# Analytical Geumetry

1st semester BIT Computer since

Ketabton.com

## هندسه تحليلي


استاد: مبارک شاه همت

ليکونکي:: طارق بهار

مريم پوهنتون احمدشاه بابا مينه


۱۴۰۰

(c) ketabton.com: The Digital Library



# Analytical Geometry

## رياضيات

رياضيٍ درياضيت څخه اخيستل شوي عربی کلمه ده چي مغنا يی کوشش او زحمت ويستل دي.

په اصطلاح کې د طبيعت ژبه ده چی د نورو علومو سره ارتباط جوړوي.

/ په بل عبارت د اعدادو او مقدارونو علم ده.

/ په بل عبارت ساينسي او معلق مسايل تر سيړنې لاندي نيسي

## رياضي په (۹) برخو ويشل شوي ده.

(۱)حســـاب (۲) الجبر (۳)مثلثات (۴)هندســـه (۵)عالي رياضـيات (۶)اقتصـادي رياضـيات (۷)منطق (۸)احصـايه (۹)احـــــتـــــمـــــالات

## هندسه

هندسه د يوناني کلمي د جيوميترۍ څخه اخيستل شوي چي جيو د ځمکې په معنا او ميټري د اندازه ګيري په معنی ده.

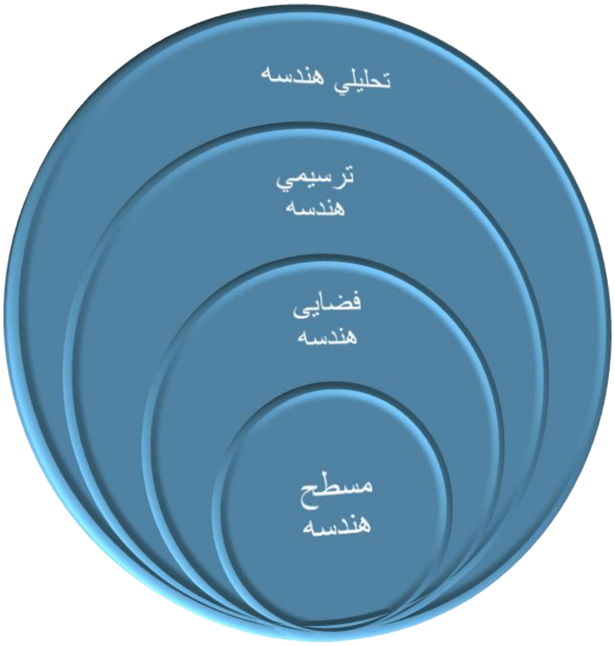
نو هندسه هغه علم د ي چی ځمکې اندازه کوي.

/ هندسه هغه علم دي چې د نقطو کربنو يا خطونو زاويو سطحو او شکلونوڅخه بحث کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



# هندسه په څلورو برخو ویشل شوي ده.




- تحلیلي هندسه
- ترسیمي هندسه
- فضایی هندسه
- مسطح هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library



# تحليليي هندسه

تحليلی هندسه د الجبر او هندسې تر منځ پول يا سرحد جوړوي . په اصطلاح کې هغه علم دې چې د هر شکل لپاره يو فرمول يا معادله او د هرې معادلې يا فرمول لپاره يو شکل جوړوي.

## د تحليليي هندسې د استعمال ځايونه

(1 ) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په نيو تکنالوژی کې استعفاده کيږي

(2 ) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په مخابراتي سيستم کې کار اخيستل کيږي.

(3 ) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه د راداورونو په سيستم کې کار اخيستل کيږي.

(4 ) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په امنيتي برخه کې کار اخيستل کيږي.

(5 ) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه د مختلفو مضامينو او يا د په بعضې مسائلو کې استعفاده کيږي.

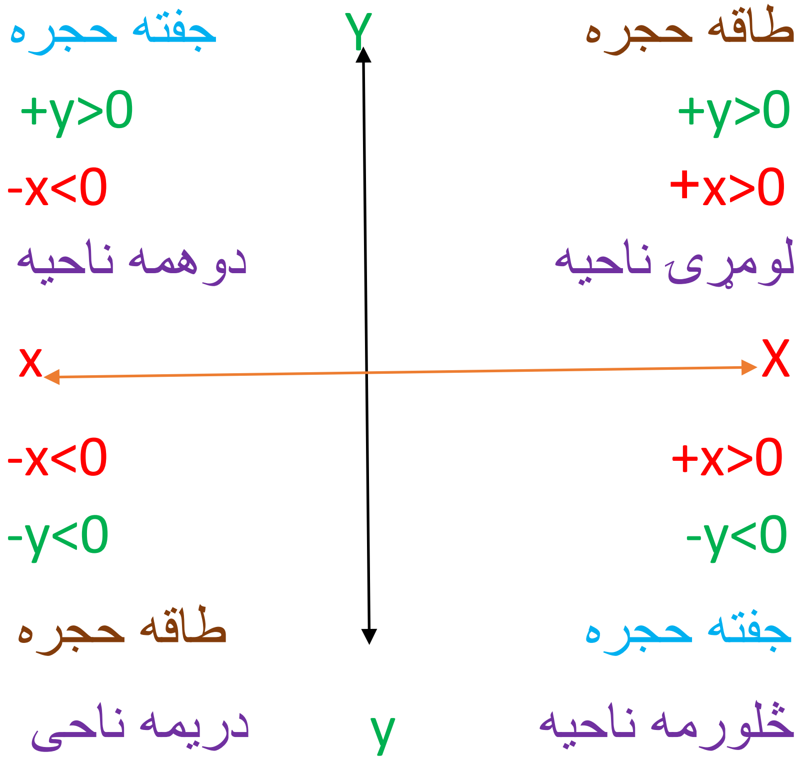
(c) ketabton.com: The Digital Library



......................................................................................................

# كواردينات سيستم

كه چيرى ۲ مستقيم خطونه يو بل عموداً قطع كړي او ۹۰ درجى زاويه په لاس راشي چي ۴ ناحيى يا حجري ولري د كواردينات سيستم په نوم يادېږى.




