



[Ketabton.com](http://Ketabton.com)



ننگرهار طب پوهنځی

# احصائیه

پوهاند محمد بشير دوديال

۱۳۹۳

د کتاب نوم	احصائیه
ليکوال	پوهاند محمد بشير دوديال
خپرندوی	ننگرهار طب پوهنځی
وب پاڼه	www.nu.edu.af
چاپ ځای	سهرمطبعه، کابل، افغانستان
چاپ شمېر	۱۰۰۰
د چاپ کال	۱۳۹۳ لومړی چاپ
د کتاب ډاډولود	www.ecampus-afghanistan.org

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمپني (په جرمني کې د Eroes کورنۍ يوې خيريه ټولني) لخوا تمويل شوی دی. ادارې او تخنيکي چارې يې د افغانتيک موسسې لخوا ترسره شوي دي. د کتاب د محتوا او ليکنې مسؤليت د کتاب په ليکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبیق کوونکي ټولني په دې اړه مسؤليت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسئ:

ډاکټر يحيی وردک، د لوړو زدکړو وزارت، کابل

دفتري: ۰۷۵۶۰۱۴۶۴۰

ایمیل: [textbooks@afghanic.org](mailto:textbooks@afghanic.org)

د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بی ان: ISBN:978 993 6200 227



## د لوړو زده کړو وزارت پيغام

## د درسي کتابونو د چاپ پروسه

قدرمنو استادانو او گرانو محصلينو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لویو ستونزو څخه گڼل کېږي. یو زیات شمیر استادان او محصلین نوي معلوماتو ته لاس رسی نه لري، په زاره میتود تدریس کوی او له هغو کتابونو او چپترونو څخه گټه اخلی چې زاره دي او په بازار کې په ټیټ کیفیت فوتوکاپي کېږي.

د دې ستونزو د هوارولو لپاره په تېرو دوو کلونو کې مونږ د طب پوهنځیو د درسي کتابونو د چاپ لړۍ پیل او تر اوسه مو ۱۱۲ عنوانه طبي درسي کتابونه چاپ او د افغانستان ټولو طب پوهنځیو ته استولي دي.

دا کړنې په داسی حال کې تر سره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰-۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتیژیک پلان کې راغلي دي چې:

«د لوړو زده کړو او د ښوونې د ټیټه کیفیت او زده کوونکو ته د نویو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړینه ده چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د لیکلو فرصت برابر شي د تعلیمي نصاب د ریفرم لپاره له انگریزی ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړین دي، له دې امکاناتو څخه پرته د پوهنتونونو محصلین او استادان نشي کولای عصري، نویو، تازه او کره معلوماتو ته لاس رسی پیدا کړي».

د افغانستان د طب پوهنځیو محصلین او استادان له ډېرو ستونزو سره مخامخ دي. نویو درسي موادو او معلوماتو ته نه لاس رسی، او له هغو کتابونو او چپترونو څخه کار اخیستل چې په بازار کې په ډېر ټیټ کیفیت پیدا کېږي د دې برخې له ځانگړو ستونزو څخه گڼل کېږي. له همدې کبله هغه کتابونه چې د استادانو له خوا لیکل شوي دي باید راټول او چاپ کړل شي. د هیواد د اوسنی حالت په نظر کې نیولو سره مونږ لایقو ډاکترانو ته اړتیا لرو ترڅو وکولای شي په هیواد کې د طبي زده کړو په ښه والي او پرمختگ کې فعاله ونډه واخلي. له همدې کبله باید طب پوهنځیو ته زیاته پاملرنه وشي.

د بشر د تاریخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو کې ډیر مهم رول لوبولی دی او د درسي نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده کړې د کیفیت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړیوالو پیژندل شویو ستندردونو، معیارونو او د ټولنې د اړتیاوو په نظر کې نیولو سره باید نوي درسي مواد او کتابونه د محصلینو لپاره برابر او چاپ شي.

د لوړو زده کړو د مؤسسو د ښاغلو استادانو څخه د زړه له کومي مننه کوم چې ډېر زیار یې ایستلی او د کلونو په اوږدو کې یې په خپلو اړوندو ځانگو کې درسي کتابونه تألیف او ژباړلي دي. له نورو ښاغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم ترڅو په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او نور درسي مواد برابر کړی خو تر چاپ وروسته د گرانو محصلینو په واک کې ورکړل شي.

د لوړو زده کړو وزارت دا خپله دنده بولي چې د گرانو محصلینو د علمي سطحې د لوړولو لپاره معیاري او نوي درسي مواد برابر کړي.

په پای کې د افغان ماشومانو لپاره د جرمنی کمیټی او ټولو هغو اړوندو ادارو او کسانو څخه مننه کوم چې د طبي کتابونو د چاپ په برخه کې یی هر اړخیزه همکاري کړې ده.

هیله مند یم چی نوموړې پروسه دوام وکړي او د نورو برخو اړوند کتابونه هم چاپ شي.

په درنښت

پوهاند ډاکتر عبیدالله عبید

د لوړو زده کړو وزیر

کابل، ۱۳۹۲

تراوسه پوري مونږد ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ او کاپيسا د طب پوهنځيو او کابل طبي پوهنتون لپاره ۱۱۲عنوانه مختلف طبي تدریسي کتابونه چاپ کړي دي. د ننګرهار طب پوهنځی لپاره ۲۰د نورو طبي کتابونو د چاپ چارې روانې دي. د یادونې وړ ده چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هیواد ټولو طب پوهنځيو ته په وړیا توګه ویشل شوي دي.

ټول چاپ شوی طبي کتابونه کولای شئ د [www.ecampus-afghanistan.org](http://www.ecampus-afghanistan.org) ویب پاڼی څخه ډاډولود کړئ.

کوم کتاب چې ستاسی په لاس کې دی زموږ د فعالیتونویوه بېلګه ده. مونږ غواړو چې دې پروسې ته دوام ورکړو ترڅو وکولای شو د درسي کتابونو په برابرولو سره د هیواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپتر او لکچر نوب دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره دا اړینه ده چې د لوړو زده کړو د موسساتو لپاره هر کال څه نا څه ۱۰۰عنوانه درسي کتابونه چاپ کړل شي.

د لوړو زده کړو د وزارت، پوهنتونونو، استادانو او محصلینو د غوښتنې په اساس په راتلونکی کې غواړو چې دا پروګرام غیر طبي برخوته لکه ساینس، انجنیري، کرنه، اجتماعی علومو او نورو پوهنځيو ته هم پراخ کړو او د مختلفو پوهنتونو او پوهنځيو د اړتیا وړ کتابونه چاپ کړو.

له ټولو محترم استادانو څخه هیله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه ولیکي، وژباړي او یا هم خپل پخواني لیکل شوي کتابونه، لکچر نوټونه او چېټرونه ایډېټ او د چاپ لپاره تیار کړي. زموږ په واک کې یی راکړي، چې په ښه کیفیت چاپ او وروسته یی د اړوندې پوهنځی، استادانو او محصلینو په واک کې ورکړو. همدارنګه د یادو شویو ټکو په اړوند خپل وړاندیزونه او نظریات زموږ په پته له مونږ سره شریک کړي، ترڅو په ګډه پدې برخه کې اغیزمن ګامونه پورته کړو.

له ګرانو محصلینو څخه هم هیله کوو چې په یادو چارو کې له مونږ او ښاغلو استادانو سره مرسته وکړي.

د یادونې وړ ده چې د مولفینو او خپروونکو له خوا پوره زیار ایستل شوی دی، ترڅو د کتابونو محتویات د نړیوالو علمی معیارونو په اساس برابر شي.

خو بیا هم کیدای شی د کتاب په محتوی کې ځینی تیروتنی او ستونزی وجود ولری، نو له دی امله له درنو لوستونکو څخه هیله مند یو ترڅو خپل نظریات او نیوکې د مولف او یا زموږ په پته په لیکلی بڼه راولیږی، ترڅو په راتلونکی چاپ کې اصلاح شی.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمنی کمیټی او دهغی له مشرداکتر ایروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لګښت یی ورکړی دی. دوی په تیرو کلونو کې د ننګرهار طب پوهنځی د ۲۰عنوانه طبی کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه درلود.

په ځانګړي توګه د جی آی زیت (GIZ) لسه دفتر او CIM (Center for International Migration and Development) یا د نړیوالی پناه غوښتنی او پرمختیا مرکز چې زما لپاره یی په تېرو دریو کلونو کې په افغانستان کې د کار امکانات برابر کړی دي هم مننه کوو.

د لوړو زده کړوله محترم وزیر ښاغلي پوهاند ډاکتر عبیدالله عبید، علمی معین ښاغلي پوهنوال محمد عثمان بابری، مالي او ادري معین ښاغلی پوهنوال ډاکتر گل حسن ولیزي، د ننګرهار پوهنتون د رییس ښاغلی ډاکتر محمد صابر، د پوهنتونو او پوهنځيو له ښاغلو ریيسانو او استادانو څخه هم مننه کوو چې د کتابونو د چاپ لړی یی هڅولی او مرسته یی ورسره کړی ده.

همدارنګه د دفتر له ښاغلو همکارانو څخه هم مننه کوو چې د کتابونو د چاپ په برخه کې یی نه ستړی کیدونکی هلی ځلی کړی دي.

ډاکتر یحیی وردګ، د لوړو زده کړو وزارت  
کابل، مارچ ۲۰۱۳  
د دفتر تیلیفون: ۰۷۵۲۰۱۴۲۴۰  
ایمیل: [textbooks@afghanic.org](mailto:textbooks@afghanic.org)  
[wardak@afghanic.org](mailto:wardak@afghanic.org)

## مشکینی خبری

په معاصر وخت کې د علومو په برخه کې د بشریت لاسته راوړنې د خومره والي او د څرنګوالي له پلوه په ګړندي ډول پرمخ روانې دي. د بېلابېلو څانګو علمي نتایج، څېړنې او د پوهنیزو څانګو او مایل شوي فرضيې او تيوري د چاپ شويو او تالیف شويو اثارو په بڼه خپرېږي، چې په دې ډول سره ځانګړې پوهنې (اختصاصې علوم او مضامین) را منځته شوي دي، په دې لړ کې په زیات شمېر څانګیزو پوهنو کې تيوري او ټاکلي تجربه شوې، پیژندل شوي مېتودونه موجود دي، چې د اړوندې څانګې مینه وال او څېړونکي دغو علمي اثارو او ادبیاتو ته دماخذ په توګه مراجعه کوي

اکاډمیک مراکز، پوهنتونونه او علمي موسسې د علمي اثارو خپروونکي دي، اوس چې دغه لړۍ په نوره نړۍ کې په ګړندي ډول روانه ده، موږ په خپل هیواد کې لا اوس هم په ملي ژبه د تالیف شويو درسي کتابونه (تکست بوکونو)، نورو علمي اثارو او معتبرو اخځونو له کمښت سره مخامخ یو. د دغې رېږې د بېلابېلو څانګو څېړونکو ته خنډونه پېښ کړي دي، په تیره بیا د پوهنتونو درسي پروسه کې د استوژنه لایاتو لیدل کېږي، خو ددی په وړاندې په ملي ژبو د درسي کتابونو لیکل دغه رپه له منځه وړی، که دغه پروسه په علمي مراکزو کې ګړندي شي، زموږ د علمي مراکزو، پوهنتونو او اکاډمیکو موسساتو علمي غنا ته به یو لوی خدمت وي.

احصائیه د طب، فارمسی، کرنې، اقتصاد او د کرنې پوهنځیو یو مهم درسي کتاب دی، په تېره بیا د احصائې اهمیت د ریسرچ د علمي تجربو په برخه کې ډېر مهم دی. د همدغه اهمیت له مخې د دغه کتاب په تالیف لاس پورې شو، احصائیه د طب، طبیعي علومو، فارمسی او کرنې پوهنځیو کې یو مهم مضمون دی. د تشریحی او استنباطی احصائې میتودونه د ساینسی علومو په برخه کې د کارولو ډیر زیات موارد لري. په دغه کتاب کې به ممکن یو شمیر مثالونه د طب په ساحه کې، یو شمیر د کرنې او اقتصاد په ساحه کې او یو شمیر به د ښوونې او روزنې په برخه کې وی، خو مهمه دا ده چې د میتودونو تطبیق او د مسئلې حل په هره څېړنه کې یو شان ترسره کېږي، یعنی د یوې برخې مثالونه بلې ته هم په کار تلاي شي، په دې توګه احصائیه یو عمومي دسپلین دی.

احصائیه د علمي تجربو د ډیزاین سره نژدې اړیکې لري، نو ځکه مولف د دواړو لپاره داسې مفردات په پام کې ونیول چې هیڅ مسئله تکراري رانشي او نه هم کومه برخه هېره شي او دواړه کتابونه چاپ ته وسپارل شول. هغه مثالونه چې په کتاب کې راغلي، د احصائې د علم ټولو برخو کې د تطبیق او تعمیم وړي.

ډیره ضروري ده چې د DAAD پروګرام له هغې پاملرنې څخه مننه وکړم چې خاصا د طب د پوهنځیو لپاره یی د درسي کتابونو د چاپ په برخه کې کړی دی، همدارنګه له ښاغلي دوکتور یحیی وردک څخه مننه کوم چې د دغه کتاب چاپ ته یی ځانګړې پاملرنه وکړه.

لازمه بولم له ډیر قدرمن استاد پوهاند دوکتور الحاج محمد ظاهر ظفرزی څخه په ځانګړې توګه تشکر وکړم چې د ډیرو زیاتو مصروفیتونو سره سره یی کتاب وکوت او یو مساعد تقریظ یی ولیک.

هیله ده د دغه کتاب بیا چاپ د لوستونکو پرله پسې تقاضا ته مثبت ځواب ووايي او د پخوانیو نسخو کمښت جبران کړي.

په درناوی

پوهاند محمد بشیر دوديال

۱۳۹۱/۷/۱۲

## تقریظ:

احصائیه (Statistics) یو له ډیرو مهمو مفاهیمو څخه دی، چې د علمي څېړنې (Research) په ترسره کولو کې مهم رول لري. احصائیه یو میتودونه او روشونه د علمي راپورونو په جوړولو کې هم لومړني وسایل دي. دغه دسپلین د نړۍ په ټولو پوهنتونونو او علمي مرکزونو کې ځای لري، په تیره بیا په ساینسي څانگو لکه طب، فارمسي، کرنې او طبیعي علومو په برخه کې څېړونکي خامخا احصائیه میتودونو ته اړ دي. البته نن ورځ احصائیه په اقتصاد، ښوونه او روزنه او سلو کي علومو (ارواپوهنه) کې هم خپل ارزښت لري.

له بده مرغه موږ تر اوسه پورې د احصائیه په برخه کې په پښتو ژبه پوره اندازه درسي کتابونه نه لرل، دادی له نیکه مرغه ددغه کتاب په تالیف سره دغه کمښت هم جبران شو او وروسته تردی به موږ د طب پوهنځی لپاره هم د احصائیه یو چاپ شوی کتاب ولرو.

د احصائیه دغه کتاب ټول (١١) څپرکي لري، چې په پیل کې په عمومي توګه د احصائیه پېژندنه، احصائیه او ارقام (Data)، د احصائیه دوه برخې، احصائیه یو جدولونه، جدول جوړول (Tabulation) او ګرافونه راغلي دي. په نورو څپرکیو کې مرکزي او د خپوروالی میلانونه له مثالونو سره توضیح شوي دي البته دغه مثالونه په بېلابېلو برخو کې دي. شپږم څپرکی د احتمالاتو تیوري تشریح کوي. شاخصونه (Index Number) او زمانسي سلسلې (Time Series) د کتاب په اتم او نهم څپرکی کې راغلي دي. دا لومړی ځل دی چې په پښتو ژبه دغه دوه موضوعات تشریح شوي دي. (Sampling) چې د علمي تحقیق لپاره یوه ډېره مهمه موضوع ده د کتاب په لسم څپرکی کې توضیح شوې ده. خو غوره خبره داده چې له ډېر پیچلي شکل څخه را ایستل شوی او زموږ خپل هېواد کې زموږ خپلو ضرورتونو سره سم بیان شوې ده. نمونوي مشاهدات هم په (Random) او هم په (Quota) یعنی چانسي او قضاوتي دواړو ډولونو ښودل شوي دي چې تر اوسه پورې مونږ په پښتو تالیفاتو کې دا موضوع هم نه وه څېړلې او نه مو هم د (Sample) او (Universe) د ارتباط او حکم کولو د طرز مسئله پوره واضح کړې وه. د احصائیه د کتاب د دغه څپرکی ښه والي دا دی چې د (Sampling) څلور مهمې لارې (طریقې) پکښې توضیح شوي دي چې زموږ ځوان څېړونکی هغه د خپل تحقیق لپاره غوره کولای شي. میلان او پیوستون (Regression & Correlation) چې د دوو متحولینو د ارتباط څرنګوالی ښيي، یوه بله پیچلي موضوع ده، چې په دغه کتاب کې له حل شویو مثالونو سره په ډېره ساده توګه بیان شوې ده.

زه په خپل وار د دغه کتاب چاپ یو غوره ګام بولم، نه یواځې دا چې د دغه کتاب خپرېدل د ننګرهار پوهنتون د طب پوهنځي لپاره، بلکې د هېواد د ټولو پوهنتونونو او د لوړو زده کړو

مؤسساتو لپاره یې یو غوره اخیځ او ښه لارښود ګڼم. د دغه کتاب په خپرېدو سره به زموږ ډاکاډمیکو مؤسساتو لویه ستونزه حل شي، د ریسرچ لارې به روښانه او څېړونکي به د خپلو علمي تحقیقاتو بنسټ په دغه کتاب کې ښودل شویو میتودونو او روشونو سره سم کيږدي. د خوشحالی خبره ده چې DAAD پروګرام او په ځانګړې توګه ډاکټر صاحب یحیی وردک په دې وروستیو څو کلونو کې د افغانستان د طب د پوهنځیو لپاره د درسي او درسي مرستیا کتابونو د چاپ په برخه کې پوره هلې ځلې کړي دي او د مایکرو میلویا د نوي پروګرام په برابرولو سره یې د یوه اغېزمن تدریس په خاطر ګټور علمي ګامونه اوچت او درسي پروسه کې یې اسانتیاوې راوستي دي.

د درانه استاد پوهاند محمد بشیر دودیا لارښوونې په تالیف او په تېره بیا د احصائیه د ډېر ضروري او ګټور کتاب په تالیف کې د یادونې وړ دی. محترم پوهاند محمد بشیر دودیا لارښوونې د درسي کتابونو د تالیف او خپرولو د غورځنګ مخکښ دی. زه دغه کتاب په علمي ډګر کې یوه ډېره ګټوره علمي زېرمه بولم چې په هر وخت کې به ډاکاډمیک مؤسسات، استادان او څېړونکي ورڅخه استفاده کوي. په پای کې درانه استاد قدرمن دودیا لارښوونې صاحب ته په علمي ډګر کې د لازياتو بریالیتوبونو هیله لرم، ده ته د الله تعالی له لوی دربار څخه د روغتیا دعا کوم.

په درنښت

الحاج پوهاند دوکتور محمد ظاهر ظفرزی

د طب پوهنځي استاد - ۱۸/۴/۱۳۹۲

## ليکلې

### سرليک

### مخ

۱..... سرريزه

### لومړی څپرکی

#### عموميات

۱:۱- د احصايې اصطلاح او تعريف..... ۴

۲:۱- د احصايې لنډه تاريخچه..... ۵

۳:۱- د احصايې اهميت..... ۹

۴:۱- احصايه او د علومو نورې بېلابېلې څانگې..... ۱۰

۵:۱- د ځينو مشابهو علومو او څانگو سره د احصايې توپير..... ۱۲

۶:۱- د احصايې دوه برخې..... ۱۳

۷:۱- احصايه، ارقام او د هغو اړيکې..... ۱۵

### دویم څپرکی

#### د ارقامو راټولول، ترتيب، جدولونه او گرافيکي ارايه

۱:۲- د ارقامو راټولول او بنودل..... ۱۷

۲:۲- د ارقامو ترتيبول..... ۱۸

۳:۲- جدولونه او جدول جوړونه..... ۱۸

۴:۲- د ارقامو گرافيکي ارايه..... ۲۰

۱:۴:۲- د گرافونو ډولونه..... ۲۱

تمرينات..... ۲۸

### درېيم څپرکی

#### د دفعاتو د وېش جدول، هستوگرام او پولیگان

۱:۳- د دفعاتو يا فريکونسي وېش..... ۲۹

۲:۳- د فريکونسيو وېش کې د لومړنيو ارقامو انسجام او..... ۲۹

۳:۳- د صنف بندې نتيجې..... ۳۱

۴:۳- د اعدادو طبقه بندې او د هغو ډولونه..... ۳۳

### تقريف

لکه چې پوهېږو زموږ تحصيلي موسسې او د زده کړې مراکز په پښتو او دري ژبو کې درسي کتابونه ډېر کم لري، يو شمېر کتابونه د ناوړه پېښو له امله ضايع شوي دي، ددې په خاطر چې دغه تشيال (خلا) ډکه شي، بويه چې په خپلو ژبو کافي مواد ولرو، ترڅو محصلين د زده کړې په وخت مشکل سره مخامخ نه شي او د استادانو زيات وخت په ديکتې تېر نه شي.

دا دی په دې لړ کې د ننګرهار پوهنتون لپاره محترم پوهاند محمد بشير دوديال د احصايې لپاره يو په زړه پورې کتاب تاليف کړی، زه د دغه کتاب د ليکلو له امله ورته مبارکي وایم او هيله لرم د شاگردانو لپاره ډېر مفيد واقع شي.

محترم استاد د کتاب په بشپړولو کې يقيناً ډېر زيار گاللی، په هغه کې يې مهم گټور موضوعات خصوصاً هغه څه چې د علمي تحقيق لپاره بنسټيز حيثيت لري راوستي دي. کتاب په يوولسو (۱۱) څپرکيو کې او څلورو (۴) ضميمو سره بشپړ شوی دی او هر څپرکی خپل تمرينات لري، کوشش شوی، د هر څپرکي په پيل کې د مربوطه موضوع تيوري بيان شي، بيا اصلي موضوع له مثالونو سره شرحه شي. هيله ده دغه کتاب د يوه با ارزښته معنوي پاڼگې په توگه د ننګرهار پوهنتون ته گټور تمام شي.

په درنښت

پوهاند دوکتور غلام حسن زابلی

د کابل پوهنتون د وترنري علومو د پوهنځي استاد

شپږم څپرکی  
د احتمالاتو تيوري

۱:۲- د احتمالاتو مفهوم..... ۷۴

۱۱:۲- په څو گڼ شمېر مشاهده کې د څو مشاهده غوره کول..... ۷۷

۲:۲- تبادلې..... ۷۹

۳:۲- تراکيب..... ۸۳

۴:۲- حادثات د نمونو فضا او احتمال..... ۹۰

۵:۲- د يوې حادثې احتمال..... ۹۸

۶:۲- د يوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې..... ۹۸

۷:۲- اتحاد او تقاطع..... ۱۰۴

۸:۲- مکملې حادثې..... ۱۰۸

۹:۲- د مکملو حادثاتو..... ۱۰۹

۶:۱۰- د جمع قاعده او..... ۱۱۰

۱۱:۲- شرطيه احتمالات..... ۱۱۳

۱۲:۲- د ضرب قاعده..... ۱۱۸

تمرينات..... ۱۲۸

اووم څپرکی

۱:۷- د ارقامو يا د دفعاتو د وېش منحنی..... ۱۲۹

۲:۷- يو طبيعي منحنی او د هغه ځانگړنې..... ۱۳۹

۱:۲:۷- د طبيعي منحنی په ساحه کې د يوې حادثې د احتمال سنجش..... ۱۴۴

۳:۷- د ارقامو باینومیل وېش او..... ۱۴۷

تمرينات..... ۱۵۷

اتم څپرکی  
شاخصونه

۱:۸- د شاخصونو مفهوم..... ۱۵۸

۲:۸- د شاخص اهميت..... ۱۵۹

۳:۸- د شاخصونو د سنجش طريقې..... ۱۵۹

۱:۴:۳- د طبقه بندي ډولونه..... ۳۳

۲:۴:۳- په ارقامو کې فاصله يا رنج..... ۳۴

۳:۳:۴- د صنفونو ټاکل..... ۳۴

۵:۳- د پولیگان او هستوگرام ترسیمول..... ۳۸

تمرينات..... ۴۱

څلورم څپرکی

د مرکزي میلان مقیاسونه

۱:۴- اوسط..... ۴۲

۱:۱:۴- حسابي اوسط..... ۴۳

۴:۲:۱- هندسي اوسط..... ۴۷

۳:۱:۴- د اوسط ځانگړنې (مشخصات)..... ۴۸

۲:۴- میانه..... ۴۹

۳:۴- مود..... ۵۱

۱:۳:۴- د ساده حسابي اوسط، مود او میانې اړیکې او..... ۵۲

۴:۴- یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د..... ۵۴

مقیاسونو د ښېگڼو او نیمگړتیاوو پرتله..... ۵۵

تمرينات..... ۵۹

پینځم څپرکی

د انحراف درجې يا د خپوروالي میلانونه

۱:۵- فاصله..... ۶۱

۲:۵- کوارتیل انحراف..... ۶۳

۳:۵- وسطي انحراف M.D..... ۶۳

۴:۵- میزاني انحراف او..... ۶۵

۱:۴:۵- په لنډې طريقې سره د میزاني انحراف سنجش..... ۶۸

۲:۴:۵- د U په مقیاس د میزاني انحراف سنجش..... ۷۰

۳:۴:۵- د میزاني انحراف او ورینسي مشخصات..... ۷۱

تمرينات..... ۷۳



۴:۱۱- د پیوستون ضریب ..... ۲۱۹

تعریف ..... ۲۱۹

۵:۱۱- د تشخیص ضریب ..... ۲۲۴

تمرینات ..... ۲۲۹

ماخذونه ..... ۲۳۰

ضمایم ..... ۲۳۱

۱:۳:۸- د حقیقی مقدار نسبی شاخص ..... ۱۶۱

۲:۳:۸- د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص ..... ۱۶۳

۳:۳:۸- وزن سره د حقیقی قیمتونو د شاخص طریقه ..... ۱۶۵

۴:۸- د شاخصونو د سنجش په برخه کې د پام وړ ټکي ..... ۱۶۹

تمرینات ..... ۱۷۲

**نهم څپرکی**  
**زمانی سلسلې**

۱:۹- تعریف او مفهوم ..... ۱۷۳

۲:۹- د زمانی سلسلو اهمیت ..... ۱۷۳

۳:۹- د زمانی سلسلو توکي یا اجزاء ..... ۱۷۵

۴:۹- د زمانی سلسلو تحلیل ..... ۱۷۹

۱:۴:۹- د زمانی سلسلو تعدیل او ..... ۱۷۹

۵:۹- د اوږدې مودې خطي میلان د حرکت سنجش ..... ۱۸۰

۶:۹- د زمانی سلسلو د موسمي حرکاتو سنجش ..... ۱۹۲

۱:۶:۹- د موسمي شاخصونو او حرکت څخه د ..... ۱۹۵

۷:۹- د زمانی سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش ..... ۱۹۶

تمرینات ..... ۲۰۱

**لسم څپرکی**

د نمونې اخیستلو تیوري ..... ۲۰۳

۱:۱۰- نمونه او د نمونې اخیستل یعنی څه؟ ..... ۲۰۳

۲:۱۰- نمونوي مشاهدات ..... ۲۰۴

۳:۱۰- د نمونوي مشاهدو راټولولو لارې ..... ۲۰۶

**یوولسم څپرکی**  
**میلان او پیوستون**

۱:۱۱- د میلان او پیوستون ساده ارایه ..... ۲۱۲

۲:۱۱- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب ..... ۲۱۵

۳:۱۱- د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله ..... ۲۱۹

(د احتمالاتو د تیورۍ په بنسټ) دغه ارقام مقایسه کوي (د شاخصو په ذریعه) هغه د وخت په موده کې تفسیر او څېړي (زمانی سلسلې)، د سیمو په مقایسه یې تنظیموي (جغرافیوي سلسلې) او له هغو څخه روښانې پایلې، په ډېر کم وخت کې په ډېره ساده بڼه (د گراف او جدولونو په ذریعه) ارایه کوي، خصوصاً چې نن ورځ انسان د داسې گڼو، پېچلو او د کمیت له پلوه ډېرو لویو اعدادو سره سروکار لري، نو د دومره لویو او گڼو اعدادو او ارقامو د څېړنې تفسیر او اړانې، د هغو د تنظیم او نورو چارو لپاره د احصایې مېتودونو ته ضرورت دی. سوال رامنځته کېږي چې ولې ورځ په ورځ د ارقامو تحلیل ته ضرورت او اړتیا زیاتېږي او ولې د پخوا په مقایسه ارقام دومره گڼ او پېچلي شول؟

باید ووايو چې انسان د هغه ذکاوت او پوهې له امله چې الله تعالی ورته ورکړی، د فوق العاده ذهني استعداد لرونکی او متجسس موجود دی، د علمي-تخنیکي ذریعو په کمک دده هڅې د ځمکې له تل (عمق) څخه نیولی بیا د کهکشان، ټول لمریز نظام او د کیهان تر ډېرو لرې څنډو رسېدلی، نو طبیعاً دومره لوی بُعد کې د ارقامو یوه گڼه گڼه او پېچلتیا پېښېږي، له بلې خوا انسان صرف د هغو اجسامو سره پخوا سروکار درلود، چې اقلاد 1,40mm څخه لوی وو، انسان په عادی ډول په سترگو نه لیدل او دده په لټه چاپېریال کې لاسبری لاندې وو، خو نن ورځ یې د بېلابېلو وسایلو، امکاناتو او اسبابونو په کمک وکولای شول چې له تصویر و تلې کوچني ذرات او له گومان او حدس لرې واټنو کې اجسام وگوري، دا د ارقامو د زیاتوالي، گڼوالي او د مقیاسونو د لاپېچلتیا بل لامل گرځېدلی، د بېلگې په ډول الکتروني میکروسکوپونه چې کوچني ذرات په میلیونونو ځله لوی ښکاره کوي، همدارنگه تحلیلي اوزان چې د میلی گرام میلیونونه ځله کوچني وزن اندازه کوي، همدارنگه اپټیکي اندازه کوونکي مقیاسونه؛ لکه کرومومتر، ولت متر، ویلسون کمري، ډیری حساسی تلی او نور وسایل چې پرته له هغو څخه د معاصرو علومو څېړنې هیڅ ممکن نه دی. په دغو وسایلو سره د راټولو شویو ارقامو حجم ډېر لوړ کمیت کې وي، نو ځکه د هغو د تحلیل لپاره خاصو احصائیوي مېتودونو ته اړیو، پرته له دې موږ په علمي مسایلو کې دې ته هم اړیو چې د گڼو ارقامو د کمي تحلیل په پای کې د یوې کیفی منطقي د پایلې ترلاسه کولو لپاره د قیاس او اسقراء له لارې له منفردو او جدا پدیدو، عامو نتایجو او له کل څخه د جز په هکله فکر وکولای شو.

تجربې طبیعي علوم د هغو په پراخه مفهوم سره د هغه شمېر پرکتیکي او نظري عملیاتو او مفکورو تیوریکي او عملي اړخونو باندې لاسبری او پوهه (اگاهی) ده، چې له هغه طریقې انسان د

## سریزه

د بشري ټولنو اوس مهالي پرمختگونه، ټولنیزه هوساینه، د تولیدي پروسې اسانه کېدل او د تولیدي عملیې اغېزمنتیا، د روغتیا بڼه کېدل، د یوه واحد د مولدیت د سطحې پوره او چټول او نور مادي او معنوي ترقیات د علمي څېړنو له برکته گڼلای شو، علمي څېړنو نه یوازې د تولید تخنیک، ټکنالوژي او طبیعي پدیدو په هکله ډېرې غوره پایلې ترلاسه کړي، بلکې انساني مهارت او د بشري ځواک په پوهه کې یې هم غوره اغېزه کړې، په دې ډول علمي څېړنې هم په ټولنیزو پوهنو او هم تجربی علومو (طبیعی علومو) کې خپل ارزښت زیات کړی په علمي تحقیق کې احصائیوي تیوري او مېتودونه بنسټیز رول لري، له بلې خوا سره له دې چې د علومو په لوی ډگر کې د ډیفرنسیاسیون (Differentiation) او انټیگراسیون (Integeration) پروسې په ژوره توگه څه بېلوالی او څه گډوالی او تړونونه راپېښ کړي، خو په دې ټوله اوږده پروسه او چلند بېلگه کې د احصائیې د مېتودونو اهمیت په خپل ځای دی. د احصائیې رول او اهمیت نه یوازې په ټولنیزو علومو، بلکې ساینسي یا طبیعي علومو کې هم جوت دی؛ ښکاره خبره ده چې ټولې ښکارندې د مقیاسونو او د کمي او کیفی خصوصیاتو د وحدت لرونکي دي، د یوې ښکارندې کیفیت څرنگوالی هغه وخت ښه روښانه کېدای شي، چې په کمي درجو او اندازو د افادې، سنجش او اړانې وړ وي، انسانانو نن ورځ د هر څه لپاره مقیاسات، اندازې، درجې، وزنونه او د محاسبې معیارونه ټاکلي، چې دا ټول په اعدادو او ارقامو اندازه کېږي او د ژوند د چاپېریال ټول کیفی او کمي بدلونونه او تحولات په ارقامو او اعدادو ښودل کېږي. په علمي څېړنو کې د دغو عددونو، وزنونو، مقیاسونو، تحولاتو او درجو د راټولولو، تنظیم لندیز، تحلیل او تفسیر لپاره احصائیې ته اړیو. په عددي ډول سره احصائیې د چاپېریال څخه د اعدادو راټولولو او ثبت، هغه تحلیل او څېړي، ان دا چې له هغو څخه د آینه لپاره پېښ بیني گانې ترسره کوي

## نومری خبرگی عمومیات

### ۱-۱ - احصایه اصطلاح او تعریف

احصایه یوه عربي کلمه ده، چې له (احصاء) څخه اخیستل شوې ده او مانا یې شمېرل او گڼل دي. په دري ژبه کې (شمردن) او (امار گرفتن) ددې مترادف ده، په انگلیسي کې (Statistics) بلل کېږي، چې له لاتیني Status لغت څخه یې منشاء اخیستې ده، چې د دولت لپاره د ضرورت وړ او د ټولني په اړه د لازمه ارقامو او معلوماتو په مانا وه، د بېلگې په ډول د نفوسو او پوځي ځواک شمېر او اندازه، د مالیاتو د ټولو ارقام او داسې نور. خو اوس دغه اصطلاح بېلابېل مفاهیم لري. له دې امله چې د عادي انسانانو پخواني فعالیتونه ډیر محدود وو او ارقام ټولول او ثبتول یواځې د دولت کارو، نو ځکه ورته (status) شول، یعنې دولت یا د دولت چارو.

نن ورځ هم په انگلیسي ژبه کې State دولت ته ویل کېږي (سره له دې چې نورې ماناگانې هم لري، لکه ایالت، وضع، حالت، شرط او بیانونل)، خو د تسمیې وجه یې هماغه ده، چې لرغونو زمانو کې صرف دولت له ارقامو او اعدادو، شمېر او شمېرلو سره سروکار درلود او بس.

د تاریخ په شهادت کله چې لومړني دولتونه د ملوک الطوائفي په بڼه رامنځته شول، دوی اړ وو چې د مالیو ټولولو، د خپلو جنګي افرادو، آسونو، استخدام او نورو چارو لپاره ارقام په لاس کې ولري. په دې ډول شمېر ټولونه او احصایه یوازې د دولت کارو، نو ځکه خلکو ورته Status نومونه موجه بلله، یعنې هغه کار چې دولت ورته ضرورت لري، نو له هغه راهیسې دا اصطلاح په Statistics بدله او نن یې هم موږ استعمالوو.

د احصایې لپاره بېلابېل تعریفونه شوي، چې د ټولو محتوا تقریباً سره ورته او مشابه ده. په ساده او معمولي مفهوم سره احصایه د ارقامو او شمېرنو هرې هغې مجموعې ته ویل کېږي، چې د چاپېریال او پنځ یا د انسانانو ټولنیزو اقتصادي، سیاسي او نورو فعالیتونو او ښکارندو په اړه وي. د پنځ او چاپېریال په برخه کې د اورښت، تودوخې د درجې، د یوې ونې د پانو، د بوټو د ودې د اندازې بېلگې او د ټولنیزو فعالیتونو په برخه کې د یو هېواد د وزگارو او په کار بوختو وګړو شمېر، د کالني سړي سرګټې، د سواد د سلوالي، د ناروغیو اندازې، واردات او صادرات او نورو ارقامو او شمېرنو بېلگې ذکر کولای شو، چې د همدې ډول شمېرنو مجموعې ته احصایه وایو، خو په یو مشخص مفهوم سره احصایه هغه شمېرنې دي، چې د نورو شمېرنو څخه استازیتوب وکولای شي، یعنې د نمونې په توګه غوره شي او څه کيفي څرګندونې

خپل چاپېریال (د ځمکې د مخ او اتموسفیر) بیولوژیکي سیستم د ګڼ شمېر پېچلو غیر بیولوژیکي عواملو او شرایطو (ځینې وخت دغه عوامل او شرایط سره متضاد هم وي) په اړه د ژوند او خپلې بقا په خاطر منابع استفاده لاندې راولي. له خپل چاپېریال سره خپلې اړیکې تنظیموي او قوانین یې په خپله ګټه کاروي.

طبیعی علوم او د څاروی، روزنې او وترنري علوم د ګڼ شمېر طبیعي پدیدو، ارقامو، مقیاسونو او اوزانو سره سروکار پیدا کوي، د همدې منظور په خاطر د علومو د ډیفرنسیاسیون پروسې په لټ کې د عمومي احصائیوي تیورۍ تر څنګ چې تشریحی احصایه ده، بله برخه یې داستنباطی احصایې په نوم هم یادولای شو، چې په ټاکلو مېتودونو په زراعت کې د ارقامو د کمي تحلیل، تنظیم، لنډیز او طبقه بندۍ څخه کيفي پایلې ترلاسه کوي او د هغې له مخې اړوند سنجشونه او نتیجې په لاس راګوي، نو ځکه احصایه په ساینسي پوهنو کې ټولې ښکارندې د ارقامو او شمېر په ژبه راته څرګندوي.

یقیناً چې دا ډېره ابتدايي شېبه او طرزو، په دې ډول ابتدايي او خالص معلومات او شمېرنې د دولتونو له خوا ترسره کېدل، خو د ټولنو له پرمختګ سره سم او د ټولنيزو نورو چارو د پرمختيا سره په موازي ډول احصايې هم پرمختګ وکړ، مثلاً په روم کې د سيرويوس توليوس له زمانې وروسته د قانون سره سم وګر شمېرنه هر پېنځه کاله وروسته ترسره کېدله، دغه روش د وسيلان تر وخته دوام درلود، البته غلامان دغه سرشمېرنه کې نه حسابېدل، بلکې اصیل وګرې نفوس کې شمېرل کېدل. په منځنيو پېړيو کې دغې بڼې بدلون وموند او د نفوسو په هکله او ان د هغو د اجتماعي خصوصياتو د ثبت په هکله بېلابېلې شمېرنې پيل شوې.

دغو شمېرنو هغه وخت صرف تشریحي بڼه لرله، مثلاً په پاریس کې له ۱۳۰۰-۱۲۹۲م کلونو کې د ځمکو، بشري ځواکونو او مالیه ورکونکو وګړو په هکله دغه ډول تشریحي ارقام په نسبتاً دقیق ډول ثبت او راټولېدل په فرانسه کې د ګمرک مالپور راټولول په ۱۳۲۴م کال کې د هغو د مقدار د ثبت سره یوځای په احصایه او شمېر ثبت کولو کې یو نوی ګام و، همدارنګه په انګلستان کې د درېیم ادوارد د سلطنت په وخت کې (۱۳۱۲-۱۳۷۱) د مالپو ثبت او د مالیه ورکونکو وګړو د شمېر ثبت صورت نیولی، جالبه خبره ده، چې دولتونه په اضطراري حالت کې هم د شمېر او احصایې او د ارقامو څېړنې اهمیت ته متوجه شوي وو، مثلاً د (مارک ګرافن) د جنګ په وخت کې په ۱۴۴۹م کال کې د نورنبرګ په ښار کې د خوراکي موادو د وېش لپاره احصایه راټوله شوه او په ۱۴۷۳م او ۱۴۷۷م کلونو کې په اشتهراسبورګ کې احصایه تطبیق شوه، ان دا چې د کلیساګانو په کتابونو کې د زېږېدنو او مړینو د پېښو ثبت کېدل پیل شول، په فرانسه کې د ۱۴ لويي له وخته یعنی له ۱۲۲۵م کاله راد پخوا دقیقه احصایه پیل شوه، ان دا چې د پنځلسم لويي په وخت کې په فرانسه کې د ماليې وزیر (نیکر) په ۱۸۰۲م کال کې د احصایې لومړنۍ دفتر تاسیس کړ، خو په انګلستان کې په دقیق ډول د احصایې او شمېرنو ثبت چې د مړینو پېښې هم ولري، صرف د ۱۵۳۲م کال څخه راد پخوا پیل شوې، په اولسمه پېړۍ کې په انګلستان کې د بهرنۍ سوداګرۍ احصایې رواج وموند، ورپسې په ۱۷۰۱م کال کې په نیمګړي ډول د نفوسو سرشمېرنه پیل شوه، خو په ۱۸۰۱م کې یې منظم شکل غوره کړ، دا وخت د اروپايي هېوادونو برعلاوه په متحده ایالاتو کې هم احصایې ته پاملرنه وشوه، د بېلګې په ډول د دغه هېواد د اساسي قانون سره سم چې اوس هم اعتبار لري، هر لسو کلونو کې د نفوسو سرشمېرنه صورت نیسي، دا په ۱۷۹۰م کال کې راپیل شوه، په سویډن کې په ۱۷۸۴م کې په ناروي او دنمارک کې په ۱۷۹۰م کال کې او په هالنډ کې په ۱۳۸۰م کال کې احصایوي تحلیلونه او سرشمېرنې رواج شوې. زموږ په ګران افغانستان کې هم لومړنۍ احصایې د دولت پورې اړه لرله او له ډېر پخوا څخه معمول وه، د اریایانو لرغوني مرکز، بخدي کې د هغه وخت پاچایانو ته د خپلو سیمو او قلمرو نفوس

وګرې شي، په دې ډول احصایه د هغو ټولو مېتودونو او لارو-چارو مجموعه ده، چې د مقداري یا کمي ارقامو او معلوماتو د راټولولو، صنف بندۍ، تنظیم، لنډیز او اړانې لپاره کارول کېږي. Yule او Kendall وايي: د ډېرو زیاتو اړتیاوو د ټاکلو لپاره په ټاکلو حدودو کې د کمي ارقامو څېړنې ته احصایه ویلای شو.

پروفیسور باولي وايي: احصایه د تحقیق او څېړنې په برخه کې د دیتاوو او ارقامو عددي تشریح او تفسیر دی او Croxton او Cowden لیکي: احصایه د عددي دیتاوو او شمېرنو راټولول، ښوونه، اړانده، تحلیل او تفسیر دی.

که چېرې د پورته تعریفونو دغه اخري برخه یې لږ څه نوره هم وشنو، نو وایو چې احصایه په لومړي ګام کې اطلاعات (ارقام)، معلومات او مشاهدې راټولوي، همدغه ارقام (Data) خام مواد دي، چې بیا تنظیم کېږي، په لنډیز سره اړانده او داسې په واضح ډول تشریح کېږي، چې د هغو ښوونه، تعبیر او تفسیر اسانه کېږي. په دویم ګام کې احصایه څېړنکي سره مرسته کوي، چې د خپلو څېړنو نتایجو ته وسعت ورکړي، د ارقامو ترمنځ بېلابېلې اړیکې ورته څرګندي او لازم استنباط وکولای شي او د خپلو معلوماتو او اطلاعاتو د تحلیل او تجزیې لپاره احصایوي تیوري او مېتودونه وکاروي. د احصایې سروکار له اعدادو او ارقامو سره دی.

## ۱-۲- د احصایې لنډه تاریخچه:

احصایه د انساني ټولنو د لومړي دولت په اندازه لرغونتوب لري، کله چې مصر، روم او بابل کې لومړني دولتونه په ډېر ابتدايي شکل جوړ شول، دا وخت له میلاد څخه ۳۰۵۰ کاله مخکې کلونه وو، چې دوی په خپلو قلمرونو کې د دولتي چارو د ضرورت له مخې د نفوسو او نورو منابعو په هکله شمېرنې ترسره کولې، داسې شواهد په لاس کې شته چې په چین کې له میلاد څخه ۲۰۰۰ کاله مخکې د نفوسو سرشمېرنه ترسره شوه، له میلاد څخه ۱۰۱۷ کاله مخکې د حضرت داود (ع) په وخت کې د اوسني فلسطین شاوخوا د نفوسو سرشمېرنه وشوه، البته د هغه وخت سرشمېرنه ډېره ابتدايي او ساده بڼه لرله او دنن ورځې د سرشمېرنې په شان نه وه، چې د کاغذ پرمخ یې لیکل، له نژدې مشاهدات ترسره کول، د مخصوصو ډیموګرافیکي فورمو ډکول او بیا په هغو د ځینو ریاضیکي عملیو لکه جمع کول او نوره ترسره کېدل د بېلګې په ډول د پارس پاچا د خپل لښکر د شمېر د معلومولو لپاره امر وکړ چې باید هر سترېږي د یو ټاکلي ځای څخه له تېرېدو وروسته هلته یوه یوه ډېره وغورځوي، وروسته د همدغو ډېرو له مخې د لښکر شمېر څرګندېده.

یاد سکيف پاچا د سکيف د قلمرو د نفوسو د معلومولو لپاره امر وکړ چې هر یو اوسېدونکی باید د خپلې نېزې (پیکان) څوکه راوړي، ددغو له مخې ټول نفوس څرګندېده.

کې د لومړي ځل لپاره د ټول نفوس گڼ خصوصيات د احصايې په کومک وپنودل شول، په المان کې برانډبورگ پروس د احصايې د علم يو مشهور عالم و

کله چې د نولسمې پېړۍ په پای کې د بيالوژي په بېلابېلو څانگو کې خصوصاً په وراثت کې نوي معلومات تر لاسه شول، دې برخه کې گڼ شمېر پوهانو احصايوي مېتودونه وکارول، په ۱۸۵۹م کې چارلز داروین خپل علمي اثر د The Origin of Species عنوان لاندې وليکه، نو په دې کې يې د بېلابېلو جنسونو د تکامل څرنگوالی شرحه کړ، د داروین يو شاگرد Frenchies Galton (۱۸۲۲-۱۹۱۱م) د ژويو او ژونديو اجسامو د بشپړېدو په برخه کې احصايوي مېتودونه وکارول، انگرېزي عالم گالټن د بيولوژي په ډگر کې او فرانسوي عالم کورنوت Courmot د اقتصاد په ډگر کې د لومړي ځل لپاره د احصايې تيوري په پراخه اندازه وکاروله او ډېر مسايل يې په کې شرحه کړل، په دې ډول گالټن د بيوميټري د څانگې د بنسټ ايښودونکي په څېر وپېژندل شو.

Karl Pearson (۱۸۵۷-۱۹۲۷م) هغه عالم و، چې د احصايوي مېتودونو انکشاف ته يې پوره پاملرنه وکړه، د دغې پېړۍ په پيل کې چې په مجموع کې په علومو کې نوي غورځنگ رامنځته شو، نامتو احصايه پوه او عالم Ronald Fisher (۱۸۹۰-۱۹۶۲م) نويو احصايوي روشونو او له هغې جملې د شاخصونو د سنجش په برخه کې ډېر ښه گټور نظريات ورکړل، انگليسي عالم فيشر خصوصاً د کرنيزې احصايې او د علمي تجارو د طرحې په هکله ډېر کار وکړ، خو نورو علماوو د هغه نظريات نورو ټولنيزو علومو کې هم وکارول.

په دې ډول ليدل کېږي چې احصايه د خپلې تاريخي بشپړتيا په سير کې نه يوازې ښه بشپړه شوه، بلکې بېلابېلو ډگرونو کې يې خپل اهميت ثابت کړ او دا چې احصايې د اروا پوهنې څېړنو کې ځان ته لاره پرانيسته، مشهور امريکايي ارواپوه J. M. Cattle James او د هغه شاگرد L. E. Thorn dike د ښوونې او روزنې د اروا پوهنې په ډگر کې د احصايې ډېر مېتودونه وکارول، همدوی په امريکايي پوهنتونو کې د احصايې تدريس پيل کړ، په دې ډول د پورته ذکر شويو پوهانو په هڅه او زيار احصايه شلمې پېړۍ ته داخله شوه او وروسته يې د يوه مستقل دسپلين په توگه په اکاډميکو مراکزو، پوهنتونونو او څېړنيزو موسسو کې ځای وموند، چې مېتودونه يې د راز راز تحليلونو او علمي تحقيقاتو اساس وبلل شول او په هره څانگه کې يعنې له اقتصاد نيولې، بيالوژي، کيميا، طب، ارواپوهنې او کيهاني مطالعاتو پورې وکارول شوه او په کرڼه کې هم خصوصاً کرنيز تحقيق کې ځانگړی اهميت او رول لري، په دې ډول احصايه يو لرغونی علم دی، کوم معلومات چې ارايه کوي، په ځانگړو روشونو يې تحليل او څېړي

څرگندو، وروسته بيا د لويو لويو ښارونو شمېر د عسکري قواوو د ټاکلو لپاره تر سره کېده، خو په معاصر شکل سره د لومړي ځل لپاره د کورنيو چارو د وزارت له خوا په ۱۳۳۱هـ ش کال کې د نفوسو سرشمېرنه د احصايې مرکزي ادارې د احصايوي معاصرو مېتودونو مطابق رسماً پيل شوه، په ۱۳۵۲هـ ش کال کې دغه سيستم نور هم بشپړ شو، چې په ذکرولو پر علاوه اناث هم وشمېرل شول، وروسته په ۱۳۵۸هـ ش کال کې د احصايې مرکزي ادارې د احصايوي معاصرو روشونو سره يوه بشپړه احصايه گيري وکړله، نن ورځ زمونږ د هېواد گڼ شمېر څانگو کې احصايوي مېتودونه مروج دي او احصايوي سيستم فعال دی، په کمپيوټر او ډيجيټال وسايلو سره د دفترونو په سمبالتيا سره نن ورځ هره اداره خپل ډيټا بيس لري، چې د ادارې ټول احصايوي معلومات پکې ثبت وي، يعنې احصايه نن ورځ د علمي ارزښت ترڅنگ د مديريت يو مهارت بلل کېږي.

د احصايې د تاريخچې په مطالعه کې بايد د هغو علماوو او پوهانو نومونه هرو مرو واخلو، چې د دغه علم په برخه کې يې د قدرونو خدمات کړي د تيوريکي او سيستماتيکي احصايې پرمختيا اساساً د رياضي علومو په برخه کې د پېشرفت له امله واقع شوې، د لومړي ځل لپاره په لرغوني يونان کې د فيثاغورث له خوا د وسطي حد او اوسط سنجش ترسره شو. Geronimo Cardona (۱۵۰۱ څخه تر ۱۵۷۰م)، Blais Pascal (۱۶۲۳-۱۶۶۲م) هغه لومړني رياضي پوهان وو، چې دوی د احصايې په برخه کې د احتمالاتو په تيوري کار وکړ، په وار سره Pierre Fermat (۱۶۰۱-۱۶۵۵م) ځينې نوي احصايوي قواعد وپنودل، خو په ځانگړي ډول Bernoulli (۱۷۰۰-۱۷۸۲م) ځينې نوي احصايوي قواعد وپنودل، خو په ځانگړي ډول B.Demoivre (۱۶۶۷-۱۷۵۴م) کې د طبيعي منحني معادله کشف کړه او دا يې په بشپړ ډول شرحه کړ، همدارنگه Carl Guss (۱۷۷۵-۱۸۷۴م) کې بلجيمي نامتو عالم Adlof Quetelet (۱۷۹۲-۱۸۵۵م) علمي تحقيق (Research) کې د احصايې مېتودونه وکارول ادولف کيويت لیت په گڼ نفوس کې د اوسط تيوري ته انکشاف ورکړ او له اوسط څخه انحراف په سنجش کې يې د ښووبېدنې (Error) او خطا د اندازې د معلومولو تيوري شرحه کړه، کيويت لیت د معاصرې احصايې بنسټ ايښودونکی بلل کېږي. مشهور نجوم پوه لاپلاس (۱۷۴۹-۱۸۲۸م) د لمرين نظام او گڼ شمېر ستورو په هکله نجومی شمېرنې، د احتمالاتو په تيوري تشرېح او احصايې قوانين يې په بريالي ډول تطبيق کړل، په احصايه کې سياستوالو هم خپله دنده ترسره کړې، مثلاً په المان کې د کورفرست فيدرش ويليم (۱۷۲۰-۱۲۸۸م) په امر د ټولني ډگرو عامه ناست برابر شو، د هغه په امر د نفوسو بېلابېل خصوصيات د احصايو مېتودونو مطابق وسنجول شول او په ۱۷۱۹م

خرگندوي، چې دلته موبدا پیدا کولای شو، چې ایا د کومو اړیکو او امکان څخه باید کار واخلو او کوم یې رفع او دفع شی، کوم ارتباطات په کومو مېتودونو پراخه شي او د احصایېو تیوري او مېتودونو له مخې غلط او صحیح یو له بله بېلولای شو، په دې ډول د ځمکې او له هغې څخه د بهر د پراخ اتوموسفیر او ان دا چې د کیهان له اجزاوو، ځانگړنو او نورو څخه خبرېږو او په لاس کې موجودو وسایلو سره سم هغه د ځان په گټه استعمالوو. خصوصاً د احصایې اهمیت په ریسرچ کې ډېر زیات دي دا ځکه چې د معاصرو علومو یوه ځانگړنه همدا ده، چې په هغو کې تحلیل، د ارقامو ارزښت یې او شمېرنه یو جوت ځای لري، ارقام په څېرنه کې دا دنده لري، چې په ټولو پروسو کې کمي درجه بندي رامنځته کړي او د مفاهیمو په یوې مجموعې سره (تابع، تعدد، گروپ، وسط، لور حد، ټیټ حد، له کل څخه د جز په ډول د نمونې یا سمپل غوره کول او نور) د هغو له ټول وسعت څخه یو مجرد استنباط په لاس را کړي او برعکس له محدودو شمېرنو (نمونې، صنف، مود...) څخه له جزه څخه د کل په لور د استقرایي روش یوې پایلې ته ورسېږو، د ارقامو په اړایې سره د یوې پېښې شرح کاملاً منطقي بڼه نیسي، ځکه کله چې په صحیح او دقیقو ارقامو یوه پدیده اثبات شي، نو طبیعاً له غلطې خالي وي، د احصایې بل اهمیت دا دی چې اسیا، پدیدې، پروسې او بېلابېلې متقابلې اغیزې نه یوازې په اعدادو شرحه کوي، بلکې هغه په بېلابېلو نورو شکلونو لکه مودلونو، قالبونو، توابع، گرافونو سمبولونو، جدول او نورو باندې هم راته ښيي، په داسې حال کې چې خپل دغه کیفی والي سره کمي خصوصیت محفوظ ساتي، همدا روش د علمي تحقیق بنسټ جوړوي او دا رښتیا او د شرحي غوره بڼه گڼل کېږي، چې نه جبران کېدونکي ارزښتونه لکه وخت، ځای، مالي لگښت او نور هم تر ممکنه حده ژغوري.

د کرنې او مالدارۍ په ساحه کې د ریسرچ د ترسره کولو، د فارمونو ځمکو د تولیداتو د څارویو د صحت د شاخصونو، د ونو-بوټو او څارویو د نمويي دورې په جریان کې د سلسلو د توضیح، د کرنیو بېلابېلو متحولینو او توابعو ترمنځ د رابطې د تشریح او نورو لپاره احصایوي تیوري او مېتودونه د مهمې وسیلې حیثیت لري، په کرڼه کې احصایه ته یوازې د محاسبوي او تخنیکي ارقامو د تحلیل لپاره بلکې د علمي تجارو د طرحې په برخه کې هم د خورا اهمیت وړ ده.

#### ۱، ۴- احصایه او د علومو نورې بېلابېلې څانگې

په اوس مهال کې د علومو په هر ډگر کې کمي او کیفی مشخصات د معینو اوزانو په ذریعه ټاکل کېږي احصایې د علومو په برخه کې مربوط کمی مشخصات وورسته له تنظیمولو خلاصه کوي، هغوی کې نظم ایجاد او په لنډ ډول یې ارایه کوي او د پام وړ کیفی پایله ورڅخه په لاس راوړي او په دې ډول ټوله علمي پروسه او چلند بېلگه کې نظم، تسلسل او په ښه ډول د یوې

#### ۱، ۳- د احصایې اهمیت:

په نني عصر کې د بشري جوامعو په ژوند کې ټول کیفی او کمي تحولات په ارقامو ارایه کېږي او هغو ته بېلابېل مقیاسونه او اندازې وضع شوي دي، د علومو په پرمختگ، د بشري پوهې په زیاتوالي او د تولیدي او ټولنیزو فعالیتونو د ډگر په بیساري پراختیا سره نویو او پراخو ساحو ته د علومو په لار پراخېدو سره، ارقام د مقدار له پلوه ډېر پیچلي شول او د هغو ترمنځ اړیکې کرکېچنې شوې، چې د دغو اړیکو تحلیل، لنډیز او شرحه کولو ته کلکه اړتیا موجوده ده.

په طبابت، بیولوژي، کیمیا، میټرولوژي، صنعت، کرڼه، ایستراتوژي فزیک او نورو گڼ شمېر څانگو کې مونږ اړیو، چې کتلوي مشاهدات، پلټنې، تحلیلونه او نور د استقراء په روش د مطالبو حل، پېښیني گانو او نورو ته لاس وغځوو، له همدې امله د بېلابېلو څانگو احصایې لکه اداري احصایه، اقتصادي احصایه، د ټولنیزو ډگرونو، د ښوونې او روزنې او اروا پوهنې، د کرنې، د سوداګرۍ او نورو برخو کې احصایې رامنځته شوې او احصایه په همدغو برخو ووېشل شوې، په دغو ټولو ډگرونو کې د علمي تحقیق او څېړنې ارزښت ورڅخه په ورځ زیات شوی، له بلې خوا د علومو په برخه کې پرمختیا، د اقتصادي پرمختیا سره ښخ په ښخه اړیکې لري، نو بشر وکولای شول د علومو او تجربې پوهې (Science) څخه په استفادې د اقتصادي او اجتماعي پرمختیا لورو مدارجو ته ورسېږي او احصایه زمونږ د ټولنیز او طبیعي چاپېریال حقایق، ارقام او د اجتماعي پرمختیا واقعیتونه په خپلو خاصو روشونو تحلیل، ارایه او تجزیه کوي او هغه د ضرورت وړ معلومات مونږ ته تنظیم او برابروي، چې له هغو څخه مونږ استنباط، استقراء او پېښیني کولای شو او ان دا چې مونږ ته د ښویدنې په سوچ د دقت او عدم دقت تفهیم او تخلیص هم کوي او مونږ د همدې مقاصدو له پاره ارقامو او د هغو تحلیل ته اړیو.

د لارډ کیلون (Lord Kelvin) له نظره د زمونږ معلومات تر هغه وخت کافي او د منلو وړ نه دي، ترڅو چې هغه د احصایوي اثباتونو په واسطه تائید او ثقه شوي نه وي، دی وايي کله چې مونږ د یو څه په هکله خبرې کوو، نو هغه یوازې هغه وخت ښه اظهارولای شو، چې د هغو د مقیاسونو او شمېرنو په هکله وپوهېږو او د هغو ارقامو په واسطه یې وښیو چې پرې واقف یو، پرته له هغه مو معلومات کم دي او دا غیر رضایت بخښونکي او ناکافي حالت دی.

طبعاً په علمي مسایلو کې احصایه ډېر زیات داسې امکانات چمتو کوي، چې د هغه مهم یې دا دي چې د گڼ شمېر ښکاروندو ترمنځ او د بېلابېلو واقعیتونو په لړ کې اصلي اړیکې، د اړیکو علت د یو شمېر حادثو او تظاهراتو ترمنځ روابط او یو پر بل د هغو اغیزې، د هغو د موجوده حال د انکشاف او نورو مسایلو په اړه په ډېرو ښو توضیحاتو او امکاناتو پوهېږو او داراته

همدارنگه د رویی د روش د ټاکلو لپاره موډار یو په کوچني گروپ (نمونه) کې تجارب وکړو او هغه بیا په لویو گروپونو (ټول نفوس) تطبیق کړو، په دې ډول نه یوازې د علومو طبیعي څانگو کې بلکې ټولنیزو څانگو کې هم د احصایې رول ډېر زیات دی. په کیمیا کې د کیمیاوي تعاملاتو، ارجاعی پدیدو او نورو اړیکې په احصایوي مېتودونو حل او فصل کېږي، دغه راز احصایه له بیولوژي سره ډېرې نژدې اړیکې لري او د بیولوژي د تیوریو په پرمختیا کې یې ډېره ونډه اخیستې ده، گالتون (۱۸۲۹-۱۹۱۱م) د داروین لمسی، بیولوژیکي بدلونونه او تبدلات د احصایوي مېتودونو په رڼا کې مطالعه کړل او د همدې منظور لپاره یې یو د بایومتری لابراتوار پرانیست. د پروفیسر کارل پیرسن په وینا د ارثي خواصو لېږد بدل او تخمه رېزي د احصایې مېتودونو په بنسټ ولاړه ده، د منډل تیوري گانې نسیي چې د ځانگړي گروپ خصوصیات او د هغو ترمنځ اړیکې په جنټیک کې د احصایوي مېتودو په وسیله پېژندل کېږي. په بیالوژیکي تجاریو کې د ورینس د تحلیل او نمونه گیری مېتودونه ډېر اهمیت وړ دي. په طب کې له ۱۷ می زېږدیزې پېړۍ راهیسي حیاتي پېښې او د انساني مزاج حوادث په احصایوي تحلیلونو روښانه کېږي، په دې ډول گورو چې احصایه د علومو په ډگر کې کوم تجریدي مضمون نه دی، بلکې گڼ شمېر علومو سره متداخل خصوصیات لري.

### ۱، ۵- د ځینو مشایبو علومو سره د احصایې توپیر

په سطحی نظر او عام مفهوم سره په ډېرو څانگو داسې گومان کېدای شي چې له احصایې سره هېڅ فرق نه لري، په تېره بیا کله چې مونږ د احصایې په لنډه تاریخچه کې وکتل، چې د نفوسو شمېرنه او د ارقامو ټولول مو احصایه وگڼله، خو د وخت په تېرېدو بعضو څانگو مستقله پرمختیا ومونده او سره بېلې شوې، یعنې نن ورځ هغه څانگه چې د نفوسو تحلیل او د نفوسو امارو او ځانگړنو سره سر او کار لري، هغې ته ډیموگرافي وايي، نو ځکه ډیموگرافي د احصایې سره اساساً فرق لري، هېڅ شک نشته چې په سرشمېرنه او د نفوسو<sup>(۱)</sup> تحلیل کې احصایوي تیوري او مېتودونه بنسټیز ارزښت لري، خو د خپل هدف او د مطالعې د ډگر له مخې باید

(\*) په خپله د نفوس اصطلاح (Population) هم د احصایې او ډیموگرافي له نظره فرق کوي، د ډیموگرافي په څانگه کې نفوس یو عادي مفهوم دی او د هغو شمېر وگړو څخه عبارت دی، چې یو معین وخت کې، یوه خاص جغرافیوي قلمرو کې ژوند کوي، لکه د افغانستان نفوس، د ډهلي نفوس، د غور نفوس او نور... اما په احصایه کې د نفوس اصطلاح عام مفهوم لري او ټولو هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې له مطالعې او څېړنې لاندې وي او د مطالعې لپاره راټول شوي وي، دې کې د بوټو، څارویو، حشراتو، د حرارت درجه او نور ټول ارقام راځي. احصایوي جمعیت دوه ډوله دی، یو یې محدود نفوس یا جمعیت (Finite)، مثلاً د کابل د یغمان د منو حاصلات او بل یې یې نهایت نفوس یا جمعیت (Infinite)، مثلاً په منو کې (چې ممکن یوازې د کابل د یغمان یا ټول افغانستان او ان د ټولې دنیا منې په بر کې ونیسي) د پخېدو د وخت منجش، په هغو کزد و سپني مقدار او نور مثالونه

منطقي پایلې افاده ممکنه کوي. په دې ډول گورو چې علوم، خصوصاً احصایه انتزاعي او مطلقه څانگه نه ده، بلکې دوی زیات شمېر مواردو کې یو بل سره شریکه او متداخله ساحه لري، مثلاً د اقتصاد په برخه کې ټول د اقتصادي پېشرفت شاخصونه، د تولید، عرضي او تقاضا قیمت او نورو ارقامو ترسره کېدل د احصایې په واسطه اجرا کېږي، د پلان جوړونې پېش بینی شوي او حقیقي تطبیق شوي اجزایو د احصایوي مېتودونو په واسطه څرگندېږي، د اړتیاوو او بېلابېلو زېرمو ترمنځ روابط، د تولید او توزیع ترمنځ روابط، د تولیدي پروسو ترمنځ روابط او نور د احصایې په واسطه حل کېږي. په نجوم او استرانونمي کې، په کیهاني څېړنو کې د (Astronomy) د ساحې د لرې واټن لرونکو رقمونو او فواصلو د ارزښایي او پېچلو ارقامو سره د صفرونو شمېر ترډولسو او له هغه هم زیات وي، کله چې دومره اعداد محاسبه کوو، نو احصایوي روشونو ته اړ کېږو چې هغه بسیط شي او ښه تنظیم شي، ان دا چې (Least squares) مېتودونه د لومړي ځل لپاره یوه استرانونمي عالم کشف کړي او د سیارو د حرکت څخه ارقام یې چن کړل او د څو څو مشاهدو څخه یې هغه نتایج وموندل او د استرانونمي په برخه کې یې د نورمال خط تخنیک وکاراوه، په نجومو کې د ځمکې څخه د نورو ستورو د فاصلې معلومول په احصایوي لارو او طریقو ممکن شول. په میټرولوژي کې احصایوي مېتودونو په پارومتریک، فشار سنجولو، د هوا رطوبت سنجولو، د براسونو سلوالی د ښودلو او په دې ډگر کې د ارقامو د ترند د مطالعې لپاره کارول او استعمالېږي. په کره، وترنزی او طب کې ټولې حیاتي پروسې، د نمو په جریان کې کمې بدلونونه، خاصتا د بیوسټاټیسټک د څانگې کار دی، ان دا چې د ورینس سنجش د یوه مهم مېتود په ډول او د زمانې سلسلو د تحلیل مېتودونه په حیاتي پدیدو کې چې نموی یا وده ییزه بڼه لري او ارقام مستقیماً د وخت تابع وي، زښت زیات اهمیت لري، د حیه اجسامو کمې او کیفی بدلونونه او په هغو کې د ټاکلو عواملو اغیزې او د هر عامل رول او د هغو د هر یوه فرق او مستقیم اثر موندل د احصایې په کمک اجرا کېږي. د تجربی علومو په ډگر کې ټولې علمي تجربې د خطي پروگرامونو په واسطه حل کېږي. لنډه دا چې په ساینسی پوهنو کې مطالعه د احصایې له تطبیق پرته پرمخ نه شي تلای. احصایه په اروا پوهنه او سلو کې علومو کې ځانگړی اهمیت لري، ځکه رفتاري سلوک او کره وړه په یوه وگړي کې د داسې مطالعې غوښتنه کوي، چې پرته د مقداري نتایجو له تحلیل څخه پرمخ نه شي، اکثره مهارتونه په ښوونه او روزنه کې په مقداري ډول ارزښایي کېږي. د هرې برخې نمړې په حسابي اوسط سنجول کېږي، د زده کوونکي د هوش ازمايل په یوه ځانگړي څانگه کې د همبستگۍ د ضریب په واسطه ممکنه ده، د سلوکی ازموینو د پایلو ثقه والی د احصایوي مېتودونو په واسطه ممکن کېږي.

تشریحی احصایه، د احصایې هغه برخه ده، چې د عددی ارقامو مهم خصوصیات او بڼې د ټاکلو مفاهیمو او مېتودونو په واسطه شرحه او په لنډیز سره راښيي. په دغې برخې کې عموماً د احصایې توصیفی روشونه Descriptive methods لکه د ارقامو صنف بندي، گرافونه، د ارقامو د دفعاتو څرگندول، مود، میانه، اوسط او شاخصونه کارول کېږي په بله وینا: تشریحی احصایه د عددی او گرافیکي مېتودونو په استعمال سره د ارقامو د سیټ څخه داسې انځور پیدا کوي چې د ارقامو په سیټ کې موجوده معلومات دهغی په واسطه ښه واضح او په ښه توگه ارایه شي.

همدارنگه استنباطی احصایه داسې هم تشریح کولای شو: د ارقامو د یو لوی سیټ لپاره د ارقامو د نمونې څخه په استفادې د تخمین کولو، تصمیم نیولو، پېشگویی او نورو نتیجه گیریو په خاطر د ځانگړو روشونو په کارول او له هغو څخه یوه روښانه نتیجه اخیستل دی. په راتلونکي برخه کې به په دواړو تشریحی او استنباطی احصایو بحث وکړو.

استنباطی احصایه د ارقامو د یوې گڼې مجموعې (نفوس یا Population) د خصوصیاتو د استنباط د ترلاسه کولو لپاره ځینی چارې، چلند، بېلگې او پروسیجرونه دي، چې د ټولو ارقامو څخه د نمونې (Sample) په ډول خلص معلومات په لاس ورکوي. په دې برخه کې احتمالات، د احصایوي فرضیو آزمایشت، د نفوسو پارامتر<sup>(\*)</sup> او نور راځي چې دغه برخه کې عموماً د احصایې ارتباطی روشونه (Correlation methods) لکه د پیوستون ضریب یا Correlational Coefficient، د خطایا ښوېدنې موندل او نور او همدارنگه استنباطی روشونه (Inferential Methods) راځي.

به استنباطی روشونو کې هره هغه نتیجه چې د نمونې یا کوچنی شمېر ارقامو څخه په لاس راځي او بیا هغه په ټول نفوس یا په گڼو ارقامو تطبیق او تعمیم کوو ټول همدې کې راځي، چې دا بیا د محقق او څېړونکي یا مطالعه کوونکي هدف او د کار ساحې پورې اړه لري، چې ایا ده د کوم مقصد لپاره کومه نمونه غوره کړې او غواړي د نمونې د کوم خصوصیت له مخې په ټولو راتولو شویو ارقامو حکم وکړي.

#### د استنباطی احصایې پینځه عناصر:

۱. په نظر کې نیول شوي ارقام یا مشاهدات.
۲. یو یا څو متحول (په مشاهداتو کې د شاملو واحداتو خصوصیت) کوم چې د څیړلو په موخه انتخابېږي.

(\*) د گڼ شمېر اعدادو یا نفوس مشخصات چې د نمونې اخیستو یا نورو مېتودونو په واسطه اټکل کېږي او ښودل کېږي د Parameter په نوم یادېږي.

هیڅکله احصایې سره اشتباه نه شي، دغه توپیر او فرق د دموگرافي له پېژندنې څخه په جوت ډول پېژندلای شو، علماً دیموگرافي په لنډ ډول داسې تعریفوي: دیموگرافي په محدود مفهوم سره، د نفوس د ترکیب، وېش، اندازې او بدلونونو سره تماس نیسي او په پراخ مفهوم د نفوسو عام څرنگوالی لکه سن، قومیت، شغل، اسکان او نور خصوصیات لکه عمر، مدني حالت او نور ثبت او شرحه کوي.

همدارنگه ریاضي هم د اعدادو او ارقامو سره سروکار لري، خو باید په یاد ولرو چې د ریاضي منطق، د ارقامو د محاسبو اجرا ده، نه د ځینو واقعیتونو تحلیل، تنظیم او ارایه یقیناً د احصایې علما وایي چې احصایه د ریاضي د علم تطبیقي ډگر دی، مگر ریاضي د خپل هدف له مخې له احصایې سره ډېر فرق لري، چې هغه د شمېرلو استعداد، د مسایلو په حل کې منطقي تفکر او په خاصو روشونو په مجرد ډول د اعدادو محاسبات ترسره کول دي.

د علمي تجاریو طرحه هم ظاهراً د احصایې سره مشابه ښکاري، حال دا چې د علمي تجاریو طرحه داسې یوه کړنلاره ده او د عملي پلټنو یوه مجموعه ده، چې یوه فرضیه ثابتې یا رد شي، د څو متحولو ترمنځ فرض شوي روابط ثابت او روښانه شي او په نهایت کې د هغو ټولو مراحلو، چلند بېلگو او موخو یوه اډانه ده، چې څېړونکي یې په پام کې لري، په بل عبارت د علمي تجاریو طرحه هغه کتنې او آزمایشونه دي، چې په هغو سره څېړونکي په فرضي ډول د یو وضعیت او د تصوراتو او واقعیتونو ترمنځ اړیکې او ارتباط وښيي، یقیناً دې کې احصایوي مېتودونه لکه مشاهدات او د هغو ثبت او راتولول، د هغو منطقي صف بندي او بیا په واضحه او لنډ ډول او په قناعت بخش ډول (د جدول او گرافونو په واسطه) د هغو ارایه په دې کې اساسي رول لري، خو دلته د احصایې مېتودونه او تیوري هیڅکله د تجاریو د طرح سره یو شان نه دي. همدارنگه حسابداري چې نن ورځ په اکثره هېوادونو کې د انستیتیوت په سطحه مستقل دسپلین دی، صرف د محاسبوي امارو د فن څخه عبارت ده، حسابداري د احصایې پېچلو مېتودونو او څو څو طریقو سره کار نه لري، بلکې د یوه فن په سطحه باتې کېږي.

په دې ډول سره له دې چې زرگونه کاله وړاندې هره شمېرنه، امار او عدد ټولو ته او د ارقامو جمع آوري به چې پخوا د دولت له خوا د ځانگړیو موخو او اړتیاوو لپاره ترسره کېده، احصایه بلل کېده، خو د علومو په ځانگړو څانگو کېدو (Differentiation) سره او د همدې پروسې په لړ کې احصایه له مشابهو څانگو څخه تمایز وموند او ځانگړی تعریف ورته غوره شو.

#### ۱، ۲- د احصایې دوه برخې

احصایه د یوې موضوع او مشخص مضمون باوجود باید په دوو برخو یعنی تشریحی احصایې (Descriptive Statistics) او استنباطی احصایې Inferential Statics باندي ووېشو.



واسطه د یوه تېروخت په مقایسه د هغو د بدلون فېصدی اراشه کوي، دلته گورو چې ارقام د احصایېوې تحلیل لپاره ثبت او راټول شوی دی، دغه ډول ارقام د احصایېوې ارقامو په نوم یادولای شو.

اوس له پورته توضیحاتو او مثالونو څخه څرگنده شوه، چې د احصایې او ارقامو ترمنځ توپیر شته، یا په بل عبارت هغه ارقام چې راټولېږي د خپل هدف له مخې سره توپیر لري، ځینې وخت ارقام صرف د یوه واقعیت په توګه یاداشت کېږي، ثبت او بیا خپرېږي، خو ځینې وخت د یوه خاص هدف د وضاحت او ټاکلې موخې او د یوه تحلیل د ترسره کولو لپاره، نو ځکه موږ امار، ارقام او ثبت شوي شمېرنې په درېیو ډولونو وېشلای شو: تخنیکي، محاسبي او احصایېوې ارقام.

تخنیکي ارقام صرف د هغو پېښو، مسایلو، تخنیکي اسبابو، تولیدي موادو او نورو حوادثو ارقام دي، چې معمولاً تخنیک او ټکنالوژي پورې اړه لري د پیلګی په توګه د میکروسکوپونو، امبولانسونو، چېرک ټونو، جنراتور یا نور ټولو تخنیکي وسایلو یاداشت کول، د روغتون د شتمنی ثبتول، د اسبابونو جمع اوقید په ادارې پرسونل پورې یا مثلاً یوه فارم کې د موجودو ټراکتورونو، شاوولونو، گربورونو، کمباین، تخم پاش، محلول پاش او د هغو د ملحقاتو یاداشت چې د فارم د شتمنی په توګه ثبت دي، یا د غواگانو د روزنې د یوه فارم د ټکنالوژیکي وسایلو او تجهیزاتو کار او د هغو د تخنیکي استفادې څرنگوالی او داسې نور چې دا ارقام تخنیکي مربوطه راجسترونو او اسنادو کې لیکل شوي وي.

محاسبي ارقام هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې د حسابدارۍ، مزد او حق الزحمې او نورو فعالیتونو اسنادو کې لیکل کېږي، یا د مادي او پولي لګښتونو عوایدو یا د تولیداتو د څرخلاو او نور ارقام چې دا ټول په پای کې جمع کېږي، مجموعي مصارف، مجموعي عواید، خالص عواید، یا د هر نفر د کار د وخت له مخې د هغه د مزد او معاش اندازه او داسې نور محاسبات وړ څخه څرگندېږي، خو احصایېوې ارقام لکه چې وویل شول، د تحلیلي هدف لپاره، د لنډیز، تنظیم او په اسانه ډول د هغو د شرحې او له هغو څخه د یوې نتیجې د استنباط لپاره ترسره کېږي، خو باید ووايو چې ددغو درېیو وارو ارقامو ترمنځ ارتباط او هماهنگي شته او احصایه له دغو ټولو استفاده کولای شي، مثلاً کېدای شي تخنیکي ارقام راټول شوي وي، د محاسبي او حسابدارۍ څانګه هماغه ارقام ځانته د محاسبو لپاره وکاروي، بیا وروسته د احصایې څانګه له هغو د خپل مقصد سره سم تحلیل ورباندې ترسره کړي، لنډه دا چې ارقام د احصایې لپاره اساس او بنسټ جوړوي او پرته له ارقامو احصایېوې فعالیتونه یې اثره وي.

د عامه خدماتو په سکتور کې موږ د ګڼ شمېر طبیعي، اقتصادي، ټولنيزو او نورو حوادثو او ارقامو سره سروکار لرو، مثلاً د لمر تودوخه، د اورښت اندازه، د خاورې PH، د یوه فارم د

۳. د چمتو شویو ارقامو یا مشاهداتو د واحداتو څخه جوړه شوي نمونه.

۴. په نمونه کې د موجودو معلوماتو په بنا د نفوس په اړوند نتیجه گیری.

۵. د نتیجه گیری (استنباط) په خاطر د اطمینان د درجې سنجش، خو د تشریحي احصایې عنصر صرف د ارقامو او اعدادو هغه مجموعه ده چې د هغو کمي خصوصیات غواړو تشریح کړو.

