Set theory   دېرى پوهنه يا

Ketabton.com

ليکونکى : ډاکتر ماخان (ميرى) شينوارى

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلوي ښښتن په نامه

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلې او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

smakhan1946@gmail.com

کتاب پیژندنه

د کتاب نوم: ډېرې پوهنه

لیکونکی: ډاکتر ماخان،، میرې،، شینواری

د خپریدو لړی

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ کال ۲۰۱۲

چاپ چارې

دانش خپرندویې ټولنې تخنیکي څانګه

WWW.danishpress.com

د چاپ حقوق خپرندوې ټولنې لیکونکې یا ژباړې سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شمیرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

ذ اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کته ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکونکي مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمني، د غړو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترمانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیرمحمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

نه د ټول په پای کې زما له میرمن ښاپرۍ څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۰۱۲ ز ک

نیولیک

د لیکونکي سریزه
ډیرئ پوهنه ۱
سټ او د سټ توکی ۲
د ډیریو ترمنځ اړیکې ۶
برخه سټ ۸
د برابرونونو او خونډې ساتنو خویونه ۱۰
ټولنډیرئ یا سټ اتحاد ۱۲
غوڅډیرئ ۱۴
د یوې ډیرئ کمپلمنت یا پوره کوونکی ۱۹
څیرونه mapping یا اړیکې: ۱۹

نښلونه ۱ ۲۹

تړنه ۲ : ۳۸

د ډیریو ترمنځ اړیکي ۳۸

تړنه ۳ : ۵۷

سریزه

ګرانو لوستونکو!

(c) ketabton.com: The Digital Library

که تاسو د نړۍ د شمیرپوهنې بنسټیز کتابونه ګورئ، نو وبه وینئ، چې د شمیرپوهنې سم - اند تر څنګ ډېرئ پوهنه یا سټ تیوري د کتابونو په لومړئ برخه کې ځای نیولی او وبه ګورو ، چې شمیرپوهنه کې د ډېرئ پوهنې رول غوره دي، چې بې له ډېرئ پوهنې شمیرپوهنه ناشونې ده.

ما دا کتاب د اړتیا څخه زیات غزولی او پوهیږم، چې دا زما له کتابونو پرته یو چاپ ما لیدلی، خو متآسفانه، چې ما نه دی لوستلی، دا په دې معنا چې لاس ته مې نه دی راغلی.

دا موضوع تکرار لري، خوپه بل ډول، چې ګټور به وي او نه ستړی کیدونکي . وایي، چې دوه واره ګنډنه کلکه وي.

دلته هم موږ د عربي داسې کلمو سره ګیر یو، چې په شمیرپوهنه کې یې کاروو، مګر په معنا یې نه پوهیږو او نه پوهیږو، چې دا عربي به یې ټیک او که ناټیک وي.

پښتو نوموه ونې یې ډېرې ښې ساده او – دا چې خپله ژبه مو ده- زر پوهوږ دي.

له پښتو مه داریږئ، خپله ژبه مو ده او هرڅه په خپله ژبه ساده او زر پوهوږ وي.

ما دا نومونې له خپله ځانه نه دي ټاکلي بلکه په ژبه کې مو له شته رانیولي، چې همغه ترې پوهیدنه په ښه توګه روښانه کوي، غوره تعریف دی، چې باید ټیک وي.

ډېرئ د ډېر یا ډېرې سره توپیر لري، چې زیات ورته هم وایو او باید د ډېر سره بدله نه شي، دا به د ډېرئ له پیژند څخه جوته شي.

دلته به هم تکرار کړم، چې ما په یوه وار ډېر کار رامخ ته کړي، دا همغه د وړي خبره ده، چې څومره د خوړلو زور وي له هغې سړی زیات راخلي، نو هرو مرو به ناټیکاوي په کې وي، خو دا به مو د شمیرپوهنې په اړخ کې د ستونځو سره مخ نه کړي.

ستاسو ماخان شینواری.

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ ۰ ډيرى پوهنه Die Mengenlehre, the set theory

ست تيوري (ډيرى پوهني) بايد خپل ځاي په شميرپوهنه او همدا ډول په نورو پيداينتي- يا طبيعى پوهنو كې نيولي وي، نو له دې امله د لنډ تير وخت را په دې خوا په پرمختللو هيوادونو او اوس هم په افغانستان كي د ښوونځيو په ليكلوست كې پيل شوه، ځكه چې بې له ډيرپوهني شميرپوهنه بي مفهومه ده او ناشوني۰ دا به له دې ليكنې څخه همدا اوس څرګنده شي، چې پيداينتي يا طبيعي ګڼونه يا - اعداد او هرڅه د ګڼونو په څيره كې ، چې مونږ ته څرګند وي هغه ټولي فقط ډيرى يا ست دي او بل څه نه دي۰

ډيرپوهني په پرمختللو هيوادونو كې هم په خپلو لومړنيو وختونو كې د ميندو او پلرونو لپاره ستونځي پيدا كړي، ځكه، چې دوي د ډيرپوهني سره بلد نه وو او د خپلو كوچنيانو سره يې مرسته نه شوه كولى۰

د ډيرى كلمه له ګڼونو يا اعدادو پخوانى ده، كه څه هم پخوا انسانانو په خپله خوښه، لكه اوس ، نه ښووله ۰

په تراوس ورسره بلد ډول هم ډيرى پيژندل كيږي، لكه د ښوونځى نجوني او هلكان، يا په يوه ټولګى كې ميزونه او چوكى، يا لكه هغه نيزوږي، چې نيز راوړي او د سپين په پټي كې يې ډيرى ډيرى اچولي يا د هسكې مينې د ښوونځي په لسم ټولګى كې د زده كوونكو، كتابونو، كتابچو پنسلونو، څوكيو او ميزونو ډيرى يا ست۰

مونږ په افغانستان كې هم د ډيرى يا ست له كليمې سره اوس بلد شوي يو كه څه هم د بيلو بيلو پرديو نومونو لاندې، چې زما په اند به زده كوونكو او ښوونكو ته يواځې ذهني غوره والي لري، زه غواړم، چې د ډيرى څو مختلف پيژندونه يا تعريفونه وركړم، چې ښه مو ورته پام راوګرځي، دا له دې امله هم، چې د ډيرپوهني غوره والى ته مو نور هم پام راوګرځي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیرئ پوهنه د شمیرپوهنې سته جوړوي او د شمیرپوهنې ټولې څانگې په ډیرې پوهنه ودانې دي٠ نن شمیرپوهنه بې له ډیرې پوهنې داسې وده نه شي کولی او سته یې وزي٠

پیژند ۲ ٠ ۱

د الماني شمیرپوه کانتور(George Cantor 1845 – 1918) پیژند:

زموږ د فکر او لید څرګند ټاکلو ، ټیک یو له بل توپیرکیدونکو شیانو ټولګې

(یوځایټولولو یا مجموعې) ته سټ (ډیرې) وایې او هر شې ته، چې ډیرې یې جوړه کړې یا سټ (ډیرې) ترې جوړه شوې وي، د سټ (ډیرې) توکی وایې.

