره څو ارزښت لري؟

که د 40,60DM په سلو کې ارزښت د په سلو کې تاکنې 14% وي،

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو باید 40,60 / 14DM د 1% د بنسټارزښت برابر وي. په دې پسې
بنسټ ارزښت (= 100%) د G = (40,60 / 14)100DM = 290 DM
لاس ته راځي.
له دې سره بایسکل **۲۹۰** مارکونه بې مالیا ارزښت لري او **۶۰** ، **۳۳۰**
ماروکونه د مالیا سره.
کيد ی شي، چې سملاسی هم د مالیا سره ارزښت ته راشو، که د دې لپاره یو
بنسټ ارزښت د **۱۱۴** په سلو کې کېښول شي یا وضعه شي:

G = (40,60 / 14). 114DM = 330,60 DM

۳ - یو جوړ کالي چې **۱۵۰** مارکونه ارزښت لري په **۱۰** په سلو کې ګرانیږي، دا
کالي تر ډیر ځنډ نه پلورل کیږي، نو له دې امله یې بیا دوکانواله په **۱۰** په
سلو کی ارزانوي. پوښتنه داده، چې ایا داکالي به اوس هم **۱۵۰** مارکونه
ارزښت ولري، که څنګه؟
طبعاً نه ، ځکه چې ګرانوالی په ۱۰ ٪ مارکونو زیاتوالی یې په سرچینیز ارزښت
دی ، مګر دا ارزنښت یې په دې اوسني ارزښت، چې 150 + 150.10% = 165DM
په بنسټ منځ ته راځي. له دې امله دا کالي د ارزنښت وروسته اوس

165 - 165.10% = 165 - 16,50 = 145,50DM

مارکونه دی. که یوه ورکړ شوی بنسټ /ارزښت لپاره د په سلو کې
ارزښت سمبول کیږي، کیدی شي چې دا د یوه سانګل له لارې وښئ.

بیلګي:
اول) د **۳۵۰** ماروکونو **۱۴** ٪ کی داسی شمیرل کیږي: 350.0,14 = 49 DM
دوم) که د **۴۵۶۸** کیلو ګرامه بنسټ ارزښت په **۲۲** ٪ کم شي، نو لاس ته راځي:

4568(1 - 0,22) = 4568.0,78 = 3563,04 DM

دریم) که د 2303 m² بنسټ ارزښت په 24% جګ شي، نو لاس ته ترې راځي«

$$2303.(1+0,24) = 2303\ .1,24 = 2855,72\ m^2$$

لاندې بنسټپاکنی یا بنسټ مقدارونه دی په مات بڼه ورکړ شي :

$1\% = \frac{1}{100}$	$1\frac{1}{4}\% = \frac{1}{80}$	$1\frac{1}{3}\% = \frac{1}{75}$	$1\frac{2}{3}\% = \frac{1}{60}$
$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$	$3\frac{1}{3}\% = \frac{1}{30}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$20\% = \frac{1}{5}$	$25\% = \frac{1}{4}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$50\% = \frac{1}{2}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$	$75\% = \frac{3}{4}$

د یوه بنسټ– یا ستپه ارزښت G یو په زرمه برخه ۱ پرومیلی (لاتین) واي، چې موږ یې دلته هم د زرو څخه ۱ بولو:

۱ په زرو کی 1 ‰ له G دی G / 1000

د پرومیلی یا په زرو کی شمیرنی لپاره له دې وروسته انډولګڼ ۱۰۰۰ (په ماتلاندې کی) ، 1000‰ له دې سره یو ستپه ارزښت دی.

بیلګه :

4,7 ‰ له 3690DM دې: 17,34DM

موږ غواړو، چی دا اوس د په سلو کی شمیرنی یو ځانګړي بڼی سره مشغول کړو. په ورځني ژوند کی خلك د کور جوړولو لپاره یا د یوې مغازې جوړولو لپاره پیسی (بډایي یا سرمای) پوروي او دا زیات وخت په نوې نړی کی له بانکونو څخه، د پور ورکولو له لارې پوروركوونکی څه پیسی باید لاس ته راولی، د ارزښت بایللو تر نامه، چی دې ته د سرمایي ګټه وایي. په بانکی معاملو کی د فعالی ا و غیر فعالی ګټی ترمنځ توپیر باید وشي. فعاله ګټه بانك د پوروړی څخه د ورکړشوې پور په مقابل کي لاس ته راوړي، د دې په څټ یا برعکس څوك چی په بانك کی شمیرکتابچه خلاصوي او په بانك کی پیسی سپما کوي ، نو دمرکزې یا ملي بانك په هدایت د

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیسو د سپما لپاره سپماکونکي هم څه پیسي لاس ته راوړي، چی دې ته به موږ د سپما ګټهووایو ، په هر صورت په څنی هیوادونو کي د پورګټی او سپما ګټی ترمنځ توپیر باید له ۲ په سلو کی تر درې په سلو کی څخه زیات نه وي.