### ۱.۷- احصایه، ارقام او د هغو اړیکې

تراوسه پورې موږ همېشه د احصایې له مفهوم سره جوخت په مترادف ډول ارقام ذکر کړي او ممکن داسې تصور وشي چې احصایه یعنې مطلقاً اعداد او ارقام، حال دا چې یو څو زور مطالب د توضیح وړ دي ارقام او اعداد (Data) د احصایې یا احصایېوې تحلیلونو لپاره صرف خام مواد دي، صرفاً د ارقامو یا اعدادو یوه سلسله او مجموعه هیڅکله بشپړه احصایه نه ده، که څه هم ممکن موږ ورځینو زیات شمېر مسایلو کې د ارقامو یوه مجموعه یا د اعدادو یو سیټ د احصایې په توګه وګڼو، خو دا علمي بنسټ نه لري، بلکې دلته باید کیفیتاً اعداد او احصایه تفکیک شي.

ممکن د چاپېریال د طبیعي پېښو، ټولنيزو مسایلو، د تولید، بشوونې او روزنې، معایناتو، دواکسین تطبیق، دامپولونو شمیر، محصولات، لګښت او داسې نورو مسایلو په برخه کې ارقام په اسنادو کې درج شي او یا هم اصلاح درج نه شي او همداسې بې ثبت او قید پاتې شي، مثلاً یو روغتون د خپلو ناروغانو ټول ریکارډ ثبتوي، دانسان د عمر او وزن دواړو زیاتیدل او دهغو ثبت د ارقامو په واسطه، ددرملو د ټاکلې ډوز د اغیز ثبت او بنودل د ارقامو په واسطه، په اوسط ډول د ناروغیو د شیعوع اندازه ثبتول، یا هم د تولید او څرخلاو یوه اقتصادي عملیه په هېڅ یوه سند کې ثبت نه شي، نو دغه پدیده یې اثره پاتې کېږي، خو که یوه فارم د یوې اونۍ په جریان کې ۲۰۰۰ دانې هګۍ تولید کړي او هغه یې مغازه کې خلکو ته عرضه کړي چې د تولید او اقتصادي عملیې دغه ارقام د تولید او څرخلاو مربوطه اسنادو کې ثبت شي، په دې ډول عملیه کې دا جریان د یوه اثر په ډول باقی پاتې کېږي، همدا اخري بېلګه د شمېر نیولو په نوم یادېږي، چې بېلا بېلې پېښې اسنادو کې ثبت کېږي ځینې وخت د پېښو، اجناسو، وسایلو، عوایدو، څرخلاو او نورو حوادثو او کیفیتونو موضوع صرف د یو کیفیت په ډول یاداشت کېږي، مثلاً که چېرې یو روغتون د کال له پیل نه تر پای پورې ټول لګښت یاداشت کړي، خو برخلاف ځینې وخت بېلا بېلې پېښې د ځینو خاصو اهدافو لپاره ثبت کېږي، مثلاً د یوه ولایت د کوپراتیفونو ریاست د بېلابېلو اجناسو قیمت په مربوطه سیمه کې د خپلو اړوندو مامورینو په واسطه ثبت او محفوظوي او دفترونو ته یې راټولوي، بیا د محاسبيو اجرااتو څخه وروسته یې د هغو اوسط سنجوي، وروسته بیا د شاخصونو د سنجش د مېتود په

## دویم څپرکی

## د ارقامو راټولول، ترتیب، ډولونه او گرافیکي ارایه

## ۲، ۱- د ارقامو راټولول او بڼودل Collection &amp; Presentation of Data

د یوې علمي څېړنې لپاره او ددې هدف په خاطر چې مورد نظر ارقام شرحه او له هغو څخه لازمه پایله ترلاسه (استنباط) شي، لومړی اړیو چې مربوطه ساحه کې مشاهدات، ارقام یا Data موجود اوسي، ددې مقصد لپاره موږ ارقام راټولوو او هغه بنیو چې ایا کوم ارقام دي چې مربوطه احصایېوي تحلیل ورباندې پرمخ بیایو؟ په دې ځای کې تقریباً یوه اوږده پروسه ضرور ده، یعنې له احصایېوي پلوه د یوې پدیدې مطالعه او په هغې د تحقیق سرته رسولو، معلوماتو (ارقامو او اعدادو) ته ضرورت لري، نو د دغو معلوماتو د څرگندولو لپاره احصایېوي مشاهداتو (Statistical Observation) ته اړیو، خو د بې هدفه او هر ډول ارقامو راټولول احصایېوي مشاهده نشو بللای، بلکې احصایېوي مشاهده، منظمه او علما تنظیم شوي وي، چې دا یو ډېر دقیق او پرمخت کار دی، یعنې لومړی څو مشاهدات باید د معین پرابلم لپاره چې بنایي دا په کلکه په نظر کې ونیول شي، چې ایا د مورد نظر پرابلم لپاره په مجموعي ډول ارقام پروسیس لاندې ونیول شي او که د ډېرو گڼو ارقامو څخه یوه کمه اندازه (نمونه) غوره کړل شي؟

که ټول ارقام راټولېږي، نو کومه خبره نشته، اما که ارقام د نمونې په توگه ثبت کېږي، باید په نظر کې ولرو چې آیا نمونه گیری باید مقیده او ځینې شرطونو پورې تړلې وي او که آزاده او تصادفي نمونه گیری وي، چې د نمونې غوره کول محقق او څېړونکي پورې اړه لري، چې باید د تحقیق د اصولو سره سم وي، د نوموړي پروسې لپاره لاندې لارې موجودې دي:

## الف: د لومړي لاس معلومات

۱. مستقیم مشاهدات: دلته څېړونکي د مرکو، نمونوي سروی گانو، شخصي معلوماتو او نورو لارو څخه ارقام ثبت او جمع کوي، چې دا یو ډېر د حوصلې کار دی، چې باید ټوله مورد نظر ساحه وپوښي.
۲. غیر مستقیم مشاهدات: دلته څېړونکي معلومات د لیکونو، استعلامونو، پوښتنلیکونو (Question Naires) او ځانگړو فورموله لارې راټولوي. د احصایې پوهان منفردانه کتنې Enumerators او د سیمه ییزو منابعو څخه کتنه Collection through Local Resources هم د لومړي لاس معلوماتو کې شمېري، خو هېره دې نه وي چې اوس هم لاندغه راټول شوي ارقام صرف خام اعداد (raw data) دي، چې نور بعدی اجراءات او پروسیجر غواړي.

تولید اندازه، د یوه ولایت د کرنیزو ځمکو ساحه، د یوه کلي د اوسیدونکو شمېر، په بهرنۍ سوداګرۍ کې د تجارتي محصولاتو ونډه او گڼ شمېر نور مثالونه، خو په دې کې د احصایې رول په علمي تحقیق او د علمي تجارېو په طرحه کې خورا مهم دی، په علمي پروسه کې د ارقامو درې واړه ډولونه ډېر معمول دي.

مبتداء د توضيح كوونكي علايم دي، د يوه جدول عمومي بڼه داسې ښودلای شو، داسې چې د يوه جدول لپاره د هغه هره برخه په وضاحت سره بيان شوې ده

Tab. No ( )	...Title ...			
( ) د جدول نمره	د جدول نوم يا عنوان			
د كندې عنوان Box Head	د ستونونو سرليكونه Columns Captions			
Stub كنده				
			Body	
		Units	د جدول متن	
		هر جز (*)		

منبع يا لمن ليك: Foot Notes or Source:

د جدول په كنده كې د هر كتار عنوان ليكل كېږي، د هر عنوان په پای كې پای ټكي نه ايښودل كېږي، كله چې اعداد په جدول كې په سيستماتيک ډول د مقاييسې، تحليل او لنډيز لپاره درج كېږي دې عمليې ته جدول بندي ويل كېږي. جدول بندي بايد داسې وي چې هر چاته د پوهېدو وړ، ډېر خلص، واضح او صريح اوسي او جدول د اضافي تفصيلاتو څخه خالي وي. بايد پورتنې عنوانونه (د ستونونو عنوانونه) د څنگنيو عنوانونو (د كتارونو نومونو) سره په دقيق ډول توپير ولري، او تکرار په كې ونه ليدل شي، ښه به وي چې لوی اعداد تر ممكن حده پورې لنډ شي، مثلاً كه ارقام ۵۰۰۰، ۸۰۰۰، ۱۰۰۰۰ وي همدومره كفايت كوي چې ۵، ۸، ۱۰ وليكو، خود ستون په سر په يو قوس كې بايد وليكل شي، چې (ارقام په زرو)، په جدول كې بايد مقياسونو ته ځانگړی ستون وضع شي. د اعدادو يويز، سليز او زريز كورونه په يوه قطار كې راوستل شي، د جدول په متن كې بايد قطعاً تش ځای پرې ښودل شي، كه استثنا، كوم عدد او رقم موجود نه و، نو هلته (۰۰۰) درې ټكي او كه اصلاً اصلي پدیده هيڅ نه وه، نو د ش (-) په كې كېښودل شي، كه چېرې رقم ډېر کوچنی او د ذكر كولو وړ نه و (ر.) بايد وليكل شي، ځكه تشه (خاليگا) يوه اشتباه رامنځته كوي او جدول بندي ناقصه كوي، كه چېرې كوم چوكاټ د ډكولو نه و، هلته دې د (x) علامه كېښودل شي، موږ د جدول ځينې بېلگې په نورو څپر كيو كې عملاً كار كوو، كه چېرې جدول ډېر اوږد وي، خصوصاً د جدول عمودي عنوانونه يا د كتارونو شمېر له يوې په لاس كې

(\*) د ستونونو او كتارونو په تقاطع كې چې كوم اعداد راځي، هغو ته جز، Unites، حجره، Cell يا چوكاټ ويل كېږي، درې واړه درست دي.

ب: د دويم لاسي معلومات

دلته معلومات مثلاً د بانک د خپرونو، د كلينيكونو له دفترونو، د روغتونو له ارشيف، د احصايې له مركزي ادارې، د ماليې وزارت، له اخبارونو، راډيوگانو، مجلو، څېړنيزو مراکزو او نورو څخه ترلاسه كېږي.

۲، ۵- ارقامو ترتيبول

كله چې هدف (پرابلم) وټاكل شو، اعداد راټول او وښودل شول، نو دغه لومړني راټول شوي اعداد بايد خلاصه او په لنډيز سره ترتيب شي، مثلاً هغه ارقام چې د اصل هدف څخه ډېر لرې وي او په ټولو مشاهداتو كې ډېر كم واقع شوي وي، د تحليل په پايله دومره اغيزه نه لري، كېدای شي له هغو صرف نظر وكړو، ډېر اوږده صحيح اعداد په ۱۰، ۱۰۰ يا ۱۰۰۰ رالنډ او افاده كولاى شو، يا هم كېدای شي څو څو اعشاري له امكان سره سم رالنډې او لومړي يا دويمي اعشاري ته تقريب وكړو.

په گڼ شمېر مشاهداتو كې همجنسه مشاهدات په بېل بېل گروپ كې ترتيب كېږي، كه چېرې ارقام د كميت له مخې صنف بندي كېږي، نو دې ته د دفعاتو د وېش Frequency Distribution سلسله ويل كېږي او كه چېرې ارقام د يو ټاكلې وخت (ورځو او ونيو، مياشت، كلونو...) سره په موازي ډول ترتيب شوي وي، زماني سلسلې (Time Serese) رامنځته كوي، همدارنگه ارقام د جغرافيو او محيطي كيفيت، جنس، سن او نورو له مخې هم ترتيب كېږي، كله مو چې ارقام يو څه ترتيب كړل، كولاى شو هغه په بېلا بېلو احصايوي بڼو او اشكالو لكه جدول او گراف سره وښيو.

په احصايه كې د جدول په واسطه د ارقامو ارايه يو ډېر معمول شكل دی، چې د اصل ارقامو سره يوځای د هغو نور خصوصيات او احصايېو تحليلونه هم ځايوي، د همدغو جدولونو څخه په اسانۍ نتيجې او موخه يا مورد نظر پايلې تعميم او په لاس راځي.

۲، ۳- جدولونه او جدول جوړونه (Tables & Tabulation)

احصايېو جدولونه د څېړنې لاندې پديدو د عددي مشخصو د ارايې او ښودنې يو ډېر ښه او مناسب شكل دی، جدول د خپل ظاهري شكل او بڼې له مخې افقي او عمودي خطونه دي، افقي كړنې د جدول كتارونه (Rows) او عمودي كړنې د جدول ستونونه (Columns) بلل كېږي، هر جدول د ارقامو د راټولولو او له هغو څخه د احصايېو مېتودونو په واسطه د پام وړ نتايجو او تحليلونو د ترلاسه كولو د پروسې ترمنځ يوه منځوي وسيله بلل كېږي، جدول لكه د جملې په شان د پيل (مبتداء) او پای (خبر) لرونکی وي د جدول مبتداء موضوع بيانوي او د خبر برخه يې د

او د مثبت قیمت لرونکي دي، نو د هندسي دايرې شمال مشرقي يا د بني لاس پورته ريمه يا (۱) حجره باندې رسمېږي، چې دلته هم X او هم Y مثبت قیمت لري، که چېرې منفي قیمت موجود هم وي، نو گراف د دغې ريمې کيڼې پورته خوا او يا هم ښې ښکته خواته رسمېږي (ادامه مومي) مثلاً که چېرې د توليد په مرحلو کې توليدي عامل يو يو واحد داسې ورا اضافه کړو چې بالاخره داسې وخت را ورسېږي، چې کله که اغيزه کوونکي فکتور لوړ حد ته رسېږي همدا وخت اغيز منونکي صفر کېږي او له دې نورو اضافه والي يعنې صرف د يوه بل واحد زياتول منفي قیمت نيسي، نو دا وخت د ميلان کرښه د (X) محور څخه ښکته راځي او دا د منفي قيمتونو معنی افاده کوي.

۲، ۴، ۱- د گرافونو ډولونه

د احصايېوې معلوماتو د گرافي تصوير لپاره د گراف بېلا بېل ډولونه معمول دي، خو هغه يې چې اکثراً معمول دي او يو څه بسيط هم دي هغه په ډېر لنډ ډول دا دي:

الف - خطي گراف

دغه گراف کې د مستقل او تابع متحولينو د قيمتونو له مخې لومړی د ابتدايي نښو په واسطه قيمتونه نقطه گذاري کېږي، وروسته بيا دغه نقطې يو بل سره وصل او يوه کرښه په لاس راځي، دې ته دې ته د Linear Digrams يا One – Dimensiona Digram هم وايي، د بېلگې په توگه به په هېواد کې د ۱۳۵۷، ۱۳۶۷ او ۱۳۶۸ ل کلونو په جريان کې د چيچک د واکسين توليد جدول او گراف وښيو.

(۱-۳) جدول په درېو غوره شويو کلونو کې د چيچک د واکسين توليد.

کلونه	د واکسين مقدار (په زرو ټونو)
۱۳۵۷	۷۷.۱
۱۳۶۷	۹۰.۰
۱۳۶۸	۱۲۳.۰

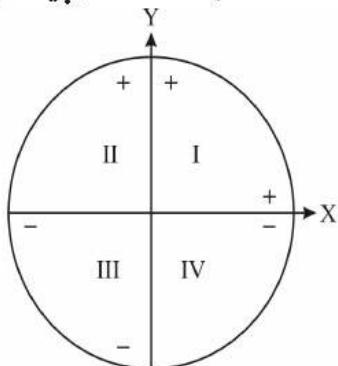
منبع: سالنامه احصايېوې ۱۳۶۸ کال وزارت احصايه مرکزي

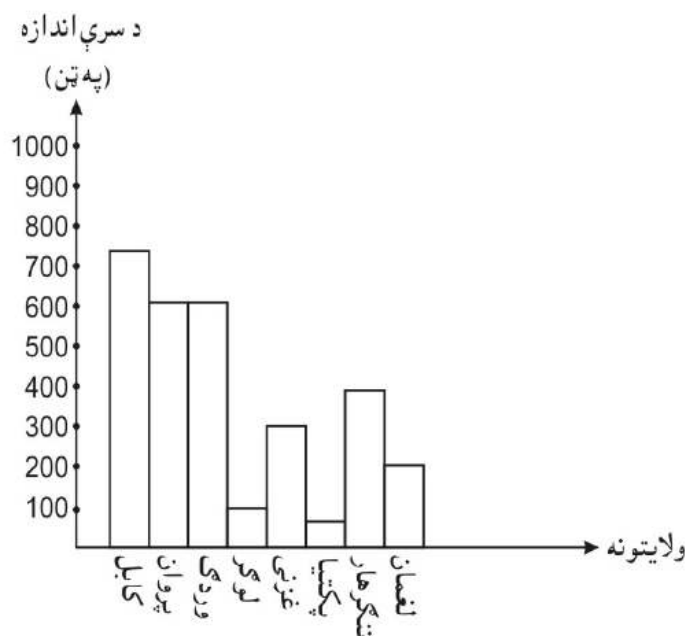
موجودې پاڼې څخه زيات وي، نو ښه به وي چې د ستونونو عنوانونه په (۱، ۲، ۳، ۴...) نمره ښه او راتلونکو پاڼو کې عين ستون په خپله اړونده نمره وښودل شي، ډېر به ښه وي که چېرې اعداد په درې درې گروپي اعدادو ډول وليکو (خصوصاً که اعداد لوی وي) مثلاً د ۲۲۸۱۲۴۵ پر ځای د واضح بڼه ۵۷۷ ۱۲۴ ۲۲۸ بڼه ايسي او که د کتارونو، عنوانونو او نومونو په مورد کې کوم خاص قيد او مېتود نه وي، ښه به وي يا د الفبا په ترتيب، يا د مقام د اهميت له مخې مثلاً (د صادرات مقام، د عامه روغتيا وزارت، د ولايت د صحت د رياست مقام...) په بڼه يا په کومه بله منطقي، مناسبه بڼه يا د وخت په اساس لکه کال، ورځ ساعت او نورو بڼو جدول بندي شي، د جدول بندي د وضاحت لنډيز او نظم هغه ډېرې ښې ښېگڼې دي، چې نن ورځ جدولونه نه يوازې احصايېوې تحليلونو، علمي تحقيق او طبيعي علومو کې، بلکې ټولنيزو علومو او آن تجارتي اعلانو، د درملتونو يا مغازو لوجو او نورو ځايونو کې هم معمول شوی دی، تجارتي مقالو، گمرکي اسنادو او نورو کې گڼ شمېر مواردو کې جدول دود موندلی، نو ځکه د جدول بندي په اصولي او علمي طرز پوهېدل يو اهم ضرورت دی.

۲، ۴- ۵ ارقامو گرافيکي اړانه

لکه چې وموليدل جدولونه د احصايېوې ارقامو د تنظيم، لنډيز او اړانې لپاره يوه ډېره ښه وسيله ده، خو ځينې وخت د هغو د لازيات وضاحت او لنډيز لپاره چې حتی د لوستلو ضرورت يې هم نه وي، اړتيا او ضرورت پېښېږي موږ يوه داسې وسيله لرو چې ارقام د ليدلو په واسطه ورباندې ښيو، چې له تکيو، کرښو، سطحو او جيو متریکي بڼو او سمبولونو څخه جوړه او په عامه معنی سره د گرافيکي اړانې، گرافيکي توضيح، گرافيکي تصوير يا هم گرافيکي نمايش Graphical Representation په نوم يادېږي.

گرافونه په دوو رسمېږي: يو يې د گراف Graphs بڼه او بل يې د دياگرامونو Diagrams په بڼه په گرافونو کې ارقام د خط يا منحنی يا Curve په شکل رسمېږي، خو دياگرام بيا د څو کرښو او بعدونو لرونکو بڼو په شکل رسمېږي چې د دوو يا څو متحولينو ترمنځ رابطه ښکاره کوي، گرافونه د جدولې اړانې د روش ادامه ده، يعنې هم جدول د گراف په واسطه ترسيم کولای شو، په گراف کې تابع متحول په عمودي محور (Y) او مستقل متحول په افقي محور (X) باندې ښودل کېږي، دا اصلاً هماغه د هندسي دايرې څلور ربعي دي، خو له دې کبله چې کرښو اقتصاد او په مجموع کې د کرښو او مالدارۍ په سکتور کې اکثراً پديدې عيني





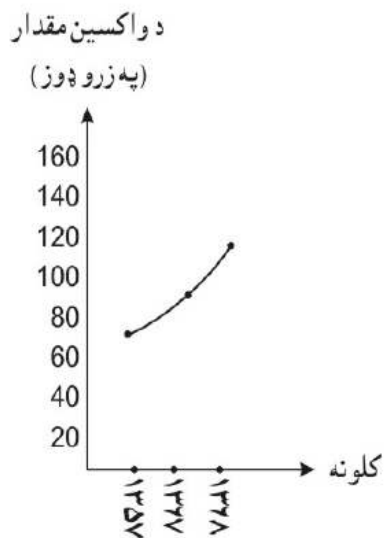
پورته گراف کې ډېر په څرگند ډول ښکاري چې هر ولایت په مقایسوي ډول سره څومره سره استعمال کړي، ځینې وخت متحولین دوه یا درې اجزای لري، کېدای شي په مستطیل کې هر جز په بېل رنگ وښیو، دې ته مرکب مستطیل گراف Component Barchart وايي، مثلاً لاندې جدول او گراف کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا په ۱۳۲۸ کال کې د تراکتورونو او واټرپمپونو د خرڅلاو اندازه گورو:

(۳-۳) جدول: په ۱۳۲۸ کال کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا د پلورلو شویو تراکتورونو او واټرپمپونو شمېر.

کلونه	د خرڅو شوي، ماشینو نوعیت	
	تراکتور	واټرپمپ
۱۳۵۷	۴۳	۱۱
۱۳۶۷	۱۴۴	۷
۱۳۶۸	۱۰۶	۶۹

دا ډول مرکب اعداد په استوانه یي گراف کې داسې ښیو:

۱،۳ شکل: په درېیو کلونو کې د واکسین د تولید خطي گراف ارایه



**ب: استوانه یي یا مستطیل ډوله گراف**

دغه ډول گراف چې د Bar Chart یا Bardigram په نوم هم یادېږي، په کې بېلا بېل کمیټونه د ستونونو په بڼه د ارقامو سره سم په بېلا بېلو ارتفاعاتو رسمېږي، په دغه شکل گراف کې مقایسه په ډېر ښه ډول ترسره کېږي، مثال:

(۲-۳) جدول: په ۱۳۲۸ کې د افغانستان د کیمیاوي سرې شرکت د تصدې له لارې د کیمیاوي سرو وېش په بېلا بېلو ولایاتو کې

ولایات	د سړې وېش (په ټن)
کابل	۷۴۸
پروان	۲۳۱
وردګ	۲۳۱
لوګر	۷۳
غزنی	۲۵۹
پکتیا	۳۲
ننګرهار	۳۱۲
لغمان	۱۲۷

منبع: سالنامه احصایې، ۱۳۲۸ کال

چې په فیصدی او درجو سره یې سنجش په لاندې طریقو کېږي:  
الف) په درجو:

$$\text{Degrees} = \frac{\text{Part}}{\text{Total}} \cdot 360$$

مثلا

$$\frac{50}{150} \cdot 360 = 120$$

دلته 150 د ټولو محصولاتو د لگښت مجموعه 360 د ايرې محيط او 50 د غنمو لگښت دی.

$$\text{Percentage} = \frac{\text{Part}}{\text{Total}} \cdot 100$$

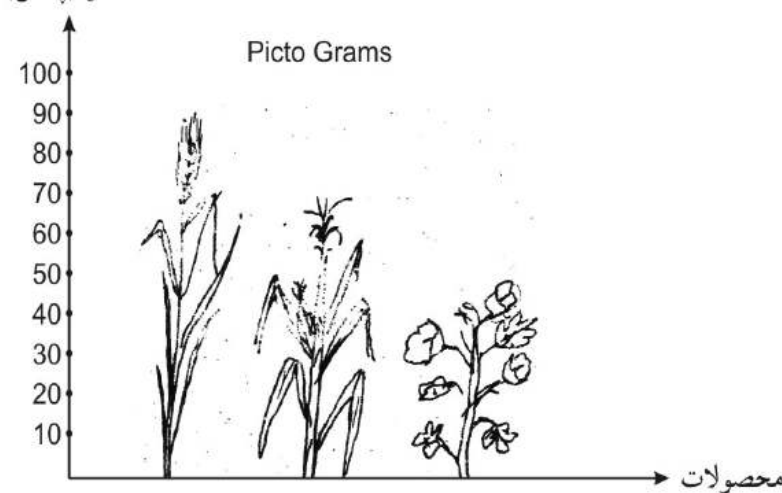
مثلا:

$$\frac{50}{150} \cdot 100 = 33.9$$

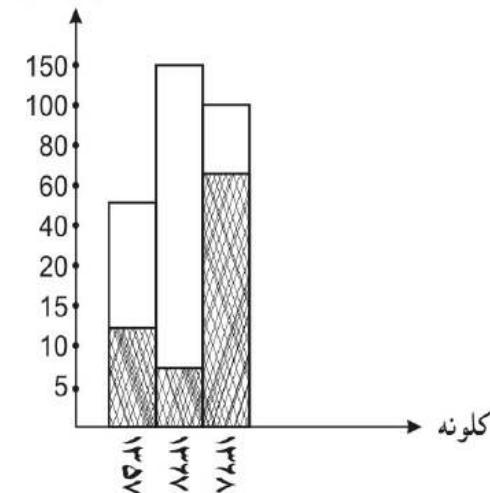
### د- تصويري يا سمبولي گراف

تصويري احصايېو گراف Picto Grams کې ارقام د کوچنيو او سمبوليکو تصويرونو په ذريعه ښودل کېږي. دلته ارقام ډېر په واضح، مشخص او نه هېرېدونکي ډول ښودل کېدای شي، د هر تصوير يا سمبول اندازه په مربوطه رقم پورې اړه لري (يو فرضي مثال): له يوې کروندې څخه ۸۰ منه غنم، ۲۰ منه جوار او ۴۰ منه پومبه حاصل اخيستل شوی، ددې ارايه داسې کېدای شي:

اندازه (په من)



د خرڅو شويو ماشينو شمېر



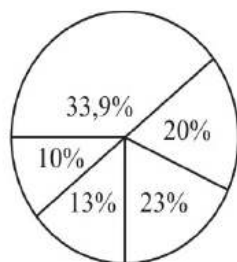
مشخصه (خانگري) نښې:



### ج- دايروي گراف

له دې کبله چې دا ډول گراف د هندسي دايړې په کومه ربع او د متحولو محورونو په منځ کې نه رسمېږي، بلکې دايروي شکل لري او هر هغه رقم چې تر څېړنې لاندې دی، د خپلې برخې سره سم په کې خلول کېږي، نو ځکه ورته دايروي گراف Pie Digram نوم ورکړ شوی، چې برخه ييز دياگرام يې هم بولي، په دې گراف کې د څو پديدو مجموعه له خپلې فیصدی سره سم په لاندې ډول کېدای شي وښيي:

(۳-۴) جدول د يوې ورځې په جريان کې د يو فاميل د غذايي موادو لگښت



Pie Digram

مواد	لگښت (په زرافغانۍ)	د هر جز برخه (په درجو)	فیصدی %
غنم	۵۰	۱۲۰	۳۳.۹۳
غونبه	۲۰	۷۲	۲۰.۰۰
پومبه	۴۰	۴۸	۱۳.۰۳
پوره	۱۵	۳۲	۱۰.۰۰
غوري	۲۵	۸۴	۲۳.۳۳
مجموعه	۱۵۰	۳۶۰	۱۰۰

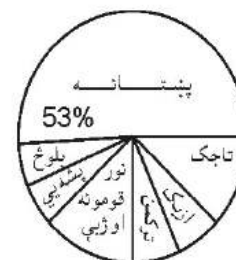
ورباندې رسم او ترلاسه کېږي، دا د گڼو ارقامو يا په ميکانیکي ډول او وسايلو رسمېدونکيو چارو لپاره د کارولو موارد لري ددغو وروستيو ډولونو کارول دومره عام نه دی، ان دا چې ځينې يې ډېر اسانه او د فهم وړ هم نه دي، نو ځکه يې شرح ضرور نه ده.

په دې ډول گورو چې دياگرام په يوه هندسي بڼه د ارقامو اړول دي، دغه احصاييې معلومات د هندسي منحنی گانو په ذریعې ښودل کېږي، چې پېچلتيا له منځه وړي او يو مهم او اصلي شکل منځته راوړي

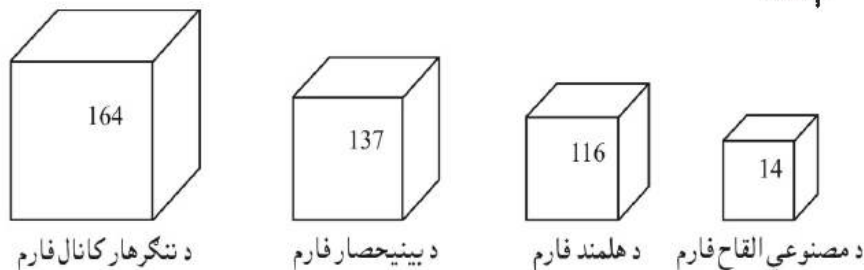
### د گرافونو گټې

۱. گراف يا احصاييې دياگرام ارقام په زړه پوري او په اسانه بڼه د پوهېدو وړ گرځوي، دغه شکلونه د لوستلو ضرورت نه لري او پر مغزو ستومانوونکې اغېزه نه کوي
۲. له دې کبله چې گرافونه مېخانیکي بڼه لري، په فوري ډول ذهن ته سپارل کېږي او موضوع ژر له ياده نه وځي، يعنې ډېر اغېزمن دي، پرته له هغه موږ مجبور يو معلومات په مېخانیکه توگه ضبط کړو، چې دا ډېر وخت نيسي.
۳. گراف د ديتاوو او ارقامو په هکله ډېر صحيح او دقيق فهم ارايه کوي، مثلاً د يوه هېواد په سيمو، کليو او بېلا بېلو ښارونو کې مېشت نفوس که په دايريوي گراف کې وښيو او د دايريې هره برخه معينه فيصدي او د کليو او ښارونو تفکيکي معلومات ولري، نو د ټول هېواد نفوس په ډېر کم وخت کې د پوهېدو وړ گرځي، غير له هغه بايد څو څو ورځې دا معلومات شرحه او بيا اورېدونکي ته مغز کې کېنول شي، چې دا ډېر خسته کن دی.
۴. ځينې وخت په ريسرچ او علمي څېړنه کې عمده هدف مقاييسه کول وي، چې دغه هدف په گرافونو ډېر ښه ترسره کېږي.
۵. دياگرام او گراف د وخت او کارکوونکو د سپما سبب کېږي.

د افغانستان د نفوسو جوړښت (ترکيب)



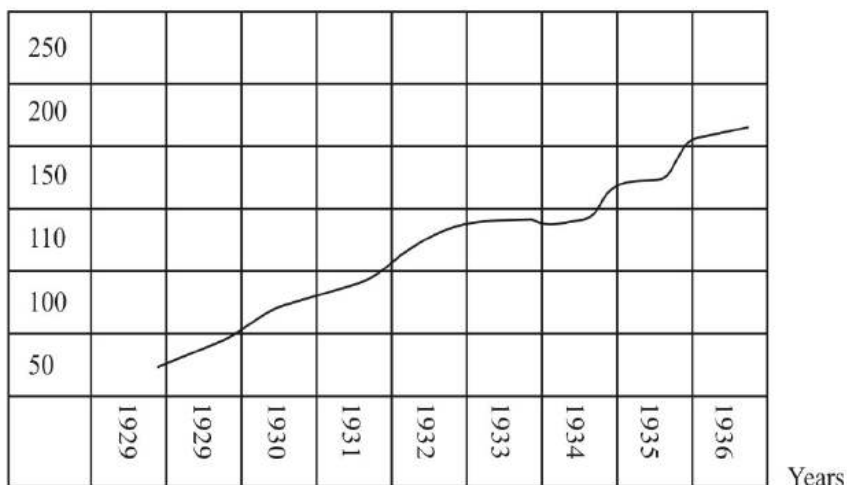
په پورته ډولونو بر سېره، د احصاييېو گرافيکي ارايې ځينې نور شکلونه هم شته، لکه مکعبې ارايه يا Cubic Representation دې کې مربوطه ارقام د خپل لوپوالي او کوچنيوالي له مخې په مکعب شکل ښودل کېږي، مثلاً په ۱۳۲۸ کال کې د هېواد د څلورو مهمو فارمونو د غواوو شمېر داسې ښیو:



منبع: سالنامه احصاييېو (۱۳۲۸ ل)

ځينې وخت په فيتوي شکل ځينې وخت هستوري گرام، ځينې وخت په ولاړو مربعي شکلونو هم گرافونه رسم کېږي

Products Quatity



Historigram

پورته شکل چې د هستوري گرام يوه بېلگه ده، معمولاً د رادار دستگاه، ټلوېزيوني معایناتو، گڼو ديموگرافيکي تحليلونو، انجینري چارو او نورو برخو کې کارول کېږي او ددې لپاره خاصې گرافيکي پاڼې شته، چې د مخصوصو علايمو له ثبت وروسته مربوطه کرښه

## درییم څپرکی

## د ارقامو د دفعاتو د وېش جدول، هستوگرام او پولیگان

## ۳-۱- د دفعاتو یا فرېکونسي وېش (Frequency Distribution)

کله چې د احصایېوې تحلیل لپاره معلومات (ارقام) راټول شي، دغه ارقام کوم نظم نه لري او نه هم کومه روښانه نتیجه څرگندوي، نو باید چې لومړی ارقام د ښه نظم او ترتیب کېدو په خاطر گروپ گروپ یا په صنفونو ووېشل شي.

په جدول کې د دغو لومړنیو یا (Ungroup Data) اعدادو د یوه سیت او مجموعې ترتیبول له یوې خوا دا ښيي چې ارقام په گروپونو یا صنفونو وېشل شوي، له بلې خوا دا باید وښودل شي، چې ذکر شویو هر صنف او گروپ پورې څو مشاهدې اړه لري، په دې ډول د جدول په واسطه د ارقامو صنف بندي او بیا د هر صنف د فرېکونسيو ښودل، د دفعاتو د وېش په نوم یادېږي. طبیعاً په صنفونو کې تنظیم شوي یا صنف بندي شوي ارقام هغه پدیدې، مقیاسونه او حادثات او مورد نظر څه دي چې د مشاهدو په ترڅ کې راټول شوي، خو دا باید وښودل شي چې پر هر صنف کې مشاهدات څو ځله راغلي؟ نو ځکه د هر صنف مربوطه فرېکونسي په یو صنف پورې د مشاهدو تکرار یا د واقع کېدو شمېر څرگندوي، چې دې ته د پېښو یا مشاهدو واقع کېدل یا تکرار وایي.

## ۳-۲- د فرېکونسي په وېش کې د لومړنیو ارقامو انسجام او تنظیمول

د یو احصایېوې تحلیلي جدول د جوړولو لپاره لومړی ارقام پر صنفونو وېشل کېږي او د جدول په اول ستون کې پر له پسې راځي، چې په احصایه کې د صنفونو د ستون په سر معمولاً (X) سمبول پدې یا د ارقامو عنوان پرې لیکو، ورپسې بل ستون د دفعاتو یا فرېکونسيو دي، چې په (Y) ښودل کېږي، په دې ډول صنفونه د احصایېوې جدول (مبتداء) بلل کېږي او بیا ورپسې نور ستونونه د (خبر) حیثیت لري. آخری ټول تحلیلونه او د نورو ټولو پوښتنو حل د (X) او (Y) ستونو په اساس کېږي.

د ارقامو د وېش په صنفونو باندې د هغو د کمې او کیفې ځانگړنو له مخې کېدای شي د گډو وړو خامو ارقامو Row Data څخه یو لازم برداشت وکړای شو، دلته به یوه بېلگه راوړو: په یو ولایت کې د ۵۰ کلیدو د مالدارانو څاروي، د طاعون د ناروغۍ د کنټرول لپاره کتنې لاندې ونيول شول، په پای کې له نوموړو مشاهداتو څخه دا پایله لاس ته راغله:

## تمرینات

۱. له یوه فارم څخه په ۱۳۷۸ کال کې ۳۰ منه غنم، ۲۰ منه وریجې، ۴۵ منه جوار او په ۱۳۷۹ کال کې همدا محصولات په وار سره ۲۸، ۳۱ او ۴۲ منه ترلاسه شوي، په یو ساده ډول دا ارقام ترتیب او جدول بندي کړئ، بیا یې د خطي گراف په ذریعه ترسیم کړئ.

۲. له یوه ښوونځي څخه په ۱۳۷۵ کال کې ۳۳ تنه له ساینس څانگې او ۲۰ تنه د اجتماعیاتو له څانگې په ۱۳۷۷ کال کې ۱۸۸ له ساینس او ۱۱۰ له اجتماعیاتو څانگې فارغ شوي، دغه ارقام په مرکب مستطیلي گراف کې وښایاست.

۳. له یوه فارم څخه په ۱۳۸۰ کال کې ۱۲۵ تنه وریجې، ۲۰ تنه پومبه، ۱۱۵ تنه غنم، ۸۸ تنه جوار او ۱۰ تن گني حاصلات اخیستل شوي، دغه محصولات په دایروي گراف کې له فېصدي سره یو ځای وښایاست.



۳، ۳ و ۵ صنف بندی، نتیجه Effect of Grouping

سره له دې چې په صنفونو باندې د اعدادو وپشل د معلوماتو د ډېروالي مخه نیسي، خو بیا هم دا کار له موږ سره ډېر کومک کوي، چې گڼ شمېر معلومات رالنه او په کم ځای کې وځایول شي، د بېلگې په ډول:

سره له دې چې پورته د جدول په دویم گروپ کې ۲۳ کلي په متوسط ډول ناروغ څاروي لري، خو دا نه دي څرگند چې هر کلي څو څو ناروغ څاروي لري، په دې ډول زموږ معلومات کم شول، خو بالمقابل په عمومي ډول ۵۰ کلي په درېو گروپونو داسې بنودل شوي چې یو گروپ کم ناروغ، دویم متوسط او درېیم ډېر زیات ناروغ څاروي لري، نو دا په لنډیز او ښه افاده غوره اغیزه کوي، خصوصاً کله چې ارقام ډېر گڼ او پېچلي وي، یقیناً موږ پوهېږو چې بیوسټاتیسټکس داسې څانگه ده، چې په هغې کې گڼ مقیاسونه، پېچلي ارقام او په ډېرو لوړو اعدادو ارایه کېدونکي پدیدو سره سروکار لري، نو خامخا موږ اړ کېږو چې ارقام د هغو د ځینو ځانگړنو مطابق صنف بندي کړو، صنف بندي Classification ځینې مشخصات رامنځته کوي چې دا دي:

الف: په جدول کې هر صنف خپل حدود یا دوه خواوې لري، د صنف حدود Class Limits هماغه د صنف د دوو اړخونو اعداد دي، چې په پیل او پای کې یې قرار لري، چې یوه ته یې د صنف تیت حد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ حد ویل کېږي، د بېلگې په توگه په (۲، ۳) جدول کې د لومړي صنف حدود (۰) او (۲) دي، صفر د لومړي صنف تیت حد او (۲) د لومړي صنف لوړ حد دی، همداسې ورپسې د دویم صنف حدود ۳ او ۵ او د درېیم صنف حدود ۴ او ۸ دي.

ب: هر صنف خپلو دوو خواوو ته ټاکلي پولې لري، چې صنفی سرحد یا Class Boundries بلل کېږي، دا هماغه اعداد دي چې یو صنف له بل څخه بېلوي، چې یو ته یې د مربوطه صنف تیت سرحد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ سرحد وايي، صنفی سرحد د مخکیني صنف لوړ حد او د وروستني صنف د تیت حد ترمنځ عدد دی، نو ځکه لیکو:

$$\text{صنفی سرحد} = \frac{\text{د لوړ صنف تیت حد} + \text{د تیت صنف لوړ حد}}{2}$$

۲

لکه په لاندې مثال کې:

$$\frac{3+2}{2} = 2.5 \quad \text{د لومړي صنف لوړ سرحد}$$

$$\frac{3+6}{2} = 5.5 \quad \text{د دویم صنف لوړ سرحد}$$

همداسې تریایه...

په درېیو کلیو کې د ناروغۍ هیڅ علایم نه وو، په څلورو نورو کلیو کې یو څاروی په شپږو نورو کلیو کې دوه څاروي او بالاخره د ټولو ۵۰ کلیو له ارقامو څخه دغه لاندني تنظیم او صنف بندي شوی جدول په لاس راغی:

(۱، ۳) جدول د ناروغۍ د لیدلو له مخې د ۵۰ کلیو طبقه بندي په هغو کې د ناروغۍ د لیدل کېدو په اساس

د کلیو شمېر	په ناروغۍ اخته څاروي
۳	۰
۴	۱
۶	۲
۷	۳
۱۰	۴
۶	۵
۶	۶
۵	۷
۳	۸

پورته گورو چې داسې کلي هم وو، چې هیڅ ناروغي په کې نه وه، خو داسې کلي هم وو چې (۸) څاروي دې مهلکې ناروغۍ نیولي و، داسې کلي هم و چې پینځه یا شپږ څاروي په ناروغۍ اخته وو. په دې ډول په دغه پورته جدول کې هر ستون یو عدد لري، یعنې په Array بڼه یا یو اړخیزه دي، نو ځکه ډېر اوږد شکل لري، کولای شو ارقام په څو صنفونو او یا د یوه ستون اعداد دوه کتاره جوړ او جدول خلاصه (لنډ) شي. دا ۵۰ کلي په درېیو صنفونو وېشو: اول صنف، چې ډېر کم د ناروغۍ علایم لري، یو یا دوه یا هیڅ، دویم صنف هغه کلي چې ۵-۷ څاروي یې ناروغ دي، خو دریم هغه چې (۸) څاروي په کې ناروغ دي، نو جدول داسې جوړوو:

(۲، ۳) جدول په ناروغۍ د اخته څارویو له مخې د ۵۰ کلیو صنف بندي

کلي (F)	په ناروغۍ اخته څاروي (X)
۱۳	د ډېرو لوړ ناروغه څارویو گروپ
۲۳	د متوسطو ناروغه څارویو گروپ
۱۴	د ډېر زیات ناروغه څارویو گروپ

Σ=50  
یا ټول

لکه چې په (۳،۳) جدول کې گورو په ټولو صنفونو کې صنفی عرض سره یو برابر او مساوی دی، مثلاً لومړی صنف کې ۱، ۰، ۲ اعداد، په دویم صنف کې ۳، ۴، ۵ او همداسې تر پایه په ځینو مواردو کې چې ضرور نه ده چې په جدول کې دا ټول مشخصات درج کړو، خود جدول بندی د پوهېدو لپاره ضرور دی چې زده شي.

۳، ۴ - د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه

په لومړي نظر مور اعداد د هغوی د تحلیل د مقصد له مخې په دوو ډولونو طبقه بندي کولای شو: یو ډول یې د اعدادو د ظاهري کيفي ځانگړنو له مخې ده، بل یې د هغوی د مقداري ځانگړنو له مخې، دلته به هر یو وگورو.

۳، ۴، ۱ - د طبقه بندي ډولونه Types of Classification

دا باید په یاد وساتو چې د یو تحقیق د اجرا لپاره یا د یوې علمي څېړنې د ترسره کولو په ترڅ کې د یوه احصایېوې تحلیل او د ارقامو څخه د مورد نظر پایلې د موندلو لپاره هره ترسره شوي مشاهده، هر عدد او رقم خپل ځانگړي او منفرد خصوصیت لري او هر یو د خپل خپل مشخص صنف له مخې راټول شوي وي، یوه انفرادي دېتاً ممکن دوه خصوصیات ولري، چې د توصیفی یا کيفي او مقداري یا کمي څخه عبارت دی.

توصیفی یا کيفي هغه صنف بندي ده، چې مشاهدې د یو کیفیت له مخې صنف بندي شي، مثلاً د یو فارم شیدې ورکوونکي او شیدې نه ورکوونکي غواوې یا د سرو منو اصلاح شوي او محلي ډولونو، د ژېړو منو ډولونه او نور چې دا د یوه کیفیت (څرنگوالي) له مخې په برخو او کلاسونو طبقه بندي شوي وي.

مقداري یا کمي طبقه بندي<sup>(۳)</sup> هغه ده چې مشاهدات د عددي او رقمي مقیاسونو له مخې لکه د قد د اندازې، وزن، شمېر او نورو له مخې طبقه بندي شوي وي.

ځینې وخت په طبقه بندي کې خلاص یا نا تړلي صنفونه هم وي، دا هغه صنفونه دي چې یو حد یې ټاکلی نه وي، لکه په لاندې فرضي مثال کې:

یو صنفی سرحد د دوو صنفونو ترمنځ گډ وي، ددغې مشخص شرط دا دی چې د ټولو صنفی پولو ترمنځ واټن په یو برابر وي، پرته له هغه صنف بندي نیمگړې ده. صنفی سرحدات د صنفی حدودو په مقایسه اکثره صرف تیوریکي اړخ لري. دا ځکه چې عملاً سرحدونه د دوو صنفونو گډ عدد بنکاري، لکه ۲، ۵، چې هم په لومړي صنف پورې اړه لري او هم په دویم صنف پورې اړه بل دا چې کېدای شي په اصل مشاهدو کې ځینې وخت داسې عدد وجود ولري، چې د صنفی سرحد سره برابر وي، نو د داسې مشاهدې ټاکل چې ایا کوم صنف پورې باید وتړل شي عملاً ناشوني ده.

ج: د صنف نیمايي یا وسط Mid - Point of a Class هغه عدد دی، چې د صنف اعداد په پوره مساوي دوو برخو بېلوي، په عمل کې دغه قیمت د مربوطه صنف د تیت او لوړ حد د جمع حاصل په دوو وېشو، د بېلگې په ډول په (۳،۳) جدول کې صنفی وسطونه داسې په لاس راځي:

$$\frac{0+2}{2}=1 \text{ په لومړي صنف کې}$$

$$\frac{3+5}{2}=4 \text{ په دویم صنف کې}$$

$$\frac{6+8}{2}=7 \text{ په درېیم صنف کې}$$

صنفی وسط په احصایېوې تحلیلونو کې د مربوطه صنف د نمونې یا نمایندې (استازي) Class Mark په توگه غوره کېدای شي.

۵: د صنف بندي شویو اعدادو بله مشخصه دا ده، چې ټول صنفونه یې په مساوي اندازه عرض لري، چې د مربوطه صنف د تیت سرحد او لوړ سرحد له حاصل تفریق څخه ترلاسه کېږي، دې ته صنفی عرض یا د صنف وسعت یا پراخوالی وايي، چې Class Interval هم ورته ویل کېږي، مثلاً په (۳) جدول کې صنفی عرض داسې مومو:

$$C=5.5-2.5=3$$

باید ووايو چې د صنفی سرحدونو صنفی وسط او صنفی عرض لپاره کوم ټاکلی فورمول نشته، بلکې هغه څه چې موږ دلته وکارول هغه د صنف بندي د مشخصاتو د څرگندولو لپاره ځینې ساده لارې او قاعدې وي، چې د موضوع د وضاحت لپاره مو راوړي، دا ټول مشخصات په لاندې جدول کې راغلي: (۳،۳) جدول د صنف بندي شویو ارقامو مشخصات

صنفونه X	صنفی سرحدونه Class boundaries	صنفی وسطونه Mid. Point	صنفی عرض Class Intervals
0-2	-0.5-2.5	1	3
3-5	2.5-5.5	4	3
6-8	5.5-8.5	7	3

(\*) په بایو ستاتستیک ساحه کې ځینې پدیدې نا پایداره یا بدلېدونکي Variable خواص لري، نو داسې مشخصه د Discrete Variable په نوم یادېږي، لکه د پاتو نمو، د چرگورو وده او نور چې پرلپسې بدلون مومي او د نامرېوټو قدمو په واسطه طبقه بندي کېږي، مثلاً د یوه بوټي اندازه نمويي موسم کې د ۵، ۴، ۵، ۷، ۵، چې د همدې ترمنځ یاداشت کېږي.

K: د صنفونو شمېر او n د ټولو مشاهدو له شمېر څخه عبارت ده، د محاسبې لپاره عادي لوگاريتم د ۱۰ په بېس يا قاعده نيول کېږي (دغه ډول د لوگاريتم جدول د کتاب په پای کې په درېيمه ضميمه کې راغلی). د بېلگې په ډول که چېرې موږ ۱۰۰ مشاهدې ولرو، نو د هغو د صنفونو شمېر داسې موږ:

$$K=1+3/3 \text{ Log}(100)$$

له دې کبله چې د لسو په بېس د ۱۰۰ عادي لوگ، ۲ دی نو لیکو:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(2)=1+6.6=8$$

$$K=6.7 \text{ or } 8 \text{ class}$$

دغه فورمول موږ ته د يو عمومي لارښود حيثيت لري، موږ کولای شو په همدې ډول نور اعداد وليکو، بايد څېړونکي کوشن وکړي چې صنفونه ډېر کم غوره نه کړي، ځکه دا وروسته بيا د ورينس سنجش کې لازمه پایله او موخه په لاس نه ورکوي، بهتره به وي د صنفونو شمېر ډېر زيات هم غوره نه شي. د صنفونو شمېر د ارقامو د فاصلې سره مستقيماً، خو د صنفې عرض سره معکوساً رابطه لري، له همدې حقيقت څخه کولای شو چې په يو مناسب شمېر صنفونه غوره کړو.

ددې لاره داسې ده چې لومړی د ټولو ارقامو Range محاسبه کوو، بيا داسې يو عدد ټاکو چې که چېرې د پام وړ صنفونو له شمېر سره ضرب شي، نو همدغه عدد مطلوب صنفې عرض دی.

صنفې عرض کېدای شي طاق يا جفت وي، خو د طاق په صورت کې صنفې وسط Mid Point يو غير کسري عدد کېږي، خو که جفت وي، نو Mid Point اعشاريه لرونکي عدد کېږي، چې دا ډول اعشاريه لرونکی عدد په نورو وروستيو محاسباتو کې ضرب، تقسيم او جمع کولو کې مشکلات ايجادوي بله د پام وړ خبره دا ده چې ښه به وي که د هر صنف لوړ حد د بل صنف د ټيټ حد څخه بېل عدد وي، که چېرې داسې صنف بندي وشي لکه

$$۵۵.۵ - ۲۲.۵$$

$$۲۲.۵ - ۷۷.۵$$

$$۷۷.۵ - ۸۸.۵$$

په دې ډول صنف بندي کې صنفې حدود يو بل څخه جلا نه دي، بلکې عين اعداد يا د دوو صنفونو ترمنځ گډ دي، نو دا نه سره بېلېږي. لنډه دا چې د ارقامو راټولول Presentation of Data او صنف بندي Classification يې يو اساسي گام دی، چې بايد په ډېر دقت ترسره شي، پرته له هغه نورو تحليلي عملياتو کې شک او اشتباه رامنځته کوي، کله چې د جدول په لومړي ستون کې صنفونه په لازم شمېر جوړ شول، ورپسې دويم ستون کې د هر صنف مربوطه مشاهدې شمېر او د مربوطه صنف مقابل کې يې لیکو. دغه ليکل کېدای شي په يوه ښه (خط) سره وي، چې له بشپړو شمېرو وروسته يې بيا په بل ستون کې په عدد لیکو، يا هم کېدای شي په سيده

(۴،۳) جدول د يو کلي د اوسېدونکو شمېر او صنف بندي د استخدام له مخې

X	F	توصيفي ځانگړنې
18- له 6 کلن کوچنی	236	د ښوونځي او له هغه مخکې دورې نفوس
18-60	300	د کار ځواک
له 60 کلنولوړ-60	92	متقاعدین

په پورته مثال کې د لومړي صنف ټيټ او د درېيم صنف لوړ حد يو پرانيستی (خلاص) حد بلل کېږي، چې ټاکلی عدد (مشاهده) نه لري

۳، ۴، ۲- په ارقامو کې فاصله Range

د يوه احصاييوي تحليل او علمي تحقيق د ترسره کولو لپاره چې کله د اعدادو يوه مجموعه راټولېږي، فاصله عبارت له دې څخه ده چې د مشاهدو ترټولو لوی عدد او ترټولو کوچنی عدد يو بل څخه تفريق شي، يعنې مطالعې لاندې اعدادو کې د لوی او کوچني عدد تفاوت او يا فرق د فاصلې څخه عبارت ده، مثلاً موږ له يوې ساحې څخه لاندې اعداد راټول کړي:

$$۸، ۱۲، ۵، ۹، ۱۰، ۱۱، ۵، ۷، ۱۰$$

په دغو اعدادو کې فاصله داسې موږ:

په دغو اعدادو کې ډېر لوی عدد ۱۲ او کوچنی عدد په کې ۵ دی، يول له بله يې منفي کوو ۷ په لاس راځي، خو بايد په ياد ولرو چې د وسيمې ساحې د گڼ شمېر اعدادو او مشاهدو فاصله يو څه بېلېږلی او ممکن کوم لوی عدد راوځي

۳، ۴، ۳- ۵ صنفونو د شمېر ټاکل

کله چې موږ غواړو د ارقامو په يوه مجموعه کې د صنفونو شمېر وټاکو دا کوم معين روش او قاعدې پورې اړه نه لري، بلکې د محقق کار پورې مربوطه ده، که چېرې په ارقامو کې د صنف پراخوالی يا صنفې عرض لوی او پراخه غوره شي، نو د صنفونو شمېر کم وي، خو که چېرې صنفې عرض کوچنی وي، د صنفونو شمېر زيات او په دې ډول صنفې عرض او د صنفونو شمېر يو بل سره معکوسه رابطه لري. ددې لپاره سټورج روال (Sturge. R.) يوه عمومي قاعده پېشنهاد کړه، چې بهتره به وي د صنفونو د شمېر په ټاکلو کې له هغې څخه کار واخلو، دده په فورمول کې دوه ثابت اعداد چې يو يې د مشاهدو شمېر د عادي لوگاريتم کېږي او بل يې (۱) دی شامل دي، چې فورمول يې دا دی:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(n)$$

په پورته فورمول کې:

خو په اکثرو احصایېو تحلیلونو کې د جدول د لنډیز په خاطر Tally طریقه نه کارول کېږي، لکه چې گورو پورته جدول کې په ارقامو کې:

Range=43-11=33  
Range=33  
Class Interval=19.5-14.5=5  
K=7

نو: 7x5=35

د ۳۵ عدد د فاصلي له عدد یعنی ۳۳ څخه ډېر لږ فرق لري، نو همدا مناسبه صنف بندي ده. په دویم قدم کې فریکوینسي یعنی د هر صنف مربوطه مشاهدات سنجول شوي، چې د هغو مجموعه یعنی  $F_i=50$  شوه، یعنی دا ډول مشاهدات شمېرل شوي او د قناعت وړ ده، برسېره پردې د جدول بندي ټول مشخصات لکه صنفی حدود (چې یو بل سره گډ نه دي) صنفی عرض (چې ټولو صنفونو کې یو برابر دي) او صنفی وسط و اضاها موجود دی او د محاسبې وړ دي ځینې وخت د علمي څېړنې پروخت دا ضرورت پېښېږي چې دا څرگنده شي، چې آیا کوم یو صنف ډېر لوی دفعات لري؟ ددې لپاره موږ د مجموعي دفعاتو فیصدي سنجوو، همدارنگه که وغواړو صنفی وسطونه Mid. Pts وټاکو، نو هغه درېیم ستون کې محاسبه او درج کوو، همدارنگه صنفی سرحدات او نورو ټول سنجش او درج کېدای شي، په لاندې ډول (۳، ۵) جدول د اصلاح شوي نسل چرگانو د صنف بندي مشخصات

X	F	% of $F_i$	Mid Pts	Adjusted Class bou
10-14	3	6	12	9.5-14.5
15-19	7	14	17	14.5-19.5
20-24	9	18	22	19.5-24.5
25-29	15	30	27	24.5-29.5
30-34	10	20	32	29.5-34.5
35-39	4	8	37	34.5-39.5
40-44	2	4	42	39.5-44.5
	N=50	100%		

که چېرې د تحلیل څخه دا هدف ترلاسه کول هم وي، چې د هر صنف مربوطه مشاهدې څخه پورته څو مشاهدې دي؟ یا د هر صنف څخه ښکته څو مشاهدې دي، یعنی که وغواړو مجموعي دفعات ومومو، نو هغه په دوو بېلابېلو ستونونو کې ښکاره کوو، په لاندې ډول:

ډول یې په عددو لیکو، خو که چېرې مشاهدات په ساحه (فارم کرونده، ځنگل، خرڅای، مارکیت یا بل داسې ځای) کې وي، نو د هرې مشاهدې په لیدلو یوه نښه وکړو یا یو کوچنی خط وکاپو، د بلې مشاهدې په لیدلو بل خط او بلې مشاهدې په لیدلو بل خط او همداسې دوام ورکړو، که عدد لیکو نو د بل ځل مشاهدې په لیدلو سره د لومړنۍ مشاهده پاکول او لیکل شوي عدد کې بدلون راوستل مشکلات پېښوي، نو ښه به وي چې په ساحه کې لومړی په جدول کې د هر صنف مقابل کې یو یو خط کېښودل شي، دپته چوب خط یا Tally طریقه وایي، وروسته چې کله محقق دفتر ته ځي، هلته Tally په اعدادو اړوي، موږ دلته همدا سې یوه بېلگه راوړو:

مثال: په یو ولایت کې د پنځوسو بېلابېلو غوره شویو سیمو هغه بزرگان چې اصلاح شوي نسلي چرگان یې ترلاسه کړي او روزنې لاندې یې نیولي دي:

- 14, 25, 31, 32, 10, 22, 15, 19, 10, 36, 43
- 35, 37, 38, 24, 26, 28, 29, 20, 19
- 23, 15, 17, 19, 19, 14, 24, 24
- 25, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 26
- 23, 24, 22, 32, 30, 25, 26, 28, 34, 29, 22
- 27, 12, 22

د صنفونو د شمېر د معلومولو لپاره لرو چې:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(n)$$

$$K=1+3.3 \text{ Log}(50)=1+3.3(1.7) \approx 7$$

اوس په جدول کې (۷) صنفونه تشکیلوو، ورپسې لومړی په Tally او بیا په اعدادو د هر صنف دفعات (Frequency) شمېرو:

(3,4) جدول د اصلاح شوي نسل لرونکو پنځوسو کلیوالو صنف بندي

صنفونه X	دفعات Frequency	
	Tally	Freq. or No of Formers
10-14		3
15-19		7
20-24		9
25-29		15
30-34		10
35-39		4
40-44		2

جدول (۳، ۷) اصلاح شوي نسل لرونکو کلیو الو د صنف بندی، تجمعی دفعات

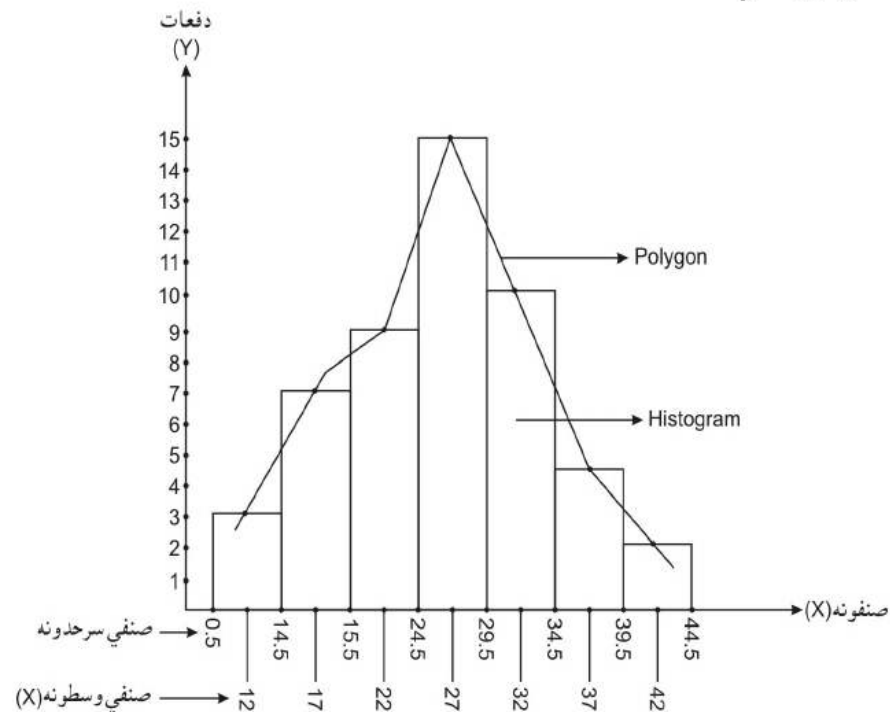
X	F	د مربوطه صنف څخه پورته دفعات او فیصدي یې		د مربوطه صنف څخه بنکته دفعاتو فیصدي او اندازه	
		اندازه	فیصدي	اندازه	فیصدي
10-14	3	50	100%	0	0%
15-19	7	47	94%	3	6%
20-24	9	40	80%	10	20%
25-29	15	31	62%	19	38%
30-34	10	16	32%	34	68%
35-39	4	6	12%	44	88%
40-44	2	2	4%	48	96%
		0	0%	50	100%

## ۳، ۵ - د پولیگان او هستوگرام ترسیمول

لکه چې مخکې وویل شول، گراف هغه وسیله ده چې موږ ته معلومات په ډېر لنډ ډول ارایه کوي، ددې لپاره چې د مشاهدو تحلیل په واضحه توگه په کم وخت کې څرگند شي، په جدول کې تحلیل شوي ارقام د هغو دفعات او فیصدي او نور مسایل د گراف په واسطه بنودلای شو، که چېرې د دفعاتو ارقام د مستطیل په بڼه Bar Chart سره وښیو، دې ته Histogram او که د منحني په ډول یې رسم کړو، دې ته Polygon وایي. په دې ډول گرافونو کې صنفونه د افقي محور (X) د پاسه او دفعات د عمودي محور یا (Y) د پاسه بنودل کېږي.

لومړی د (X) محور د صنفونو د شمېر په اندازه په مساوي برخو قیمت گذاري کوو، یعنې مربوطه نښې ورباندې ږدو او په مساويانه برخو یې وپشو، هره نښه صنفی پوله یا سرحد نښي او دغو نښو منځ Mid Points ښکاره کوي د (Y) محور د دفعاتو د شمېر په اندازه په مساوي برخو وپشو، ورپسې یې گراف رسموو.

شکل (۳، ۱)



## د ارقامو د صنف بندی، یو حل شوی مثال:

لاندې ارقام په جدول کې داسې صنف بندی کړئ، چې صنفی عرض (۲۰) او د صنفونو تعداد

(۷) وي؟

106,	107,	76,	82,	109,	107,	115,	93,	187,	95,	123,	125,
111,	92,	86,	70,	126,	68,	130,	129,	139,	119,	115,	128,
100,	186,	84,	99,	113,	204,	111,	141,	136,	123,	90,	115,
98,	110,	78,	185,	162,	178,	140,	152,	173,	146,	158,	194,
148,	90,	107,	181,	131,	75,	184,	104,	110,	80,	118,	82

Frequency Distrubation of Weights of 60 Apples.

Weight	Entries	Frequency
65-84	76, 82, 70, 68, 84, 78, 75, 80, 82	9
85-104	93, 95, 92, 86, 100, 99, 90, 98, 90, 104	10
105-124	106, 107, 109, 107, 115, 123, 111, 119, 115, 113, 111, 123, 115, 110, 107, 110, 118	17
125-144	125, 126, 130, 129, 139, 128, 141, 136, 140, 131	10
145-164	162, 152, 146, 158, 148	5
165-184	178, 173, 181, 184	4
185-204	187, 186, 204, 185, 194	5
Total		60

یا په بل شکل:

X	F
65-84	9
85-104	10
105-124	17
125-144	10
145-164	5
165-184	4
185-204	5

$$\Sigma F = 60$$

## تمرینات

۱. د سلو تنو چرگانو روزونکو کلیوالو د هرې ورځې د راټولو شویو هگیو شمېر په لاندې ډول ورکړل شوی

36, 32, 41, 41, 22, 27, 35, 29, 45, 30, 45, 33, 27, 44, 31  
 36, 31, 29, 43, 28, 33, 25, 45, 24, 52, 23, 38, 38, 40, 45  
 42, 34, 35, 40, 40, 10, 28, 15, 28, 27, 25, 24, 40, 39, 33  
 40, 50, 39, 41, 26, 36, 35, 32, 30, 32, 35, 41, 10, 45, 48  
 33, 28, 43, 37, 33, 28, 42, 39, 31, 39, 18, 36, 45, 37, 26  
 23, 49, 37, 42, 40, 40, 37, 36, 33, 20, 23, 42, 28, 37, 44  
 49, 40, 39, 41, 39, 38, 47, 16, 41, 27

پورته ارقام په ترتیب سره داسې صنف بندي کړئ، چې صنفونه ۱۰-۱۲، ۱۳-۱۵ او ۱۶-۱۸ وي، یعنې صنفی عرض یې ۳ شي، آخري صنف یې ۵۲-۵۴ دی، لاندې اجزا ومومئ

الفه دفعات هم په Tally او هم د ارقامو په بڼه وشمېرئ؟

ب: کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري او د ټولو مشاهدو څو فیصده جوړوي؟

ج: څو بزرگان هره ورځ له ۴۰ زیات هگی راټولوي؟

د: هغه بزرگان چې هره ورځ له ۲۸ هگیو کمې راټولوي څو تنه دي؟

ه: که هر بزرگ یوه دانه هگی په ۱۰ افغانۍ وپلوري د پینځم صنف مربوط بزرگانو د ورځې عاید به څو افغانۍ وي؟

و: صرفاً د دفعاتو هستوگرام رسم کړئ؟

۲. ۲۰ تنه د واکسین لپاره بېلابېلو سیمو ته لېږل شوي، په دې کې ۴ تنو له ۵-۱۰ تنه واکسین کړي، پینځو نورو له ۱۱-۱۲ تنه، ۷ تنو له ۱۷-۲۲ او ۴ تنه یې هغه کسان دي چې ډېر زیات یعنې له ۲۳-۲۸ تنه یې واکسین کړي، د دغو ارقامو صنف بندي بشپړه او بیا یې د هر صنف وسط معلوم او تجمعي دفعات او د هغو فیصدي تعیین او فاصله ومومئ؟

دا د اوسطونو له جملې یو ډېر ساده او معمولي اوسط دی، معمولاً ورته یوازې د اوسط اصطلاح کارول کېږي، خو په تحلیلي مسایلو او څېړنیزو موضوعاتو کې باید د اشتباه د نه پېښېدو لپاره حسابي اوسط وبلل شي، ددې ساده پېژندنه داده:

کله چې د ارقامو مجموعه د هغو په شمېر وپېشل شي، حسابي اوسط په لاس راځي، دغه اوسط په احصایوي او څېړنیزو بحثونو کې معمولاً په (X') سره ښودل کېږي. په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د اوسط سنجش فرق کوي، همدارنگه دا هم باید وکتل شي، چې ایا ارقام کوم قیمت، وزن یا ارزښ یا کرهډت لري که نه؟ نو ځکه دلته دا حالات څېړو:

**الف: په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش:**

که چېرې مشاهدات صنف بندي شوي نه وي، یعنې ارقام مختصر (Small یا Samples) یا (Non-Grouped Data) وي، د جمع ساده حاصل د ټولو مشاهدو په شمېر تقسیم او حسابي ساده اوسط په لاندې ډول په لاس راځي:

$$X' = \frac{\sum xi}{n}$$

دلته:

X' - حسابي اوسط

Σ - سیگما یا زیگما (یوناني توری دی) د جمع حاصل یا مجموعه (Summation) ده

XI - هره مشاهده یا رقم

N - د مشاهدو شمېر یا (n)

مثلاً که چېرې د 15, 2, 7, 13, 8, 5, 20 ارقام ولرو، نو د هغو اوسط داسې محاسبه کېږي:

$$X' = \frac{\sum xi}{n} = \frac{15 + 2 + 7 + 13 + 8 + 5 + 20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

**ب: په صنف بندي شویو ارقامو کې اوسط Mean From Grouped Data**

په صنف بندي شویو ارقامو کې د صنفی و سطونو (چې د هر صنف نمایندګي کوي) اود هر صنف د دفعاتو د حاصل ضرب مجموعه د ټولو دفعاتو په مجموعه وپېشل کېږي. سره له دې چې د اوسط په دغه سنجش کې خصوصاً چې ارقام ډېر ګڼ وي، ریاضیکي اوږدو عملیاتو ته ضرورت دی او یو څه تفصیلي ښکاري، خو بیا هم ددې لپاره چې یوه لنډه طریقه هم وضع شوي، دلته به هغه هم ولولو، په دې ډول موږ د حسابي ساده اوسط د سنجش لپاره یوه تفصیلي طریقه او بله لنډه طریقه ولولو، لنډه طریقه کې د انا فرضي ستون وضع کېږي، په لاندې ډول دي:

**څلورم څېړګی**

**د مرکزي میلان مقیاسونه**

**Measures of Central Tendency**

Or

**Averages**

پخوا مو وویل چې ارقام باید څنګه راټول او بیا صنف بندي شي، دا هم وویل شول چې د دفعاتو وېش یوه تشریحي او توضیحي طریقه ده، چې په ګرافونو سره نوره هم ډېره ښه واضحه کېږي، خو ځینې وخت دې ته ضرورت واقع کېږي، چې باید د ډېرو ګڼو ارقامو او لوی نفوس څخه داسې یو مقیاس غوره کړای شي، چې د ټول نفوس نمایندګي (استازیتوب) وکړي. د همدې نمایندګه عدد له رویدد نورو ارقامو او ټول نفوس مطالعه صورت نیولای شي. دغه عدد یو داسې تمایل او ګرایش لري چې د ضرورت په وخت کې د ټولو مشاهدو د خواصو ښوونکی وي او نور ارقام یې شاوخوا قرار ولري، ځکه دې ته د مرکزي میلان مقیاس یا اوسط ویل کېږي. په احصایه کې د بېلابېلو اړتیاوو له مخې د داسې یو معیار پیدا کول چې د ټولو ارقامو لپاره نمایندګه وي او له هغو څخه استازیتوب وکړي فرق کوي، خو بیا هم دا معیارونه د اوسطونو، د موقعیت له پلوه منځني اعداد (میانه) او له ټولو زیات او ډېر پېښ شوي اعداد او مشاهدات (مرو) څخه عبارت دي، دلته به هر یو وګورو:

**۱، ۴ - اوسط (Average)**

ښه به وي چې په دې پوه شو، چې اوسط د احصایې اختصاصي مطالعه کې یو عام مفهوم دی، سره له دې چې موږ اوسط هماغه مشاهده او رقم منو، چې د حسابي سنجش له مخې د اعدادو د اوسط په توګه استخراجېږي، اگر که د ارقامو سلسله کې د هغه موقعیت نه پلټو، په دې ډول ترلاسه کېدونکي اوسط د حسابي اوسط په نوم یادېږي او دا نظر نورو وسطي اوزانو یا د مرکزي مقیاسونو په پرتله ډېر زیات د استعمال موارد لري، اوسط د ارقامو له خواصو (صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو) او د لاسته راوړلو د طریقو (حسابي، هندسي، مربعي) له مخې په څو ډولونو دي:

$$X' = X_0 + \left( \frac{\sum u_i f_i}{n} \right) \cdot C$$

پورتنی فورمول خصوصاً په هغو حالاتو کې چې مشاهدې ډېرې گڼې، یا اعشاریه لرونکي وي او په لنډه طریقه کې اسانه حل شي، ډېره یوه ښه طریقه ده، خو که ارقام کم وي او هغه هم تام وي، نو بیا تفصیلي طریقه هم کاروو، په لاندې جدول کې په دواړو طریقو اوسط حل کوو.

(۴.۱) جدول په یوه لاپراتوار کې د یوې حشرې د بدن د اندازې صنف بندي

د حشرې د بدن اندازه (X)	د حشرو شمېر (Fi)	Xi	Fi.xi	Ui	Fi.ui
1,0-2,9	43	1,95	83,8	-4	-172
3,0-4,9	62	3,95	244,9	-3	-186
5,0-6,9	86	5,95	1106,7	-2	-372
7,0-8,9	144	7,95	1144,8	-1	-144
9,0-10,9	96	9,95	985,2	0	0
11,0-12,9	66	11,95	788,7	+1	+66
13,0-14,9	46	13,95	641,7	+2	+92
15,0-16,9	73	15,95	1146,3	+3	+219
17,0-18,9	34	17,95	610,3	+4	+136
	N=750		$\sum F_i x_i = 6722,5$		$\sum F_i u_i = -361$

حل:

$$X' = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{6722,5}{750} = 8,95$$

الف. تفصیلي طریقه:

$$X' = X_0 + \left( \frac{\sum F_i u_i}{\sum F_i} \right) \cdot C$$

ب. لنډه طریقه:

$$X' = 9,95 + \left( \frac{-361}{750} \right) \cdot 2 = 8,98$$

(\*)

ج. په وزن لرونکو ارقامو کې د اوسط سنجش:

ځینې وخت مشاهدات ټاکلی وزن، ارزش، قیمت یا کرښت لري، داسې حالاتو کې طبعاً وروسته یا نهایی تحلیلونو کې او په مجموعي ارزیا یو کې د مربوطه مشاهدې او رقم ارزش د هغې له وزن سره گډه اغېزه لري، نو ځکه باید په اوسط کې هم په نظر کې ونیول شي، مثلاً که په

(\*) په دویمه طریقه کې ځینې وخت د لومړي ځواب سره ډېر لږ فرق موجود وي، چې دا د (C) له امله پېښېږي، دغه تفاوت او فرق دومره ډېر نه دی. په صنف بندي شویو ارقامو کې یوه بله طریقه د (فرضي اوسط) په نوم یادېږي هم شته، خو هغه ډېره معموله او موثره نه ده.

(۲). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په تفصیلي روش سره د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې هغه دفعات چې د هر صنف مقابل کې ټاکل شوي او د هر صنف د مشاهدو شمېر او صنفی و سطونه په خپله له هر صنف څخه نمایندګي کوي او د دفعاتو مجموعه د ارقامو د مجموعې په توګه د فورمول مخرګ کې راځي:

$$X' = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

دلته

X' - حسابي اوسط

∑ - مجموعه

x<sub>i</sub> - صنفی و سطونه

f<sub>i</sub> - دفعات

∑ f<sub>i</sub> - یا N د دفعاتو مجموعه دد(\*)

په دې ډول موږ پوهېږو چې وروسته د صنفونو له ټاکلو او د دفعاتو له شمېرلو، صنفی و سطونه د جدول یوه بېل ستون کې وضع او بیا د فورمول سره سم دغه صنفی و سطونه له دفعاتو سره هر ځل ضرب او د هغو مجموعه حاصلوو، هغه په N وېشو.

(۲). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې د (x<sub>i</sub>f<sub>i</sub>) د ستون ترڅنګ د (u<sub>i</sub>) نوم لاندې فرضي اختصاري ستون لیکو، په دې کې د میانه (منځني) صنف مقابل کې په اختیاري ډول صفر قیمت ږدو، له هغه پورته په وار سره د صنفونو په شمېر منفي علامه لرونکي اعداد او ښکته خوانه د باقیمانده صنفونو په شمېر مثبت تام اعداد پرله پسې لیکو (\*). هغه صنفی و سطس چې د هغه مقابل کې مو صفر قیمت ایښی معمولاً د دفعاتو شمېر لري او په فورمول کې په X<sub>0</sub> ښودل کېږي، د f<sub>i</sub> u<sub>i</sub> حاصل ضرب په N تقسیم بیا د صنفی عرض سره یې ضربوو او په پای کې د X<sub>0</sub> سره جمع کوو، فورمول دا دی:

$$X' = X_0 + \left( \frac{\sum F_i u_i}{\sum F_i} \right) \cdot C$$

(\*) کله چې ارقام ډېر گڼ وي، یعنې د گڼ شمېر نفوس اوسط په (M) سره ښودل کېږي او هغه په لاندې فورمول حل کېږي.

(\*) دغه د (A) یا فرضي ستون کې په وار سره د منفي او مثبت رقمونو په واسطه نمره گذاري یو فرضي، اختیاري کار دی، چې مجموعه یې صفر کېږي، یعنې صرف د کار د سهولت لپاره اجرائي کېږي، خو په جدول څخه نه دي اضافه شوي، نو ځکه ورته اختیاري نوم ورکړل شوی.