## د دو نقطو ترمنځ د فاصلو پيداكول.

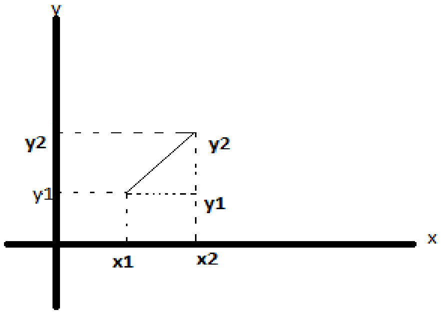
ثبوت: لومړئ ګراف رسموو. Graph 1:

(c) ketabton.com: The Digital Library



P1(x1, y1)

P2(x2, y2)




د فثاغورث قضيه: په هر قايم الزاويه مثلث کی وتر مربع مساوي ددو قايمو الضلاعو د مربعاتو له مجموعی سره. $(C^2=a^2+b^2)$

$C^2=a^2+b$ د فيثاغورث قضيه

$A^2=(x_2-x_1)$

$B^2=(y_2-y_1)$

$D=\sqrt{a^2+b^2}$

$\sqrt{d^2}=\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$

$d=\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$ دو نقطو پيدا کولو فرمول:

(c) ketabton.com: The Digital Library



مثال:هغو نقطو تر منځ فاصله په لاس راوړی چی په لاندی ډول دي؟

حل:

P1(-2, 3)

P2(4, -1)

d=$\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$

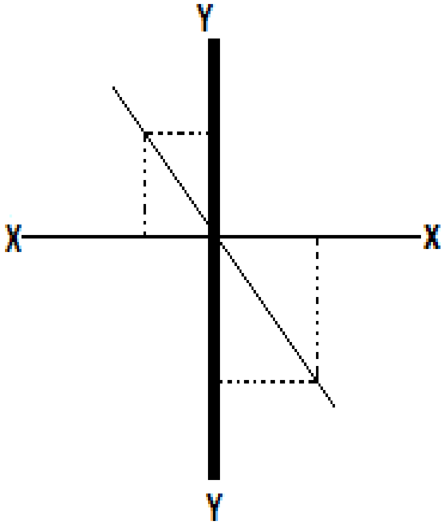
d=$\sqrt{(4+2)^2+(-1-3)^2}$

d= $\sqrt{(6)^2+(-4)^2}$

d=$\sqrt{36-16}$

d=$\sqrt{20}$= 4.5

graph:2



(c) ketabton.com: The Digital Library



# د يو قطعه خط تقسيم په يو معين نسبت

د لاندې فرمول په واسطه محاسبه کيږي.

ثبوت:-

P1(x1, y1)

P2(x2, y2)

$$\frac{x-x1}{x2-x}=\frac{y-y1}{y2-y}=\frac{m}{n}$$

$$\frac{x-x1}{x2-x}=\frac{m}{n} \ldots\ldots 1 \quad \frac{y-y1}{y2-y}=\frac{m}{n} \ldots\ldots 2$$

$\frac{x-x1}{x2-x}=\frac{m}{n}$ وسطين ضرب طرفين

nx-nx1 = mx1-mx

nx+mx = mx2+nx1

x(n+n) = mx2-+nx1

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\frac{x(n+m)}{m+n} = \frac{mx2+nx1}{m+n}$$

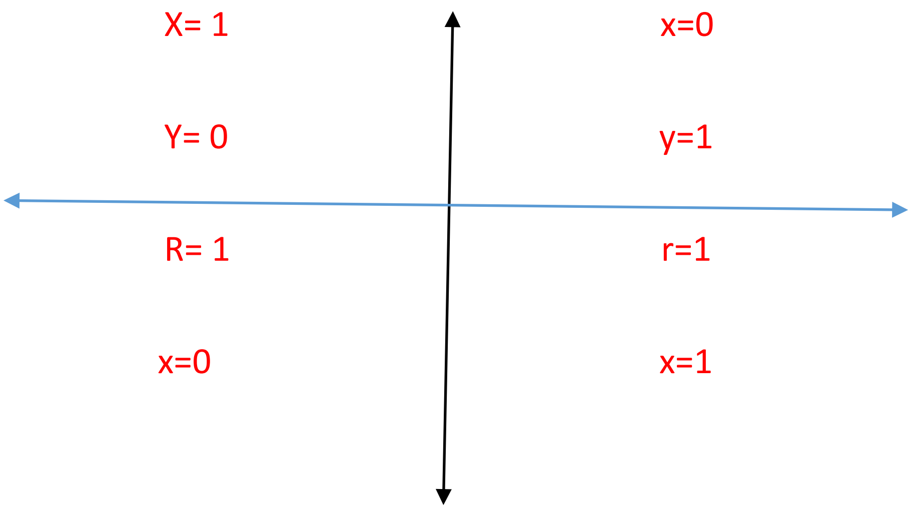
د وسطي یا معسن نسبت نقطی فرمول: $X = \frac{mx2+nx1}{m+n}$

P1(-2, 4)    P (x, y)   P2(3, -1)

$X+=\frac{mx2+nx1}{m+n}$   $X=\frac{3*3+2(-2)}{3+2}$   $X=\frac{9-4}{5}$   $x = \frac{5}{5} = 1$

$Y=\frac{my2+ny1}{m+n}$   $y=\frac{3(-1)+2(4)}{3+2}$   $y=\frac{3+8}{5}$   $y= \frac{5}{5} = 1$

# د ساین کوساین پیدا کول



(c) ketabton.com: The Digital Library



y=1 y=0

r=1 r=1

sin $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$ cos $\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}$ tan $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

cot $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}}$ sec $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$ cose $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$

مثال:د 90,120,270,300 درجو sin,cos,tan پيدا کړی؟

Sin 90=$\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$ tan 90=$\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

Cos 90=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$

---

Sin180=$\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{0}{1} = 0$ tan180=$\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = 0$

Cos 180=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{1}{1} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$\text{Sin}270=\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}=\frac{y}{r}=\frac{1}{1}=1$ $\tan 270=\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}=\frac{y}{x}=\frac{1}{0}=\infty$

