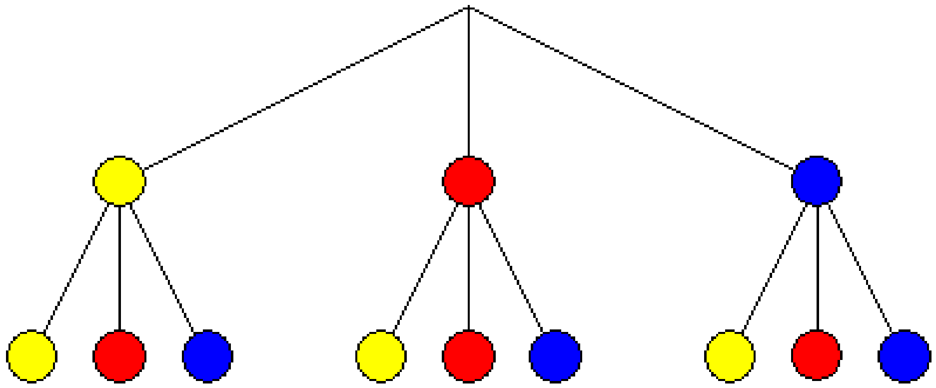
احتمالوالي شميرنه



ليکونکی: برينکمن(له برينکمن ن ج څخه)

ژباړونکی: ډاکټر سلطان خان (پیروز) شینواری

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پيژند

د کتاب نوم احتمالوالي شميرنه

ليکونکی: پروفيسر برينکمن

ژباړی : ډاکتر ماخان ميرږي شينواری

shinwari@Hotmail.de

د خپريدو لړۍ

خپرندوی : د افغانستان کلتوري ودې ټولته

جرمني

چاپ نبټه جولای ۲۰۱۲

چاپځای دانش کتابتون

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودریږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کتّه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

د ژباړي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندي ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترماښوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروانښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنير او ډپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له ميرمن ښاپېرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک نيوليک

نیولیک

د ژباړي سريزه

ګرانو لوستونکو!

د برينکمن د ليکنو لړۍ د شميرپوهنې په څانګه کې د ښوونځيو لپاره له دري لومړنيو کتابونو پرته نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلي.

دا احصايه يا ستاتيستک دی او د احتمالوالي شميرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته يې تاسو ته ژباړه وړاندېکيږي، هم په زياتو تمرينونو، اود دوی په اوبيونو يا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې ليکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهيدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هيوادوالو!

داچې ما يوځای يا نوره هم ښه په يوه وار ډېر کار را ونيوه، يعنې يوځای د ډېرو کتابونو ليکنه او ژباړه پيل کړه، نو هرومرو به ناتيکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتيکاوي نه وي، چې شميرپوهنيزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهيدلو له امله زياته مننه.

په دې هيله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهيږي په دې ليکنو او ژباړه کې ما ته هيڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زمونږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د يوې کوچنۍ پيرزوېنې په حيث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو ليکنو ليکونکو شميرپوهانو څخه زياته مننه، چې کتابونه به يې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمير پوهنې په څانګه کې پوره مرسته وي.

په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وړدې ټولنې څخه هم زياته مننه، چې له خوا يې او په ډېر لګښت د ا کتابونه چاپيږي.

ستاسو ماخان ،، ميرۍ،، شينواری

احتمالوالی شمیرنه

لومړی- . توکلي یا تصادفي تجربه

احتمالوالي شميرنه :

د بختلوبو سره د د مشغوليت ځخه د احتمالوالی تيوري وده وکړه. نن هم د اختمالوالي پوهيدنه په بختلوبو کې کارول کيږي. د بختلوبو ته ورته په طبيعي علومو، اقتصاد، ټولنيزو علومو پيښيدني وړاندوييني او پلانکوني متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالي شميرنې دنده په دې کې ده، چې پيښې تز ځيرنې لاندې ونيسي د تصادفي پيښيدو(وتون) سره چې د ممکنه قانونمندۍ سره دا وړاندوييني د ممکنه حلونو رامنځ ته کيدو ته ورسوي.

تصادفي- یا توکلي تجربه

د دانې(شپږ.سترګۍ) يا د لوبو مکعب غورځولو سترګۍعدد(-ګڼ) د تصادف يا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبې په خوښه زيات واره تکرار کيدونکي عمليې دي، چې د هغو سره د سترګيو عدد د مخه نه شی اټکل کيدی. داسي تجربې تصادفي تجربې بلل کيږي.

تصادفي-توكلي تحربې:

يوه تصادفي تجربه يوه تجربه ده د لاندې خويونو(خواصو) سره:

- د برابرو شرايطو لاندې په خوښه زيات تكراروړ ده.

- لږ تر لږه دوه ممكنې پايلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پايله مخ له مخه كتنوړ (ليدوړ) نه ده.

بيلګه :

د يوه ستركيز يا ستركيز مكعب غورځول:

- په خوښه زيات تكراروړ دى.

-لږ تر لږه دوه ممكنه لاس ته راړنې شتون لري.

- پايله مخ له مخه ليدوړ نه ده.

يو پوړيزې تصادفي تجربې:

يو پوړيزې تصادفي تجربې:

كه يوه تصادفي پيښه يوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د يوه يو پوړيزې تصادفي پيښې غږيږو يا دا يو پوړيزه تصادفي پيښه بولو.

بيلګه:

	ممكنه نتيجې
يو ځل د يوې دانې يا لوبو مكعب غورځول.	۴
يو ځل د يوې پيسې غورځول	عدد (نه محراب ممبر)
د فوټبال په لوبې بايلونې باندې يو ځلې شرط.	بريا

غوره په یاد لرنه: افغانی چې دوه مخه لري یوه مخ یې چې عدد (ګڼ) وربانديې کښلی دی په Z سره ښايو (له الماني چې عدد یا ګڼ ته وايي) او بل مخ يې چې محراب ممبر پرې کښل شوی ، د W سره ښايو (چې د الماني ځخه رانيول شوی او بیرغ ته وايي. هیله ده چې دا ستونځې به غبرګې سره ګالو).

نتیجه:

د تصادفي پيښې پايله د پايلې يا نتيجې په نامه بولو.

بیلګې:

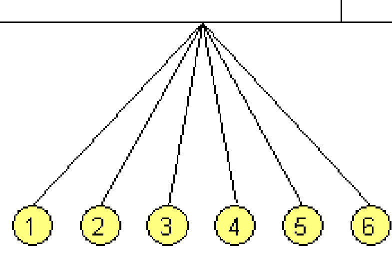
تصادفی تجربه	نتيجه سټ(- ډېرى)
د یوه سترګيز مکعب یو ځل غورځونه	S = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
د یوې پیسې یوځل غورځونه	S={ عدد، محراب ممبر]
د بوسبال ولبې بای باندې یوځلې شرط	S={ وړنه، مساوي، بايلنه}

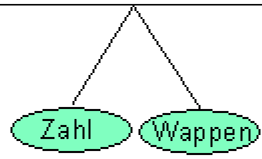
تمرين:

درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښو سټ سره ورکړی.

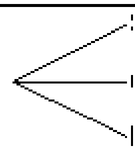
د یوې تصادفي تجربې د نتيجو ډېرئ(- سټ) انځورونه

د نتيجو سټ کيدی شي د سټ ليکدود په ډول يا د ونې دياګرام په توګه هم انځور شي.

د سټ ليکدود په ډول انځورونه	د ونې دياګرام په توګه انځورونه
د یوه ګټونو یا اعدادو مکعب (سترګيزې دانې) یو ځل غورځونه S = {1; 2; 3; 4; 5; 6} پيښه ډېرئ یا -سټ	

یا یوې پیسې یو ځل غورځونه پیښه ډیرئ(- سټ): S= { د پیسي مخ(عدد)، - څټ(ممبرنښان)}	 Zahl Wappen ممبرنښان عدد

د فوټبال د لوبې پای باندې یو خل شرط

پیښه ډیرئ(- سټ): S= {بریا ، برابر، بایلنه}	بریا، برابر بایلنه	

نتیجه او نتیجه سټ:

د تصادفي تجربې نتیجه د ډېرو وتون امکاناتو یو ګونی یا یو ځل وتون دی.

د ټولو ممکنه نتیجو ټولګه د نتیجو سټ (نتیجه -ډېرئ) بلل کیږي.

$$S = \{e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n\}$$

ډېر پوړیزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له ریاتو یو په بل پسې یو پوړیزو تجربو توګه وي ، ډېر پوړیزې تصادفي تجربې بلل کیږي.

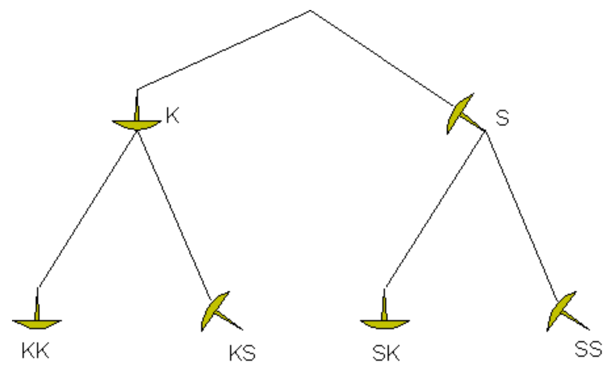
بیلګه:

دوه واره د یوه کاغذي مېخ یا کاغذ ستن غورځولو نتیجه ډېرئ(-سټ) د یوپوړیزې تجربې سره:

د یوپوړیزه تجربې نتیجه ډېرئ(-سټ)

S= {څوکه، سر } په لنډه بڼه: $S = \{S; K\}$

د ونې دياګرام له لارې انځورونه:



نتيجه د ونې دياګرام څخه ساده لوستل کيږي:

$$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$$

څلور ممکنه نتيجې لرو. په ونه دياګرام کې مو هر تار يوې نتجې ته لارښودوي،

تمرين: په يوه مرتبان کې 2 شنه (g) او يوه اسمانرنګه غونداري(کرې) (b) پراته دی. دوه غوندارې د لاندې قانون له مخې راباسو:

يو په بل پسې په هر ځل يو غونداری اوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. ونه دياګرام وکاږئ او نتيجه سټ (- ډېرئ) جوړه کړئ.

ځواب:

ايا د فوټبال لوبې وتون)(يعنې پايونې) باندې شرط اېښوونه يو ه احتمالي تجربه ده؟

شرط په خوښه زيات تکرارورړ دی.

درې ممکنه نتيجې شتون لري(برابليتوب، برابر پاتې کيدنه، بايلودنه)

نتيجه وړاندويينوړ نه ده(يعنې وړاند وييه نه پرې کيږي)

پس د فوټبال لوبې پايونې باندې شرط اېښوونه يوه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نورې تصادفي تجربې ورکړئ د هر يوه د نتيجې سټ سره

پورته ته:

د بخت ډولکی: S= {بایلښت، ګټنه}

کتابچه میخ: S = {څوکه، سر}

د بخت څرخی

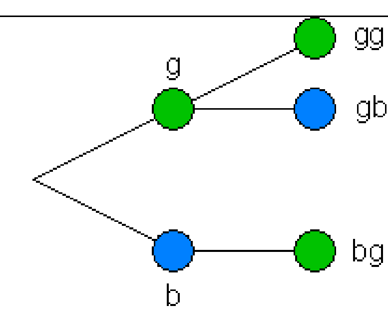
د 8 برخو سره: S= {1,2,3,4,5,6,7,8

حل: په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداري (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری(که غواړئ: کرئ) د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری بې له بېرته ایښوني یا بې له بېرته د وراچوني سره   راوېستل کیږي..

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېری) جوړه کړی.

	نتیجه- سټ S = {(gg); (gb); (bg)}

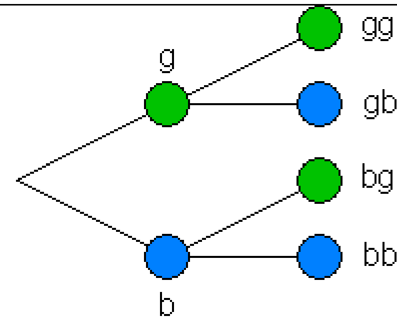
حل:

په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداری (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری له بیرته ایښوني یا له بیرته د وراچوني سره راوېستل کیږي.

ونه دیاګرام وکاږی او نتیجه ست(-ډېرۍ) جوړه کړی.



نتیجه – سټ

$S = \{(gg); (gb); (bg); (bb)\}$

پوښتنې

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې سټ(-ډېرۍ) I

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږی؟ غوره خویونه یې وښایی.

دویم: څلور تصادفي پیښې د هغو د خویونو سره ورکړی یا په ګوته کی

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باتینګر او 20 زېړ باتینګر د همغه لویوالي سره پراته دي. . د کارتن څخه په پټو سترګو یو په بل پسې باتینګر راوېستل کیږي(بې له بیرته اینوولو سره) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړی.

څلورم – په یوه بوتل کې 5زېړ ، 3سره او4 شنه د ښیښو باغکې پرتې دي. د بوتل څخه یو په پل پسې باغکې راوېستل کیږي(بې له بیرته اینسولو) ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړی.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړی مقابل د پولوبیلارد لوبې کوي، وړونکی هغه دی، چې به لومړي ځل دوه لوبې وګټي.

ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړی.

شپږم-

یو کوتۍ 2سره او4 تور غونداري یا غونډوسکې (کرې) لري (یا په کوتۍ کې ... پراته دي). له کوتۍ څخه به پټو سترګو یو په بل پسې غونډوسکې راوستل کیږي(بې له بیرته اېښوولو یا بیرته وراچول)

ونه دیاګرام وکاږۍ او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړۍ.

اوم- په یوه خلته کې 7 چکلیټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زېړ او 5 سره دي. له خلتې څخه یو په بل پسې 3 چکلیټ راوستل کیږي (بې له بیرته اېښوولو).

څومره شتونوالۍ شتون لرې، چې دا چکلیټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟
اتم - یو د ګڼونو (اعدادو) یعنې نمره یې قلف له درې څرخونو جوړ دی، چې له 1تر 9ګڼونه یا اعداد لري . یو کس دا ګڼې یا نمرې پیژني، خو په خواشینۍ باید وویل شي، چې د نمروو ترتیب یې له یاده وتلی.

څومره امکانات شتون لري، ونه دیاګرام رسم کړۍ. ؛بونه یا اعداد7 ,3 او9 دي.
نهم - دوه بخت څرخونه یا ټېرونه یا کړۍ له درې برابرو برخو (Segments)
څخه چې سرو(r) ، اسماني (b) او شنو(g) دۍ جوړ دي. دواړه څرخونه یو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کیږي او په عین وخت کې درول کیږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړۍ. د شرایطو سره یې نتیجې (r , b)ورکړۍ، چې نتیجه د) (b , r سره برابره نه وي. که د نتیجې سټ(ډېرۍ) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابروخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب یې په دلیلونو سمبال کړۍ.
د یوه مسلکي ښوونځي 3 نارینه 2 ښځینه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچولکیږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او څوک یې مرستیال شي. لومړی ریس او بیا پسې مرستیال ټاکل کیږي.

یو ونه دیاګرام وکاږۍ او نتیجې S یې ورکړۍ.

حلونه (اوبیونې)

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې I

مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

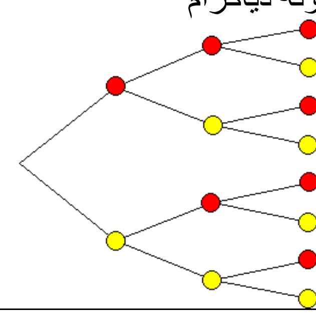
یوه تصادفی تجربه لاندې خویونه لري:

- د برابرو شرایطو سره په خوښه زیات تکرار کیدونکي دي.
- لږ ترلږه دوه ممکنه نتیجې شتون لري.
- نتیجه له وړاندې نه شي ویل کیدی.

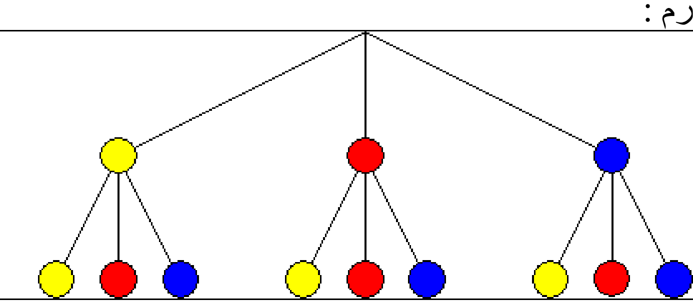
دویم:

تجربه	د حل سټ یا ډېرۍ
الف – د داني یو وار غورځول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
ب – د پیسي یو وار غورځول	$S = \{Z; W\}$
پ – د یوه بخت څرخ د 5برخو سره چې له 1 تر 5 بورې ګڼه یا نمره لری یو وار څرخول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
ت – د یوه مرتبان څخه د2 غونډوسکو یا غونډارو راوېستل چې سره اوتور غونډاری دي.	$S = \{rr; rs; sr; ss\}$

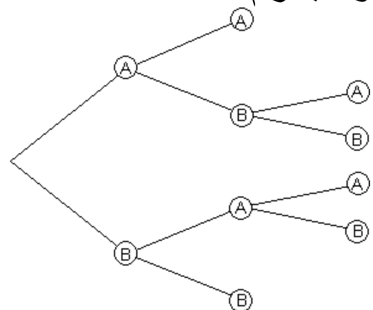
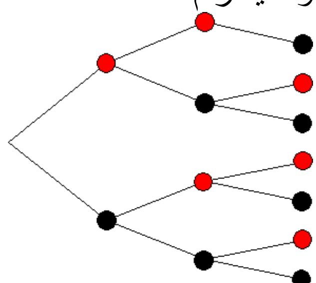
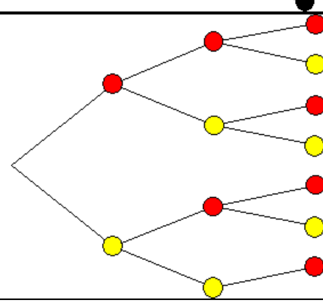
درېیم : مفصل حل (اوبی)

ونه دیاګرام	نتیجې:
	$S = \{rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; ggr; ggg\}$

څلورم :

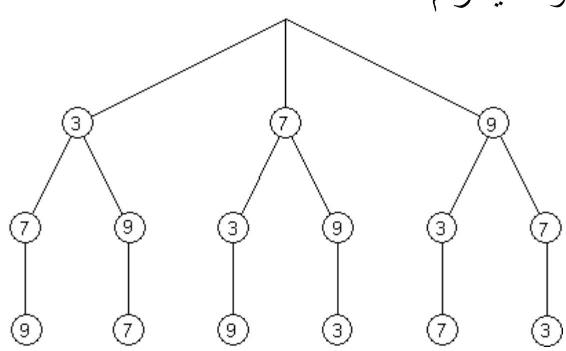


$S = \{gg; gr; gb; rg; rr; rb; bg; br; bb\}$

ونه یاګرام 	پنځم : مفصل حل نتيجې: S = { AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB}
ونه یاګرام 	شپږم : مفصل حل نتيجې S = {rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss}
	اوم : مفصل حل نتيجې S = {rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg} پس اوه امکانات شتون لي، چې له خلتې چکلیټ راوباسو

اتم:مفصل حل

ونه دیاګرام

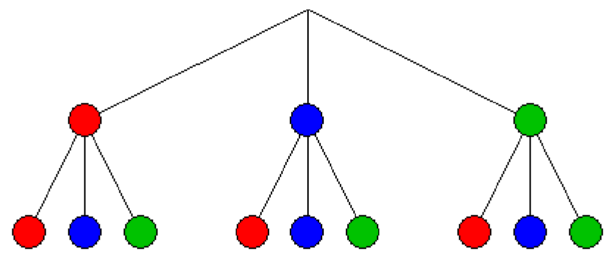


S = {379; 397; 739; 793; 937; 973}

ټول 6 امکانات شتون لري.

نهم: مفصل حل

ونه یاګرام

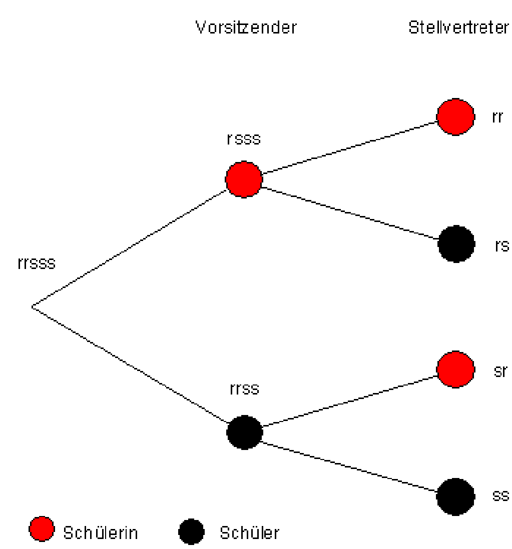


$S = \{rr; rb; rg; br; bb; bb; gr; gb; gg\}$.

دا چې دواړه څرخونه یو له بل خپلواک څرخي، به یو – یا همغه وخت کې څرخول او درول نتیجه کې کوم رول نه لوبوی. سړی کړی شي چې یو څرخ پرلپسې دوه واره و څرخوی.

لسم: ونه یاګرام

مرستیال ریس



ښی یا تور : نارینه ز. کیڼ یا سور: ښځینه ز.

نتيجه : $S = \{ww; wm; mw; mm\}$

دلته w ښځينه او m نارينه زده کوونکي دي.

دويم - په احتمالوالي شميرنه کې پيښې

پيښې

د يوه تصادفی تجربې نتيجه کېدی شي د پيښو په توګه را يوځای شي.

موږ دانې دا يو ځل غورځول په پام کې نيسو.

نتيجه سټ يا نتيجه ډېری له 6 ممکنه نتيجو څخه جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

د نتيجې په توګه A تعريفوو: غورځول شوی عدد يا ګڼ جوړه يا جفت دی.

نتيجه ډېری له 3 ممکنه نتيجو جوړه ده: $A = \{2; 4; 6\}$

دا د نتيجې ډېری برخډېری ده . د دې لپاره ليکو: $A \subset S$:

پايله : د يوې تصادفي تجربې نتيجه سټ S هره برخسټ A, B, C, ... پيښه بلل کيږي.

د دې لپاره ليکو: $A \subset S; B \subset S; C \subset S; \ldots$

بيلګه:

يوه پيسه يو په بل پسې پرلپسې غورځول کيږي.

د ونه دياګرام له لارې نتيجه سټ يا د نتيجې ډېری S پيداکيږي.

$$S = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (ZWW); (WZZ); (WZW); (WWZ); (WWW)\}$$

A دې پايله (نتيجه) وي ، داسې چې دوه واره W ولويږي :. سټ A څنګه ده ؟

$A = \{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(WZZ)\} \quad A \subset S$

تمرین :

B دې پیښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنګه ده ؟

تمرین:

C دې نتیجه وی، چې زیات له زیاته یو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پیښو ډولونه چې په یوه څرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري ، ه رامنځ ته کیږي .

نتیجه سټ (د نتیجو ډېری) : $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

پیښه A : عدد له 9 ګوچنی دی:

$\Rightarrow \quad A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

نتیجه A د هرې تصادفي پیښې سره پیښیږي یا رامنځ ته کیږي ، دا متمأنه پیښه بلل کیږي: A = S.

نتیجه B: عدد له 7لوي دی:: $B = \{8\} \quad \Rightarrow \quad :$

نتیجه B فقط یو توکی لري. دا ساده یا بنسټ پیښه بلل کیږي.

پیښه C : عدد له 1 کوچنی دی: لاس ته راځي $C = \{\ \}$ همداسې $C = \varnothing$.

نتیجه $C = \varnothing$ هیڅ وخت نه پیښیږي دا یوه نا ممکنه پیښه ده.

نتیجه D : عدد له 6 لوي دی. . پایله نتیجه $\bar{D}$: عدد کوچنی یا برابر 6 دی. پایله	$\Rightarrow \quad D = \{7;8\}$ $\Rightarrow \quad \bar{D} = \{1;2;3;4;5;6\}$

$D\bar{D}$ د D مخامخ يا معکوسه پيښه ده.

د نتيجه سټ(-ډېرۍ) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په کې خوندي نه دي.

سټ - يا ډېرۍ ډوله ليکنه: $\bar{D} = S\setminus D$ ، $\bar{D}$ سټ يا ډېرۍ ده چې له D .

د پيښي او معکوس پيښي ټولنه يا اتحاد نتيجه سټ (- ډېرۍ) $D\cup\bar{D} = S$ ده .

مخامخ يا په څټ يا معکوس پيښي ته بيلګي :

پېښه	معکوس پيښه
A: څلور موټر زيانمن (خراب) دی	$\bar{A}$ لږ تر لږه 5موټر خراب دی
B:لږ تر لږه 2 موبايل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$: لږ تر لږه يو موبيل غلا شوی، دا په دې معنا چې هيڅ يا يو موبايل
C: کوم موټر شين نه دی	$\bar{C}$ لږ تر لږه يو موټر شين دی
D: له درې منو څخه ټيک يوه خوټا ده.	$\bar{D}$ I : هيڅ يا دوه يا درې منې خوټا دي.

به ياد لرنه: د دې لپاره چې يوې پيښي ته معکوس پيښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول – نتيجه سټ S وټاکی.
دويم : پيښه ډېرۍ يا پيښه سټ و ټاکی

دريم : د پاتې – يا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پيښي ډېرۍ جوړې کړی.

حل امکانات د ،،زيات له زياته 4 موټرونه زيانمن دي،، .
د ساده کونې له امله له خورا زيات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. ټول د کمبينيشنونو امکانات د جوړ (H) او خراب (D) د پيښو ډېرۍS جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} HHHHHH \\ DHHHHH \\ DDHHHH \\ DDDHHH \\ DDDDHH \end{array}\right\} = A \\ \left.\begin{array}{l} DDDDDH \\ DDDDDD \end{array}\right\} = \bar{A} \end{array}\right.$	د زيات له زيات څلور خرابيو شتونوالی شته د لږ تر لږه پنځه خرابيو شتونوال شتون لري

د حل امکانات ،، لږ .تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،.
د ساده کوني له امله له خورا زيات 4 موبايلونه غلا شوي مخ ته څو. ټول د کمبينيشنونو امکانات د غلا شوو(G) او نه غلا شوو (N) د پيښو ډېرىS جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} GGGG \\ GGGN \\ GGNN \end{array}\right\} = B \\ \left.\begin{array}{l} GNNN \\ NNNN \end{array}\right\} = \bar{B} \end{array}\right.$	لږ ترلږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته د لږ تر لږه يوه ملفون غلا امکانات

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنګه نه دی،، لپاره.
د ساده کوني له امله له خورا زيات 4 موټرونو مخ ته څو. ټول د کمبينيشنونو امکانات (B) او نه اسمانينګه (N) د پيښو ډېرىS جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} NNNN \end{array}\right\} = C \\ \left.\begin{array}{l} BNNN \\ BBNN \\ BBBN \\ BBBB \end{array}\right\} = \bar{C} \end{array}\right.$	امکانات چې هيڅ موټر شين نه دی اکانات چې لږ تر لږه يو موټر شين دی

د حل امکانات د ،، له درې منو څخه ټيک يوه منه خوسا ده،، لپاره.
موږ له درې منو څخه پيل کوو. د کمبينشن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N)
يوه نتيجه ډيرئ (-سټ) S جوړوي..

د يوې منې لپاره امکانات چې خوسا ده امکانات چې يوه، دوه يا هيڅ منه خوسا نه ده.	$S = \begin{Bmatrix} FNN \\ FFN \\ FFF \\ NNN \end{Bmatrix}$ $\{FNN\} = D$, $\{FFN, FFF, NNN\} = \bar{D}$

تمرين: B دې نتيجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېرى څنګه ده يا کومه ده؟

حل : $B = \{(WWW)\} \quad B \subset S$

يادونه : دا چې د B سټ تيک يو توکى لري، په دې حالت کې له يوې ساده – يا بنستيزې پېښې عبارېږو.

تمرين : C دې نتيجه وي، چې خورا زيات يو ځل عدد را ښکارېږي. د C سټ کوم دى؟

حل :

$$C = \{(ZWW); (WZW); (WWZ); (WWW)\} \quad C \subset S$$

دريم - په احتمالوالي شميرنه کې د پيښو ترڼه

د پيښو ترڼه

يوه دانه يو ځل غورځول کيږي. لاندې دوه پيښې منځ ته راځي.

A : د سترګو عدد (ګڼ) له 3 لوى دى.

B : د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دى.

يوه نوې پيښه لکه چې ګورو لاس ته راځي :

C : د سترګيو تعداد له 3 لوې دى او د سترګيو تعداد يو جوړه عدد دى.

نتيجه C يوه له A او B جوړه د او-ترڼه ده.

د پیښې C ډېرۍ یا سټ څنګه ده؟

حل: $A=\{4;5;6\}\quad B=\{2;4;6\}\Rightarrow C=\{4;6\}$

د سټ یا ډېرۍ لیکدود له مخې دا په دې معنا دی

د A او B د اوترنه = د A او B غوڅډېرۍ یا قطاع = $C = A \cap B$

تمرین :

یوه نوې پیښه، لکه چې ګورو رامنځ ته کیږي:

D : د سترګیو تعداد یا ګڼون له 3 لوي دی یا د سترګیو عدد (ښه یې تعداد) یو جوړه عدد دی.

دا د پیښه د A اوB څخه یوه د یا – ترنه ده . دD پیښه څنګه لیکلی شو؟

د دې لپاره چې د پیښو ترنې یا عملیی جوړې کړو اړین دی، چې د سټتیوري (ډېرۍ پوهنه) باندې یو څغلند نظر واچوو:

د ډېرۍ پوهنې یا سټ تیوري لنډیزI

د اعدادو(ګڼونو) سټ: د اعدادو سټ د یو له بل کره توپیروړ اعدادو ټولګه ده.

سټونه په لویو لاتین تورو په نخښه کیږي.

بیلګه:

M= {2,4,6,8,10}

2 د M توکی دی	$2 \in M$
6 د M توکی دی	$6 \in M$
3 د M توکی نه دی	$3 \notin M$

د سټونو لپاره ليکندود

ګڼنيزه (د اعدادو له لارې) انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه

په لغاتو يا نوره هم ښه کلمو: A د ټول x سټ دی، کوم لپاره چې باور لري، x له 1 تر 5 پورې يو طبيعي عدد دی.

تش سټ(تشدېرى)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته ويينې يا ا فادې.

د او په معنا دی

د ډېريو يا سټونو لپاره ليکدود

شمېرنيزه انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه $A=\{x|1\le x\le 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو: Aد ټولو x سټونو ډېرۍ ده، د کومو لپاره چې باور لري

x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشډېرۍ يا تش سټ $B=\{x|x\in A\wedge x>5\}=\{\ \}$

تش سټ کوم توکي نه لرى

سومبول $\{\ \}=\varnothing$ د تش سټ دليکلو لپاره برابرارزښته ليکندود دی.

$\wedge$ منطقي او بلل کيږي

په ستونو کې عمليې (د ډېريو ترنې)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوځډېرئ)

$B = \{e; f; g; h; i; j\}$	$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$
$C = A \cap B = \{e; f; g\}$	د A او B د تقاطع سټ يا غوڅډېرئ $A \cap B$ (A قطعه شوي له B سره)
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	$A \cap B$ ټول هغه توکي لري، چې په A کې او همدې وخت کې په B کې هم پراته وي.
د تقاطع سټ د دوه ستونو ترمنځ يوه د او ـــترنه يا عمليه ده.	$x \in A \cap B$ په دې معنا چې x په A او B کې پروت دی يا د A او B توکی دی.

د ډېريو يا ستونو A او B تولنه يا اتحاد

$B = \{2; 4; 6\}$	$A = \{-4; -2; 1\}$
$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$ $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	$A \cup B$ د A او B ټول توکي خوندي لري
د اتحاد سټ يا تولنډېری د ستونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده	$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کې پروت دی يا x په دواړو ډېريو کې پروتدی

د ستونو نخبنې، د منطق نخبنې

د ستونو يا ډېريو نخبنې د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ	غوڅ – يا قطع شوی	$\cap$
	تولنه يا اتحاد	$\cup$
د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ منطقی نخبنې	منطقی او	$\wedge$
	منطقی يا	$\vee$

دA برخدېرى يا سب سټ

وركړ شوي ډېرىB د A يوه برخدېرى ده، ځكه چې د B هر توكى د A توكى هم دى.	$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ $B = \{2; 4; 6\}$ $B \subset A$ په دې معنا چې B دA برخدېرى ده

د دوه ډېريو A او B كمبنت -ياكمونډېرى (باقي سټ)

د A او B كمبنتډېرى دA ټول هغه توكي لري، چې په B كې نه وي پراته. ليكنه يې: \ لوستنه يې. A بې له B	$A = \{1; 4; 9\}$ $B = \{0; 2; 4; 6\}$ $A \setminus B = \{1; 9\}$ $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ \ : په دې معنا چې ،،بې،،

$x \in A \setminus B$ په دې معنا چې : x پهA كې پروت دى، مګر نه په B كې

ترلو پيښو ته بيلګې

سترګى مكعب بيا غورځول كيږي. لاندې پيښې كره كيږي:

A: د سترګيو ګڼون يا تعداد يې له څلورو كم دى.

B : د سترګيو تعداد يې يو ناجوړه (طاق) عدد(ګڼ) دى.

C : [4 ; 5]

$A \cap B$ جوړ يا تشكيل كړى او ډېرى يا سټ په لغاتو وليكى.

حل(اوبى):

$$A = \{1; 2; 3\} \qquad B = \{1; 3; 5\} \qquad \Rightarrow A \cap B = \{1; 3\}$$

$A \cap B$: د سترګيو تعداد له څلورو كوچنى او يو ناجوړه يا طاق عدد دى..

$A \cup B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب :

$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow A \cup B = \{1;2;3;5\}$

$A \cup B$: د سترګیو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوړه یا طاق عدد.

$\overline{A} \cap B$ تشکیل کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب:

د سترګیو تعداد له ۳ لوي دی	$A = \{1;2;3\} \quad \Rightarrow \quad \overline{A} = \{4;5;6\}$
د سترګیو تداد یو ناجوړه عدد دی	$B = \{1;3;5\}$

$\overline{A} \cap B = 5$ د سترګیو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوړه یا طاق عدد دی.

$A \cap B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو سره تشریح کړی.

ځواب: $A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow A \cap C = \{\ \} = \varnothing$

$A \cap B$: د سترګیو تعدا له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسي یوه پیښه نازغموړ یا بې قرارداده پیښه بلل کیږي.

نا زغم وړې پیښې:

د دوه پیښو A او B د او –تړنه نازغموړ بلل کیږي .که عوڅدېری یا د تقاطع سټ یې تشه وي، یعني $A \cap B = \varnothing$.

د A او $\overline{A}$ د او- تړنه تل نازغوړ ده، څکه چې باور لري: $A \cap \overline{A} = \varnothing$

پام : تل باور لري:

$E \cup \bar{E} = S$ $\qquad$ $E \cap \bar{E} = \varnothing$

$E \cup S = S$ $\qquad$ $E \cap S = E$

حل (اوبی) :
یوه نوې پېښه ، لکه چې کره کیږي یا ځرګند کتل کیږي، منځ ته راځي:
D : د سترګیو تعداد له ۳ لوي یا د سترګیو تعداد یو جوړه یا جفت عدد دی.
دا پیښه D یو د او-ترنه ده له A او B .
پیښه دېری D څنګه ښکاریږي؟

$A = \{4;5;6\} \quad B = \{2;4;6\} \Rightarrow D = \{2;4;5;6\}$

دا دېری په لیکندود داسي برېښي

د $D = A \cup B$ A او B تولندېری = له A او B د یا- ترنه .

پوښتنې

پیښي او د پیښو ترنه I

لومړی – یوه دانه یو ځل غورځول کیږي.لاندې پیښي په ګڼلووالي لیکنډل ورکړئ.

الف – د سترګیو تعداد له ۳ لوی دی. ب - د سترګیو زیاتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ یا معکوس پیښه. ت – نه څلور .

دویم:یوه دانه پرلپسي دوه واره غورځول کیږي. لاندې پیښي په شمیرلي ډول یا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترګیو زیاتون یا جمعه ۵ ده. ب – د سترګیو جمعه جوړه ده او له ۶ لویه. ب – د سترګیو جمعه زیات له زیاته ۴ ده. ت – د سترګیو ضرب ۱۰ دی.

دریم: یو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونډاري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسي غونډاري راوستل کیږي. غونډاري بیرته مرتبان ته نه اچول کیږي. لاندې پیښي تعریفیږي:

الف- لومړی دواړه راوستل شوي غونډاري همغه رنګ لري.

ب- لومړی او اخرنی راوستل شوی غونډاری مختلف رانګونه لري.

پ – وروسته له وروسته له دريمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دويمې راوستنې لا يو تور غونډارى په مرتبان کې شته.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجه يې ورکړئ

دوه- ټولې پيښې په شمېرنيز يا زياتيدوني ډول سره ورکړي

درې -هرې پيښې ته هغه مخامخ يا معکوس پيښه ورکړئ په ګڼنيز –يا زياتيدوني ډول.

څلورم: يو زده کوونکى په څلور د شميرپوهنې(رياضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکى کار داسي اصلاح کوي، چې په ترتيب د هرې پوښتنې په پاى کې r د ټيک او f د ناټيک لپاره ليکي. لاندې پيښې تعريفيږي:

الف- دريمه پوښتنه ناټيک ده.

ب – لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټيک دي.

پ – ټيک درې پوښتنې ټيک دي.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجې يې ورکړئ.

دوه- ټولې پيښې په شميرلي(زياتيدوني) ډول ورکړئ

پنځم –

د يوه غونډاري د نتيجو ډېرئ ده:$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

لاندېS برخډيرئ کره کيږي:

$A=\{1,2,3\}$, $B = \{1,2,5,6\}$, $C = \{2,4\}$

الف - وټاکئ $B \cap A$همداسې $A \cap C; B \cap C$ اوى

ب - $\overline{A}$ وټاکې همداسې $\overline{A \cap C}$ او $S \setminus B$.

پ - يوه پيښه $D \subset S$ ورکړئ، داسې چې پيښې A او D نازغموږ دي.

ځوابونه

پيښې او د پيښو ترړنه ۱

مفصل ځوابونه :

لومړی :

د نتيجو ډېری $S=\{1;2;3;4;5;6\}$:

الف - $A=\{4;5;6\}$ ب - $B=\{2;4;6\}$

پ - $C=\bar{B}=S\setminus B=\{1;3;5\}$ ت - $D=\{1;2;3;5;6\}$

دويم -

$$S=\{(1|1);(1|2);(1|3);(1|4);(1|5);(1|6);(2|1);(2|2);(2|3);(2|4);(2|5);(2|6)\}$$
$$\cup\ \{(3|1);(3|2);(3|3);(3|4);(3|5);(3|6);(4|1);(4|2);(4|3);(4|4);(4|5);(4|6)\}$$
$$\cup\ \{(5|1);(5|2);(5|3);(5|4);(5|5);(5|6);(6|1);(6|2);(6|3);(6|4);(6|5);(6|6)\}$$

الف –

$$A=\{(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)\}$$

ب –

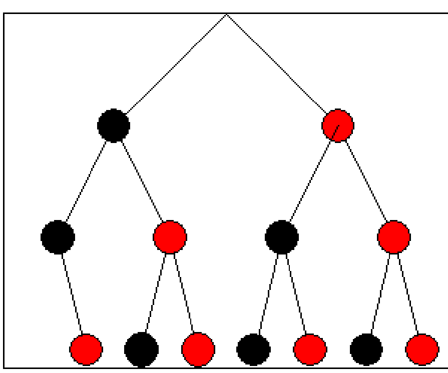
$$B=\{(2|6);(3|5);(4|4);(4|6);(5|3);(5|5);(6|2);(6|4);(6|6)\}$$

پ - $C=\{(1|1);(1|2);(1|3);(2|1);(2|2);(3|1)\}$

ت - $D=\{(2|5);(5|2)\}$

دريم - الف- نتيجه ډېرئ يا –سټ: سور=r ، تور=s ,

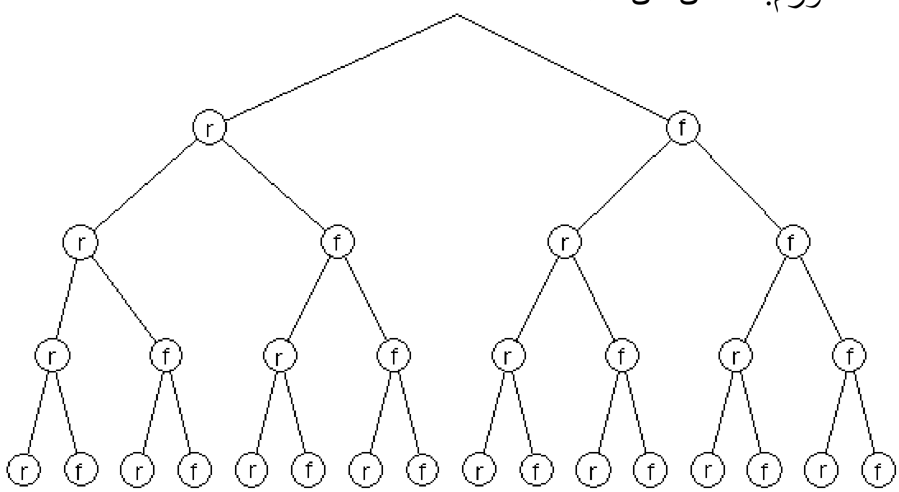
$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$



ب-
$A=\{ssr;rrs;rrr\}$ $B=\{ssr;srr;rss;rrs\}$
$C=\{ssr;srs;rss\}$ $D=\{srs;srr;rss;rsr\}$

پ-
$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$
$\overline{A}=S\setminus A=\{srs;srr;rss;rsr\}$ $\overline{B}=S\setminus B=\{srs;rsr;rrr\}$
$\overline{C}=S\setminus C=\{srr;rsr;rrs;rrr\}$ $\overline{D}=S\setminus C=\{ssr;rrs;rrr\}$

څلورم: مفصل حل الف-



$S=\{rrrr;rrrf;rrfr;rrff;rfrr;rfrf;rffr;rfff;frrr;frrf;frfr;frff;ffrr;ffrf;fffr;ffff\}$

ب-

$A=\{rrfr;rrff;rffr;rfff;frfr;frff;fffr;ffff\}$ $B=\{rrrr;rrrf;rrfr;rfrr;frrr\}$
$C=\{rrrf;rrfr;rfrr;frrr\}$ $D=\{rrrr;rrrf;rrfr;rrff\}$

پنځم مفصل ځواب:

الف- $B\cup C=\{1;2;4;5;6\}$. $A\cap C=\{2;4\}$ $A\cap B=\{1;2\}$

ب -
$\overline{A}=S\setminus A=\{3;5;6\}$ $\overline{A\cap C}=S\setminus A\cap C=\{1;3;5;6\}$ $S\setminus B=\overline{B}=\{3;4\}$

پ-   او نازغمورې دي، که باور ولري:

او نازغمورې دي، که باور ولري: $A \cap D = \varnothing$

بېلګه:

$$D = \{3; 6\} \Rightarrow A \cap D = \varnothing$$

پوښتنې

پېښې او د پېښو ترړنه II

لومړی – یوه سترګۍ یو ځل غورځول کیږي. لاندې پېښې تعریفیږي:

A : غورځول شوی عدد یا ګڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوړه –یا ټاق عدد دی.

لاندې پېښې په شمیرلشوې بڼه وټاکئ:

الف - $A \cup B$ ب - $A \cap B$ پ - $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت - $\overline{A \cap B}$ ټ - $A \cap \bar{B}$ ث - $\overline{A \cup B}$

دویم – یو مرتبان درې سره او پنځه تور غونډاري(کرې) لري. د مرتبا څخه یوپه بل پسې درې غونډاري راوستل کیږي، بې له بیرته وراچونې څخه. لاندې پېښې تعریفیږي.:

A:لومړي دوه غونډارې بیلبیل رنګونه لري.

B : لومړئ او په پای کې وېستل شوي غونډاري همغه یا برابر رنګ لري.

الف: ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ډېرئ یا سټ یې ورکړئ.

ب- لاندې پېښې په شمیرنیزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; \breve{A} \cup \bar{B}$$

دريم – په لاتري ډول کې 15 لترې پرتې دي، له دې څخه 10 لاترې بيلونکي دي. د لاترې ډول څخه بو په بل پسې دوه لاترې راوستلکيږي. لانمدې پيښې تعريفيږي يا راښوول کيږي:
: فقط بايلونکې راوستل کيږي.
: ټيک ګټونکې لاترې راوځي.
:دا اخر راوستله شوې لاترې بايلونکې ده.
الف- ونه زياګرام وکاږئ او نتجيه ډېرئ يې ورکړئ.
ب- لاندې پيښې واکئ: $D=\overline{A\cup B}$ ؛ او $E=B\cap\overline{C}$.
څلورم – له دوه پيښو A او B څخه پوهيږدو، چې $A\cup B=S$ او $A\cap B=\varnothing$ دي.
د پيښې A او B په هکله څه ويلای شو؟

پنځم - د يوه مرتبان د 100 برابرډوله ، له 1 تر 100 په ګڼه شوييا په شميره شوي غونډارو (يا کرو) څخه يو غونډاری راوستل کيږي.
لاندې پيښې تعريفيږي:
A : تعداد يا ګڼونې په ۸ وېشوړ (قابل تقسيم) دی.
B: تعداد يا ګڼونې په 15 وېشوړ (قابل تقسيم) دی
C : تعداد يا ګڼونې په ۸ يا ۹ وېشوړ (قابل تقسيم) دی
D : تعداد يا ګڼونې يه ۹ يا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسيم) دی
E: تعداد يا ګڼونې يه ۱۲ يا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسيم) دی
F : تعداد يا ګڼونې يه ۱۲ يا ۱۷ وېشوړ (قابل تقسيم) دی
G : تعداد يا ګڼونې يه ۸ وېشوړ (قابل تقسيم) دی
H : تعداد يا ګڼونې په ۱۲ مګرنه په ۸ وېشوړ (قابل تقسيم) دی.
نتيجه ډېرئ په شميرنيزه توګه(چې ټول د ډېرئ توکي وګڼل شي) ټاکئ.

ځوابونه

د پيښو پيښې او د پيښو ترنه يا نښلونه

مفصل ځوابونه:
لومړی:
الف- $B=\{1;3;5\}$ $A=\{1;2;3\}$ $S=\{1;2;3;4;5;6\}$
ب - $A\cup B=\{1;2;3;5\}$
$A\cap B=\{1;3\}$

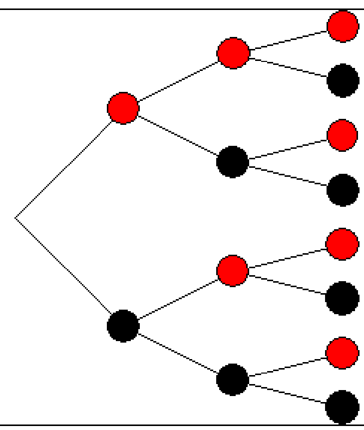
پ - $\overline{A} = S\setminus A = \{1;4;6\}$ $\quad \overline{B} = S\setminus B = \{2;4;6\} \Rightarrow \overline{A}\cap\overline{B} = \{4;6\}$

ت- $A\cap B = \{1;3\} \Rightarrow \overline{A\cap B} = S\setminus A\cap B = \{2;4;5;6\}$

ټ- $\overline{B} = \{2;4;6\} \Rightarrow A\cap\overline{B} = \{2\}$

ث - $\overline{A\cup B} = S\setminus A\cup B = \{4;6\}$

دویم:



الف-

د پیښو ډېرئ یا سټ

$S = \{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

ب-

$S = \{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

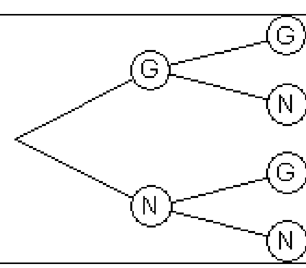
$A = \{rsr;rss;srr;srs\}$ $\quad B = \{rrr;rsr;srs;sss\}$

$A\cap B = \{rsr;srs\}$ $\quad \overline{A} = S\setminus A = \{rrr;rrs;ssr;sss\}$

$\overline{B} = S\setminus B = \{rrs;rss;srr;ssr\} \Rightarrow A\cup\overline{B} = \{rsr;rss;srr;srs;rrs;ssr\}$

دریم:

الف-



نتیجې:

$S = \{GG;GN;NG;NN\}$

ب-

$$S = \{GG; GN; NG; NN\}$$

$$A = \{NN\} \qquad B = \{GN; NG\} \qquad C = \{GN; NN\}$$

$$A \cup B = \{NN; GN; NG\} \qquad D = \overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{GG\}$$

$$\overline{C} = S \setminus C = \{GG; NG\} \qquad E = B \cap \overline{C} = \{NG\}$$

څلورم: A او B نازغمونږ دي. B <= A = S\B د A مخامخ (په څټ يا معکوس) پيښه ده.

پنځم:

$$S = \{ 1; 2; ..... 99; 100\}$$
$$A = \{ 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96 \}$$
$$B = \{ 15; 30; 45; 60; 75; 90 \}$$
$$C = \{ 8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99 \}$$
$$D = \{ 9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99 \}$$
$$E = \{ 12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96 \}$$
$$F = \{ 12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96 \}$$
$$G = \{ 8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88 \}$$
$$H = \{ 12; 36; 60; 84 \}$$

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته

نسبي ډېروالی

120   زده کوونکي پوښتل کيږي، چې ايا دوي يو ملفون لري. د دې پوښتنې پايله ده: له 120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي يو ملفون لري.

پيښه E : زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پيښې   E   مطلق ډېروالی H   99 دی.

دا د حالتونو تعداد یا ګڼون دی، چې پېښې E په کې رامنځ ته کېږي یا پېښېږي.

د نمونه ازمايښت پراخوال یا غیږ په دې حالت کې 120 دی.

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی: $h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0{,}825$

په ټولیزه توګه باور لري؛

د نمونه ازماېښت څومره والی/د یوې پیښې مطلق ډیروالی= د یوې پیښې ډېروالی

فورمال: $h(E) = \frac{H}{n}$

تمرین: د په څټ – یا معکوس پیښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

یادونه: د پیښې E او د هغې معکوس پیښې $\bar{E}$ لپاره باور لري:

; $\bar{E}$ gilt: $h(E) + h(\bar{E}) = 1$

د احتمالوالي تعریف:

د احتمالوالي تعریف کې سړی کلاسیکی احتمالوالي تعریف او ستاتیستیکي احتمالوالي تعریف ترمنځ توپیر کوي.

کلاسیکي یا ټولګیز احتمالوالی د یوې بیلګې په بنسټ:

د یوه ایدیال یا ډېر ټیک غورځووني یا سترګي(چې شپږ سترګې لري) څخه سړی داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6ترمنځ هر عدد یا ګڼ د رامنځ ته کیدو لپاره برابر چانس شتون لري.

موړ پېښه E تعریفوو: غورځول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کیدو لپاره په لاندې توګه تفریف ورکوو:

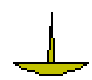
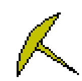
د ټولو ممکنه پېښو تعداد/په Eپورې اړونده پېښو تعداد=p=P(E)

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

حل وروسته راځي.

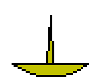
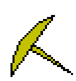
ستاتیستیکي احتمالوالی د بیلګې په توګه د یوه کاغذ ستن غوروځولو لپاره:

که څوک د کاغذ یوه ستن وغوروځوي، نو دا یا په شا یا په اړخ لوېږیدلې پاتیږي.

سړی له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغیزوالی د کاغذمیخ په جوړیدبنه کې پروت دی. کیدی شیچې دا د کاغذ ستن برابرډوله یا لږ برابرډوله جوړه شوې ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وینا وکړی شو، باید تجربې وکړو.

یوه د کاغذ ستن سل واره غوروځول کیږي، نسبي ډېروالی شمیرل کیږي.

نتیجه			جمعهn
مطلق ډېروالیn_i	44	56	100
نسبي ډېروالی $h(e_i)=\frac{n_i}{n}$	$\frac{44}{100}=0,44$	$\frac{56}{100}=0,56$	$\frac{100}{100}=1$
نسبي ډېروالی په %کې،	44%	56%	100%

تجربې ښايي، چې د جګيدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې(pendelt یا ټال خوري)کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاتيستيکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره يوه د منلو وړ وينا وکړای شو، بايد دا تجربه زياته تکرار شي.

لکه په سترګي يا غورځووني کې ډيروټاکل شي، نو د نسبي ډيروالي خوريدنه د يوه ټاکلي سترګی تعداد رامنځ ته کيدو لپاره په يوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کيدو باندې را تنګيږي يا را ټوليږي، په غورځوني يا سترګۍ کې په   1/6 ارزښت. له دې امله ستاتيستيکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حيث تعريفيږي، د ازماېښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د n سره دتجربو د تعداد په حيث او د H(E) سره د مطلق ډيروالي په حيث.

يادونه: د توکلي ازماېښت د ټاکلو پيښو احتمالوالی د منتظره نسبي ډيروالي لپاره خوراښه وړاندوييڼه يا فرضيه ده.

يوه تجربه دې واضح کړي، چې دپيښو نسبي ډيروالی په يوه ټاکلي ارزښت خوزي يا حرکت کوي، که د ازماېښتونو تعدادپوره ستر وي.

ازماېښت: لس د کاغذ ستني په همغه يا يوه وخت کې وغورځوئ او د پيښو تعداد په پام کې ولرئ.

E :د کاغذ ستني په شا پرتې دي.

دا تجربه په ټوليزه توګه لس واره تکرار کړئ.
دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندې يو د کاغد ستن دې سل واره غورځول شوې وي.دا راټول مطلقه ارزښت دې په يوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډيروالی بيا وشميرئ.

ازماېښت نمره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
H(E)راټول شوي	5	9	11	14	18	25	28	42	37	44
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,5	0,45	0,37	0,35	0,36	0,42	0,4	0,4	0,41	0,44

پورته کې د الماني پښتو په ترتیب: د تجربې نمره، راټول.

که دا تجربه یا ازماېښت له ډېرو کسانو له خوا د برابرو شرایطو لاندې وشي، نو کیدی شي د د تجربو د ډېروالي سره و ارزښتول شي.

دا د بیلګې په توګه د 10 تجربه کسانو د تجربو زیاتوالی یا جمعه کیدنه و 1000 تجربو ته د تعداد جګوالي سره په برابره معنا دی.

دلته هم نسبي ډېروالی وشمیرئ.

په لاندې د الماني پ: د کسانو ګڼه(نمره) ، راټول(ګڼوالی یا زیاتوالی.

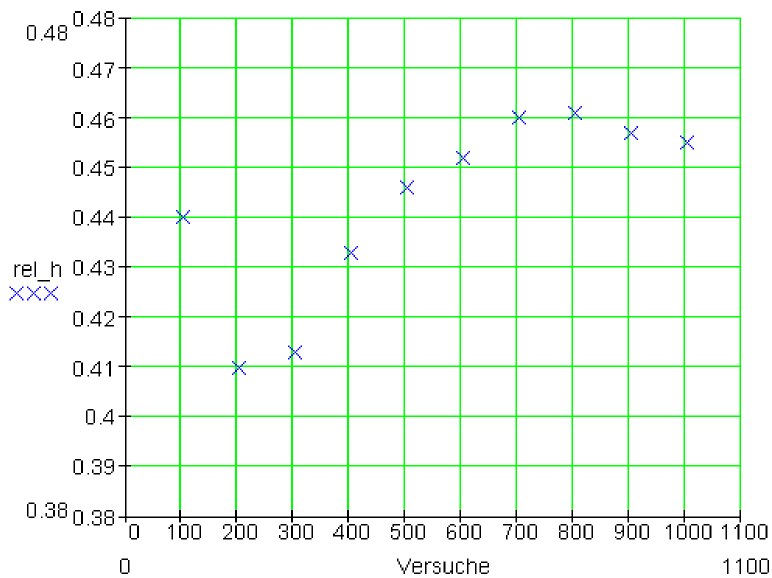
د شخص ګڼه Ni (Nr)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
راټول H(E)	44	38	42	49	50	48	51	47	42	44
H(E)	44	82	124	173	223	271	322	369	411	455
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,44	0,41	0,413	0,433	0,446	0,452	0,46	0,461	0,457	0,455

د پورته کېن په ترتیب

نسبي ډېروالی په یوه دیاګرام کې ولیکئ او د نسبي ډېروالي وده تر څېړنې لاندې ونیسئ.

يو انتروال ورکړئ، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یاټال خوري.

د تجربي وتنه باندې کومنتار ورکړئ یا تشريح کړئ.



پورته کيڼ: نسبي ډېروالی، لندې يا کته: ازماېښت
داسې ليدل کيږي، چې نسبي ډېروالی په انتروال [0,45;0,46]=اکي کښته پروته ځغلي يا ټال خوري يا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لړ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په يوه ټاکلي عدد ځانګي يا ټال خوري ياور نږدې کيږي.

هر څومره چې د جربو تعداد زيات شي نو دا ارزښت د يوه نسبي ډېروالي يوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کيږي.

دا ارزښت کيدی شي د ستاتيستيکي احتمالوالي په حيث د پيښې E د پيښيدو لپاره په ګوته شي يا وټاکل شي.

دا زموږ د بيلګي لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالی چې دکاغذ ستنی په شاپرتې دي د ازښتونو 0,45 او 0,46ترمنځ خوزي يا ټالئ خوري.

د معکوس يا په څټ پيښې لپاره(د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او0,55 تر منځ پروت دی.

داپه دې معنا، چې دا استعمال شوې د کاغذستنې د دواړو پيښو رامنځ ته کيدو لپاره(په شا ياپه اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بيلګه: دا په ځنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، ځنې د مختلف لويوالي سره .

نتيجه ډېرئ يا ـــسټ په دې معنا چې S ممکنه پيښې:

S={1,2,3,4,5,6}

موږ دوه پيښې تعريفوو:

A : ګڼه يا نمره جوړه (جفت)ده. لهدې لاس ته راځي:A={2,4,6}

B : ګڼه ناجوړه(طاق) ده له دې لاس ته راځي:B={1,3,5}

که چيرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 دريږي، نو وايو، چې پيښه A رامنځ ته شوې ياپيښه شوې ده.

که دا ښودونکی په برخو 1, 3 او 5ودريده، نو پيښه B رامنځ ته کيږي.

لومړی د ساده پيښو احتمالوالی تر ځيرنې لاندې نيسو

$$P(1)=P(3)=\frac{1}{8} \qquad P(2)=\frac{1}{4} \qquad P(4)=P(5)=P(6)=\frac{1}{6}$$

د A پيښې د پيښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شميرل کيدی شي:

$$P(A)=P(\{2;4;6\})=P(2)+P(4)+P(6)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$$

د B پيښې د پيښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شميرل کيدی شي:

$$P(B)=P(\{1;3;5\})=P(1)+P(3)+P(5)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$$

تمرين: د A د معکوس – یاپه ځښ پیښي لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب وروسته راځي:

دA د معکوس پیښي $\overline{A}$ یو بل د حل امکانات:

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$$

د پیښي S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو P(S)=1.

دا فوراً روښانه ده، ځکه چې یاده پیښي تل رامنځ ته کیږي، د بیلګې په توګه د یوه سترګي غورځولو سره تل یو عدد رامنځ ته کیږي.

د ساده پیښنو ټولګه:

$S=\{e_1;e_2;e_3;\ldots;e_n\}$ د یوه توکلي تجربې پیښنه ډېرئ یا –سټ دی.

$e_1;e_2;e_3;\ldots;e_n$ د هغې ساده پیښي دي، د بیلګې په توګه د غورځوني یا سترګي سره اعداد 1,2,3,4,5 او6 .

نو د احتمالوالي P لپاره باور $0\leq P(e_i)\leq 1$ لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پورې.

دا په د ې معنا، چې د یوې پیښي احتمالوالی تل د 0او 1 ترمنځ پروت دی او ناکمیز یا نامنفي دی.

$P(S)=P(e_1)+P(e_2)+P(e_3)+\ldots+P(e_i)=1$ د جمعې یا زیاتون ساده لار.

د A د معکوس پیښي لپاره، یعنې د $\overline{A}$ لپاره تل باور لري:

$$P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$$

د يوې ناشونې پيښې لپاره، د بيلګې په توګه په شپږيزسترګي(۶ سترګي مکعب يا غورځوونکي) سره چې يو ۷ وغورځول شي باور لري:

$$P(\varnothing) = 0$$

تمرين: يو سترګی يووار غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي.

A : د سترګيو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګيو ګڼ يا عدد ناجوړه يا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ځوابونه وروسته:

د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

موږ تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپیژندل.

۱ – داسې له دوه برابر احتمالي وېش سره.

۲ – داسې له نابرابر احتمالوالي وېش سره.

لومړي ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه (شپږ) سترګي غورځول.
- د یوې پیسې غورځول.
- د یوه بخت څرخي څرخول د برابر لویو برخو یا توتوSegmenten سر.

په دویم ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه کاغذستن غورځول.
- د یوه بخت څرخ ګرځول د نابرابر لویو برخو سره.

د لاپلاس تجربه:

که د یوې توکلي یا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتیجې(لومړی ګروپ) برابر احتمالوالی لري، نو سړی د لاپلاس تجرې څخه غږیږي یا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتیجه د احتمالوالي (د ټولو ممکنه نتیجو تعداد / p=1) سره تنظیم کړي، نو دا د یو مودل -نیونه یا -- فرضیه (لاپلاس – مودل) ده.

د لاپلاس د تجربي سره د یوې نتیجې د احتمالوالي (P(E لپاره باور لري:

د ټولوممکنه نتیجو تعداد / په E پورې اړونده نتیجه=P(E)

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

حل وروسته:

تمرین:

په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟
دوریم: څومره تر غونډاري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

تمرین: د په ځت – یا معکوس پیښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب: دا مخامخ –یا معکوس پیښه $\bar{E}$ ده. زده کوونکی ملفون(موبایل) نه لري.

له دې سره د $\bar{E}$ نسبي ډیروالی دی:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0{,}175$$

جمعه یا زیاتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0{,}825 + 0{,}175 = 1$$

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

ځواب:

نتیجه ډېرئ له ۶ ممکنه پیښو جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

پیښنه ډېرئ له ۲ ممکنه نتیجو جوړه ده: $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې یو جوړه عدد له ۲ څخه لوي وغورځول شي، د احتمالوالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه څټ پیښې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب: نتیجه ډېرئ یا –سټ S له عددونو 5 ,4 ,3 ,2 ,1 او 6 جوړه ده.

پیښې A پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 اړه لري. د A سره معکوس پیښه د کمبنتډېرئ یا تفریق سټ له لارې میدل کیږي.

$$\overline{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول B دا همدا اوس پیښنه سټ یا –ډېرئ ده، چې ارزښت $P(B) = \frac{5}{12}$ یې شمیرل شوی دی.

تمرین: یو سترګی یووار غورځول کیږي. لاندې پیښې کره کیږي.

A : د سترګیو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګیو ګڼ یا عدد ناجوړه یا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وښاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وښاکئ او E_3 ؛ د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وښاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ځواب: الف-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1;3\}$$
$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

E_1: د سترګئ عدد له ۴ لوي او یو ناجوړه(طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1;2;3;5\}$$
$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

E_2: تعداد له ۴ لوی دی یا یو ناجوړه (طاق) عدد دی.

پ –

دسترګیو تعداد له ۳ لوی دی. د سترګیو تعداد یو ناجوړه یا طاق عدد دی	$A = \{1;2;3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4;5;6\}$ $B = \{1;3;5\}$ $E_3 = \overline{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$

E_3 : د سترګیو تعداد له ۳ لو دی او یو ناجوړه عدد دی.

ت-

$$A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{\ \} = \varnothing$$
$$P(E_4) = P(\varnothing) = 0$$

E_4 : د سترګیو تعداد له۴ کوچنی دی او۴ یا ۵ دی.

داسې یوه پیښه نامناسب بې مصلحته یا ناغوښتونې یا که غواړئ نازغموړ بلل کیږي له دې امله د E_4 د رامنځ ته کیدو احتمالوالی صفر دی.

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

ځواب:

$$S = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\} \qquad E = \{3;6;9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0{,}3$$
$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

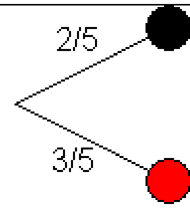
تمرین: په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونداري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.

الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونداری تور دی؟

دوریم: څومره تر غونداري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونداري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

الف-

د ونې دیاګرام له لارې حل. احتملوال چې تور غونډاری راووستل شي 2/5 دی، یو سور چې راووستل شي 3/5 دی. احتمالوالی په اړونده تار لیکل کیږي.	

ب- په مرتبان کې x تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان کې ټول x + 3 غونډاري شتون لري.

E :راوستلی غونډاری تور دی.

اینبوونه: $P(E) > 0,7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \quad \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0,7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3)\cdot 0,7 = 0,7x + 2,1 | -0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,3x > 2,1 | : 0,3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

باید په مرتبانکې لږ ترلږه ۸ تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسي لږ ترلږه د 0,7 احتمالوالي سره یو غونډاری راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی

لومړی:

په لیکني بیالوژي ازموېنه کې لاندې نمرې ورکړ شوي دي:

یادونه: په المان کې نمري له ۱ تر۵ پورې ورکول کیږي، چې په ۵نمرو سړی ناکام دی

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- یو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالی وشمرئ.

ب- وېشنه په یوه ګردئ- یا دایروي دیاګرام انځور کړئ.

پ-یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یوه ۱ اخستې؟

ت- یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یو ۲ یا ۳ لیکلې یا اخستې؟

دویم: د یوې توکلي یا تصادفي ازماښت نتیجې لپاره احتمالوالي $p = 0{,}73$ دی. دا نتیجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دریم: د یوه مسلکي کالج د زده کوونکو ستاتیستیک یا احسایه د په څلور پټیز- یا ساحوي تختو کې په لیست شوې داتا څخه را اخستل کیږي.

M معنا: زده کوونکی نارینه دی. د F معنا: د FORپه حیث د زده کوونکو وتون استعداد. Summe =زیاتون.

	M	$\bar{M}$	Summe
F		1200	1680
$\bar{F}$	672		1812
Summe	1152		3492

الف- دا پاتې یا باقي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه څلور سطحیزتخته باندې ولیکئ.

ب - نسبي ډېروالی و ټاکئ او دا په یوه څلورپټي یا سطحیزه تخه ولیکئ.

پ- یو نفر تصادفي ټاکل کیږي.

اول. دا د کوم احتمالوالي سره نارینه دی؟

دوه. د کوم احتمالوالي سره دا د FOR د ننوتنې(داخیلدو)اجازه لري؟

درې: د کوم حتمالوالي سره دا کس ښځینه دی. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه او FOR لري؟

ځلورم:په یوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په یوه سپورت کلوب کې دي. اجتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زدهکړی(نازینه یا ښځینه)، چې تفریحمیدانکي ورسره مخامخ کیږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترګي یو ځل غورځولو کې د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A : لږ تر لږه ۳ . B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره یا څو ـله. E : جوړه عدد له ۴ لوی F: ۱ یا ۶.

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی ا

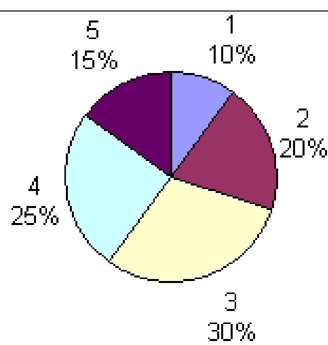
مفصل ځوابونه   لومړی: الف-

	1	2	3	4	5	Summe
نمرې	1	2	3	4	5	Summe
مطلق ډېروالی	2	4	6	5	3	20

ب-

نمرې	1	2	3	4	5
نسبي ډېروالی	$\frac{2}{20}=0,1$	$\frac{4}{20}=0,2$	$\frac{6}{20}=0,3$	$\frac{5}{20}=0,25$	$\frac{3}{20}=0,1$

د نمرو وېشنه



پ $P(1)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0{,}1$	$P(2 \vee 3)=P(2)+P(3)$ $=\frac{4}{20}+\frac{6}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}=0{,}5$

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشريحکونه يا څرګنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پيښې ټاکلې نتيجې احتمالوالی p لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه ستر ګڼ يا عدد n تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې n.p-ځله رامنځ ته شي.

د p=0,73او n=350 سره به n.p=350.0,73=255,5~256 شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.

دريم: الف-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$1152-672=480$	1200	1680
$\overline{F}$	672	$1812-672=1140$	1812
Summe	1152	$1200+1140=2340$	3492

ب-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492}\approx 0{,}137$	$\frac{1200}{3492}\approx 0{,}344$	$\frac{1680}{3492}\approx 0{,}481$
$\overline{F}$	$\frac{672}{3492}\approx 0{,}192$	$\frac{1140}{3492}\approx 0{,}326$	$\frac{1812}{3492}\approx 0{,}519$
Summe	$\frac{1152}{3492}\approx 0{,}330$	$\frac{2340}{3492}\approx 0{,}670$	$\frac{3492}{3492}=1$

پ-

P. O (لومړی کس)	$= \frac{1152}{3492} \approx 0,330$
p.۲ (کس FOR لري)	$= \frac{1680}{3492} \approx 0,481$
p.۳ (کس ښځینه دی او FOR لري)	$= \frac{1140}{3492} \approx 0,326$
p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$= \frac{480}{3492} \approx 0,137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B: زده کوونی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{480}{2680} \approx 0,82$$

احتمالوالی، چې یو زدهکوونکی سره د تفریح انګړ مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A = \{3;4;5;6\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,\bar{6} \qquad B = \{2;3;4;5\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,\bar{6}$$

$$C = \{2;3;5\} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 \qquad D = \{6\} \Rightarrow P(D) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

$$E = \{2\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \qquad F = \{1;6\} \Rightarrow P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$$

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسې د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

په برخه I کې 340 هلکان او320 نجونه دي. په برخه II کې 150هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلورساحه یي جدول یا تخته وکاږه او نسبي ډېروالی وشیره.

ب-په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده ککونکی یا زده کوونکې د برخې I دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي تاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلۍ ده؟

دویم: د ګټلو احتمالوالی او دګټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازماېښت کې د ګټنې لپاره چانس:

(۱)۱ و ۳ ته (۲) ۱ و۱ ته (۳) ۲ و ۳ ته (۴) ۴ و۳ ته (۵)a وb ته

په نومولو حالتونو کې د ګټلو احتمالوالی څومره لوی دی؟

ب- د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی دی:

$(1)\ \frac{1}{3} \quad (2)\ 0{,}6 \quad (3)\ 40\% \quad (4)\ \frac{3}{4} \quad (5)\ \frac{c}{d}$

په هر یوه یوګوني حالت کې د ګټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – دکوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالولي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه ښوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکود ټول پوښتنې نتیجه وه، چې % 4,4 د نجونو او %6,4 د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په ښوونځي کې %5,2 نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړ شوو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلورسطحیز تختې جدول پیدا کړئ.

ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کیږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کیږی.