۱، ۲، ۴ - هندسي اوسط (The Geometric Mean)

هندسي اوسط د حسابي اوسط په اندازه زيات د کارولو ځايونه نه لري، خو بيا هم دا د يوه تحليل او د تحقيق مقصد او هدف پورې اړه لري، هندسي اوسط هم نظرد مشاهده وړول ته فرق کوي، يعنې دا چې آيا هر قلم صنف بندي شوی که نه؟ دلته به هر يو بېل بېل وگورو:  
الف: په فير صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:

که چېرې په  $X_1, X_2, X_3, \dots$  ډول ارقامو کې چې د شمېرنو يوه سلسله ده، موږ وغواړو هندسي اوسط ومومو، نو دلته د دغې سلسلې هندسي اوسط د هغو د ضرب د حاصل  $n$ م جذر دی، دغه اوسط په (G) چې د Geometric لنډيز (مخفف) دی؛ ښودل کېږي، فورمول يې دا دی:

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)\dots(X_n)}$$

دلته

G- هندسي اوسط

n- د مشاهده و شمېر

X- هر بېلابېل عدد يا مشاهده ده

مثال: که چېرې ۲، ۴، او ۸ اعداد ولرو، هندسي اوسط يې داسې سنجوو:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

ب: په صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:

په صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش ډېر ساده دی، داسې چې د دفعاتو شمېر هر ځل د مربوطه صنف د اوسط په طاقت (توان) ليکل کېږي، بيا نو ټول ضرب او د ټولو دفعاتو (fi) جذر يې استخراج کېږي؛ فورمول يې دا دی:

$$G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot X_3^{f_3} \dots X_n^{f_n}}$$

دلته

G- هندسي اوسط

Xi- هر صنفې اوسط

fi- دفعات

$\sum fi$  - د دفعاتو مجموعه

يوه فارم کې څو ډوله محصولات په بېلابېلو کلونو کې توليد شوي وي، د هر محصول في واحد بيه له بل سره فرق لري، داسې مواردو کې د وزن لرونکي اوسط طريقه په کار وړل کېږي، چې فورمول يې دا دی:

$$X'w = \frac{\sum wix_i}{\sum wi}$$

دلته

X'w- د وزن لرونکو ارقامو ساده حسابي اوسط

xi- اصلي مشاهده

wi- د هرې مشاهدې ارزش، قيمت، وزن يا اهميت

$\sum$ - حاصل جمع

مثال: د يوه محصول د پينځو مضامينو نمرې د هغه د کړدت سره په لاندې ډول دي:

مضمون	نمرې	کړدت
احصايه	60	3
فزیک	40	4
بيوشيمي	50	4
پرازيتولوژي	50	5
اناتومي	70	4

د دغه سوال د حل لپاره لومړی د  $w_i$  او  $X_i$  د ضرب حاصل پيدا، بيا هغه جمع او د  $w_i$  په مجموع يې وپشو:

$$X'w = \frac{3(60) + 4(40) + 4(50) + 5(50) + 4(70)}{\sum w_i}$$

$$X'w = \frac{1070}{20} = 53.5$$

له تيوريکي پلوه د رياضي د قانون سره سم په حقيقت کې هر عدد او رقم يو وزن لري (منظور مو له ضريب څخه دی)، چې هغه له (۱) څخه عبارت دی، نو که چېرې ارقام وزن، ثقلت، ضريب يا ارزش نه لري همدا طريقه او همدا فورمول صدق کوي او د استفادې وړ ده، دا ځکه چې بيا هم د هغو ټولو مشترک (گډ) ضريب يا وزن او ارزش (۱) دی، نو ځکه په هغو لومړنيو مثالونو کې چې يو گډ مساري وزن (يعنې يو) د ټولو لپاره وو، د ساده حسابي اوسط په نوم او دغه اخري مثال چې د هر عدد ثقل، وزن يا ارزش يو بل سره فرق لري، د وزن لرونکي حسابي اوسط په نوم يادېږي

مثال

(۳، ۴) جدول د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندي

X	F	Xi
0-20	5	10
20-40	10	30
40-60	80	50
60-80	40	70
80-100	15	90

N 150

$$G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot X_3^{f_3} \dots X_n^{f_n}}$$

حل: له فورمول سره سم لرو، چې:

$$G = \sqrt[150]{10^5 \cdot 30^{10} \cdot 50^{80} \cdot 70^{40} \cdot 90^{15}} = 53,5$$

په احصایه کې دوه ډوله نور اوسطونه هم معمول دي، چې یو یې هارمونیک اوسط دی، دغه ډول اوسط ته ډېر کم ضرورت پېښېږي، استثنا هغو حالاتو کې چې زمان متحول فرض شي او کمیت ثابت فرض شي، نو هغه تطبیق کېدای شي، یا هم مربعي اوسط، دا هم ډېر کم کارول کېږي مربعي اوسط د ساده حسابي اوسط د مربع جذر څخه عبارت دی، یعنې:

$$x^{12} = \frac{\sum x^2}{n}$$

د دغه جذر موندل ځینو نورو احصایوي تحلیلونو پورې اړه لري، چې راتلونکو فصلونو کې به راشي، خو د اعدادو یوه سلسله کې په مجموع کې د مرکزي مقیاس په ډول چندان معمول نه دي

۳، ۲، ۴ - اوسط ځانگړني (مشخصات):

د ارقامو یوه مجموعه کې اوسط ځینې خصوصیات لري، چې هغه دا دي:

الف. اوسط د ټولو اعدادو نماینده گي کوي

ب. که چېرې په اوسط او ټولو ارقامو کې عین بدلون راشي، په ټولو اعدادو کې بدلون نه

$$\text{راځي، ځکه } nx' = \sum x' \text{ یا } x' = \frac{\sum xi}{n}$$

ج. که چېرې دغو ارقامو کې عین اندازه بدلون راشي، په اوسط کې هم عین اندازه بدلون

راځي؛ مثلاً:

(۳، ۴) جدول د ارقامو یوه مجموعه کې د یو ثابت عدد بدلون او د هغه اغېزه په اوسط

باندي

X	+2	-2	×2	÷2
3	5	2	6	1,5
5	7	3	10	2,5
4	6	2	8	2
8	10	6	16	4
10	12	8	20	5
X=6	X=8	X=4	X=12	X=3

د ساده حسابي اوسط یوه بله ځانگړنه دا ده، چې اوسط څخه د انحراف د حاصل مجموعه هر موه صفر کېږي او که مربع شي، نو د اوسط له مربع څخه کوچنی عدد په لاس راځي.

(۴، ۴) جدول له اوسط څخه د انحراف د مربع گانو مجموعه

Xi	X'	Xi-X	(Xi-X') <sup>2</sup>
3	6	+3	9
5	6	+1	1
4	6	+2	4
8	6	-2	4
10	6	-4	16
X' = $\frac{30}{5} = 6$	$\sum xi - x' = 0$	$\sum xi - x' = 0$	$\sum (xi - x')^2 = 34$

دلته 34 &lt; 36 دی.

۳، ۴ - میانه The Median:

میانه داسې تعریف شوی: میانه هغه ارزش، عدد، قیمت یا رقم دی چې ټول ارقام یا اعداد په دوو مساوي برخو وېشي، چې نیم پورته خوا او نیم ښکته خواته واقع کېږي، نو که چېرې د (n) مشاهدات ( $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ) له کوچني څخه تر لوی پورې په ترتیب ولیکو د (n) منځومي عدد عبارت دی له  $\frac{N+1}{2}$  ام څخه، خو که چېرې ارقام صنف بندي شوي وي، نو په دې صورت کې میانه هغه عدد دی، چې ۵۰ فیصده مشاهدې د ارقامو په دفعاتو کې له نورو رابېلوي، چې فورمول یې دا دی:

$$\text{Median} = L_1 + \left(\frac{N}{2} - f\right) \frac{C}{f_m}$$

په فورمول کې:

L<sub>1</sub> - د هغه صنف تیت سرحد (پوله)، چې میانه په کې ده.

N - د دفعاتو مجموعه یا ټول مشاهدات.

f - هغه ټول مشاهدات، چې د میانی له صنف څخه تیت واقع دی.

سوال د (۴،۱) جدول صنف بندي شوي ارقام حل او ميانه يې ومومئ؟

حل

$$\text{Median} = L + \left( \frac{N}{2} - f \right) \cdot \frac{C}{f_m}$$

$$\text{Median} = 6,95 + \left( \frac{750}{2} - 435 \right) \cdot \frac{2}{96}$$

$$\text{Median} = 6,95 + (84) \cdot \frac{2}{144} = 6,95 + 1,267 = 8,12$$

۴، ۴ - مود The Mode

مود داسې تعريف شوی

هر هغه عدد چې د ارقامو په يو سيټ کې يا د مشاهدو يوه مجموعه کې له ټولو زيات واقع شوی وي، په بله وينا: مود هغه رقم او عدد دی، چې په سيټ کې د شاملو نورو ارقامو په مقايسه د هغه دفعات (Frequency) ډېر زيات وي

مود يا کثير الوقوع عدد، ډېره پېښېدونکې مشاهده يا د ډېر زيات تکرار لرونکي رقم دی، دا ټول يوه مانا افاده کوي. دا اصلاً يوه احصايه يي نومونه ده، چې د ورځنيو زيات شمېر ټولنيزو پېښو او چارو کې کارول او اورېدل کېږي او نن ورځ يې سوداگري او د بازار يا مارکيټ خرڅلاو کې هم رواج موندلی، مثلاً موږ اوږو چې خلک وايي: (فلان رقم خولی، يا فلان رقم بوت مود دی)، يعنې هر هغه ډول خولی يا بوت چې ډېر رواج او پېرودل کېږي.

په غير صنف بندي شويو اعدادو کې په يوه ساده نظر اچولو، د مود عدد پيدا کولای شو، د بېلگې په ډول لاندې مشاهدات موجود دي

7, 4, 8, 3, 8, 4, 5, 8, 9, 8 | 11

لکه چې بنکاري (۸) مود عدد دی، ځکه چې په ټولو ۱۲ مشاهدو کې پينځه ځله تکرار شوی، په صنف بندي شويو اعدادو کې د مود سنجش لپاره لاندې فورمول څخه کار اخلي.

$$\text{Mode} = L + \left( \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \right) \cdot C$$

دلته

L- د هغه صنف ټيټ سرحد دی، چې مود په کې دی (معمولاً د ډېرو لوړو fm دفعاتو لرونکی

صنف).

fm- د مود د صنف دفعات.

f1- د مود صنف څخه د مخکيني صنف دفعات.

f2- د مود صنف څخه وروسته صنف دفعات.

fm- د ميانې د صنف د دفعاتو شمېر.

C- صنف عرض.

په غير صنف بندي شويو ارقامو کې يو مثال راوړو:

سوال: که چېرې 4, 6, 9, 11, 16, 20, 18, 6 ولرو، د هغو ميانه پيدا کړئ؟

حل: ددې لپاره لومړي اعداد له کوچني څخه لوی پورې په ترتيب سره لیکو:

- 4
- 6
- 9
- 11 ميانه
- 16
- 18
- 20

$$\text{حد} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Median = 4 څلورم حد، يعنې ۱۱ عدد

په دې ډول پورته ارقامو کې څلورم عدد چې له ۱۱ څخه عبارت دی، ميانه بلل کېږي، چې له دې عدد څخه کوز او پورته مساوي مساوي (درې، درې عددونه) بېل شوي، خو که چېرې دغه اعداد جفت وي، يعنې په لاندې ډول وي:

6, 18, 9, 11, 16, 22, 20, 4

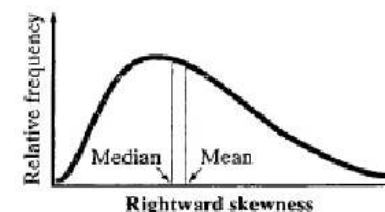
نو بيا هم لومړی دا ټول له کوچني د لوی خواته په يوه کتار لیکو، د فورمول سره سم چې کوم ځواب پيدا کېږي هغه په خپله کوم عدد نه؛ بلکې يو حد دی، مثلاً په پورته ارقامو کې (n=2) نو

$$\frac{n+2}{2} = \frac{8+1}{2} = 4,5$$

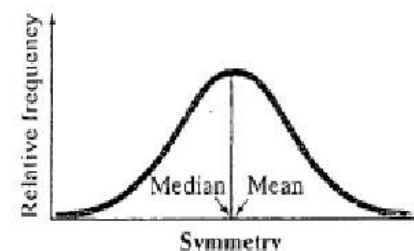
دا ددې مانا لري، چې نه څلورم حد او نه پينځم؛ بلکې څلورنيم عدد عبارت

- له
- 4
  - 6
  - 9
  - 11 ميانه
  - 13,5 ميانه
  - 16
  - 18
  - 20
  - 22

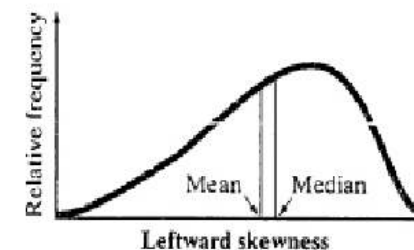
نومیانه (median) به له اوسط (mean) څخه کوچني وي. لکه لاندېنی شکل:



که چېرې دارقامود ویش منحنی متناسب (symmetric) دواړو خواوو ته یو برابر وي نو په دې صورت کې اوسط او میانه یو پر بل منطبق دی. لکه لاندې شکل:



که چېرې دارقامود دفعاتو د گراف کوپوالي (انحنای skewed) چې طرف ته وي، نو اوسط به یې کینی خواته او ترمیانی کوچني وي. لکه لاندې شکل



دارقامود سیت لپاره د مرکزي میلان دریم مقیاس مود (mode) دی. مود هم دارقامو په گراف کې نظر د منحنی میلان ته فرق کوی، که شکل دواړو خواوو ته یو برابر و، نو مود پر اوسط او میانی باندې منطبق دی.

C-صنفي عرض

که وغواړو په (۱، ۴) جدول کې چې طبقه بندي شوي ارقام دي، میانه او مود پیدا کړو، داسې عمل کوو: (\*)

$$\text{Mode} = L_1 + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$$

$$\text{Mode} = 6,95 + \left( \frac{42}{90} \right) \cdot 2$$

$$\text{Mode} = 6,95 + \left( \frac{42}{42 + 48} \right) \cdot 2$$

$$= 6,44$$

۱، ۴، ۴ - د ساده حسابي اوسط، مود او میانی اړیکې او مشخصات:

لکه چې ومولیدل د (۱، ۴) جدول ارقامو کې ساده حسابي اوسط، میانه او مود په لاندې ډول ترلاسه شول:

$$\text{Mean} = 8,98 \quad \text{یا } \bar{X}$$

$$\text{Median} = 8,12 \quad \text{یا میانه}$$

$$\text{Mode} = 6,44 \quad \text{یا مود}$$

دلته لیدل کېږي، چې حسابي اوسط، میانه او مود عین اعداد نه دي، بلکې د دوی ترمنځ لاندې رابطه صدق کوي:

$$\text{Mean} - \text{Mode} = 3(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$\text{یعني: } 8,98 - 6,44 = 3(8,98 - 8,12)$$

$$2,54 = 2,58 \quad (\text{ندرتاً په ډېر لږ فرق سره})$$

$$\text{یا هم: } \text{Mode} = 3\text{Median} - 2\text{Mean}$$

$$\text{یعني: } 6,44 = 3(8,12) - 2(8,98)$$

د Mo، Med او X' روابط د ارقامو د وېش څرنګوالی او د طبیعي منحنی شکل پورې اړه لري او بالمقابل د طبیعي منحنی له مخې د Mo، X' او Med موقعیت هم پېژندلای شو (دا موضوع وروستیو فصلونو کې په تفصیل راځي)

د میانې او اوسط ترمینځ رابطه **Comparing the Mean and the Median**

که چېرې دارقامود سیت د دفعاتو درسم شوی منحنی لمن ښي طرف ته پراختیا ولري

$$\text{Mode} = L_1 + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$$

(\*) ځینې وخت د fm-f1 پرځای Δ1 او د fm-f2 پرځای Δ2 لیکي چې فورمول د C په ډول دی

$$\text{Mode} = L_2 + \left( \frac{\Delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$$

نیسي، که چېرې د مود د صنف د کوز سرحد پرځای لوړ سرحد غوره کړو، فورمول د C په ډول دی

غوره کوي، چې د عملیې او مانا له پلوه او هغه ځواب چې په لاس راګوي، هیڅ فرق سره نه لري

- i. که چېرې کومه مشاهده صفر وي، نو دا اوسط صفر او له منځه ځي
- ii. د منفي اعدادو د موجودیت په صورت کې ټوله نه محاسبه کېږي

۴، ۵، ۳ - میانې ښکېلې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښکېلې:**

- i. دا په ډېر اسانه ډول محاسبه او درک کېږي
- ii. دا آن هغه وخت ټاکل کېدای شي، چې پدیدې په ارقامو د اراتې وړ نه وي
- iii. دا د لویو اعدادو اغیزې لاندې نه راځي، کله چې پرانیزې صنف هم موجود وي، موږ دا محاسبه کولای شو، لکه د عوایدو او قیمت په برخه کې

**ب: نیمګړتیاوې:**

- i. د یو شمېر نورو ریاضیکي محاسبو وړتیا نه لري
- ii. په ډېر دقیق ډول یې نه شو موندلای
- iii. دا په هغه صورت کې چې ارقام ډېر طولاني وي، د قطارونو په توګه نشو ترتیب کولای
- iv. دا د ټولو مشاهدو په بنسټ نه دی ولاړ

۴، ۵، ۴ - د موډ ښکېلې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښکېلې:**

- i. دا په ډېر زیاتو حالاتو کې ډېر اسانه محاسبه کېدای او موندل کېدای شي او موږ په اسانه دا موډ چې آیا هغه چېرې موقعیت لري؟
- ii. دا د ډېرو اوږدو یا کوچنیو ارقامو اغیزې لاندې نه راځي

**ب: نیمګړتیاوې:**

- i. دا په دقت نه شي ټاکلی کېدای
- ii. دا د اکثر غیر معین او نا محدود وي
- iii. دا ټول مشاهدات په بر کې نه نیسي
- iv. دا د نورو احصایېوې روشونو په واسطه د محاسبې وړ نه دي
- v. که چېرې مشاهدات ډېر کم شمېر وي، نو موږ یې نه شو موندلای

**یو حل شوی مثال:**

په لاندې جدول کې د پنځو سوتنو بستر شوی ناروغانو ارقام ورکړل شوي دي، هغو ته په کتلو سره لاندې سوالونه حل کړئ؟

**الف -** په صنف بندي شویو ارقامو کې کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري؟

۴، ۵ - یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د درجو یا مقیاسونو د ښکېلو او نیمګړتیاوو پرتله (مقایسه):

دا یو ضرورت دی، چې د هر یو وسطې وزن (Average) په ښکېلو (مزیت) او نیمګړتیاوو (نواقصو) باندې وپوهېږو، ترڅو هغه په مناسبه بڼه په خپل ځای کې وکاروو.

۴، ۵، ۱ - حسابي اوسط ښکېلې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښکېلې:**

- i. دا د دقیقو ریاضیکي فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي
- ii. دا په ارقامو کې د شاملو ټولو مشاهدو په بنسټ ترلاسه کېږي
- iii. دا ډېر په اسانه محاسبه او په ساده بڼه درک کېږي
- iv. دا په هر ډول ارقامو کې موندل کېدای شي. دا د نمونه گیری احصایېوې مېتودونو سره مناسبه ده، نو ځکه ډېر استعمال لري
- v. دا د ریاضیکي عملیو تابع ده

**ب: د حسابي اوسط نیمګړتیاوې:**

- i. دا په ارقامو کې د ډېرو لویو ارقامو په واسطه اغېزمن کېږي
- ii. ځینې وخت ډېر اوږده محاسبات غواړي
- iii. د ارقامو په ډېرو ګڼو مشاهدو کې حسابي اوسط د منځنیو نمونو او اوسطونو بڼه نمایندګي کوی نه شي
- iv. که چېرې صنف بندي شوي ارقام خلاص یا پرانیزې صنفونه ولري، نو صنفی اوسط پرته د صنفی حدودو له جمع کولو نشو پیدا کولای

۴، ۵، ۲ - د هندسي اوسط ښکېلې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښکېلې:**

- i. دا د ریاضیکي ټاکلو فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي
- ii. دا د ټولو مشاهدو په اساس ټاکل کېږي
- iii. په معینو حالاتو کې د ریاضیکي عملیو تابع ده
- iv. دا یو مناسب اوسط (Average) دی، چې ډېرو حالاتو کې استعمال کېدای او کارول کېدای شي

**ب: نیمګړتیاوې:**

- i. د نویو زده کوونکو (مبتدیانو) لپاره اسانه نه ده

- ب- خوفبصده ناروغانو له شلو (۲۰) کم ورځی بستری تیری کوی دی؟  
 ج- د څلورم صنف لور حد څو دی؟  
 د- کوم صنف ډېر تیت دفعات لري؟  
 ه- د جمعی دفعاتو هستوگرام او پولیگان رسم کړئ؟  
 و- اوسط په تفصیلی طریقہ حل کړئ؟  
 ز- اوسط په لنډه طریقہ حل کړئ؟  
 ح- میانه پیدا کړئ؟  
 ط- موډ او اوسطی انحراف سنجش کړئ؟

(۴، ۵) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو کلیوالو د صنف بندي، جمعی دفعات او د صنف بندي نور مشخصات:

صنفونه (X)	دفعات F یا Fi	% F یا Fi	وسطونه Xi	جمعی دفعات		Fi Xi	ui	fi ui	صنفي سرحدونه	صنفي عرض (C)	Xi - X'	Fi(Xi-X')
				له مېرمنو صنف څخه پورته دفعات	اندازه							
10-14	3	6	12	50	100	36	-3	-9	9,15-14,5	5	14,4	43,2
15-19	7	14	17	47	94	119	-2	-14	14,5-19,5	5	9,4	65,8
20-24	9	18	22	40	80	208	-1	-9	19,5-24,5	5	2,4	216,0
25-29	15	30	27	31	62	405	0	0	24,5-29,5	5	0,6	9,0
30-34	10	20	32	16	32	320	1	10	29,5-34,5	5	5,6	56,0
35-39	4	8	37	6	12	148	2	8	34,5-39,5	5	10,6	42,4
40-44	2	4	42	2	4	84	3	6	39,5-44,5	5	15,6	31,2
		$\Sigma = 50$ 100%				$\Sigma fixi = 1320$		$\Sigma fii = -8$				$\Sigma Fi(Xi-X') = 463,6$

نمونه‌ها:

۱. د یوې علمي تجربې په ترڅ کې په څو کروندو کې د بېلابېلو کرنیزو پرکتسونو او تولیدي عواملو د ترکیب له مخې د رومي بانجانو لاندې نمونې ټولې او مشاهده شوي. په هغو کې د گل کولو لومړۍ اونۍ کې د گلانو شمېر په لاندې ډول شمېرل شوي:

د بوټو شمېر	په هر بوټي کې تشکیل شوي گلان (مېرې)
2	1-4
13	5-9
35	10-14
20	15-19
14	20-24
3	25-29

- i. پیدا کړئ چې دېر زیات شمېر بوټي په کومه اندازه گلان لري؟
  - ii. په ارقامو کې حسابي او سطر هم په لنډه او هم په تفصیلي طریقه محاسبه کړئ؟
  - iii. په ارقامو کې مود او میانه محاسبه کړئ؟
  - iv. د دفعاتو گراف (هیستوگرام او پالیگان) رسم کړئ؟
  - v. د پینځم صنف لوړ سرحد، صنفی اوسط او صنفی عرض په بېلابېله توگه پیدا او وښیئ؟
  - vi. که چېرې له دغې تجربې څخه هدف په لومړي اونۍ کې اقلاً په هر بوټي کې د ۲۰ گلانو تشکیل کېدل وي، نو څو فیصده بوټو مطلوبه نتیجه ورکړي؟
  - vii. د  $Mod = 3Median - 2Mean$  قاعدې له مخې د درې وارو رابطه وښیئ؟
۲. لاندې ارقام لرو: 6, 8, 12, 8, 6, 8, 11, 8, 9, 9, 8. مود او میانه پیدا کړئ؛ او هم د اوسط دا مشخصه ثابتې کړئ، چې څرنگه اوسط څخه د انحراف د درجو مجموعه صفر او بیا د هغو مربع د اوسط له مربع څخه کوچنی ثابتې کېدای شي؟
۳. یوه تیوال په بېلابېلو محصولاتو (جناسو) کې په هر کیلو کې لاندې اندازه گټه کړې؟

د هر کیلو گټه (مقاد)	د محصول مقدار
۲ افغانۍ فی کیلو کې	رومي بانجان ۲۲ کیلو
۵،۲ افغانۍ فی کیلو کې	کچالو ۳۴ کیلو
۵ افغانۍ فی کیلو کې	پیاز ۳۴ کیلو
۱ افغانۍ فی کیلو کې	شلغم ۷۰ کیلو

حل:

- ✓ څلورم صنف دېر لوړ دفعات لري
- ✓ شپږو (۷) تنو له پینځه دېرشو (۳۵) بسترو څخه تېرې کورې دي
- ✓ شل فیصده (۲۰٪) له شلو (۲۰) دېسترو کم وخت اخیستي
- ✓ د څلورم صنف لوړ حد نهه ویشت (۲۹) دی
- ✓ اووم صنف دېر ټیټ دفعات لري

$$X' = \frac{\sum fixl}{N} = \frac{1320}{50} = 26,4$$

$$X' = X_0 + \left(\frac{\sum fiui}{n}\right) \cdot C$$

$$X' = 27 + \left(\frac{-8}{50}\right) \cdot 5 = 27 + \frac{-40}{50} = 27 - 0,8 = 26,2$$

$$Median = L + \left(\frac{N}{2} - F\right) \frac{C}{fm} = 24,5 + \left(\frac{50}{2} - 19\right) \frac{5}{15} = 24,5 + (25 - 19) \frac{5}{15}$$

$$= 24,5 + (6) \frac{5}{15} = 24,5 + 2 = 26,5$$

$$Mode = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

$$Mode = 24,5 + \left(\frac{6}{6 + 5}\right) \cdot 5 = 24,5 + \left(\frac{30}{11}\right) = 24,5 + 2,78 = 27,2$$

$$MD = \frac{\sum fi/Xi - X'}{n} = \frac{463,6}{50} = 9,27$$

## پینځم څپرکی

## ارقامو کې د انحراف د درجې مقیاسونه

## یا د څپوروالي میلان

## Measures of Dispersion

لکه چې پخوا هم وویل شول، ارقام او اعداد د بېلابېلو مقاصدو او موخو لپاره راټولېږي، خو دغه لومړني، څواره واره اعداد یا Primary Data معمولاً گنگ او بې مفهومه وي، نو ځکه د یوې روښانه پایلې، پرتلې او بڼې شرحې لپاره منظمًا ترتیب کېږي، کېدای شي هغه موږ د ارزښ، کوچنیوالي او لوږوالي، موقعیت، سکټورونو، وخت کيفي صفت یا هم د مقداري اندازو او نورو له پلوه ترتیب کړو، دې ته موږ ترتیب شوي دېټا یا دوهمي ارقام (Secondary Data) وایو.

کېدای شي د ضرورت له مخې هغه په صنفو ووېشو، په دې ډول موږ له هغو څخه د نمونې د غوره کولو لپاره مرکزي وزنونه (Averages) ټاکو، همدارنگه احصایېوې تحلیلونو او د یوې علمي څېړنې په ترڅ کې دې ته ضرورت پېښېږي، چې په دې پوه شو، چې آیا د ارقامو د یوې مجموعې، هر عدد او هره مشاهده یو بل سره څومره فرق او لرې والی لري، یا په مجموع کې د ټولو ارقامو پراخوالي او فاصله څومره ده؟ یا هم غواړو پوه شو، چې د یو گڼ شمېر ارقامو د یوه سیټ اعداد په منځني ډول یو تر بله څومره څومره انحراف لري؟

د دغو موخو لپاره د اعدادو په فریکوینسي کې ځینې احصایېوې میتودونه تطبیق کېږي، لکه چې وویل شول، موږ غواړو د بېلابېلو مقاصدو لپاره انحراف ومومو، کېدای شي دغه انحراف په ټولو ارقامو کې یعنی د قیمت له پلوه، د ډېر کوچني رقم څخه تر لوی پورې، یا هم کېدای شي په مجموع کې د هر عدد او رقم ترمنځ په اوسط ډول وي. په هر صورت د دغو موخو او د انحراف یا د ارقامو د څپوروالي د اندازې د معلومولو لپاره معمولاً لاندې څلور معیارونه کارول کېږي:

۱. فاصله، Range

۲. کوارتل انحراف، Quartile Deviation یا (Q.D)

۳. وسطي انحراف، Average Deviation (A.D) یا (M.D)

۴. میزاني یا ستندرد انحراف، Standard Deviation (S.D) او ورینس (Variance).

۵. ۱- فاصله Range

کله چې د ارقامو یوه مجموعه ولرو، د دغې مجموعې د ارزښ له پلوه د لوی او کوچني عدد

د هغو اوسط پیدا کړئ؟

۴. لاندې ارقام را کړل شوي، صنف بندي یې کړئ، دفعات یې په Tally او عدد بڼه وښیئ او بیا یې د دفعاتو او تجمعي دفعاتو گرافونه رسم کړئ؟

40, 45, 50, 55, 60, 62, 66, 68, 70, 70, 72, 72, 73, 74

75, 75, 75, 80, 80, 80, 82, 82, 84, 84, 85, 85, 86, 87

88, 89, 90, 90, 92, 92, 94, 95, 100, 100, 105, 108

110, 115, 116, 129, 125

۱- د جدول صنفونه 40-49، دوهم 50-59 او اخیري 120-129 دی، په دې کې صنفی

سرحدونه هم ښکاره کړئ او صنفی و سطونه هم وښیئ؟

۲- په صنف بندي کې د لوستل شوي فورمول تطبیق وښیئ؟



دویم سیټ کې:  $R=60-21=39$ 

د دواړو R یو بل سره مساوي کېږي، حال دا چې دواړو کې د فرق لپاره ډېر واټن لیدل کېږي، دا نه واضحه کېږي، چې آیا منځني ډول باندي د اعدادو ترمنځ انحراف څومره دی؟

### ۲، ۵- کوارټیل انحراف (Q.D):

د فاصلې د ذکر شوي نیمگړتیا د رفع کولو په خاطر داسې کوشش شوی، چې ټول ارقام په څلورو برخو، اتو برخو یا په دولسو برخو ووېشي، کله چې بېل شول، هر یو یې چهاریک (څلورمه برخه Quartile) یا ۲۵٪ فیصده برخه کېږي، نو دلته د لومړني چاریک (۲۵٪) څخه صرف نظر کېږي، د دویم عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي، د دویم چارک لومړی عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي او بیا په دوو تقسیم کېږي، یعنې:

$Q.D = \frac{Q_3 - Q_2}{2}$ ، خو بیا هم دلته یوه نیمگړتیا شته، هغه داده چې دوه صرف نظر شوي

کوارټلونه (۵۰٪) مشاهده کېږي له نظره لومړي (سره له دې چې  $Q_3 - Q_2$  په دوو وېشل کېږي)، خو بیا هم دا طریقه ډېره د قناعت وړ نه ده، له همدې امله عملي تحقیق کې ډېره معمول نه ده، خود خلاصو صنفونو لرونکو طبقه بنديو کې یوه مناسبه طریقه بریښي، مثال:

که ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۱۲ اعداد ولرو، داسې عمل کوو:

د کوارټیل د طریقي مطابق ارقام په څلورو برخو وېشو، لومړی چاریک تر (۳) راځي، اخري یې ۱۰، ۱۱، ۱۲ دي؛ همدا لومړی (یعنې ۱، ۲، ۳) بلکل لرې کوو، اخري چاریک (۱۰، ۱۱، ۱۲) مو هم لرې کوو، د دوهم چاریک لومړی عدد (۴) د درېیم چاریک له اخري عدد (۹) څخه منفي او په (۲)

یې تقسیمو، نو ځواب (۲، ۵) کېږي، یعنې:  $Q.D = \frac{9-4}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$

### ۳، ۵- وسطي انحراف (M.D):

وسطي انحراف The Mean (Or Average) Deviation یا M.D د ارقامو په یوه سلسله کې نظر اوسط ته سنجول کېږي، د چاریک په مقایسه دا ډېره د منلو وړ طریقه ده، په علمي څېړنو کې ډېره معمول ده او ثقه پایله لري. د دغه انحراف څخه موږ ته دا معلومېږي چې ایا هره مشاهده په اوسط ډول یو بل سره څومره فاصله لري؟ د M.D په سنجش کژ د ارقامو انحراف، د ارقامو په وېش کې د هر رقم او عدد د ارزش له مخې محاسبه کېږي، ددې لپاره له ټولو مخکې د ارقامو حسابي اوسط موندل کېږي، بیا په سیټ یا د ارقامو مجموعه کې د شامل هر عدد، مطلقه تفاوت (د تفریق حاصل) له عمومي اوسط څخه په لاس راوړل کېږي، بیا دغه مطلقه فرق هر یو جمع کوو او د ټولو ارقامو په شمېر (N) یې وېشو، هغه ضریب چې په لاس راځي وسطي انحراف بلل کېږي، په هغه صورت کې چې ارقام طبقه بندي شوي نوي، د هغو وسطي انحراف د لاندې فورمول له

ترمنځ فرق یا تفاوت (انحراف) د فاصلې څخه عبارت دی، چې دا یو مطلقه انحراف دی، چې په خپله د اصل ارقامو د عددي تفریق څخه په لاس راځي، کوم نسبي یا مقایسوي شکل نه لري، هم په صنف بندي شویو او هم غیر صنف بندي شویو ارقامو کې په عین طریقه موندل کېږي، فورمول یې دا دی:

$$R = X_{Max} - X_{Min}$$

دلته

R - فاصله

 $X_{Max}$  - لوی عدد. $X_{Min}$  - کوچنی عدد.

که چېرې 20، 30، 40، 69، 25 اعداد ولرو، نو د هغو فاصله (R) داسې موږ:

$$R = 70 - 20 = 50$$

که چېرې ارقام طبقه بندي شوي وي، نو د ټیټ صنف ټیټ حد د اخر لوړ صنف لوړ حد څخه منفي کوو (چې همدا لوی او کوچنی اعداد په اصل مشاهده کې موجود وي) او (R) په لاس راځي

### ۱، ۱، ۵- فاصلې بېلگې:

i دا طریقه ډېره اسانه ده.

ii دا فقط د مشاهده دوو عددو ته ضرورت لري باید وویل شي، چې دا په هغو حالاتو کې چې د ټولو مشاهده د پیل او پای اعداد مهم ویرېښي، ښه کار وړکوي؛ لکه د تودوڅي او یخنی د درجو فرق، په مارکیټ کې د بیو اعظمي حد بدلونونه، د یوې کروندې ډېر لوړ او کم حد حاصل ترمنځ فرق، د اورښت لوړې او کمې اندازې فاصله، د شاگردانو د ذکاوت او نمر ترمنځ توپیر او نور مثالونه

### ۱، ۲- د فاصلې نیمگړتیاوې:

i په ارقامو کې یوازې د ډېر لوی او ډېر کوچنی عدد پورې مربوط ده.

ii په منځني ډول د هرې مشاهده ترمنځ تفاوت او انحراف نه شي ښودی.

iii د غیر عادي اعدادو د موجودیت په صورت کې شدیداً متاثره کېږي، د بېلگې په ډول:

15, 69, 20, 30, 40, 70

او 20, 21, 40, 52, 60, 70

په ذکر شویو دواړو بېلگو کې  $R=50$  کېږي، حال دا چې که د دواړو له دوو خواوو یوې، عدد لرې شي، نو بیا:

$$R = 60 - 30 = 39$$

اول سیټ کې:

$$M.D = \frac{\sum fi/xi - x'}{n}$$

M.D - وسطی انحراف

fi - دفعات

xi - صنفی وسطونه

Σ - مجموع

مثال:

(۱، ۵) جدول: دیوه علمی تحقیق لپاره د بېلابېلو بوتو د ۱۰۰ توپو اندازه

X	F	xi	fix	xi-x'	Fi/xi-x'/
40,0-49,9	1	45	45	36,6	36,6
50,0-59,9	5	55	275	26,6	133,0
60,0-69,9	11	65	715	16,6	182,6
70,0-79,9	26	75	1950	6,6	171,6
80,0-89,9	33	85	1005	3,4	112,2
90,0-99,9	16	95	1520	13,4	214,4
100,0-109,9	7	105	795	24,4	170,8
110,0-119,9	1	115	115	33,4	33,4
	N=100		Σfixi=8160		1054,6

Source: (2-P.164)

$$x' = \frac{\sum fixi}{n} = \frac{8160}{100} = 81,6 \quad M.D = \frac{\sum fi/xi - x'}{n} = \frac{1054,6}{100} = 10,54$$

د یو شمېر احصایه پوهانو په نظر: دلته هم د گڼ شمېر نفوس Population لپاره د صنف بندي شویو ارقامو د اوسط پرځای د هغو میانه لیکلای شو.

۵، ۴ - میزانی انحراف او وریس (The Standard Deviation &amp; Variance)

الف: میزانی (ستندرد) یا معیاري انحراف

معیاري یا ستندرد انحراف د انحراف له مهمو میلانونو څخه دی، دا د ارقامو له ساده حسابي اوسط څخه د منځني واټن، فاصلي یا د پراخوالي یو ځانگړی شکل دی، وسطی انحراف سره یې فرق دا دی چې معیاري انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مربع سنجول کېږي، بیا مربع په (n) وېشل کېږي، جذر مربع یې په لاس راوړل کېږي، خو په وسطی انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مطلقه قیمت په کار ځي، که ارقام غیر صنف بندي شوي، د معیاري

$$M.D = \frac{\sum xi - X'}{n}$$

دلته

M.D - وسطی انحراف

xi - هره مشاهده

X' - د ارقامو حسابي اوسط

n - د ټولو ارقامو شمېر.

/ - د مطلقه ارزش علامه

مثال: که چېرې ۷، ۴، ۵، ۱۰، ۳ او ۳ اعداد ولرو، نو لومړی یې حسابي اوسط داسې مومو:

$$x' = \frac{3 + 7 + 4 + 5 + 10 + 3}{6} = 7$$

بیا د هرې مشاهده د عمومي اوسط مطلقه تفاوت نښو او په n یې تقسیم او همدا M.D دی:

$$M.D = \frac{|7 - 3| + |7 - 7| + |7 - 10| + |7 - 5| + |7 - 4| + |7 - 3|}{6} \Rightarrow M.D = \frac{18}{3} = 3$$

په دې ډول (۳) هغه ضریب دی، چې د ذکر شویو اعدادو وسطی انحراف څخه نمایندگي کوي، یعنې دغه اعداد په منځني توگه هر یو یې د ارقامو د عمومي ساده حسابي اوسط څخه د (۳) په اندازه واټن، فرق او تفاوت لري، چې همدا یې د خپوروالي یا وسعت مانا افاده کوي، یقیناً دغه ځواب د دوو نورو طریقو (Q.D او R) په مقایسه ډېر قناعت ښوونکی دی.

داسې نظریه هم شته، چې د مختصرو اعدادو لپاره په فورمول کې ساده حسابي اوسط (X') نیول کېږي، خو د گڼ شمېر نفوس لپاره بیا میانه (μ) د هغه پرځای تعویض کول په کار دی، یعنې:

$$M.D = \frac{\sum xi - x'}{n}, \text{ For Sample Data}$$

$$M.D = \frac{\sum xi - \mu}{n}, \text{ For Population Data}$$

خو که چېرې ارقام طبقه بندي شوي وي، د وسطی انحراف د سنجش لپاره فورمول لرو، چې:

$$M.D = \frac{\sum Fi/Xi - X'}{n}$$

په پورته فورمول کې fi نظر کې نیول شوی او په مخرج کې n، چې عبارت له هماغه (fi) څخه دی او xi هره مشاهده نه بلکې د صنفی وسطونو څخه عبارت ده، د دغه فورمول انکشاف او په هغه کې د fi داخل عیناً په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش او په صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط د سنجش په شان دی او ورسره مشابهت لري، په فورمول

## ب: ورنس Variance

ورنس په ډېر لنډ ډول داسې تعريفېږي، چې که چېرې د S مربع جذر استخراج شي، د ورنس څخه عبارت دی، چې په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2 = \frac{\sum (xi - x')^2}{n}$$

او په صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2 = \frac{\sum fi (xi - x')^2}{n}$$

دلته به هر یو له یو یو مثال سره ذکر شي.

لومړی مثال: که چېرې د یوه تجربوي پلاټ (۸) یو کلنو نیالونو په سانتی متر په لاندې اندازه وده کړې وي، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۷۵، ۷۰، ۶۵، ۷۰، ۷۰، ۸۳؛ نو په هغو کې ستندرد انحراف ومومي؟  
حل: لومړی په ارقامو کې ساده حسابي اوسط پیدا کوو:

$$x' = \frac{\sum xi}{n}$$

$$x' = \frac{83 + 70 + 65 + 60 + 75 + 75 + 90 + 85 + 80}{8} = \frac{695}{8} = 76$$

بیا د فورمول سره سم د هر نیالګي اندازه د هغو له ګڼ حسابي اوسط څخه منفي او بیا یې مربع مومي، په n یې وپشو او د هغو د مربع جذر په لاس راوړو:

$$(83-76) + (70-76) + (65-76) + (60-76) + (75-76) + (90-76) + (85-76) + (80-76) = (7) + (6) + (11) + (10) + (11) + (14) + (9) + (11)$$

$$S = \sqrt{\frac{(7)^2 + (6)^2 + (11)^2 + (10)^2 + (11)^2 + (14)^2 + (9)^2 + (11)^2}{8}} = \sqrt{\frac{756}{8}} \quad S = 9,72$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi (xi - x')^2}{n}} \quad (*)$$

دلته

S- میزاني انحراف

xi- د غیر صنف بندي شویو ارقامو هر ه مشاهده.

x'- د غیر صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط

n- ټول مشاهدات

∑- مجموعه

په صنف بندي شویو ارقامو کې f د خپل مومي او مخرج په ∑ fi یا n وپشل کېږي، چې لرو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi (xi - x')^2}{\sum fi}}$$

دلته

S- میزاني انحراف

fi- دفعات

xi- هر صنفني ووسط

x'- د صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط.

fi- دفعات

∑- مجموعه

دا هم باید وویل شي، چې په احصایه کې د ګڼ شمېر نفوس (ډېر زیات شمېر مشاهدو) مشخصات د نمونې له مخې چې د اصلي نفوس یوه برخه جوړوي استنباط کېږي، نو ځکه د میزاني انحراف د فورمول مخرج کې د (n) پر ځای ځینو مواردو کې (n-1) او ځینې وخت د (x') پر ځای (μ) نیول کېږي، یعنې:

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi (xi - \mu^2)}{n-1}} \quad \text{یا} \quad S = \sqrt{\frac{\sum fi (xi - x')^2}{n-1}}$$

په ځینو خاصو مواردو کې د دواړو فورمولونو څخه کار اخلي، له n څخه د (۱) منفي کول د غلطی د رفع کولو په خاطر صورت نیسي، اگرچه په ګڼ شمېر مشاهدو کې (۱) دومره زیات اغېز نه لري، خو بیا هم (۱) د (n) څخه منفي کېږي، چې دې ته د ازادۍ درجه ویل کېږي.

(\*) په یو شمېر احصایوي ماخذونو کې میزاني انحراف په زیګما کوچني حرف او S سره هم ښودل شوی.

دویم مثال په لاندې صنف بندی شویو ارقامو کې میزانی انحراف ومومئ؟

X	Fi	Xi	Fi(xi-x') <sub>2</sub>	(xi-x') <sub>2</sub>
11-20	10	15,5	1030,410	103014
21-30	25	25,5	12210,25	488,41
31-40	40	35,5	10212,4	255,41
41-50	45	45,5	198,45	4,14
51-60	32	55,5	1997,12	62,41
61-70	25	65,5	8010,25	320,41
71-80	15	75,5	11676,15	778,41
81-90	5	85,5	7182,05	1436,41
91-100	3	95,5	8683,23	2294,41
200			68674	

$$x' = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{9520}{200} = 47,6$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - x')^2}{n}} = \sqrt{\frac{68674}{200}} = \sqrt{343,37} = 18,5$$

۵، ۴، ۱- په لاندې طریقې د میزانی انحراف سنجش:

که چېرې د میزانی انحراف فورمول ته څیر شو، نو د دغه فورمول تطبیق کول گڼ شمېر عملیو ته ضرورت لري، په هغه صورت کې چې ارقام اعشاریه لرونکي وي، یا مشاهدات ډېر زیات وي، د دې فورمول تطبیق مشکل دی، دغه فورمول یا مساوات ته په لږ انکشاف ورکولو سره داسې یو بل فورمول په لاس راځي، چې اسانه او لنډ دی:

۱. په غیر صنف بندی شویو ارقامو کې د میزانی انحراف د لاندې طریقې فورمول د لاندې طریقې د فورمول د استخراج لپاره هغه پخواني فورمول ته انکشاف ورکوو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - x')^2}{n}}$$

لومړی د مساوات بڼې خوا څخه جذر لرې کوو، چې کینه خوا د مربع طاقت پیدا کوي، بیا گورو چې فورمول کې د افادې د صورت عدد د  $(a-b)^2$  شکل لري، نو د هغې تجزیه په لاندې ډول

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

نو ځکه

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - x')^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i^2 - 2x'x_i + x'^2)}{n}} \Rightarrow S^2 = \frac{\sum x_i^2 - 2x' \sum x_i + \sum x'^2}{n}$$

له دې کبله چې  $(n)$  مشترک مخرج دی، نو لیکو:

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - 2x' \left( \frac{\sum x_i}{n} \right) + x'^2 \left( \frac{\sum x_i}{n} \right) - 2x'(x) + x'^2$$

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} + x'^2 \Rightarrow$$

له دې کبله چې د  $(s)$  توان مربع دی، نو په خپله  $(s)$  عبارت دی له

$$S = \left( \frac{\sum x_i^2}{n} \right) - x'^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{\sum x_i^2}{n}$$

۲. په صنف بندی شویو ارقامو کې د میزانی انحراف د لاندې طریقې د فورمول استخراج

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - x')^2}{n}} \quad \text{فورمول کې لرو چې:}$$

نو عینا لکه د غیر صنف بندی شویو ارقامو په شان هغه ساده کولای شو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - x')^2}{n}}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - x')^2}{n} = \frac{\sum f_i (x_i^2 - 2x_i x' + x'^2)}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i x_i^2 - 2x' \sum f_i x_i + \sum f_i x'^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - 2x' \frac{\sum f_i x_i}{n} + \frac{\sum f_i x'^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - 2x'^2 + x'^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - x'^2$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - x'^2} \quad \text{یا} \quad S = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \left( \frac{\sum f_i x_i}{n} \right)^2}$$

مثال: (۳، ۵) جدول، ۲۰۰ صنف بندی شوي فرضي نموني

X	F	U <sub>i</sub>	f <sub>i</sub> u <sub>i</sub>	u <sub>i</sub> <sup>2</sup>	f <sub>i</sub> u <sub>i</sub> <sup>2</sup>
11-20	10	-4	-40	16	160
21-30	25	-3	-75	9	225
31-40	40	-2	-80	4	160
41-50	45	-1	-45	1	45
51-60	32	0	0	0	0
61-70	25	+1	25	1	25
71-80	15	+2	30	4	60
81-90	5	+3	15	9	45
91-100	3	+4	12	16	48
	200	0	-158	768	

حل:

$$S = C \cdot \sqrt{\frac{\sum f_i u_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{n}\right)^2}$$

$$S = 10 \cdot \sqrt{\frac{768}{200} - \left(\frac{-158}{200}\right)^2} = 10 \cdot \sqrt{3,84 - (0,79)^2}$$

$$S = 10 \cdot \sqrt{3,84 - 0,6241} = 10 \cdot \sqrt{3,2159} = (10)(1,79)$$

$$S = 17,9$$

۳، ۴، ۵ - ميزاني انحراف او ورینس مشخصات:

له دې کبله چې اکثرأ عملي روشونو کې د ميزاني انحراف څخه کار اخيستل کېږي، که چېرې دغه معيار مربع جذر راوکاږو، نو همدا ورینس دی، ښه به وي چې د ارقامو يوه سلسله چې د هغې په ځانگړتياو هم وپوهېږو.

ورینس او ميزاني انحراف په ارقامو کې د اوسط په شان مشخصات لري، يعنې که د سیت ټول ارقام په عين اندازه کم يا زيات شي، يا کوم بدلون په کې راوړو، په خپله ميزاني انحراف او ورینس کې هم عين مقدار بدلون راځي، مثلاً: که چېرې ۸، ۵، ۳، ۲، ۲ شمېرې ولرو، نو د هغو ورینس او ميزاني انحراف سنجش او بيا يې مشخصات گورو:

دلته په لنډې طريقې سره د لاندېني جدول ارقام سنجش کوو:

x	f	x <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> <sup>2</sup>	f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> <sup>2</sup>
11-20	10	15,5	240,25	2420,50
21-30	25	25,5	650,25	16256,25
31-40	40	35,5	260,25	50410,00
41-50	45	45,5	2070,25	93161,25
51-60	32	55,5	3080,25	93568,00
61-70	25	65,5	4290,25	107256,25
71-80	15	75,5	5700,25	85503,25
81-90	5	85,5	7310,25	36551,25
91-100	3	95,5	9120,25	27360,75
	200		517470	

$$S = \sqrt{\frac{517470}{200} - (47,6)^2} \quad S = \sqrt{321,4849} = 17,93$$

۲، ۴، ۵ - U<sub>i</sub> د مقياس په روش د ميزاني انحراف سنجش:

لکه چې د اوسط په سنجش کې مو وليدل، کولای شو د دفعاتو د وېش په جدول کې د دفعاتو د منځني صنف په وړاندې صفر او له هغه پر په وار سره ۱، ۲، ۳... او کوزې حواته په وار سره (۱، ۲، ۳... اعداد کېږو؛ يعنې بره خوا به منفي کوزه خوا به مثبت وي) د صنفونو د طاق والي په صورت کې موږ د صنفونو د ډيروالي په صورت کې يا له يوه صنف څخه صرف نظر کوو يا له دغې اختياري طريقې تيرېږو او په تفصيلي طريقه يې حل کوو) اختياري وضع شوې ستون ته د خپل واک له مخې د انا ستون وايو، د ميزاني انحراف په سنجش کې د لنډې طريقې په فورمول کې د x<sub>i</sub> په عوض کې همدا ډډو، خو صنفی عرض به ورسره ضرب او په دې ډول د ميزاني انحراف سنجش اسانه کېږي، فورمول دا ښه غوره کوي

$$S = C \cdot \sqrt{\frac{\sum f_i u_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{n}\right)^2}$$

$$x = \frac{20}{5} = 4$$

$$S = \sqrt{\frac{(2-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (8-4)^2}{5}}$$

$$S = \sqrt{\frac{4-4+1+16}{5}} = 2,549$$

$$S^2 = 6,5$$

نو:

	xi	x+4	x-4	x-1
	2	6	8	1
	2	6	8	1
	3	7	12	2
	5	9	20	4
	8	12	31	7
$S^2$ وریٹنس	6,5	6,5	6,5	6,5
S میزانی انحراف	2,54	2,54	2,54	2,54

**د وریٹنس او معیاری انحراف لپاره سمبولونه:**

$$S^2 - \text{د نمونې وریٹنس} \quad \sigma^2 - \text{دارقامو (نفوس) وریٹنس}$$

$$S - \text{د نمونې معیاری انحراف} \quad \sigma - \text{د نفوس معیاری انحراف}$$

په یاد ولرئ، چی معیاری (ستندرد) انحراف برخلاف د وریٹنس د حقیقي واحدا تو د مقیاسونو په واسطه ښودل کېږي. د مثال په ډول، که چېرې حقیقي مقیاسونه په ډالر ښودل شوي وي نو وریٹنس هم په ټاکلي واحد (ډالر مربع) باندې ښودل کېږي، بلکه معیاری انحراف په ډالرو ښودل کېږي.

کېدای شي دا خبره مو په تعجب کې واچوي چې ولې د نمونې د وریٹنس د محاسبه کولو لپاره د n په ځای د (n-1) د مقسوم علیه څخه استفاده کوو، ایا د n استعمال به ډېر منطقي نه وي، ایا د نمونې وریٹنس به متوسط معیاری انحراف وي کوم چې د اوسط څخه په لاس راځي؟

د n په استعمال کې مشکل دا دي چې n دا میلان لري چې د نفوس د وریٹنس  $\sigma^2$  لپاره یو کمتر احتمال ښودونکي دي، نو په دې اساس چې مونږ (n-1) په مخرج کې استعمالوو ترڅو

د دې میلان لپاره یو مناسب تصحیح ارائه کړي. څرنگه چې (sample statistics) لکه  $S^2$  اساساً د د ډېر گڼ نفوس د پارامیترونو د تخمین لپاره په کار وړل کېږي او په  $\sigma^2$  باندې ښودل کېږي.

**تمرینات**

۱. په یو کلي کې ۱۲۰ تنه بزگران هره ورځ په لاندې ډول عواید لري

بزگران	د ورځې عاید (په افغانیو)
7	31-40
11	41-50
35	51-60
37	61-70
17	71-80
8	81-90
5	91-100

پورته ارقامو کې:

الف-  $M.D=?$

ب-  $S=?$

ج-  $S^2=?$

۲. په یو شمېر ارقامو کې فاصله څه ده او د هغې نیمگړتیا وې بیان کړئ؟

۳. د وسطي انحراف او میزاني انحراف فرق په څه کې دی؟

۴. په ۹، ۱۸، ۱۵، ۷، ۱۲، ۸، ۲، ۲ کې میزاني انحراف سنجش کړئ؟

۵. په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه میزاني انحراف حل کړئ؟

صنفونه	دفعات	صنفي و سطونه
20-0	5	10
40-20	10	30
60-40	80	50
80-60	40	70
100-80	15	90

محتمل دی، دا هم په احتمالاتو کې راځي، چې د یو امکان ترسره کېدل په څو ډولونو او څو بڼو کېدون لري؟ دا هم احتمال گڼل کېږي، چې د یوې پېښې ثقه والی او نا ثقه والی ثابت شي، په دې ډول احتمالات تقریباً څو سوالونو ته ځواب ویونکی دی:

الف- کله چې د یوې پېښې څخه څو، څو پایلې زېږېدلای شي.

ب- د یوه امکان ترسره کېدل له څو لارو.

ج- له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدل.

د- له ډېرو پېښو هرو مرو د یوې یا څو محدودو پېښو واقع کېدل.

د پورته او هغو ته ورته نورو سوالونو لپاره ځواب موندل ځینو قواعدو پورې اړه لري، ددې موضوع ډېره ساده اړانده په یوه بېلگه روښانه کېدای شي: که چېرې د یوې پېښې د واقع کېدو لپاره ځینې ځانگړتیاوې، قرینې، شرایط او مساعد امکان په نظر کې ونیسو، طبیعتاً هغو په موجودیت سره مطلوبه پېښه واقع کېږي، مثلاً موږ ټول پوهېږو چې د ورپېڅې په ورځ لمر نه وي، خو که اسمان شین وي لمر هم وي، په دې ډول د لمر د رڼا لپاره د اسمان شین والی شرط شو، د دې ډول شرط په موجودیت کې مطلوبه پېښه سل په سلو کې (۱۰۰٪) واقع کېږي، دې ته موږ (څرگندې پدیدې) وایو.

له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ مخکې کلاسیکي ریاضی د مساعد شرط په صورت کې د یوې حادثې پېښېدل داسې تعریف کړي و:

که چېرې د یوې (A) حادثې په هکله (n) دهغې د وقوع احتمال ټول مساعد شرایط او لازمي امکانات او قراین یا Likely وپولو او (m) مطلقاً د (A) حادثې واقع کېدل او ښکاره کېدل Happening وپولو، نو په دې صورت کې د (A) حادثې واقع کېدل په (n) باندې د (m) د وېش یا

تقسیم  $\frac{m}{n}$  څخه عبارت ده، یعنې  $P(A) = \frac{m}{n}$  چې د احتمال فورمول یې دا دی:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

همدا د احتمالاتو لپاره یو عمومي تعریف ومنل شو او د (A) حادثې د احتمال لور عدد (۱) او تیت یې (۰) یعنې نه واقع کېدل وبلل شول، په دې ډول  $m: 1$  غوره شوی و، نو ځکه وایو چې د یوې پېښې واقع کېدل د صفر او یو ترمنځ دی.

د دې برخلاف د (A) حادثې نه واقع کېدل هغه وخت وي، چې ددې پېښې د ټولو شرایطو، قوانینو او مساعدو امکاناتو څخه پېښېدونکي شرایط لرې کړو، په دې ډول موږ د A حادثې واقع کېدل په  $P(A)$  ونښودل، نو نه واقع کېدل به یې په  $P^*(A)$  ونښو، چې:

$$P^*(A) = \frac{n-m}{n}$$

## شپږم څپرکی

### د احتمالاتو تیوري

احتمالات په معاصرې احصایې او گڼ شمېر نورو علومو کې مهم رول او ارزښت لري، سره له دې چې د احتمالاتو تیوري له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ راهسې رواج ده، په تېره بیا کله چې دیموور Demoiver د احتمالاتو په هکله پرله پسې کار وکړ. دغه روش علمي څېړنې کې لا اهمیت غوره کړ، په ۱۷مه او ۱۸مه پېړۍ کې په اروپا کې یو شمېر جوارگرو، په پرله پسې ډول له ریاضي پوهانو دا غوښتنه وکړه، چې دوی ته په دې برخه کې لارښوونه او مرسته وکړي، چې دوی د قطعو او ډایس په لوبو او قمار کې بریالیتوب ترلاسه کړي، د دوی دا غوښتنه په حقیقت کې د بریالي کېدو د چانس موندلو و، په لومړي سر کې د احتمال سنجش په ریاضي پورې تړلی و، یعنې احتمالات د ریاضي یوه څانگه وه، خصوصاً دوو ریاضي پوهانو برنولي Bernoulli او Demoivre په دې برخه کې ډېر کار وکړ، چې د احتمالاتو ریاضي یې رامنځته کړه، په ۱۷۳۰م کال لاپلاس او گاوس د احتمالاتو تیوري په ستورو پېژندنه کې وکاروله، دموور د احتمالاتو تیوري ته ډېر پرمختگ ورکړ او له ریاضي رابېله شوه، له دې کبله چې د احصایې د علم بنسټ د تصمیم په نیولو ولاړ دی، نو د راتولو شویو مشاهدو له لارې او د هغو د تحلیل په پایله کې یوه حقیقت ته رسېدل د احتمالاتو د سنجش له مخې ممکن کېږي، د احتمالاتو تیوري د ناوړه او غلط تصمیم د نیولو مخنیوی کوي، د احتمالاتو تیوري د یو شمېر څرگندو مېتودونو او لارو چارو لرونکې ده، چې بحث به پرې وشي.

### ۶-۱- د احتمالاتو مفهوم:

د احتمالاتو Probability مفهوم او تعریف اسانه او ساده نه دی، دا ځکه چې په خپله د (احتمال) څرگندول یو مشکل کار دی، احتمال د چانس او تصادف سره مترادفه اصطلاح ده؛ مثلاً موږ په ورځنیو خبرو اترو کې هم دا اصطلاحات کاروو، د بېلگې په ډول وایو، چې لومړی زده کوونکی صرف پنځوس په سلو کې د کامیابۍ چانس لري، یا که چېرې دویم شاگرد د ازموینې څخه مخکې خپل درسونه څو ځله ولولي یا یې ښه زده کړي وایو، د کامیابۍ چانس یې په سلو کې نوی وو، دغه وړاندې وینې او قضاوت دوه بنسټونه لري؛ یو یې ذهني احتمال، بل یې تجربې احتمال Apriorig & Experimental Probability گڼل کېږي، په حقیقت کې همدا تجربې احتمال علمي اساس لري چې د یو شمېر معینو قواعدو او تجارو پر بنسټ صورت نیسي او همدا موږ ته رابښودلای شي، چې په عمل (پرکتیک) کې د یوه امکان ترسره کېدل څومره

کتابونه د احصایې، څلور ټوکه کتابونه د بیولوژي، لس ټوکه یې د کیمیا او شل یې د پرازیتولوژي کتابونه دي، موږ په تصادفي ډول یو کتاب را اخلو، څومره احتمال لري، چې دا کتاب به د بیالوژي وي؟

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱. موږ په علمي څېړنه کې اکثراً د ارقامو د گڼ شمېر سلسلو سره کار لرو، اکثراً د علمي تحقیق په جریان کې موږ هغه شمېر ارقام راټولوو، یا یې جمع اوري کوو او بیا یې ترتیب، صنف بندي او تنظیم او تحلیل کوو، چې اکثراً مسلسل واقع وي، دې برخه کې موږ سره فکتوریل میتود ډېره مرسته کوي، کوم چې موږ د طبیعي چاپیریال د پدیدو د څېړلو (د کرنې، ورتنرۍ او طب په ساحه کې) په ترڅ کې مثبتو (عیني) ارقامو سره سرو کار لرو، لکه د بوټو اندازه د څاروي عمر، د مېوي وزن، د زړه ضربان، د بدن د حرارت درجه، د اورښت ورځې او نور چې دا ټول مثبت ارقام دي، لکه ۲، ۴، ۵... او نور.

په دې ډول موږ د طبیعي علومو په ډگر کې د دې ډول مثبتو ارقامو سره ډېر مخامخ کېږو، خصوصاً کله چې دا ډول ارقام صنف بندي شي او د هغو نورمال منحنی ترسیم شي، نو د هرې مشاهده یې د مشاهده د یو معین صنف د احتمال پیدا کولو ته اړیو، د دې ډول احتمال د سنجش لپاره فکتوریل میتود زموږ کار اسانه کوي، چې دا اعداد یو د بل سره ضربوو، د دغو سلسلو مثبتو اعدادو د ضرب حاصل د (n!) یعنې n فکتوریل په واسطه ښودل کېږي؛ مثلاً:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \dots n$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24; \text{ یا}$$

کله چې n=5 وي، نو لرو چې:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

دا چې د احتمالاتو د عمومي تیوري مطابق له گڼ شمېر مثبتو سلسلو ارقامو څخه یو څویې غوره شي، د نظر وړ ارقام په صورت کې او ټول مسلسل ارقام منځ کې راوړو، یعنې د یو تناسب شکل غوره کوي؛ مثلاً که چېرې n او k مثبت یا طبیعي اعداد وي او  $n \geq k$  وي، نو داسې لیکو:

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{k!} \leftarrow = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

مثال

د 8 فکتوریل او 1 فکتوریل تناسب شپږ پنځوس دی، یعنې:

$$\frac{8!}{8!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56$$

صرف په یو ځل د یوې پېښې واقع کېدل (۱) کېږي، یعنې:

$$P(A) = P^*(A) = \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} = 1$$

نو دلته به موږ د A حادثې د پېښېدلو لپاره ضروري شرایط او مکانات په (S) ونیسو د S موجودیت په صورت کې احتمال 100% وي او دا یو معلوم حالت بولو، لکه د شنه آسمان په صورت کې پر ځمکه د لمر وړانگو خپرېدل، خو برعکس که د A سره (S) قطعاً موجود نه وي، یعنې آسمان ورپخ وي، نو بیا طبعاً د لمر وړانگې پر ځمکه نه خپرېږي، دې ته ناممکن حالت وایو، خو بل درېیم حالت هم شته چې ممکن S موجود وي، خو ممکن A واقع شي او یا هم نه شي، مثلاً که د باران اورښت A وبلو، نو طبعاً د A واقع کېدو لپاره ورپخ یو ضروري شرط دی، خو کېدای شي آسمان ورپخ وي، یعنې (S) موجود وي، یعنې لمر نه وي، مگر بیا هم اورښت ونه شي، چې دې ته یو احتمالي یا اتفاقي حالت Equally likely Cases وایي، یعنې احتمالي حالت د ناممکن (شنه آسمان) او معلوم (ورپخ آسمان) ترمنځ یا د صفر او یو A: 0 ترمنځ حالت دی.

په دې ډول که چېرې د A حادثې د پېښېدو لپاره نیم یې د مساعدو شرایطو او مکاناتو څخه عبارت وي او نیم یې برعکس وي، نو هغه شرایط او امکانات چې د A حادثې واقع کېدو لپاره مساعد دی، په N(A) ونیسو او هغه چې مساعد نه وي، په N(S) ونیسو نو د A حادثې پېښېدل داسې ارایه کوو:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

$$\text{یا } \frac{\text{د A حادثې د واقع کېدو مساعد شرایط}}{\text{د A حادثې د واقع کېدو ټول شرایط}} = \text{د حادثې پېښېدل}$$

۱، ۱، ۲ - په څو گڼ شمېر مشاهده کې د څو مشاهده غوره کول:

څرنگه مو چې په پورته فورمول کې ولیدل، د یوې حادثې واقع کېدل د احتمالاتو په تیوري کې له تیوریکي پلوه له ټولو حادثو یا مشاهده څخه د مورد نظر چانس څخه عبادت ده، خو که په عملي ډول وغواړو چې د ارقامو یوې سلسلې څخه د مورد نظر پدیدې احتمال وسنجوو، په لاندې مثالونو کې یې گورو:

لومړی مثال که چېرې د لوبو ۵۲ قطعی په نظر کې ونیسو او په هغو کې صرف د خشت پری (چې ۱۳ کېږي) د A حادثې په توگه فرض کړو، نو په اتفاقي ډول د هغو غوره کول عبارت دی له:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{13}{52} = 0,25 \text{ یا } 25\%$$

په یوه الماری کې ټول ۳۲ ټوکه کتابونه دي، چې گډ و اېښودل شوي، له هغې جملې دوه



حل:

0,6 یا 80% د شنه کېدو احتمال

0,2 یا 20% د نه شنه کېدو احتمال

د  $\Pr(1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4) = (0,8)(0,8)(0,8)(0,8)$  د څلور وارو جوړو د شنه کېدو احتمال

$= 40,96\%$  د څلورو وارو جوړو د نه شنه کېدو احتمال

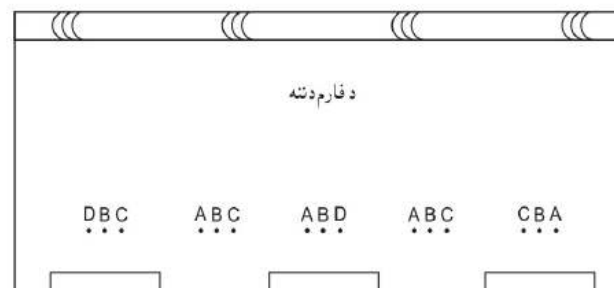
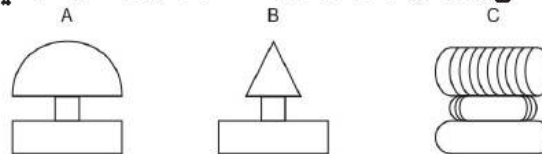
کله چې له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدای شي، مثلاً شین والی یا ورېځ د یوې سیکې شېر یا خط مخ، د یوې هګۍ څخه چرګ یا چرګه راوتل او داسې نور، نو د یوه احتمال په صورت کې او د دواړو حالت په منځ کې راځي، مثلاً په یوه سیکه کې د شیر احتمال:

$$P(\text{شیر}) = \frac{\text{شیر}}{\text{شیر} + \text{خط}} \quad \text{یا} \quad P(\text{شیر}) = \frac{1}{2}$$

همدارنگه موږ د احتمالاتو د تیورۍ د علم د مفهوم په برخه کې وویل، ځینې وخت خصوصاً د طبیعي علومو په برخه کې له یوې پېښې څخه څو څو نتایج ترلاسه کېدای شي، یا هم څو پدیدې په څو څو بڼو څرګندېدای شي، دې ته تبادلې او تراکیب ویل کېږي، چې اوس به دا دواړه تر بحث لاندې ونیسو.

### ۲-۲- تبادلې Permutation

کله چې معین شمېر اشیاء، اعداد، شکلونه موقعیتونه او نورې پدیدې په بېلابېلو بڼو چې هېڅ کوم بل شي، عدد، شکل او موقعیت په کې اضافه یا ورڅخه کم نه شي د نوبت په ترتیب کېښودل شي؛ تبادلې بلل کېږي، د بېلګې په ډول د چرګانو روزنې د یو فارم دننه د ابخوری او د دانه خورۍ او د رڼا منبع یا حرارت سنځ په بېلابېلو موقعیتونو او شکلونو ایښودل کېدای شي.



الف. یو کتار کې د فارم غولۍ له پورته خوا.

د فکتوریل مېتود موارد به وروسته په تفصیل ذکر شي، خو یو مثال به په لنډيز داسې راوړو. که چېرې په یوه بناخ کې د پیوند لګولو فېصدي 90% په نظر کې ونیسو او په یوه ونه کې 20 پیوندونه ولګوو، دا احتمال به مومي چې 10 به یې ولګېږي.

$$P(x, n, p) = x^n \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

دلته

$$x=10$$

$$n=20$$

$$p=90\% \text{ چې که په فېصدي یې ونیسو، } 0,9 \text{ کېږي}$$

حل:

$$P(10, 20, 0,9) = 10(0,9)(0,1) = \frac{20}{15!(10!)} (0,9)^{10} (0,1)^{10} = 19,2\%$$

مثال که چېرې د یوه ډول لېرو تخم د شنه کېدو احتمال یا د تېغنه وهلو فېصدي 40% وي، نو د پینځه دانو د کرلو څخه دا احتمال او فېصدي معلومه کړئ، چې دوه یې شنه شي؟

$$P(x, n, p) = x^n (p^x) (1-p)^{n-x}$$

$$P(2, 5, 0,4) = 2^5 (0,4)^2 (0,6)^3 = \frac{5!}{2!(5-2)!} (0,4)^2 (0,6)^3$$

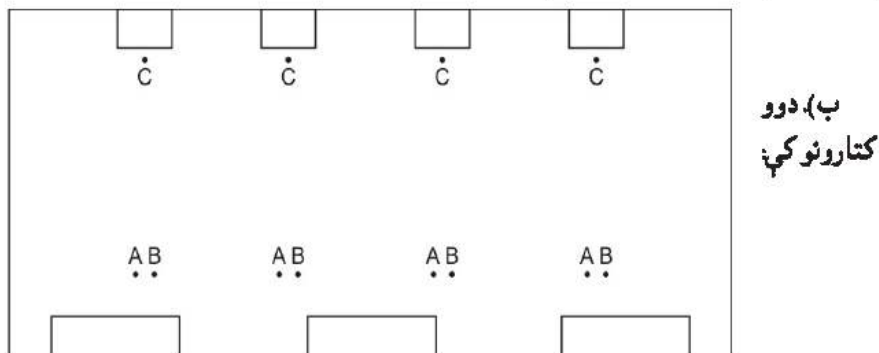
$$P \frac{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{2 \times 1 (3 \times 2 \times 1)} (0,4)(0,4)(0,6)(0,6)(0,6)$$

$$P = \frac{20}{2} (0,6)(0 \times 2 \times 16) = 10(0,03456)$$

$$P = 0,456$$

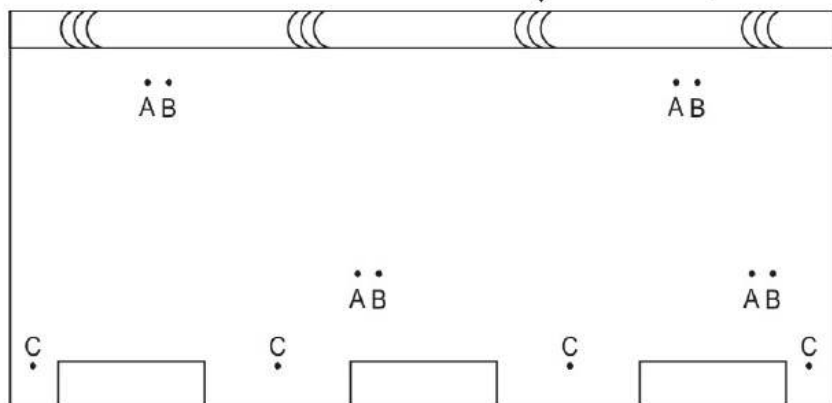
یا 34,56%

لکه چې موږ د احتمالاتو د تیورۍ د مفهوم د شرحې په برخه کې وویل په علمي مسایلو او څېړنو کې د تجربې احتمال Experimental Probability چې په تجربې متکي وي، د کار اساس جوړوي، په دې ډول یو سنځش او یوې پېښې بینۍ کې مربوطه پدیدې باندې تجربه موجوده وي؛ مثلاً یو ډول د غنمو ټاکلی تخم په تجربوي ډول ازمايل شوی وي، چې د خالص تېغني وهلو (LPS) فېصدي یې مثلاً 60% وي، یا د یوه معین جنس ونې 10gr تخم څخه په قوریه کې 40 بوتې شنه کېږي، یا داسې نور تجربې او ازماينستونه چې ترسره شوي وي او وغواړو د همدو تجربو پر اساس احتمال ونیسو، د هغو پایله په فېصدي ارایه کوو، مثلاً د یو ډول اصلاح شویو جوړو 4 دانې تخمونه کرو، دا احتمال څرګند کړئ، چې دغه څلور واړه راشنه شي.

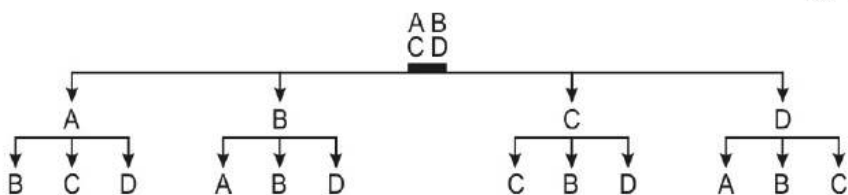


ب. دوو کتارونو کڼې

ج. د حرارت منبع يا درنا منبع يا حرارت سنج د هرې لمر خپروونکې کړکۍ خوا کې او دانه خوړه او ابخوره په متبادلو کړنو کې



يا د 60m<sup>2</sup> ځمکې په ساحه کې د څو پلاتونو جوړول په مربع شکلونو، په مستطیل شکلونو، څو مثلث او څو مستطیلو او نورو بڼو، يا هم د مناسبې گرده افشانی په خاطر د بوټو کېنول په بېلابېلو موقعیتونو، د زینتي گلدانو ترتیب په ملون شکل، حال دا چې گلان عین رنگ نه وي، ان د هغو فاصله یو بل سره فرق ولري، مثلا غواړو څلور ډوله خاص جنسونه په بېلابېلو شکلونو چې هېڅ یو بل سره مشابهت ونه لري، ترتیب کړو، دغه څلور ډوله جنسونه د D,C,B,A په نوم یادو:



د یوې لوبې لوبغاړي چې ۱۲ تنه دي، د خپل مهارت، نظم او استعداد له مخې وروسته له څو مقدماتي لوبو درجه بندي شول:

- احمد (۱)
- محمود (۲)
- شکور (۳)
- طالب (۴)
- کبير (۵)
- بختور (۶)
- رسول (۷)
- گل (۸)
- سرور (۹)
- زلمی (۱۰)
- پاینده (۱۱)
- فرید (۱۲)

د اولمپیک ملي کمیټه غواړي دوی د درېیو ترټرانو د لارښوونې لاندې کومې یوې نړیوالې لوبې ته ولېږي، د ترټرانو هیله دا ده چې لومړني ممتاز لوبغاړي او وروستي د لو مهارت لرونکي ټول یو یا بل گروپ کې رانشي، دوی داسې تبادل او ترتیب کړي، چې ممتاز، متوسط او وروستي لوبغاړي هر گروپ ته تقسیم شي

حل: درې د لوبو گروپونه (C,B,A) په مناسبه فاصله دروو، لومړي له ممتازو درېیو لوبغاړو څخه یو یو هر یوه سره، بیا متوسط او بیا وروستي گروپ بېل او ورکوو داسې:

A د گروپ	۱ (ا)	۴ (ط)	۷ (د)	۱۰ (ز)
B د گروپ	۲ (م)	۵ (ک)	۸ (گ)	۱۱ (پ)
C د گروپ	۳ (ش)	۶ (ب)	۹ (س)	۱۲ (ف)

په دې ډول هم المپیک ملي کمیټه او هم ترټران راضي ښکاري، د هر نفر نمبرې سره د هغه نوم لومړی حرف راغلی.

دا چې د یوه گروپ اجزاوو، څو اشیا، شکلونه یا امکانات او موقعیتونه په څو بڼو ترتیب او تبدیل کېدای شي، د احتمالاتو لپاره یې لاندې فورمول لرو:

$$np_r = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ یا } np_r = \frac{n!}{r!} \text{ یا } np_r = \frac{n!}{0!}$$

$A_1A_4A_2A_3$	$A_2A_4A_3A_1$	$A_3A_4A_2A_1$	$A_4A_3A_2A_1$
$A_1A_4A_3A_2$	$A_2A_4A_3A_1$	$A_3A_4A_1A_2$	$A_4A_3A_1A_2$

درېیم مثال

A, B, C, D حرفونه په ۱۲ دوه حرفي گروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 12$$

څلورم مثال

A, B, C, D په څلورو یو حرفي گروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_1 = \frac{4!}{(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

یعني صرف یو احتمال A, B, C, D شته

A, B, C, D په لاندې ډول په شپږو قسمونو د تنظیم کېدو احتمال لري

$$P = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 6$$

پنځم مثال

اوه دانې منې په درېیو ماشومانو باندې داسې وېشلې، چې مشر هلک ته درې دانې او نور ته دوه دانې ورسېږي، په ۲۱۰ ښو وېشل کېدای شي

$$P = \frac{7!}{3!2!2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3!} = 210$$

تراکیب نه یوازې د پلاټونو په ترکیب، نسل گیری، د گرده افشانی لپاره د بوتو د تنظیم د یو شمېر عملیاتو، اوبه لگولو او نورو په هکله د استفادې وړ دي، بلکې په ورزشي، سیاسي، کلتوري گڼ شمېر مسایلو او نورو کې هم موږ ته د ښه تنظیمولو لپاره پوهه راکوي؛ مثلاً د هېواد د ۳۱ ولایتونو ورزشي تیمونه خو څو څو څله یو بل سره د مخامخ کېدو احتمال او چانس لري او څو لویې باید ورته تنظیم شي، یا په هېواد کې د ټاکنو لپاره د وکیلانو ترکیب، بهر ته د تلوونکو هیاتونو د ترکیب په جوړولو، په نړیوالو غونډو کې د هېوادونو د بیرغونو ایښودلو شکل، د لویو غونډو لپاره د هر هېواد یا هر هیئت مشر ته یوه ورځ د ریاست سپارل او نورو مسایلو کې هم ډېر کارول کېږي.

### ۲، ۳- تراکیب Combination

ځینې وخت د بېلابېلو اشیاءو، اجزاو، امکاناتو او شکلونو ترتیب کول په مطلوب شکل هم د تبادلې او هم د تراکیبو له لارې کېدای شي، مثلاً د بېلابېلو گلانو گډون، د زینتي ساحې لپاره د بېلابېلو رنگونو غوره کول، د بېلابېلو هېوادونو د بیرغونو داسې ایښودل چې خپل لازم

دلته

n-د اصلي گروپ اجزاو، اشیاءو یا د شکلونو شمېر.

r-د فرعي گروپونو یا اشیاءو او اجزاو شمېر چې اصلي گروپ په هغه وېشل کېږي

npr-د تبادلې احتمال

1-صفر فکتوریل څخه عبارت دی

مثلاً C, B, A درې اجزاو، اجسامو یا شکلونو احتمال په شپږو درې فقره یې گروپونو کېدای

شي:

$$nPr = \frac{n!}{1!}$$

n=3 ځکه چې درې جزدي (C, B, A).

r=3 په درېو اجزاو یا درې فقرو لرونکو گروپونو یې وېشو.

p-احتمال

n! فکتوریل.

حل:

$$3P_3 = \frac{3!}{1!}$$

$$3P_3 = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6$$

یعني: ABC      ACB    BAC    BCA      CAB      CBA

دې مانا دا ده چې درې اشیاء یا اجزا په شپږو درې فقره یې گروپونو وېشل شول اوم احتمال ممکن نه دی

دویم مثال

که وغواړو  $A_1, A_2, A_3, A_4$  څلور اجزا، اشیاء، اشکال په څلورو فقرو لرونکو ښو باندې راوړو، څو احتمال یې موجود دي؟

حل:

$$4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$$

یعني څلور ویشته څلور فقره یې گروپونو باندې داسې چې:

$A_1A_2A_3A_4$	$A_2A_1A_3A_4$	$A_3A_1A_2A_4$	$A_4A_1A_2A_3$
$A_1A_2A_4A_3$	$A_2A_1A_4A_3$	$A_3A_1A_4A_2$	$A_4A_1A_3A_2$
$A_1A_3A_2A_4$	$A_2A_3A_1A_4$	$A_3A_2A_1A_4$	$A_4A_2A_1A_3$
$A_1A_3A_4A_2$	$A_2A_3A_4A_1$	$A_3A_2A_4A_1$	$A_4A_2A_3A_1$

معلومات ترلاسه شي، اما نمونه د نفوس يوه کوچنی برخه ده چې په سیده ډول د پام وړ څېړنې په ترڅ کې د مربوطه جمعیت یا نفوس د استازي په توګه کتنې لاندې نیول کېږي. په نمونه کې باید د ټول نفوس ټولې برخې راواخیستل شي، یا د غوره شویو نمونو د څېړنې لاندې د واقع کېدو چانس وپېژندل شو، نو ځکه احتمال د چانس مترادف واقع شو، په دې ډول وایو چې:

د یوې پېښې، عدد، فرد یا شي د واقع کېدو احتمال په ټولو مطالعې یا کتنې لاندې ارقامو کې د هغه د نسبي دفعاتو څخه عبارت دی، نو ځکه احتمالات د ارقامو منحنی سره ډېره اړه پیدا کوي، چې وروسته به راتلونکي څېړکي کې پوره بحث ورباندې وشي.