$\text{Cos } 270=\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}=\frac{x}{r}=\frac{0}{1}=0$

$\text{Sin}360=\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}=\frac{y}{r}=\frac{0}{1}=0$ $\tan 360=\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}=\frac{y}{x}=\frac{0}{1}=0$

$\text{Cos } 360=\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}=\frac{x}{r}=\frac{1}{1}=1$

## د كوتانجنت،سيكينډ او كوسيكينډ بيدا كول؟

$\cot \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}}$ $\sec \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}}$ $\text{cosec} \frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



cot 90= $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{x}{y} = \frac{0}{1} = 0$ sec90= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

Cosec 90= $\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 180= $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{1}{0} = \infty$ sec180= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{1} = 1$

Cosec 180= $\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 270= $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{0}{1} = 0$ sec270= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{0} = 0$

Cosec 270= $\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 360= $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{1}{0} = \infty$ sec1360= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{1} = 1$

Cosec 360= $\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{0} = \infty$

---

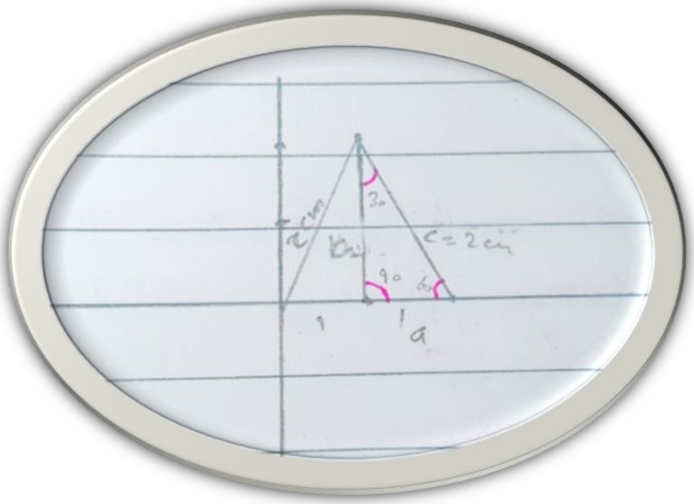
(c) ketabton.com: The Digital Library



# د30 درجو ساين ،کوساين او تانجنت پيداکول

## ثبوت: د فيثاغورث قضيه

$a^2 + b^2 = c^2$



$1^2 + b^2 = 2^2$

$1^2 + b^2 = 4$

$b^2 = 4 - 1$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{3}$

$b = \sqrt{3} = 9$

$\text{Sin } 30 = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c} = \frac{1}{b2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



Cos 30 = $\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Tan 30 =$\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Cot 30 $= \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 9$

Sec 30 = $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{c}{b} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Cosec 30 = $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$

---

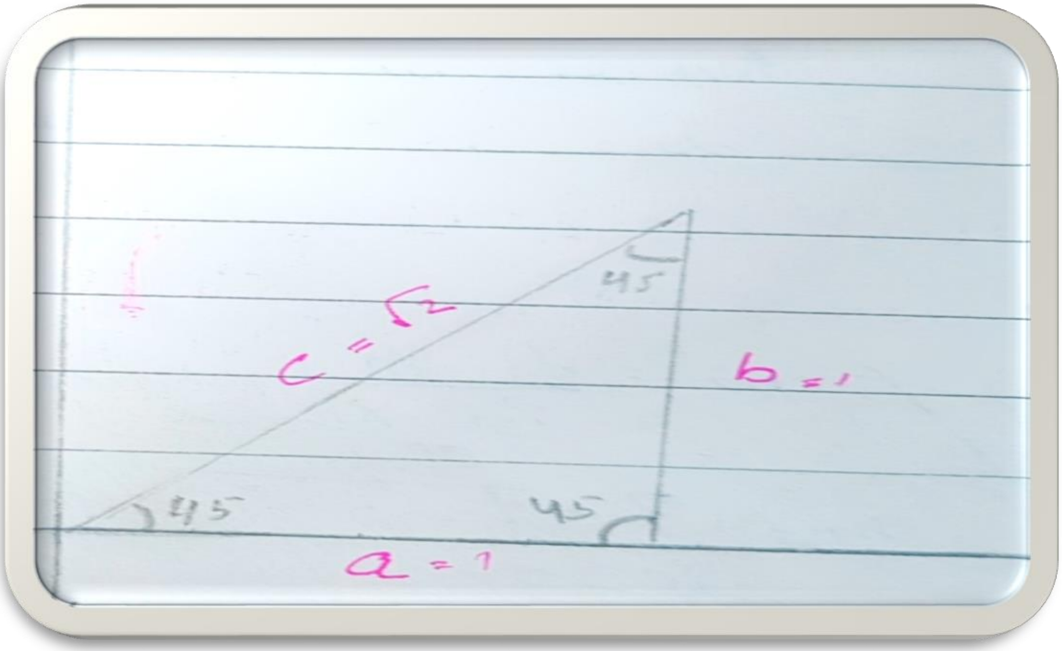
د ساین،کوساین،تانجنت،کوتانجنت،سیکینډ او کوسیکینډ 45 درجو پیدا کول.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثبوت: د فيثاغورث

قضيه.




$A^2+b=c$

$C^2=a^2+b$

$C^2=1^2+1^2$ /

$c^2=2$ / $\sqrt{c^2} =$

$\sqrt{2}$ / $c=\sqrt{2}$

$$\text{Sin } 45 = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{a}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$\text{Cos } 45 = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{b}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Tan } 45 = = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{a}{b} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{Cot } 45 = = \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{x}{y} = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\text{Sec } 45 = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 4$$

$$\text{Cosec } 45 = \frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 4$$

