له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنې کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسې لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانګړي توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایې او احتمالاتي برخه باندې نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب څخه داسې د نمونې په څیر څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چې په راتلونکي کې د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو څه د پرتلې ولرو:

تعریف: سټ د ځرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرېدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چې سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چې له توکو ,2,3,4,5 جوړ وي، داسې لیکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چې داسې یې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A څخه یا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چې داسې یې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aڅخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چې غوره یې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought.'

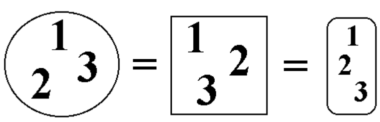
Ketabton.com

سټ په درې ډوله لیکل کیږي:

۱ - شمیرنیزه لیکنډول: A = {2, 3,4, 5}

۲ - شننیز لیکنډول: **A={x|** $x \in N \wedge$ **1< x<6}**

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چې x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دیاګرام سره سټ انځوریږي:



تشسټ: تشسټ یو سټ دی، چې کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکندود:

❶ تشسټ په بنوونځي کې داسی ليکل، کيږي :   { }

❷ بل ډول ليکندود يې داسې دی∅

پام : دا مخامخ ليکندود د تش سټ لپاره ناسم يا ناتيک دی : {∅}

دا پورته يومخ په شپږو مخونو کې ليکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دريم او څلورم مخ کې ليکي(دا بيخي هغه پيل دی)

هريک از تيم‌های فوق يک خصوصيت مشترک دارند يا به عبارهٔ ديگر هر يک از اين تيم‌ها يک مجموعه(ست) را تشکيل می‌دهند.

د ليکونکي سور ليکلی غوره دی او څه تري نه پوهيدل کيږي.

،، خصوصيت مشترک ،، يعني څه؟ او دا چې ،،سټ جوړوي،، يعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعريف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي يعنې د سټ د ليکنې يو ډول يې په څو ډوله نوموي او بيا د سټ د ليکلو څخه په ناسمه توګه غږيږي.

ست ها را می توانيم توسط اشکال مختلف نشان دهيم که بنام **دياگرام وين** ياد می شوند.

طور مثال می‌توان ست های B, A و C را در اشکال زير نشان دهيم.

،، ستها را ميتوان توسط اشکال مختلف نشان دهيم،، . پورته درې ډوله ليکل شوي دي. دا دون دياګرام په توګه ليکنه ده، چې د سټ يو ډول ليکنډول دی، اشکال يې په دې توګه چې ليکونکي غواړي وليکي، پا ي ته نه رسيږي. ،، بې شميره نه ليکم، ځکه چې دا په رياضي کې يو بله تري پوهيدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران ليکونکي دی ته ګوته نه ده نيولې- دا لاندې د سټ تعريف وي، چې زما له پورته تعريف سره نيمګړی دی، چې اوس يې ورکړي.

يو شمير څانګړو شيانو ته سټ او پخپله شيانو ته د سټ عناصر(غړي) وايي.

شيان ځانګړي نه دي بلکه شيان ټاکلي يا تعين دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي ليکل شوي، چې توکي يا عناصر يې يو له بل کره توپير لري، چې بې له دې تعريف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس باید پوه شو، چې د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چې له دې د مخه یې تش سټ په ګوته کړي او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره ګډوډ او هم ناسم دي.

۵ ـ مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چې موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقې دوه ښایي او موږ وښوده چې په درې ډوله لیکل کیږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چې دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به ویوهیږو، چې داپورته عنوان داسې لیکلی شو:

مساوي ستونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنټ ستونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کې یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې یې زور بللی شو او داسې یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چې ویې لیکو، خو د لړ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه ستونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنټ ورته وایي هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه یې د روښانه ونې لپاره راوړم. د دې تولګې لپاره یې دا پېژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set *E* = {0, 2, 4, 6, ...} of non-negative even numbers has the same cardinality as the set **N** = {0, 1, 2, 3, ...} of natural numbers, since the functionf(n) = 2n is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ـــم مخ

هرگاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندې پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبيعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګليسي ژبې د غږ لرونکو توررو سټ يو معين سټ دی.

چې عناصر يې د شمېر وړ دي: $A = \{a, e, i, o, u\}$

خو د طبيعي عددونو سټ يو غير معين سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر يې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$

دا چې دی لیکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نمیباشد،، یا چې ،، عناصر يې د شمير وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم يې: عناصر يې د شمير وړ دي، خو پای نه لري يعني ناپای دي، يعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي يعني معين دي، شميرل يې پای ته نه رسيږي.

ناشميرنوړ هم شته، خو هغه بيا بله موضوع ده، دومره به يې ياد کړم، چې ريل عددونه ناشميرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کيږي.

دوه ځه ته ګوته ونيول شوه، چې:

۱ - ،، چې عناصر يې د شميرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ ــ د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه يا متناهي او نا متناهي ده او يا معين او ِنا معين ده، دواړه نه شي کيدی. معين او نامعين ليکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عمليې دي، چې ليکونکي يې ځنې يادې کړي، خو نه په ترتيب.

۱۲ ــ م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گویم که این دو ست با همدیگر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته ليکنه بايد داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته ∧ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسي لنډ ليکل کيږي: که دA توکي په B کې خوندي وي يا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نو A او B سره مساوي دي يا A=B او په څټ يا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ يا سبسټ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ – م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران ليکونکی د دوه مخونو په لويوالي دا تعريف ليکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته څه چې ليکل شوي د عددونو مطلقه قيمت دی، خو د مطلقه قيمت تعريف بايد وشي:

موږ داسې ليکو:

تعريف: قيمت مطلقه يک عدد قرار زيل ميباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ –م مخ

دا لاندې يوه د هندسې څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې ليکنه ناسمه ده ،، اگر......،، . که مثلث نه تشکيل کيږي، نو بيا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنيوالی او لويوالی يې سره پرتله کوې؟

اگر نه خواهي مثلث تشکيل نه ميشود اگر به قسمې ديگر هم باشد. يو څه چې ليکل کيږي بايد ليدوړ وي. يوه څيره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږيږی بايد ضلعه وي.