څرنګه چې موږ د همدې څېړکي په پیل کې وویل، چې د احتمالاتو برخه کې څو پوښتنې پېښېږي: څه به پېښ شي؟ یوې پېښې څخه به څو حادثې رامنځته شي؟ او داسې نور سوالونه د یوه یا څو احتمالاتو راڅرګندېدل په لاندې ډول ښیو:

$P(A)$  - د A حادثې د پېښېدو احتمال

$P(\bar{A})$  - د A حادثې نه پېښېدو احتمال

$P(A \cup B)$  - له دې دوو حادثو د یوې پېښېدل یعنی A یا B حادثه واقع کېدل

$P(A \cap B)$  - د A او B دواړو پېښېدل

$P(A/B)$  - د A حادثې پېښېدل په داسې حال کې چې B واقع شوی وي، یا موجود وي، خو پاتې

د A احتمال مومو.

د احتمالاتو د تیورۍ لپاره ځینې اصلي قوانین یا قواعد په نښه شوي دي، چې موږ سره بېلابېلو مواردو کې کمک کولای شي، په لاندې ډول یې ذکر کوو:

**لومړۍ قاعده:**

په طبیعي پدیده کې یوه پېښه صرف په یوه یا بل حالت واقع کېدای شي، د دواړو واقع کېدل په یوه وخت کې هیڅ امکان نه لري او که وي هم موږ اړ کېږو چې د یوه حالت د پېښېدو احتمال څرګند کړو، دې ته د جمع قاعده وایي.

په بل عبارت د یوې حادثې پېښېدل تل د  $P(A) : 0$  یا د یوه (واقع کېدلو) او صفر (نه واقع کېدو) ترمنځ وي، یعنی یا به دا پېښه هیڅ نه واقع کېږي، یا به یو ځل واقع شي، نو په دې ډول یو بل سره وتړل شوې، خو د دواړو همزمان پېښېدل هیڅ امکان نه لري، مثلاً که یو شاګرد د کیمیا ازموینه کې یوې پوښتنې ته صرف یو ځواب ووايي، یا به سم وي یا غلط، یا د اورښت ورځ یا د شنه آسمان ورځ، د جمع قاعده به په یو څه تفصیل له مثال سره وڅېړو:

**الف. خصوصي حالت:**

A او B دوه پېښې په نظر کې نیسو، چې په یوه وخت کې د دواړو پېښېدل هیڅ امکان ونه

موقعیت ولري (په هغه صورت کې چې نوم د الفبا یا کوم بل نظم په کې شرط نه وي بلبل شوی) د هیئت ترکیب او نور مثالونه، خو بیا هم ترکیب له تبادلې سره فرق لري، موږ تبادلې داسې تعریف کړی وو:

تبادلې د اعدادو، اشیاوو او اجزاوو داسې تنظیمول دي، چې د نوبت سلسله په کې رعایت شي، خو ترکیب داسې تعریفېږي:

ترکیب د اعدادو، اشیاوو یا اجزاوو داسې ګروپ بندي ده چې هغو کې سلسله مراتب او نوبت نه مراعات کېږي.

دلته ګورو چې تبادلې او ترکیب ډېر کم فرق لري؛ مثلاً ABC درې حروف په درېیو دوه فقره یې ګروپونو وپشلو امکان شته او بس: AB, AC, BC

حال دا چې A, B, C, D په څلورو درې حرفي ګروپونو وپشل کېدای شي: ABC, ABC, ACD, BCD د ترکیبو لپاره فورمول په لاندې ډول دی:

$$nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

لومړی مثال:

A, B, C, D حروفونه په درې فقره یې څلورو ګروپونو وپشلای شو:

$$4C_3 = \frac{4!}{3!(1)!} = 4$$

او که همدا حروف په شپږو دوه حرفي ګروپونو وپشلو کوم احتمال یې شته؟

$$4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 3! = 6$$

دویم مثال:

لس تنه زده کوونکي دي، هغوی په ۱۰ ښو باندې په څلورو کسيزو ګروپونو وپشلای شو:

$$10C_4 = \frac{10!}{6!4!} = 210$$

د تبادلې او ترکیبو اهمیت په دې کې دی، چې د علمي څېړنو لپاره د نمونو Sample غوره کولو لپاره ضروري ده، ترڅو د اعدادو د یوې مجموعې څخه ټول عددونه نمونه کې قرار ونیسي او پر عکس د بېلابېلو افرادو، اشیاوو څخه یو جمعیت یا نفوس (کل Population) ترکیب شي، نو ځکه دا دوه اړخیز اهمیت لري، په احتمالاتو کې موږ هم د جمعیت (نفوس) او هم د نمونې لپاره ځانګړی تعریف لرو:

نفوس د هغو اشیاوو، افرادو، پېښو یا امکاناتو مجموعه چې مشترک او ګډ خصوصیات لري، په علمي څېړنه کې عموماً هدف دا وي چې د جمعیت د هر فرد د خصوصیاتو په هکله لازم

نظر کې پېش بینی کړي، نو پیدا کړئ چې دی به اقلایوه جایزه واخلي.

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,4 - [(0,5)(0,4)]$$

$$P(A \cup B) = 70\%$$

**دویمه قاعده:**

کله چې دوه داسې امکانات پېښېدونکي وي، چې یو بل سره تړاو نه لري، د هغو د احتمال سنجش د ضرب د قاعدې په نوم یادېږي، مثلاً دوه بېلابېل امکانات په نظر کې نیسو چې د هغو پېښېدل یو پر بل اغېزه لري، یعنې دا امکانات او پېښې یو بل سره رابطه نه لري، بلکې سره بېل بېل دي، نو د هغو دواړو د پېښېدو احتمال لپاره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

**لومړی مثال**

یو محصل په یوه سمستر کې د دو مضمونو ازموینه ورکوي، یوه مضمون کې د خپل بری چانس 60% او بل کې 50% اټکلوي، تاسې حل کړئ چې په دواړو کې یې د کامیابۍ چانس څومره دی؟

$$P(A \cap B) = (0,6)(0,5) = 30\%$$

**دویم مثال**

دوه سیکې پورته اچوو، دا احتمال پیدا کړئ چې دواړه په عین مخ مثلاً په خط مخ راڅرگندېږي؟

$$(A \cap B) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

**درېیم مثال**

یو درجن قطعو کې چې ټولې ۵۲ پرې دي، څلور طوسان دي، دا احتمال څرگند کړئ، چې د هغو له جملې دوه غوره شوي پرې طوس وي؟

$$P(A \cap B) = \left(\frac{4}{52}\right) \left(\frac{4}{52}\right) = \frac{1}{169}$$

**څلورمه قاعده:**

که چېرې دوه یا څو پېښې یو بل سره اړیکې ولري او د یوې واقع کېدل د بلې د واقع کېدو چانس یا زیات یا کم کړي، دې حالت کې موږ مثلاً په یو درجن قطعو کې د طوس د راوتو احتمال لټوو، په هغه صورت کې چې یو طوس پخوا راوتی وي او بېرته موله پرو سره نه وي ایښی، نو ددې ساده ارائه داسې ده:

$$P(\text{د خشت طوس}) = \frac{3}{51}$$

لري، یعنې که A واقع شي، نو B نه شي واقع کېدای، یا د دې برعکس، مثلاً د یوې سیکې پورته غورځولو څخه وروسته هغه صرف په یو اړخ لوېږي، یا یې د لیکنې (خط) یا یې د نښې (شېر) مخ پورته وي، په داسې حال کې د A یا B پېښې د واقع کېدو احتمال عبارت دی له:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

که چېرې د اسمان د ورېغ والي حالت A 50% او شین والی یې 50% وي، نو د سبا ورځې د اسمان شین والی یا ورېغ والي احتمال:

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,5 = 1 = 100\%$$

**لومړی مثال**

که چېرې اکرم د لومړي صنف ازموینو کې 60% د کامیابۍ او 10% د مشروطۍ چانس ولري، نو دا احتمال څرگند کړئ، چې دی به دویم صنف ته بریالی شي؟

$$P(A \cup B) = 0,6 + 0,1 = 0,7 \text{ یا } 70\%$$

**دویم مثال**

په هېواد کې د بزگرد جشن (د وري لومړۍ) د لمانځلو لپاره یو نندارتون پرانیستل شوی، ژورې هیئت د بزگرانو ښو محصولاتو او څارویو ته جایزه ورکوي، گل محمد بزگر خپله یوه غوا نندارتون ته د جایزې لپاره کانديد کړې، ژورې هیئت د څارویو ښې تغذیې، ښه نسل غوره کولو، په موقع واکسین کولو او نورو بزگرو ته د خپلو تجربو د ورکولو شرایط اعلان کړي، د ټولو راغلو مالدارانو له جملې صرف څلورو تنو ته لومړۍ، دویم، درېیم او څلورم نمبر جایزه ورکول کېږي، د ژورې هیئت له اعلان وروسته گل محمد سره د لومړۍ جایزې احتمال 15% د دویمې 12% او د درېیمې 17% او د څلورمې 16% رامنځته شوی، دا چې گل محمد به له دغو څلورو جایزو یوه واخلي احتمال یې څرگند کړئ.

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = 0,15 + 0,12 + 0,17 + 0,16 = 60\%$$

**ب. عمومي حالت:**

دا د هماغه جمع د قاعدې یو داسې حالت دی، چې A او B حالت خو واقع کېږي، خو دا امکان هم شته چې A او B دواړه هم واقع شي، نو په دې حالت کې موږ د AB حالت پرته یوازې د A یا B حالت واقع کېدو د احتمال سنجوو، یعنې:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

**مثال**

د ښه حاصل لرونکو بزگرانو لپاره د ترویج ادارې دوه جایزې ټاکلي، که حاصلات ډېر عالي و، نو دواړه جایزې یو تن ته او که متوسط و، اوله یا دویمه جایزه ورکول کېږي، کریم خان د خپلې کړوندې حاصل داسې پېش بېني کړې، چې د لومړۍ جایزې احتمال یې 50% او د دویمې 40% په

$$P(AB) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right) = 0,2667$$

تراوسه مو د احصایې په تشریحې برخه کې دمقصد په توگه دارقامو له یوې مجموعې څخه اخستل شوي نمونې صرف کمی خصوصیات تشریح کړل، او ومولیدل چې دې مقصد ته درسیدو لپاره باید د مقیاسونو سمه تشریح کړو نو د دواړو معیاري او مقداري ارقامو ستونو د تشریح لپاره مو گرافیکي او عددي میتودونو څخه استفاده کوله

اوس د یوې مسلې استنباط جوړولو ته مخه ورگرځو، څه شي مونږ ته ددی اجازه راکوي چې د یوې نمونې څخه د یوکل لپاره استنباط وکړو او بیا د ذکر شوي استنباط په هکله د اطمینان د قابلیت یو مقیاس اټکل کړو؟ تاسو به وگوري چې ځواب یې احتمالات (probability) دي

احتمالات، د احصایې یوه څانگه ده چې د نمونې د معلوماتو پر بنسټ د مطالعې لاندې نفوس لپاره تصمیم نیونه ده کولای شي چې وگوري څرنگه داکار په اسانۍ سرته ورسوي داکار دي سره اړه لري چې د نفوس (کل) او نمونې تر مینځ د رابطې په اړه پوه شو، یعنې د هغې رابطې څخه عبارت ده، چې د احصایې یو طرز العمل په شکل دیو کله لپاره د نمونې په اساس د استنباط جوړول دي نو په دې فصل کې مونږ فرض کوو چې جامعه له یو شمیر ډېرو اعدادو څخه د څو نمونو د واقع کیدو چانس سنجش کوو. نو په دې وجه مونږ وایو چې احتمال د احصایې برعکس دي، په احتمالاتو کې مونږ د جمعیت معلومات د دې په خاطر په کار وړو چې د نمونې احتمالی ماهیت استنباط کړو.

احتمالات د استنباط په جوړولو کې یو مهم رول لوبوي، فرض کړي، د مثال په ډول، تاسو فرصت لري چې د تیلو د کشف په یو شرکت کې پانگه اچونه وکړي، د شرکت پخواني ریکارډ ښائي چې لس د تیلو برمو (د شرکت د ازماښت یوه نمونه) صورت نیولي دي چې ټولې یې وچې راختلې وې. تاسو څه نتیجه اخلی؟ څه فکر کوي چې شرکت د تیلو لاس ته راوړلو چانس د 50:50 څخه ښه دي؟ آیا خامخا په نوموړي شرکت کې پانگه اچونه کوي؟ امکان لري، چې دې سوالو ته مو ځواب په تاکید سره (نه) وي. که چېرې د شرکت کشفیه مهارت د نفتو یو کوهي 50% څله باندې کفایت وکړي، نو د لسو وچو څاه گانو د کیندلو ریکارډ د لسو برمه شویو څاه گانو یوه نمونه ده چې ډېره زیاته غیر محتمله ده

یا فرض کړي چې تاسو اوس قطعه بازی کوي ستاسې حریفه ډله یقیني شوي ده چې د قطعي لاس مو کاملاً مخلوط شوي دي. درې څله په پرله پسې ډول پنځه تائي قطعه ښکته شوي ده، ستا ښي طرف کس ته څلور طوسونه ویشل شوي دي. د دې نمونې په اساس دې (درې لاسه قطعه) کې، آیا تاسو فکر کوي چې پرې (قطعي) په مناسبه ډول سره مخلوط شوي دي؟ یو ځل بیا ستاسو ځواب

په داسې حال کې عمومي فورمول داسې دی:

$$P(A_1/A_2) = P(A_1)P(A_2/A_1)$$

دا د ضرب قاعدې ته ورته قاعده ده، خو د یوې پېښې واقع کېدل په بلې اغېزه لري. مثال: که چېرې یو محصل د دوو مضامینو د ازموینو په تېرولو لور ټولگي ته بریالی کېږي، نو یوه مضمون کې یې د کامیابۍ چانس په  $P(A)$  او بل مضمون کې یې په  $P(B)$  ښکاره کوو او دې په هغه صورت کې د دوهم مضمون د ازموینو د ورکولو مستحق وگرځي، چې لومړي مضمون کې کامیاب شوي وي، نو لیکو:  $P(A/B)$

یعنې د لومړي مضمون ازموینه په هغه صورت کې چې ده هغه مضمون په موفقانه ډول تېر کړی وي

۱. مثال

په یوه لوبښي کې د یوه ماشوم لپاره څلور نارنج او دوه کینو اینښي، ماشوم یوه دانه را اخلې که سوال وشي چې څومره احتمال لري چې دا به نارنج وي؟ نو لیکو:

$$P(O) = \frac{4}{6}$$

که را اخیستل شوی بهرته لوبښي ته وانه چوو، ماشوم بله دانه راپورته کړي، نو دا احتمال ومومئ چې دا به هم نارنج وي.

$$P(O) = \frac{3}{5}$$

گورو چې دلته د یوې پېښې د واقع کېدو په ټول احتمال اغیز وکړ، که چېرې دا احتمال پیدا کوو، چې لومړی او دویمه قوتی دواړه نارنج وي، نو لیکو:

$$P(O_1 \wedge O_2) = P(O_1)P(O_2/O_1) = 0,4$$

۲. مثال

د لوبو د قطعي یو درجن څخه پرله پسې درې پرې راخلو، چې بهرته یې په پرو کې کېږدو، دا احتمال ومومئ، بیا دویمه او بیا درېمه پرله پسې وي؟

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1/A_2)$$

$$P(AAA) = \left(\frac{4}{52}\right)\left(\frac{3}{51}\right)\left(\frac{2}{50}\right)$$

۳. مثال

یوه توکری کې لس دانې هگی. اینښي، چې څلور یې د بتکې او نورې یې د چرگې دي، یوه هگی را اخلو، گورو چې هغه د بتکې ده، بله را اخلو دا احتمال به څو فیصده وي، چې همدا به د چرگې وي؟

راغلي چې:

1. ۱ مشاهده
2. ۲ مشاهده
3. ۳ مشاهده
4. ۴ مشاهده
5. ۵ مشاهده
6. ۶ مشاهده

په یادولري، که چېرې دغه تجربه یوځل تکرار کړي نو د دغه شپږ اساسي نتيجو څخه یوه لاس ته راوړاي شي اولاس ته راغلي نتيجه په قطعي ډول نه شي پيشبیني کولاي، همدارنگه دا امکانات کوم چې په لاس راغلي دي په نورو اساسي نتيجو نه شي تجزيه کېدای ځکه چې د یوې تجربه شوي مشاهدې نتيجه د یو جمعیت څخه د نمونې انتخابول دي، او د تجربې ممکنه اساسي نتایج د نمونې د نقاطو (sample points) په نوم یادېږي.

2-3 تعریفه د نمونې نقاط (sample point) د تجربې د اساسي ترینو نتایجو څخه عبارت دي.

3, 1, مثال دوه سکې پورته غورځول کېږي او پورته طرف یې په ثبت رسېږي، د تجربې ټولې نمونوي نقاط لست کړي

حل: حتی که یوه تجربه ډېره جزوي هم وي مونږ باید د نمونې د نقاطو په لست کولو کې دقت وکړو، په اول ځل کتو سره د درې اساسي نتایجو توقع کولاي شو: د دوه شیر مخونو مشاهده، دوه خطه اویا د یوې سکې یو مخ خط او د بلې سکې شیر. سره لدې، د یو شیر او د یو خط مشاهده د تجزینې څخه دوه نور نتایج لاس ته راځي: د اولی سکې شیر، د دوهمي سکې خط او داوولي سکې خط او د دوهمي سکې شیر، نو د دې څخه څلور د نمونې نقاط لاس ته راځي:

1. شیر او شیر (HH)

2. شیر او خط (HT)

3. خط او شیر (TH)

4. شیر او شیر (TT)

دلته د اول H معنی داده چې د اولي سکې شیر او د دوهم H معنی (د دوهمي سکې شیر) او داسې نور.

مونږ اکثره په یوه تجربه کې د نمونو د نقاطو د مجموعي سره علاقه لرو چې دې مجموعي ته د تجربې د نمونې فضا (sample space of experiment) ویل کېږي. د مثال په ډول، دلته د د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقاط د سکې د غوځولو په تجربه کې ترسره کېږي. په تجربه کې

به منفي (نه) وي ځکه چې که چېرې پرې په درست ډول مخلوط شوي واي نو د پرو د ویش په صورت کې یوه لویې کونکې ته څلور طوسونه ورکول ډېر زیات غیر محتمل دي.

په یادولري، په بالقوه ډول د کامیابې لپاره تصمیم نیونه د نفتود استخراج د شرکت او د پرو په درست ډول مخلوط والي پورې اړه لري چې دواړه د یوې نمونې له چانس یاد احتمال په نتیجې پورې تړاو لري. دواړه مثالونه په داسې ډول مینځ ته راوړل شوي دي چې په اسانې سره کولاي شي چې دا نتیجه ترې لاس ته راوړو چې د نمونې څخه لاس ته راغلي احتمال کوچني دي. د بده مرغه، د زیاتو مشاهده شویو نمونو د احتمال نتیجه اخستل دومره اسانه کار نه دي لکه په مستقیم ډول د ارزښايي لاندې نیول، نو د دې ډول قضیو د حل لپاره د احتمالاتو تیوري ته اړتیا لیدل کېږي.

### حادثات، د نمونو فضا او احتمال:

راځئ چې خپل بحث د احتمالاتو په داسې مثالونو شروع کړو چې په اسانې سره توضیح کېږي، د دې ساده مثالونو په ملتیا سره کولاي شو چې مهم مفاهیم وپېژنو او کېدای شي مونږ سره د احتمالاتو د درک په پرمخ بیولو کې مرسته وکړي.

فرض کړي، یوه سکې یوځل پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې ثبتېږي. هغه نتیجه چې مونږ یې وینو ثبتووي د مشاهدې (observation) یا مقیاس (measurement) په نوم او هغه پروسه چې مشاهده پکې صورت نیسي د تجربې آزمايښت (experiment) په نوم یادېږي، چې په تجارو کې ډېر استعمالېږي. د دې معنا داده چې احتمالات اصلاً په علمي تجربو کې په کارېږي، زموږو تعریف د آزمايښتي تجربې په هکله نسبت د فزیک په علم کې استعمالېدونکې تجربې ته زیات پراخوالي لري چېرته چې تېستیوب، میکروسکوپونه او لابراتواري تجهیزات په نظر راځي. لکه د کرنې سکټور او د مالدارۍ او وترنری مطالعات. خو کېدای شي په احصائيوې تجربو کې د ویب بروزر لپاره د یوانټرنیټ استعمالونکي د رجحاناتو ثبت، د ډاډو جوړو صنعتي اسهامو د وسطي قیمت ورځیني تغییراتو ثبت، د یو کاروباري تصدې د جمعې د ورځې خرڅلاو ثبت او د یو دفتر د محاسبې په یوه پاڼه کې د اشتباهاتو اندازې شاملې شي. یا هم د نباتی یا حیوانی ناروغیو ثبت وی او داسې نور مثالونه. مهمه نقطه داده چې کېدای شي احصائيوې تجربه د هر هغه عمل مشاهده وي چې د هغه نتیجه مبهمه وي.

1-3 تعریفه یوه تجربه experiment هغه عمل یا د مشاهده د هغه پروسې څخه عبارت ده چې په هغه کې واحد نتیجه په یقیني ډول پيشبیني کونکې نه وي، نو ځکه د احتمالاتو له تیورې څخه کار اخلو یو ساده مثال په نظر کې ونیسي چې په هغه کې یو گاتي (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې چی را برسیره کېږي هغه ثبتوو. د دې تجربې څخه شپږ ابتدایي نتیجې په لاس

4 د TT مشاهده

ددي نمونې فضا کېدای شي دڅلورنموني نقاطو دست په شکل وړاندي شي.

S: {HH, HT, TH, TT}

دارقامو دست د توضیح لپاره صرف هندسي شکلونه (گرافونه) زیات گټوروي، لکه دنموني د فضا د بنودلو لپاره تصویري (فکتوریل) میتود هم اکثره وخت گټوروي. په 1,3 شکل کې ددي ډول کار د بنودلو لپاره چې په 1,3 جدول کې ذکر شو بنودل کېږي.

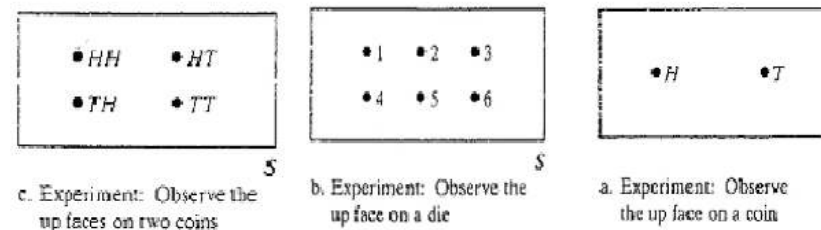


FIGURE 3.1

په هر یو شکل کې د نمونې فضا چې د S پواسطه نشاني شوي ده او د نمونې ټولې ممکنه نقطې (sample points) هم لري بنودل کېږي او د نمونې هره نقطه د یو تورتوري (.) په واسطه بنودل کېږي چې دغه گرافیکي نمایش د وین ډیاگرام (venn diagram) په نامه یادېږي. اوس مونږ پوهیږو چې یوه تجربه صرف یوه اساسي نتیجه لري چې د (نمونې د نقطې) په نوم یادېږي او د نمونې فضا د نمونې ډولونو ممکنه نقطو د مجموعي څخه عبارت دي. اوس چمتو یو چې د نمونې د نقطو احتمال تریخت لاندې ونیسو او بیشکه تاسو به د احتمال (probability) د اصطلاح په کارولو او په ذهنی ډول ددي معنی سره آشنا یاست.

احتمال په عمومي ډول د (چانس) یا (اتفاق) د کلمې سره یوشان په کارول کېږي. د مثال په توگه، که چېرې یوه سالم سکه پورته وغورځول شي، نو مونږ دې ادعا کولای شو چې د نمونې دواړه نقطې (یو شیر او یو خط) د واقع کیدو یوشان چانس لري. نو پدې بناء ویلای شو چې د شیرد واقع کیدو د احتمال چانس 50% یا د شیرد لیدو چانس 50:50 دي چې دا دواړه د احتمالاتو د غیر رسمي علم په بناء وړاندي شوي دي خو وروسته به دا واضح شي چې زموږ مطلب څه دي.

دیوې نمونې د نقطې احتمال یو عدد دي چې د 0 او 1 په مینځ کې ځای لري او د یو نتیجې احتمال هغه وخت کې اندازه کېدای شي کله چې تجربه سرته ورسېږي. دا عدد معمولاً د نمونې دیوې نقطې د نسبي فریکونسي په ډول چې په یوه اوږده سلسه د تجربې په تکرار کې واقع کېږي نیول کېږي. د مثال په توگه، که مونږ د سګي د غورځولو په تجربه کې د نمونې د دوو نقطو (د شیر او خط

د نمونې فضا به د بحث لاندې و نیول شي چې په 1-3 جدول کې بنودل کېږي.

3-3 تعریف: دیوې تجربې د نمونې فضا د هغه تجربې د نمونې د نقاطو د مجموعي څخه عبارت دي.

۱-۳ جدول: تجربه او دهغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عملیه د سګي د پورته مخ مشاهده

د نمونې فضا:

۱. د سګي د شیر مخ مشاهده

۲. د سګي د خط د مخ مشاهده

د نمونې فضا کولای شي چې د ست په شکل چې د دوه نمونې نقاطو لرونکي وړاندي شي.

S: {H,T}

دلته H د نمونې په نقاطو کې د شیر او T د خط څخه نمایندګي کوي.

۱-۳ جدول: تجربه او دهغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عملیه کې د ډیس د پورته مخ مشاهده

د نمونې فضا:

1. د ۱ خال مشاهده

2. د ۲ خالونو مشاهده

3. د ۳ خالونو مشاهده

4. د ۴ خالونو مشاهده

5. د ۵ خالونو مشاهده

6. د ۶ خالونو مشاهده

ددي نمونې فضا کېدای شي چې د ست په شکل په شپږو نمونې نقاطو کې وړاندي شي.

S: {1,2,3,4,5,6}

د تجربې عملیه د دواړو سګو د پورته مخونو مشاهده

د نمونې فضا:

1. د HH مشاهده

2. د HT مشاهده

3. د TH مشاهده



په دي تجربه کې مشكله ده چې دتجربې دنقاطو د واقع كيدو لپاره چې په اوږده تكراري سلسه کې واقع کېږي احتمالات تعين كړو ځكه چې عوامل غير مشابه او يو عامل (كس) كولاى شي چې داډول تجربه پخپله سمبال كړي. ددي پرځاي بايد ځينې فكتورونه (عوامل) لكه ددي خطر اداري پرسونل، پدي وخت عمومي اقتصادى حالت، ددي ډول خطراتو (په پانگه اچونه کې كاميابي اوناكامي) د كاميابي اندازه او همدې ته ورته معلومات په نظر کې ونيول شي. كه په اخره کې مو تصميم پيدا كړ چې پانگه اچونه 80% د كاميابي چانس لري، نو كولاى شو چې د نمونې دنقطې (كاميابي) احتمال 0.8 تعين كړو. او كولاى شو چې دا احتمال د خپل باور دمقياس ددرجې په خاطر ددي كاروبار دتتبجي لپاره و كارو چې دا يو شخصي احتمال دي. په يادولې چې دا احتمال دهغه معلوماتو په اساس وي چې يو متخصص په ډېر دقت سره لاس ته راوړي وي. كه چېرې داسي نه وي كېداى شي تصميم مو غلط وي.

نوته دنورو موضوعات لپاره چې په جزوي ډول شخصي احتمالات د ارزيايي لاندې نيسي Winkler (1972) يا Lindley (1985) ته مراجعه وكړي.

فرق نه كوي چې تاسو د نمونې دنقطو لپاره څرنگه احتمالات سنجوي، بلكې تعين شوي احتمالات بايد ددو قواعدو څخه پيروي وكړي:

د نمونې دنقاطو لپاره د احتمالاتو قواعد

Probability Rules for Sample Points

1. دنمونې دنقاطو احتمالات بايد د صفر او يو تر مينځ وجود ولري

2. ديوې نمونې په فضا (sample space) کې د ټولو نمونې نقاطو (sample points) احتمالاتو جمع بايد د صفر سره برابره وي.

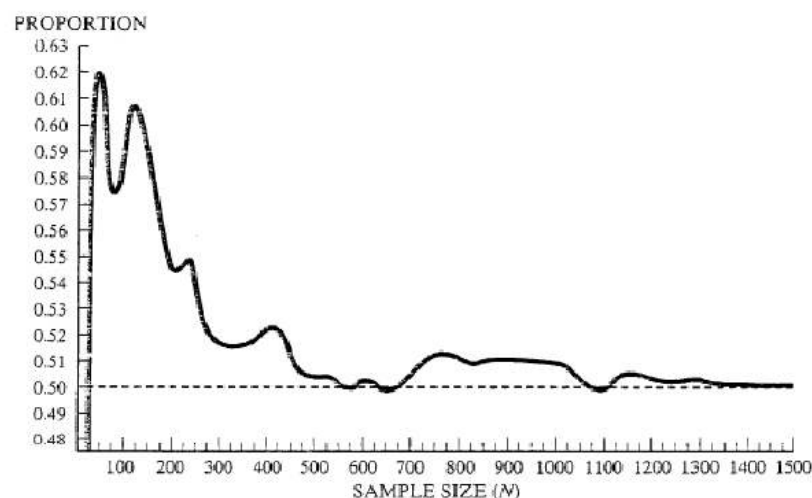
په ځينې تجربو کې د نمونې دنقاطو په هکله دهغوى احتمال لاس ته راوړل اسانه وي. د مثال په ډول، كه چېرې د يوې مناسبې سكي دغورځولو په تجربه کې دهغه مخ مشاهده كوو، نو كېداى شي مونږ ټول ددي خبرې سره چې د نمونې د هرې نقطه (د شير يا خط مشاهده) د وقوع % احتمال لري موافق او سو. خو بيا هم دځينو تجربو د نمونې دنقاطو لپاره د احتمال سنجول ډېر مشكل كار دي.

2-3 مثال

د شخصي كمپيوټرونو (PC) د خرڅون يو پلورنځي دوه نوعه شخصي كمپيوټرونه يويي سټنډرډ ډيسكټاپ او بل لپټاپ په خرڅلاو رسوي، د پلورنځي خاوند ددي تصميم بايد ونيسي چې څومره يې دهر يو قسم څخه د خرڅلاو لپاره ذخيره كړي. يو مهم عامل چې ددى سوال د ځواب په حل کې مرسته كوي د مشتريانو هغه تناسب دي چې غواړي ددي هر نوعه كمپيوټرونو څخه يې خريداري كړي. وينا ياست چې څرنگه نو موږي تجربه په خپل چوكاټ کې دنمونې دنقاطو او

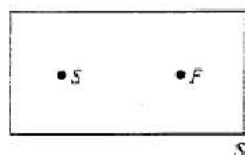
مشاهد) احتمال سنجوو، نو زمونږ استدلال به دا وي، كه چېرې يو سالمه سكه ډېر ځله هم وغورځول شي نو د نمونې دنقطو (د يو شير او يو خط مشاهده) نسبي فريكونسي يې په يوشان يعني 0.5 سره واقع کېږي. چې استدلال مو په 3,2 شكل کې بنودل کېږي.

لاندي شكل دهغه دفعا تو شمير نسبي فريكونسي چې شير پكې واقع شوي وي راښائي، په هغه وخت کې چې سكه N ځله پورته غورځول (په كمپيوټر) شوي وي په داسي حال کې چې سكي غورځولو N حد اقل 25 او حد اكثر 1500 ځله صورت نيولي وي. كولاى شي چې وگوري كله چې N لوي وي (يعني N=1500) نونسي فريكونسي يې 0.5 ته تقرب كوي، نو دسكي دغورځولو د نمونې دهرې نقطې لپاره احتمال 0.5 دي.



كېداى شي چې په ځينو تجربو کې د نمونې دنقاطو د نسبي فريكونسي په اړه لږ او هيڅ معلومات ونه لرو. په نتيجه کې، مونږ بايد د عمومي معلوماتو پر بنسټ د تجربې د نمونې دنقاطو لپاره بايد تعين كړو.

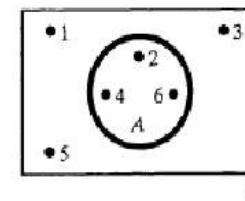
د مثال په توگه، كه چېرې په يو خطري كاروبار کې پانگه اچونه مو دنظرو تجربه وي او داسي مشاهده كړو چې يابه كاميابي وي او يابه ناكامي، چې دنمونې فضا يې په 3,3 شكل کې بنودل کېږي.



(event) په نوم یادېږي چې مونږ یې د A په توري ښایو او د A حادثه د نمونې د درې نقطو لرونکي ده (هر نقطه یې د 1/6 احتمال لرونکي) په داسې حال کې چې د نمونې یوه نقطه هم په یو وخت نه ده واقع شوي او مونږ استدلال کوو چې د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د شاملو نمونوي نقاطو د احتمالاتو د مجموعې څخه عبارت دي. نو د A حادثې احتمال:

$$1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

په دې معنی چې په اوږده موده کې کولای شي نیمایي ځل کې یو الیو گټی او یا یې په بل نیمایي کې د لاسه ورکړي



3-4 شکل یو وین دیاگرام دي چې د گاتې د غورځولو په تجربه کې د نمونې فضا او د A حادثه (چې د یو جفت عدد مشاهده) تشریح کوي. د A حادثه د S د نمونې په فضا کې د یو تړلي شکل په وسیله ښودل کېږي او دا تړلي شکل د ټولو هغه نقطو لرونکي دي چې د A حادثه تشکیلوي.

د دې تصمیم نیولو لپاره چې د نمونې کومې نقطې د A په حادثه کې شامل دي نو د S نمونې په فضا کې د نمونې هره نقطه د ازمايښت لاندې نیسو. که چېرې د A حادثه واقع شي بیا هغه نقطې چې د A په حادثه کې شاملې دي (جفت اعداد) چې د گاتې د غوزولو په تجربه کې صورت نیسي لکه د 2 مشاهده، د 4 مشاهده او همدارنگه د 6 مشاهده د A په حادثه کې شامل دي.

په لنډه توگه، مخکې مو څرگنده کړه چې کولای شو یوه حادثه د الفاظو په واسطه او یا کېدای شي د نمونې د نقاطو د یو معلوم سټ په واسطه یې تعریف کړو. دا مطلب مو د حادثې کلي تعریف ته چې په لاندې ډول دي رسوي.

تعریف یوه حادثه (event) د نمونې د نقاطو د خصوصي مجموعې څخه عبارت دي  
4-3 مثال

د دوه غیرومتواز نوسکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. څرنگه چې سکه غیرمتوازنه ده نو د هغې د نتیجو (H او T) احتمال یوشان نه دي. فرض کړي، چې د نمونې د نقطو پورې مربوط درست احتمالات په لاندې جدول کې درکړل شوي دي.

(نوټ: د نمونې د نقاطو د احتمال د معلومولو لپاره لازم خواص په لاس راوړل شوي دي)  
لاندې حادثې په نظر کې ونیسي:

د نمونې د فضا په لرلو سره تنظیم کولای شو او همدارنگه د نمونې د نقطو لپاره د هغوی احتمالات تعین کړي  
حل:

که چېرې مونږ د مشتري اصطلاح دهغه کس لپاره وکارو چې یو دغه دوه ډوله کمپیوترونو څخه خریداري کوي او تجربه داسې تعریف کړو، چې یو مشتري دغه تجربې ته ورداخلېږي او مشاهده کوي چې کوم ډول کمپیوتر خریداري کړي نو د دې تجربې د نمونې په فضا کې د نمونې دوه نقاط وجود لري:

D: (مشتري یو دانه ډیسکتاپ کمپیوتر خریداري کوي)

L: (مشتري یو دانه لپ ټاپ کمپیوتر خریداري کوي)

کله چې مونږ د دې دواړو نمونوي نقطو لپاره احتمال سنجوو نو د دې اودسکي د غورځولو تجربې ترمنځ فرق وجود لري نو د D د نمونې نقطې لپاره څومره احتمال تعینولای شو؟ که چېرې ځواب مو 0.5 وي نو د دې معنی داده چې د دواړو نقطو یعنی D او L لپاره یوه اندازه احتمال وجود لري لکه د سکي د غورځولو په تجربه کې چې د نمونې د دواړو نقطو (شیر او خط) لپاره ټاکل شوي وو. ولې د شخصي کمپیوترونو د څرخلاو په تجربه کې د نمونې د نقاطو احتمال سنجول اسانه کار نه دي.

فرض کړئ چې د پلورنځي د څرخلاو ریکارډ په گوته کوي چې مشتریان 80% د ډیسکتاپ کمپیوترونه خریداري کوي. نو په منطقي ډول مناسبه ده چې ووايو د D د نمونې نقطې احتمال 0.8 او د L نقطې احتمال 0.2 دي نو د دې ځایه لیدلای شو چې د نمونې د نقطو احتمال همیشه لپاره یوشان نه وي او د دې ډول احتمال سنجول پیچیده کار دي او خصوصاً د هغه تجربو لپاره چې د واقعي کړنو لپاره په کار وړل کېږي (برخلاف د سکی د غورځولو د تجربې).

که څه هم د نمونې د نقطو د احتمال ټاکل اکثره د هغوی د اهمیت له پلوه صورت نیسي او دا معمولاً د نمونې د نقطو د احتمالاتو مجموعه ده چې په 3-3 مثال کې په ښه ډول واضح کېږي 3-3 مثال: یو سالم گاتې (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې ترغورلاندې نیول کېږي که چېرې پورته مخ یې جفت وي نو تاسو یو الیو گټی او که نه نو یو الیو د لاسه ورکوي. د گټلو احتمال مو څومره دي؟

حل: د بیا ویلو وړ ده چې د دې تجربې د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقطې وجود لري

$$S: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

څرنگه چې گاتې یو سالم گاتې دي نو د نمونې په فضا کې د نمونې د هر نقطې لپاره 1/6 احتمال وجود لري که چېرې د نمونې د نقطو څخه لکه د 2 مخ مشاهده، د 4 مخ مشاهده او د 6 مخ مشاهده واقع شي یو جفت عدد به واقع شوي وي چې د دې ډول نمونې د نقطو مجموعه د حادثې

3, 5 مثال، په وروستو کې د امریکا د متحده ایالاتو په کاروبار کې کارمندانو مختلف روزنیز کورسونه اخستی دي (USA Today (Aug.15.1995) مجله رپورټ ورکوي چې د دې ډوله روزنیز کورسونو د جوړولو اساسي دلیل چې کاروبارونه یې پیش کوي د هغوی د ستراتیژیکو پلانونو برخه ده چې دغه دلیلونه په 2,3 جدول کې خلاصه شوي دي. فرض کړي چې یو کاروبار د متحده ایالاتو د کاروبارونو څخه چې دلایل یې په گوته شوي او د کورس د اخستلو لپاره په اتفاقي ډول انتخاب شوي دي.

A هغه تجربه تشریح کړي چې د 2,3 جدول ارقام یې مینځ ته راوړي دي او د نمونې د نقطو لړلیک یې ولیکي.

2, 3 جدول د مختلفو کورسونو لپاره اساسي دلایل

دلایل	سلنه
د غړو د سیاست سره موافق کیدل (CCP)	7
د مولدیت زیاتوالي (IP)	47
په رقابت کې پاتې کیدل (SC)	38
ټولنیز مسولیتونه (SR)	4
داسې نور موضوعات (O)	4
مجموعه	%100

B: د نمونې نقطو لپاره احتمالات تعیین کړي؟

C: څومره احتمال لري چې د زده کړي د مختلف کورسونو لپاره اساسي دلایل د تجارت پورې مربوط دي، یعنې رقابت یا مولدیت پورې مربوط وي؟

D: د دې څومره احتمال دي چې د ټولنیز مسولیت اساسي دلایل د زده کړي د مختلف کورسونو په هکله صحت وټلري؟

حل:

A: نومرې تجربه د متحده ایالاتو په کاروبارو کې د کارگرانو د زده کړي مختلف کورسونو لپاره د اساسي دلایلو په عمل کې تعیینول دي. د نمونې نقاط، د تجربې ساده ترین نتایج دي چې 2,3 جدول کې په پنځه کته گوریو ویشل شوي دي چې د نمونې دغه نقاط په 2,3 د وین دیاگرام په شکل کې ښودل کېږي.

A: (واقعا د یوشیر مشاهده)

B: (حد اقل د یوشیر مشاهده)

د A او B لپاره احتمال (probability) سنجش کړي

شیر او خط حالات (د نمونې نقاط)	احتمال
HH	$\frac{4}{9}$
HT	$\frac{2}{9}$
TH	$\frac{2}{9}$
TT	$\frac{1}{9}$

حل: د A حادثه چې د HT او TH نمونې د نقاطو لرونکي ده، څرنگه چې دوه یا ډېر د نمونې نقاط په عین وخت کې نه شي واقع کېدای. کولای شو چې د A د حادثې احتمال د نمونې د دوه نقاطو د احتمال د جمع د حاصل څخه په لاس راوړو، نو په دې اساس واقعا د یوشیر د مشاهده احتمال (د A حادثه) چې د P(A) سمبول پواسطه ښودل کېږي عبارت دي له:

$$P(A) = P(\text{Observe HT}) + P(\text{Observe TH}) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

همدارنگه د B حادثه د HT، HH او TH د نمونې د نقاطو لرونکي دي

$$P(B) = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

مخکې مثال مونږ ته د A د حادثې د احتمال د پیدا کولو عمومي طریقه راښائي.

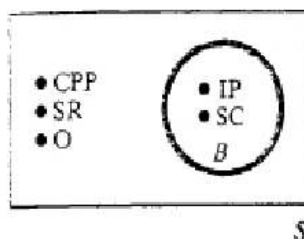
## ۲.۵- د یوې حادثې احتمال Propability of an Event

د یوې حادثې (A) احتمال د سنجش د نمونې په فضا کې د نمونې د نقاطو د احتمال د مجموعي څخه په لاس راځي. چې کولای شو د یوې حادثې د احتمال د سنجش مراحل په لاندې توگه خلاصه کړو.

## ۲.۶- د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې

### Steps for Calculating Probabilities of Events

1. د تجربي تعریف، یعنې هغه عملیه چې د یوې مشاهده د جوړولو لپاره په کار وړل کېږي او د مشاهده نوعیت چې باید په ثبت ورسېږي.
2. د نمونې د نقاطو لړلیک کول.
3. د نمونې د نقاطو د احتمال په لاس راوړل.
4. په نظر کې نیول شوي حادثې کې د نمونې د نقاطو د مجموعي په لاس راوړل.
5. د حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د نمونې د نقاطو احتمال سره جمع کولو.



B. که چپری (د 1,3 مثال په شان) په دې تجربه کې هم د ټولو لپاره یو شان مساوي احتمالات وټاکو نوددې کتنه گوري هر جواب یو پر پنځه (1/5) یا 0.2 احتمال لري، ولي 2,3 جدول ته په کتنو سره معلومېږي چې ددې سوالونو لپاره یو شان احتمال ټاکل مناسبه نه ده ځکه په دغه پنځه کتنه گوريو کې حتی په تقریبي ډول هم د ځواباتو یو شان سلني (فیصدي) وجود نه لري. نو مناسبه ده چې د کلاس لپاره احتمال د هغې د سلني له مخې په لاس راوړو. چې په 3,3 جدول کې ښودل کېږي

TABLE 3.3 Sample Point Probabilities for Diversity Training Survey

Sample Point	Probability
CPP	.07
IP	.47
SC	.38
SR	.04
O	.04

C. راځي چې د B سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې د اساسي دلیل د زده کړې د مختلفو کورسونو لپاره د کارو بار مربوط دي. B د نمونې نقطه نه ده ځکه چې د تصنیف شوي (د نمونې نقاط) زیاتو ځوابونو څخه تشکیل شوي دي چې په 5,3 شکل کې ښودل کېږي او رابښايي چې د B د دوه نقطو (IP او SC) څخه تشکیل شوي دي. د B د احتمال د پیدا کول د هغې د نمونې د نقاطو (په B کې شامل) د احتمالاتو د جمع څخه په لاس راځي

$$P(B) = P(IP) + P(SC) = 0.47 + 0.38 = 0.85$$

D. راځي چې د NSR سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې ټولنیز مسوولیت د مختلف روزنیز کورسونو لپاره اساسي دلیل نه دي. نو د NSR کې د نمونې ټول نقاط په استثنا د SR شامل

دي اود احتمال يې عبارت دي د هغه ټولو نمونو د نقطو د احتمالاتو د مجموعي څخه چې په نوموړي حادثه کې شامل وي

$$P(NSR) = P(CPP) + P(IP) + P(SC) + P(O) \\ = 0.07 + 0.47 + 0.38 + 0.04 = 0.96$$

6-3 مثال:

تاسو یوه اندازه پانگه لري او غواړي چې د څلورو څخه په دوه تصدو کې یې په کار واچوي په داسې حال کې چې په تقریبي ډول هره تصدې د پانگې اچونې په خاطر دیوې اندازه پانگې غوښتنه کوي. تاسو په دې نه پوهېږي چې کوم د دواړه پانگې اچونو څخه به بالاخر کامیابې ترلاسه کوي او کومې دوه به ناکامېږي. نو پدې اړه موخپرنه پیل کړه ځکه چې تاسو فکر کوي چې ستاسو څیړنې به د کامیابې د احتمال انتخاب چې کاملاً په اتفاقي ډول انتخابېږي زیات کړي او بالاخره په دوه پانگو اچونو اقدام کوي. د څلورو پانگو اچونو د جملې څخه دوه بهترینو پانگه اچونو لپاره ستاسو ټیټ ترین احتمال څه دي؟

یعني که چپری تاسو کوم معلومات چې تاسو د څیړي په وسیله راجمعه کړي استعمال نه کړي او دوه تصدې په اتفاقي ډول انتخاب کړي، نو څومره احتمال دي چې تاسو به دوه کامیابې تصدې انتخاب کړي؟ او ددې څومره احتمال دي چې په انتخاب شوي تصدو کې به یوه کامیابه وي؟ حل:

دوه کامیابې انتخاب شوي تصدې د S1 او S2 یو اسطه او دوه ناکامې تصدې د F1 او F2 په واسطه ښودل کېږي. د څلورو تصدو څخه په اتفاقي ډول د دوو انتخاب د تجربې څخه عبارت دي اود تصدو هره مناسبه جوړه د نمونې یوه نقطه ده او د نمونې هغه شپږ نقطې چې د نمونې فضا تشکیلوي عبارت دي له

1. (S1, S2)
2. (S1, F1)
3. (S1, F2)
4. (S2, F1)
5. (S2, F2)
6. (F1, F2)

ورپسې مرحله د نمونې د نقاطو د احتمال لاس ته راوړل دي. که داسې فرض کړو چې دیوې جوړې د انتخاب احتمال د بلې جوړې د احتمال سره یو شان دي، نو د نمونې د هري نقطې احتمال 1/6 دي اوس لټوو چې وگورو د نمونې کومې نقطې په هغه انتخاب کې شاملېږي چې دوه تصدې

دوهم میتود چې دیوې تجربې د نمونې د نقاطو د تعداد د معلومولو لپاره په کارول کېږي ترکیبي ریاضی (combinatorial mathematics) ده. ریاضی د اړول د دغسې حساب کولو لپاره د حساب خاص قواعد لري. د مثال په توګه، دلته د پنځه تایی نمونو د تعداد د پیدا کولو لپاره چې د زر دانو له مینځه انتخابېږي یوه اسانه قاعده وجود لري چې دا قاعده د ترکیبي قاعدې (combinatorial rule) په نوم یادېږي چې په لاندې فرمول سره ښودل کېږي:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

دلته  $N$  په یو جمعیت کې د عناصرو شمیر،  $n$  په نمونه کې د عناصرو شمیر او د فکتوریل علامه (1) لاندې معنی افاده کوي:

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots(3)(2)(1)$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

(د صفر فکتوریل مساوي د یو سره دي)

مثال

مثال ته وګوري په کوم کې چې مونږ د څلورو څخه دوه تصدې د پانګې اچونې په توګه انتخاب کړي. د شمیر د ترکیبي قاعدې (فکتوریل) په استعمال سره معلومه کړي چې څومره مختلف انتخابه صورت نیسي.

حل: ددې مثال لپاره  $n=2$ ,  $N=4$  نولیکلای شو چې:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(2 \cdot 1)} = 6$$

څرنگه چې لیدل کېږي دلته د نمونې د نقاطو شمیر د هغه تعداد سره یوشان دي چې د پورتنۍ د پانګې اچونې په مثال کې په لاس راوړل شوي وو.

مثال

فرض کړي چې تاسو پلان لري په هر یو د پنځه کاروباري تصدې کې یوشان پانګه اچونه وکړي، په داسې حال کې چې د انتخاب لپاره 20 تصدې په اختیار کې لري چې د هغې څخه انتخاب وکړي څومره د پنځه تایی مختلفې نمونې د 20 تصدې څخه انتخابولي شي؟

حل:

په دې مثال کې  $N=20$  او  $n=5$ ، نو د 20 تصدې څخه د 5 مختلفو نمونو داسې په لاس راوړلای شو:

کامیابې دي. دا ډول صرف د نمونې یوه نقطه د  $S1, S2$  په نوم وجود لري، نو د څلورو تصدې څخه د دوو کامیابو تصدې د انتخاب احتمال عبارت دي له:

$$P(S1, S2) = 1/6$$

د هغه حادثې انتخاب چې حداقل یوه یې د دوو څخه کامیابه وي، په استثناء د  $(F1, F2)$  د نمونې ټول نقاط په برکې نیسي.

$P$  (حداقل د یوې کامیابې تصدې انتخاب)  $= P(S1, S2) + P(S1, F1) + P(S1, F2) +$

$$P(S2, F1) + P(S2, F2) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 5/6$$

په اتفاقي ډول انتخاب کې، د دوه کامیابو تصدې د انتخاب احتمال به  $1/6$  او د دوو کامیابو تصدې څخه حداقل د یوې د انتخاب احتمال د  $5/6$  سره برابر دي.

په تیرو مثالونو کې یو شمېر مشترک او هغه دا وو چې د هرې نمونې په فضا کې د نمونې نقاط لږ وو نو پدې اساس د نمونې د لږو نقاطو تعریف او لیست کول اسانه کار دي. ولې کله چې د نمونې نقاط زرګونو یا ملیونو ته ورسېږي بیا څنګه کولای شو چې دغه کار کنټرول کړو. د مثال په ډول، تاسو غواړي چې د یو ګروپ (زر) کاروباري تصدې څخه پنځه دانې انتخاب کړي، او د پنځه تصدې هر مختلف ګروپ د نمونې د یوه نقطه تشکیل کړي، نو څرنگه کولای شي چې دې تجربې پورې مربوط د نمونې نقاط تعیین کړي؟

دیوې پیچیده تجربې د نمونې د نقاطو د معلومولو لپاره د شمار کولو (counting) میتود په کارول کېږي.

د موضوع شروع د تجربې د ساده تعبیر څخه شروع کوو. د مثال په ډول، او ګوري که چېرې غواړي د شمار کولو لپاره یو تعداد لاري په کار یوسي چې د څلورو تصدې څخه دوه انتخاب کړي (دا ټول هغه څه دي چې په 3-6 مثال کې ترسره شول)، که چېرې تصدې ګانې د  $V1, V2, V3$  او  $V4$  په سمبولونو وښودل شي نو د نمونې نقاط په لاندې توګه لیست کېدای شي:

$$\begin{matrix} (V_1, V_2) & (V_2, V_3) & (V_3, V_4) \\ (V_1, V_3) & (V_2, V_4) \\ (V_1, V_4) \end{matrix}$$

نمونې ته پاملرنه وکړي او نور پیچیده مسایل وڅیړي یعنې د پنځه تصدې څخه درې نمونه کړي، د نمونې نقاط تعیین او ماډل مشاهده کړي او بالاخره وګوري که چېرې کولای شي قضیه په عمومي ډول استنباط کړي شاید وکولای شي چې د زر دانو د مجموعې څخه پنځه نمونه شمار کولو او پروګرام کولو په خاطر کمپیوټر په کار یوسي.

ښودل کېږي  $A \cap B$  کې ټول هغه ډنمونې نقاط شامل دي چې د A او B دواړو پورې تړاو ولري چې په پورتنۍ شکل کې ښودل کېږي

مثال:

دگاتې د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي او لاندې حادثې تعریف کړي

A: (د یو عدد جفت غورځونه)

B: (د 3 سره مساوي او ترې کوچني عدد لپاره غورځونه)

الف: د تجربې لپاره AUB تشریح کړي

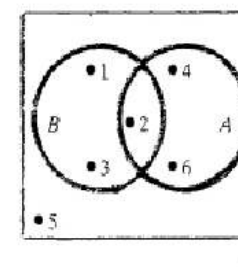
ب: د تجربې لپاره  $A \cap B$  تشریح کړي

ج: د تجربې لپاره P(AUB) او P(A ∩ B) محاسبه کړي او داسې فرض کړي چې گاتې سالم دي حل:

وین ډیاگرام لکه په لاندیني شکل کې چې ښودل کېږي رسمو.

الف: د A او B د اتحاد حادثه، که چېرې مونږ یا یو جفت عدد، کوچني درې یا مساوي د 3 سره یا دواړه واقع کېږي کوم چې د گاتې د غورځولو له مخې رامینځ ته کېږي دا حادثه هم رامینځ ته کېږي. په نتیجه کې، د AUB پورې مربوط د نمونې نقاط هغه دي چې د هغې په وسیله A واقع کېږي، B واقع کېږي یا دواړه A او B سره واقع شي. د نمونې په فضا کې ډنمونې د ټولو نقاطو د پیدا کولو لپاره مونږ د A او B په اتحاد کې د ټولو نمونوي نقاطو مجموعه پیدا کوو لکه

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$



ب: د A او B تقاطع هغه حادثه ده که چېرې مونږ دواړه یو جفت عدد او یو عدد چې د 3 څخه کوچني او یا د 3 سره مساوي چې د یو واحد گاتې د غورځولو په نتیجه کې واقع د مشاهدې لاندې ونیسو دا حادثه واقع کېږي

د نمونې د نقطې د معلومولو لپاره چې وگورو کومو د لایلو په اساس دواړه حادثې A او B واقع شوي دي لیدل کېږي چې دغه تقاطع صرف د نمونې د یوې نقطې لرونکي ده

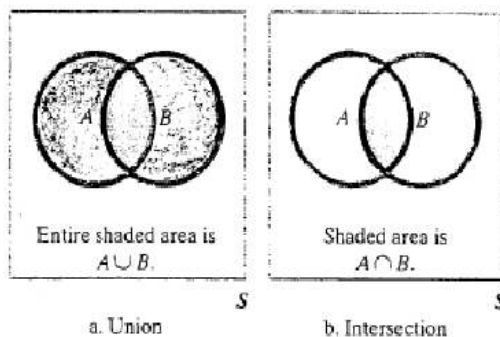
$$\binom{20}{5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5!15!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)(15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = 15,504$$

د  $\binom{N}{n}$  معنی داده چې د N ترکیبي عناصرو څخه د n په تعداد په نوبت سره اخستل شوي دي چې د ډېرو حسابي قواعدو څخه یوه قاعده ده چې د ترکیبي علم د ریاضي پوهانو په وسیله مینځ ته راغلي دي. د حساب دا قاعده هغه وخت په کار ورل کېږي چې په یوه تجربه کې د N تعداد مجموعي عناصرو څخه د n تعداد عناصر (مخکې له دي چې هر عنصر انتخاب شي) انتخابېږي. که چېرې علاقه لري چې په مختلفو تجربو کې د نمونې د نقطو د انتخاب نور میتودونه زده کړي نو یو څو د حساب کولو قواعد د A په ضمیمه کې موندلای شي

### ۲- اتحاد او تقاطع Unions and Intersection

کېدای شي اکثره حادثې په ترکیبي ډول د دوه یا زیاتې حادثو څخه لاس ته راغلي وي. داسې حادثې د ترکیبي حادثو (compound events) په نامه یادېږي چې په دوه ډوله جوړېدای شي چې په لاندې ډول سره تعریف کېدای شي

تعریف: د دوه حادثو A او B اتحاد که چېرې د یوې حادثې د A، B او یا دواړه وقوع د تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع شي د نوموړي حادثه هم واقع کېږي. مونږ د دوو حادثو اتحاد د AUB سمبول پواسطه ښایو. AUB کې ټول هغه حادثات شامل دي چې د A، B او یا دواړو پورې تړاو ولري (3,6a شکل کې لیدل کېږي)



تعریف: د دوه حادثو A او B تقاطع هغه وخت واقع کېږي کله چې دواړه A او B د یوې تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع کېږي نوموړي حادثه هم واقع کېږي چې د A او B حادثو تقاطع د  $A \cap B$

- a P(A) او P(B) پيدا کړي
- b P(AUB) پيدا کړي
- c P(A∩B) پيدا کړي

حل:

د حادثاتو د احتمالاتو د سنجولو لپاره لاندې مراحل په نظر کې نیول کېږي. اول په یاد باید ولرو چې د برېښنالیک لیږونکو اصلي هدف د ځواب ورکونکو د عايد او عمر مشخص کول دي. ددې کار کولو لپاره مونږ تجربه د یو انتخاب شوي عنوان چې د ټولو ځواب ورکونکو د مجموعي څخه یو ځواب ورکونکي عمر او عايد په داسې ډول تعريف کوو او مشاهده کوو چې دنوموړي عمر او عايد په کوم کلاس کې قرار لري. دنمونې نقاط د عمر او عايد د 9 مختلفو صنفونو څخه تشکیل شوي دي.

- $E_1: \{<30 \text{ yrs. } < \$25,000\}$      $E_4: \{<30 \text{ yrs. } \$25,000 - \$50,000\}$      $E_7: \{<30 \text{ yrs. } > \$50,000\}$
- $E_2: \{30-50 \text{ yrs. } < \$25,000\}$      $E_5: \{30-50 \text{ yrs. } \$25,000 - \$50,000\}$      $E_8: \{30-50 \text{ yrs. } > \$50,000\}$
- $E_3: \{>50 \text{ yrs. } < \$25,000\}$      $E_6: \{>50 \text{ yrs. } \$25,000 - \$50,000\}$      $E_9: \{>50 \text{ yrs. } > \$50,000\}$

ورپسې، دنمونې د نقاطو احتمالات په لاس راوړو. که چېرې په پټو سترگو یو د ځواب ورکونکو څخه انتخاب کړو، نو دهغې احتمال دهغې د عمر او عايد په تناسب یا د نسبي فریکونسي په اندازه د ځواب ورکونکو په صنف بندي کې قرار لري چې دا تناسب د سلنو په ډول په 3، 4 جدول کې ښودل کېږي.

$P(E_1) = P(\text{E1 عمر او عايد په کلاس کې د ځواب ورکونکو نسبي فریکونسي})$

$\{<30 \text{ yrs. } < \$25,000\} = .05$

$P(E_2) = .14$

$P(E_3) = .08$

$P(E_4) = .12$

$P(E_5) = .22$

$P(E_6) = .10$

$P(E_7) = .10$

$P(E_8) = .16$

$P(E_9) = .03$

شاید ثبوت کړي چې دنمونې د نقطو مجموعي احتمال باید (1) سره مساوي وي.  $P(A)$  د پيدا کولو لپاره د A په حادثه کې موجودو نمونوي نقاطو مجموعه په لاس راوړو. څرنگه چې A داسې  $\{> \$ 50000\}$  تعريف شوي دي چې د 3، 4 جدول په اخر ستون کې ښودل کېږي.

$A \cap B = \{2\}$

چ د بيا ويلو ورده چې د يوې حادثې احتمال عبارت د هغه دنمونې د نقاطو د احتمالاتو څخه چې نوموړی حادثه ترې تشکله شوي وي. مونږ لرو چې:

$P(A \cup B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(6)$   
 $= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

او

$P(A \cap B) = P(2) = \frac{1}{6}$

یو بل مثال زیاتي تصدیگاني د خپلو محصولاتو د پرمخ بیولو په خاطر په مستقیم ډول د بازار موندني په عملیاتو لاس پورې کوي چې دا عملیات په نمونوي ډول میلیونونو کورنیو ته د برېښنا لیک معلوماتو په ډول استول کېږي. د ځواب ورکونکو د ډیموگرافيکي خصوصیاتو د معلومولو لپاره د ځوابونو اندازه په غور سره د ارزیايي لاندې نیول کېږي.

سوالونو ته د ځواب ویلو د تمایلاتو د مطالعي په اساس تصدیگاني بهتره کولای شي چې د راتلونکي په خاطر د برېښنا لیکونو لپاره د جامعي هغه برخه تعین کړي چې دهغوی د محصولاتو د خریداري احتمال په کې زیات وي.

فرض کړي چې د برېښنا لیکونو په اساس د فرمایشاتو توزیع کوونکي وروستني برېښنا لیکونه تحلیلوي. دا باور وجود لري چې د ځوابونو احتمال د خلکو د عايد د سطحې او عمر پورې اړه لري چې د ټولو ځواب ورکونکو سلني بې چې د برېښنا لیکونو په واسطه رسیدلي دي د عمر او عايد په اساس صنف بندي شوي دي چې په 3-4 جدول کې ښودل کېږي.

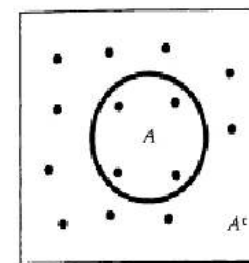
TABLE 3.4 Percentage of Respondents in Age-Income Classes

Age	Income		
	<\$25,000	\$25,000-\$50,000	>\$50,000
< 30 yrs	5%	12%	10%
30-50 yrs	14%	22%	16%
> 50 yrs	8%	10%	3%

لاندې حادثات تشریح کړي

A. (د یو ځواب ورکونکي عايد د 50000 ډالرو څخه زیات دي)

B. (د یو ځواب ورکونکي عمر 30 یا د 30 څخه زیات دي)



S

د A حادثه د نمونې د نقاطو د يوې مجموعه ده چې په هغې کې د AC د نمونې د نقاط نه شاملېږي چې په 3,8 شکل کې ښودل کېږي. په یاد ولري چې د A او AC د نمونې د نقاط د S د نمونې نقاط تشکیلوي په داسې حال کې چې A او AC یو په بل کې مشترک نقطه نه لري. ددې ځایه پوهیږو چې د یوې حادثې احتمالات او د هغې دمکملې (complement) مجموعه د 1 سره باید مساوي وي.

### ۲، ۹- د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل

### Summing Probabilities of Complementary Events

د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل د 1 سره مساوي وي. یعنې

$$P(A) + P(A^c) = 1.$$

په زیاتو احتمالي مسائلو کې په نظر کې نیول شوي مکملې حادثې د احتمال سنجول پخپله د هغه حادثې د احتمال د سنجش په نسبت آسانه وي. داڅکه چې

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

ددې رابطې څخه په استفاده کولای شو چې  $P(A)$  سنجش کړو.

$$P(A) = 1 - P(A^c).$$

11-3 مثال: د دوو سالمو سکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. د مکمل رابطې څخه په استفاده د A حادثه (حد اقل د یوشیر مشاهده) سنجش کړئ.

حل: پوهیږو چې د A حادثه (حد اقل د یوشیر مشاهده) کې لاندې د نمونې نقاط نغښتي دي:

$$A: \{HH, HT, TH\}$$

د A مکمله حادثه کله چې د هغې په واقع کېدو سره د A حادثه واقع نه شي. نو

$$A^c: \{TT\} = [TT]$$

دا مکملې (complementary) دا رابطه په 3,9 شکل کې ښودل کېږي او داسې فرض شوي دي

چې د A حادثه د درې نمونې نقاطو درلودونکي دي. په لفظي ډول، د A حادثه د عاید د  $\{>\$ 50000\}$  او د ټول عمر په درې صنفونو کې شامل ده. او د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعې څخه عبارت دي:

$$P(A) = P(E_7) + P(E_8) + P(E_9) = .10 + .16 + .03 = .29$$

په همدې ترتیب،  $B = \{\geq 30 \text{ yrs}\}$  د نمونې د شپږ نقطو لرونکي دي چې د 3-4 جدول په دویم او دریم قطار کې وجود لري.

$$P(B) = P(E_2) + P(E_3) + P(E_5) + P(E_6) + P(E_8) + P(E_9) \\ = .14 + .08 + .22 + .10 + .16 + .03 = .73$$

a. د A او B د حادثاتو اتحاد، په AUB په حادثه کې د نمونې ټول نقاط که هغه د A سره یا B سره اویا دواړو پورې مربوط وي شامل دي. د A او B په اتحاد کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عاید یې د 50000 څخه زیات او عمري یې 30 اویا د 30 څخه زیات وي. چې دا ټولې نقطې د 3,4 جدول په دریم کالم یا په اخري دوه قطارونو کې پیدا کولای شي. نو په دې ترتیب:

$$P(A \cup B) = .10 + .14 + .22 + .16 + .08 + .10 + .03 = .83$$

x: د a او b د حادثې تقاطع، یعنې  $A \cap B$  حادثه کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې دواړه A او B یې په برکې نیسي. (یعنې د نمونې هغه نقاط چې د A او B په مینځ کې مشترک وي). د A او B تقاطع کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عاید یې د 50000 څخه زیات او عمري یې 30 اویا زیات وي. چې دا د نمونې نقاط د 3,4 جدول په دریم ستون او په اخري دوه قطارو کې پیدا کېږي. په دې ترتیب:

$$P(A \cap B) = .16 + .03 = .19$$

### مکملې حادثې COMPLEMENTARY EVENTS

د حادثاتو د احتمال د سنجولو لپاره یو ډېر کتور مفهوم د مکمل حادثاتو څخه عبارت دي. 7,3 تعریف: د A حادثې مکملتیا هغه حادثه ده چې د هغې واقع کېدل د بلې د واقع کېدو پورې اړه ونه لري. یعنې د نمونې هغه نقاط په برکې نیسي چې د A په حادثه کې شامل نه وي. چې مونږ د A د حادثې پشپرتیا په AC سره ښایو.



**Additive Rule of Probability قاعدي جمع کولو قاعدي**

د دوو حادثو يعني A او B د اتحاد احتمال ددي حادثو د احتمال د جمع حاصل منفي د A او B د حادثو

تقاطع څخه په لاس راځي.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

12-3 مثال د يوروغتون د مريضانو ثبت بنائي چې 12% د مريضانو څخه د جراحي تاداوي لپاره، 12% د زيمان د تاداوي په خاطر او 2% د دواړو د جراحي او زيمان تاداويو لپاره داخل شوي دي که چېرې نوي مريض په روغتون کې داخلېږي، څومره احتمال دي چې نوموړي مريض به د جراحي، زيمان او يا دواړو لپاره داخلېږي؟ د خواب د موندلو لپاره د احتمال د جمع د قاعدي څخه استفاده وکړي.

حل: لاندې حادثات په نظر کې ونيسي.

A: (مريض چې د جراحي د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

B: (مريض چې د زيمان د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

د ورکړل شوي فرمول په اساس،

$$P(A) = 0.12$$

$$P(B) = 0.16$$

او د هغه حادثې احتمال چې مريض د دواړو يعني جراحي او زيمان لپاره داخل شوي دي

$$P(A \cap B) = 0.02$$

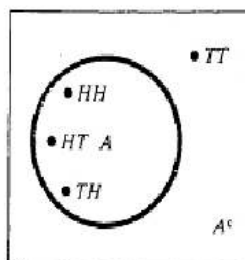
هغه حادثه چې مريض يا د جراحي، د زيمان او يا دواړو لپاره داخل شوي وي چې د AUB د اتحاد څخه عبارت دي چې د AUB احتمال د احتمال د جمع د قاعدي (additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړلای شولکه:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = .12 + .16 - .02 = .26$$

يعني 26% د ټولو مريضانو چې په روغتون کې د جراحي تاداوي لپاره، د زيمان د تاداوي او يا دواړو لپاره قبول شوي دي

د A او B دواړو حادثاتو په مينځ کې يوه خاصه رابطه وجود لري، کله چې A ∩ B د نمونې کومه نقطه ونلري، نو په دي وخت کې مونږ A او B حادثه د ناسازگارو حادثاتو (mutually exclusive events) په نوم يادوو.

چې سکه منظمه ده



$$P(A^c) = P(TT) = 1/4$$

اومدارنگه

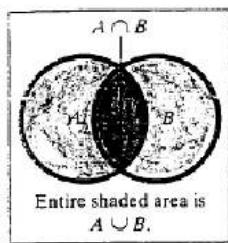
$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 1/4 = 3/4$$

**۱۰.۶- د جمع قاعده او نا سازگار حادثات**

**THE ADDITIVE RULE AND MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS**

په 2,3 برخه کې مو ليدل چې تعين کړو کوم دنمونې تقاطع په يو اتحاد کې شامل دي او څرنگه د يو اتحاد احتمال په هغه کې د شاملو نمونې تقاطع د احتمالاتو د جمع کولو څخه په لاس راوړو. همدارنگه ممکنه ده چې د دوو اتحادي حادثو احتمال د احتمالاتو د جمع د قاعدي (additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړو.

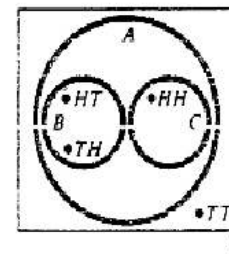
اکثره وخت د دوو حادثو اتحاد د زياتو نمونې تقاطع درلودونکي وي. څرنگه چې اتحاد هغه وخت واقع کېږي کله چې يوه يا دواړه د هغه پورې مربوط حادثات واقع شي. وين ډياگرام (venn diagram) (شکل 3,10) ته په کتو سره د A او B حادثو اتحاد ليدلای شي چې د هغوی اتحاد د دواړو حادثو يعني P(A) او P(B) د جمع کولو او A ∩ B د منفي کولو څخه لاس ته راځي. نو د دي لپاره، د دوو اتحادي حادثو احتمال د سنجولو لپاره يو فرمول چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي.



په داسي حال کې چې B و C د نمونې هيڅ يوه نقطه په برکي نه نيسي چې په 12,3 شکل کې ښودل کېږي. پس لهذا B او C حادثې سازگار يا mutually exclusive حادثې دي. لکه

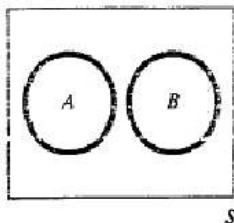
$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

څرنگه چې د دوه سيکو د غورځولو پورتنی مثال ډېر ساده دی، خو دامونې ته راښايي چې که چيرې د حادثاتو سره په لفظي ډول دا عبارت (حد اقل) يا (حد اکثر) نود ناسازگار حادثاتو لپاره ډېر کتور دي. ددې عبارتو استعمال مونږ په دې قادروي چې د احتمالاتو د جمع دقاعدي له لاري د ناسازگار حادثاتو احتمال په لاس راوړو.



د A او B حادثات هغه وخت ناسازگار (mutually exclusive) حادثې وي. کله چې  $A \cap B$  حادثه د نمونې هيڅ يو نقطه احتوا نکړي. يعني په دې شرط چې د A او B حادثه هيڅ يوه مشترکه نقطه ونلري

3, 11 شکل په يو وين ډياگرام کې دوه ناسازگار حادثې ښودل کېږي. چې دواړه د A او B کومه مشترکه نقطه نلري او همدارنگه A او B دواړه حادثې په يو وخت نه واقع کېږي. نو  $P(A \cap B) = 0$  په اړه مونږ مهمي رابطي لرو چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي



### د دوو ناسازگار حادثو د اتحاد احتمال

#### Probability of union of tow Mutually Exclusive events

که چيرې دوه حادثې A او B ناسازگار حادثې وي. نو ددې دواړو حادثو د اتحاد احتمال د A او B د حادثو د احتمالاتو د مجموعي څخه لاس ته راځي. نو

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

څېر داري، که چيرته دوه حادثې ناسازگار نه وي نو په هغه وخت پورته فرمول درست نه دي او په هغه وخت کې چې دوه حادثې سازگار (nonmutually exclusive) وي نو د احتمال د جمع د قاعدي څخه استفاده کول درته ضروري دي. مثال:

د دوه سالمو سيکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونيسي. حد اقل د يو شير د مشاهدي احتمال په لاس راوړي

حل: دا حادثات تعريف کړي

A: (حد اقل د يو شير مشاهده)

B: (واقعاً د يو شير مشاهده)

C: (واقعاً د دوو شيرونو مشاهده)

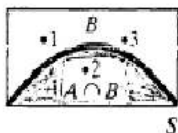
$$A = B \cup C$$

په ياد ولري، چې

### ۱۱.۲- شرطيه احتمالات CONDITIONAL PROBABILITY

هغه احتمالات، چې د حادثاتو د واقع کيدو نسبي فريکونسي يې په هغه وخت کې چې تجربه په زياته اندازه تکرار شي، د بحث لاندې مو ونيسول دغه ډول احتمالات د غير شرطيه (unconditional probabilities) په نوم يادېږي، ځکه چې هيڅ ډول شرط ددې ډول احتمالاتو لپاره نه وي فرض شوي مگر هغه شرايط چې د تجربې يو اسطه تعريف شوي وي. په دې ترتيب، اکثره مونږ زيات علم لرو چې ممکنه ده چې د يوې تجربې د نتايجو احتمال متاثره کړو، او اړتيا لرو چې د نظرونو حادثه تعديله کړو.

هغه احتمال چې دا ډول زيات علم منعکس کړي د حادثې د شرطيه احتمال (conditional probability) په نوم يادېږي. د مثال په ډول، و موليدل چې د يو جفت عدد د مشاهدي احتمال (د A حادثه) د يو مناسب گاتي د غورځولو په وخت کې  $\frac{1}{2}$  دي. بلکې فرض کړي هغه معلومات چې مونږ ته راکړل شوي چې د يو مشخص غورځولو په نتيجه کې يو عدد چې د 3 څخه کوچني او يا د درو سره مساوي وي په لاس راځي (3 حادثه). آيا اوس هم د هغه گاتي د غورځولو په صورت کې د يو جفت عدد د مشاهدي احتمال د  $\frac{1}{2}$  سره مساوي دي؟ نه داسي نه ده، ځکه چې د يوې فرضيې په توگه که B واقع شي د نمونې فضا د شپږو نقطو څخه دري نقطو ته را کوږي (په دې معنی چې هغه د B په حادثه کې شاملېږي) چې دا د نمونې د فضا کوالي په 13,3 شکل کې ښودل کېږي.



ځکه چې د گاتي د غورځولو په تجربه کې د نمونې نقاط يو شان احتمال لري، او د کمي شوي نمونې فضا پورې مربوط هريو د نمونې نقاط يو شان شرطي احتمال  $1/3$  تعين شوي دي. څرنگه چې صرف جفت عدد د هغه دري عددونو څخه چې د نمونې فضا B يې کسب وړ موندلای وو 2 عدد وو.

نوددي ځايه نتیجه اخستلای شو چې د A واقع کيدو احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي  $1/3$  دي. نو د A حادثې احتمال کله چې B حادثه واقع شي د بسودلو لپاره  $P(A/B)$  سمبول استعمالوو. نو د گاتي د غورځولو د مثال لپاره ليکو چې:

$$P(A/B) = 1/3$$

نو د A حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره کله چې B حادثه واقع شي لاندې عمليه اجراء کوو، د A حادثې احتمال هغه برخه چې د تنقص شوي نمونې فضا B په مينځ کې قرار لري يعنی  $P(A \cap B)$  پر ټولي تنقص شوي نمونې په مجموعي احتمال باندې يعنی  $P(B)$  باندې تقسيموو. نو، د گاتي د غورځولو په مثال د A په حادثه کې (د يو جفت عدد مشاهده) او د B په حادثه کې (د هغه عدد مشاهده چې د 3 يا درو سره وي) نو پيدا کوو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(2)}{P(1) + P(2) + P(3)} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

په عمومي صورت سره  $P(A/B)$  فرمول صدق کوي.

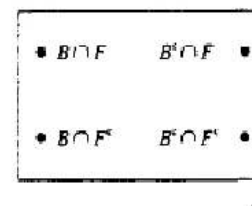
### د شرطيه احتمال فرمول Conditional Probability Formula

د شرطيه احتمال د پيدا کولو لپاره په هغه وخت کې چې د A حادثه واقع شي په هغه وخت کې چې د B حادثه ورکړل شوي وي، د A او B دواړو حادثو د واقع کيدو احتمال د B حادثې د واقع کيدو په احتمال باندې ويشو. نو ليکلای شو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(دلته فرض کوو چې  $P(B) \neq 0$ )

د افرمول د  $P(A|B)$  احتمال په خپل اصلي ارزش د نمونې په ټوله فضا (S) کې د شرطيه احتمال سره په هغه فضا کې چې تنقص شوي ده B تنظيموي. که چيرې په ټوله نمونې فضا کې د نمونې د نقاطو احتمال يو شان وي نو نوموړي فرمول به په تنقص شوي فضا کې د نمونې د نقاطو لپاره يو شان احتمال ټاکي. لکه د گاتي د غورځولو په تجربه کې، د بل اړخه، که چيرې د نمونې نقاط يو شان د احتمال اندازه ونلري نو نوموړي فرمول به شرطيه احتمالات د ټولي نمونې فضا په تناسب تعينوي چې دا مطلب په لاندې مثال کې په اسانۍ سره واضح کېدای شي.



مثال

داسي فرض کړي چې تاسو د خاورې دورلو د يوې لويې برخې د تجهيزاتو د خرڅلاو احتمال په لاس راوړي، يو احتمالي مشتري به اړیکه کې دي راځي چې د F توري د هغه حادثې لپاره چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره کافي پيسې (يا کريدیت) لري استعمال کړو او  $F \cap F^c$  (هغه حادثه چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره لازم مالي توان نه لري) تکميلونکي دي. همدا شان، B هغه حادثه ده چې مشتري ددې ارزو لري چې نوموړي جنس لاس ته راوړي او  $B \cap B^c$  د حادثې تکميلوني ده. نوموړي تجربه د نمونې څلور نقاط لري چې په پورتنۍ شکل کې بسودل کېږي چې احتمالات يې په 5,3 جدول کې ورکړل شوي دي.

د نمونې د نقاطو څخه په استفاده د يو مشتري د اخستلو احتمال پيدا کړي په دي شرط چې نوموړي ددې توان لري چې اجناس راويسي.

حل

داسي فرض کړي چې د خپلو توليداتو د خرڅلاو لپاره مويوه لويه مجموعه د مشتريانو په نظر کې نيولي ده او بيا ددې مجموعي څخه يو مشتري په اتفاقي ډول انتخابوي ددې احتمال چې انتخاب شوي مشتري به توليدات راويسي څومره دي؟

ددې لپاره چې مشتري توليدات راويسي، اړينه ده چې مشتري مالي توان ولري او د رانيولو خواهش يې هم ولري چې دا احتمالات په لاندیني جدول کې لاندې (To buy, B) او ورپسې (Yes, F) يا

$P(A|B) = 0.2$  سره مطابقت کوي چې دا  $B \cap F$  حادثې د غيرشرطي احتمالاتو (unconditional

خرنگه چې انتظار لرو، چې ددې احتمال چې مشتري به خریداري وکړي په هغه صورت کې چې د رانیولو مالي توان یې ولري ددې غیر شرطي احتمال څخه چې دیو مشتري انتخاب چې هغه به خریداري وکړي زیات دي.