په پورته کې ټیک یو له بل توپیرېدونکې په دې معنادی، چې د ډېرئ یا سټ توکي یو د بل سره توپیر لري او هیڅ توکی دویم وار په کې په تکرار نه شته.

(Set and elements of set سټ او د سټ توکی)

بیلګه :

عددونه (ګڼونه) ، نومونه، او توري کیدی شي د ډیریو بیلګو په توګه راوړل شي٠

ګورو، چې د ډیرې کلمه په شمیرپوهنه کې بل ډول ده لکه په ولسي ژبه کې، چې دلته ډیرې د څنو شیانو زیات یوځاي کول موخه ده، د ځانګړو شرایطو لاندې.

په شمیرپوهنه کې ډیرې په لویو لاتین تورو لیکل کیږي لکه ..A,B او یا ,M,N X,Y,.... د ډیریو توکي د لاتین په کوچنیو تورو لیکل کیږي، لکه ...a,b,c او...m,n,x,v

د دې لپاره، چې وپوهیږو، چې ایا توکی a د ډیرې A توکی دی که نه نو لیکو: $a \in A$

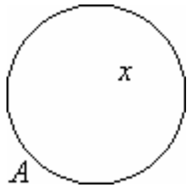
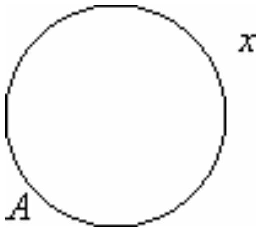
په پورته کې توکی a د ډیرې A توکی دی

$a \notin A$ دلته a د ډیرې A توکی نه دی

دا پورته لینکدود له بنی وکیڼ لور ته هم لیکلی شو، چې پرلپسی لړی یې ساتلې پاتې

(c) ketabton.com: The Digital Library

شي٠ زه يي په ښت ليکنو سره ليکنيزې ستونځې لرم٠دا لاندې يې دياګرام دی، خو توکي يې بل ډول ليکل شوي دي، چې ګرانو ستونکو ته به د پوهيدلو ستونځ پيدا نه کړي

 $A \in x$ (x د A توکی دی)	 $A \notin x$ (x د A توکی نه دی)

ډېری A دې له a,b,c,d,e,f,g,h, توکو جوړه وي، چې په لاندې توګه يې ليکو

$$A = \{ a,b,c,d,e,f,g,h\}$$

ګورو، چې { } د ډېری نخښنه ده

يادونه : دا د ډېری کلمه موږ په افغانستان کې سټ set بولو ، چې انګريزي ده، په فارسي کې يې مجموعه بولي، چې ډېری د شيانو مجموعه يا ټولګه ده او په الماني کې ورته مينګې Die Menge وايي٠ هغه بنسټيزه خبره يې په پيژند يا تعريف کې ده، که موږ يې هرڅنګه وبولو، خو د يو بل څخه کره توپيرکيدونکو شيانو ټولګی ته ٠٠٠ وايو. د ټکو پر ځاي ، چې هر څه ليکی، خو موږ ګورو، چې په پښتو يې هغۀ مناسبه نوموه ونه ډيری ده، دا د کوټی کوټی څخه يا راپنډ او داسې نورو څخه ماته ښه ښکاريږي او زموږ ولس د دې نامه سره بلد دی، چې په پوهنه او لا نور ښه په شميرپوهنه کې بايد وکارول شي٠ زه بيا په دې ټينګار کوم، چې دا خپل ، چې ما ټاکلی يا بل څوک يې که بل ډول بولی د انګريزي يا الماني يا بل پردي نوم څخه ښه او پوهوړ دی٠ د سټ مانا که په ډکشنري کی وګوری ،نو پوه به شو، چې له دې نوم څخه مو خپل د پښتو نوم ښه او مناسب دی. ګورووچې دا نوم اوس ژورنالستان هم زيات کاروي او وايي، چې ډېری يا ډېری خلکو.... وکتل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ګون(لکه دوه ګون، درېګون ۰۰۰) او د ډېرى ترمنځ توپير:

سوچه له دباندي ښخه کړى شو، چي -ګون له ډېرى داسي توپير کړو، چي ډېرى په راتاو يا مارپيچ نوکانو کې رابندوو او ګون په ګردو نوکانو کې ۰ مګر عيني (ليدوړ) يا شي ډوله توپير يې هم شته:

١ – په ګون کې د شيانو اېښود ځاى غوره دى او په ډېرى کې بيا دا رول نه لري:
$\{a,b\} = \{b,a\}$ مګر $(a,b) \neq (b,a)$

٢ – په -ګون کې کېدى شي، چي يوه يا زياتي کمپوننتي سره برابري وي، د ډېرى په ليکنه کي کوم توکى دويم وار يا ډبل منځ ته شي راتلى۰ افاده (a,a) موخه وره ده مګر افاده $\{a,a\}$ بې موخې ده

بيلګه ٢ ۰ ١

الف) M_1 (لوستل Mاينډکس ١ دا به په لاندي نخښونه کې روښانه شي پام دې وي، چي index(indeces) اينډکس پيژند نخښې ته وايي) دې د لومړنيو اعدادو ست وي، نو باور لري: $7 \in M_1, 8 \notin M_1$

ب) M_2 دې د لاندي برابرونونو يا مساواتو د اوبيونو(حلونو) ډېرى وي

(x+1)(x-2) = 0

نو باور لري $-1 \in M_2, 2 \in M_2, 1 \notin M_2$

بيلګه ٢ ۰ ٢ :