C : راوستل شوی غونډاری شین ن ه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډار ی نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پیښو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پیښو A او Bد ,یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پیښه په متني لیکلې بڼه څنګه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهڅټ پیښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پیښه په متن څنګه لیکل کیږي؟

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی:

الف-

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب- p(زده کوومکي په برخهI کې)=0,66

پ- p (زده کوونکي په برخه IIکې او يوه نجلۍ)=0,19

دويم: الف- د ۱ و ۳ ته د د ګټې چانس کيدی شي سړی يو د مرتبان تجربه په خيال کې راوړي. په يوه مرتبان کې يو سور غونډاری(ګټنه) او ۳ تور غونډاري (بايلنه) پراته دي. فقط يو ځل راوستل کيږي. په دې حالت کې احتمالوالی چط يو سور غونډاری راووېستل شي 0,25 دی.

ب-

$(1)\quad p=\frac{1}{3}=\frac{1}{1+2}\Rightarrow$	د ګټې چانس ۱ و ۲ ته
$(2)\quad p=0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\frac{3}{3+2}\Rightarrow$	د ګټې چانس ۳ و ۲ ته
$(3)\quad p=40\%=0,4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=\frac{2}{2+3}\Rightarrow$	د ګټې چانس ۲ و ۳ ته
$(4)\quad p=\frac{3}{4}=\frac{3}{3+1}\Rightarrow$	د ګټې چانس ۳ و ۱ ته
$(5)\quad p=\frac{c}{d}=\frac{c}{c+(d-c)}\Rightarrow$	د ګټې چانس c و d-c ته

دريم:

s تور، b شين، r سور له دې سره E={s,s,s,b,b,b,b,b,b,b,r,r,r,r,r}

$$P(s)=\frac{3}{16}\qquad P(b)=\frac{7}{16}\qquad P(r)=\frac{6}{16}$$

الف-
$$P(r\vee b)=P(r)+P(b)=\frac{6}{16}+\frac{7}{16}=\frac{13}{16}=0,8125$$

ب-
$$P(s\vee r)=P(s)+P(r)=\frac{3}{16}+\frac{6}{16}=\frac{9}{16}=0,5625$$

پ- $P(r) = 6/16$ نه سور په دې معنا، چې د سره مخمخ يا معکوس پيښنه

$$\bar{P}(r)=1-P(r)=1-\frac{6}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}=0,625$$

څلورم: الف-

	M	J	Summe
S			
N			
Summe			1250

Summme زياتون يا جمعه
J ځوانان
M نجونې
S لمبيدونکي
N نه لمبيدونکي

5,2% په ښوونځي کې نه لمبيدونکي په معنا چې

65 =1250.0,052 نه لمبيدو ونکي ښوونخي کې شته دی.

له دې سره په ښوونخي کې 1250-65=1185 لمبيد

لمبيدنکيونکي په ښوونځي کې شتون لري.

په ښوونخي کې دې د نارينه او ښځينه زده کوونکو تعداد دې وي: x+y=1250

له دې سره په ښوونځي کې د نه لمبيدونکو تعداد 0,044x+0,064=65 دی(دوه کرښيز
مsاوات د دوه مجهولو يا ناپيژندونکوسره)

x	y	
1	1	1250
$\frac{44}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	$65 \mid \cdot 1000$
1	1	$1250 \mid \cdot 44$
44	64	65000
44	44	55000
44	64	$65000 \mathrm{II} - \mathrm{I}$
44	44	55000
0	20	10000

$$20y = 10000 \mid : 20$$
$$\Leftrightarrow y = 500$$
$$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500$$
$$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$$
$$\Leftrightarrow x = 750$$

په ښوونځي کې ۷۵۰ نجونې او ۵۰۰ هلکان شتون لري

د نجونو 4,4% نه شي لمبلی، دا نږدې 33=0,044 .750 دي، د هلکانو6,4% نه شي لمبلی، دا 32=500.0,064 دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته ییزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی P (A) = 0,6 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي.

پ- د دې لپاره احتمالوالی P (B) = 0,3744 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یو هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

ت- د دې لپاره احتمالوالی P (C) = 0,0264 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

پنځم: الف- schwarz grün rot په ترتیب له کیڼ ښي لور ته: سور، شین، تور

$$E=\left\{\underbrace{r;r;r}_{3};\underbrace{g;g;g;g;g}_{5};\underbrace{s;s;s}_{3}\right\}$$

$$P(A)=\frac{5}{12} \qquad P(B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$$P(C)=1-P(\text{grün})=1-P(A)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

$$P(D)=1-P(\text{rot})=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$P(E)=P(\text{schwarz})=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$$

راوستلی غونډاری شین یا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E})=1-P(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

دپیښې متن: راوستلی غونډاری تور نه دی.

پنځم - دډېرپوړیز تصادفي ازمايښتونو احتمالوالی

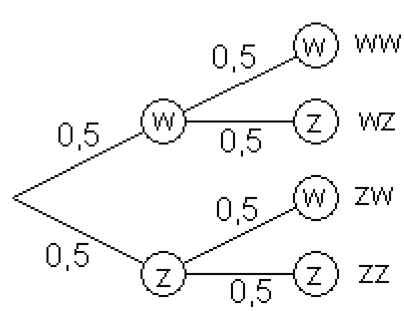
پنځم: ډېرپوړیز تصادفي ازمايښت

زیات وخت داسې تصادفي ازمایني کیږي، چې له یوه ځخه زیاتو ازمايښتونو (تجربو)څخه منځ ته راغلې وي.

دا ازماېښتونه د زیاتو یو په بل پسې یو پوړیزو ازمایښتونو رایوځای شوي دي.
بیلګه یې د سیکې یا پیسې غورځول:
په همغه یا عین وخت کې دوه پیسې غورځول کیږي، چې دواړه مخونو څخه یې ممبرنښان په W او ګڼ یا عدد یې په z سره په نخښه کوو. ټولې ممکنه(شونې) لاس ته راوړنې په لاسته راوړونډېرئ(په لاس ته راوړونست) کې رایوځای کیږي. S = { ww ; wz ; zw ; zz } .
احتمالوالی ساده ټاکل کیږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).

$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

اوس یوه پیسه پرلپسې اچول کیږي او ددې لپاره ونه دیاګرام کښل کیږي. احتمالوالی په همغه تار لیکل کیږي

لاس ته راوړنې:{ S = { ww ; wz ; zw ; zz پیداېښتي یا طبیعي ده، چې همغه دي لکه په لومړۍ تجربه کې د یوګونو احتمالوالی د تار په اوږدو احتمالوالي ضریب څخه لاس ته راځي: $P(ww) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$ $P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$	

د داسې لاسته راوړنو یا هم ونو دیاګرام په مرسته کېدی شي د پام وړ احتمالوالی د ډیر پوړیز تصادفي ازمایښتونو په مرسته شوونی شي
بیلګه: د یوه مسلکې ښوونځې زده کوونکو شورا له درې نارینه ـ او دوه ښځینه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کیږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ریس او مرستیال کیدی شي. لومړی ریس او بیا مرستیال ټاکل کیږي، د پچې اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کیدی ښي چې یوه زده کوونکې ریسه او بله یې مرستیاله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدی شي یوه زده کوونکې ریسه او زده کووونکی مرستیال وټاکل شي؟

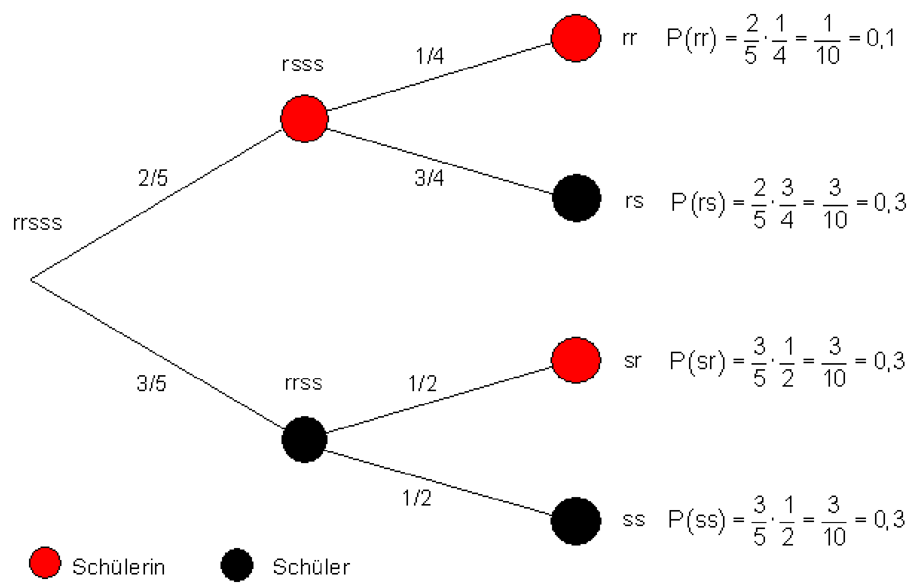
پ) د کوم احتماوالي سره به یوه زده کوونکې مرستیاله وټاکل شي؟

دا یوه دوه پوړیزه تصادفي تجربه ده، چې د یوې لاترۍ په څیر رامنځ ته کیږي.

یه جام کې ۵ غونډاري دي، ۲ سره د ښځینه زده کوونکو لپاه دي او ۳ تور د نارینه زده کوونکو لپاره

له جام څخه یو په بل پسې دوه غونډاري راوستل کیږي(راوستنه بې له بیرته ایښوونې یا بیا وراچونې) .

دا حالت یو ونه ډیاګرام لیدوړ کوي.



یادونه : سور خال ښځینه زده کوونکې، تور خال نارینه زده کوونکې

الف) : یوه زده کوونکې رییسه ده، بله مرستیا له

$$P(A)=P(rr)=0{,}1$$

ب) : زده کوونکې رییسه ده او رده کوونکی مرستیال

$$P(B)=P(rs)=0{,}3$$

پ) زده کوونکې مرستیاله

$$\Rightarrow C=\{rr;sr\}$$

$$P(C)=P(rr)+P(sr)=0{,}1+0{,}3=0{,}4$$

په بیلګه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و ښودل شو.

۱ . تارقاعده په یوه و نه دیاګرام کې د یوې پیښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالي د ضرب سره برابر دی.

۲ . تارقاعده : په ونه دیاګرام کې د یو ې پیښې احتمالوالی ، په دې اړونده تار احتمالوالو زیاتون (جمعه) دی

<u>په یاد ولره:</u>

په ونه دیاګرام کې مو هر تار د یوې پیښې تصادف ازماېښت ته بیایي یا لاربښوده وي..
د داسې یوې پیښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو ځل دی

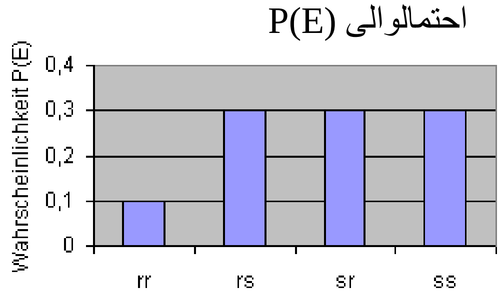
تارقاعده

کا د یوګونو تارونو احتمالوالی په یوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالي وېشنه په لاندې توګه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
P(E)	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کیدی شي د مټې یا ستن دیاګرام په توګه هم انځو رشي. د ا حتمالوالو زیاتون تل ۱ ورکوي

احتمالوالی P(E)



پیښنه E

کېنې لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی

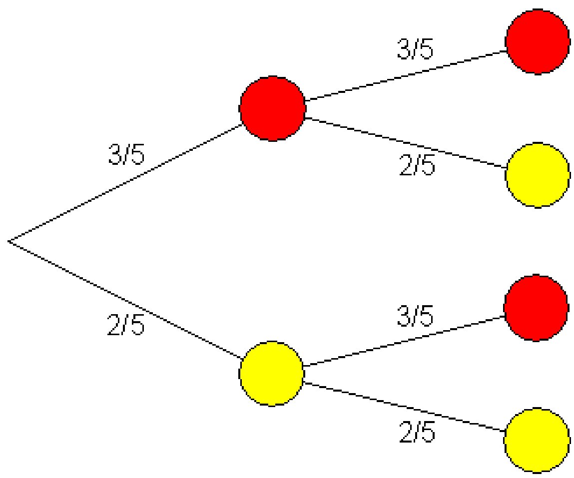
بیلګه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زیړ عونډاري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونډاري راوستل کیږي د بیرته وراچولو سره

الف) ونه دیاګرام او احتمالوالي وېشنه د جدولکوني دیاګرام په ځیر وکاږی

ب) د پیښې A لپاره احتمالوالی وشمیرئ: راوستلي غونډاري نابرابر رنګ,نه لري

پ) د پیښې B لپاره احتمالوالی وشمیرئ:کم له کمه یو راوستل شوی غونډاری زیړ دی

ځوابونه الف)



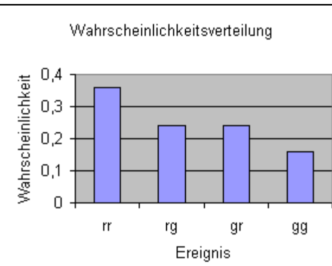
$$P(rr)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0,36$$

$$P(rg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gg)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0,16$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	0,36	0,24	0,24	0,16



په پورته کیڼ لور ځیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:

Wahrsheinlichkeitsverteilug د احتمالوالي وېشته، Wahrscheinlichkeit احتمالوالی، Ereignis پیښه

ب)

$$A=\{rg;gr\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}=0,48$$

پ)

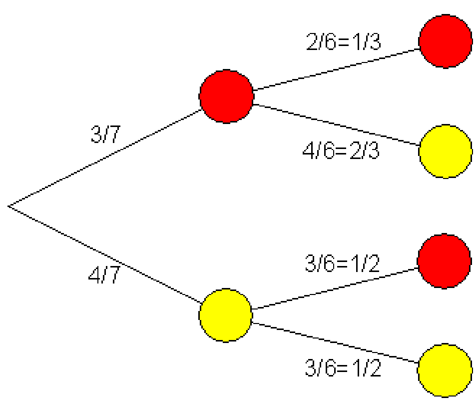
$$B=\{rg;gr;gg\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)+P(gg)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}+\frac{4}{25}=\frac{16}{25}=0,64$$

بیلګه: په یوه کوټی کې ۳ سره او څلور زیړ غونداري اچول شوي. له دې څخه یو یو غونډاری راباسوو بې له بیرت اچونې..

الف)ونه دیاګرام   او   احتمالوالی وېشنه د جدول   او دیاګرام په څیر وکاږی.

ب) د پیښې A لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دوم راوستلی غونډاری سور دی

پ) د پیښې B لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دواړه غونډاري برابر رنګ لري



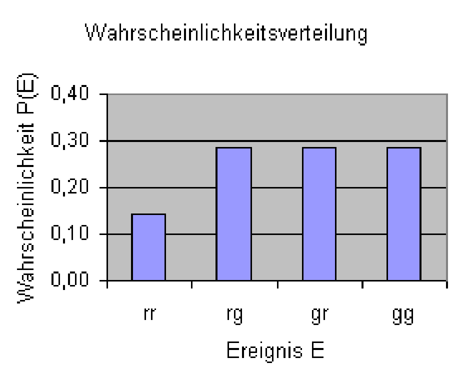
$$P(rr)=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{7}\approx 0,143$$

$$P(rg)=\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gr)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gg)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	$\frac{1}{7}\approx 0,143$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}\approx 0,286$



ب)

$$A=\{rr;gr\}\Rightarrow P(A)=P(rr)+P(gr)=\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}\approx 0,429$$

پ)

$$B=\{rr;\ gg\}\Rightarrow P(A)=P(rr)+P(gg)=\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}\approx 0,429$$

یادونه : په راتلونکي کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوړیزې تصادفي ازماینې ا

لومړی - یوه پیسه دوه واره غورځول کیږي. ونه دیاګرام یې وکاږئ او د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی و ټاکی.

الف -

A: ټیک یو ځل ممبرنښان (په W سره یې ښایو)

ب -

B : لږ تر لږه یو ځل ممبر نښان

پ – C: زیات له زیاته یو ځل ممبر نښان

دویم –

یو ه پیسه درې واره غورځول کیږي. ونه دیاکرام وکاږئ او د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی وټاکی.

الف –

A : له دوه ځله زیات ممبر نښان

ب –

B : زیات له زیاته دوه واره ممبرنښان

پ –

C: لږ ترلږه یو ځل ګڼ یا عدد (په Z سره یې ښایو)

ت –

D : ټیک یو ځل ممبرنښان:

دریم –   یو مرتبان دوه2 سره 3 تور او5 زیړ غونډاري (غونډوسکې یا توپونه او یا باغکې(تشلې) او که غواړئ کرې) لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کیږي، د بیرته وراچولو سره .ونه دیاګرام و کاږئ، د لاندې پیښو لپاره د احتماوالی وېشنه او احتمالوالی و ټاکئ:

A : دوړاه غونډاری همغه یا یو رنګ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دویمه توره

C: دویمه غونډوسکه سره ده یا توره

D : دC مخامخ یا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالوالي سره پېښیږي؟

څلورم –

یوه ازموینه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټیک یو ځواب رښتیا دی ور کړ شوي دي. یو کس بې له چمتووالي ازموینې ته ځي او دا به په بخت چلیپا کوي.

احتمالوالی څومره لوي دی، چې دی په ازموینه کې بریالی شي، که لږ تر لږه باید درې پوښتنې رښتیا یا ټیک ځواب شوي وي.

پنځم –

پنځه ملګري له پولې اخوا ته مېلې ته ځي. د بیرته ستنېدو وخت کې باید د ګمرک څخه تیرشي. سره له دې چې دوی وایې هغوي د اجازې سره سم سګرټ له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپین او نرنګ زیات سګرټ له ځانونو سره راوړي. د ګمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي یې کړي.

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بيدا کولی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دوه قاچقوړونکو څخه لږ تر لږه یو قاچاقوړونکی نیسي؟

شپږم –

د لیسې د ۱۲ -م ټولګي زده کوونکي دوه ټولګي جوړوي چې په ټولیزه توګه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تیاتر لپاره یوه یوه وړیا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرینځیپ یا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکی تنظیمیږي. د کوم یو احتمالوالي سره په لومړیو شپږ ځایونو کې د یوه ټولګي زده کوونکي ځای نیسي؟ (لارښود: یو مناسب د مرتبان مودل و کاروئ).

اوم – یو د بخت څرخ د څلورو برابرو ټوټو(قطعو) سره ، چې شین، سور، سپین او اسماني رنګونه لر ي څرخول کیږي. یوه لوبه پای کیږي که دا څرخ ودریږي. له دې څلورو څخه یو رنګ د یوه غشي سره په نخښه یا په ګوته کیږي. د یوې لوبې لړۍ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسې باید لږ تر لږه وشي، چې د60% څخه زیات احتمالوالي سره لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسې له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

دېر پوړیزې تصادفي ازمایښې I

مفصل ځوابونه

لومړی – A : تیک یو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان.

$$P(B) = P(\{WW; WZ; ZW\}) = P(\{WW\}) + P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{0,75}$$

یا برعکس پېښې $\overline{B}$:سره: هیڅ ځل ممبر نښان

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(\{ZZ\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$$

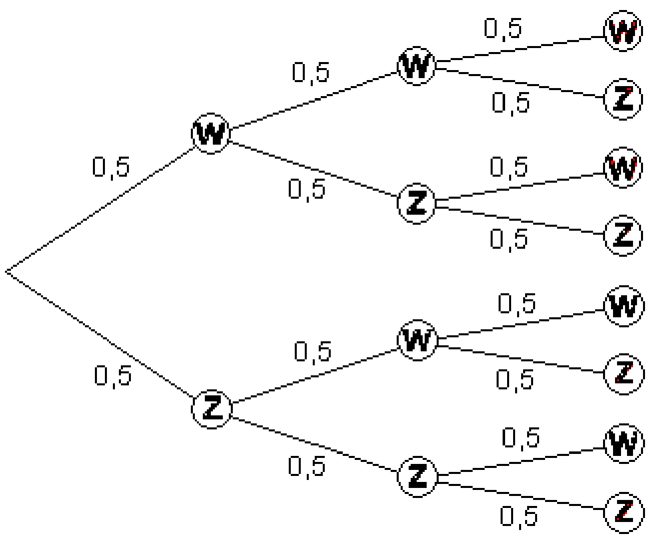
C : زيات له زياته يو ممبر نبنان .

$$P(C)=P(\{WZ;ZW;ZZ\})=P(\{WZ\})+P(\{ZW\})+P(\{ZZ\})=3\cdot 0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

يا د متضاد پېښې $\overline{C}$ سره : دوه ځله ممبر نشان

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WW\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

دويم -



$P(WWW)=0,5^3=0,125$
$P(WWZ)=0,5^3=0,125$
$P(WZW)=0,5^3=0,125$
$P(WZZ)=0,5^3=0,125$
$P(ZWW)=0,5^3=0,125$
$P(ZWZ)=0,5^3=0,125$
$P(ZZW)=0,5^3=0,125$
$P(ZZZ)=0,5^3=0,125$

A : له دوه څخه زيات ځله ممبر نشآن

$$P(A)=P(\{WWW\})=\frac{1}{8}=0,125$$

B : زيات له زياته دوه ځله ممبرنبنان په دې معنا چې هېڅ ځل ، يو ځل يا دوه ځله ممبر نبنان. د B برعکس پيبنه : درې ځله ممبرنبنان.

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

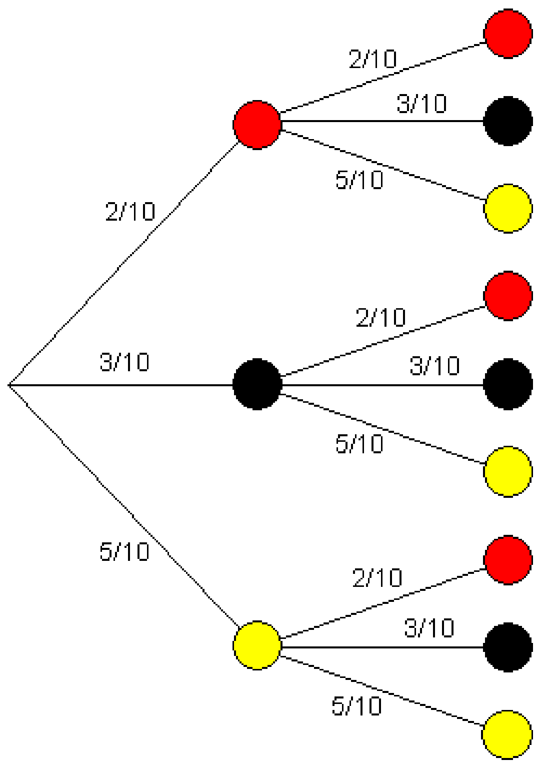
C : لږ تر لږه يو ځل عدد. لږ تر لږه يو ځل عدد په دې معنا دی، چې يو ځل، دوه ځله يا درز ځله عدد. د C برعکس پيبنه د اسې ه: هيڅ حل عدد، دا مکردرې ځله ممبر دی.

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

ت – D : تیک یو ځل ممبرنښان

$$P(D)=P(\{WZZ;ZWZ;ZZW\})$$
$$=P(\{WZZ\})+P(\{ZWZ\})+P(\{ZZW\})=3\cdot 0{,}125=0{,}375$$

دریم -



$$P(rr)=\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}=\frac{4}{100}$$
$$P(rs)=\frac{2}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{6}{100}$$
$$P(rg)=\frac{2}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{10}{100}$$
$$P(sr)=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{10}=\frac{6}{100}$$
$$P(ss)=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$$
$$P(sg)=\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{15}{100}$$
$$P(gr)=\frac{5}{10}\cdot\frac{2}{10}=\frac{10}{100}$$
$$P(gs)=\frac{5}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{15}{100}$$
$$P(gg)=\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{25}{100}$$

e_i	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواړه غونداري همغه رنګيز دي.

$$P(A)=P(\{rr\})+P(\{ss\})+P(\{gg\})=\frac{4}{100}+\frac{9}{100}+\frac{25}{100}=\frac{38}{100}=\underline{\underline{0{,}38}}$$

B : لومړی غونډاری سور دی، او دويم تور دی.

$$P(B)=P(\{rs\})=\frac{6}{100}=\underline{\underline{0,06}}$$

C : دويم غونډاری سور يا تور دی.

$$P(C)=P(\{rr\})+P(\{rs\})+P(\{sr\})+P(\{ss\})+P(\{gr\})+P(\{gs\})$$
$$=\frac{4}{100}+\frac{6}{100}+\frac{6}{100}+\frac{9}{100}+\frac{10}{100}+\frac{15}{100}=\frac{50}{100}=\underline{\underline{0,5}}$$

ت - دC برعکس پيښه څنګه ده او دا د کوم احتمالوالي سره رامنځ ته کيږي؟

$\overline{C}$: دويم غونډاری تور دی.

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-0,5=\underline{\underline{0,5}}$$

څلورم- دا څلورم پوړيزه تصادفي پيښه ده (څلور پوښتني) . د يوه ټيک ځواب لپاره احتمالوالی1/3 دی، او د ناټيک لپاره 2/3 .

په لاندې کې د الماني معنا: درې پوښتني ټيک دي

$$P(3\text{ Fragen richtig})=P(\{rrrr\})+P(\{rrrf\})+P(\{rrfr\})+P(\{rfrr\})+P(\{frrr\})$$

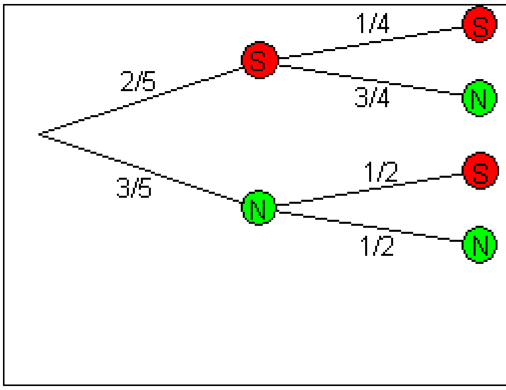
$$P(\{rrrr\})=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(\{rrrf\})=P(\{rrfr\})=P(\{rfrr\})=P(\{frrr\})=\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}$$

$$P(3\text{ Fragen richtig})=4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{8}{3^4}+\frac{1}{3^4}=\frac{9}{3^4}=\underline{\underline{\frac{1}{9}\approx 0,11}}$$

پنځم -

مودل (Modell) : په يو ه مرتبان کې 3 شنه غونډاري (هيڅ - يا نه قا چاق وړونکی N) او 2 سره غونډاري(قاچاق وړونکی S). دوه واره غونډاری راوېستل کيږي بې له بيرته ور اچولو.



$$P(SS)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$$
$$P(SN)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0,3$$
$$P(NS)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0,3$$
$$P(NN)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0,3$$

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور لخوا قاچاقوړونکی نه نیول کیږي؟

P (NN) = 0,3.

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه یو رانیسي؟

P(S لږ تر لږه یو)= P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.

شپږم – د مرتبان مودل :

20سره غونډاري (ټولګی 1) او 20 شنه غونډاري (ټولګی 2) شپږ ځله را وباسی بې له بیرته ور اچولو.

P = P({rrrrrr})+P({gggggg})

احتمالوالی د دواړو ټولګیو لپاره برابردی P({rrrrrr})=P({gggggg})

$$P(\{rrrrrr\})=\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}$$

را وېستل بې له بیرته ور اچونې.

$$P=P(\{rrrrrr\})+P(\{gggggg\})=2\cdot\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}=\underline{\underline{0,02}}$$

اوم-

A : د n لوبو پرلپسې کې لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسې درې ځله شنو سره

$P(\{g\}) = \frac{1}{4}$ په یوه لوبه یو ځل شین

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د یوې لوبې پرلپسې سره درېواره شین د A برعکس یاپه ځتې پیښه ده:

$\overline{A}$: په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

$P\left(\left\{\overline{ggg}\right\}\right) = 1 - P(\{ggg\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$ په یوه لوبه پرلپسې کې درېواره شین نه شته

$$P\left(\overline{A}\right) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0{,}6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0{,}6 \,|\, -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0{,}4 \,|\, : (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0{,}4 \,|\, \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{<1} < \ln(0{,}4) \,|\, : \ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0{,}4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58{,}18}}$$

باید لږ ترلږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه یوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووېستل شي.

پوښتنې

ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونه II
لومړی - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف – A : ټول غونډاري شنه دي. . ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. .ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی
.

دويم – - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي بې د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی.

دريم – د خټينو لوښو توليد کې د تجربې له مخې 20% زيانمن لوښي لرو.
الف – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک درې د استعمال وړ وي؟
ب – – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک دوه د استعمال وړ وي؟
پ — څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه لږ ترلږه دوه د استعمال وړ وي؟
څلورم – د خټينو لوښو په يوه زخيره کې 100 تازه جوړ شوي لوښی شتون لري. سړی پوهيږي، چې له دې څخه 20% ناټيکاوي لري. څلور لوښي ترې توکلي رانيول کيږي يا راوېستل کيږي.

الف –
څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوښي جوړ يا بې ناټيکاوي دی؟
ب – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نيولو لوښو توليد څخه ټيک درې بې له ناټيکاوي يا جوړ دي.؟

پ – څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانيول شوو لوښو لږ تر لږه درې بې غلطی ؟

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي ناټیکاوی 10% سترګو ته نه راځي.
له دې امله دا تولید لهدرې مختلو کنترول کوونکو کنترولیږي. د دې لپاره احتمالوالی وټاکئ چې یو بې کاره تولید
الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بې کاره و پیژندل شي.
ب- په دریم کنترول سره بیکاره و پیژندل شي.
پ- د بې کاره په توګه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې ختین لوښي تولیدیږي. هر لوښی یو بل پسې په مختلفو کنترولونو کې د بڼې، رنګ او د باندنۍ سطحې جوړښت په بنسټ ازمایل کیږي.
د تجربې سره سم 25% بڼه د تولید ناټیکاوي له مخې کنترولیږي. د فابریک کنترول څخه 85% برخې بې له ناټیکاوي کنترول څخه تیریږي . په 20% کې ټولو حالتونو د بورته سطحې منترول د لومړي انتخاب غوښتني (انتظار) نه پوره کوي. فقط که ټول درې کنتر لونه بې د ناټیکاوي کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په خیث، که هڅرنګوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتې لوښي زیانمن (د غورځولو) تولید دی.
الف – ټول در بواره کنترول په ونه دیاګرام کې انځور کړئ
ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟.
پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟
ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟
اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پانو لپاره 4500 ګټونکي شته ، په لاتري B کې د15000 لاتریو لاندې 9500 ګټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه یوه اخلي .
الف – اختمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوې لاترې وګټي؟
E_1 : په دواړو لاتریو کې ګټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوي دی، چې لاتري ونه کټي؟
E_2 : چې هیڅ لاتري نه کټي؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی،چې لږترلږه پهیوه لاتري کې وګټي؟
E_3 : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.
.

ځوابونه

دپر پوړیزې تصادفی تجربې II

مفصل ځوابونه

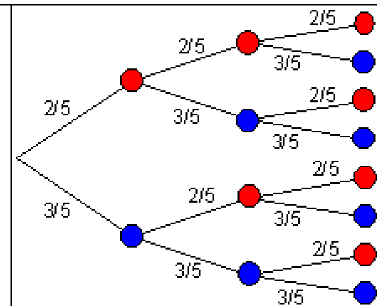
لومړی –

$$P(\{rrr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0{,}064$$

$$P(\{rrb\}) = P(\{rbr\}) = P(\{brr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = 0{,}096$$

$$P(\{rbb\}) = P(\{brb\}) = P(\{bbr\}) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0{,}144$$

$$P(\{bbb\}) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0{,}216$$



الف -

A : ټول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0{,}216}}$$

ب -

B: یو غونډاری شین او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0{,}196 = \underline{\underline{0{,}288}}$$

پ –

C : یو غونډاری سور ، دوه شنه دي.

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}432}}$$

ت –

D : زیات له زیاته یو غونډاری سور دی. دا په دې معنا چې هیڅ یا یو غونډاری.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0{,}216 + 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}648}}$$

دویم –

$$P(\{rrr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{18}{48}$$

$$P(\{rrb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{30}{48} = C$$

$$P(\{rbr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

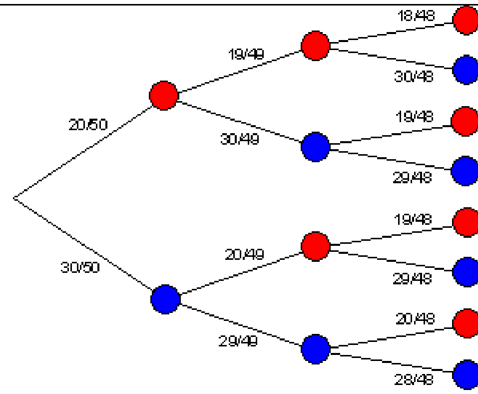
$$P(\{rbb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{20}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}$$



الف -

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} \approx \underline{\underline{0,207}}$$

ب –

B : يو غونډارى شين او دوه سره دي..

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,291}}$$

پ –

C : يو غونډارى سور دى، دوه شنه دي..

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,444}}$$

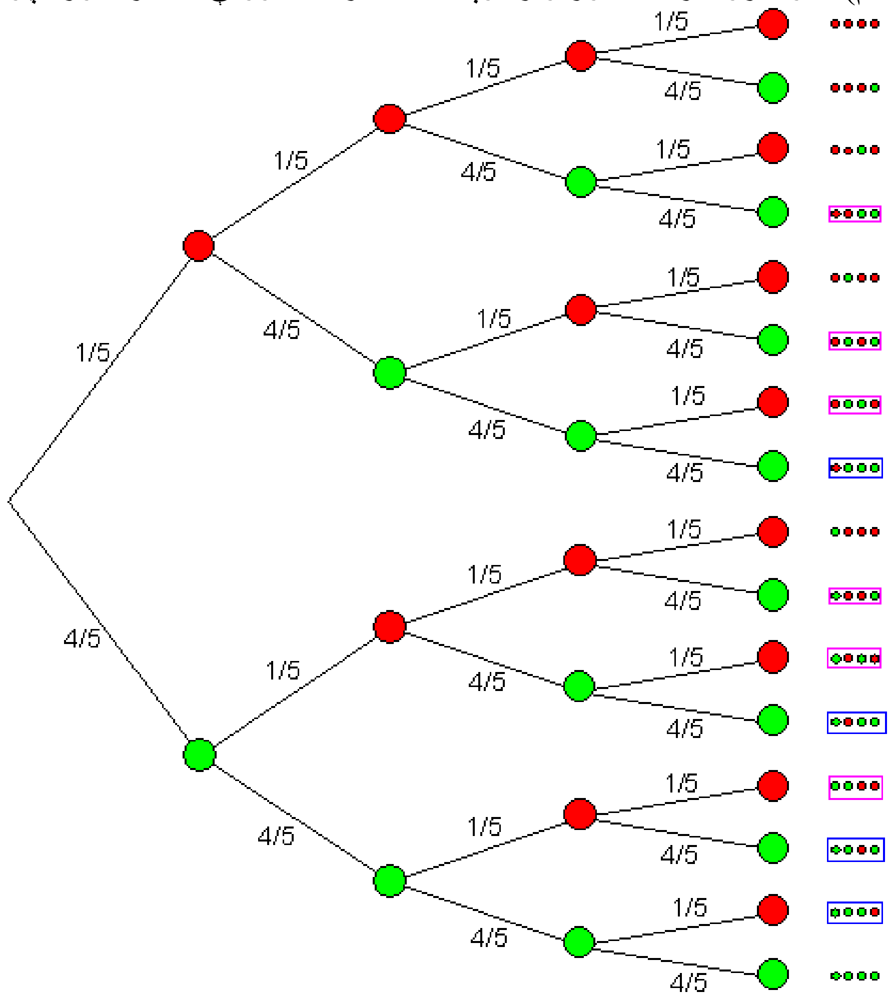
ت –

D : زيات له زياته يو غونډارى سور دى. دا په دي معنا چي هيڅ يا فقط يو.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\})$$

$$= \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} + 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,651}}$$

دریم –
مودل : مرتبان له یوه سره(ناتیک تولید سره) او څلور شنه (بې له ناتیکاوي یعنې تول سم) غونډارو سره. څلور واره وېستنه له بیرته ایښوونې یا بیرته ور اچونې سره.



الف –
A : درې له څلورو د کاروړ دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې دA پېښې لپاره باوري relevant یا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0{,}4096}}$$

ب –
: له څلورودوه د کاروړ دي. دا ونه دیاګرام 6 تارونه لري، چې دB پېښې لپاره باوري یا د پوښتنې دي یعنې پوښتنه کې راځي.

$$P(B)=6\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2=6\cdot\frac{16}{625}=\underline{\underline{0,1536}}$$

پ –

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. داپه دې معنا چې درې یا زیات د کاروړ دي.

$$P(C)=P(A)+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{64}{625}+\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم –

مودل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زیان سره) او 80 شنه (بې زیانه) غونډاري څلورواره وېستل بې له بېرته اېښوونې یا بیرته ور اچونې سره. د لسمي پوښتنې دیاګرام کیدی شي وکارول شي. مګر سره له دې دې هم په پام کې وي، چې د تارونو احتمالوالی تغیر خوري.

الف –

A : ټول څلور لوښي بې زیانه دي. دا ونه دیاګران یو تارلري، چې د هغې لپاره پیښنه A رامنځ ته کیږي یا پیښیږي.

$$P(A)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}\approx\underline{\underline{0,4033}}$$

ب –

B : دد رانیولو څلور لوښو څخه درې بې زیانه دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې د پیښې B لپاره رلېوانت یا د باوروړ دي.

$$P(B)=4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,4191}}$$

پ – یا زیات

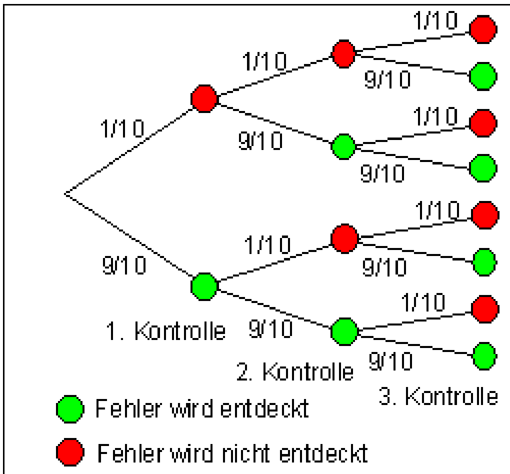
C : لږتر لږه درې له دې څلور رانیولشوو لوښو بې زیانه دي. دا په دې معنا چې درې یا زیات بې زیانه دي.

$$P(C)=P(A)+P(B)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}+4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -

مودلModell : مرتبان يا جام د1سره (
زيانمن) او 9 شنه (بې زيانه) غونډارو سره .
درې واره وېستنه د بيرته ور اچونې سره .

د ليل د بيرته وراچونې لپاره :
کنترول يو له بل خپلواک پيښيږي. وتون
حالت د هر ځل وېستنې لپاره تل بيرته همغه يا
برابر دی.(د زيان نه ليدنه 10%)
مخامخ د الماني پښتو له پورته وکښته لور ته:
۱. کنترول،۲.کنترول، ۳.کنترول،شين:زيان
کشف کيږي، سور:زيان نه کشفکيږي.



الف –

A : د دويم کنترول سره خورا وروسته پيژندل شوې ، په دې معنا چې زيان په لومړي او يا دويم کنترول کې پيژندل کيږي.

د لومړي کنترول سره پيژندل شوي: $P(1.) = \frac{9}{10} = 0{,}9$

د دويم کنترول سره پيژندل شوي: $P(2.) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$

$$P(A) = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \underline{\underline{0{,}99}}$$

ب –

B : په لومړي ځل په دريم کنترول کې پيژندل کيږي.

$$P(B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{1000} = \underline{\underline{0{,}009}}$$

پ –

C : نه پيژندل کيږي..

$$P(C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0{,}001}}$$

شيرم –

الف – د لاندې پيښتو: له کيڼ کښته لور ته: بنه، رنګ، پورته سطحه، کنترول کې برياليې، کنترول کې نابرياليې. له ښي کښته لور ته:۱.انتخاب، ۲ .انتخاب،۲ . انتخاب،زيانمن (يعنې د غوځولو)۲.انتخاب، زيانمن، زيانمن،زيانمن.

لومړی انتخاب:

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = \underline{\underline{0,51}}$

دویم انتخاب :

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,1275$

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,09$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 0,17$

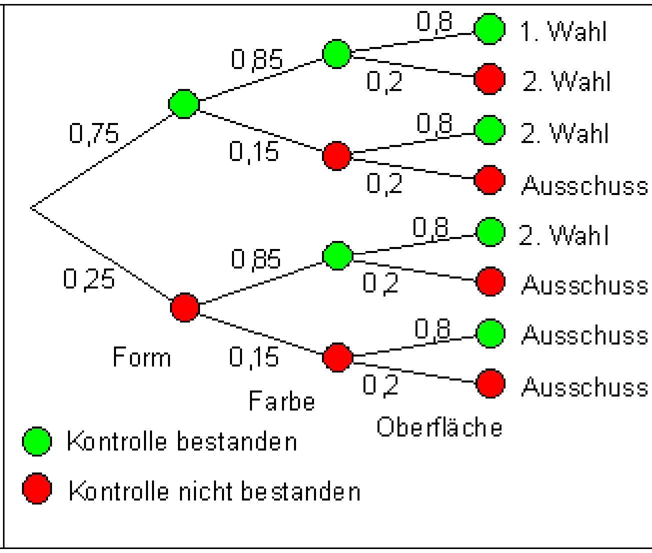
زیانمن:

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0225$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,0425$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,03$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0075$



ب - $P(2.\text{Wahl}) = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = \underline{\underline{0,3875}}$

پ- $P(1.\text{Wahl}) = \underline{\underline{0,51}}$

ت -

$P(\text{Ausschuss}) = 0,0225 + 0,0425 + 0,03 + 0,0075 = \underline{\underline{0,1025}}$

اوم –

الف -

$P(A) = \frac{4500}{10000} \qquad P(B) = \frac{9500}{15000}$

XX $P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4500}{10000} \cdot \frac{9500}{15000} = \underline{\underline{0,285}}$

ب – ګټه مخ ته نه لرو، که په لاټري A او لاټري B کې ونه ګټل شي.

دلته باورور لري: $\bar{A}$ په لاټري A کې بایلنه $\bar{B}$ په لاټري B کې بایلنه

$P(E_2) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{5500}{10000} \cdot \frac{5500}{15000} = \underline{\underline{0,202}}$

پ - E_3 د E_2 په څټ – یا برعکس پیښه

$P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - 0,202 = \underline{\underline{0,798}}$

شپږ م – په احتمالوالي شميرنه کې د مرتبان مودل

د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کيدی شي، ديوه لوښي څخه د مختلفو غونډاروراوستلو له لارې، چې مر تبان يا کټوری يې بولو مودل يې جوړې شي. په يوه کټوري کې n غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه k راوستل کيږي.

راوستنه کيدی شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونيسي:

اول - يو غونډاری راوستل کيږي اوبيرته ور اچولکيږي.

داد مرتبان مودل(ډول) بلل کيږي د بيرته وراچونې سره.

دويم – له راوستنې وروسته غونډاری بيرته نه وراچول کيږي.

دا د متربان مودل(ډول) بلل کيږي نه د بېرته وراچونې سره

ډېرې تصادفی تجربې کېدی شي د مرتبان ډول باندې بېرته واړول شي. دا تصادفي پېښه په بام کې نيسو،، درې واره د پيسې غورځونه،، ، د دې په ځای کېدی شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واره يو يو غونډاری راووستل شي، د بيرته وراچونې سره.

د مرتبان مودلونې (د روستنې ډول) سره تصادفي ازماېښت

يو څو بيلګې دې د متبان مودلګټې په ګوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د يوه سترګي (مکعب) د دوه واره غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالوالی څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په ګڼه (نمره) شوي. دوه واره راوستنه د بېرته وراچونې سره. پلټونکی احتمالوالی:

	$P(6 \mid 6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0{,}028$
دیوه ټولګي د 25 زده کوونکو څخه 10 زده کونکو د کور کار نه دی کړی. یو ښوونکی توکلي یو زده کوونکی کنترولوي. د کوم احتمالوالي سره هغه زدهک وونکی په لاس ورځي، چې کورنی کار يې نه دی کړی؟	مرتبان له 25 غونډارو سره. 15 سپین او10 تور . پلټونکی احتمالوالی: $P(s) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0{,}4$
د لیسې په یوه ټولګي کې ۱۲۰ 120 زده کوونکي (نارینه اوښځینه) دالی شتون لري (د تعلیم او تربیې له څانګې) 15% نارینه دي. د یوې مسا بقې لپاره دوه زده کوونکي(ن ، ښ) راوېستل کیږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کیږي). څومره احتمالوالی لري چې دا دوه زده کوونکي نارینه وي؟	مرتبان له 120 غونډارو سره. 102 سپین غونډاري(دښځینه وو لپاره او18 تور غونډاري (د نارینه ووو لپاره). دوه واره راوستنه د نه بېرته وراچونې سره. پلټونکی یا غوښتونکی احتمالوالی. $P(s \mid s) = \frac{18}{120} \cdot \frac{17}{119}$ $= \frac{306}{14280} = \frac{51}{2380} \approx 0{,}021$
یو د احسایي انسیتوت غواړي پیدا کړي، چې د ټولو زیږېدنو څخه 53% نارینه کوچنیان دي. احتمالوالی څومره لوی دی، که یوه مور په پر	مرتبان له 100 غونډاروسره. 53 شنه (د هلکانو لپاره) او 47 ګلابي (د نجونو لباره). دوه واره راوستنه د بیرته وراچونې سره. غوښتونکی احتمالوالی:

$P(b\mid b)=\frac{53}{100}\cdot\frac{53}{100}$ $=\frac{2809}{10000}\approx 0,2809$	بل پسې دوه هلکان دنيا ته راوړي؟

ممکن ترلې روښانه نه وي، چې ولې تصاذفي تجربه د دوه واره روستنې له لارې د بيرته وراچونې له لارې سميولې (د سيستم تحليل تيوريتيکې يا د فرمولونو له لارې پيچلې وي) کېدی شي.

دا کيدی شي داسې په بام کې راولې، چې موراني تل د درې برابر احتمالوالي وېشنې سره کچنيان نړی ته راوړی شي. دا په دز معنا چې له زېږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډاروبيرته ور اچونې سره سمولې (دا په دې معنا چې د کوچنيانوپه ځای له غونډارو کار اخستل کيږي) کيدی شي.

يو بيخي بل ډول سيمولاېشن حاکم کيږي، که د بيلګې په توګه 100 نوي زېږېدلو کوچنيانو څخه مخ ته لاړ شو چې له هغو53% هلکان دي. تصادفي يا توکلي دوه کوچنيان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سرې ټيک دوه هلکان ټاکلي ،دی:

$$P(j\mid j)=\frac{53}{100}\cdot\frac{52}{99}=\frac{53\cdot 13}{25\cdot 99}\approx 0,2784$$

دا به راوستنه وي، بې له بېرته وراچونې.

د ختينو لوښو څخه له دې مخ ته ځو چې 20% زيانمن يا ناسم توليديږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوښو څخه ټيک دوه د کار وړ وي؟

يادونه : په لاندې کېg د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مودل: کټوری له 8 شنه غونډارو سره (د کاروړ) او2 سرو غونډارو سره (زيان من).
درې وراه وېستنه له بيرته وراچونې سره:

پيښه A - له دريو څخه دوه لوښي د کا وړ دي.

د ونې دياګرام په مرسته نتيجه ډېری لاس ته راځي

د راوستنې نتيجه ډېرۍ ده : , S={ggg,ggr,grg; rgg,rrg;rgr;grr;rrr}

د پېښې ډېرۍ ده: A={ggr;grg;rgg}

$$P(g) = \frac{8}{10} = 0,8 \qquad P(r) = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$P(gg) = 0,8 \cdot 0,8 \qquad P(ggr) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(ggr) + P(grg) + P(rgg) \\ &= 0,8^2 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,8^2 = 3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2 = \underline{\underline{0,384}} \end{aligned}$$

له څلورو کسانو، انګوره ,(A) ، بهير ,(B) ، کابلۍ ,(C)، داغي (D) څخه دوه د لوښو منځلو لپاره توکلي راووتل يا وټاکل شول، چې يو اوبه پرې تېروي يعنې يو يې غړوي او بل يې وچوي. د کوم احتمالوالي سره لومړۍ کابلۍ او پسې بهير راوځي؟

مودل :

کتورۍ له څلورو غونډارو سره چې په ليکلي وي. A, B, C او D .

دوه واره راوستنه له بيرته وراچونې سره.
دلته د رواوستلو غونډارو د راوستنې لړۍ په پام کې نيول کيږي. د الف پيښه داسې ده:
لومړۍ کابلۍ بيا بهير.

نتيجه ډېرۍ(سټ) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه يزو کمبينيشنونو حوړه ده ، يعنې له

$$S = \{AB; AC; AD; BA; BC; BD; CA; CB; CD; DA; DB; DC\}$$
$$A = \{CB\} \Rightarrow P(A) = P(CB) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} = 0,08\overline{3}$$

په موټرشميرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصي موټر يعنې واړه موټرPkw او30% باروړونکي موټرLkw او5% نور خوزنده الات دي.
احتمالوالی څومره لوی دی، چې لومړی کوچنی موټرPkw پسې لاریLkw اوپسې دا بل خوزنده اله ده؟

مودل :

کتوری له غونډارو سره ،65 سره ګړندی (Pkw)، 30 تور لارئ (Lkw) او 5 سپین (نور څغلنده ماشینونه). د

دریواره وستنه د بیرته ور اچونې سره.

غوښتونی احتمالوالی : $P(rsw) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0,00975$

یو لوبه کوونکی(لوبغاړی) جوارګر به یې څکه نه بولو، چې په پیسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترګی لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% یوه احتمالوالي سره لږ ترلږه یو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کتوری له سرو غونډارو(بې له 6) او 1 شین غونډاری (شپږ غورځولی) n – ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره. عددn ناڅرګند دی.

موږ پوهیږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د6 راوتنې احتمالوالی 1/6 دی. احتمالوالی، چې 6شپږ ونه غورځول شي 5/6 دی. موږ د دې لپاره پیښې تعریفوو:

پیښه الف : یو شپږ غورځول، پیښه ب : شپږ نه غورځول کیږي (برعکس یا مخامخ پیښه).

د غورځونو سره احتمالوالی دی:

–ِ په هر ه ه غورځونه کې چې یو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{1}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

- په هره غورځونه کې چې 6 ونه غور ځول شي:

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{5}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

برعکس د ،، په n –غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې ،، په n –غورځونو کې ټولټال يو 6 وغورځول شي،، بلکه ،، په n – غورځونو کې ټولوټال لږ تر لږه يو 6 وغورځول شي،،. موږ اوس دا پېښه E تعريفوو: په n –غورځونو کې ټولټال (په ټوليزه توګه) لږ تر لږه يو 6 غورځوي.

برعکس يې $\overline{E}$ دی: په n –غورځونو کې په ټوليزه توګه 6 نه غورځول کيږي.

د $\overline{E}$ احامالوالی همدا اوس پېژنو : $P(\overline{E})=\left(\frac{5}{6}\right)^n$

له دې سره د E احتمالوالی دی: $P(E)=1-P(\overline{E})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچې $P(E)\geq 0{,}90$ بايد وي.

$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n\geq 0{,}90$ د n عدد غوښتل کيږي(د غورځولو تعداد)

حل يې د بڼه بدلو او لوګاريم نيونې له لارې .

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n\geq 0{,}90\,|-1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n\geq -0{,}1\,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n\leq 0{,}1\,|\ln$$

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{5}{6}\right)\leq \ln(0{,}1)\,|:\ln\left(\frac{5}{6}\right)\approx -0{,}18<0\Rightarrow$$

اړيکي $\leq$ په ځت کړی يا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n\geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)}\approx 12{,}629$$

سړی باید سترکی لږ تر لږه 13 – ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه 90% اطمنان سره لږ ترلږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول يې افاده (ويېنه): زه اجازه لرم چې ز يات له زياته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 –ځله غورځونه کې 6 لاس ته را نه وړم يا ونه غورځوم.

اوم - د تړلو پيښنو سره احتمالوالی

تړلې پيښې (چې په يوه عمليه کې سره راغلې وي)
تر اوسه يو ګونې پيښې تر پام نيول شوې وې. پيښې سره تړل کيږي هم.
پوښتنه: په يوه مسلکي ښوونځي کې100 زده کوونکي نارينه اوښځينه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې ، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته يا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي ياد واړه)

ب - يو زده کوونکی نارينه يا ښځينه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشميری، چې هغه / هغې هسپانوي يا فرانسوي زده کړې.

(دلته يا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي يا دواړه)

ځواب :

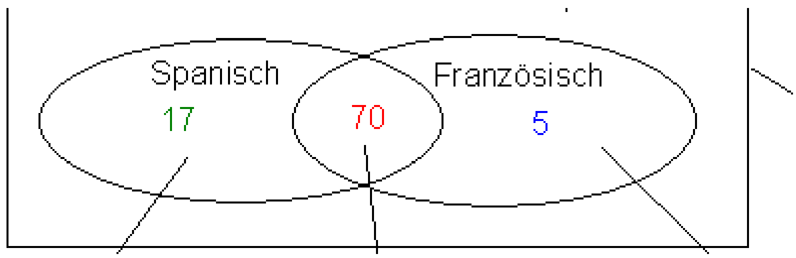
الف – همداسې په ساده ډول نه سي کيدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعه کړي، ځکه چې بيا به د زده کوونکو په يوه تعداد 162 = 75 + 87 راغلي وی.

دا له دې امله ناټيک دی، ځکه چې هغه نارينه اوښځينه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي يې زده کړي دوه واره ګڼل (شميرل) کيږي.

75 زده کوونکي (نارينه \ ښځينه) د فرانسوي له دوي څخه 70د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارينه اوښځينه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط17 له سپانوي سره.

ټول نارينه او ښځينه زده کوونکي

له دوارو ژبو څخه کومه نه



فقط فرانسوي   فرا نسوی او سپانوي   فقط سپانوي

دا 70 نارينه او ښځينه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوی ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارينه او ښځينه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارينه اوښځينه (75) فرانسوي تعداد سره جمعه يا زيات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارينه اوښځينه زده کوونکو تعداد دوه واره وګڼل يا وشميرل شو. نو له دي امله بايد 70 له زياتون يا جمعي (162) څخه کم يا تفريق شي.

د ښځينه او نارينه زده کونکو تعداد د سپانوي يا فرانسوي سره:

$$87 + 75 - 70 = 92 \text{ bzw. } 17 + 70 + 5 = 92$$

دا په دي معنا چي، 8نارينه او ښځينه زده کوونکي په ليسه کي له دي دوه ژبو څخه کومه نه زده کوي(Spracherfüller in Sek I) .

ب – لومړی په لاندې توګه پيښي تعريفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لرووده   S: زده کوونکو سپانوي درلوده

احتمالوالی:
$$P(S\,\text{oder}\,F) = \frac{87+75-70}{100} = 0{,}92$$

د ترم بڼه بدلون سره:

$$P(S\,\text{oder}\,F) = \underbrace{\frac{87}{100}}_{P(S)} + \underbrace{\frac{75}{100}}_{P(F)} - \underbrace{\frac{70}{100}}_{P(S\,\text{und}\,F)} = 0{,}87 + 0{,}75 - 0{,}70 = 0{,}92$$

د odr يا او د und په معنا.

له دې بيلګې څخه د جمعې يا زياتون قانون پېژندل کيږي.

د جمعې يا زياتون قانون:

که يوه پيښه E د پېښو A او B څخه رايوځای شي، چې دا سره غوځولای هم شي، دا په دې معنا چې ګډې پيښې خوندي لرودی شي لکه په يوه يا- ترنه کې، نو بايد داپه پامکې ونيل شي، چې دا ګډې پيښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري $E = A \cup B$ (د يا – پيښه)

نو د پيښې لپاره احتمالوالی دی

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :

د يوه يا-پيښې احتمالوالی د دواړو پيښو د احتمالوالي جمعه ده، د او –پيښې په کمښت يا تفريق سره.

بيلګه:

يوه دانه (سترګيز مکعب) دوه واره غورځول کيږي. دوه پيښې کره کيږي يا منځ ته ارځي:

A : د سترګيو عدد يا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګيو عدد يو جوړه عدد يا ګڼ دی.

يوه نوې پيښه په لاندې ډول پيښيږي:

C : د سترګيو عدد له 3 لوی يا د سترګيو عدد يو جوړه عدد دی.

پيښه C د A او B يوه د يا - ترنه ده. د $P(C)$ احتمالوالی و شميرئ.

لومړی دA اوB پيښه- ډېرئ يا - – سټ جوړوو:

$A=\{4,5,6\}$; $B = \{2,4,6\}$

د جمعې يا زياتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شميرل کيږي.

د دې لپاره د نتيجه ډېرئ ته اړکيږو

$A \cap B$. $A \cap B = \{4;6\}$

د ځانګړو پیښو احتمالوالي دي:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالوالی لرو:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

د نتیجو ټیکاوی ساده ازمیل کېدی شي، داسې چې د $C = A\cup B$ ۱ نتیجه دېری جوړه شي اود هغي احتمالوالی و ټاکل شي.

$$C=A\cup B=\{2;4;5;6\}\Rightarrow P(C)=P(A\cup B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

تمرین:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

بیلګه :

یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.

B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.

د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

لومړی د A او B نتیجه- دېری جوړوو.

A = {1,2,3} ; B={4,5}

د زياتون قاعدې له مخې

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

شميرل کيږي.

د دې لپاره د $A\cap B$. نتيجه ډېری $A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ ته اړ يو.

د يوګونو پيښنو احتمالوالی دی:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=P(\varnothing)=($$

له دې سره به د احتمالوالی وي:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-0=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\underline{\frac{5}{6}}$$

ياودنه:

که $A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ t نو باور لري $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.:

تمرين:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي يو ه کارته راباسو(Skat).

دا لاندې پيښنه کوم احتمالوالی لري؟

E : راوېستلې کارتې د ځېرې کارتې ده يا د پشې Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پيژندل شوې د احتمالوالي شمېرنې قوانينو ټولګه:
S دې د تصادفي تجربې نتيجه ډېرۍ وي.
اول : د ټولو پېښنو E لپاره باور لري:

$0\le P(E)\le 1$، چې $P(\varnothing)=0$ او $P(S)=1$ دي.
دا په دې معنا ، چې د يو ي منځ ته راتګ احتمالوالى تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دى او کميز يا منفي نه شي کېدى.
دويم : که، $E=\{e_1;e_2;\ldots e_n\}$ وي، نو $P(E)=P(e_1)+P(e_2)+\ldots+P(e_n)$ باورلري
(بيلګه دانه يا سترګيز مکعب)
دريم : د ټول A او B پيښو لپاره باور لري
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

څلورم : د ټول C پيښو لپاره باور لري: $P(\overline{C})=1-P(C)$ (ينبي او برعکس يا مخامخ پيښې)

دتمرينونو حل (اوبى):؟؟؟؟؟؟؟؟
يوه دانه (سترګيز مکعب) يو وارِ غورځول کيږي. دوه پېښې کره کيږي يا منځ ته ارځي:
A : د سترګيو عدد يا ګڼ له4 لوى دى.
B : د سترګيو عدد له *1* لوى دى.
يوه نوې پيښه په لاندې ډول پيښيږي:
C : د سترګيو عدد له 4 لوى يا د سترګيو عدد ناجوړه او يا له *1* لوى دى.
پيښه C د A اوB يوه د يا - ترنه ده.
د P (C) احتمالوالى و ټاکئ.

لومړى د A او B نتيجې جوړوو.
$A=\{5;6\}\quad B=\{3;5\}$
د جمعي قانو له مخې اوس شمېرو:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
د دې لپاره د $A\cap B$ نتيجه ډېرى يا نتيجه سټ $A\cap B=\{5\}$ ته اړتيا لرو.

د يوګونو پيښو احتمالوالى دى:
$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}$$
له دې سره د C احتماوالى دى:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

د تمرین حل (اوبی) :
یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.
B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.
پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.
د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

تمرین:
یوه کارته له یوه لوبو کرتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي(سکاټ) لاندې پیښه کوم احتمالوالی لري؟
E : راباسل شوې کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پشې کارته.

د ا پیښه E یو د او-تړنه ده د پیښو څخه:
A : غوښتونکې کارته یو څیره کارته ده.
B : پلټونکې کارتې یوه د پشې کارته ده.
لومړی د A او B پیښو ممکنه تعداد ټاکو.
A : له ټولو32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.
B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پشې کارتې دي.
د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$. ممکنه پیښو ته اړتیا لرو.
$A \cap B$. : د پشې ۳ څیره کاتې شتون لري(غلام، ماتکه، پاچا)
د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

اتم - شرطيز احتمالوالی

شرطيز احتمالوالی

د سترګي (سترګيز مکعب) په زيات-ځله غورځوني کې چې د1 او 6 ترمنځ يو ټاکلی عدد وغورځوي د پخوانۍ غورځوني په واک نې ده دی.

هره غورځونه د تېرې غورځوني خپلواکه ده. د دې برعکس يا په ځتې که له يوه مرتبان ، چې د بېلګې په توګه د دوه رنګونو سره غونډاري په کې پراته وي يو په بل پسې يو غونډاری بې له بېرته وراجونې راووستل شي، نو د يوې ټاکلې پېښې احتمالوالی د تېرې پېښې په واک کې دی.

په دې حالت کې د شرطيز احتمالوالي څخه غږېږو.

پيل بيلګه:

په يوه مرتبان کې 100 غونډاري (غونډسکې) پراته دي.

70 غونډاري له له لرګيزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مسنوعي موادو.

25 د لرګي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستيک جوړ غونډاري سره دي او20 شنه.

لاندې پېښې تعريُيږي:

A: غونډاری له لرګي دی. $\overline{A}$: غونډاری له مصنوعي موادو جوړ دی.

B: غونډاری سور دی. $\overline{B}$: غونډاری شين دی.

غونډاري دوه نخښې لري د هر دوه ډولونو يا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz $\overline{A}$: Kunststoff	Farbe	B: rot $\overline{B}$: grün

پورته له کيڼ پورته څخه کښته په ترتيب ښي لورته:

نخښه۱، مواد، په نخښه ونه يا نخښه وړنه، لرګی، مصنوعي مواد، نخښه ۲ رنګ، نښه وړنه، سور ، شين.

دا شي حالت کيدی شي په يوه ډېرپټي ډوله يا ډېرمخيزه تخته انځور شي.
نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې يې جمعه يا زياتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		
		B: rot	$\overline{B}$: grün	Summe
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\overline{A}$: Kunststoff	10	20	30
	Summe	35	65	100

له مرتبان څخه يو غونډاری توکلي راوستل کيږی.

د تختې د داتا سره کيدی شي لاندې احتمالوالی سيده و شميرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0{,}7 \qquad P(\overline{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0{,}35 \qquad P(\overline{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0{,}65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad P(A \cap \overline{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

$$P(\overline{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

اړونده ډېر مخيزه (ډېرساحه وي) تخته

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A\cap B)=0{,}25$	$P(A\cap\bar{B})=0{,}45$	$P(A)=0{,}7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)=0{,}1$	$P(\bar{A}\cap\bar{B})=0{,}2$	$P(\bar{A})=0{,}3$
Summe	$P(B)=0{,}35$	$P(\bar{B})=0{,}65$	1

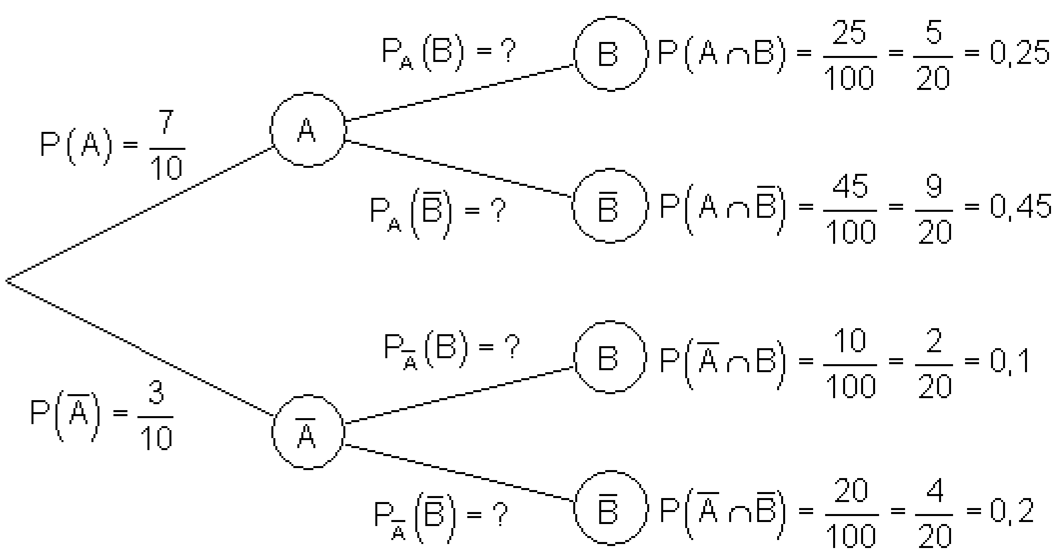
يو ځوک يو غونډارى را وباسي اوله لاس سره يې احساسوي، چې دا غونډارى له پلاستيک جوړ دى.

د دې لپاره احتمالوالى څومره لوي دى، چې د ده په لاس کې غونډارى شيندى؟

دا احتمالوالى نه دى، چې له هغې سره سړى له مرتبان څخه شين پلاستيکي غونډارى ر ا باسي.

له دېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدى غوښتل شوى احتمالوالى وشمېرل شي.

د يوې پېښو ونې سره اوس کېدى شي دا احتمالوالى روښانه شي.



اړيکي $P_A(B)$، په دې معنا دي چې:

د B احتمالوالی د شرایطو لاندې، چې A پېښه منځ ته راغلې ده.

دا احتمالوالی شرطیز احتمالوالی یا ،،احتمالوالی د شرط سره،، بولو.

نسبت پوښتني کولو ته $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ غوښتل کیږي.

په ویونو (لغاتو) : احتمالوالی ځومره لوي د یوه شنه غونډاري د راوستني لپاره، که سرې یوه شي چې راوستلی غونډاری د پلاستیک دی.

د یو ع احتمالوالي په لټه کې یو،چې دیوه شر ط په واک کې وي.

په دې حالت کې شرط دی؛ راوستلی غونډاری پلاستیک دی.
د دې لپاره چې په ونه دیاګرام کې پاتې احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A)\cdot P_A(B) = P(A\cap B) \Leftrightarrow P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چې د شرط احتمالوالی شمېرل کیږي د انګرېزي شمېرپوه توماس بای Thomas Bayes (1702 – 1761) پسې ځي او له دې امله د بای- قانونBayes په نامه یادیږي او یا د بای جملې په نامه.

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

که A اوB پېښې وي د $P(A) \neq 0$ سره، نو باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{5}{20} : \frac{7}{10} = \frac{5\cdot 10}{7\cdot 20} = \frac{5}{14} \approx 0,36$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A\cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{9}{20} : \frac{7}{10} = \frac{9\cdot 10}{7\cdot 20} = \frac{9}{14} \approx 0,64$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{2}{20} : \frac{3}{10} = \frac{2\cdot 10}{3\cdot 20} = \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{4}{20} : \frac{3}{10} = \frac{4\cdot 10}{3\cdot 20} = \frac{2}{3} = 0,\bar{6}$$

که ځوک یوه وي، چې راوستلی غونډاری د پلاستیک جوړدی، نو د دی لپاره احتمالوالی ،

چې شین رنګ راباسل شي،دی: 2/3. د دې برعکس دیوه شنه پلاسفیک غونډاري راوستل 0,2 دی.

یو بل ډول ورننوتنه:

یو مرتبان درې شنه او دوه سره ِغونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري یو بل پسې بې له بېرته وراچولو روستل کیږي.

A : په لومړی راوستنه کې شین راوستل کیږي.

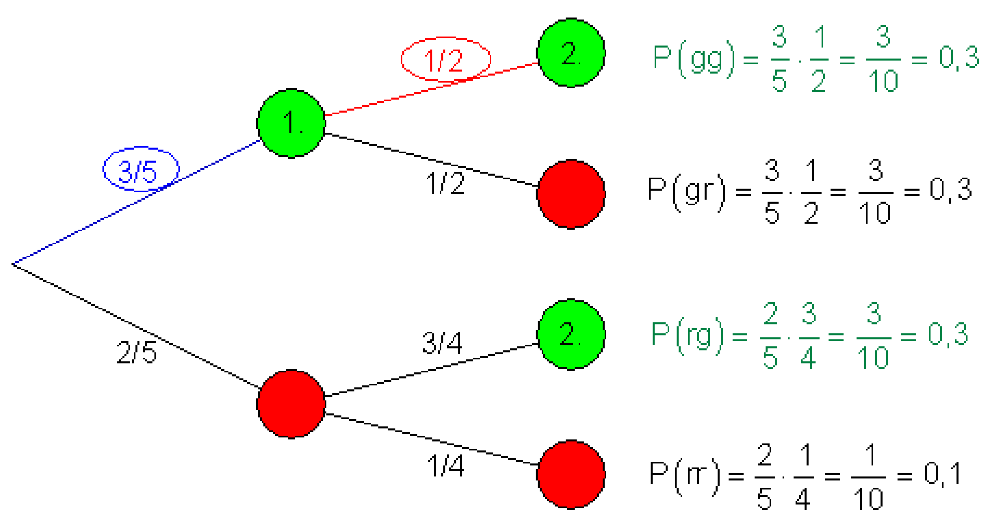
B : په دویمه راوستنه کې شین راوستل کیږي.

C: شین په لومړی او دویمه راوستنه کې شین راوستل کیږي.

D : شین په دویمه راوستنه کې له دې امله راوستل کیږي، چې شین په لومړي ځل تیار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښو احتمالوالی ټاکل کیږي.

د ونې دیاګرام د تار احتمالوالي سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دیاګرام څخه لاندې نتیجې لاس ته راځي:

په لومړۍ راوستنه کې شین : $P(A)=3/5 = 0,6$ او

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$

په لومړۍ ر اوستنه کې شین او دویمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

$P(D)= 1/2$ لوستل کیږي.

د $P(D)$ ارزښت مو په لاندې ډول لاس ته راوړ:

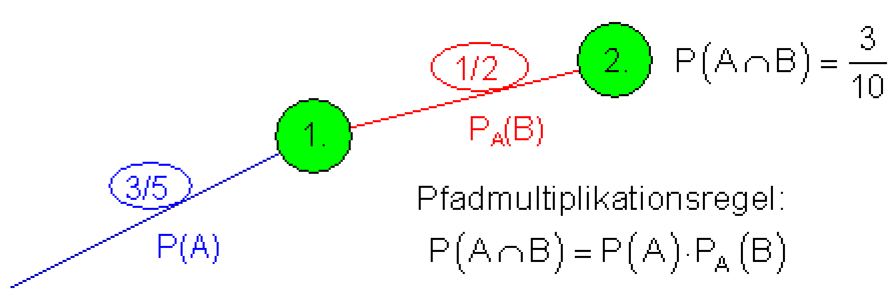
د نیونو (فرضیو) لاندې چې په لومړۍ راوستنه کې سپین راوه وستل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونداري په مرتبان کې شتون لري.

د شنه راوستنې لپاره په دویمه راوستنه کې $1/2$ دی.