په 14,3 مثال کې د شرطي احتمال فرمول د  $B|F$  حادثې لپاره په تنقص شوي نمونې فضا کې احتمال ټاکه چې د نوموړي حادثې د هغه احتمال سره متناسبه دي چې په ټوله نمونې فضا کې موجود و. ددې کار د لیدلو لپاره په یاد ولري چې، په تنقص شوي نمونې فضا دوه نمونې نقطې  $(B|F)$  و  $(B^c|F)$  هم په ټوله نمونې فضا (S) کې په ترتیب سره 0.2 او 0.1 احتمال لرونکي دي، ذکر شوي فرمول په تنقص شوي نمونې فضا F کې ددې نقطو لپاره شرطي احتمالات 2/3 او 1/3 تعیینوي، نو شرطي احتمال د نمونې نقاطو د احتمال د اصلي ارزش په تناسب سره 2 او 1 په خپل ځای پاتې کېږي.

مثال د فدرال تجارتي کمیسیون (FTC) دمصرف کوونکو د کالیو په هکله د هغوی شکایاتو د څیړنې په منظور د پر شمیر تولیدونکي د هغوی د تولیداتو د کیفیت په ارتباط په نظر کې نیولي دي. د اشیخاني د برقي ظروفو یو تولیدونکي په زیاته پیمانده دمصرف کوونکو شکایاتو د تحلیل او ارزیايي لاندې نیولي دي چې په شپږو کتنه گوریو یې چې په 6,3 جدول کې ښودل کېږي تقسیم کړي دي.

که چېرې د یو مشتري شکایات لاس ته راغلي وي، څومره احتمال لري چې د نوموړي د شکایت علت به د تولید خراشیدگی وي په دې شرط چې ذکر شوي شکایت د گرینتي په موده کې مینځ ته راغلي وي.

حل: راځي چې د A توري د هغه حادثې لپاره چې د شکایت علت د تولید خراشیدگی ده استعمال کړو او B ددې حادثې څخه نمائنده گي کوي چې شکایت د گرینتي په موده کې مینځ ته راغلي وي. 3, 6 جدول ته په کتو سره گوري چې  $63\% = (18 + 13 + 32)\%$  شکایات د گرینتي په موده کې مینځ ته راغلي دي. په دې اساس  $P(B) = 0.63$ .

د هغه شکایاتو فیصدی چې د هغې سبب خط افتادگی وي او د گرینتي په موده کې واقع شوي وي (د  $A|B$  حادثه) چې 32% کېږي په دې اساس:

$$P(A|B) = 0.32$$

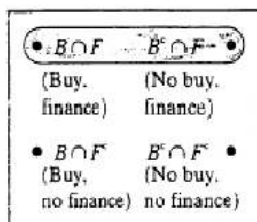
probability په نوم یادېږي.

جدول دمصرف کوونکي د رانیولو تمایل او د هغې د مالي توان احتمال

مالي توانايي	تمایل	
	To Buy, B	Not to Buy, B*
Yes, F	2	4
No, F*	4	3

دیل اړخه، فرض کړي، هغه مشتري چې انتخاب شوي دي د مالي لحاظه ددې توانايي لري چې تولیدات راو نیسي. اوس تاسو هغه احتمال گوري چې مشتري به خریداري وکړي په دې شرط چې نوموړي مشتري به د تادیي لپاره مالي توان ولري. دا احتمال، (د B شرطي احتمال په هغه وخت کې چې F واقع شوي وي چې د  $P(B|F)$  سمبول پواسطه ښودل کېږي) صرف د نمونې په هغه نقاطو کې چې په تنقص شوي نمونې فضا کې وجود لري چې د  $B|F$  و  $B^c|F$  نمونې نقاطو لرونکي دي په نظر کې نیولو څخه لاس ته راځي یعنې د نمونې هغه نقاط چې نوموړي مشتري په مالي توانايي سره کولای چې تولیدات راو نیسي، چې دا فرعي فضا په لاندې شکل کې نشاني شوي ده د شرطي احتمالاتو د تعریف څخه لرو چې:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)}$$



S

چې دلته  $P(F)$  د  $B|F$  او  $B^c|F$  پورې مربوط دوه نمونې نقطو د احتمالاتو د جمع حاصل څخه عبارت دي چې په 5,3 جدول کې ښودل کېږي. پس

$$P(F) = P(B \cap F) + P(B^c \cap F) = 2 + 4 = 6$$

او شرطیه احتمال چې مشتري به تولیدات را نیسي په هغه صورت کې چې مالي توانايي ولري عبارت دي له

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{2}{6} = .33$$

TABLE 3.6 Distribution of Product Complaints

Complaint Origin	Reason for Complaint			Totals
	Electrical	Mechanical	Appearance	
During Guarantee Period	18%	13%	32%	63%
After Guarantee Period	12%	22%	3%	37%
Totals	30%	35%	35%	100%

ددي احتمالي ارزښتونو په استعمال سره کولای شو چې د  $P(A/B)$  لپاره شرطیه احتمال سنجش کړو په داسې حال کې چې د شکایت علت یې خط افتادګي ده خو په دې شرط چې شکایت د ګرښتني په موده کې واقع شوي دي.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{.32}{.63} = .51$$

په نتیجه کې، لیدلای شو چې د نیمایي څخه لږ زیات شکایات د ګرښتني په موده کې واقع شوي دي ځکه چې د پخلنځي وسایل کېدای شي چې ګریدلي، غاښ غاښ شوي او یا د نورو نواقص له امله په نښه شوي وي.

په وروستي څپرکو کې به وګوري چې شرطیه احتمالات په احصائيوې کړنو کې مهم رول لوبوي د مثال په ډول، کېدای شي چې د یو مشخص سهم د احتمال سره چې په راتلونکي کال کې 10% ګټه ولري علاقه مند اوسو او کېدای شي ددي احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د سهم د تیر حالت او یا د اوسني اقتصادي وضعیت د معلوماتو څخه استفاده وکړو. سره له دې، کېدای شي چې احتمال مویه کلي ډول هغه وخت بدلون ومومي که چېرې داسې فرض کړو چې ناخالص داخلي تولید (GDP) به راتلونکي کال ته د 10% په اندازه زیات شي. نو بیا په دې وخت کې د شرطیه احتمال فرض کوو او وایو (سهم مویه راتلونکي کال کې 10% ګټه لاس ته راوړي په دې شرط چې په همدې کال ناخالص داخلي تولید GDP د 10% په اندازه زیاتوالي ومومي). نو په دې اساس د هرې حادثې احتمال سنجش که داسې فرض شي چې بله حادثه همزمان ورسره واقع کېږي شوي ده نو دې ته شرطیه احتمال conditional probability ویل کېږي.

## ۱۲.۲ - د ضرب قاعده او مستقلى حادثې

### The Multiplicative Rule and Independent Events

د دوه تقاطع حادثو د احتمال د سنجولو لپاره د ضرب د قاعده څخه استفاده کېږي چې د شرطیه احتمال معني لري کوم چې مو په تیره برخه کې تعريف کړي. او همدارنگه په یوه برخه مو د A شرطیه

احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي د سنجولو یو فرمول په کار واچو چې عبارت دي له

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

که چېرې ددي فرمول دواړه خواوي په (B) کې ضرب شي نو د A او B حادثو تقاطع احتمال فرمول تري په لاس راځي چې دې قاعدې ته د احتمال د ضرب قاعده (multiplicative Rule of Probability) ویل کېږي. نو لیکلای شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

په هم دې ترتیب

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

16-3 مثال د غنمو یو پانګه اچونکي په راتلونکي کې د لاندې حادثاتو سره مخ کېږي

B: (په راتلونکي کال کې به د متحده ایالاتو د غنمو حاصل ګټور وي)

A: (په راتلونکي کال کې به یوه سخته وچکالي واقع کېږي)

د موجودو معلوماتو پر بنسټ، پانګه اچونکي یقین لري چې، 0.01 احتمال ددي شته چې د غنمو حاصل به ګټور وي په داسې حال کې (فرضاً) چې یوه سخته وچکالي به هم په دې کال واقع وي او ددي قسم وچکالی د واقع کیدو احتمال 0.05 دي. یعنی

$$P(B|A) = .01 \text{ and } P(A) = .05$$

د تهیه شوي معلوماتو په اساس، څومره احتمال لري چې سخته وچکالی به واقع شي او ګټه هم لاس ته راغلي وي؟ یعنی  $P(A|B)$  پیدا کړي، د A او B حادثو د تقاطع احتمال په لاس راوړي حل: مونږ  $P(A|B)$  پیدا کول غواړو، د ضرب د قاعدې د فرمول څخه په استفادې سره لرو چې

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = (.05)(.01) = .0005$$

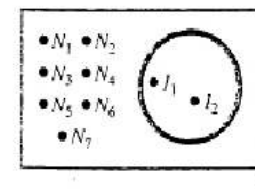
هغه احتمال چې یو سخته وچکالي به واقع او د غنمو حاصل به ګټور وي عبارت له 0.0005 څخه دي. کېدای شي قبوله کړو چې ددي حادثو تقاطع نادره واقع کیدونکي ده.

اکثره تقاطع د نمونې د یو څو نقطو لرونکي وي نو په دې حالت کې د تقاطع د احتمال سنجول اسانه کار دي چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعي څخه لاس ته راځي.

کله چې تقاطع د نمونې د څو نقاطو لرونکي وي (لکه په لاندې مثال کې بنودل کېږي) نو د تقاطع د احتمال د سنجولو فرمول زیات ارزښت لري.

17-3 مثال: دیو هیواد د هوساینې اداره غواړي چې لس کسه کارمندان د کوپون د غذا د ترلاسه کولو سره د مرکي په موخه استخدام کړي. په اګاهانه ډول، مربوطه سوپرویزان د غیرقانوني

د شرطيه احتمال د پيدا کولو لپاره  $P(B/A)$  اړينه ده چې د نمونې فضا  $S$  تعديل کړو. څرنگه چې پوهېږو  $A$  واقع شوي ده يعنې اولني انتخاب شوي کارمند (I3) چې د بخششيو غير قانوني وېشنه يې ترسره کړې ده په دې صورت کې د 9 کسو څخه صرف دوه کسه کارمند چې د بخششيو غير قانوني وېشنه يې ترسره کړه د نمونې په فضا کې پاتې کېږي نو ددې نوي نمونې فضا ( $S$  ضبر) وين دياگرام په 17,3 شکل کې ښودل کېږي چې د نمونې دا ننه واره تقاطع د يوشان احتمال لرونکي دي.



نوپه دې اساس د هرې نقطې لپاره  $1/9$  احتمال تعينولاي شو. څرنگه چې د  $(B/A)$  حادثه د  $(I1, I2)$  نمونې نقطې لري نو مونږ لرو چې:

$$P(B|A) = P(I_1) + P(I_2) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

په عوض د  $P(A) = 3/10$  او  $P(B/A) = 2/9$  د ضرب د قواعدو په فرمول کې لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

نوپه دې اساس، 1 په 15 کې چانس وجود لري چې هغه دوه کسان چې د سوپروايز په وسيله انتخاب شوي دي کوم چې د کوپون بخششي غذا په غير قانوني ډول توزیع کړي ده. د نمونې د فضا طريقه د هغه مشکلاتو د حل يواځي لار ده چې په 17,3 مثال کې ذکر شوه، يو بل ميتود چې ددې په ځاي په کارورل کېږي د شجر دياگرام (tree diagram) څخه عبارت دي چې د تقاطع د احتمال د سنجولو په خاطر په کارورل کېږي. د تمثيلولو لپاره يې 17,3 مثال په 18,3 شکل کې ښودل کېږي.

شجره (ونه) د منتها څخه د چپي خوا په طرف د دوه څانگو په لرلو شروع کېږي چې دا دواړه څانگي د اولني انتخاب شوي سري لپاره دوه ممکنه نتايجو  $N$  (هيڅ غير قانوني وېشنه نه) او  $A$  (غير قانوني وېشنه) څخه نمائينده گي کوي. د هرې نتيجې لپاره غير شرطی احتمال (د قوس په داخل کې) د څانگي د پاسه د هغې په تناسب ورکړل شوي دي. يعنې د اولني انتخاب شوي کارگر لپاره  $P(N) = 7/10$  او  $P(A) = 3/10$  (دا ارقام کولاي شو چې د نمونې د تقاطع د احتمالاتو د جمع کولو څخه لکه په 17,3 مثال کې په لاس راوړو).

د شجر دياگرام (tree diagram) ورپسې برخه (په ښي طرف حرکت) د دوهم انتخاب شوي کارگر

تقسيماتو د تصفيي په موخه د دوه کارمندانو پواسطه ډکي شوي فورمي په اتفاقي ډول انتخابوي، د سوپرووايزانو څخه په پټه دري کسه کارمندانو په غير قانوني ډول د بخششي غوښتونکو ته په غير قانوني ډول وېش کړي دي. څومره احتمال لري چې هغه دوه انتخاب شوي کارمندانو به په غير قانوني ډول وېش کړي وي؟ حل: لاندې دوه حادثې تعريف کړي.

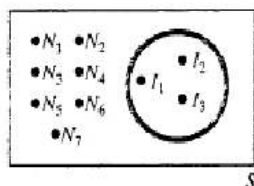
A: (هغه کارمند چې اول انتخاب شوي دي غير قانوني وېش يې کړي دي)

B: (هغه کارمند چې دوهم انتخاب شوي دي غير قانوني وېش يې کړي دي)

مونږ غواړو چې د هغه حادثې احتمال پيدا کړو چې دوه انتخاب شوي کارمندانو غير قانوني وېش کړي وي. دا حادثه کېدای شي په دې ډول بيا بيان کړو لکه (اولني کارمند د بخششيو غير قانوني وېش کړي او دوهم کارمند غير قانوني وېش کړي دي). نو غواړو چې د  $A \cap B$  د تقاطع احتمال په لاس راوړو. د ضرب د قاعدې په عملي کولو سره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

د  $P(A)$  د لاس ته راوړلو لپاره گټوره ده چې د لسو کسو څخه يو کس انتخاب کړو تجربه په نظر کې ونيسو، نو پدې حالت کې د نمونې فضا د د نمونې د لسو نقاطو لرونکي ده (چې د هوساينې د لسو کسو څخه نمائينده گي کوي) او په دې ځاي کې دري کسو کارگرو غير قانوني وېشنې ترسره کړي دي چې په  $(I1, I2, I3)$  سمبول سره ښودل کېږي او هغه اوه کسه چې د بخششيو غير قانوني وېشنې يې نه دي ترسره کړي په  $(N1, \dots, N7)$  علامو سره ښودل کېږي چې حاصل يې په وين دياگرام (16,3 شکل) کې ښودل کېږي.



څرنگه چې اولني کارمند د لسو کارمندانو د مينځه په اتفاقي ډول انتخابېږي نو مناسبه ده چې د 10 نمونو نقطو لپاره يوشان د احتمال چانس وجود ولري. نو د نمونې هره نقطه  $1/10$  احتمال لري. څرنگه چې د  $A$  په حادثه کې د نمونې  $\{I1, I2, I3\}$  نقطې وجود لري (هغه دري کارمندان چې د بخششيو غير قانوني وېشنه يې ترسره کړي ده). نو

$$P(A) = P(I_1) + P(I_2) + P(I_3) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

دي

تعريف: A او B حادثات هغه وخت مستقل حادثات (independent events) دي چې د B د حادثې واقع كيدل په A په احتمال چې واقع شوي وي كوم اثر ونه لري. يعني A او B حادثات هغه وخت مستقل دي چې:

$$P(A/B) = P(A)$$

كله د A او B حادثې مستقل وي نو لاندې رابطه هم صدق كوي:

$$P(B/A) = P(B)$$

كله چې حادثات مستقل (independent) نه وي نورته غير مستقل (وابسته) dependent حادثات ويل كېږي.

18-3 مثال د يوسالم گاتي د غورځولو تجربه په نظر کې ونيسی او اجازه راکړي:

A: (د يوشمېت عدد مشاهده)

B: (د څلور او يا د څلورو څخه کوچني عدد مشاهده)

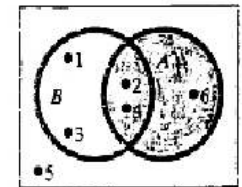
آيا A او B حادثات مستقل دي؟

حل: د دې تجربې لپاره وين د يا گرام په 19,3 شکل ليدل كېږي. نو اول محاسبه کوو چې:

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \frac{1}{3}$$



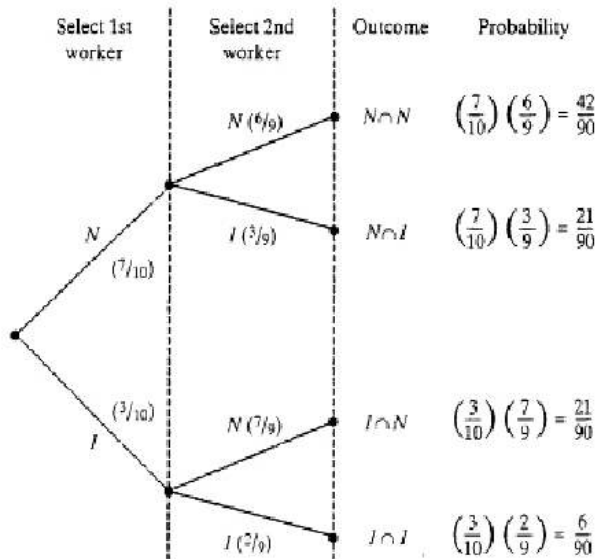
5

اوس فرض کوو چې B واقع شوي دي، نو د A شرطيه احتمال په هغه صورت کې چې B واقع شوي وي عبارت دي له:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} = P(A)$$

نو په فرض کولو د دې چې B حادثه د يو جفت عدد د احتمال په مشاهده کوم اثر نه واردوي او

د نتايجو څخه نمائنده گي کوي. کوم احتمالات چې دلته ورکړل شوي دي شرطيه احتمالات دي په داسي حال کې چې د اولني کارگر پورې مربوط نتايج معلوم فرض شوي دي. د مثال په ډول، که چېرې اولني کارمند غير قانوني توزيع کړي وي (A)، د دې احتمال چې دوهم کارگر هم غير قانوني ویش (I) کړي دي 2/9 دي. چون نهه کارگر د انتخاب څخه پاتې دي او صرف دوه کارگر باقي پاتې دي چې غير قانوني توزيع يې کړي دي. د شرطيه احتمال (2/9) د قوسونو په مينځ کې د څانگو په بيخ په 8-3 شکل کې نښودل کېږي.

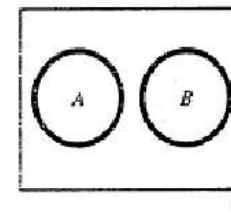


بالاخره، د تجربې څلور ممکنه نتايج د ونې د هر څلورو څانگو اخرته نښودل کېږي. دا حادثات د دوو حادثو تقاطع (د اولني کارگر نتايج او د دوهم کارگر نتايج) څخه لاس راځي. په پای کې، د هراختمال د سنجش لپاره د ضرب د قاعدې څخه استفاده کوو چې په 18,3 شکل کې نښودل کېږي. کولاي شي چې وگوري د [A ∩ B] تقاطع هغه حادثه رانښاني چې دوه انتخاب شوي کارگر و غير قانوني بخششي ویشلي دي چې  $6/90 = 1/15$  احتمال لري او دا احتمال د هغه احتمال سره چې په 17,3 مثال کې لاس ته راغلي وو ورته دي.

په 5,3 برخه کې مو وښودل چې د يوې حادثې A احتمال کېدای شي په پوره ډول هغه وخت تغيير وکړي چې د B حادثه واقع شوي وي خودا کار د هرې قضي په مورد کې صدق نه شي کولاي. ولي په ځينو مواردو کې دا فرضيه چې کله B واقع شوي وي د A احتمال په بدلون اثر نه شي کولاي، که چېرې داسي حالت واقع شي نو د A او B حادثات مستقل حادثات (independent events)

په پای کې د استقلالیت (independence) په مورد کې درې نقطې مطرح کولای شو. اول دا چې د استقلال خاصیت د ناسازگاري (mutually exclusive) د خاصیت برخلاف نه شو کولای چې د وین ډیاگرام پواسطه وښایو، په دې معنی چې نه شي کولای په شعوري ډول (مخکې د واقع کیدو څخه) ځان په اطمینان کې کړو. په عمومي ډول، د حادثو د استقلال (غیروابسته گي) د پوهیدو لپاره ضروري ده چې د هغوی احتمال وښجوو.

دوهمه نقطه د ناسازگاري او غیروابسته گي تر مینځ رابطه ده. فرض کړي چې د A او B حادثې سره ناسازگاره (mutually exclusive) حادثې دي چې په 20,3 شکل کې ښودل کېږي او د دواړو حادثو احتمال د صفر خلاف دي. اوس سوال دا دی چې آیا دا دواړه حادثې مستقلې حادثې دي که غیر مستقلې؟ معنی دا چې، دلته دا فرضیه مطرح ده چې د B حادثې واقع کیدل د A واقع کیدو په احتمال کوم تاثیر غورځوي؟ په یقیني ډول دا مطرح ده، ځکه چې که چېرې داسې فرض کړو که چېرې B واقع شوي وي نو د A لپاره ناممکنه ده چې په عین وخت کې واقع شي. یعنی  $P(A/B) = 0$ . نو ویلای شوي چې ناسازگاره حادثات (mutually exclusive events) وابسته (ترلي) حادثات دي. ځکه چې  $P(A) \neq P(A/B)$



دریمه نقطه داده چې د مستقلو حادثو د تقاطع د احتمال ښجول ډېر اسان کار دي. د تقاطع د احتمال د ښجش فرمول ته په کتو سره پیدا کولای شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$$

نو  $P(B|A) = P(B)$  کله چې A او B مستقلې حادثې وي چې په دې اړه لاندې گتوره قاعده لرو.

### د دوو مستقلو حادثو د تقاطع احتمال

#### Probability of Intersection of Two Independent Events

که چېرې دوه حادثې A او B مستقلې حادثې وي، نو د دې دواړو د تقاطع احتمال د A او B حادثې د احتمالاتو د ضرب حاصل څخه لاس ته راځي. یعنی:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

او همدارنگه د دې معکوس هم درست دي، که چېرې  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  نو د A او B حادثات

$P(A) = 1/2$  سره معادل په خپل ځای پاتې کېږي. نو ځکه د A او B حادثات مستقل حادثات دي. نو ت، که چېرې د B حادثې شرطیه احتمال په هغه وخت کې چې A واقع شوي وي محاسبه کړو نو نتیجه مویوشان ده.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = P(B)$$

مثال

مثال ته چې مستهلکینود تولیداتو څخه شکایات درلود رجوع وکړي. د گرینتی د مودې په دوران او د هغې څخه وروسته د شکایاتو مختلفې سلني په 6,3 جدول کې ښودل شوي دي. لاندې حادثات تعریف کړي.

A: [د شکایت علت د تولید ظاهري بڼه ده]

B: [شکایت د گرینتي په موده کې واقع شوي ده]

آیا د A او B حادثات مستقل (independent) دي؟

حل: که چېرې  $P(A/B) = P(A)$  وي نو د A او B حادثات مستقل حادثات دي. په 15,3 مثال کې مو  $P(A/B) = 0.51$  و، او د 6,3 جدول ته په کتو سره لیکو چې:

$$P(A) = .32 + .03 = .35$$

نو په دې اساس،  $P(A/B) \neq P(A)$  سره مساوي نه دي او د A او B حادثات غیرمستقل (وابسته) حادثات دي.

په شعوري ډول د حادثاتو په استقلالیت د پوهیدو لپاره هغه حالت په نظر کې ونیسئ چې دیوې حادثې واقع کیدل د دوهمې حادثې د واقع په احتمال کوم تاثیر ونلري. د مثال په ډول، د مالی چارو یو متخصص دوه وړې کمپنی د مناسبو پانگو اچونو لپاره ارزیابي کړي دي، که چېرې دواړه کاروبارونه مختلف صنعتونه وي او د نورو اړخونو له مخې هم ارتباط ونلري نو دیوې کمپني کامیابي او ناکامي د بلې کمپني د کامیابي او ناکامي څخه مستقل (independent) دي. یعنی کېدای شي دا حادثه چې د A کمپني ناکامه شي د B کمپني په ناکامي کوم تاثیر نه لري.

دوهم مثال، د انتخاباتو یو پوښتنه کوونکي په نظر کې ونیسي. هغه انتخابات چې په هغې کې 1000 کسو رایه ورکونکو نوم ثبت کړي دي، پوښتنه کېږي چې د دوو نوماندو تر مینځ کوم یو ته برتری ورکوي. پوښتنه کوونکي کوشش کوي چې د رایو ورکونکو څخه د یوې نمونې د انتخاب لپاره داسې یو رویش په کار واچوي چې څو اوبونه یې مستقل وي. یعنی د پوښتنه کوونکي مقصد دا دي چې نمونه په داسې ډول انتخاب کړي چې یورایي ورکونکي د A نوماند ته د رایې ورکولو رجحان لري د دوهم رایي ورکونکي چې A نوماند ته هم رایه ورکوي په احتمال کوم تاثیر ونلري.



ورکړل شي.

دا مناسبه ښکاري چې داسې فرضیه جوړه شي چې پورته دوه حادثې مستقلې (ازادې) حادثې دي نو ددې ځایه، ددې احتمال نشته چې د اولني مشتري تصمیم د دوهم مشتري په تصمیم کوم تاثیر ولري. د مستقلیت (independence) فرضیه په اساس لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2) = P(L_1)P(L_2) = (.2)(.2) = .04$$

b. ددې لپاره چې ددې احتمال محاسبه کړو چې راتلونکي پرله پسې 10 کمپیوترونه به له پټاپ خريداري شي. اولني حادثه په نظر کې ونیسي چې درې پرله پسې له پټاپ کمپیوترونه خريداري شوي دي. که چېرې 13 د هغه حادثې څخه نمائنده گڼي وکړي چې دریم مشتري یو له پټاپ خريداري کوي، نو بیا مونږ باید  $L_1 \cap L_2$  د تقاطع احتمال د 13 سره سنجش کړو. بیا هم په دې فرضیه چې د رانیولو (خريداري) تصمیمات مستقل وي لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap L_3) = P(L_1 \cap L_2)P(L_3) = (.2)^2(.2) = .008$$

ددې دلیل په اساس کولای شو چې د 10 داسې حادثو د تقاطع احتمال محاسبه کړو:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_{10}) = P(L_1)P(L_2) \dots P(L_{10}) = (.2)^{10} = .0000001024$$

نو ددې احتمال چې راتلونکي لس پرله پسې مشتريان به له پټاپ کمپیوترونه خريداري کړي په اندازه د 1 په 10 ميليون کې دي په دې فرضیه چې د هر مشتري پواسطه له پټاپ خريداري احتمال 0.2 دي په داسې حال کې چې د خريداري تصمیم مستقل وي.

مستقل حادثات دي.

د گاتي د غورځولو په تجربه کې چې په 18,3 مثال کې موندلې چې د A [د یو جفت عدد مشاهده] او B [4 یا د 4 څخه کوچني عدد مشاهده] حادثات مستقل حادثات دي که چېرې گاتي یو متوازن گاتي وي نو

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \binom{1}{2} \binom{2}{3} = \frac{1}{3}$$

دا د هغه نتیجې سره چې په ذکر شوي مثال کې مولا س ته راوړ مطابقت کوي.

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

20-3 مثال.

زیاتره وخت د پرچون کاروبار لرونکي ددې مشکل سره مخامخ وي چې څومره مقدار اجناس د ذخیرې په خاطر راو نیسي. ناکافي ذخیره کېدای شي چې کاروبار ناکام کړي او اضافي ذخیره کېدای شي د زیان تاثیر په گټه کې وي.

فرض کړي د کمپیوترونو د پلورنځي یو مالک د شخصي کمپیوترونو د یو فرمایش په ځای کولو لپاره پلان جوړوي، هغه کوشش کوي او تصمیم نیسي چې په کومه اندازه ډیسک تاپ کمپیوترونو او په کومه اندازه له پټاپ کمپیوترونو فرمایش ورکړي.

د پلورنځي ریکارډ په گوته کوي چې په مخکې وخت کې % 80 د ډیسک تاپ کمپیوترونه % 20 له پټاپ کمپیوترونه د مشتريانوله خوا خريداري شوي دي.

a. څومره احتمال لري چې دوه راتلونکي مشتريان به له پټاپ کمپیوترونه راو نیسي؟

b. څومره احتمال لري چې راتلونکي لس مشتريان به له پټاپ کمپیوترونه راو نیسي؟

حل:

a. راځي داسې فرض کړو چې  $L_1$  د هغه حادثې څخه نمائنده گڼي کوي چې اولني مشتري به له پټاپ خريداري کوي او همدارنگه  $L_2$  د هغه حادثې څخه نمائنده گڼي کوي چې دوهم مشتري به له پټاپ خريداري کوي. هغه حادثه چې دواړه مشتريان له پټاپ خريداری کوي د دواړو حادثو تقاطع ده، یعني  $L_1 \cap L_2$ .

د پلورنځي ریکارډ څخه د پلورنځي خاوند نتیجه اخستلای شي چې  $P(L_1) = 0.2$  (د مشتريانو د پخواني خريداري په اساس چې % 20 له پټاپ کمپیوترونه یې خريداري کړي دي). د  $P(L_2)$  لپاره هم عین ځواب دي.

ددې لپاره چې د دواړو حادثو تقاطع  $L_1 \cap L_2$  محاسبه کړو، نورو معلوماتو ته اړتیا لیدل کېږي یا خو ذکر شوي ریکارډ په پرله پسې ډول له پټاپ خريداري د واقع کیدو لپاره په نظر کې نیول کېږي، یا کومه فرضیه باید جوړه شي چې د  $P(L_1 \cap L_2)$  سنجش د ضرب د قاعدې له مخې اجازه

### اووم خپړکی

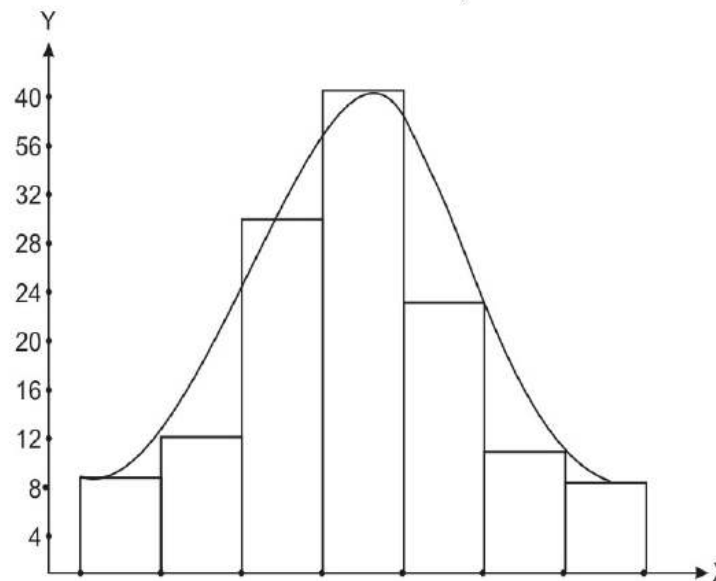
#### ۱، ۷- د ارقامو يا د دفعاتو د وېش منحنی Frequency Curve

پخوانيو خپړکيو کې وليدل شول، چې ارقام وروسته له ترتيب او جدول بندي په صنفونو کې تنظيم او بيا يې دفعات شمېرل کېږي، د دفعاتو شمېر په عمودي (Y) محور باندې او صنفونه (X) په افقي محور نښيو، وروسته د دواړو محورونو په حدودو کې د تنه د مربوطه قيمتونو موقعيت په نښه کړو، که چېرې د دغو ارقامو Bar Chart گراف رسم کړو، يعنې هستوگرام يې وکاپو او بيا د هر رسم شوي مستطيل پورته ضلع په وسط کې نښه او د ټولو مستطيلونو دغه په نښه شوي نقاط وصل کړو، نو د پولیگان منحنی په لاس راځي.

مثلا: (۱، ۷) جدول- په يوه کلي کې د ۱۲۰ بزگرانو ورځني عوايد

X	Y
31-40	7
41-50	11
51-60	35
61-70	37
71-80	17
81-90	8
91-100	5

د (۱، ۷) جدول د ارقامو گراف په لاندې ډول دی



### تمرينات

۱. د 5۱ حل څو دی؟

۲. لاندې نسبتونه حل کړئ؟

$$\frac{101}{51} \text{ او } \frac{121}{41}$$

۳. دوه تنه محصلين يو د بل خوا کې کېنو، په څو شکلونو د هغوی کېنول ممکن دي؟

۴. اته تنه په يو گردې ميز کېني څو، څو مرکې کوي، غواړو په تلویزیون کې د هغوی په هر ځل

مرکه کې ځایونه بدل کړو په څو شکلونو يې کېناستل او مرکې ممکن دي؟

۵. يوه ټوکرې کې څلور نارنجه، پینځه کینو او شپږ مالتې دي، يوه دانه په تصادفي ډول را

اخلو، حل کړئ چې:

الف. څومره احتمال لري، چې دا به نارنج يا کینو وي؟

ب. څومره احتمال لري چې دا به مالته وي؟

۶. که چېرې يو درجن پرو څخه درې را واخلو، يو يې شاه او دوه نور يې غلامان وي، په بل ځل

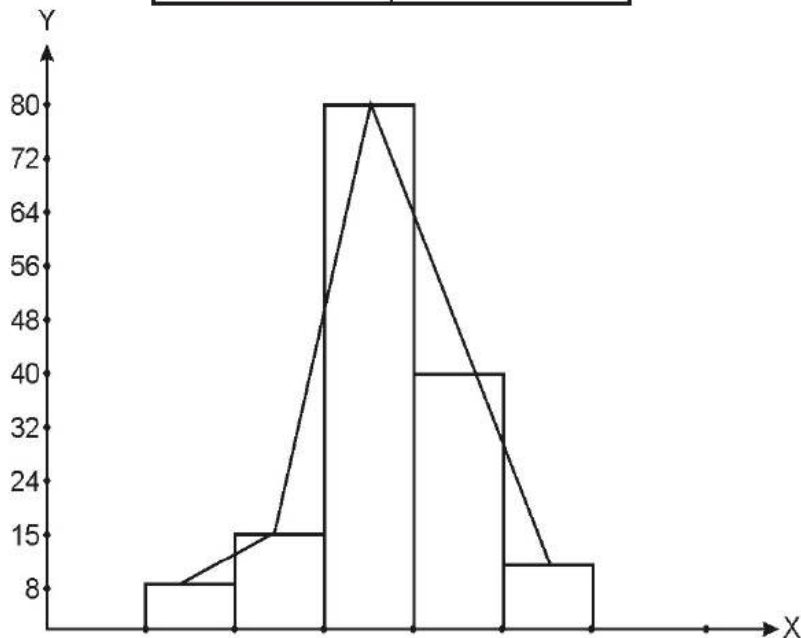
د يوه غلام د راوتلو احتمال سنجش کړئ؟

۷. په علمي خپرونو کې د احتمالاتو رول په څه کې دی؟

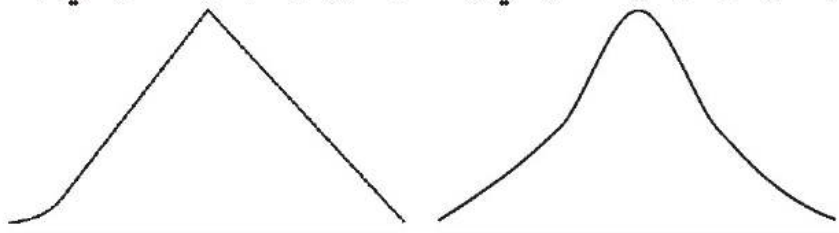
۸. د کرنې په سکتور او زراعتي خپرونو کې د تبادلې اهميت د مثال سره واضح کړئ؟

(۲،۷) جدول د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندی

X	F
0-20	5
20-40	10
40-60	80
60-80	40
80-100	5



د پورته دواړو جدولونو گرافونه یا د ارقامو د وېش پولیگان داسې مقایسه کېږي (۲،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي گراف (۳،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي گراف



د پورته تشریحاتو او شکلونو مقایسې څخه په مقدماتي توگه ډېره په اسانۍ او په ډېر واضحه ډول پوهېږو، چې د ارقامو د وېش منحني بڼه یعنې څه او په څه ډول؟ پورته جوته شوه چې پولیگان د ارقامو د وېش خطي گراف څخه عبارت دی، څومره چې

صنفي عرض کوچنی وي او د صنفيونو شمېر زیات وي، هغومره د مستطیلونو شمېر زیات، خو پلنوالی یې کم وي، نو ځکه خطي گراف لږ څه هوار برېښي (لکه ۷، ۱ شکل). دغه شکل د زنگ بڼه لري، نو ځکه ورته زنگ ډوله منحني هم وایی، خو که چېرې د صنفيونو شمېر کم، مگر عرض یې زیات وي، بر خلاف منحني یا خطي گراف څو څو ځایه مات والی لري او ناهمواره برېښي (۷، ۲ جدول او شکل).

پورته ذکر شوي توضیحات د دفعاتو د وېش د منحني گانو د ډولونو او څرنگوالي په هکله کلیدي پوهنه راکوي

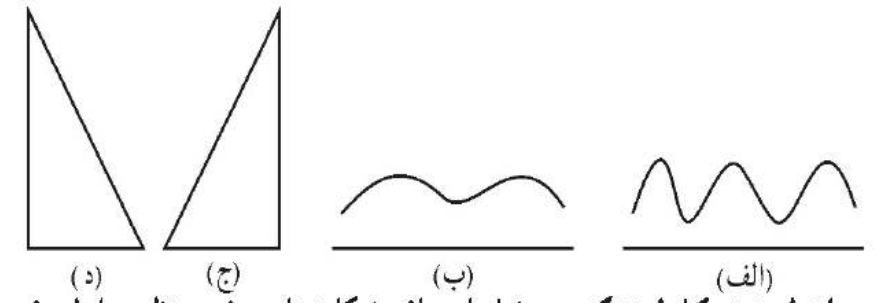
د مرکزي میلان د مقیاسونو په برخه کې چې موږ وویل، چې د زنگ ډوله منحني میانه، موږ د اوسط یو بل سره نژدې او آن یو پر بل منطبق وي، مطلب مو همدا و. په څلورم څپرکي کې موږ په ۴۸ او ۴۹ مخ کې درې ډوله منحني ډوله منحني گان ښودلي وو او بیا مو وویل چې په راتلونکي فصل کې به خبرې ورباندې وشي. دا دی دلته همدا موضوع روښانه کوو.

Frequency Curve په احصایېو تیوریو کې ډېر مهم ځای لري، د هغه په اړانې سره موږ د ډېرو گنو ارقامو ډېر شمېر خصوصیات په ډېر کم وخت او کم ځای کې پېژندلای شو، اوس د ذکر شویو ډېرو لنډو خو ډېرو واضحو او آسانه تشریحاتو له مخې موږ د هر ډول منحني گانو په ځانگړنو محض د هغو په لیدلو سره پوهېدلای شو، د ارقامو د وېش منحني بېلابېل شکلونه ځان ته غوره کوي، چې عموماً په دوو برخو وېشل کېږي:

**الف. د منحنی هغه ډول چې له زنگ سره ورته والی نه لري:**

دا ډول منحنی گان د پدیدو ارقامو د وېش د ځانگړنو له مخې بېلابېل شکلونه لري، مثلاً د ډوله منحنی، د بېلگې په ډول که چېرې د رومي بانجانو د قیمتونو سلسله د هغو د حاصلدهي له پیل څخه تر پای پورې درج او ثبت کړو او د هغو گراف ترسیم کړو، دا ډول شکل لری، یعنې د حاصل په پیل کې نرخونه لوړ وي، خو کله چې د حاصل دهی د موسم منځ کې حاصلات د کمیت له پلوه ډېر زیات شي (عرضه زیاته شي) نرخونه کم یا مخ په زور شي، خو کله چې د حاصل دهی موسم مخ په ختمېدو شي، عرضه بېرته کمه شي، نو نرخونه بېرته لوړ شي.

شکل: (۴، ۷)

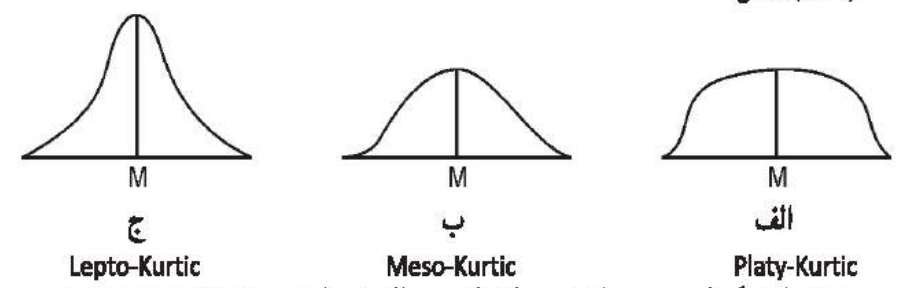


دا ټول منحني گان له زنگ سره مشابه او موافق شکلونه نلري، غير منظم دي او له هغو ارقامو څخه نمايندگي کوي، چې د هغو وېش او توزیع د (۱، ۷) او (۲، ۷) د جدولونو د ارقامو په شان نه دي.

**ب. د ارقامو د وېش هغه منحني گانې چې د زنگ په ډول دي:**

دا ډول خطي گرافونه زنگ ډوله يا يوه څوکه يې ډېره لوړه، خو دوو خواوو ته يې لمن لږ څه راټوله وي، کېدای شي پورته برخه يې لږ څه همواره او دوو خواوو لمن يې لږ څه همواره وي، يا هم کېدای شي، څوکه يې ډېره پلنه او لمن يې دوو خواوو ته پلنې وي، لکه لاندې شکلونه

شکل: (۵، ۷)



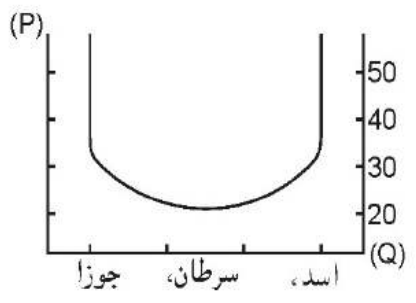
په (۵، ۷) شکل کې درې ډوله منحني گان گورو، (الف) ډول ته يې Platy-Kurtic، (ب) ته يې Meso-Kurtic او (ج) ډول ته يې Lepto-Kurtic وايي. دغو درې واړو کې ميانه په منځ کې قرار لري، بل ډول هغه منحني گان دي، چې لمن يې پوره پلنې وي، خو يا دواړو خواوو ته په مساوي اندازه يا يوازې ښې خواته ډېرې پلنې او يا هم يوازې کينې خواته پلنې وي، مثلاً: لاندې درې شکلونه وگورئ.

د درېيو مياشتو په جريان کېد رومي بانجانو نرخونه (ارقام فرضي دي).

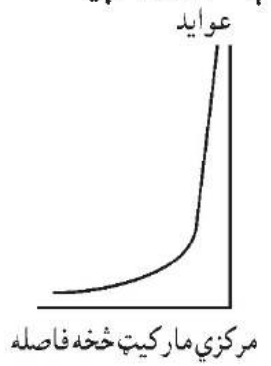
نرخونه (Afg/Kg)	وخت (T)
50	د جوزا لومړۍ اوونۍ
45	د جوزا دويمه اوونۍ
40	د جوزا درېيمه اوونۍ
35	د جوزا څلورمه اوونۍ
30	د سرطان لومړۍ اوونۍ
40	د سرطان دويمه اوونۍ
40	د سرطان درېيمه اوونۍ
45	د سرطان څلورمه اوونۍ
50	د اسد لومړۍ اوونۍ
50	د اسد دويمه اوونۍ

شکل: (۳، ۷)

د رومي بانجانو د نرخونو د فرضي ارقامو خطي گراف چې U ډوله گراف شکل لري.



ځينې وخت کېدای شي ذکر شوي منحني لډوله وي، مثلاً د مرکزي مارکيت څخه د ځمکو د استعمال ډولونه او فاصله چې په لاندې شکل ښودل کېږي:



څومره چې د ځمکو استعمال مرکزي مارکيت څخه او يا له ښارونو څخه شاوخوا ليرې کېږي، عواید يې کمېږي، مرکزي شغلونه لکه صنعتي او تجارتي استعمال ډېر لوړ عواید لري، بيا رهايش سيمې لږ څه کم نور هم کم او ورپسې باغونه بيا د مالدارۍ او څنگل ساحې... همداسې واړه وار.

همدارنگه ځينې وخت ذکر شوي منحني مثلث ډوله شکلونه لرلای شي. لکه لاندې مثالونو

لکه څرنگه چې موډېڅلورم څپرکي کې ولیدل، د ارقامو خپوروالي معیارونه Median, Mo او  $X'$  یو بل سره د لاندې رابطو په ذریعه اړیکې لري دغې موضوع باندې لېوړوسته یو ځل بیا هم بحث کوو او درې ډوله تناظرونو یادونه کوو. دلته د یوې نتیجې په توګه په ګوته کوو چې:

دغه مساوات موډ په څلورم څپرکي کې وښودل، د ارقامو د وېش منحني کې دغه اړیکې دي، پیرسن (Karl Pearson 1930) له خوا څېړل شوی دی، په یوه کاملاً متناظر منحني کې چې Skewness بلل کېږي، میانه، اوسط او موډ یو برابر وي، خو په Positiveskewness کې  $Mo > Median > Mean$  او په کین لورې لمن لرونکي منحني Negativeskewness کې  $Mean > Median > Mode$  ډول روابطو موجود وي.

کارل پیرسن د متناظر ضریب داسې محاسبه کړ:

$$Mode = 3Median - 2Mean$$

خو موډ تېر بحث کې ولیدل چې موډ په آسانی محاسبه کېږي، خو په ډېر مشکل د هغه واقعین موقعیت څرګندېدای شي، دا هغه وخت د هغې معادلې په واسطه چې د موډ معادل د موډ پرځای د کارو، نو موډ یې ورباندې بېځایه کېدای هم شي، نو د پیرسن معادله په لاندې شکل ده:

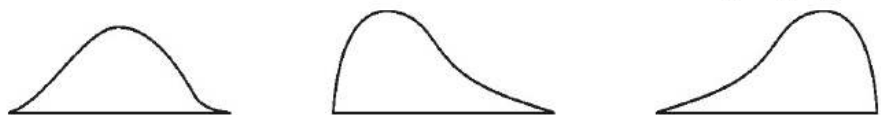
$$Co-efficient\ of\ skewness = \frac{3(Mean - Median)}{Standard\ Deviation}$$

برتانوي نامتو احصایه پوه (Lyon Bowly) (1866-1957) هم د کارتیل د انحراف په سنجش کې د تناظر په برخه کې ځینې معادلې وضع کړي، خو د کارتیل انحراف د ځینو نیمګړتیاوو له کبله د کارل پیرسن فورمولونه غوره برېښي، خو په هغو کې که چېرې کومه صنف بندي کې پرانستي صنفونه یا خلاص صنفونه موجود وي، نو بیا د کوارتیل طریقه کارول کېږي.

د ارقامو د وېش منحني ګان د نورمال منحني په مقایسه په څو ډوله وي: کېدای شي د هغه په مقایسه یې څو ګډېره لوړه وي، مګر لمنې یې راټولې وي، کېدای شي د هموارې او د غونډې په ډول وي، خو لمنې دوو خواوو ته ډېرې پلنې وي، دې ته د عدم تناظر مقیاس هم ویل کېږي.

د همدغې ذکر شوې موضوع د سنجش لپاره ځینې معیارونه وضع شوي، خو اکثره احصایوي تیوري ګانې د نورمال وېش (طبیعي منحني) په فرضیې ولاړې دي، چې د عدم تناظر اندازه کول او مطالعه کول هم له همدې نقطې نظره مهم برېښي. دلته د یو نورمال منحني په مقایسه دوه ډوله حالات راڅرګندېږي: یو یې د نورمال منحني په مقایسه لوړوای یا د څوکې موجودیت چې دې ته د Kurtosis اندازه وایي او بل یې د نورمال منحني په مقایسه د پلنوالي یاد لمنو د خپوروالي درجه چې دې ته Skewness وایي، یعنی:

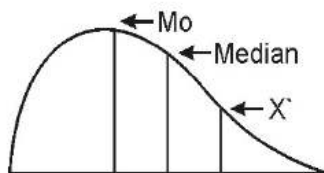
شکل (۷، ۲)



الف Negative-Skewness      ب Positive-Skewness      ج Skewness

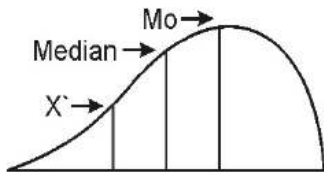
په (۷، ۲) شکل کې، الف ډول منحني کین لوري ته لمن لرونکي او (ب) شکل منحني کین لوري ته لمن لرونکي برېښي، خو (ج) ډول منحني دواړو خواوو ته متناظر دی، چې د منحني په نوم پېژندل کېږي، دا کاملاً متناظر منحني دی، چې طبیعي منحني یا Normal Curve هم بلل کېږي.

په دغو ټولو منحني ګانو کې د Median, Mo او  $X'$  موقعیتونه فرق کوي، یو Lepto Kurtic منحني دا ښکاره کوي، چې د مشاهده تراکم اکثره د مرکز خواته ورتول وي، خو په Platy-Kurtic ډول منحني کې ارقام د لمنو خواته په دوه طرفه پراګنده ویو میزوکرتیک د ارقامو هغه وېش (پخش) ښيي، چې د مشاهده و تمرکز نسبت لومړی شکل ته، مرکز ته لږ څه کم متراکم وي، دې ته په احصایه کې Kurtosis یا د ارقامو د وېش څرنگوالي یا خپوروالي وایي. د ارقامو تناظر او ښي یا کینې خواته د لمنو خپوروالي کې معمولاً دغه مشخصات لیدل کېږي، کله چې د ارقامو وېش ښي خواته ډېر متمایل وي، نو.



$Mo > Median > X'$  یعنی:

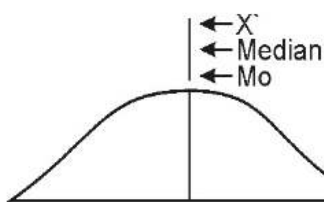
اما که د ارقامو د وېش تمایل کینې خواته زیات وي، نو:  $X' > Median > Mo$



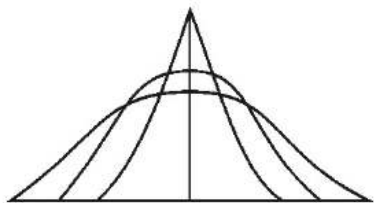
یعنې برعکس

اما په متناظر حالت کې متمرکز وي

یعنې:



شکل (۷.۷)



د څوکو اود لمنود پراخوالي (عدم تناظر) مقایسه د نورمال منحني سره (نورمال منحني په تور رنگ ښودل شوی).

په دې ډول موږ دوه ضریبونه پېژندلای شو: یو دوو خواو ته د لمنو پلنوالی یا د عدم تناظر ضریب او بلې کشیدګي یا د منحني د څوکې د څرنگوالي ضریب دلته به اول د عدم تناظر مسله وڅېړو: د دغه ضریب لپاره لاندې معادله موجوده ده

$$Sk = \frac{3(X' - Md)}{S}$$

مثال:

که چېرې د ارقامو په یوه وېش کې  $X' = 25$  او میزاني انحراف  $(S = 2)$  وي، نو لیکو

چې:

$$Sk = \frac{3(25 - 26)}{2} = \frac{3(-1)}{2} = \frac{-3}{2} = -1,5$$

له دې کبله چې  $X'$  (Median) دی، نو ځکه عدم تناظر د درجې ضریب ۱,۵- محاسبه شو، چې د منفي د علامې موجودیت دا ښکاره کوي، چې د ارقامو وېش کینې خواته تمایل لري، یعنې د منحني د لمنې پراخوالي چې لوړې ته زیاته ده، خو برعکس که چېرې  $X$  (Median) وي، نو ښکاره خبره ده چې ځواب یا  $(Sk)$  یو مثبت عدد لاس ته راځي او ښيي چې ښي لاس ته د ارقامو وېش میلان لري، د څوکې یا کشیده ګي او د تناظر معیارونه د کوچني الفا ( $\alpha$ ) په واسطه ښیو، دلته به موږ د عدم تناظر د معیار لپاره ( $\alpha_4$ ) غوره کړو، دغه دواړه په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې بېلابېل فورمولونه لري:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_3 = \frac{\sum (xi - x')^3}{S^3}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_3 = \frac{\sum fi(xi - x')^3}{S^3}$$

دلته په نوموړو فورمولو کې فرق همدومره دی، لکه څومره چې د صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو د اوسط په سنجش او د وسطې انحراف په سنجش کې و، یعنې  $fi$  د خپل پیدا کوي او بیا په غیر صنف بندي شویو کې  $xi$  د هرې مشاهدې، اما په صنف بندي شویو کې  $xi$  د صنفې وسطونو څخه نمایندګي کوي او په غیر صنف بندي شویو کې ( $n$ ) ټول مشاهدات دي، اما په صنف بندي شویو کې ( $n$ ) د دفعاتو مجموعه ده، خو  $(S)^3$  د Standard Deviation څخه عبارت ده، چې د  $(3)$  به طاعت ده، کله چې  $\alpha_3$  مثبت وي، د ارقامو د وېش لمنې ښې خوا نه ډېرې پلنې وي، خو کله چې  $\alpha_3$  یو منفي عدد وي، د ارقامو د وېش پراخوالی کینې خواته وي، خو که  $\alpha_3 = 0$  وي، د دې مانا دا ده چې  $X = \text{Median}$  دی، یعنې منطبق دي، نو حاصل تفریق چې فورمول کې صفر کېږي، دا ډول وېش متناظر وېش دی، چې کاملاً نورمال یا طبیعي منحني جوړوي، د څوکې د لوړوالي معیار لپاره هم  $\alpha_4$  کاروو او هم په عین ترتیب فورمول لري، خو طاقت یې یو عدد زیات دی

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د ضریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_4 = \frac{\sum (xi - \Sigma)^4}{S^4}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د فریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_4 = \frac{\sum fi(xi - x')^4}{S^4}$$

که چېرې د  $\alpha_4$  ضریب له  $(3)$  څخه لوړ وي، نو دا د دې مانا لري چې ډېر زیات مشاهدات د وېش منځنیو برخو کې راټول دي، یعنې د منحني څوکه ډېره لوړه، خو د دوو خواوو نه یې لمنې ډېرې پلنې نه دي، بلکې راټولې دي، که چېرې  $\alpha_4$  د ضریب له  $(3)$  څخه کوچنی عدد وي، نو دا ښيي چې د ارقامو د وېش منحني یو داسې شکل لري، چې د یوې هواری غونډې ښه لري، یعنې څوکه یې ډېره لوړه نه، بلکې له څه پلنه او لمنې یې هم هواری دي، خو هغه ارقام چې د هغو منحني نه ډېر پلن او هواری او نه ډېره تېره لوړه څوکه لري، د هغو لپاره د  $\alpha_4$  د ضریب قیمت  $(3)$  بلل کېږي. دا موضع په  $(۷،۷)$  شکل کې ښه څرګنده شوي، هغه د دفعاتو شمېر منحني چې تور رنگ شوي د هغه د ضریب قیمت  $(3)$  دی، اما هغه چې ډېره لوړه څوکه لري، د هغه ضریب هرومرو له  $(3)$  لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی، چې لمنې یې ډېرې خورې دي، مګر پلنه څوکه لري،

I- ثابت (چې دغه فورمول کې یې قیمت 3,1415 دی).

e- ثابت چې دغه فورمول کې یې قیمت 2,7182 دی.

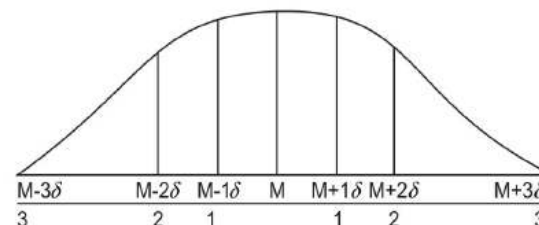
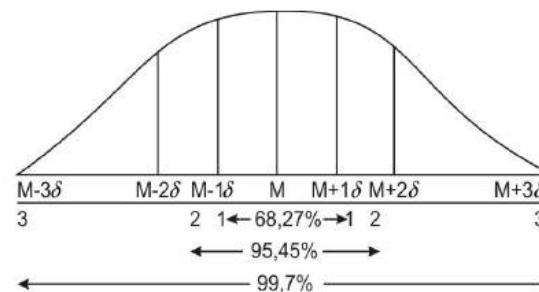
N- هغه ټول مشاهدات چې د طبیعي منحنی ساحه کې راغلی او دغه ساحه یې 100% نیولې، کېدای شي موږ دغه ساحه واحد (۱) وپولو، نو له همدې کبله د هغې پر اساس د منحنی ساحه کې د نورو برخو محاسبات ترسره کوو، نو موږ ویلای شو چې:

$N=100\%$  یا ټول مشاهدات او د منحنی ټوله ساحه چې په دې کې بیا هر صنف خپله فیصدي لري، کوم چې پخوا مطالعه شوی.

څویم:

د پورته فورمول مطابق له تیوریکي پلوه داسې گنلای شو، چې طبیعي منحنی هیڅکله د X محور سره نه نښلې، بلکې داسې اټکل کوو، چې مثلاً د یوه تحقیق د ترسره کولو لپاره راټول شوي مشاهدات چې ټول په عین توګه له ساحې راټول شوي او هر یو معین عدد او رقم دی او ځان ته خپل قیمت، وزن، اندازه او مقیاس لري، نو په دې کې د وېش له ساحې لاندې، له ټولو مشاهدو څخه د 68,27% په اندازه یې د  $\mu \pm 1\sigma$  په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه یې لري واقع دی، خو که فاصله  $\mu \pm 3\sigma$  په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه 99,73% ټول مشاهدات ډکوي، دا فیصدي گانې ټولې د میزاني انحراف د واحدونو په اساس اټکل شوي دي، چې وروسته به د ارقامو له مخې وښودل شي.

(۸، ۷) شکل:



چې د  $\alpha_3$  ضریب یې له (3) لور عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی چې لمنې یې ډېرې خورې وي، مګر پلنه څوکه لري، چې د  $\alpha_3$  ضریب یې له (3) کوچني راځي.

۲، ۷ - یو طبیعي منحنی او د هغه ځانګړنې:

The Normal Curve & Its Characteristics

د ارقامو د وېش یو طبیعي منحنی چې د خپلو مربوطو ارقامو او یا د دفعاتو د تقاطو له قیمت گذارې څخه ترسیم کېږي، دا ډول منحنی خپلو دوو خواوو ته په متوازن ډول نه ډیرې پلنې او نه ډیرې راټولې لمنې لري او څوکه یې هم ډېره لوړه نه وي، پرته له هغه ډېر پلن یا د ډېرو څوګو لرونکو ټول طبیعي منحنی گان دي، مګر ډېره لوړه څوکه لرونکي یا ډېر پلن یې غیر طبیعي منحنی گان دي، لکه چې پخوا وویل شول، دا د Median او X د قیمتونو له مخې لاس ته راځي، د دې لپاره یو ارزش یا معیاري واحد Standard Unit هم ټاکل شوی، چې په Z سره ښودل کېږي، د محاسبې په ترڅ کې دغه واحد Z جدول څخه چې د کتاب په پای کې راغلی او د نورمال یا طبیعي وېش د جدول په نوم یادېږي، په لاس راځي، د ارقامو د نورمال وېش منحنی ځینې ځانګړنې لري، چې هغه په لاندې ډول پېژنو:

لومړی:

باید پوه شو، چې طبیعي منحنی یا د ارقامو طبیعي او نورمال وېش یو متناظر وېش دی، چې یو او بل لوري ته د ارقامو د تمرکز او ثقل له مخې د Meso-Kurtic شکل لري، نو په هغه کې:

$\alpha_3 = 0$   
 $\alpha_4 = 3$

او  $X = Mo = Median$  وي.

دویم:

طبیعي منحنی د مسلسلو او پرله پسې ارقامو طبیعي وېش ښکاره کوي، چې په لاندې ریاضیکي معادله کې ښودل کېږي:

$$Y = \frac{N}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

پورته فورمول کې:

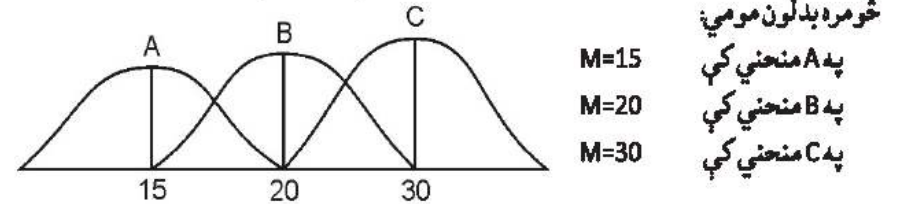
Y- مستقل متحول چې له اوسط څخه د انحراف بڼه یې څرګندېږي.

X- تابع متحول چې د هغه پر اساس د Y ارزش څرګندېږي.

M- د نفوس یا ټولو مشاهدو اوسط چې سنجش شوی دی.

σ- میزاني انحراف (کوم چې موږ په کم شمېر مشاهدو کې پخوا ښودلی و).

پورته شکل کې په میزاني انحراف کې بدلون او توپیر ددې سبب شوی، چې د ارقامو د وېش منحنی شکل توپیر سره ولري، سره له دې چې (اوسط M) په هغه پخواني قیمت سره دی، د N او میزاني انحراف (S.D) اغیزې معکوسې دي، ځکه چې هر څومره چې لوړ قیمت غوره کوي، هغومره دا ښکاره کوي، چې ارقام دوو خواوو ته ډېر پراگنده دي، یعنې مرکز ته تمایل یا متمرکز والی کم دی، د گراف لوړوالی د ارقامو راټولوالی ښکاره کوي، حال دا چې د گراف پلنوالي دوو خواوو ته د ارقامو خوروالی ښيي، خو په اوسط شکل کې گورو چې د اوسط په بدلون منحنی



په M کې زیاتوالی، منحنی د X په محور له یوه ټیټ معیار څخه لوړ معیار ته خوځوي شپږم:

د (Z) یا د میزاني انحراف واحد د طبیعي منحنی یو بل خصوصیت دی، ددې لپاره چې زموږ د (X) په افقي محور باندې د یوې مشاهدهې ارزش او موقعیت د میزاني انحراف په واحد وپېژنو او د طبیعي منحنی په ساحه کې موږ د میزاني انحراف (δ) او اوسط (M) ارزش او موقعیت وټاکلای شو، نو موږ لومړی دا مشاهده د (Z) په واحد تبدیلوو، Z داسې موندل کېږي:

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta}$$

دلته

X- مشاهده یا هر عدد.

μ- د نفوس اوسط

δ- میزاني انحراف

که چېرې د طبیعي منحنی مشاهدات په (Z) وارول شي، نو له طبیعي منحنی کاملاً یو نورمال او متناظر منحنی جوړېږي، په لاندې شکل کې گورو چې (Z) د هر میزاني انحراف د موقعیت او ارزش سره معادل شوی:

دلته مطلب دا دی چې: په یوه کاملاً نورمال منحنی کې Mo ، Med ، او X مساوي یا یو په بل منطبق وي، نو دا موږ 100% گنو، خو په طبیعي منحنی کې په لږ لږ بدلون د هغو ترمنځ فاصله ایجادېږي

**څلورم:**

له دې کبله چې موږ د طبیعي منحنی تر پوښتنې لاندې ساحه 100% یا (۱) فرض کړه، نو د X د دوو ارزښتونو ترمنځ ساحه یعنې د  $X=a$  او  $X=b$  ترمنځ برخه چې (a)ب) وي او د ارقامو اوسط (M) او میزاني انحراف (δ) هم معلوم وي، بالکل د محاسبې وړ ده، دغه ساحه موږ د (μ) او (δ) له مخې ټاکلای شو.

لکه چې موږ د ارقامو د صنف بندې په برخه کې ویلي و، د هستوگرام هر مستطیل د مربوطه دفعاتو فیصدي ښکاره کوي، نو دلته هم چې د منحنی لاندې پوښل شوي هر څومره برخه چې جلا کوو، هغه هر موږ د همدغې 100% برخې یوه معینه فیصدي را اخلي او طبعاً چې هغې برخې پورې معین شمېر دفعات اړه لري، نو جلا شوې ساحه د معین تعداد مشاهدهو احتمال ښيي، نو ځکه نورمال منحنی ته د احتمالاتو منحنی هم ویل کېږي.

**پینځم:**

د نورمال وېش د خطي گراف یا طبیعي منحنی هغه معیارونه چې دا ډول منحنی گان د هغو پر اساس مقایسه کېږي، د S, M او N څخه عبارت دی او څومره چې د مشاهدهو شمېر زیات وي، هغومره د منحنی څوکه تېره او لوړه وي، خو څومره چې د مشاهدهو یا دفعاتو شمېر (N) کمېږي، هومره منحنی پلنوالی مومي

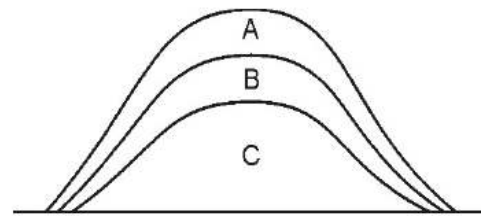
(۷، ۹ الف) شکل: د N د شمېر له

مخې د طبیعي منحنی گانو شکلونه

په A منحنی کې N=300، په B منحنی

کې N=200 او په C منحنی کې N=100.

پورته درې وارو شکلونو کې اوسط



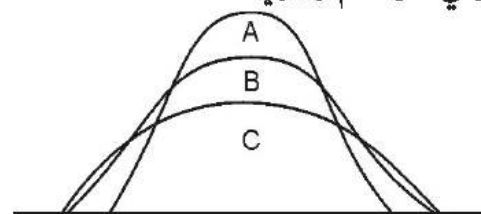
او میزاني انحراف یو بل سره مساوي دي، خود د مشاهدهو شمېر یا د دفعاتو مجموعه (N) فرق کوي، حال دا چې په لاندې منحنی گانو یا میزاني انحراف هم فرق لري

په A منحنی کې δ=1

په B منحنی کې δ=2

په C منحنی کې δ=3

(۷، ۹ ب) شکل:





واقع کېدو احتمال یو (۱) دی؛ مثلاً د یوې هګۍ څخه د چرګ یا چرګې پیدا کېدل، چې صرف د یوې هګۍ څخه یو چرګوری راوځي، یا به چرګ وي او یا به چرګه، یا مثلاً د یوې سیکې په غورځولو کې یا هغه د شپږ پر مخ راوېږي یا د خط پر مخ، نو:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

او بالعکس د دواړو مجموعه یا ځواب صرف (۱) کېږي، نو د پېښېدلو یا نه پېښېدلو احتمال هم یو احتمال دی، هیڅکله امکان نه لري یوه سیکه په دواړو مخونو عین وخت کې راوړوېږي او نه هم د عین هګۍ څخه دوه چرګوري راوځي.

په طبیعي منحنی کې د گراف لاندې ساحه د ټولو دفعاتو د مجموعې (Σfi) څخه عبارت ده، کوم چې د (X) په محور واقع دی، له دې کبله چې دا ټول مشاهدات په برکې نیسي، نو ځکه هغه 100% یا (۱) بولو او له همدې امله چې د احتمال پېښېدل مو هم (۱) بللی، نو د الف واقع کېدل ممکن کېږي، کوم چې د دغو دوو ارزښتونو ترمنځ قرار لري، نو له همدې امله طبیعي منحنی ته د احتمالاتو منحنی وايي.

ددې لپاره چې د یوې مشاهدې د پېښېدو یا واقع کېدلو امکان یا چانس وپېژنو یا د دفعاتو او مشاهداتو په یوه مجموعه کې د یوې ټاکلې مشاهدې فیصدي او امکان پېش بینی کړای شو، نو باید د منحنی لاندې ساحه کې د هغې مربوطه مساحت د (X) څخه ښکته او پورته قیمتونو په حدودو کې پیدا کړو.

۱، ۲، ۷ - د طبیعي منحنی په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش:

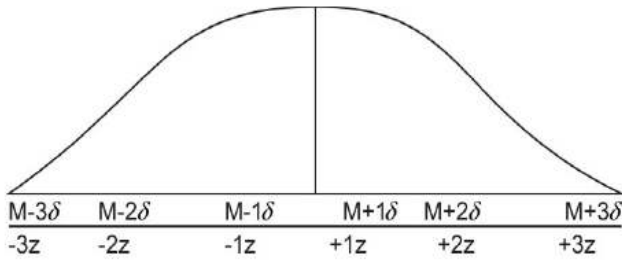
که چېرې د څو شاهدو یا د ارقامو د یوې مجموعې یا یوې پېښې د واقع کېدو د احتمال څرگندول منظور وي او غواړو هغه د طبیعي منحنی په ټولې ساحې کې وښیو، ددې مقصد لپاره لومړی یو طبیعي منحنی ترسیم او بیا د X قیمت (د خپل پام وړ قیمتونو له مخې) په هغه کې په نښه کوو، بیا وروسته گورو چې د Z قیمت څو دی؟ د هغه فیصدي، د کتاب په پای کې راغلي ضمیمې د (Z) جدول له مخې مومو، وروسته همدا ساحه په فیصدي اړو او په تور شوي رنگ یې د طبیعي منحنی پر مخ په نښه کوو؛ دا هم یو څو بېلگې:

لومړی مثال: په مارکیت کې د ۳۰۰ قلمونو موادو او اجناسو نرخونه چې یو طبیعي وېش لري، اوسط یې ۲۰ او میزاني انحراف یې ۲۰ دی، د دغو معلوماتو له مخې دا احتمال څرگند کړئ، چې منې یو من په ۲۰-۷۰ افغانیو دی؟

- M=60
- δ=20
- X<sub>1</sub>=60
- X<sub>2</sub>=20

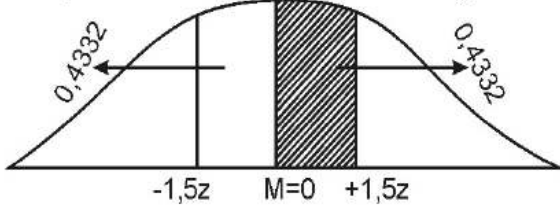
په لومړي قدم کې یو طبیعي منحنی ترسیم او د X مربوطه قیمتونه ورباندې ښکاره کوو:

شکل (۱۱، ۷)



(δ) د میزاني انحراف مقياس  
(Z) د استاندارد مقياس

په ستندرد طبیعي منحنی کې اوسط (M) صفروي او میزاني انحراف (۱) وي، نو ځکه (Z=1.5) په افقي محور هغه نقطه ښکاره کوي، چې د میزاني انحراف (1,5) په اندازه د ارقامو وېش له اوسط لوړه واقع وي، همدارنگه Z=-1,5 ددې برعکس نقطه ښکاره کوي، چې د ارقامو د وېش له اوسط څخه د (1,5) په اندازه د میزاني انحراف څخه ښکته واقع ده، مثلاً لاندې شکل کې:

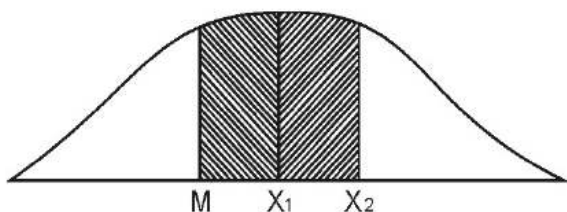


شکل (۱۲، ۷)

M=0 او Z=1,5 ترمنځ ساحه

د طبیعي منحنی لاندې ساحه کې د (Z) مثبتو ارزښتونو یا اعدادو او قیمتونو لپاره چې د M سره یې پیدا کوي، د کتاب ضمیمه کې د (Z) جدول د عنوان لاندې راغلی دی، دا د منحنی د ټولې ساحې په نسبت محاسبه او سنجول شوي، له دې کبله چې موږ د طبیعي منحنی ټوله ساحه (۱) یا 100% فرض کوو، نو د M=0 څخه ښي خوا هم 10,5 او د M=0 څخه کیڼه خوا هم 0,5 راځي، چې دواړه یې بېرته 1=0,5+0,5 کېږي، نو له دې کبله چې طبیعي منحنی متناظر شکل لري، د M=0 څخه ښي خوا هر ارزښت د هغه څخه د کیڼې خوا ارزښت سره مساوي دی، یعنې د (Z) مثبت قیمت عین د هغه منفي قیمت کېږي، نو په دې ډول که چېرې د M او Z لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحنی د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې Z=1,5 لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحنی د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې Z=1,5 قیمت راکړل شوی، په جدول کې د 1,5 لپاره 0,43% او همدومره کیڼې خواته دی، نو ټوله ساحه 86,64 فیصده اشغالوي، په دې ډول موږ گڼ شمېر علمي او تحقیقاتي مسایلو کې د سنجش له دغه مېتود څخه کار اخلو.

لکه چې د احتمالاتو تیوري او قواعدو کې ولیدل شول، چې د یوې پېښې د واقع کېدو او نه



$$Z_1 = \frac{60 - 60}{20} = \frac{0}{20} = 0$$

$$Z_2 = \frac{20 - 60}{20} = \frac{-40}{20} = -2$$

په دې ډول  $Z$  ساحه صفر او  $Z$  ساحه  $0,5$  عدد ښکاره کوي، چې ټوله ساحه یې  $Z = Z_1 + Z_2$  ده، نو د صفر څخه صرف نظر کوو، ځکه په ( $Z$ ) جدول کې د هغه قیمت  $0,0$  دی، اما د  $0,5$  ځواب په  $Z$  جدول کې  $0,1915$  دی، نو لرو چې:

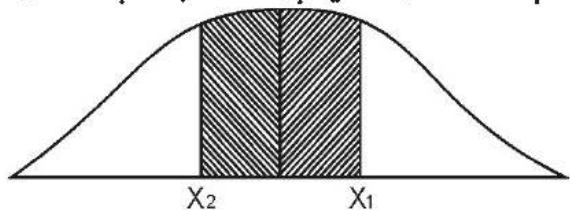
$Z = Z_1 + Z_2 = 0 + 0 = 0$ ، نو لرو چې:

$$19,15\% = 0,1915 \text{ یا } Z = Z_1 + Z_2 = 0 + 0$$

دویم مثال، په لاندې ډول د یو علمي تحقیق د ترسره کولو په ترڅ کې د راټولو شویو مشاهدو د وېش طبیعي منحنی چې د یوې سیمې څخه د جوړو د حاصلاتو د اندازې ښکارندوی ده، په دغو ارقامو کې  $\delta = 10$  ده، په منحنی کې په نښه شوې ساحې ښکاره کړئ؟

حل:

$$\begin{aligned} M &= 100 \\ X_1 &= 10,5 \\ X_2 &= 97,5 \\ \delta &= 10 \end{aligned}$$



$$Z = \frac{X - M}{\delta}$$

فورمول لرو چې:

$$Z_1 = \frac{X_1 - M}{\delta} = \frac{10,5 - 100}{10} = -0,995$$

نو لیکو چې:

$$Z_2 = \frac{X_2 - M}{\delta} = \frac{97,5 - 100}{10} = -0,25$$

د ( $Z$ ) جدول له مخې  $Z_1 = 0,2734$  ساحه او  $Z_2 = 0,0987$  ساحه ټوله ساحه

$$Z = Z_1 + Z_2 = 0,2734 + 0,0987 = 0,3721$$

یا  $Z = 37,21$

درېیم مثال:

که چېرې له یوې کروندې څخه  $300$  رومي بانجان راټول شوي وي او د هغو اوسط وزن  $16gr$  وي او د دغو ټولو  $300$  رومي بانجانو ترمنځ میزاني انحراف  $2,5gr$  سنجول شوي وي، نو څو فیصده رومي بانجان  $13,5 - 16gr$  وزن لري؟

حل:

$$M = 16$$

$$\delta = 2,5$$

$$X_1 = 13,5$$

$$X_2 = 16$$

$$Z = \frac{X - M}{\delta}$$

لرو چې:

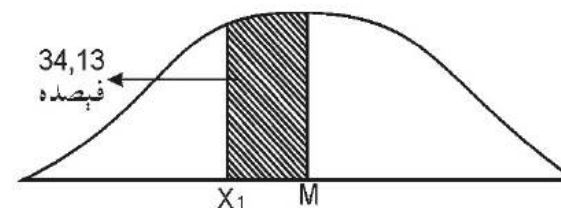
نو د فورمول له مخې لیکو چې:

$$Z_1 = \frac{13,5 - 16}{2,5} = \frac{-2,5}{2,5} = -1$$

$$Z_2 = \frac{16 - 16}{2,5} = \frac{0}{2,5} = 0$$

په  $Z$  جدول کې د  $1$  قیمت  $0,3413$  سره برابر دی، نو:

$$Z_1 + Z_2 = 0 + 0,3413 = 0,3413 \text{ یا } 34,13\% \text{ فیصده}$$



### ۷. ۳- دارقامو باينومیل وېش او د طبیعي منحنی له مخې د هغو تخمین:

باينومیل هره هغه ریاضیکي افاده ده، چې دوه حده ولري، خو د عین طاقت یا توان لرونکی وي، مثلاً  $(a+b)^2$  دلته  $a$  د افادې یو حد او  $b$  دویم حد دی، چې د دواړو طاقت ( $2$ ) دی، د  $a$  او  $b$  مربوط قیمتونو په ایښودلو سره دا افاده انکشاف موندلی شي، طبیعاً د هغې څخه یو ځواب راوځي او هم هغه تجزیه کېدای شي، کېدای شي هر حد بېل طاقت ولري، خو د ټولو طاقت بیا یو واحد عدد وي، خو په احصایه کې معمولاً طاقت مثبت عدد وي، مثلاً:

باينوميل معادلې له مخې ترسيم شوي دي، كه چېرې موږ وغواړو د يوې سيكې څلور ځله پورته غورځولو كې درې ځله د شپږ اړخ (H) واقع كېدو او يو ځل د خط (T) واقع كېدو احتمال لاس ته راوړو، نو د شپږ احتمال (HHH) او د خط احتمال (T) څخه عبادت دي يا  $H^3T$  كوم چې د معادلې بڼې خواته د افادې دويم حد څخه عبارت ده، د رياضيكي افادې دغه حد ضريب څلور دي، يعنې څلور ځله تکرارېږي، د احتمالاتو د تيوري او قواعدو سره سم په څلور ځله د سيكې غورځول او د درې وارو د شپږ احتمال داسې سنجوو:

$$=4 \left[ \begin{array}{l} \text{د مطلوبې حادثې} \\ \text{دنه واقع كېدو احتمال} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} \text{د مطلوبې حادثې د واقع} \\ \text{كېدو احتمال} \end{array} \right] = 4 [P(HHH)XP(T)] \text{ يا } [P(H)^3X(T)]$$

له دې كبله چې په هر ځل غورځولو پنځوس فېصده د شپږ او پنځوس فېصده د خط امکان شته، نو ليكو:

$$\text{په څلور ځله د سيكې غورځولو كې درې ځله د H د وقوع احتمال} = 4 \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) X \left( \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

په دې ډول باينوميل معادلات ټول همدا خاصيت لري، نو ځكه هغو ته يو واحد فورمول غوره كولاى شو او هغه دا دی، چې:

په دې فورمول كې:

$$P(x,n,p) = (x)P(1-p)^{n-x}$$

-P د پام وړ پېښې د واقع كېدو احتمال

-X د پام وړ حادثه يا پېښه

-n د نمونو اندازه (يعنې څو ځله يوه حادثه تکرارېږي).