دا خو کوم شکل يا څه شې نه دی.

ګران ليکونکی بايد دا داسې وليکي:
د يوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعې) اوږدوالی د دريمې ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دی يا د يوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعې څخه د دريمې ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.
يا که غواړې، نو داسې وليکې:
که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د يوې دريمې کرښې له اوږدوالي کوچنې وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه يې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ –م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

> دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
> اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
> 1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
> 2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اگر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیگر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسي دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې یو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکي او هلته د هندسي ځیرو تشریح راوړي، حال دا چي موږ له ریاضي څخه غږیږو. که په قایمالزاویه مثلث کې ضلعي سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چي متن یې دومره باید نه وي، چي له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کې - که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

> 1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.
> 2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زیات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندې عدد، دریم د جذر وېستلی عدد یعني هغه عدد، چي د جذر نیوني څخه لاس ته راغلی وي. دې ته دي فکر وشي، چي له جذر وبستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بیرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهیږم، چي ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبري په ریاضي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به ترې لاس ته راشي چي پرې پوه به نه شو . راځي چي دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چې لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب یې 5 دی. جمعه یې پاتې نه پوهیږم خو ?+5، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ یعنې څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره یې $2\sqrt{5}$ جمعه یې ۱ یعنې $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوي وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چې هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهیږم، چې دا څه به ده ولې لیکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفریق په داسې حال کې کیداې شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه یو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضریبونه یو له بل سره جمع او یا یو له بله تفریقوو.
په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم یې: د جذري عددونو یا په ټولیزه توګه د ریل عددونو جمعه او تفریق هر وخت کیږي. د دې لاندې او پورته لیکنو خو څوک نه شي پوهیدلی، چې ګران لیکونکی اصلاً څه لیکي یا وایي؟

په پورته سره لیکنه، چې د لیکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهیږي، خو موخه یې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعي- تفریق اعضاو کې ګډ ضریب له قوس دباندې راباسو او لیکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

.

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتیا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ــم مخ

فعالیت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قیمتونه په لاس راوړئ، دا قیمتونه یو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قیمتونه په لاس راوړئ، آیا دا دوه قیمتونه یوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعالیت څخه نتیجه اخیستل کیږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه بنایم. وخت نیسي، فقط داسې لیکم:

که a او b دواړه او یا یو یې د صفر سره برابر وي، نوبیا څنګه؟

څوک چې هر څه لیکي، هغه بندیزونه یا غزېدنې یې هم باید ورسره ولیکل شي.

۲۹ ــ م مخ

په یاد ولرئ: که چېرې د یوه عدد توان او د جذر درجه یو له بل سره مساوي، وي داسې پایله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پیل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته ترې راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بیا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\pm 2 = \sqrt{4}$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چي لیکو، نو د سمون په هکله یې باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهني ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ – مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت یو جوړه یا جفت طبیعي عدد وي.

5^3

III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې ویلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه یې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

دلته باید دا نیونه یا فرصیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځي : دلته ستونځي په دې کې دي، چې د یوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د ریښني درس پوره نه دی لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وایي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب یې داسې لیکل کیږي:

$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم دوله زاویې یو له بله سره مساوي دي او د هم دولو ضلعو نسبت د یو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وایي که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکي ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) ښنښي په واسطه ښیي.

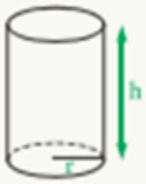
دي پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوې، چې همډوله زاویې یا همډوله ضلعي په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همډوله دي او له دي.
سم: ورته - یا برابرارزښته دربګوډي ځیرلي. دوه دربګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه یې سره برابر وي.
دا یې له څو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ – مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

قلیمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او یوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوي ده. که چیرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع یې په r سره وښیو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښیو:

پورته له دویمي کرښي:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښایو.،،
دا د یوې وینا نتیجه نه ده.
که یو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. یعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران لیکونکي سم نه لیکي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دایرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښایو.



$s = 2\pi r \cdot h$ د جانبي سطحو مساحت

$= 2\pi r^2$ د دوو قاعدو مساحت

د استوانې کلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$

$A = 2\pi r(r + h)$

$\pi = 3.14$

د دایرې مساحت چیرته تعریف شوي؟؟؟؟
دایره په نهم ټولګي کې لوستل کیږي.

۱۵۹

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:
کولای شو د قاعدې او قانون د بیانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قیمتونه لیکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کیږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بیانول یي او داسې لیکل یې چې له تورو څخه په کې کار اخلې؟

ګران لیکونکي غواړي، چې د واریابل یا متحول یا تغیرخوړونکي تعریف وکړي، خو ترې پیچلی کیږي او لار ترې ورکیږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

موږ لیکو:

پیژند: هغه توري، چې د اعدادو ځای نیونکي وي یا د اعدادو په ځای لیکل کیږي، متحول یا تغیر خوړونکي یا مجهول یا واریابل بلل کیږي،، چې په x,y,z;... سره ښول کیږي.

۱۸۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته فعالیت کې د یوه کیلو ګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

- هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په x سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي ښه نه وایي او په ښه ویلو هم نه پوهیږي. پینتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره ترلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم ځپرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلوری برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې ځیرل کیږي:

لومړی بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولي یا متحولي x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $: D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \emptyset$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.

د وییتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا ډبل حلونه لري.

لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دی نیولی، بواځې دریمه بڼه یې تر څېړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:

په ۱۷۷ مخ کې دروند لیکونکي لومړی بېلګه راوړي. تاسو دا وګوری، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمې درجې ته فکر کړی؟

بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته څېړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نیمګړې معادلې عږیږي. زما لیکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ ـم مخ کې د دویمې رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکي. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x+p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نیولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کېږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x+p)^2 = q^2$ بڼه بدلېږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسې لیکي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د لیکونکي داسې

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

حل نیمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحیح کیږي:

$$(x+1)^2 = 9$$
$$x+1 = \pm\sqrt{9}$$
$$x = \pm 3 - 1$$
$$x_1 = 2$$
$$x_2 = -4$$

ګورو، چې د لیکونکي د لیکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بیا: مربع مساوات دوه حله یا یو ډبل حل لري او یا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ــم مخ

لاس راوړو.
لیکونکي پورته د مربعتکمیل ځخه غږیږي او دلته یې په حل پیل کوي او دابیا نیمګړي پریږدي.
لیکونکي لیکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاڼوو د x د ضریب د نیمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

لیکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعالیت په نامه مخ ته ځي:

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهیږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بیا پایله لیکي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

دا پورته داسې غزول کیدی شي. ،، ....،،. یعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پایله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعریف په بنسټ دی، a له صفرسره باید برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بیا مربع مساوات نه شي کیدی.
بیا وایم: لیکونکي ټل په دې ډول پایلې راوړي، چې سمې نه د او سمې یې هم نه راوړي.
که د لیکونکي پورته لیکنې ته پام وکړو، نو باور وکړی، چې پوره ستونځې لري.
ګران لیکونکی غواړي ولیکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقیقي اعداد دي او $a\neq 0$ ده .

لیکونکي په لاندې کې هغه پورته فعالیتونه په پوره نامکمل ډول لیکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهیدلو نه دي او پسې بیا دویمه پایله لیکي، چې دا پایله نه ده، بلکه دا د ویتا جمله ده، چې له مخې یې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښايي، یعني دا سمه جمله، چې باید وښوول شي. زه پوهیږم، چې دې څه لیکي، خو دی باید دزده کوونکو لپاره دا پوره ولیکي. جمله باید د کتاب لیکونکي له لوري ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم یادیږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بیلابیل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي یا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقیقي اعدادو کې حل نه لري.

دویمه پایله:د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دویمې درجه معادلې په تجزیه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهیږم، چې لیکونکي، دا پورته جمله ولې لیکلې؟ دا یې باید روښانه کړې وی چې ځنګه؟

پایله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وخیږو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې لیکل شوي.

د مربع مساوات د شمیرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځایونه

د دې لپاره چې د یوه مربع تابع صفرځایونه پیدا کړو، تل باید یو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف د x – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که یو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په یوه ټکي کې لمسوي(د خیل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته یا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچینیز مساوات کې ځاپه ځای شي، یعني کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ویتا د رییني [ملې سره.

د ویتا **Vieta** جمله :

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې لیکونکې ولې داسې عنوان د خپلو لیکنو له پاره راوړې نه پوهیږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه یم مخامخ شوی او یا شاید دی د څو جمله یې لاندې بل څه وپوهیږي. په دې هکله یې بیا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ویلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکونکي دا پورته عنوان چې ليکي باور وکړی، چې داسي څه په رياضي کې نه شته او دا سي څه چې په نور متن کې راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دي شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کيږي.

زه پوهيږم، چې ګران ليکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چې داسي ويينه هيڅ ژبه کې نه شته او موږ په رياضي کې د جملې لاندې يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کې هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کې لومړی پولينوم تعريفيږي او بيا د هغې په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندې کې:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګڼه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګڼه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چې ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چې د دواړو ضريبونو په هر يو يې د جمعې په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b او c - d ولرو، نو داسي يې سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسې دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چې دلته يې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کې چې دی حل ورکوي، بايد وليکي چې مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غيرمساوات حل کړئ.

حل: د غيرمساوات د حل سټ پيداکولو لپاره لومړی کسري افاده يو وار د صفر څخه کوچنی يا لويه ليکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غيرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غيرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ (د نامساوي حل)	نه دی تعريف شوی	−

له پورتني جدول په پاملرنې سره د غيرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غيرمساوات داسې ليکو چې له صفر څخه کوچنی يا لويه وي.
- غيرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غيرمساوات د حل سټ په لاس راوړو.

حل: د غيرمساوات د حل سټ پيداکولو لپاره لومړی کسري افاده يو وار د صفر څخه کوچنی يا لويه ليکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران ليکونکی مساوات ته راغلی، چي دا کار ناسم دی.
هغه رياضيکي حل چي په دې برسيره د داسې نامساواتو کيږي، محترم ليکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګورئ، چي دی ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چي د ګران ليکونکی د الجبري افادي او ثابتي تعريف ته راځو، زه دا لاندې تعريف ورکوم:
متحوله: توري، چي د اعداد ځای نيونکي وي يا د اعداد ځای نيسي، متحولی بلل کيږي، چي د x,y,z,... سره ښول کيږي. نوري نوموني يې : مجهولي واريابلي، تغيرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته يا ثل همغه: ثابت يا ثل همغه: هغه اعداد چي ثل همغه وي ، نو ثابتي يا ثل همغه بللکيږي، لکه ۴ و ۵ , e او π، e د اويلر عدد او π د دايري عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندي کې به ترم یا افاده لږ زوره وڅیړو:
۲ - ترمونه terms, Termen : که په یوه لړۍ کې، یواځې ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولي، واریابلي) نښلوني (نښلوني یعني جمع تفریق، ضرب او وېش(چي مخرج صفر نه وي)) او تخنیکي نخښې (نوکانو یا قوسونو کې رابندول) کارول شوي وي، یاني اړیکي نه وي کارول شوي، نو دي ته ترم ویل کیږي. ګورو چي په پیژند کې د جذر عملیه نه راځي، نو له دې امله ګرانو لیکونکو دلته او هم په نورو ځایونوکي ادا سم نه دي لیکلي، چي جذر کې متحولي نیول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو یوه ورزیاته نخښه په نوکانو کې نیولکیږي، لکه :
$T(x); T(x,y)$

بیلګه
الف : ترم $126 + 3/4$ ، چي اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او لیکو:
$T=126 + 3/4$
$$T=126+\frac{3}{4}$$

ب : ترم $10 + 2x$ چي اووښتوني x لري یاني $T(x) = 10 + 2x$ ٠ د اووښتونو بنسټیزی دي د پیداېښتي ګڼونو- یا د طبیعي اعدادو ډیرې$N°$وي
تعریفډیرې د بنسټیزې سره برابره ده، که په ترم کي د اووښتوني یا واریابلی x پهٔ ځاي یو پیداېښتي ګڼ 2 کیږدو، نو د
پ : $(x+2y)/x$ یا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندي یا مخرج اجازه نه لري، چي صفر وي.