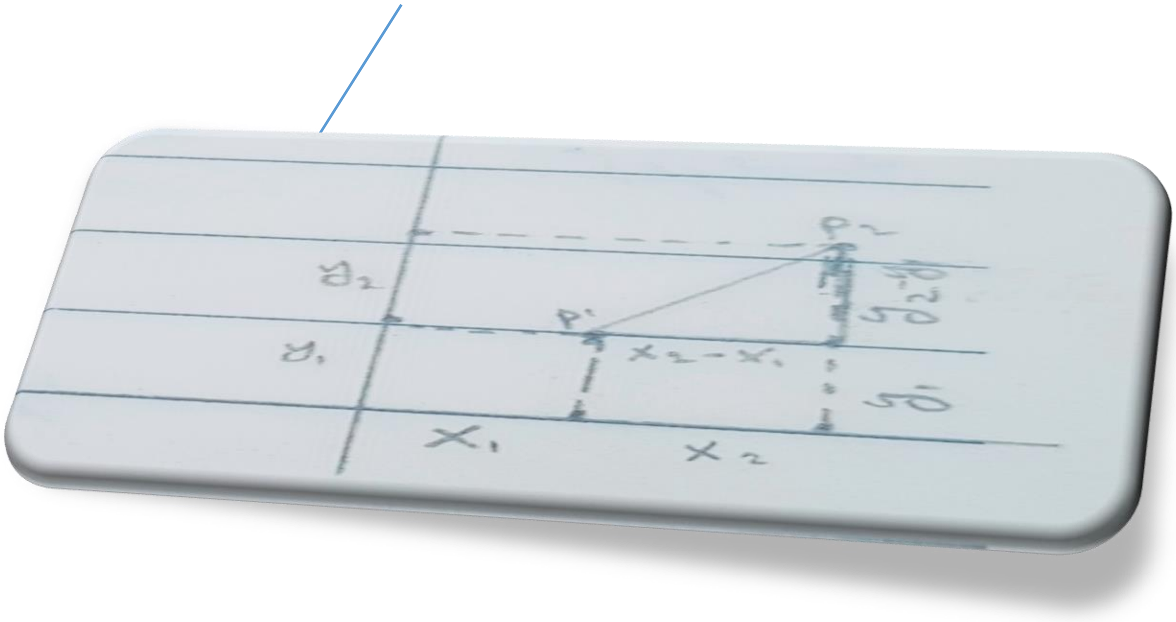
# د يو مستقيم خط ميل او د ميل زاويه

ميل په لغت كي كوږوالي ته وايی او په اصطلاح كی د هغی زاويی له تانجنت څخه عبارت ده چي لومړی ضلع يی د x د مثبت جهت په امتداد او دوهمه ضلع يې د ميل د خط په امتداد وي.

ميل او د ميل زاويه په لاندي فرمول ښودل كيږي.

ثبوت:

M= tan α




$$\tan \alpha = m = \frac{y2-y1}{x2-x1} \qquad \tan \alpha \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y2-y1}{x2-x1}$$

tan α =m

(c) ketabton.com: The Digital Library



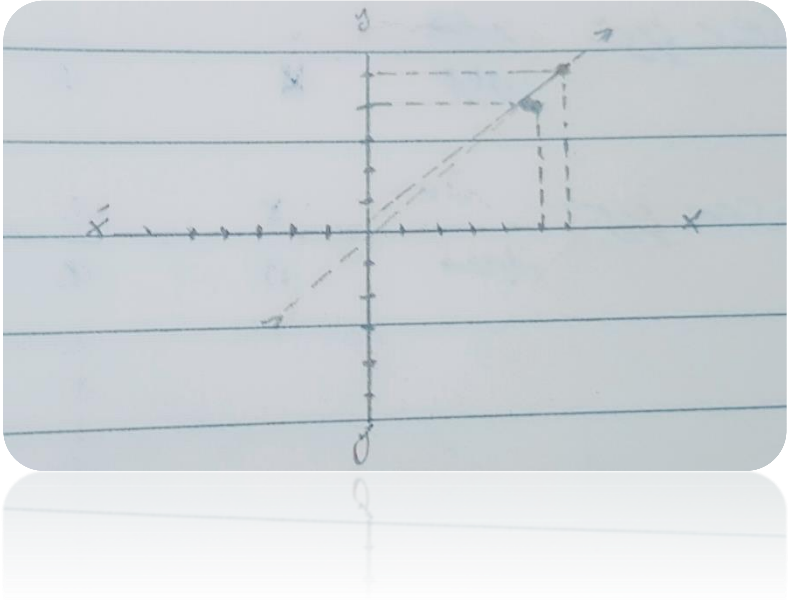
p1(x1, y1) $\tan\alpha = m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

p2(x2, y2)

مثلا:  د هغه مستقسم خط میل او د میل  زاویه یی په لاس راوړی او په ګراف کی یی هم وښایاست چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.

A (5,4) $m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

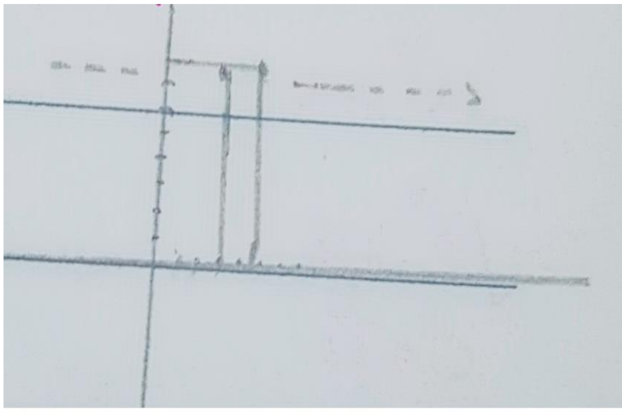
B (6,5) $m = \frac{5-4}{6-5}$ / $m = \frac{1}{1} =$ 1



Tanα = m=1 / α= 45 / tan α =1 / ARK tan (1) = α 45

دوهيم مثال: د هغه مستقيم ميل او د ميل زاويه په لاس راوړی او په ګراف کي يی وښاياست

چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.