په پرینځیپ کی باید د ساده ګټی او داسی په نامه د ګټی ګټی ترمنځ شمیرنو کی توپیر وشي . په داسی حال کی، چی په ساده ګټه کی پوروړی د پورشوي مقدار په بدل کی یوه ټاکلی ګټه ورکوي، چی هغه زیات وخت د یوه کال په منځ کي یعنی د یوه کال تیریدلو سره ټاکل شوې وي او دا ګټه د کال په اخر کی په منظمه توګه ورکول کیږي یا ادا کیږي.

د ګټی ګټی په شمیرلو کی د هغه غونډ وخت ګټه شمیرل کیږی ، چی په هغی کی د ګټی ګټه هم خوندې یا شامل ده، دلته هغه د هرکال ګټه د هغی لمړنی بډایي ته ورزیاتیږي او بیا د ټولو ګټه د بل کال لپاره شمیرل کیږی او په همدې ډول ورپسی د دوه او یا زیاتو کالو.

لمړی غواړو، چی یواځی ساده ګټی شمیرلو سره ځان په کار واچوو:

پیلبیلګه

یوه د ۳۵۰۰ مارکونو بډایي یا سرمایه په بانکی شمیرنه کي په بانك کی اینښولکیږي، چي کلنی ګټه یی 4,5% ده. له 3,5 کالو وروسته دا سرمایه اینښونکي په بانکی شمیرنه کي څومره پیسی لري؟

دلته په پوره هدایت ساده ګټونه مخ ته پرته وي، که څه هم په معمولی توګه داسی شمیرنو کی د ګټی ګټه هم شمیرل کیږي. د په سلو کی شمیرنو بنسټ ارزښت دلته هغه ګټوونکی بډایي یا سرمایه K (بنسټسرمایه) ده، او د په سلو کی ارزښت ګټه Z ده (په المانی مارکونو) ، د په سلوکی مقدار ، چی ما کله په سلو کي ټاکنه(یعنی په سلو کي څومره اندازه) بللی په %).

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دنده یا شمیرنه کې ګټه غوښتل شوې(دمخه برخه دې، یعني د په سلو کې ارزښت دې وکتل شي) ددې لپاره لاس ته راځي

$$Z = K.p / 100 = 3500.4,5 / 100 = 157,50DM$$

دا د یوه کال لپاره ګټه ده ، په بنسټیزه بڼه، چې ۳۵۰۰ مارکونه دي. په درینیمو کالو کې په ساده ګټونه بڼه، چې بانکي شمیر یې واز کړي 3,5 .157,50 = 551,25DM لاس ته راوړي. په دې توګه به په سپما کتابچه کې 3500 + 551,25 = 4051,25DM (مارکونه) وي.

د ګټې وخت t لکه، چې ومو لیدل یو کال ، زیات یا کم کیدی شي. ، بیا نو په بانکي شمیرنه کې د یوه کال لپاره ۱۲ میاشتې نیسي، چې د هرې میاشتې لپاره ۳۰ ورځې ټاکي، یعني په ټولیزه توګه ۳۶۰ ورځو په بنسټ بیا بانکي شمیرنې صورت نیسي. د ورځو په بنسټ بانکي شمیرنو کې هغه د سپما ورځ ورسره شمیرل کیږي(د سپماورځ Wertstellung یا Valutierung)، هغه ورځ، چې پیسې بیرته له بانک اخستلې کیږي یا له بانك بیرته پورته کیږي، نه ورسره شمیرل کیږي.

د ګټې فرمول: $Z = K.p / 100$. د ورځنۍ ګټې فرمول: $Z = K.p.t / 100.360$

بیلګې

لمړی : ۴۵۰۰ مارکونه له ۳ . ۷ . ۱۹۸۷ څخه تر ۱۵ . ۹ ۱۹۹۰ پورې څومره ګټه کوي، که ګټه 4 , 75% وي.

د ګټې وخت د ورځو په بنسټ شمیرو: $t = 12 +60+3.360 = 1152$ ورځې.