د ترم $T(x,2y) = (x,y) /x$ یا $T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$

ارزښتشمیرنه د $x=2$ او $y= 3$ لپاره په دي ډول ده $T(2,3) = (2+6) / 2 = 4$:

تاسو دا لاندي د پورته تعریف سره پرتله کړی، وبه ګورئ، چي هغه تعریف، چي ګران لیکونکي راوړی د ستٍ تشریحي لیکنډول دی د متحولي.

دریم مخ: عنوان: الجبري افادې

لیکونکی لاندې د متحول او ثابت تعریف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \le 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشړي - تعریف سره یې پرتله کړی. دا ده چې څه لیکلي، دا د سټ شننیز لیکنډول دی.
بیا د متحول تعریف یا پیژند: متحول هغه لویه ده، چې د عددونو ځاینیونکې وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه الجبري افاده کېدای شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پوليتوم هغه يو يا
څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعريف کې به وګورى، چې غيرناطقه الجبري افاده - د ليکونکي په موخه - نه شته، يعنې داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولينوم لپاره دا لاندې انګريزي هم وګورى:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or 9y - $2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or 9y - $2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

$x^2 - 7x - 6$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	**Numerical Coefficient**
x^2	1
-7x	-7
-6	-6

$8x^2 -3x -2$	Polynomial	
$8x^{-3} +7y -2$	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2 +8x - 2/3$	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په جګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه
:(Descending and ascending Polynomes)

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

داسې عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د

ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادیږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړی جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:
که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:
د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ یا $16x$ ته مونوم یا (Monomial) (یو حده)الجبري افاده وايي. $x-4$ یا $ab-y$ ته
باینوم (Binome) یا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وايي او د $2x^3-x-1$ الجبري
افاده ترینوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولتینوم (Multinomial) وايي.
خيني وختونه پولینوم له یو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.
د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولینوم د یو متحول، $2x^3-3y$ پولینوم د دوه متحولونو او
$x+y+z$ د دریو متحولونو لرونکی پولینوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبياتو کې د مولتينوم څخه په دې موخه لکه چې ليکونکی ترې غږيږي نه شته او د دې په ځای يې هغه غوره پولينوم دی، چې مونوم، بينوم او ترينوم هم په دې بنسټ تعريف شوي دي.
زموږ ليکونکي د ډېرو شيانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولې ته وايو، چې زموږ اديبان ورته په ډېره مينه بريد وايي. مونوم هغه پولينوم دی، چې يو غړی ولري. يا په بل عبارت مونوم هغه لويه ده، چې له يوه غړي جوړه وي. يعني ثابتي، ثابتي او واريابلي يا متحولې او .... څخه د يو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لويه. دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم يوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

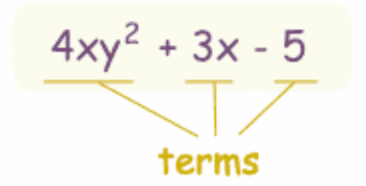
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes **$4x^2 - 2x + 1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: **$4x^2 - 2x + 1$** *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

يو مولټينوميال لکه ګران ليکونکي، چې ليکلی د مونوميال او... کورنی سره څه اړيکه نه لري.
پولينوميال، چې يو غړی ولري مونوميال بلل کيږي او داسي نور.

موږ چې پولينومونه راوړو، نو يوه واريابله به لري او نه زياتي.

اوو لسم مخ

که پولينوم له يوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولينوم درجه ده او که پولينوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولينوم درجه ده. هغه پولينومونه چې يو متحول ولري او د مشابه حدونو ضريبونه يې سره مساوي وي، د معادلو پولينومو په نامه يادېږي. او هغه پولينوم چې د ټولو حدونو توانونه يې سره مساوي وي، متجانس پولينوم دی.

دا څه معنا لري، چې که پولينوم له يوه توري يا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم ليکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، يعنې که يوه – يا دوه - او يا ... متحولې ولري، توري خو ضريبونه هم کيدی شي، چې متحول نه دي.
ليکونکي د ليکنې له لارې د ليکلو سره ستونځې لري. هغه څه چې دی غواړي بايد د رياضي فرمول له لارې ګوته و نيسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهيږم، چې محترم ليکونکي دلته د دايرې او د مثلث مساحت ټاکل ولې د پولينومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعريف او تشريح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعريف شوي. بيا هم دلته متحولې کومې دي او پولينوم دلته څنګه تعريف شوی. په پولينوم کې خو جذر نه دی تعريف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12cm$, $a = 9cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$
$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړي،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي.
سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا
۹ندسي بیلګې ناسمې دي.
د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوي.
داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

...،، له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي. ،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$ داسې دی.
پوښتنه فقط داسې ده: که وړانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمیرل شوي او فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړي؟
۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضریبونو مجموعه پیدا کړئ.

حل:

$$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضریبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پیدا کړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قیمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قیمت وضعه کوو.

داسې به بنه وای: که د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعریف به هم داسې ورکړم: که د یوه سټ هر توکي د یوه بل سټ یا خپل ځان په تیک یوه توکي تنظیم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کيږي(نور يې غزوم نه).