الف) د برابرون (x+1)(x-2) = 0 داوبيونى - يا حل ډېرى M_2 ده
$M_2 = \{-1, 2\}$

ب) د جوړه (جفت) ګڼونو ډېرى M_3 ده $M_3 = \{0, 2, -2, 4, -4, ...\}$

ست لکه، چي ومو ويل د توکو د خويونو له لارې هم څرګنديدى شي يا ورکول کيدى شي۰

M = { x | x خوويونو ۰۰۰ سره}

(c) ketabton.com: The Digital Library

(لوستل: M د ټولو x ډیری ده له خویونو ۰۰۰۰۰ سره)

بیلګه ۲ ۰ ۳

الف) { هلته ، چې x یو لومړنی عدد دی| M = { x

b) M = { x | (x+1)(x-2) = 0 }

$c)..........M=\{x\,|\,x\in R, 0\le x\le 1\}$

تشست (ډیری): سټ چې کوم توکی ونه لري تشست یا خالیسټ بلل کیږي او داسی یې لیکو:

$\{\}=\emptyset$ یا θ

دا دې د یوه سټ سره، چې یواځی له صفر څخه جوړه ده، نه بدلیږي یاني

$\{\} = \emptyset \neq \{0\}$

بیلګه ۲ ۰ ٤

$$\{x\,|\,x\in Z, x^2+x-\frac{3}{4}=0\}=\theta$$

ځکه، چې د برابرون یا مساوات $x^2+x-3/4 = 0$ د حل سټ

$\{x|x^2+x-/4= 0\} = \{1/2\ , -3/2\}$

کوم ټولعدد خوندي نه لري۰

د ټولعددونو پیژند ته دې پام وي، چې د راشنلګنونو برخسټ ده۰ د ریمه برخه دې وکتل شي۰

بیلګه ۲ ۰ ٥ : د ز ۰ کال د دویم نیمايي کال سټ په Ju , aug sep , ok,no, de سره ښایو او دا داسي لیکو: A= { jul,aug,sep.ok,no,de}

نو داسي لرو یا نوره هم ښه داسی لیکلی شو: $jul\in A, jun\notin A$

دا په دې مانا، چې جولای د A توکی دی او جون د A توکی نه دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲ ۰ ٦ : ټول منديزي، چې نن مازيګر لمانځه ته د غارخلي لمنځتون ته راغلي٠

بیلګه ۲ ۰ ۷ : هغه میرې ، غواوې او وزې، چې نن په نخاس کې خرڅې شوې

بیلګه ۲ ۰ ۸ : د ټولو هغه عددونو سټ M، چې ۳۰ ویشي یاني

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۵ ، ٦ ، ۱۰ ، ۱۵ ، ۳۰

او داسې يې ليکو : M = { 1,2,3,5,6,10,15,30}

دا سټ پاي سټ ده او داسې وایو، چې سټ M د ټولو هغو توکوx - لکه پورته - جوړه شوې، چې ۳۰ ویشي او داسې یې لیکو:

M ={ x | عدد (مقسوم علیه)پرویشونی ۳۰ د x}

د ټولو طبیعي عددونو سټ N ټاکو او داسې یې لیکو:

N = { 1,2,3,4....}

دا نه پای لرونکی یا لایتناهي ډیری ده ، چې په لاندې ډول یې نخښه ده یا په لاندې ډول په نخښه کیږي: ∞

ګورو، چې په شمیرپوهنه کی موږ پر پای ګڼونو برسیره ناپای ګڼونو سره هم مخامخ یو٠

د ډيريو ترمنځ اړيکې relation between sets

د ډيريو ترمنځ غوره اړیکی د برابروالی او خوندیونې یا خوندي لرنې (مساویوالی او یو په بل کې ځاي لرلو) اړیکې دي٠

د يوې ډيرۍ زور يا توان:
داسې په نامه توان (يا کاردينال ګڼ) وايي، چې يوه ډيرۍ څو توکي لري،د بيلګي په توګه لويې وچې شپږ دي ياني د لويو وچو کاردينال ګڼ ٦ دی٠
د دوه ډيريو برابر توان يا برابر زور: دوه ډيرۍبرابرزوريزې دي، که د توکو ګڼون يا تعداد يې برابر وي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ډيريو « برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چي دا اوس نه څيړو، څکه چي د دې لپاره مخکينۍپوهنه نه لرو، خو پيژند يې لنډ يادوو:
دوه ډيرۍ همغه – يا برابرزوريزې دي، کۀ د دې ډيريو د توکو ترمنځ بيجکتيوه څيړونه شته وي٠ (دا په فنکشنونو کې بيا راځي)
يا

پيژند ۲ ۰ ۲ دوه ستونه M_1 او M_2 يو د بل سره برابرې دي، ياني $M_1 = M_2$

که چيرې د ستې M_1 هر توکی د ستې M_2 توکی هم وي او برعکس (پر څټ) هر د M_2 توکی د M_1 توکی هم وي٠

برابر ستونه برابر توکي هم لري

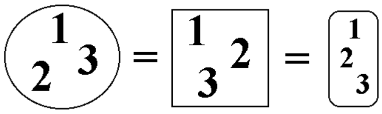
د بيلګی په توګه

$$M_1 = \{x \mid (x+1)(x-2)(x+3) = 0\}$$
$$M_2 = \{-1, 2, -3\}$$
$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

ګورو، چي M_1 د M_2 سره برابر دئ

د ون دياګرام انځورونه

تر مخ پاملرنه: ډيرۍ په بل ډول ياني د ون دياګرام له مخېهم انځوريدلی شي، چي کله کله د اويلر دياګرام هم بلل کيږي
Venn-Diagramm د ون-دياګرام:
د ډيرۍ M={1, 2, 3} د ون- دياګرام دالاندېدی



څه غواړو:
تراوسه مو د ډيرۍ دوه ډوله انځورونه زده کړه: ګڼنيزه انځورونه او د ون-دياګرام له لارې٠ دريم ډول انځورونه يې داسې په نامه « شننيزه يا تشريحي انځورونه» ده٠
رانيونکي بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