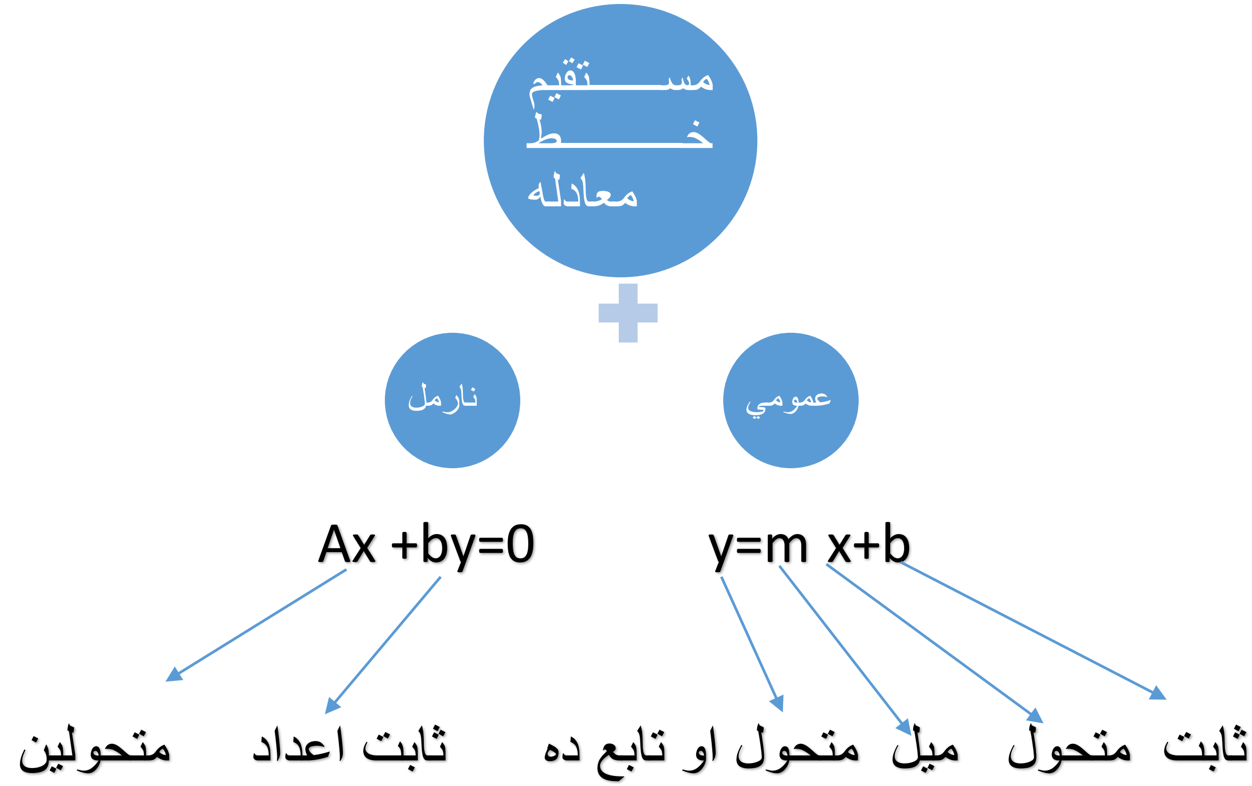
A(3,7) $m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

B(4,7) $m = \frac{7-7}{4-3}$ / $m = \frac{0}{1}$ =0 / α =180 / tan180 = $\frac{y}{x} = \frac{0}{-1} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library



# د مستقیم خط معادلي




## ثبوت:

A (0, b)  $\tan \alpha = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

B (x, y)  $\tan \alpha = \frac{y-b}{x}$ / $\tan \alpha = m$ / $\frac{m}{1} = \frac{y-b}{x}$ / $y-b = mx$ / $y = mx+b$

مثال: د هغه مستقیم خط معادله پیدا کړئ چې میل سس ۲ او د میل y محور یې یعني b په ۵ عدد کې قطع کړی ګراف او زاویه یې پیداکړئ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

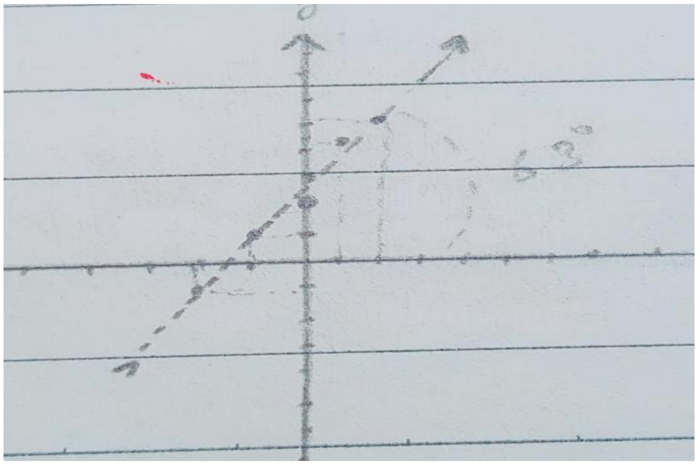


M=2    y=mx +b // y=2x+5 // y=2x+5...... 1

B=5    Tan α = m // tan α = 2

G=? ,  α =?    y=2x+5    y=2(-3) +5    y=-6+5

Y=?    y=-1



## د دو مستقیمو حطونو تر منځ موازیتوبو منطبقوالي او عمودیت

فرمول لرو چي عبارت دي له :

Y= m1x+b1......1  ٨  y2=m2x+b2......1

د موازیتوب،منطبقوالي او عمودیت تر منځ توپیر او شرطونه یی په لاندی ډول دي.

١ موازیتوب: شرط دادي چې:    m1=m2

B1 ≠ b2

٢ منطبق : شرط دادي چې: m1=m2

B1=b2

٣ عمودیت: شرط دادي چې:   m1*m2=-1

که پورته شرطونو کی یو هم صحیح شو نو سوال یا منطبق ،عمودیت اویا موازي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