د D احتمالوالي لپاره (شین په دویمه راوستنه کې) د نیونو (فرضیو) (شین په لومړۍ راوستنه کې) چې A منځ ته راغلی، په نخښونه یا نخښه کونه. $P(D) = P_A(B)$ تاکل کیږي.

په انځور شوي حالتکې باور لري: $P_A(B) = \frac{1}{2} \qquad \left(\neq P(B) = \frac{3}{5} \right)$

د پسې کتنې لپاره د تاردیاګرام د برخډېرۍ(قطاع) په جوړ کې ده، داسې چې $P_A(B)$ منځ ته راشي.



پوښتنه د احتمالوالي $P_A(B)$ پسې کيږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېدی شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$ د B يو احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A تياره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرتې نتيجې سره ازمايو

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= \frac{3}{10} \\ P(A) &= \frac{3}{5} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

د دې مرتبان تجربې څخه (ډېرواره راوستل بې له بېرته وراچوني) روښانه څرګندېږي، چې چې د هرو بلو يا نورو راوستنو احتمالوالی د مخه تيرې راوستنې په واک کې دی. په داسې حالت کې سړی وايي، چې نتيجې يو د بل په واک کې دي(يو د بل تابع دي).

د پيښو خپلواکوالی

د يوه مرتبان تجربې سره(ډېرواره راوستنه د بيرته وراچوني سره)، بيل شرايط تل بېرته منځ ته راځي يا ساتل کيږي، چې د هرې پسې راوستنې لپاره شرايط برابر پاتې کيږي، لکه د لومړۍ راوستنې شرايط.

په داسې حالت کې سړی وايي، چې پيښې يو له بل خپلواکې دي.

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډارۍ پرلپسې د بېرته ايښوني يا وراچوني راوستل کيږي.

څلور پيښې تعريفيږي:

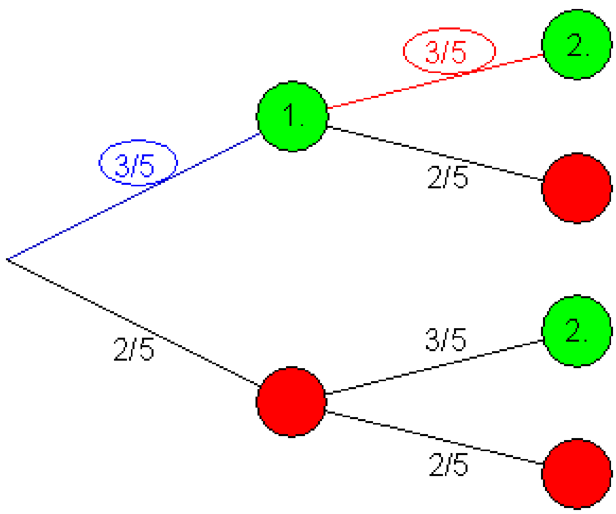
A : په لومړۍ راوستنه کې شين راوستل کيږي.

B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږی.

N: شین په لومړی او دویمه راوستنه کې راوستل کیږی.

D: شین په دویمه راوستنه کې راوستل کیږي، په دې شرط، چې ګرون هودا اوس په لومړی راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دیاګراک د اړونده تارونو احتمالوالي سره :



$$P(gg) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0{,}36$$

$$P(gr) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} = 0{,}24$$

$$P(rg) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25} = 0{,}24$$

$$P(rr) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0{,}16$$

له وني دیاګرام څخه لاس ته راځي:

په لومړی راوستنه کې شین: $P(A) = 3/5 = 0{,}6$

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

د شنه لپاره په لومړی راوستنه کې او شین لپاره په دویمه راوستنه کې د تارضربقانون له مخې لاس ته راځی

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \underline{\underline{\frac{9}{25}}}$$

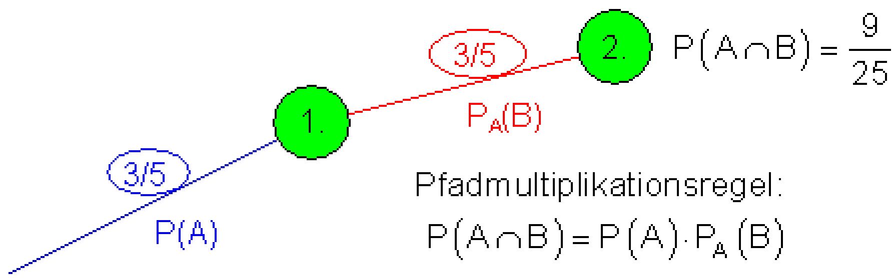
$P(D) = \frac{3}{5}$ لوستل کیږي.

احتمالولی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتيږي، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچوني سره پيل حالت بېرته برقراريږي.

د دويم ځل د شنه راوستني لپاره همغه د لومړي ځا د راوستني سره بېرته برابريږي $P(D) = P_A(B)$ دی.

د ونې دياګرام څخه یوه برخه:

په لاندي کې Pfadmultiplikaionsregel د تارضربقانون په معنا دی.



د نتيجو په ليستکونه راکوي:

$$P_A(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

نو لرو:

$$P_A(B) = P(B)$$

له دې سره د تارضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو $P_A(B) = P(B)$ ، نو د پېښې A پېښېدنه د B احتمالوالي باندې کومه اغيزه نه لري.

سرۍ وايي، چې پېښه A او B يو له بل خپلواکې دي.

خپلواکې پېښې:

پېښنه B له پېښې A خپلواکه ده، که د A د پېښېدنې څخه د B دپېښېدنې لپاره احتمالوالی بې اغېزه وي (خپلواک).

باور لري: $P_A(B)=P(B)$ د $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ سره.

ب

يلګه : له مرتبان راوستنه د بيرته وراچونې سره.

په ياد ولرئ: د دوه پېښو A او B پېښې د يو له بل خپلواکوالی ښوونې لپاره په لاندې توګه مخ ته ځو:

شمېرل کېږي $P(A); P(B)$ او $P(A\cap B)$

باور لري: $P_A(B)=P(B)$ د $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$، سره .

نو پېښې A او B يو له بل خپلواکې دي، په بل حالت کې يا پرته له دې پېښې A او B يو د بل په واک کې دي.
په ونه دياګرام کې دپېښو خپلواکوالی له دې څخه پېژندل کېږي، داسې چې په دويمه پوړۍ کې د ونې دياګرامونه برابر دي. که برعکس ياپه ځېنې دا يو له بل مختلف وي،نو پېښې بيا يو د بل په واک کې دي.

بيلګه ۱: د يوه ښه جوړ شوي (ideal)سترګيز(سترګيز مکعب) په لاندې توګه رنګه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنګ سره او دوه د شنه رنګ سره رنګين شوي. يوه اړخسطحه توره او بله اسماني رنګ شوي دي.

غونډاری دوه واره غورځول کېږي. لاندې پېښې تعريفيږي:

A : په لومړی اچونې سره رنګ سور يا تور لوېږي يا منځ ته راځي.

B : په دويمه غورځونه کې رنګونه شين يا تور را څرګنديږي.

و ښيرى، چې پېښې A او B يو له بل خپلواکې دي؟

له مخه پام يا فکرکونه : $P(r) = P(g) = 2/6 = 1/3$ او $P(s) = P(b) = 1/6$

د $P(A);\ P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$A = \{(rx);(sx)\}$ د x=په خوښه <= $P(A)=P(r) + P(s) = 1/3 + 1/6 = 1/2$

$B = \{(xg);(xb)\}$ د x= په خوښه <= $P(B)=P(g)+P(b)= 1/3 + 1/6 = ½$

$$A \cap B = \{(rg);(rb);(sg);(sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg)+P(rb)+P(sg)+P(sb)$$
$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{4}{36}+\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

نتيجه : $P(A) = \frac{1}{2};\ P(B) = \frac{1}{2};\ P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پيښې A او B يو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: خپلواکوالى

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2} \\ P(B) = \dfrac{1}{2} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \dfrac{1}{2} \\ \text{Unabhängigkeit} \end{array}$$

نتيجې A او B يو له بل خپلواکې دي.

بېلګه ۲ : يو سترګى د يوه درېګوټي اهرام په بڼه څلور برابرې لويې سطحې لري د عدد 4 ;3 ; 2 ; 1 (څلوريزه ياڅلور اړخيزه سترګى) سره.

دا سترګى دريواره غورځول کيږي. لاندې پيښې تعريفيږي:

A : په لومړى غورځونه کې عدد ۱ يا ۲ راښکاره کيږي(راوځى) اوپه دويمه غورځونه کې 2 ; 1 يا 4.

B : به د ویمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړۍ غروځونې کې.

و څېړی، چې ایا پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام یا فکرکونه : $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4$

د $P(A);P(B)$ او $P(A\cap B)$ شمیرنه

$$A=\{(1|1);(1|2);(1|4);(2|1);(2|2);(2|4)\}\Rightarrow P(A)=6\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$$

$$B=\{(1|2);(1|3);(1|4);(2|1);(2|3);(2|4);(3|1);(3|2);(3|4);(4|1);(4|2);(4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B)=12\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$A\cap B=\{(1|2);(1|4);(2|1);(2|4)\}\Rightarrow P(A\cap B)=4\cdot\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$$

نتیجه: $P(A)=\frac{3}{8};P(B)=\frac{3}{4};P(A\cap B)=\frac{1}{4}$:

دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکي دي، که باور ولري:

لاندې الماني: بلواکوالی

$$P_A(B)=P(B)\quad\left|\begin{array}{l}P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}=\dfrac{2}{3}\\[2ex] P(B)=\dfrac{3}{4}\end{array}\right|\begin{array}{l}\Rightarrow P_A(B)=\dfrac{2}{3}\neq P(B)=\dfrac{3}{4}\\ \text{Abhängigkeit}\end{array}$$

پیښې A او B یو د بل په واک کې دي.

بیلګه ۳: په یوه ښوونځي کې یوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتیجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکې45% په مزه شکولاد خوري.

د ټولو زده کوونکو ٹخه 55% نور خواړه غوره ګڼي.

د ټولو زده کوونکو ٹخه 60% وویل چي خویندې ورونه لري.

د ټول زده کوونکو 27% د خویندو ورونو سره د زړه له کومي شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکی مینه یا علاقه لري، چې ایا زده کوونکي د خویندو ورونو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځاګړی له مخه مینه لري .

واقعیت دی، چي خویندوو ورونو سره زده کوونکي ، د شکولادو خوراک سره د (مخه) میني لرلو له امله اغیزه لري؟

د داتا منځ ته راتګ په یوه څلور مخیزه تخته کې انځور کړي

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0{,}27$	$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}33$	$P(A) = 0{,}6$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0{,}18$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}22$	$P(\bar{A}) = 0{,}4$
Summe	$P(B) = 0{,}45$	$P(\bar{B}) = 0{,}55$	1

د پیښي اړونده نتیجې دي:

A : زده کوونکی خویندې ورونه لري.

B : زده کوونکی د زړه له کومي شکولاد خوري.

په بلواکوالي يې ازماينت:

$$\left.\begin{array}{l} P(A) = 0{,}6 \\ P(B) = 0{,}45 \\ P(A \cap B) = 0{,}27 \end{array}\right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}27}{0{,}6} = 0{,}45 = P(B)$$

پیښي یو له بل ٹخه خپلواکي دي.

دا په دې معنا، چي که زده کوونکي خویندې-ورونه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مینه باندې اغیزه نه لري..

بیلګه ۴:

د څلوراړخیزې تختې او ونې دیاګرام سره

یو مسلکې ښوونځی 1000 زده کوونکي لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې پهزده کوونکي ملفونونه څنګهوېشل شوي دي.

	B : ښځینه	$\bar{B}$:نارینه	جمعه
A: یو ملفون لري :	410	397	807
$\bar{A}$: ملفون نه لري	114	79	193
جمعه	524	476	1000

الف – نسبي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکئ.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیام ترمنځ اړیکو په ګته اخستنې ونې رسم کړئ.

پ – ټول شرطیز احتمالوالي وشمیرئ او دا په ونه دیاګرام کې ولیکئ.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګې څخه توکلی یو زده کوونکی داسې ټاکل کیږي.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا کس ملفون نه لري؟.

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا کس ښځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس ښځینه وي، د کوم احتمالوالي سره دا یو ملفون لري؟

پنځه – ایا دنر- ښځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکې شتون لري؟

ځواب :

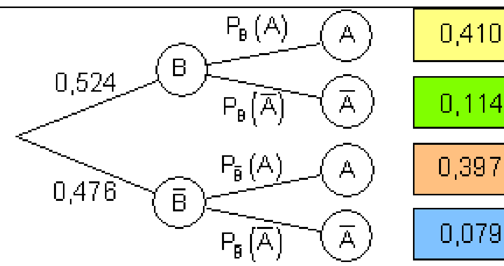
الف –

	ښځينه B	نارينه $\bar{B}$:	جمعه
ملفون لري: A	0,410	0,397	0,807
ملفون نه لري: $\bar{A}$	0,114	0,079	0,193
جمعه (زياتون)	0,524	0,476	1

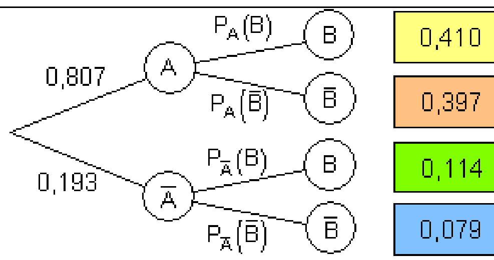
ب –

A : يو ملفون لري $\bar{A}$: يو ملفون نه لري

B : زده کوونکی ښځينه دی $\bar{B}$: زده کوونکی نارينه دی.



د تار احتمالونه ۲. نخبنه ملفون لري ۱.نخبنه: نر- ښځوالی



د تار احتمالونه ۲. نخبنه نر- ښځوالی ۱.نخبنه: ملفون لري

پ –

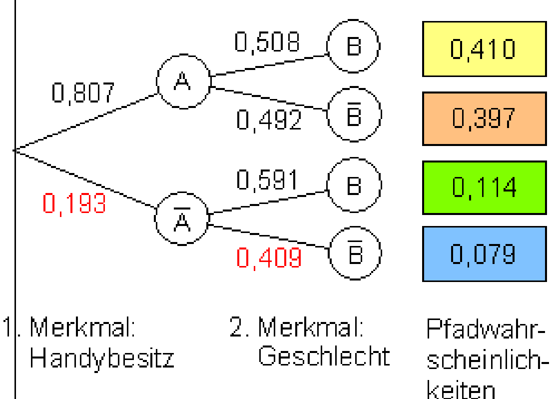
د شرطيزو احتمالونو شميرنه

احتمالونه، چي له ځلورمخيز جدول څخه لوستل کيږي او په پيښو تماميږي

	B	$\bar{B}$	
A	$P(A \cap B) = 0{,}410$	$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}397$	$P(A) = 0{,}807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0{,}114$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}079$	$P(\bar{A}) = 0{,}193$
	$P(B) = 0{,}524$	$P(\bar{B}) = 0{,}476$	

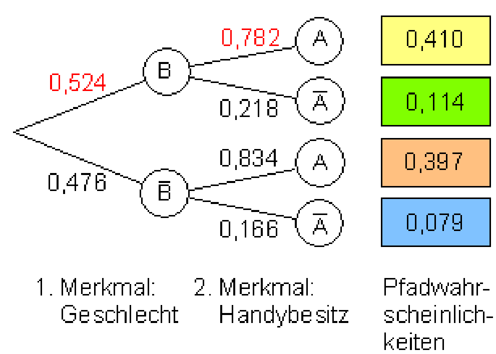
$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0,410}{0,807}\approx 0,508$	$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,410}{0,524}\approx 0,782$
$P_A(\bar{B})=\dfrac{P(A\cap \bar{B})}{P(A)}=\dfrac{0,397}{0,807}\approx 0,492$	$P_B(\bar{A})=\dfrac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,114}{0,524}\approx 0,218$
$P_{\bar{A}}(B)=\dfrac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})}=\dfrac{0,114}{0,193}\approx 0,591$	$P_{\bar{B}}(A)=\dfrac{P(A\cap \bar{B})}{P(\bar{B})}=\dfrac{0,397}{0,476}\approx 0,834$
$P_{\bar{A}}(\bar{B})=\dfrac{P(\bar{A}\cap \bar{B})}{P(\bar{A})}=\dfrac{0,079}{0,193}\approx 0,409$	$P_{\bar{B}}(\bar{A})=\dfrac{P(\bar{A}\cap \bar{B})}{P(\bar{B})}=\dfrac{0,079}{0,476}\approx 0,166$

A : زده کوونکی ملفون لري
B : زده کوونکی بشځینه دی.



۱.نخبنه: ملفون لري
۲. نخبنه نربنځوالی
د تار احتمالوالی

$\bar{A}$: زده کوونکی ملفون نه لري
$\bar{B}$: زده کوونکی نارینه دی



۱.نخبنه: نربنځوالی
۲. نخبنه ملفون لري
د تار احتمالوالی

ت – غوښتونکي یا پلټونکي احتمالوالی کیدی شي اوس سیده له وني دیاګرامه ولوستل شي

۱ : $P(\bar{A})=0,193$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,193 احتمالوالي سره یو ملفون نه لري.

۲ : $P(B)=0,524$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,524 احتمالوالي سره یو بنځینه دی

۳ : $P_{\bar{A}}(\bar{B})=0,409$

يو توکلي تاکل شوی کس، چې له هغه پوهيږو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالي سره نارينه دی.

۴ : $P_B(A) = 0{,}782$

يو توکلي تاکل شوی کس، چې پوهيږو چې ښځينه دی، د 0,782 احتمالوالي سره يو ملفون لري

۵ : د په واکوالي ازماېښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړيکو کې)

پېښه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې يو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرتو نتيجو څخه کېدی شي و ښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0{,}782 \neq P(A) = 0{,}807 \quad P_{\overline{B}}(A) \approx 0{,}834 \neq P(A) = 0{,}807$$

$$P_B(\overline{A}) \approx 0{,}218 \neq P(\overline{A}) = 0{,}193 \quad P_{\overline{B}}(\overline{A}) \approx 0{,}166 \neq P(\overline{A}) = 0{,}193$$

دا په دې معنا، چې په ټول حالتونوکې د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دیاګرام څخه کېدی شي د پېښو بلواکوالی سيده ولوستل شي، ځکه چې د دويمې پوړۍ ترخوني يو له بل مختلفې دي.

که د يوه څلوراړخيز جدول اړيکې مو د ونې دیاګرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زيار سره هم حل کړوای شو.

دا به اوس لاندې بېلګه وښايي.

بيلګه ۵ :

د انترنت زيات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکايت کوي يا ګېله من دي.

نيسو چې په 1% ښو او 40% سبم-مېل (برېښنا ليک)Spam- Mails کې لغات „Viagra“ مخ ته راځي.

پرته له دې دې 10% برېښناليکونه ښه او 90% دې سپم وي.

احتمالوالی څومره لو دی، چې يو برېښنا ليک، له هغه پوهيږو چې په هغه کې دا لغات „Viagra“،،وياګرا،، مخ ته راځي، يو سپيم برېښنا ليک دی؟

پېښه:

A : برېښنا ليک لغات ،، وياګرا،، لري

$\overline{A}$: برېښنا ليک لغات،، وياګرا،، نه لري

B : سپیم ــبرېښنا لیک $\bar{B}$: ښه برېښنا لیک

د دې لړلو داتا سره د ځلور مخیزجدول ایښول.

د% ارزښتونه نسبي ډېروالی په ګوته کوي(احتمالوالی)

د % 90 سپیم په دې معنا چې د سپیم جمعه = 0,9

10% ښه برېښنا لیکونه په دې معنا چې جمعه ښه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپیم برېښنا لیک د ویاګرا سره په دې معنا چې 0,9 x 0,4 = 0,36

10% ښه برېښنا لیکونه د ویاګرا سره په دې معنا چې

=0,1 x 0,01 = 0,001

سرې کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشمیري، ځکه چې جمعه یې معلومه ده.

	د سپم-مایل Spam-Mail :	ښه مایل Gute Mail	جمعه Summe
د ویاګرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بې له ویاګرا			
Summeجم عه	0,9	0,1	1

سپیم بې له ویاګرا ښه برېښنا لیک بې ویاګرا	0,9 – 0,36 = 0,54 0,1 – 0,001 = 0,099

د ټولو ب ل جمعه له ویاګرا د ټولو ب ل بې ویاګرا	0,36 + 0,001 = 0,361 0,54 + 0,099 = 0,639

د دې ارزښتونو سره اوس ځلورمخیزه جدول پوره شو.

	سپیم-مایل B: Spam-Mail	ښه -مایل $\bar{B}$: Gute Mail	Summe جمعه
د ویاګرا سره A: mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بې له ویا ګرا	0,54	0,099	0,639
Summe جمعه	0,9	0,1	1

پوښتنګون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوي دی، چې یو برېښنالیک، په کوم کې چې ،، ویاګرا،، ده، سپیم دی؟

نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرایطو لاندې، چې A رامنځ ته شوې وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0{,}36 \text{ und } P(A) = 0{,}361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$$

د $P(A \cap B) = 0{,}36$ او $P(A) = 0{,}361$ سره دی $P_A(B) = \dfrac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$

دا په دي معنا چې په $99,7\%$ ټولو حالتونو کې ، په کوم کې چې وياګرا منځ ته راغلې يو سپيم -مايل دی.

تمرين :

جدول د يوې فيرما ميرمنې شو سړي ښايي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوې.

	ښځينه : B	نارينه : $\bar{B}$:	جمعه
A:سکوونکی	200	800	1000
نه سکوونکی: $\bar{A}$:	300	200	500
جمعه	500	1000	1500

الف –احتمالوالی وشميرئ، چې يو کس سره مخامخ شي، چې سکوونکی دی

ب –احتمالوالی وشميرئ، چې د يوې ښځې سره مخامخ شي،

پ – احتمالوالی وشميرئ، چې د يوې سکووني سره مخامخشي.

ت –دوی د يوې ښځې سره مخامخ کيږي، د کوم احتمالوالي سره دا سکوونکې ده؟

ټ – و ازمايئ، چې ايا پيښې A او B يو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

د B پيښې د رامنځ ته کيدو د احتمالوالی رامنځ ته کيدو لپاره د شرايطو لاندې، چې پيښه A همدا اوس رامنځ ته شوې ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

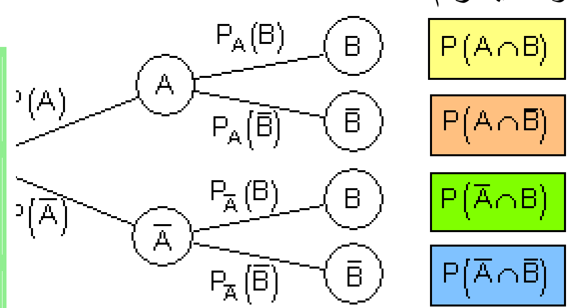
خپلواکې پيښې : پيښه B له پيښېA خپلواک بلل کيږي، که د A رامنځ ته کيدو له امله د B د رامنځ ته کيدو لپاره احتمالوالی نه اغيزمن کيږي.

باور لري: $P_A(B)=P(B)$ د $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ سره.

د ځلور تخته ييز جدول او ونې دياګرام ترمنځ اړيکې:

ونه دياګرام — ځلور پټی(تخته يې) جدول

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A\cap B)$	$P(A\cap \bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)$	$P(\bar{A}\cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



که په يوه ونه دياګرام کې د راوړل شوو پيښو دلړی پرلپسې بدل شيو نو سرى په څټ يا برعکس ونه دياګ رام لاس ته راوړي . په دو اړو حالتونو کې احتمالوالى ان تر لړۍ پرلپسې پورې تار ونه يو له بل سره همغيز دی.

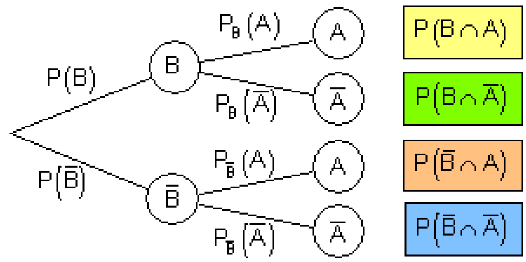
د تار احتمالوالى او له دې سره شر طيز احتمالوالى هم په توليزه توګه يو له بل توپير لري. دوی د مختلفو پيښو لاس ته راځي او له دې امله په مختلف برختولوالي. مګر په پام کې ولرې:

تل باور لري: $P(A\cap B)=P(B\cap A)$

په څټ يا برعکس ونه دياګرام — برعکس يا په څټ ځلور تخه يي جدول

	A	$\bar{A}$	Σ

B	$P(B\cap A)$	$P(B\cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B}\cap A)$	$P(\bar{B}\cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



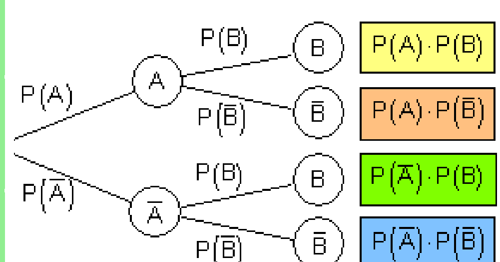
ځلورتخه ييز جدول او ونه دياګرام په ستوښاستيکی خپلواکوالي کې د ستوښاستيکي خپلواکي پېښې A او B ځلور تخته جدول په لومړي تخته کې د $P(A\cap B)$ لپاره دا ضرب $P(A)\cdot P(B)$: راځي.

د نورو تختو (پټيو) لپاره د يوه ضربجدول ته په ورته توګه باور لري.

په ونه دياګرام کې د پېښو يو له بل ځخه خپلواکوالي په دې پېژندل کيږي، چې په دويمه پوړی کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

ځلورتخته جدول ونه دياګرام

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A)\cdot P(B)$	$P(A)\cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A})\cdot P(B)$	$P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



حل (اوبی):

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسبې زیاتوالي ته اړیو. په تیره بیلګه کې د راګردولو ناتیکاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتومالوالی په ماتبڼه(کسري بڼه) انځور کړو.

د الماني له کینې کښته ښی لور ته: سکونکی، نه سکونکی، جمعه، ښځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\overline{B}$: Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500}=\frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$
$\overline{A}$: Nichtraucher	$\frac{300}{1500}=\frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500}=\frac{15}{15}=1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي ، چې سګرټسکوي، دی:

$$P(A)=\frac{2}{3}\approx 0,666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\approx 0,333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې ښځې سره مخامخ شي ، چې سګرټسکوي، دی:

$$P(A\cap B)=\frac{2}{15}\approx 0,133$$

ت –د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوې ښځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}}=\frac{2}{5}=0,4$$

ټ – دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باړر ړلري:

$$P_A(B)=P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{5} \\ \\ P(B)=\dfrac{1}{3} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B)=\dfrac{1}{5}\neq P(B)=\dfrac{1}{3} \\ \text{Abhängigkeit} \end{array}$$

الماني په پښتو: بلواکوالی

پورته پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی I

لومړی -

په یوه لوی ازماېښت کې یوه دوا ازماېل کیږي. پېښې په یوه جدول کې ځا په ځای شوي. په دې معنا:

M : دوا نیولې(اچولې)

M:پلاسیبو اچولې

G : روغ شوی.

$\bar{G}$: نه دی روغ شوی.

	G	$\bar{G}$	Summe
M	6312	87	6399
$\bar{M}$	312	4390	4702
Summe	6624	4477	11101

الف – نسبي ډېروالی په څلور تخته يي جدول کې انځور کړی او د دې سره اړوند ونه دیاګرام رسم کړی.
ب – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د دوا نیولو وروسته روغ شوی وي.؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د پلاسدو د نیولو وروسته روغ شوی نه وي.؟
دویم – د یوه 900 کسانو یوې ډلې څخه 600 د یخنې په مقابل کې ایمپف کړی. د یوه ټاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په رېزش ناروغ شوی. نتیجه به یې په یوه څلور تخته ییز جدول کې انځور شوی وي.

گروپ	باکتریا B	$\bar{B}$: نه ناروغه	جمعه
A دایمپف سره	60	540	600
$\bar{A}$: بې له ا یمپف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دې وي،، سړی د مقاومت پېچکاري شوی،، اود B تنیجه : ، سړی ناروغ شوی،،. وشمېرئ:

$P(A)$	$P(B)$	$P(A\cap B)$	$P_A(B)$	$P_B(A)$	$P(\bar{A}\cap B)$	$P_{\bar{A}}(B)$

یوګونې نتیجې څه معنا لري؟

دریم – ډېرې نجونې د متورا ولا نسبت ومتورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځواونانو (ن،ښ)، چې په مخ ته ښونځي کال کې یې ښونځی د ډېتولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له ښوونځې وتلي، ښځې وې. په ختیځو ولایتونوکې د کابل په شمول د ښځو ونډه 59,1% څرګنده جګه وه نسبت غربې ولایتونو ته (50,8%).

الف – یو څلور تخته ییز جدول وکاږئ، چې ددې شیانو اړیکې تشریح کړای شي.
ب – یو ونه دیاګرام وکاږئ،د لومړئ نخښې ،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه نځښه ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه). پ – یو ونه دیاګرام وکاږئ،د لومړی نخښې ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه) او دویمه نخښه. ،، راتلنځای،، (ختیز، لوېدیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه،ښځینه) د ټولګې څخه یو کس توکلي ټاکل شوی.
یو – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس یوه ښځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالوالي سره د ایو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه ښځه وي، د کوم احتمالوالي سره دا له لوېدیزه راځي؟

ځوابونه

شرطیز احتمالوالی I

مفصل ځوابونه

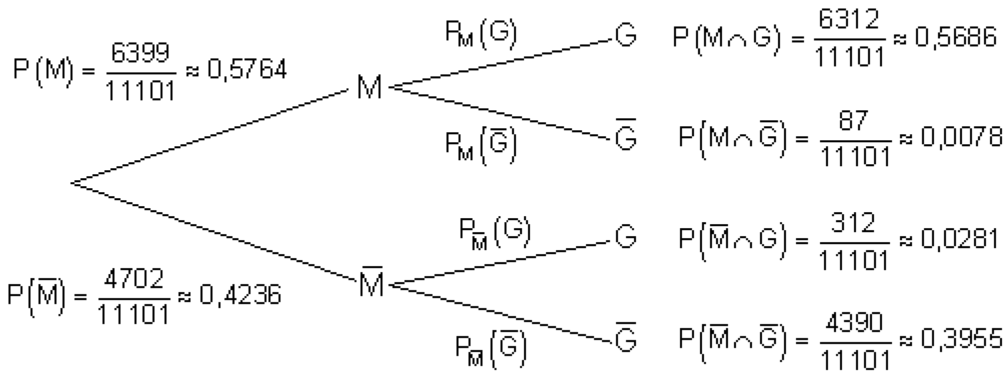
لومړی – الف – څلور- تخته جدول:

M : دوايي نيولي $\overline{M}$: پلاسيبو يي نيولي

G : روغ شوی $\overline{G}$: روغ شوی نه دی.

	G	$\overline{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0,5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0,0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0,5764$
$\overline{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0,0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0,3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0,4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0,5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0,4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دياګرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0,9864$$

ب –

د يوه کس ، چې له هغه پوهيږو چې دوا يا دارو نيسي، احتمالوالی 0,9864 دی، چې هغه روغ شوی دی.

$$P_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)=\frac{P\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)}{P\left(\overline{M}\right)}=\frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}}=\frac{4390}{4702}\approx 0,9336$$

پ –

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې هغه پلاسیبو Placebo نیولې، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوې.

دویم –

A : کس واکسین شوی $\overline{A}$: کس نه دی واکسین شوی

B : کس ناروغه دی $\overline{B}$: کس ناروغه شوی نه دی.

د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې یو واکسین شوی کس پیدا کړو 0,666... دي.	$P(A)=\frac{600}{900}=0,\overline{6}$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung یو ناروغ شوی کس پیدا کړو .0,2 دي.	$P(B)=\frac{180}{900}=0,2$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسین یو ناروغ شوی کس پیدا کړو ....0,06666 دي.	$P(A\cap B)=\frac{60}{900}=0,0\overline{6}$
یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه واکسین شوې ده د یوه 0,1 احتمالوالي سره بیاهم ناروغه شوې.	$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}}=\frac{60}{600}=0,1$
یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه ناروغه شوې د 0,333.. یوه احتمالوالي سره واکسین شوې	$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}}=\frac{60}{180}=0,\overline{3}$
دیوه چا د توکلي ټاکنې سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه	$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{120}{900}=0,1\overline{3}$

واکسین شوي او ناروغه شوی ځوک چي پیدا کړو...0,1333 دی.	
یو ځوک، چي پوهیږو هغه نه ده واکسین شوې د یوه احتمالوالي 0,4 سره ناروغه شوې هم ده.	$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}}=\frac{120}{300}=0{,}4$

د پورته جدول لوستل له کینې ښي لورته.

دریم –

الف -

A : ځوک چي له پخواني ایلاتو لوېدیز ځخه راغلی

$\overline{A}$: ځوک چي له نوو ایالاتو ختیز اځخه راغلی.

B : چي ښځینه دی.

$\overline{B}$: چي نارینه دی

جمعه ښځینه: $0{,}524 \cdot 244600 = 128170{,}4 \approx 128170$

جمعه نارینه: $244600 - 128170 = 116430$

x : د ټولو له غرب ځخه متورا والو ټولګه

244600-x: د ټولو له ختیز ځخه متوراوالو ټولګه

د لودیز ځخه د متواراوالو 50,8% له x

د ختیز ځخه د متوراوالو تعداد 59,1% له (244600-x) .

په لاندې کې له کېڼ وښي لرو ته: ښځینه لودیز   ښځینه ختیز ټول (جمعه) ښځینه

$$\underbrace{0,508\cdot x}_{\text{weiblich West}}+\underbrace{0,591\cdot(244600-x)}_{\text{weiblich Ost}}=\underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0,508x+0,591\cdot 244600-0,591x=128170\,|-0,591\cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0,083x=-16388,6\,|:(-0,083)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-16388,6}{-0,083}=197453,012\approx 197453$$

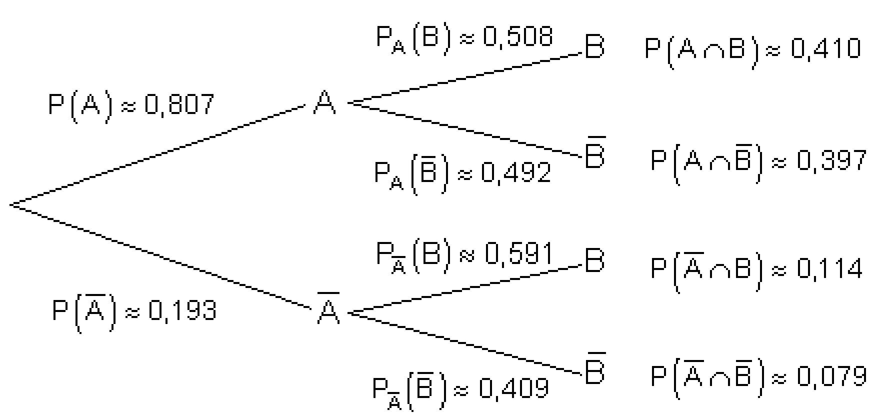
د ټولو له

د لودیز څخه متوراوالو(هغه زده کوونکي، چط له ۱۲ یا پخوا له ۱۳ ټولګي څخه وزي) ټولګه.

ښځینه لودیز:	$0,508\cdot x=0,508\cdot 197453=100306,124\approx 100306$
ښځینه ختیز:	$128170-100306=27864$
نارینه لودیز:	$197453-100306=97147$
نارینه ختیز:	$116430-97147=19283$

څلور تختیز جدول:

		B ښځینه	$\overline{B}$ (نارینه)
A لودیز	100306	97147	197453
B ختیز	27864	19283	47147
	128170	116430	244600



ب –

د ونې لپاره باوري تولو احتمالواليو شميرنه

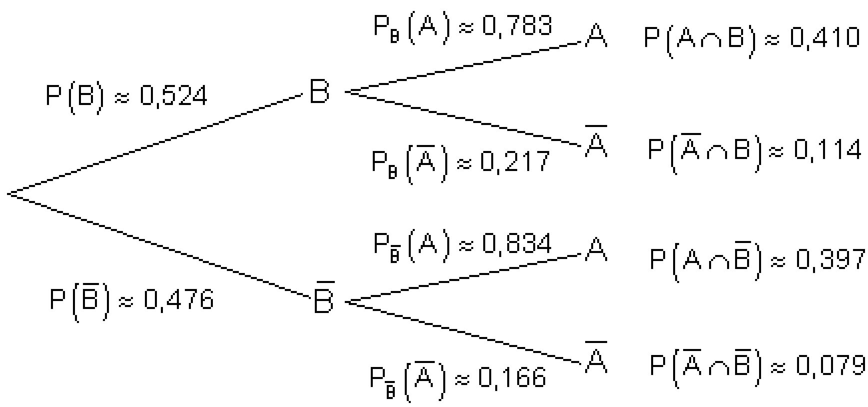
$$P(A)=\frac{197453}{244600}\approx 0,807 \qquad P(\overline{A})=\frac{47147}{244600}\approx 0,193$$

$$P(A\cap B)=\frac{100306}{244600}\approx 0,410 \qquad P(A\cap \overline{B})=\frac{97147}{244600}\approx 0,397$$

$$P(\overline{A}\cap B)=\frac{27864}{244600}\approx 0,114 \qquad P(\overline{A}\cap \overline{B})=\frac{19283}{244600}\approx 0,079$$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{100306}{197453}\approx 0,508 \qquad P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap \overline{B})}{P(A)}=\frac{97147}{197453}\approx 0,492$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{27864}{47147}\approx 0,591 \qquad P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{19283}{47147}\approx 0,409$$



پ –

ونې لپاره باوري تولواحتمالواليو شميرنه

$$P(B)=\frac{128170}{244600}\approx 0,524 \qquad P(\overline{B})=\frac{116430}{244600}\approx 0,476$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{100306}{128170}\approx 0,783 \qquad P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{27864}{128170}\approx 0,217$$

$$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{97147}{116430}\approx 0,834 \qquad P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{19283}{116430}\approx 0,166$$

ت -

یو	$P(\overline{A}) \approx 0,193$	توکلي تاکل شوی کسان د19,3% یوه احتمالوالي سره له ختیزو ایالاتو څخه دي
دوه	$P(B) \approx 0,524$	توکلي تاکل شوی کس د 52,4% یوه احتمالوالي سره ښځینه دی.
درې	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) \approx 0,409$	که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس له ختیز څخه راځي، نو دا د 40,9% یوه احتمالوالي سره نارینه دی.
څلور	$P_B(A) \approx 0,783$	که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس ښځینه دی، نو دا د78,3% احتمالوالي سره له لودیزه راځي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی II

لومړی –

د یوه تلوېزیون ګرانښت دې ازمایل شوی وي. یوه چټکه ټولپوښتنه لاندې نتیجې ورکوي:

دلیدونکو 30%، چې خپرونه يې لیدلې ده، 25کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه 50% او له پاتو لیدونکو (له 25کالوځګ) څخه 80% مثبت نظر لروده.

الف - د شی اړیکې په یوه څلور-تخته ییز جدول کې انځوز کړئ. پیښې وکاروئ (د هغو د برعکس پیښو سره):

A : کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروګرام څخه مثبت نظر لري

ب – ونه دیاګرام ووکاړئ او معکوسه یا سرچپه ونه.

ډ ټولو تارونو احتمالوالی وتاکئ.
پ – څورمه % لیدونکي، چې له هغوپوهیږو، چې دوی د خپرونې په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

ت – څو په % لیدونکي، چې له هغوپوهیږو، چې له 25 کلنو زاړه دي ، د خپروني مثبت نظر نه لروده؟

ټ – د شمېرني له لارې و ازمایی چې ایا پېښه B له پېښې A خپلواکه ده.

دویم – د دریمې نړۍ په یوه هیواد کې 1% وګړي په یوه ټاکلي ساري ناروغتیا ناروغ دي. یو ازمايیښت په ریښتونی ناروغ شوي ناروغتیا ټیک 98% ښایې. متأسفانه چې ازمايیښت 3% روغ ناروِ غ ښايي.

الف – دا شي اړیکې په یوه څلورتخته یز جدول کې انځور مړی. پېښې وکاروی(د هغو د برعکس پیښو سره):

K: ازمایښت شوی کس ناروغ دی

T: ازمايیښت نتیچه مثبت ده (کس ناروغ و ازمایل شو).

ب – ونه دیاګرام رسم کړی او د هغهپه څټ یا برعکسونه.

ټول تاراحتمالوالي وشمیری.

پ – په څومره احتمالوالي سره د یو توکلي تاکلي کس تست مثبته (زیاتیزه) نتیجه ښايي؟

ت – د کوم احتمالوالي سره یو د مثبت ازمايیښت په حیث کس په رښتیا هم ناروغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړی.

ټ – د کوم احتمالوالي سره یو منفی ازماېښت په حیث کس روغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړی

دریم - په یو ه مسلکي ښونځي کې ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کیږي چې ایا دوی سګرټیان دي، که نه. د پوښتنو نتیجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارینه) څخه وویل چې سګرټ سکوونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځینه) وویل چې دوی سګرټ نه سکوي..

الف – د شیاړیکې په یوه څلور-تختخ ییز جدول کې انځور کړی. پېښې وښایی(د برعکس پېښو سره):

A : کس نارینه دیی

B : کس سګرټ سکوي.

ب – د کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکلی کس ښځینه او سګرټ نه سکوونکی دی.

پ – یو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې یوه زده کوونکې وینې. دکوم احتمالوالي سره دا زده کوونکې سګرټ نه سکوونکې ده؟

ت – و څیړی، چې ایا دا نتیجه،، نارینه،، او دانتیجه،، سګرټ سکوونکي،، یو د بل په واک کې نتیجې دي.

ځوابونه

شرطیز احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف –

A : لیدونکی $25 \leq$ کالونه عمر لري

A‘ : لیدونکی $25<$ کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده یا نظر نه لري.

B‘ : لیدونکی له خپروني منفي نظر لري.

د% 30 لیدنکو چې له ۲۵ کم عمر لري. لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(A) = 0,3$$

د70% لیدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = 0,7$$

د ۲۵ کاله څخه کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د ۲۵ کاله څخ کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د ۲۵ کاله څخه ستر د لیدونکو څخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right)=0,8\cdot 0,7=0,56$$

د څلور تخته ییز جدول دا پاتې(باقي) کیدی شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو څخه وشمېرل شي.

$$P\left(B\right)=0,15+0,56=0,71$$

$$P\left(\overline{B}\right)=1-0,71=0,29$$

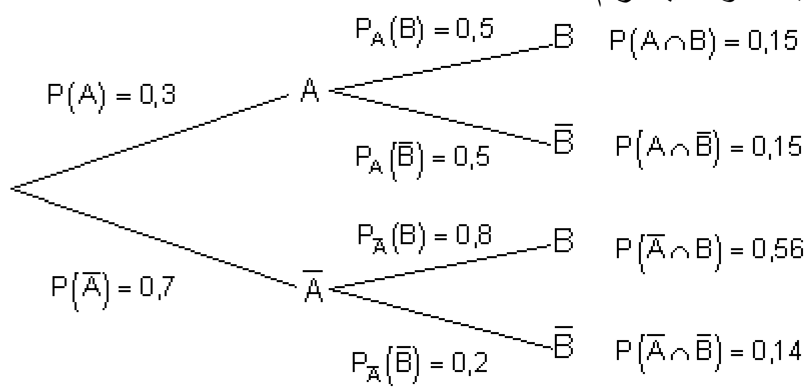
$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0,29-0,15=0,14$$

څلور تخته ییز جدول

	B (Meinung positiv)	$\overline{B}$ (Meinung negativ)	
$A(\leq 25)$	0,15	0,15	0,3
$\overline{A}(>25)$	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کيڼ: نظر مثبت دی، نظر منفي دی

ب – ونه دیا گرام

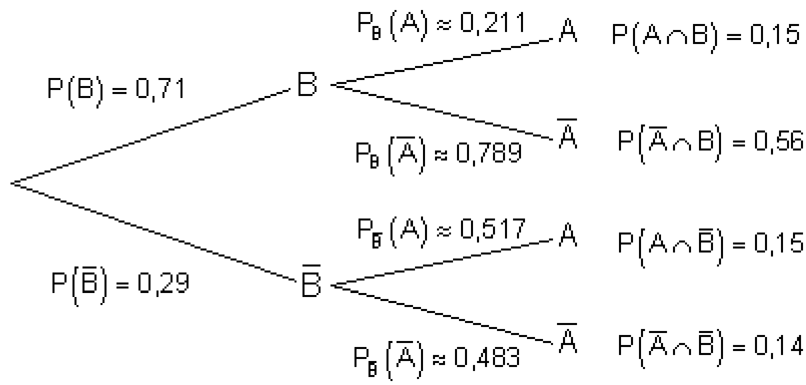


د ټولو غوره احتمالوالیو لپاره شمdرنه.

$$P_A\left(B\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,15}{0,3}=0,5 \qquad P_A\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,15}{0,3}=0,5$$

$$P_{\overline{A}}\left(B\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,56}{0,7}=0,8 \qquad P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,14}{0,7}=0,2$$

په څټ یا برعکس ونه :



د ټولو غوره احتمالوالیو لپاره شمیرنه.

$$P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{0,56}{0,71}\approx 0,789 \quad P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,15}{0,71}\approx 0,211$$

$$P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0,14}{0,29}\approx 0,483 \quad P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0,15}{0,29}\approx 0,517$$

ث	$P_B(\overline{A})\approx 0,789$	له ټولو لیدونکو څخه،له کومو چې پوهیږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري ، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.
ت	$P_{\overline{A}}(\overline{B})=0,2$	له ټولو لیدونکو څخه،له کومو چې پوهیږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپرو نې په هکله منفي نظر لري .

ټ - B له A خپلواکه ده، که $P_B(A)=P(A)$ باور ولري

$$\begin{matrix} P_B(A)\approx 0,211 \\ P(A)=0,3 \end{matrix} \Rightarrow P_B(A)\neq P(A)\Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی یا طابعیت.

د B نتیجه د A له نتیجې څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلویزیون خپرونې په هکله وثبت نظر د لیدونکو د عمر په واک دی.

دویم –

الف –

K : ازمایل شوی کس ناروغه دی.

$\bar{K}$: ازمایل شوی کس روغ دی.

T : د ازماښت نتیجه مثبت ده (کس د ناروغ په څیر و ازمایل شو).

$\bar{T}$: دزامايينت نتیجه منفي ده(کس د روغ په څیر وازمایل شو).

1% انسانان ناروغه دي => P(K) = 0,01 .

انسانان روغ دي $P(\bar{K})=0,99$.

ازماښت ښايي نارغتيا دِ 98% ریښتوني ناروغانو لپاره تیک ده.

$$\Rightarrow P(K\cap T)=0,98\cdot 0,01=0,0098$$

ازماښتِ د3% روغ همِ ناروغ ښايي

$$\Rightarrow P(\bar{K}\cap T)=0,03\cdot 0,99=0,0297$$

د څلورتخته ییز جدول پاتې ارزښتونه کیدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو ارزښتونووشمیرل شي.

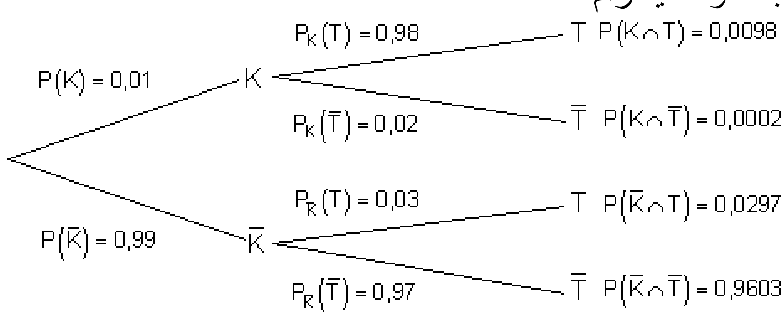
$$P(T)=0,0098+0,0297=0,0395$$
$$P(K\cap\bar{T})=0,01-0,0098=0,0002$$
$$P(\bar{K}\cap\bar{T})=0,99-0,0297=0,9603$$
$$P(\bar{T})=1-0,0395=0,9605$$

څلور تخته ییزه جدول:

	T (positiv)	$\bar{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\bar{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پښتو ، له کېن کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي

ب – ونه دیاګزام

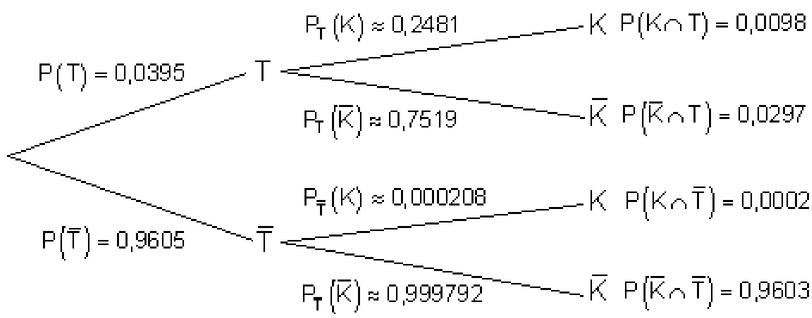


د ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه.

$$P_K(\overline{T}) = \frac{P(K \cap \overline{T})}{P(K)} = \frac{0{,}0002}{0{,}01} = 0{,}02 \quad P_K(T) = \frac{P(K \cap T)}{P(K)} = \frac{0{,}0098}{0{,}01} = 0{,}98$$

$$P_{\overline{K}}(\overline{T}) = \frac{P(\overline{K} \cap \overline{T})}{P(\overline{K})} = \frac{0{,}9603}{0{,}99} = 0{,}97 \quad P_{\overline{K}}(T) = \frac{P(\overline{K} \cap T)}{P(\overline{K})} = \frac{0{,}0297}{0{,}99} = 0{,}03$$

په ځتې یا برعکس ونه:



ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه

$$P_T(K) = \frac{P(K \cap T)}{P(T)} = \frac{0{,}0098}{0{,}0395} \approx 0{,}2481$$

$$P_T(\overline{K}) = \frac{P(\overline{K} \cap T)}{P(T)} = \frac{0{,}0297}{0{,}0395} \approx 0{,}7519$$

$$P_{\overline{T}}(K) = \frac{P(K \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{0{,}0002}{0{,}9605} \approx 0{,}000208$$

$$P_{\overline{T}}(\overline{K}) = \frac{P(\overline{K} \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{0{,}9603}{0{,}9605} \approx 0{,}999792$$

پ –

پ	$P(T) = 0{,}0395$	د یوه توکلي ټاکلي کس ازماېښت د0,0395 یوه احتمالوالي سره یوه مثبته نتیجه ښایي.
ت	$P_T(K) \approx 0{,}2481$	یو کس چې له هغه پوهیږو، مثبت ازمایل شوی د 0,2481 یوه احتمالوالي سره په ریښتوني هم ناروغ دی.

		کومنتار: د نړدې 25% نتیجه کفایت بخښونې نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمایل شوي په رینتیني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمایل شوي روغ دي. هیله به داوي، چې ازمایینت بنه شي.
ټ	$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right) \approx 0,999792$	یو کس(ښ) چې له هغه پوهیږو منفی ازمایله شوې 0,999792یو احتمالوالی دی په ریښتونې هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمایلشوي کسان په رښتوني ناروغ دي.

دریم -

الف – A : کسان نارینه دي.

$\overline{A}$: کسان ښځینه دي.

B : کسان سګرټ سکوونکي دي.

$\overline{B}$: کسان سګرټ نه سکوي.

څلورتخته ییزه جدول

	B (Raucher)	$\overline{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\overline{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674}=1$

ب –

ب	$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=\frac{250}{674}\approx 0,371$	یو توکلي ټاکلی کس د 0,371 یوه احتمالوالي سره ښځینه او سګرټ نه سکوي.
پ	$P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{\frac{250}{674}}{\frac{381}{674}}=\frac{250}{381}\approx 0,656$	یو کس، له کوم چې پوهیږو ، هغه ښځینه دی، د 0,656 یوه احتمالوالي سره سګرټ نه سکوي.

ت - که باور ولري: $P_A(B)\neq P(B)\Rightarrow A$ نو د B په واک کې ده.

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}}=\frac{82}{293}\approx 0{,}28 \quad\Rightarrow\quad P_A(B)\neq P(B)$$

$$P(B)=\frac{213}{674}\approx 0{,}316$$

نتیجه A : ،، نارینه،، او B : ،، ښځینه،، یو د بل په واک کې دي.

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګڼلو(شمیرلو) ستراتیژي له لارې

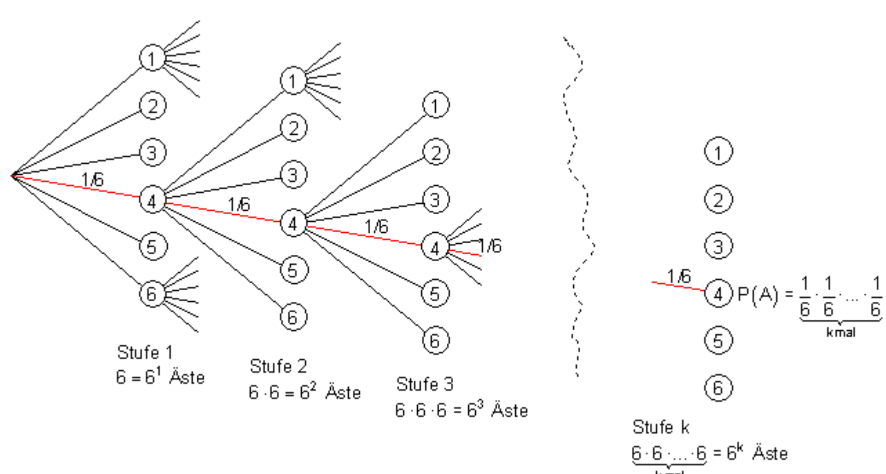
دا تراوسه د احتمالوالي شمیرنو دندې په څرګنده توګه داسې په د لېدنېزو نتیجه ونو کې وکارول شوې یا استعمال شوې. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري.
دا همدا اوس ځانله د یوه سترګېز مکعب څو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي.
بیلګه : یو سترګیز مکعب k - ځله غورځول کیږي. د مرتبانمودل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له ۱ تر ۶ نومونه خوندي لري k -ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وسل شي.

A : د هر ځل د مکعب ګوزارولو سره یو 4څلور لاس ته راځي.

الف – د هر k غورولو سره احتمالوالی څومره لوی چې یو4 را ووځي؟

ب - نتیجه ډېرى(-سټ) څومره توکي لري(د ټول امکاناتو تعداد یا ګڼون)

حل (اوبی)



الف-   دا چي دا تجربه يوه د لاپلاس – تجربه ده، چېرته چي د ټولو نتيجو لپاره برابر احتمالوالی نيول کېدی شي (يا فرض کېدی شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چي د هر ي پوړۍ سره يو 4 لا راشي:

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{6}}_{k\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^k = \frac{1}{6^k}$$

ب – په ونه دياګرام کي د ښاخونو تعداد به هر ه پوړۍ سره شپږ واره کيږي، نو د k - پوړيو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 6}_{k\ mal} = 6^k$$

ښاخونه دا ټيک د ټول احتمالوالو امکانات دي.

دا د امکاناتو تعداد کېدی شي د يوګونو پېښنو نتيجو له لارې بيدا کړو. د دې يوګونو نتيجو لپاره باور لري: $P(e_i) = \frac{1}{6^k}$

دا چي د ټولو پيښنو د احتمالوالو جمعه بايد ۱ وي، له دې څخه کېدی شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x \cdot \frac{1}{6^k} = 1 | \cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6^k}}$$

که دا قانونيت داسې ټوليز شي، چي سړی وايي:

په يوه مرتبان کي   همډوله n غونډاري (غونډوسکي)پراته دي د ګڼو(شمېرو) ,1, 2 n ,... سره، چي k ځله د بېرته ور اچولو سره راوستل کيږی، نو د امکاناتو تعداد n^k دی.

جمله : د يوې ډېرۍ دn مختلفو توکو څخه دk - ځله را وستلو سره $\underbrace{n \cdot n \cdot \ldots \cdot n}_{k-mal} = n^k \quad \left(n, k \in N^*\right)$

منظم نمونه ازماينيت د بيرته وراچولو سره لاس ته راځي.

بېلګه :   د فوټبال شرط (توتو) اېښووني پاندې د یوې اونۍ اخر کې باید د 11 لوبو لپاره وړانوېینه وشي، چې د کور ټیم کټي (Tipp: 1) یا میلمه ټیم (Tipp: 2) یا دواړه ټیمونه مساوي پاتیږی (Tipp: 0) .

الف – د یوې توتو(شرط) پاڼې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب – د یوه ټیپ د 11 ټیکو راوستلو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

حل (اوبی): الف – د مرتبانمودل سره Modellierung کونه:

یو مرتبان درې غونداري یا غودوسکې لري د درې ګڼو یا نمرو 1 ;0 او 2 سره. یولس ځله د بېرته اېښوونې سرا راوستل کیږي.

$n = 3$ نتیجه ډېرۍ (نتیجه سټ) د یوې وستنې لپاره : $E= \{0,1,2\}$

$K =11$ دا تصادفي تجربه 11- پوړیزه ده.

د ممکنه نتیجو تعداد: $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټیکو یا رښتیا 11 سره فقط یو امکان شتون لري، نو د دې لپاره احتمالوالی دی: $\frac{1}{177147}$

تمرین :

د یوه بایسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک یو له بل خوزنده کړیو ، چې هر یو 6 ارزښت ځایونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د یوه کره ټاکلي اعدادو کمبینېشن سره وازیږي. څومره ځایونه (د اعدادو کمبینېشن) دا د بایسکل قلف اري او احتمالوالی یې څومره لوي دی، چې د لومړي ځای په ځای کونې یا وازولو ازماېښت سره قلف واز کړي؟

حل (اوبی)

تمرین: له الماني (انګریزي؟) الفبا 26 تورو په پټو سترګو یو په بل پسې درېواره توري راوستل کیږي. څومره احتمالوالی شتون لري چې همغه یو توری درې واره راوه وستل شي؟

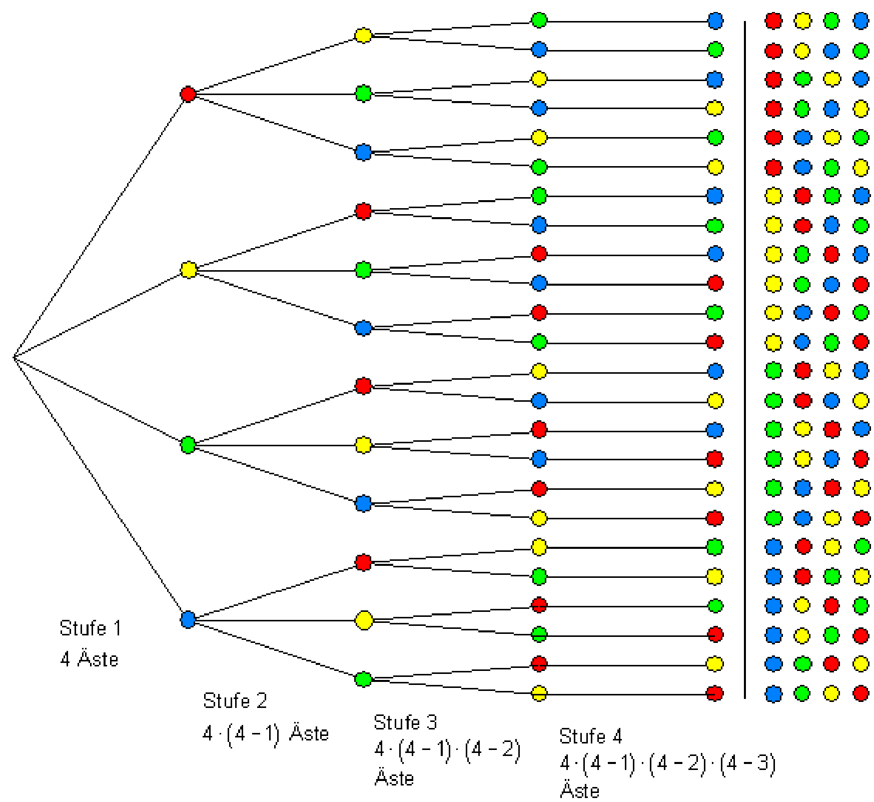
حل (اوبی) منظم نمونه ازماېښت بې له بیرته وراچولو

بېلګه : په یوه مرتبان کې 4 غونداري د ځلورو رنګونو سره و زیړ، شین او اسماني سره پراته دي.

یو غونړاری راوستل کیږی او ګنه یې لیکل کیږي، غونداری ځنګ ته ږدي او دابرسه تکراریږي.

ټولیز ځلور 4 راوستنې ممکن دي.

نتیجه دېری یا ــسټ څومره توکي خوندي لري (د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دیاګرام ځخه چې په ساده توګه لیدل کیږي، له یوې پوړی ځخه و بلې پوړی ته د ښخونو تعداد په 1کمیږی.

د امکاناتو تعداد دی: $\cdot(4-1)\cdot(4-2)\cdot(4-3) = 4\cdot3\cdot2\cdot1 = \underline{\underline{24}}$

دا دونې دیاګرام ځخه لیدلې قانونمندي کېدی شي ټولیزه شي.

که یو مرتبان د n غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګنه شوي (نمره شوي) له1 تر n پورې او k راوستني سرته و رسوي بې له بېرته وراچوني، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

یو ضرب (حل) ، کوم کې چې هر پرلپسي ضریب (ځلوونی یا ځلکېدونی) ، نو دا فاکولتي یا فاکتوریل بلل کیږی.

که ولرو .4.3.2.1 ، نو 4- فاکلتي یا 4 - فاکتوریل بلل او دسي يې لیکو: !4 .

له دې امله د عددn لپاره باور لري:

$$n!= n.(n-1).(n-2)....3.2.1$$

(!nلوستل n - فکلتي یا n -ضريبونه)

$(n.k)!=n-k).(n-k-1).(n-k-2).(n-k-3). ... .3.2.1$ او یا په لنډ بنه

$$(n-k)!=(n-k)....3.2.1$$

دا افاده یا وېینه $n.(n-1).(n-2)...(n-k+1)$ کېدی شي په لاندې توګه بنه بدل کړو:

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) \cdot (n-k) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله :

د یوې ډېری د n مختلفوتوکو څخه د k - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازماېښت بې لهبېررته ور اچوني.

کره کېدنه: 1 =!0 او 1=!1

بیلګه :

یو د شمېروني یا کمپیوټر پروګرام ي یوه پاس وورت سره ساتلی دی. دا له 4 مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف – څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب – د کوم احتمالوالي سره کېدی شي دا کود واز شي؟

حل (اوبی):

الف – ټول د البا26 توري ټیک یو ځل په اختیار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره ټول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دویم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسې نور یا داسې پسې. دا یوه منظمه نمونه ازمایښت دی بې له بېرته وراچونې څخه. له $n = 26$ تورو $k = 4$ توري راوستل کیږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټیک یو رښتونی یا ټیک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسې ترلی شمېرل کیږی:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0{,}000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرین :

په یوه لاترۍ لوبې کې لاتري ټکټونه له ګڼې 1 تر 6 شتون لري. یو لوبه کوونی یو په بل پسې درې ټکټونه راباسي. که پرلپسې په ترتیب د ګڼو 2, 4 او6 ټکټونه وکاږي، نو ګټلې یې ده. د یوې ګټنې لپاره احتمالات وشمېری.

حل:

نا منظم نمونه ازمایښت بې له بیرته وراچونې

بېلګه

د لوټري عددونو وستلو کې په ټولزه توګه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کیږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

د منظم نمونه ازمایینت د امکاناتو تعداد دی:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$$

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کمیږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه یا څومره زیات تنظمیږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36 ,22 ,17 ,12 ,3 او 41 راووستل شي، نو کېدی شي دا په 36 ,3 ,41 ,22 ,17 او12 په بڼه هم تنظیم کړي. دا د ګټنې لپاره پې معنا دی. د دې لپاره چې د لوټو لپاره ممکنه تعداد را پیداکړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. یا په ډول افاده کړي (ویېلی)، موږ باید یېداکړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنطمیدی شي.

حل یا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کیږي.

پهیوه مرتبان کې n = 6 توپونه یا غونډاري پراته دي د ګڼې1 تر6 پورې. که اوس په پرلپسې په ترتیب(بې له بېرته وراچونې) k = 6 ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{6!}{(6-6)!}=\frac{6!}{0!}=\frac{6!}{1}=\underline{\underline{6!}}$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو n توکو را وستل تر هغې دوام لري(بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،،پوره راپورته کونې یا ،، پوره پورته کونې،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کېn = k دی.

د n مختلفو توکو لپاره پوره نظم .n! Vollerhebungen شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېرۍ د n مختلفو توکو سره کېدی شي چې ځان په !n مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوټو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړنې لاندې نیولي وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کیږي، نو باید دا ممکنه تعداد په !6 ووېشل شي.

د دې سره به په لوتو کې چې6 تیک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{49!}{6!\cdot 43!}=\frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=\underline{\underline{13.983.816}}$$

بیلګه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه4 کارتې راوستل کیږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلورواړه راوستل شوې کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازمايېښت نه د بېرته ايښوولو سره

n=32; k=4 له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{32!}{4!\cdot 28!}=\frac{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=35960$$

$$P(A)=\frac{1}{35960}\approx\underline{\underline{0,000028}}$$

تمرين :

د یوه 32کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کیږي.
د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې 8 ـــواړه د پښې کاتې دي؟
د دې غوره غوښتنو لپاره یو جبشمېرونی شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمې لري،
دا شمېرونی داسې شمېرعملیې ډېرې ساده کوي:
د تکساس الې یا جبشمېرې د تکمو TI - 30 eco RS لپاره د بېلګې په تګه باور لري:

	ځانکړی		تولیز
2^8	$\boxed{2}\boxed{y^x}\boxed{8}\boxed{=}\boxed{256}$	n^k	$\boxed{n}\boxed{y^x}\boxed{k}\boxed{=}\boxed{\ldots\ldots}$
$\frac{26!}{(26-4)!}$	$\boxed{26}\boxed{2nd}\boxed{nPr}\boxed{4}\boxed{=}\boxed{258800}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\boxed{n}\boxed{2nd}\boxed{nPr}\boxed{k}\boxed{=}\boxed{\ldots\ldots}$
$\binom{32}{4}$	$\boxed{32}\boxed{2nd}\boxed{nCr}\boxed{4}\boxed{=}\boxed{35960}$	$\binom{n}{k}$	$\boxed{n}\boxed{2nd}\boxed{nCr}\boxed{k}\boxed{=}\boxed{\ldots\ldots}$
$4!$	$\boxed{4}\boxed{x!}\boxed{=}\boxed{24}$	$n!$	$\boxed{n}\boxed{x!}\boxed{=}\boxed{\ldots\ldots}$

ټولګه:

د k توکو نظم : د امکاناتو تعداد: $k!$

منظمي نمونه ازماېښت دبېرته اېښووني سره يا بېرته وراچوني سره:

د امکاناتو تعداد : n^k (k -ځله وباسی)

منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني سره:

د امکاناتو تعداد: $\frac{n!}{(n-k)!}$ (k- ځله وېستل)

نا منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني سره:

د امکاناتو تعداد: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k -ځله راوېستنه)

باور لري : $o!=1!=1$ او $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ مګر $\binom{n}{1} = n$

حل : د يوه بايکسکل قلف(د عددونو قلف يا کلپ) له څلور يو له بل خپلواک څرخيدونو څرخونو څخه جوړ دی، چي هر يو يې شپږ څيفرونه يا عددونه(له۱ - ۶) لري(څيفر : بنستعددونه له ۰ تر ۹ پورې).دا قلف فقط په يوه ټاکلي عددکمبينيشن وازېدی شي. څومره ځايونه(د اعدادو کمبينيشن) دا د بايسلکل قلف لري او احتمالوالی يې څومره لوي دی، چي په لومړي ځل ځای اينبوونه کي دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

يو مرتبان $n = 6$ غونډاري (غوډوسکي يا باغکي يا تشلي) لري د 1 څخه تر 6ګڼو. $k = 4$ –ځله راوستل کيږي د بيرته وراچوني سره.

د اعدادو کمبينيشن کولو تعداد دی: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$

د یوه ازمایښت سره احتمالوالی.

تیک کمبینیشن چې پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو(لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترګو یو بل پسې درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چې درېواره همغه توری راوباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان $n = 26$ غونډاري خوندي لري له تورو A تر Z پورې .

اوس $k = 3$ ځله راوښتل کیږي له بېرته وراچوني سره.

د اعدادو (ګڼونو) کمبینیشن تعداد دی: $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلګې په توګه ۳ واره توکی A دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله B همداسې c یا یو بل توری وښتل کیږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د26 تورو سره په ټولیزه توګه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتملوالی چې درې برابر تورو راوباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:
د شرط په یوه مرتبان کې شپږ لاتري شتون لري ، چې له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه کوونکی یا شرط اینونکی درې نمرې په پرلپسې توګه راباسي، چې نمره ۲و۴و او ۶ لري، نو ده په دې توګه وګټله. د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کیږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې وړلو یا ګټلو ته مو بیایي، دا په نامه د عددونو پرلپسې6 ,4 ,2 . دایوه منظمه نمونه- ازماېښت دی بې له بېرته اچولو. له $n = 6$ عددونو څخه $k = 3$ عددونه راوېستل کیږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1} = 6\cdot5\cdot4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0{,}0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې ۸ واړه د پښې کارتې راووستل شي؟

$n=32$; $k=8$ له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{32!}{8!\cdot24!} = \frac{32\cdot31\cdot30\cdot29\cdot28\cdot27\cdot26\cdot25}{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتيژيI

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه(دکود پیداکوونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنخښې(Ziffern) تولیدوي یعنې د کود نمره.

دا د ــځایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ټول اعداد ناجوړه) طاق) دي

B : فقط اعداد0 او 1 منځ ته راځي.

C : عدد يو ،،هندارونکی،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دويم او دريم عددونه مساوي دي.

دويم-

په يوه مرتباکې ۶ سره او ۴ سپين غونډاري (کېدی شي دا باغکې (تشلې)و بولی) براته دي. يو په بل پسې ۵ غونډاري راوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: لومړی ټول سپين او بيا ور پسې يوه سور غونډاری.

: لومړی غونډاری سپين دی.

: په بدله توکه توګه سپين او سره غونډاري راوستل کيږي.

دريم – په يوه مرتبان کې په ګڼه (نمرو)سمبال 25 توپونه شتون لري (عددونه له 1 تر 25). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونډاري راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په5 وېشوړ دي.

: د څلورو عددونو زياتون يا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم – څلور ملګري سينماته ځي. دوی په يوه قطار کې يو د بل تر څنګ 4 نمره شوي يا په ګڼه شوي ځايونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملګرو تر منځ کښيني.

: تور او برګ غاړو (دباندې) ته کښيني.

: تور او برګ يو د بل تر څنګ کښېني.

پنځم - د 6, 5, 4, 3 تيکو لپاره په لوتو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکی او ستاسو تګلار تشريح کړئ.

: په لوتو کې 6 تيک .

: په لوتو کې 5 تيک.

: په لوتو کې 4 تيک.

: په لوتو کې 3 تيک يا صحيح.

