له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنی کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کي ستونځي هر اړخیزه دي، چي زه يي دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسي لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانګړي توګه یي په نور منځ پانګي برسیره، چي ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چي د ټولو ټولګیو په کتابونو کي د احصایي او احتمالوالي برخه باندي نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چي دا برخي باید ترې لرې شي .

زه په لاندي کي یواځي د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب څخه داسي د نموني په ډول څه راخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخي ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چي په راتلونکي کي د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو ځه د پرتلي ولرو:

تعریف: سټ د ځرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرپدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چي سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چي له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسي لیکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چي داسې يې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A څخه یا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چي داسې يې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aڅخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چي غوره یې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite, well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

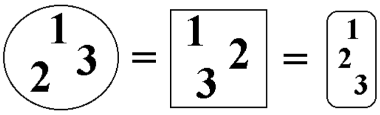
Ketabton.com

سټ په درې ډوله لیکل کیږي:

۱ - شمیرنیزه لیکنډول: A = {2, 3,4, 5}

۲ - شننیز لیکنډول: **A={x|** $x \in N \wedge$ **1< x<6}**

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چي x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دیاګرام سره سټ آنځوریږي:



تشسټ: تشسټ یو سټ دی، چي کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیکندود:

1. تشسټ په ښوونځي کې داسی لیکل، کیږي : { }
2. بل ډول لیکندود یې داسې دی∅

پام : دا مخامخ لیکندود د تش سټ لپاره ناسم یا ناتیک دی : {∅}

دا پورته یومخ په شپږو مخونو کې لیکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دریم او څلورم مخ کې لیکي(دا بیخي هغه پیل دی)

هریک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارهٔ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د لیکونکي سور لیکلی غوره دی او څه تري نه پوهیدل کیږي.

،، خصوصیت مشترک ،، یعني څه؟ او دا چې ،،سټ جوړوي،، یعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعریف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي یعنې د سټ د لیکنې یو ډول یې په څو ډوله نوموي او بیا د سټ د لیکلو څخه په ناسمه توګه غږیږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند.

طور مثال می‌توان ست های B, A و C را در اشکال زیر نشان دهیم.

،، ستها را میتوان توسط اشکال مختلف نشان دهیم،، . پورته درې ډوله لیکل شوي دي. دا دون دیاګرام په توګه لیکنه ده، چې د سټ یو ډول لیکنډول دی، اشکال یې په دې توګه چې لیکونکی غواړي ولیکي، پا ي ته نه رسیږي. ،، بې شمیره نه لیکم، ځکه چې دا په ریاضي کې یو بله تري پوهیدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران لیکونکي دې ته ګوته نه ده نیولې- دا لاندې د سټ تعریف وي، چې زما له پورته تعریف سره نیمګړی دی، چې اوس یې ورکړي.

یو شمیر ځانګړو شیانو ته سټ او یخپله شیانو ته د سټ عناصر(غړي) وایي.

شیان ځانګړي نه دي بلکه شیان ټاکلي یا تعین دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي لیکل شوي، چې توکي یا عناصر یې یو له بل کره توپیر لري، چې بې له دې تعریف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس باید پوه شو، چې د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چې له دې د مخه یې تش سټ په ګوته کړی او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره ګډوډ او هم ناسم دي.

۵ – مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چې موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقي دوه ښایي او موږ وښوده چې په درې ډوله لیکل کیږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چې دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به ویوهیږو، چې داپورته عنوان داسې لیکلی شو:

مساوي سټونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنت سټونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کې یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې یې زور بللی شو او داسې یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چې ویې لیکو، خو د لړ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه سټونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنت ورته وایي هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه یې د روښانه وني لپاره راوړم. د دې ټولګي لپاره یې دا پیژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set *E* = {0, 2, 4, 6, ...} of non-negative even numbers has the same cardinality as the set **N** = {0, 1, 2, 3, ...} of natural numbers, since the functionf(*n*) = 2*n* is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every *A*,*B*.[3][4]

۲۱ ـــم مخ

هرگاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندې پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبیعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګلیسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ یو معین سټ دی.

چې عناصر یې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبیعي عددونو سټ یو غیر معین سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر یې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دی لیکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نمیباشد،، یا چې ،، عناصر یې د شمیر وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم يې: عناصر یې د شمیر وړ دي، خو پای نه لري یعنې ناپای دي، یعنې هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي یعنې معین دي، شمیرل یې پای ته نه رسیږي.

ناشمیرنوړ هم شته، خو هغه بیا بله موضوع ده، دومره به یې یاد کړم، چې ریل عددونه ناشمیرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کیږي.

دوه څه ته ګوته ونیول شوه، چې:

۱ - ،، چې عناصر یې د شمیرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ ـ د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه یا متناهي او نا متناهي ده او یا معین او نا معین ده، دواړه نه شي کیدی. معین او نامعین لیکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عملیې دي، چې لیکونکي یې څنې یادې کړې، خو نه په ترتیب.

۱۲ ـ م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گویم که این دو ست با همدیگر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته لیکنه باید داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لند لیکل کیږي: که دA توکي په B کې خوندي وي یا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نو A اوB سره مساوي دي یا A=B او په څټ یا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ یا سبسټ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ – م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لویوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته څه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

موږ داسې لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ –م مخ

دا لاندې یوه د هندسې څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې لیکنه ناسمه ده ،، اګر......،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنیوالی او لویوالی یې سره پرتله کوې؟

اګر نه خواهې مثلث تشکیل نه میشود اګر به قسمي دیګر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدوړ وي. یوه خیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږیږي باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسې ولیکي:
د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعې) اوږدوالی د دریمې ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعې څخه د دریمې ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.
یا که غواړی، نو داسې ولیکی:
که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمې کرښې له اوږدوالي کوچنې وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ –م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اگر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیګر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړۍوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې يو عنوان:

،، د حقيقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی ليکونکي شپږ مخونه ليکي او هلته د هندسي څېرو تشريح راوړي، حال دا چې موږ له رياضي څخه غږيږو. که په قايمالزاويه مثلث کې ضلعې سره پرتله کو، هغه يوه رياضيکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده ليکنه، چې متن يې دومره بايد نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عمليو کې - که د اووم ټولګي دي يا د اتم ټولګي- سيستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتيا ته اړتيا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.
2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زيات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دويم د جذر لاندې عدد، دريم د جذر وېستلی عدد يعني هغه عدد، چې د جذر نيوني څخه لاس ته راغلی وي. دې ته دې فکر وشي، چې له جذر وېستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بيرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهيږم، چې ګران ليکونکی څه ليکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي ليکلی. که د د ه دا خبري په رياضي ژبه وليکل شي، نو يو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځي چې دا د خبرو څخه د رياضي په ژبه وليکو او وګورو، چې ليکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب يې 5 دی. جمعه يې پاتې نه پوهيږم خو **?+5**، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ يعنې څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره يې $2\sqrt{5}$ جمعه يې ۱ يعنې $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوي وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چې هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهیږم، چې دا څه به ده ولې لیکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفریق په داسې حال کې کیداى شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه یو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضریبونه یو له بل سره جمع او یا یو له بله تفریقوو.

په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو يا په ټولیزه توګه د ریل عددونو جمعه او تفریق هر وخت کیږي. د دې لاندې او پورته لیکنو خو څوک نه شي پوهیدلی، چې ګران لیکونکی اصلاً څه لیکي یا وایي؟

په پورته سره لیکنه، چې د لیکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهیږي، خو موخه یې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعې- تفریق اعضاو کې ګډ ضریب له قوس دباندې راباسو او لیکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتیا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ــم مخ

فعالیت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قیمتونه په لاس راوړئ، دا قیمتونه یو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قیمتونه په لاس راوړئ، آیا دا دوه قیمتونه یوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعالیت څخه نتیجه اخیستل کیږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه ښایم. وخت نیسي، فقط داسې لیکم:

که a او b دواړه او یا یو یې د صفر سره برابر وي، نوبیا څنګه؟

څوک چې هر څه لیکي، هغه بندیزونه یا غزېدنې یې هم باید ورسره ولیکل شي.

۲۹ ــ م مخ

په یاد ولرئ: که چیرې د یوه عدد توان او د جذر درجه یو له بل سره مساوي، وي داسې پایله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پیل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته ترې راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بیا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\sqrt{4} = \pm 2$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چې لیکو، نو د سمون په هکله یې باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهنې ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ ــ مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت یو جوړه یا جفت طبیعي عدد وي.

5^3
III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې ویلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه یې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي:
$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

دلته باید دا نیونه یا فرضیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د یوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د ریښې درس پوره نه دی لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وایي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب یې داسې لیکل کیږي:
$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم دوله زاویې یو له بله سره مساوي دي او د هم دولو ضلعو نسبت د یو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وایې که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښیې.

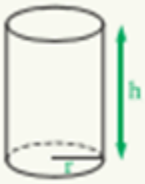
دې پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوې، چې همډوله زاویې یا همډوله ضلعې په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همډوله دي او له دې.
سم: ورته - یا برابرارزښته درېګوډي څیرلي. دوه درېګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه یې سره برابر وي.
دا یې له څو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او یوې جانبي سطحې څخه جې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوي ده. که چیرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع یې په r سره وښیو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښیو:

پورته له دویمي کرښې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښایو.،،
دا د یوې وینا نتیجه نه ده.
که یو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. یعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران لیکونکي سم نه لیکي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دایرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښایو.



$s = 2\pi r \cdot h$ د جانبي سطحو مساحت

$= 2\pi r^2$ د دوو قاعدو مساحت

د استوانې کلي مساحت

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$$
$$A = 2\pi r(r+h)$$

$\pi = 3.14$

د دایرې مساخت چیرته تعریف شوي؟؟؟؟
دایره په نهم ټولګي کې لوستل کیږي.

۱۵۹

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:
کولای شو د قاعدې او قانون د بیانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قیمتونه لیکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کیږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بیانول یې او داسې لیکل یې چې له تورو څخه په کې کار اخلې؟

ګران لیکونکي غواړي، چې د واریابل یا متحول یا تغیرخوړونکي تعریف وکړي، خو ترې پیچلی کیږي او لار ترې ورکیږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

موږ لیکو:

پیژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نیونکي وي یا د اعدادو په ځای لیکل کیږي، متحول یا تغیر خوړونکي یا مجهول یا واریابل بلل کیږي،، چې په ...x,y,z; سره ښول کیږي.

۱۸۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته فعالیت کې د یوه کیلو ګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په X سره ښیي.

په پورته لیکنه کي ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پېنتو هم سمه نه لیکي.

سم یي داسي دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره ترلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم څپرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلورې برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څېړل کیږي:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولې یا متحولې x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره دبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \emptyset$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.

د ویېتا د ریبنې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 | x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا دبل حلونه لري.

لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دی نیولی، یواځې دریمه بڼه یې تر څیړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:

په ۱۷۷ مخ کې دروند لیکونکي لومړۍ بیلګه راوړي. تاسو دا وګورۍ، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمې درجې ته فکر کړی؟

بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته څیړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نیمګړې معادلې عبریږي. زما لیکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ –م مخ کې د دویمې رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکي. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نیولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کیږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x + p)^2 = q^2$ بڼه بدلیږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللې، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسې لیکي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشوکولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشوکولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

د لیکونکي داسې حل نیمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحیح کیږي:

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=\pm\sqrt{9}$$
$$x=\pm3-1$$
$$x_1=2$$
$$x_2=-4$$

ګورو، چې د لیکونکي د لیکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بیا: مربع مساوات دوه حله یا یو ډبل حل لري او یا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ــم مخ

لاس راوړو.
لیکونکي پورته د مربعتکمیل ځخه غږیږي او دلته یې په حل پیل کوي او دابیا نیمګړي پریږدي.
لیکونکي لیکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاڼوو د x د ضریب د نیمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

لیکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړې او پسې حل نه پوره کوې او په لاندې توګه د فعالیت په نامه مخ ته ځي:

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهیږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بیا پایله لیکي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

دا پورته داسې غزول کیدی شي. ،، ....،،. یعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پایله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعریف په بنسټ دی، a له صفرسره باید برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بیا مربع مساوات نه شي کیدی.
بیا وایم: لیکونکي تل په دې ډول پایلې راوړې، چې سمې نه د او سمې یې هم نه راوړې.
که د لیکونکې پورته لیکنې ته پام وکړو، نو باور وکړئ، چې پوره ستونځې لري.
ګران لیکونکی غواړې ولیکې، چې:

په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقیقي اعداد دي او $a\neq 0$ ده .

لیکونکې په لاندې کې هغه پورته فعالیتونه په پوره نامکمل ډول لیکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهیدلو نه دي او پسې بیا دویمه پایله لیکي، چې دا پایله نه ده، بلکه دا د ویتا جمله ده، چې له مخې یې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښایي، یعني دا سمه جمله، چې باید وښوول شي. زه پوهیږم، چې دې څه لیکي، خو دی باید دزده کوونکو لپاره دا پوره ولیکي. جمله باید د کتاب لیکونکې له لورې ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بيلابيل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهيږم، چې ليکونکي، دا پورته جمله ولې ليکلې؟ دا يې بايد روښانه کړې وی چې څنګه؟

پايله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وځيرو- ما پوره په غور لوستلي – هم همداسې ستونځمنې ليکل شوي.

د مربع مساوات د شميرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، نو بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د رېيني [ملي سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

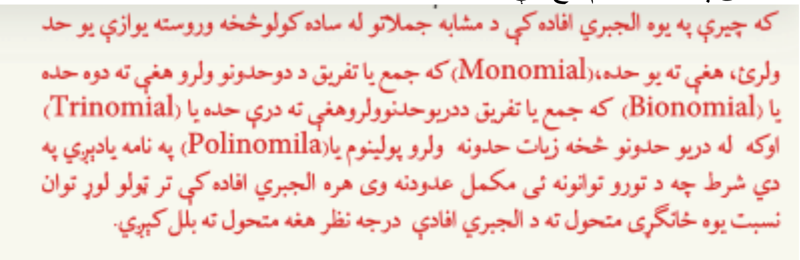
۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې ليکونکی ولې داسې عنوان د خپلو ليکنو له پاره راوړی نه پوهيږم. زه تراوسه داسې کوم عنوان سره نه يم مخامخ شوی او يا شايد دی د څو جمله يې لاندې بل څه وپوهيږي. په دې هکله يې بيا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ويلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکونکي دا پورته عنوان چي ليکي باور وکړی، چي داسي څه په رياضي کي نه شته او دا سي څه چي په نور متن کي راوړي هم ناروا دي.

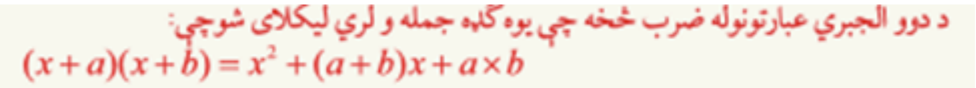
لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې


که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دي شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کېږي.

زه پوهيږم، چي ګران ليکونکي د مشابه جملاتو لاندي څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چي داسي وييه هيڅ ژبه کي نه شته او موږ په رياضي کي د جملي لاندي يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کي هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کي لومړی پولينوم تعريفيږي او بيا د هغي په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندي کي:


د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګډه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګډه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چي ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يي موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چي د دواړو ضريبونو په هر يو يي د جمعي په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لاري مخ ته تللی شي.
که a-b او c - d ولرو، نو داسي يي سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسي دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چي دلته يي نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندي مثال کي چي دی حل ورکوي، بايد وليکي چي مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنۍ یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنۍ یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راوړو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنۍ یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساواتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګورئ، چې دی ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکی د الجبري افادي او ثابتي تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسي، متحولی بلل کیږي، چې د x,y,z,... سره ښول کیږي. نوري نومونې یې : مجهولي واریابلې، تغیرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته یا تل همغه: ثابت یا تل همغه: هغه اعداد چې تل همغه وي ، نو ثابتې یا تل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π ، e د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې کې به ترم یا افاده لږ زوره وڅیړو:
۲ - ترمونه terms, Termen : که په یوه لړۍ کې، یواځې ثابتې (همغه)، اووښتونې(مجهولې، واریابلې) نښلونې (نښلونې یعنې جمع تفریق، ضرب او وېش(چې مخرج صفر نه وي)) او تخنیکې نخښې (نوکانو یا قوسونو کې رابندول) کارول شوې وي، یانې اړیکې نه وي کارول شوي، نو دې ته ترم ویل کیږي. ګورو چې په پیژند کې د جذر عملیه نه راځي، نو له دې امله ګرانو لیکونکو دلته او هم په نورو ځایونکې ادا سم نه دي لیکلي، چې جذر کې متحولې نیول شوې وي.

که ترمونه اووښتونې ولري، نو د اووښتونو یوه ورزیاته نخښه په نوکانو کې نیولکیږي، لکه :
T(x); T(x,y)

بیلګه
الف : ترم 126 + 3/4 ، چې اووښتونې نه لري په Tسره په نخښه کوو او لیکو:
T=126 + 3/4

$$T = 126 + \frac{3}{4}$$

ب : ترم 10 + 2x چې اووښتونې x لري یانې T(x) = 10 + 2x ۰ د اووښتونو بنسټیزې دې د پیدایښتې ګنونو- یا د طبیعې اعداوو ډیرې N°وي
تعریفډیرې د بنسټیزې سره برابره ده، که په ترم کې د اووښتونې یا واریابلې x په ځای یو پیدایښتې ګڼ 2 کیږدو، نو د

پ : (x+2y)/x یا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندې یا مخرج اجازه نه لري، چې صفر وي.