-p په هر ځل يا په هره نمونه كې د پام وړ پېښې د واقع كېدو احتمال

$$-d \text{ يا } (X) = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

دی، چې موږ د مثال په ډول تېره شوې يوه رياضيكي معادله كې د معادلې بڼې خواته ښودلي و، يو ځل بيا هم همدا تېر مثال د پورتنني معادلې په بڼه توضيح كوو:

$$(X-3y)^2 \text{ يا } (2a+3b)^3 \text{ او نور.}$$

همدارنگه پوهېږو چې طاقت لرونكي فورمولونه په خپلو مضروبانو تجزيه كولاى شو، مثلاً:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

او يا هم:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

او هم:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

يا

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

په احصائې كې باينوميل هغه وخت كارول كېږي، چې كله موږ دوه مشاهدې سره يوځای ليكو، خصوصاً دا د احتمالاتو په سنجش كې ډېرې معمول دي، مثلاً كه چېرې يوه سيكه څلور ځله پورته اچوو، د هغې د شپږ يا خط احتمال داسې دی:

(خط-شپږ)<sup>4</sup>

كه چېرې شپږ په H حرف او خط په T حرف وښيو، نو د احتمالاتو د قاعدې مطابق چې موږ پخوا ورته اشاره وكړه، دواړه حوادث يوه رياضيكي افاده كې ليكو:  $(H+H)^4$

وروسته هغو ته د رياضيكي فورمول مطابق انكشاف ورکوو.

$$(H+H)^4 = H^4 + 4H^3T + 6H^2T^2 + 4HT^3 + T^4$$

په دې ډول سره د نوموړو رياضيكي افادې له انكشاف څخه داسې يوه معادله لاس ته راځي، چې د هغې بڼې خواد (H) او (T) د تركيب څرنگوالي ښكاره كوي او همدې خواته د هر حد موجود ضريبونه هغه تکرار ښكاره كوي، هر تركيب يا خاصه نتيجه واقع كېداى شي، مثلاً (H) حادثه په څلور ځله پورته غورځولو ۱۶ ځله تکرارېږي، ځكه د هغو د حدونو د ضريبونو مجموع چې د معادلې بڼې خواته واقع دی ۱۶ كېږي.

په دغه باينوميل كې د هغې په انكشاف وركولو سره دا ممكنه كېږي، چې موږ وگولاى شو د يوې خاصې پېښې د واقع كېدو احتمال و سنجوو، مثلاً د معادلې بڼې خواته د (HH)، (H) يا هم (HHH) د پېښو د احتمال نتايج.

كله چې د همدې باينوميل څخه وغواړو د هغو د دفعاتو گراف رسم كړو، نو د معادلې بڼې خوا حدونو طاقتونه چې هر يو يې د H د واقع كېدو احتمال ښيي، د دې شمېر ترستون لاندې او په خپله ضريبونه يعنې د هر حد ضريب د دفعاتو ستون لاندې ليكو، په گراف كې ضريبونه د (X) په محور او دفعات يا توانونه د (Y) په محور ښكاره كوو، له دې څخه چې كوم Histogram په لاس راځي، هغه په خطي گراف Polygon اړوو، نو دا يو طبيعي منحنى ښكاره كوي، نو ځكه د

$$P(3,4, \frac{1}{2}) = (3)^4 (\frac{1}{2})^3 (1 - \frac{1}{2})$$

$$P(3,4, \frac{1}{2}) = \frac{4!}{3!(4-3)!} (\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{2})^1$$

$$= 4(\frac{1}{16}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

مثال

که چهرې په شپږو دانو هگیو کې د څلورو چرگانو او دوو چرگو د راوتلو احتمال سنجوو، نو په شپږو واړو کې د ښځینه چرگو او احتمال داسې محاسبه کېږي:

$$P(x, n, p) = (x)^n (p)^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} (p)^x (1-p)^{n-x}$$

دلته

X=تول حادثات

n=تولې هگی

P=چرگې یا چرگ د وتلو احتمال یا په یوه هگی کې د هر احتمال پېښېدل (50% د چرگې او 50% د چرگ احتمال).

فکتوریل داسې انکشاف مومي:

$$P(4,6, \frac{1}{2}) = (4)^6 (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2 = \frac{6!}{4!(6-4)!} (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2$$

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 (2 \times 1)} (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) = \frac{30}{2} (\frac{1}{16}) (\frac{1}{4}) 15 (\frac{1}{16}) = \frac{15}{64}$$

که د پورته ځواب حل وښیو، نو:  $\frac{15}{64} = 0,23$

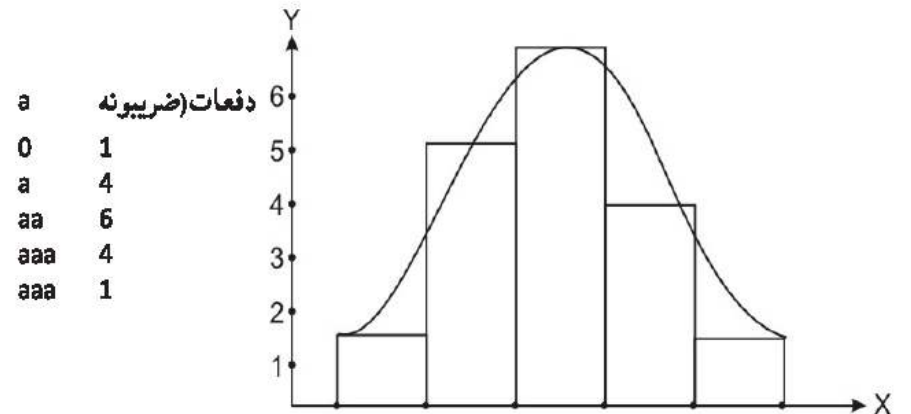
خو د هغه فیصدي داسې محاسبه کېږي:  $\frac{15}{64} \cdot 100 = 23\%$

موږ کولای شو دغه فیصدي د دفعاتو د وېش په یو طبیعي یا نورمال منحنی کې هم ښکاره کړو، دلته لومړی موږ دوه محورونه ترسیم او بیا وروسته د باینومیل د انکشاف موندلي حدونو ضریبونه په (X) یا افقي محور او د هر حد طاقت یا توان د (Y) یا په عمودي محور ښکاره کوو، د موضوع د ښه روښانه کولو لپاره یوه باینومیل ته انکشاف ورکړو او بیا یې په (X) محور او (Y) محور یا متحولینو قیمت گذاري او طبیعي منحنی یې ترسیموو، فرضاً  $(a+b)^4$  باینومیل لرو:

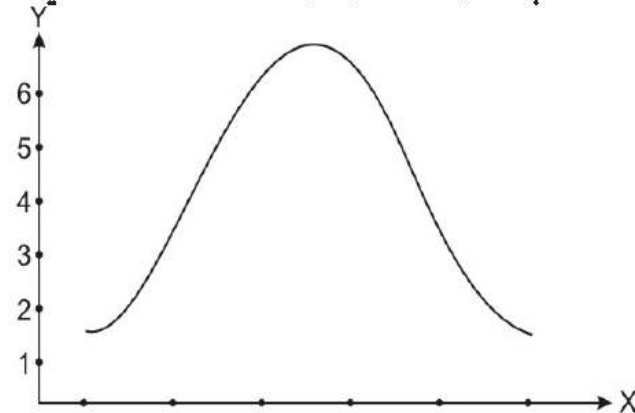
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

که دلته وغواړو د (a) دفعاتو وېش په گراف کې رسم کړو، نو د پورته شرحې سره سم د a

ضریبونه ښکاره خوا په بېل ستون کې لیکو؛ گورو چې د باینومیل د انکشاف موندلي معادلي اخري حد کې a نشته، يعنې طاقت يې صفر گڼو، هغه ته صفر قیمت ورکړو، بیا د مساوات ښي لاس ته په څلورم حد کې يې طاقت (۱) دی، نو ضریب يې 4 په درېیم حد کې چې طاقت 2 دی، نو ضریب يې 6 دی، لومړی د هغه یو ساده جدول ترتیب او بیا په انکشاف ورکړل شوي باینومیل کې د معادلي ښي خوا ته پینځه حدونه دي، نو د X په محور پینځه استوانې رسموو؛ داسې چې:



که پورته گراف یوازې د هغه په Polygon بڼه وښیو، کاملاً یو نورمال منحنی دی؛ داسې چې:



نو په هغه صورت کې چې د ارقامو وېش کې د هغو اوسط (M) میزاني انحراف (δ) او طبعاً د هغو مجموعه (n) ټول سنجش شوي وي، نو په طبیعي منحنی یا د احتمالاتو منحنی کې د یوې مشخصې حادثې یا معینې مشاهدې احتمال سنجوو، د باینومیل M او n د سنجش فورمول دا دی:

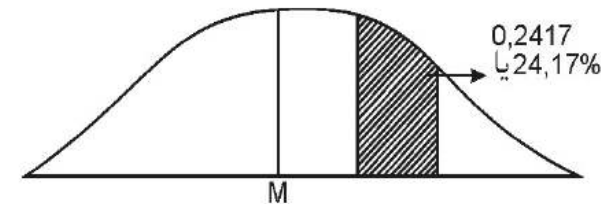
$$M=np$$

$$\delta = \sqrt{np(1-p)}$$

ساحه له 0,1915 سره مطابقت لري، همدا راز له M څخه تر 1,5 يا کله چې  $Z=1,5$  وي، دغه ساحه له 0,4332 سره مطابقت لري، نو کله چې د  $Z_2=Z_1$  قاعدې له مخې د مربوطه ساحې قيمتونه يو بل څخه منفي کړو لرو چې:

$$0,4332 - 0,1915 = 0,2417$$

په دې توگه په شکل کې ښودل شوي ساحه ټوله 0,2417 يا 24,17% ده، يعنې:



په دې ډول د يوې سيکې په څلور څله پورته غورځولو کې درې څله د شپږ په اړخ د رالوېدو احتمال 24,17% فېصده دی.

اوس دا دی ددې بحث په پای کې په لنډ ډول وايو، چې کله د يوې علمي څېړنې د ترسره کولو يا د ارقامو د صنف بندې او د منحنې د ترسيم وروسته چې کوم د منحنې شکلونه په لاس راځي دا بېلابېلې بڼې لرلای شي، يو يې هغه منحنې گانې دي، چې لږوله، مثلث ډوله، لږ ډوله، څو څوکې لرونکي او داسې نور ډولونه لري، بل يې هغه منحنې گانې دي، چې د زنگ بڼه لري، هغه منحنې چې غونډې ډوله وي او لمنې يې دواړو خواوو ته په متناظر ډول هموارې وي، دې ته متناظر يا طبيعي منحنې وايي، په دغه منحنې کې ميانه، اوسط او موډ د پېژندلو وړ دي، په علمي تحقيق او احصايېوې تحليلونو کې متناظر يا نورمال منحنې د فرضيو لپاره يو معيار په نظر کې نيول کېږي، په خپله د طبيعي منحنې ساحه 100% يا يو فرض شوی چې د راټولو شويو مشاهدو څخه نمايندگي کوي، خو که چېرې وغواړو د يوې معينې مشاهدې يا په صنف بندې شويو ارقامو کې د يوه معين صنف د مشاهدو فېصدي او د هغو احتمال وومو، نو د دې لپاره يو واحد معيار Standard Unit په نظر کې نيول شوی، چې په Z سره ښودل کېږي او په خپله Z چې د X قيمتونو معيار دی، په جدول کې قيمتونه لري او د افقي محور په سر د X هرو دوو ارزښتونو ترمنځ د يوې پېښې واقع کېدل ښکاره کوي.

کله که يوه ښکارنده څو څو څله پېښېږي، نو د تکرارونو او څو څله پېښېدو شمېر يې په طاقت ارايه کېږي او دا چې څومره امکانات لري، هغه يې د رياضياتي افادې حدونه جوړوي، په دې ډول يوه څو حده رياضياتي معادله چې د طاقت لرونکي وي لاس ته راځي چې دې ته باينو ميل وايي د باينو ميلونو تجزيه د هغو په متشکله عناصرو (ضريبونو) د سره د خاصو رياضياتي فورمولونو او مېتودونو له مخې صورت نيسي. د افادې د تجزيې د واحدونو ضريبنه د دفعاتو

دلته

n- ټول حادثات.

p- د پام وړ حادثې پېښېدلو احتمال.

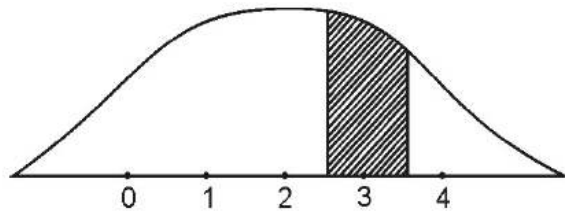
مثلاً د يوې سيکې په څلور څله پورته غورځولو سره درې څله شپږ واقع کېدلو احتمال کې چې ټول حادثات (4) وي، يعنې (n=4) او په هر څله د مطلوبه حادثې د پېښېدو احتمال يعنې  $(p = \frac{1}{2})$  فرض کوو، نو ځکه M او داسې محاسبه کوو:

$$\mu = 4\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\delta = \sqrt{2\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2 - 1} = 1$$

که چېرې په شکل کې د طبيعي منحنې تر ساحې لاندې د شپږ درې څله واقع کېدو احتمال وښيو، نو لاندې ډول باندې مربوطه ساحه په نښه کولای شو:

(۱۵،۷) شکل



دلته گورو چې M او قيمتونه هم موجود دي او په افقي محور د مستطيل قيمتونه هم شته، يعنې پورته شکل کې د مستطيل قاعده له 2,5-3,5 قيمت لري يعنې:

$$X=2,5$$

$$X=3$$

$$X=3,5$$

لکه چې پخوا وويل شول، د (Z) جدول څخه په استفادې په طبيعي منحنې د يوې معينې ساحې د احتمال معلومولو لپاره د نوموړي قيمتونو څخه يعنې د 2,5-3,5 ترمنځ ساحه داسې ټاکو:

$$Z_1 = \frac{X_1 - M}{1} = \frac{2,5 - 2}{1} = 0,5$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - M}{1} = \frac{3,5 - 2}{1} = 1,5$$

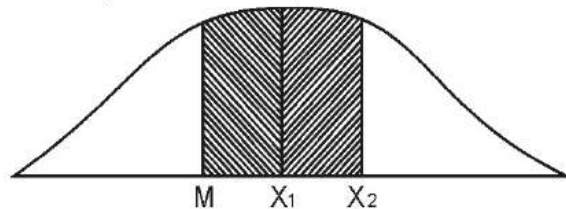
له M څخه تر  $Z=0,5$  ساحه د جدول له مخې پيدا کوو، گورو چې د (Z) د جدول مخې  $Z=0,5$

ستون لاندې او طاقتونه یې د بېل ستون لاندې نیسو، وروسته هغه د  $X$  او  $Y$  په محورونو رسموو، داسې چې ضریبونه په عمودي محور او طاقتونه په افقي محور ځای نیسي، دې پسې منحني ترسیم اوله ورکړل شوي قیمت څخه یې د احتمال ساحه په نښه کوو.

مثالونه

۱. د چرگانو د یوه فارم د هگیو ورکولو اندازې په پرله پسې ډول ثبت شوي، بیا د هغو منحني ترسیم شوی، چې د یو خانګري نسل هګۍ د ګراف ساحه کې په نښه شوي، تاسې د هغه فیصدي پیدا کړئ؟

شکل (۱۷، ۷)



قیمتونه:

$$\begin{aligned} M &= 100 \\ X_1 &= 113 \\ X_2 &= 116 \\ \hat{c} &= 10 \\ Z_1 &= \frac{113 - 100}{10} = \frac{13}{10} = 1,3 \end{aligned}$$

ساحه یې  $Z_1 = 0,4032$

$$Z_2 = \frac{116 - 100}{10} = \frac{16}{10} = 1,6 \text{ او:}$$

ساحه یې  $Z_2 = 0,4452$

یا ټوله ساحه  $Z = Z_2 - Z_1$

$$Z = 0,4032 - 0,4452 = 0,0420 = 4,20\%$$

۲. یو کروندګر د خپلو بادرنګو د کروندې حاصلات چېد جوزا له نیعایي یې حاصل ټولول پیل او د سرطان تر پای پورې یې تثبیت کړي، د خامو ارقامو په بڼه یې یادداشت کړي او هیله لري چې صرف د سرطان له شملې د حاصل تر پای پورې یې چې کوم حاصلات کړي، آیا د ټولو حاصلاتو څو فیصده برخه جوړوي؟

حل:

د ټولو ارقامو جدول ترتیب او بیا یې منحني ترسیموو، د ارقامو له تحلیل څخه طبیعي منحني او مربوط قیمتونه داسې ترلاسه شول:

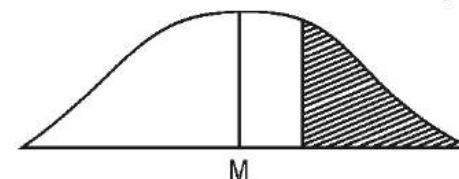
شکل (۱۸، ۷)

$$M=60$$

$$\hat{c}=20$$

$$X=80$$

$$Z = \frac{80 - 60}{20} = \frac{20}{20} = 1$$



$$Z=0,5000-0,3414=0,1587$$

۳. که چېرې د حمل د میاشتنې له لومړۍ تر اتمې پورې د اقلیم پېش بینی او احتمال مد نظر وي او داسې فرض کړو، چې د شنه آسمن او باران احتمال بالکل مساوي وي، یعنې  $\frac{1}{2}$  احتمال د

ورېځ آسمان او  $\frac{1}{2}$  احتمال د شنه آسمان د پېښېدو وي، نو په دغو اتو ورځو کې صرف د درېیو ورځو احتمال سنجش کړئ؟

$$X=3$$

$$N=8$$

$$P=\frac{1}{2}$$

$$P=?$$

$$P(X, N, P) = \binom{N}{X} \cdot P^X \cdot (1-P)^{N-X}$$

$$P(3, 8, \frac{1}{2}) = \binom{8}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = \frac{8!}{3!(8-3)!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 3 \times 1 (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = 56 \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{32}$$

$$P = 56 \left(\frac{1}{256}\right) = \frac{56}{256}$$

$$P = 0,21187$$

$$P = 21,87\% \quad \text{یا}$$

که چېرې وغواړو دا ډول مسایل د طبیعي منحني په ساحه ښکاره کړو، نو په داسې حالت کې

چې د حادثاتو د واقع کېدو احتمال 50% یا  $\frac{1}{2}$  وي، لکه له هګۍ چرګ یا چرګې پیدا کېدل، د یوې سبکې شېر یا خط اړخ څرګندېدل، د ورېځ یا شنه آسمان احتمال او داسې نور...، نو طبیعي منحنی له (M) څخه ښي خوا یو احتمال (مثلاً شېر اړخ یا د چرګې راوتل) فرض کړو، وروسته راکړل شویو ارقامو څخه میزاني انحراف ( $\epsilon$ )  $N_1, N_2, N_1$  او نور پیدا کوو او مربوطه فورمول کې یې وضع کوو، مثلاً همدا پورته مثال کې داسې عمل کوو:

فورمول لرو چې:

$$M = N \cdot P = 8 \left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4(1-P)}$$

$$\delta = \sqrt{4\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2} = 1,4$$

$$X_1 = 2,5$$

$$X_2 = 3,5$$

$$Z_1 = \frac{2,5 - 4}{1,4} = -1,06 \quad \text{ساحه } Z_1 = 0,3554$$

$$Z_2 = \frac{3,5 - 4}{1,4} = -1,35 \quad \text{ساحه } Z_2 = 0,1368$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = 0,3554 + 0,1368$$

یا 21,8%

که چېرې وغواړو د همدغو اتو ورځو د شنه آسمان احتمال څرګند کړو، نو هغه د M ښي خوا ته ښکاره کېږي، مثلاً په دغو اتو ورځو کې د پینځه ورځو آسمان احتمال ومومي؟

حل:

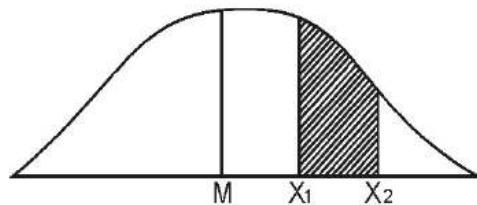
$$M = NP = 8 \left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2} = 1,4$$

$$\delta = 1,4$$

$$X = 4,5$$

$$X = 5,5$$



$$Z_1 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{4,5 - 4}{1,4} = \frac{0,5}{1,4} = 0,35$$

$$Z_2 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{5,5 - 4}{1,4} = \frac{1,5}{1,4} = 1,06$$

$$Z_1 = 0,1368$$

$$Z_2 = 0,3554$$

$$\text{توله ساحه} = 0,3554 + 0,1368 = 0,2186 = 21,9\%$$

دلته گورو نیم احتمالات (ورېځ) د M یوې خواته او نیم نور (شین آسمان) د M بلې خواته څرګند شول، فورمول او د قیمتونو وضع کلي طریقې ده.

## تمرینات

۱. د ارقامو د وېش بېلابېل شکلونه شرحه کړئ؟

۲. د متناظر منحنی خصوصیات ولیکن؟

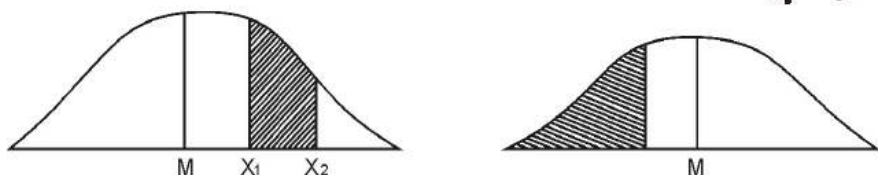
۳. د قطعو په ۱۳ قره پرو کې د طوس، لس خال او اته خال د پېښېدو احتمال څرگند کړئ او د

هغو د احتمال ساحه په طبیعي منحنی کې ښکاره کړئ؟

۴. یوه پاراویت د یوې اونۍ په جریان کې بېلابېل څاروي واکسین کړي، د هغو د ارقامو څخه

لاندي منحنی گانې ترلاسه شوي دي، د هغو د خصوصیاتو له مخې د نورې شوې ساحې فیصدي

معلومه کړئ؟



## اتم څپرگی

## شاخصونه

## (Index Number)

## ۸، ۱- د شاخص مفهوم:

شاخص عدد هغه دی چې د مرکبو ښکارندو، ارقامو، مشاهدو او اعدادو تناسب په اندولیز ډول ښکاره کوي، یا په بله وینا: د هغو بېلابېلو ټولنیزو، اقتصادي او چاپیریالي پدیدو د مقایسې نسبي ښوونه ده، چې مقایسه یې مد نظر وي.

شاخص نمبر یا Index Number چې وورسته له دې به یې په لنډیز سره شاخص بولو، یو احصایوي مقیاس دی، چې په دوو یا له هغو زیات متحولینو کې بدلونونه د سیمې، وخت او یو شمېر نورو ځانگړنو (عاید، لگښت، بیو، جوړښت او نور...) په پرتله ښکاره کوي.

د طب او عامه روغتیا په برخو کې ډېر مثالونه شته چې بای په مقایسوي توگه وخیږل شي. د فارمسي په چارو کې د ادویه جاتو مقایسوي موثریت، له یوې سیمې څخه بلې سیمې ته د امراضو شیوع، د ارگانیزمونو مقاومت یا عدم مقاومت، د سن او عمر پرتله کول او داسې نور ټول مسایل چې کوم بل مشخص مقیاس و نه لری د شاخص په واسطه په نسبي توگه ښودل کېږي.

د کرنې او مالدارۍ په برخه کې د څارویو، د کروندو د حاصلاتو، ونو-بوټو ټکتورونو، تولیدي عواملو او نورو هغه نسبي ښوونه او مقایسه ده چې د سیمو، خت، فارمونو، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، البته د کرنې او مالدارۍ اکثره عناصر په سیده ډول یو بل سره د اعدادو د ساده جمع کولو په قاعدو نه شو ترسره کولای، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، د بېلگې په ډول کرنیز محصولات سابه (چې بېلابېل ډولونه لري)، مېوې (بېلابېل ډولونه یې)، غلې دانې، د څارویو محصولات او نور چې د دغو هر یو عناصر په انفرادي ډول نه شي سره جمع کېدای، خو د هغو عمومیت همدا دی، چې ټول کرنیز محصول او د کار ثمر دی، په شاخص کې دا بېلابېل اقلام په مجموعي او عمومي ډول مقایسه کېږي؛ مثلاً په ۱۳۷۹ ل کال کې د ۱۳۸۸ ل کال په پرتله د غلو دانو په تولید کې زیات والی یا کموالی، د پروان ولایت کې د لوگر د څرخ په مقاسه د یو واحد ځمکې د انگورو حاصل مقایسه، د یو شمېر محصلینو د نمر و شاخص، د لغمان ولایت په مقایسه د کندوز په ولایت کېد وریجو د یو جریب د حاصل پرتله کول او داسې نور.

د لومړي ځل لپاره شاخص د یوه انګلیسي عالم (F.Y Edgeworth (1845-1920 له خوا



## ۸، ۲- د شاخص اهمیت:

سره له دې چې د شاخص، سنجش او ارایه د خپرنې په پراخ ډگر کې د استعمال ډېر موارد لري، بېلابېلو اقتصادي، ټولنيزو ډگرونو کې خپل ځانگړی اهمیت او ارزښت لري، لکه د عامې روغتیا، صنایعو، سوداگري، ښوونې او روزنې او نورو کې خو بیا هم په دې هکله یوه اشاره کول په کار دي، ځکه مقایسه کول هغه ډېره واضحه ارایه ده، چې د یوې پدیدې وده یا وروسته پاتې والی ورباندې ښه ښودل کېږي، مثلاً که چېرې وواي چې د مالدارۍ یو فارم کې دغوښې د تولید اندازه له یوه کاله تر بل کال پورې له ۵۰ ټنه ۷۵ ټنه ته لوړه شوې، نو ددې فارم په حاصل کې زیات والی د فارم د کامیابۍ نښه ده، یا کله چې وایو په هېواد کې د منو د چنجیو د ناروغۍ خساره د لسو پخوا کلونو په مقایسه 20% راکمه شوې، دا هم اغېزمنوالی ښکاره کوي، یاد میدان ولایت کې د غواگانو د طاعون د واکسین له کبله د لوگر ولایت په مقایسه طاعون 50% کم شوی دی، په دې ډول شاخص یا د ارقامو کمښت او یا تولید په فیصدي ارایه کولای شو، چې د توثید یا تنقیص ارایه په خپله د علمي خپرنې یو مهم هدف دی، په ذکر شوي ډول سره دغو هر یوه مثالونو کې دوه پدیدې سره پرتله شوي دي، چې د تحلیل یو ډېر ښه اصل دی.

په لږ څه لویه کچه، د شاخصونو په واسطه موږ د څو څو کلونو په موده کې بېلابېل ارقام پرتله کوو، چې د شاخصونو یوه مجموعه یا سلسله رامنځته کوي، د ارقامو پرځای د هغو نسبي بدلونونه مطالعه کېږي، نو په دې ډول دا پرتله د اصلي ارقامو د مقایسې په پرتله ډېر روښانه او اسانه ده، دا نه یوازې د تېروخت، بلکې د دورنما پلانونو او پالیسیو په برخه کې هم ترسره کولای شو.

موږ د راتلونکي بدلونونه هم په نسبي بڼه په فیصدي په نظر کې نیسو، چې د پېښېدونکي بدلون د افادې لپاره یو واحد عدد او مقیاس په لاس راځي، په تېره بیا په هغه حالت کې چې ارقام ډېر گڼ او پېچلی وي یا ټاکلی وزن، ثقل او ارزش ولري، نو په داسې حالت کې د شاخص اهمیت نور هم زیات او لوړېږي.

## ۸، ۳- د شاخصونو د سنجش طریقې:

شاخصونه په بېلابېلو روشونو او طریقو سنجش او محاسبه کېږي، چې دا روشونه نظر هدف، ارقامو او امکاناتو ته فرق کوي؛ مثلاً:

## عمومي او انفرادي شاخصونه:

عمومي شاخصونه هغه دي، چې په مرکبو پدیدو کې بدلون ښکاره کوي، د بېلگې په ډول په عمومي ډول د هېواد د مالدارۍ په سکتور کې نظر یوه پخواني کال ته په بل کال کې بدلون یا د یو هېواد د ټول ملي عاید زیاتوالی د یوه پینځه کلن پلان په پای کې چې دغو بېلگو کې ټول

تعریف او ښودل شو، ده د لومړي ځل لپاره وویل: چې شاخص هغه عدد دی، چې موږ عملاً هغه په کومه بله طریقه یا مقیاس نه شو ښودلای، پرته له دې چې یو کمیټ د ځای، وخت یا نورو په مقایسه وښیو، په لنډ ډول دا چې شاخص وخت په وخت او له یو ځایه تر بله په ارقامو کې د پېښو شویو بدلونو مقیاس دی.

شوي وي او ځينې زاړه ايستل شوي وي، نو دلته دا د سنجولو وړ گرځي، درېيم دا چې هندسي اوسط يې سنجولای شو.

ډير حله موږ پر باستو چي طبي واقعيترنه، صحي راپورونه، د کال او مياشتو حوادث يو د بل په پرتله او نظر يوه وخت ته په بل وخت کي په هغو کي بدلون له مخي ونيو.

مبنايي روش کي د اوږدې مودې بدلون نظر يوه ډېر پخواني (اساس) کال ته امکان لري، په يوه اوږده سلسله کي ناڅاپي يا غير عادي ارقام لري کولای شو او يو نوع تعديل په کي ممکن دي.

دلته د مثال په ډول له ۱۹۷۵-۱۹۸۴ پورې يو بدلون هم زنجيري او هم په مبنايي طريقو سنجش شوي (وگورئ لاندې جدول).

(۱، ۸) جدول - د اساس دورې له مخي د شاخص د سنجش دوه طريقې

Year	Price(\$)	(i) Index No.% = $\left(\frac{pn}{po}\right) 100$ (1948 asbase)	(ii) Index No (Xhain Base) %
1948	5,25	100	Base
1949	5,87	112	111,8
1950	6,12	117	104,2
1951	5,50	105	89,8
1952	6,25	119	113,6
1953	6,62	126	105,9
1954	6,75	129	101,9
1955	7,12	136	105,4
1956	6,50	129	91,2
1957	7,50	143	114,9

شاخصونه د سنجش د تخنيک او طرله پلوه په بېلابلو لارو محاسبه کېږي، چې هر يو يې په تفصيل سره تر بحث لاندې نيسو:

۱، ۳، ۸ - د حقيقي مقدار د نسبي شاخص د سنجش طريقه:

دپته د حقيقي مقدار ساده نسبي سنجش هم وايي، دلته د شاخص نمبر عمومي افاده داسي ده، چې نظر يوه اساس يا معيار وخت ته د يوه بل معيار او وخت په مقايسه مطلوبه پدیده کې بدلون؛ مثلاً د استهلاکي امتعو او اجناسو بيه کې نظر يوه پخواني وخت ته بدلون داسي افاده کوو:

عناصر او اجزا شامل دي، حال دا چې په انفرادي شاخصونو کې د مرکبو پديدو په بېلابېلو عناصرو کې بدلون؛ لکه هر بېل بېل جز په ځانگړي ډول سنجش کېږي؛ مثلاً د مالدارۍ په ټول سکتور کې صرفاً د غواگانو د روزنې شاخص، يا په ټول ملي اقتصاد کې د کرنې د برخې د پومې د توليد او صادولو د شاخص سنجش او داسې نور...

همدارنگه د شاخصونو د سنجش روش او طريقې د اساس دورې له مخي هم فرق کوي، د بېلگې په ډول که چېرې مخکې يوه دوره هر ځل د اساس د دورې په توگه سنجول کېږي، دې ته زنجيري يا (Chain Base Method Index) يا سلسلوي سنجش وايي؛ مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د ۱۳۷۸ کال پر اساس بدلون، په ۱۳۸۱ کال کې د ۱۳۸۰ کال پر اساس بدلون او همداسې پسې ادامه لري، يعنې:



خو ددې برخلاف بله طريقه د شاخص د سنجش مبنايي يا د ثابتې دورې اساس يا Fixed Base Method يا Link Index ده، چې په دې طريقه کې صرف يو ټاکلی وخت يا کال د اساس کال په ډول په نظر کې نيول شوی وي او نور ټول کلونه د هماغه يو کال پر اساس سنجول کېږي، مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د مالدارۍ په برخه کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه، بيا په ۱۳۸۰ کال کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه، بيا په ۱۳۸۱ کال کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه او همداسې ورپسې نور کلونه، يعنې:



شاخصونه دواړو طريقو کې ځينې نيمگړتياوې او نېنگې لري، مثلاً د سلسلوي طريقې نېنگې دا دي چې هغې کې مستقيماً بدلون په هر کال کې مطالعه کېږي او مولد ته خوبني ور په برخه کېږي، دويم دا چې کېدای شي په يوه کال کې نظر بل ته نوي اجناس شاخص کې داخل

مثلاً په لومړي مثال کې ۱۳۷۹ کال د اساس کال او ۱۳۸۰ کال د جاري يا مورد نظر کال څخه عبارت دی، شاخص په سلواله نښو، که چېرې شاخص واحد (100%) وي، نو دا مانا لري، چې مقدار او ارقامو کې هېڅ بدلون (کمښت او زيادت) نه دی راغلی؛ لکه درېيم مثال کې، خو که له واحد (100%) زيات و، نو ددې مانا داده چې د راپوردهي زمان کې نظر اساس زمان ته زيات والی راغلی، مثلاً که د شاخص ځواب 150% و، نو يو نيم ځل زياتوالی ښکاره کوي او که 200% و، نو دوه ځله زياتوالی نښي، په دې برخلاف که شاخص له واحد څخه کم و، نو دا کمښت ښکاره کوي، لکه دويم مثال کې، چې 50% يا سم نيم کموالی راغلی دی، پورته درې واره مثالونه د مېنایي سنجش بېلگې دي، چې صرف يو يو عنصر په کې په انفرادي ډول مطالعه شوی، ددغه روش ښېگڼه داده چې مقایسه کې ډېر ژر وړ اسانه او واضحه صورت نيسي او اصل فېصدي او جنس په کې شامل وي، خو نيمگړتيا يزداده چې قيمت يې ورسره نشو سنجولای او بعضې وخت د يوه پر ځای څو څو عناصر يعنې مرکب شاخص مطالعې لاندې په کې نيول کېدای شي، چې که دا اجزاء او اقلام قيمت ولريو نو د ارزش لرونکو ارقامو د شاخص د سنجش لپاره لاندې نورې طريقې لرو:

۸، ۳، ۲- د قيمتونو غير وزن شوی شاخص د سنجش طريقې:

له دې کبله چې د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې گڼ شمېر محصولات خپل ټاکلی ارزش لري او د مقدار او حجم ترڅنګ په ټاکلو واحدونو د هغو ارزش هم محاسبه کېږي، نو بايد د شاخص په سنجش کې يې قيمت او د ټولو ارقامو يا محصول مجموعه و سنجول شي، ددغه روش مطابق د اصلي محصول يا ارقامو قيمتونه په سيده ډول يا په نسبي ډول په نظر کې نيول کېږي، خو د محصولاتو مشخص وزن يا اهميت په نظر کې نه نيول کېږي، نو ځکه ورته غير وزن شوی روش وايي، چې يو يې د حقيقي قيمتونو مجموعي مېتود او بل يې د حقيقي قيمتونو د سنجش اوسط مېتود دی، دواړه به وگورو:

الف- د حقيقي قيمتونو غير وزن شوي مجموعې طريقه

په دې کې پرته له دې چې د هر رقم او قلم نسبي ارزش وټاکو، صرف د هغو مجموعه د راپوردهي يا مورد نظر دورې لپاره په لاس راوړو، بيا يې د اساس دورې په مجموعه وېشو، د اساس رقم يا دوره 100% فرض کوو، په پای کې مورد نظر مقایسه په لاس راځي، فورمول يې دا دی:

$$I = \frac{P_n}{P_0} \times 100$$

دلته

۱- شاخص

Pn- مورد نظر وخت کې قيمتونه

Po- اساس يا مخکيني وخت کې قيمتونه چې په فېصدي ارايه کېږي

په دې ډول د شاخص عمومي افاده داسې خلاصه کوو:

دا يو احصايه يي تحليل دی، چې يو (Y) متحول نظر يوه پخواني وخت ته مقایسه او مطالعه کوي، په پورته طريقه کې صرف يو جنس يا يوه پدیده د بلې په مقایسه په اوس وخت کې يا د راتلونکي لپاره نظر يوه معين اساس وخت ته مقایسه کېږي او د هغې افزايش يا تنقيص په فېصدي ښودل کېږي.

لومړی مثال

د يوې کروندې د غنمو حاصل په ۱۳۷۹ کال کې ۷۰ منه وو، همدې کروندې په ۱۳۸۰ کال کې د غنمو ۸۵ منه حاصل درلود، د ۱۳۸۰ کال شاخص د ۱۳۷۹ کال په اساس محاسبه کړئ؟

$$Q_i = \frac{q_n}{q_0} \times 100 = \frac{85}{70} \times 100 = 141,66\%$$

دويم مثال

د يوه کليوال د چرگانو شمېر دده د کورني فارم د تاسيس لومړي کال کې ۱۴۰ او په دويم کال کې ۷۰ و، د هغو بدلون د لومړي کال په مقایسه په دويم کال کې وښايست؟

$$Q_i = \frac{q_n}{q_0} \times 100 \quad Q_i = \frac{70}{140} \times 100 = 50\%$$

درېيم مثال

د يوه حيواني کلنيک د راجسترد کتاب له مخې دې کلنيک د ۱۳۷۹ کال د اسد په لومړي ۹۷۰ څاروي او د اسد په دويمه کې هم ۹۷۰ څاروي واكسين کړي، آیا دواړو دورو کې څومره زياتوالی راغلی؟

$$Q_i = \frac{970}{970} \times 100 = 100\%$$

لکه چې وليدل شول دغو مثالونو کې دوه ټاکلي ارقام بېلابېل دورو کې يو بل سره مقایسه شوي، هغه دوره کې چې د هغې درجه يا رقم يا عدد او مقدار محاسبه کېږي، د راپوردهي يا مورد نظر يا جاري دورې په نوم يادېږي، هغه دوره، وخت يا موده چې د هغې له رقم (عدد) سره مقایسه صورت نيسي، د اساس دورې، اساس وخت يا اساس مودې په نوم يادېږي.

• تول اجناس د اهمیت له پلوه مسای وي

• که چیر د اجناسو مقدار په یوه واحد و اړول شي، ممکن په شاخص کې لږ څه بدلون راشي، مثلاً که چیرې یو جنس په من وي، نور په کیلو، نو که دا یو من په (۷ کیلو) یا د نور اجناسو ۷ کیلو به په یو من اړوو، په محاسبه کې لږ څه بدلون راځي، خو په دې طریقه کې اکثره د واحدونو بدلولو ته ضرورت نشته

$$(pi) = \frac{\sum p_n}{\sum p_o} \times 100$$

دلته

P<sub>n</sub> - د راپوردهی یا جاري مودې قیمتونه

P<sub>o</sub> - د اساس دورې قیمتونه

∑ - مجموعه

Pi - د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې شاخص

په ۱۳۷۰ کال کې د یو من غنم یوه ۱۱۰، یو کیلو غوښه ۲۰ او یو لیتر شیدې ۱۲ افغانۍ وې، په ۱۳۸۰ کال کې د دغو اجناسو قیمت په وار سره ۲۵۰۰۰، ۲۵۰۰۰ او ۸۰۰۰ افغانۍ شوي، د هغو شاخص و سنجوئ؟

(۸، ۲) جدول په ۱۳۸۰ کال کې د درې قلمو اجناسو قیمتونو شاخص نظر ۱۳۷۰ کال ته

Commodity	Unit	Prices (Afg) in	
		1370	1380
Wheat	Sir	110	65000
Meat	Kgr	60	25000
Milk	Lit	12	8000
Totla		182	98000
Index No.		100%	538,4%

$$(Pi) = \frac{98000}{182} \times 100 = 538,4\%$$

### بښګڼې او نیمګړتیاوې:

الف- بښګڼې:

- دا طریقه اسانه او ساده ده
- په مجموع کې د یو شمېر محصولاتو د قیمتونو شاخص ښکاره کوي
- که دا اجناسو اندازه په بېلابېلو واحدونو وښیو، یا یې واحد هیڅ نه وي ورکړل شوی بیا هم د محاسبې وړ ده

ب- نیمګړتیاوې:

- په هر بېلابېل محصول او رقم کې بدلون نشو ښکاره کولای
- که چیرې په یو محصول کې د پریزات فرق راشي او نور باقي محصولات د پخوا په شان واحد (ثابت) وي، بیا هم همدا یو قلم تفاوت په مجموع کې د شاخص په مجموعه اغېزه کوي

محاسبه کې شامل کړو، چې هم یې د قیمت او هم یې د مصرف یا لگښت یا تولید د وزن او اندازې (حجم) د بدلون په هکله معلومات برابر شي، دغې طریقي ته Wighted Aggregativ Price Index Numbers وایي، چې د یو معین جنس د بیې سره یو ځای یې وزن د مربوطه مقیاس د واحد په ارایه کولو محاسبه کېږي، دلته په اساس زمان کې قیمت او جاري یا مورد نظر د وخت قیمت د یوه ثابت وزن سره ضرب کېږي، نو ځکه دلته له وزن سره د حقيقي قیمتونو شاخص ورته وایي او بیا یې په دواړو وختونو کې د وزن شویو قیمتونو مجموعه په لاس راځي. په درېیم گام کې د اساس و زمان وزن شوی مجموعه (100%) قیاس او د جاري یا پام وړ وخت وزن شوی مجموعه د اساس زمان په پرتله په فیصدي سره ښیو او سنجو یې، د مصرفي اجناسو د قیمتونو د وزن شوي شاخص په برخه کې معمولاً په یوه برخه کې معمولاً په یوه ټاکلي وخت کې د اجناسو د مصرف مقدار او حجم د وزن په ډول کارول کېږي، ددې لپاره چې په حاصله شوي مجموعه کې صرف د قیمتونو بدلونونه محاسبه شوي اوسي او د اجناسو د مصرف مقدار په کې ډېر منعکس نه شي، نو باید په دواړو وختونو کې (هم اساس او هم جاري زمان) کې باید ثابت شي، نو ځکه د وزن په توگه د اساس زمان مصرف د حجم د وزن په ډول په دواړو وختونو کې کارول کېږي.

دې برخه کې لومړی ځل جرمني عالم Etienne Laspeyres په ۱۸۲۴م کال کې یوه طریقه او فورمول وړاندې کړ، چې بیا د یوه بل جرمني عالم او اقتصاد پوه Herman Paasche لخوا په ۱۸۷۴م کال کې دغه طریقه نوره هم بشپړه شوه، چې اوس دا دواړه طریقي د همدې عالمانو په نوم کارلاندې نیول کېږي او احصایوي تحلیلونو کې په کار ځي، وروسته بیا د انگلیسي اقتصاد پوه Irving Fisher (Dr. of Eco. Sci.) (1867-1947) او Alfred Marchall (1845-1926) او Walsh لخوا په ډېر لږ تفسیر او اصلاح د لاسپرس او پاچ طریقي وکارول شوي، اوس د وزن لرونکو حقيقي قیمتونو د شاخص د سنجش لپاره همدا بهلابېلې طریقي معمولي او دود دي، دلته به یې لږ څه په تفصیل سره د ځینو بېلگو سره وگورو.

**الف: د لاسپرس د قیمتونو شاخص (Laspyres Price Index):**

دغه نامتو جرمني اقتصاد پوه د شاخص د محاسبې لپاره لاندې فورمول وړاندې کړ:

$$P_{on} = \frac{\sum p_n \cdot q_o}{\sum p_o \cdot q_o} \times 100$$

دلته:

$P_n$  - په جاري زمان کې قیمت

$P_o$  - اساس زمان کې قیمت

$q_o$  - اساس زمان کې مقدار یا حجم

**ب: د نسبي قیمتونو د اوسط سنجش طریقه:**

په دغه طریقه کې لکه پخوا په شان لومړی د اساس کال د اجناسو قیمتونه هر یوې 100% فرض کوو، وروسته بیا د جاري یا راپوردهي د کال قیمتونه د اساس کال د قیمتونو په مقایسه د فیصدي په بڼه په نسبي ډول اړوو، بیا له یوه وسطي وزن (معمولاً ساده حسابي اوسط، هندسي یا هم میانې) څخه استفاده کوو، په اوسط ډول یې شاخصونه سنجوو، عمومي فورمول یې دا دی:

$$د\ نسبي\ قیمتونو\ شاخص\ په\ اوسط\ طریقه = \frac{\sum (\frac{P_n}{P_o}) \cdot 100}{N}$$

دلته

$P_n$  - مورد نظر کال د اجناسو قیمتونه

$P_o$  - اساس کال کې د اجناسو قیمتونه

$\Sigma$  - مجموعه

$N$  - د ټولو اجناسو شمېر

مثال: د اوو قلمو اجناسو ورکړل شوي قیمتو د ۱۹۵۷ کال د بیو په اساس لرو، په ۱۹۵۸م کال کې قیمتونو کې یې بدلون محاسبه کړئ؟  
(۸، ۳) - د اوو قلمو اجناسو د شاخص محاسبه

Commdity	Unlt	Prices (\$) in:		Priceesrelatives	
		1957	1958	1957	1958
Wheat	Ton	351,00	335,0	100	95,44
Rice	Kgr	35,00	32,0	100	91,43
Salt	Kgr	1,25	1,40	100	110,00
Sugar	Kgr	2,25	2,60	100	115,56
Cloth	Yard	0,75	0,85	100	113,33
Milk	Lit	1,25	1,35	100	108,00
Oil	Gall	10,00	11,00	100	110,00
Total				700	745,76%
Index No.				100%	106,5%

$$P_{on} = \frac{\sum (\frac{P_n}{P_o}) \times 100}{n} = \frac{745,76}{7} = 106,5$$

۸، ۳، ۳ - وزن سره د حقيقي قیمتونو د شاخص د سنجش طریقه:

ځینې وخت اړیو، چې د محصولاتو د قیمتونو ترڅنګ د هغو د حجم او مقدار وزن هم

Σ-مجموعه

مثال: په ۱۳۷۹ او ۱۳۸۰ کلونو کې یوه سیمه کې د هرې اونۍ لپاره د پینځه ډوله کرنیزو محصولاتو مصرف او قیمت په لاندې ډول وو: (قیمتونه په افغانۍ).

اجناس	واحد	۱۳۷۹		۱۳۸۰	
		بیه	د مصرف حجم	بیه	د مصرف حجم
اوره	تن	۱۰	۱۰	۱۴	۱۴۰
وریجې	تن	۱۲	۸۰	۱۴	۱۰۰
شیدې	لیتر	۱۲۰	۴۰	۱۸۰	۸۰
بوره	من	۴	۹۰	۲	۱۲۰
چای	کیلو	۲	۲۰	۳	۳۰

یادونه: ارقام فرضي دي

د پورته اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص حاسبه کړئ؟

حل:

(۴، ۸) جدول د لاسپرس په طریقه د وزن شویو قیمتونو شاخص سنجش

Commodity	Unit	1379 (Base)			1380 (The Given Year)		
		q <sub>0</sub>	p <sub>0</sub>	p <sub>0</sub> q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	p <sub>1</sub>	p <sub>1</sub> q <sub>1</sub>
Flour	Ton	10	100	1000	14	140	1400
Rice	Ton	12	80	960	14	100	1200
Milk	Lit	120	40	4800	80	80	9600
Sugar	Kgr	4	90	360	120	120	480
Tea	Kgr	2	20	40	30	30	60
Total				7160			12740
Index No.				100%			171%

$$(P_{om}) = \frac{\sum p_1 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} \times 100$$

$$(P_{om}) = \frac{12740}{7160} \times 100 = 17\%$$

ب: د پاچ د قیمتونو شاخص (Paasches Price Index):

د لاسپرس طریقه یوه بڼه طریقه ده، خو په هغې کې د اصلي زمان مقدار او حجم یعنې (q<sub>0</sub>) دوه ځله راغلي، هم په صورت او هم په مخرج کې نو طبیعاً د محاسبې په پایله اغېزه لري، حال دا چې پاچ الماني عالم دغه طریقه یوځه اصلاح کړه او د اساس زمان د مقدار په عوض یې د جاري زمان مقدار ته اهمیت ورکړ، دا له دې کبله چې د وخت په تېرېدو سره د اجناسو مقدار او حجم

د اجناسو د قیمت بدلون په بڼه ډول نه شي منعکس کولی، نو د جاري زمان یا د راپوردهي مودې مقدار استفادې لاندې نیول کېږي، فورمول یې دا دی:

$$100 \cdot (p_{on}) = \frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_0 \cdot q_n}$$

مثال: د یوې کورنۍ د ۱۹۹۹م کال د جون او جولای د میاشتو مصارف او مقدار په لاندې

ډول وو:

اجناس	واحد	جون		جولای	
		بیه	د مصرف مقدار	بیه	د مصرف مقدار
شیدې	لیتر	۱۰	۱۲	۵	۴
اوره	من	۴	۲۰	۲۰	۲۰
توکر	متر	۴	۱۰	۴	۱۰
چای	کیلو	۲	۲	۲	۴
هګۍ	داني	۲۰	۲	۲۲	۴

یادونه: ارقام فرضي دي

د دغو ذکر شویو اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص د پاچ په طریقه د جولای د میاشتي

لپاره د جون د میاشتي پر اساس حل کړئ.

(۵، ۸) جدول-د پاچ په طریقه د وزن شویو قیمتونو د شاخص سنجش

Commodity	Unit	Jun (Base)			July (The given Price)		
		q <sub>0</sub>	p <sub>0</sub>	p <sub>0</sub> q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub>	p <sub>1</sub>	q <sub>1</sub> p <sub>1</sub>
Milk	Lit.	10	5	60	12	6	72
Flower	Seer	4	20	80	4	30	120
Cloth	Meter	4	10	40	4	10	40
Eggs	Kgr	2	2	8	4	4	16
	Dozen	6	2	44	22	4	88
Total				232			336
Index No.				100%			145%

$$(P_{om}) = \frac{336}{232} \times 100 = 145\%$$

ج: د فیشر ایډیال شاخص Fisters Ideal Index:

لکه چې موږ ولیدل د لاسپرس په طریقه او فورمول کې په جاري یا مورد نظر زمان کې (p<sub>n</sub>·q<sub>0</sub>) د اساس کال (p<sub>0</sub>·q<sub>0</sub>) سره مقایسه کېدل، دلته له دې امله چې د اساس کال د ارقامو رول زیات دی، نو ممکن د هغو ارزښت له هغه حقيقي ارزښت څخه لوړ منعکس شي، اما د فورمول په صورت

باید به پام کې و نیول شي، دا پرابل مونه په لاندې ډول دي  
 a له دې کبله چې د شاخص لپاره اعداد د مقایسې په خاطر غوره کېږي، نو باید دقت وشي، چې نمونې او مشاهدې باید تصادفي Random Sample ونه اوسي، بلکې دا باید انتخاب شوي او سنجول شوي ارقام اوسي

b. باید د اساس کال یو نورمال او عادي کال وي، نه دا چې د ناروغيو، وچکالیو یا جگړو زمان او کال وي، طبعاً په هغو کې ارقام، تولیدات، قیمتونه او محصولات غي، عادي وي، باید داسې اساس کال غوره نه شي

c. باید اساس کال ډېر لرې نه وي، بلکې یو نژدې او تازه کال وي

d. د شاخص لپاره غوره شوي ارقام باید ډېر اعظمي او ډېر اصغري نه وي، که داسې وو، نو ښه به وي، چې د مقایسې لپاره د څو کلونو اوسط و نیول شي، بیا د شاخص محاسبه ترسره شي

e. باید په شاخصونو کې داسې ثقلت په کار یوول شي، چې د هغو اقتصادي اهمیت مهم وي

f. باید د شاخصونو د معلومولو لپاره نظر هدف او مقصد ته لازم اجناس او ارقام راټول شي، کله چې موږ د کرنې او مالدارۍ برخه کې د قیمتونو شاخص ټاکو، باید هغه کې کافي اندازه محصولات راوړو؛ لکه غلې، دانې، سابه، لبنیات او نور.

د فیشر له نظره دا اجناس باید اقلاً ۵۰-۲۰ پورې وي

g. په یوه دینامیک اقتصاد کې نه یوازې د اجناسو کمیته، بلکې مقدار او حجم بدلېږي، بلکې وخت په وخت د هغو کیفیت کې هم بدلون راځي، نو ځکه په بېلابېلو وختونو کې د شاخصونو مقایسه کې د هغو نظر کې نه نیول یا ډېرو اوږدو فاصلو کې د شاخص سنجش ممکن گټور تمام نه شي، داسې حالت کې زنجیري شاخص ډېر ارزښت پیدا کوي

کې د مورد نظر کال قیمتونه د اساس کال مقدار سره ښودل شوي او د پاچ په طریقه کې هم د مورد نظر زمان د مقدار په مقایسه محاسبات صورت نیسي، نو د دغو دواړو ترمنځ د یوه تعادل د راوستو لپاره فیشر یو ډول هندسي اوسط څخه کار واخیست او د لاسپرس او پاچ دواړو طریقو فورمولونه یې ضرب او بیا یې مربع جذر استخراج کړ، په لاندې ډول

$$P_{on}(Fisher) = \sqrt{P_{on}(Laspyres) \times P_{on}(Passches)}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_o \cdot q_o} \times \frac{\sum p_o \cdot q_n}{\sum p_n \cdot q_o}}$$

د: د حقیقي قیمتونو د وزن شوي مجموعې شاخص د سنجش لپاره د مارشال او ایجورټ طریقه:

ددې لپاره چې د لاسپرس او پاچ په طریقه کې د بحث وړ ټکي بالکل حل شوي اوسي، دوه تنو انګلیسي پوهانو Alfred Marshall (1842-1920) او F.Y. Edgeworth (1845-1926) د شاخص ذکر شويو فورمولونو ته لږ نور هم انکشاف ورکړ، دې ته یوه موافقه د حل طریقه A compromise Slution ویل شوي، چې هغه داده:

$$P_{on} = \frac{\sum p_n (q_o \cdot q_n)}{\sum p_o (q_o + q_n)}$$

مثال: په لاندې جدول کې د درې ډولو اجناسو قیمتونه او مقدار په ۱۹۶۰ او ۱۹۶۴ کلونو کې ورکړل شوي، د ۱۹۶۰ پر اساس یې په ۱۹۶۴ کې شاخص د مارشال-ایجورټ په طریقه ومومئ؟ (۸، ۲) جدول-د درې ډوله اجناسو د قیمتونو شاخص سنجش د مارشال-ایجورټ په طریقه

Commodity	1960		1964		$(q_o + q_1)$	$p_1(q_o + q_1)$	$p_o(q_1 + q_o)$
	$p_o$	$q_o$	$p_1$	$q_1$			
A	3,95	9,67	4,25	10,4	20,11	85,47	79,438
B	34,8	78	38,9	83	161	6,269	5,602
C	61,5	118	59,7	116	234	13,96	14,405

$$\text{The Marshall - Edgeworth Price in Index} = \frac{\sum p_1 (q_o + q_1)}{\sum p_o (q_o + q_1)} \times 100$$

$$= \frac{105,710}{99,446} \times 100 = 106,3\%$$

۸، ۴ - د شاخصونو په برخه کې د پام وړ ټکي او ځینې پرابل مونه:

د شاخصونو په ټولو ډولونو یعنې هم عمومي، هم انفرادي، هم زنجیري او هم ربطی ډولونو کې د ریاضیاتي ځانګړنو برسرېره، ځینې نظري او عملي پرابل مونه او د پام وړ مسایل شته، چې

Compute the seasonal indices by using the ratio to moving average method for the data in example:

Year and quarter (1)	Y- Values TCSI (2)	4-quarter centred moving averages TC (3)	Seasonal relatives TCSI+TCx100=SI (4)
1979-I	72	-	-
II	98	-	-
III	79	89,6	88,2
IV	106	93,5	113,4
1980-I	79	99,2	79,6
II	122	106,6	114,4
III	101	119,1	89,3
IV	143	117,4	121,8
1981-I	94	123,1	76,4
II	141	128,6	109,6
III	128	134,6	95,1
IV	160	138,8	115,3
1982-I	125	139,9	89,3
II	143	144,1	99,2
III	135	-	-
IV	187	-	-

یو حل شوی مثال:

د څلورو اجناسو (ABC او D) څنځیري شاخص د هر کال لپاره پیدا کړئ؟

Year	Commodity			
	A	B	C	D
1951	81	77	119	55
1952	62	54	128	82
1953	104	87	111	100
1954	93	75	154	96
1955	60	43	165	88

د پورتنی مثال د حل لپاره لومړی د هر کال مربوطه ارقام پیدا کوو:

$$\text{Link relative for 1952} = \frac{62}{81} \times 100 = 76$$

$$\text{Link relative for 1953} = \frac{104}{62} \times 100 = 68$$

$$\text{Link relative for 1954} = \frac{93}{104} \times 100 = 89$$

$$\text{Link relative for 1955} = \frac{60}{93} \times 100 = 65$$

### تمرینات

۱. په ۱۳۷۰، ۱۳۷۱، ۱۳۷۲، ۱۳۷۳، ۱۳۷۴ او ۱۳۷۵ کلونو کې په یوه فارم کې په وارسره ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۲۰، ۲۳۰ او ۳۰ منو په اندازه تولید صورت نیولی و، لومړی د تولید د مقدار شاخص د ۱۳۷۰ کال په اساس په مبنایي طریقه او بیا په هر کال د مخکنی کال پر اساس په څنځیري طریقه پیدا کړئ؟

۲. درې ډوله اجناس (جوار، وریشي او مۍ) لرو، په ۱۳۷۹ کال کې یې د هر یو من بیه په ۸۰، ۲۰ او ۲۵ وه، په ۱۳۸۰ کال کې یې بیه ۱۰۰، ۱۲۰ او ۱۲۵ شوې، د حقیقي قیمتونو شاخص یې پیدا کړئ؟

۳. لاندې ارقام لرو:

اجناس	واحد	۱۳۷۹		۱۳۸۰	
		مصرف	بیه	مصرف	بیه
غوري	کیلو	۱۱	۱۰	۱۵	۱۴
وری	من	۲۲	۱۰	۲۵	۱۲
شیدي	لیتر	۳۰	۱۰	۳۰	۱۰

د پاچ او لاسپیریس په طریقه یې شاخص پیدا کړئ؟

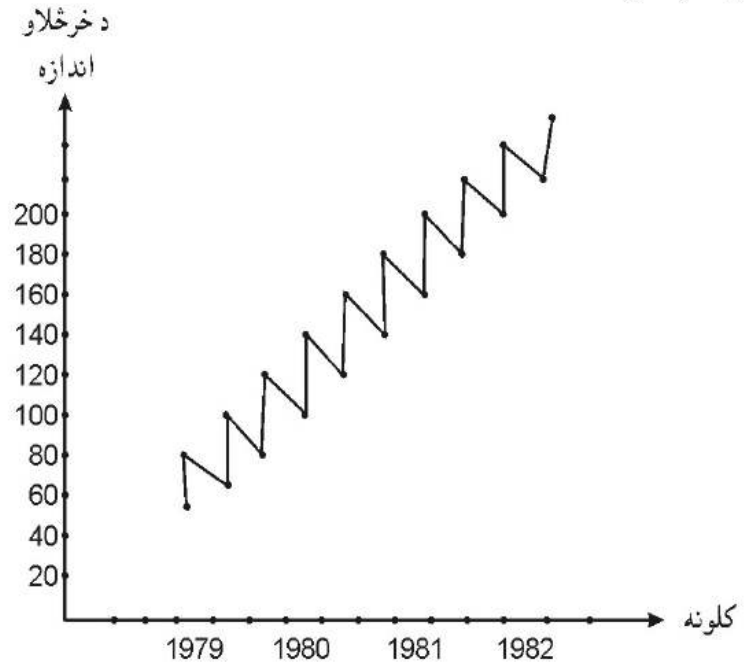
۴. فیشر څوک و اوڅه یې وکړل، فورمول یې د څه په نوم یادېږي او چېرې استعمال لري؟



پايه د ارقامو ثبت دا څکه چې په کرڼه کې گڼ شمېر بنسکارندې د وخت په موازاتو کې د حرارت، تغذيې او نورو فکتورونو تراغيزې لاندې کمې او کيفي بدلونونه مومي.  
 مثال: په لاندې جدول کې په يو کلي کې د کيمياوي سرې د خرڅلاو اندازه بنودل شوې.  
 (۱، ۹) جدول-د بېلابېلو کلونو په هره ربع (فصل) کې د پلورل شوې سرې اندازې (شمېر په پورېو).

کلونه	پسرلی	اوری	مڼی	ژمی
۱۹۷۹	۷۲	۹۸	۷۹	۱۰۲
۱۹۸۰	۷۹	۱۲۲	۱۰۱	۱۴۳
۱۹۸۱	۹۴	۱۴۹	۱۲۸	۱۲۰
۱۹۸۲	۱۲۵	۱۴۳	۱۳۵	۱۷۸

دغه لومړني ارقام تحليل او په گراف کې يې وښيي؟  
 (۱، ۹) شکل:



پورته هستوگرام د وخت په اوږدو کې د ارقامو څرنگوالي بنسکاره کوي، چې په هغه کې د خرڅلاو د پرلوړ او هم يې تېټ حد بنسکاره کېږي.

**نهم څېړنې**  
**زمانې سلسلې**  
**Time Series**

**۱، ۹- تعريف او مفهوم:**

زمانې سلسلې د وخت په اوږدو کې د لومړنيو ارقامو يو سلسله ده، چې د وخت د بېلابېلو مقياسونو لکه ساعت، ورځ، مياشت يا کال په ټاکلو واکمنو کې ثبت شوي وي، د ارقامو سلسلې نظر وخت ته له کروڼولوژيکي پلوه مشاهده، ترتيب او تنظيم کېږي.  
 په دې توگه په زمانې سلسلو کې بېلابېل متحولين يوازې او يوازې د وخت تابع دي، نو ځکه موږ نور عوامل په زمانې سلسلو کې قطعاً د خپل او اغېزمن نه گڼو؛ په بله وينا: که چېرې د (Y) بېلابېلو قيمتونه  $(Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$  بېلابېلو زمانې فاصلو کې  $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$  په نظر کې ونيسو، نو (Y) صرفاً د (t) تابع ده، يعنې:

$$Y=f(t)$$

زمانې سلسلې نه يوازې گڼ شمېر ټولنيزې بنسکارندې را اخلي، بلکې د چاپېريال په اړه هم هغه ارقام چې د وخت په ټاکلي واټن کې يې ثبت او تحليل اړتيا وي، را اخلي کوم چې په کرڼه کې او د مالدارۍ په برخه کې اهميت لري؛ لکه د وخت په بېلابېلو فاصلو کې د حرارت درجه، په يوه سيمه کې د رطوبت بدلون او مسلسلې ريکارډ يې د کليزې د نېټوله مخې، د نمويي فصل په دوران کې له پيل تر پايه د يوه بوټي وده، د شيدې ورکولو Lactation يوه دوره کې د يوې غوا د شيدو د اندازې ثبت او نور.

که چېرې موږ د زمانې سلسلو تحليل تر سره کوو، په اول سر کې ورکړل شوې سلسله په يوه گراف کې رسموو، داسې چې د وخت انتيروال (t) په افقي (مستقل) محور باندې او مربوطه قيمتونه په عمودي (تابع) محور باندې ښيو، گراف بېلابېلې بڼې غوره کوي.

**۲، ۵- زمانې سلسلو اهميت:**

زياتره وخت موږ د يوې علمي څېړنې د چلند بېلگې په ترڅ کې اړ کېږو چې د وخت په موازاتو کې يو متحول وڅېړو، يعنې د هغه رابطه له وخت سره ومومو، دا په يوه ټاکلي وخت کې د ارقامو مطالعه نه ده، بلکې د ستاتيک (ولار) حالت برخلاف يوه ديناميکه (خوځنده) چلند بېلگه ده، دا اهميت وړ خبره ده چې يادداشت شي، د مثال په ډول د يو کال د جون له لومړۍ څخه د جولای تر

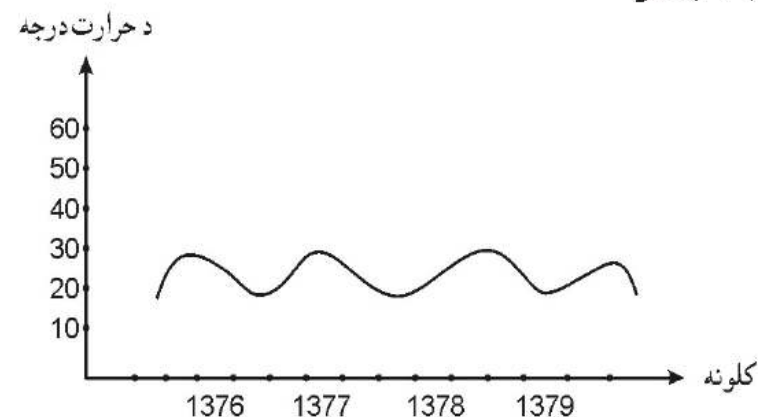
۲- Seasonal Variation موسمي بدلونونه:

دا په يوه زماني سلسله کې هغه بدلونونه دي، چې هر کال په ټاکلو موسمونو کې په معينو فاصلو کې تکرارېږي، دا يو ډول پرله پسې او منظم حرکت دی، چې د ارقامو د مشخصاتو له مخې هره دوره کې منظمًا واقع کېږي، نو ځکه ورته موده بيز Periodic Movement حرکت هم وايي؛ مثلاً که چېرې د جلال آباد ښار د ورځې د حرارت درجې اوسط هر کال ثبت شوي وي، دا شکل غوره کوي:

(۲، ۹) جدول- د جلال آباد ښار د حرارت د درجو ریکارډ (په ساتي گراد).

کلونه	پسرلی	اوری	مئی	ژمی	کتني
۱۳۷۲	۲۴	۳۵	۶۱	۱۴	ارقام د هرې ورځې
۱۳۷۷	۲۲	۴۰	۲۲	۱۳	نيولي شوي او
۱۳۷۸	۲۴	۳۹	۶۱	۱۳	عمومي اوسطيې
۱۳۷۹	۲۳	۳۷	۲۲	۱۲	ښودل شوي

که په گراف کې يې وښيو، لاندې شکل نيسي  
شکل (۳، ۹)



۹، ۳- د زماني سلسلو توکي يا اجزا:

يوه ټاکلي زماني سلسله د حرکت څلور اساسي ډولونه لري، چې همېشه د زماني سلسلو د اجزاوو په نوم يادېږي، چې هغه عبارت دي له:

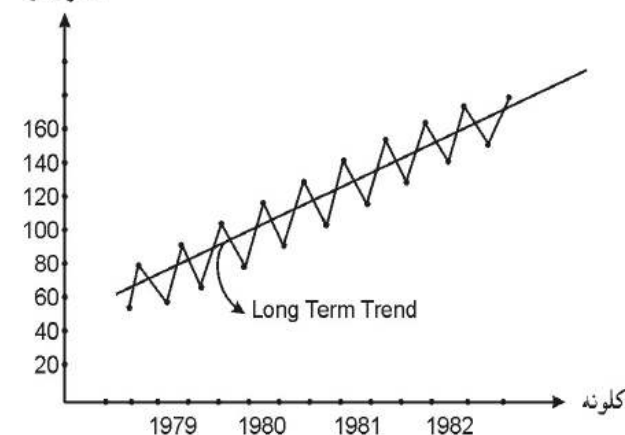
۱. Secular Trend د يوې اوږدې مودې ميلان (T).
۲. Seasonal Variations فصلي يا موسمي بدلونه (S).
۳. Cyclical Fluctuation دوراني نوسانات (C).
۴. Irregular or Random Variations غير منظم يا تصادفي او ناڅاپي بدلونونه (I).

دلته به د زماني سلسلو څلور واړه حرکات مطالعه کوو:

۱. Secular Trend

دا د يوې اوږدې مودې په مسير کې يو حرکت Along-Term Movement دی، چې کېدای شي ان د څو څو کلونو په ترڅ کې رامنځته شي، چې د هغو عمومي نما او معلومات يو تقريباً منځ پورته خواته ساتل شوی ارزښت او بدلون يا تدريجي تغير ښکاره کوي، دا يوه پراخه، منظمه ثابته زماني سلسله ده، کېدای شي نزولي سير هم ولري، په دې ډول په دغه حرکت کې د لومړنيو ارقامو څخه په لاس راغلې کرښه په يوې اوږدې موده کې يو صعودي يا نزولي مسير تعقيبوي او دا په خپل اوږده مسير کې په نورو بدلونونو او حرکاتو نفوذ او غېزه لري، د اکثره احصايه پوهانو په نظر د دې لپاره چې ښه يې تحليل کړای شو، نو وخت يې بايد له (۱۰) کالو کم نه وي، په تېره بيا د زماني سلسلې (T) حرکت د محصولاتو د توليد څرنگوالي، خرڅلاو، د قيمتونو مشاهده او داسې نورو مواردو کې.

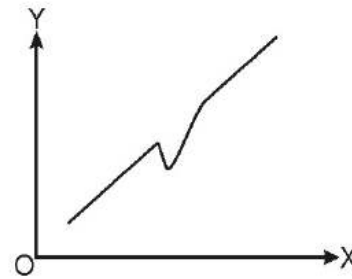
د زماني سلسلې د دغه جز څخه د آينده پاليسي او پلانونو جوړلو کې ډېره استفاده کېږي او د د خرڅلاو



تجارت او نورو پديدو د مطالعې او تحليل لپاره کارول کېږي، مثلاً:  
د (۱، ۹) جدول د ارقامو لپاره دغه عمومي مسير ټاکلی شو:  
شکل (۲، ۹)

کېدو بېرته خپل اصلي مسیر ته ورگرځي، يعنې ناڅاپي حرکت دائمي بڼه نه خپلوي، د بېلگې په ډول کېدای شي دا ناڅاپي بدلون نژدې مسیر لرونکي کرښه کې هم واقع شي، دا هم کېدای شي د داسې يو عامل له کبله چې مثبت اغېز ولري، ناڅاپي حرکت صعودي وي او بېرته مخ کېښته راشي.

شکل (۵، ۹)

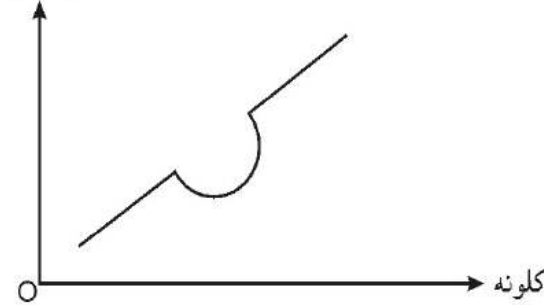


۴. Cyclical Fluctuations دوراني نوسان:

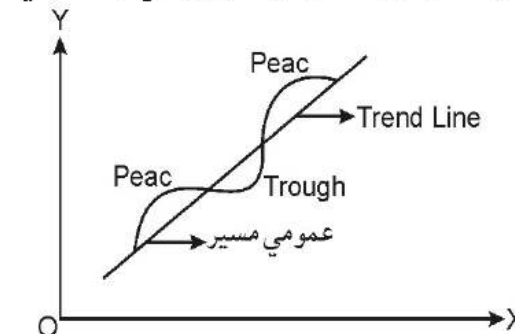
دا د ترند يا عمومي مسیر پر خوا و شا د اوږدې مودې موجات دي، کېدای شي د يو ځل لپاره واقع شي، مثلاً په لاندې فرضي مثال کې د مالدارۍ په سکتور کې د يوه مرض له امله گڼ شمېر غواگانې ضايع شوي وي، چې وروسته تر ۵-۳ کلونو د غواگانو توليدات بېرته خپل اصلي مسیر ته ورگرځي.

شکل: د دوراني نوسان (۷، ۹) يو فرضي مثال

د شيدو توليد



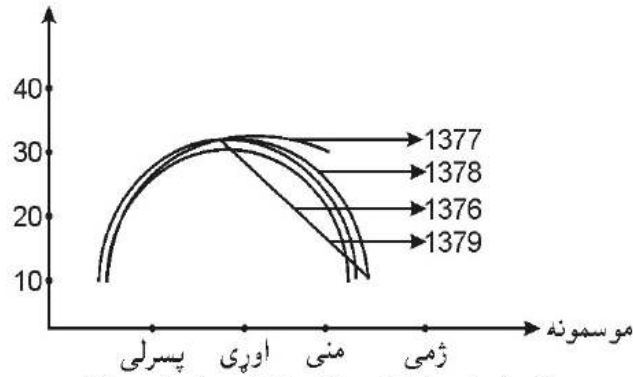
۳-۵ کلونه هغه موده فرض شوې، چې د غواگانو د نوې نسلونو خوشکيان د توليد مرحلې ته ورسېږي، ځينې وخت کېدای شي دا ډول حرکات او موجات خوڅوڅو ځله پېښ شي او د عمومي ترند دوو خواوو ته نيم دايروي شکلونه ونيسي، چې دا له يوه کاله زيات مدت وي، د بېلگې په ډول په (۷، ۹) شکل کې همدا سې يو مثال ښودل شوی دی.



شکل (۷، ۹)

شکل (۴، ۹)

د حرارت درجه



البته د موسم يا فصل يا دوران کلمه پراخه مانا لري، دا يوازې د کال موسمونو او فصلونو نه را اخلي، بلکې کېدای شي د يوې ورځې ۲۴ ساعتونه حرارت، د يوه پلورنځي د هرې اونۍ خرڅلاو، د يوه بوټي له کرلو بيا د حاصل تر وخت، د يوه فارم د مهال وېش له مخې د هگيو او غوښې ريکارډ او داسې نور ارقام را واخلې، چې دا هر يو د خپل خصوصيت له مخې يو بل سره فرق لري، خو نوسانات په کې د کال د موسمونو په شان تکرارېږي، خو بيا هم اکثراً دا ډول حرکات د کال له فصلونو سره اړه پيدا کوي، ان دا چې يو شمېر د پلورلو اجناس لکه کوټ، ورين جاکټ ډبلې جرابې او نور چې د صنعت محصول بلل کېږي، د مني او ژمي موسم کې يې عرضه او تقاضا لورېږي، خصوصاً په کرنه او مالدارۍ کې آب او هوا، اقليم او عادات د بدلونو مهم عوامل دي، په ځانگړي ډول د کرنې په برخه کې د بشري وضعې بدلونونه د موسمي بدلونونو بڼه مثالونه دي، چې دا په توليد او بيا دا په خپله په مارکيټ او قيمت اغېزه لري، البتته د کال په موده کې ځينې رسوم او عادات لکه نوروز، اخترونه او جشنونه هم هر کال د خرڅلاو، عرضي او قيمت په اندازه اغېزه لري او کا په کال تکرارېږي سره له دې چې د يوې زماني سلسلې د اجزاوو په ډله کې د موسمي بدلونونو پېژندنه اسانه ده، خود هغې مطالعه، سنجش او پېښ بيني زمنت ډېر اهميت لري او ځينې وخت دغه بدلون او حرکت د نورو حرکاتو د څرنگوالي لپاره هم اهميت پيدا کوي.

۳- Irregular or Random Variation ناڅاپي يا غير منظم بدلونونه:

د يوې زماني سلسلې غير منظم يا ناڅاپي بدلون هغه دی، چې د ځانگړو او تصادفي پېښو؛ لکه سېلاوونو، جگړو، زلزلو، وچکالي، اعتصاباتو، د امراضو شيوخ او نورو له کبله پېښې شي او د ارقامو سلسله له اصلي مسیر څخه په يو مخيز ډول کېږي، وروسته د عامل له رفع

وي، هغه له منځه یووړل شي

ځینې میاشتي ۳۱ ورځې، ځینې ۳۰ او ځینې ۲۹ ورځې وي، ځینو کې د جمعې او رخصتو ترڅنګ اعتصابات او ناڅاپي پېښې شوي وي، چې دا هم زماني سلسلې اغېزمنې کوي، مثلاً دا ښکاره خبره ده، چې د حوت د میاشتي تولید نظر د حمل میاشتي ته کم دی، د اوړي او ژمې د ورځو تولید فرق کوي، ځینې وخت په داسې مواردو کې تولید د ساعتونو په شمېر وپېښي، چې پایله یې ښه روښانه شي

ځینې وخت لومړي ارقام د قیمت د بدلون له مخې باید تعدیل شي، مثلاً هغه وخت چې موږ یوه اوږده موده کې د قیمت بدلون څېړو، نو که چېرې صرف په قیمت کې زیاتوالی راغلی وي، حال دا چې د څرخلاو مقدار کم شوی وي، شاخص ممکن لوړ عدد ونیسي، نو دې مورد کې افزایش د قیمتونو د لوړېدو (صعود) له کبله دی؛ نه د څرخلاو د زیاتوالي یا د تولید د حجم د افزایش له امله

په داسې مواردو کې باید د ارزش هر عدد د یو مناسب قیمت شاخص باندې وپېشل (تقسیم) شي، ترڅو مبالغه امېز اعداد حذف شي.

دا یو حقیقت دی چې د وخت په گذشت نفوس زیات او دا د لګښت، عاید او تولید په ارقامو فوق العاده اغېز لري، نو داسې حالت کې باید اعداد همیشه په نفوسو تقسیم شي.

ځینې وخت ډېرې اوږدې مودې په تېرېدو سره معیارونه او دا مقیاسونه بدلېږي او اصلاح کېږي او فرق په کې راځي، د اعدادو تعریف او کوم تصنیف چې د بېلابېلو اشخاصو له خوا شوي وي توپیر په کې راځي، ځینې وخت نوعیت او جنسیت کې فرق راځي، نو دا مسايل باید په کلکه په نظر کې ونیول شي، ممکن په دغو ذکر شویو حالاتو کې د زماني سلسلو د اعدادو مقایسه ډېره مشکله او ناممکنه شي، خو بیا هم تحلیل کوونکي باید د امکان تر حده لازم تعدیلات راولي، ترڅو یوه ګټوره نتیجه ترلاسه شي.