شپږم – د يوې غاړکۍ د پېرلو لپاره سرې، اسماني او شنې مرغلرې په واک کې لرو. شپږ مرغلري پېرل کيږي. د لاندې پېښنو پاره احتمالوالی څومره لوي دی،ګه رنګونه په خوښه وټاکل شي؟

: سره مرغلره منځ ته نه راځي.

: دا لومنۍ درې مرقلرې شنې دي.

: يوپه بل پسې تل سرې او شنې مرغلرې راځي.

اوم -
د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفې وېشل کيږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟
: څانګه دا1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جايزې ګټي.
: څانګه، لښته او زرغونه هره يوه يو ه جايزه ګټي.
: څانګه جايزه نه ګټي.
: دا درې نجونې څانګه، لښته اوزرغونه جايزه ه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادې (مفتې) کارتې وېشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښحينه زدهکوونکو نومونه ليکل کيږی او پاڼې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0, 1, 2, 3, 4) , 5 ازادې کارتې نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

: نجوني 5 ازادي كارتي لاس ته راوړي.
: نجوني 4 ازادي كارتي لاس ته راوړي.
: نجوني3 ازادي كارتي لاس ته راوړي.
: نجوني2 ازادي كارتي لاس ته راوړي.
: نجوني1 ازادي كارتي لاس ته راوړي.
: نجوني هيڅ ازادي كارتي لاس ته راوړي.

نهم - د ازمايني په 10 ممكنه موضوعاتو باندې بريكړه شي. له دې درې په ازموينه كې پوښتل كيږي. يو ازماينتى (هغه زده كونكى/ې چې ازمايل كيږي) فقط 6 له 10 موضوعاتو زده كوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالى څومره لوي دى؟
A : ازماييښتي له درې تاكل شوو موضوعاتو ته چمتوالى نه دى كړى(ځان نه دى چمتو كړى)
B : ازماييښتى له دې درې ټاكلو موضاتو څخه يوې ته جمتووالى نيولى.
C : : ازماييښتى له دې درې ټاكلو موضاتو څخه دوه وو ته چمتووالى نيولى.
D : ازماييښتى ټولو درې ټاكلو موضواتو ته چمتووالى نيولى.

حلونه (اوبيوني)

نمونه ازماښت او د ګټلو ستراتيژي I
مفصل حلونه

لومړى –
مودل : منظم نمونه ازماښت د بېرته ور اچوني سره
د ټول امكاناتو تعداد:
د هرو 4 ځايونو لپاره 10 ممكنه عددونه (0 تر 9) شته. له دې سره 10.000 عددونه انځوربدلاى شي.
- ټول عد ونه ناجوړه (طاق) { 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } دي. د A لپاره دامكاناتو تعداد5^4 دى.
له دې سره دى :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالى چې ټول عدونه ناجوړه (طاق)دي.

- فقط عددونه 0 او1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 } دB لپاره د ممكنه تعداد2^4 دى

له دې سره دی: $P(B)=\frac{2^4}{10^4}=\frac{1}{625}=0,0016$

د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

- فقط هندارونې اعداد منځ ته ارځي یعنې [xy|yx] . لومړی او دویم عدد ازاد یا خپلواک ټاکل کیږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو عداد 10^2 دی.

له دې سره دی: $P(C)=\frac{10^2}{10^4}=\frac{1}{100}=0,01$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ننبه شوېیا ښوول شوی عدد هنداره شوی عدد دی.

دویم –

مودل : منظم نمونه ازماېښت بې له بېرته اچولو سره

6 سره او4 سپین غونډاري $n=10$ غونډاري راکوی.، $k=5$ ځله وستل کیږي بې له بېرته ایښونې.

له دې سره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{10!}{5!}=30.240$

- فقط سره غونډاری راوستل کیږي

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{6!}{1!}=720$

له دې سره دی: $P(A)=\frac{720}{30.240}=\frac{1}{42}\approx 0,0238$

د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راو وستل شي.

- لومړی ټول سپین غونډاري اوبیا یو سور.

د ټولو امکاناتو تعداد دی : $\frac{4!}{0!}\cdot\frac{6!}{5!}=4!\cdot 6=144$

له دې سره دي : $P(B)=\frac{144}{30.240}=\frac{1}{210}\approx 0,00476$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپین او بیا ي، سور غونډاری راووستل شي.

- لومړی غونډاری سپین دی (داپه دې معنا چې 4 ,.3 ,.2 او5 په خوښه دي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:$4.9.8.7.6=12096$

له دې سره دی: $P(C)=\frac{12.096}{30.240}=\frac{2}{5}=0,4$:

د دې لپاره احتماوالی، چې په لومړی راوستنه سپین غونډاری راو وستل شي.

- رد بدل سپين او سور راوستل کيږي. (wrwrw) يا (rwrwr) . (د سپين لپاره w او سره لپاره r توري ځای په ځای کيږي).

د D لپاره دامکاناتو تعداد دی: 4.6.3.5.2+6.4.5.3.4=2160

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې ردبدل سپين او سره غونډاري راووستل شي.

دريم –

مودل : نامنظم نمونه ازماينتونه بې له بېرته وراچونې سره اويا په يو ځل راوستل:

دا د په 5 وشوړ عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25

د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

–
– ټول اعداد په 5 وېشوړ دي.
– د په 5 وېوړ اعدادو تعداد5 دی.

له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد يې دی.

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا دA منځ ته راتګ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره اد حتمالوالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وېشوړ وي.

– ټول عددونه جوړه دي.

جوړه يا جفت اعداد دي: 24, 22, 20, 18, 16, 14, 12, 10, 8, 6, 4, 2

د جوړه اعداد تعداد 12 دی.

د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0,0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را و وستل شي.

– د4 اعداد جمعه له 12 کوجنی ده.

$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$

$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$

د پېښې C لپاره فقط 2 امکانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0,000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4عددونه راوه وستل شي چې جمعه یې له 12 کوچنی ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

4.6.3.5.2.+6.4.3.4=2160

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کیږي، چې ضرب یې12 دی.

څلورم - مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعداد چې 4کسان په 4 ځایونو ځای په ځای کړو!4 دی.

- س د دوه ملګرو تر منځ دی.

هغه دوه امکاناتلري : xSxx یا xxSx (دویمه چوکی یا دریمه)

دا درې نور ملګري !3 امکانات لري.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد 12= !2.3 دی.

له

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملګرو ترمنځ کښیني.

- س او ک دباندې لور ته کښېني.
یا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملګري هم.
له دې سره د B لپاره دامکاناتو تعداد 4 = 2.2 دی.
له

$$t\ P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6}$$

سره د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک دباندې لور یا څنګونو ته کښېني.
- س او ک ترڅنګ کښېني.
یعني SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا 6 امکانات دي.
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.
د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.
له دې سره

$$P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک څن؛ تر څنګ کښیني

پنځم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچولو.
یا په یو ځل راوستل.
د امکاناتو تعداد6 عددونه له ټول 49 عددونو څخه چې چلیپا کړو دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 13.983.816$$

- په لوتو کې 6 ټیک یا رښتیا.
د امکاناتو تعداد 6 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 0 عددونه له 43 نا ګټونکي عددونو دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0} = 1\cdot1 = 1$$

دا د A ننوتنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره دی

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 6 ګټوني عددونه چلیپا شوي دي(ټیک 6)
- په لوتو کې 5ټیک

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چلیبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}=6\cdot 43=258$$

دا د B د رامنځ ته کېدني لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}}=\frac{258}{13.983.816}\approx 0{,}000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې 5 ګټونکي عددونه چلیپا شوي(5ټیک یا صحیح دی)
- په لوتو کې 4 ټیک یا صحیح

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چلیبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42}{2\cdot 1}=13545$$

د C د منځ ته راتګ لپاره دامکاناتو تعداد دی.
دا

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0{,}000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي (4 ټیک)
- په لوتو کې 3 ټیک
د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 3 عددونه له 43 نا کټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42\cdot 41}{3\cdot 2\cdot 1}=246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.
له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0{,}0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي(3 تیک) شپږم –

مودل : منظم نمونه ازمایښت د بیرته ور اچوني سره.

د رنګ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنګ برابر احتمال لري.

د مرغلرو لپاره درې رنګونه په اختیار کې لرو ،

له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد $729 = 3^6$ دی.

- سور رنګ نه رمنځ ته کیږي. دا چې فقط دوه رنګونه راوتل کیږي، نو د امکاناتو تعداد $2^6 = 64$ دی.

د A لپاره امکانات دي : $2^6 = 64$

له دې سره لرو:

$$t\,P(A)=\frac{64}{729}\approx 0{,}0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.

- لومړي درې ازمایښتونه شنه دي.

له دې سره اخرني درې په خوښه ټاکل کیدای شي.

یعنې یو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورو دریو لپاره.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.3^3 = 27$

له دې سره

$$P(B)=\frac{27}{729}=\frac{1}{27}\approx 0{,}0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

- مرغلرې تبدیلی سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg یا grgrgr.

د C لپاره امکانات دي:2

له دې سره

$$P(C)=\frac{2}{729}\approx 0{,}00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې یوبل پسې سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونه ازمایښتونه بې د بېرته ور اچوني سره .

د امکاناتو تعداد دی: 720 =10.9.8
- ځانګه (لومړۍ جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه(دریمه جایزه)
د لپاره د امکاناتو تعداد دی : 1
له دې سره

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانګې 1-جایزه، لښتې 2.جایزه او زرغونې 3-مه جایزه لاس ته راوړې.
-ځانګه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه ګټي
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 6 = !3
له دې سره

$$t\,P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی ی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه یوه جایزه ګټي او ځانګه جایزه نه ګټي.
- ځانګه جایزه نه ګټي.
د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:9.8.7
د دې سره

$$P(C) = \frac{9\cdot 8\cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانګه جایزه نه ګټي.
D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه ګټي.
د D لپاره احتمالوالی دی:210 = 7.6.5
له دې سره

$$t\,P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0{,}293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه ګټي.:
اتم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.
یا د یوه وار سره راوستنه.
د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0د هلکانو).
له ټول ۱۳ پاڼو څخه چې ۵ پاڼې د نجونو نومونو سره او له ۱۲ پاڼو څخه چې 0 پاڼې

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعدد دی:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0{,}0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې5 مفتي کارتې دنجونو ته ځي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0{,}161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

C - 3پاڼې نجونو ته ځي(2 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 3 د نجونو په نامه او 2 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا دC د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx0{,}355$$

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0{,}161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

D - 2پاڼې نجونو ته ځي(3 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot12}{2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}=17160$$

دا دD د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx0{,}323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

E -1پاڼه نجونو ته ځي(4 پاڼې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}=13\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E)=\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}}=\frac{6435}{53130}\approx0{,}121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

F -0پانې نجونو ته ځي(5 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}=1\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(F)=\frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}}=\frac{792}{53130}\approx0{,}0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

نهم –

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني سره.

یا په یوه ځل راوستنه.

د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کیږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6لپاره زده کوي. له 10موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$$

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومې لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی درې پوښتنې ټاکل کیږي

د $P(A)$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دې سره

$$: P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0{,}0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د هیڅ پوښتني لپاره ځان نه دئ چمتو کړی.

B - زده کړي د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د یوې لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دئ چمتو کړی دوه پوښتني ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی یوه ټاکل کیږي

دB لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د یوې پوښتني لپاره ځان چمتو کړی.

C - زده کړي د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښت کیدونکي ورته ځان نه دئ چمتو کړی یوه پوښتنه ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی2 موضوعات ټاکل کیږي. دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د دوه پوښتن, لپاره ځان چمتو کړی.

- زده کړي د ې درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دئ چمتو کړی 0 پوښتني ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی3 موضوعات ټاکل کیږي

دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمويني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتيژي II

لومړی – د تورو اوسپينو خښتو څخه برجونه جوړيږي، چې تل اته تيږي يوپه بل ايښوول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

ټولې تيګې همغه رنګ لري

- فقط يوه تيګه سپينې ده.

- اخرنی او اولنۍ تيګه همغه ر نګ لري

دويم - په يوه خلته کې يو سور، دوه شنه او درې زېړ او څلور اسماني غونډاري پرته دي. يو کس درې غړنداري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A – تيک يو شين غونډاری راوستل کيږي

د ريم – د يوې خيريه غونډې لپاره پنځه نمرې په واک کې لرو، له دې څخه يوه Jongliernummer نمره.د پروګرام لړۍ ټاکل کيږي. . د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونګلوېر د پروګرام په دريم ځای کې نوبت لري؟

- ژونګلوېرنمر (نوبت يا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په يوه کارتون Packung کې 10 د برق ګروبونه دي، لهدې دوه زيانمن. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د رېښنا ګروبونه په پټو ستر ګو را و وستل شي؟

- ټول درې ګروپونه جوړ دي.

- ټیک یو ګروپ زیانمن دی.

- ټیک دوه ګروپونه زیانمن دي.

پنځ- اختمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دووه په همغه میاشت کې زیږېدلي وي؟ په نزدې (تقریبي) توګه ونیسی(فرض کړئ) چې ټولې میاشتې برابرې اوږدې دي.

- لږ ترلږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زیږېدو ورځ لري.

شپږم – په یوه مرتبان کې شپږ سره ، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي، د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

-دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

-د ر وستل شوو غوندارو تر منځ شین غونډاری نه شته.

اوم – په یوه لوبه،، هرات ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونډه لري. د لاندې پیښنو احتمالوالی وشمېری؛

- لرغونی اخر ته پاتیږي.

ابا انا او وږمه په اخره لوبه کې باتیږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموینه کې10 پوښتنې راځي، هره د درې ځابونو سره، چې له هغو ټیک یو ټیک (صحیح) دی. یو مس د تصادف پرینځیپ له مخې ، د هرې پوښتنې یو ځواب چلیپا کوي. د الندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- ټول ځوابونه نا ټیک دي.

- لومړي پنځه ټیک دي، اخرني ۵ ناټیک چلیپا شوي.

د ځوابونو ټیک نیمایي ټیک دي.

D - 4ځوابونه ټیک دي، 6 ناټیک.

نهم - دANANAS لغات توري سره ګډېږي او نوې ترتيبېږي. دلاندې پېښو احتمالوالی ځومره لوي دی؟

- لغات ANANAS بيرته منځ ته راځئ.

- د تورو کمبينېشن چې د AAA سره پيل کيږي.

- کمبينېشن ، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماېښت II

مفصل حلونه يا اوبيونې

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشيېښت د بېرته وراچونې سره.

د هرو اته تيګو لپاره يو رنګ په اختيار کې لرو. (اته واره راوستنه د بېرته ور اچونې سره).

د ټولو رنګه کمبينېشن امکانات دي : $2^8 = 256$.

ټولې اته تيګې همغه يا يو رنګ لري. دايه دې معنا چې ټولې اته تيګې يا تورې دي يا سپينې.
د A لپاره امکان 2 دی :

له دې سره لرو: $$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټولې تيګې همغه رنګ لري.

- فقط يوه تيګه سپينه ده. دا چې دا تيګه په هر ځاي کې، چې ټول8ځايونه دي اېښول کيدی شي، د دې لپاره 8 امکانات شته.

د B لپاره امکانات دي:8

له دې سره لرو: $P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 تیګو څخه فقط یوه سپینه ده.

لومړنۍ او اخرنۍ تیګه یو یا همغه رنګ لري. د لومړنۍ او اخرنۍ تیګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 تیګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

د C لپاره امکانات دي: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ او اخرنۍ تیګه همغه رنګ لري.
دویم – مودل : نامنظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې سره.

یا د یو حل اخستنې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې درې غونداري له ټولیزه لس غونډارو څخه را وه وستل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- چې ټیک یو شین غونډاری د ټولو دوه غونډارو څخه راوه وستل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه ر وه وستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A د رامنځته کېدو لپاره.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

احتمالوالی دی، چې ټیک یو شین غونډاری را وه وستل شي.

دریم – - ژونګلوېر په درې ځایونو ولاړدی۵ په ګڼه یانمره شوي.

xxJxx   د هر ې راوستنې سره   کېدی شي په هر خوښه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل : مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عدددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونګلوېر پروګرام لري. یو ځل وستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوېر راځي.

له دې سره دی

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېر   په دریم ځای کې راځي. په همدې احتمالوالي سره به دا په یوه خوښه ځای کې هم راشي.

- ژونګلوېر په بای کې نه راځي. دا په دې معنا چې هغه په 3 ,.2 ,.1   او 4 ځای کې ولاړ وی. د احتمالوالي لپاره دد جمعې جملې له مخې باور لري:

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېر په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم -   مودل : نامنظم نمونه ازماېښت نه بېرته اېښوولو سره .

$n = 10$ برىښنا ګروپونه، له دې څخه 2 زيانمنې او درې تصادفي راوستل کيږي. د يوه پ څخه چې له لسو ګروپونو څخه تصادفي درې راوستل کيږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې ګروپونه سالم يا ټيک دي. له اتو سالمو څخه ګروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

له دې سره د A لپاره امکانات دي:

$$\binom{8}{3} = 56$$

له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم ګروپونه وټاکو..

- ټيک يو ناسالم دی. د اتو سالمو ګروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو ګروپونو څخه يو راوستل کيږي.

د لپاره امکانات دي:

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه يو ناسالم دی.

- ټيک دوه ګروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو ګروپونو څخه يو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کيږي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

له دې سره دی: $P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0{,}0\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو ګروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

xx-

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته ور اچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو ووېشو 12^8 دی.(له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچونې سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میاشت کې زیږېدلي یا د زیږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زیږېدنې نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کیږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$= 12.11.10.9.8.7.6.5.\overline{A}$$

له دې سره

$$P\left(\overline{A}\right)=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتوکې زیږېدلي دي.

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زیږدنې نېټه لري.

شپږم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت د نه بیرته اچونې سره

یا د یوځل سره وېستنه

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راووستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټیک دوه شنه غونداري راوستل کیږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غوندارو څخه اویوه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنګونو راووستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د دA د رامنځ ته کېدو لپاره احتمالوالی تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

- هیڅ شین غونډاری راوستل کیږي یا کوم شینغوډاری نه روستلکیږي..

د دې لپارهامکانات چې له ټول ۴ غونډارو خخه 0 غونډاری اودرې د نورو رنګونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پیښېدو لپاره دامکانتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شین غونداری نه راستل کیږي.

اوم -   په لوبه کې اته کسانونډه اخلي. له هر واره وروسته یو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دویم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې یو له ونډې وځي. له دې سره د امکانماتو تعداد دی:

$$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=8!=40.320$$

- لاروی اخر پاتېدي.

xxxxxxxL   د امکاناتوتعداددی، اوه کسان په اوه ځایونو وویشو او لاروی اخر ځای ونیسي !7 دی.

د دې سره دA لپاره ا د امکاناتو تعداد دی:7!.1

له دې سره

$$P(A)=\frac{7!\cdot 1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتیږي.

- ا انا او وارثه په اخر نوبت کې سره پاتې دي.

xxxxxxxAV یا xxxxxxVA

د دې لپاره د امکاناتوتعداد چې شپږ کسان په شپږو ځایونواو دوه کسان په دوه ځایونو وویشو!6 ضرب !2   دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی :!2 . !6.

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم – 10 پوښتنې د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړلشي 3^{10} دی. (مرتبا له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له له بېرته وراچونې سره راوستل کیږي)

- ټول ځوابونه ناټیک یا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

دA لپاره د امکاناتوتعداد2^{10} دی.

له دې سره ه

$$: P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې ټولې پوښتنې نتیک چلیپا شي.

- لومړي ۵ ځابونه ټیک او احرنې ۵ ځوابونه ناټیک چلیپا شوي.

د لومړی ۵ پوښتنو لپاره هر ځل یوه او اخرو ۵ پوښتنولپاره هر ځل دوه د چلیپا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتوتعداد دی:6!-2!

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

- ټيک نيمايي پوښتنې سمې چليپا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوې پوښتنې په پوښتنو و پوشو، $\binom{10}{5}$ امکانات شته.
هر يو ځانله احتمالوالی Bلري،

له دې سره دی: $P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نيمې ټيک يا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم يا ناټيک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وه وېشل شيدی :

د هر ۶ ناسم چليپا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکاناتدي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې سمې چليپا شوې دي.

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ ووېشو دی: $\binom{10}{4} = 210$

په هر ۶ چليبا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا 2^6 امکانات دي.

د fpr D لپاره امکانت دي: $\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$

له دې سره دی: $P(D)=\dfrac{210\cdot 2^{6}}{3^{10}}\approx 0,228$

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې ۴ پوښتنې تیک چلیپا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د 6! امکاناتو تعداد دی.

- بdرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد :3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره:1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

3.2.1.2.1.1=12

له دې سره دی: $P(A)=\dfrac{12}{6!}=\dfrac{1}{60}=0,01\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې له ګډولو یا ښورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

- د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي یعني AAAxxx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره:3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:3.2.1.3.2.1=36

له دې سره دی: $P(B)=\dfrac{36}{6!}=\dfrac{1}{20}=0,05$

د دې لپاره احتمالوال يدی،چې د ښورولو يا ګډولو لپاره دښړول روسته د AAA پيل توري جوړوي.

- يو لغات د يو پر بل پسې منځ تع راځي.
xxxAAAيا xxAAAx يا xAAAxx يا AAAxxx

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{54} = 0,2$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې د ښورولو وروسته لغات د پرلپسې درېواره A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتيژي III

لومړی – په يوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابرې لويې کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې يوې يو توری کښل شوی دی،

د تورو سره کوټئ د کوټيو تعداد	<table><tr><td></td><td>A</td><td>E</td><td>N</td><td>O</td><td>T</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>

لاندې تصادفي ازموينې ازمايل کيږي:

الف – له مرتبان څخه په يوه ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پېښې پېژندل (تعريف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوې کارتې ثابتې دي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

$$P(A);\quad P(B);\quad P(A \cup B);\quad P_B(A)$$

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړئ.

ب – د ترتبان څخه یوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کیږي او په لړی یو پربل پسې ایښول کیږي. د دې لپارع احتمالوالی څومره لوي دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ– ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کیږي. د دې لپاره امتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کیږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کیږي.

بیسې ورکونه	راوستلي توري له لاندې سره
1€	۱ غبرلرونکی
7 €	۲ غبرلرونکي
21€	۳ غبرلرونکي
28 €	E,E,E

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا منساب وي؟

ټ – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کیږي.

ټ ۱ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې راوستل شوې کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ټ ۲ –ې څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتيژي III

مفصل حلونه

لومړی – مرتبان په ټولیزه توګه ۱۴ توري لري:

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

A په دې معنا چې $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{19}{91} \approx 0,209}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کرتو برابر توري دي0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$:

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307}}$$

دد دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارتو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \underline{\underline{\frac{34}{91} \approx 0,374}}$$

د دې لپاره احتمالوای، چې برابرې یا کونزونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\frac{13}{28}\approx 0,464$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی ، له دې امل چې بربر ه لر و توري لرو 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې چې په ترتیب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\frac{1}{1001}\approx 0,001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ –۵ کارتې په یوه وار.

اړتیا شته: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\frac{30}{1001}\approx 0,03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت – د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

دد تصادفي پېښې ارزښت X دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د ۱ غږلرونکي او ۲ کونسونانت لپهاره

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپهاره

$$P(X=x_4)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{1}{91}\ \text{für EEE}$$

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}\ \text{für 3 Vokale ohne EEE}$$

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}\ \text{für 3 Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلې احتمالوالی او د انتظارارزښت شميرنه:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 د لوبې پيل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ټ –

ټ۱- 6وکال او 8کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV\vee KK)=P(VV)+P(KK)=\frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{\binom{6}{2}+\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

ټ۲- که x وکالونه ورته ریشي، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري. 8 + x

Mit $P(VV\ vKK) = 0{,}5$ gilt:

$$P(VV\ vKK) = \frac{\binom{6}{2}+\binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}+\frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot 1}}$$

$$= \frac{30+(8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow x^2+3x-10=0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-5 \wedge x_2=2}}$$

باید ۲ کارتي کونزونانت ته ورزیاتي شي. که دا برابره نتیجه (P = 0,5) لاس ته راشي، که له دې ۵ کونزونانت لري شي.

لسم – تصادفي واريابلې، احتمالوالي وېشنه، انتظار ارزښت.

پیلبیلګه:

دوه سترګیزې دانې(یوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکیږي. د هرې یوې نتیجې ډېروالی په یوه جدولکې په لیست کیږي.

هر اعدادو جوړه (6 | 6) ... (1 | 1) کیدی شي د هغو سترګیو جمعه باندې تنظیم شي.

د سترګیو د جمعې نسبي ډېروالی دې د دې درامنځته کېدود احتمالوالي سره پرتله شي.

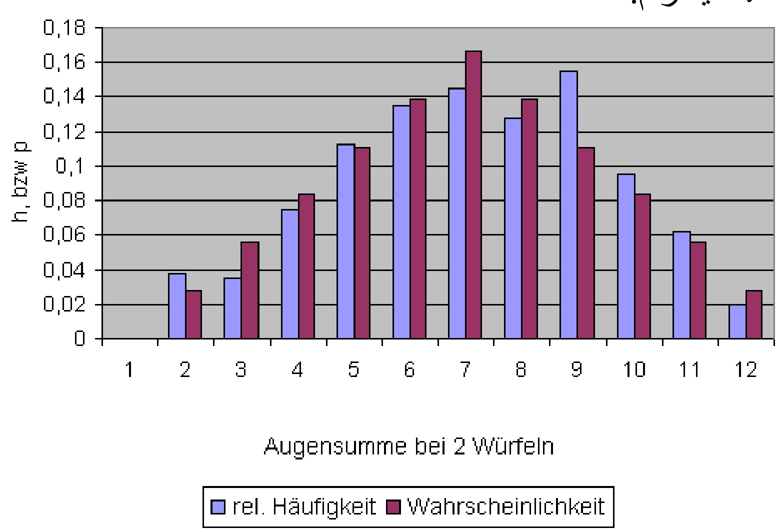
دا شي ځان نیونه دې په یوه جدول او یوه مټه یا ستنډیاګرام کې انځور شي.

grüner Würfel \ blauer Würfel	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	15	9	12	13	12	11
⚁	5	8	11	11	9	15
⚂	10	9	14	10	10	17
⚃	12	7	9	7	17	15
⚄	10	14	7	13	9	14
⚅	5	12	15	14	11	8

جدول: له کینې ښی لور ته د الماني پښتو:د سترګیو جمعه،اړونده نتیجه،مطلق ډېروالی،نسبي ډېروالی،

Augen summe	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1|1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$
3	(1|2);(2|1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
4	(1|3);(2|2);(3|1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
5	(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
6	(1|5);(2|4);(3|3);(4|2);(5|1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
7	(1|6);(2|5);(3|4);(4|3);(5|2);(6|1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0{,}167$
8	(2|6);(3|5);(4|4);(5|3);(6|2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
9	(3|6);(4|5);(5|4);(6|3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
10	(4|6);(5|5);(6|4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
11	(5|6);(6|5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
12	(6|6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$

د مټ،دیاګرام:



د دوه ګوزارونو سره د سترګیو جمعه

نسبي ډېروالی د یوګونو سترګیو جمعې لپاره په تولیزه توګه د احتمالوالي شمېرنې څخه ډېر قوي ځنګ نه کوي(یعنې تفاوت یې زیات نه دی)

<u>توکلي متحولې یا</u> تصادفي متحوله(اووښتوني یا واریابله)

که دوه دانې سترګیز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتیجه یې ده:

$$E = \{(1|1);(1|2);(1|3);....;(6|6)\}$$

که هره نتیجه د سترګیو جمعې باندې ترتیب شي یا تنظیم شی، نو یوه توکلی اووښتونې په باندې بڼه لاس ته راځي:

$$X((1|1)) = 2 \qquad X((1|3)) = 4 \qquad X((6|3)) = 9$$

x=4 د نتیجې لپاره لیکو: د ستګیو جمعه 4 دی ، ىuنې د {(1|3);(2|2); (3|1)} لپاره.

x=2 د نتیجې لپاره لیکو؛ د سترګیو زیاتون 2 دی، یعنې د {(1|1)} لپاره.

توکلي متحولې:

د یوې توکلې تجربې توکلي متحولې یا اووښتونې X لانې یوفنکشن پوهیږو، کوم چې د نتیجه ډېری (سټ) Eهره نتیجه e_i په یوه عدد تنظیموي.

X: $e_i \to X(e_i)$ په ورته والي و تابع f ته د f:x->f(x) سره:

دیوې توکلي متحولې د ا رزښت جدول د دوه سترګیو غورځولو لپاره، چې د هغو دسترګیو ګڼون یا تعداد جمعه شي.(لاندې الماني: نتیجه)

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

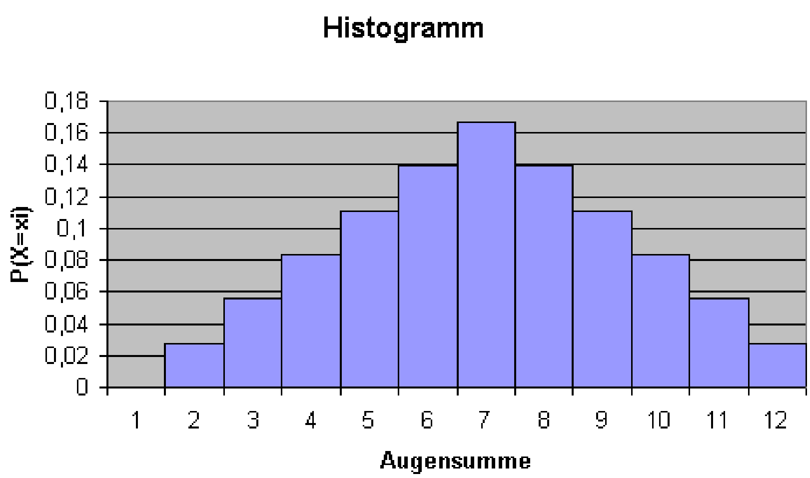
(5|6)	(6|5)	(6|6)
11	11	12

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه یا ښه یې توټه کونه یا په برخو یا ټوټو وېشنه
که د دوه سترګیو غورځولو سره د نتیجه د سترګیو د جمعي سره(باندې) تنظیم شي ، نو توکلي متحوله یا اووښتونې X منځ ته راځي.
که د دې توکلي متحولې د هغې د احتمالوالي سره تنظیم کړي، نو یو احتمالوالیویش (احتمالوالي فنکشن) منځ ه ارځي. د احتمالوالي وېشنه یا د توکلي لوېې وېشنه کېدی شي سرې د یوه جدول له لارې او یوه هېستوګرام له لارې انځور کړي.
جدول :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هیستوګرام: د المانیېښتو: هیستوګرام، د سترګیو زیاتون یا جمعه



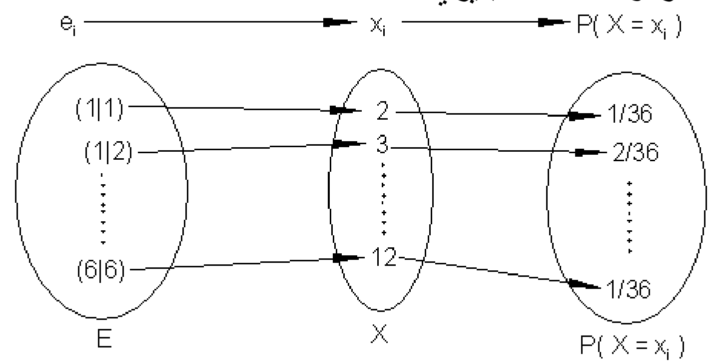
د احتمالوالي وېشنه یا په برخو ټوټه کونه:

د تصادفي متحولې د یوه احتمالوالي وېشنې (احتمالوالي فنکشن یا تابع) f لاندې یو فنکشن fپوهیږود لاندې سره

$$f : x_i \to P(X = x_i)$$

د فنکشن ارزښت $f(x) = P(X=xi)$ د دې لپاره احتمالوالی راکوي، چې X ارزښت xi نیسي یا غوره کوي.

د فنکشن یا تابع انځورونه د بېلګې په توګه ددوه دانوسترګیزو غور ځول، چې د هغو د سترګو جمعه تشکیلیږي.



د یوه احتمالوالي په برخټوته ونې انتظار ارزښت

د احتمالوالي شمیرنې د مرستې سره سړی غواړي د بېلګې په توګه د بختلوبو د انتظار ګټې همداسې بایلښت اتظار په هکله ویناوې و کوي. داپوښتنه رامنځ ته کیږي: دزیات لوبو کونې سره په هره لوبه کې د کومو وړنو انتظار کیدی شي؟

د لیدوړوالي لپاره موږ بیرته د دوه دانو سترګیو سترګو جمعې ته ځو. له دې کیدی شي یوه بختلوبه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندې قوانین مطرح شي:
قانون: په یوه ګوزارونه یا اچونه کې د سترګیو جمعې لپاره په € ورکولکیږی. د لوبو خاوند طبعاً باید په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط باید څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه تاوان ونه کړي.
د دې لپاره باید دی یوه شي، چې کوم ارزښت دی باید په متوسطه توګه ورکړي،چې زیات کسان په لوبه احته وي. همدومره جګه باید د بیسو

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{252}{36} = 7$

اینوونه یا شرط هم باید وي.

په ورته توګه لکه په تشریحي ستاتیستیک کې د یوه زیاتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نیسي د پیسو د ورکړو ارزښت د هغه د منځ ارزښت سره د ضرب له لارې یو ارزښت جوړ کړي.

دا ار زښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلګې لپاره دا د ارزښت 7 په معنا دی، چې د جګ تعداد لوبو کې په منځنی توګه دلوبې په سر 7 € تادیه یا ورکړل شي.

د لوبو خاوند باید لږ تر لږه یو د پیسو اینوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بایللو پیسو ورکوني ارزښتونه د تصادفي متحولې X سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره :

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له لید څېرو، چې د لوبې لپاره 7 € باې ورکړي یا کیږدي..

د هغه لپاره ګټه داسې شمېرل کیږي:

ګټه = په لوبه کې لا ست ه راوړې پیسې – دلوبې اینوولې پیسې

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

ګټه تصادفی متحوله یا اووښتوني سره برابره ده، چې Y یې بولو، پس Y د دې لاندې ارزښتونو سره :

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

له دې سره د ګټې کېدی شي د انتظار ارزښت پیدا کړو.

$$E(Y) = -5\cdot\frac{1}{36} - 4\cdot\frac{2}{36} - 3\cdot\frac{3}{36} - 2\cdot\frac{4}{36} - 1\cdot\frac{5}{36} + 1\cdot\frac{5}{36} + 2\cdot\frac{4}{36} +$$

$$+3\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{2}{36} + 5\cdot\frac{1}{36} = 0$$

د انتظارارزښت د ګټې لپاره 0 دی. داپه دې معنا چې په اوږده موده کې یاپه اوږده لید لوبغاړی لوبه نه وړي یا نه ګټي. مګر دا یې بایلي هم نه. چانسونه برابر دي.

د X د انتظار ارزښت

که یوه تصادفي متحوله X ارزښت $x_1, x_2, \ldots x_n$ ولري ، نو

$$E(X) = x_1\cdot P(X = x_1) + x_2\cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n\cdot P(X = x_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$$

دx انتظار ارزښت بلل کیږی.

په یاد ولره :

که $E(X) > 0$ وي، نو نودا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعده ده (ګټوره) بلل کیږي.

که $E(X) = 0$ وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کیږي.

که $E(X) < 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده(ناعادلانه) بلل کیږي.

د انتظار ارزښت ته یادونې: د انتظا ارزښت دX انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي ازماېښتونو په یوه لړی کې دی.
په دې ترڅ کې چې منځ ارزښت – د تشریحي ستاتیستیک څخه یوه لویه- په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ریښتوني رامنځ ته شوي دی، د انتیار ارزښت یوع لویه تشریح کوي، چې په راتلونکې پورې اړه لري، نو یوه لویه چې د اوږده وخت لپاره یه هغې حساب کولی شو.

د $E(X)$ په ځای لیکلای شو μx یا لنډ μ

د $P(X=xi)$ په ځای Pi سړی هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښتکي همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونوپورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښنه يې نيولی شي.

بیلګه او تمرین

د یوه مسلکي ښوونحي په انکړر کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله یوه په زړه پورې بخت لوبه کیږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بیسو اینوولو ارزښت 2 € دی.

لوبه کوونکی لومړی عددونه $1, 2, 3, ... , 6$ نیسي.

پسې درېواره د یو سترګی غورځوي.

که دا غوره شوي عدد را نه ووځی نو لوبه بایلل شوې.
که غوره شوی هدد یو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا یو اینبول شوی ارزښت بیرته راکوي.

که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې اینبول شوو پیسودوه برابره لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد دری واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې اینبول شوو پیسودرې برابره لاس ته راوړي

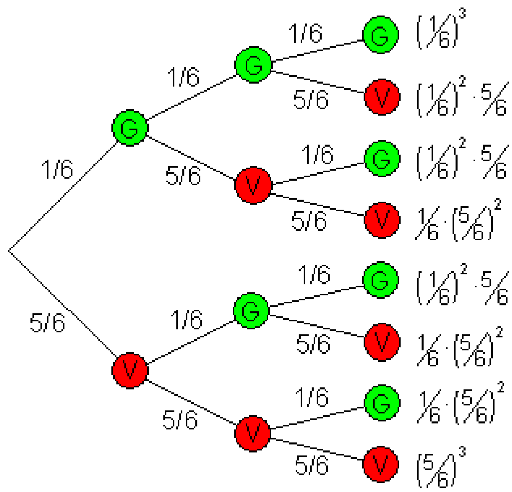
غوره پوښتنه، چې دلته رامنح کیږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زدهکوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهيږي، او په ربښتونی هغه ، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري(هغه ځوک چې لوبه مخ ته بیايي او نورو ټولو سره شرط کې دی).
دا پوښتنه د احتمالوالي شمېرنې سرهکېدی شي ځاب شي.

تصادفی متځوله X نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکې ته ورکول کیږي، دا د2 € په کمښت سره چې شرط يې ابښوولی.

د درې پوړیزې ونې دیاګرم او د تار قانون په مرسته سړی احتمالوالی د یوې بایلیدني یا همداسې یوې ګټنې لپاره شمېري.
باور لري: ګټنه = G

بایلنه =V
.

x_i	$P(X = x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}5787$
0	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}3472$
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) \approx 0{,}0694$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}00463$



د ګټلو چانس شمېرنه کې د تصادفي پېښې ارزښتونو د اړونده احتمالوالیو سره ضربول او نتیجې یې سره جمعه کول.

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	0
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216} = -1$

شمیرلی عدد1- دا وایي، چې به اوږده موده کې، یعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کې د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زیان انتظار دی. دا پیسې طبعاً بانک اخلي. له دې امله دا لوبه نا عادلانه بلل کیږي، ځکه چې د اږدې مودې ګټه اوزیان سره برابر ده یا په انډول کې دي.

ګټه او زیان به په یوه منځ ارزښت 0 کې په انډول کې وی. دا به بیا عادلانه لوبه وی. دا به د بیلګې په تکه د ګټنې جګوالي سره د رسېدو وی یا لاس ته راغلي وی.

تمرين:

په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې ایښوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه € 0 ده.

که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

تمرين:

په لاتري لوبهکې هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تماميدو (بکلوريا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاتری واخلي.

لومړی جایزه د € 100 یو ارزښتلري، دویم د € 25 دریم د € 10 .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښی ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري باید څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاترې په € 5 خرڅیږي. دا خستلي پیسې یوې خریه تولنې ته ورکولکیږي. دالاس ته راوړنه څومره لویه ده؟

تمرين :

یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونداری خوندي لري.

تر هغې د بېرته نه وراچونې سره یو غونډاری راوستل کیږي تر څو شین غونډاری ر ا ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 2 ده.

که په دویمه وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 1 ده.

که په دریمه وېستنهکې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 0 ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

ځوابونه:

تمرین: په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې اینوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:
که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه € 0 ده.
که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.
که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.
که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

حل(اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0	لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده لید کې څومره پیسې چې لاس ته راځي همغومره باید بېرته ګټونکو ته ورکړي.
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$	ددې لپاره د ګټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$	$E(X) = 1$ په دې معنادی، چې په یوه اوږد لید یا موده کې په منځنۍ

توګه € 1 د لوبې په سر ه ګټونو ته ورکړل شي.

د لوبې په سر د € 1 په شرط دا لوبه عادلانه ده

6	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{6}{216}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{216}{216} = 1$

انتظار ارزښت

تمرین: په لاتري لوبه کې هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تماموپدو (بکلوريا) جشنکې بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاتری واخلي.
لومړی جايزه د € 100 يو ارزښتلري، دويم د € 25 دريم د € 10 .

هر يو چې دا درجې يې ونه وځي يو د خوښې ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري بايد څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاترۍ په € 5 خرڅيږي. دا خستلې پيسې يوې خريه ټولنې ته ورکولکيږي. دالاس ته راوړنه څومره لويه ده؟

حل (اوبی)

انتظار ارزښت شمېرل کيږي:

$E(X) = 3{,}64$ په دې معنا دی، چې بايد هره لاتري € 3,65 قيمت ولري
د € 5 لاترۍ قيمت او 50 خرڅ شوي د لاتري ټکټونه دا لاندې يوه ګټه خوندي لري:

$50(5 - 3{,}64) = 68$ €

دا پيسې خيريه ټولنې ته ځي.

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
100	$\frac{1}{50}$	$\frac{100}{50}$
25	$\frac{1}{50}$	$\frac{25}{50}$
10	$\frac{1}{50}$	$\frac{10}{50}$
1	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{182}{50} = 3{,}64$

انتظار ارزښت

تمرين : يو مرتبان يو سور، يو تور او يو شين غونډارى خوندي لري.

تر هغې د بېرته نه وراچوني سره يو غونډارى راوستل کيږي تر څو شين غونډارى ر ا ووستل شي.

که په لومړى وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 2 € ده.

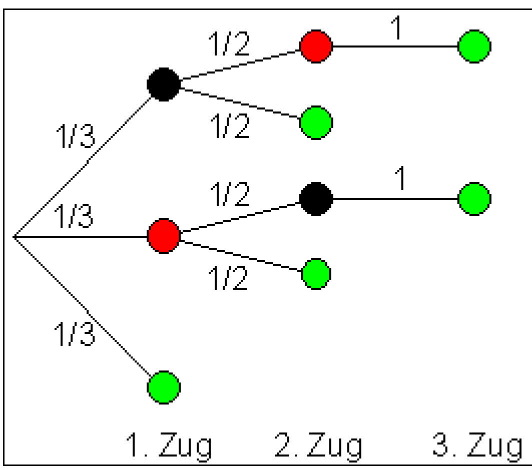
که په دويمه وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 1 € ده.

که په دريمه وېستنهکې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 0 € ده.

شرط بايد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

حل : د درې پوړيز ونې دياګرام او تار قانو په مرسته د دې لپاره احتمالوالى شمېرل کيږي،چې شين غونډارى راووځي.

د لاندې پېښتو: له کيڼ وښي لور ته: غورځونه، نتيجې، بايلنه



Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
2	(sg); (rg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	1€
3	(srg); (rsg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	0€

$$E(X) = 2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3}=\underline{\underline{1}}$$

د لوبې ياى انتظار ارزښت $E(X) = 1$ دى.

که دا يوه عادلانهلوبهوي، نو بايد شرط هم 1 € وي.

پوښتنې

د ګنلويا شکرلوستراتيرې ته نمونه ازماېښت I

لومړی ـ یو تصادفی جنریټر (د کود بیداکوونکی) یو له بل خپلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوروسته دا ۴ – ځایز عدد په څېر په دیسپلې راڅرګندیږي. د لاندې پېښنو لپاره احتماوالی څومره دی؟

A : ټول ارزښتځایونه ناجوړه یا طاق دي.

B : فقط ارزښتځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کیږي.

C : عدد یو ،،هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کټوري کې ۶ سره او ۴ سپین غړنداری پراته دي. یو بل پسې ۵ غوداري بې له بېرته وراچونې راوستل کیږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟
A : سړی فقط سره غونداري راباسي.
B : سړی لومړی ټول سبین بیا یو سور غونداری راباسی.
C : لومړی غوندار ی سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور ِغونداری راباسي.

دریم – په یوه مرتبان کې25 په ګڼه سمبال یا نمره شوې غونداري (له 1 تر25 عددونه)براته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې4 غونداري راوستل کیږي. د لاندې پېښ، لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وېوړدي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمعه(زیاتون) له ۱۲ کوچنیدی.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.
څلورم - څلور ملګري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنک په څنک ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : س د وه د دوه ملګرو ترمنځ کیني B : س او ک دباندې لور ته کیني

C : س ا ک ځنګ تر ځنګ کيني.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 ټيکو لپاره احتمالوالی احتمالوالی وټاکۍ او ستاسو د تګلار ډول تشريح کړی.

A: ۶ په لوتو کې ټيک دي : ۵ په لوتو کې ټيک دي.

ک ۴ په لوتو کې ټيکدي : ۳ په لوتو کې ټيکدي.

شپږم- د يوې غاړکۍ د اوبدلو لپاره سرې او شنې مرغلرې لرو. ۶ مرواري (مرغلري) پيېل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغلره مخ ته نه راځي. : لومړې درې مرغلرې شنې دي.

: تل ردبدل سرې او شنې مرغلري منځ ته راځي.

اوم – د زېږدنې جشن کې د ۱۰ نجونو ترمنځ لومړی ، دويمه او دريمه جايزه ورکولکيږي. د لندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ا يوه لوم ړی ي يوه دويمه او ک يوه وريمه جايزه ګټي.

: ا، ي، ک هر ه يوه يوه جايزه ګټي .

: ا جايزه نه ګټي
: له دې درې نجونو ا، ي او ک هيڅ يوه جايزه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې د ۱۲ هلکانو او ۱۳ ترمنځ ۵ ازاد کاتونه وېشل کيږي. د دې لپاره په ۲۵ کاغ ټوټو د نجونو او هلکانو نومونه ليکل کيږي او ۵ ټوټه ماغونه توکلي راوستل کيږي. د کوم ا حتمالوالي سره (4, 3, 2, 1, 0) , 5 ازادې کارتي نجونو(هلکانو) ته راوځي؟

: نجونو ته ۵ کارتې راوځي : نجونو ته ۴ ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته ۳ ازادې کاتې راوځي. : نجونو ته ۲ ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته يوه ازاده کارته راوحي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

نهم – د يوې ازموينې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعګانې ټاکي کيږي. پهازموينه کې له دې څخه درې په ازموينه کې ازمايل کيږي. يو ازمويني له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتيجو لپاره احتمالوالي څومره لوي دي؟

: ازموينې له دې درز موضوعاتو يوې ته هم چمتووالي نه لريي

: ازمويني درې موضوعاتو څخه يوه زدهکوړې.

: ازموينې له درې څخه د دوه موعاتو لپاره چمتوالي لري.

: ازموينې ټولو ټاکلو دريو موضواتو تياری نيولی يا چمتووالی لري.

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د شمېرلو ستراتيژي I

مفصل ځوابونه

اول –

مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچوني سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځايونو هر يوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9) . له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

: ټول عددونه نجوړه دي .{ 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } . د A لپاره امکانات 5^4 دي.

له دې سره دی

$$t\,P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې ټول عددونه ناجوړه دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 }. د امکاناتو تعداد د B لپاره 2^4 دی..

له دې دی: $t\,P(B)=\frac{2^4}{10^4}=\frac{1}{625}=0,0016$

د دې لپاره احتکالوالی، چې فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي. [xy|yx] . لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کیږي، له دې څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد 10^2 دی.

له دې سره

$$t\,P(C)=\frac{10^2}{10^4}=\frac{1}{100}=0,01$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې داښوولی عدد(ګڼ) یو هنداره شوی عدد(ګڼ) دی.

دویم –

مودل: منظم نمونه ازماېښت د نه (بې له) بېرته وراچوني سره.

۶ سره او ۴ سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوي. $k = 5$ ځله راوستل کیږي،بې له بېرته ور اچوني سره.

له دې سره د د امکاناتو تعداد $\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{10!}{5!}=30.240$ دی.

: فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

د A لپاره د راوستلو د ا مکاناتو تعداد دی $\frac{6!}{1!}=720$:

او له دې سره دی: $P(A)=\frac{720}{30.240}=\frac{1}{42}\approx 0,0238$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

: سرې لومړی ټول سپین غونډاري راباسي او بیا یو سور غونډاری.

د B لپاره د راوستنو امکانات دي: $\frac{4!}{0!}\cdot\frac{6!}{5!} = 4!\cdot 6 = 144$

او له دې سره : $P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنداري راوځي او بيا يو سور غنداری راوځي.

: لومړی غونډاری سپين دی(دا به دې معنا چې .4 ,.3 ,.2 او 5 غونډاري په خوښه دي).

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی $4\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6 = 12.096$:

له دې سره: $P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړی راوستنه کې سپين غونډاری راوځي.

: سرې رد بدل سبي او سور غنداری راباسي (wrwrw) يا (rwrwr) .

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4\cdot 6\cdot 3\cdot 5\cdot 2 + 6\cdot 4\cdot 5\cdot 3\cdot 4 = 2160$$

او له دې سره : $P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ردبدل سبين او سره غونډاري راوستل کيږي.

دريم – مودل : نامنظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې .
يا په يو ځل راوستنه.
دا پر ۵ وېشوني عددونه دي : 5, 10, 15, 20, 25
د دې لپاره د امکاناتو تعداد له ۲۵ غونډارو څخه چې ۴ غونډاري وباسو دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 25\cdot 23\cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشوړدي:

د په ۵ وېشوړ عددونو تعداد(ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشوړ وي.

B : ټول عددونه جوړه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونوتعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد ، چې له دې څخه ۴ راباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راو وستل شي یا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو جمعه(زیاتون) له 12 کوچنی ده:.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې جمعه یې له 12کوچنی وي.

D : د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4\cdot 6\cdot 3\cdot 5\cdot 2+6\cdot 4\cdot 5\cdot 3\cdot 4=2160$

د دې سره دی: $P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx 0{,}0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه وستل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

ځلورم – مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعدادچې ۴ کسان په ځلوروځایونو ووېشو !4 دی.

: س د دوه ملګرو تر منځ کيني.

هغه دوه امکانات لري: xSxx یاxxSx (دویم ځای یا دریم ځای)

درې ملګر ي !3 امکانات لري.

له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره 12 = !2.3 دی.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

B : س او ک دباندې لورو ته کيني.

SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.

د دې سره د B لپاره امکانات 2.2=4 دي.

له دې سره

$$P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

.

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنګونو لور ته کېني.

C: س او ک یو د بل ترڅنګ کېني.

SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

.

د نورو داړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.

له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد 6.2=12 دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک یو د بل ترڅنګ کېني.

پنځم – مودل : نامنظمې نمونه ازماېښتونه.

یا په یوه وار وستنه
د دې لپاره امکانات په یوه ځل له چې له تولټال49 عددونو څخه چې 6 عددونه چلیپا شي دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ تیک یاپه رښتیا راوځي.
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ ګټونکو عددونو څخه چلیپا شي او 0 عدونه له 43 نا ګټونکو عددونو څخه دي دی:

$$\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0} = 1 \cdot 1 = 1$$

.
دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0,000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي. (۶ ګټونکي)
B : په لوتو کې ۵ تیک
له ټول ۶ ګټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو تیک چلیپاکېدنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناګټونکی عدد دی چلیپا نه شي ، د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

دا د B لپاره د رامنځ ته کېدو د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

دا د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ ګټونکي عددونه]لیپا شوي(۵ تیک).
C : په لوتو کې ۴ تیک
د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42}{2\cdot1}=13545$$

دا د C لپاره د رامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0{,}000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ګټونکي عددونه چليپا شوي دي(۴ ټيک)

D : په لوتو کې ۳ ټيک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۳ ګټونکي عددونه چليپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چليپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42\cdot41}{3\cdot2\cdot1}=246.820$$

دا د D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی،

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0{,}0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ګټونکي عددونه چليپا شي(۳ ټيک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماښت د بېرته وراچونې سره

د رنګ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رننګ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنګه په اختيار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنګه راوه وستل شي دی:

$2^6 = 64$

د A لپاره د امکاناتو تداد دی:$2^6 = 64$

له دې سره

$$: P(A)=\frac{64}{729}\approx 0{,}0878$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.

B: لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

له دې سره احرنۍ درې په خوښه ټاکل کېدی شي.

نو یو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورودریو لپاره .

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:27= $1.\ 3^3$

له دې سره

$$t\ P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0{,}0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

C: مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg یاgrgrgr شتونلري.

د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.

له دې سره

$$t\ P(\bar{C}) = \frac{2}{729} \approx 0{,}00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې ردبدل سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونهازماېښت د نه (بې) بېرته وراچولو سره

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

A: ا (لومړې جایزه) اي (دویمه جایزه)، ک (دریمه جایزه) .

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړۍ جاېزه، اي دویمه جایزه او ک دریمه جایزه ګټي.

B: ا، اي اوک هر یو یوهجاېزه ګټي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد6 = !3 دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي او ک هر یوه =اېزه ګټي.

C: ا جاېزه نه ګټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7

له دې سره

$$t\ P(\bar{C}) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جاېزه نه ګټي

D: له دې درې نجونو څخه کونه يوه جاېزه نه ګټي.

د D لپاره احتمالوالی دی:

له دې سره

$$P(D)=\frac{210}{720}=\frac{7}{24}=0{,}293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه يوه جاېزه نه ګټي.

7.6.5 = 210

اتم -

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې لهبېرته وراچونې.

يا پخ يوه ځل راوستنه.

د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۲۵ پاڼو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5}=\frac{25\cdot24\cdot23\cdot22\cdot21}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=53.130$$

A: ۵ پاڼې نجونو ته ځي (0 پاڼې هلکانوو ته)

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره راووځي

او0 پاڼې له ټولو ۱۲ پاڼو د هلکانو په نامه راووځي دی.:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0{,}0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي

B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي(۱ ټکټ هلکانو ته).

د امکاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې دد نجونوو پهنامه راووځي او ۱

ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه را ووځي دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0{,}161$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې یا مفتې کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسيږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسيږي(۲ هلکانوو ته)

د ا مکاناتو تعداد چې ۳ پاڼې له ټولټال ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره را وه وستل شي او ۲ پاڼې د ټولټال ۱۲ پاڼو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی: :

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot 12\cdot 11}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11}{2\cdot 1}=18867$$

دا د C د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx 0{,}355$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده یا مفتې کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکيږي.

D: ۲ پاڼې نجونو ته ورکولکيږي(۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه د هلکانو نومونو سره راووستل شي دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot 12}{2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=17160$$

دا د D د رانمنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0{,}323$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۲ مفتې کارتې نجونو او ۳ مفتې کارتې هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کارتې له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}=13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E)=\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}}=\frac{6435}{53130}\approx 0{,}121$$

د دې لپاره احتمالوالیدی، چې ۱ ازاده کارته نجونه ګټي او ۴ ازاده کارتې همکانو ته ځي.

F: 0 پانه نجونو ته ورکول کیږي(۵ هلکانو ته)
د دې لپاره احتمالوالی چې 0 پانه له ټولټال ۱۳ پانو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پانې له ټولټال ۱۲ پانو څخه دهلکانو په نامه راوځي دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}=1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتوتعداد دی.
له دې سره

$$P(F)=\frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}}=\frac{792}{53130}\approx 0{,}0149$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 0 ازاده کارتې نجونو ته او ۵ ازاده کارتې هلکانو ته ځي یا ورکول کیږي.

نهم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه(بې) بېرته وراچولو سره.
یا دیوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کیږي، ازمویېنی د ازموینې لپاره ۶ پوښتنې زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ازمويبنې له دې ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومې ته تيارى نه دى نيولى. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چې ازموينې ځان نه دى چمتو کړى، درې ټاکل کيږي:

د A لپاره دامکاناتو تعداد دى:

$$\binom{4}{3} = 4$$

.

له دې سره

$$P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0{,}0\overline{3}$$

د دې لپاره ا حتمالوالى دى،چې، چې ازمويبنى کومې موضوع ته چمتووالى نهلري.

B: ازمويبنې له دې درې ټاکلو موضواتو څخه يوې ته ځان چمتو کړى. له ۴ موضواتو څخه چې ازمويبنې ورته ځان نه دى جمتو کړى، ۲ ټاکل کيږي، له ۶موضواتو څخه کومو ته چې ازمويبنې ځان چمتو کړى ۱ موضوع ټاکل کيږي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دى:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوالى دى، چې ازمويبنې ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړى دى.

C: ازمويبنيې له درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړى.
له ۴ موضوعاتو څخه، چې ازمويبنې ځان نهدى چمتو کړى، ۱ ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ځان يې ورته چمتو کړى ۲ موضوعات ټاکل کيږي.

دC لپاره دامکاناتو تعداد دى:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې پاره احتمالوالى دى، چې ازمويبنې د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړى.

D: ازمويښني ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضوواتو چې ازمويښني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ازمويښني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.
د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3} = 1\cdot\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويښني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازمايښت او د شميرلو ستراتيژي II

لومړی – د زرندو د تورو او سپينو تيګو ځخه برجونه جوړيږي، چې په هغو کې اته تيږې يو په بل کېښول کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګ توکلی وټاکل شي؟
A   : ټولې تيګی همغه يا برابر رنګ لري.
B: فقط يوه تيږه سپينه ده.
C: لوم ړیَ او اخرنی تيګه همغه ر نګ لري.

دويم - په يوه خلته کې يو سور، ۲ شنه، ۳ زيړ او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. يو کس درې چاکلېټ ترې را اخلي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټيک يو شين چاکلېټ راوستل کيږي.

دريم – په يوه خريه غونډه کې ۵ نمرې اختيار کې لرو، لهد ښځخه يوه د ژونګليوالا نمره (هغه څوک چې د غونډارويا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري) . د پروګرام لړیَ پرلپسې تصادفي راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ژودنګليوال د پروګرام په دريم قطار کې راځي.
B:ژونګليوال اخر   ځای کې نه راځي.

ځلورم – په يوه کارتون کې ۱۰ بريښنا ځراغونه دي، =ې له دوی ځخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که بريښنا ځراغونه په ،،پټو سترګو،، راوستل شي؟

A: ټول درې څراغونه چوړ دي.
B: تیک یو ځراغ زیانمن دی.
C: تیک دوه ځراغونه زیانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوی دی، که د ۸ کسانو څخه لږ ترلږه دوه په همغه میاشت کې د زیږېدو نیټه ولري؟ په نږدې توګه ونیسی، چې ټولې میاشتې برابرې اوږدې دي.
A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه میاشت کې د زیږېدو نیټه لري.
شپږم – په یوه مرتبان کې ۶ سره ، ۵ اسماني او ۴ شنه غونډاري پراته دي. درې غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: دوه شنه غونډاري راوستل کیږي
B: په راوستلو غونډاروکې شنهغونډاري نه شته.
اوم –په بیلګه کې،، بیت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وټاکی.
A: ل اخر ته پاتیږي
B: ا او و اخرنی پچه کې دي.
اتم – په یوه ډېر تاکنیزه ازموینه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر یوه څخه فقط یو ټیک دی. یو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چلیپا کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټول ځابونه ناټیک دي.
B: لومړي پنځه ټیک ، اخرني پنځه ناټیک چلیپا شوي دي.
C: په دقیقه توګه نیمایي ځوابونه ټیک دي.
D: ۴ ځوابونه ټیک دي، ۶ ناټیک دي.
نهم – د لغات ANANAS توري په یوه لوښي کې ګډوډیږي او نوي تنظیمیږي. د لاندې پېښو، احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: بېرته دا لغات   ANANAS منځ ته راځي.
B: د تور کمبېنېشن د AAA سره پیل کیږي.
C: یو لغات د درېواره A سره یو په بل پسې منځ ته راځي.

ځوابونه

نومنه ازماېښت او د شمېرلو ستراتېژيII
مفصل ځوابونه
لومړی – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره
د هر اتو تیګږ لپاره دوه رنګونه اختیار کې لرو(اته ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره)
.

د ټولو رنګونو کمبېنېشن امکاناتو تعداد دی : $2^8 = 256$

A: ټولې اته تیګې همغه رنګ لري. دا په دې معنا چې یا ټولې تورې دې یا ټولې سپینې دي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد۲ دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781:$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې تیګې برابر رنګ لري.

B: فقط یوه تیګه سپینه ده. داچې دا تیګه یه دې اته ځایونو کې هرځای ایښودله کیدی شي، د دې لپاره اته امکانات شتون لري.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته تیګو فقط یوه سپینه ده.

C: لومړۍ او اخره تیګه همغه رنګ اري. د اخرې او لومړۍ تیګې لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي. د پاتې ۶ تیګو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړۍ تیګه او اخره همغه رنګ لري.

دویم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې څخه ۳ چکلیټ له ټولټال لسو چکلیټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ټیک یو شین چکلیټ راوستل کیږي.

د دې لپاره د امکاناتو تعداد +ې ۱ سین چاکلیټ له ټولټال ۲ شنو چکلیټو څخه راوه وی‌ستل شي او ۲ چکلیټ له ۸ بل رنګ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}467$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې تیک ۱ شین چکلېټ راوه وېستل شي.
دریم - A: د ژدنګلوېږ نمره په دری ځای کې قرار لري.
xxJxx . د پچې اچولو له مخې ژونګلوېږ کېدی شي په هره خوښه ځای کې راشي.
مودل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په ګڼه شوي(نمره شوي)

عددونه ځایونه ورکوي، په کومو کې د ژونګلور پروګرام ځای شوی، ي، ځل راوستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوېږ راځي.
له دې سره

$$: P(A) = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېږ په دریم ځای کې راځي. دې سره برابر االحتمالوالي سره به به هر بل په خوښه ځای کې هم راغلی وی.
B: د دژونګلوېږ لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دې معنا چې، داکېدی شي په .3 ,.2 ,.1 یا 4 ځای کې قرار ولري. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:
له دې سره

$$t\, P(B) = \frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،، چې ژودګلوېږ په اخر ځای کې نه راځي.
څلورم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچوني سره.
$n = 10$ برېښنا څراغونه ، له دې څخه ۲ زیانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل کیږي. د امکاناتو تعداد چې له یوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي درې راوباسو یا وټاکو دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120$$

A:ټول درې څراغونه چوړ دي. دامکاناتو تعداد له اته جوړو څخه درې جوړ وټاکو ۳ له اتو دی.
د لپاره دامکاناتو تعداد له دې سره دی.

$$A: \binom{8}{3} = 56$$

له دې سره

$$P(A)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه تاکل کیږي.
B: تیک یو څراغ زیانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زیانمنو څراغونو ۱ زیانمن راوستل کیږي.
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2}\cdot\binom{2}{1}=\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}\cdot 2=56$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زیانمن دی.
C: تیک دوه څراغونه زیانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زیانمنو څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کیږي.
دC لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:\ \binom{8}{1}\cdot\binom{2}{2}=8\cdot 1=8$$

له دې سره

$$t\,P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0,0\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زیانمن دي.
xx:D
پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته وراچونې سره.
د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ میاشتو وه وېشو 12^8 دی(له یوه مرتبان څخه چې ۱۲ مختلف غونداري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).
A: له ۸ مسانو څخه هلږ ترلږه ۲ مسان په همغه میاتکې د زېږېدنې روځ لري. دA په برعکس پېښه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو میاشتوکې د زېږدنې روځ لري. اوس ۸ کسان په ۱۲ میاشتو داسې وېشل کیږي، چې دوه والی یا ډېلوالی منځ ته نه راځي.
له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$$

له دې سره

$$P\left(\overline{A}\right)=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلو یاشتو کې د زیږېدنې روح لري.

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}954$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی،چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشتکې زیږېدلي دي یا د زیږېدوروځ لري.

شپږم –

نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

یاپه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري را وه وېستل شي دی:

$$\binom{15}{3}=\frac{15\cdot 14\cdot 13}{3\cdot 2\cdot 1}=455$$

A : ټیک دوه شنه غونداري راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونداري له ټولټال ۴ غونډارو راوه وستل شي او ۱ بل رنګه له ټولټال ۱۱ نورو رنګونو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot 11=66$$

دا دA پېښېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{66}{455}\approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

B: شین غونډاری نه راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتوتعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنګیز د ټولټال ۱۱ غونډارو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}=1\cdot\frac{11\cdot 10\cdot 9}{3\cdot 2\cdot 1}=165$$

دا دB پیښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې کوم شین غونداری نه راوستل کیږي.

اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي(وستل کیږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دویم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي((له لوبې وستل کیږي) د دې لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=8!=40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځاونو وه وېشو او لارس په اخرني ځای ځای کړو 7! دی.

له دې سره د A لپاره دامکاناتو تعداددی: $A:7!\cdot 1$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{7!\cdot 1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې لارس ته اخرنی ځای باتیږي.

B: انیا او وانسا اخرنی مسابقه کوي.

xxxxxxVA یا xxxxxxxAV

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ځایونو او ۲ کسان په ۲ ځایونو وه وېشل شي 6! ځله 2! (6! ضرب 2!) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $6!\cdot 2!$

له دې سره

$$P(B)=\frac{6!\cdot 2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot 7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره امتمالوالی دی، انیا او وانسا احرني سیالی کې مسابقه کوي.

اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځابونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې یو چلیپا کوو 3^{10} دی. (مرتبانله ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره)

A :ټول ځوابونه نا ټیک دي.

د دې لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

د A لپاره دامکاناتوتعداد دی: 2^{10}

له دې سره

$$: P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه ناټیک دي.

B: لومړی پنځه پوښتنې ټیک دي، اخرنی ۵پوښتنې ناټیک دي.

د لومړیو ۵ پوښتنو لپاره هریوه یو، د دویمو ۵ پوښتنو ته هر یوه ته ۲ امکاناته شته چې چلیپا شي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$: 1^5 \cdot 2^5$$

$$P(B) = \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} \approx 0,000.542$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی دوهپوښتنې ټیک ځواب شوي دي.

C: ټیمې پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

دا پنځه ټیک حابونه چې په لسو پوښتنو وه وېشو لاس ته تر $\binom{10}{5}$ امکانات راځي. هر یوګونی د B احتمالوالی لري.

له دې سره

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې پوره نیمایي پوښتنې ټیک ځواب شوې دي. .

D: څلور ځوابونه ټیک او ۶ ناټیک دي.

د امکاناتو تعداد ۴ پ،ښنتې چې په ۱۰ وویشو دی:

$$: \binom{10}{4} = 210$$

په هر ۶ غلط چلیپا شوي ځواب دوه امکاننات شته.

دا $! 2^6$ امکانات دي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

له دې سره

$$t\ P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپاشوي دي.

نهم – ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ تورې ترتیب کړو!6 دی
A: دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1
د N لپاره :2.1
د S لپاره :1
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 12 = 3.2.1..2.1.1
له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0{,}01\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د ګډوډولو وروشته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
B: د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي:.
AAAxxx
دA لپاره د امکاناتو تعداد:3.2.1
د x لپاره3.2.1
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 36 = 3.2.1.3.2.1

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

د دې لپاره اجتمالوالی دی،چې د خوزولو یا ګډوډولو وروسته AAA پیل توري پاتې کیږي.
: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منځ ته راځي.

AAAxxxیا xAAAxx یا xxAAAx یاxxxAAA

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبانکې ۱۴ برابرې لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

کارته له دې تورو سره		A	E	N	O	T
د کارتونو تعداد		1	4	5	1	3

لاندې تصادفي ترجربې سرته رسيږي:

الف : د مرتبان څخه په يو ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پيښې تعريف دي:

A : پهدواړو کارتو همغه يا برابر تور ي دي.

B : دواړه راوستل شوې کارتې غږ نه لرونکي (((v. lat.: *con* = mit + *sonare* = (Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut)

C: د لاندې پdښو لپاره احامالوالی وشمېرئ

$P(A);\quad P(B);\quad P(A \cup B);\quad P_B(A)$ او د جلې په بڼه ځواب ورکړئ.

ب – د مرتبان څخه يوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کيږي اوپه ترتيب او په پرلپسې توګه يو بل پسې ايښول کيږی. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، دا لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په يوهځل ۵ کارتې راوستلکيږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو تور سره لغات TANTE کېښوول شي.

ت – ينس لاندې د لاندې لوبې وړانديز کوي:

د مر تبان څخه په يو ځل درې کارتې راوستل کيږي. دا د لاندې جدول له لارې شمېرل کيږي:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7 €
3 Vokalen	21€
E, E, E	28 €

شرط باید څومره جګ وي،چې لوبه عادلانه وي؟

ت – د مرتبان څخه پهیوه ځل دوه کارتې راوستلکیږي.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکی،چې راوستل شوې توري وکال (Vokale)یا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور څومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتېژي III

مفصل ځوابونه لومړی – مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري.(لاندې المني: و)

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{19}{91} \approx 0,209}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t\ NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي 0,307 دی.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\ \text{mit}\ A\cap B=NN\vee TT$$

$$P(A\cap B)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{13}{91}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{19}{91}+\frac{28}{91}-\frac{13}{91}=\underline{\underline{\frac{34}{91}\approx 0{,}374}}$$

د دې لپاره احتمالوالى،چې پهدواړو کارتو توري برېر يا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\underline{\underline{\frac{13}{28}\approx 0{,}464}}$$

که پوهيږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپارهاحتمالوالى،چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې ترتيب شوې لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\underline{\underline{\frac{1}{1001}\approx 0{,}001}}$$

د دې لپارهاحتمالوالى ، چې لغات TANNE منځ ته ارښي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کارتې په يو ځل.

دې ته اړتيا لرو: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\underline{\underline{\frac{30}{1001}\approx 0{,}03}}$$

د دې لپارهاحتمالوالى،چې دا لغات TANTE جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.

د تصادفي متحولو(اووښتونو يا واريابلو)X ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسوناتت لپاره:

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د۲ وکال او۱ کنسونانت لپاره.

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د 4 € شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانکې شتون لري..

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که x وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري: 8 + x

د $P(VV \vee KK) = 0,5$ سره باور لري:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه (P = 0,5) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت ترې لرې شي.

یوولسم - د برنولي – ازماېښت

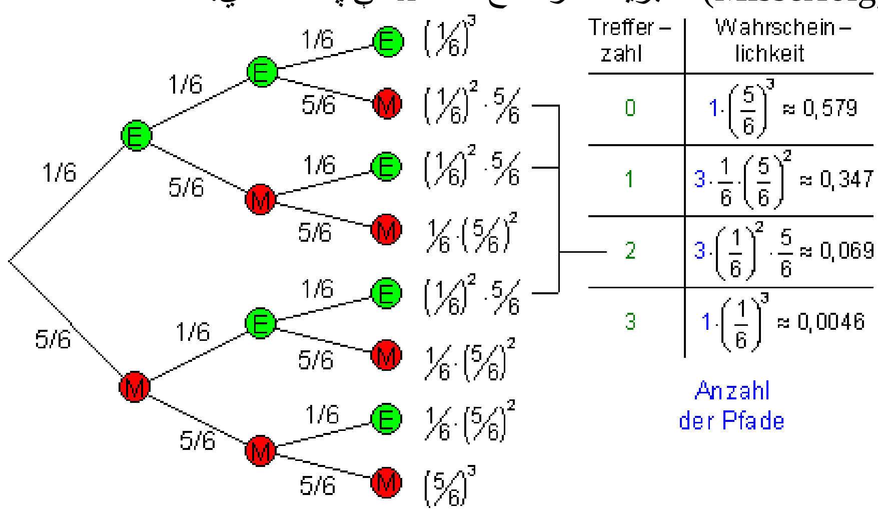
او د بېنومیال وېشنه یا خورونه

ډېرې تصادفي تجربې کېدی شي د دوه پېښنو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د بېلګې په توګه
-
د سیکې غورځول د محراب ممبر نښان او ګڼ یا عدد سره
- د یوه کتابچې مېخ غورځونه د یوې پېښې څوکې یا شا سره.
د یوه سترګي غورځول د نتیجې 6 یا نه 6 سره.