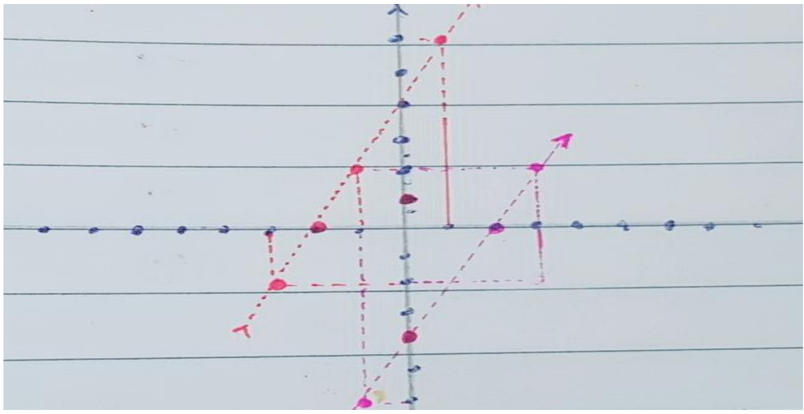
# موازيتوب

$Y_1 = m_1 + b_1$.......... I // $y_2 = m_2 + b_2$....... II که چیري

$Y_1 = 2x + 4$....... I // $y_2 = 2x - 4$ ............II

$M_1 = m_2$ // $2 = 2$

$B_1 \neq b_2$ // $4 \neq -4$



# منطبقوالي

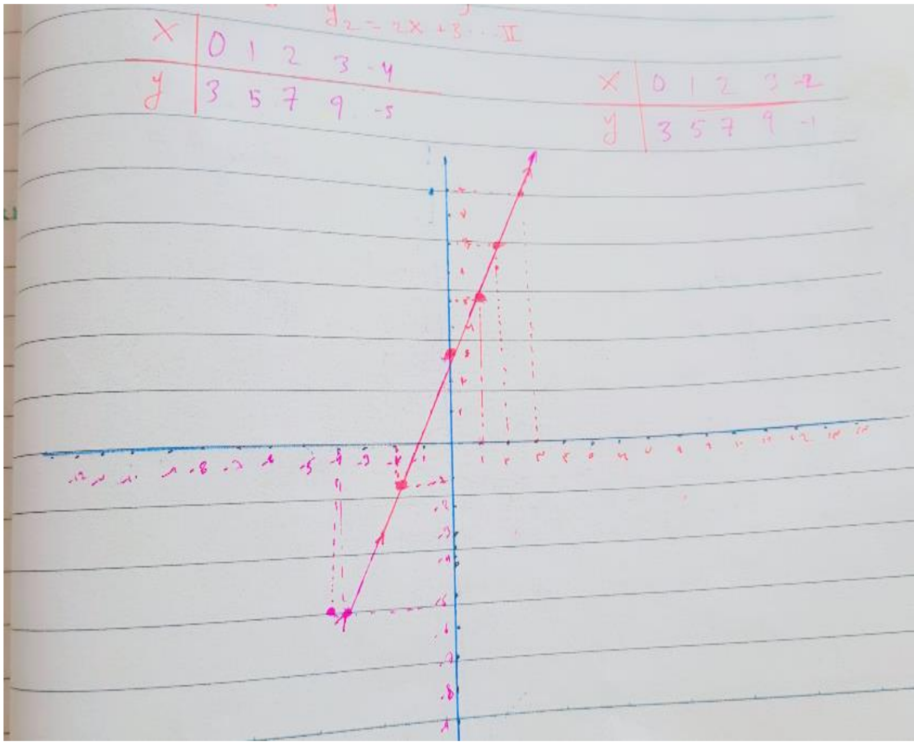
$Y_1 = m_1x + b_1$...I ∧ $y_2 = m_2x + b_2$...I

$Y_1 = x + 3$ ∧ $y_2 = x + 3$

$M_1x + b_1$

$M_1 = m_2$

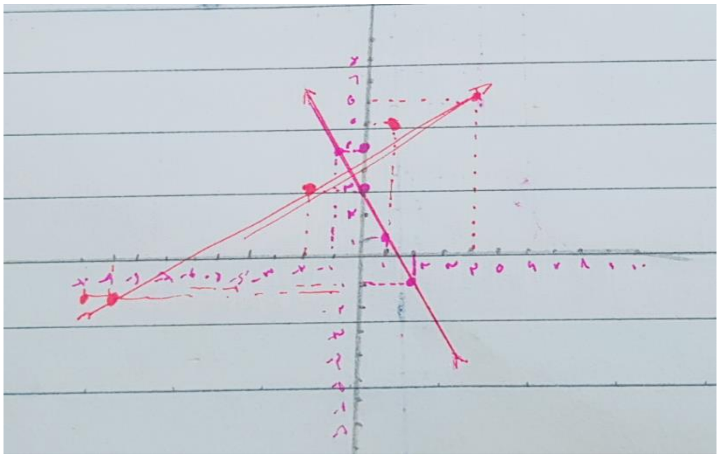
$B_1 = b_2$



(c) ketabton.com: The Digital Library



## عموديت



$Y1 = m1x + b1 \ldots I \qquad y2 = m2x + b2 \ldots II$

$Y1 = 2x + 3 \ldots I \qquad y2 = \frac{1}{2} x + 4 \ldots. I$

$M1 * m2 = -1$

$Y1 = 2x + 3 \qquad y2 = \frac{1}{2} x + 4$

## د هغه مستقيم خط معادله چې يوه نقطه ميل او دوه نقطه ولري

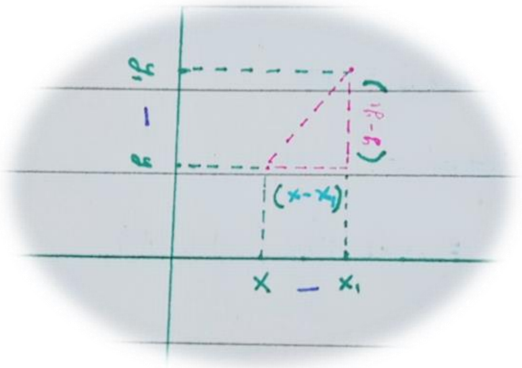
يوه نقطه $Y - y1 = m(x - x1) \ldots I$

دوه نقطه $y - y1 = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} (x - x1) \ldots II$

لومړی ثبوت:

$P1(x1, y1)$

$P(x, y)$



$\tan \alpha \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

$\tan \alpha = m$

وسطين ضرب طرفين. $\frac{m}{1} = \frac{y - y1}{x - x1}$

$Y2 - y1 = m(x - x1) \ldots I$

$M = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$y-y1=\frac{y2-y1}{x2-x1}(x-x1)$ ... I

## يوه نقطه

لومړی مثال: د هغه مستقيم خط ميل،زاويه،ګراف او معادله پيداکړی چې په لاندي ډول درکړل شوي وي.