ګران لیکونکی له تابع څخه غړیږي او په رښتیا چې څه لیکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دې مساحت ته ځې بیا حجم معلوموي. ته نه پوهیږي، چې دا څرنګه د ریاضي د تابع څېرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بیا به دا یو مربع مساوات وي، چې هغه داسې نه دي او نه داسې لیکل کیږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعریف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفریق او ضرب هم د فنکشن په څیر تعریفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې موږ کلاسیک مخ ته ځو.

لیدل کیږي چې نفوس (Population) یا P د وخت (t) تابع ده یا $p=f(t)$

3 - د دایرې مساحت (A) ، د دایرې شعاع (r) پورې اړه لري($A=\pi r^2$)

4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کیږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

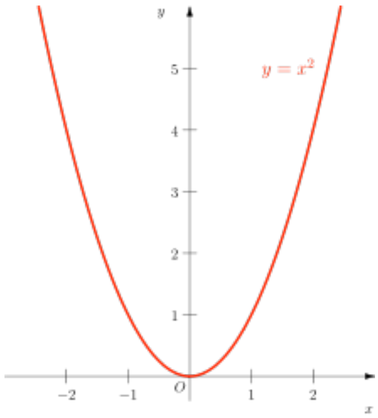
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسې ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چې دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسې ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چې جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چې دلته د سطحې څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چې ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چې په دايره کې ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغې سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کې څيړلکيږي، ځکه چې هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه سېټ هر توکي د يوه بل سېټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کې راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کې هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګورئ، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سېټ تعريف دئ او نه متحولي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که

$A = \{x / x \in \mathbb{N}$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له يوه څخه تر 10 پورې د طبيعي عددونو قيمتونه اخيستلای شي. x ، ته متحول(Variable) وايي. عموماً متحولونه د انګليسي ژبې د کوچنيو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کيږي.

د يوه عدد قيمت تغير نه کوي، لکه د 4 عدد هيڅکله له 5 يا 3 او يا کوم بل عدد سره مساوي کيدای نه شي، نو ټول حقيقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقيقي عددونو سربيره د انګليسي د ژبې توري لکه ...a, bc او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کيږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کيدای شي الجبري افاده له يوه ثابت، يو متحول او يا د ثابتو او متحولونو له ترکيب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$ ، $4x+5+\frac{15}{t^2}$ ، $\sqrt{3}x$ ، x^2-x+1 ، x ، -12 ، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نيول يې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضريب** (Coefficient) وايي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضريب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي تواڼونه لري، يوازې عددي ضريبونه يې سره توپير لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

1- پولینومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولینوم: هغه یوه یا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ ک

شامل وي، پولینوم نومیږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولینومونه دي، خ

$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولینومونه، نه دي، یا د پولینوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه یې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په a) $\sqrt{2}x$, b) $2\sqrt{x}$, c) $\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$, d) $x^{\frac{1}{2}}$, e) $x^{-3}+x^2$
f) $8p^2+p^{22}$ g) $9x^2-\frac{7}{x^2}$, h) 88 , i) $6a^2-4a$ افادو کې:

h، a او i پولینومونه دي، خو b، c، d، e، f او g پولینومونه، نه دي. په یاد ولرئ چې هر پولینو

یوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولینوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ یوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولینوم نه دی.

12 هم یو پولنیوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام

دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولینومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-

د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولینوم د یو توري په واسطه لکه P ښودل کیږي، یو پولینوم چې له یو متحول څخه جوړ شوی و

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل يې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n يو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, a_n$ ضريبونه دي چې حقيقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولينوم درجه ده.

فعاليت

له -8 , $-8x^2$, $\sqrt{8}x^3$, $\frac{1}{x}$, x , $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولينوم کې، $n = 3$ ، $a_n = -5$ ، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولينوم کې، $n = 2$ ، $a_n = 11$ ، $a_1 = 0$ ، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولینوم کې، $n=3$، $a_n=-5$، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولینوم کې، $n=2$، $a_n=11$، $a_1=0$، او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}(q\neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وایي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لري یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنگه چې هرې الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، ځکه چې $x^2-1=\frac{x^2-1}{1}$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

331 seit

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې ویشو. ددې لپاره چې ښې خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي ونیول شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ یا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40' + y\sin 123^\circ 40' - \frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

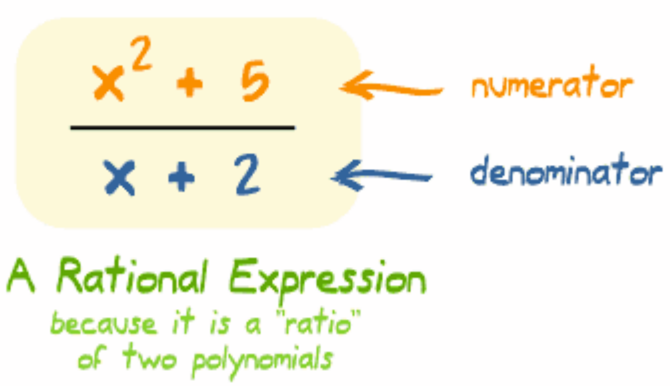
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيداى شي چي ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چي د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3 + 2x - 1}{6x^2} \qquad \frac{2x + 9}{x^4 - x^2}$$

Also

$$\frac{1}{1 - x^2}$$

The top polynomial is "1" which is fine.

$$2x^2 + 3$$

Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

✗	$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
✗	$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپیوتر(شمیروني) کې ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کې پیدا نه کړی. نه پوهیږم، چې لیکونکي به دا له کومه ځایه لیکلي وي. دا مې په ډېرو کتابونو او نت کې وکتل.
ما په انګلیس ادبیاتو کې یوځای ولوستل چې: ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولینوم وېش له لارې نه شي لیکل کیدی. بیلګه یې هم نه وه او په پورته له ماخخه راوړ شوي تعریف کې هم نه شته.
الجبري

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو تواتونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په لاندې به د کوم توري توان موخه وي

$a^3x^2+b^3x+c$

پورته ټول توري دي، نو کوم یو به د پولینوم درجه وي؟ ریاضي یو ډېر څرګند علم دئ او باید هر څه یې څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

مونږ ریاضي کې اوس له ځانه څه نه لیکو، دا مو یا باید له نورو کتابونو زده کړي وي او یا مو له نورو کتابون را اخستي وي................

