له اوم تر دولسم ټولګي پوري

د ښوونځي د شميرپوهني کتابونو ته يو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کي ستونځي هر اړخيزه دي، چي زه يي دلته په ټولو اړخونو نه غږيږم، داسي لنډ ليکم: کتابوه پنډ او په ځانګړي توګه يي په نور منځ پانګي برسيره، چي ګوته ورته نيسم په ياد راوړم، چي د ټولو ټولګيو په کتابونو کي د احصايي او احتمالاتي برخه باندي نه ليکونکي پوه شوی، نه به پري استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دي معنا، چي دا برخي بايد تري لري شي .

زه په لاندي کي يواځي د کتابونو ناسمون ته ګوته نيسم. د هر کتاب څخه داسي د نموني په څير څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب يوي برخي ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعريف ورکوم، چي په راتلونکي کي د ګران نصاب ليکونکي تعريف سره يو څه د پرتلي ولرو:

تعريف: سټ د ځرګند ټاکلو يو له بل کره توپيرېدونکو شيانو ټولګه ده. شيان چي سټ تري جوړ شوی دی، د سټ توکي يا غړي او که غواړی عناصر بللکيږي.

انګريزي پيژند يي:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چي له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسي ليکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چي داسي يي ليکو: $2 \in A$ **(ويل 2 له A څخه يا 2 په A کي) او 6 د ست Aتوکی نه دی، چي داسي يي ليکو:** $6 \notin A$ **(ويل: 6 له Aڅخه نه يا 6 په A کي نه).**

يا دالاندي د کانتور تعريف، چي غوره يي همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

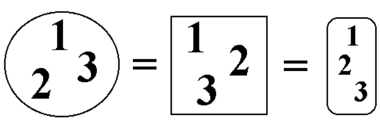
Ketabton.com

سټ په دري ډوله ليکل کيږي:

۱ - **شميرنيزه ليکندول:** A = {2, 3,4, 5}

۲ - **شننيز ليکندول:** $A=\{x \mid x \in N \wedge 1< x<6\}$

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چي x يو طبيعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچني دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دياګرام سره سټ انځوريږي:



تشسټ: تشسټ يو سټ دی، چي کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیکندود:
❶ تشسټ په ښوونځي کې داسی لیکل، کیږي :   { }
❷ بل ډول لیکندود یې داسي دیØ

پام : دا مخامخ لیکندود د تش سټ لپاره ناسم یا ناتیک دی : {Ø}

دا پورته یومخ په شپږو مخونو کې لیکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دریم او څلورم مخ کې لیکي(دا بیخي هغه پیل دی)

> هریک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارهٔ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د لیکونکي سور لیکلی غوره دی او څه تري نه پوهیدل کیږي.

،، خصوصیت مشترک ،، یعنې څه؟ او دا چې ،،سټ جوړوي،، یعنې سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعریف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي یعنې د سټ د لیکنې یو ډول یې په څو ډوله نوموي او بیا د سټ د لیکلو ځخه په ناسمه توګه غږیږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند. طور مثال می‌توان ست های A, B و C را در اشکال زیر نشان دهیم.

،، سټها را میتوان توسط اشکال مختلف نشان دهیم،، . پورته درې ډوله لیکل شوي دي. دا دون دیاګرام په توګه لیکنه ده، چې د سټ یو ډول لیکندول دی، اشکال یې په دې توګه چې لیکونکي غواړي ولیکي، پا ي ته نه رسیږي. ،، بې شمیره نه لیکم، ځکه چې دا په ریاضي کې یو بله تري پوهیدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران لیکونکي دی ته ګوته نه ده نیولې- دا لاندې د سټ تعریف وي، چې زما له پورته تعریف سره نیمګړی دی، چې اوس یې ورکړي.

> یو شمیر ځانګړو شیانو ته سټ او پخپله شیانو ته د سټ عناصر(غړي) وایي.

شیان ځانګړي نه دي بلکه شیان ټاکلي یا تعین دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي لیکل شوي، چې توکي یا عناصر یې یو له بل کره توپیر لري، چې بې له دې تعریف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس باید پوه شو، چې د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چې له دې د مخه یې تش سټ په ګوته کړي او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره کېږد او هم ناسم دي.

۵ ــ مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چې موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقې دوه ښایي او موږ وښوده چې په درې ډوله لیکل کیږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چې دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به وپوهیږو، چې داپورته عنوان داسې لیکلی شو:

مساوي سټونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنت سټونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کې یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې یې زور بللی شو او داسې یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چې ویې لیکو، خو د لږ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه سټونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنت ورته وایي هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه یې د روښانه وني لپاره راوړم. د دې تولګي لپاره یې دا پیژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: $|A| = |B|$[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set $E = \{0, 2, 4, 6, ...\}$ of non-negative even numbers has the same cardinality as the set $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ of natural numbers, since the function$f(n) = 2n$ is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: $|A| \geq |B|$[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: $|A| > |B|$[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ـــم مخ

هرگاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندې پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبيعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګليسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ یو معين سټ دی.

چې عناصر يې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبيعي عددونو سټ یو غير معين سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر يې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دیٔ ليکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نميباشد،، يا چې ،، عناصر يې د شمير وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم يې: عناصر يې د شمير وړ دي، خو پای نه لري يعني ناپای دي، يعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي يعني معين دي، شميرل يې پای ته نه رسيږي.

ناشميرنوړ هم شته، خو هغه بيا بله موضوع ده، دومره به يې ياد کړم، چې ريل عددونه ناشميرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کيږي.