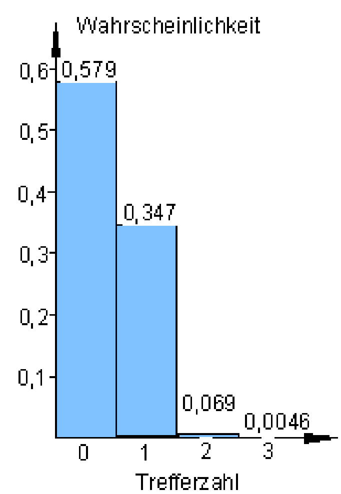
داسې تجربې د برنولی-تجروبو په نامه یادېږي. د داسې تجربو دواړه نتیجې سرې د برياوو یا نه بریا په څېر په نخښه کوي. که دا تجربه n - واره تکرار شي، نو د n - پوړیزې برنولي –تجربې څخه غږېږو یا د یوه برنولي - ځنځېر څخه د n - اوږدوالي سره. د n -پوړیز ې برنولي –تحربي څخه غوښتل کیږي، چې د یوې تجربي نتیجه د

بلي تجربې څخه بې تاثيره پاتې کيږي. د داسې يوې n -پوړيزې تجربې سره سړی د تجربو د برياوو او نابرياوو تعداد لپاره علاقه نيسي.

پيل بيلګه: يو سترګيز مکعب يو په بل پسې درې واره غورځول کيږي. موږ د احتمالوالي سره علاقه لرو، چې وپوهيږو، چې ايا عدد (ګڼ) 6 په دې ازمايښت کې 0, 1, 2 يا 3ځله رامنځ ته کيږي. E (Erfolg)د بريا يا رمنځ ته کېدنې په معنا او M (Misserfolg)د نابريا د ر امنځ ته کxدنې په معنا دي.



لاندې الماني=احتمالوالی



پورته ا لماني = راوستل شوی عدد.

دلته دایو دريٍ پوړیز برنولی- ازماېښت دی.
د وني دیاګرام څخه د تار قانون له مخې په ساده توګه احتمالوالی ګڼل (شمېرل)کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتیجه ډېرۍ (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چې دا هر وار د دريٍ پرلپسي پېښنو تنظیم څخه منځ ته راغلي. د پوړیو تعداد جګوالي سره د دندې یا تمرین کارونه د وني دیاګرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د k بریاوو سره

د یوه پوړ n -پوړیزې برنولي – ازماېښت سره د نتیجې ډېرۍ هر توکی د پرلپسي پېښنو څخه منځ ته راغلی.

د بیلګې په توګه EM....... EEMMEEEM . د تارونو تعداد چې د بریاوو سره بیداکړو، له دې سرهپه همغه معنا دی، چې د نتیجه ډېرۍ څخه د توکو تعداد پیدا کړو، چې k -ځله د لړی پرلپسي څخه خپلواک یوه بریا وښایي. یا راکړي.

دا کیدی شي داسي هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي k شیان د n شیانو څخه د لړۍ پرلپسي څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

<table>
<tr>
<td>
دا لوټو-پرابلم رایادوي، په هغې کې چې له $n = 49$ شیانو $k = 6$ شیان بې د پرلپسي لړی ترتیب څخه وټاکلشي.

په دې خالت کې د امکاناتو تعداد وو:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$
دا د شمېرنې قانون د برنولي –تجربې باندې هم کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د k بریاوو سره وپلټو.
</td>
<td>
زموږ د بیلګې لپاره باور لري:
$n=3$; $k=0;1;2;3;$
د تارونو تعداد
k = د بریاوو تعداد
<table>
<tr><td>0</td><td>$\binom{3}{0} = 1$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$\binom{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$\binom{3}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1$</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

د n - پوړیزې برنولي –تجربې د تارونو تعداد دk بریاوو سره دی:

n د تجربو تعداد اوk د بریاوو تعداد	$\binom{n}{k}$

بیلګه: یو سترګیز مکعب $n = 5$ ځله غورځول کیږي

د بریا ارزښت د سترګیو تعداد 6 دی.

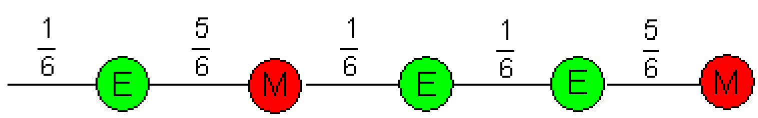
په نتیجه ونه کې د $k = 3$ سره څومره تارونه شتونلري؟

حل (اوبی) د $k = 3$ بریاو سره د د تارونو تعداد دی: $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

به دې تجربه کې په ټولیزه توګه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 بریاوې خوندي لري.

د یوه تار لپاره دk بریاوو سره احتمالوالی

د یوې روښانه بیلګې سره دې د یوه تار احتمالوالی د شمېرلو د شمېرنې قانون وښوول شي. دا قانون دې بیا ټولیز شي.



د دې تار احتمالوالی کېدی شي دتار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(EMEEM) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پوړیو تعداد $n = 5$ دی.

د بریاو تعداد $k = 3$ دی.

د نابریاوو تعداد $n - k = 5 - 3 = 2$ دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو $(p = 1/6)$ لپاره د اکسپوننت یا جګ عدد په څېر رامنځ ته کیږي همداسې د نه بریاو$(q = 5/6)$ لپاره رامنځ ته کیږي

باور لري:$q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د $n = 5$ او $k = 3$ لپاره لکه چې لرووشمېرل شي:
:

$$P(EMEEM) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

تولیزونه :

دا چې دا د یوه n - پوړیز برنولي – ازماېښت سره یو ازماېښت دی، د کوم سره چې هره پوړۍ د بریا احتمالوالی $P(E) = p$برابر پاتې کیږی ، تارضربقوانو له مخې د هر k بریا وو سره او $n - k$ نابریاوو سره باور لري:

تاردیاګرام = $p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

د کوم سره چې $1-p$ د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د n – پوړیز برنولي-ازماېښت د k بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\substack{\text{Anzahl der Pfade} \\ \text{mit k Erfolgen}}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\substack{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad} \\ \text{mit k Erfolgen und n−k Misserfolgen}}}$$

د بینومیال ضریب لپاره یادونه $\binom{n}{k}$ د $q = (1-p)$ سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \ldots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \ldots +$$

$$+ \ldots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

دا د برنولي درسي جمله ده.

د $n = 3$ سره پیلبیلګې لپاره باور ري:

$$P(X=0)=\binom{3}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=1\cdot1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}\approx\underline{\underline{0,579}}$$

$$P(X=1)=\binom{3}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{3}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{75}{216}\approx\underline{\underline{0,347}}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1=\frac{3\cdot2}{1\cdot2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{15}{216}\approx\underline{\underline{0,069}}$$

$$P(X=3)=\binom{3}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot1=\frac{1}{216}\approx\underline{\underline{0,0046}}$$

د بينوم وېشنه يا (په برابرو برخو) توټه کونه:

د يوه n-پوړيز برنولي – ازماېښت کې د p د بريا احتمالوالي لپاره او نابرياو احتمالوالي 1-p سره د k

برياوو لپاره باور لري:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وېشنه د بېنوميالوېشنه بلل کيږي.

تمرين :

يوه کورنى 6 کوچنيان لري .

اتمالوالى، چې يوه نجلۍ وزيږوى، $p = 0,5$ دى .

د دې لپاره احتمالوالى وشمېرى، چې ۶ بچيانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام وکاږئ. د لاندې پېښو احتمالوالى و ټاکئ.

A : د کوچنيان تيک نيمايي نجونې دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمايي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمايي نجونې دي.

تمرین :

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وې.

a : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

Kumulierte Binomialverteilung ___ کمولیر شوې دبینوم وېشنه

(*cumulus* – Anhäufung لاتین پنډغالي کیدنه)په سوېس کې د ټاکنو قانون کې، چې په یو ځل یو کس د ټاکنو غړونه ورکوي یا رایې اچوي.

بیلګه:

یوه سیکه 20 واره غورځول کیږي. د لاندې پېښنو، لپاره احتمالوالی شمېرل کیږي.

a : تیک 10 ځله ممبرنښان

b : زیات له زیاته 15 ځله ممبرنښان

c :لږ تر لږه 7 ځله ممبرنښان

d:لږ تر لږه 6 ځله اوزیات له زیاته 16 ځله ممبرنښان.

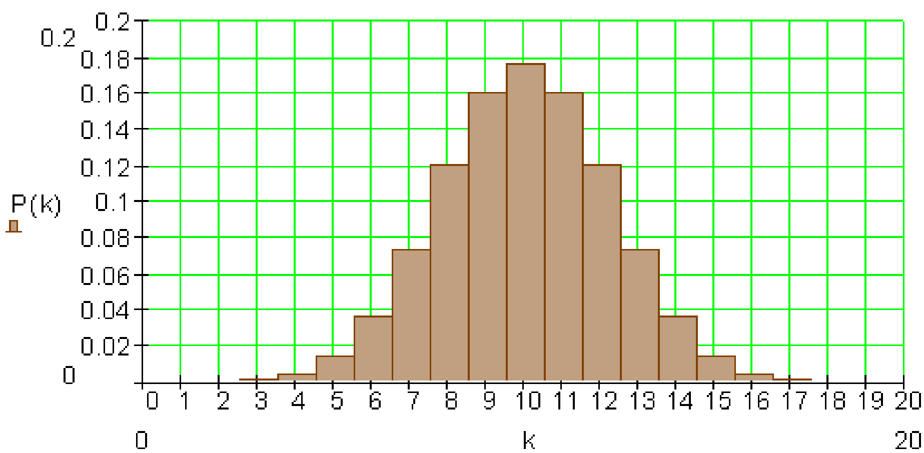
دا د احتمالولي وېشنې داتا په لاندې جدول کې رايوځای شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ را ګرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه : د $k = 0, 1, 2$ حالت او $18, 19, 20$ لپاره احتمالولی طبعاً صفر نه دی.
صفر داسې منځ ته ارځی، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راګرد شوی وي.

د بينوميال وېشنې هيستوګرام په لاندې توګه ليدل کيږي:



الف – احتمالولي $P(X = 10)$ کېدی شي دد جدول همداسې له هېستوګرام څخه ولوستل شي.

احتمالولی د پيښې 10 ځله ممبرنښان دی : $P(X = 10) \approx \underline{\underline{0,176}}$

ب – د پيښې لپاره احتمالولی دی.

E : خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنښان ، تړلی ورپسې نه شي لوستل کيدی. د دې لپاره بايد د احتمالولی د جدول ارزښتونه سره جمعه شي.

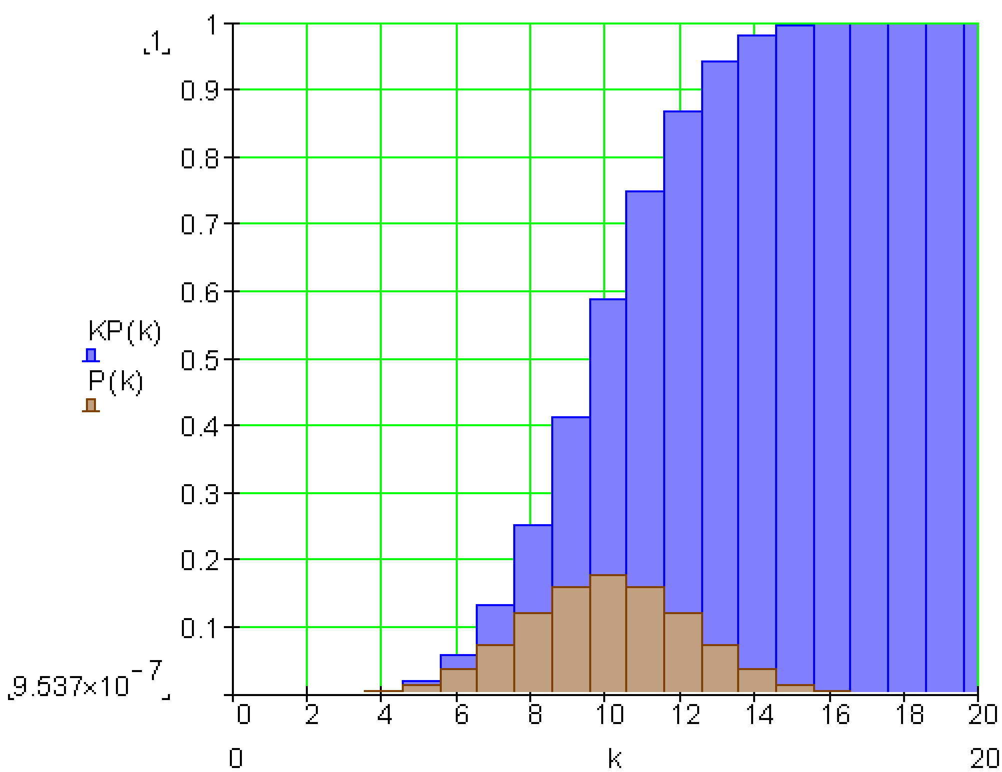
$$P(X = 0) + P(X = 1) + \ldots + P(X = 15)$$

که جدول ولرو په کوم کې چې احتمالوالى سره جمعه شوى دى، يعني يوه کمولېرې جدول، نو کېدى شي د E لپاره احتمالوالى سملاسي له دې ښخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X = k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X \le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X = k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X \le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

يادونه : د $3 > k$ لپاره کمولېري احتمالوالى طبعاً صفر نه دى. طبعأ د$20 > k$ لپاره ارزښتونه 1 هم نه دى. دا مګر له دې ارزښتونو ښخه کم توپير يري، چې سرى په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راکردشوي جدول ارزښتونه کارولاى شي.

د کموليري بينوميال وېشني يا توټه کوني هيستوګرام.



خورا زيات 15 ځله په دې معنا دى: $P(X \le 15) \approx \underline{\underline{0{,}994}}$

پ : لږ ترلږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0{,}058 = \underline{\underline{0{,}942}}$$

ت : لږ ترلږه 6 ځله اوزيات له زياته16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6,7,\ldots16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0{,}999 - 0{,}021 = \underline{\underline{0{,}978}}$$

بيلګه په ګوته کوي، چې کمولېري جدول کومې ګټې لري، که هدف دا وي چې د يوې ساحې يا ورشو لپاره د تصادفيواريابلې X اختمالوالی و شمېرو. دا ورشو د ګڼونو يا اعدادو به وړاګه هم د انتروال په توګه انځور شوې ده.

مورږ لاندې حالتونه سره توپېروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرين :

يو مولتيپل چوېس تست ياازموينه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر يوه لپاره ټيک يو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو ليد سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټيک ځواب وويل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزيات له زياته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټيک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 1/5 = 0,2 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عمليه د 50 پوړيز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بينوميال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل:يوه کورنۍ 6 کوچنيان لري .

احتمالوالی، چې يوه نجلۍ وزيږوی،p = 0,5 دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږئ. د لاندې پېښنو احتمالوالی و ټاکئ.

A : د کوجنیان تیک نیمایي نجوني دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجوني دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازماېښت په څېرر راوړل شي د $n = 6$ او $p = 0,5$ سره .
غواړو $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره پیداکړو.

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

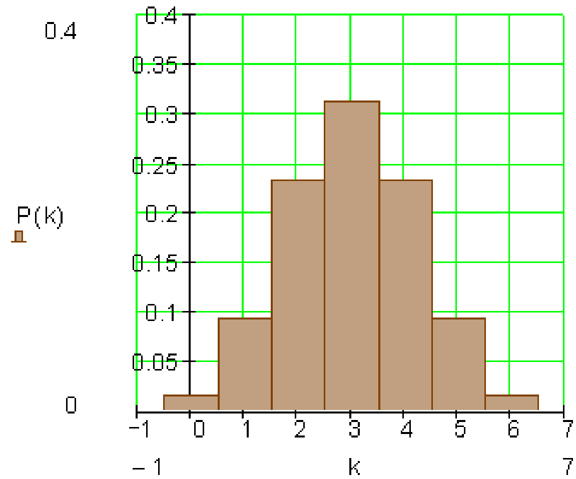
$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,3125}}$$

$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام:



د دې لپاره احتمالوالی دی، چې $P(A) = P(X=3) = 0,3125$
د 6 کوچنیانو ښځه تیک درې نجونې دي

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه زیات له زیاته درې نجونې دي

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه لږ تر لږه درې نجونې دي

حل (اوبی):

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وي.

a : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له يوه ځل زيات ممبرنښان.

داپرابلم کيدی شي د 5-پوړيز برنولي- ازماېښتپه څېر د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره راوړل شي.

الف – غوښتلکيږي $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره .

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot4}{2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زيات له زياته 3 ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2) له 3 کم ځله   ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل   ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1ځل زيات ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرين ځواب:

يو مولتيپل چوېس تست ياازموينه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر يوه لپاره ټيک يو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو ليد سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټيک ځواب وويل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزيات له زياته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټيک 15 پوښتنې

د پيښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 0,2 = 1/5 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عمليه د 50 پوړيز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بېنوميال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې توکلي د 20 پوښتنو ټيک يا صحيح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%)کوچنی دی.

ب –

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ ترلږ 10 پوښتنې او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ - $P(X \leq 9) = 0,444$ د جدول څخه سيده لوستلکيږي:

د دې لپاره احتمالوالی چې د توکلي ويېنې سره لږ تر لږه10 او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب شي .(56,5%) 0,565 دی.

ت – $P(X=15)=P(X\leq 15)-P(X\leq 14)=0{,}969-0{,}939=\underline{\underline{0{,}03}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټيک 15 پوښتنې سمې ځواب شي .(3%) 0,03 دی.

د بينوميال وېشنې يا خورونې ته پوښتنې I

لومړی – دا کلمې روښانه کړئ: د برنولی -تجربه، د پېښېدنې احتمالوالی، د برنولی- ځنځېر او د برنولی زنځير اوږدوالی

دويم – د لاندې تصادفي تجربې څخه يې کړمه د برنولی زنځير دی؟ که ممکن وي د پېښېدنې احتمالوالی p ورکړئ او د برنولي –زنځير اوږدوالیn هم ورکړئ.

الف – يو سترګيز مکعب درېواره غورځول کيږي او د شپږمو تعداد ليکل کيږي.

ب – يو سترګيز مکعب درېواره غورځول کيږي او د سترګيو جمعه ليکل کيږي..

پ –د يوه مرتبان څخه ۳ سپين او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) تر هغې راوستل کيږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړی سور غونډاری را ښکاره شي.

ت ـ د يوه مرتبان څخه ۳ سپين او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) ۴ –ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کيږي.

ټ – د يوه بحت څرخ 50% ټولو حالتونو کې يو 1 راڅرګنديږي.، په هر 25% حالتونو کې يو2 همداسې3 . دا څرخ څلورواره څرخول کيږی او عددونه د څلور ځايېز عدد په څېر ليکل کيږي

ث – له (ټ) څه يو د بخت څرخ اته واره څرخول کيږي، که ۳ راڅرګند شي،نو سړی 10 سنته ګټي.

ج – د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کيږي، ترڅو ۳ راڅرګند شي، زيات له زياته ۵ ځله.

دريم – يو څرخ درې برابر لويې ټوټې (قطعې) د نخښو ګردی(دايره) چلېپا او ستوری لري. دا څلورواره څرخول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

: لږ تر لږه درېواره ستوری را منځ ته کیږي.f.

: زیات له زیته یو وار ستوری را منځ ته کیږي..

: زیات له زیاته درېواره ستوری را منځ ته کیږي..

ځلورم – د شفتالانو د یوه لوی بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 داني راوستل کیږی. د لاندې پېښې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: یو شفتالو خټا دی.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ ترلږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د یوې نجلی د زیږېدني لپاره احتمالوالی0,49 دی، یوهلک د زیږېدني لپاره 0,51 . احتمالوالی څومره لوي دی، چې په یوه کورنۍ کې د ځلورو کوچنیانو څخه

: تیک دوهنجوني دي؟

: زیات له زیاته درې نجوني دي؟

شپږم – یوه پیسه لږ تر لږه باید څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% یوه احتمالوالي سره یو ځل ګڼ یا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څوواره باید لږ تر لږه یو سترګيز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – یو مکعب 60 واره غورځول کیږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: سړی تیک 10 واره 6 وغورځوي.

: سړی لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

: سړی زیات له زیاته 10 واره 6 وغورځوي

. : د غورځول شوو ۶ تعداد د ۶ او ۱۲ (په شمول) ترمنځ پروتدی

: سړی له ۴ زیات او له ۱۵ لږ ۶ اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کې د سترګیو عدد ناجوړه(طاق) عدد دی.

: د30 حالتونو څخه زیاتوکې د سترګیو عدد جوړه (جفت) دی.

: له 25 څخه زیات او له 35 څخه لږ ناجوړه د سترګیو عدد رامنځ ته کیږي.

ځوابونه -

د بینومیالوېشنې I
نتیجې او مفصل حلونه
نتیجې

لومړی- د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نابریا (نه رامنځ ته کیونه) بلل کیږي.
د پېښې یا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
یو برنولی زنځېر رامنځ ته کیږي، که برنولي –تجربه ډېرواره یو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځېر اوږدوالی راکوي، چې دا یوګوني تجربه یو په بل پسې څومره تکراریږي.
دویم –

الف – برنولي زنځیر3 = n ، رامنځ ته کېدنه: 6 ، p = 1/6;
ب – د برنولي زنځیر نه شته.
پ – د برنولي زنځیر نه شته.
ت – د برنولي زنځیر : 4 = n، رامنځ ته شوی : سپین p = 3/10 ، رامنځ ته شوی: سور p = 7/10 .
ټ- د برنولي زنځیر نه شته.
ث – برنولي زنځیر8 = n ، رامنځ ته شوی: عدد3، p = 0,25
ج- د برنولي زنځیر، رامنځ ته شوي: 3 ، p = 0,25،

د زنځیراوږدوالی ماکسیمال 5.

دریم –

$$P(A)=P(X=3)=\frac{8}{81}\approx \underline{\underline{0,0988}} \qquad P(B)=P(X\geq 3)=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0,\bar{1}}}$$

$$P(C)=P(X\leq 1)=\frac{48}{81}\approx \underline{\underline{0,5926}} \qquad P(D)=P(X\leq 3)=\frac{80}{81}\approx \underline{\underline{0,9877}}$$

څلورم –

$$P(A)=P(X=1)=\underline{\underline{0,4096}};\ P(B)=P(X=0)=\underline{\underline{0,32768}};$$

$$;\ P(C)=P(X\geq 2)=\underline{\underline{0,26272}}$$

پنځم -

$$P(A)=P(X=2)\approx \underline{\underline{0,3747}} \qquad P(B)=P(X\leq 3)\approx \underline{\underline{0,9424}}$$

شپږم – سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمنان سره لږ تر لږه یو ځل عدد یا ګڼ لاس ته راوړو.

اوم- با ید مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه یو6 وغورځول شي.

اتم -

سړی تیک10 ځله 6 غورځوي	$P(A)=P(X=10)\approx 0,137$
سړی لږ تر لږه10 ځله 6 غورځوي	$P(B)=P(X\geq 10)\approx 0,554$
سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي	$P(C)=P(X\leq 10)\approx 0,583$
د غورځولو شپږو تعداد د6 او 12 (په شمول)تر منځ پروتدی	$P(D)=P(6\leq X\leq 12)\approx 0,759$
سړی له 4 زیات او له 15 لږ شپږ غورځوي.	$P(E)=P(5\leq X\leq 14)\approx 0,915$
د سترګیو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناجوړه دی	$P(F)=P(X\leq 24)\approx 0,078$
د سترګیو تعداد له 30 څخه زیاتو حالتونو کې جوړه دی.	$P(G)=P(X\geq 31)\approx 0,449$
له 25 څخه زیات او له 35څخه کم ناجوړه د سترګیو تعداد راوځي	$P(H)=P(26\leq X\leq 34)\approx 0,754$

مفصل ځوابونه:

لومړی - د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نابریا (نه رامنځ ته کیونه) بلل کیږي.
د پېښې یا رامنځ ته کیدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کیدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
یو برنولی زنځیر رامنځ ته کیږي، که برنولي –تجربه ډېرواره یو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځیر اوږدوالی راکوي، چې دا یوګونې تجربه یو په بل پسې څومره تکراریږي.
بیلګه ؛ یوه سیکه 100 ځله یو په بل پسې غورځول کیږي. د سیکې عورځونه یو د برنولي تجربه ده، دوه نتیجې شته، عدد او سر(ممبرنښان). د منځ ته راتګ احتمالوالی p $0,5 =$ دی. دا چې د پیسې غورځونه 100 ځله تکراریږی، نو دا تجربه د برنولي زنځیر په نامه یادیږي. د دې برنولي زنځیر اوږدوالی100 = n دی.
دویم –
الف – دا دبرنولي زنځیر د 3 = n اودوالي سره دی. پیښه ۶ راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پوړۍ کې د 1/6 = p سره برابر دی.
ب- دا دبرنولي زنځیر نه دی، ځکه په هرې پوړۍ کې6 مختلفې پېښې پېښېدی شي . } { 6 ; 5 ; 4 ; 3 ; 2 ;1. د یوه برنولي زنځېر لپاره فقط د دوه وو اجازه شته.
پ – دا د برنولي زنځیر نه دی، ځکه چې غونډاري بېرته نه ایښول کیږي او له دې سره لهپوړۍ و پوړۍ ته احتمالوالی تغیر خوري. د برنولی زنځیر لپاره احتمالوالی باید د یوه منځ ته راتګ لپاره په هره پوړۍ کې برابر وی.
ت – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي 4 = n سره. د سپین منځ ته راتګ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت 3/10 = p دی، او د سره منځ ته راتګ لپاره = p 7/10 دی.
ټ – دا د برنولي زنځیرنه دی، ځکه چې په هره پوړۍ کې درې نتیجې{ 3 ; 2 ; 1 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځیر کې به هره پوړۍ کې فقط دوه نتیجې لاس ته راتلیشي.
ث – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي 8 = n سره. د منځ ته راتګ په حیث ۳ عدد د p $0,25 =$ سره کره شوي. په هره پوړۍ کې احتمالوالی ثابت پاتیږي.
ج – دا د بنولي زنځېر دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د رمنځ ته کېدنې عدد ۳ کره شوی د احتمالوالي 0,25 = p سره. د زنځیر ماکسیمال اوږدوالی 5 دی.

دریم -

$$P(A) = P(X=3) = \binom{4}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1 = 4\cdot\frac{1}{27}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{81} \approx \underline{\underline{0,0988}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک ۳ واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,0988 دی.

$$P(B) = P(X\geq 3) = P(X=3) + P(X=4)$$

$$= \frac{8}{81} + \binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{8}{81} + 1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1 = \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9} = \underline{\underline{0,\bar{1}}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راڅنګ ته کیږي، ...0,1111 دی.

$$P(C)=P(X\le 1)=P(X=0)+P(X=1)$$
$$=\binom{4}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4+\binom{4}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$=1\cdot 1\cdot\frac{16}{81}+4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{27}=\frac{16}{81}+\frac{32}{81}=\frac{48}{81}\approx\underline{\underline{0,5926}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته یو وار ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

$$P(D)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)$$
$$=1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=1-1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{81}{81}-\frac{1}{81}=\frac{80}{81}\approx\underline{\underline{0,9877}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته درې واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

څلورم - رامنځ ته کیدنه: شفتالو خڅا دی. $n=5\ ;\quad p=20\%\Rightarrow p=\frac{1}{5}$
:

$$P(A)=P(X=1)=\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^1\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^4=5\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{256}{625}=\frac{1280}{3125}=\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک یو شفتالو خوڅا دی، 0,4096 دی.

B : ټول شفتالان روغ یا سم دي، کوم شفتالو خوڅا نه دی.

$$P(B)=P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^0\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^5=1\cdot 1\cdot\frac{1024}{3125}=\underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان ټیک دي، 0,32768 دی.

$$P(C)=P(X\le 5)-P(X=1)-P(X=0)$$
$$=1-\frac{1280}{3125}-\frac{1024}{3125}=\frac{3125-1280-1024}{3125}=\frac{821}{3125}=\underline{\underline{0,26272}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوڅا دي، 0,26272 دی.

پنځم –

$$P(A)=P(X=2)=\binom{4}{2}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^2\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^2=6\cdot\left(\frac{49\cdot 51}{100\cdot 100}\right)^2$$
$$=6\cdot\frac{6.245.001}{100.000.000}=\frac{37.470.006}{100.000.000}\approx\underline{\underline{0,3747}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې په فامیل کې ټیک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)=$$

$$= 1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^0$$

$$= 1-1\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot 1 = 1-\frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000-5.764.801}{100.000.000}$$

$$= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې په کورنۍ کې زيات له زياته درې نجونې دي، 0,9424 دی.

شپږم –

د ممبرنښان او عدد لپاره امکانات برابر دي($p = 0,5$) . برعکس پيښه چې لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان دی، چې هيڅ ځل عدد نه دی.

باور لري $P(X \geq 1) \geq 0,99$ همداسې د برعکس پيښې لپاره $P(X=1) \leq 0,01$ دی.

$$P(X=0) = \binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0) \leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,01|$$

لوګارتمونه د بيلګې په توګه د ln سره.

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq \ln(0,01) |:\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(په پام کې ولرئ، چې $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ کميز يا منفي دی)

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سيکه بايد لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د99% اطمنان يا تضمين سره لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان لاس ته راوړی شو.

اوم – A : دn غورځولو سره لږ تر لږه يو6 .$p = 1/6$ $E = \{ 1; 2 ; 3 ; ... n \}$

دA برعکس پيښه ده: دn غورځول سره نه 6 يا 6 نه .

د لاندې الماني پښتو: لوګارتمونه، بڼه بذلون

$$P(A) = 1-P(\overline{A}) = 1-\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$P(A) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9|-1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 ||$$

لوګاریتم یې ونیسئ

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0,1) |$$

بنه بدل کړئ

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1) | : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \qquad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,6$$

سړی باید 13 ځله وغورځوي، چې د یوه لږ ترلږه %90 احتمالوالي سره لږ تر لږه یوځل شپږ وغورځوي.

اتم – د n=60 او P=1/6 لپاره کومولیر یا سره راټول شوې بینوموېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,984	20	1,000
17	0,993	21	1,000
18	0,997	22	1,000
19	0,999	23	1,000

سړی ټیک 10 ځله 6 غورځوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0,583 - 0,446 = 0,137$$

سړی لږ ترلږه 10 ځله 6 غورځوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0,446 = 0,554$$

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول لوستل کیږي.
سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي
$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول خخه دلوستل کیږی.
د غورځول شوو شپږ تعدادد ۶ او ۱۲ په شمول ترمنځ کې پروت دی.
$P(D) = P(6 \le X \le 12) = P(X \le 12) - P(X \le 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$
: سړی له ۴ کم او له ۱۵ زیات ۶ غورځوي.
$P(E) = P(5 \le X \le 14) = P(X \le 14) - P(X \le 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$
: د 25حالتون څخه زیاتو کې د سترګیو عدد ناجوړه (طاق) دی.
$P(F) = P(X \le 24) = 0,078$ له جدول لوستل شوی.
: د30 حالتو څخه زیاتو کې د سترګی عدد جوړه دی.
$P(G) = P(X \ge 31) = 1 - P(X \le 30) = 1 - 0,551 = 0,449$
: له ۲۵ څخه زیات او له ۳۵ څخه لږ د سترګیو عدد رامنځ ته کیږي.
$P(H) = P(26 \le X \le 34) = P(X \le 34) - P(X \le 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$

پوښتنې
بینومیال وېشنه II

لومړی – یوه کورنی ۶کوچنیان لري. دیوې نجلې زیږېدنې لپاره احتمالوالی $p = 0,5$ دی.
د دې لپاره احتمالوالی وشمیری، چې د ۶ کوچنیانو ترمنځ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوګرام وکاږئ.
د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:
: د کوچنیان نئیکنیمایي نجونې دي.
: د کوچنیان زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.
: د کوچنیان لږ تر لګه نیمایي نجونې دي.
دویم –
سیکه ۵ ځله غورځول کیږي. P دلته 0,5 ده.
الف – د X تصادفي واریابلې یا اووښتونې د احتمالوالي وېشنه وټاکئ: د ممبرنښان تعداد.
ب – د کوم احتمالوالي سره سړی غورځوي

(۱) زیات له زیاته ۳ ځله ممبرنښان؟
(۲) له ۳ ځله کم ممبرنښان؟
(۳) لږتر لږه یو ۳ ځله ممبرنښان؟
(۴)زیات له یو ځله ممبرنښان؟

دریم - یوه سیکه 20 ځله ورځول کیږي
الف – د بینومیالوېشني هیستوګرام وکاږئ.
ب – دلاندې پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کیږي.
(1) تیک ۱۰ځله ممبرنښان.
(2) زیات له زیاته ۱۵ ځله ممبرنښان.
(3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنښان.
(4) لو تر لږه ۶ ځله اوزیات له زیاته ۱۶ ځله ممبرنښان.
پ- د کمولر شوي احتمالوالي وېشني هیستګرام وکاږئ.
څلورم –
یو Multiple- Choice- Test له 50پوښتنو او۵ ځوابونو څخه جوړدی، چې له هغو د هر یوه لپاره تیک یو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترګو لید له لارې توکلي لاندې د پوښتني سمې ځواب کړي؟
الف – له ۲۰ زیاتې پوښتني.
ب – لږ تر لږه ۱۰ او زیات له زیاته ۲۰ پوښتني
پ – له لسو پوښتنو کم.
ت – تیک ۱۵ پوښتنې.

د هرې پوښتني سره دپیښیدني احتمالوالی $0{,}2 = 1/5$ دی، دا چې دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې یوې سره شته دی، کیدی شي دا عملیه د ۵۰ پوړیزې برنولي ازماېښت په څیرو ګڼل شي.	د 50 = n او p = 0,2 سره راوتنه د کمولیرشوي برنولي وېشنه باید مرستې په څېر استعمال شي. .

k	9	10	11	14	15
$P(X \le k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \le k)$	0,986	0,999	1	1	1

ځوابونه
د بینوموېشنه II
مفصل ځوابونه . لومړی –
دا پرابلم د ۶ –پوړیز ې برنولي –تجربې په څیر کیدی شي رواړل شي د $n = 6$ او $p = 0{,}5$ سره .
غوښتونی$P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

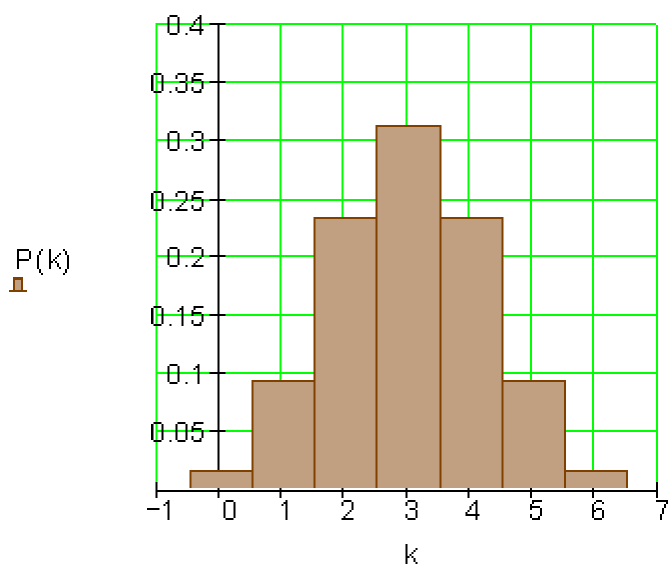
$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,3125}}$$

$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام



:

$$P(A)=P(X=3)=\underline{\underline{0,3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنيانو ښځه ټيک درې نجوني دي.

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو ښځه زیات له زیاته درې نجونې دي :

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو ښځه لږ تر لږه درې نجونې دي

دویم – دا پرابلم د 5 –پوړیز ې برنولي –تجربې په څیر رواړل شي د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره الف - غوښتونی$P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره

k	$P(X=k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot 1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2)

له درې واره کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X<3)=\frac{1}{32}+\frac{5}{32}+\frac{10}{32}=\frac{16}{32}=\underline{\underline{0,5}}$$

(۳)   لږ تر لږه یو واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X\geq 1)=\frac{5}{32}+\frac{10}{32}+\frac{10}{32}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\frac{31}{32}=\underline{\underline{0,96875}}$$

(4)

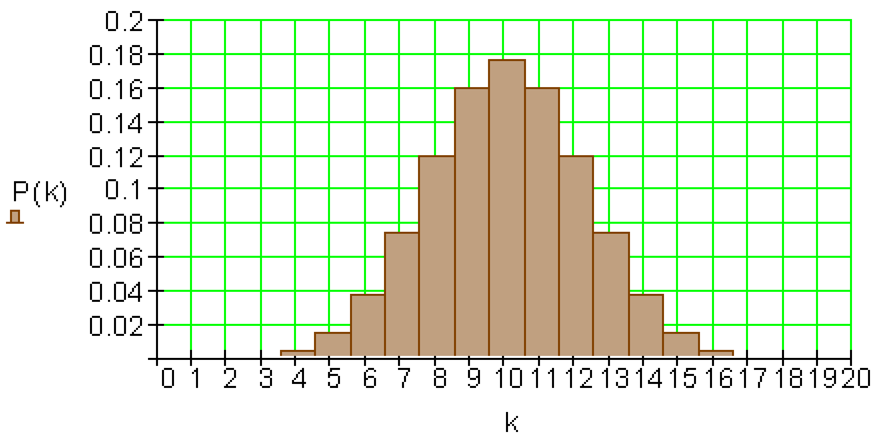
له یو وار زیات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X>1)=\frac{10}{32}+\frac{10}{32}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\frac{26}{32}=\underline{\underline{0,8125}}$$

دریم –

الف –

د 20 = n او 0,5 = p لپاره د بېنوموېشنې هیستوګرام



ب –

(۱) احتمالوالی   P(X = 10) کېدی شي له جدل یا همداسې له هیستوګرام څخه ولوستل شي.

د پیښې 10 واره ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی: P(X=10)~ 0,176

(۲)   د پېښې لپاره احتمالوالی

E   : زیات له زیاته ۱۵ واره ممبرنښان، نهشي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احامالوالي د جدول باید سره جمعه شوي وي.

P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)

که یو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تیار جمعه شوی وي، یعنې اکومولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X \le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X \le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $k < 3$ لپاره کومولیري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسي د $k < 20$ لپاره هم 1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیریږي، داسې چې په زیاتو حالتونو کي د عملي شمېرني لپاره د جدول راکړدشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنادی $P(X \le 15) \approx \underline{\underline{0,994}}$

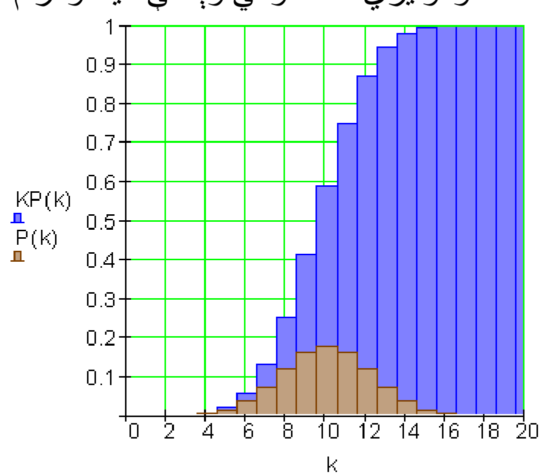
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X \ge 7) = P(X = 20) - P(X \le 6) \approx 1 - 0,058 = \underline{\underline{0,942}}$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6,7,\ldots 16) = P(X \le 16) - P(X \le 5) \approx 0,999 - 0,021 = \underline{\underline{0,978}}$$

پ – د کومولیري احتمالوالي وېشني هیستوګرام



ځلېږرم –

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

احتمالی چې په غوړولو سترګو توکلي له 20 پوښتنو زیاتي سمي ځواب شي له 0,001 (0,1%)څخه کوچنی دی.

ب – $P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,565}}$

احتمالی چې په غوړولو سترګو توکلي له لږ تر لږه 10 او زیات لهزیاته 20 پوښتنو سمي ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

پ – $P(X \leq 9) = 0,444$ له جدول څخه سیده لوستل کیږي

احتمالی چې په غوړولو سترګو توکلي له 10 پوښتنو کم سمي ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

ت - $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = \underline{\underline{0,03}}$

احتمالی چې په غوړولو سترګو توکلي تیک 15 پوښتنو سمي ځواب شي 0,03 (3%). دی

پوښتنې
بېنوموېشنه III

لومړی –

یوه سیکه 100 واره غورځول کیږي. د ممبرنښان او عدد هر یوه لپاره احتمالوالی p = 0,5 دی. د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی و شمېرئ.

: تیک52 ځله ممبرنښان غورځول کیږي..

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.

: لږ ترلږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان غورڅول کیږي

:له 45ځله کم ممبرنښان ورځول کیږي.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان غورځول کیږی.

: له 47 ځله زیات ممبرنښان غورځول کیږي.

: لږ ترلږه 45ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.

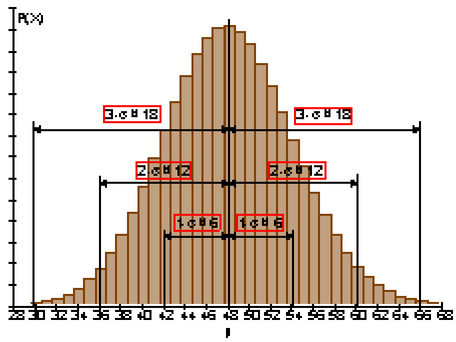
: تیک 50 ځله عدد یا ګڼ غورځول کیږي.

دویم – په المان کې په 50% ټولو کورنیو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره تصادفي 100 کورنی ټاکل کیږی. د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی وټاکئ:

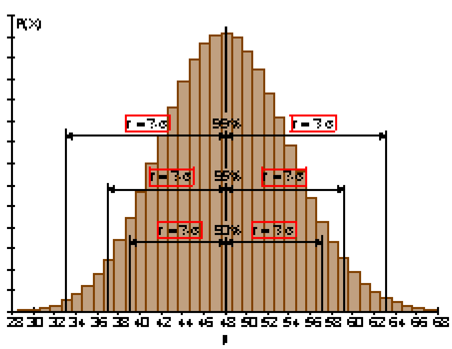
: له 60 کورنیو کمو کې دوه موټر شتون لري.

: په تیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري.

: له 40 کورنيو څخه زياتو کي دوه موټر شتون لري
: لږ تر لږه 40 او زيات له زياته 60 کورنيو کې دوه موټر شتونلري.
دريم – لاندې ګرافيک د بينوم وېشنه د مختلفو سيګما – چاپېريال سره ښايي

 د بينوميالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره .	الف – د انتظار يا اټکل ارزښت او معياري تغير و شمېرى ب – د لاندې سيګما-چاپېريال لپاره احتمالوالی وشمېری. $P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)$ $P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)$ $P(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma)$

څلورم – لاندې ګرافيک يو بېنوميال وېش ښايي په مختلفو په سلو کې چاپېريال وړانګو سره .

 د بينوميالوېشنه د n = 200 او p = 0,24 لپاره	هره وړاګه څومره لويه ده، چې يوه95% ,90% همداسې99% چاپېريال پورې اړه ولري.؟ چاپېريال د سيګما واحد يا يوون سره افاده کړی. $\frac{r}{\sigma} = z \Rightarrow r = z\cdot\sigma$

ځوابونه (حلونه يا اوبيونې)

بينوموېشنه III

مفصل ځوبونه

لومړی -

دn=100 او p=0,5 لپاره کمولیري بینومیال ـــوېشنه.

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: تیک 52 ځله ممبرنښان {0, ...51, 52, 53, ..., 100}

$$P(A)=P(X=52)=P(X\leq 52)-P(X\leq 51)=0{,}691-0{,}618=\underline{\underline{0{,}073}}$$

د دې لباره احتمالوالی،چې تیک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان {0, ...,42, 43, 44, 45, ... ,100}

$$P(B)=P(X\geq 43)=P(X\leq 100)-P(X\leq 42)=1-0{,}067=\underline{\underline{0{,}933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر وغورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ممبرنښان {0, ...,37, 38,..., 56, 57, ..., 100}

$$P(C)=P(38\leq X\leq 56)=P(X\leq 56)-P(X\leq 37)=0{,}903-0{,}006=\underline{\underline{0{,}897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله اوزیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان {0, 1, ..., 44, 45, 46, ..., 100}

$$P(D)=P(X\leq 44)=\underline{\underline{0{,}136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان {0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

$$P(E) = P(40 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 39) = 0,982 - 0,018 = \underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زيات له زياته 60 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,964 دی.

: له 47 ځله زيات ممبرنښان {100, ... ,50 ,49 ,48 ,47,..... ,0}

$$P(F) = P(X > 47) = P(X \ge 48) = P(X \le 100) - P(X \le 47) = 1 - 0,309 = \underline{\underline{0,691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47ځله خخه زيات ممبرنښان وغورځول شي 0,691 دی..

: لږ تر لږه 45 ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبرنښان {100, ... ,56 ,55 ,...,45 ,44,..... ,0}

$$P(G) = P(45 \le X \le 55) = P(X \le 55) - P(X \le 44) = 0,864 - 0,136 = \underline{\underline{0,728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبر نښان وغورځول شي 0,728 دی.

: ټيک 50 ځله ممبرنښان {100, ... ,51 ,50 ,49...... ,0}

$$P(H) = P(X = 50) = P(X \le 50) - P(X \le 49) = 0,540 - 0,460 = \underline{\underline{0,08}}.$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک 50 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,08 دی.

دويم – له 60کورنيو څخه کمو کې دوه موټر شتون لري{100, ... ,60 ,59 ,... ,1 ,0}

$$P(A) = P(X \le 59) = \underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې د 60څخه کمو کورنيوکې دوه موټر ي 0,972 دی.

:په ټيک 60 کورنيو کې دوه موټر شتون لري {100, ... ,61 ,60 ,59...... ,0}

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټيک شپېته کورنيو دو موټرشتون لري 0,01 دی.

: له څلوېښت کورنيو څخه زياتو کې دوه موټر شتون لري. {100, ... ,42 ,41 ,40,..... ,0}

$$P(C)=P(X>40)=P(X\geq 41)=P(X\leq 100)-P(X\leq 40)=1-0{,}028=\underline{\underline{0{,}972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټيک څلوېښت کورنيو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

: لږ تر لږه په څلوېښت کور نيو کې او زيات له زياته په شپېته کورنيو کې دوه موټره شتون لري.

{0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

$$P(E)=P(40\leq X\leq 60)=P(X\leq 60)-P(X\leq 39)=0{,}982-0{,}018=\underline{\underline{0{,}964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې لږ ترلږه ۴۰ او زيات له زياته ۶۰ کورنيو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دريم - الف – د n=200 او p=0,24 لپاره بېنوميال وېشنه .

ګومان ارزښت: μ=n.p=200.0,24=48

معياري تغير : $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0{,}24\cdot 0{,}76}\approx\underline{\underline{6{,}04}}$

ب – د ساده سيګما –چاپېريال احتمالوالی

د ټاکنو دی: $P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)$

د μ=48 او $\sigma\approx 6$، سره لرو $\mu-\sigma\approx 48-6=42$ او $\mu+\sigma\approx 48+6=54$

او له دې سره

$$P(42\leq X\leq 54)=P(X\leq 54)-P(X\leq 41)=0{,}859-0{,}140=0{,}719$$

د يو ه احتمالوالي سره د بريا تعداد په انتروال پروت دی. دا ساده سيګما- چاپېريال د انتظار ارزښت به کوته کوي.

د يوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د برياوو تعداد په انتروال .[54 ; 42] کې پروت دی. دا نزدې د سيګما – چاپېريال ساده انتظار ارزښت په ګوته کونه ده .

د ډبل سيګما-چاپېريال احتمالوالی.

ټاکل کيږي: $P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)$

د μ=48 او $\sigma\approx 6$ سره لرو $\mu-2\sigma\approx 48-12=36$ او $\mu+2\sigma\approx 48+12=60$ لرو.

او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې (96,2%) 0,962 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [60 ; 36] کې پروت دی. دا نږدې د سيګما-چاپيريال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د درېواره سيګما-چاپيريال احتمالوالی

د ټاکلو دی : $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د μ=48 او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$ او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$.

او له دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 30) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [66 ; 30] کې پروت دی. دا د انتظارارزښت د سيګما – چاپيريال درې برابره دی.

څلورم –

که د بينوميال وېشنې جدول لپاره يو کموليېر شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتې بندولو له لارې ځواب کړو.

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوميال کموليري يا راټوله وېشنه.

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د $r = 10$ سره د 90% احتمالوالي لپاره تکیه ټکي

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتنې وړانګه د9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بینومیال وېشنه یوه سیده وېشنه ده، باید سړی د وړانګې لپاره پرېکړه(فیصله) وکړي، هغه چې د غوښتلي احتمالوالي ته نژدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. کا دا یرزښت د سیګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما څو برابره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,49\,\sigma}}$$

په یوه $1,49\sigma$ چاپېریال کې نږدې 88,5% ټولې بریاوې پرتې دي.

د95% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې $r = 12$ سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتلې وړانګه د11 او 12 ارزښتونترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ د غوښتونو احتمال سره پسي پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\,\sigma}}$$

په یوه $1,82\sigma$ چاپېریال کې نږدې 94,3% ټولې برياوې پرتې دي.

د99% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې r = 14 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونکې وړانګه r = 15 ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48\sigma}}$$

په یوه $2,48\sigma$ چاپېریال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

پوښتنې

بینومیالوېشنه IV

د چاپېریال احتمالوالي شمېرنه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوړیزې برنولی-تجربې دي

لومړی – لاندې احتمالوالي وشمیرئ.

الف – n=160 او p=0,45 لرو و ټاکئ P(X≥76)

ب - n=200 او p=0,63 لرو و ټاکئ P(X≤110)

پ – n=250 او p=,26 لرو و ټاکئ P(X<60)

دویم – د انتظار ارزښت %95- چاپېریال وټاکئ. په لاندې کې الماني د او په معنا ده.

الف - $n = 150 \text{ und } p = 0,28$ ب - $n = 250 \text{ und } p = 0,7$

پ - $n = 392 \text{ und } p = 0,5$

دریم – لاندې د چاپېریال احتمالوالی و ټاکئ

الف – $n = 200$ او $p = 0,37$ وټاکې $P(64 \le X \le 84)$

ب – $n = 300$ او $p = 0,74$ وټاکئ

$P(210 \le X \le 234)$

پ – $n = 400$ او $p = 0,17$ وټاکئ، $P(60 \le X \le 76)$

ت – $n = 1000$ او $p = 0,28$ وټاکئ، $P(270 \le X \le 290)$

څلورم – د لاندې اسیومتري چاپیریال احتمالوالی وټاکی:

الف - $n = 160$ او $p = 0,35$ وټاکئ، $P(50 \le X \le 60)$،

ب – $n = 250$ او $p = 0,62$ وټاکئ، $P(150 \le X \le 165)$

پ – $n = 270$ او $p = \frac{5}{6}$ وټاکئ $P(221 \le X \le 240)$

پنځم - یوه سترګې یا سترګیز مکعب 600 واره غورځول کیږي(پیښنه عدد 6 ، p = 1/6).

د کوم احتمالوالي سره د بریا تعداد یا ګټون (د سترګیو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول)ترمنځ پروت دی؟

شپږم – یوه پیسه 250 واره یا ځله غورځول کیږي. لاندې احتمالوالي وټاکئ.

الف – له 120 څخه زیات ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

ب - له 128 څخه کم ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

پ – لو تر لږه 115او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان راوځي.

ځوابونه

د بينوم وېشنهIV

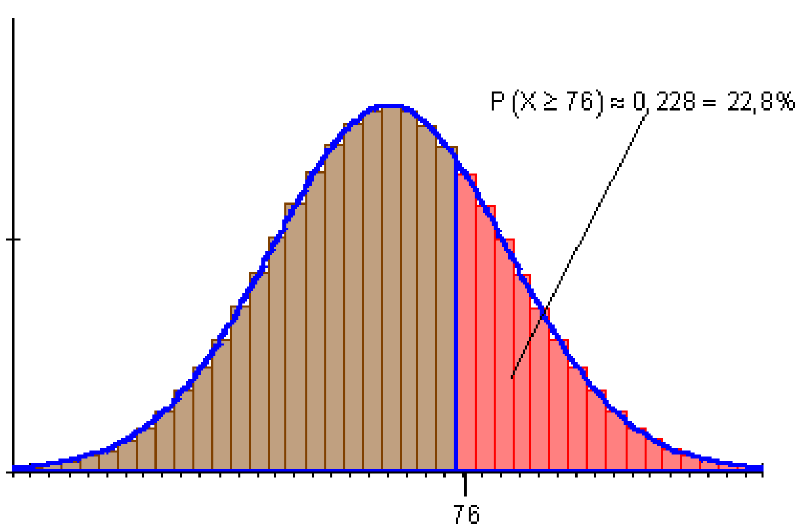
د چاپيريال احتمالوالي شميرنه

د بينوم وېشني لپاره شميرمرستي سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړی-   الف –

$$n = 160 \qquad p = 0{,}45 \qquad P(X \geq 76)$$
$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}45 = 72$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0{,}55} = \sqrt{39{,}6} \approx 6{,}293 > 3$$
$$[\ldots\{69\ldots72\ldots75\}\{76\ldots160\}]$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}\left[1 - P(69 \leq X \leq 75)\right]$$
$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68{,}5 \leq X \leq 75{,}5)$$
$$r = 3{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{6{,}293} \Rightarrow r \approx 0{,}56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}56$$
$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0{,}425$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}425] \approx \underline{\underline{0{,}288}}$$



ب –

$$n = 200 \qquad p = 0,63 \qquad P(X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

$$[\{0 \ldots 110\}\{111 \ldots 126 \ldots 141\} \ldots]$$

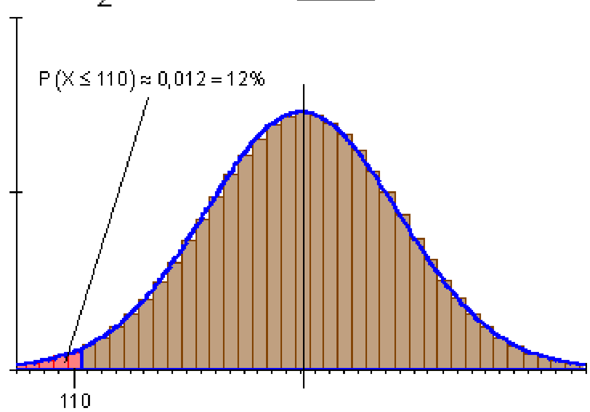
$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}\left[1 - P(111 \le X \le 141)\right]$$

$$P(111 \le X \le 141) = P(110,5 \le X \le 141,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$$

$$P(111 \le X \le 141) \approx 0,977$$

$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}[1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$$



پ -

$$n = 250 \qquad p = 0,26 \qquad P(X < 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$$

$$[\{0 \ldots 59\}\{60 \ldots 65 \ldots 70\} \ldots]$$

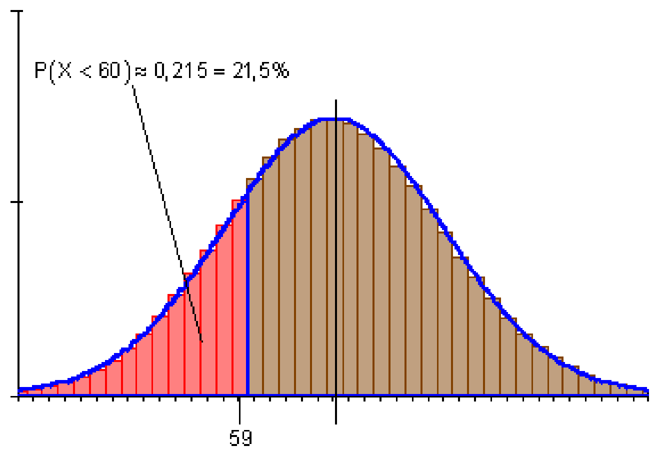
$$P(X < 60) = \frac{1}{2}\left[1 - P(60 \le X \le 70)\right]$$

$$P(60 \le X \le 70) = P(59,5 \le X \le 70,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,935} \Rightarrow r \approx 0,79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,79$$

$$P(60 \le X \le 70) \approx 0,570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0,570] \approx \underline{\underline{0,215}}$$



دويم -

الف – لاندې الماني: چاپيريال

$$n = 150 \qquad p = 0,28$$
$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,28 = 42$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0,72} = \sqrt{30,24} \approx 5,499 > 3$$
$$95\% - \text{Umgebung}: [\ldots\{?\ldots 42 \ldots ?\}\ldots]$$
$$z = 1,96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 5,499 \approx 10,778$$
$$\mu - r = 42 - 10,778 \approx 31,22$$
$$\mu + r = 42 + 10,778 \approx 52,78$$

د ګردوني لپاره پام کونه:

بايد 95% چاپيريال د انتظار ارزښت ته سيومتري پروت وي.بلده ګردونه، به دا انترول [31...53] د پام لاندې نيسو.

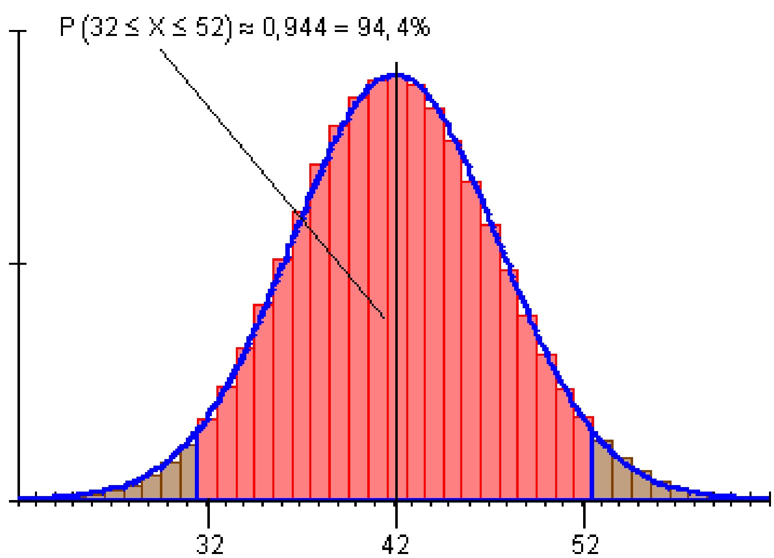
دا به د ق(۱۱ یوه وړانګه وي. له دې سره به وي$P(31 \le X \le 53) > 0{,}95$.

د $r=10$ تاکنې سره به وي$P(32 \le X \le 52) < 0{,}95$ وي.

زيات وخت دپوښتنې کولو ډول ځخه رامنځ ته کيږي، چې ځنګه راګرديږي.

په هر حالت بايد د ټاکلې چاپريال ريښتونی احتمالوالی وټاکل شي.

$$P(31 \le X \le 53) = P(30{,}5 \le X \le 53{,}5) \Rightarrow r = 11{,}5$$
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 2{,}09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}09$$
$$P(31 \le X \le 53) \approx \underline{\underline{0{,}963}}$$
$$P(32 \le X \le 52) = P(31{,}5 \le X \le 52{,}5) \Rightarrow r = 10{,}5$$
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{5{,}499} \Rightarrow r \approx 1{,}91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}91$$
$$P(32 \le X \le 52) \approx \underline{\underline{0{,}944}}$$



ب

$$n = 250 \qquad p = 0{,}7$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}7 = 175$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0{,}3} = \sqrt{52{,}5} \approx 7{,}246 > 3$$

$[\ldots\{?\ldots 175 \ldots ?\}\ldots]$:چاپیریال 95% ·

$$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 7{,}246 \approx 14{,}2$$

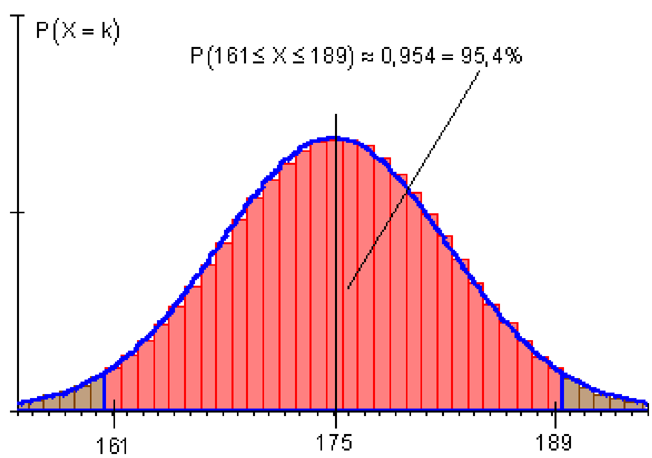
$\mu - r = 175 - 14{,}2 \approx 160{,}8$ تاکنه 161

$\mu + r = 175 + 14{,}2 \approx 189{,}2$ تاکنه یا انتخاب: 189

$$P(161 \le X \le 189) = P(160{,}5 \le X \le 189{,}5)$$

$$r = 14{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14{,}5}{7{,}246} \Rightarrow r \approx 2{,}00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}00$$

$$P(161 \le X \le 189) \approx \underline{\underline{0{,}954}}$$



پ –

$$n = 392 \qquad p = 0{,}5$$

$$\mu = n \cdot p = 382 \cdot 0{,}5 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0{,}5} = \sqrt{98} \approx 9{,}899 > 3$$

95% -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots196\ldots?\}\ldots]$

$$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 9{,}899 \approx 19{,}40$$

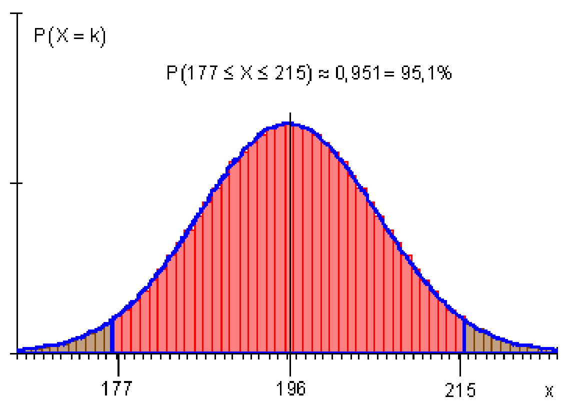
$\mu - r = 196 - 19{,}4 \approx 176{,}6$ تاکنه 177

$\mu + r = 196 + 19{,}4 \approx 215{,}4$ تاکنه: 215

$$P(177 \le X \le 215) = P(176{,}5 \le X \le 215{,}5)$$

$$r = 19{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19{,}5}{9{,}899} \Rightarrow r \approx 1{,}97 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}97$$

$$P(177 \le X \le 215) \approx \underline{\underline{0{,}951}}$$



دریم – الف-

$$n = 200 \qquad p = 0{,}37 \qquad P(64 \le X \le 84)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}37 = 74$$

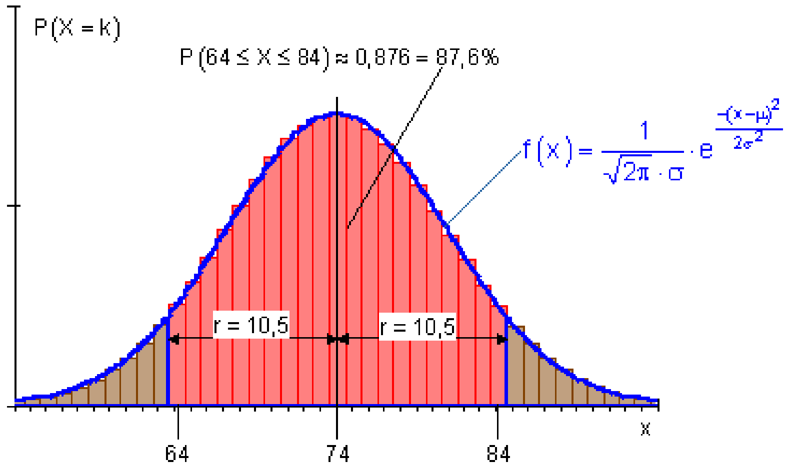
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$$

$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$

$$P(64 \le X \le 84) = P(63{,}5 \le X \le 84{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{6{,}828} \Rightarrow r \approx 1{,}54 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}54$$

$$P(64 \le X \le 84) \approx \underline{\underline{0{,}876}}$$



$$n = 300 \qquad p = 0,74 \qquad P(210 \le X \le 234)$$

$$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,74 = 222$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0,26} = \sqrt{57,72} \approx 7,597 > 3$$

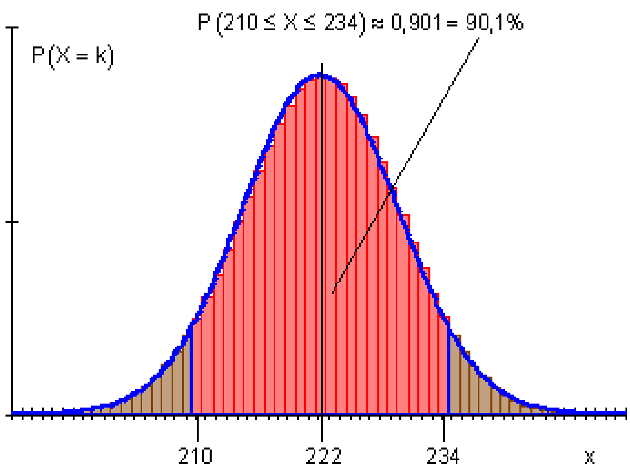
$$[\ldots\{210\ldots222\ldots234\}\ldots]$$

$$P(210 \le X \le 234) = P(209,5 \le X \le 234,5)$$

$$r = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{7,597} \Rightarrow r \approx 1,65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,65$$

$$P(210 \le X \le 234) \approx \underline{\underline{0,901}}$$

ب –



پ-

$n = 400 \quad p = 0,17 \quad P(60 \le X \le 76)$

$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0,17 = 68$

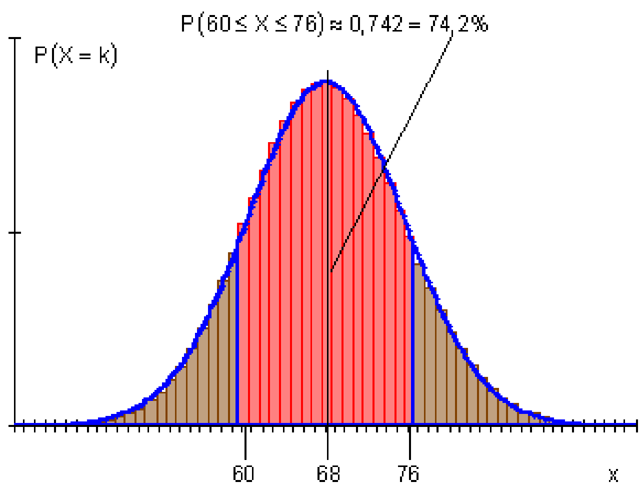
$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0,83} = \sqrt{56,44} \approx 7,513 > 3$

$[\ldots\{60\ldots68\ldots76\}\ldots]$

$P(60 \le X \le 76) = P(59,5 \le X \le 76,5)$

$r = 8,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{8,5}{7,513} \Rightarrow r \approx 1,13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,13$

$P(60 \le X \le 76) \approx \underline{\underline{0,742}}$



ت -

$n = 1000 \quad p = 0,28 \quad P(270 \le X \le 290)$

$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0,28 = 280$

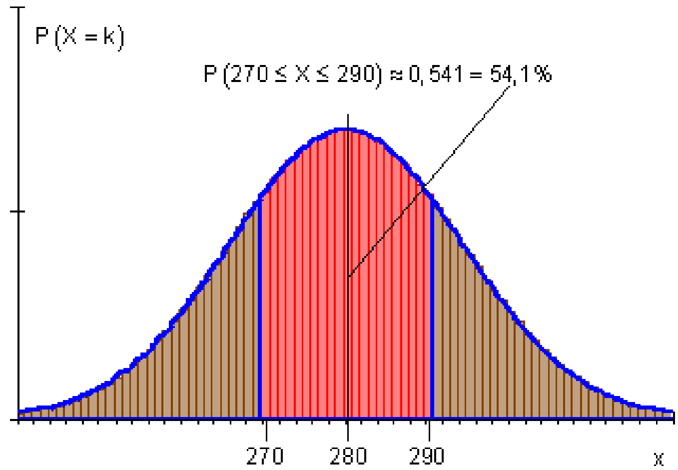
$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0,72} = \sqrt{201,6} \approx 14,199 > 3$

$[\ldots\{270\ldots280\ldots290\}\ldots]$

$P(270 \le X \le 290) = P(269,5 \le X \le 290,5)$

$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{14,199} \Rightarrow r \approx 0,74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,74$

$P(270 \le X \le 290) \approx \underline{\underline{0,541}}$



ځلورم –

الف –

$$n = 160 \qquad p = 0{,}35 \qquad P(50 \le X \le 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}35 = 56$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0{,}65} = \sqrt{36{,}4} \approx 6{,}033 > 3$$

$$[\ldots\{50,51\}\ \{52\ldots56\ldots60\}\{61,62\}\ldots]$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}\left[P(50 \le X \le 62) + P(52 \le X \le 60)\right]$$

$$P(50 \le X \le 62) = P(49{,}5 \le X \le 62{,}5)$$

$$r = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 1{,}08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}08$$

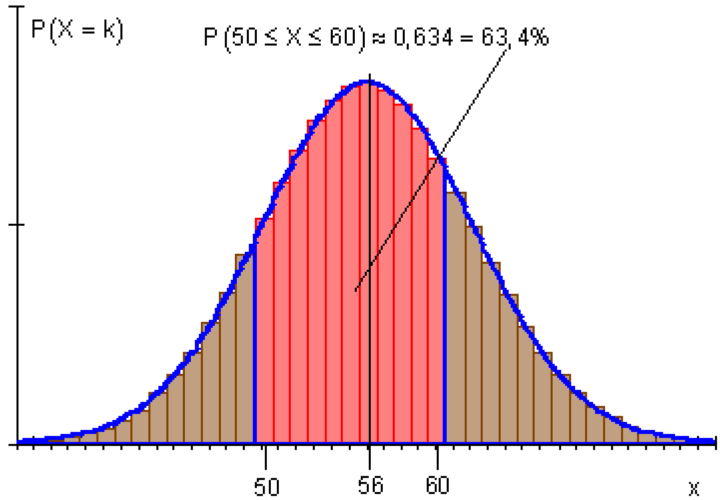
$$P(50 \le X \le 62) \approx 0{,}720$$

$$P(52 \le X \le 60) = P(51{,}5 \le X \le 60{,}5)$$

$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 0{,}75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}75$$

$$P(52 \le X \le 60) \approx 0{,}547$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}(0{,}720 + 0{,}547) \approx \underline{\underline{0{,}634}}$$



ب –

$n = 250 \qquad p = 0,62 \qquad P(150 \le X \le 165)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,62 = 155$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0,38} = \sqrt{58,9} \approx 7,675 > 3$

$[\ldots\{145\ldots149\}\ \{150\ldots155\ldots160\}\ \{161\ldots165\}\ldots]$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}\left[P(145 \le X \le 165) + P(150 \le X \le 160)\right]$$

$$P(145 \le X \le 165) = P(144,5 \le X \le 165,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 1,37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,37$$

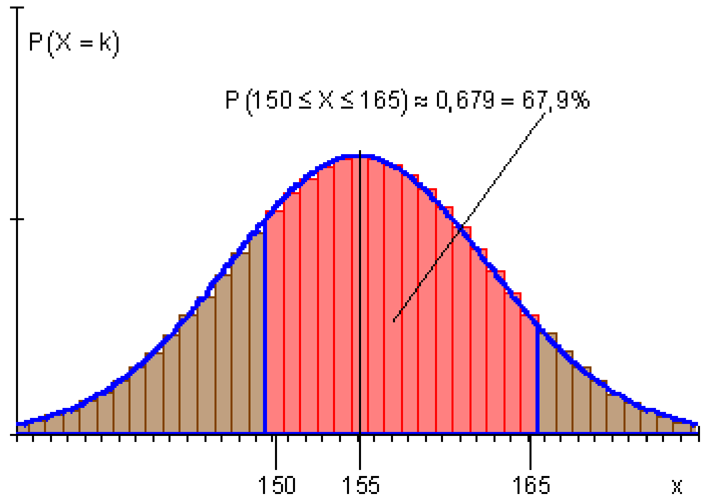
$$P(145 \le X \le 165) \approx 0,829$$

$$P(150 \le X \le 160) = P(149,5 \le X \le 160,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 0,72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,72$$

$$P(150 \le X \le 160) \approx 0,528$$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}(0,829 + 0,528) \approx \underline{\underline{0,679}}$$



ب –

$$n = 270 \qquad p = \frac{5}{6} \qquad P(221 \le X \le 240)$$

$$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3$$

$$[\ldots\{210\ldots220\}\ \{221\ldots225\ldots229\}\ \{230\ \ldots240\}\ldots]$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}\left[P(210 \le X \le 240) + P(221 \le X \le 229)\right]$$

$$P(210 \le X \le 240) = P(209,5 \le X \le 240,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 2,53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,53$$

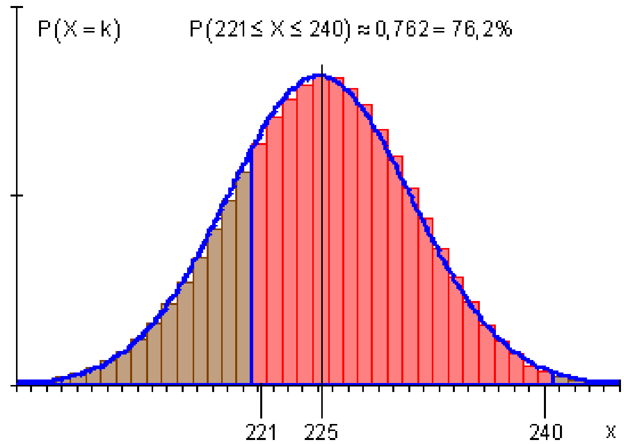
$$P(210 \le X \le 240) \approx 0,989$$

$$P(221 \le X \le 229) = P(220,5 \le X \le 229,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 0,73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,73$$

$$P(221 \le X \le 229) \approx 0,535$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}(0,989 + 0,535) \approx \underline{\underline{0,762}}$$



$$n = 600 \qquad p = 1/6 \qquad P(90 \le X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,\overline{3}} \approx 9,129 > 3$$

$$[\ldots\{90\ldots100\ldots110\}\ldots]$$

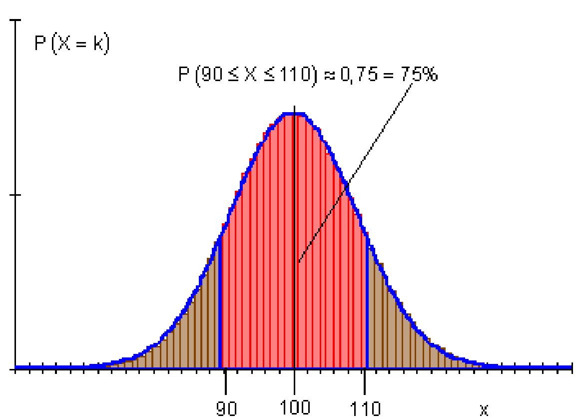
$$P(90 \le X \le 110) = P(89,5 \le X \le 110,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$$

$$P(90 \le X \le 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$$

پنځم –

د سيکې 600 غورځولو سره احتمالوالى چې لږ تر لږه 90 - ځله او زيات له زياته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750دى.