د ترم T(x,2y) = (x,y) /x یا $T(x,2y) = \frac{x+2y}{x}$

ارزښتشمیرنه د x=2 او y= 3 لپاره په دې ډول ده T(2,3) = (2+6) / 2 = 4 :

تاسو دا لاندې د پورته تعریف سره پرتله کړی، وبه ګورئ، چې هغه تعریف، چې ګران لیکونکي راوړی د سټ تشریحي لیکندول دی د متحولې.

دریم مخ: عنوان: الجبري افادې

لیکونکی لاندې د متحول او ثابت تعریف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشړي - تعریف سره یې پرتله کړی. دا ده چې څه لیکلي، دا د سټ شننیز لیکندول دی.
بیا د متحول تعریف یا پیژند: متحول هغه لویه ده، چې د عددونو ځاینیونکې وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعریف کې به وګورئ، چې غیرناطقه الجبري افاده - د لیکونکي په موخه - نه شته، یعنې داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولینوم لپاره دا لاندې انګریزي هم وګورئ:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or $9y - 2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or $9y - 2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

$x^2 - 7x - 6$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	Numerical Coefficient
x^2	1
-7x	-7
-6	-6

$8x^2 -3x -2$	Polynomial	
$8x^{-3} +7y -2$	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2 +8x - 2/3$	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په ځګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه

:(Descending and ascending Polynomes)

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

داسې عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې ځګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د

ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم ځګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادیږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:

که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ یا $16x$ ته مونوم یا (Monomial) (یو حده)الجبري افاده وایي. $x-4$ یا $ab-y$ ته
باینوم (Binome) یا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وایي او د $2x^3-x-1$ الجبري

افاده ترینوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولتینوم (Multinomial) وایي.
خینې وختونه پولینوم له یو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.
د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولینوم د یو متحول، $2x^3-3y$ پولینوم د دوه متحولونو او
$x+y+z$ د دریو متحولونو لرونکی پولینوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبیاتو کې د مولتینوم څخه په دې موخه لکه چې لیکونکی ترې غږیږي نه شته او د دې په ځای یې هغه غوره پولینوم دی، چې مونوم، بینوم او ترینوم هم په دې بنسټ تعریف شوي دي.
زموږ لیکونکي د ډېرو شیانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولې ته وایو، چې زموږ ادیبان ورته په ډېره مینه برید وایي. مونوم هغه پولینوم دی، چې یو غړی ولري. یا په بل عبارت مونوم هغه لویه ده، چې له یوه غړي جوړه وي. یعنې ثابتې، ثابتي او واریابلې یا متحولې او .... څخه د یو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لویه. دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم یوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, 3*x*, -57, x^2, $4y^2$, -2*xy*, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

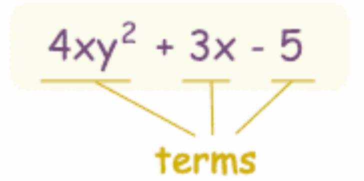
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes **$4x^2 - 2x + 1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: **$4x^2 - 2x + 1$** *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

یو مولتینومیال لکه ګران لیکونکي، چي لیکلی د مونومیال او... کورنی سره څه اړیکه نه لري.
پولینومیال، چي یو غړی ولري مونومیال بلل کیږي او داسي نور.

موږ چي پولینومونه راوړو، نو یوه واریابله به لري او نه زیاتي.

اوو لسم مخ

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

دا څه معنا لري، چي که پولینوم له یوه توري یا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم لیکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، یعني که یوه – یا دوه - او یا ... متحولي ولري، توري خو ضریبونه هم کیدی شي، چي متحول نه دي.
لیکونکي د لیکنې له لارې د لیکلو سره ستونځې لري. هغه څه چي دی غواړي باید د ریاضي فرمول له لارې ګوته ونیسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهیږم، چي محترم لیکونکي دلته د دایرې او د مثلث مساحت ټاکل ولي د پولینومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعریف او تشریح دي. دا په هندسه کي د ځانګړو فرمولونو له لارې تعریف شوي. بیا هم دلته متحولي کومي دي او پولینوم دلته څنګه تعریف شوی. په پولینوم کي خو جذر نه دی تعریف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12cm, a = 9cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکوونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړې،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي.
سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا
۹ندسي بیلګې ناسمې دي.
د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوې.
داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

،،... له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$ داسې دی.

پوښتنه فقط داسې ده: که وړانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمېرل شوي او فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکوونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړې؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضريبونو مجموعه پيداكړئ.

حل:

$$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضريبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$$

اتم مثال: كه ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پيداكړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د يوه راكړ شوي قيمت لپاره د $P(x)$ په پولينوم كې د x پر ځاى راكړ شوى قيمت وضع كوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي كه په يوه پولينوم كې د تورې (متحول) پر ځاى يو وضع شي د پولينوم د ضريبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قیمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قیمت وضعه کوو.

داسې به بنه وای: که د $P(x)$ په پولينوم كې د x پر ځاى راكړ شوى قيمت وضع كوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعریف به هم داسې ورکړم: که د یوه سټ هر توکي د یوه بل سټ یا خپل ځان په تیک یوه توکي تنظیم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کي(نور یې غزوم نه).

ګران لیکونکی له تابع څخه غږیږي او په ربنتیا چې څه لیکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دې مساحت ته ځې بیا حجم معلوموي. ته نه پوهیږي، چې دا څرنګه د ریاضي د تابع څېرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بیا به دا یو مربع مساوات وي، چې هغه داسې نه دي او نه داسې لیکل کیږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعریف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفریق او ضرب هم د فنکشن په څیر تعریفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې موږ کلاسیک مخ ته ځو.