دوه څه ته ګوته ونيول شوه، چې:

۱ - ،، چې عناصر يې د شميرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ – د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه يا متناهي او نا متناهي ده او يا معين او ِنا معين ده، دواړه نه شي کيدی. معين او نامعين ليکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عمليې دي، چې ليکونکي يې څنې يادي کړي، خو نه په ترتيب.

۱۲ – م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گوييم که اين دو ست با همديگر مساوی اند و ميتوانيم بنويسيم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته ليکنه بايد داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته ∧ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسي لنډ ليکل کيږي: که دA توکي په B کې خوندي وي يا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نو A او B سره مساوي دي يا A=B او په څټ يا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ يا سبسټ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ ـ م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لویوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته څه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

موږ داسي لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ــم مخ

دا لاندې یوه د هندسي څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسي لیکنه ناسمه ده ،، اگر......،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنیوالی او لویوالی یې سره پرتله کوې؟

اگر نه خواهي مثلث تشکیل نه میشود اگر به قسمي دیگر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدوړ وي. یوه څیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږیږې باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسي ولیکي:
د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعي) اوږدوالی د دریمي ضلعي د اوږدوالي څخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعي څخه د دریمي ضلعي اوږدوالی کوچني دی.
یا که غواړې، نو داسي ولیکې:
که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمي کرښي له اوږدوالي کوچنۍ وي، نو دا درې کرښي مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ ــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اګر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیګر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې یو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکي او هلته د هندسي څېرو تشریح راوړي، حال دا چې موږ له ریاضي څخه غږیږو. که په قایمالزاویه مثلث کې ضلعې سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چې متن یې دومره باید نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کې ـ که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.
2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زیات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندې عدد، دریم د جذر وېستلی عدد یعني هغه عدد، چې د جذر نیوني څخه لاس ته راغلی وي. دي ته دي فکر وشي، چي له جذر وبستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بیرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهیږم، چې ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبرې په ریاضي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځئ چې دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چې لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دی $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب یې 5 دی. جمعه یې پاتې نه پوهیږم خو ?+5، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ یعني څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره یې $2\sqrt{5}$ جمعه یې ۱ یعني $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوی وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چې هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهيږم، چې دا څه به ده ولي ليکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسې حال کې کيداى شي، چې تر جذرالمربع لاندي عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.

په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو يا په ټوليزه توګه د ريل عددونو جمعه او تفريق هر وخت کيږي. د دې لاندې او پورته ليکنو خو څوک نه شي پوهيدلی، چې ګران ليکونکی اصلاً څه ليکي يا وايي؟

په پورته سره ليکنه، چې د ليکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهيږي، خو موخه يې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعې- تفريق اعضاو کې ګډ ضريب له قوس دباندې راباسو او ليکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

.

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتيا نه شته او ځاى هم نه لري.

۲۰ ـــ م مخ

فعاليت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه بنايم. وخت نيسي، فقط داسې ليکم:

که a او b دواړه او يا يو يې د صفر سره برابر وي، نوبيا څنګه؟

څوک چې هر څه ليکي، هغه بنديزونه يا غزېدني يې هم بايد ورسره وليکل شي.

۲۹ ــ م مخ

په ياد ولرئ: که چيرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې پايله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پيل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته ترې راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بیا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\pm 2 = \sqrt{4}$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چې لیکو، نو د سمون په هکله یې باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهنې ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ ــ مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت یو جوړه یا جفت طبیعي عدد وي.

5^3

III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې وبلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه یې مساوي وي، په داسې حال کې چې a،b او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي:
$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

دلته باید دا نیونه یا فرصیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د یوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د رېښتې درس پوره نه دی لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وایي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب یې داسې لیکل کیږي:
$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم دوله زاويې يو له بله سره مساوي دي او د هم دولو ضلعو نسبت د يو ثابت مقدار لرونکې دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والي نسبت وايي که چېرې دوه شکلونه داسې اړيکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښيي.

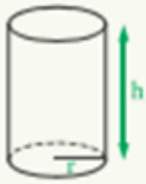
دې پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوې، چې همډوله زاویې یا همډوله ضلعې په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همډوله دي او له دي.
سم: ورته - یا برابرازښته دربګوډي څیرلي. دوه دربګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه یې سره برابر وي.
دا یې له خو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

قلیمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او یوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوې ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع یې په r سره وښیو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښیو:

پورته له دویمي کرښې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښایو.،،
دا د یوې وینا نتیجه نه ده.
که یو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. یعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران لیکونکي سم نه لیکي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دایرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښایو.



د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$

د دوو قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$

د استوانې کلي مساحت

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$$

$$A = 2\pi r(r+h)$$

$\pi = 3.14$

د دایرې مساخت چیرته تعریف شوي؟؟؟؟
دایره په نهم ټولګي کې لوستل کیږي.

١٥٩

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

کولای شو د قاعدې او قانون د بیانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قیمتونه لیکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کیږي.

١٥٩

قاعده او قانون او بیانول یي او داسې لیکل یې چې له تورو څخه په کې کار اخلې؟

ګران لیکونکي غواړي، چې د واریابل یا متحول یا تغیرخوړونکي تعریف وکړي، خو ترې ییجلی کیږي او لار ترې ورکیږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

موږ لیکو:

پیژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نیونکي وي یا د اعدادو په ځای لیکل کیږي، متحول یا تغیر خوړونکي یا مجهول یا واریابل بلل کیږي،، چې په ...x,y,z; سره ښول کیږي.

١٨٣ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته فعالیت کې د یوه کیلو ګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په X سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پینتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره ترلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم تولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم تولګی

اوم څپرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه کوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلورۍ برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بنې یې په کې څیړل کیږي:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولې یا متحولې x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$:
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$: سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

دا پورته د شميرپوهنې په ادبياتو د p-q -فرمول په نامه ياديږي.