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې

د رياضي منطق

دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډيسر وپيړيو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخيږي.

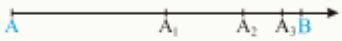
ايا پوهيږي چې ځمکه کروي ده؟

ايا لمر د ځمکې پر شاوخوا او که ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې دهغې په مرسته ديوې موضوع سموالى يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلى شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کې نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:



يو سرى غواړي چې ددې مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنى نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلى دي، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنى نقطه کې توقف وکړي، پاى لري؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړى به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړى توقف و نه کړي او يا له لارې بيرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږي، بلکې ترې تير به هم شي. په دې اساس ددې مسلئې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړې ده.
- ناروغه دى، نه غواړي چې په ټولګى کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيداى شي، د ډيرو مفهومونو يا درياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړى مثال: په عامه ژ به(مارخوړلى له برګ پرې څخه ډاريږي) دا يو قياسي استدلال دى، ځکه چې برګ پرې د مارسره پر تله شوى دى او دهغوى په منځ کې ورته والى ليدل شوى دى.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموینه کې 100 نمرې اخلي او په دويم او دريم صنفي ازموينوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرني ازموينه کې څه نتيجه اخيستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعاليت

د مسلسلو طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نيسو، ددې کار لپاره د يو 1 له عدد څخه پيل وکړئ او خالي خايونه ډک کړئ.

$1+3= \square = (\quad)^2$

$1+3+5= \square = (\quad)^2$

$1+3+5+7= \square = (\quad)^2$

$1+3+5+7+9= \square = (\quad)^2$

پورتنيو پوښتنو ته په پاملرنې سره ليدل کيږي چې د طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل د طبيعي عددونو د شمير له پوره مربع سره مساوي دی.

- آيا کولای شو نتيجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمير له مربع سره مساوي دی؟

- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعاليت د سرته رسولو په اساس لاندې نتيجه په لاس راځي.

نتيجه : استقرايي استدلال د يو شمير مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستنې طريقه ده. په حقيقت کې يوې کوچنی نمونې ته په لويه نمونه عموميت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهيدلو لپاره پوره ستونځې لري. د رياضي منطق خورا ساده دی او زه له دي امله وړانديز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دي راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

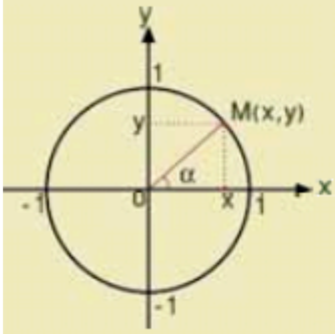
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

یولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کې د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کې هغه غوره او اصلي د څيړني موخه يي د ترادفونو پولي ته تلنه يا نه تلنه يا په انګريزي يې کونورګنت او ديوګنت دي، چې محترم ليکونکي دا هلته نه دي څيړلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پــوهيږو چــې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ يــو الجبــري مطابقــت دی، ځکــه د a او b پــه ټولــو قيمتونــو ســره د مساوات داوړه خواوې برابريږي.

آيا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ يو مثلثاتي مطابقت کيدلی شي؟

فعاليت

• په لاندې جدول کې د α د مختلفو قيمتونو لپاره د A او B افادو قيمتونه بشپړ کړئ.

α	$A=\frac{\cot\alpha}{\csc-1}$	$B=\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ټولو قيمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

دا برخه يي پوره نيمګړي پريښودي ده.
د وکتور شميرنه يي هم پوره او مناسب نه ده څيړلې.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کې هندسي برخې ته داسې لړ ګوته نيسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلې

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.

_ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

_ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کېدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعآ مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړې، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي.
روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلې وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښود۔ دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دې لیکي په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.
۶۵ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دويم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دريم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تریګونومتریکي مساوات:
یو تریګونومتریکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکیدو متحوله د تریګونومتریکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بیلګه:
تریګونومتریکي مساوات
$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کیدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړیکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$
واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو
$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$
نو دی
$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$
د دې حل سره
$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې
$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بنه بدلون ورته یا اکویوالنت بنه بدلون نه دی، نو دا حل باید په وتونمساوات کي ربښتیا وګنل شي. له دې سره په وتونمساوات کي لاندي حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ـــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

پورته لیکنه د پوهیدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهیدلو څه نه لري.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ ښه وای که داسې یې لیکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندي مثالونه په پام کې ونیسی.

مساوات

له یوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوي مساوي وي. ،،. دا خو هیح نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
بیا یې راوړو:

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ځينو قيمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

دا به بې له ریاضي داسې ووایو: زردالو میوه، چې د دې ونې زردالو دی یا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښایی، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وایو) .

۷۰ ـــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول یو ډول بې څه ویني بیلګې دي.

۹۸ ــ م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له يو بل سره د دوو مستقيمو كرښو نسبي حالت:

1- كه چيرې دوه مستقيم خطونه په يوه مستوي كې شـامل وي، نومـوړي خطونـه د همغې مـستوي خطونـه بلل كيږي، او يو له لاندينيو حالتونو(وضعيتونو)څخه لري.