لیدل کیږي چې نفوس (Population) یا P د وخت (t) تابع ده یا $p=f(t)$

3 - د دايرې مساحت (A)، د دايرې شعاع (r) پورې اړه لري ($A=\pi r^2$)

4 - د كرې حجم (V) د كرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل كيږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

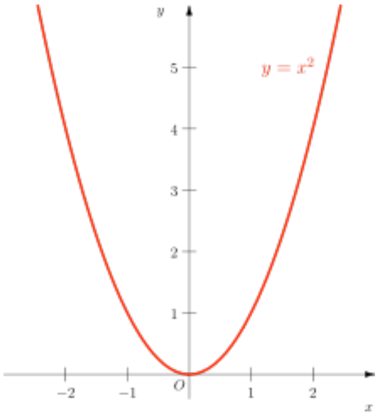
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسې ليکل کيږي

$f(x) = x^2 ; \; f(x) = x^3$

سره $a \neq 0$ د $f(x) = ax^2 + bx + c$

او$f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چې دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسې ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چې جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چې دلته د سطحې څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چې ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چې په دايره کې ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغې سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کې څيړلکيږي، ځکه چې هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه سيټ هر توکي د يوه بل سيټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کې راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کې هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګورۍ، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سيټ تعريف دی او نه متحولې.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که

$A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له یوه څخه تر 10 پورې د طبیعي عددونو قیمتونه اخیستلای شي. x ، ته متحول(Variable) وایي. عموماً متحولونه د انګلیسي ژبې د کوچنیو تورو لکه x, y, z او نورو په واسطه ښودل کیږي

د یوه عدد قیمت تغیر نه کوي، لکه د 4 عدد هیڅکله له 5 یا 3 او یا کوم بل عدد سره مساوي کیدای نه شي، نو ټول حقیقي عددونه ثابت (Constants) دي

د حقیقي عددونو سربیره د انګلیسي د ژبې توري لکه $a, b c...$ او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کیږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کیدای شي الجبري افاده له یوه ثابت، یو متحول او یا د ثابتو او متحولونو له ترکیب څخه جوړه شوي وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$، $4x+5+\frac{15}{t^2}$، $\sqrt{3}x$، x^2-x+1، x، -12، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نیول یې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته ضریب (Coefficient) وایي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضریب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ مشابه حدونه (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي توانونه لري، یوازې عددي ضریبونه یې سره توپیر لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

1- پولينومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ ک

شامل وي، پولينوم نوميږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ

$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$ ، $b)2\sqrt{x}$ ، $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، $d)x^{\frac{1}{2}}$ ، $e)x^{-3}+x^2$

$f)8p^2+p^{22}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، $h)88$ ، $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h, a او *i* پولينومونه دي، خو *b*, *c*, *d*, *e*, *f* او *g* پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو

يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولنيوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام

دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-

د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کېږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

۵ او ۶ مخونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل يې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n يو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, a_n$ ضريبونه دي چې حقيقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولينوم درجه ده.

فعاليت

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولينوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولينوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولينوم کې، $n=3$، $a_n=-5$، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولينوم کې، $n=2$، $a_n=11$، $a_1=0$، او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}(q\neq 0)$ په شکل وليکلای شو چې p او q پولينومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وايي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل يې هم ليکلای شو چې يو متحول لرې يوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته يو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم يوه ناطقه الجبري افاده ده، ځکه چې $x^2-1=\frac{x^2-1}{1}$ دی.

3- غير ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې يوې الجبري افادې ته چې د دوو پولينومونو د خارج قسمت په بڼه يې نه شو ليکلای، غير

331 seit

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې وېشو. ددې لپاره چې ښي خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه بايد منفي ونيول شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ يا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دويمه ناحيه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقيم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40'+y\sin 123^\circ 40'-\frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

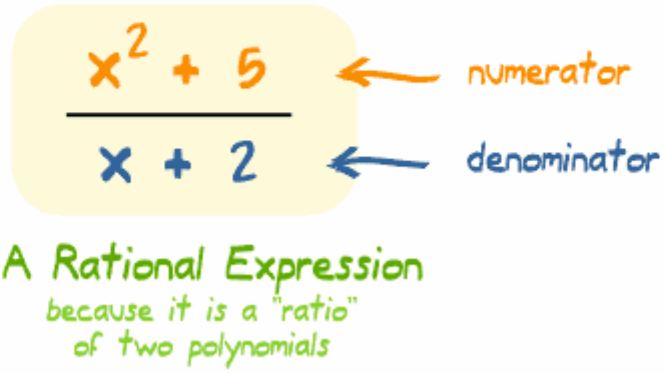
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيداى شي چي ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چي د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials:



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3+2x-1}{6x^2} \qquad \frac{2x+9}{x^4-x^2}$$

Also

$\frac{1}{1-x^2}$ — The top polynomial is "1" which is fine.

$2x^2+3$ — Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

✗	$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
✗	$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپیوتر(شمیروني) کې ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کې پیدا نه کړی. نه پوهیږم، چې لیکونکي به دا له کومه ځایه لیکلي وي. دا مې په ډېرو کتابونو او نت کې وکتل.
ما په انګلیس ادبیاتو کې یوځای ولوستل چې: ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولینوم وېش له لارې نه شي لیکل کیدی. بیلګه یې هم نه وه او په پورته له ماخخه راوړ شوي تعریف کې هم نه شته.
الجبري

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په لاندې به د کوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو کوم یو به د پولینوم درجه وي؟ ریاضي یو ډېر څرګند علم دی او باید هر څه یې څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

موږ ریاضي کې اوس له ځانه څه نه لیکو، دا مو یا باید له نورو کتابونو زده کړي وي او یا مو له نورو کتابون را اخستي وي................