د وييتا د ريښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کيدی شي. د ويتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم يا نا سم حل ازمايل کيږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دي د يوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

يا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات يا دوه حله لري يا کوم حل نه لري او يا ډبل حلونه لري.

ليکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړيو دوه بڼو سره تماس نه دی نيولی، بواځې دريمه بڼه يې تر څيړنې نيولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د ليکونکي ليکنه:

په ۱۷۷ مخ کې درونډ ليکونکي لومړی بيلګه راوړي. تاسو دا وګورئ، چې څه ليکي او يا دلته يې دويمې درجې ته فکر کړی؟

بل مخ کې مثال راوړي او بيا حل وروسته څيړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نيمګړې معادلې عبريږي. زما ليکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بيا په ۱۷۹ ـم مخ کې د دويمې رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بيا بل عنوان غير خطي اړيکي. زه نه پوهيږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

ليکونکی لاندې ليکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بيا يې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نيولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کيدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کېږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دويمه درجه معادله په $(x+p)^2 = q^2$ بڼه بدلېږي چې د تجزيي پړاوونه يې عبارت له:

ليکونکي لاندې بيلګه هم د نورمال بڼې په ليکدود راوړي او د مربع د تکميل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې يې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم ليکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسي ليکي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د ليکونکي داسي

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

حل نیمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحیح کيږي:

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=\pm\sqrt{9}$$
$$x=\pm 3-1$$
$$x_1=2$$
$$x_2=-4$$

ګورو، چې د ليکونکي د ليکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بيا: مربع مساوات دوه حله يا يو ډبل حل لري او يا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ـم مخ

لاس راوړو.
ليکونکي پورته د مربعتکميل ځخه غرېږي او دلته يي په حل پيل کوي او دابيا نيمګړي پرېږدي.
ليکونکي ليکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a وېشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چانوو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډي ليکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

ليکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعاليت په نامه مخ ته ځي:

فعاليت

هره دويمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقيقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهيږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بيا پايله ليکي:

لومړۍ پايله: د $ax^2+bx+c=0$ دويمې درجه معادلې چې b, a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

دا پورته داسې غزول کيدی شي. ،، ....،،. يعنې دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دی.
دا پورته پايله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعريف په بنسټ دی، a له صفرسره بايد برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بيا مربع مساوات نه شي کيدی.
بيا وايم: ليکونکي تل په دې ډول پايلې راوړي، چې سمې نه د او سمې يې هم نه راوړي.
که د ليکونکي پورته ليکنې ته پام وکړو، نو باور وکړئ، چې پوره ستونځې لري.
ګران ليکونکی غواړي وليکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقيقي اعداد دي او $a\neq 0$ ده .

ليکونکي په لاندې کې هغه پورته فعاليتونه په پوره نامکمل ډول ليکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهيدلو نه دي او پسې بيا دويمه پايله ليکي، چې دا پايله نه ده، بلکه دا د ويتا جمله ده، چې له مخې يې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښايي، يعنې دا سمه جمله، چې بايد وښوول شي. زه پوهيږم، چې دې څه ليکي، خو دی بايد دزده کوونکو لپاره دا پوره وليکي. جمله بايد د کتاب ليکونکي له لوري وليکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بيلابيل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادوکې حل نه لري.

دويمه پايله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهيږم، چې ليکونکي، دا پورته جمله ولې ليکلې؟ دا يې بايد روښانه کړې وی چې څنګه؟

پايله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وګېرو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې ليکل شوي.

د مربع مساوات د شميرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف د x – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنټرول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسي کنټرول شي، چې د حلتوکي په سرچينز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنټرول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې [ملې سره.

د ويتا **Vieta** جمله :

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې ليکونکې ولې داسې عنوان د خپلو ليکنو له پاره راوړي نه پوهيږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه يم مخامخ شوی او يا شايد دی د څو جمله يې لاندې بل څه وپوهيږي. په دې هکله يې بيا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ويلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی

څو جمله يي

ليکونکي دا پورته عنوان چي ليکي باور وکړی، چي داسي څه په رياضي کي نه شته او دا سي څه چي په نور متن کي راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه ياديږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کيږي.

زه پوهيږم، چې ګران ليکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چي داسي وينه هيڅ ژبه کي نه شته او موږ په رياضي کې د جملې لاندې يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کي هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کي لومړی پولينوم تعريفيږي او بيا د هغې په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندې کې:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګڼه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګڼه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چې ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چې د دواړو ضريبونو په هر يو يې د جمعې په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b او c - d ولرو، نو داسي يې سره ضربوو:

(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسي دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چې دلته يې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کي چي دی حل ورکوي، بايد وليکي چي مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ (د نامساوي حل)	له دې تعریف شوی	−

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساواتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګورئ، چې دی ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکی د الجبري افادې او ثابتې تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسې، متحولی بلل کیږي، چې د z,y,x,... سره ښول کیږي. نوري نومونې یې : مجهولي واریابلې، تغیرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته یا ثل همغه: ثابت یا ثل همغه: هغه اعداد چې ثل همغه وي ، نو ثابتې یا ثل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π، e د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندي کې به ترم يا افاده لږ زوره وڅيړو:
۲ - ترمونه terms, Termen : که په يوه لړۍ کې، يواځې ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولې، واريابلي) نښلوني (نښلوني يعني جمع تفريق، ضرب او وېش(چې مخرج صفر نه وي)) او تخنيکي نخښې (نوکانو يا قوسونو کې رابندول) کارول شوي وي، ياني اړيکې نه وي کارول شوي، نو دې ته ترم ويل کيږي٠ ګورو چې په پېژند کې د جذر عمليه نه راځي، نو له دې امله ګرانو ليکونکو دلته او هم په نورو ځايونکې ادا سم نه دي ليکلي، چې جذر کې متحولې نيول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو يوه ورزياته نخښه په نوکانو کې نيولکيږي، لکه :
T(x); T(x,y)