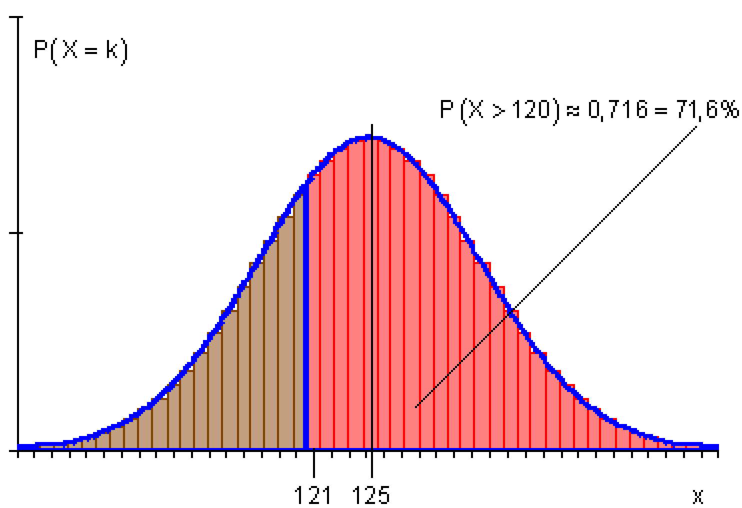


شپږم –

الف -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$
$$[\ldots\{121\ldots125\ldots129\}\{130\ldots250\}]$$
$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2}\left[1 + P(121 \leq X \leq 129)\right]$$
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120{,}5 \leq X \leq 129{,}5)$$
$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}57$$
$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0{,}431$$
$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}431] \approx \underline{\underline{0{,}716}}$$

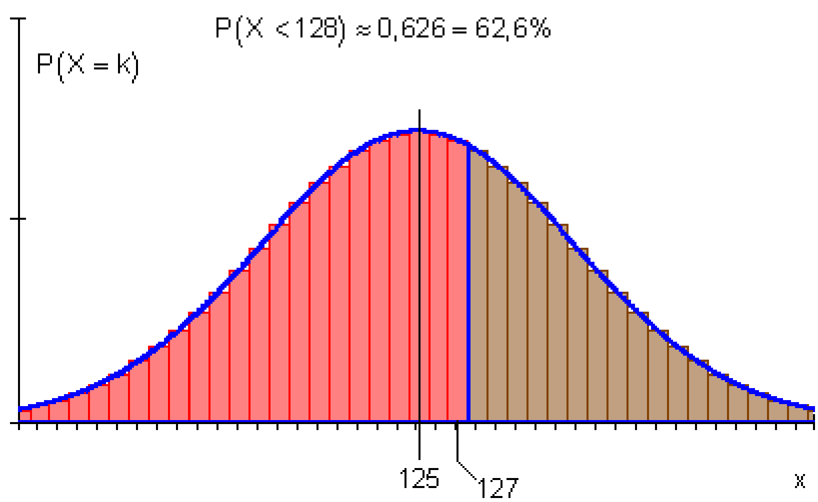
د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي له 120 زیات ممبر نبشان لاس ته راوړو 0,716 دی



ب -

$$n = 250 \qquad p = 0,5 \qquad P(X < 128) = P(X \le 127)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$
$$[\{0 \ldots 122\}\{123 \ldots 125 \ldots 127\} \ldots]$$
$$P(X \le 127) = \frac{1}{2}\left[1 + P(123 \le X \le 127)\right]$$
$$P(123 \le X \le 127) = P(122,5 \le X \le 127,5)$$
$$r = 2,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{2,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,32$$
$$P(123 \le X \le 127) \approx 0,251$$
$$P(X < 128) \approx \frac{1}{2}[1 + 0,251] \approx \underline{\underline{0,626}}$$

د سيکې 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 128 کم ممبر نښان لاس ته راوړو 0,626 دی.

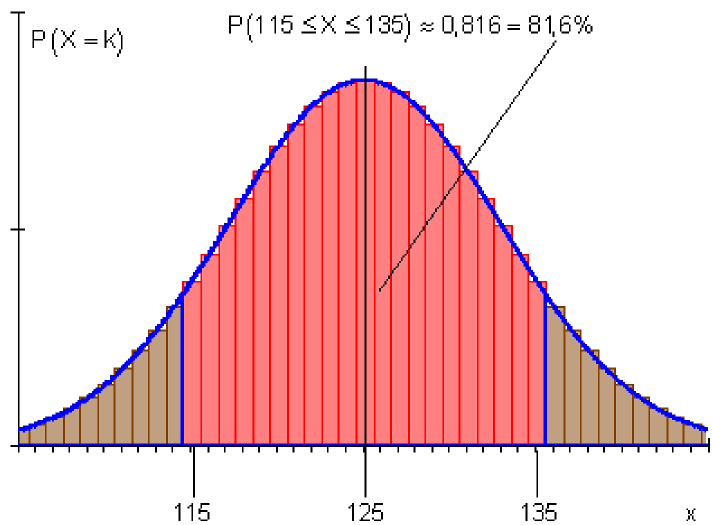


پ –

$$n = 250 \qquad p = 0,5 \qquad P(115 \le X \le 135)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$
$$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$$
$$P(115 \le X \le 135) = P(114,5 \le X \le 135,5)$$
$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 1,33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,33$$
$$P(115 \le X \le 135) \approx \underline{\underline{0,816}}$$

د سيکې 250 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 115 او زيات له زياته 135 ځله ممبرنښان لاس ته راوړو 0,816 دی.



دولسم - انتظار ارزښت

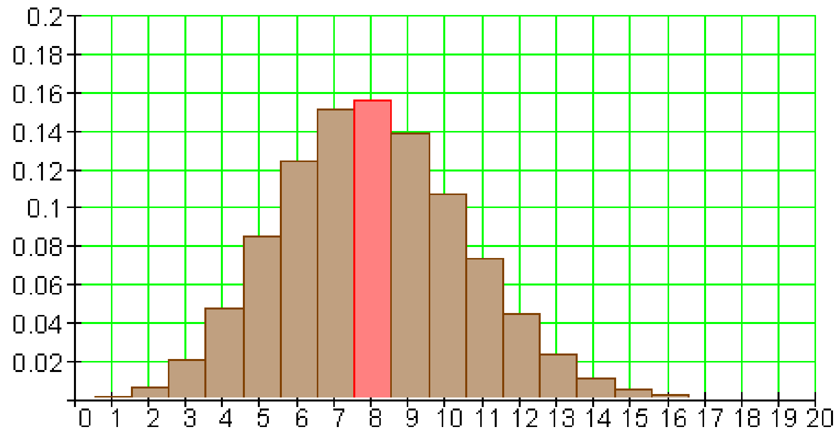
او معیارې په څنګ کیدنې

بینومیال وېشل شوې تصادفي لویه.

د بینومیال وېشنې بیلګه د_ n = 40   او p متحولې لپاره

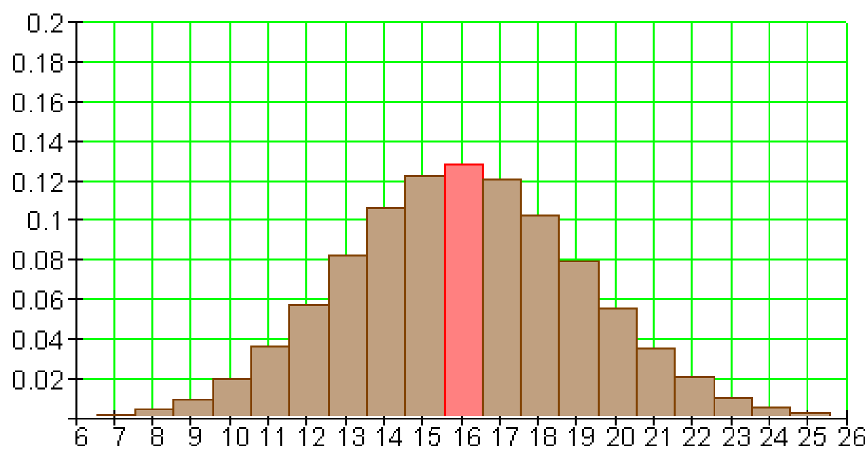
که یوه برنولې تجربه ، د رامنځ ته کیدنې احتمالوالی یې p = 0,2 دی، n = 40   ځله تکرار شي، نو په منځنې حالت د ۸ ګټنې انتظار باسو.

د بینومیال – وېشنه د n = 40 او p = 0,2 لپاره



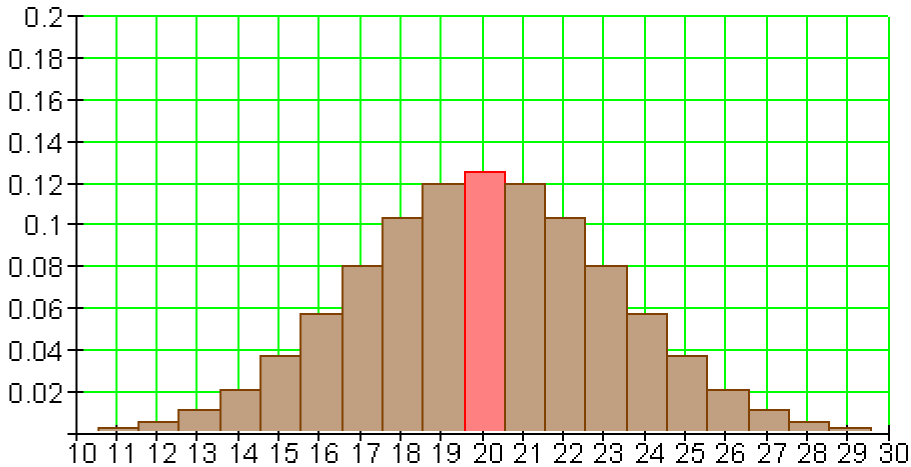
که د برنولې-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی p = 0,4 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځنې ډول د ۱۶ ګټنو(دا داسې دی، لکه چې د لاترې راوتنو) انتظار شته.

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



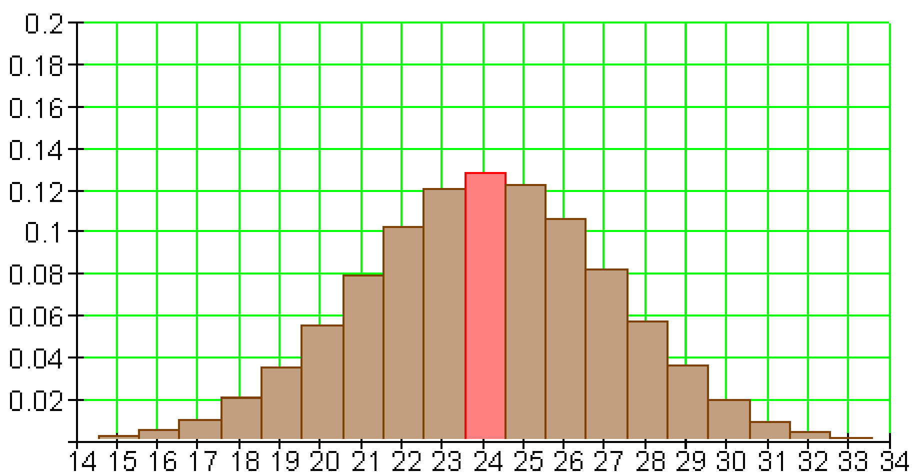
که د برنولې-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,5$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځنې ډول د 20 ګټنو انتظار شته

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



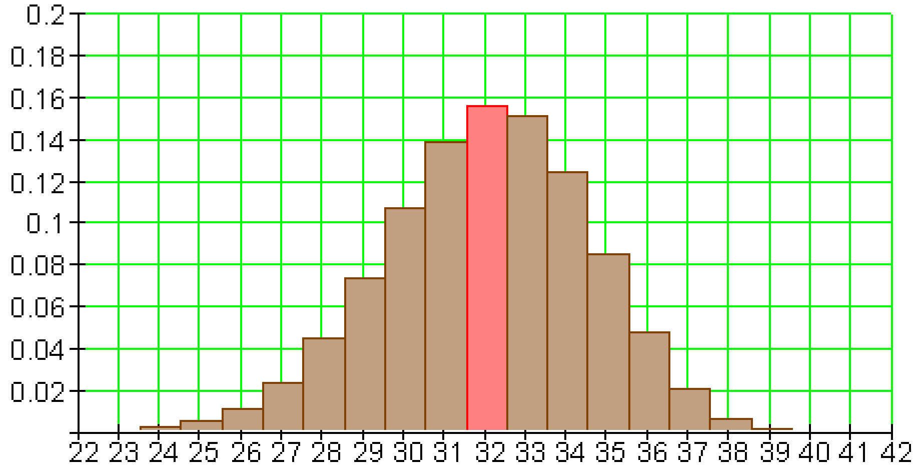
که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,6$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 ګټنو انتظار شته

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,6$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,8$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 ګټنو(راوتنو) انتظار شته

د بينوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,8$ لپاره



د يوه بينوميال-وېشنې انتظار ارزښت

په سترګي غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 د داني (سترګي)غورځولو کې ۶ عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کيږي . دا په دې معنا نه دی، چې ګوندې ۶ عدد په ريښتوني1000 ځله اروځي يا رامنځ ته کيږي. د انتظار ارزښت ناپای زياتې تجربې مخ د مخه نيسي(وړاندنيونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راتول شوي توګه ويلای شو:

که برنولي –تجربه کې، د راوتنې احتمالوالی يوهp ده، n ځله يو بل پسې تکرار شي، نو په منځنۍ توګه n ځله p راوتنې ته انتظار کاږو.

جمله : د يوه بينوميال وېشنې انتظار ارزښت:
په يوه n -پوړيز برنولی – تجربه يا ازماښت کې د بريا احتمالوالی p د تصادفي متحولې X د انتظار ارزښت E(X) ،، د برياو تعداد،، لپاره باور لري.:

$$E(X) = n.p$$

د EX) لپاره هم µ ليکو (دا د رياضي ادبياتو کې معمول دی).

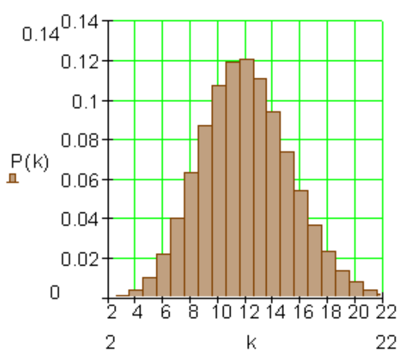
له دې سره دبينوميال وېشل شوې لويې X انتظار ارزښت دی.

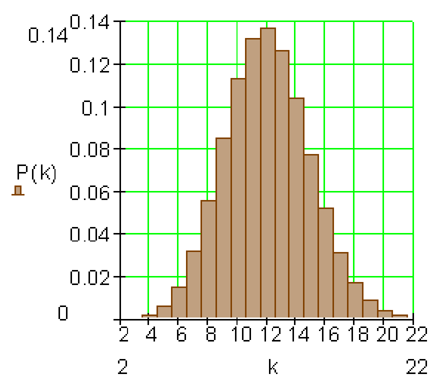
$$\mu = n.p$$

حل يا اوبی يې دلته نه راوړل کيږي. دا کېدی شي د بينوم درسي جملې په مرسته مخ ته يو وړل شي يا صورت ونيسي..

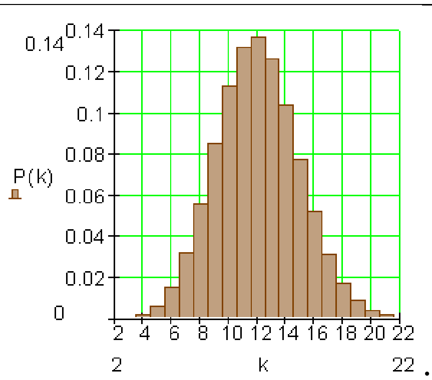
د هيستوګرام د کتلو سره مو بام دي ته را اوړي، چې د هغه خورا لوي احتمالوالي سره منځ ته راغلي نتيجه دا د انتظار ارزښت دی. د هېستوګرامونو بڼه يو بل ته ورته ده، دا د يوه زنګ بڼه لري. د $p = 0,5$ لباره ارزښتونه يو بل سره سيومتريک پراته دي. د $p < 0,5$ لپاره وېشنه ،، کيڼ تيته يا کيڼ ژوره،، ده، د $p > 0,5$ لپار ه برعکس،، ښي ژوره يا ـکږه،، ده.
د انتظار ارزښت په نږدې کې نتيجې پرتې دي، د خورا لوي احتمالوالي سره. د متې جګوالی د د اړونده نتيجې احتمالوالی په ګوته کوي يا ښايي، د هغې سور ۱ يوون يا واحد دی. دا چې د يوه تصادفي تجربې د د ټولو يوګون احتمالواليو انتظار ارزښتونو جمعه ۱ ده، نو د ټولو متو (ستنو) سطحه ارزښت ۱ لري. په يوه ټاکلي انټروال کې د ټول برياوو د احتمالوالي لپاره يوه اندازه ده، هغه چې په دې انټروال کې پرته ده.

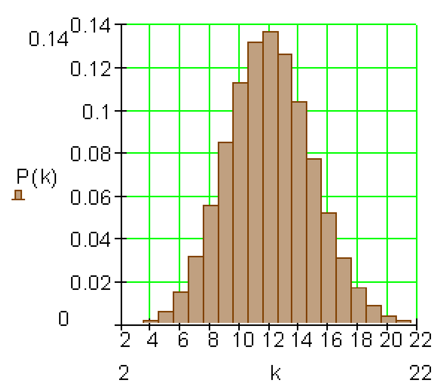
واريانځ او معياري ترخنګيدنه يا انحراف.





د$n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبينوميال وېشنه





د $n = 40$ او $p = 0,3$ لپاره بينوميال وېشنه	د $n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبېنوميال وېشنه

دواړه بينوميال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = \underline{\underline{12}} \qquad \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف ليدل کيږي. موږ دانتظار ارزښت شنل (خورول، که غواړی پاشل) تر ځېړنې لاندې نيسو. د تحليلی ستاتيسک له مخې واريانځ همداسې معياری انحراف د خورلو کچې په حيث شهرت لري.

افاده يا وييڼه

$$s^2 = h(x_1)\cdot\left(x_1-\overline{x}\right)^2 + h(x_2)\cdot\left(x_2-\overline{x}\right)^2 + h(x_3)\cdot\left(x_3-\overline{x}\right)^2 + \ldots +$$
$$+ \ldots + h(x_n)\cdot\left(x_n-\overline{x}\right)^2$$

د يوه نمونه ازماېښت واريانځ په حيڅ نومول کيږي

ارزښتونه $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \ldots ; h(x_n)$ نسبي ډېروالی انځوروي

د معياري انحراف لپاره باور لري : $s = \sqrt{s^2}$

دې ته په ورته توګه د احتمالواليوېشنه تعريفوو:

جمله : واريانځ او معياري انحراف

X د ې يوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه $x_1; x_2; x_3; x_4; \ldots; x_n$

نيولی شي او μ انتظارارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X = x_1)\cdot(x_1-\mu)^2 + P(X = x_2)\cdot(x_2-\mu)^2 + \ldots + P(X = x_n)\cdot(x_n-\mu)^2$$

د ، وتصادفي پېښې واريانځ ،، بلل کيږي.

د تصادفي لويي د واريانځ مر بع ريښه $\sigma = \sqrt{V(x)}$ مربع انحراف بلل کيږي.

په ځانګړي ډول باور لري]

جمله : د بينوميال وېشني لپاره واريانځ او معياري انحراف:

د يوه n- پوړيز برنولي-تجربه د بريالی احتمالوالي p سره او او نابريالي احتمالوالي 1-p

سره اوتصادفي لويي X. د بريا تعداد د واريانځ $\underline{V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره باور لري.

او د معياري انحراف يا څنګېدني $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره.

ښوونه يې دلته   صورت نه نيسي.

د n=40 او p=0,3 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=40.0,3=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \approx \underline{\underline{2{,}898}}$$

د n=120 او p=0,1 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=120.0,1=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx \underline{\underline{3{,}286}}$$

په لومړي   وېشنه کې خورونه یا پاشنه لویه ده نسبت و دویمې وېشنې ته.

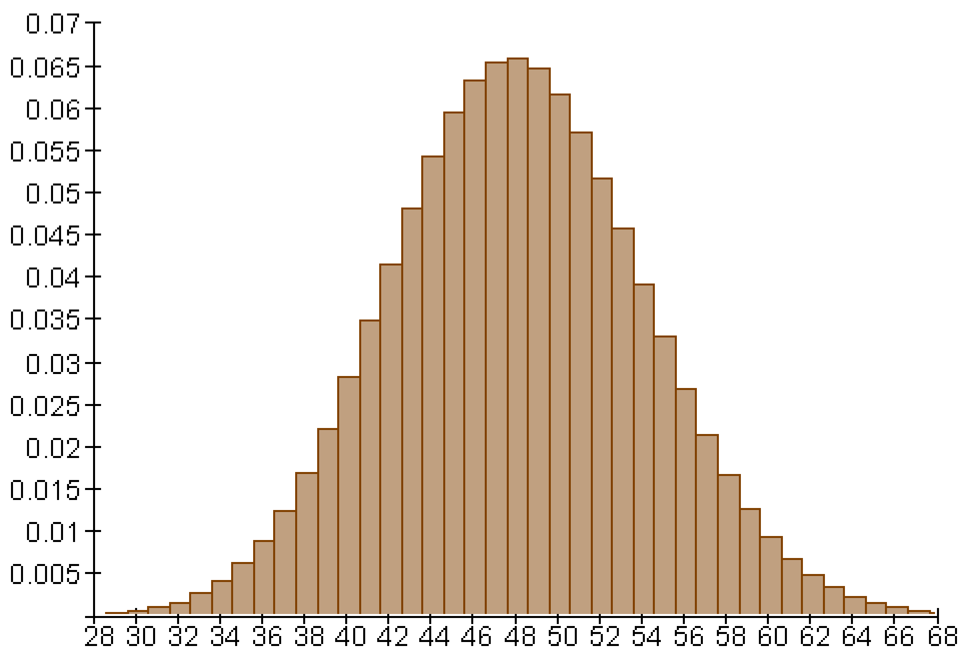
دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی

د بینومیال وېشنې کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالی یې خورا لوی وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپیریال کې د بریاو تعدادونه شتون لري، د خورا جګ احتمالوالي سره . هرڅومره چې د د بریاو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په همغه کچه یې اختمالوتلی کمیږي. زموږ لومړی علاقه   د انتظار ارزښت د نږدې چاپیریال سره ده او هغه په دې ورشو یا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالی.
لاندې وېشنه د بېلګې په توګه په چوپړ کې لرو:

د $n=200$ او $p=0{,}24$ لپاره دبینوم وېشنه

د انتظار ارزښت : $\mu=n.p=200.0{,}24=48$

معیاري تغیر: $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0{,}24\cdot 0{,}76}\approx \underline{\underline{6{,}04}}$



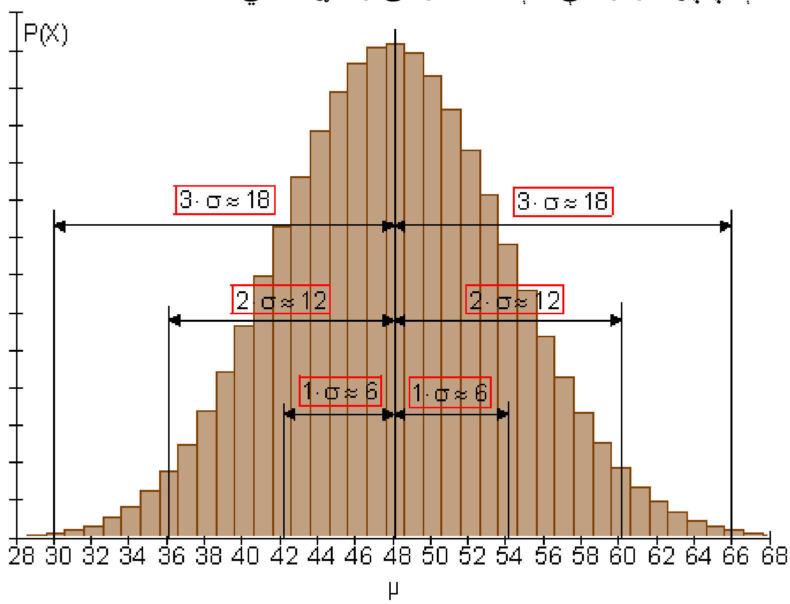
د یوه سیګما چاپیریال احتمالوالی

د انتظار ارزښت 48 دوه چاپيريالونه په نخښه کيږي،

اول – يو σ ؛ - چاپيريال د $\sigma \approx 6$ سور سره

دويم- يو 2σ - چاپيريال د $2\sigma \approx 12$ سور سره

دريم - يو 3σ - چاپيريال د $3\sigma \approx 18$ سور سره
په دې چاپريالونو کې دې احتمالوالى وڅيړل شي.



د غلاقي وړ چاپيريال لپاره لومړى دکموليري يراتول ا احتمالوالي جدول ته اړتيا لرو

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوموېشنه

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د ساده سيګما-چاپيريال احتمالوالی

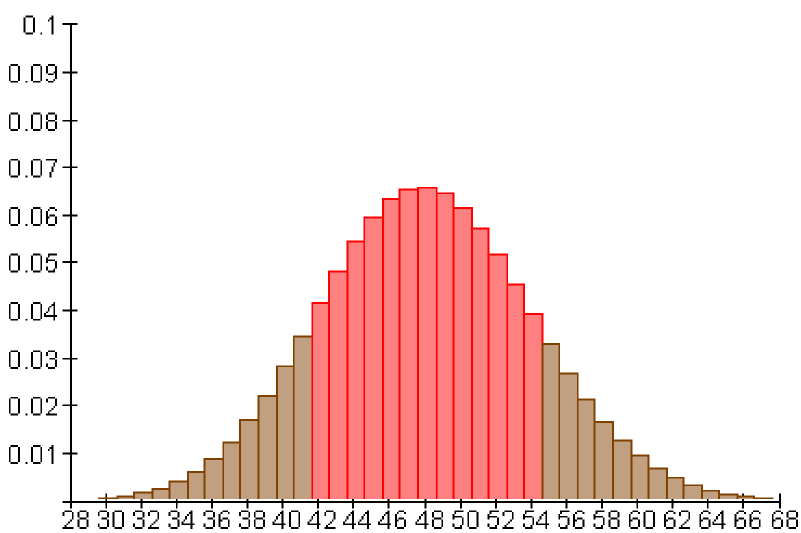
د ټاکلودی $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$ او له دې سره :

$$P(42 \le X \le 54) = P(X \le 54) - P(X \le 41) = 0{,}859 - 0{,}140 = \underline{\underline{0{,}719}}$$

ديوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [42 ; 54]
کې پروت دی. دا د ساده سيګما-چاپيريال انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د ساده σ - چارپيريال احتمالوالی ~0,719

د د ډبل يا دوه برابره سيګما-چاپيريال اختمالوالی

د ټاكلو دی $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma)$

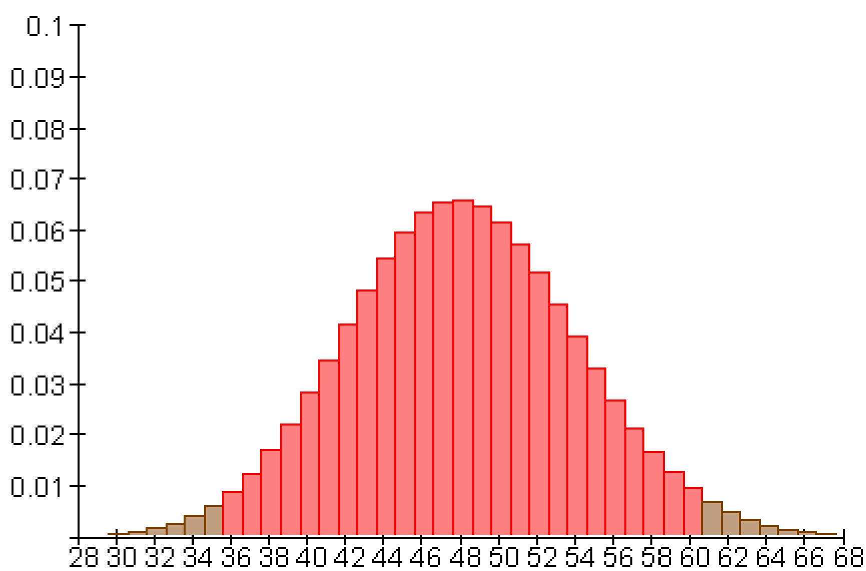
د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$

او $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$ او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې يوه (96,2%) 0,962 اختمالوالي سره د بريا تعداد په انتروال [60 ; 36] كې پروت دى.

د ا نږدې د د سيګما – چاپيريال دوه برابره يا ډبل انتظار ارزښت په ګوته كوي.



د دو برابره سيګما σ – چاپيريال $\approx 0{,}962$ احتمالوالى

د درېواره سيګا- چاپيريال اختمالوالی

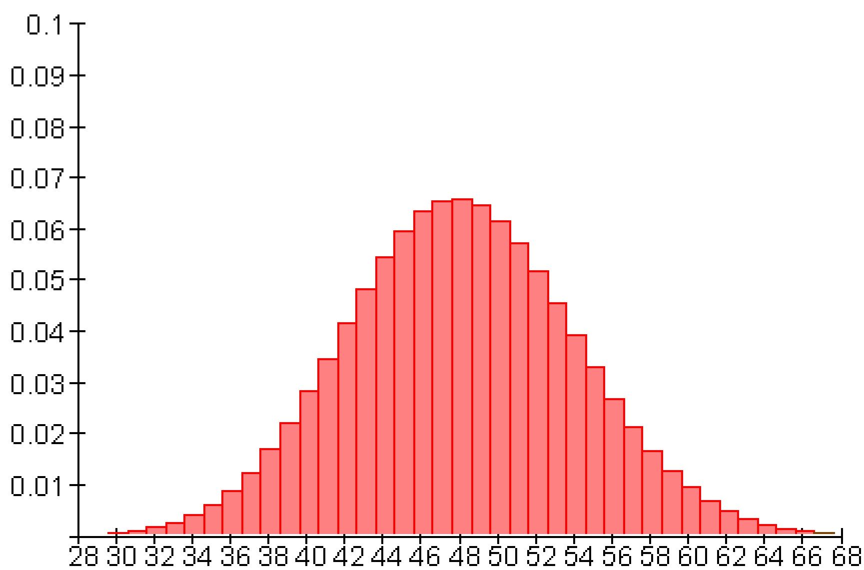
د ټاکلو دی: $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$ اوله دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 29) = 0{,}998 - 0{,}001 = \underline{\underline{0{,}997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياوو تعداد په انټروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سيګما-چاپيريال درې برابره دی.

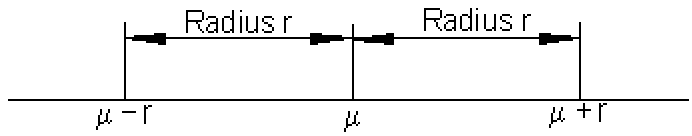


د دريواره σ - چاپيريال $\approx 0{,}997$ اختمالوالی .

د چاپيريال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپيريال سره يوه وړانګه (شعاع) تنظيميږي. د دې لاندې دوه اړخيزه د انتظار ارزښت واټن پوهيږو.

دا د يوه ګراف له لارې روښانه کوو.

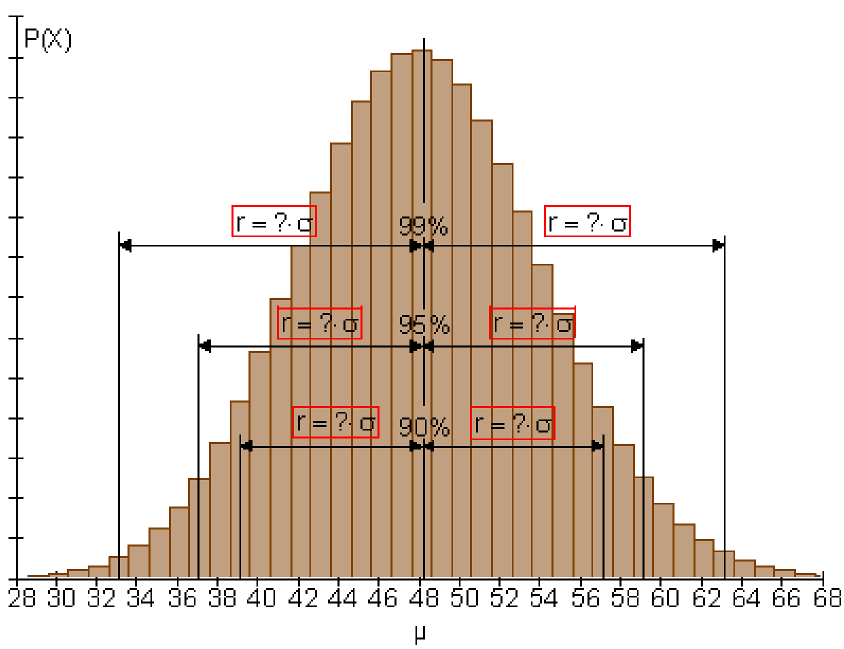


د هر چاپېریال وړانګي یو ټاکلی احتمالوالی سره ترتیب یا تنظیمیږي.

په پورته راوړل شوي پېلګه کي یوه ساده سبنګما – چاپېریال (r = 6) ته نږدې 0,719 چاپېریال احتمالوالی شتون لري ، و ډبل سبنګما – چاپېریال (r = 12) ته نږدې 0,962 او و دریواره سبنګما – چاپېریال (r = 18) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپېریال ته یوه ټاکلي شتون لري.

د کره ورکړشوي چاپېریال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانګه په لاندې توګه وټاکل شي:



که بینومیالوېشني لپاره ي، جدول د کمولیری احتمالوالي سره مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتی بندوني له لارې حل شي. د دوه سیګما –چاپېریال لپاره (په پورته بیلګه کې r = 12) د چاپېریال احتمالوالی نږدې 96,2% وو.

د 90% احتمالوالي لپاره د چاپېریال وړانګه کوچنۍ ده.

د r = 10 سره پیل.

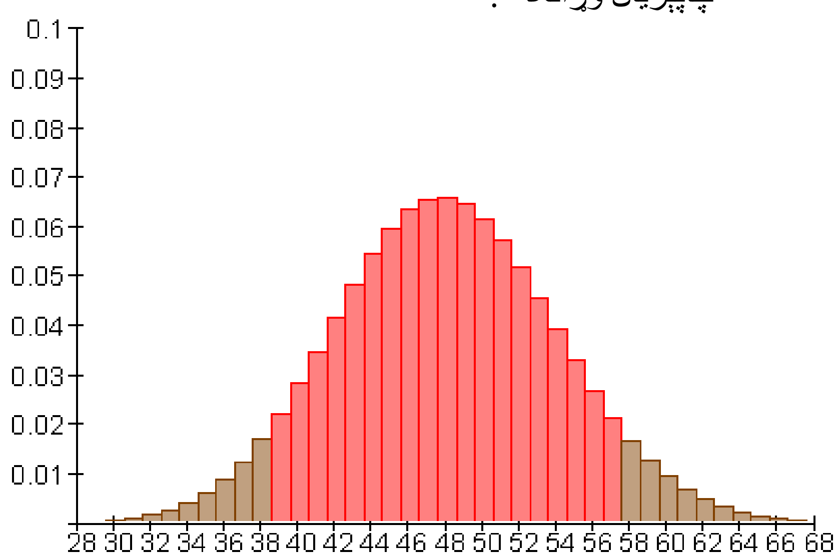
μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتوني وړانګه د 9 او10 ارزښتونوترمنځ پرته ده. دا چې د بېنومیال وېشنې سره دېسکرت وېشنه لرو، باید هغه وړانګه و ټاکل شي، چې د غوښتونوکي احتمالوالي سره ور (دابل)نږدېې پروت وي. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. که دا ارزښت په سیګما ووېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما زیاتځله یا ډېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,49\,\sigma}}$$

په $1,49\,\sigma$ یوه چاپېریال کې نږدې $88,5\%$ ټولې برېاوې پرتې دي.

د 90% -چاپېریال وړانګه : $P(\mu - 9 \le X \le \mu + 9) \approx 0,885$ $r \approx 9 \approx 1,49 \cdot \sigma$



د 95% احتمالوالي لپاره د $r = 12$ ایښوني یا پیل سره

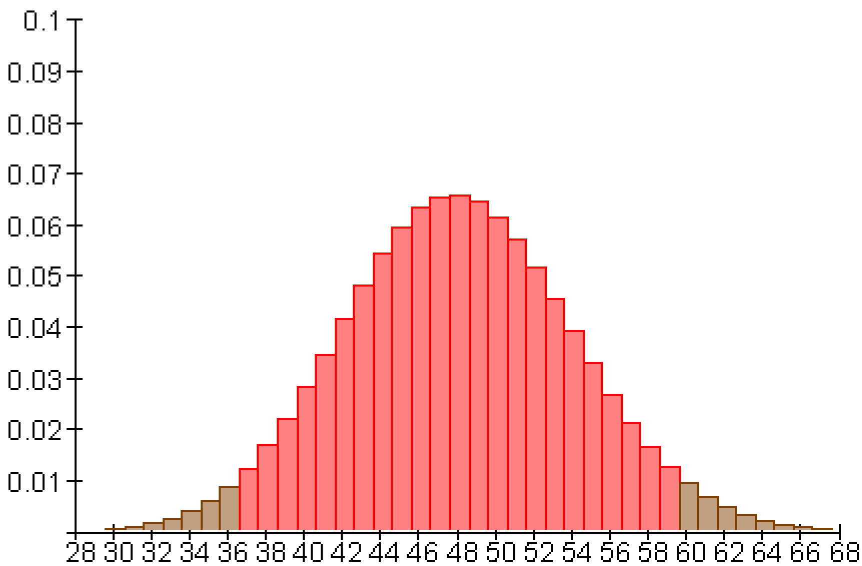
μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتوني وړانګه د ارزښتونو11 او12 ترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ غوښتوني احتمال پسې پرته ده.

$$\frac{r}{\sigma}=\frac{11}{6,04}\approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r\approx 1,82\sigma}}$$

په یوه $1,82\sigma$ سیګما چاپیریال کې نږدې $94,3\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 95% چاپdریال وړانګه : $P(\mu-11\le X\le \mu+11)\approx 0,943$ $r\approx 11\approx 1,82\cdot\sigma$



د 99% احتمالوالي لپاره د $r=14$ سره ابینوونه ازمایل کیږي.

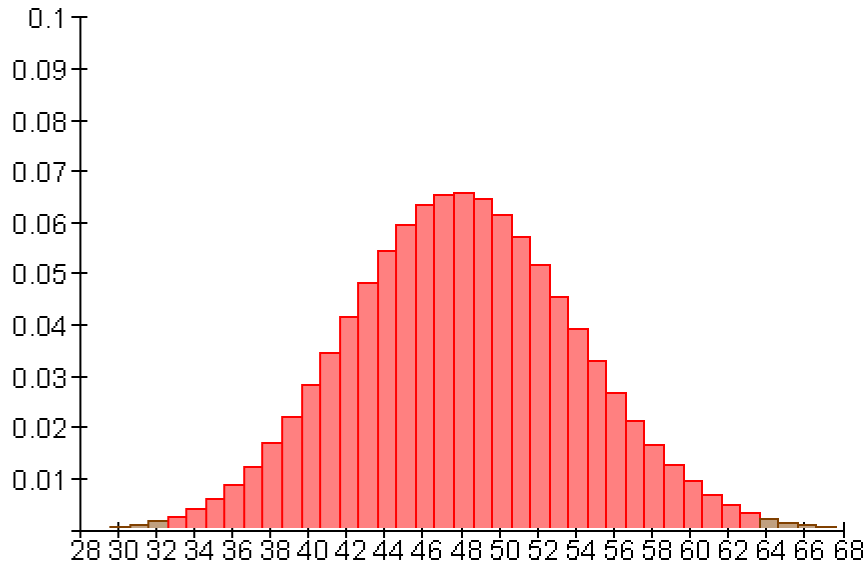
μ	r	$\mu-r\le X\le \mu+r$	$P(X\le\mu+r)-P(X\le\mu-r-1)$
48	14	$34\le X\le 62$	$0,990-0,007=0,983$
48	15	$33\le X\le 63$	$0,994-0,004=0,99$

غوښتونې وړانګه ارزښت $r=15$ لري.

$$\frac{r}{\sigma}=\frac{15}{6,04}\approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r\approx 2,48\sigma}}$$

په یوه $2,48\sigma$ سیګما چاپیریال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

د 99% چاپdریال ورانکه : $P(\mu - 15 \le X \le \mu + 15) \approx 0{,}99$ $r \approx 15 \approx 2{,}48 \cdot \sigma$



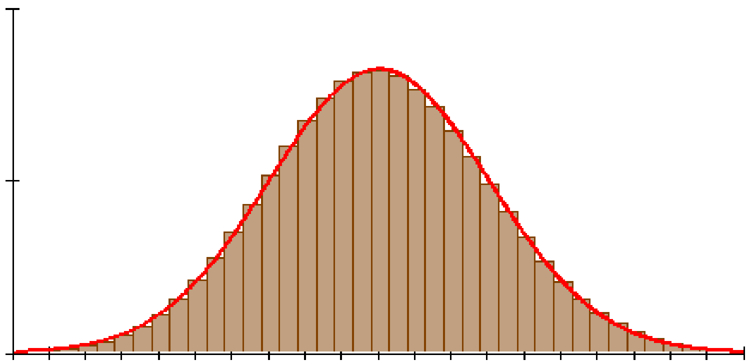
خوارلسم - د بینومیالتوته کوني اپروکسمیشن

د نورمالتوته کوني یا - پاشنې له لارې

د بینوموېشني هېستوګرام د نه ډېر کوچني n لپاره زن؛ یا ګېنګړي ډوله دی. د لوي کېدونکيn لپاره د ګینګړی بڼه تل واضح رامنځ ته کیږي. د تل لوی کېدونکي سره هیستوګرام تل د ګاوس وېشني منحني (ګړې) ته نږدې کیږي، چې د زنګ یاګینګړي منحني هم بلل کیږي. د منحني او د پرتي یا افقي کربنې ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو مټو سطح لپاره هم باور لري.

د زنګمنحنی یادزنګ کرږي تابع ساوات : $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

د ګاوس نورمال وېشني له لارې د بینومیالوېشني اپروکسیمیشن (Approximation)



دا د لوی n لپاره ممکنوی، چې احتمالوالی په یوه ټاکلي انتروال کې په نږدې توګه وټاکو. سطحه، چې نورمالوېشنه يې د x– محور سره ترې يا رابندوي، کېدی شي د انتيګرال

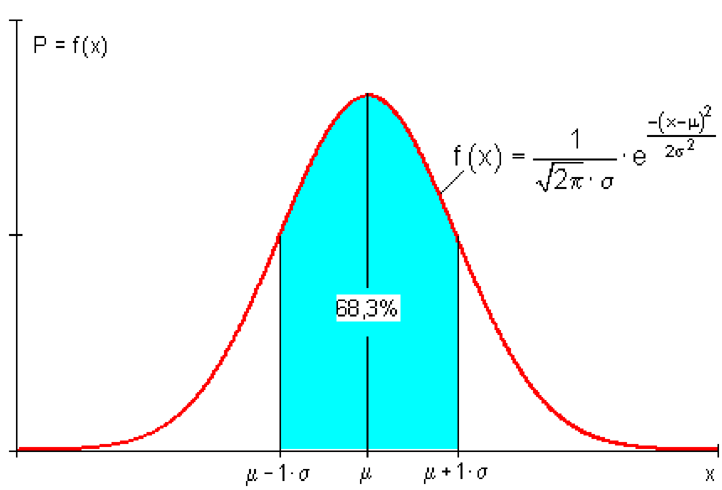
$$I \int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطحې شمېرنه د انتيګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چې په هغه کې د سيګما –چاپيريال دليست سره ورکړ شوی دی.

د سيګما –چاپيريال لپاره لاندې اړيکې شته.

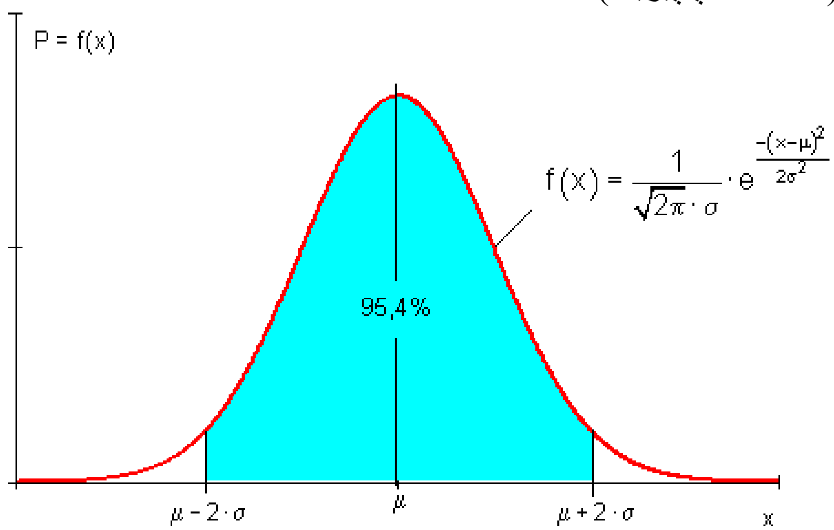
$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma) \approx 0,683 = 68,3\%$ (ساده سيګما σ – چاپېريال)



(ډبل سیګما –چاپیریال)

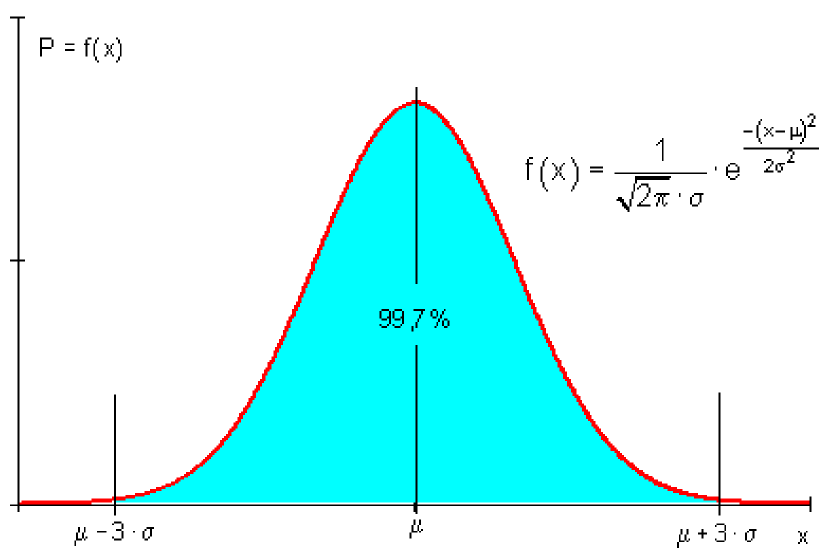
$$P(\mu - 2\cdot\sigma \leq X \leq \mu + 2\cdot\sigma) \approx 0{,}954 = 95{,}4\%$$

(ډبل σ -چاپیریال)



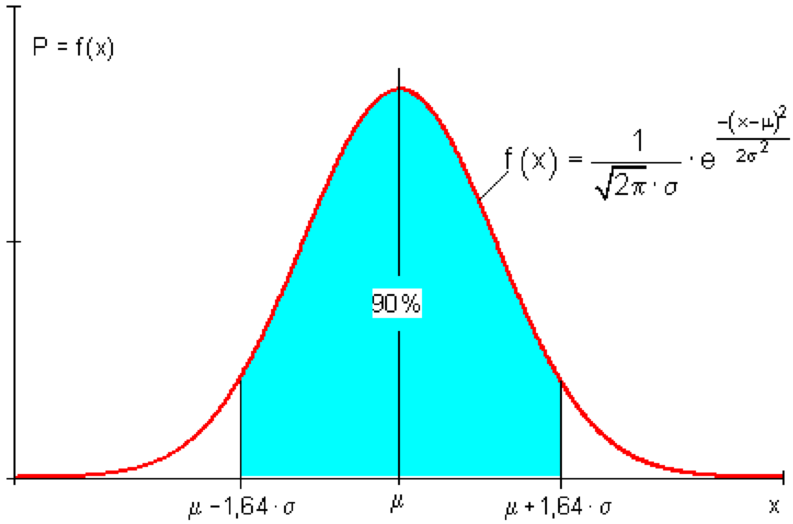
$$P(\mu - 3\cdot\sigma \leq X \leq \mu + 3\cdot\sigma) \approx 0{,}997 = 99{,}7\% \text{ (dreifache } \sigma \text{ -Umgebung)}$$

د پورته الماني پښتو: درې برابره سیګما-چاپیریال)



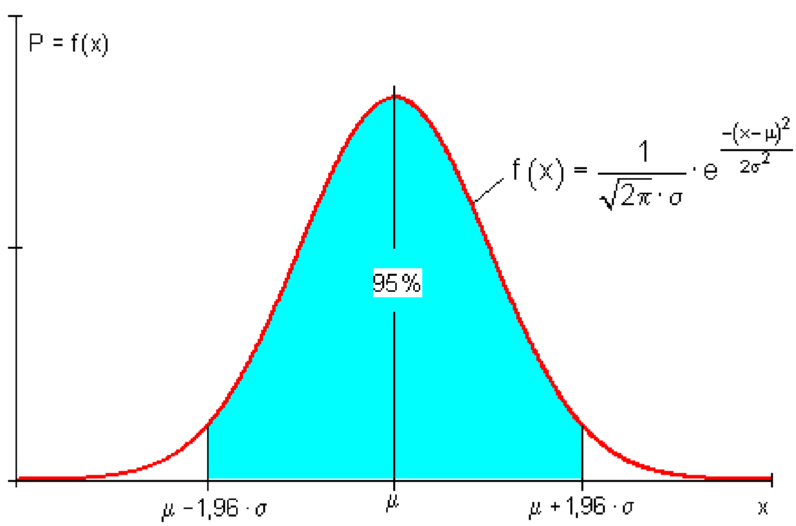
د % - چاپيريال لپاره لاندې اړيکې صدق کوي:

(90%- چاپريال) $P(\mu - 1,64 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,64 \cdot \sigma) \approx 0,899 = 89,9\%$



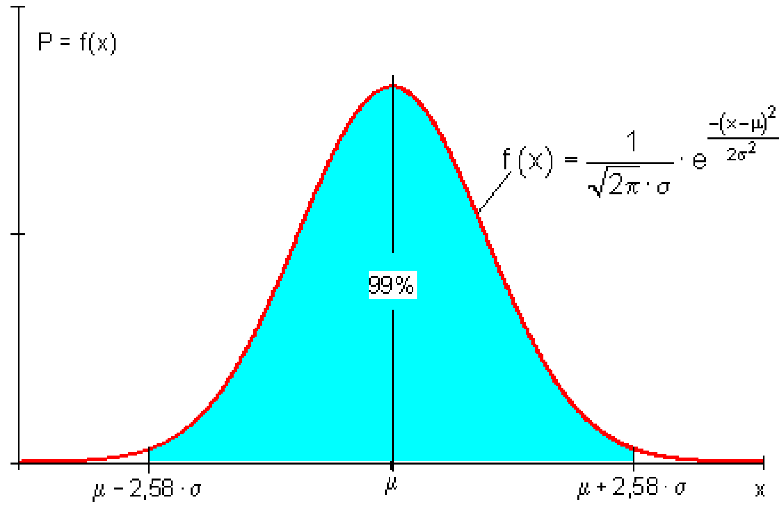
(95% - چاپيريال)

چاپيريال $P(\mu - 1,96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,96 \cdot \sigma) \approx 0,95 = 95\%$ (95% − Umgebung)



(99% - چاپيريال)

چاپېريال $P(\mu - 2{,}58\cdot\sigma \le X \le \mu + 2{,}58\cdot\sigma) \approx 0{,}99 = 99\%$ (99% − Umgebung)



په ادبیاتویا کتابونوکې په لاندې چاپېریال احتمالوالي توافق کړل شوی:

د چاپېریال وړانګه	د چاپېریال احتمالوال	د چاپېریال احتمالوال	د چاپېریال وړانګه
$1{,}64\cdot\sigma$	0,90	0,68	$1\cdot\sigma$
$1{,}96\cdot\sigma$	0,95	0,955	$2\cdot\sigma$
$2{,}58\cdot\sigma$	0,99	0,997	$3\cdot\sigma$

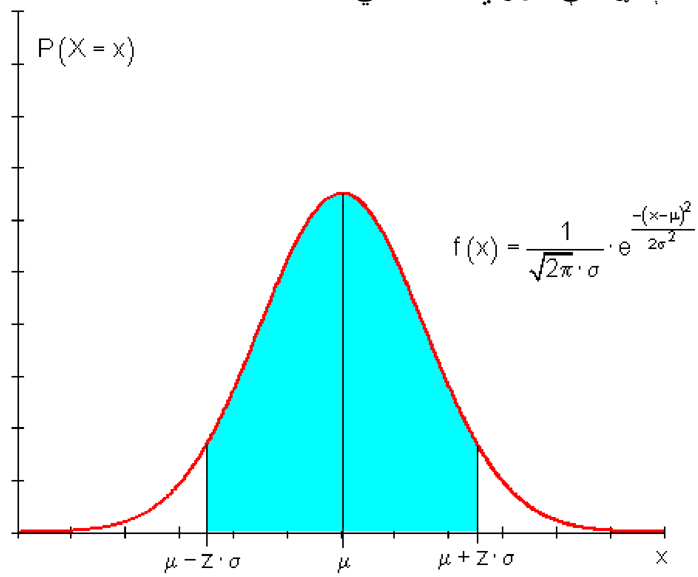
داچې د بینمیالوېشني دهستوګرام بڼه(فورم) فقط د مناسبې لویې n د نورمالوېشني بڼې ته تل زیات ورنږدې کوي، لاندې کریتیریوم د نورمالوېشنو د انتروال احتمالوالی د استعمال لپاره باور لري.

که شرایط $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} > 3$ پوره وي(د لاپلاس شرایط) ، نو نورمالوېشني له لارې نږدې والی څخه پوره ټیک (یا وررسپدونکی ټیک) انتروال احتمالوالی راکوي.

تر اوسه د بینومیالوېشني لپاره د یوه ټاکلي n او یوه ټاکلي احتمالوالي p لپاره هروار یو جدول د کمولیري احتمالوالي سره اړیین وو، چې چاپېریال احتمالوالی وټاکل شي.که چیرې اوس د د یوه بینومیالوېشني ارزښت د لاپلاس شرایط پوره کړي، اجازه شته چې د د نورمال وېشني د جدول ارزښتونه و کارول یا استعمال شي. د لاپلاس شرایط دې په هر حالت د مخه و ازمایل شي.

په دې حالت کې چې د چاپریال وړانګه د سیګما په واحدونو یا یونونو ورکړه شي، نو

لاندې اړيکې باوري کيدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپيريال وړانګه(Umgebungsradius) ډېرواره د سيګما د واحد (يوون) په حيث افاده کيږي. دلته د z ضريب دی، چې له هغه سره سيګما ضربيږي. د داسی سيګما –چاپيريالو احتمالوالی په لاندې جدول کې دz ضريب په واکوالي کې انځورېدلای شي.
په يوه بينوميالوېشني کې يي د احتمالوالي انځوروني سره غوره توپير ، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د x - محور باندې نه پريکېدونکي يا پرلپسی ليدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د k لپاره دېسکريت (د پام وړ) ارزښتونه دي.

پنځلسم - چاپيريال احتمالوالي شميرنه

په يو څو بيلګو کې به وښوول شي، چې څنګه د يوه د تصادفي واريابلې د نورمال وېشني د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دي وي، چې د z ارزښت اړونده چاپيريال ته تل نسبت د انتظار ارزښت μ ته تل سيومتري پرته ده.

انتظار ارزښت ته سيومتريک انتروال

يو n -پوړيز برنولي – ازماېښت دې د n = 500 او p = 0,33 سره ور کړ شوی وي.

په انتروال .[180 ; 150] کې دې د برياوو تعداد لپاره احتمالوالی و ټاکل شي.

د يوه له لسميز وروسته د درې ځايونو تيکوالي سره دې شمېرنه وشي يا وشميرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

له دې د ا نتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي :

$$r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$$

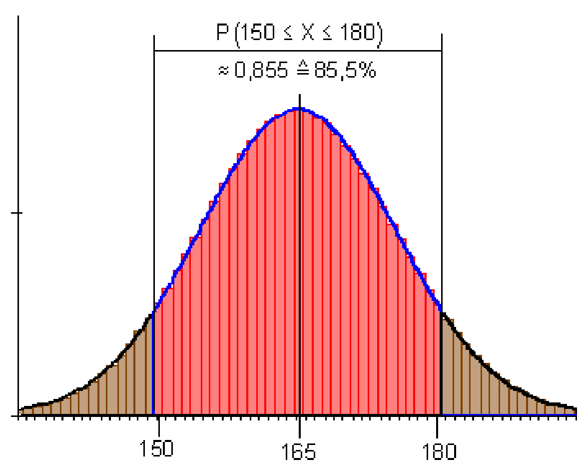
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

Z=1,474له دې جدول ازښت لاس ته راځي:0,858

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)}}$$

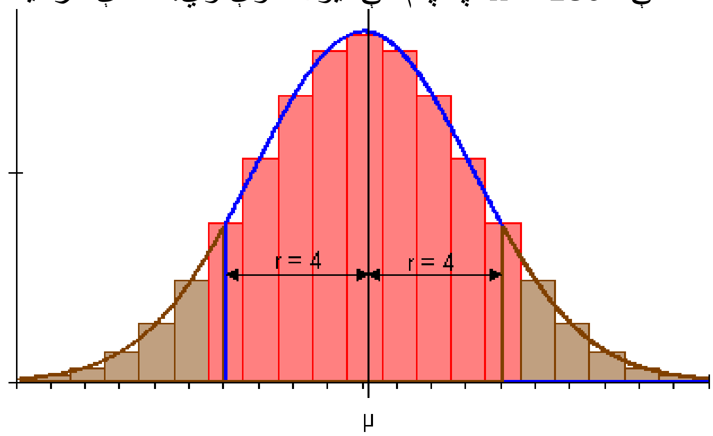
په انتروال [180 ; 150] کې د برياو احتمالوالی نږدې 85,8% دی.



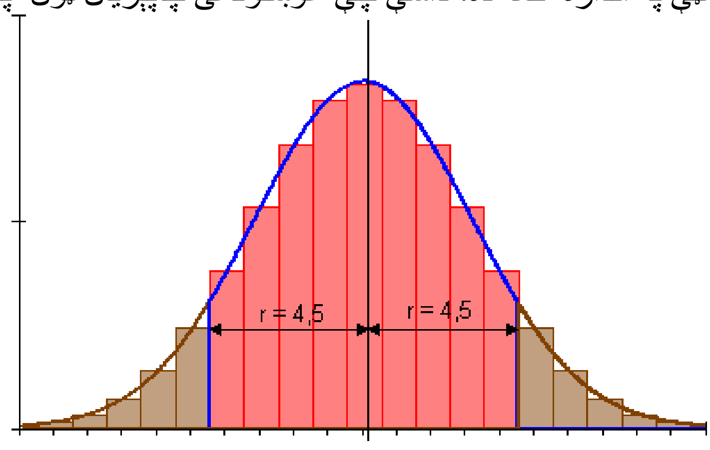
ولې دې د انتروال پولې په 0,5 لوېږي شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انتروالاحتمالوالی تاکل کیږي؟

Bei P(150 ≤ X ≤ 180) = P(149,5 ≤ X ≤ 180,5) war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتا د نومالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ وټاکل شي، نو دا به په 0,5کوچنی وي. دا به د برجونو یا مټو نیمه سطحه د $k = 150$ همداسې $k = 180$ په پام کې نیول شوې وي. لاندې ګرافیک به دا روښانه کړي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنی ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې مټې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکی چاپېریال ټول په بر کې نه رانیول کیږي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4,5$ دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې مټې په اندازه زیاته ده، داسې چې غوښتونکی چاپېریال ټول په بر کې رانیول کیږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپېر یال

د $n = 550$ او$p = 0,36$ لپاره د انتظار ارزښت د 90%- چاپېریال وټاکی.

$$n = 550 \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198$$
$$p = 0,36 \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0,90$$

د p=0,90 لپاره دې پورې اړونده z -ارزښتونه د جدول څخه لوستل کيږي.

Z=1,64له دې لاس ته راځي، د چاپيريال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

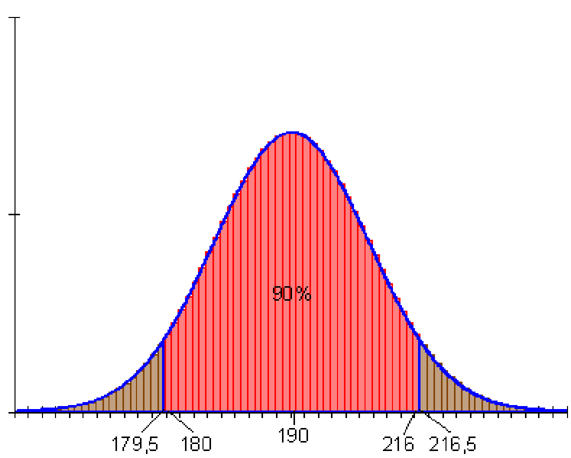
انتروال انتظار ارزښښت $\mu = 198$ ته سيومتريک پروت دی.

موړ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$

بايد و ازمايل شي، چې ايا انتروال {180…198…216}پسي لاس ته راتلنه(90%) په ګوته کوي.

$$P(180 \le X \le 216) = P(179,5 \le X \le 216,5)$$
$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0,899$$

په انتروال [180 ; 216]کې داحتمالوالي د برياوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



د چاپیریال څخه دباندې انتروال

n - پوړیزه برنولی-ازمایښت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپیریال دباندې نتیجې لپاره احتمالوالی غوښتونی دی یا غواړو پیدا کړو.

الف - که $n = 300 \quad p = 0{,}56$ ، نو $P(X < 162)$ وټاکی.

ب – که $n = 240 \quad p = \frac{1}{3}$ وې، نو $P(X > 80)$ وټاکی.

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره غواړو احتمالوالی پیدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سیومتریک انتروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه [162 174 ... 168 ....] خوندي لري. پهدې پسې تړلی دا انتروال [300 .... 175] لاس ته راځي، کوم چې د سیومتري دلایلو پر بنسټ برابر لوي دی ، لکه

[161 ; 0] . لاندې یشوونه یا پیل لاس ته راځي: ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }]
[174 } { 175 ... 300}

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\Big[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\Big]$$

$$: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

وړانګه:

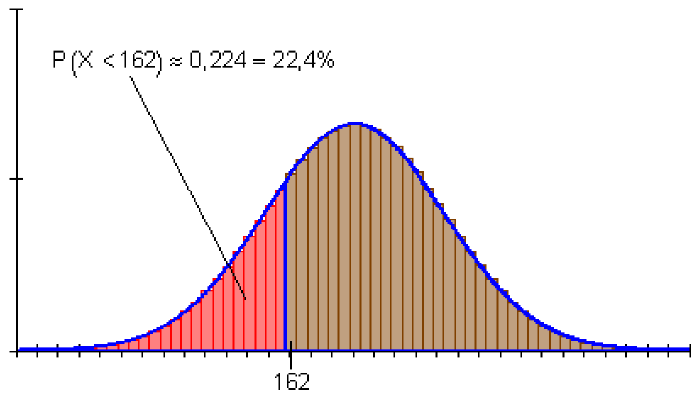
د z~0,76 سره په ولرو

$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

د له 162څخه کمو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 22,4% دی.



و ب ته –

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

وړانګه :

$$: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

له$z \sim 0{,}07$ سره به شي

$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

او له دې سره په شي

$$P(X>80)\approx 0,5\cdot(1-0,056)=0,5\cdot 0,944\approx \underline{\underline{0,472}}$$

$$\begin{matrix} n=240 \\ p=\frac{1}{3} \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \mu=n\cdot p=240\cdot\frac{1}{3}=80 \\ \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{80\cdot\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{160}{3}}\approx 7,303>3 \end{matrix}$$

$$[0;79][79,5;80,5][81;240]$$

$$P(X>80)=\frac{1}{2}\left[1-P(79,5\le X\le 80,5)\right]$$

$$r=80-79,5=0,5\Rightarrow\frac{r}{\sigma}=z=\frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}}\approx 0,068\Rightarrow r\approx 0,07\cdot\sigma$$

ورانكه:

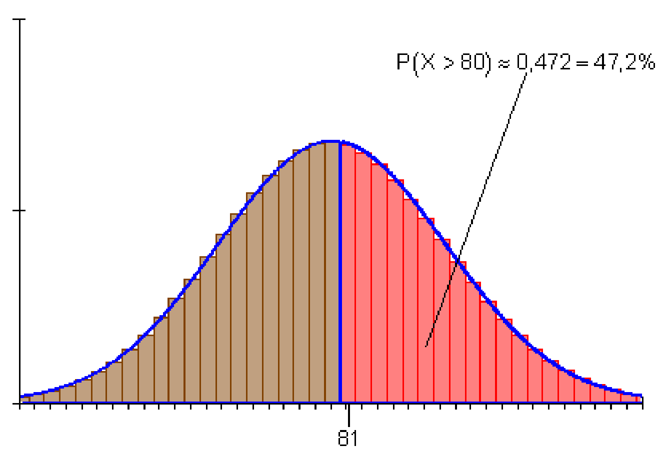
له $z\approx 0,07$ ۱ سره كيږي

$$P(79,5\le X\le 80,5)=P(\mu-z\cdot\sigma\le X\le\mu+z\cdot\sigma)\approx 0,056$$

او له دې سره كيږي

$$P(X>80)\approx 0,5\cdot(1-0,056)=0,5\cdot 0,944\approx \underline{\underline{0,472}}$$

د له 80خخه زياتو برياو لپاره احتمالوالى نږدې 47,2% دی.



اسيومتريکي چاپيريال

د انتظار ارزښت د يوه نه سيومتريکي چاپيريال احتمالوالی و ټاکی.