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې
د رياضي منطق
دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

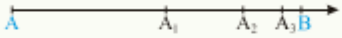
د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډيــر و پيړيو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخيږي.
ايا پوهيږې چې ځمکه کروي ده؟
ايا لمر دځمکې پر شــاوخوا او که ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې دهغې په مرسته ديوې موضوع سموالى يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلى شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کې نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:



يو سړى غواړي چې ددې مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنى نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلى دي، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنى نقطه کې توقف وکړي، پاى لري؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړى به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړى توقف و نه کړي او يا له لارې بيرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږي، بلکې ترې تير به هم شي. په دې اساس ددې مسلئې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړې ده.
- ناروغه دى، نه غواړي چې په ټولګى کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيداى شي، د ډيرو مفهومونو يا درياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړى مثال: په عامه ژ به(مارخوړلى له برګ پرې څخه داريږي) دا يو قياسي استدلال دى، ځکه چې برګ پرې د مارسره پر تله شوى دى او دهغوى په منځ کې ورته والى ليدل شوى دى.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموینه کې 100 نمرې اخلی او په دویم او دریم صنفي ازموینوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرنۍ ازموینه کې څه نتیجه اخیستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعالیت

د مسلسلو طاقو طبیعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نیسو، ددې کار لپاره د یو 1 له عدد څخه پیل وکړئ او خالي خلیونه ډک کړئ.

$1+3= \square = (\quad)^2$

$1+3+5= \square = (\quad)^2$

$1+3+5+7= \square = (\quad)^2$

$1+3+5+7+9= \square = (\quad)^2$

پورتنیو پوښتنو ته په پاملرنې سره لیدل کیږي چې د طاقو طبیعي عددونو د جمعې حاصل د طبیعي عددونو د شمیر له پوره مربع سره مساوي دی.

- آیا کولای شو نتیجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمیر له مربع سره مساوي دی؟
- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعالیت د سرته رسولو په اساس لاندې نتیجه په لاس راځي.

نتیجه : استقرايي استدلال د یو شمیر مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتیجې اخیستنې طریقه ده. په حقیقت کې یوې کوچنۍ نمونې ته په لویه نمونه عمومیت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهیدلو لپاره پوره ستونځې لري. د ریاضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړاندیز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دي راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

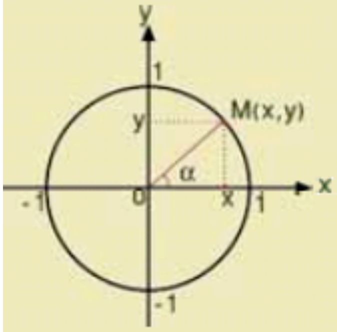
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

یولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کې د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کې هغه غوره او اصلي د څېړنې موخه يې د ترادفونو پولې ته تلنه یا نه تلنه یا په انګريزي يې کونورګنت او ډيوګنت دي، چې محترم ليکونکي دا هلته نه دي څېړلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پوهېږو چې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ يو الجبري مطابقت دی، ځکه د a او b په ټولو قيمتونو سره د مساوات داوړه خواوې برابرېږي.

آيا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ يو مثلثاتي مطابقت کېدلی شي؟

فعاليت

- په لاندې جدول کې د α د مختلفو قيمتونو لپاره د A او B افادو قيمتونه بشپړ کړئ.

α	$A = \dfrac{\cot\alpha}{\csc-1}$	$B = \dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ټولو قيمتونو سره، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي، لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1} = \dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

دا برخه يې پوره نيمګړې پرېښودې ده.
د وکتور شمېرنه يې هم پوره او مناسب نه ده څېړلې.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کې هندسي برخې ته داسې لږ ګوته نيسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلې

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قيمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړيکې شتون لري.

_ آيا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ يو مطابقت دی، که يوه معادله؟

_ آيا $1-2\sin\beta=0$ يو مطابقت دی، که يوه معادله؟

له پورتني فعاليت څخه لاندې تعريف په لاس راځي.

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ځينو قيمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت يوه معادله کيدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په يو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات يا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم بايد د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعريف څخه داسې پوهيږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کيږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعريف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کيږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعاً مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات نه وي، نو بيا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه يې لاس ته راوړنه بيا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب يې وروسته بياتعريف ترې لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعريف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه رياضي.
روښانه ونه: که چيرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلې وي، مساوات بلل کيږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له يوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ يې په افغانستان کې سره بيلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هيڅ نه وايي پرته له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کيږي.
که د پورته توپير چا د دې لاندې سره و ښودـ دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهيږم او دا چې دې ليکي په دې هم نه پوهيږم.

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ټولو قيمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپير يې دا دی، چې په يوه کې ځنې او په بل ټول قيمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورايه دي.
۶۵ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دویم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دریم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\dfrac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\dfrac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تریګونومتریکي مساوات:
یو تریګونومتریکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکیدو متحوله د تریګونومتریکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بیلګه:
تریګونومتریکي مساوات

$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کیدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړیکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$

واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو

$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$

نو دی

$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

د دې حل سره

$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې

$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بنه بدلون ورته یا اکویوالنت بنه بدلون نه دی، نو دا حل باید په وتونمساوات کې رښتیا وګڼل شي. له دې سره په وتونمساوات کې لاندې حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

٧٠ ـم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیداکولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

پورته لیکنه د پوهیدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهیدلو څه نه لري.
٧٣ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot\ x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.
لومړی مثال: د $\cot\ x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ بنه وای که داسې یې لیکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

مساوات

له یوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
بیا یې راوړو:

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کیږي، مثلثاتي معادله بلل کیږي.

دا به بې له ریاضي داسې ووایو: زردالو میوه، چې د دې ونې زردالو دی یا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښایی، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وایو) .

٧٠ ـم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیداکولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

٧٣ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot\ x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.
لومړی مثال: د $\cot\ x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول یو ډول بې څه وینې بیلګې دي.