١٠٠ – م مح

اوضاع نسبى دو خط مستقيم با يكديگر

هر گاه دو خط مستقيم دريک مستوى قرار گيرند، خطوط مذكور هم مستوى ناميده شده ويكـى از وضعيت هاى زير را دارا مى باشند:

تر اوسه زموږ كار په مستوي كې دئ او بل څه مو زده كړئ ته نه دي رامنځ ته كړي، نو دا ليكنه ولې؟
١٠۴

د قضيې پايله:

i) كه په ترتيب سره د دوو زاويو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاويې يو له بل سره مساوي دي.

ii) كه د دوو زاويو يوه، يوه ضلع مـوازي او هـم جهتـه وي او د هغو يـوه، يـوه ضـلع يـې مـوازي او مختلـف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاويو پراخوالي 180° دی.(ثبوت يې د زدهكوونكو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقيمو كرښو ترمنځ زاويه:

تعريف: په فضاكې د دوو متنـافر و مـستقيمونو تـرمنځ زاويـه لـه هغې زاويـې څخـه عبـارت ده چې د يـوې مستوي په يوه اختياري نقطه كې له هغو سره د دوو موازي مستقيمونو د رسمولو په واسطه حاصليږي

١٠۶-م مخ گران ليكونكى د هندسئ څيرو غږيږي، مگر عكس يې هيڅ ځاى كې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ كوي او دا پورته د ،، قضيې پايله،، ناسمه ده. دا ١٨٠ درجې نه ده. كه چيرې گرام ليكونكى دې د دې څيره وباسي، نو وزته روښانه به شي..
غوره يادونه: په زياتو هندسي درسونو كې څيرې نه شته، چې دا هغه غوره نيمگړتيا بلل كيږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتايج قضيه:

I- اگر اضلاع دو زاويه بالترتيب موازى و هم جهت باشند زواياى مذكور باهم مساوى مى باشند.

II- اگر يک يک ضلع دو زاويهٔ موازى و هم جهت و يک يک ضلع ديگر آنهـا مـوازى و داراى جهات مخالف باشند. مجموع وسعت اين دو زاويه 180° است، شاگردان نتايج را ثبوت كنند.

زاويه بين دو خط مستقيم متنافر

تعريف: زاويه بين دو خط مستقيم متنافر درفضا عبارت از زاويه است كـه توسـط ترسـيم دو خـط مستقيم موازى به آنها از يک نقطهٔ اختيارى دريک مستوى حاصل مى گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸۵ ــم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیدا کولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعددونو په مرسته نامعلوم عدد پیدا کړو، په دې صورت کې نوموړې طریقه د خطي انټرپولېشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه په لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پیدا کولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګټه اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص په لاندې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یوبه یو (injective) ده یعنې د هر

$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګرېزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسڅندنت تابع وایې.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په څټ یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، ځکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

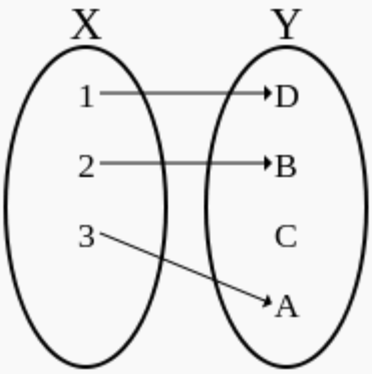
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

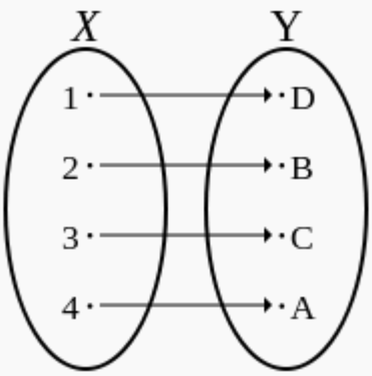
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسې ځغلند نظر او ټيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولې يا ليميټ څخه پيل وکړې، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي
او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څېړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو
څېړنه ځکه اړينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولې) سره ترادف چيرته ځي، يوې
پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلې پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه
دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ــم ټلګي کتاب ته.

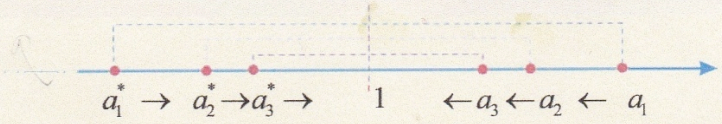
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګي کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا
کرښه د ښي او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کیڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړي پړاو کې هغه په څو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څېړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسي هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسې یې بیا د پرلپسي یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونوکې چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه ترې د پرلپسي کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسي کې اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسي له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسي پرلپسي شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسي داسې یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښي او کیڼ لوري لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسې ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا ټیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه ځکه راوړي، چې د ښی او کیڼي لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم مخ کې څیړل(که چیرې څیړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعني څه؟ دا هیڅ مفهوم یا ترې پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچني دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0: |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{+}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \ldots \to a^{+}$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{-}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \ldots \to a^{-}$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \quad \Leftrightarrow \quad (x \to a^{+}\ ,\ x \to a^{-})$$

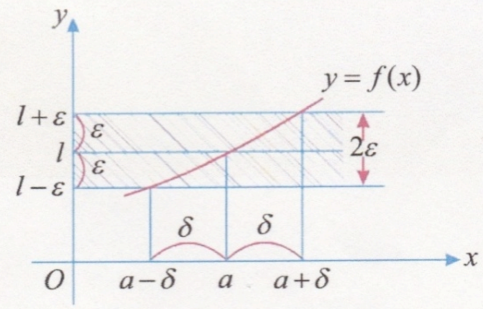
د

$$\forall \delta > 0: |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوې وي داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسموونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولي.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، خکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوی. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x \to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \ : |x-a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = l \ \Leftrightarrow \ \ (|x-a| \to 0 \Rightarrow \ |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه $\forall$، او $\exists$ نه دې ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کيږي.
ښاغلي ليکونکی په اووم مخ کې بيلګه راوړې او بيا دا ښايي، ښي او کيڼې لورې ليميټ يې شميري.

بايد د $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$، لپاره $x \neq 3$ وليکي،چې هلته فنکشن تعريف نه دی. دی بيا په ناسمه توګه په جدول کې ليکي. دا چې دا بايد څنګه وليکل شي، زماپه ليکنو کې شته.