بېلګه
الف : ترم 126 + 3/4 ، چې اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او ليکو:
T=126 + 3/4

$$T=126+\frac{3}{4}$$

ب : ترم 10 + 2x چې اووښتوني x لري ياني T(x) = 10 + 2x ٠ د اووښتونو بنسټيزي دې د پيداېښتي ګڼونو- يا د طبيعي اعدادو ډيرې N°وي
تعريفډيرى د بنسټيزي سره برابره ده، که په ترم کې د اووښتوني يا واريابلی x په ځاي يو پيداېښتي ګڼ 2 کيږدو، نو د

پ : (x+2y)/x يا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندې يا مخرج اجازه نه لري، چې صفر وي.

د ترم T(x,2y) = (x,y) /x يا $T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$

ارزښتشميرنه د x=2 او y= 3 لپاره په دې ډول ده T(2,3) = (2+6) / 2 = 4 :

تاسو دا لاندې د پورته تعريف سره پرتله کړی، وبه ګورئ، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سټ تشريحي ليکندول دی د متحولې.

دريم مخ: عنوان: الجبري افادې

ليکونکی لاندې د متحول او ثابت تعريف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که $A=\{x / x\in IN$ او $x\leq 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشړي - تعريف سره يې پرتله کړی. دا ده چې څه ليکلي، دا د سټ شننيز ليکندول دی.
بيا د متحول تعريف يا پيژند: متحول هغه لويه ده، چې د عددونو ځاينيونکې وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پوليتوم هغه يو يا
څو حده الجبري افاده ده چې د ټورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعريف کې به وګورئ، چې غيرناطقه الجبري افاده - د ليکونکي په موخه - نه شته، يعني داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولينوم لپاره دا لاندې انګريزي هم وګورئ:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or $9y - 2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or $9y - 2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

$x^2 - 7x - 6$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	Numerical Coefficient
x^2	1
-7x	-7
-6	-6

$8x^2 -3x -2$	Polynomial	
$8x^{-3} +7y -2$	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2 +8x - 2/3$	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په جګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه
:(Descending and ascending Polynomes)

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

داسې عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د

ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:
که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:
د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ يا $16x$ ته مونوم يا (Monomial) (يو حده)الجبري افاده وايي. $x-4$ يا $ab-y$ ته
باينوم (Binome) يا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وايي او د $2x^3-x-1$ الجبري

افاده ترينوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولتينوم (Multinomial) وايي.
ځينې وختونه پولينوم له يو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوى وي.
د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولينوم د يو متحول، $2x^3-3y$ پولينوم د دوه متحولونو او
$x+y+z$ د دريو متحولونو لرونكى پولينوم دى چې په لاندې جدول كې ښودل شوي دي.

په الماني ادبياتو كې د مولتينوم څخه په دې موخه لكه چې ليكونكى ترې غږيږي نه شته او د دې په ځاى يې هغه غوره پولينوم دى، چې مونوم، بينوم او ترينوم هم په دې بنسټ تعريف شوي دي.
زموږ ليكونكي د ډېرو شيانو لپاره د ،، حد،، وي كاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولې ته وايو، چې زموږ اديبان ورته په ډېره مينه بريد وايي. مونوم هغه پولينوم دى، چې يو غړى ولري. يا په بل عبارت مونوم هغه لويه ده، چې له يوه غړي جوړه وي. يعني ثابتي، ثابتي او واريابلې يا متحولې او .... څخه د يو بل سره د ضرب په حالت كې جوړه لويه. دا پورته، چې متحوله په مخرج كې ده او د جذر لاندې هم يوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

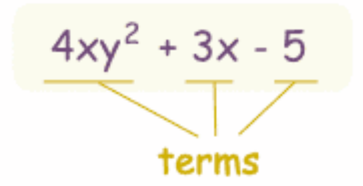
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes **$4x^2 - 2x + 1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: **$4x^2 - 2x + 1$** *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

یو مولتینومیال لکه ګران لیکونکي، چې لیکلی د مونومیال او... کورنۍ سره څه اړیکه نه لري.
پولینومیال، چې یو غړی ولري مونومیال بلل کیږي او داسې نور.

موږ چې پولینومونه راوړو، نو یوه واریابله به لري او نه زیاتې.

اوو لسم مخ

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

دا څه معنا لري، چې که پولینوم له یوه توري یا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم لیکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، یعنې که یوه – یا دوه - او یا ... متحولې ولري، توري خو ضریبونه هم کیدی شي، چې متحول نه دي.
لیکونکي د لیکنې له لارې د لیکلو سره ستونځې لري. هغه څه چې دی غواړي باید د ریاضي فرمول له لارې ګوته ونیسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي دلته د دایرې او د مثلث مساحت ټاکل ولې د پولینومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعریف او تشریح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعریف شوي. بیا هم دلته متحولې کومې دي او پولینوم دلته څنګه تعریف شوی. په پولینوم کې خو جذر نه دی تعریف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12cm$ ، $a = 9cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړي،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي.
سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا
۹ندسي بیلګې ناسمې دي.
د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوې.
داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

...،، له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي. ،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$
داسې دی.
پوښتنه فقط داسې ده: که ورانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمیرل شوي او فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړي؟
۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضریبونو مجموعه پیدا کړئ.

حل:

$$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضریبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پیدا کړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قیمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قیمت وضعه کوو.