د ورځنۍ فرمول له مخې لاس ته راځي:

$$Z = K.p.t / 100.360 = 4500.4,75.1152 / 100.360 = 684DM$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوم : یوې ښځې په ۱۵ . ۳ . ۱۹۸۷ باندې ۷۹۰ مارکه په بانکي سپما کتابچه کیښوول، او دا پیسې یې بیرته په ۲۰ . ۲ . ۱۹۸۸ له بانک څخه راواخستلې. دې بهایي یا سرمایي څومره ګټه وکړه:

- $p = Z.100.360 / K.t = 30.100.360 / 790.335 = 4,0809 \Rightarrow p \sim 4,08\%$

دریم : په څومره وخت کې کیدی شي، چې ۱۰۰۰ مارکونه د ساده ګټې په بنسټ ۲۰۰۰ مارکونو ته جګه شي، که بهایي په 4 , 5% ګټه سپما شوې وي؟

- $t = Z.100.360 / K.p = 1000.100.360 / 1000.4,5 = 8000$

ورځې ۸۰۰۰ = ۲۲ کاله او ۸۰ ورځې

څلورم : یو بهایي ، چې لاټري یې ختلې په ساده ګټونه ، چې ۷ ،۶ په سلو کې ده له بانک څخه د میاشتې ۲۰۰۰ مارکونه ګټه اخلي.

دا د لاټرې ختنه به څومره جګه وي؟

موږ دا د ګټې فرمول د بهایي په لور اړوو یابدلوو:

- $K = Z.100.360 / p.t = 2000.100.360 / 6,7 .30 = 358208,95DM$

لکه چې پوهیږو، بانکونوپرکسیس یا کار کې د ګټې ګټونه معمول ده، او له دې زیات نه. د ګټې ګټه کلنی شمیرل کیږي او بهایي ته ورزیاتیږي.

یو پیلبهایي K_0 ، د یوه کال په اوږدوالي کې د یوې ګټې ټاکه یامقدار $p\%$ سره په ګټه اچول کیږي، د کال په اخر کې د یوې ګټې

- • • $K_1 = K_0 + K_0 (p / 100) = K_0 (1 + p /100)$

سره په سپماکتابچه کې لیکل شوې ده.

دلته $K_0.p / 100$ د یوه کال را اچولې ګټه ده، د یو کال په پیلبهایي K_0 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول دوه کاله وروسته دا پیلبهایي د همغی پښیګټی یا ګټی پیل سره داسی لویه شوې

$$K_2 = (K_0 + K_0 . P / 100) + (K_0 + K_0 . P/100).(P/100)$$
$$= K_0 + K_0.P/100 + (K_0.P/100)(P/100)$$

که K_0 له نوکانو یا غیر دباندې ونیول شي نو لاس ته راځي:

$$K_2=K_0(1+2.P/ 100 + P^2 / 100) = K_0(1+ P/100)^2 = K_1(1+ P/100)$$

له درې کاله وروسته دا بهایي یا سرمایه ده:

$$K_3=K_0(1 + P/100)^3 \qquad K_3=K_2(1 + P/100)$$

که دا شمیرنه په ورته توګه دوام پیداکړي، نو د t کالو وروسته په ټولیزه توګه لاندې بهایي لاس ته تري راځی

$$K_t = K_0 . (1 + P/100)^t = K_{t-1} . (1 + P/100)$$

د $(1 + p/100)$ لپاره غواړود لنډونی له امله q ولیکو، q ګټی فاکتوریا ګټی ځلونی بلل کیږي:

$$q = 1 + p / 100$$

ددې ساده ونی سره لاس ته راځي: د ګټی ګټی فرمول: یوه بهایي K_0 د t کالو وروسته د p% کلنی ګټي باندې(د ګټی جګیدنه) په $K_t = K_0 (1 + p / 100) = K_0.q^t$ لویه شوې

بیلګه : له درینیمو کلو وروسته په ۴،۵ ٪ ګټه ۳۵۰۰ مارکونه په کوم ارزښت لوییږي؟

$K_{3,5} = K_0. q^t = 3500.1,045^{3,5} = 4082,96$ DM مارکونه

د ګټیګټی شمیرنی سره بهایي $K_0 , K_1 , K_2 , K_3 , ..., K_t$ یوه هندسی پرلپسی جوړوي(ددې لپاره دې ځما د شمیرپوهنی کتاب وکتل شي) دا د پیلبهایي K او ځلوني $q = 1 + p / 100$ سره ، ګرافیکی که وکتل شي، نو د ګټی لوییدنی فنکشن $K_t = K_0 . q^t$ یو اکسپوننشل بلواك انځوروي. د تعریفهیري $D = Q$ سره.