۹، ۵- ۵ اوږدې مودې (توند) خطي ميلاني حرکت سنجش:

د زماني سلسلو د اوږدې مودې د عمومي تګلارې یا مسیر ميلاني حرکت کې یو مهم ډول یې د مستقیمې کرنيې مسیر دی، تقریباً د یوې اوږدې مودې په ترڅ کې کم او زیات بدلونونه چندان ژورې اغېزې نه لري، بلکې دا یو مستقیم خط او حرکت ګڼلای شو، داسې چې د اهریو یې خپلې خپلې لارې چارې او طریقې لري، که چېرې موږ په یوه اوږده موده (T) کې د (Y) د متحول مطالعه کوو، نو د هغې ساده خطي معادله تشکیل او قیمت گذاري کوو یې، دا ډېره ساده خبره ده، خو د هغې د میلان د رسمولو لپاره موږ د بېلابېلو لارو چارو څخه استفاده کولای شو.

الف- د رسمولو آزاده یا اختیاري طریقہ The Method of Free hand Curve.

۹، ۴- ۵ زماني سلسلو تحليل (Analysis of time Series):

د زماني سلسلو تحليل د ځانګړو څېړنو په خاطر په بېلابېلو اجزاوو سره د زماني سلسلې وپېشل مطالعه کوي، د دغو اجزاوو د تحليل لپاره موږ اړ یو چې د هغو ترمنځ اړیکې وپېژنو، د زماني سلسلې په تحليل کې داسې فرض کېږي، چې عمومي مسیر له ذکر شویو څلورو واړو اجزاوو (توکيو) یعنې (C,S,T) او (I) مشتمل او جوړ دی، د دغې فرضيې لپاره دوه مودلونه پېژندل شوي، یو یې د حاصل ضرب مودل (Multiplicative Model) او بل یې د جمع د حاصل مودل (Additive Relationship Model) دی، د ضرب حاصل مودل کې د هرې مشاهدې ارزش په هر زمان او وخت کې ټوله سلسله (Yt) جوړوي، یعنې:

$$Y_t = T \times S \times C \times I$$

په پورته شکل مودل کې عمومي ترند یا مسیر په اصلي واحد محاسبه او نور په نسبي بڼه ښودل کېږي، حال دا چې د جمع په مودل کې هر جز د مستقل متحول په توګه متقابل اغېزه لري او سره جمع کېږي، چې:

$$Y_t = T + S + C + I$$

په هر ترتیب؛ دا دواړه مودلونه فرضي بڼه لري، احصایه پوهان دواړو مودلونو ته عین ارزش ورکوي، خو د ضرب د حاصل مودل د یو کلاسیک مودل په توګه ډېر عمومیت لري، چې موږ هم هماغه مودل کاروو.

۹، ۴، ۱- ۵ زماني سلسلو تعديل او په تحليل کې اصلاحات:

اصلاً سلسلې څلور ډوله دي، یو یې توصیفي سلسلې یعنې هغه چې صرف د یوې پدیدې وصفی خصوصیت لکه جنس، وزن، قد او نور ښيي دویم ارتباطي سلسلې دي، یعنې هغه چې د دوو متحولینو ترمنځ یوه کیفی رابطه ښيي، مثلاً د یوه نیالګي د عمر او مېوې ترمنځ رابطه درېیم جغرافیایي سلسلې دي، یعنې هغه چې د مشخص جغرافیایي وېش او سیمو په ارتباط د ارقامو تسلسل ښکاره کوي، لکه بېلابېلې سیمې او نفوس یې، بېلابېل ولایات او د مالدارۍ شمېر یې او نور.

څلورم همدا زماني سلسلې دي، چې په هغې کې ارقام د وخت په اړه څېړل کېږي، نو له دې کبله چې په زماني سلسلو کې زموږ د کار اساسي خام یا لومړي اعداد هغه ثبت شوي مشاهدې دي، چې د وخت په اوږدو کې ریکارډ شوي، نو باید د یوې ډاډمنې پایلې د موندلو لپاره د دغو اعدادو او ارقامو او ارقامو کې لازم تعدیلات او اصلاحات راوستل شي، د ارقامو د اصلاح او تعدیل څو مهم ضرورتونه دا دي، چې:

ارقام له تقويمي بدلونو سره برابر شي، یعنې له زمان سره تطبیق شي او که کوم تفاوت موجود

ب- د اورېدې مودې د ميلاني حرکت د غوره شويو ټکيو طريقه:

ممکن په پورته ډول ترسيم کې د خط کش په ذريعه د عمومي مسير يا د ميلاني کرنيې د (ترند) ارايه ډېره دقيقه نه وي، ځکه دا يوه ازاده اختياري طريقه وه، ددې لپاره چې دا طريقه لږ څه مقيده شي او د اعظمي او اصغري نقاطو تابع شوي اوسي، يعنې عمومي مسير يا د ميلاني کرنيې تگلوری داسې يو مسير تعقيب کړي، چې نهايت اعتدال په کې تطبيق شي، نو د نقطه گذاري شوو نښو څخه په لاس راغلی منکسر خط اعظمي او اصغري نقطې سره وصلوو، دلته يوه لويه چاپېروونکې کرينه رامنځته کېږي، بيا په وار سره له هرې اعظمي نقطې د X پر محور عمود پورته خوا کاږو، چې له لويې چاپېروونکې کرنيې څخه ونه وځي، طبعاً دا عمودونه د Y سره موازي دي، د همدغو عمودونو د منځ ټکی (وسط) په روښانه ټکو په نښه کوو، بيا د ټولو عمودونو وسطي نښه شوې نقطې يو بل سره نښلوو، يوه عمومي تگلاره (ترند) په لاس راځي.

(۹، ۴) جدول ارقام په دې طريقه کې داسې رسموو:

(۴، ۹) جدول- د يو هټيوال د ورځنيو پلورل شويو پيالو اندازې

(پيالي په درجن)

نېټې	د پيالو د درجنونو پلورل شوې شمېره
د غبرگولي لومړۍ	۳
د غبرگولي دويمه	۴
د غبرگولي درېيمه	۲
د غبرگولي څلورمه	۵
د غبرگولي شپږمه	۴
د غبرگولي اوومه	۳

ب- د اورېدې مودې د ميلاني حرکت د غوره شويو ټکيو طريقه يا the Method of Selected Points.

ج- د نيمه اوسط طريقه The Methode of Siml Averages.

د- د خوځېدونکي اوسط طريقه The Method of Moving Averages.

ه- د کوچنيو (ټيټو) مربع گانو طريقه The Method of Least-Squares.

پورته طريقې د بسيط والي، وضاحت، ثقه يې والی او بېلابېلو څېړنو د خصوصيت له مخې فرق کوي، دلته به هره يوه توضيح کړو.

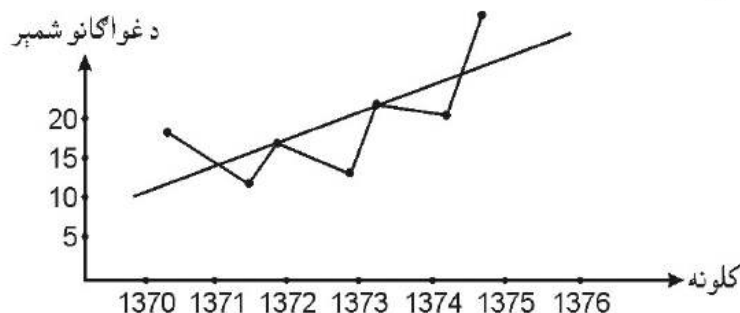
الف- د عمومي مسير (ترند) د رسمولو ازاده طريقه:

په دغه طريقه کې تابع متحول د (Y) په محور او مستقل متحول (T يا زمان) د (X) په محور رسموو، له دې امله چې مودې يې رياضيکي افاده داسې ليکو:  $Y = a + bx$ ، دلته د X او Y قيمتونه ټاکو او د گراف ساحه کې يې قيمت گذاري کوو، بيا په نښه شوي قيمتونه يا تقاطد اعظمي او اصغري څنډو څخه صرف نظر کوو، د نقاطو څخه د ترلاسه شوي کرنيې پر سريو خطکش پدو او يو مستقيم خط چې په ازاد ډول رسم شوی رامنځته کېږي، مثلاً:

(۳، ۹) جدول- د يو بزگرد غواو شمېر په بېلابېلو کلونو کې:

Year	No. of Cows
1370	13
1371	10
1372	14
1373	12
1374	16
1375	15
1376	19

د نوموړي جدول ارقام لاندې گراف په لاس راکوي، چې د غواگانو په شمېر کې د زياتوالي عمومي مسير ښکاره کوي:



خفه لومری منفی کوو، د لومری اوسط مربوطه کال خفه نیولی، د دویم اوسط مربوطه کال پورې فاصله د ارقامو زیاتوالی یا کموالی ښکاره کوي، کله چې د دې دواړو قیمت یو بل خفه منفي اود دواړو دغو اوسطونو ترمنځ د کلونو په شمېر یې وپېشو، دا کلنی افزایش یا کمښت ښکاره کوي، دا قیمت د میلاني کرښې د میلان خفه عبارت دی، یعنی:

$$b = \frac{X_2 - X_1}{t}$$

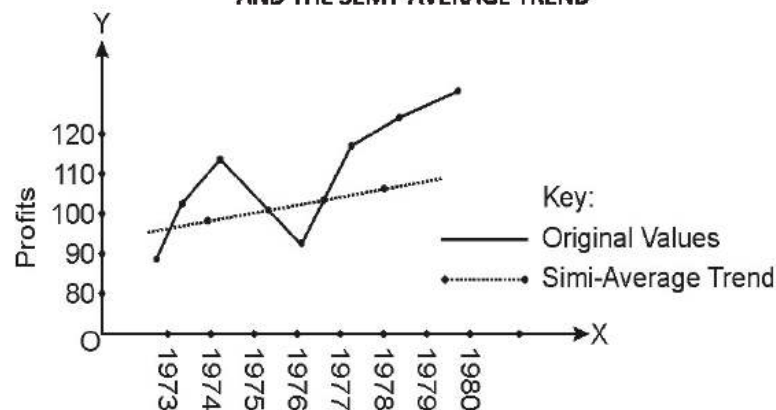
مثال

(۹، ۵) جدول- په خوبلا بېلو کلونو کې د ورکړل شویو قیمتونو پر اساس د نیمه اوسط په

طریقه د ترند سنجش:

Year	Profit	Total	Averages
1973	85	327	327 + 4 = 93
1974	97		
1975	100		
1976	90		
1977	83	420	420 + 4 = 105
1978	105		
17979	112		
1980	120		

GRAPH SHOWING ANNUAL PROFITS AND THE SEMI-AVERAGE TREND

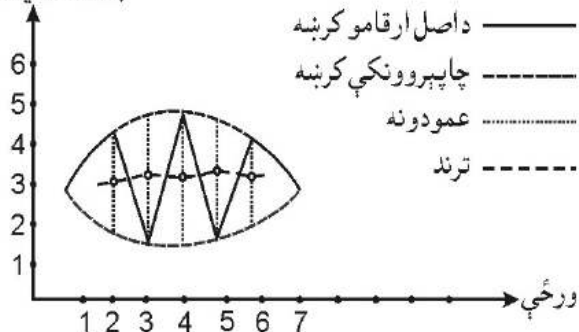


105-93=12 دا شاخص ښکاره کوي، چې د ۱۹۷۴ د جون خفه د ۱۹۷۸ تر جون پورې ټول

زیاتوالی ۱۲ دی، خو:

$$12 + 4 = 3$$

پلورل شوي درجنونه



ممکن په دغه طریقه کې لاسته راغلې د عمومي مسیر کرښه (ترند) مستقیم خطونه اوسي، بلکې کېدی شي لږ څه کوپوالی ولري، خو بیا هم یو عمومي مسیر او تگلوری په ښه شان ښکاره کوي، دغه دواړه طریقي د خپل ترسیم د تخنیک له پلوه ساده دي او د ډېرو بېچلو روشونو په ځای کار ورکوي، خو دهر تخمین کوونکي او څېړونکي د ترسیم عمومي قضاوت ممکن یو له بل سره فرق ولري، باید په یاد ولرو، چې دا طریقه د گراف رسمولو پوره مشق او پراختیا غواړي، ترڅو په مهارت گراف رسم او نقاط په نښه شي او بله دا چې په هغو مواردو کې کارول کېږي، چې زموږ منظور یوه عمومي مقایسه یا یوه عمومي مطالعه وي، نه د جزیاتو تحلیل.

### ج- نیمه اوسط طریقه:

په دې طریقه کې لومړی په اصل ارقامو کې یو شمېر محاسبات اجرا کېږي، یعنی ارقام په دوو برخو وېشو، دویم گام کې د لومړي نیمایي ارقامو اوسط پیدا او ورپسې د دویمو نیمایي ارقامو اوسط پیدا کوو، د اصل ارقامو نښه د گراف په ساحه کې ډډو، چې مربوط کرښه په لاس راځي، وروسته د دواړو دغو اوسطونو قیمتونه د مربوطه کال مقابل کې په نښه کوو، دواړه اوسطونه سره نښلوو، یو مستقیم خط په لاس راځي، همدا مستقیم خط د اوږدې مودې عمومي مسیر دی، که چېرې ارقام جفت وي او سم نیم یو خوا نیم بله خواته بېلېدل، نو د یوه کال عدد خفه صرف نظر کوو، دا په ټوله پایله دومره اغېزه نه کوي، یا هم دغه یو کال د لومړيو نیمایي کلونو یا هم د دویمو نیمایي کلونو سره یوځای کوو، کېدای شي ځینې وخت ارقام په څو جفتو برخو لکه په څلورو، شپږو یا (۸) برخو سره بېل بیایي اوسطونه پیدا او ددغو ۴، ۲ یا ۸ اوسطونو نښه شوي ټکي د گراف ساحه کې سره ونښلوو او ترند په لاس راشي.

کله چې ارقام نیم یو خوا نیم بله خوا بېل او اوسطونه یې د مربوطه زمان مقابل کې په نښه شول، د لومړي برخې اوسط په (X<sub>1</sub>) او د دویمې برخې اوسط په (X<sub>2</sub>) ښکاره کوو، د دویم اوسط

دا (۳) په حقیقت کې کلنی افزایش دی

باید وویو چې دا هم یو ساده او آسانه سنجش دی او هیڅ ډول اختیار، ازادې او قیاس یا تصادفي اود خپلې خوښې قضاوت په کې دخیل نه دی، بلکې کاملاً په ارقامو متکي دی، خو له دې کبله چې په دې کې اوسط رول لري، اوسط معمولاً د ډېرو لویو او یا هم د ډېرو کوچنیو اعدادو تابع وي، نو ځکه ممکن لږ څه غولونکي وي، په دې روش کې موږ د عمومي مسیر کرښه صرف په مستقیم خط ښودلای شو، یعنی په منحنی شکل یې ارایه ممکنه نه ده.

د خوځېدونکي اوسط طریقه:

د ارقامو یوه سلسله په نظر کې نیسو، په دې کې نظر د ارقامو د زیاتوالي، اړتیا، د خپرني د خصوصیت، د سنجش تواني، په سلسله کې د شاملو ارقامو او نورو له مخې درې کلن، څلور کلن یا پینځه کلن اوسطونه ترلاسه کوو، داسې چې که وغواړو فرضاً د څلور کلن متحرک اوسط له مخې د اوږدې مودې میلاني کرښه رسم کړو، نو د ارقامو له سلسلې څخه لومړني څلور ارقام را اخلو اوسط یې محاسبه کوو، بیا د همدغو کلو ارقامو لومړنی عدد پرېږدو، د سلسلې بعدي عدد ورسره یوځای کوو، بیا د دویم عدد څخه صرف نظر کوو، یو بل وراضافه کوو، څو چې ټول ارقام خلاص شي، دا په حقیقت کې د ارقامو په سلسله کې ټوپ وهل دي او یو داسې حرکت دی، چې وار په وار له یوه یوه عدد څخه اوږو او دا حرکت له پیل تر پای ترسره کېږي، که چېرې په لاندې ډول ارقام او مشاهدات ولرو، چې هره یوه یې په یوه معین وخت کې (میاشت، کال...) ښودل شوی وي، نو:

$$Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n \text{ مشاهدې}$$

$$T_1, T_2, T_3, \dots, T_n \text{ وخت}$$

په پورته مشاهده کې د متحرک اوسط سلسله د (n) مشاهده پر اساس داسې جوړېږي

$$\frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n}{n}, \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 + \dots + Y_n}{n}, \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5 + \dots + Y_n}{n}$$

له هریو څخه یو اوسط چې کېدای شي، په (a) یې وښیو، په لاس راځي، داسې:

$$a_1, a_2, a_3$$

د ارقامو او مشاهدو د اوږدې مودې کرښې د رسمولو لپاره لومړی د اصلي مشاهده د قیمتونو له مخې د هغو څرنګوالي گورو، بیا یې د ترلاسه شویو متحرکو اوسطونو کرښه رسموو، په پورته عملیه کې د سلسلې صورت د اعدادو مجموعه خوځېدونکې مجموعه پېژندل شوې او n د مورد نظر ورځو او وونیو، میاشتو یا کلونو څخه عبارت ده، ددې ساده ارایه داسې

د

$$a = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t, \quad a = \frac{1}{n} \sum_{t=2}^{n+1} Y_t, \quad a = \frac{1}{n} \sum_{t=3}^{n+2} Y_t$$

پورته فورمول کې:

a- اوسطونه

n- د مشاهدو شمېر

Σ- مجموعه

t- د هر ځل خوځېدونکي اوسط نښه یا جنس

yt- د ارقامو سلسله

په عمل کې خوځېدونکي اوسط داسې هم قیاس کولای شو:

$$a_2 = a_1 + \frac{y_{k+1} - y_1}{n}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{y_{k+2} - y_2}{n}$$

ترپایده...

مثال: په بېلابېلو کلونو کې د یو فارم حاصلات په (ټن):

Quantity of Production	Year
5	1370
4	1371
6	1372
8	1373
7	1374
3	1375
11	1376

د درې کلن اوسط په طریقه یې عمومي مسیر پیا کړي؟

حل:

د خوځېدونکو اوسطونو (a<sub>5</sub>, a<sub>4</sub>, a<sub>3</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>1</sub>) لپاره لیکو:

$$\frac{5+4+6}{3}, \frac{4+6+8}{3}, \frac{6+8+7}{3}, \frac{8+7+3}{3}, \frac{7+3+11}{3}$$

$$a_1=5, \quad a_2=6, \quad a_3=7, \quad a_4=6, \quad a_5=7$$

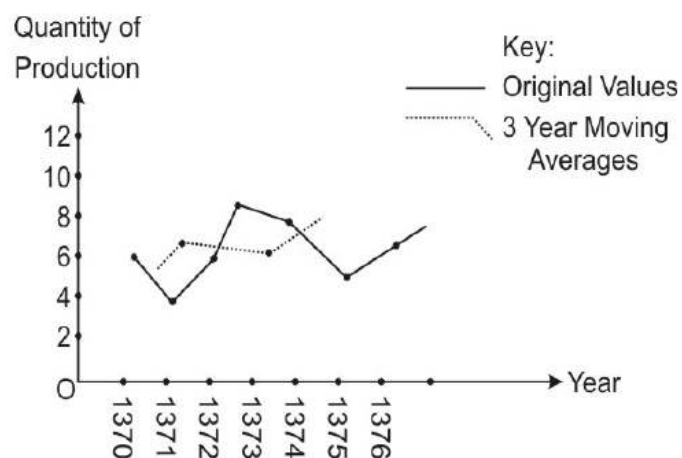
د میلاني کرښې د رسمولو لپاره اصل ارقام، د خوځېدونکي اوسط مجموعه او

خوځېدونکي اوسط جدول بشپړوو.

(۹، ۷) جدول-د اوو کلونو لپاره د یو فارم د حاصلاتو د درې کلن اوسط سنجش جدول:

Year	Qu. Of Production	3 Year Moving	
		Total	Average (Tend)
1370	5		
1371	4	15	5
1372	6	18	6
1373	8	21	7
1374	7	18	6
1375	3	21	7
1376	4		

د پورته جدول د ارقامو له مخې د میلاني کرنيې ترسیم داسې دی:



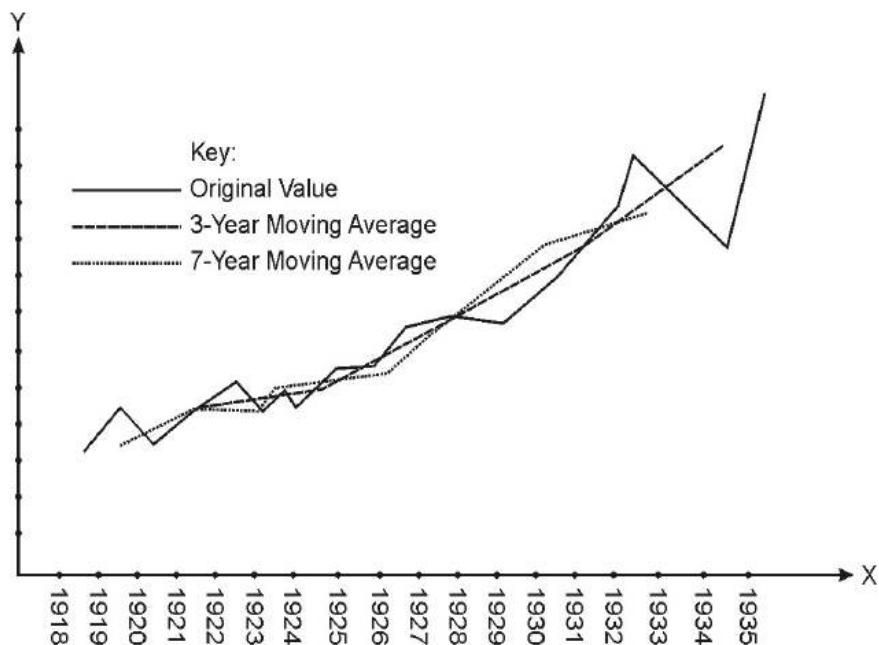
لکه چې لیدل کېږي د اصل ارقامو د کرنيې په مقایسه د درې کلن خوځېدونکي یا متحرک اوسط کرنيه وضاحت لري، هواره ده، معتدله برېښي او عمومي مسیر (Trend) ورڅخه ښکاره کېدای شي، تردې هم دقیقه او کره لاره متمرکز خوځېدونکي اوسط فورمول (Centred Moving Average) طریقه ده، چې وار په وار میلاني کرنيه (Trend) یا عمومي مسیر روښانه کوي، مثلاً

(۷-۹) جدول په بېلابېلو کلونو کې د یوه معین جنس د قیمت ارقام.

Year	Values	3-Year Moving		5-Year Moving		7-Year Moving	
		Total	Average (Trend)	Total	Average (Trend)	Total	Average (Trend)
1980	18.0	-	-	-	-	-	-
1981	20.0	581.1	19.4	-	-	-	-
1982	19.6	64.3	21.4	110.1	22.0	-	-
1983	24.2	71.6	23.9	117.2	23.4	161.1	23.0
1984	27.8	77.1	25.7	122.6	24.5	173.3	24.8
1985	25.1	78.8	26.3	133.2	26.6	186.8	26.7
1986	25.9	81.2	27.1	143.0	28.6	203.2	29.0
1987	30.2	90.1	30.0	151.2	30.2	214.0	30.6
1988	34.0	100.2	33.4	161.1	32.2	222.2	31.7
1989	36.0	105.0	35.0	171.0	34.2	237.8	34.0
1990	35.0	106.8	35.2	181.7	36.3	260.3	37.2
1991	35.8	117.7	37.2	196.1	39.2	358.7	40.8
1992	40.9	125.1	41.7	215.7	43.1	312.1	44.6
1993	48.4	144.9	48.3	241.1	48.2	324.7	46.4
1994	55.6	164.4	54.8	253.9	50.8	358.4	51.2
1995	60.4	164.6	59.9	281.7	56.3	-	-
1996	48.6	177.7	59.2	-	-	-	-
1997	68.7	-	-	-	-	-	-

دلته پورته تحلیلي احصایوي جدول کې درج شوي ارقامو څخه او د هغو خوځېدونکي اوسط ترند (عمومي) مسیر T په یوه گراف کې په لاندې ډول سره رسموو، چې د ارقامو عمومي خط السیر او څرنگوالی ورڅخه په ډېر خاص، اسانه، بې لوست او بې شرحې جوت او اثابت کېدای شي:





د څلور ربعي متمرکز خوځېدونکي اوسط طريقه چې جفت کلونو لپاره او د هغود هر يوه فصل (موسم) لپاره ډېره اغېزمنه بنودل شوي؛ هم دې بحث کې راځي، مثال يې دا دی:

Year	Quarters				Annual or Yearly	
	I	II	III	IV	Total	Average
1979	72	98	79	106	355	88,78
1980	79	122	101	143	445	111,25
1981	94	141	128	160	523	130,75
1982	125	143	135	187	590	147,50

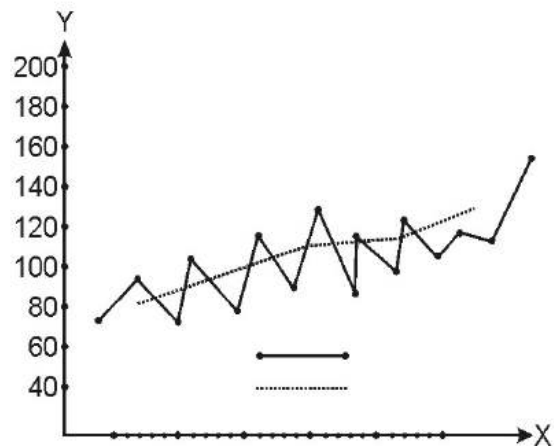
The Percentages So Obtained Appear Below:

Year	I	II	III	IV	Total
1979	81,13	110,42	89,1	119,44	
1980	71,01	109,66	90,7	128,54	
1981	71,01	107,84	97,9	122,37	
1982	84,75	96,95	95,53	126,78	
Total	308,78	424,87	369,2	497,13	
Mean	77,20	106,22	92,31	124	400,01

د پورته ارقامو په اساس په وروستيو مخونو کې هم تحليل وشي، خو مخکې له هغه به د څلور ربعي متمرکز خوځېدونکي اوسط طريقه او د هغود هر يو فصل لپاره اغېزمنه بحث يې مثال په همدې مخ کې راوړو، د راتلونکي جدول او گرافونو ارقام همدا پورته جدول دی. (۸، ۹) جدول - د بېلابېلو کلونو په هر فصل کې د يو معين جنس د قيمت ارقام:

Year and Quarter (1)	Y-Values (2)	4-Quarter Moving Totals (4)	4-Quarter Centeed Moving Totals (4)	4-Quarter Centered Moving Average (5)
1979-I	72		-	-
II	98		-	-
III	79	355	717	89,6
IV	106	362	748	93,5
1980-I	79	386	794	99,2
II	122	408	853	106,6
III	101	445	905	113,1
IV	143	460	939	117,6
1981-I	94	479	985	123,1
II	141	506	1026	134,6
III	128	253	1077	139,8
IV	160	554	1110	139,9
1982-I	125	556	1119	144,1
II	143	563	1153	-
III	135	590	-	-
IV	187	-	-	-

GRAPH SHOWING 4-QUARTER  
CENTERED MOVING AVERAGE TREND

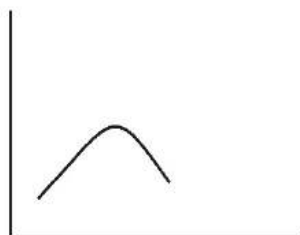


هـ - د کوچنیو یا اصغری مربع گانو طریقہ:

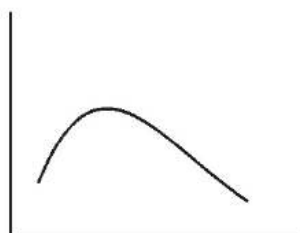
په دې طریقہ کې د زماني سلسلو ميلاني حرکت اکثراً د غير خطي بڼه غوره کوي، (ځينې وخت کېدای شي خطي هم وي)، دغه حرکت د مربوطه څېړنې لاندې موضوع خصوصیت پورې اړه لري او دا چې هغه اساسي معادله کوم شکل لري؟ ددې لپاره مو  $Y$  د  $X$  او دوو ثابتو قیمتونو  $a$  او  $b$  تابع گڼلی، چې د همدې له مخې:

$$Y=a+bx$$

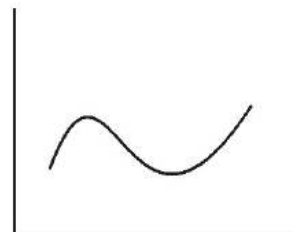
پورته معادله کې د زماني سلسلې ميلاني خط يو مستقيم خط دی، موبد رياضي د قاعدوله مخې په اټکلي ډول د سلسلو نورو معادلو ته بېلابېل گرافونه رسمولای شو:



$$Y=a+bx+cx^2$$



$$\text{Log}y=a+b \log x+c \log x^2$$



$$\text{Log} y=a+b(\log x)+c(\log x^2)+d(\log x^3)$$



$$\text{Log}y=a+bx+cx^2+dx^3$$

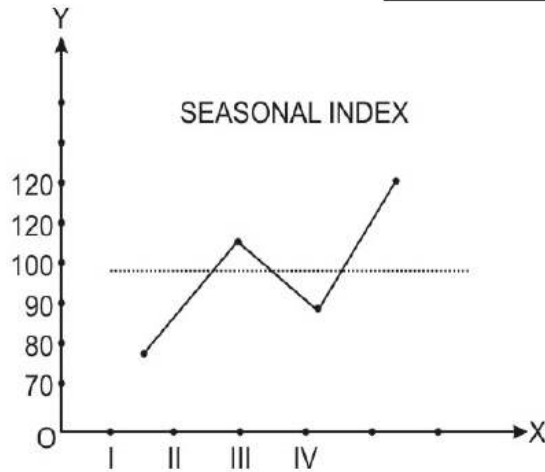
او داسې نور.  
دا پورته هر يوه معادله او د هغو گراف مربوطه قیمتونو پورې اړه لري

۹، ۲- ۵ زماني سلسلو موسمي حرکاتو سنجش:

د زماني سلسلو موسمي حرکات هغه دي، چې د يو کال په بېلابېلو فصلونو او مياشتو کې رامنځته کېږي او تقريباً په منظم ډول هر کال کې واقع کېږي، لکه د حرارت منظم زياتوالی او کموالی، د ورځو اوږدېدل او لنډېدل، د جوزا له مياشتې د اسد تر مياشتې د رومي باجان د گل او مېوې نيولو پيل او پای، د شيدو ورکولو يوه دوره کې د يوه غوا د شيدو د پيل او پای اندازې او نور... د دا ډول حرکت د ترسيم لپاره د ټول کال د مياشتو مربوط ارقام په ۳، ۲ يا له هغو زياتو برخو باندې وېشلاى شو، وروسته له هغه د ۳، ۳ يا څو څو ټاکلو مياشتو او سطونه موندل کېږي، چې د هغو له مخې د  $X$  او  $Y$  محورونو په حدودو کې قيمتگذاري صورت نيسي، په پای کې د حرکت کرښه په لاس راځي، ددې يوع مومي بېلگه داده:

کال او مياشتې	اصلي ارقام	۱۲ مياشتې خوځېدونکي اوسط	مجموعي دوه مياشتني اوسط
۱۳۵۰- کال حمل			
نور جوزا			
۱۱-۱۳۵۱ کال			





۱، ۲، ۹ - د موسمي شاخصونو او حرکاتو څخه د استفادې مهم ځایونه:

له موسمي حرکاتو څخه ډېرو مواردو کې کار اخلو، د بېلګې په ډول مورډ پوهېږو چې کرنیز محصولات خصوصاً سابه او مېوې د حاصل د پیل او پای وختونو کې په لوړه بیه پلورل کېږي، په جشنونو کې ځینو اجناسو ته تقاضا زیاته او په ژمي کې ایس کریم ته تقاضا کمېږي او داسې نور مثالونه چې دا حرکات په عاید او د کار په حجم او ساعتو او نورو مسایلو اغېزه لري او په کې منعکسه کېږي، که چېرې (C) داسې یوه ورايتي وي، چې نظر D, B, A ورايتيو ته مخکې پخېږي او زیات وخت پورې حاصل ورکوي او د حاصل مقدار یې هم نورو سره فرق ولري، دا د موسمي شاخص څخه معلومېږي، مثلاً له یو واحد څخه د هرې ورځې راټولېدونکي حاصل دهمدې ډول مقایسه له مخې، هغه مورد نظر پدیده په نښه کولای شو، سره له دې چې کېدای شي، ممکن ګڼ شمېر کلونو کې مورد نظر پدیدې او ارقام یو پر بل منطبق یا ډېر لږ توپیر ولري، اکثراً طبیعي ښکارندې هر کال په عین ډول، په عین موده، مقدار، کمیت او کیفیت تکرارېږي، نو ځکه موږ په اسانۍ کولای شو د یوې زماني سلسلې له اصلي اعدادو موسمي بدلونونه حذف کړو، یا د موسمي ارقامو په مقایسه اصلي نور ټول اعداد اصلاح کړو، دا په دې ډول چې په ذکر شویو مورد نظر زماني سلسلې اصلي اعداد څخه موسمي تغیرات یوې خواته کړو، یا هم د پېشن بینۍ او پېشګوۍ په خاطر د موسمي شاخصونو څخه کار واخلو، یا هم د موسمي بدلونو له مخې اصلي اعدادو باندې لازم حکم وکړو، ددې خبرې د توضیح لپاره باید ووايو چې که د ارقامو یوه مجموعه څېړو او په هغو کې زماني سلسلې ډېرول ولري، نو لومړی د خبره ښکاره کول په کار دي، چې ووايو: که چېرې موسمي بدلونونه نه وای، آیا موضوع به څرنگه واقع شوی وای؟ مثلاً د مني او د پسرلي کښت په موسم کې د تراکتور د کار د حجم زیاتوالی یا في ساعت

موتوري کار کې افزایش نظر د کال په اوږدو کې موسمي تغیرات ځینې وخت یو معیار هم ګرځېدای شي، په دې ډول چې فرضاً د پیازو یا غنمو بیه د هغو د حاصل دې او درمند په موسم کې: که چېرې د غنمو بیه د درمند موسم کې ۸۰ افغانۍ وي، نو له هغې مخکې او وروسته مقایسه د همدې موسم په اساس ترسره کولای شو، داسې چې اصلي اعداد د موسمي شاخص په عدد تقسیم او (۱۰۰) سره یې ضرب کوو، نو یو داسې بدلون راتیږي چې د مشاهدې ور رقم فیصدي ده، مثلاً د غنمو په بیه کې حقیقي افزایش نظر د درمند وخت ته، که چېرې په ۱۳۷۹ کال کې د یو من غنمو بیه کې د درمند له وخت (سرطان او اسد) څخه د حوت ترمیاشتي پورې له في سپر 50000Afg څخه 80000Afg زیاتوالی راغلی وي، داسې محاسبه کوو:

$$\frac{80000 - 50000}{50000} = \frac{30000}{50000} = 0,6$$

یا 60%

د کرنې او مالدارۍ په سکتورونو کې د نوساناتو یو علت موسمي حرکت دی، همدا موسمي حرکت د موسمي نوساناتو سبب کېږي، دا نوسانات هر کال منظم او د تکراري بدلونو سبب کېږي، له هر اوږي، هر پسرلي، هر ژمي او داسې نور... چې بیې استقرار نه مومي، موسمي نوسانات د وګړو په لګښت پوره اغېزه لري، د بېلګې په ډول د موسمي بدلونونو له کبله په نرخ کې زیاتوالی مجموعي عرضه کې کمښت راولي، ځکه چې د پېرېدلو توان کمېږي، د بېلګې په ډول همدا پورته مثال کې د حوت په میاشت کې د غنمو بیه کې 60% زیاتوالی ددې سبب شوی، چې خلک ورېجو، جوارو او نورو خوراكي موادو ته مخه کړي، که چېرې یو مامور د خپل معاش 30% په غنمو ورکوي، نو دا موسمي حرکت ددې لامل ګرځي، چې د پېرېدلو توان کې یې کمښت راشي، دده د پېرېدلو توان باندې یې منفي اغېزه داسې سنجولای شو:

$$0,3 \times 0,6 = 0,18\%$$

په دې ډول موسمي حرکت د کرنې په سکتور کې نه یوازې د لګښت په برخه کې، بلکې د تولید عرضي، مزدونو او نورو برخو کې هم مهم اهمیت لري.

۹، ۷ - د زماني سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش:

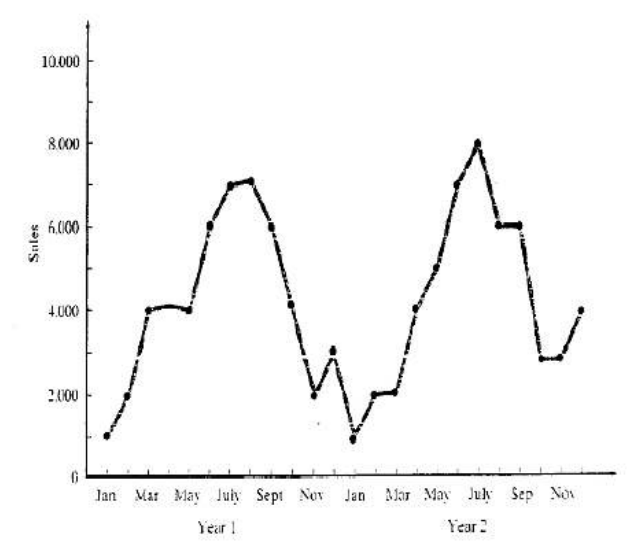
د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د طبیعي ناڅاپي پېښو له کبله غیر منظم حرکات رامنځته کېدای شي، موږ پخوا وویل چې د میلاني حرکت عمومي مسیر له څلورو اجزاوو جوړ دی، یعنې  $Y = T.C.I.S$  دا یو فرضي معادله ده، خو کله هم په عمومي مسیر (T) کې (S او I) نغښتلی شوي

(\*) اعداد او ارقام فرضي دي

زمانی سلسلي هندسي شکل (time series plot) یو ساده سکتیگرام دي چې مقیاسونه یې په عمودي محور او وخت (time) یا هغه ترتیب چې مقیاسونه پکې مینځ ته راغلي وي په افقي محور قرار لري او اکثره تعین شوي نقطې د یو مستقیم خط پواسطه نښلول کېږي چې وخت په تیریدو سره په مقیاسونو کې تغیرات او حرکات په اسانۍ سره وښودل شي. د مثال په ډول، په 34,2 شکل کې د یو مشخص شرکت میاشتنی خرڅلاو (د هغه واحداتو اندازه چې په یو میاشت کې خرڅ شوي وي) ښودل کېږي او 35,2 زمانی سلسلي هندسي شکل چې د 30 قطعیدو وزن په اړه چې په پرله پسې ډول د یوشان ډکوونکي پاتپ په واسطه ډک شوي دي راښائي، په یادولې، د وخت د واحد په ځای د قطعیدو وزنونو د کوالي ترتیب په نظر کې نیول شوي دي.

کله چې د تولید د پروسې دوران ترارزیایي لاندې کې نیول کېږي، اکثره د اسانتیا په لحاظ مقیاسونه د تولید د ترتیب په اساس ثبتېږي ځکه چې د تولیدي ترتیب په اساس د مقیاسونو ثبت د هغې د تولید واقعي وخت په نسبت اسانه وي.

FIGURE 2.34  
Time series plot of company sales



فرض شوي وي، خو ځینې وخت یو له د یو څخه تبارز مومي، یعنې د عمومي مسیر (T) څخه بنسټه یا پورته اعظمي او اصغري نقاطو سره یې فرق دا دی، چې دوراني حرکت د څو کلونو لپاره وي، ترڅو بېرته عادي مسیر ته ور وگرځي، دې حالت ته عادي مسیر ته د ترند ګرځېدل ویل کېږي، مثلاً د باغونو د حاصل کمښت یا د مالدارۍ د حاصل بدلون له عادي مسیر څخه چې ممکن د نویو ونو او د خو سکینانو د نسل تر رسېدو یې دوراني حرکت دوام وکړي، چې بیا بېرته خپل اصلي مسیر ته راګرځي (عارضه رفع کېږي) دا حرکت په ګڼو اعدادو ډېره کمه اغېزه لري، ان دا چې نا منظم اعداد په یوه عمومي مسیر کې یو بل څنډی کوي هم چې د ټولو پایله دوراني حرکات کېدای شي.

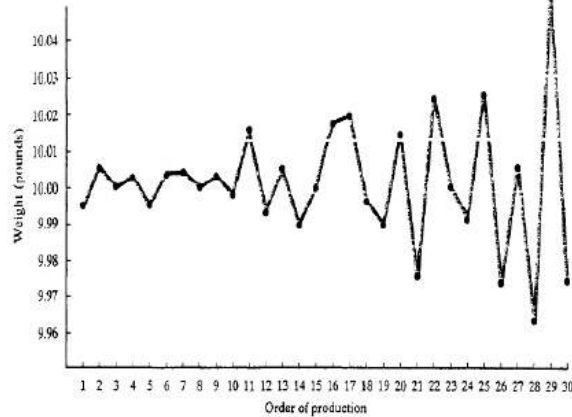
تیره هره برخه د هغو معلوماتو د تشریح سره اړه لرله کوم چې د ارقامو د نمونې یا جمیعت سره یې تړاو درلود، د پرخلي دغه ارقام د وخت په عین مرحله کې رامینځ ته کېږي. د هندسي میتودونو په تشریح کې چې تر اوسه ذکر شول وخت د یو فکتور په شکل نه دی مطرح شوي اکثره وخت منیجران د نظریو ارقامو د وخت په تیریدو سره تهیه او ارزیایي کوي. د اشان مثالونه لکه په ورځیني ډول د شرکتونو د عادي اسهامو نهاتي قیمت.

د شرکت د یوې هفتي خرڅلاو اندازه او د هغې ربعي مفاد او همدارنگه مشخصات لکه د تولیداتو وزن او اوږدوالي چې د کمپني پواسطه تولیدېږي  
تعریف: هغه ارقام چې د وخت په تیریدو سره تهیه او ارزیایي کېږي د زمانی سلسلي ارقامو (time series data) په نامه یادېږي.

د مخکې برخي څخه په یاد راوړلو سره، پروسس د عمل د سلسلي څخه عبارت دي یا هغه اجراءات دي چې د وخت په تیریدو سره محصول په لاس راوړي په دي اساس زمانی سلسلي ارقام د هغه مقیاسونو څخه عبارت دي چې یوه سلسله واحدات چې د یوې عملي (لکه د تولید عملیه) پواسطه تولید شي. په عمومي ډول، د اعدادو یوه سلسله چې د وخت تیریدو سره لاس ته راغلي وي د هغه پروسې د عنوان په نوم یاد کړو د کومي په وسیله چې مینځ ته راغلي وي.

کله چې مقیاسونه د وخت په تیریدو سره مینځ ته راځي نو مهمه ده چې دواړه یعنی عددی ارزښت او وخت یعنې هغه وخت یې چې هر مقیاس پورې اړه ولري ثبت شي. نو د زمانی سلسلي ارقامو د تشریح او هغه پروسه چې دا ارقام پکې مینځ ته راغلي وي د ښودلو لپاره یو زمانی سلسلي هندسي شکل (time series plot) چې ځیني وخت د رن چارټ (run chart) په نوم یادېږي په کارول کېږي.

FIGURE 2.35  
Time series plot of  
paint can weights



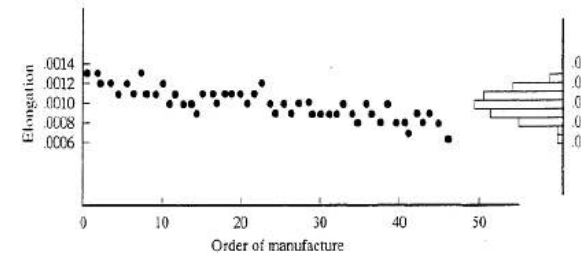
سلسلي هندسي شکل، سلسلي زماني حرکت (ميلان) او تغيرات (پراگنده گي) چې په ارزيايي کې د متحولينو په ډول په نظر کې نيول شوی دي ښکاره کوي. په نظر کې ونيسي چې څومره خرڅلاو داوړي په موسم کې صعودي حالت لري اود وخت په تيريدو سره د رنگ د قطعيو په وزنونو کې څومره تغيير راغلي دي.

دغه ډول معلومات به د (stem-and-leaf) يا هستوگرام شکلونو پواسطه واضح نه شي، لکه چې په لاندې مثال کې ښودل کېږي.

مثال: اډوارډز ډيمينگ يو مشهور امريکايي احصائيه دان و. وروسته د دوهم جنگ جهاني څخه يې په جاپان کې د تدريس په ډول په برخه کې چې څرنگه د خپلو توليداتو کيفيت د ارزيايي (تفتيش) له مخې اصلاح او د توليد پروسې ته په دوام داره ډول بهېدو ورکړو ښه شهرت وموند. هغه په خپل کتاب (دبحران څخه بهر 1986) کې د تاو خوړونکي - زنگون (يوه خودکاره آله ده) په مقابل کې د هستوگرام د څخه د معلوماتو د درست ښودلو لپاره چې ډاټا څخه لاس ته راځي استفاده وکړه. د بيلگې په ډول يې لاندې مثال وړاندې کړي دي.

پنځوس ډکمرې فنرونه يې د توليدي ترتيب په اساس د ازمويني لاندې ونيول او هر فنري يې د شل گرام په اندازه شک کړ. دواړه د زماني سلسلي هندسي شکل او هستوگرام يې د يادو ارقام

FIGURE 2.36  
Deming's time series  
plot and histogram



په اساس جوړ کړ چې په 36,2 شکل ښودل کېږي کوم يو چې د ډيمينگ د کتاب څخه اقتباس شوي دي. که چېرې د ورپسې توليدونکي فنر (مثلاً د يو پنځوسم) د کښوالي مقياس تخمينول غواړي او ددې د تخمين د ښودلو لپاره صرف يو هندسي شکل استعمال کړي، کوم يو شکل به استعمال کړي؟ او ولې؟

حل:

صرف د زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) د زماني عمليې حرکت چې په هغه کې فنر توليدېږي تشریح کوي. هغه حقيقت چې په هغې کې د کش کولو مقياس د وخت په تيريدو سره کمېږي صرف د زماني سلسلي په هندسي شکل کې ښودل کېږي ځکه چې هستوگرام هغه ترتيب نه شي ښودلای په کوم کې چې فنر توليد شوي دي. د يو پنځوسم فنر د کښوالي د تخمين لپاره د هستوگرام استعمال کېدای شي يو لوړ احتمال (غیرواقعي) احتمال لاس ته راوړي. د ډيمينگ د مثال څخه داسې درس لاس ته راځي چې: د هغه ارقامو د تحليل او څرگندولو لپاره چې د وخت په تيريدو سره د يوې عمليې په نتيجه کې لاس ته راځي ابتدائي گرافیکي وسيله زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) دي نه هستوگرام.

نیمه اوسط روش باندی بی تریڈ رسم کری؟

۴. موسمی حرکات تعریف کری؟

۵. د کرنی پہ سکتور کی د موسمی حرکاتو د پینپندو مهم لاملونہ کوم دی؟

### تمرینات

۱. پہ لاندی شو کلونو کی یو شمہر ارقام لرو:

Year = 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375

Date = 6, 4, 5, 6, 8, 9

دری کلن خو خبندونکی اوسط پہ طریقہ بی تریڈ رسم کری؟

۲. لاندی ارقام وررکل شوی

د تولید اندازہ	واحدات	کلونہ
۱۲	کیلوگرام	۱۳۷۵
۱۸	کیلوگرام	۱۳۷۲
۲۰	کیلوگرام	۱۳۷۷
۱۴	کیلوگرام	۱۳۷۸
۱۲	کیلوگرام	۱۳۷۹
۲۲	کیلوگرام	۱۳۸۰

۳. پہ لاندی دول د کال ۱۲ میاشتو کی دیوی کیلو غونہی بیہ ثبت شوی

بیہ	میاشت
۱۰	حمل
۱۲	ثور
۱۴	جوزا
۱۲	سرطان
۱۸	اسد
۲۲	سنبلہ
۲۵	میزان
۲۵	عقرب
۲۵	قوس
۲۷	جدی
۲۲	دلو
۲۲	حوت

خصوصیات به ورخه څرگند شي، همدې ډول یوې پروسې ته Sampling وایي. د نمونې اخیستو گټه دا ده، چې په دې ډول سره له جز (نمونې) څخه د کل په هکله بشپړ معلومات استنباط کېږي، نمونه اخیستل د قسمي احصایه گیرۍ په توگه د لومړي ځل لپاره د فرانسوي عالم (لیپ لای) له خوا ترسره شوه، وروسته په المان کې شنایراند (۱۸۴۷-۱۹۰۴) د کرنې په سکتور کې د څېړنو په خاطر د (Taunus) په سیمه کې د بزگرانو د ټولنیزې او اقتصادي وضع او د کرنیزو فېصديو د مطالعې لپاره پنځو کلیو کې نمونوي احصایه گیري ترسره کړه.

#### ۲،۱۰- نمونوي مشاهدات:

هغه ارقام چې د نمونې په ډول د څېړنې لپاره راټولېږي، نمونوي مشاهدات بلل کېږي، د نمونې غوره کول دوه ډوله دي: لومړی یې دا چې موږ پرته له دې چې د نمونې لپاره کومې ځانگړتیاوې په نظر کې ونیسو د ټول نفوس (کل) څخه یې د څېړنې لپاره رااخلو، د پته Random یا تصادفي یا احتمالي نمونه غوره کول وایي؛ لکه د غنمو له یوه گودام څخه د یو موټي غنمورا اخیستل، دویم ډول سهمیوي، یا قضاوتي Quota نمونه گیري ده، چې دلته د ځانگړي موخې لپاره نمونه غوره کېږي؛ لکه د درې ډولو خاورو مطالعه او مقایسه، لومړی نمونه د لوم Loum او درېیمه یې د بېلگې په ډول Sandy-Loam یعنی، مټ، شگلنه او گډه خاوره سره مقایسه کوو، نو دلته په قصدي ډول موږ د خاورې بېلابېل ډولونه لومړی په نښه، بیا یې رااخلو، یا د میدان ولایت د منو د غذایی ارزښت د مطالعې لپاره یوه نمونه د سرو منو څخه اوبله د ژېړو منو څخه غوره کوو، یا د یوې مرکې لپاره د داسې بزگرانو غوره کول چې هغوی سره په دواحداره ډول د ترویج کار کوونکو او مامورینو روزنیز کار کړی وي او داسې نورې بېلگې په لومړي ډول نمونه غوره کولو کې کوم مخکیني قضاوت او انتخاب او معیار موجود نه وي، خو په دویم ډول کې نمونه د یوه ځانگړي قضاوت او معیار له مخې غوره او اخیستل کېږي، په احصایوي څېړنو کې کوم مشاهدات چې د نمونو په توگه راټول شوي وي (هم Random او هم Qouta) د نمونوي مشاهدو په نوم یادېږي، نمونوي مشاهدې د ټولنیزو (همه گاني) مشاهدو سره فرق لري، یعنی نمونوي مشاهدې صرف ددې لپاره څېړل کېږي، چې وروسته د هغو پایله په کل تعمیم شي، د نمونوي مشاهدو یو ځانگړنه دا ده، چې د ټولو مشاهدو یوه برخه تشکیلوي؛ لکه  $\frac{1}{20}$  مه برخه،  $\frac{1}{10}$  مه برخه یا  $\frac{1}{5}$  مه برخه او داسې نور چې دلته د ټولنیزو مشاهدو برخلاف زموږ له هیڅ یوې مشاهدې څخه صرف نظر نشو کولای، خو یوه عمومي نظریه دا ده؛ څومره چې نمونې زیاتې وي، څومره هغو کې خطا او تېروتنه کمېږي.

د تحقیق او علمي تجربو په ترڅ کې موږ معمولاً د ډېرو مشاهدو او ارقامو څخه نمونه غوره

### لسم څپرکی

#### د نمونې اخیستلو تیوري

#### (Sampling)

د علمي څېړنې روش (Scientific Method of Research) اساساً د هغو قواعدو او طرز العملونو له مجموعې څخه عبارت دی، چې د علمي څېړنې عملیه د هغې له مخې اجراء کېږي، په دې کې یوه قاعده له جز څخه د کل په هکله استنباط ده، چې همدې کې د نمونو څېړنه راځي، د نمونې څېړل د خپل ثقه والي، د تطبیق د ساحې، د فرضیو د آزمایشو، د نمونې د خصوصیت او نورو له کبله ډېر توپیر مومي او دا په خاص ثابت شوي حالت کې تعمیم کېږي، نو له دې کبله چې یې موږ تیوري کې اړخ ډېر په نظر کې نیسو، نو تیوري څه ده؟

په یوه موضوع کې تیوري هغه علمي اصطلاح ده، چې د شیانو او پدیدو ترمنځ د هغوی خپل منځي اړیکې تشریح کوي، دا په تاکلي موضوع او ځانگړي سکالو کې د ژورو تصوراتو او تفکراتو د یوه پاخه اند پایله ده، چې اوږدو آزمایشونو او تجاربو او پرله پسې زیار هغه ثابتې کړې وي.

#### ۱،۱۰- نمونه او د نمونې اخیستل؛ یعنی څه؟

د نمونې (Sample) اصطلاح سره موږ هره ورځ مخامخ کېږو او ډېر ژر یې په مانا پوهېږو، چې دا د یو لوی شي، ډېرو شیانو، گڼو پېښو او ښکارندو له مجموعې څخه یوه کوچنۍ برخه یا کم شمېر یا یو د مرکزي میلان رقم دی، چې دهغه ټول شي یا شیانو او مشاهدو ځانگړنه ښکاره کوي او دا عیناً اصل شی وي، دا ډېره معموله ده، چې د غلې لوی مارکیت څخه پېرودونکي یو څه دانې را اخلې او په غوړ یې گوري، همدا دزیات مقدار څخه د یوه کم شي را اخیستنه د کنټر او پلټلو په خاطر د هغو کنټل چې د ټول مقدار مشخصات ورخه څرگند شي، د Sample یا نمونې اخیستو په نوم یادېږي او را اخیستل شوې برخه د نمونې په نوم بلل کېږي او ټول مقدار یا ټول شی چې نمونه یا Sample ورخه اخیستل شوی د نفوس Papolation او Univerre په نوم یادېږي، (1.P-248) موږ نمونې اخیستو ته ځکه ضرورت لرو، چې:

که چېرې یو گڼ شمېر اشیاء، اقلام او مشاهدې ولرو او وغواړو د هغو څرنگوالي وڅېړو، نو د ټولو مطالعه شویو نمونو مطالعه کفایت کوي، چې د کل په خواصو هم پوه شو، اما د ټول کل یا ټول نفوس څېړل ډېر وخت، پیسې او انرژي غواړي، خو که ددغه لوی مقدار څخه صرف یوه کمه برخه یې د څېړلو لپاره را واخلو، نو وخت مصرف او انرژي به کمه ولېږي او د ټولو ارقامو



**هـ - Quota Sampling:** قضاوتی یا سهمیوی نمونه اخیستل هغه حالت دی، چې د تجربی یا څېړنې لپاره د ځانګړې موخې او مشخص مقصد لپاره اصلي نفوس یا (کل) په نښه کېږي، بیا یې له مورد نظر هغه قضاوت شوې برخې څخه چې د تجربی لپاره انتخاب شوي نمونه اخلو؛ لکه د درې ډوله خاورې د تجزیه کولو لپاره لومړی نمونه د Loam، دویمه د Sandy، درېیمه د Sandy یا د بېلابېلو انواعو د متو کیفیت، وزن، خوند، د پخېدو مودې او نورو تجربه کولو لپاره یوه مینه ژېړو منو څخه او یوه له سرو منو څخه را اخلو او بیا یې تجربه کوو.

همدارنگه یو شمېر نور مېتودونه هم شته، چې دلته یې صرف نوم اخلو؛ لکه Cluster Sampling یا ډله ایزه نمونه گیری Area Sampling یا ساحوي نمونه گیری (Multi-Stage Sampling) یا څو مرحله یې نمونه گیری (Sequential Sampling) یا پرله پسې او دوامداره نمونه گیری، چې دا هره یوه یې د تجربی د خصوصیت سره سم غوره کېږي، عملاً له پورته ډولونو څخه صرف څو محدودې یې عملي کېږي، ځینې وخت له څو څو مېتودونو څخه یو ځای کار اخیستل کېږي، چې دې ته Mixed Sampling ویل کېږي، خو مهمه دا ده چې دغه مېتودونه په خپله څېړونکی غوره کوي.

### ۱۰، ۳- د نمونوي مشاهدو د راټولولو لارې:

۱. د نمونوي مشاهدو تصادفي یا له ټول نفوس څخه په پټو سترګو غوره کول.  
۲. میخانیکي غوره کول: دلته لومړی د څېړنې د موخې پر بنا ارقام او شیان د اندازې، وزن او درجې له مخې په بېلابېلو مساوي برخو وېشل کېږي؛ لکه د زیاتو عضوي موادو لرونکي خاورې د منځنۍ اندازې عضوي موادو لرونکي خاورې او خوارو خوارو سره بېلول او بیا له هرې یوې څخه یوه یوه نمونه را اخیستل، یا هم د انګورو له بېلابېلو ډولونو د ۱۰، ۱۰ بوټو غوره کو، بیا له هرو ۱۰ بوټو یو یو بوټی غوره کول او پر هغو د څېړنو سرته رسول.

۳. منطقي (سیمه ایزه) یو ډولیزه نمونه گیری: البته لومړی بېلابېلې سیمې په نښه کېږي؛ مثلاً د وریجو د کیفیت، فې واحد حاصل دهی، کمی او کیفی څرنګوالی او نورو د معلومولو لپاره لومړی په هېواد کې د وریجو د تولید سیمې په نښه کوو، چې عبارت له بغلان، کندز، لغمان او تنګرهار څخه دي، خو په ځینو مواردو کې چې د کیفیت تر څنګ د مربوطه سیمې د حاصلده کمی هم مطرح وي، نو په ټوله نمونوي مشاهده کې د سیمو نسبي سهم ښکاره شي، مثلاً: که چېرې د کرنې وزارت په نظر کې ولري د انګورو د کوپراتیفونو لپاره نمونوي مشاهدې جوړې کړي، نو د پروان څخه به زیات شمېر، بیا له کندهار او بیا د لوګر له څرخ او د کابل د ده سبز، میر بچه کوټ یا نورو سیمو چې مناسب دي، نظر د هغو د تولید د تناسب له مخې غوره

کوو، یا د ارقامو اوسط، میانه او یا هم موډ څېړو. وروسته بیا د نمونې څخه اخیستل شوې نتیجه په ټول نفوس باندې تعمیم کوو، یعنې د Sample له مخې د Universe باندې حکم کولی شو، پوهان وايي چې نمونه باید د څېړنې د خصوصیت له مخې او د هغې د هدف سره مطابق او مناسبه غوره شي، د نمونې د غوره کولو لپاره بېلابېلې لارې شته؛ لکه

**الف- Deliberate Sampling:** دلته څېړونکی له یو زیات شمېر مشاهدو څخه صرف یو څو مشاهدې په قصدي توګه غوره کوي، د بېلګې په توګه د یو ښوونځي څخه صرف د ممتازو زده کوونکو غوره کول او د هغوی د ذهني ودې مطالعه یا په انګورو کې د قند د فیصدی د معلومولو لپاره یوازې د پروان ولایت د کشمې انګورو غوره کول او داسې نور مثالونه دغه ډول نمونه اخیستلو ته Deliberate Selective Method ویل کېږي، دغه مېتود خصوصاً هغه وخت ډېر تر استفادې لاندې نیول کېږي، چې نفوس مشابه خصوصیات ونلري او ټول سره یو شاته (Homogenous) نه وي؛ لکه د زده کوونکو بېلابېلې کتګورۍ.

**ب- Simple Random Sampling:** تصادفي ساده نمونه اخیستل د مخکیني مېتود برخلاف نمونه په تصادفي یا چانسې ډول په ډېر ساده ډول غوره کېږي، یانې له ګڼ شمېر نفوس څخه په تصادفي توګه او پرته له دې چې مخکې له مخکې یې سنجش کړی وي، څو نمونې را اخلي لکه د یوه ګودام له غنمو چې موږ یو موټی غنم د بېلګې په توګه په تصادفي ډول را اخلو، دلته مهمه خبره دا ده چې ټول نفوس (ټول مشاهدات) همجنس (یو شاته Homogenous) وي، دلته د ټول نفوس هرې برخې څخه نمونه په مساوي ډول غوره کېږي، یانې نمونه کې اخیستل شوي ارقام د ټول نفوس څخه د غوره کېدو چانس لري، د بېلګې په توګه د یوې کروندې د بوټو د قد د معلومولو لپاره د ټولې کروندې د زرګونو بوټو څخه صرف د ۲۰-۵۰ بوټو غوره کول، یا هم د پچې په اساس د ګڼ شمېر بزګرانو څخه د هغو څو بزګرانو احتمالي یا چانسې غوره کول چې غواړو د هغوی ورځنی عاید او عمده محصولات معلوم کړو.

**ج- Systemic Sampling:** ځینې وخت د څېړنې خصوصیت ایجابوي چې نمونه په سیستماتیک ډول غوره شي؛ مثلاً له یوه اوږده لست څخه د هرې لسمې شمارې غوره کول، یا د بېلابېلو کلیو له کورنو څخه د هر یوه کلي د لومړي کور غوره کول، یا روغتون ته د راتلونکو ناروغانو له هرو پنځو تنو څخه د یو تن غوره کول او داسې نور مثالونه په دې مېتود کې هر څوم (nth) عدد تر هغه وخته غوره کېږي، ترڅو چې ټول مشاهدات یا نفوس بالکل ختم شي.

**د- Stratified Sampling:** دلته د څېړنې لاندې موضوع له هرې طبقې څخه یوه یوه نمونه یا دوه دوه نمونې را اخیستل کېږي، چې طبقه یې نمونه گیری ورته وايي، دلته طبقات یو بل څخه فرق لري، یانې ټول طبقات یو شاته نه وي، په دغه ډول نمونه اخیستو کې باید د هرې طبقې څخه

البته مهمه نقطه داده چې د مشاهده شوي څلور نمونې قطعو څخه د جمعیت (د 52 قطعو بندل) د استنباط په هکله استفاده وکړو، اوستاسو لپاره اړینه ده چې په دي وپوهېږي چې څرنگه نوموړي نمونه (sample) انتخاب شوي ده.

یوډېر ساده او زیات استعمالیدونکي طریقه چې د نمونه اخستني لپاره په کارول کېږي او په ضمني ډول یې په تیرو مثالونو او تمریناتو کې مفهوم بیان شوي دي چې دا طریقه د اتفاقي نمونه اخستني (random sampling) په نوم یادېږي او هغه څه چې په لاس تری راځي د اتفاقي نمونې (random sample) په نوم پیژندل کېږي.

تعریف: که چېرې د یو ګل یا نفوس څخه د n په اندازه عناصر په داسې ډول انتخاب شي چې د n د عناصرو د هر سټ انتخاب په جمعیت کې د انتخابولو مساوي چانس ولري، نو ویلای شو چې د n عناصر یوه اتفاقي نمونه (random sample) ده.

که چېرې جمعیت ډېر لوی نه وي او عناصر یې د کاغذ په توټو، د قطعو په توټو او نورو د شمار وړ وي، نو په فزیکي ډول کولای شي چې د کاغذ توټي او یا قطعي په بڼه ډول ګډي کړي او د مجموعي څخه یې د n اندازه عناصر وپاسي. هغه اعداد چې د توټو (برخو) په مخ ښکاري داسې ښايي چې د جمعیت عناصر په نمونه کې شامل دي ولي په اکثره وخت د دي ډول مخلوط په لاس راوړل ګران کار دي خو دا طریقه په تقریبي د اتفاقي نمونه اخستني یو شکل ارائه کوي.

اکثره څیړونکي د خپل کار لپاره د تصادفي اعدادو په تولیدونکو random number generators چې اتفاقي نمونې تولیدوي اعتماد لري. د تصادفي اعدادو تولیدونکي اعداد د جدول په شکل د ځان سره ساتي او د احصائیوي سافت ویسرونو په جوړولو کې تری هم استفاده کېږي.

مثال:

فرض کړئ چې په یوه مطالعه کې د برخه اخستلو لپاره د 100,000 کورنیو د جمعیت څخه پنځه کورني په اتفاقي ډول په نمونه کې اخلی.

a. څومره مختلفي نمونې انتخابولای شي؟

b. د یو اتفاقي نمونې د انتخاب لپاره د تصادفي اعدادو د تولیدونکي څخه استفاده وکړي؟  
حل: د نمونو د تعداد د معلوم لپاره د 1,3 برخي د ترکیبي قاعدې (combinatorial rule) څخه استفاده کوو، مونږ لرو چې،  $N = 100000$  او  $n = 5$  نو.

$$\begin{aligned} \binom{N}{n} &= \binom{100,000}{5} = \frac{100,000!}{5!99,995!} \\ &= \frac{100,000 \cdot 99,999 \cdot 99,998 \cdot 99,997 \cdot 99,996}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 8.33 \times 10^{22} \end{aligned}$$

کړي، که چېرې وغواړو د څنگلونو د افترونو نمونوي مشاهدې ولرو، نو طبعاً زیات شمېر نمونې به د کونړ، بیا پکتیا، نورستان او ننگرهار وي، بیا د شمالي ولایاتو د پستی د څنگلونو او وریسې نورې څنګل لرونکې سیمې.

۴. سریالی (سلسلوي) نمونه اخيستل: په دي ډول نمونه غوره کولو کې د مورد نظر پدیدې بېل بېل واحدونه، نه بلکې د هغې د ټولو واحدونو ټوله سلسله په نظر کې نیول کېږي، بیا په هره بېله بېله سلسله کې بشپړ مشاهدات ترسره کېږي، یعنې د یوه کل د ټولو واحدونو (برخو) غوره کړای شوي سروې صورت نیسي، داسې چې د سروې ټول واحدونه د مطالعې لاندې پدیدې په اډانه کې د سلسلې (سریالی) په بڼه سروی کېږي، دا د سیمه ایزې یا منطقي نمونې غوره کولو سره یو څه شباهت لري، خو ډېر فرق هم ورسره نه لري، په سریالی نمونې اخيستو کې ټول واحدونه د سلسلې په بڼه راځي، خو سیمه ایزه کې بیا د هرې سیمې (مکرر) او غیر تکراري (غیر مکرر) نمونو اخيستو موضوع په هکله نظر کې ونیول شي. غیر مکرره نمونې گیري هغه ده چې غوره شوی واحد په ثبت کې صرف یو ځل ګډون کوي، کله چې له مربوطه سیمې او سلسلې څخه دغه واحد اخيستل شو، بېرته د سیمې په مشاهده او واحدونو سلسله کې نه کېښودل کېږي، حال دا چې په مکرره کې یو ځل بیا کېښودل کېږي، کېدای شي د بیا غوره کولو پر وخت عین مشاهده بیا راوړځي، خو غیر مکرره طریقه په تحقیق کې غوره برېښي.

له دي امله چې لومړی ډول یعنې اتفاقي نمونه اخيستل ډېر مروج دي او ارزښت لري، هغه به په تفصیل توضیح شي:

#### اتفاقي نمونه اخيستنه RANDOM SAMPLING

په احصائیوي استنباط (Statistical inference) کې له ارقامو څخه نمونه ټاکنه حیاتي ارزښت لري ځکه د مشاهده شوي نمونې احتمال د نمونه شویو ارقامو د مشخصاتو د استنباط لپاره په کارول کېږي.

د مثال په توګه، که چېرې د 52 قطعو د بندل څخه څلور قطعي وغورځوي او څلور واړه توسان وي. آیا تاسو د نتیجه گیري کوي چې د قطعو بندل مو یو عادي بندل دي چې صرف څلور توسه لري، او یا فکر کوي چې نوموړي بندل د څلورو څخه زیات توسان لري؟ دا موضوع دي پورې مربوطې چې څرنگه قطعي راویستل شوي دي، که چیرې څلور توسان د ستندېر قطعي بندل د پاسه قرار ولري وي، نو بیا معلوم دا ده او غیر عادي نه دي چې څلور توسان غورځول شوي دي یا په بل عبارت که چېرې د قطعو بندل په پشپړه توګه سره ګډ شوي وي نو بلکل احتمال نه لري چې دهغې څخه په یوه نمونه کې (چې څلور قطعي په کې شاملې وي) تری څلور توسان راویستل شي.

راورلو لپاره د جدول څخه د n څخه زیات اعداد ریکارډ کړي

TABLE 3.7 Partial Reproduction of Table I in Appendix B

Row	Column					
	1	2	3	4	5	6
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646
2	22368	46573	25595	85393	30995	89198
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782
6	77921	06907	11008	42751	27756	53498
7	99562	72905	56420	69994	98872	31016
8	96301	91977	05463	07972	18876	20922
9	89579	14342	63661	10281	17453	18103
10	85475	36857	53342	53988	53060	59533
11	28918	69578	88231	33276	70997	79936
12	63553	40961	48235	03427	49626	69445
13	09429	93969	52636	92737	88974	33488

آیا په پشپړول دا یقین کولای شو چې ټول 83.3 بیلیون ټریلیون نمونې د انتخاب مساوي چانس ولري. ولي واقعیت دادي چې مونږ یې نه شو کولای تر هغه ځایه چې د اتفاقي اعدادو جدول د اتفاقي سلسلي ارقام احتوا کوي، نمونه باید ډېره زیاته اتفاقي وي.

دا جدول د B ضمیمه صرف د اتفاقي عدد د تولیدونکي یو مثال دي او په زیاتو علمي مطالعاتو کې چې په هغه کې یوې وسیع اتفاقي نمونې ته ضرورت لیدل کېږي د اتفاقي نمونو د جوړولو لپاره د کمپیوټر څخه استفاده صورت نیسي، لکه د SPSS، MINITAB او د SAS احصائیوي سافټ ویرونه په اسانې سره اتفاقي نمونې جوړوي د مثال په توگه د پورته مثال په شان د 100000 کورنیو نفوس د نمونې څخه  $n = 50$  کورنیو نمونې ته اړتیا لري.

کولای شو چې ددې اتفاقي نمونې د جوړولو لپاره د SAS اتفاقي نمونو تولیدونکي څخه استفاده وکړو.

په 21,3 شکل کې د SAS کاپي لیدل کېږي چې 50 اتفاقي اعداد لري (د 100000 ټولو اعدادو څخه). په دې تشخیص شوي اعداد کې د کورنیو نمونې شاملې دي.

نو 83.3 بیلیون ټریلیون په اندازه د پنځو کورنو مختلفې نمونې د 100.000 ټول نفوس څخه انتخابېدای شي.

ط ددې لپاره چې اطمینان حاصل شي چې هره ممکنه نمونه د انتخاب مساوي چانس لري نو هر هغه څه چې د اتفاقي نمونه اخستني لپاره په کار ورل کېږي کولای شوي چې د اتفاقي اعدادو د جدول (random number table) څخه (چې په جدول په B ضمیمه کې ارایه شوي دي) په استفاده تعین کړو.

د تصادفي اعدادو جدول په داسې شکل جوړ شوي دي چې د هر عدد د واقع کیدو (تقریباً) مساوي احتمال لري. برسيره پردي، د هر عدد واقع کیدل په یو موقعیت کې په جدول کې د نورو اعدادو څخه مستقل دی.

د اتفاقي اعدادو د جدول د استعمال لپاره، د ټول نفوس د N اندازه عناصر د 1 څخه تر N پورې شمارل کېږي او بیا 1 جدول ته مخ گرزول کېږي او په جدول کې د شروع عدد انتخابېږي او ددې عدد په دوام یا د قطار په امتداد یا د کالم لاندې طرف ته N عدد د جدول څخه انتخاب او په ثبت رسېږي.

د عملي مثال لپاره، اول هغه کورني چې په ټول نفوس کې شاملې دي د 1 څخه تر 100.000 پورې شمارو. د راتلونکي مخ (3، 7 جدول)

اوس په خپله خوښه د شروع عدد انتخابو فرضاً دا اتفاقي عدد په دریم قطار او دویم کالم کې لیدل کېږي چې دا عدد 48.360 دي، بیا د پاتې څلورو اتفاقي عددونو د لاس ته راوړلو لپاره دویم کالم لاندې خوا ته ادامه ورکړو. په دې اساس مونږ پنځه اتفاقي اعداد انتخاب کړي چې په 7,3 جدول کې په نښه شوي دي. د 1 څخه تر 99.999 کورنیو د ښودلو لپاره د اولني پنځه رقمونو څخه استفاده کېږي او 00000 عدد د 100.000 کورنیو څخه نماننده گي کوي کولای شو چې وگورو چې کورني شماره گذاري شوي دي.

- 48,360
- 93,093
- 39,975
- 6,907
- 72,905

چې باید زمونږ په نمونه کې شاملې وي نوټ، په نمونه کې د شامل عنصر د ښودلو لپاره صرف لازم تعداد ارقام په هر اتفاقي عدد کې استعمالېږي. که چېرې د ثبت په وخت کې د n اعداد د جدول څخه، هغه عدد انتخابېږي چې مخکي تر مخکي مو انتخاب کړي وي. په ساده ډول ویلای شو چې تکراري عدد لري کوو او پرځای یې د سلسلي په پای کې جانشین ټاکو. نو کېدای شي چې د n اعدادو د نمونې د لاس ته

OBS	HOUSENUM	OBS	HOUSENUM	OBS	HOUSENUM	OBS	HOUSENUM
1	47122	14	47271	27	17098	40	4260
2	94231	15	3642	28	23259	41	58140
3	95531	16	7611	29	30512	42	22903
4	41445	17	81646	30	91548	43	65959
5	80287	18	92158	31	7673	44	13962
6	11731	19	36667	32	68549	45	25819
7	47523	20	71811	33	85433	46	66497
8	84847	21	78988	34	5231	47	79559
9	69822	22	3819	35	13455	48	87017
10	18270	23	21873	36	71666	49	28483
11	52636	24	74938	37	66280	50	91806
12	21750	25	23635	38	66210		
13	63363	26	35807	39	21998		

**یوولسم خپرکی  
میلان او پیوستون  
(Regression & Correlation)**

**۱-۱-۱ میلان او پیوستون مفهوم او ارزښت:**

د احصایېوې خپرونو په برخه کې بېلابېلې ښکارندې چې یو پر بل اغېزه لري، نظر بېلا بېلو فکتورونو ته فرق کوي، نو په علمي خپرنه کې ضروري ده چې د متحولینو ترمنځ اړیکې او د هغو څرنګوالی روښانه شي، په خپرنیزو مسایلو کې اکثرأ دوه متحولین مطالعه کېږي، چې په یوه کې بدلون په بل کومه اغېزه لري؟ خصوصاً موږ په کرڼه او مالدارۍ برخه کې په حاصل باندې د سرې، تغذیې، ایبارۍ، د لمر وړانګو، حرارت او نورو څخه خبرې کوو، اوس نو دا ډېره مهمه ده چې اصلي پرابلم له دغو لاندې دوو پوښتنو حل کړو:

۱. آیا د یوه متحول بدلونونه په بل متحول باندې څرنګه او څومره اغیزې لري او د پرله پسې خپرونو له مخې د دواړو ترمنځ د پیوستون او د دویم متحول عکس العمل پېش بیښي؟  
ګڼ شمېر ښکارندې په تېره بیا ژوندیو اجسامو کې شو، خو فکتورونه یو په بل اغېز لري، د بېلګې په ډول په خاوره کې د عضوي موادو زیاتوالی او د نبات، د ونې عمراو د مېوې اندازه، د جیرې څرنګوالی او د څاروي حاصل دهی، هورمونونه او فزیالوجیکي فعالیت او داسې نور...

۲. د دوو متحولینو ترمنځ د پیوستون د رابطې لپاره د یوه معیار ټاکل د دغو دوو مسئلو حل، خصوصاً بایومترې کې موږ ته ډېر مهم دی، د Regression (میلان) اصطلاح د لومړي ځل لپاره د Francic Gal (۱۸۲۲-۱۹۱۱) له خوا شرحه او وپېژندل شوه، کوم چې ده د اولادونو او والدینو د قدونو د افادې موضوع خپره، ده دا وموندله چې د لوړ قد لرونکو والدینو اولادونه لوړ قد او د ټیټ قد لرونکي والدین د ټیټ قد اولادونه لري، دغه پېښه یې د اوسط خواته د میلان یا Regress Toward the Average په نوم یاده کړه، دغه مرکزي اوزانونه میلان د ګالټن له خوا د یو تصایل په نوم ونومول شوه.

ځینې وخت یو تابع متحول Dependent Variable او یو مستقل Independent Variable وي، د پته ساده یا یو اړخیز میلان Simple Regression ویل کېږي، که تابع یا مستقل متحولین څو څو وي؛ مثلاً د بوټو وده د ځمکې د حاصل خېزۍ، د سرو تطبیق، ورنښت د تخم کیفیت او نورو پورې اړه لري، یا د یوه تن د ونې فشار د هغه وزن، عمراو نورو پورې اړه لري، په داسې حالت کې د څو مستقلو متحولینو لرونکي میلانونه د څو ګونې یا څو اړخیز میلان Multiple

**تمرینات**

۱. په علمي خپرنه کې د نمونې ارزښت ووايئ؟
۲. سریالي نمونه اخیستل وښایاست؟
۳. کل یعنې څه؟
۴. نمونوي مشاهدات، یعنې څه؟

Regression په نوم باندې یادېږي

په ساده میلان کې لاندې معادله صدق کوي:  $Y_1 = a + bX_n$ ، دلته  $Y$  د  $X$  تابع او  $b$  د کرښې میلان څخه عبارت دی، خود څو گونې یا څو اړخیز تعامیل یا میلان لپاره لاندې معادله صدق کوي:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_nx_n$$

**دوه متحولینو ه روابطو گرافیکي بنودنه:**

ځینې وخت داسې ادعا کېږي چې وه ښکارندې یو بل سره رابطه لري، مثلاً د دجرايمو اندازه او د بیکاري اندازه یو دبل سره (تړلي، مرتبط) رابطه لري، یو بله مشهوره عقیده داده چې داخلي ناخالص تولید (GDP) او د انفلاسیون اندازه یو بل سره رابطه لري او حتی ځینې خلک دا عقیده لري چې ډاوجوژد صنعتي اسهامو اوسط او د فیشني لمنو او پډوالي یوله بل سره تړلي دي (دا په متحده ایالاتو کې د جامو د تولید یوه کمپنی ده).

دا اصطلاحات یعنی: مرتبط (correlate)، رابطه (relate) او تړلي (associate) ټول د دوه متحولینو تر مینځ د اړیکو په معنی استعمالېږي لکه په پورته مثالونو کې دوه مقداري متحولین.