دويمه بېلګه: و ښيئ چې $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کيڼي خوا لېميتونه تر څېړنې لاندې نيسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to 3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

ليدل کېږي چې د ښی خوا او کيڼې خوا لېميتونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x\to 3}=\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دي.

په پورته کې xد 3 قيمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعريف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښیٔ لورې او نه د کيڼې لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کيږي.
د بيلګې حل يې هم بيا سم نه دیٔ کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرکې خبره ده.........

دويمه طريقه: د لېميټ د تعريف په پام کې نيولو سره فرضوو چې د هر اختياري کوچني عدد ε لپاره يو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists \delta>0 : \ |x-a|<\delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بيلګې د حل نتيجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري يعنې دا مو موخه نه ده، نو بايد ووايم، چې دروند ليکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما ليکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځايه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهيدل کيږي هم نه.

له پورتنی اړيکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړيکه لري، که δ ته قيمت ورکړو ε قيمت اخلي او که ε ته قيمت ورکړو δ قيمت اخلي، بنا پر دې هغه تعريف چې د لېميټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېميټ لري، يعنې: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره ليکنه او تيکاوی:

د کتاب په پيل کې راوړل شوې د ترادف يا پرلپسې موضوع بايد د يوولسم ټولګې کتاب کې پوره څېړل شوې وی، مګر هلته يې يوائې دا نومونه راوړل شوي او نور ليکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړيين څه راوړي - له موضوع څخه تير شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولې ته تلنه يا کونورګنت او له پولې اووښتنه يا ناپای ته تلنه يا ډيورګنت او... دي، چې بې له دې په رښتيا کې د ترادف يا پرلپسې څېړنه کوم غوره والی يا اهميت نه لري، يعنې خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

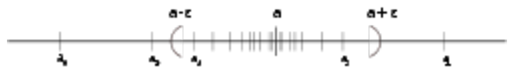
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د یوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتیا کې خپل غوره والی او اړیینوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته يې ګوته نه نسم، همدا بسیا کوي، چې څه په کې نه دي ویل شوي یا لیکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

یادونه: دا چې ګومان کیږي د داسې لیکنو سره به بلدتیا لږ وي، نو تشریح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څیره کې ښوونه



که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقیقي اعدادو (ګڼونو) ترادف یا پرلپسې وي، نو عدد $a \in \mathbb{R}$ د دې ترادف یا پرلپسې پوله ارزښت بلل کیږي او پرلپسې a ته کونورګیر کیږي یا a ته هڅیږي یا نږدې کیږي، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ کې له یوه اندکس یا پیژند نخښې اخوا یا وروسته یا پسې د پرلپسې یا ترادف ټول غړي(دوي يې حدونه یا جملې بولي، نه پوهیږم ولې؟) د انتروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکي شننې څخه تیریږم)

لنډ پیژند يې:

عدد $a \in \mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کیږي، که د ټولو $\varepsilon > 0$ لپاره یو طبیعي یا پیداښتي عدد N شتون ولري، داسې چې $|a_n - a| < \varepsilon$ باور ولري، که $n \geq N.$ وي.

دا پیژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو ایندکس N شته، داسې چې له دې ایندکس یا پیژندنخښې وروسته د پرلپسې(ترادف) ټول غړې د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي یعنې له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت لیکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim_{n\to\infty} a_n = a$

د دې لیکدود سره سم د یوې پرلپسې پوله ارزښت تعریف داسې رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad \Longleftrightarrow \quad \forall\varepsilon > 0\, \exists N \in \mathbb{N}\, \forall n \geq N:\ |a_n - a| < \varepsilon$$

د داسې لیکنو لپاره د ε (لوستل: ایپسیلون) توری ورځنی یا مروج شوی.

بیلګه:

په یوه بیلګه کې يې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د $\frac{1}{n}$ پرلپسې یا ردیف و 0 ته کونورګنت وښایو، یو د مخه ورکړ شوي ε ته یوه په خوښه طبیعي عدد یا ګڼ N ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n > N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پېژنو یا تعریفوو:

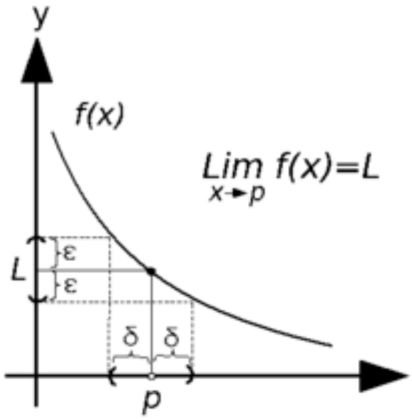
پیژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کیږي، L دی او داسې يې ليکو: $\lim_{x \to p} f(x) = L$

لوستل يې هم همداسې دي لکه پورته تعريف

داسې يې شميرپوهنيز ليک دود باندې تعريفوو:

فنكشن f پوله ارزښت L لري، كه د هر $\varepsilon > 0$ لپاره يو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شميرپوهنيز يا رياضيکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځیره



پورته دوه تعريفونه برابر ارزښته دي يعنې له يوه څخه بل لاس ته راځي او په ځټ يا برعکس يعنې ليکو:
تعريف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کيږي، L دی، ټيک هلته يا هلته او هلته يا هلته او په ځټ، يا له دې لاس ته راځي او په ځټ يا برعکس چې د هر $\varepsilon > 0$ لپاره يو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسيا کوو، که څه هم روښانه کيدل نورې شننې ته هم اړتيا لري.

دې ته دلته په اخر کې بيا ګوته نيسم، چې دا شميرپوهنيز يا رياضيکي ډول ليکنې ستونځمنې دي او بايد ترې تير شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتيب ګران ليکونکي ليکلی چې زه نور پرې نه غږيږم.
دا بسيا کوي، چې کتاب د ښوونځيو څخه راټول شي او له سره وليکل شي.

ستاسو له سرې سينې څخه – که ومو لوسته- ډېره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شينواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library