P1(3, -5)     y=2x-11...I

M=2     y-y1=m(x-x1) ...I

α=?     Y+5=2(x-3)

G=?     y+5=2x-6

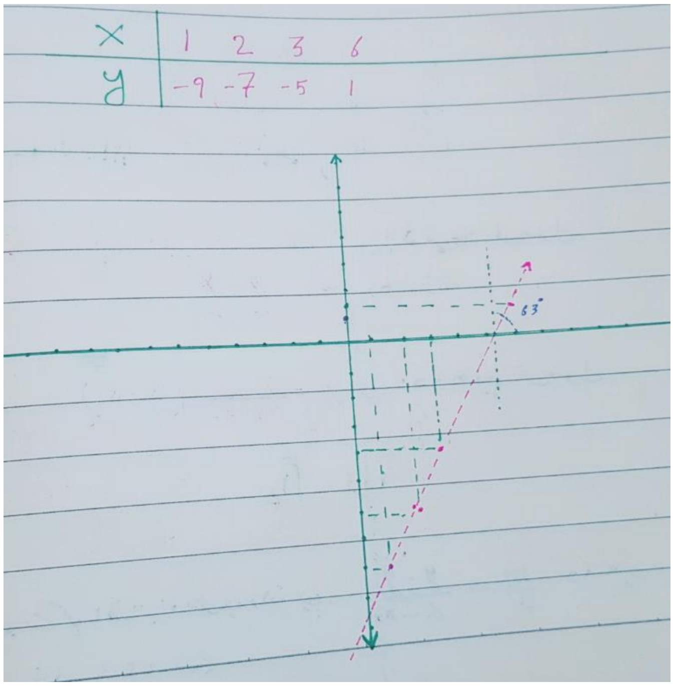
Y=2x-6-5

Y=2x-11...I

Tan α= m

Tan α=2

ARC tan (2) =63




## دوه نقطي

دوهيم مثال:

P1(2,3)     $y-y1=\frac{y2-y1}{x2-x1}(x-x1)$ ... I

P2(4,5)     $y-3=\frac{5-3}{4-2}(x-2)$

α=?     $Y-3=\frac{2}{2}(x-2$

G=?     Y-3=1(x-2)

(c) ketabton.com: The Digital Library

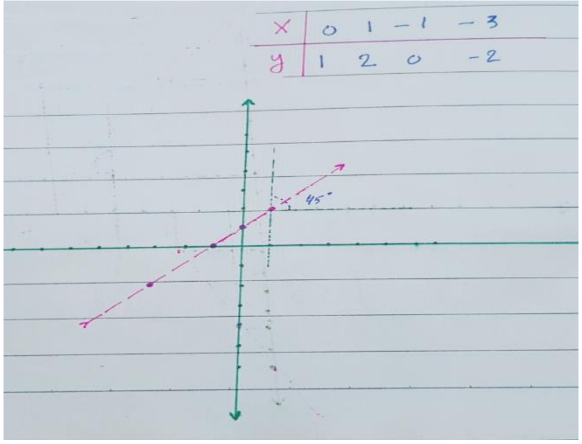


M=? Y-3=x-2

M=1 Y=x-2+3

Tanα=1 Y=1x+1...II

α=45




## د یو مستقیم خط او د یوی نقطی ترمنځ فاصله

د لاندی فرمول په واسطه لاس ته راځی.

$$D=\frac{ax1+by1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Ax+by+c=0

3x+4y+1=0

P (8,5)

$$d=\frac{ax1+by1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{3*8+4*5+1}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$d=\frac{24+20+1}{9+16}=\frac{45}{\sqrt{25}}=\frac{45}{5}=\frac{9}{1}=9cm$$

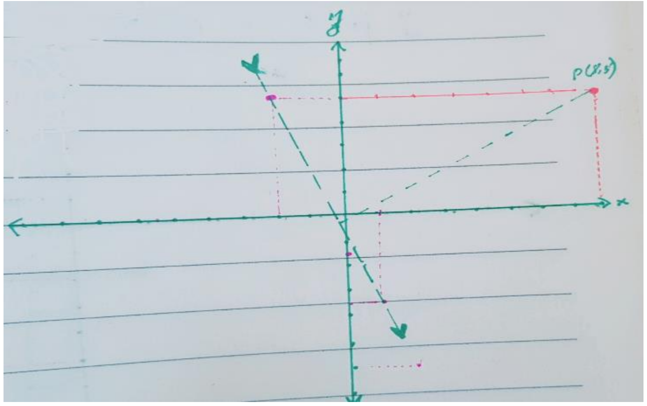
شکل:

Ax+by+c=0 // 3x+4y+1=0

$$\text{Example}: \frac{.4y}{4}=\frac{-3x}{4}=$$

$$Y=\frac{.-3}{4}-\frac{.1}{4}=\frac{.-3x-1}{4}=\frac{.-13}{4}$$

Y=-3.5

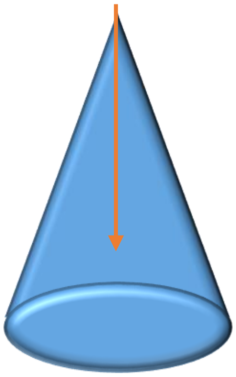


(c) ketabton.com: The Digital Library



# مخروط مقاطع

مخروط:هغه هندسي شکل چي قاعده يی يوه دايره او جانبی سطحی يی مثلثونه تشکيل کړي اويوه نقطه ولري.



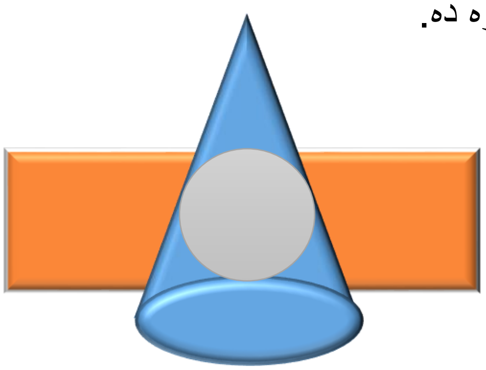
مخروط

مستوي: هره هواره سطحه مستوي ده.