ساده ګټه اچونی بیا یو لاینې فنکشن $K_t = = K_0 (1 + p.t / 100) ; t C Q$ په نخښه کوي.له دې امله بهایي په ساده ګټه اچونه دومره چټکه نه لوییږي، لکه چی په یوه دګټی ګټی اچونی باندې.

بیلګی: ۱ – یو د ۴۷۰۰ افغانیو مقدار یا ارزښت دې د پنځه کلونو لپاره په ساده ګټه اچونه او ب) په د ګټی ګټی اچونی چی ۵۷، ۴ ٪ دی اینښوول کیږي. دا هر پایبهایي څومره لویه ده؟

a) $K_5=K_0(1 + P.t/100) = 4700(1+ 4,75 . 5/ 100) = 5816,25$ Af

$K_5= K_0 + 1116,25 = 5816,25$ Af

b) $K_5 = k_0. q^t = 4700 . 1,0475^5 = 5927,45$ Af

۲ – یوه بهایي د ۵۰۰۰۰ افغانیو په ۳.۵.۹۷ واچول شوه او باید په ۳۱.۱۲.۲۰۰۱ راووستل شي. څومره په ۴.۵ ٪ ګټه باندې لوي شوي دی، که پوره کلونه (له۱۲.۳۱–۱.۱) په ګټه واچول شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$K = [K_0 + K_0.p.t / 100.360].(1 + p/100)^n$$
$$= [\,50000 + 50000.4{,}5.237 / 36000].1{,}045^4$$
$$K = 61392.35\ Af$$

د لویو K_0 , q , t او K_t په ګټه فاکتور کی افاده کیدو لپاره رامنځ ته کیږي. د ګټې اخستنی وروسته کیدی شي د سرچینیزې بهایي K_0 پوښتنه رامنځ ته شي، چی د t کلونو په p % ګټونه یا ګټه و بهایي K_t ته بیایي. K_0 د K_t د بهایي د اوس وخت یا حال یا نغد ارزښت بلل کیږي. د K_0 شمیرنه په ورکړشوې بهایي K_t ته چی بیاي دیسکونتونه Diskuntierung یا ګټوني بلل کیږي:

تعریف: د نغدارزښت فرمول $$K_0 = \frac{K_1}{(1+\frac{p}{100})^t} = \frac{K_t}{q^t} = K_t.(\frac{1}{q})^t$$

دلته (1 / q) د ګټوني فاکتور بلل کیږي. د نغدارزښت فرمول له $K_t = K_0 .q^t$ اړیکو څخه لاس ته راغلی ، چی د K_0 په لور اوبی یا حل شوي.

بیلګي:

١ – یو نیکه غواړي د خپل لمسی د پنځمی زیږیدنی له امله یو څه ئیسی بانك کی سپما کړي، د ٪٥ په ګټه . دا پیصي بهه خومره یا دا مقدار به څومره لوي، چی دا لمسی په خپله ٢٥ کالیزه ٢٠٠٠٠ مارکونهلاس ته راوړي؟ باید په بانك یکی ٢٣ ، ٩٦١٢ مارکونه کیښوول شي یا سپما شي..

٢ –د یوه کور خرڅلاو کی دوه اخستونکی مختلف اوفرت یا وړاندیزونه کوي « علاقمند الف ١٥٠٠٠٠ مارکونه نغد ، ١٢٠٠٠٠ مارکونه له دوه کاله وروسته او نور ١٥٠٠٠٠ مارکونه د ټولیزه توګه له شپږ کاله وروسته ادا کړي یعني د کور مالك ته ورکړي.

علاقمند ب غواړي، چی ١٣٠٠٠٠ مارکونه نغد ، ١٥٠٠٠٠ مارکونه له درې کالو وروسته او ١٤٠٠٠٠ مارکونه له نورو دوه کالو وروسته ورکړي. کوم یو علاقمند ګټور دی، که مور ٪٨ ګټهٔ ونیولي شو یا فرض کړای شو؟ دا چی دواړه ارزښتونه یا وړاندیزونه یو له بل سره پرتله کړاي شو، نو باید دواړه نغد ارزښت ته راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

یوه د ۸۰۰۰ مارکونو بډایي ، کومه چې د ګټې په ګټونه ولاړه ده، باید ۶٪ کلنی ګټې د څلورو کالو لپاره په بانګ کی پاتي شي یا کیښوول شي. بډایي به څومره لویه وي په الف) کلني ، ب) نیمکلنی، خ) میاشتنی، او ت) په ورځنی ګټونه؟