٩٨ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له یو بل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

1- که چیرې دوه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې شامل وي، نوموړي خطونه د همغې مستوي خطونه بلل کیږي، او یو له لاندینیو حالتونو(وضعیتونو)څخه لري.

۱۰۰ – م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ کار په مستوي کې دی او بل څه مو زده کړئ ته نه دي رامنځ ته کړي، نو دا لیکنه ولې؟
۱۰۴

د قضیې پایله:

i) که په ترتیب سره د دوو زاویو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاویې یو له بل سره مساوي دي.

ii) که د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهته وي او د هغو یوه، یوه ضلع یې موازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاویو پراخوالي 180° دی.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه:

تعریف: په فضاکې د دوو متنافر و مستقیمونو ترمنځ زاویه له هغې زاویې څخه عبارت ده چې د یوې مستوي په یوه اختیاري نقطه کې له هغو سره د دوو موازي مستقیمونو د رسمولو په واسطه حاصلیږي

۱۰۶-م مخ ګران لیکوال د هندسئ خیرو غریږي، مګر عکس یي هیڅ ځای کې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ کوي او دا پورته د ،، قضیې پایله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. که چیرې ګرام لیکوال دي د دي خیره وباسي، نو وزته روښانه به شي..
غوره یادونه: په زیاتو هندسي درسونو کې خیرې نه شته، چې دا هغه غوره نیمګړتیا بلل کیږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است که توسط ترسیم دو خط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸۵ ــم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیداکولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعـددونو په مرسته نامعلوم عدد پیداکړو، په دې صورت کې نوموړي طریقه د خطي انټرپولېشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه پـه لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پیداکولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګټه اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص پـه لاندې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یوپه یو (injective) ده یعنې د هر

$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګرېزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسڅندنت تابع وایې.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په څټ یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، څکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

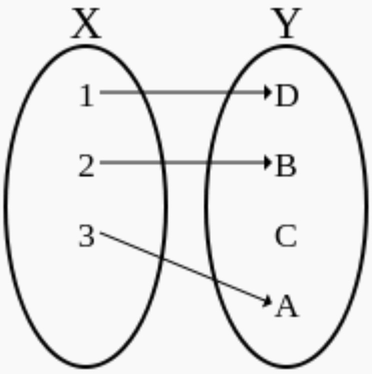
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

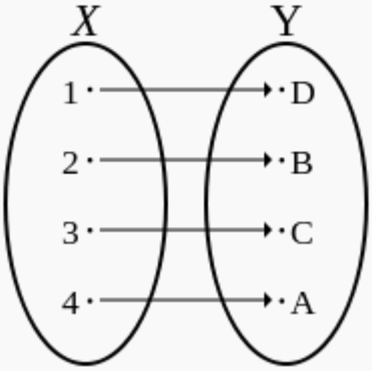
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسې ځغلند نظر او ټيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولې يا ليميټ څخه پيل وکړې، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي
او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څيړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو
څيړنه ځکه اړينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولې) سره ترادف چيرته ځي، يوې
پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلې پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه
دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ـــم ټلګې کتاب ته.

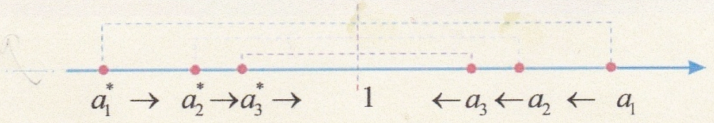
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګې کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا
کرښه د ښي او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولې.
د کتاب ۳ ـــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کیڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف n – ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړي پړاو کې هغه په څو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څیړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسې هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسې یې بیا د پرلپسې یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونوکې چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه تري د پرلپسې کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسې کې اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسې له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسې پرلپسې شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسي داسې یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښي او کیڼ لوري لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسې ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا ټیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه ځکه راوړي، چې د ښی او کیڼي لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم مخ کې څیړل(که چیرې څیړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعنې څه؟ دا هیڅ مفهوم یا ترې پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچنی دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^+$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: \ a+0.1, \ a+0.01 \ , \ a+0.001 \ , \ a+0.0001 \ , \ \ldots \to a^+$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^-$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: \ a-0.1, \ a-0.01 \ , \ a-0.001 \ , \ a-0.0001 \ , \ \ldots \to a^-$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \iff (x \to a^+ \ , \ x \to a^-)$$

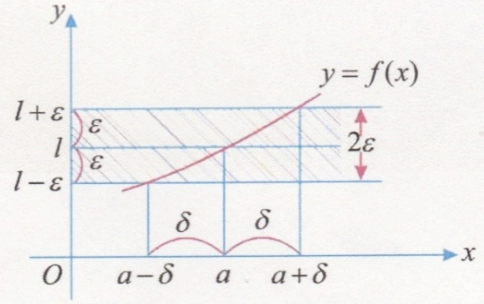
د

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوي وي داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسمونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولي.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، ځکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کېدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوې. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x \to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \ : |x-a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = l \iff (|x-a| \to 0 \Rightarrow |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه $\forall$ او $\exists$ نه دې ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کیږي.
ښاغلي لیکونکی په اووم مخ کې بیلګه راوړي او بیا دا ښایي، ښي او کیڼې لورې لیمیټ یې شمیري.

باید د $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$ ، لپاره $x \neq 3$ ولیکي،چې هلته فنکشن تعریف نه دی. دی بیا په ناسمه توګه په جدول کې لیکي. دا چې دا باید څنګه ولیکل شي، زماپه لیکنو کې شته.

دویمه بېلګه: و ښیئ چې $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$ سره دی.

حل: د ښي او کیڼې خوا لیمیټونه تر څېړنې لاندې نیسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x \to 3^+} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x \to 3^-} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$$

لیدل کېږي چې د ښی خوا او کیڼې خوا لیمیټونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x \to 3} = \frac{x^2-9}{x-3} = 6$ دي.