لرو $p=0,55$ $n=180$ وټاکی$P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89\ldots93\}\{94\ldots99\ldots104\}\{105\ldots109\}\right]$$

اينوونه: $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

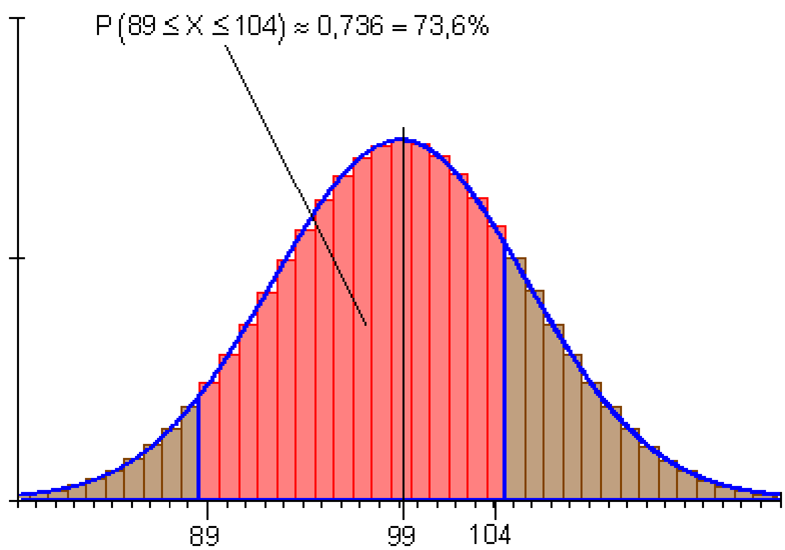
$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0,55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88,5 \le X \le 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93,5 \le X \le 104,5)$$



$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انټروال [89 ; 104] کې د برياوو احتمالوالی نږدې .73,6% دی.

شپاړسم:د هيوپوتيزې ازماېښت Hypothesentest

د سترګي(ستركيزمكعب) سره ننوتنه

پيل :

د يوه لاپلاس غورځوني يا سترګي(مكعب) ځخه پيژندل شوې، چې د هر وار غورځوني سره د شپږو عددونو هر يو د 1/6 احتمالوالي سره رامنځ ته کيدی شي يا غورځول کيدی شي. د ډېرو سترګيو(مكعبونو) لوبو سره ۶ يوه ځانګړې معنا لري. د لته د لوبه کونکي له لورې ممکن هغه ښه غورځونه وي، چې هغه زيات ځله ۶ ورکړي. برعکس د لوبي مالک له لورې هغه غورځونه ښه ده، چې ممکن لږ واره شپږ ورکړي يا ۶ راووځي. دلته مخطلفې علاقي مخ ته لرو، چې د غورځووني(مكعب) غلطيدنه ممکن وبرېښي. په لاندې کې دې غورځوني و ازمايل شي.

لومړی حالت:

ګومان به وشي، چې ۶ زياتواره راوځي، لکه په لاپلاس-غرځونه کې يې چې انتظار بايد وي ($p > 1/6$). د دې لپاره چې غورځونی وازمايلی شو، پلان کيږي، چې غورځونی $n = 600$ واره و غروځول شي او له دې سره د تصادف اووښتوني يا وارابله $X =$ د منځ ته راغلو شپږو ګڼون يا تعداد وڅيړو. د يوه هيوپوتيز ازماېښت سره بايد وازمايل شي چې ايا $p > 1/6$ باور لري.

د دې لپاره بايد کومه هيپوتيز وټاکل شي؟

- د دې لپاره چې سرى $p > 1/6$ د ټيک په توګه وکتلى شي، بايد سرى له دې باوري وي، څکه چې $p \le 1/6$ صدق نه کوي. يعني هيوپوتيز ې صفر هيوپوتيز H_0. $p \le 1/6$ چې صفرهم بلل کيږي ازمايل کيږي. که چيرې دا بايد رد شي، نو $H1 : p > 1/6$ چې الترناتيو يا بديل هيوپوتيز هم بلل کيږي بايد ونيول شي.

صفرهيوپوتيز ته يادونه

صفر هيوپوتيزې H_0 دې تل هيوپوتيزې وي، چې د هغې سره ازماېښت سرته رسيږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$H_0 : p = p_0$; $H_0 : p \le p_0$ يا $H_0 : p \ge p_0$

صفر هيوپوتيزې ته تل بديل يا الترناتيو هيوپوتيز شتون لري

ښى اخيز ازماېښت	$H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0 \Rightarrow$
دوه اړخيز ازماېښت	$H_0 : p = p_0 \Rightarrow H_1 : p \neq p_0 \Rightarrow$
کيڼ اړخيز ازماېښت	$H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0 \Rightarrow$

د H_0 لپاره پريکړه مو تل د د H_1 د نفې کولو په لور يعنې رده ولو په لورلاربنودوي

د H_0 په ضد پريکړه مو تل د H_1 نيولو ته بيايي.

هغه ناټيکاوى چې د پريکړې سره رامنځ ته کيدى شي، بايد زيات له زياته په 5% محدود شي. دا لويه سيګنيفيکانس significance بلل کيږي. د دې لپاره چې غورځونى(دانه يا سترګيز مکعب) و ازمايو، د

$$H_0 : p \le \frac{1}{6}$$

لپاره يو د نيوني ورشو يا ساحه او يوه د رديدلو ورشو بايد وشميرل شي.

د (کار) مخ ته تلني لپاره يادونه:

د غورځووني يا ستركي(ستركي لرونكى مكعب) تجربې د تصادفي متحولې يا اووبنتوني X د برنولي ا زماېښت دى د يوه بينوميال وېشنې سره. داسي يوه وېشنه هلته و يوه انتظارارزښت μ ته سيومتريک ده، كه p = 0,5 وي. د p = 1/6 لپاره وېشتابع نوره سيومتريک نه ده. د پوره كيدونكي يا رسيدونكي جګي خوروني ياپاشني سره لاپلاس-شرايط (3 <سيګما) پوره شوې دي. نو بيا كيدى شي د بينوموېشنه د انتظارارزښت ته سيومتريک يوه نورمالوېشني له لاري نږدې (اپركسيمي) (approximation =نږدېونه) شي، داسي چې د چاپيرياالاحتمالوالي شميرنې ته د سيګا-چاپيريال لپاره د نورمالوېشل شوى تصادفي اووبنتوني يا متحوله احتمالوالي جدول اسعمال كيدى شي. په انتظار ارزښت د يوه -x%-چاپيريال لپاره باور لري:

90%-چاپيريال 95% - چاپيريال 99%-چاپيريال	$\Rightarrow r = 1{,}64 \cdot \sigma$ $\Rightarrow r = 1{,}96 \cdot \sigma$ $\Rightarrow r = 2{,}58 \cdot \sigma$

شميرنه: صفر هيوپوتيز H_0: $p \le \frac{1}{6}$ سيګنيفيكانځ نيو يا اندازه $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 600\,;\ p = \frac{1}{6}\,;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

يو بنې اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دې سر ته ورسيږي، ځكه چې د شپږو يو جګ تعداد د H_0په ضد ځان ښايي يا په ګوته كونه ده.

د 5% يوه سيګنيفيكانځنيوى (اشتباه احتمالوالى) له امله لاندې انتروالون په پام كې نيسو:

$$\{\quad 5\% \quad\}\{\quad 90\% \quad\}\ \underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره دى:

$$\mu + 1,64 \cdot \sigma = 100 + 1,64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114,97$$

دا د H_0 لپاره د قبلوني يا نيوني د ساحې پورته پوله ده.

باور لري:

د H_0 لپاره د نيوني يا قبلوني ورشو:

د H_0 لپاره د ردوني ورشو:{ 0 ... 115 }

د ردوني ورشو د ازمايلو ده داسې، چې باور لري:{ 116 ... 600 }

$$P(116 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

$$P(116 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1,7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0,911$$

$$\Rightarrow P(116 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,911] = 0,0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د ({ H_0 ({ 116 ... 600 } د ردوني ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د ټګۍ لپاره)جوړ شوی وي.

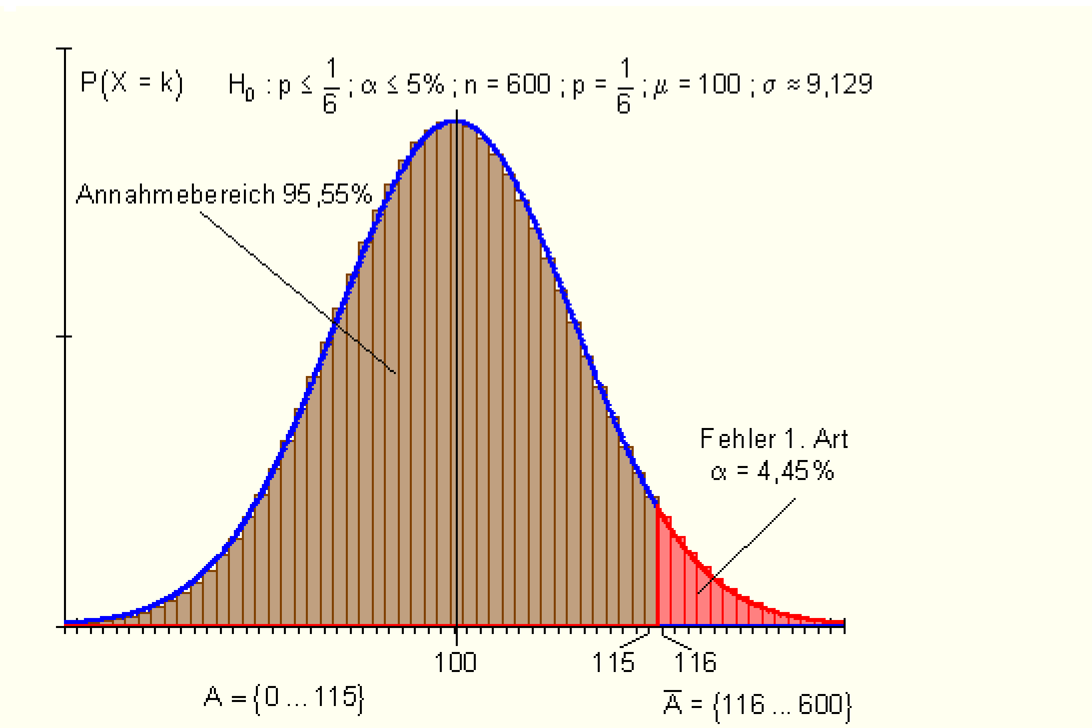
که د H_0 هيپوتيز د ازمايښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45% (شميرل شوې سيګنفيکانځ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پېښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالوالیپه نامه هم بلل کیږي.

د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه:

د په ځیره کې دننه پېښتو:د نیوني ورشو، لومړی ډول ناتیکاوی



دویم حالت:

ګومان به وشي، چې یو سترګی لږ شپږ غوځوي، لکه له یوه لاپلاس غورځوني یا داني څخه چې انتظار کیږي ($p < 1/6$).

تلنلار یا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

باید معاینه یا وکتل شي چې ایا $p < 1/6$ باور لري.

دلته ازمایل کیږي هیوپوتیز H_0 : $p \geq 1/6$.

که دا باید رد شي، نو H_1 : $p < 1/6$ نیول کیږي یا قبلیږي.

شمیرنه: صفر هیوپوتیز H_0 : $p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانڅ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز- تست کیږي، ځکه چې د شپږو کم تعداد د H_0 په ضد دی.

د یو سیګنیفیکانځنیو یا اتباه- احتمالوالی سره لاندې انتروالونه راوړو:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\ \{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H_0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 100 - 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85{,}03$ کیږي.

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د منلوو روشو(منلورشو):{ 85 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردولو ورشو(ردونورشو):{ 0 ... 84 }

د ردوني ورشو (ردونورشو) څیړل کیږي، داسې چې باورلري:

$$P(0 \le X \le 84) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

$$P(0 \le X \le 84) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

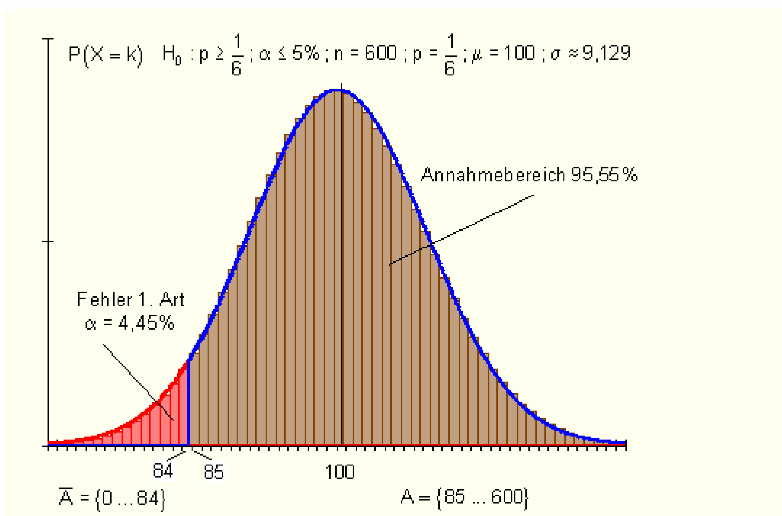
$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 84) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځولو سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د (H_0 ({ 84 ... 0 } د ردوني ورشو کي ولويږي، نو H_0 دې رده شي اوH_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په ريښتوني کم شپږ. ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د ټکئ لپاره) جوړ شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوې سيګنفيکانځ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناتيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناتيکاوی دی او په دې معنا دی:



د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,45% ده.
په بل ډول ویلې یا افاده شوي: د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.
ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې دننه(د نیونې ورشو، لومړی ډول ناټیکاوی خیره پورته

په خیره کې دننه: له کیڼ ښي لور ته: لومړی ډول ناټیکاوی، د نیونې ورشو

دریم حالت: د یوه سترګي څخه ا ټکل کیږي، چې شپږ د یوه احتمالوالي سره راکوي، چې د 1/6 سره برابر نه دی، لکه څنګه چې د لاپلاس غورځوني یا مکعب څخه انتظار کیدی شي. باید یو ازماېښت داسې جوړ شي، چې هیوپوتیز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه یا د کار مخ ته بیونه د لومړي حالت او دویم حالت ته ورته دی.

باید وڅیړل شي، چې ایا $p \neq 1/6$ باور لري.

صفرهیوپوتیز H_0: $p = 1/6$ ؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 1/6$.

له لومړي حالت او دویم حالت په بل ډول دلته دH_0 د ردونې ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي یا وېناوې کوي.د سیګنیفیکانځ نیو د دواړو ردونې ورشو په برابر ډول وېشل کیږي. د داسې یوه ازماېښت یا تست سره سړی د یوه دوه اړخیز تست څخه غږېږي.

شمیرنه:

صفر هیوپوتیز H_0 ؛ : $p = \frac{1}{6}$ د سیګنیفیکانځ نیو $\alpha \leq 5\%$

دتا:

$$n = 600\,;\ p = \frac{1}{6}\,;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

يوه دوه اړخيزه هيوپوتيز دې راوړل شي، ځکه چې يو کوچنى تعداد، لکه لوى تعداد شپږ، هم د H_0 په ضد خبرې کوي.

د يوه سيګنيفيکانځنيو سره لاندې انتروالونه تر ځيرنې نيول کيږي:

$$\underbrace{\{\ 2{,}5\%\ \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\ \{\ 95\%\ \}\ \underbrace{\{\ 2{,}5\%\ \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د H_0 رده وني ورشو　　　　د H_0 رده وني ورشو

له دې سره دى يا کيږي:

$$\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$$

د H_0 لپاره د منلو يا قبلولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1{,}96 \cdot \sigma = 100 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117{,}9$$

د H_0 لپاره د قبلولو لپاره پورته پوله باور لري:

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو: $\{ 82 \ldots 118 \}$

د H_0 لپاره دردوني ورشو: $\{ 0 \ldots 81 \} \cup \{ 119 \ldots 600 \}$

د ردوني ورشو ازمايو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$$

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) = 1 - P(82 \le X \le 118)$$

$$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \approx 1 - 0{,}911 = 0{,}042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپړو تعداد د {) H_0 ({ 600 ... 119 } u { 81 ... 0 د ردوني ورشو کې ولوېږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله یا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه یا سترګی دې په رېښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی.

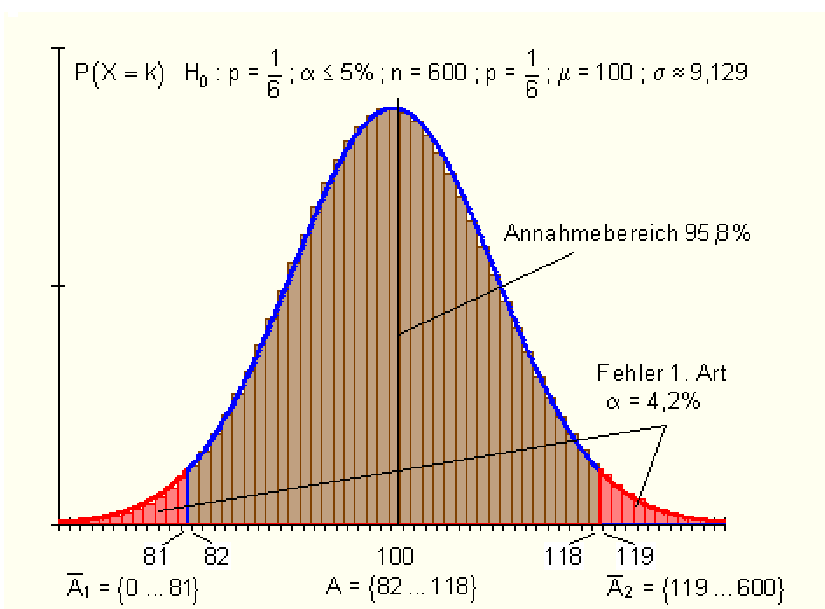
ممکن دا به غلط (د ټکۍ لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د H_0 هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,2% (شمیرل شوې سیګنفیکانځ نیو یا اشتباهي احتمالوالی) یوه ناټیکاوي یا اشتباه پېښیږي. دا د لومړي ډول ناټیکاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,2%. ده.

په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټکۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نیوني ورشو، د لومړي ډول ناټیکاوي



د اشتباه راوړنه یا ـخیرنه

له لومړي حالت څخه تر دریم حالت پورې ښایي، چې دا هر جوړړ شوی قضاوت کیدی شي ناټیک وي.

لومړی ډول:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه په د H_0 د ردونې په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: ریښتونې هیوپوتیزې ردیږي.

دویم ډول ناټیکاوی:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) نه دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه د H_0 د منلو یا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول منل یا قبلول کیږي.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط هلته وشمیرل شي، که سړی په ناټیکه یا غلطه ډول یو ناټیک یا غلط شوی سترګی(-مکعب) سره یو یو ټاکلی احتمالوال د یوه شېږ لپاره قبلول کړي او یا سړی هغه پوهیږي.

یوبه حالتبیلګه به دا پهپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بیلګه:

په کلني جشن کې یو ه لوبه ،، هر شېږ ګټي،، بلل کیږي.

یو د پخا وخت همکار پولیس ته ځي او ثبوتوي یا غواړي وښایی، شېږ فقط د د یوه $p = 0,13$ احتمالوالي سره رمنځ ته کیږي یا لویږي. دا د پولی څخه ټاکل شوی هیّت سپین ګل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنګه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځوونی یا سترګی یوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د یوه لاپلاس سترګي سره مخ ته راتلی شي، چې له شېږو غورځونو زیاتو کې هم شېږ کیدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتیستیکي د

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټیکاوي لپاره پیدا کړي، باید په ډېرو زرهاو تجربې وکړي.دا چې دی د خپل تقاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربې غواړي وکړي او له نتیجې څخه یوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستوښاستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پیدا کوونې لپاره پریکړه یا فیصله کوي یو هیوپوتیز ازماېښت ته وده ورکړي یا منځ ته راولیې.

$H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ (صفر هیوپوتیز)، $; H_1 : p < \frac{1}{6}$ (الترناتیو هیوپوتیز) هیوپوتیزې د

H_0 دې په یوه د 5% سیګنیفیکانځنیو(د اشتباه احتمالوالی) وازماېل شي.

دا همغه با برابر ازماېښت دی، لکه په دویم حالت کې چې تشریح شوی. د $H_0 \{ 85 \ldots 600 \}$ د منلو یا قبلولو ورشو،

د $\{ 84 \ldots 0 \} H_0$ د رده ولو ورشو د یوه $4{,}45\%$ اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کمیسار سپینګل دا د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرې، نیسي یافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتنې لپاره ریښوتی احتمالوالی $p = 0{,}13$ دی.

دی شمیرنه د وړاندنیونه یا فرضیه سره کوي، چې نتیجه $p = 0{,}13$ ټیک ده، د H_0 د قبلونې په ورشو کې پریوځي.

شمیرنه:

$\beta = P_{0,13}(85 \leq X \leq 600)$ غواړو وشمیرو

داتا: $n = 600 ; p = 0{,}13 ; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$$

د شمیرنې لپاره دې سیومتریکې انتروالونه راوړل شي

د سره په پښتو:

د H_0د نیوني ورشو

$$\{0 \ldots 71\}\ \{72 \ldots 78 \ldots 84\}\quad \underbrace{\{85 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(72 \le X \le 84)\right]$$

$$P(72 \le X \le 84) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow P(72 \le X \le 84) \approx 0,570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,570] = 0,215$$

له دي لاس ته راځي د دويم ډول ناټيکاوی $\beta \approx 21,5\%$

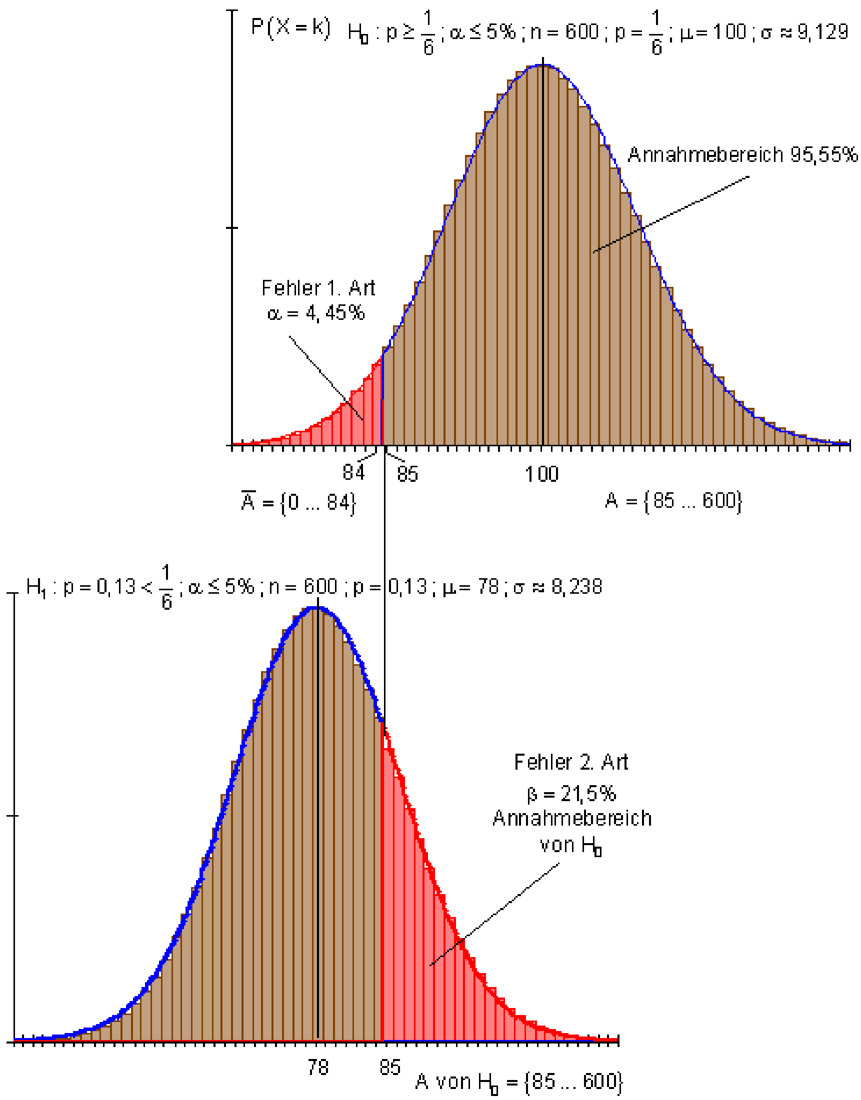
ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چي د H_0 د ردوني په ساحه کي پروت دی، کوميسار به په عقيده غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چي په دي پريکړي سره منځ ته راځي، 4,45% ده. هغه سترګی، د کوم سره چي د لاپلاس غورځوونيداپيښه ښايي، 4,45% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچي بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی ربښتيا غلط شوی وي، د 21,5% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کي پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه پيژندل شي.

ګرافيکي انځورونه(په ګراف کي دننه له پورته کښته لور ته: نيون يا قبلونورشو، لومړی ډول ناټيکاوی، دويم ډول ناټيکاوی،د نيوني – يا قبلوني ورشو)



د سیګنیفیکانځنیو (اشتباهي احتمالوالی)تغیرونه:

کومیسار برګ يو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چي د ستوښایتیک څخه کم معلومات لري، د سپین ګل معلومات غواړي ورته راولیږل شي.

دا غواړي په ورته توګه مخ ته لاړ شي. مګر د 4,45% اشتباه احتمالوالي یا سیګنیفیکانځنیو ورته ډېره جګه برېښيحتمالوالي سره . دی غواړي د یوه 97,5% اطمانان احتمالوالي سره خپله پرېکړه وکړي.

شميرنه:

H_0 صفرهيپوتيز: $p \geq \frac{1}{6}$ سيګنيفيکانځنيو $\alpha \leq 2,5\%$

داتا: $n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دې صورت ونيسي، ځکه چې يو مناسب شيړ د H_0 په ضد خبرې کوي يا قضوت دی.

د يوه 2,5% سيګنيفيکانځنيو يا اشتبا احتمالوالي سره لاندې انتروالونه تر ځيرنې لاندې نيسو.

$$\underbrace{\{\quad 2{,}5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\{\quad 95\% \quad\}\{\quad 2{,}5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره کيږي $\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$

د H_0 لپاره د قبلونې ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د قبلونې ورش:{ 82 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردونې ورشو: { 0 ... 81 }

د ازمايلو د ردونې ورشو ده، داسې چې باورلري:

$P(0 \leq X \leq 81) \leq \alpha = 2{,}5\%$

$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$

$$P(0 \leq X \leq 81) = \frac{1}{2}\left[1 - P(82 \leq X \leq 118)\right]$$

$$P(82 \leq X \leq 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow P(82 \leq X \leq 118) \approx 0{,}958$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 81) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}958] = 0{,}021$$

د دويم ډول ناتيکاوی:

$\beta = P_{0,13}(82 \leq X \leq 600)$ ist zu berechnen.

Daten: $n = 600; p = 0{,}13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$$

$\beta = P_{0,13}(82 \leq X \leq 600)$ شميرو

داتا:

$n = 600; p = 0{,}13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$$

د شميرني لپاره سيومتريک انتروالونه راوړو

$$\{0 \ldots 74\}\{75 \ldots 78 \ldots 81\} \quad \underbrace{\{82 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

د H0 د منلو ورشو

$$P_{0,13}(82 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(75 \le X \le 81)\right]$$

$$P(75 \le X \le 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \le X \le 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,326] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناتيکاوی

$\beta \approx 33,7\%$

ارزونه:

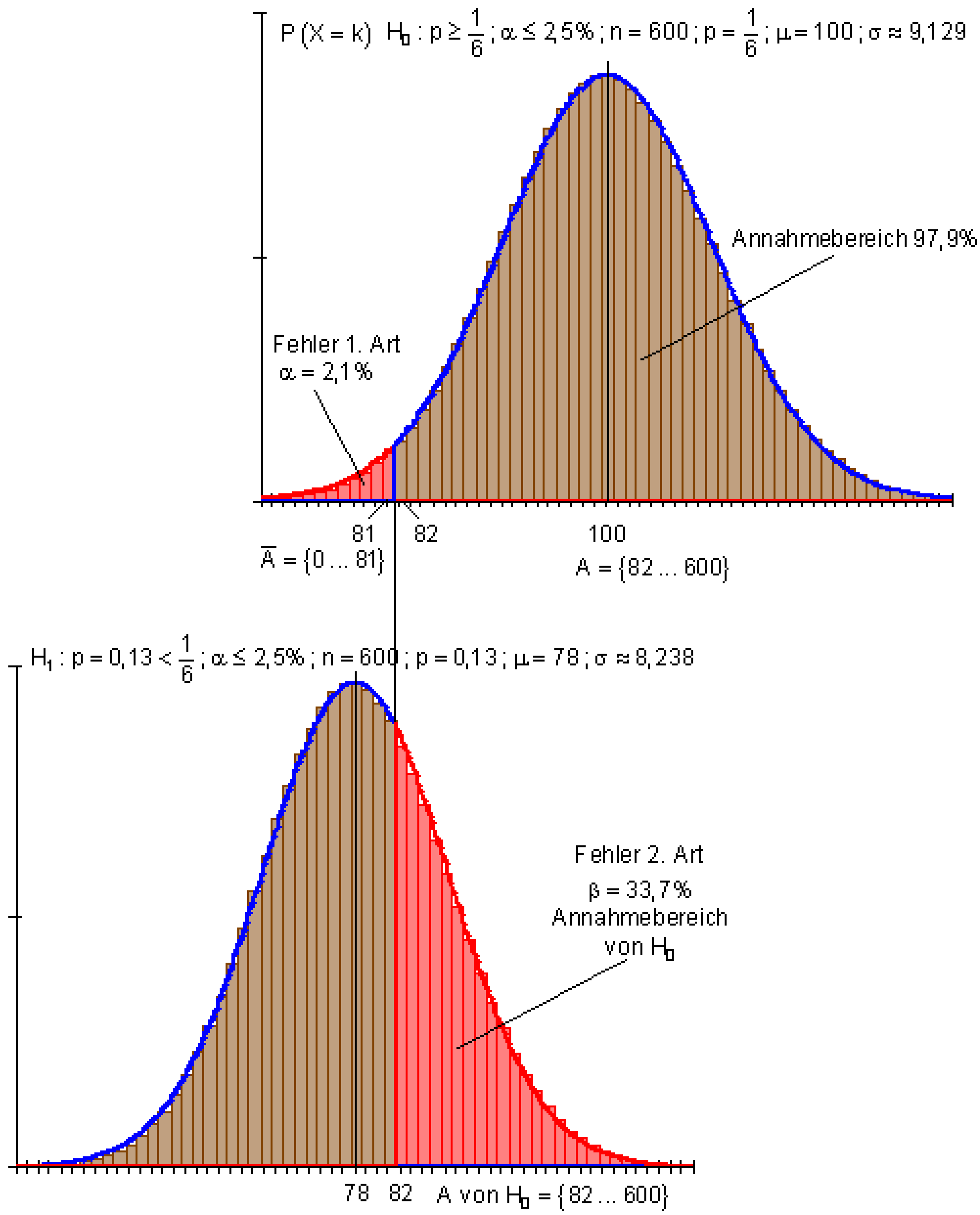
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کوميسار برگ په عقيده به د غلط شوی سترگی(سترگز مکعب) beschlagnahmenونيس يا سرکاري کړي(د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چې دې يې په دې پرېکړې کې کوي 2,1% ده. هغه سترگی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونی يا سترگيز مکعب داپيښه ښايي، 2,1% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضاً دا غورځوونی ربښتيا غلط شوی وي، د 33,7% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترگی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه مني يا په رسميت ونه پيژني.

گرافيکي انځورونه: په ځيره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضيه ورشو

پسې ځيره کې . دويمهډول ناتيکاوی، نيونورشو.



نتیجه یا لاسته راوړنه:

خطر، چې د چټکې پریکړې له لارې، چې د په ناحبه نیولو له لارې خپل نوم بدنه کړې د برګ کم دی نسبت و سپینګل ته.

د اطمنان لپاره يې قيمت د دويم ډول ناتيکاوي ډېر لوی دی، دا پهدې معنا چې غلط سترکۍ مکعبونه کم د غلطو په حيث پيژندل کيږي.

د چاپيريال احتمالوالي شميرنه:

د يو ښو بيلګو سره دې وښول شي، چې د نورمال وېشل شوي جدول سره ښنګه کار کيږي. په پام کې د نيول شوی وي، چې په **z** پورې اړوند ارزښت تل و انتظارارزښت **μ** ته سيمتريک پروت دی.

انتروال و انتظارارزښت ته سويمتريک پروت دی:

يو n -پورړيز برنولي-تجربه دې د $n = 500$ او $p = 0{,}33$ سره ورکړ شوي وي.

په انتروال $[150 ; 180]$ کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت $r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$

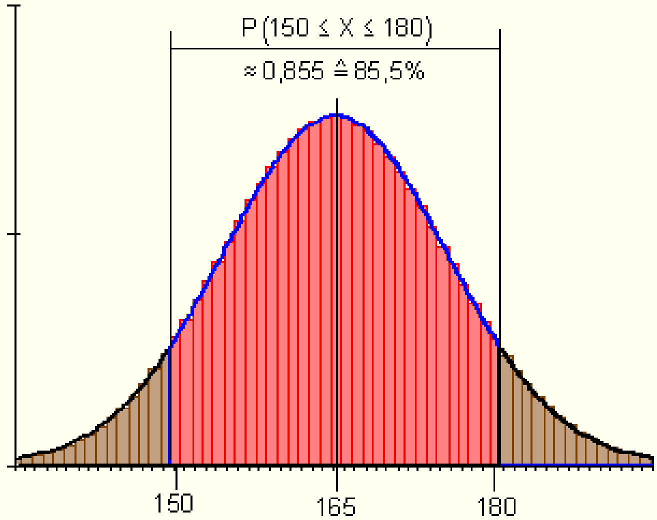
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

$z = 1{,}474$ لاس ته راځي جدول ارزښت: $0{,}858$

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)}}$$

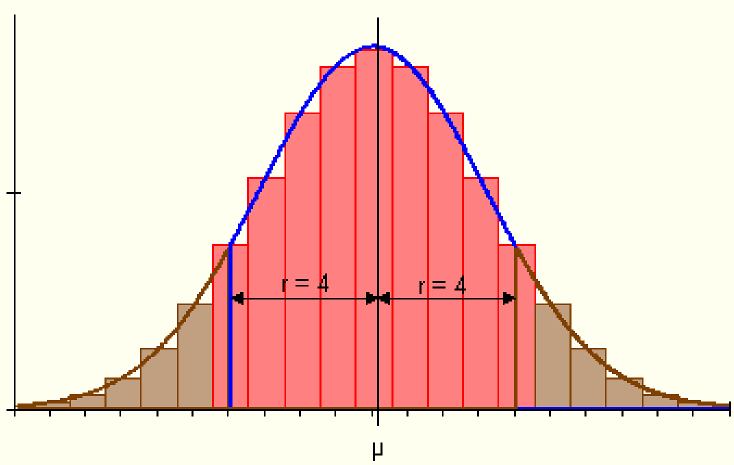
په انتروال $[150 ; 180]$ کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی نږدې 85,8% دی



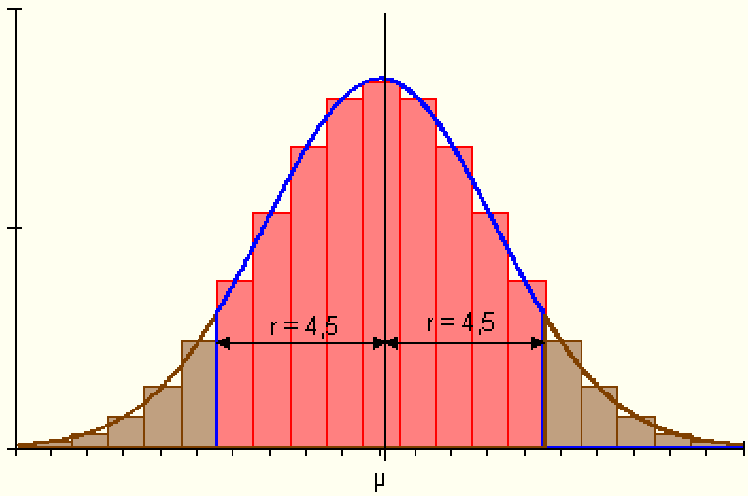
ولې دې د ا نتروال پولې هره یوه په 0,5 لویه شي، که د نورمالوېشنې د جدول ارزښت سره د انتروال احتمالوالی تاکل کیږي؟

Bei $P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)$ war das der Fall.

سرې کرې شي د استعمال شوي جدول داتا وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د $k = 150$ همداسې $k =$ 180 د متې یا ستنې فقط نیمه سطحه په پام کې نیول کیږي. لاندې ګرافیک دې دا روښانه کړي.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره نه شي رانیول کیدی.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېر دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره رانیول کیدی.

د انتظارارزښت %- چاپریال

د $n = 550$ او $p = 0{,}36$ لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپریال وټاکئ.

$$\begin{aligned} &n = 550 \\ &p = 0{,}36 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &\mu = n \cdot p = 550 \cdot 0{,}36 = 198 \\ &\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0{,}64} = \sqrt{126{,}72} \approx 11{,}257 > 3 \end{aligned}$$

$$P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = 0{,}90$$

د $P=0{,}90$ لپاره د z-ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کیږي

$Z=1{,}64$ له دې لاس ته راځي، چې جاپیریالوړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1{,}64 \cdot \sqrt{126{,}72} \approx 18{,}46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18{,}46 = 179{,}54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18{,}46 = 216{,}46 \approx 216$$

انټرول باید انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سیومتریک پروت وي.

مورړ تاکو: $P(180 \le X \le 216)$

دا باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال $\{180 \ldots 198 \ldots 216\}$ دا (90%)غوښتني پوره کوي

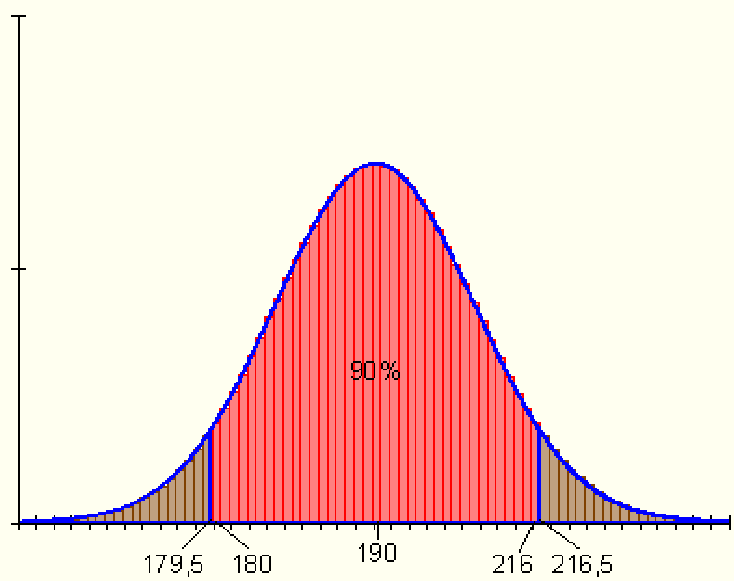
$$P(180 \le X \le 216) = P(179,5 \le X \le 216,5)$$
$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0,899$$

دا اړونده د z– ارزښت د p=0,90 لپاره له جدول څخه لوستل کیدی شي

له دې لاس ته را ځي دد چاپییالوړانګه

انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک پروت دی

په انتروال [216 ; 180] کې دبریاو د تعداد احتمالوالی 90% دی.



له چاپیریال دباندې انتروالونه:

n -ځایز د برنولي تجربه ورکړ شوي ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپیریالونو دبانودې د نتیجو لپاره احتمالوالی غواړو پیدا کړو.

الف- $p = 0{,}56$ ا $n = 300$ وټاکی $P(X < 162)$

ب – $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وټاکی $P(X > 80)$

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو. د جدول څخه کیدی شي فقط د انتظار ارزښت ته سیومتریک انتروال احتمالوالی ولوستل شي، دا ارزښت .... 162] 174 ... 168 لري. په دې پسې ترلی انتروال لاس ته راځي، کوم چې د سیومتریک دلایلو له امله برابره لویه لري لکه یې چې [161 ; 0] لري.

لاندې اینبونه باور لري: ... 175 } { 174 ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }]
300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

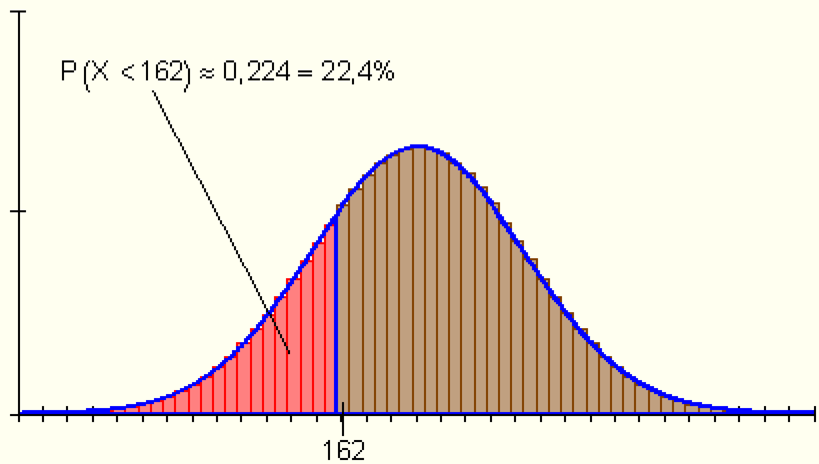
mit $z \approx 0{,}76$ wird

$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

له 162 څخه لږ بریاو لپاره احتمالوالی 22,4% دی.



و ب ته-

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

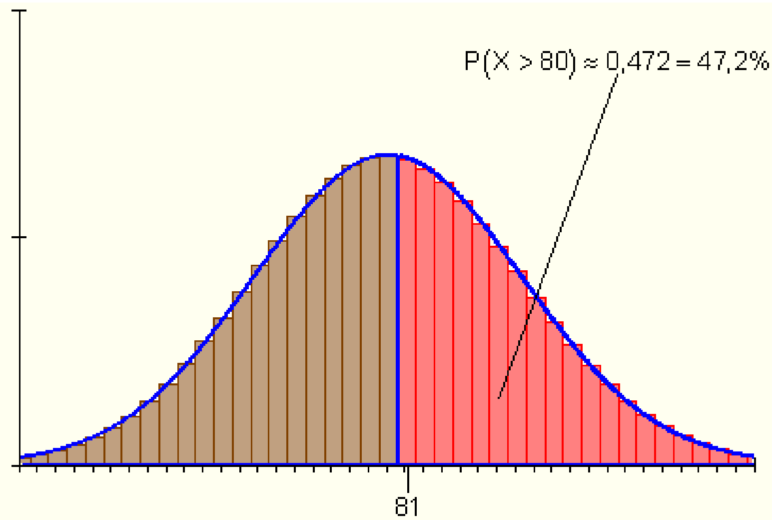
mit $z \approx 0{,}07$ wird

$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}056) = 0{,}5 \cdot 0{,}944 \approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

له 80څخه ډېرو برياو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.



Asymmetrische Umgebungen اسیومتریک چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموتریک انتروال احتمالوالی وټاکی.

$P(89 \le X \le 104)$ وټاکي $n = 180 \quad p = 0{,}55$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

اینبوونه $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

$$\begin{array}{l} n = 180 \\ p = 0{,}55 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0{,}55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0{,}45} = \sqrt{44{,}55} \approx 6{,}675 > 3 \end{array}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88{,}5 \le X \le 109{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10{,}5}{6{,}675} \approx 1{,}57 \Rightarrow r \approx 1{,}57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0{,}884$$

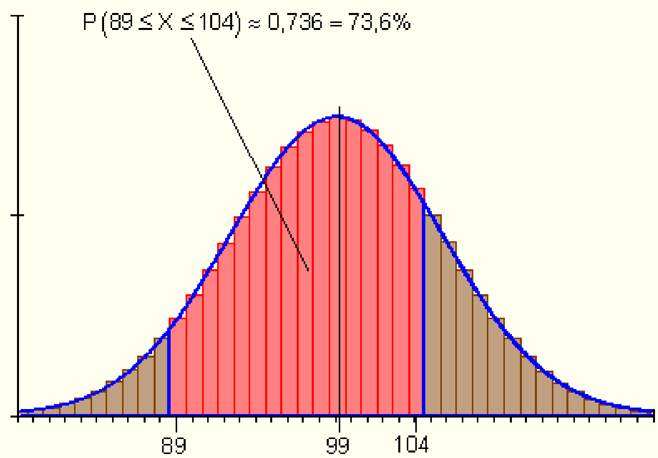
$$P(94 \le X \le 104) = P(93{,}5 \le X \le 104{,}5)$$

$$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5{,}5}{6{,}675} \approx 0{,}82 \Rightarrow r \approx 0{,}82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0{,}588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0{,}884 + 0{,}588] = 0{,}736$$

په انتروال [104 ; 89] کې برياوې نږدې 73,6%. دي.



اووه لسم – هيپوتيزې ازمايښت ته بنسټونه

پيلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زيات وخت له هغې وروسته پوهيږي چې ايا پرېکړه يې تيک وه. نا اطمنان، چې پريکړه وکړي، تل يو د ناتيکاوي احتمالوالی لري. د هيوپوتيز ازمايښت تل موږ ته ديوه بديل يا الترناتيوي پرېکړې لپاره يوه لار ښايي. موږ خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې موږ څه تيک ګڼو. دا موږ صفر هيپوتيزH_0 بولو.

يوه الترناتيو پرېکړه الترناتيو هيوپوتيز بولو.

د هيپوتيزو ازمايښت تل يوه تلنلار ده يا کونه ده، چې سرې يې په زياتو پلونو يا قدمونو وېشلی شي:

- د صفرهيپوتيزH_0 او د الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز H_1فرمول بندي کونه.

- د سګنيفيکيشن نيوو Signifikanzniveaus کره کونه.

- د صفر هيپوتيز د نيونې – او رده ونې ورشو.

- د توکلي ازماېنې روستنه.

- د ازماېښت پرېکړه کونه او د هغې انترپريتيشن يا تشريح:

که د راوستن ازماېښت يا توکلي از ماېښت د نيونې ورشو کې پروت وي، نو H_0 نيول کيږي، پرته له دې رديږي.

د هيپوتيز د ټيک نيولو يا ځا په ځای کولو لپاره يو څو بيلګې شتون لري:

- څه چې ښول يا ثبوتول غواړم، په الترناتيو هيپوتيز پورې اړه لري

- دا د مساوي يا برابر نخښه تل په صفرهيوپوتيز پورې اړه لري

- د صفر هيوپوتيز په ليکنه يا ځای په ځای کونه کېسږی له دې مخ ته ځي، چې،، ټول زاړه په زاړه پاتيږي، هيڅ تغر نه دی خوړلی،،

د صفرهيوپوتيز نيونه مو تل د الترناتيو هيوپوتيز رده ونې ته لاربنودوي، مګر د ې لپاره ثبوت نه دی چې د صفر هيوپوتيز دې ټيک وي.

د صفر هيوپوتيز رده ونه مو د الترناتيو هيوپتيز نيونې ته بيايي يا لاربنودوي.

بيلګه ۱ : په اخرنيو لسو کالونو کې د يوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافيتريا د مړئ سره خوښ نه وو. داسې ګومان کيږي چې د سمستر جريان کې نا خوښي حتی زياته شوې ده. د کافتريا ټيم نو اوس دې پرېکړې ته اړين دی چې د مړئ ښه کولو ته بايد ملا راوتړي. د دې لپاره چې پرېکړه وکړی شي، نو د 100 زده کوومکو څخه پوښته کوي.

الف- که د مړئ سره له لسو زيات زده کوونکي ناخوښ وي، نو بايد مړئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتريا د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.
ب – د مفتريا ټيم د راوستنپوښتنې توکليوالي څخه شعوري دي يا بوهيږي او په دويمه پوشته ې ۱۰۰ زده کوونکې بيا پوښتي. په دې حالت کې ټيم په 95% اطمنان سره د پوښتننتيجې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکې د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.

دا ټیم به په دواړو حالتونو کې څنګه پرېکړه وکړي؟

پرېکړه باید د هیوپوتیزې ازماېښت له لارې پیدا شي.

د ښوولو دی $p > 0{,}1$.

داپه دې معنا : د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مړئ سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیوپوتیز کره دي.

$H_0 : p \le 0{,}1 \text{ und } H_1 : p > 0{,}1$ او $H_0 : p \le 0{,}1 \text{ und } H_1 : p > 0{,}1$

الف- -هیوپوتیز ازمایل کیږي. دا نیول کیږي یا همداسې ساتل کیږي، که د زده کوونکو تعداد یا ګڼون په نیونورشو(نیول شوي ورشو)او دا وساتل شي، که د زده کوونکو تعداد په ردیدونکې ورشو کې پروت وي.

$$H_0 : p \le 0{,}1 \quad \begin{array}{ll} \text{Annahmebereich} & A : \{0,1,\ldots,10\} \\ \text{Ablehnungsbereich} & \overline{A} : \{11,12,\ldots,100\} \end{array}$$

په لومړي ازماېښت کې 12 د زده کوونکو د مړئ سره خوښي ښایي،

په لومړي ازماېښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مړئ سره خوښ نه دي.

د H_0- هیوپوتیز له دې سره رد شوه، مګر دا کیدی شي د نمونه ازماېښت د توکلیوالي سره ممکن ناټیک وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیزولوالي کې(د مسلکي ښوونځي دټول زده کوونکو ډېرئ یا سټ) په ریښتونې یا حقیقت کې 10% وي. سړی په دې د H_0–هیوپوتیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناټیکاوی یا اغلطي ، چې د ازماېښت اشتباه احتمالوالی هم بلل کیږي، د رده شوو- احتمالوالي څخه شمیرل کیږي.

$$P(X \ge 11) = 1 - P(X \le 10) \approx 1 - 0{,}583 = 0{,}417 \quad \text{(siehe Tabelle 1).}$$

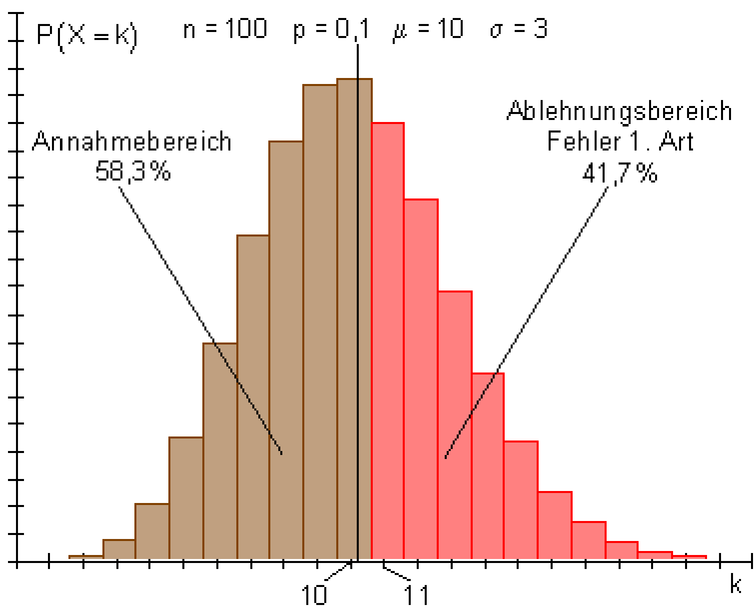
داپه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

نو سړی باید ووايي: ،، د نيوني له مخې، چې په ريښتونې د ټول زده کوونکو10% ناخوښ دي، د ورکړ شوو پوښتنو سره د يوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره يوې داسي نتيجي ته رسيږي او له دې سره د صفر هيوپوتيز يوې ناټيکې رده وني ته،،.

يو وېشنتابع يا پاشل – يا خورونتابع دې دا روښانه يا واضح کړي:

ښی: د رده ونې ورشو ، کيڼ: د منلو يا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټيکاوی



ب – د دويم ازمايښت سره يو د 5% ناټيکاوي باندې قانع کيږي(د 95% تظمين).

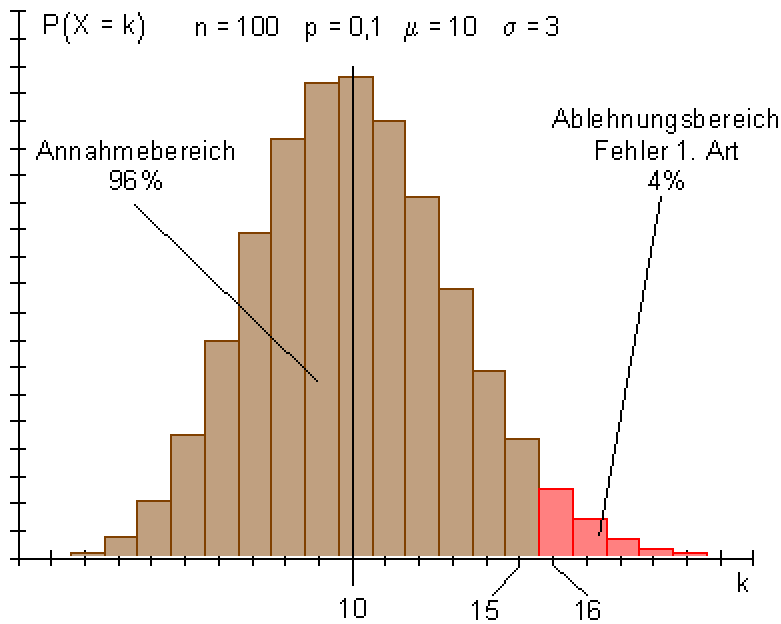
له دې سره د نيونې- يا قبلونې- او رده ونې ورشو تغير خوري.

د منلو قبلولو ورشو لويوالي سره، د رده ولو يا نه قبلولو ورشو يا ساحه لوييږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کونکو سره په نوي قبلونې ورشو کې راځي، د صفر هيوپوتيز نيول – يا قبلول کيږي. د کفيتريا ټيم دليل نه ويني، چې غزا يا مرئ ښهکړي. ټيک هلته که ۱۵ زده کوونکي د غزا يا مرئ سره ناخوښ وی، کيدی شوی، چې صفر هيوپوتيز رد يا ناقبوله شي، الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز قبوله شي يا ومنل شي او غزا ښه شي.

يو د وېشنې تابع به دا روښانه يا واضح کړي.

د الماني ښې: د رده ونې ورشو ، کیڼ: د منلو يا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټيکاوی



په يوه ازمايښت کې چې څه ناټيکاوي ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کيږي. دا د قانون يا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کيږي. له دې سره 1% او 5% عادي يا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د H_0-هيوپوتيز د اشتباهي رده ونې هغه خورا لوی احتمالوال ی دی.

اشتباهي رده ونې ته سړی سيګنيکانس نيوSignifikanzniveau (انګريزي: significanceniveau)هم وايي.

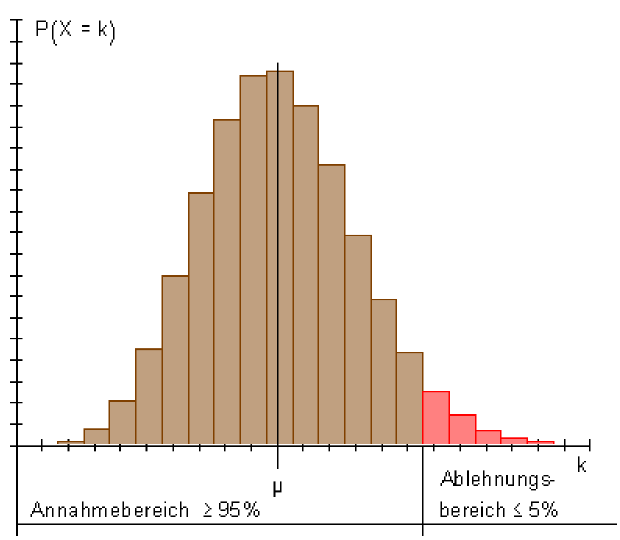
جدول ۱: کومولير شوی د بينوم وېشنه د n=100 او p=0,1 لپاره.

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

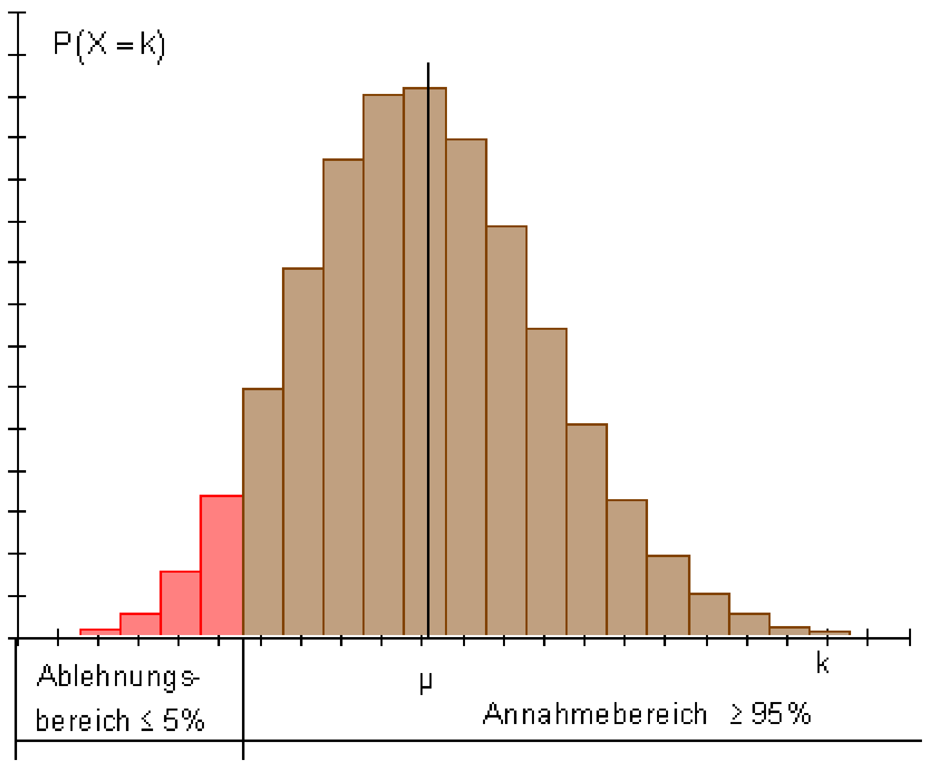
یو ازماښت، د کوم سره چې د رده وني ورشوپورته لور ته، یعني د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، *ښي لوریز هیپوتیز ازماښت* بلل کیږي. ډېرواره دا تلنلار هلته کارول کیږي، چې بدیل هیپوتیز $H_1 : p > a$ وي، او $H_0 : p \le a$ ازمایل کیږي. دا چې د بینومیالوېشنه یوه دیسکرېټ وېشنه انځوروي زیات وخت نه توانیږو، د رده ولو ساحه داسي وټاکلی شو، چې اشباه احتمالوالی ټیک هغه د مخه ورکړ شوي ارزښت په ګوته کوي. دا باید نه د غوښتوني ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

ښی لوریز هیپوتیز - ازماښت



په يوه ازماښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، يعنې د انتظارارزښت مېن لور ته پرته وي، کيڼ هيوپوتيز ازماښت بلل کيږي. زيات واره دا تلنلارهلته استعماليږي، چې بديل هيوپوتيز $H_1: p < a$ وي، او $H_1: p \geq a$ ازماېل کيږي.

کيڼ اړخيز هيوپوتيز- ازماښت



د هيوپتيزو په ازماښت کې ناتيکاوی:

پرېکړه، چې د ازماښت په نتيجه کې (ازماښت، ټولپوښتنې،...) کيدی شي ناتيک وي.

ازماښت کونکې هيوپوتيزېH_0 (زيات له زياته 10% زده کوونکي د غزا يا مړئ سره ناخوښ دي) کيدی شي رښتيا يا نارښتيا (ناتيک) وي.

سړی د ناټیکاوي(غلطئ) دوه ډولونه سره توپیروي:

د لومړي ډول ناټیکاوی(غلطي): د صفر هیوپوتیزې غورځول کیږي یا ردیږي، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی:

د صفر هیوپوتیزې قبلیږي، سره له دې چې دا ناټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط وشمیرل شي، که سړی د بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیزې لپاره یوبل احتمالوالي، لکه د H_0 لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلکه(بدیلي یا الترناتیو تست(ازماېښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال(د دویم لاس یازاړه) د کوچنیانو بوټان خرڅوي.
نږدې 60% بوټان بې له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتې یې داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی(ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښایي، چې دی استعمال بوټان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناټیک- یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمایي.
د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوټان د خرڅوونکي له زخیرې څخه راباسي،

لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوټانو لپاره احتمالوالس $p = 0,8$ دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې ګڼي، دا له $p < 0,8$ څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفرهیوپوتیزH_0 : $p \geq 0,8$ او یدیلي هیوپوتیز$H1$: $p < 0,8$

د $n = 20$ جوړه بوټانو یوه ازماېښت سره سړی د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,8 = 16$$

د جوړو یاسمو جوړو بوټانو انتظار باسي.

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوټان ټیک وي، نو دا د راوړنکي ثبوت یا غوښتنه په ګوته کوي، نو بیا دې H_0 ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوټان ټیک وي، سره له دې چې $p = 0,8$ دی. صفرهیوپوتیز دې رد شي، که له ۱۶ بوټانو لږ ټیک وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت لرو؟

$P(X \leq 15) = 0,370$ (Siehe Tabelle 3).

د یوه 37% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په یوه ازماېښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوټان جوړ وي، سره له دې چې د بوټانو 80% روغ یا جوړ دي. سړی کړی شي د 37%یوه احتمالوالي څخه اشباهاً صفرهیوپوتیزې رد کړي.

دویم حالت:

نیسو، چې د بوټراوړونکي بوټان 60% ټیک او جوړ روغ دي. د دې نیونې یا فرضیې سره لاندې هیوپوتیز ترتیبوي:

صفرهیوپوتیزې H_0 : $p \leq 0,6$ او الترنایو یا بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0,6$

د $n = 20$ جوړه بوټانو ازماېښت سره سړی انتظار باسي، چې

$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زیات روغ جوړ بوټان ومیندل شي، دا دوکاندار د ګومان په ضد وینا وې دي ($p = 0,6$).

توکلي هم کیدی شي چې له ۱۲ جوړو زیات بوټان مخ ته راشي، سره له دې چې $p = 0,6$ دی.

د صفرهیوپوتیز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زیات بوټان ټیک روغ جوړ وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X > 12) = P(X \leq 20) - P(X \leq 12) = 1 - 0{,}584 = 0{,}416 \quad \text{(siehe Tabelle 2)}$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په ازماېښت کې له ۱۲ جوړو زیات بوټان روغرمټ دي، سره له دې چې فقط 60% بوټان روغرمټ دي. سړی به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهآ صفرهیوپوتیزې رد کړي.

په دواړو حالتونو کې احتمالوال د دې لپاره دی، چې ناټیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی(لومړی حالت 37% ، دویم حالت41,6%).

د مخه له دې چې ازماېښت وشي، موخه ور(هدفمند) دئ،چې د دې لپاره پرېکړه وشي، چې د کوم تعداد یا ګڼون سره بوټان سړی د روغرمټ په حیث غوره کوي $p = 0{,}8$ یا $p = 0{,}6$. داسې پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سړی باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چې د ناټیکې پرېکړې لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندې د پرېکړې قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمټ وي، نو $p = 0{,}8$د ټیک په توګه کتل کیږي، پرته له ې دې $p = 0{,}6$ باور ولري.

د هیوپوتیز ازماېښت داسې دی : $H_0 : p \geq 0{,}8$ او $H_1 : p < 0{,}8$.

د مخ ته ورکړې څخه د H_0 لپاره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راکوي.

د منلو یا قبلولو ورشو: $A = \{15 \ldots 20\}$ ، د ره ولو یا نه قبلولو ورشو: $\overline{A} = \{0 \ldots 14\}$

که H_0 باید رد شي، نوH_1 : $p < 0{,}8 = 0{,}6$ دې باور ولري.

د الماني پښتو له کینکښته څخه ښي لورته:د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}6$د منلو یا قبلولو ورشو، د $p=0{,}6$ د منلو روشو.

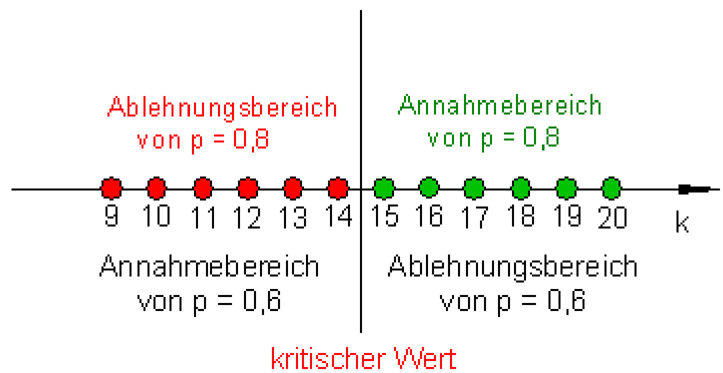
په څیره کې پورته له ښې کیڼ لور ته او بیا له پروتولاړ سیستم کښته له ښي کیڼ لور ته:

د منلو ورشو　　　　د نه منلو ورشو

له...　　　　له...

د نه منلو یا نه قبلولو ورشو　　　　د رده ولو یا نه قبلولو ورشو

له...　　　　له .....



کریتیکل ارزښت

د دې پرېکړې د ناتیکاوي امکانات:

١ - $p = 0{,}8$ ټیک دی، دا پهدې معنا، چې نوی د بوټانو راوړنکی په رېښتېنې دښه خرنګوالي یا کایټي بوټان راوړي. توکلي کیدی شي مخ ته راشي، چې له ١٥ جوړه بوټانو څخه لږ یا کم په ریښتوني روغرمټ وي. نو سړی به بیا په راوړنکي باور ونه لري. د د اسې یوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$P_{80}(X \leq 14) = 0{,}196$ (siehe Tabelle 3).

دا په دې معنا، چې که څوک داسې یوه تکلي تجربه د ٢٠ جوړه بوټانو سره زیات ځله وکړي، نو کیدی شي چې سړی په 19,6% حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوټانو د اصلي څرنګوالي یا کوالیټي په ضد وي(په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول ناتیکاوی:

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتوني هیوپوتیز، (د نوي راوړونکي بوټان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړی –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوټ راوړونکي هم ښه بوټان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مګر توکلي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې بوټان روغرمټ دي. د لته به سړی د نوي بوټراوړنکي بوټان په ناټیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$$P_{60}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0{,}874 = 0{,}126 \quad \text{(siehe Tabelle 2).}$$

داپه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوټانو سره داسې یوه توکلي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې دبوټانو څرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتونې دی.

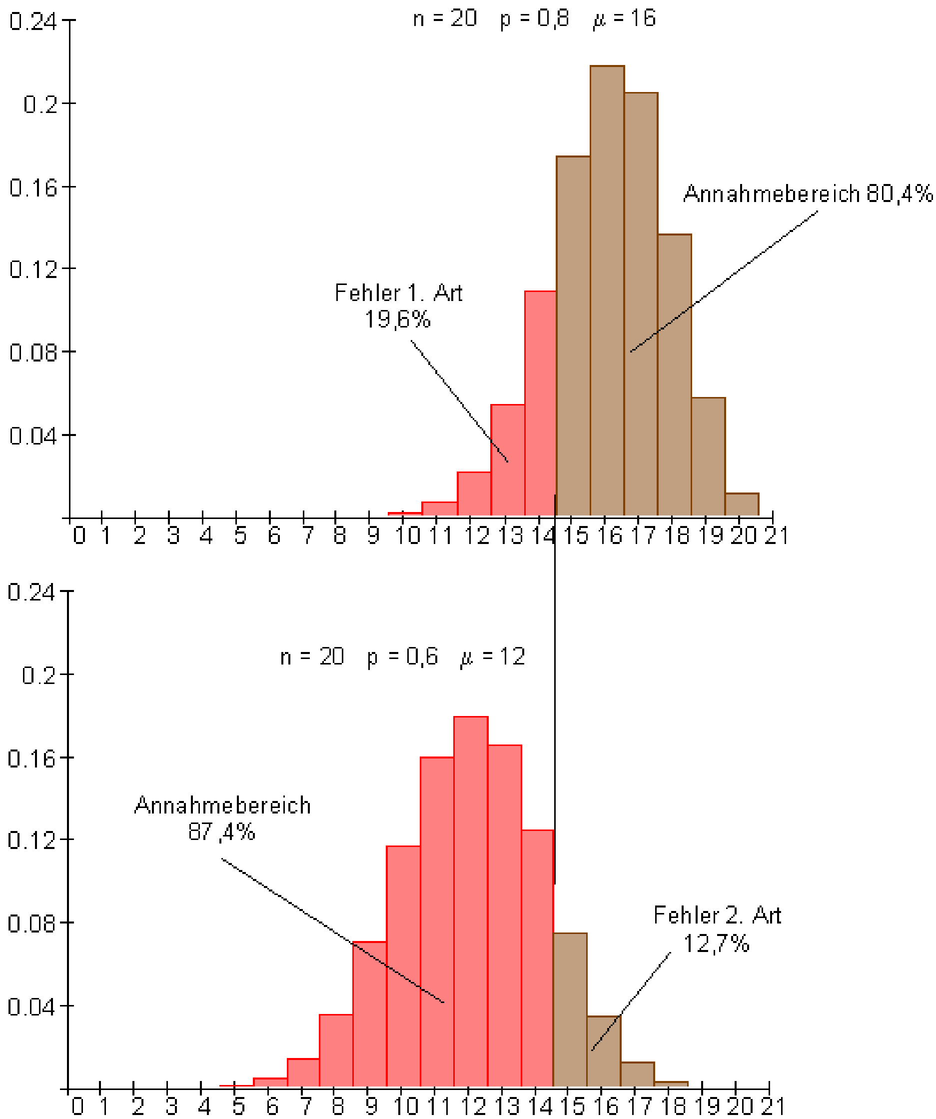
د ویم ډول ناټیکاوی:

په ټول 12,6% حالتونو کې به ناټیک هیوپوتیز، (د نوي بوټ راوړونکي بوټان ډېرښه دي) له منځه لرې نه شي.

دلومړي حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نخښه کوو
$(\alpha = 0{,}196)$
ددویم حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د ß په نخښه کوو

$(\beta = 0{,}126)$

د دې لپاره چې د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرو، سړی د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې ورشو ترڅیرنې لاندې نیسي د فرضیې یا نیونې لاندې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري. د دویم ډول ناټیکاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماېښت نتیجه د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري.



د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکول کیږي.

که یو د اشباه احتمالوالی له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلوني او رده وني ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه $\alpha \leq 0{,}1$

$P_{0,8}(X \le k) \le 0,1 \Rightarrow k = 13$ له دريم جدول ښخه ولولئ، ځکه چې

$$P_{0,8}(X \le 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د يوه لومړئ ډول ناتيکاوي لپاره احتمالوالی دی

د قبلوني ورشو: $A = \{14, 15, \ldots, 20\}$ د رده وني ورشو: $\overline{A} = \{0, 1, \ldots, 13\}$

$$P_{0,6}(X \ge 14) = P_{0,6}(X \le 20) - P_{0,6}(X \le 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د يوه دويم ډول ناتيکاوي احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره احتمالوالی له نيمايي ښخخه زيات باندې راکم شي، د دويم ډول اشتباه دوه برابره کيږي.

له دې مخ ته ښيره لاندې راغلي:

که هيوپوتيز $p = 0,8$ رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه تست په بنسټ په ناتيک ډول رد شي، 8,7% دی.

ځکه چې په 8,7% ټولو حالتونو کې ازماښت نتيجه په $p = 0,8$.