داسې به بنه وای: که د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعریف به هم داسې ورکړم: که د یوه سټ هر توکي د یوه بل سټ یا خپل ځان په تیک یوه توکي تنظیم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کېږي(نور یې غزوم نه).

ګران لیکونکی له تابع څخه غرېږي او په رښتیا چې څه لیکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دې مساحت ته ځې بیا حجم معلوموي. ته نه پوهیږې، چې دا څرنګه د ریاضي د تابع څېرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بیا به دا یو مربع مساوات وي، چې هغه داسې نه دي او نه داسې لیکل کېږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعریف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفریق او ضرب هم د فنکشن په څیر تعریفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې موږ کلاسیک مخ ته ځو.

لیدل کیږي چې نفوس (Population) یا P د وخت (t) تابع ده یا $p=f(t)$

3 - د دایرې مساحت (A) ، د دایرې شعاع (r) پورې اړه لري ($A=\pi r^2$

4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کیږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

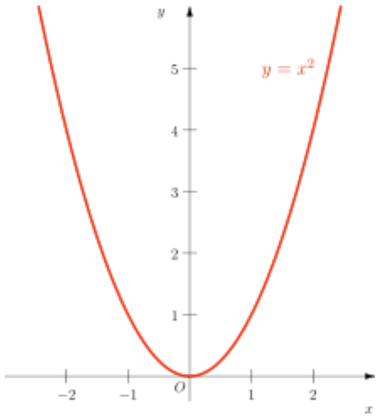
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسي ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چي دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسي ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چي جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چي دلته د سطحي څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چي ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چي په دايره کې ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغې سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کې څيرلکيږي، ځکه چي هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کې راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کې هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګورۍ، چي هغه تعريف، چي ګران ليکونکي راوړی د سټ تعريف دی او نه متحولي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له يوه څخه تر 10 پورې د طبيعي عددونو قيمتونه اخيستلای شي. x، ته متحول(Variable) وايي. عموماً متحولونه د انګليسي ژبې د کوچنيو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کيږي.

د يوه عدد قيمت تغير نه کوي، لکه د 4 عدد هيڅکله له 5 يا 3 او ياکوم بل عدد سره مساوي کيدای نه شي، نو ټول حقيقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقيقي عددونو سربيره د انګليسي د ژبې توري لکه ...a, bc او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کيږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کيدای شي الجبري افاده له يوه ثابت، يو متحول او يا د ثابتو او متحولونو له ترکيب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$، $4x+5+\frac{15}{t^2}$، $\sqrt{3}x$، x^2-x+1، x، -12، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نيول يې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضريب** (Coefficient) وايي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضريب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي توانونه لري، يوازې عددي ضريبونه يې سره توپير لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

1- پولينومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ ک

شامل وي، پولينوم نوميږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ

$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$ ، $b)2\sqrt{x}$ ، $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، $d)x^{\frac{1}{2}}$ ، $e)x^{-3}+x^2$
$f)8p^2+p^{2.2}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، $h)88$ ، $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h,a او i پولينومونه دي، خو b, c, d, e, f او g پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو

يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولنيوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام

دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-

د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کيږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

۵ او ۶ مخونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل یې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n یو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, a_n$ ضریبونه دي چې حقیقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولینوم درجه ده.

فعالیت

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولینوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولینوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولينوم کې، $n=3$، $a_n=-5$، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولينوم کې، $n=2$، $a_n=11$، $a_1=0$، او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که يوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}$ $(q\neq 0)$ په شکل وليکلای شو چې p او q پولينومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وايي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل يې هم ليکلای شو چې يو متحول لري يوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته يو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم يوه ناطقه الجبري افاده ده، څکه چې $x^2-1=\frac{x^2-1}{1}$ دی.

3- غير ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې يوې الجبري افادې ته چې د دوو پولينومونو د خارج قسمت په بڼه يې نه شو ليکلای، غير

331 seit

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې ويشو. ددې لپاره چې ښي خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه بايد منفي ونيول شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ يا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دوېمه ناحيه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقيم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40' + y\sin 123^\circ 40' - \frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

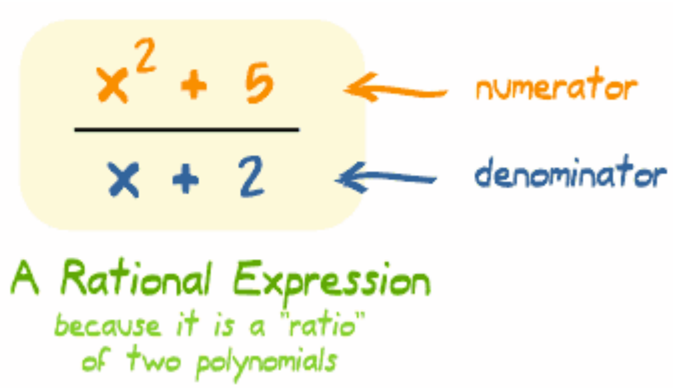
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندي انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3+2x-1}{6x^2} \qquad \frac{2x+9}{x^4-x^2}$$

Also

$\frac{1}{1-x^2}$ The top polynomial is "1" which is fine.

$2x^2+3$ Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

✗	$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
✗	$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپيوتر(شميروني) کې ايراشنل الجبرايک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کې پيدا نه کړی. نه پوهيږم، چې ليکونکي به دا له کومه ځايه ليکلي وي. دا مې په ډېرو کتابونو او نت کې وکتل.
ما په انګليس ادبياتو کې يوځای ولوستل چې: ايراشنل الجبرايک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولينوم وېش له لارې نه شي ليکل کيدی. بيلګه يې هم نه وه او په پورته له ماڅخه راوړ شوي تعريف کې هم نه شته.
الجبري

يوه الجبري افاده کيدای شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په لاندې به د کوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو کوم يو به د پولينوم درجه وي؟ رياضي يو ډېر ځرګند علم دی او بايد هر څه يې ځرګند روښانه ورکړل شوي وي.