« شننیزه انځورونه» یې د یوې بیلګې له لارې روښانه کوو یا تشریح کوو:
A={x ∈N |
x>0 او /\ x<4}
لومړی راوړو N ∈ x
دا افاده یا وبینه دا مانا لري، چې ډیری A د ټولو هغو توکوx څخه جوړه ده، چې په ډیری N پورې هم اړه ولري٠ داسې لوستل کیږي:
«x دN توکی دی» یا لنډ « د توکی »
اوس دا افاده راوړو:
x>0 | او x<4 دا ولاړه کرښه | لوستل کیږي « دکوم لپاره، چې باور لري٠ په دې ولاړه کرښه پسې کره روښاینیږي، چې ډیری A له کومو توکو څخه جوړه ده

په راټول ډول زموږ بیلګه داسې لولو "
$$A = \{x \mid x \in N 0 < x \wedge x < 4\}$$
یادونه : په پورته کې ∧ د او په مانا دی.
ډیری A د N له توکو x جوړه ده، چې x له صفر لوي او له ٤ کوچنی دی
یانې ډیری له ټولو توکو A={1,2,3} جوړه ده

په نخښه ونه:
موږ همدا اوس زده کړل

دا نخښه ∈ : توکی دی له :
د دې مخامخ، چې له توکی نه دی ده: ∉

برخه سټ (برخډېری) sub set

پیژند : یو سټ M_1 د سټ M_2 برخه سټ (لاندې سټ، خوندي سټ) بلل کیږي یا M_1 په M_2 کې ځای ده یا نوره هم ښه M_1 په M_2 کې خوندي دی، لیکندود یا لیکنډول:

$M_1 \subseteq M_2$ که د سټ M_1 هر توکی د سټ M_2 توکی هم وي٠

کیدی شي، چې M_1 د M_2 سره برابر هم وي، که برابرون نا شوني وي نو بیا د اصلي برخه سټ څخه غږیږو٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند ۲ ۰ ٤ :

یو سټ M_1 د M_2 اصلي برخه سټ دی او داسي یې لیکو: $M_1 \subset M_2$

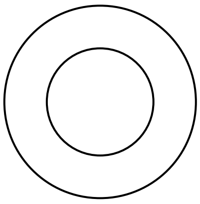
که $M_1 \subseteq M_2$ باور ولري او کم له کمه د M_2 یو توکی د M_1 توکی نه وي۰

بیلګي:

الف) که ولرو $M_1 = \{-1,1\}, M_2 = \{-1,0,1\}$ نو M_1 په M_2 کې اصلی خوندي دی

ب) د ټولو څلوریو (مربعو) ډیری د ټولوڅلورګوډیو(څلور اضلاعو) اصلي برخډیری ده۰

پ) څیره ۱ ۰ ۱ په هواره یا سطحه کې ټکوډیری ښایي، د کومو لپاره چې باور لري، که M یو M_1 او M_2 ټکو ډیری وي $M_1 \subset M_2$



که په پورته څیره کې وګورو، نو یوه ګردۍ(دایره) M_1 په بله لویه M_2 دایره کې خوندي ده۰

تش سټ په هر سټ کې خوندي دی۰ هر سټ په خپل ځان کې د نااصلي برخه سټ په څیر خوندي دی۰

یا دا پیژند :

$B \subseteq A$ که باور ولري : $x \in B \Rightarrow x \in A$

بیلګه:

$B \subseteq A$ $A=\{1,2,3,4,5\}$ $B=\{3,4,5\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند : هغه سټ، چې هیڅ توکی ونه لري تشډیری بلل کیږي او داسې یی لیکو:
$M=\theta=\{\}$

یادونه : پام دې وي، چې صفر ډیری او تشډیری سره بدلې نه شي یانې لاندې ته دې پام وي:

$$\{\} = \theta \neq \{0\}$$

پیژند ۲ ۰ ٦ :

د یو ه سټ M د ټولو برخه سټونو سټ پوتنځ سټ یا په توان سټ بلل کیږي او داسې

یې لیکو:P(M) په توان سټ توکي لري، چې هر یو یی بیا خپله سټ دی۰

بیلګه : د M = { a,b.c} ډیری دا لاندې په توانډیری لري

P(M) = { {a},{b},{c},{a,b},{a,c},{b,c},{a,b,c}}

هره ډیری چې د توکو څخه جوړه وي هغه ټیک n جګ 2n توکی لري یانی : n^{2n}

دا پورته د جملې په څیر د پوره ایندکشن له لارې اوبی (حل-) کیدی شي(لومړی برخه دې وکتل شي)۰ دا دنده د ګرانو لوستونکو د خوښې کار دی، که کوي یې۰

پیژند ۲ ۰ ۷ : د سټM زور یا توان |M| لاندې د سټ د توکو تعداد پوهیږو۰ که دوه ډیری M اوN همغه توان یا زور ولري هغه ته یوزوریزه – یا برابرزوریزه سټونه وایو او داسې یې لیکو: |M| = |N|

د برابرونونو او خوندې ساتنو خویونه

الف) رفلکسیو- یا هندارونیزې اړیکيreflexivity

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه اړيکي، چې د هغه او د هغه دخپل ځان ترمنځ ريښتوني ويناوې ورکړ شوي وي رفليکسيو اړيکي بلل کيږي لکه: $M = M, M \subseteq M$

خوندي لرل اړيکي رفلکسيو نه دي $M \not\subset M$

دا په دې مانا، چې هيڅ ډيرى د خپل ځان اصلي برخديرى نه شي کيدى.

ب) سيومتريکي اړيکي Symetric relation

هغه اړيکي سيومتريک بلل کيږي، چې د شيانو ترمنځ چې کارول کيږي يا استعماليږي يو له بل سره بدليدلى شي.

لکه $M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_2 = M_1$

خوندي لرل سيومتريکي اړيکي نه دي:

که وي $M_1 \subseteq M_2$ نو اړيکى $M_2 \subset M_1$ نارښتيا يا ناتيک دي

دا هلته چې وي: $M_1 \neq M_2$

پ) ترانزيتيويتي Transitivity

ترانزيتيويتي هغه اړيکي دي، چې له يوه نه وبل ته يې د ورلو امکان شته وي.