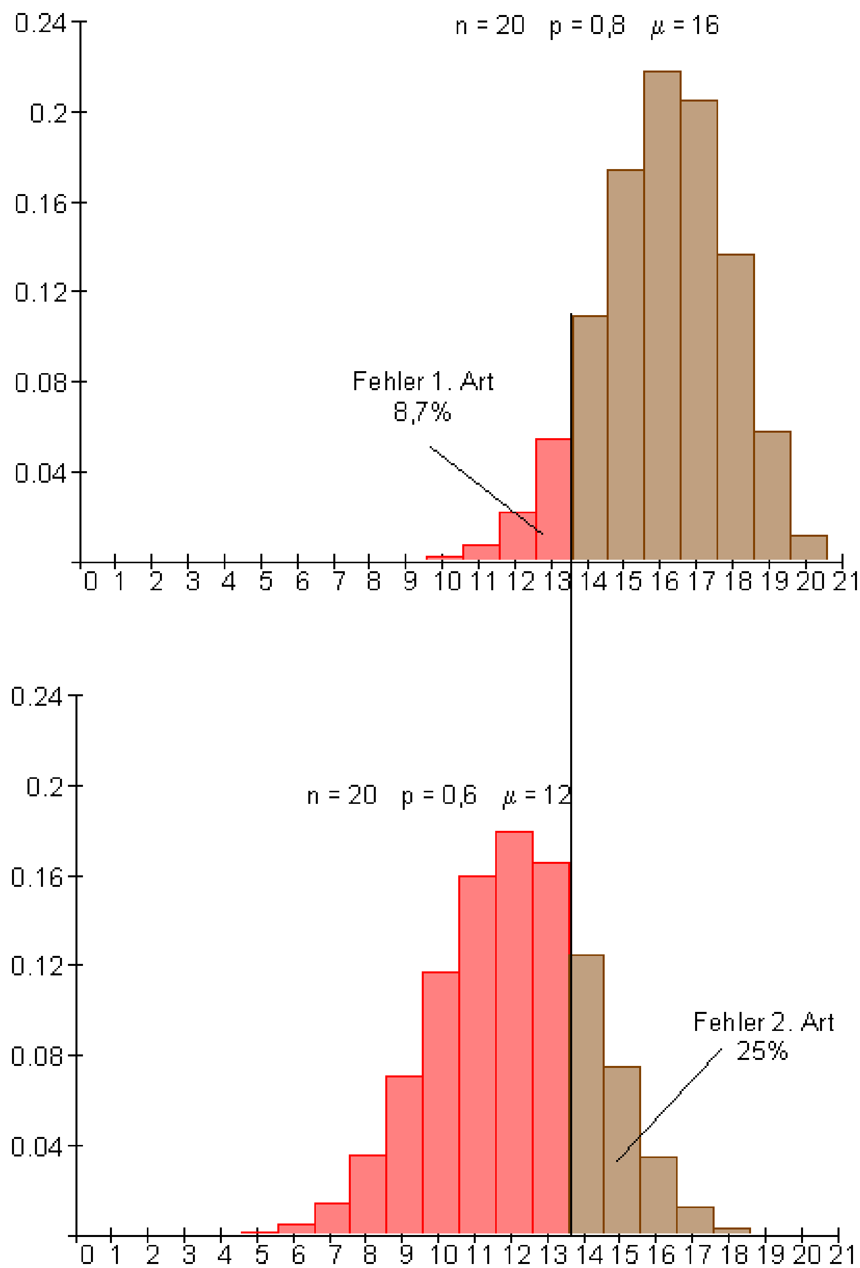
د رده وني ورشو کېپرته ده.

که هيوپوتيز $p = 0,8$ رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه ازماښتپه نتجه کې په ناتيک ډول رد شي، 8,7% ده.

ځکه چې د ټول حالتونو په 8,7% کې د ازماښت نتيجه د $p = 0,8$ رده وني ورشو کې پرت ده.

که هيوپوتيز رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی،چې د تست په نتيجه کې په غلطه توګه رديږي 25% دی.

ځکه چې په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه(ازماېښتنتیجه) د $p = 0,8$ په رده ونې ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

کمولیر شوی بینومیالوېش د $n=20$ او $p=0,6$ لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دریم جدول: کمولیر شوی بینومیالوېش د $n=20$ او $p=0,8$ لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه ځنګه کله ازمایل کیږي؟

د صفرهیوپوتیز(H_0) او د دې مخامخ یا معکوس هیوپوتیز(H_1) ځاي په ځای کول.

صفرهیوپوتیز د علاقې (ځای) په واک کې ده.

د ګټې یا علاقې I ډله ثبوتوي	$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$
د ګټې II ډله ثبوتنوي	$p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$

په دواړو حالتونو کې $p = p_0$ کارول کیږي.

د علاقې یا ګټو مختلفې ډلې یا ګروپونه مختلفې صفرهیوپوتیز ځاي په ځای کوي. د دې پایله دا ده، چې د مختلفو ګټو ګروپونو لپاره د منلو یا قبلولو – او رده ولو ورشو ګانې مختلفې دي. د سرته رسیدلي د ازماېښت نتیجې هم د اړوند ځای په ځای شوې هیوپوتیز په واک کې دي.

کیڼ اړخیز تست که وي	$H_0: p \geq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p < p_0$
ښی اړخیز ازماېښت که وي	$H_0: p \leq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p > p_0$
دواړه اړخیز ازماېښت که وي	$H_0: p = p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p \neq p_0$

په اساي توګه سړی له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو ګروپونه مخامخي یو د بل معکوس (konträre) صفرهیوپوتیز ځای په ځای کړي.

پوښتنې

هیوپوتیز ازماېښت ۱

دیوه نورمال ویشل شوي توکلي اووښتونې(متحولې) یا واریابلې د سیګما چاپیریال لپاره د جدول څخه کار واخلئ

لومړی: د تلویزیون یوه زیریال په اخر کال کې منځني لید کووت(چې څومره کسان فلویزین ګوري) 10% لروده. د خپروني منجمنت ګومان کوي، چې د زیریال ګرانښت یا محبوبیت د کال په اخره کې څلورمه یا ربعه کې حتی زیات شوی دی. نور زیریاله باید ورسره وا خستل شي، که د خپروني ګرانښت پهریښتوني زیات شوی وي. د دې لپار باید ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سړی د خال خال ازماېښت نتیجو په هکله هم شعوري دی او د یوې 95% خال خال پوښتنو نتیجې سره خوښي ښایي.

د منني یا قبلونې او رده ونې ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکئ. وېشنتابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

دويم: په يوهکوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري . د رحمان بابا ښوونځی هڅي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سړي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتني له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جګ شوی دی.

د منلو – او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکی، همداسې د لومړي ډول ريښتيني اشتباه.
وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ. د سيګنيبيکيشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

دريم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴ (۶) ټولګي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت ګومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بې تغيره پاتې شوې ده. دا نيونه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازماېل شي.

الف- د $\alpha \leq 5\%$ لپاره د پرېکړې قانون څنګه دی؟

د لومړي ډول ناټيکاوی تشريح او وشميرئ.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

ب- د دويم ډول اشتباه تشريح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دبريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

څلورم: د يوه بختلوبو ااومات ماشين جوړونکی ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي ګټې کمبينيشن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی $p = 0,3$ دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمايل شي.

الف- ديوه سيګنيفيکانځ نيوويا- کچې $\alpha \leq 10\%$ لپاره دپرېکړې قوانين ورکړئ او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

یادونه: د قبلونې ورشو دې د انتظار ورشو ته سیمتریک پرته وي.

ب – د دویم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشمیرئ، که د ګټې کمبینین احتمالوالی فقط p = 0,2 وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

حلونه:

هیوپوتیز ۱

مفصل حلونه.

لومړی:
د پوښتنې شنه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځا په ځای کونه.
سړی غولړي و ازمایي، چې ایا د خپروني ګرتنښت زیات شوی دی، ایا دا ګومان $p >$ 0,1 ټیک دی. د هیوپوتیز د راونې یا ځای په ځای کونې سړی په لاندې توګه مخ ته ځي:
دا څه چې باید وښوول شي، بدیلي هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس یا په څټ صفرهیوپوتیز.
صفرهیوپوتیز H_0 : $p \leq 0,1$ ، بدیل هیوپوتیز $H_1 : p > 0,1$.
د صفرهیوپوتیز د رده ونې سره د بدیل هیوپوتیز نیول کیږي یا قبلیږي.
H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازماېل شي.
د 95% اطمنان په دې معنا دی، چې دیوه 5% احتمالوالي سره د صفرهیوپوتیز قبلونه یو ناټیک پرېکړه ده، سیګنیکانځ نیو یا –کچه 5% .
د دې بنسټ سره د H_0 لپاره یو قبلونې او یو د رده ونې ورشو کره کیږي. دا چې لوی ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي، نو یو ښي اړخیز ازماېښت دی.
صفرهیوپوتیز $H_0 : p \leq 0,1$ سیګنیفیکانځ نیو(کچه) $\alpha \leq 5\%$
داتا:

$$n = 200;\ p = 0,1;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20 \cdot 0,9} = \sqrt{18} \approx 4,243 > 3$$

ډ 5% په یوه سګنیفیکانځنیو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

$$\{\ 5\%\ \}\{\ 90\%\ \}\underbrace{\{\ 5\%\ \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د H_0 لپاره رده ونه

له دې سره $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 20 + 1{,}64 \cdot \sqrt{18} \approx 26{,}95$ کيږي، چې په 27 راګرديږي.

د H_0 لپاره د قبلوني يا منني پورته ورشو

باور لري:	د H_0 د قبليدني ورشو $A = \{0 \ldots 27\}$ د H_0 د ردېدني ورشو $\overline{A} = \{28 \ldots 200\}$

د ردوني ورشو داسي د ازمايلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 12\}\{13 \ldots 20 \ldots 27\}\{28 \ldots 200\}$$

$$P(28 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(13 \le X \le 27)\right]$$

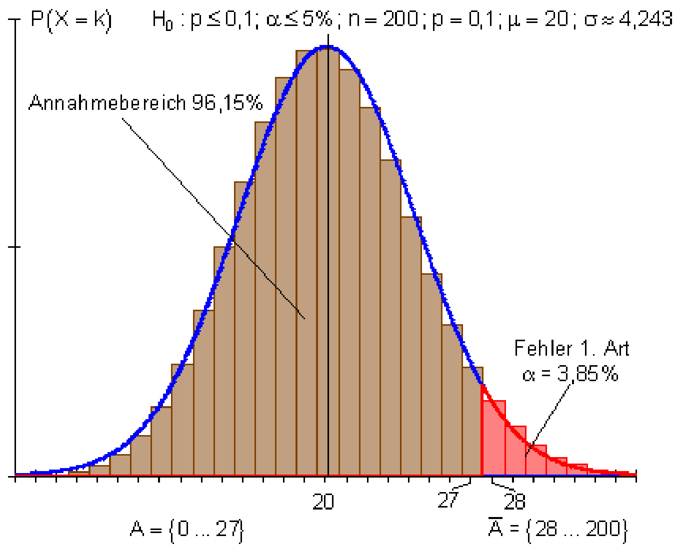
$$P(13 \le X \le 27) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{18}} \approx 1{,}77 \Rightarrow P(13 \le X \le 27) \approx 0{,}923$$

$$\Rightarrow P(28 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}923] = 0{,}0385$$

ارزونه:

که په ټول پ،ښتنو کې راووځي، چې له ۲۷ کسانو زيات خپرونه ګوري، نو دا د H_0 د رده وني په ورشو کې پروت دی. صفرهيوپوتيز به ردشي. بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0{,}1$ به ومنل شي يا قبوله شي. نوي زيريالونه به واخستل شي.
ناتيکاوی، کوم چې په دې پرېکړه کې کيدی شي $3{,}85\%$ دی. دا په دې معنا چې ، د $3{,}85\%$ يوه حتمالوالي سره به هيوپتيز H_0په ناحقه رد شي. د تانيکاوي احتمالوالی $(3{,}85\%)$ د اشتبا احتمالوالی بلل کېږي. د اشتباه احتمالوالي لپاره سرې سګنيفيکانځ نيو يا کچه هم وايي.
که په ټول پوښتنه کې را ووځي، چې زيات له زياته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاوړي، نو بيا به هيوپوتيز H_0ونيول- يا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. د ې پسې به بل سريال وا نه خستل شي.

دا چې د H_0 هيوپوتيز د ردهولو ورشو د احتمالوالی وېشني په ښئ ورشو کې پرته ده، نو دا هيپتيز تست ښي اړخيز تست بلل کيږي.



دویم: مفصل حل یا ځواب:

د پوښتنې شننه او د هیپوتیز راوړنه.

سړی غواړي وازمايي، چې ایا د ښوونځي ګرانښت زیات شوی دی، اياګومان $p > 0,37$ رښتیا کیږي.

د هیپوتیز د راوړنې لپاره داسې مخ ته ځو:

دا څه چې ښوول کیږي، بدیل هیپوتیز جوړوي، د دې معکوس د صفر هیپوتیزدی.

صفرهیپوتیز $H_0 : p \leq 0,37$ بدیل – یا الترناتیو هیپوتیز H_1: $p > 0,37$.

د صفرهیپوتیز د رده ونې سره بدیل هیپوتیز قبلیږي.

H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازمایل شي.

د سګنیفیکانځ نیو دې زیا له زیاته 5% وي.

په دې بنسټ به د H_0 لپاره یوه د منلو – یا قبلولو ورشو او یوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د H_0 په ضد – یا برعکس خبرې کوي، نو دا یو ښې اړخیز تست(ازمایښت) دی.

صفرهیپوتیز $H_0 : p \leq 0,37$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 200;\ p = 0,37;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

د 5% په یوه سګنیفیکانځنیو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

$$\{\quad 5\% \quad\}\{\quad 90\% \quad\}\ \underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د H_0 د رده ونې ورشو

له دې سره به $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 74 + 1{,}64 \cdot \sqrt{46{,}62} \approx 85{,}2$ شي، راګرد یا راټول په 85،

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmebereich von H_0	$A = \{0 \dots 85\}$
	Ablehnungsbereich von H_0	$\overline{A} = \{86 \dots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمایلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(86 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 62\}\{63 \dots 74 \dots 85\}\{86 \dots 200\}$$

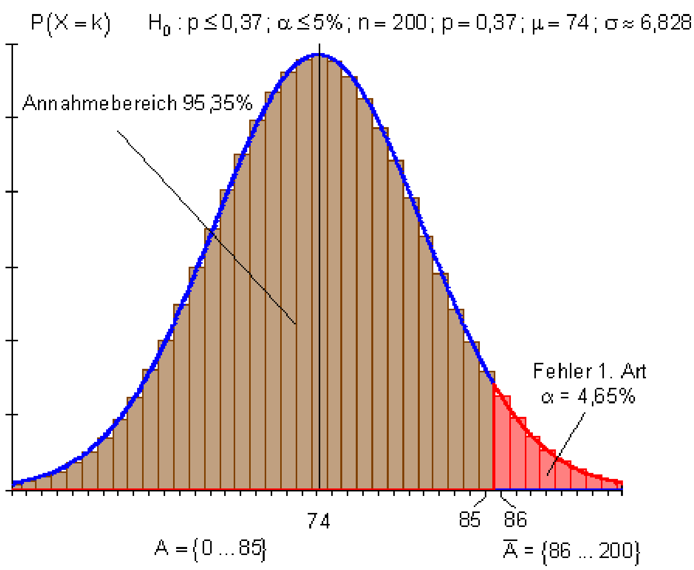
$$P(86 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(63 \le X \le 85)\right]$$

$$P(63 \le X \le 85) \Rightarrow r = 11{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{\sqrt{46{,}62}} \approx 1{,}68 \Rightarrow P(63 \le X \le 85) \approx 0{,}907$$

$$\Rightarrow P(86 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}907] = 0{,}0465$$

ارزونه: د H_0 قبلولوو ورشو له 0 تر 85 پورې د مورپلرونو زیاتیز یا مثبت عقیدې په برکې لري یا نیسي.

د H_0 رده ونې روشو له 86 تر 200 پورې د میندو-پلرونو مثبت نظر په بر کې نیسي.



که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې دمیندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د H_0 د رده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفرهیوپوتیز به رد شوې وی. بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0{,}37$ به قبول شوی وی.
برېښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناټیکاوی(غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوې وی 4,65% به وی. داپه دې معنا، چې د 4,65% یوه احتمالوالي سره به د H_0هیوپوتیز په ناحقه رد شوې وي.

که په ټولپوښتنه کې راوتلي وی، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وی، نو هیوپوتیز H_0 به قبوله شوې وی.
په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی.
دریم: مفصل ځواب یا حل:
الف- د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه.
باید و ارزمایل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدلیږي، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلی انحراف ګومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کیږي، نو دا یو دوه اړخیزه هیوپوتیز ازماېښت دی.
هیوپوتیزونه دي:
صفرهیوپوتیز: H_0 : $p = 0{,}75$ ، بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 0{,}75$.
د رده ولو ورشو، چې د 5% د سیګنفیکانځنیو له لارې ټاکل شوې، په دواړو خواو په برابر ډول وېشل کیږي یا خوریږي.

صفرهیوپوتیز H_0 : $p \leq 0{,}75$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \leq 5\%$
داتا:

$$n = 120;\ p = 0{,}75;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{90 \cdot 0{,}25} = \sqrt{22{,}5} \approx 4{,}743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماېښت مخ ته بیول کیږي، ځکه چې د برياو یو کم تعداد یا ګڼون او جګ تعداد د H_0 په ضد د خبرې دي یا بیان دی.
د 5% د یوه سیګنیفیکانځنیو لاندې انټروالونه تر پام لاندې نیسو یا څیړو:

$$\underbrace{\{\quad 2{,}5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\ \{\quad 95\% \quad\}\ \underbrace{\{\quad 2{,}5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د H_0 لپاره د رده وني ورشو   د H_0 لپاره د رده منې وشو

له دې سره $\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 90 - 1{,}96 \cdot 4{,}743 \approx 80{,}7$ کیږي.
د H_0 لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله

او $\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3$

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

باور لري	دH0 نيولو يا منلو ورشو (سيومتريک) د H0 د ردهولو يا نه منلو ورشو	$A = \{81 \ldots 90 \ldots 99\}$ (symmetris $\overline{A} = \{0 \ldots 80\} \quad \{100 \ldots 120\}$

د رده وني ورشو ازمايل کيږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \le \alpha = 5\%$$

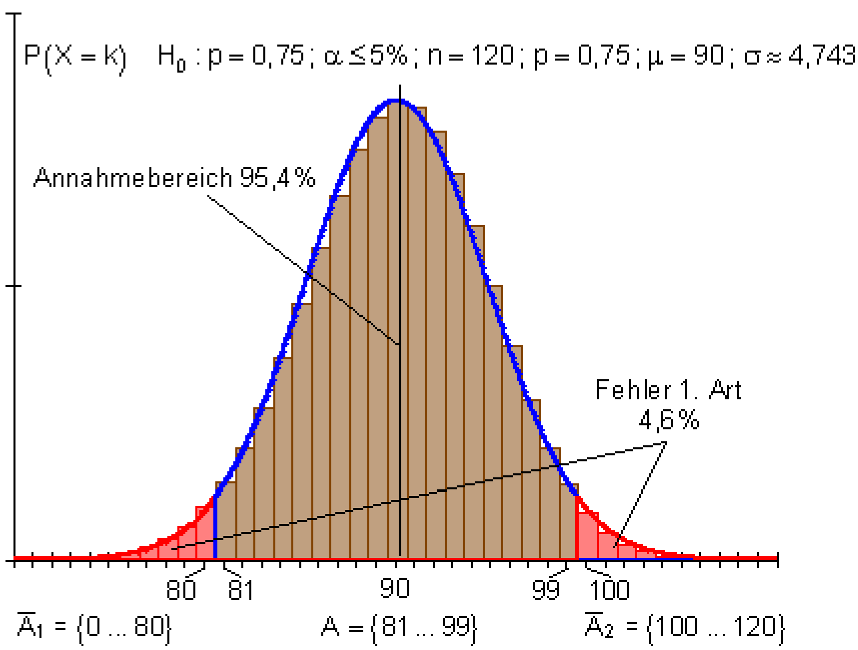
$$\{0 \ldots 80\}\ \{81 \ldots 90 \ldots 99\}\ \{100 \ldots 120\}$$

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) = 1 - P(81 \le X \le 99)$$

$$P(81 \le X \le 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \le X \le 99) \approx 0,954$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$$

ارزونه:



د H_0 قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پريکړه په برکې نيسي.

د H_0د رده وني ورشو د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي.
که $p = 0,75$ وي، مگر د نمونه ازماېښت توکلي يا تصادفي د رده وني ورشو کې لويږي، نو په ناتيک ډول سرې H_0 رده وي. د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده وني ورشو لپاره.
$1 - 0,954 = 0,046\ (4,6\%)$.
ب -
که باور ونه لري، بلکه $p = 0,7$ تيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوتيز $p = 0,75$ ناتيک ده، مگر دا د نمونهازماېښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا حتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناتيکاوي دی.
سرې دا ناتيکاوی شميري، په داسې حال کې د قبلوني له لارې، چې $p = 0,7$ تيک دی، د H_0 د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$$\beta = P_{0,7}(81 \le X \le 99)$$ شميرو

داتا:

$$n = 120\,;\ p = 0,7\,;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0,3} = \sqrt{25,2} \approx 5,02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمتريک انتوالونه تر څېړني لاندې نيسو

$$\left[\ \ldots\{69\ \ldots\ 80\}\ \underbrace{\{81 \ldots 84 \ldots 87\}\ \{88\ \ldots\ 99\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\ \ldots\ \right]$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) - P(81 \le X \le 87)\right] + P(81 \le X \le 87)$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) + P(81 \le X \le 87)\right]$$

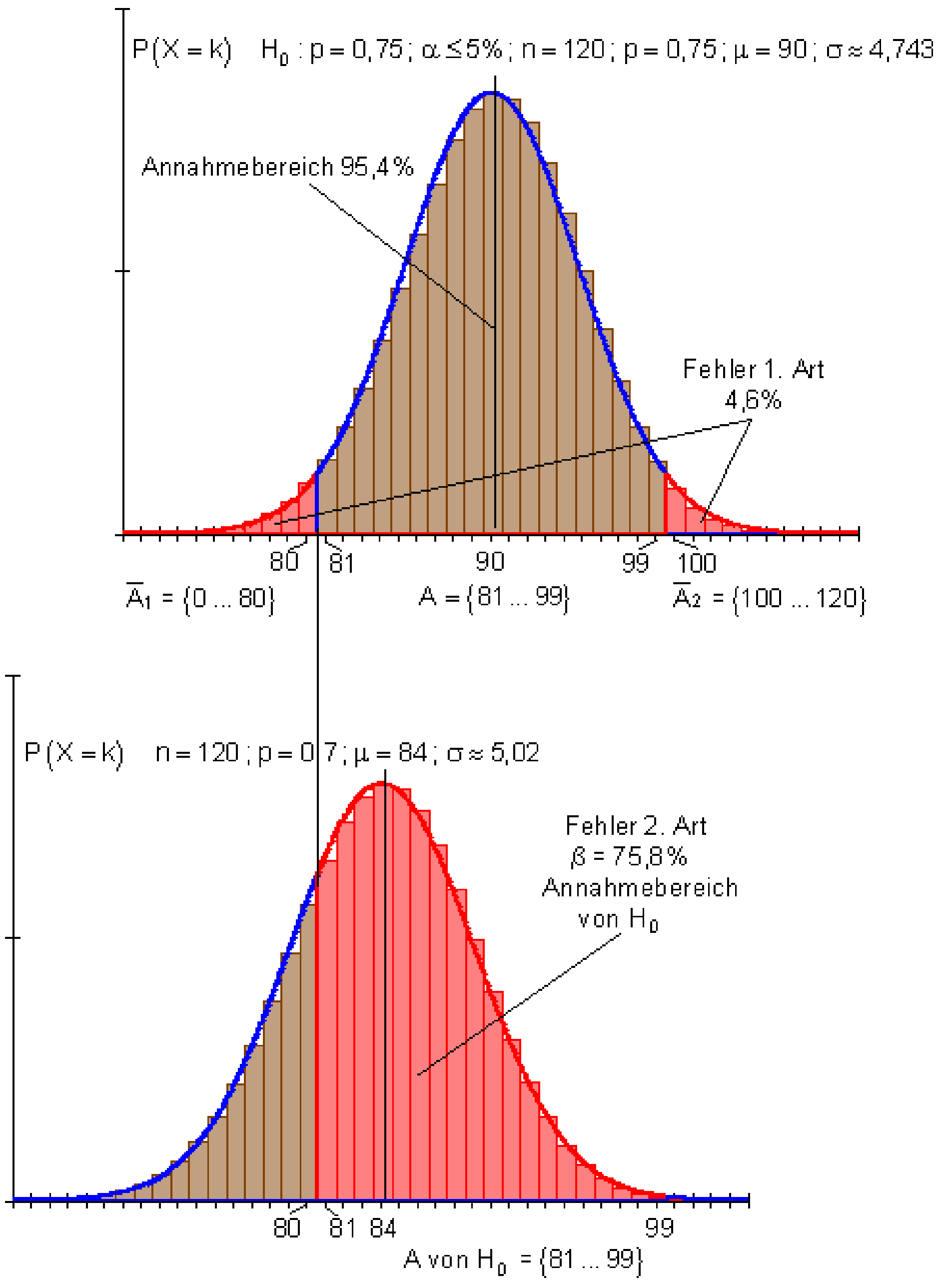
$$P(69 \le X \le 99) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{25,2}} \approx 3,09 \Rightarrow P(69 \le X \le 99) \approx 1$$

$$P(81 \le X \le 87) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{25,2}} \approx 0,70 \Rightarrow P(81 \le X \le 87) \approx 0,516$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}(1 + 0,516) \approx \underline{\underline{0,758}}$$

ارزونه: که H_0 ناتيک او $p = 0,7$ تيک وي، نو سره له دې هم په 75,8% نتيجه دقبلوني ورشو H_0 کې لويږي يا پرېوځی.

د صفر هیوپوتیز به په ناټیک ډول قبوله شي. دا نآتیکاوی د دویم ډول ناټیکاوی بلل کیږي.
دا 75,8% دی او د لومړي ناټیکاوي د 4,6% سره په پرتله خورا لوی دی.

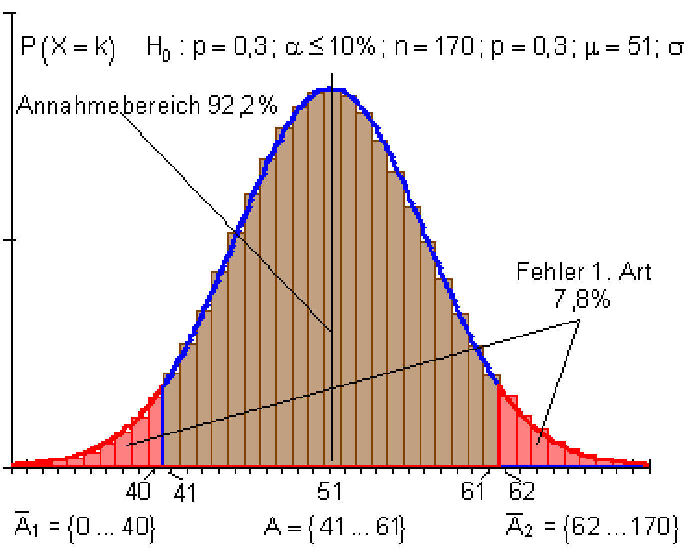


ځلورم: مفصل حل:
الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځا په ځاي کونه:

و دې ازمايل شي، چې ايا د $p = 0{,}3$ احتمالوالي سره يو ټاکلی د کتې ګډون يا کمبينيشن رامنځ ته کيږي. دا چې نه پورته لور ته يا ښکته لور ته د يوه يوائځنی انحراف اټکل يا ګومان رامنځ ته کيدی شي، نو دا يو دوه اړخيز هيپوتيز ازماښت دی.

د هيوپوتيز ازماښت دی:
صفر هيوپوتيز: $H_0 : p = 0{,}3$؛ بديلي يا الترناتيو هيوپوتيز $H_1 : p \neq 0{,}3$.
د رده ونې ورشو، چې د10% سيګنيفيکانځ له لارې ټاکل شوې په برابر ډول په داړو لورو وېشل کيږي يا خورشږي.

ارزونه:
که $p = 0{,}3$ ټيک وي، مګر که نمونه ازماښت په توکلې توګه د ردونې په ورشو کې ولويږي، نو سړی په ناټيکه توګه له دې ځخه مخ ته ځي، چې H_0 بايد رد شي. د لومړي ډول ناټيکاوي احتمالوالی د رده ونې احتمالوالي سره برابردی،
يعنې $1 - 0{,}922 = 0{,}078\ (7{,}8\%)$.



ب – که H_0 باور ونه ري، بلکه $p = 0{,}2$ ټيک وي، دا په دې معنا، چې هيوپوتيز $p = 0{,}3$ ناټيک ده، مګر نمونه ازماښت توکلې د H_0 د قبلونې په ورشو کې پروت دی، نو په ناټيک ډول سړی H_0 قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطي چې وکړي دويم ډول ناټيکاوی دی. دا ناټيکاوی سړی داسې شميري، د فرضيې يا نيونې لاندې، چې $p = 0{,}2$ ټيک دی، چې د H_0 د قبلونې ورشو وټاکي.
$\beta = P_{0{,}2}(41 \leq X \leq 61)$ دشميرلو دی

داتا:
$$n = 170;\ p = 0{,}2;\ \mu = n \cdot p = 170 \cdot 0{,}2 = 34$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{34 \cdot 0{,}8} = \sqrt{27{,}2} \approx 5{,}215 > 3$$

د شميرلو لپاره سيمتريک انتروال تر څيرنې لاندې نيسو

$$\left[\ldots\{7 \ldots 27\}\ \{28 \ldots 34 \ldots 40\}\quad \underbrace{\{41 \ldots 61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\quad \ldots\right]$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}\left[P(7 \le X \le 61) - P(28 \le X \le 40)\right]$$

$$P(7 \le X \le 61) \Rightarrow r = 27{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27{,}5}{\sqrt{27{,}2}} \approx 5{,}27 \Rightarrow P(7 \le X \le 61) \approx 1$$

$$P(28 \le X \le 40) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{27{,}2}} \approx 1{,}25 \Rightarrow P(28 \le X \le 40) \approx 0{,}789$$

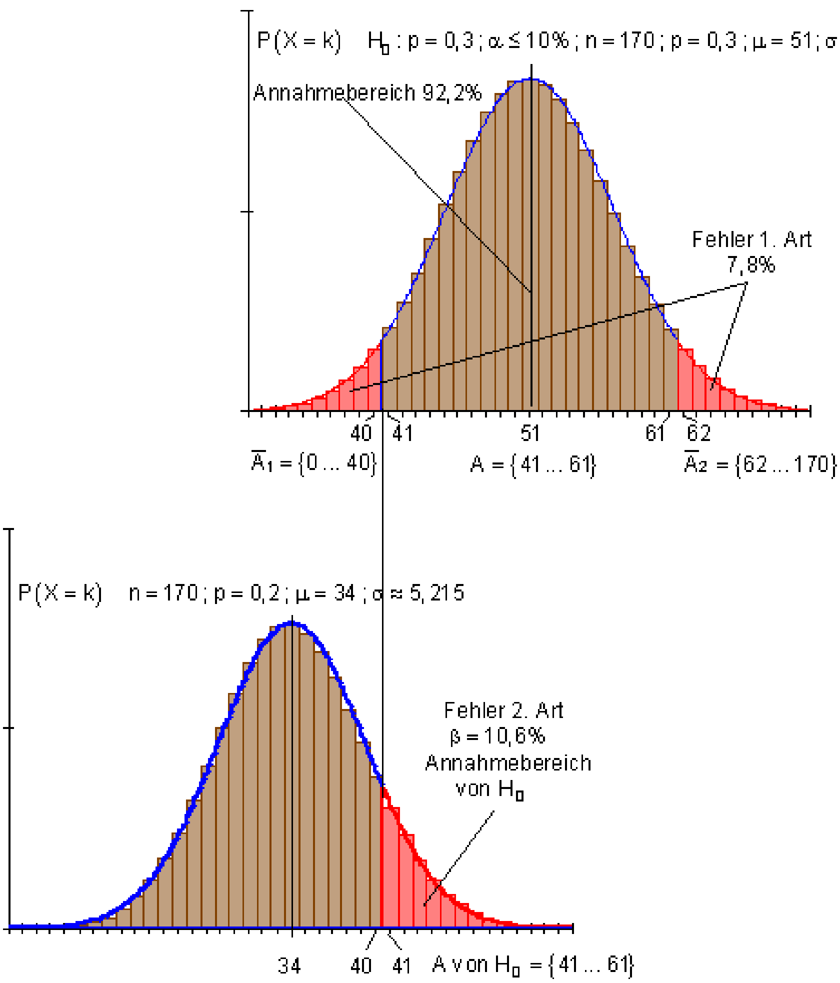
$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}(1 - 0{,}789) \approx \underline{\underline{0{,}106}}$$

ارزونه:
که H_0 ناټيک او $p = 0{,}2$ نيک وي، نو نتيجه سره له دې هم 10,6% د H_0 د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفرهيوپوتيز به په ناټيکه توګهونيول – ياقبوله شي. دا د دويمډول ناټيکاوی بلل کيږي. دا 10,6% دی او لومړي ناټيکاوي ته په پرتله د 7,8% سره په خورا لږه توګه لوی دی.
د دې څيره په لاندې مخ کې کښل شوې ده.

پوښتنې:

د هيوپوتيز تست II
د يوه نورمال وېشل شوې توکلي يا تصادفي متحولي يا اووښتونې (variable)
دسيګاچاپيريال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.
په دريمه پوښتنه کې د کموليري بينوموېشنې د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ.
له دې د مخه څيره په لادې مخ کې
لومړی: د ،، شلمرلند،، فيرما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فيرما يې،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،،کاويار(د ماهې دانې دي) پاکټ،، باندې ليکل ، زيات وخت يې وزن له 5% څخه هم ټيټ دی او له دې املخ مشتريان غولوي.
اجازه شته، چې زيات له زياته 5% کم وزنې ولري.
،، ارزان غزا،، دا ردوي:

،، له 5% کم پاکټول کموزني ده،،.
یو د 300 کسانو خپلواک کمیسین دا پاکټونه څېړي.
د دواړو فیرماګانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر یوه هیو هیوپوتیز ارزښت د زیات له زیاته 5% د یوه سیګنیفکانځنیو سره غوره کوي. پیښي تشریح کړئ یا کومنتار په ورکړئ.
دویم: د یوې لیسې په اخرني نمرو کنفرانس کې 15% زده کوونکو په ځنو مضمونون کې کمښت لروده. په سمستر جریان کې دې رده کوونکو ته په دې کریتیکل مضمونونو کې د کورسونو وړاندیز کیږي. په بل د نمرو کنفرانس کې له ۱۴۰ زده کوونکو څخه ۱۸ کمښت لري.



الف- کیدی شي سړی زیات له زیات 5% داشتباه احتمالوالي سره قبول کړي، چې د ښوونکو هلې ځلې بریالئ وې؟

ب – صفرهيوپوتيز د تستپه بنسټ رديږي. د لومړي ناټيکاوي ډول څومره لوي دی؟
دريم: يوې څيړنې ورکړه، چې پلاسيبو د ناروغانو همغه نتيجه ورکوي لکه اصلي ګولۍ.
د يوه کلينيک تجربه وايي، چې زيات له زياته د ناروغانو60%، چې د سردرد ګولئ نيسي، په پلاسيبو جوړيږي. د شميرنې لپاره د الف،، ب- او پ- په ورزياتې ګولۍ(ګولۍ ۱ او ګولۍ ۲) و کاروي.
الف- يو د کلينيک ډاکتر ثبوتوې يا ادعا لري، چې د پلاسيبو زياته استعمالولی شي، که دا يو تريخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې ګولۍ ورکوي او کره کوي، چې له دوي څخه ۷۵ په دې اغيزمن کيږي.
Muss daraufhin die Nullhypothese $H_0 : p_0 \leq 0,6$ verworfen werden?
دا د زيات له زياته يوه 4% اشتباه احتمالوالي سره وشميرئ.
ب – د دويم ډول ناټيکاوی څومره لوي دی، که د ترخې ګولۍ لپاره $p = 0,7$ باور ولري؟
پ – د دويم ډول ناټيکاوی لږ ترلږه په نيمايي راکم کړئ. د دې لارې دH_0 د قبلونې – او ردونې ورشو څنګه تغير خوري؟
د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بيا مخ ته پروت دی؟
ت- د ب- او پ- وېشنه رسم کړئ د لومړي- او دويم ډول ناټيکاوی په نخښه کړئ.
جدول ۱ .

د $n=100$ او $p=0,7$ لپاره راټول شوی بينوم وېشنه

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲ :

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

د هیوپوتیز تست II . مفصل ځوابونه یا حلونه

لومړی: د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راونه یا ځا پهځای کونه:

د هرې فیرما له نظر یو هیوپوتیزتست منځ ته راځي. د مختلفو ګټو یا علاقو په بنسټ مختلفۍ هیوپوتیز رامنځ ته کیږي. له دې سره هر د قبلونې – او ردونې ورشو هم توپیر پیدا کوي. ،، شلمرلند،، غواړي وښايي، چې $p > 0{,}05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي: صفرهیوپوتیز H_0 : $p \leq 0{,}05$؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p > 0{,}05$: .

دا یو ښي اړخیز هیوپوتیز ازمايښت دی.

،، ارزان غزا(دا هم د مغازې نوم دیژباړی)،، غواړي وښايي، چې $p < 0{,}05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي:

صفرهیوپوتیز H_0: $p \geq 0{,}05$ ، بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز H_1 : $p < 0{,}05$.

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د یوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفرهیوپوتیز $H0$: $p \leq 0{,}05$ سیګنیفیکانس نیو(s-niveau) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 300\,;\ p = 0{,}05\,;\ \mu = n\cdot p = 300\cdot 0{,}05 = 15$$
$$\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)} = \sqrt{15\cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د یوه 5% سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انتروالونه شمیرل کیږي:

$$\{\quad 5\% \quad\}\{\quad 90\% \quad\}\ \underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}$$

د $H0$ لپاره د رده ونې ورشو.

له دې سره به $\mu + 1{,}64\cdot\sigma = 15 + 1{,}64\cdot\sqrt{14{,}25} \approx 21{,}19$ په21 راټوله یا راګرده شي.

د H0 لپاره د رده ونې ورشو پورته پولې

باور لري:	د H0 لپاره د منلو ورشو د H0 لپاره رده ونو ورشو	$A = \{0 \ldots 21\}$ $\overline{A} = \{22 \ldots 300\}$

د ازمايلو لپاره د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور ولرى:

$$P(22 \le X \le 300) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(22 \le X \le 300) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(22 \le X \le 300) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

د،، ارزان غزا،، لپاره تست:

صفرهيوپوتيز H0 : $p \geq 0{,}05$ سيګنيفيکانس نيو $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300\,;\ p = 0{,}05\,;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انتروالونه شميرل کيږي:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}\{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 15 - 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 8{,}81$ په 9 راګرديږي

د H0 لپاره د منلو ورشو لاندې پولې

باور لري	د H0 د منلو ورشو د H0 د رده وني ورشو	$A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$

د ازمايلو د رده وني ورشو ده، داسي چي باور لري

$$P(0 \le X \le 8) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(0 \le X \le 8) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

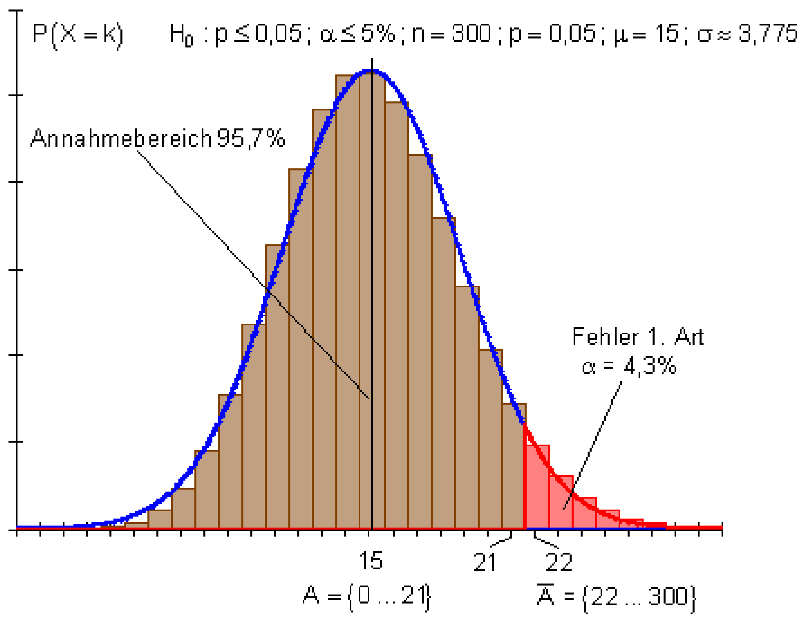
$$\Rightarrow P(0 \le X \le 8) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

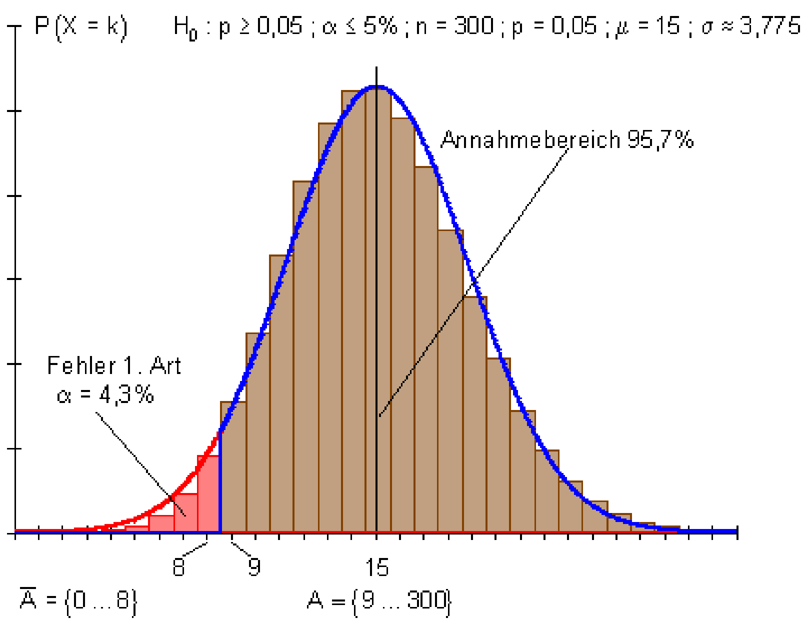
ارزونه: يوه مخامخ كونه يا مخامخ سره درونه ښايي:

،، ارزانه غزا،،	،،شلمرلاند،،
هيوپوتيز: $H_0 : p \ge 0{,}05 ; H_1 : p < 0{,}05$ $A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$ كيڼ اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۹ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، ارزانغزا، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چي له 5%كم كموزنيز پاكټونه لري. كه د كنرول ورشو د قبلوني په ورشو H_0 كې پرته وي بايد په حقيقت كې H_0قبول شي، مګر له دې سره څه نه دي بنوول شوي.	هيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}05 ; H_1 : p > 0{,}05$ $A = \{0 \ldots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \ldots 300\}$ ښى اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۲۱ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، شلمرلاند، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چي د 5% څخه زيات ټول پاكټونه كموزنه دي. د غولني ګومان به سخت يا جدي شي. كه د كنترول ورشو د قبلوني ورشوH_0 كې پرته وي، بايد په حقيقت كېH_0 قبول شي، له دې سره څه نه دي بنوول شوي.

د یوه بني اړخیز هیپوتیزتست پرتله کونه د یوه کیڼ اړخیز هیپوتیز تست سره.

د الماني پښتو مانا: له ښي کیڼ کښته لور ته: د منلو ورشو، لوړی ډول ناتیکاوی، د منلو ورشو، لومړی ډول ناتیکاوی.





د اشتباهي احتمالوالي شميرنې لپاره يادونه.

د هر ردېد ونکې ورشو د انتروالاحتمالوالي شميرنې د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسيده.

د نورمالوېشنې ارزښتونه انتظار ارزښت ته سيومتريک دي.

برابر [اپيرياِل وړانگې(شعاع وې)د برابرو سېحو هوداسې %-ارزښتونو په معنا دی. دا په گراف کې انځور شوې متې يا ستنې بينوميالوېشنه په گوته کوي يا ښايي.دا فقط په $p = 0,5$ کې د انتظارارزښت سره سيومتريک دي. يوه ټيک شميرنه به دبينوميالوېشنې ارزښتونو سره د يوې د $4,9\%$ ناټيک ښې اړخيز تست سره اود $3,4\%$ ناټيک کيڼ اړخيز تست يا ازماېښت سره و ښوول شي.

دا توپير په $p = 0,05$ د بينوميالوېشنې د اکستريم يا افراطي کړوالي کې پروت دی.

دويم: مفصل ځواب

الف- د پوښتنې شننه او د هيوپوتيز راوړنه

که د ښوونکو انگاژما يا فعاليت بريا لروده؟ که هو، بايد له 15% څخه لږ زده کوونکي کمښت يا ضعف وښايي. څېړنه بايد وښايي، چې $p < 0,15$ باور لري.

له دې سره لاندې هيوپوتيز راوړل کيږي يا ځا په ځای کيږي:

صفر هيوپوتيز H_0: $p \geq 0,15$ ؛ بديل هيوپوتيز H_1: $p < 0,15$.

صفر هيوپوتيز دې ټيک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کيږي. سړی هم وايي چې د X کوچني ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي.

دا يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست دی.

صفر هيوپوتيز H_0 : $p \geq 0,15$ سيگنيفيکانس نيو $\alpha \leq 5\%$

داتا

$$n=140;\ p=0{,}15;\ \mu=n\cdot p=140\cdot 0{,}15=21$$
$$\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{21\cdot 0{,}85}=\sqrt{17{,}85}\approx 4{,}225>3$$

د 5% يوه سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انټروالونه ر ځيرني لاني نيسو:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}\ \{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu-1{,}64\cdot\sigma=21-1{,}64\cdot\sqrt{17{,}85}\approx 14{,}07$ په 14 راګرديري.

د H_0 لپاره د منلورشو لاندې پولي

باور لري	دH0 د منلو ورشو د H0 د ردهوني ورشو	$A=\{14\ldots 140\}$ $\overline{A}=\{0\ldots 13\}$

د رده وني ورشو د شميرلو ده، داسې چې باور ولري:

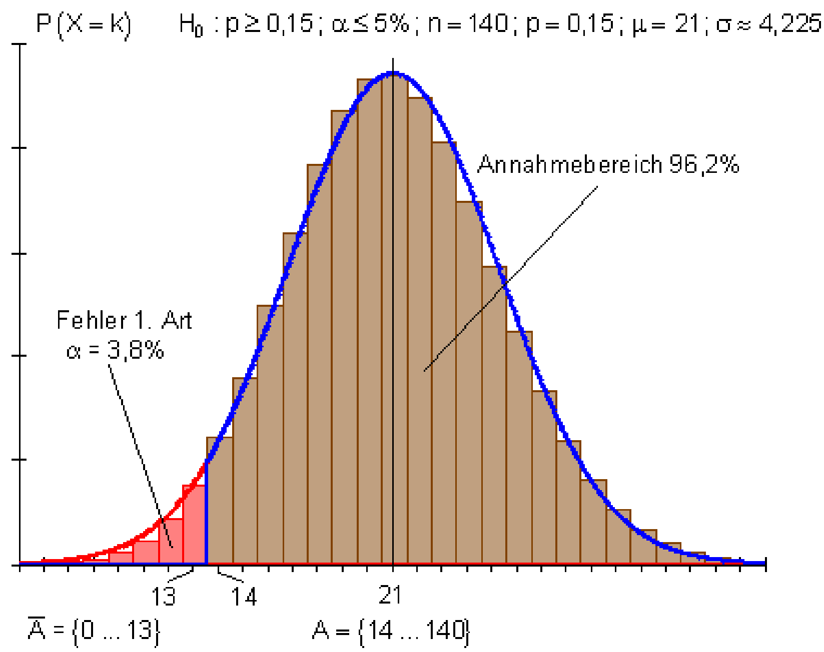
$$P(0\le X\le 13)\le\alpha=5\%$$
$$\{0\ldots 13\}\{14\ldots 21\ldots 28\}\{29\ldots 140\}$$
$$P(0\le X\le 13)=\frac{1}{2}\left[1-P(14\le X\le 28)\right]$$
$$P(14\le X\le 28)\Rightarrow r=7{,}5\Rightarrow z=\frac{r}{\sigma}=\frac{7{,}5}{\sqrt{17{,}85}}\approx 1{,}78\Rightarrow P(14\le X\le 28)\approx 0{,}925$$
$$\Rightarrow P(0\le X\le 13)\approx\frac{1}{2}[1-0{,}925]=0{,}038$$

ارزونه: د H_0 د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمښت سره خوندي لري.
د H_0 د ردوني ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمښت سره خوندي لري.

دا چې ۱۸ زده کوونکي نوي ځل کمښت ښايي،، دا د H_0 د قبلولو په ورشو کې لوېږي يا پرېوځي.

د صفرهيوپوتيز بايد وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کوونکي، لکه چې انتظار يې بايد شوی وی ياکيده، کمښت لري. سړی له مثبت تغير څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کوونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعاليت برياوې لرودې.

له دې سره به د اشتباه احتمالوالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه

د دې واقعيت په بنسټ چې ۱ زده کوونکي، يعني له ۲۱ څخه کم، لکه په p = 0,15 کې يې چې انتظار بايد شوی وی، کمښت ښايي، بايد د صفرهيوپوتيز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلوني ورشو لاندې پوله نيسي ، د لومړي ډول ناتيکاوی تغير خوري. د قبلوني – او ردوني ورشو په لاندې توګه تغير خوري.

د قبلوني ورښو: { 140 ... 19 }؛ د ردوني ورشو:{ 18 ... 0 }

د ناتيکاوي احتمالوالی د ردوني ورشو له لارې ټاکل کيږي.

{ 0 ... 18 } {19 ... 21 ...23 } { 24 ... 140 }

$\{0 \ldots 18\}\{19 \ldots 21 \ldots 23\}\{24 \ldots 140\}$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}\left[1 - P(19 \le X \le 23)\right]$$

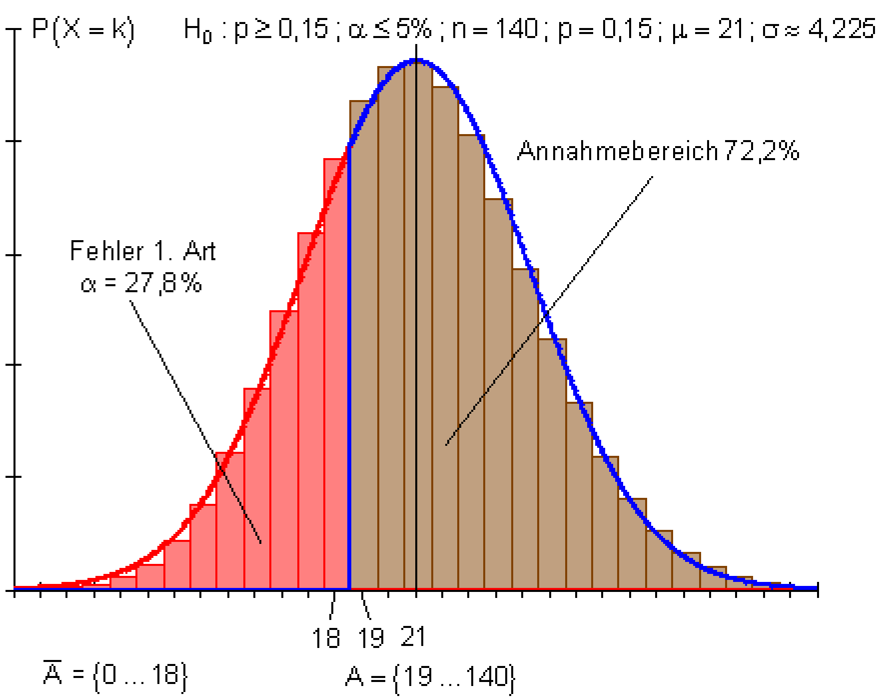
$$P(19 \le X \le 23) \Rightarrow r = 2{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 0{,}59 \Rightarrow P(19 \le X \le 23) \approx 0{,}445$$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}445] = 0{,}278 = \alpha$$

ارزونه: د H_0 د قبلوني ورشو د کمښت يا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

د H_0 د رونې ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کوونکي خوندي لري.

که د صفرهيوپوتيز دستي له ۱۸ د کمښت سره زده کوونکو سره رد شي، نو دي پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالوالی نږدې يا څه ناڅه 27,8% دي. ويناء، چي دښوونکو فعاليت برابوي لروده، د يوې 27,8% غلطې سره شتون لري.



دریم: مفصل حل

الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د شمیرلو لپاره د $n = 100$ او $p = 0,6$ همداسې د $n = 100$ او $p = 0,7$ لپاره د بینومي وېشنې مل جدول استعمال کړئ.

د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه:

د دې لپاره احتمالوالی، چې پلاسیبو اغیزلري، زیات له زیاته 60% دی. ګومان کیږي، چې د ترخه خوند سره پلاسیبو ډېره اغیزمنه ده. معاینه یا پلټنه ښایي، چې $p > 0,6$ باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز منځ ته راځي:

صفر هیوپوتیزH_0 : $p \le 0,6$ ، الترناتیو هیوپوتیزH_1: $p > 0,6$

صفرهیوپوتیز دې ټیک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسیبو اغیز ولري.

سړی هم وایي، چې د X لوي ارزښتونه د H_0 په ضد دي . دا ړخیزه هیوپوتیزي یو ښي ازماېښت دی. د رده ونې ورشو د $p = 0,6$ لپاره د انتظارارزښشت ښي لور ته پرته ده.او یوه لویه (لویوالی) زیات له زیاته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سیګما-چاپیریال لپاره د نورمال وېشل شوي تصادفي متحولې احتمالوالی.

1 $P = P(\mu - z\cdot\sigma \le X \le \mu + z\cdot\sigma)$ که $\sigma > 3$ د لاپلاس شرایط وي.

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1.12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995

0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالېوته کونې تصادفي متحولې او احتمالو لود جدول استعمال

1. انټروال و انتظار ارزښت ته سيومتريک دی.

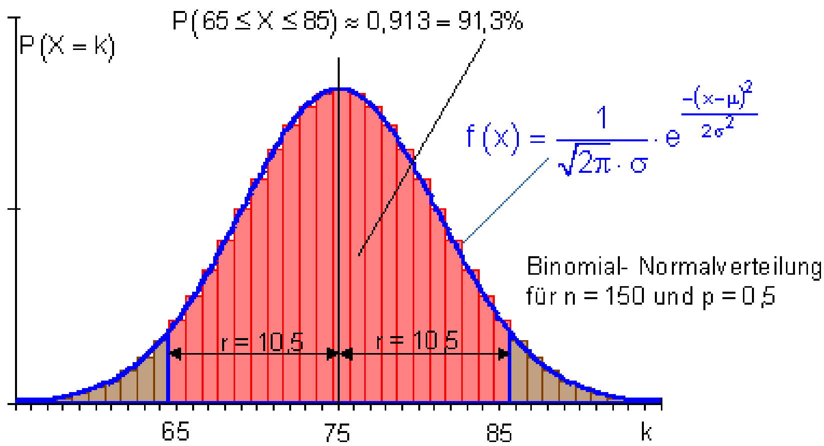
$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;\, P(65 \le X \le 85)$

$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{matrix}$$

$[\ \ldots \{ 65 \ \ldots\ 75 \ \ldots\ 85 \} \ldots\ ]$ (سيومتريک انټروال په انتظار ارزښت)

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمالوېشنې لپاره

چاپيريال وړانګه(شعاع):



$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71$ ist $0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx \underline{\underline{0{,}913}}$ لپاره جدول ارزښت

لاندې بنې لورته د الماني پښتو: بينوميال-وېشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زيات له زياته k برياوو لپاره انټروال

$$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;\, P(X \le 65)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$[\,\{0 \ldots 65\}\,\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\,\{85 \ldots 150\}\,]$$

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \le X \le 84)\right]$$

ترخنګ یا څنګیزه شمیرنه : $1 - P(66 \le X \le 84) = P(x \le 65) + P(X \ge 85)$

مګر د سیومترۍ دلایلو له امله دی

$P(x \leq 65)+P(X \geq 85)$

او له دې سره

$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2\,P(x \leq 65)\ \ |:2$

$\Leftrightarrow P(x \leq 65) = 1/2\,[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$

د نورمال وېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65{,}5 \leq X \leq 84{,}5)$

چاپيريالوړانګه

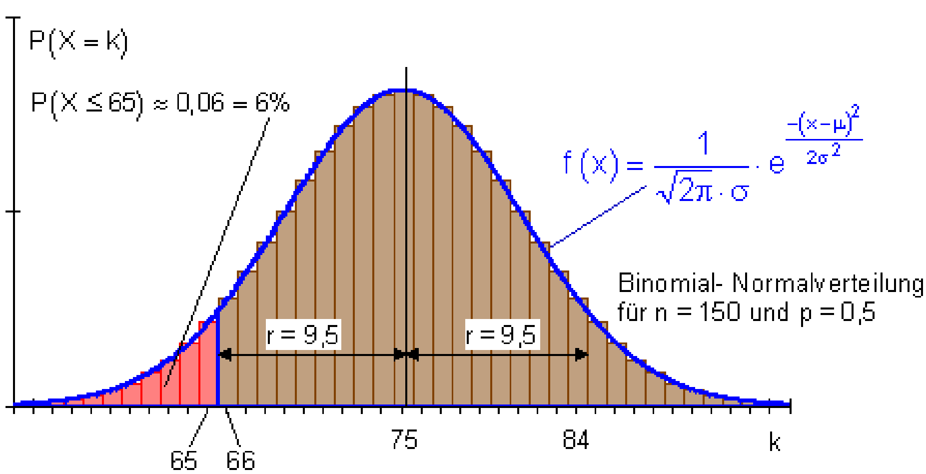
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د

$$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0{,}879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}879\right] = \underline{\underline{0{,}06}}$$



3. د لږ تر لږه k برياوو لپاره انتروال

$$n = 150 ; p = 0,5 ; P(X \geq 85)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right]$$

ترخنګ يا فرعي شمرنه

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سيومترى دلايلو له امله دى:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \,|: 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right]$$

د نورمالوېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5)$

چاپريالوړانګه:

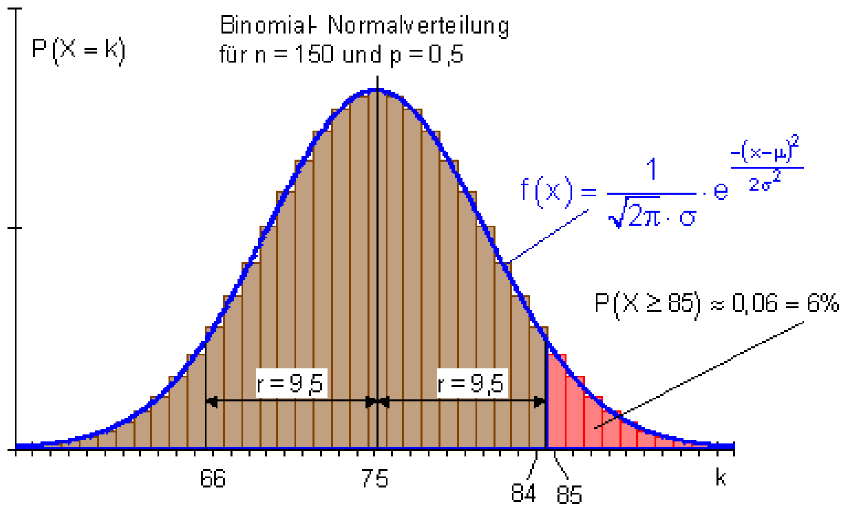
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د $z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$ ارزښت لپاره جدول:

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}879\right] = \underline{\underline{0{,}06}}$$

لاندې د الماني پښتو: بینومیال-نورمالوېشنه یا نوره هم ښه :نورمال توېټه کونه

د... لپاره



4. انټروال انتظار ارزښت ته سیومټري نه دی

$$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;\, P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$\left[\ \dots \{\ 65 \dots 69\}\{\ 70 \dots 75 \dots 80\}\{\ 81 \dots 85\}\ \dots\right]$$

ږدو:

$$\begin{aligned} P(65 \leq X \leq 80) &= P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80) \\ &= \frac{1}{2}\left[P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)\right] \end{aligned}$$

ځنګیزه یا فرعي شمیرنه:

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(81 \le X \le 85)$$

د اسیمپتوتي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \le X \le 69) = P(81 \le X \le 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = 2 \cdot P(65 \le X \le 69) \,|:2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \le X \le 69) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right]$$

$$P(65 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right] + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right]$$

د نورمال وېشنې لپاره $P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$

چاپیریالوړانګه:

$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71$ لپاره جدول ارزښت دی $0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913$.

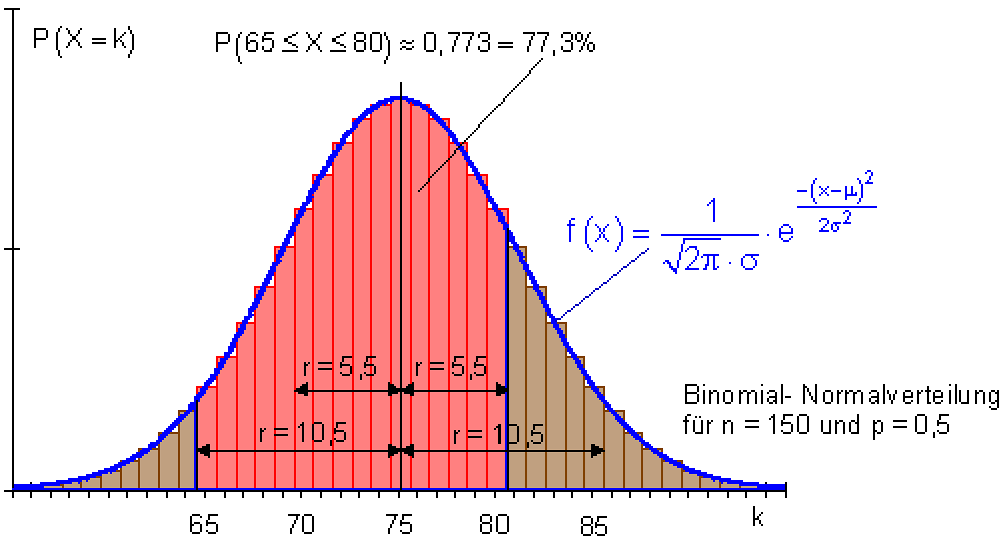
د نورمال وېشنې لپاره $P(70 \le X \le 80) = P(69{,}5 \le X \le 80{,}5)$

چاپیریالوړانګه:

$$r = 80{,}5 - 75 = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 0{,}9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}9$$

د $z = 0,9$ لپاره جدول ارزښت دی $0,632 \Leftrightarrow P(70 \le X \le 80) \approx 0,632$.

$$P(65 \le X \le 80) = \frac{1}{2}[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)] \approx \frac{1}{2}[0,913 + 0,632] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د یوه له مخه ورکړل شوي چاپیریال احتمالوالي وړانګې شمیرنه

90% $n = 150;\ p = 0,5;$ -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots 75\ldots ?\}\ldots]$.

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$Z=1,64$ (د 90%- چاپیریال لپاره دول ارزښت)

د چاپیریال وړانګه $r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043$

لاندې یا کښته پوله $\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957$

پورته پوله:

$$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$$

ګردوني Round ofته پام:

90% کې چاپيرپال دې انتظار ارزښت ته سيومتريک پروت وي.

ګردونه: $[\ \ldots\ \{65\ \ldots\ 75\ \ldots\ 85\}\ \ldots\ ]$ انتروال انتظارارزښت ته سيمتريک دی.

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمال وېشني لپاره.

چاپريالوړانګه $r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$

د z لپاره جدولارزښت

$z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%$

کنترول چي ايا ښه ارزښت ممکن دی:

$[\ \ldots\ \{66\ \ldots\ 75\ \ldots\ 84\}\ \ldots\ ]$ د انتروال کوچنی کيدنه

$P(66 \le X \le 84) = P(65{,}5 \le X \le 84{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

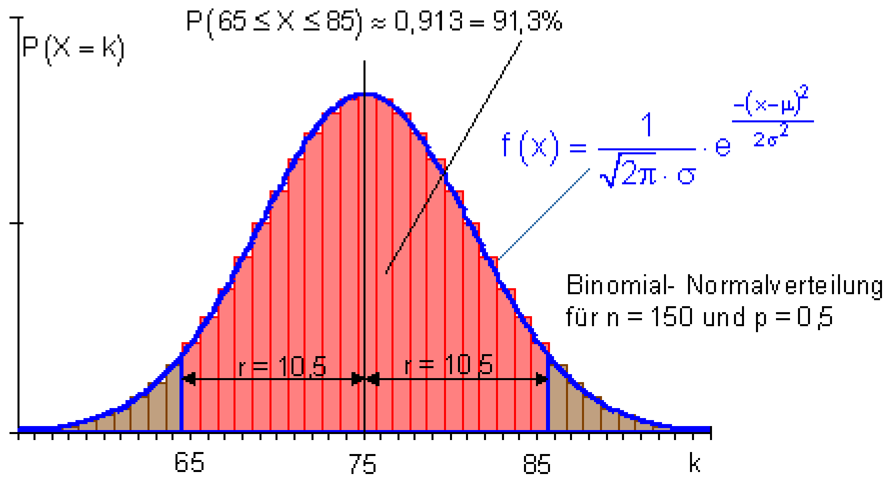
چاپريالوړنګه

$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$

د z لپاره جدول ارزښت.

$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0{,}879 = 87{,}9\%$

$\underline{\underline{P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ i خورابنه ارزښت دی.



شپږم: د نورو احتمالوالي شميرني لپاره ورته ډول تلنه کيږي. (دلته 95% -چاپيرپال)

$n = 150 ;\; p = 0{,}5 ;$

90% - چاپرپال: $[\ldots\{?\ldots 75 \ldots ?\}\ldots]$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n\cdot p = 150\cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{75\cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

z=1,96(د 90% - چاپيرال لپاره جدول ارزښت)

چاپيرپالوړانګه: $r = z\cdot\sigma = 1{,}96\cdot 6{,}124 \approx 12{,}00$

لاندې پوله يا ليميټ: $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله: $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د ګردوني لپاره فکرکونه:

د 95% -چاپیریال دې انتظارارزښت ته سیومتریک وي.

ګردونه: [… { 63 … 75 … 87} …] انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک دی.

$P(63 \le X \le 87) = P(62{,}5 \le X \le 87{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره.\

چاپریالوړانګه $r = 87{,}5 - 75 = 12{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 2{,}04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}04$

د z لپاره جدول ارزښت

$z = 2{,}04 \text{ ist } 0{,}959 \Leftrightarrow P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}959 = 95{,}9\%$

کنترول د یوه نور ښه ارزښت لپاره:

I [… { 64 … 75 … 86} …] د انتروال کوچنیوال

چاپریال وړانګه $r = 84{,}5 - 75 = 11{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}88$

د z لپاره جدول ارزښت $z = 1{,}88 \text{ ist } 0{,}94 \Leftrightarrow P(64 \le X \le 86) \approx 0{,}94 = 94\%$

$\underline{\underline{P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ خورابښه ارزښت دی.

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>
دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>
څلورم: ځمکګچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>
پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>
شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرړي شینواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولې.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

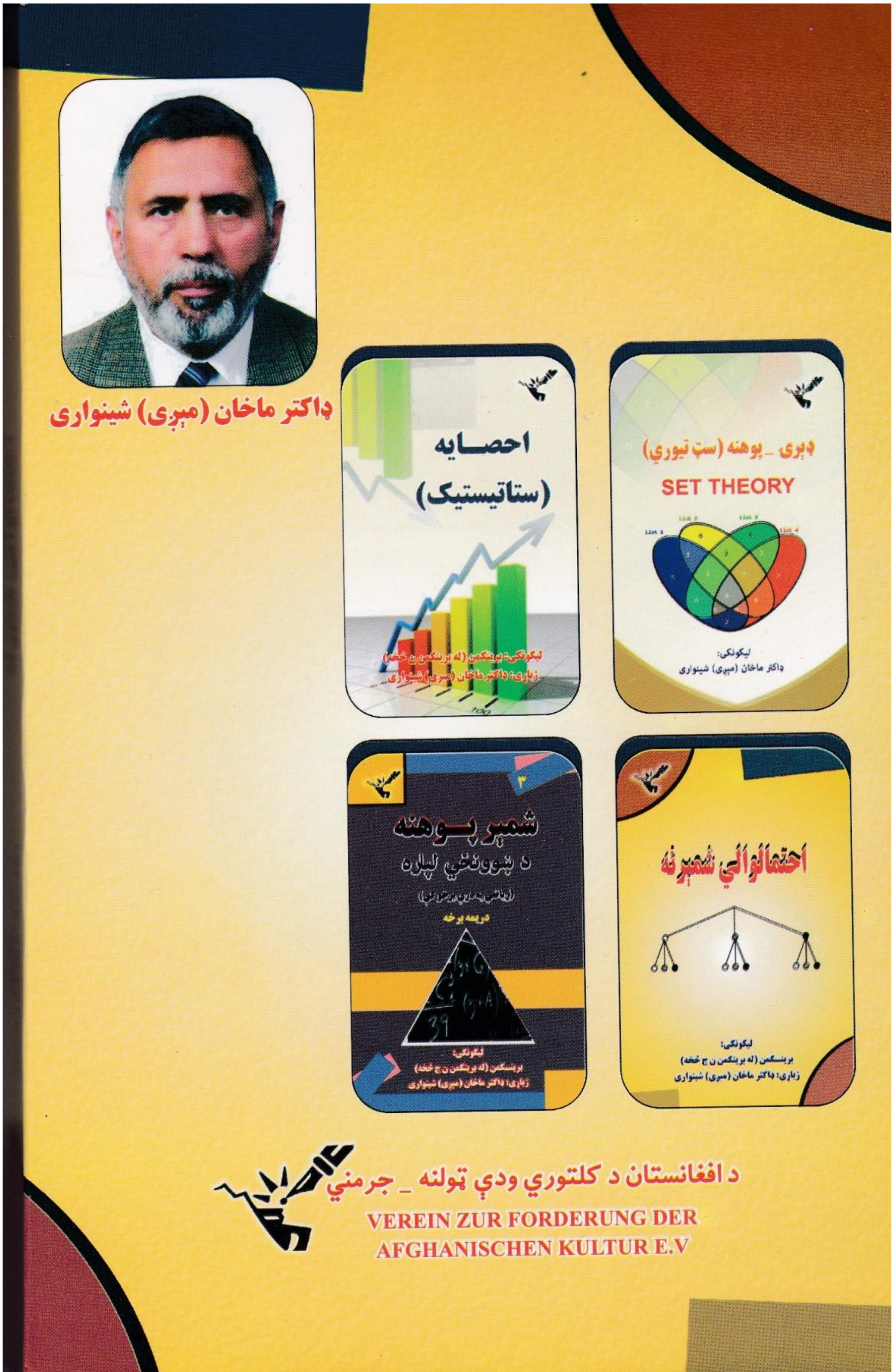
د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.


ډاکتر ماخان (مېړی) شینواری
احصــایه
(ستاتیستیک)
دېرې ـ پوهنه (سټ تیوري)
SET THEORY
لیکونکی:
ډاکتر ماخان (مېړی) شینواری
شمېر پــوهنه
د ښوونځي لپاره
دریمه برخه
احتمالوالي شمېرنه
د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه ـ جرمني
VEREIN ZUR FORDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V