موږ رياضي کې اوس له ځانه څه نه ليکو، دا مو يا بايد له نورو کتابونو زده کړي وي او يا مو له نورو کتابون را اخستي وي................

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې
د رياضي منطق
دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

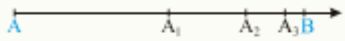
د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډېر و پېړيو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخيږي.
ايا پوهيږي چې ځمکه کروي ده؟
ايا لمر دځمکې پر شاوخوا اوکه ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې دهغې په مرسته ديوې موضوع سموالى يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلى شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کې نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:



يو سرى غواړي چې ددې مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنى نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلي دي، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنى نقطه کې توقف وکړي، پاى لرى؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړى به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړى توقف و نه کړي او يا له لارې بيرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږى، بلکې ترې تير به هم شي. په دې اساس ددې مسلئې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړې ده.
- ناروغه دى، نه غواړي چې په ټولګى کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيداى شي، د ډيرو مفهومونو يا درياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړى مثال: په عامه ژ به(مارخوړلى له برګ پړي څخه داريږي) دا يو قياسي استدلال دى، ځکه چې برګ پړى د مارسره پر تله شوى دى او دهغوى په منځ کې ورته والى ليدل شوى دى.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموينه کې 100 نمرې اخلي او په دويم او دريم صنفي ازموينوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرنی ازموينه کې څه نتيجه اخيستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعاليت

د مسلسلو طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نيسو، ددې کار لپاره د يو 1 له عدد څخه پيل وکړئ او خالي خانې ډک کړئ.

$1+3=\square=(\quad)^2$

$1+3+5=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9=\square=(\quad)^2$

پورتنيو پوښتنو ته په پاملرنې سره ليدل کيږي چې د طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل د طبيعي عددونو د شمير له پوره مربع سره مساوي دی.
- آيا کولای شو نتيجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمير له مربع سره مساوي دی؟
- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعاليت د سرته رسولو په اساس لاندې نتيجه په لاس راځي.

نتيجه : استقرايي استدلال د يو شمير مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستنې طريقه ده. په حقيقت کې يوې کوچنۍ نمونې ته په لويه نمونه عموميت ورکول دي.

لومړی مثال: (موټی د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهيدلو لپاره پوره ستونځې لري. د رياضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړانديز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دې راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

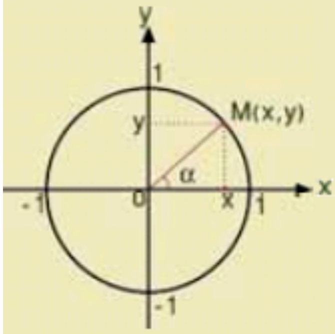
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

يولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کي د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کي هغه غوره او اصلي د څيړني موخه يي د ترادفونو پولي ته تلنه يا نه تلنه يا په انګريزي يي کونورګنت او ديوګنت دي، چي محترم ليکونکي دا هلته نه دي څيړلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پـوهيږو چـي $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ يـو الجبـري مطابقـت دی، ځکـه د a او b پـه ټولـو قيمتونـو سـره د مساوات داوړه خواوي برابريږي.

آيا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ يو مثلثاتي مطابقت کيدلی شي؟

فعاليت

- په لاندي جدول کي د α د مختلفو قيمتونو لپاره د A او B افادو قيمتونه بشپړ کړئ.

α	$A = \dfrac{\cot\alpha}{\csc - 1}$	$B = \dfrac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چي د زاويي په ټولو قيمتونو سره ، د مساوات دواړه خـواوي برابـري شـي، مثلثاتي مطابقت بلل کيږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha - 1} = \dfrac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

دا برخه يي پوره نيمګړي پريښودي ده.
د وکتور شميرنه يي هم پوره او مناسب نه ده څيړلی.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کي هندسي برخي ته داسي لړ ګوته نيسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.

_ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

_ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کیدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعآ مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړې، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي.
روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلې وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښودـ دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دې لیکي په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.
۶۵ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دویم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دریم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تریګونومتریکي مساوات:
یو تریګونومتریکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکیدو متحوله د تریګونومتریکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بیلګه:
تریګونومتریکي مساوات

$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کیدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړیکو د بنه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$

واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو

$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$

نو دی

$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

د دې حل سره

$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې

$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بنه بدلون ورته یا اکویوالنت بنه بدلون نه دی، نو دا حل باید په وتونمساوات کې ربتیا وګنل شي. له دې سره په وتونمساوات کې لاندې حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

پورته لیکنه د پوهیدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهیدلو څه نه لري.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ ښه وای که داسې یې لیکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسی.

مساوات

له یوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوي مساوي وي. ،،. دا خو هیح نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.

بیا یې راوړو:

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

دا به بې له ریاضي داسې ووایو: زردالو میوه، چې د دې ونې زردالو دی یا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښایي، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وایو) .

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول یو ډول بې څه وینې بیلګې دي.

۹۸ ــ م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له یو بل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

1- که چیرې دوه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې شامل وي، نوموړي خطونه د همغې مستوي خطونه بلل کیږي، او یو له لاندینیو حالتونو(وضعیتونو)څخه لري.