له M = L او N = M څخه لاس ته راځي N = L

او

$$M_1 \subseteq M_2 \wedge M_2 \subseteq M_3 \Rightarrow M_1 \subseteq M_3$$

پورته داسې لولو: که M_1 د M_2 برخديرى او M_2 د M دريې برخديرى وي، نوله دې څخه لاس ته راځى، چې M_1 د M_3 برخه ست دى.

برابرونونه او په بل کې ځايه ونه يا خوندي ساتنه ترانزيتيو اړيکي يا خويونه دي

په ستونو يا ډېريو کې کاروني يا عمليې

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولنډيرى يا سټ اتحا د:

پيژند۲ ۰ ۸ :

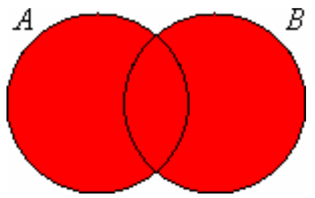
د دوه ډيريو M_1 او M_2 د اتحاد سټ يا ټولنډيرى (union)، چې د ډيريو ټولنه ورته وايو ده:

$$M = M_1 \cup M_2$$

دلته داسى پوهيږو، چې M د ټولو هغو توکو څخه جوړه شوې ډيرىده، چۀ کم له کمه د M_1 او M_2 توکي هم خوندي ولري۰

د ټولني $M = M_1 \cup M_2$ هر توکى د M_1 يا M_2 توکى هم دى (پرتله ۱ ـــمه برخه د يا سره پرتله) ياني دا د ټولنډيرى توکى د M_1 يا M_2 او يا د دواړو توکي دي۰

يا لاندي دياګرام



A ? B

$A \cup B$ (B ټولنه A)
x د A سره B اړيکې لري)

يا دا لاندپيژند:

پيژند (ټولنډيرى)
د دوه ډيريو A او B يوه ټولنډيرى (ټولنه)، د ټولو هغو توکو جوړه ده، چې يا د A توکي وي يا د B توکي وي۰

ليکندود

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A \bigcup B = \{x \mid x \in A \vee (or) x \in B\}$$

لوستل:
د A ټولنه B د ټولو x توکو ډیری ده، چې x یا د A توکی وي او یا د B توکی

بیلګی

الف) M_1 دې د ځوانانو سټ وي، چې بکلوریا لري او M_2 دې د هغو ځوانانوسټ وي، چې مسلکي شهادتنامې لري، نو $M = M_1 \cup M_2$ د ټولو هغو ځوانانو سټ دی، چې بکلوریا یا مسلکي شهادتنامې ولري او یا دواړه شهادتنامې ولري۰

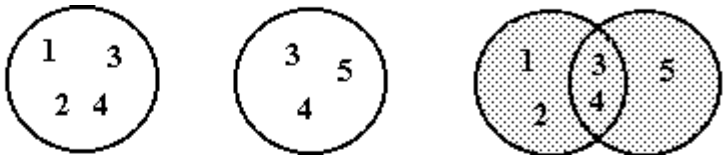
ب)

$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 \cup M_2 = \{k, a, r, u, s, e, l\}$$

یا په لاندی توګه پیژند او بیلګه: Aاو B دې دوه ډیری وي د دې ډیریو ټولنه داسې لیکو

A∪B = {x | x∈A ∨x∈B}
A={1,2,3,4}   B={3,4,5}

A∪B={1,2,3,4,5}



تل په ټکو ټکي شوې ټکي سټ ټولن سټ (اتحاد سټ) په ګوته کوي۰

د بیلګي روښانه ونه :
ډیری A له توکو 1,2,3,4 جوړه ده۰ ډیری B له توکو 3,4,5 څخه جوړه ده
نو ټولنډیری A∪B د ټولو هغو توکو څخه جوړه ده، چې په A کې وي او د B په ډیری کې منځ ته راځي، یاني د دوه ډېریو ټولنه وي یاني له توکو ۱ ، ۲ ، ۳، ٤ او ٥ ۰
پ – څیره ۲ ۰ ۲ دوه په هواره کې ټکي سټ په ګوته کوي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) ټکيپردی دي۰ ب) ګډ ټکی لري۰

پ) اړيکي $M_1 \subset M_2$ پوره کوي:

د دې لپاره شکلونه په لاندې کې په بيلګو کې راغلي دي۰

د ټولني لپاره کموتاتيو قانون باور لري» $M_1 \cup M_2 = M_2 \cup M_1$ دا په دې مانا، چې د لړۍپرلپسي دلته(لنډ: لړۍ) د ستونو په ټولنه يا اتحاد کی رول نه لوبوي

يادونه : که ګڼونه ۱ ، ۲ ، ۳ ، ٤ ۰۰۰ ولرو، نو دا پرلپسي بولو او که بيا دا سره زيات کړو لکۀ

1 , 1+2,1+2+3,1+2+3+4+,1+2+3+4++..+....

نو دا لړيپرلپسي يا لنډ: لړۍ بولو(پرلپسی برخه کې دې وکتل شي) دا په دې مانا، چې له دوو څخه د زياتو ستونو ټولنه لړۍپرلپسی(لنډ: لړۍ) رول نه لري۰

اسوشياتيو قانون باور لري۰

$$(M_1 \cup M_2) \cup M \;= M_1 \cup (M_2 \cup M_3) = M_1 \cup M_2 \cup M_3$$

غوڅډيرۍ (د ډيريو غوڅی يا ــتقاطع سټ) intersection

يادونه : کړۍ شو، چې دا د ډيريو ګډغوڅی وبولو(دا د ګرانو لوستونکو خوښه ده،کوم ناټيکوالی په کې نه شته)

پيژند: سټ يا ډيرۍ M د ډيرۍ يا سټ M_1 او ډيرۍ M_2 د ګډغوڅي ډيرۍ يا د (ګډ)تقاطع سټ دی (لوستل: M_1 غوڅ(پرې د بل څه لپاره کارول شوی ی) په M_2) لنډ: (ګډ)غوڅی يا تقاطع) که د ډيرۍ يا سټ M ټول توکي د سټ M_1 او ډيرۍ M_2 توکی وي او داسي يې ليکو: $M = M_1 \cap M_2$.