د دوه مقداري متحولینو په مینځ کې د تشریح کولو یوه لار د دوه متحولو له رابطې

FIGURE 2.31 Scattergram of cost vs. floor area

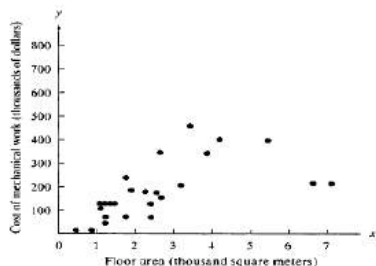
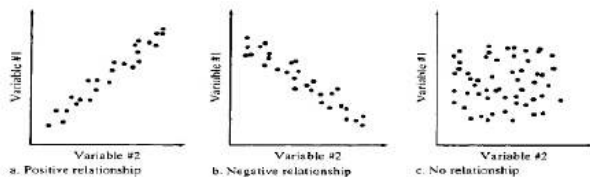


FIGURE 2.32 Hypothetical bivariate relationship



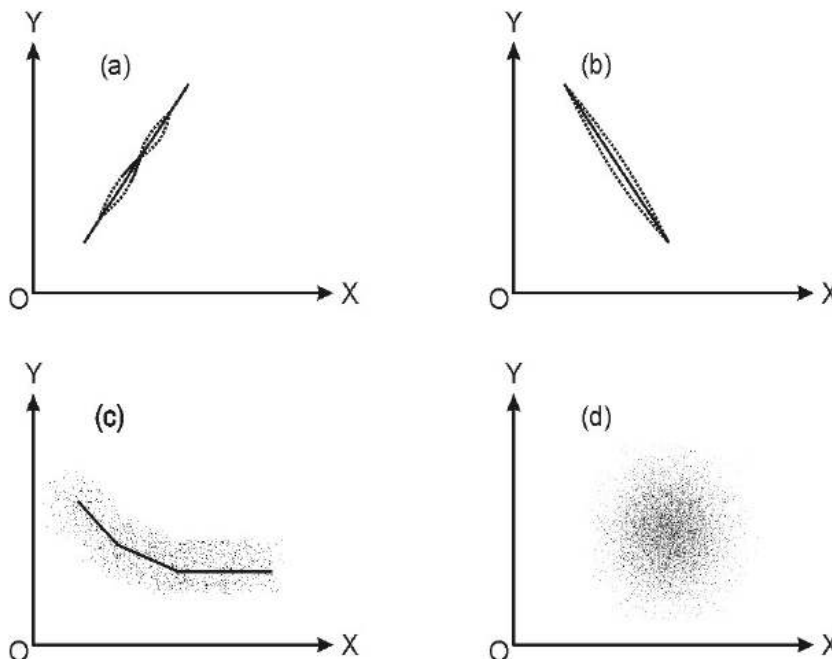
(Variable relationship) په نوم یادېږي چې د ارقامو هندسي شکل یې په سکتورگرام (scattergram) یا سکتورپلاټ (scatterplot) کې ښودل کېږي

سکتورگرام دوه بعدی هندسي جوړښت دی چې یو متحول یې د عمودي محور په امتداد او بل متحول یې د افقي محور په امتداد قرار لري. د مثال په ډول، پورته شکل کې یو سکتورگرام چې (۱)

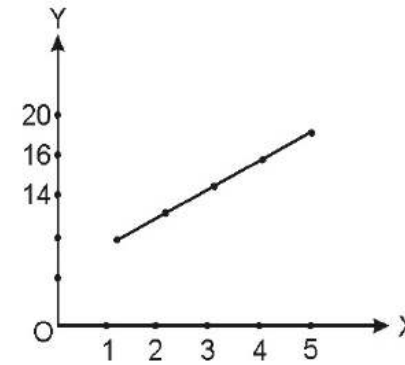
د ماشینینو کارونو مصارف (حرارت ورکول، هوا کشي او نلداوښي) ده، (۲) او پورته چت یې چې 26 نمونه فابریکو او د گودام د ساختمان څخه تشکیل شوي دي، په یاد ولري چې سکتورگرام د ماشینینو مصارفو زیاتوالي او همدارنگه د ساختمان د ساحي زیاتوالي رابښي. په عمومي توګه کله چې یو متحول زیاتوالي مومي د دوهم متحول زیاتوالي سره مرسته کوي، نوموړی ویلای شو چې دا دواړه متحولین یو د بل سره سیده رابطه لري یا یو بل سره یا مرتبط دي نو پورتنی شکل رابښي چې ماشینینو مصارف او د ساختمان پورته ساحه یو د بل سره سیده مثبت رابطه لري. په نوبت سره، که چېرې یو متحول د کموالي طرف ته میلان ولري او بل متحول د زیاتوالي طرف ته میلان ولري چې نوموړي متحولین یو د بل سره منفي رابطه لري.

2، شکل په ښکاره ډول د سکتورگرام څو فرضيې چې د دوه متحولینو مثبت رابطه او 2، د متحولینو دوه اړخیزه منفي رابطه په (وروستی شکل) او دوه متحولین چې یو د بل سره رابطه ونه لري په (32 منځنی) شکلونو کې ښودلی شو.

که څه هم عمومي طریقې او د سنجش طریقې او چارې دواړو کې یو شان دي، خو د دویم ډول لپاره د اصغري مربع ګانو محاسبات د نفوس او پارامتر  $a$  او  $B$  او نور کارول کېږي، د  $B1$  او  $b1$  پارامترونو محاسبه د قسيمي میلان ضریب د  $B1$  لپاره بلل کېږي، خو دلته موږ په عمومي ډول د میلان په هکله عام مفاهیم او د سنجش ټوله نظریه وړاندې کوو، موضوع د ساده کولو لپاره



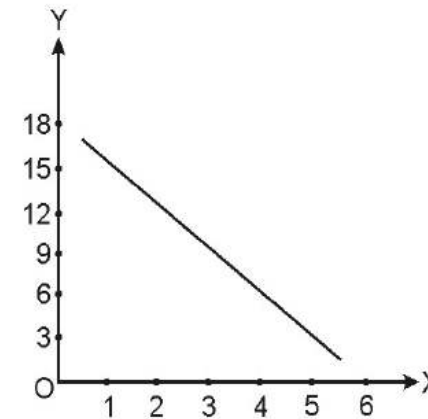
X	Y
1	6
2	8
3	10
4	14
5	18



رابطه مثبت او  $r=+1$  دی

خوکه د فرضي ارقامو یو بل مثال د X او Y لپاره ولرو؛ یعنی:

X	Y
1	18
2	16
3	12
4	10
5	8
6	4



دلته د دوو متحولینو X او Y ترمنځ منفي رابطه لیدل کېږي، یعنی:

$$r = -1$$

کېدای شي، ځینو حالتو کې د X او Y قیمتونو د خصوصیت له مخې مربوطه گراف خطي نه بکلی یو منحنی وي، دغه منحنی هم مثبت یا منفي رابطه ښکاره کوي؛ لکه

لیکو، چې که چېرې را کول شوي معادله کې مورې قیمت وضع او له خو نقطو څخه عبارت وي او هغه سره وصل کړو، نو یو خطي گراف په لاس راځي، خو که چېرې پراگنده نقاط په لاس راشي، بیا د هغو یو گډ تمایل ومومو او خطي گراف یې رسم کړو، دې ته Scatter Diagram ویل کېږي، دلته کېدای شي د میلان کرښه خو بېلابېلې بڼې ولري؛ لکه پورته شکلونه

(a) شکل کې د دوو متحولینو ترمنځ رابطه مثبت او مستقیم کرښه ده، په (b) کې رابطه منفي او خطي او په (c) کې یو منحنی ډوله خط دی او په (d) کې هیڅ ډول رابطه نشته، مثلاً د یو بزرگ ورځني حاصلات په مارکیټ کې په مجموعې عرضه او شخصاً د بزرگ په عاید مستقیمه اغېزه لري، ځکه حاصل او عاید هغه متحولین فرض شوي، چې یو بل سره یوځای تحول کوي، ځکه چې یو متحول لوېږي، نو بل متحول هم لوېږي، یا برعکس کله چې یو کوچنی کېږي، هغه بل هم کوچنی کېږي، کله چې د حاصلدهی موسم کې بزرگ ښه حاصلات اخیتي وي، نو عاید یې هم لوړ ځي، دپته وایي چې یو بل سره مثبت ارتباط لري، خو که داسې حالت واقع کېږي، چې حاصلات کم شي نو عاید هم کمېږي، نو وایي چې

دا دواړه یو بل سره منفي ارتباط لري، د ارتباط ضریب د دوو متحولینو د میلان په هکله یو ډول شاخص رامنځته کوي، چې دا د خپلې بڼې له مخې فرق کوي، خو بیا هم د دوو متحولینو ترمنځ د ارتباط ضریب یو شمېر منفي خصوصیات لري

### ۱۱، ۲- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب:

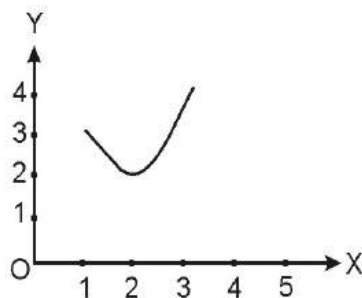
د پیوستون ضریب د دوو (X) او (Y) متحولینو ترمنځ د رابطې د یوه معیار څخه عبارت دی، د پیوستون د ضریب ارزش همېشه یا منفي یا له هغه لوی او یا هم مثبت یو یا له هغه کوچنی وي، یعنی مثبت یو او منفي یو ترمنځ وي، یعنی  $+1$ ؛  $0$ ؛  $-1$  د ارتباط ضریب دی، خو د میلان ضریب له  $a$  تر  $-a$  قیمت موندلای شي، د میلان او پیوستون علامې همېشه یو د بل په شان وي، یعنی که یو یې منفي وي، بل یې هم منفي او که یو یې مثبت وي، بله یې هم مثبت وي، که چېرې دوه متحولین خپل منځ کې مثبت رابطه ولري، نو د ارتباط ضریب یې  $(+)$  او که رابطه یې منفي وي، نو ضریب یې  $(-)$  وي، که هیڅ رابطه ونه لري، نو ضریب یې صفر دی.

نو ځکه  $r \geq +1$ ؛  $-1$  - کېږي

دلته د مثال په ډول (X او Y) محورونو ته قیمتونه ورکوو:

۱۱، جدول - د دوو متحولینو بېلابېل قیمتونه (فرضي).

X	Y
1	3
2	2
3	4
4	5



ترسیم شوی کرشه چې هر خومره مستقیمه وي، یا مستقیم والي ته نژدې وي، د ارتباط د درجې لوړوالی ښکاره کوي، که چېرې د دوو متحولینو ترمنځ د بشپړوالي رابطه وجود ولري د Scatter Diagram ټولې نقطې (قیمتونه) په یو مستقیم خط قرار نیسي، په داسې حالت کې د مستقل متحول له مخې د تابع متحول د تگلوري او قیمتونو پېشگویی ډېره آسانه ده، یعنې د بعدی قیمتونو د پېش بینی لپاره صرف له Y سره د یوه موازي په رسمولو موږ د X مربوطه قیمت پیدا کولای شو، مگر په عمل کې د کرنې په سکتور کې ځینې وخت د دوو متحولینو ترمنځ رابطه بعضاً مکمله نه وي، یعنې ټول نقاط په یوه Scatter Diagram نه واقع کېږي، نو په داسې مواردو کې د پېشگویی لپاره مهمه خبره دا ده چې موږ داسې نقاط په نښه کړای شو، چې تر ممکنه حده د X قیمتونو له مخې د Y لپاره د پېشگویی خط اصغري وی، نو که چېرې داسې فرض کړو، چې  $\hat{Y}$  پېشگویی شوي قیمتونه (نقاط) موجود وي، نو د واقعي (Y) قیمتونو او (Y) ترمنځ تفاوت ته د پېشگویی خط ویل کېږي، چې هغه په لاندې ډول پیدا کوو:

$$e = y - \hat{y}$$

کله چې له  $\hat{Y}$  څخه Y کوچنی وي، نو د پېشگویی خط منفي خواب ورکوي، خوددې برعکس مثبت خواب راوځي او که دواړه قیمتونه برابر وي، خواب صفر یعنې خط هیڅ وجود نه لري، دلته په لاندې مثال کې د Y او X بېلابېلو قیمتونو لپاره یو ځل گورو:

۲،۱۱ جدول - د یو زده کوونکي د نمرې پېش بینی د ورکړل شویو معلوماتو پر اساس

X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	X.Y	$\hat{Y}$	$e = y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
7	19	49	369	133	18,4	0,6	36
6	15	36	225	90	16,6	-1,6	2,56
5	17	25	289	85	14,8	2,2	4,84
4	13	16	169	52	13,0	0	0
4	11	16	121	44	13,0	-2,2	4
3	13	9	169	39	11,2	1,8	3,24
2	7	4	49	14	9,4	-2,4	5,76
1	9	1	81	9	7,6	1,4	1,96
32	104	156	1446	466		0	22,72

دلته یوه مشاهده چې د X نمره یې 4 ده، د  $Y - \hat{Y} = 0$  شوی، چې هیڅ خطا نه بلل کېږي، یوه بله مشاهده چې هلته هم  $X = 4$  خو  $Y = 11$  دی، د هغې پېشگویی شوې نمره 13 ده، په دې ځای کې دلته د ارتباط ضریب د موندلو لپاره فورمول لرو.

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

مثال

۳،۱۱ جدول - د X او Y لپاره یو شمېر فرضي ارقام

X	Y	X-X	Y- $\hat{Y}$	(X-X) <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
15	9	0	3	0	9	0
10	8	5	2	25	4	10
2	6	-3	1	9	0	0
3	7	-2	1	4	1	-2
1	3	-4	-3	16	9	12
2	3	-3	-3	9	9	9
4	6	-1	0	1	0	0
8	4	3	-2	9	4	-6
6	6	1	0	1	0	0
9	8	4	2	16	4	8
50	60	0	0	90	40	31
X=5	Y=6					

فورمول سره سم لیکو:

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}}$$

په یاد ولرئ د پیوستون د ضریب د محاسبې لپاره فرمول په مخکنی بحث کې ورکړل شوی دي چې په کې د حداقل مربعاتو د پیش بینی د معادلي least squares prediction equation سره مشابه ارقام کارول شوي دي. په حقیقت کې د  $\hat{\beta}_1$  او  $r$  لپاره د نورمیراتور اصطلاح کت من او یوشان ده، لکه چې لیدل کېږي، کله چې  $r = 0$  نو  $\hat{\beta}_1 = 0$  (په داسې حالت کې چې  $\Delta y \Delta x$  د پیش بینی په هکله هیڅ معلومات په اختیار کې نه لري) او کله چې میلان مثبت وي نو  $r$  هم مثبت او کله چې میلان منفي نو  $r$  هم منفي وي. برخلاف  $\hat{\beta}_1$ ، د  $r$  د پیوستون ضریب د تخمین څخه پرته (په صرف نظر د  $x$  او  $y$  واحداتو) د  $-1$  او  $+1$  قیمتونو په مینځ کې قرار لري. د  $r$  یو قیمت چې صفر ته نژدې او یا مساوي د صفر سره وي په دې دلالت کوي چې  $x$  او  $y$  ترمینځ یا په ډېره لږه اندازه او یا هیڅ خطی رابطه وجود نه لري، په مقابل کې، که چېرې  $r = +1$  او یا  $-1$  سره نژدې واقع شي نو د  $x$  او  $y$  ترمینځ یوه قوي خطی رابطه موجوده ده او که چېرې  $r = +1$  او  $r = -1$  سره وي نو د نمونې ټول نقاط دقیقاً د حداقل مربعاتو په خط (least squares line) قرار لري. د مثبت قیمت د  $x$  او  $y$  ترمینځ په مثبت خطی رابطه دلالت کوي او برخلاف د  $r$  منفي قیمت د  $x$  او  $y$  ترمینځ په منفي خطی رابطه دلالت کوي، په دې معنا چې د  $y$  په کمیدو سره  $x$  ډېرېږي چې ددې ټولو حالتونو تصویرونه په لاندې 9، 13 شکل کې ښودل کېږي.

شکل: د  $r$  قیمتونه او د هغوی غبرگون

اوس د 1، 9 جدول د ارقامو څخه په استفاده د اشتهاراتو له درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د پیوستون د ضریب  $r$  محاسبه تمثیلوو. د  $r$  سنجش لپاره د اړتیا وړ مقدارونه عبارت دي له:  $SS_{xx}$ ،  $SS_{yy}$  او  $SS_{xy}$  اولني دوه مقدارونه مخکې محاسبه شوي هم وو خو یو ځل بیا یې تکرارو.

اوس د پیوستون (همبستگی) ضریب په لاس راوړو:

$$\begin{aligned} SS_{xy} &= 7 & SS_{xx} &= 10 & SS_{yy} &= \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \\ & & & & &= 26 - \frac{(10)^2}{5} = 26 - 20 = 6 \end{aligned}$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}} = \frac{7}{\sqrt{(10)(6)}} = \frac{7}{\sqrt{60}} = .904$$

$$r = \frac{31}{\sqrt{90+40}} = \frac{31}{\sqrt{3600}} = 0,86$$

د ذکر شویو ټولو توضیحاتو او مثالونو له مخې په لنډه سره وایو، چې پیوستون Correlation د دوو هغو متحولینو د ارتباط څرنګوالی او د درجې یو معیار ته ویل کېږي، چې یو پر بل اغېزه لري او دې، بدلونو له مخې په بل کې بدلونونه همدې معیار او درجې د مخې د پیش بینی کېدو وړ دي، د همدې ترڅنګ میلان Regression د دوو متحولینو هغه خصوصیات دي، چې د همدغو متحولینو ترمنځ د ارتباط د نه بشپړوالي درجه ښيي.

### ۱۱-۳-۵ دوو متحولینو خطي رابطه او معادله:

لکه چې پوهېږو که  $y = a + bx$  تابع وي او  $a$  یو ثابت قیمت ولري، نو د هغو د مستقیم خط معادله داسې ده:  $y = a + bx$  همدا د دوو متحولینو ترمنځ یوه خطی رابطه بلل کېږي، چې د مستقیم خط شکل ځانته غوره کوي، په دې ډول که چېرې موږ د  $x$  بدلونو له مخې  $y$  پیش بینی کولای شو. که چېرې  $X=0$  شي، نو  $Y=a$  کېږي،  $a$  د گراف په ساحه کې د  $y$  محور په امتداد قیمتونه اخلي او د نقاطو موقعیت په لاس راځي او  $b$  بیا د رسم شوي خط میلان دی، چې همدې ته د میلان ضریب واي، د دغه ډول خط په لاس راوړلو لپاره صرف د دوو نقطو د قیمت موجودیت کفایت کوي، په دې ډول روابطو کې د متحولینو ترمنځ خطي ارتباط یا Liner Correlation بلل کېږي.

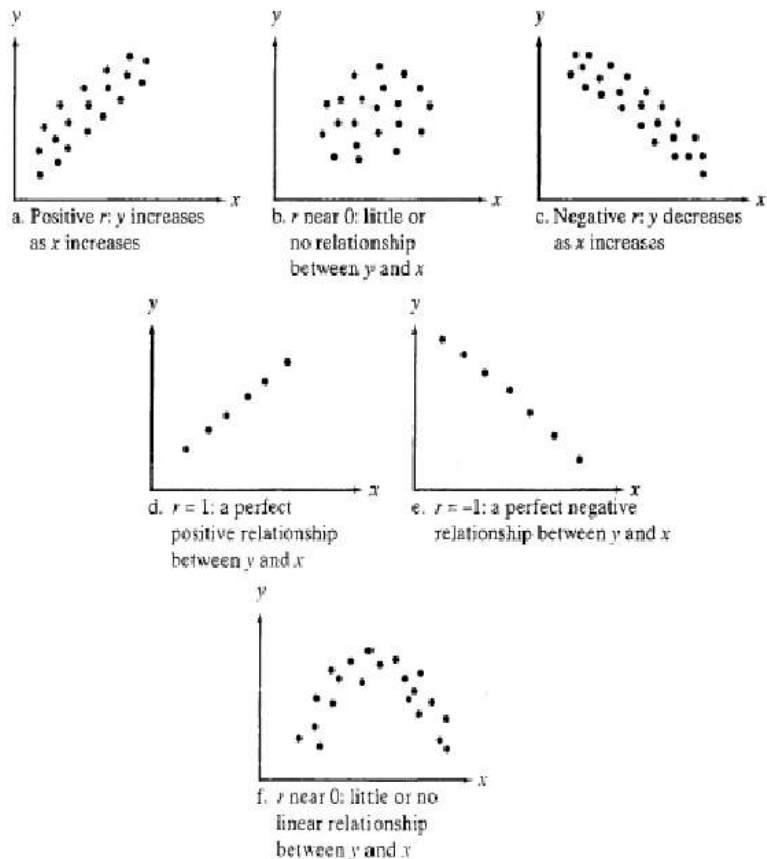
### ۵ پیوستون ضریب THE COEFFICIENT OF CORRELATION

د یادولو وړ ده، چې دوه متحول له رابطه Bivariate relationship هغه رابطه ده، چې د  $x$  او  $y$  دوه متحولینو ترمینځ اړیکې تشریح کوي او ددې دوه متحول له تشریح لپاره زیاتره سکتورګرام په کار وړل کېږي. په دې برخه کې به د پیوستون correlation په هکله بحث وکړو او و به ښایو چې څرنګه ددې په استعمال سره د  $x$  او  $y$  دوه متحولینو ترمینځ خطی رابطه linear relationship اندازه کېږي. د پیوستون د عددي تشریح اندازه گیری د پیرسن د تولید د مومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا  $r$  په واسطه صورت نیسي.

### تعریف:

د پیرسن د تولید د مومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا  $r$  د دوو متحولینو ( $x$  او  $y$ ) ترمینځ د خطي رابطې د قوت اندازه گیری څخه عبارت دي چې په ( $n$  مقیاسونو د نمونې لپاره د  $x$  او  $y$  له مخې) په لاندې ډول محاسبه کېږي.





په حقیقت کې  $r$  مثبت او یو ته نژدې عدد دي او په دې دلالت کوي چې د خرڅلاو له درکه عاید  $y$  په هغه وخت کې زیاتوالی مومي کله چې د اشتهاراتو مصارف  $x$  زیاتوالی بیامومي (د دې پینځه میاشتنی نمونې لپاره). دا سنچس موډ حداقل مربعاتو د میلان سره چې مثبت وو مساوي دي 9, 1 مثال:

د قمار قانوني لویه د میسېسي د ښار کشتوپه هره قمارخانه کې وجود لري، د نوموړي ښار ښاروال غواړي چې د قمارخانود تعداد او د کلني جرایمو د تعداد تر مینځ پیوستون correlation باندې وپوهېږي. د دې مسئلې د لسو کالو ریکارډ د آزمایش لاندې نیول شوي دي چې نتایج یې په 9, 5 جدول لستې شوي دي. د نوموړي ارقامو لپاره د پیوستون ضریب  $r$  (coefficient of correlation) محاسبه کړئ.

Year	Number of Casino Employees, $x$ (thousands)	Crime Rate, $y$ (number of crimes per 1,000 population)
1991	15	1.35
1992	18	1.63
1993	24	2.33
1994	22	2.41
1995	25	2.63
1996	29	2.93
1997	30	3.41
1998	32	3.26
1999	35	3.63
2000	38	4.15

جدول د قمارخانود تعداد او د جرایمو اندازي ارقام

حل:

علاوه پر دې چې د هغه محاسباتي فرمول څخه چې په 2, 9 تعریف کې ورکول شوي وو استفاده وکړو کولای شو چې یو احصایوي نرم کالی ته مراجعه وکړو. د 9, 5 جدول ارقام په یو کمپیوټر کې داخلو او د MINITAB نرم کالی (سافټ ویر) څخه د  $r$  محاسبې لپاره استفاده کوو. د MINITAB پواسطه تولید شوي یو کاپي په 14, 9 شکل کې لیدل کېږي 9, 14 شکل: د 9, 1 مثال لپاره د MINITAB پواسطه تولید شوي کاپي

Correlation of NOEMPLOY and CRIMERAT = 0.987

د پیوستون ضریب په ښکاره توګه په شکل کې لیدل کېږي چې د  $r = 0.987$  سره مساوي دي. نو ویلاې شو چې په دې ښار کې د قمارخانود کار قوت او د جرایمو تعداد د تیرو لسو کلونو په اړدو کې په ډېر لور په اندازه سره پیوسته دي. باید ډېره توجه وکړو او هره غیر تضمین شوي نتیجه قبوله نه کړو. د مثال په ډول، کېدای شي چې ښاروال وانګرې چې د کازینو (قمار خانو) د نورو نورو کارمندانو ګمارل به د جرایمو په زیاتوالي کې مرسته وکړي، په دې معنا چې دلته یو علتې رابطه causal relationship د دوه متحولینو تر مینځ وجود لري. په هر ترتیب د پراخه پیوستون شتون په دې علت دلالت نه کوي. حقیقت دا دی چې په قمارخانو د جرایمو زیاتوالي سره کېدای شي ډېر نور شیان په احتمالي ډول مرسته کړي وي. همدارنګه د ښار توریستي سوداګري بېشکه د ښار د قمار خانو د پرمختګ سره مرسته کړي ده.

مونږ نه شو کولای چې د یوې لوي نمونې د پیوستون په سطحه علتې رابطه استنباط کړو. کله چې د ارقامو په نمونه کې په لور په اندازه پیوستون مشاهده کېږي، یوازې د ډاډ وړ او مطمئنه نتیجه

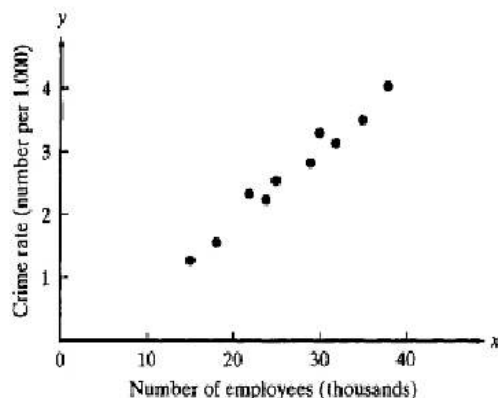
مریعاتو least squares د استفادی لپاره تهیه کېږي یوه اندازه پراخه وي. په دي اساس به د دوه متحولینو ترمینځ د مثبتې او منفي خطي رابطي د استنباط جوړولو لپاره د میلان slope څخه استفاده کوو.

**د تشخیص ضریب THE COEFFICIENT OF DETERMINATION**

د ماډل د گټورتوب د اندازه کولو لپاره یو بله لار د  $\gamma$  په تخمین او ثبوت کې د  $x$  د مرستي اندازه کول دي. د دي کار لپاره لازمه ده معلومه کړو چې د  $x$  پوسيله د تهیه شوو معلوماتو څخه په استفاده د  $\gamma$  په تخمین کې اشتباهاتو په کومه اندازه کمبود موندلای دي. د زیات وضاحت لپاره هغه نمونه چې 9, 16a شکل کې ښودل شوي ده په پام کې ونیسې. که چېرې فرض کړو چې د  $x$  معلوماتو د  $\gamma$  په تخمین کې هیڅ ډول مرسته نه ده کړي، نو  $\gamma$  لپاره یو بهترین تخمین یا prediction د نمونې اوسط  $\bar{y}$  دي چې په 9, 16b شکل کې په دافقي خط په ډول ښودل کېږي چې د عمودي خط برخه یې د اوسط  $\bar{y}$  څخه انحرافات رانښايي. په یاد ولرئ، د تخمین د مساوات  $\hat{y} = \bar{y}$  لپاره د انحرافاتو د مریعاتو جمع sum of squares of deviations عبارت ده له

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

داده چې د  $x$  او  $\gamma$  ترمینځ شاید یو خطي میلان وجود ولري. یو بل متحول، لکه په توریزیم کې زیاتوالي، کېدای شي چې ملاحظي وراثوونکي عامل په توگه د  $x$  او  $\gamma$  ترمینځ د لوړ پیوستون سبب وگرځي.



د پورتني مثال لپاره سکيتروگرام

په یاد ولرئ چې د پیوستون ضریب  $\rho$  په یوه نمونه کې د  $x$  او  $\gamma$  ترمینځ یوه خطي رابطه اندازه کوي، ولي دهغه جمعیت لپاره چې د ارقامو نقاط تری انتخاب شوي وي یو مشایي د پیوستون ضریب د جمعیت د پیوستون ضریب population correlation coefficient چې په  $\rho$  (rho) سمبول سره ښودل کېږي، په نامه یادېږي. کېدای شي چې دا قبوله کړي چې  $\rho$  د دي د مربوط احصائيوې نمونې  $\rho$  پوسيله تخمین شي یا د  $\rho$  د تخمین کولو په ځای کېدای شي چې د  $H_0: \rho = 0$  برخلاف د صفر فرضیه  $H_0: \rho = 0$  آزمایش کړو، په دي معنا کولای شو په هغه فرضیه کې چې د مستقیم خط د ماډل څخه په استفاده د  $x$  او  $\gamma$  په تخمینولو کې د هیڅ ډول معلوماتو مرسته نه شي کولای، برخلاف د هغه فرضیه څخه استفاده کوو چې دوه متحولین حداقل یوه خطي رابطه په خپل مینځ کې لري.

کله چې موږ د  $H_0: \beta_1 = 0$  صفر فرضیه د اشتهاراتو - له اثره څرځلاو د مثال په ارتباط امتحان کوو نو د ارقامو څخه معلومېږي چې د  $\alpha = 0.05$  سطحې په لرلو سره کولای شو چې د صفر فرضیه رد کړو او دا رد کونه په دي دلالت کوي چې صفر فرضیه د دوه متحولینو (د څرځلاو عاید او د اشتهاراتو مصارف) ترمینځ صفر خطي پیوستون linear correlation هم د  $\alpha = 0.05$  د سطحې په درلودلو سره رد کېدای شي.

د حداقل مریعاتو د میلان  $\hat{\beta}_1$  او د پیوستون د ضریب  $\rho$  ترمینځ حقيقي توییر د اندازه گیری مقیاس یا measurement scale دي. په دي اساس، هغه معلومات چې د دي پوسيله د حداقل

نسبت کوچنی وی په حقیقت کې که چېرې ټولې نقطې د حد اقل مربعاتو په خط و غورځېږي، نو  $SSE = 0$  نو د انحرافاتو د مربعاتو په جمع حاصل کې تخفیف کېدای شي چې  $x$  ته منسوب کړای شي، چې د  $SS_{yy}$  په شکل اظهار کېدای شي چې عبارت دي له:

$$\frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په یاد ولرئ چې د  $SS_{yy}$  د نمونې د انحرافاتو مجموعه \* اوسط په شاوخوا کې د مشاهداتو څخه عبارت دي او  $SSE$  د  $\bar{y}$  خط د ترتیب او تنظیم څخه وروسته باقیمانده \* د وضاحت څخه پاتې د نمونې اختلافات دي. نو د  $(SS_{yy} - SSE)$  حاصل تفریق عبارت دي له:

$$\frac{\text{د تشریح شوی نمونې انحراف}}{\text{د نمونې د انحرافاتو مجموعه}} = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په ساده خطي ریگریشن کې کیدای شي چې ولیدل شي چې دا نسبت (د تشخیص ضریب) د ساده خطی پیوستون د ضریب  $r$  (د پیرسن د تولید د همبندۍ د پیوستون ضریب) د مربع سره مساوي وي

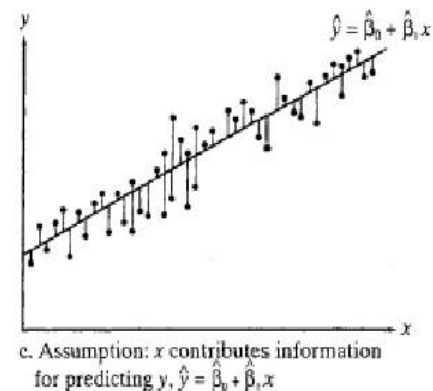
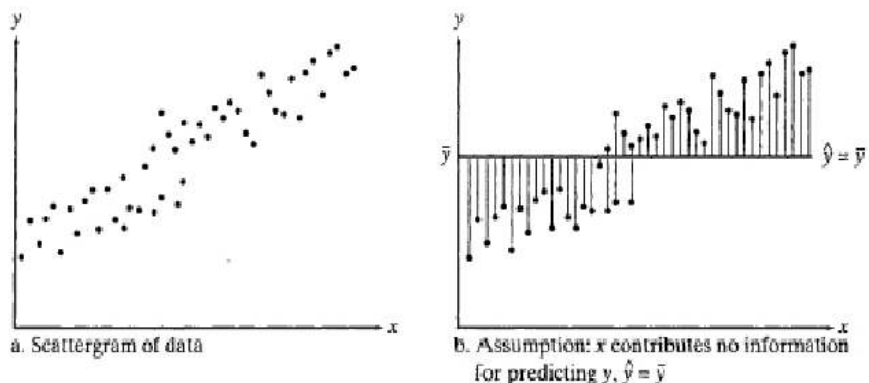
تعریف

د تشخیص ضریب coefficient of determination عبارت دي له:

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = 1 - \frac{SSE}{SS_{yy}}$$

دا فرمول د  $\bar{y}$  په شاوخوا کې د ټولې نمونې د انحرافاتو بنسټونکي دي چې د  $x$  او  $y$  تر مینځ د خطي رابطې په وسیله تشریح کېږي (په ساده خطي ریگریشن کې، دا فرمول کیدای شي د پیوستون د ضریب مربع  $r$  square of the coefficient of correlation په شکل محاسبه شي) په یاد ولرئ چې  $r^2$  همیشه د 0 او 1 تر مینځ وي ځکه چې  $r$  د +1 او -1 په مینځ کې قرار لري. نو د  $r^2$ ، 0.60 معنا د  $y$  د انحرافاتو د مربعاتو مجموعه د هغوی د پیش بینی شوي قیمت مطابق، د  $\bar{y}$  په ځای د حد اقل مربعاتو د مساوات  $\bar{y}$  څخه په استفاده د  $y$  د تخمین لپاره، 60 سلنه کموالي

شکل: د دوه ماډولونو لپاره د اختلافاتو د مربعاتو د جمع حاصل مقایسه



اوس فرض کړئ چې د حد اقل مربعاتو خط least squares line د عین شان ارقامو ستا لپاره ترتیبوي او د خط څخه د انحرافاتو نقطې لکه چې په 9، 16c، شکل کې بنسټول کېږي تعیینوي، که چېرې په 9، 16b، او 9، 16c، شکلونو کې د پیش بینی شوي خط په اړه انحرافات سره مقایسه کړي نو وپه ویني چې:

که چېرې  $x$  د  $y$  د تخمین لپاره په لږه اندازه او یا هېڅ د معلومات مرسته ونه کړي، نو د دواړو خطونو لپاره د انحرافاتو د مربعاتو د جمع حاصل sum of squares of deviations عبارت دي له، چې تقریباً سره مساوي دي

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad \text{and} \quad SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

ه چېرې  $x$  د  $y$  د تخمین لپاره د معلوماتو په تهیه کولو کې مرسته وکړي، نو  $SSE$  به د  $SS_{yy}$  په

مومی

مثال

د اشتها راتو له درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د تشخیص ضریب coefficient of determination محاسبه او نتیجه یی تفسیر او تعبیر کړئ. د اسانتیا په خاطر د نوموړي مثال ارقام په 6, 9 جدول کې تکرار شوي دي. جدول د اشتها راتي مصارفو له اثره د خرڅلاو د عواید ارقام

Advertising Expenditure, x (\$100s)      Sales Revenue, y (\$1,000s)

1	1
2	1
3	2
4	2
5	4

حل: د مخکنی محاسبي په اساس، او

نو د تعریف په اساس، د تشخیص ضریب په لاندې ډول  $SSE = \sum (y - \hat{y})^2 = 1.10$  ارایه شوي دي،

$$SS_{yy} = 6$$

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = \frac{6.0 - 1.1}{6.0} = \frac{4.9}{6.0} = .82$$

د  $r^2$  د محاسبي لپاره یو بله طریقه د کتاب د 6, 9 برخي په یاد راوړلو له مخي، یعنی  $r = 0.904$  نو د  $r^2$  لروې  $r^2 = (0.904)^2 = 0.82$  او د  $r^2$  د لاس ته راوړلو لپاره دریمه لار د کمپیوټري پروگرامونو استعمال دي، چې دا قیمت په 17, 9 شکل کې د SAS په واسطه په تولید شوي نثریه کې په رنگه شوي ډول ښودل کېږي چې د R-square په نوم عنوان شوي دي، او نتیجه مو داده چې د حداقل مربعاتو د خط له مخي پوهیږو چې د  $y$  د تخمین لپاره د  $x$  څخه استفاده کوو،

$$\bar{y} = -0.1 + 0.7x$$

د یا بلې طریقي په اساس، د خرڅلاو په عوایدو کې 82% د نموني انحرافات کېدای شي چې د اشتها راتو د مصارفو  $x$  څخه په استفاده د یو مستقیم خط په ماډل کې تشریح شي. 9, 17 شکل د SAS نثریه د اشتها راتو له اثره د خرڅلاو د مثال لپاره

Dependent Variable: Y

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	4.90000	4.90000	13.364	0.0354
Error	3	1.10000	0.36667		
C Total	4	6.00000			
Root MSE		0.60553	R-square	0.82167	
Dep Mean		2.00000	Adj R-sq	0.7556	
C.V.		30.27650			

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for HO: Parameter=0	Prob >  T
INTERCEP	1	-0.100000	0.63508530	-0.157	0.8849
X	1	0.700000	0.19148542	3.656	0.0354

د تشخیص د ضریب لپاره عملي تفسیر

Practical Interpretation of the Coefficient of Determination,  $r^2$  په  $y$  کې د  $100(r^2)\%$  په اندازه د نموني انحرافات (deviations of the sample  $y$  values about  $\bar{y}$ ) کیدای شي چې د  $x$  څخه په استفاده د مستقیم خط په ماډل کې (straight-line model) د  $y$  د اټکل لپاره په کار وړل شوی دي.

## تمرینات:

۱. میلان او پیوستون په هکله د لومړي ځل لپاره کوم عالم کار وکړ؟  
 ۲. لاندې سوال کې میلان حل کړئ؟ (ارقام فرضي دي)؟

X	Y
5	16
6	19
8	23
10	28
12	36
13	41
15	44
16	45
17	50
$\Sigma X = 102$	$\Sigma Y = 302$

## ماخذونه Reference

- Bhatti, Iqbal. A. (1990): Statistics Made Easy. Bhatti Publishers. Lahore-Pakistan.
- Chaudhry. Sher M. (1995): Introduction to Statistical Theory: Ilmi Kitabkhana, Lahore-Pakistan.
- Clark, James. R. (1988): Study Guid for Biometry. Texas Tech University, Lubbock, Texas.
- Dospekhov. B. A. (1984): Field Experimentation: Mir Publishers Moscow.
- Hotch, Evelyn and H. Farhady; (1982), Research Design and Statistics for Applied Linguistics: University of Xalifornia, Los Angeles, USA.
- Kalra, K.B.(1991): Academic's Dictionary of Economics: Academic (India) Publisher New Delhi.
- Lehmann. E. L. (1991) Testing Statistical Hypotheses (Second Edition) University of California, USA.
- Losch, Manfred. (2009) Satistics and Econometrics: Institute of Development Research and policy, Ruhr-Bochum University.
- Main. M.Anwar (1988), Intermediate Statistics Ilmi Kitavkhana, Lahore.
۱۰. اتوموست (ژباړونکی: دوکتور (مویحیی امیرابوي) (۱۹۷۰) احصایه عمومي (طبع ۸) مطبعه گودرلن
۱۱. اصیل، مراد علي، (۱۳۲۵) مبادي تيوري عمومي تيوري احصايه و تطبيق ان ها در اقتصاد پوهنځی اقتصاد، پوهنتون کابل، مطبعه وزارت تحصیلات عالی و مسلکي
۱۲. م. پورپاکین (ژباړونکی: خ قریان بای) (۱۳۵۹)، برخی از مسایل نظریه عمومي احصايه کمیته، دولتي پلانگذاری، اداره مرکزی احصايه، کابل
۱۳. دولتي، خیراله (۱۳۲۰) مبادي احصايه در زراعت، پوهنځی زراعت، پوهنتون کابل
۱۴. عمید، حسن، (۱۳۷۴)، فرهنگ عمید، تهران، ایران
۱۵. ناصر شفیق و نکلا بیف (۱۳۵۲)، ریاضیات ابتدائي، انستیتیوت پولیتخنیک کابل
۱۶. سالنامه احصايه (۱۳۶۸)، اداره مرکزی احصايه
۱۷. معلومات احصايی افغانستان (۱۳۵۴-۱۳۵۲)، سال چاپ ۱۳۵۵ صدارت عظمی، اداره مرکزی احصايه افغانستان، کابل

## لومړۍ ضمیمه:

یو شمېر مخففات او سمبولونه چې په متن کې راغلي او د هغو لنډه توضیح:

الف- یوناني الفبا:

Aα	Alpha	Θθ	Theta	Ρρ	Rho
Bβ	Beta	Ιι	Lota	Σδ	Sigma
Υγ	Gamma	Κκ	Kappa	Τλ	Tau
Δδ	Delta	Αα	Lamda	υ	Upsilon
Eε	Epsilon	Μμ	Mu	φφ	Pi
Zξ	Zeta	Νν	Nu	Χχ	Chi
Hη	Eta	Οο	Lmicron	Ψψ	Psi
		Ππ	Pi	Ωω	Omega

ب- د انگلېسي حروفو د مخففاتو او سمبولونو شرحه:

K- د صنفونو شمېر.

N- د مشاهدو ټول شمېر Total Number of Observation Subject or Paired

Obsevation

n- په ورڼو کې مشاهدې Number of Observation or Subect in Particular

Sample

Xi- صنفې و سطونه

f- دفعات (Frequency) fi or F

X- ساده حسابي اوسط (Sample Mean).

G- هندسي اوسط

Xw- وزن لرونکی اوسط.

Mean- يعنې د اعدادو اوسط (لغت).

Med- میانه (Median).

Mo- موډ (د هر پېښېدونکي، کثیر الوقوع یا د زیات واقع کېدونکي عدد څخه عبارت دی).

R- فاصله

Q.D- کارتیل انحراف

A.D- وسطي انحراف

S.D- میزاني انحراف

S- ورینس

B- میلان The Slope of Regressoin line

P- احتمال

M- د نفوس اوسط - میزاني انحراف - په گڼو مشاهدو کې (په لوی نفوس کې).

Z- په طبیعي منحني کې معینه ساحه

I- شاخص

P- قیمتونه

q- قیمتونه

r- د نمونې د ارتباط ضریب (Correlation Coefficient of Sample).

Y- په میلان او پیوستون کې واقعي قیمتونه

Y-hat- په میلان او پیوستون کې پېش بینی کېدونکي قیمتونه

دويمه ضميمه:

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0190	.0239	.0259	.0359	.0359
0.1	.0390	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1802	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2280	.2611	.2682	.2673	.2704	.2734	.2464	.2794	.2823	.2852
0.8	.2861	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3269	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.4313	.3438	.3261	.3485	.3503	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4565	.4573	.4582	.4591	.4600	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4877	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4901	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4942	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4960	.4961	.4962	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4969	.4970	.4971	.4972	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4978	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4981	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Areas Under The Normal Curve.

The areas are measured from the Mean, Zero to any ordinate.

د کتاب د اووم څپرکي مسایل په تېره هغه بحث چې له ۱۵۲ مخ څخه وروسته راغلي، ټول طبيعي منحنی پورې اړه لري، چې په ۱۳۵-۱۵۲ مخونو کې مشخصي عنوان (د طبيعي منحنی ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش) د همدې جدول له مخې صورت مومي، چې کینه خوا د Z ساحه نښې له صفز څخه نیولې؛ تر پوره ۳ پورې ښودل شوي دي.

Logarithms

درېيمه ضميمه: (الف)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	123	456	789
10	0000	0043	0086	0128	017	0212	0253	0294	0334	0374	5913	172126	303438
											4812	162024	283236
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4812	162023	273135
											4711	151822	262933
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3710	141821	252832
											3710	141720	242731
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3610	131619	232629
											3710	131619	222529
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	369	121519	222528
											369	121417	202926
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	369	111417	202926
											368	111417	192225
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	368	111416	192224
											358	101316	182123
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	358	101315	182023
											358	101215	172022
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	257	91214	171921
											247	91114	161821
19	2788	2810	2833	2856	2478	2900	2923	2945	2967	2989	247	01113	161820
											246	81113	151719
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	246	81113	151719
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	246	81012	141618
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	246	81012	141517
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	246	7911	131517
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	245	7911	121416
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	235	7910	121415
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	235	7810	111315
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	235	689	111314
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	235	689	111214
29	4024	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	134	679	101213
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	134	679	101113
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	134	678	101112
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	134	578	91112
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	134	568	91012
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	134	568	91011
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	124	567	91011
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	124	567	81011
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	123	567	8910
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	123	567	8910
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	123	457	8910
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	123	456	8910
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	123	456	789
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	123	456	789
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	123	456	789
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	123	456	789
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	123	456	789
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	123	456	778
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	123	455	678
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	123	445	678
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	698	123	445	678

Logarithms

درېمه ضميمه: (ب)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	123	456	789
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	123	345	678
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	123	345	678
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	122	345	677
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	122	345	667
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	122	345	667
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	122	345	567
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	122	345	567
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7605	7612	7619	7627	122	345	567
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7680	7686	7694	7701	122	344	567
59	7709	7716	7723	7732	7738	7745	7752	7760	7767	7774	122	344	567
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	122	344	566
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	122	344	566
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	122	334	566
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8034	8041	8048	8055	122	334	556
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8103	8109	8116	8122	122	334	556
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	122	334	556
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8234	8241	8248	8254	122	334	556
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8300	8306	8312	8319	122	334	566
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8364	8370	8376	8382	122	334	466
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8427	8432	8439	8445	122	234	466
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8489	8494	8500	8506	122	234	456
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	122	234	455
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	122	234	455
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	122	234	455
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8728	8733	8739	8745	122	234	455
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	122	233	455
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	122	233	455
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8898	8904	8910	8915	122	233	445
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	122	233	445
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	122	233	445
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9064	9069	9074	9079	122	233	445
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	122	233	445
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	122	233	445
83	9191	9196	9201	9206	9211	9217	9222	9227	9232	9238	122	233	445
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	122	233	445
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	112	233	445
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	112	233	445
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	011	223	344
88	9445	9450	9455	9460	9465	9470	9475	9480	9485	9490	011	223	344
89	9494	9499	9504	9509	9514	9519	9524	9528	9533	9538	011	223	344
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	011	223	344
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9629	9633	011	223	344
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9676	9680	011	223	344
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9712	9717	9722	9727	011	223	344
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	011	223	344
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9804	9809	9814	9818	011	223	434
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	011	223	344
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	011	223	344
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	011	223	344
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9982	9987	9991	9996	011	223	334

د لويه قاعده د اعدادو ساده لوگاريټيک جدول د کتاب د درېيم څپرکي د (۳۰) مخ کې د سټد چې راول فورمول کې لوگاريټم کارول کېږي او د زماني سلسو په کوچنيو مربع گانو کې د معادلو د لوگاريټم د حل لپاره راول شوي دي.

څلورم ضميمه:

د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د علمي څېړنې چلند بېلگه:

د احصايې خاص رول په علمي څېړنه کې دی، د (A.T.Mosher) په وينا: عصري کرنه بې له علمي څېړنې نه شي رامنځته کېدای، موږ د توليد د فني واحد د مولديت د لوړتيا، د ټکنالوژيکي سطحې يا د زراعت د تخنيک د درجې د لوړېدو، د کرنيزو ناروغيو او افاتو د بڼه مخنيوي، په څارويو کې واکسين او د هغو بڼې پايلې موندل، د اوبو لگولو د مؤثريت، د خاورې حاصل څېزه کولو، د ښو ورايتيو اصلاح او معرفي، د کرنيزو اغېزمنو پلانونو د جوړولو، د کليو د پراختيا، د موجوده منابعو بڼه کارول او د پته ورته گڼ شمېر چارو لپاره علمي څېړنو ته ضرورت لرو، تحقيق (ريسرچ)، نن ورځ له پرمختيا سره يو تړلی مفهوم دی، د معاصرې نړۍ اوسني پرمختگونه د علمي تحقيق نمره ده.

څېړنه (Research): د يوې ټاکلې موضوع په باب رېښتيني، ژوره عالمانه پلټنه ده چې په هغې کې حقايق، د بېلو بېلو متحولينو ترمنځ د روابطو څرنگوالي او واقعيتونو او گڼ شمېر مسايل تحليل او تفسير کوي، پروفیسور E.Hetch په خپل مشهور اثر:

(Linguistics Research Design and Statistics for Applied) کې وايي: څېړنه د پوښتنو د حل لپاره په سيستماتيکو وسايلو د ځواب موندل دي، نن ورځ په ټولو سکتورونو کې د ريسرچ او پرمختيا (R&D) ترمنځ اړيکې ورځ په ورځ زياتوالی مومي او دولتونو د علمي څېړنو د ترسره کولو لپاره ډېر لگښتونه په غره اخيستي، په متحده ايالتو کې د (R&D) لپاره لگښت په کال ۱۹۲۱ کې د ټولو دولتي مصارفو څخه ۲۵٪ وو، له همدې نېټې وروسته دغه پاملرنه نوره هم زياته شوه. په فرانسه کې ۷۸، په جاپان کې ۳۲٪ او په برېتانيا کې ۲۱٪ ته رسېدل، ارقامو وښوده چې په متحده ايالاتو کې د علمي څېړنې له امله له (۱۸۷۵ څخه تر ۱۹۵۰ پورې) سرانه عايد کې څلور ځله زياتوالی راغلی و، کرنيزو علومو کې څېړنه تر هغو بشپړه نه ده، ترڅو د احصايوي معلوماتو او طريقو پواسطه ارايه او تنظيم نه شي او د احصايوي تحليل په واسطه ثابت نه شي او تفسير يې



گنبل کېږي، کېدای شي څېړونکي په دغو ارقامو د احصایوي مېتودونو په واسطه ځینې عملیات ترسره او له هغو یوه غوڅه پایله ښکاره کړي، باید له کتابونو راخیستل شوي ارقام د موضوع په اړه وي او د جدول اصولو مطابق رساله کې درج شي، که چېرې د ارقامو تحلیل ته د زماني سلسلو، د طبیعي منحنی، شاخصونو او نورو په واسطه ضرورت و، د بنودل شویو طریقو مطابق دې مطلب د هغو په واسطه ثابت شي، له گرافونو څخه دې د یوې تشرېحي غوره وسیلې په توگه کارواخیستل شي.

**ب- تطبیقي څېړنه (Applied Research):** دا کاملاً عملي جنبه لري، یعنې د هغې نتایج د تطبیق کېدو په خاطر ترلاسه کېږي، مثلاً په لابراتوار کې د یو فنګس اغېز په یو نبات یا یوه مېوه او په هغه د یوه معین ډوز دوا تطبیق، وروسته بیا د دغې پایلې پراخه تطبیق او ټولو فارمونو یاد ټول هېواد د کرنې د سکتور په سطحه سپارښت کېږي، همدارنگه په لابراتوار کې د خاورې د (PH) عضوی موادو، ضروري عناصرو او نورو باندې څېړنه او بیا په عملي ساحه کې د هغو په هکله د سپارښتنو ورکول چې دغه لابراتواري څېړنې د تولید په اصلي ډگر (کرونده) کې د تطبیق لپاره ترسره کېږي، باید ووايو چې کرڼه کې دغه ټول تحقیقات، تجربه او ثابت او بیا ځانگړي ارزښت لري، دا هم باید ووايو چې کرڼیزو څېړنو کې د ساحو، خاورې او نورو توپيرونو له امله Survey او Experimental Method ډېر مهم دی، دلته باید اصلي پرابلم په نښه شوی اوسي، پخواني مطالعات هېر نه شي او د تحقیق موډل او روش معرفي شي، د کار طرز وښودل شي، ځکه کرڼه او مالداري د صنعت، کانونو، برېښنا، جوړښتونو او نورو اقتصادي سکتورونو سره ځینې اساسي توپيرونه لري؛ لکه:

- کرڼیز تولیدات عموماً موسمي ځانگړنه لري.
- د طبیعي پېښو؛ لکه باران، گرمي، یخني، لمر، باد او نورو څخه اغېزمن وي.
- کرڼیز فعالیت او حاصل له ناڅاپي پېښو او طبیعي افاتو ډېر ژر اغېزمن وي.
- کرڼیز محصولات عمدتاً ډېر ژر فاسدېدونکي وي.
- د مارکیت تقاضا او بيو د بدلونو په مقابل کې په لږ وخت کې نه شي عیارېدای.
- د Risk احتمال په کې زیات دی.

- د کرڼیزو فعالیتونو له پیل څخه بیا تر حاصل اخیستو پورې مېهموالی یا Uncertainty د هغو اصلی جز دی.

- په کرڼه کې گڼ شمېر محصولات مشترک یا متمم شکل لري؛ لکه بوس او غنم...، نو ځکه باید څېړنه کې په پام کې ولرو؛ چې:

۱. ښه به وي د څېړنې لپاره مد نظر ساحې څخه اقلاد هغې ۱۰٪ د څېړنې د پوښښ لاندې

ونه شي، له همدې امله نن ورځ د علمي څېړنې لپاره لویې لویې ادارې، مؤسسات او اساسي تاسیسات ایجاد شوي، احصایه د علمي څېړنې په ټوله چلند بېلگه (Research's Procedure) په هر تحلیل او مېتود لکه سروې، تاریخي مېتود، تجربوي مېتود، تشریحي تحلیل، د عواملو تحلیل، پېښگويي، د حالاتو کتنې او نورو کې خپله دنده لري، د کرنې په سکتور کې علمي څېړنه د خپل ماهیت له مخې دوه ډوله ده، یو یې نوښتي او بله یې تفصیلي، نوښتي څېړنه هغه ده، چې د کرنې یو متخصص او څېړونکی د خپل مسلک ساحه کې یوې نوې موضوع باندې پلټنه کوي او د هغې په پایله کې چې کوم اثر لیکي، هغه ته بکر اثر وایي او تفصیلي څېړنه چې تائیدی څېړنه یې هم بولي، هغه ده چې څېړونکی د پخوانیو څېړنو په ادامه تفصیلي کتنې کوي، کېدای شي په موضوع کې غوره زیاتوالی هم راولي، پخوانس تېروتنې اصلاح او خپل نوي نظریات ورباندې علاوه کړي، مگر کاملاً ابتکاري (بکر) څېړنه یې نشو بللای، په کرڼه کې علمي څېړنې له تطبیقي پلوه دوه ډوله دي:

**الف- خالصه څېړنه (Pure Research):** مثلاً په دفتر، ساحه، کرونده یا فارم او نورو ځایونو کې د سروې په ترسره کولو او مشاهدوي نمونو په راټولولو یو تحلیل ترسره کوي، یا له کنیزو تولیدي واحدونو او تصدیو، سیمو یا فارمونو څخه د ځینو راپورونو بشپړول او داسې نور چې هغه صرف د رسالې، کتاب، علمي راپور او نورو په بڼه یې نتایج نشر کېږي او عام شکل لري، یعنې خالص د فوري تطبیق لپاره نه وي، خالصه څېړنه ډېره مقیده هم نه وي، ځکه چې د تولید د ځانگړي ډگر لپاره نه وي، دا تیوريکي اړخ لري او له ډېرې ساده څېړنې (د کتابخانې تحقیق) څخه پیل کېږي او په نورو بڼو هم وي، په دې کې لومړی موضوع غوره کېږي، بیا د بیبيلوگرافي (د هغو کتابونو فهرست چې د موضوع په اړه معلومات په کې وي) آماده کېږي، بیا د موادو په ټولولو پیل کېږي او یو عمومي او ټولاین جوړېږي، چې دا له څېړونکي سره کمک کوي، چې څېړنې لاندې موضوع باندې بشپړه احاطه ومومي او خواره واره معلومات منظم شي، وروسته بیا مسوده لیکل کېږي، دې مرحله کې د او ټولاین موادو ته پراختیا ورکول کېږي او په سیستماتیکه توگه د رسالې په بڼه اوږي، بیا لازمه اسناد، ضمایم، شکلوته، جدولونه، لمن لیکونه، نقل قولونه، علایم او سمبولونه او نور په کې درج کېږي، په پای کې یې، ځل بیا د رسالې مطالب سره مقابله او مقایسه کېږي، ښه به وي د کرنې او وترنري علومو د پوهنځیو محصلین د خپل اخري کال د سیمینارونو د پاڼو د چمتو کولو لپاره دا مراحل په نظر کې ولري، دا چې د یوې رسالې او علمي اثر لیکل کوم پړاوونه لري، هغه به لږ وروسته بیان شي، دلته باید څېړونکي د کتابخانې له کتابونو چې د احصایوي تحلیل لپاره کوم ارقام را اخلي، د هغو ماخذ وښيي کېدای شي ارقام د تشریحي هدف لپاره غوره شي، یا هم د استنباط لپاره البته دا د دویم لاس معلومات

ب- مشاهدات باید شخه وخت (د موسم په لحاظ، سهار، غرمه، گرمی، یخنی، او نورو له لحاظه) او د خو خلو او شخه مودې لپاره ترسره شي؟

ج- ایا کوم عمده علایم او مشخصات باید ثبت شي؟

د- تر لاسه شوي ارقام او نمونې باید څرنګه نظارت او څېړنې لاندې ونيول شي؟ په تېره بیا که نمونې ژوندي، نازکې یا خرابېدونکې وي؛ لکه حشرات، بوټې، مېوې یا د هغو ځینې برخې (ریښه، شاخ، پاڼه او نور...)، یا کوم ځانګړی آفت او نور د مشاهده د کتلو او څېړلو لپاره باید هېره نه شي، چې ځینې نمونې ممکن له کروندې یا فارم شخه تر لابراتوار پورې بدلون ومومي؛ لکه د خاورې نمونه ممکن یو اندازه رطوبت له لاسه ورکړي، یا بې فایلونه لاندې باندې شي، یا ممکن د مېوې یا نبات تازګي او وزن کې کمښت راشي او داسې نور... نو ځکه ایجاب کوي، چې بعضې وسایل؛ لکه کمره، قلم، لشمس کاغذ، ترمامیتر د لابراتوله او نور د اندازه گیری وسایل خان سره یوسو، که منظور د یوه ځانګړي آفت په نښه کول وي، نو باید صرف هغه نمونې چې په مرض اخته دي راوړل شي، که ځینې پروسې او مراحل د پنډک د جوړېدو ګرده افشاني او نور غواړو ثبت او وڅېړو، نو دا د کنترول شویو مشاهدو غوښتنه کوي، که آزاد او کنترول شوي مشاهدات سره ګډ شي، نو د خطا امکان زیات او د پېښینې ثقه والی کمېږي.

**ه علمي اثر بشپړول:** کله چې د یوې علمي څېړنې په جریان کې د احصایوي کړنو تیوري، احصایوي تصامیم، فرضیې، آزمایش، د خطا موندل او واقعي پایله موندل بشپړ شول، نو محقق علمي راپور یا علمي اثر لیکي، چې په هغه کې لاندې ټکي مهم دي:

باید پراثر د مربوطه ارگان، ادارې یا موسسې نوم موجود وي، محقق یا لیکوونکی او بشپړوونکی او نېټه باید روښانه وي، ورپسې د اثر لپاره د محتویاتو یو فهرست برابر شي، یوه لنډه سریزه، چې د موضوع لپاره یوه پېژندنه او مدخل وي او د موضوع اهمیت ورڅخه روښانه شي او د څېړنې اهداف څه دي؟ آیا څېړنه په کوم مېتود اجرا شوي او د کار وسایل کوم او څومره ساحه یې نیولې او د کارولو دوام او ساحات به یې کوم وي، ضرور ده چې دې ټکي ته نغوته وشي، چې آیا پخوا په عین موضوع کې څېړنه شوې ګنه؟ یعنې د موضوع لنډ پس منظر (شالید) باید روښانه شي، باید علمي اثر په ځانګړیو څېړکو وپېشل شي، کوم ټکي چې فرعي حیثیت لري او روښانه کول یې ضروري وي، لمن لیک کې هېره نه شي، باید مقایسه لپاره احصایوي جدولونه او ګرافونه، چې د علمي څېړنې پر وخت بشپړ شوي هرو مرو د علمي اثر متن کې د پرله پسې ګڼو په لرلو راوستل شي، په پای کې یو لنډیز او پایلېکونه او که اړتیا وه، د څېړونکي له خوا لازمي سپارښتنې هم وشي او ماخوډونه دې وښودل شي، په دې ډول علمي اثر معیاري بڼه غوره کوي.

راشي، د ټول برخو نمونې او سمپلونه باید موجود وي، باید د نمونوي مشاهدو د برابرولو لپاره عین چارې چې په لسم څپر کې کې ښودل شوي، ساحې کې دې په کار یوړل شي، د اثر د برابرولو وخت کې دې نقشه ارایه او د څېړنې لاندې ساحې دې په رنگ شي، چې د ټولې نقشې شخه د هغو تشخیص صورت ونيولای شي.

۲. د څېړنو لپاره نیاید ډېر مساعد یا ډېر غیر عادي کال، رقم او نمونه غوره شي، د کرنې او مالدارۍ لپاره باید اقلا د لسو پرله پسې کلونو مشاهدات راټول شي.

۳. غیر عادي ارقام هرو مرو تعدیل کړئ او په تحلیل کې اقلا ۵۰-۲۰۰ ډوله کرنیز محصولات شامل کړئ، خصوصاً د مارکیت او قیمتونو د شاخصونو د موندلو لپاره.

۴. دا چې کرڼه برسرې پرې چې یو شغل (د ملي اقتصاد یو مؤلذ سکتور) دی، د خلکو د ژوند یو طرز هم دی، یعنې د خلکو د رسم او رواج، کلتور، حکومتي پالیسي، پلانونو، سیاسي بدلونو او نورو سره ډېر تړاو لري، نو کله چې د پېښګویۍ موضوع مطرح وي، باید په نمونو کې د شاملو احصایوي ارقامو ترڅنګ اقتصادي، ټولنیز، کلتوري، سیاسي او نور خصوصیات او معلومات هم نظر کې ولرئ، که چېرې څېړونکي د پوښتنلیکونو د مېتود پر اساس تحقیق ترسره کوي، باید پوښتنې د پراخې ساحې له هرې برخې څخه ځواب شي او د هغو د پراګندګۍ درجه نظر کې ونيول شي، کله چې څېړونکي پوره تجربه نه لري یا موضوع څو اړخیزه وي، پوښتنلیک باید د مربوطه شعبي موسسې یا سازمان له مشورتي علمي بورډ څخه تېره شي، پرته له هغه دې پوښتنلیک د رسالې، رپورت یا ګزارش په پای کې ضمیمه شي.

د مشاهدو د تنظیم او په ساحه کې د مکملې سروې لپاره لاندې ټکي مهم دي:

الف- ایا مشاهدات باید په کومه طریقه او طرز ترسره شي؟ (مستقیماً د کروندې لیدل، له بزګرو د نمونې غوښتل او بیا مطالعه کول، صرف د درمند یا حاصل د نمونې مطالعه د هغو عکس برابرول، د خاورې نمونه لابراتوار ته راوړل، ازاد مشاهدات یا کنترول شوي مشاهدات، خو باید هېره دې نه شي، چې ازاد مشاهدات هغه دي، چې څېړونکي هروخت چې وغواړي ساحې ته حاضر شي؛ لکه د مېوې د قطر اندازې مشاده کول، خو کنترول شوي مشاهدات صرف یوه خاصه لحظه او معین وخت کې ترسره کېږي؛ لکه د تخم د شنه کېدو مشاهده د کرل کېدو شخه د معین وخت په تېرېدو یا له هګۍ څخه د بېجې د راوتو معینه شېبه یا د خاورې د رطوبت معلومول له ابیاری د معین وخت تېرېدو وروسته، ځکه که دا ډول معین وختونه او لحظات تېر شول، بیا مشاهده فایده نه لري او ځینې مشاهدې لکه د بزغلي کرل، شنه کېدل، د لومړنیو پایو تشکیل، لازم حد پورې د ساقې نمو او نور باید وخت په وخت ثبت او کنترول شي، نو ځکه ازاد مشاهدات او کنترول شوي توپیر سره لري.)

**Book Name**      **Statistics**  
**Author**          **Prof. M. Bashir Doudiyali**  
**Publisher**       **Nangarhar Medical Faculty**  
**Website**         **www.nu.edu.af**  
**Number**          **1000**  
**Published**       **2013, First Edition**  
**Download**       **www.ecampus-afghanistan.org**

This Publication was financed by German Aid for Afghan Children (www.kinderhilfe-Afghanistan) a private initiative of the Eroes family in Germany. The administrative and technical affairs of this publication have been supported by Afghanic (www.afghanic.org). The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it. Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks please contact us:

Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul

Office: 0756014640

Email: [textbooks@afghanic.org](mailto:textbooks@afghanic.org)

All rights are reserved with the author.

ISBN: 978 993 6200 227

## **Message from the Ministry of Higher Education**



In the history, book has played a very important role in gaining knowledge and science and it is the fundamental unit of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of Higher Education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers of Higher Education Institutions and I am very thankful to them who have worked for many years and have written or translated textbooks.

I also warmly welcome more lecturers to prepare textbooks in their respective fields. So, that they should be published and distributed among the students to take full advantage of them.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and updated learning materials in order to better educate our students.

At the end, I am very grateful to German Committee for Afghan Children and all those institutions and people who have provided opportunities for publishing medical textbooks.

I am hopeful that this project should be continued and publish textbooks in other subjects too.

Sincerely,  
Prof. Dr. Obaidullah Obaid  
Minister of Higher Education  
Kabul, 2013

## Publishing Medical Textbooks

Honorable lecturers and dear students,

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging the students and teachers alike. To tackle this issue we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine. In the past two years we have successfully published and delivered copies of 116 different books to the medical colleges across the country.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-1014) states:

*“Funds will be made ensured to encourage the writing and publication of text books in Dari and Pashto, especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state-of- the-art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this, it would not be possible for university students and faculty to acquire updated and accurate knowledge”*

The medical colleges' students and lecturers in Afghanistan are facing multiple challenges. The out-dated method of lecture and no accessibility to update and new teaching materials are main problems. The students use low quality and cheap study materials (copied notes & papers), hence the Afghan students are deprived of modern knowledge and developments in their respective

subjects. It is vital to compose and print the books that have been written by lecturers. Taking the situation of the country into consideration, we need desperately capable and professional medical experts. Those, who can contribute in improving standard of medical education and Public Health throughout Afghanistan, thus enough attention, should be given to the medical colleges.

For this reason, we have published 116 different medical textbooks from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh and Kapisa medical colleges and Kabul Medical University. Currently we are working to publish 20 more medical textbooks for Nangarhar Medical Faculty. It is to be mentioned that all these books have been distributed among the medical colleges of the country free of cost.

All published medical textbooks can be downloadable from [www.ecampus-afghanistan.org](http://www.ecampus-afghanistan.org)

The book in your hand is a sample of printed textbook. We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of Higher Education Institutions, there is need to publish about 100 different textbooks each year.

As requested by the Ministry of Higher Education, the Afghan universities, lecturers & students they want to extend this project to the non-medical subjects e.g. Science, Engineering, Agriculture, Economics, Literature and Social Science. It is reminded that we publish textbooks for different colleges of the country who are in need.

**I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We assure them quality composition, printing and free of cost distribution to the medical colleges.**

**I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.**

It is mentionable that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or authors to in order to be corrected in the future.

We are very thankful to German Aid for Afghan Children its director Dr. Eroes, who has provided funds for this book. To be mentioned in Past two years he also Provided funds for 20 medical textbooks which are being used by the students of Nangarhar and others medical colleges of the country.

I am especially grateful to GIZ (German Society for International Cooperation) and CIM (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me during the past three years in Afghanistan.

In Afghanistan, I would like cordially to thank His Excellency the Minister of Higher Education, Prof. Dr. Obaïdullah Obaid, Academic Deputy Minister Prof. Mohammad Osman Babury and Deputy

Minister for Administrative & Financial Affairs Prof. Dr. Gul Hassan Walizai as well as the chancellor of Nangarhar University Dr. Mohammad Saber for their cooperation and support for this project. I am also thankful to all those lecturers that encouraged us and gave all these books to be published. At the end I appreciate the efforts of my colleagues in the office for publishing books.

Dr Yahya Wardak

CIM-Expert at the Ministry of Higher Education, March, 2013

Karte 4, Kabul, Afghanistan

Office: 0756014640

Email: [textbooks@afghanic.org](mailto:textbooks@afghanic.org)  
[wardak@afghanic.org](mailto:wardak@afghanic.org)

۲۰. د تصوف حقيقت، ۱۳۸۹ ش. د ميوند خپرندويه ټولنه.

۲۱. اداره، گودر خپرندويه ټولنه ۱۳۸۸ ش. (په پښتو او دري ژبو درې ځله چاپ شوی دی).

۲۲. غزنوي سلطان محمود (ژوند او پېښليک) د ميوند خپرندويې ټولنې چاپ.

۲۳. د علمي تجربو طرح او ډيزاين، گودر خپرندويه ټولنه، ۱۳۸۴ ش.، درسي کتاب.

۲۴. په پينځه ټوکو کې د يو شمېر سبو توليد او روزنه (له پوهنمل سيداجان عبدیاني او پوهنيار محمد اسماعيل سعادت سره په گډه)، ۱۳۸۵ ش. کال. او ديو شمير سبومارکيټنگ

۲۵. د تنگهار ولايت او جلال اباد ښار پېژندنه (له اسدالله حصارشاهيوال او سيدپاچا باور سره په گډه).

۲۶. مرکه (د لنډو کيسو ټولگه)، (امين افغانپور، ډاکټر اسدالله حبيب او بيرک ارغند سره په گډه).

۲۷. سرگرمي بااعداد (د able د ادارې چاپ-۱۳۸۹ کال)

۲۸. سوداگري د ټولو لپاره (ژباړه، ۱۳۸۸ ش. کال- کابل)

۲۹. د خريد اړۍ هيات (د طنزونو مجموعه ۱۳۸۷ ش. کال، سبا خپرندويه ټولنه.

۳۰. پښتو رياضي (ژباړه، ۱۳۸۷ ش. کال- پېښور)

۳۱. د طبيعي منابعو اقتصاد (د پوهنتونو لپاره درسي کتاب- لومړی چاپ ۱۳۸۴ ش. کال، دويم چاپ ۱۳۸۷ ش. کال. درېيم ځل ۱۳۸۹ ش. کال.

۳۲. نباتات او د هغو ارزښت زموږ په ژوند کې.

۳۳. په افغانستان کې هنر او ښکلي هنرونه.

۳۴. د اقتصادي پروژو تحليل او مديريت.

۳۵. د وزو روزنه او ساتنه.

۳۶. د مديريت علم (ژباړه).

۳۷. اسانه محاسبه.

۳۸. ولايتي شوراگانې (ژباړه).

۳۹. حکايتونه او په زړه پورې مطالب (ژباړه)

۴۰. د ژويو او څارويو په زړه پورې نړۍ.

۴۱. کوچنی او تطبيقي اقتصاد (ژباړه)

۴۲. عامه اقتصاد (ژباړه)

۴۳. بزنس انفارماتيک (ژباړه) ۱۳۹۱ له دوه تنو نورو استادانو سره په گډه

۴۴. د افغانستان لومړنی اقتصادي پينځه کلن پلانونه او... ۱۳۹۱ څپرنيو اثر

۴۵. وگړنيزه او عنعنوي تکنالوژي (په کابل پوهنتون کې د افغانستان د معلوماتو د مرکز چاپ ۱۳۹۲

همدارنگه پوهاند محمد بشير دوديال د يو شمېر علمي اثارو لپاره تقريظونه ليکلي او د افغانستان د علومو د اکاډمۍ، د اقتصاد پوهنځي او د کرنې پوهنځيو د يو شمېر استادانو لارښود استاد او د دفاع وزارت دستر درستييز د قوماندانيت او قرارگاه د کورس د عالي رتبه افسرانو لارښود استاد پاتې شوی دی، تراوسه يې دايرة المعارف ته ۳۲ اړتیکلونه او دولسو کتابونو ته تقريظونه ليکلي او د هېواد په نورو مطبوعاتو کې يې ۲۹۷ مقالې چاپ او خپرې شوې دي. بايد ووايم چې محترم پوهاند صاحب د معارف د وزارت د نشراتي ارگان (عرفان مجلې) قلمی همکار پاتې شوی، د معارف د نصاب د کتابونو په پروژه کې يې هم ځان ستومانه کړې او په ژباړه کې يې برخه اخيستی او دهيو ټولو فرهنگي مرکزونو او اکاډميکو اداراتو سره يې پوره معنوي مرستې کړي دي او ځان يې د ځوان نسل په روزنه او هغو ته د تدریس په برخه کې پوره ستومانه کړې دی. عرفان مجله يې له دغې پاملرنې څخه مننه کوي اوراتلونکي کې ورته دلوی خدای له دربار څخه لاریات بريالیتویونه غواړي.

## لنډه پېژندگلوې



پوهاند محمد بشير دوديال د علي محمد خان حسين خېل زوی، په ۱۳۴۰ ش. کال د کابل په ولايت کې زېږېدلی دی. لومړنۍ زده کړې يې د کابل ښار د سردار محمد جان خان په لومړني ښوونځي کې او منځنۍ او متوسط زده کړې يې د حبيبيې په عاليې لېسه کې پای ته رسولي دي. لوړې زده کړې يې د ماسټرۍ (M.Sc. (Hons)) په سويه د کرنيز اقتصاد او توسعي په څانگه کې بشپړې کړي دي. د افغانستان د ليکوالو او ژورنالستانو د اتحاد يې غړی، د تنگهار پوهنتون کې د کرنې، د وترنري د علومو او اقتصاد پوهنځيو کې استاد، د افغانستان د علومو د اکادمۍ علمي غړی او د اريانا دايره المعارف انستيتوت مشر، د وترنري علومو د پوهنځي مرستيال، په GTZ/PAL کې ترينر، د اداري اصلاحاتو په کمېسون کې د ادارې د کورس استاد، په پېښور کې د افغانانو د پوهنتون استاد، د تنگهار پوهنتون کې د تقرر او د انفکاک د کمېټې غړی، د علمي ترقيعاتو د کمېټې غړی، د کانکور د کمېټې غړی، د پوهنتون د اعتبار موندنې د تضمين او ځان ارزونې د کمېټې غړی، د نشراتو د بورډ او د يو شمېر مجلو او اخبارونو رېوېه، انگازه، ارزښت، ستداره او افغان يووالي، د ليکنې د هئيت غړي په توگه يې دندې ترسره کړي دي. څه موده د اقتصاد پوهنځي تدریسي مدير او دوه دورې د پوهنتون د علمي شورا غړی ؤ. څه موده يې د (A.H.F.) د دفتر فرهنگي څانگه کې، دوه کاله يې د اريانا خصوصي پوهنتون د علمي مرستيال په توگه او يو کال يې د جامعه العلوم الاسلاميه د مشاور په توگه کار کړی دی. اڅه موده د تنگهار پوهنتون د اقتصاد پوهنځي مرستيال او ددغه پوهنځي استاد او د پاليسی او عامه ادارې د پوهنځي رييس دی. د خپل خدمت په دوره کې يې په ۱۳۲۹ ش. کال کې د اسد د ۲۸ مې په مناسبت د استقلال ستاينليک، په ۱۳۷۴ ش. کال کې يې د غوره خدمت ستاينليک او په ۱۳۸۸ ش. کال کې يې درېيمه درجه ستاينليک ترلاسه کړی دی. دوه ځله يې د کال ادبي جايزې، پينځه ځله د ادبي کانکورونو د جايزو گټونکي شو. په ۱۳۸۹ کال کې يې د ادبي کانکور لومړی جايزه ترلاسه کړې ده. په راډيو، تلوېزيون کې يې يو شمېر مقالې خپرې شوي دي. محترم استاد يو شمير بهرنيو هېوادو لکه جرمني، هندوستان، ايران، ترکیي او پاکستان ته رسمي او علمي سفرونه کړي دي. د يو شمېر چاپ او خپرو شويو اثارو نومونه يې دا دي:

۱. Constraint in Adoption of Technology د ماسټرۍ تيزس.
۲. اقتصادي پلان جوړونه د پوهنيار علمي رتبې ته ژباړل شوی اثر.
۳. د کرنيزي مناسبې تکنالوژۍ ستونزې اود حل لارې (د پوهنمل علمي رتبې لپاره څېړنيز اثر).
۴. د کرنې او صنعت متوازنه وده (د پوهندوی علمي رتبې ته څېړنيز اثر).
۵. تانده غوټۍ (لنډې کيسې) د افغانستان د ليکوالو ټولنه ۱۳۵۶- کابل دولتي مطبعه.
۶. د کرنې پلان جوړونه علمي- مسلکي ژباړه، د کرنې وزارت، د کرنيز تبليغ ترويج او زده کړو رياست خپرونه ۱۳۶۶- کال- کابل.
۷. په کرته کې د طبيعي منابعو پلان جوړونه (دغه کوچنۍ رساله دمخې د کښت د کمپاين په مناسبت په ۱۳۶۸- کال کې د کرنې وزارت د ترويج د رياست له خوا خپره شوې وه.
۸. شاهين (د لنډو کيسو مجموعه)- اردو مطبعه- کابل ۱۳۶۷ ل. ه.
۹. د مينې والۍ (ناول) د ليکوالو ټولنه- کابل ۱۳۶۷، دولتي مطبعه.
۱۰. د شورايبې بازگشت اواره گان افغان، مرکز مطالعات افغانستان (ASC)، پېښور ۱۳۷۷ کال- تاپ پرتيز- پاکستان.
۱۱. د افغانستان د طبيعي سرچينو پېژندنه- د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه- جرمني- کولن ۱۳۷۹ (۲۰۰۰ م).
۱۲. حيات وحش افغانستان- چاپ مرکز منابع نشراتي واطلاعاتی اکبر (ARIC)، پېښور- پاکستان. ۱۳۸۱ ش. کال.
۱۳. د اقتصادي پرمختيا تيوري او پلان جوړونه- د ختيځ بيارغاونه د خپرونو څانگه.
۱۴. ضايع در افغانستان ونقش انها در اقتصاد ملی، چاپ کتابخانه های اريک نمبر مسلسل ۱۳۸۲، ۱۲۶ ش. کال، پېښور- پاکستان.
۱۵. ديموگرافي او د نفوسو تحليل (د پوهنتون درسي کتاب)- دانش خپرنډويه ټولنه ۱۳۸۲ ش. کال.
۱۶. نباتات طبي- چاپ دفتر اکبر- انتشارات الزهر- پېښور- پاکستان (۲۰۰۴)، ۱۳۸۴ ش. کال.
۱۷. احصائيه (لومړی، دويم، درېيم چاپ) خپروونکې ساپي د پښتو څېړنو او پراختيا مرکز، پېښور (۸۱، ۸۴، ۱۳۸۷ ش.) درسي کتاب.
۱۸. اصل خلجی های افغانی (ژباړه) ۱۳۸۹ ش. د ميوند کتاب چاپولو مؤسسه.
۱۹. پښتو رياضي ۱۳۸۸ ش. د سبا نشراتي مؤسسه.

**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)  
Ketabton.com: The Digital Library**