۱۰۰ – م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ کار په مستوي کې دی او بل څه مو زده کړئ ته نه دي رامنځ ته کړي، نو دا لیکنه ولې؟

۱۰۴

د قضیې پایله:

i) که په ترتیب سره د دوو زاویو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاویې یو له بل سره مساوي دي.

ii) که د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهته وي او د هغو یوه، یوه ضلع یې موازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاویو پراخوالي 180° دی.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه:

تعریف: په فضاکې د دوو متنافر و مستقیمونو ترمنځ زاویه له هغې زاویې څخه عبارت ده چې د یوې مستوي په یوه اختیاري نقطه کې له هغو سره د دوو موازي مستقیمونو د رسمولو په واسطه حاصلیږي

۱۰۶-م مخ گران لیکونکی د هندسئ څیرو غږیږي، مگر عکس یې هیڅ ځای کې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ کوي او دا پورته د ،، قضیې پایله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. که چیرې گرام لیکونکی دي د دې څیره وباسي، نو وزته روښانه به شي..

غوره یادونه: په زیاتو هندسي درسونو کې څیرې نه شته، چې دا هغه غوره نیمگړتیا بلل کیږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است که توسط ترسیم دو خط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸۵ ـــم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیداکولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعددونو په مرسته نامعلوم عدد پیداکړو، په دې صورت کې نوموړي طریقه د خطي انټرپولېشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه په لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پیداکولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګته اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص په لاندې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یوپه یو (injective) ده یعنې د هر

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګرېزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دی ته ترانسڅندنت تابع وایي.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په ځت یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، څکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دی ته ورته یا دی ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

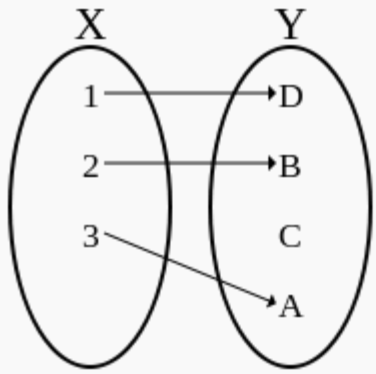
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

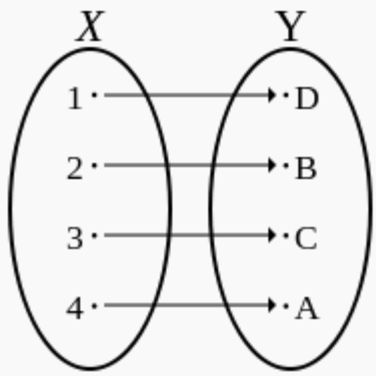
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسې ځغلند نظر او ټيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولې يا ليميټ څخه پيل وکړې، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څېړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو څېړنه ځکه اړينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولې) سره ترادف چيرته ځي، يوې پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلې پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ـــم ټلګې کتاب ته.

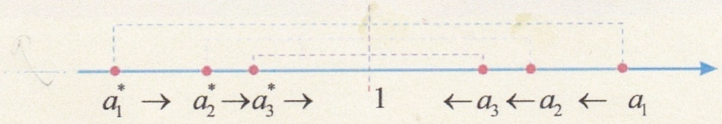
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګې کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا کربنه د ښي او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ـــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کيڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په (1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لیمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړی پړاو کې هغه په خو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څېړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسي هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسې یې بیا د پرلپسي یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونوکې چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه تري د پرلپسي کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسي کې اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسي له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسي پرلپسي شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسي داسي یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښي او کیڼ لوري لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسي ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا تیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه څکه راوړي، چې د ښی او کیڼي لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم مخ کې څیړل(که چیرې څیړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعنې څه؟ دا هیڅ مفهوم یا ترې پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچنی دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{+}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: \ a+0.1, \ a+0.01 \ , \ a+0.001 \ , \ a+0.0001 \ , \ \dots \to a^{+}$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{-}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: \ a-0.1, \ a-0.01 \ , \ a-0.001 \ , \ a-0.0001 \ , \ \dots \to a^{-}$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \quad \Leftrightarrow \quad (x \to a^{+} \ , \ x \to a^{-})$$

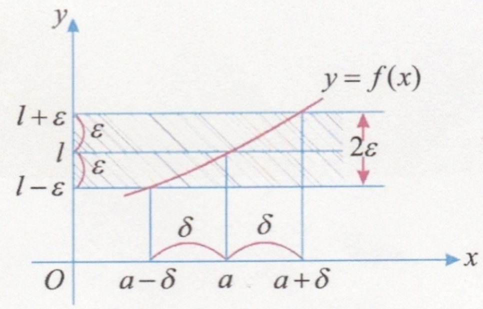
د

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوې وي داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسمونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولي.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، څکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په ربښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګڼون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوې. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x \to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \ : |x-a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = l \ \Leftrightarrow \ (|x-a| \to 0 \Rightarrow \ |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه ∀، او ∃ نه دي ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کيږي.
ښاغلي ليکونکی په اووم مخ کې بيلګه راوړې او بيا دا ښايي، ښي او کيڼي لورې ليميټ يې شميري.
بايد د $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ ، لپاره $x \neq 3$ وليکي،چې هلته فنکشن تعريف نه دی. دی بيا په ناسمه توګه په جدول کې ليکي. دا چې دا بايد څنګه وليکل شي، زماپه ليکنو کې شته.

دويمه بيلګه: و ښيئ چې $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کيڼي خوا لېميټونه تر څېړنې لاندې نيسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

ليدل کېږي چې د ښی خوا او کيڼې خوا لېميټونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x\to3}=\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دی.

په پورته کې xد 3 قيمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعريف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لورې او نه د کيڼې لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کيږي.
د بيلګې حل يې هم بيا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغې او د زرکې خبره ده........