په پورته کې xد 3 قیمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعریف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لورې او نه د کیڼې لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کیږي.
د بیلګې حل یې هم بیا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرکې خبره ده.........

دویمه طریقه: د لیمیټ د تعریف په پام کې نیولو سره فرضوو چې د هر اختیاري کوچني عدد ε لپاره یو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 : \; |x-a| < \delta \;\; \Rightarrow \; |f(x) - l| < \varepsilon$$

$$|x-3| < \delta \;\; \Rightarrow \left| \frac{x^2-9}{x-3} - 6 \right| = \left| \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} - 6 \right| = |x+3-6| = |x-3| < \varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \delta$$

د بیلګې د حل نتیجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري یعنې دا مو موخه نه ده، نو باید ووایم، چې دروند لیکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما لیکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځایه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهیدل کیږي هم نه.

له پورتنی اړیکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړیکه لري، که δ ته قیمت ورکړو ε قیمت اخلي او که ε ته قیمت ورکړو δ قیمت اخلي، بنا پر دې هغه تعریف چې د لیمیټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لیمیټ لري، یعنې: $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره لیکنه او تیکاوی:

د کتاب په پیل کې راوړل شوې د ترادف یا پرلپسې موضوع باید د یوولسم ټولګې کتاب کې پوره څېړل شوې وی، مګر هلته یې یواځې دا نومونه راوړل شوي او نور لیکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړیین څه راوړي - له موضوع څخه تیر شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولې ته تلنه یا کونورګنت او له پولې اووښتنه یا ناپای ته تلنه یا ډیورګنت او... دي، چې بې له دې په رښتیا کې د ترادف یا پرلپسې څېړنه کوم غوره والی یا اهمیت نه لري، یعنې خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د يوولسم ټولګي د ترادف درس، نو په رښتيا کې خپل غوره والی او اړينوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته يې ګوته نه نسم، همدا بسيا کوي، چې څه په کې نه دي ويل شوي يا ليکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

يادونه: دا چې ګومان کيږي د داسي ليکنو سره به بلدتيا لږ وي، نو تشريح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په ځيره کې ښوونه

که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقيقي اعدادو (ګڼونو) ترادف يا پرلپسي وي، نو عدد $a\in\mathbb{R}$ د دې ترادف يا پرلپسي پوله ارزښت بلل کيږي او پرلپسي a ته کونورګير کيږي يا a ته هڅيږي يا نږدې کيږي، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ کې له يوه اندکس يا پيژند نخښې اخوا يا وروسته يا پسې د پرلپسي يا ترادف ټول غړي(دوي يې حدونه يا جملې بولې، نه پوهيږم ولې؟) د انتروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکي شنني څخه تيريږم)

لنډ پيژند يې:

عدد $a\in\mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کيږي، که د ټولو $\varepsilon > 0$ لپاره يو طبيعي يا پيداښتي عدد N شتون ولري، داسي چې $|a_n - a| < \varepsilon$ باور ولري، که $n \geq N.$ وي.

دا پيژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon > 0$ لپاره يو ايندکس N شته، داسي چې له دې ايندکس يا پيژندنخښې وروسته د پرلپسي(ترادف) ټول غړې د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي يعنې له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت ليکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim_{n\to\infty} a_n = a$

د دې ليکدود سره سم د يوې پرلپسي پوله ارزښت تعريف داسي رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad \Longleftrightarrow \quad \forall\varepsilon > 0\ \exists N \in \mathbb{N}\ \forall n \geq N:\ |a_n - a| < \varepsilon$$

د داسي ليکنو لپاره د ε (لوستل: ايپسيلون) توری ورځنی يا مروج شوی.

بيلګه:

په يوه بيلګه کې يې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د $\frac{1}{n}$ پرلپسي يا رديف و 0 ته کونورګنت وښايو، يو د مخه ورکړ شوي ε ته يوه په خوښه طبيعي عدد يا ګڼ N ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n > N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پيژنو یا تعریفوو:

$\lim_{x \to p} f(x) = L$

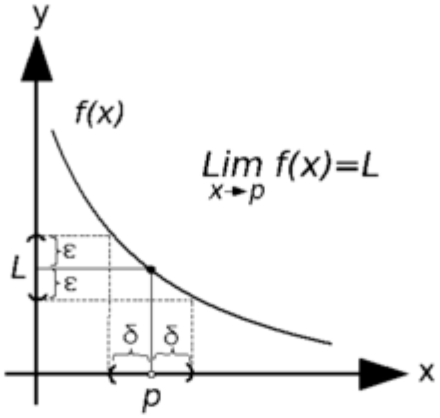
پيژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کيږي، L دی او داسې يې ليکو:

لوستل يې هم همداسې دي لکه پورته تعريف

داسې يې شميرپوهنيز ليک دود باندې تعريفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر $0 < \varepsilon$ لپاره يو $0 < \delta$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شميرپوهنيز يا رياضيکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځيره



پورته دوه تعريفونه برابر ارزښته دي يعني له يوه څخه بل لاس ته راځي او په څټ يا برعکس يعني ليکو:
تعريف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کيږي، L دی، ټيک هلته يا هلته او هلته يا هلته او په څټ، يا له دې لاس ته راځي او په څټ يا برعکس چې د هر $0 < \varepsilon$ لپاره يو $0 < \delta$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسيا کوو، که څه هم روښانه کيدل نوري شنني ته هم اړتيا لري.

دې ته دلته په اخر کې بيا ګوته نيسم، چې دا شميرپوهنيز يا رياضيکي ډول ليکنې ستونځمنې دي او بايد ترې تير شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتيب ګران ليکونکي ليکلی چې زه نور پرې نه غزيږم.
دا بسيا کوي، چې کتاب د ښوونځيو څخه راټول شي او له سره وليکل شي.

ستاسو له سرې سينې څخه – که ومو لوسته- ډيره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شينواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library