د غوڅسټ يا تقاطع سټ $M = M_1 \cap M_2$

هرتوکی د سټ M_1 او سټ M_2 توکي دي (د ۱ ــمې برخی د هم او هم په مانا يا د «او» په مانا)

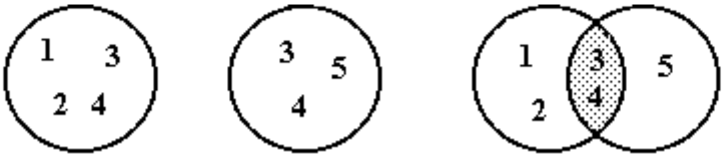
(c) ketabton.com: The Digital Library

یا دا پیژند :

د ډیریو A او B غوڅې یا تقاطع $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

بیلګه:

$A \cap B = \{3,4\}$ A = { 1,2,3,4}, B = { 3,4,5} =>



یادونه: دي پورته ډول دیاګرام ته د ون دیاګرام Venn-Diagram یا Euler-Venn-Diagram وایی

بیلګي :

لومړی : یوه ډله زده کوونکي له ننګرهار او پکتیا څخه راځي، چې په M_1 یې په نخښه کوو۰ یوه بله ډله ، چې په M_2 یې په نخښه کوود کندهار او همغه د پکتیا زده کوونکي، چې په M سره یې ښایو، دي۰ د دي دواړو ډلو غوڅ سټ یا د تقاطع سټ

$M = M_1 \cap M_2$

د پکتیا زده کوونکي دي۰

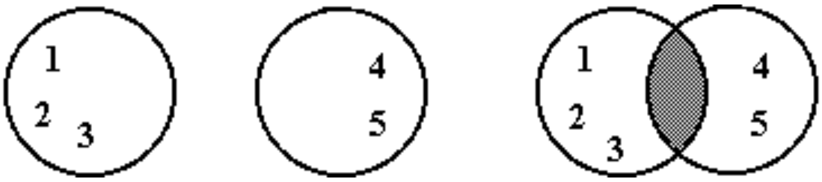
دویم:

$M_1 = \{k,a,r\}, M_2 = \{u,r,s,e,l\},$
$M = M_1 \cap M = \{r,l\}$

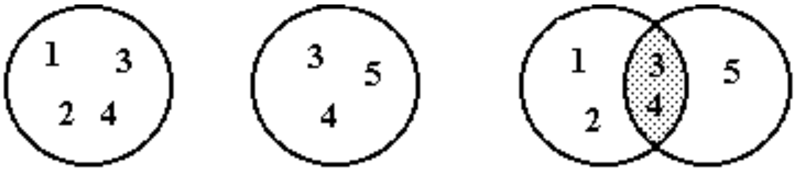
دریم شکل په هواره یا سطحه کې ښایي، چې :

الف) عدد پردي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب) یو بل سره ګډ ټکی لري



پ) اړیکی $M_1 \subset M_2$ پوره کوي

بیلګه:

A={1,2,3,4,5} B={3,4,5} B⊆A

هغه ټکو باندې ټکي شوی سټ اصلي برخه سټ دی.

دوه سټونه ، چې غوڅ سټ یا د تقاطع سټ یې تش سټ وي

$$M_1 \cap M_2 = \theta$$

لکه د مخه مو چې ګوته ورته ونیوله پردي بلل کیږي

د غوڅ سټ لپاره ، لکه څنګه د ټولن سټ لپاره کموتاتیو قانون باور لري

$$M_1 \cap M_2 = M_2 \cap M_1$$

او اسوشیاتیو قانون

$$(M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3) = M_1 \cap M_2 \cap M_3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددواړو د سټونوکارونو یا سټ عملیو یانی ټولن سټ او تقاطع سټ (غوڅېدېرۍ) لپاره دواړه دیستریبوتیو قانونونه پوره کیږي یا باور لري

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3)$$

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

(د ګڼونو د شمیرکارونو یا عملیو لپاره یواځې یو دستریبوتیو قانون شته والی لري:

$$a_1.(a_2 + a_3) = a_1.a_2 + a_1.a_3$$

مګر په ټولیزه توګه باور نه لري

$$a_1 + (a_2.a_3) = (a_1 + a_2).(a_1 + a_3)$$

پیژند :

کمون ډېرۍ یا تفریق ست M_2 د سټ M_1 او سټ M کموالی یا فرق دی او

داسې یې لیکو: $M_2 = M / M_1 = \{x \mid x \in M \wedge x \notin M_1\}$

له M څخه د M_1 ډیرۍ کمه شوې یا کله چې د M_2 توکي د M هغه توکي وي، چې هغه دسټ M_1 توکي نه وي.

لیکندود یالیکندول :

$$A / B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

لوستل : د A اوB توپیرسټ یاکمون سټ یا تفریق سټ له ټولو هغو توکوx جوړه ده، د کومو لپاره، چې باور لري : x د A توکی دی او x د B توکی نه دی

بیلګې :

لومړی : په یوه ټولګې کې M_1 د ټولو نارینه وو زده کړو ډیری ده او M_2 دټولو زده کړو ډیری (د نارینه وو او ښځینه وو) ، چې په شمیرپوهنه کې لس نمرې وړي.

$$M_1 / M_2$$

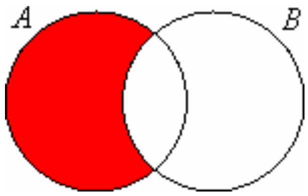
(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغو زده کړو ډیرۍ ده، چي ۲ ، ۳ ، ٤ ، ٥ ، ٦، ۷ ، ۸ ، ۹، نمرې وړي او ټول د هغو نجونو ډیرۍ ده، چي په شمیرپوهنه کې يې لس نمرې وړي٠

که په ټولګي کې یواځې نارینه زده کړي وي، نو باور لري

$$M_1 / M_2 = \theta$$

یا دا لاندې :



$A \backslash B$

(A بې له B)

(x له A سره B اړیکې لري)

دویم :

$$M_1 = \{k, r, a, i\}, M_2 = u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 / M_2 = \{k, a\}, M_2 / M_1 = \{u, s, a\}$$