دويمه طريقه: د لېميټ د تعريف په پام کې نيولو سره فرضوو چې د هر اختياري کوچني عدد ε لپاره يو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall\varepsilon>0\quad \exists\delta>0:\ |x-a|<\delta \ \Rightarrow\ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بيلګې د حل نتيجه
ε = δ
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري يعني دا مو موخه نه ده، نو بايد ووايم، چې دروند ليکونکې د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما ليکنې داسې لږ توندې بريښي)
او بې ځايه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهيدل کيږي هم نه.

له پورتنی اړيکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړيکه لري، که δ ته قيمت ورکړو ε قيمت اخلي او که ε ته قيمت ورکړو δ قيمت اخلي، بنا پر دې هغه تعريف چې د لېميټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېميټ لري، يعني: $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره ليکنه او تيکاوی:

د کتاب په پيل کې راوړل شوې د ترادف يا پرليسې موضوع بايد د يوولسم ټولګي کتاب کې پوره څيړل شوې وی، مګر هلته يې يوائې دا نومونه راوړل شوي او نور ليکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړيين څه راوړي - له موضوع څخه تير شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولي ته تلنه يا کونورګنت او له پولي اووښتنه يا ناپای ته تلنه يا ډيورګنت او... دي، چې بې له دې په ربنتيا کې د ترادف يا پرليسې څيرنه کوم غوره والی يا اهميت نه لري، يعني خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

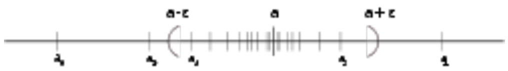
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د یوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتیا کي خپل غوره والی او اړینوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته یې ګوته نه نسم، همدا بسیا کوي، چې څه په کې نه دي ویل شوي یا لیکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

یادونه: دا چې ګومان کیږي د داسي لیکنو سره به بلدتیا لږ وي، نو تشریح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څیره کې ښوونه



که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقیقي اعدادو (ګڼونو) ترادف یا پرلپسي وي، نو عدد $a\in\mathbb{R}$ د دې ترادف یا پرلپسي پوله ارزښت بلل کیږي او پرلپسي a ته کونورګیر کیږي یا a ته هڅیږي یا نږدې کیږي، که د هر $\varepsilon>0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ کې له یوه اندکس یا پیژند نخښې اخوا یا وروسته یا پسې د پرلپسي یا ترادف ټول غړي(دوي یې حدونه یا جملې بولي، نه پوهیږم ولې؟) د انتروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکي شنني څخه تیریږم)

لنډ پیژند یې:

عدد $a\in\mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کیږي، که د ټولو $\varepsilon>0$ لپاره یو طبیعي یا پیداښتي عدد N شتون ولري، داسې چې $|a_n-a|<\varepsilon$ باور ولري، که $n\geq N.$ وي.

دا پیژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon>0$ لپاره یو ایندکس N شته، داسې چې له دې ایندکس یا پیژندنخښې وروسته د پرلپسي(ترادف) ټول غړي د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي یعنې له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت لیکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$

د دې لیکدود سره سم د یوې پرلپسي پوله ارزښت تعریف داسې رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad\Longleftrightarrow\quad \forall\varepsilon>0\;\exists N\in\mathbb{N}\;\forall n\geq N:\;|a_n-a|<\varepsilon$$

د داسې لیکنو لپاره د ε (لوستل: اپیسیلون) توری ورځنی یا مروج شوی.

بیلګه:

په یوه بیلګه کې یې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د $\frac{1}{n}$ پرلپسي یا ردیف و 0 ته کونورګنت وښایو، یو د مخه ورکړ شوي ε ته یوه په خوښه طبیعي عدد یا ګڼ N ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n>N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا يو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

يادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پيژنو يا تعريفوو:

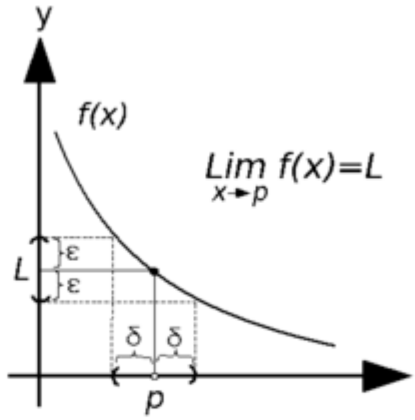
پيژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کيږي، L دی او داسې يې ليکو: $\lim_{x \to p} f(x) = L$

لوستل يې هم همداسې دي لکه پورته تعريف

داسې يې شميرپوهنيز ليک دود باندې تعريفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر 0 < ε لپاره يو 0 < δ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د 0<|x-p| < δ سره ε > |f(x)-L| هم باور ولري.

د پورته شميرپوهنيز يا رياضيکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځيره



پورته دوه تعريفونه برابر ارزښته دي يعنې له يوه څخه بل لاس ته راځي او په څټ يا برعکس يعنې ليکو:
تعريف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کيږي، L دی، ټيک هلته يا هلته او هلته يا هلته او په څټ، يا له دې لاس ته راځي او په څټ يا برعکس چې د هر 0 < ε لپاره يو 0 < δ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د δ > |x-p|<0 سره ε > |f(x)-L| هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسيا کوو، که څه هم روښانه کيدل نوري شنني ته هم اړتيا لري.

دې ته دلته په اخر کې بيا ګوته نيسم، چې دا شميرپوهنيز يا رياضيکي ډول ليکنې ستونځمنې دي او بايد ترې تير شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتيب ګران ليکونکي ليکلی چې زه نور پرې نه غځيږم.
دا بسيا کوي، چې کتاب د ښوونځيو څخه راټول شي او له سره وليکل شي.

ستاسو له سرې سينې څخه – که ومو لوسته- ډيره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شينواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library