تمرینونه:

۱ – یو جوړ کالي په ارزښت یا نیه کی ۵ ،۴ ٪ کمشو» د دې کالیو لومړنیی نیه ۲۵۰ ماکرونه وه . اوس دا کالي کومه نیه لري؟

۲ – یو پطلون په ۵ ، ۴ ٪ ارزان شو، دا پطلون او س ۲۵۰ مارکونه ارزښت لري. دې پطلون پخوا کومه بیه درلوده؟

۳ – د یوه جاکټ بیه په ۷۰ مارکونوه راکمیږي، دې پخوا ۲۵۰ مارکونه بیه لروده، اوس دا څومره بیه لري یا حومره قمته ده؟

۴ – یو جوړ دریشی په ۹۸ مارکونوګرانیږي او اوس ۴۵۰ مارکونه بیه لري. د ا ګرانښت په سلو کی څومره دی؟

۵ – رابات یو د بیي راکومن دی، چی اخستونکی ته د ځانګړو شرایطو لاندې ورکول کیږي. سکونتو یو بیه کمون دی، چی اخستونکی ته د نغدو پیسو ورکولو له امله ورکول کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) یو د ۵۷ ، ۸۵۰ مارکونو شمیر، یعنی په کاغذ لیکل شوې بیه په ګوته شوې: د لسو ورځو ترمنځ نغد اداکولو په حالت کې ۳٪ سکونټو.
دلته څومره پیسې ورکول کیږي؟

ب) یو اخستونکی د خپل نوي لاس ته راوړي بایسکل کې ۲۰ ٪ رابات لاس ته راوړي، او دا چې هغه پیسې ندې ورکوي، بر سیرهٔ پردې ۲ ٪ سکونټو هم ورکول کیږي. دا باسکل او س دی د دې لپاره بایسکل لپاره ۱۵۶ مارکونه ادا کوي.
دې بایسکل د سکونټو او ربات د مخه څومره بیه لروده؟

۶ – په یوه نغدپیسوبیه ۱۴ ٪ کی د مالیي ورزیاتیږي او ۳ ٪ ربات ورکول کېږي.
که پخپله ځان ته شمیر لیلی لیکی شی ، ته به مالیه لومړی ورزیاته کړې او که لمړی به ربات له شمیر کم کړې؟
دا نغده ارزښت به څومره جګ شي، که لومړی مالیه ورزیاته شي او بیا ربات ترې کم شي؟

۷ – اباسین خپ کور دننه په ۱۱۰۰۰۰ ماروکونو بیمه کړی. دی ددې بیمی پوره کوونو لپاره کلنی ۵ ،۱ په زرو ګټه باید نیمی ته ادا کړي. دا څومره ده؟

۸ – یوه ګازره په منځنی توګه 0,5‰ ویټامین A لري. څو ګرامه ګازرې به ۱۵ ملي ګرامه ویټامین A ولري؟

۹ – په یوه موټربیولو کنترول کی د یوه موټرځغلونکی څخه د ازماینی لپاره وینه اخستل کیږي. معاینه دا نتیجه ورکوي، چی موټرځغلوونکی 1,7‰ الکول په وینه کی لري. دابه څو مترمکعبه الکول وي، که ونیسو، چی د وینی ډکی ۷ لیتره وي؟

۱۰ – د ارزښتکاغذ (دا په بانك کی څه کاغذونه دې، چي خلك یی اخلی، په کلنی ټاکلی ګټی سره) یو پیسی ایښوونکی ددضیویدند Dividende (کلنی ګټهٔ ده) ۲۷۰ مارکونه اخلي. څموره پیسیبه هغه ایښودلي وي، که یوه بډایي په ۵ ، ۷ ٪ ګټهٔ ایښوول شوې وي ؟

۱۱ – اباسین په یوه بانکی حساب کی ۷۰۰۰ مارکونه اچوي. له کوم وخت وروسته په ساده ۴ ٪ کی ګټونه، دی ۸۰۰ مارکونه لاس ته راوړي؟

۱۲ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوتېول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،ميرې،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برينکمن ليکنې چې له پرينکمن ن ج ځخه ژباړل شوي دي.

۱ - شميرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

۳ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصايه يا ستاتيستيک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج ځخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – اناليزی ۱

۷ – اناليزې ۲

۸ – کرښيز الجبر

۹ - د شميرپوهنې بنستونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - څمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګڼې وړې لیکنې

-۲۲ داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې يې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپیني خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه يې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پوري ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ماخان په اولني نوم میرړي شینواری د ارواښادې پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library