مستوي

د محروط مقاطع ډولونه

لومړی حالت: که چيري يوه مستوي د يومخروط له قاعدې سره موازي قطع وکړي لاس ته راغلي شکل يوه دايره ده.

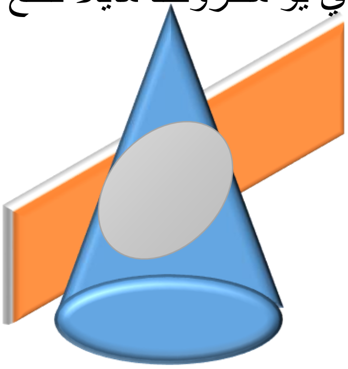


دايره

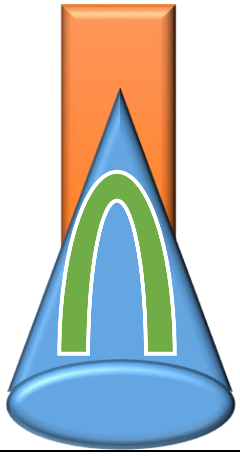
(c) ketabton.com: The Digital Library



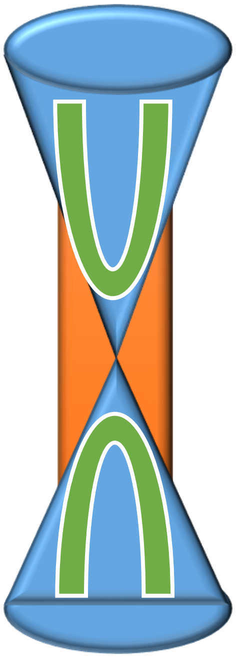
دوهيم خالت: كه چيري يوه مستوي يو مخروطد مايلاً قطع كړي لاس ته راغلي شكل يو *ايليفس* يا *بيزوي* دي




دريم خالت: كه چيري يو مخروط ړد يو مستوي په وسيله عموداً قطع كړي لاس ته راغلي شكل پارابولا ده.




ځلورم خالت: كه يو مستوي دوه مخروطونه عموداً قطع كړي لاس ته راغلي شكل هاي فارابولا دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library



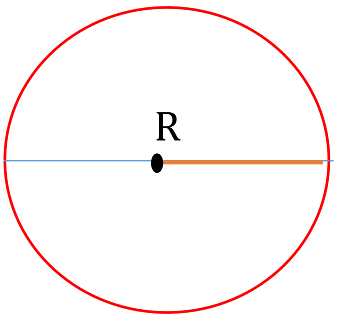
# دایره

دایره: هغه تړلي منحني خط چې د محیط ټولي نقطې د مرکز سره مساویفاصله ولري

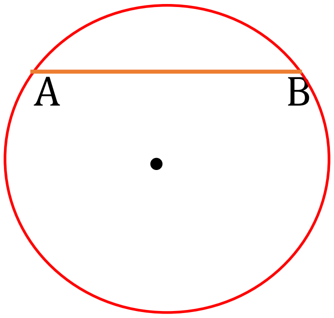
دداېرې جزیات:

لومړی دداېرې شعاع: هغه خط چې له مرکز څخه شروع او محیط سره وصل شي یا د مرکز څخه محیط سره وصل شي او په r ښودل کیږي.

$$R=\frac{d}{2}$$



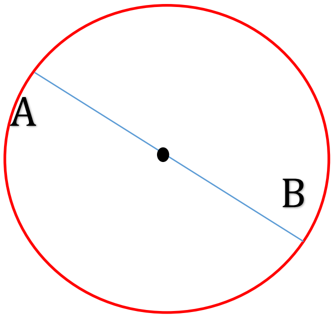

دوهیم وتر:هغه خط چې د محیط ده نقطې سره وصل شي د وتر په نوم یادیږي.




دریم قطر:هغه خط چې له مرکز نه تیر شي او د محیط دوه نقطې سره وصل شي .

یا په بل عبارت: تر ټولو لوی وتر د قطر په نوم یادیږي.

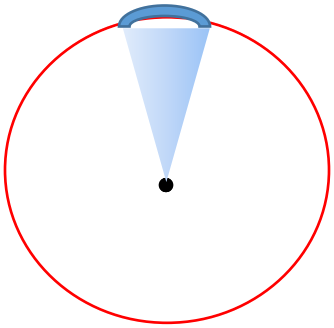
یا په بل عبارت: د شعاع دوه چنده د قطر په نوم یادیږي.



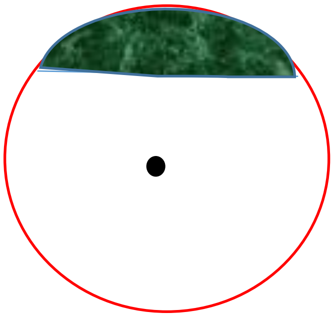
(c) ketabton.com: The Digital Library



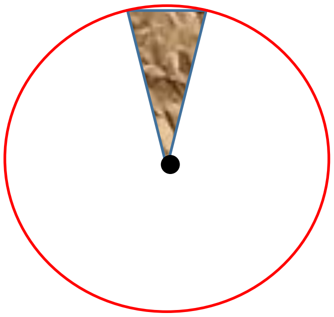
**خلورم ددايرى قوس**: ددايرې د محيط يوه برخه دقوس په نوم ياديږي.



**پنځم قطع**: ددايرې هغه برخه چې وتر او مربوطه قوس څخه لاس ته راغلي وي د قطع په نوم ياديږي.



**شپږم قطاع** :ددايرې هغه برخه چې ددو شعاعګانو او مربوطه قوس څخه لاس ته راغلي وي قطاع بلل کيږي.



## نوټ

يوه دايره بې شميره شعاعګانې،وترونه،قوسونه قطرونه،قطعې او قطاعګانې لري.

# The end

Writer Tariq Bahar

**Get more e-books from www.ketabton.com**
**Ketabton.com: The Digital Library**