لکه څنګه، چي د کمون پیژند او بیلګي را په ګوته کوي په ټولیزه توګه باور نه لري:

$$M_1 / M_2 \neq M_2 / M_1$$

د یوې ډیرۍتوان یا زور
پایدیرۍ: یوه پای ډیرۍ پای ډیر توکي لري٠ بیلګه يې د مخه ورکړ شوه:
E = {Europa, Asien, Afrika, Amerika, Australien, Antarktis}
ناپاي ډیرۍ :
یوه ناپادیرۍ د بیلګې په توګه د پیداینتي ګڼونو ډیرۍ ده:
N = {1, 2, 3, 4, ...}
ډیرۍ ناپای ډیر توکي لري.
د یوې ډیرۍ زور یا توان:

(c) ketabton.com: The Digital Library

داسي په نامه توان (يا کاردينال ګڼ) ته وايي، چې يوه ډيرۍ څو توکي لري،د بيلګي په توګه لويي وچي شپږ دي ياني د لويو وچو کاردينال ګڼ ٦ دی٠

د دوه ډيريو برابر توان يا برابر زور:

دوه ډيرۍبرابرزورريزې دي، که د توکو ګڼون يا تعداد يې برابر وي٠
د دوه ډيريو « برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چې دا اوس نه څيړو، ځکه چې د دې لپاره مخکينۍپوهنه نه لرو، خو پيژند يې لنډ يادوو:
دوه ډيرۍ همغه – يا برابرزورريزې دي، کۀ د دې ډيريو د توکو ترمنځ بيجکتيوه څيرونه شته وي٠ (دا په فنکشنونو کي بيا راځي)

د يوې ډيرۍ کمپلمنت يا پوره کوونکی complementary set

دا کارونه يا عمليه د نورو کارونو څخه توپير لري، چې په سټ کی مو څيړلي٠ دا يوه يوځاييزه کارونه ده او دا نورې دوه ځايزې کارونی يا عمليي دي٠

مورړ بنسټ سټ په U او د ټولو هغو توکو سټ، چېU کې پراته دي ياني دU توکي دي او هغه په M کې نه دي پراته ياني د M توکي نه دي پوره ډيرۍ يا کمپليمنت بولو او د $\bar{M}$ سره يې په نخښه کوو٠

پيژند: پوره کوونکی- يا تکميلډيرۍ (يا د يوې ډيرۍ کمپليمنت) د يوې ډيرۍ M پوره

کوونکې ډيرۍ $\bar{M}$ ټيک هغه توکي لري(بنسټډيرۍ U څخه) ، چې د M توکي نه وي٠

دوه ځله کمپليمنتډيرۍ جوړول خپلې لومړنی وينا ته ځي ، ياني $\bar{\bar{M}} = M$

دلته يواځې يوه ساده بيلګه راوړو: په يوه کلي کې دوه کورنی د توپير او برګ کورنی اوسيږي٠ که دا دوه کورنی يو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي يو له بل سره پوره ډيرۍ يا تکميلډيرۍ بلل کيږي ياني دا کلی پوره کوي٠

څيرونه mapping يا اړيکي:

يادونه : پام دې وي، چې دا هغه ورسره بلد تابع کلمه نه ده، چې وروسته به ورسره بلد شو٠ په دې برخه کې لومړی د ډيرۍ ضرب کلمه پيژنو يا تعريفوو او بيا د ضرب کلمي کارونه څيړو٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند ۲ ۰ ۹ : د دواړو ډيريو M يو او2 M ډيريضرب(اتيرانضرب) هم ورته وايي، ياني په x سره ځليږي يا ضربيږي

$M = M_2 \times M_2$

د ټولو تنظيم يا ترتيب شويو توکو $x \in M_1, y \in M_2$ جوړو (x,y) ډيرۍ ده۰

بيلګې

$$M_1 = (a,b\}, M_2 = \{1,2,3\}$$
$$M_1 \times M_2 = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$$

د جوړو د غوښتل شوي تنظيم له مخې ځل په ډيريو کې کموتاتيو نه دۍ دا په دې مانا، چې په ټوليزه توګه باور نه لري: $M_1 \times M_2 \neq M_2 \times M_1$

۲ – R دې د ټولو رييلګنونو ډيرۍ وي۰ په هندسي مانا د کرښې د ټولو ټکو ډيرۍ۰ RxR د ټولو رييلګنونو جوړو ډيرۍ ده، په هندسي مانا د هوارې يا سطحې د ټولو ټکو ډيرۍ ده۰

پيژند : د ځيرونې F لاندې د دوه ډيريو د ضربډيرۍ $M_2 \times M_2$ برخډيرۍ پوهيږو۰

پس د جوړه تنظيم شوو توکو ډيرۍ، چې $x \in M_1$ له يوه يا ډيرو توکو $y \in M_2$ سره تنظيم يا بهتره په باندې ځيره شي۰

داسې هم ويلې شو: د1 M توکي د2 M په يوه يا ډيرو توکو تنظيميږي يا ځيره کيږي۰

که $(x.y) \in F \subseteq M_1 \times M_2$ وي، نو x اوريجنل يا اصلي توکی او y ځيره توکی بلل کيږي۰

د ټولو اصلي توکو ډيرۍ پيژندورشو يا تعريفورشو يا پيژندډيرۍ يا تعريفډيرۍ بلل کيږي او د ټولو ځيره توکو ډيرۍ د ځيرونې ډېرۍ، ارزښتورشو يا ارزښتډيرۍ بلل کيږي۰

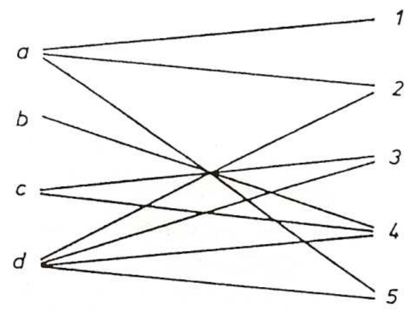
بيلګی : $M_1 = \{a,b,c,d\}, M_2 = \{1,2,3,4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جدول په توګه دM یو توکو څېرونه ونه یا څېره کوونه د M دوه په توکو

څېره توکی		اصلي توکه یا څیره کوونکی توکی
1 , 2 ,5	←-----------------------	a
4	←-----------------------	b
3,4	←-----------------------	c
2,3,4,5	←-----------------------	d

یا دا لاندې:



څیرونه:

$$F = \{ (a,1),(a,2),(a,5),(b,4),(c,3),(c,4),(d,2),(d,3),(d,4),(d,5)\}$$

(د M یو او M دوه ډیریو د ټولو توکو جوړو ډیری)

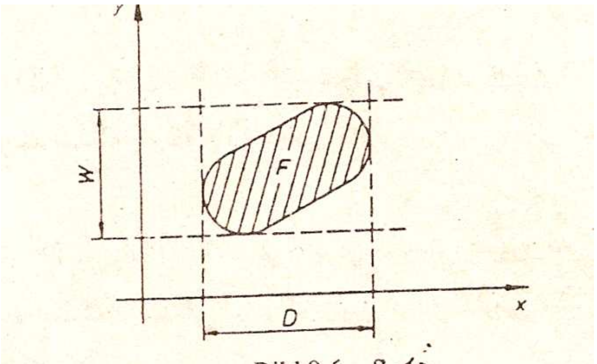


Bild 9.6 خیره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم : هر پیدایښتي یا طبیعي ګڼ a د هغه په دوه ځله b=2a باندې ځیره کیږي٠ داسې

پیژند شوې یا تعریف شوې ځیره ونه په لاندې بڼه هم انځوریدلی شي٠

$$F = \{(a,b) \mid a \in N, b = 2a\}$$

دلته هم N د پیدایښتي یا طبیعي ګڼونو ډیری٠ پیژندډیری یا تعریف- د ټولو پیدایښتي ګڼونوډیری ده او ارزښتډیری د ټولو جوړه ګڼونو ډیری ده٠

ځلورم : که M یو په یوه ښوونځي کې د ښوونکو ډیری وي او M دوه په ښوونځي کې د ځانګړو ټولګیو ډیری وي نو ښوونکي، چې په ټولګیو کې درس ورکوي دا یوه ځېرونه ده٠ د ښوونکو ډیری د ځانګړو ټولګیو په ډیری کې

مور د ځېره ونې ځلور حالتونه توپیروو:

پیژندونه(دې ته دې ګران لوستونکي ښه پام وکړي): لکه په لومړی بیلګه کې په ځیره ونه F کې د1 M ، چې تعریفډیری D سره برابر دی او M2 ، چې له ځیره ډیری , W سره برابر دی ، توکي مو مخ ته پراته دي٠

له یوې ځیرونې Fغږیږو د1 M په M2 باندې٠ دلته دې « د » او « په » ته پام وي)

وي دې: $D \subset M_1, W \subset M_2$

لکه په دویمه بیلګه کې ، نو د یوې ځیره ونې F غږیږو له M1 په M2 کې (دلته دې

« په » او ,په کې » ته پام ور واړول شي)

وي دې : $D = M_1 \wedge W \subset M_2$

دلته د یوې ځیره ونې غږیږو د1 M په M2 کې دلته دې دریمه بیلګه په پام کې راوړل شي٠

وي دې: $D \subset M_1 \wedge W = M_2$

نو د یوې ځیره ونې غږیږو له M1 په M2 باندې٠ دلته ځلورمه بیلګه د بیلګي په توګه راوړو٠ د دې نیونې لاندې چې ټول ښوونکی ځانګړي ټولګیو ته درس ورکوي٠

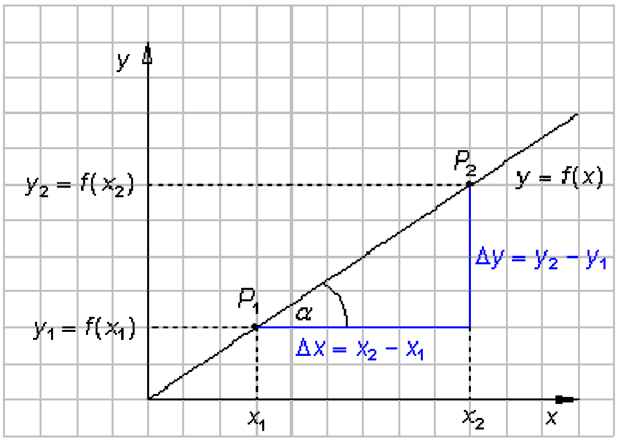
(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه : دا لاندې برخه دې ګران لوستونکي وګوري، خو د دې اوس وخت لپاره لږ ستونځمنه ده او شاید خیرې هم رانه شي، خو که لږ د شمیرپوهني سره بلد شو، بیا پرې پوهیدل ساده دې. زه مخ ته لرم، چې په دې هکله لیکلی کتاب، چې چاپ شوی نه دی دلته پر لیکه کړم، چې هلته بیا دا موضوع لږ غزیدلې ده.

بیلګه ۲ . ۵ : موږ په هواره یا سطحه کې خرګند شوي کړې د ډیریځل RxR په خیر د برابرونونو له لارې رانیسو(R د ریيلګنونو ډیرې د ګنکربني تکي دي(ګنونه دې وکتل شي)).

الف) $y = 2x$ یوه خیره ونه ده د R په R باندې ، څکه چې باور لري

D=W=R



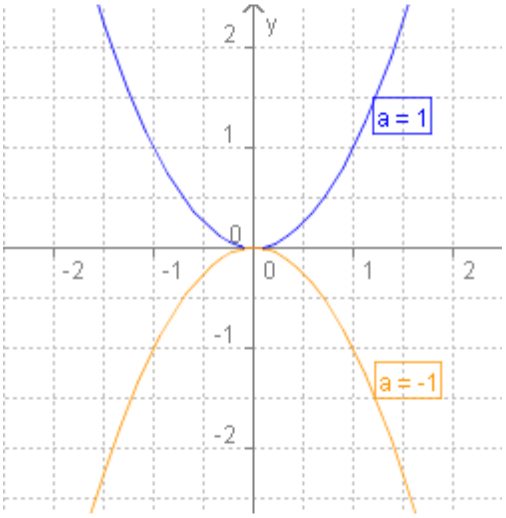
یادونه : په پورته خیره کې برابرون $y = ax+b$ دی.

ب) $y = x^2$

یوه خیره ونه ده د R په R کې ، څکه چې باور لري

$D = R , \ W = [0, \infty]$

(c) ketabton.com: The Digital Library



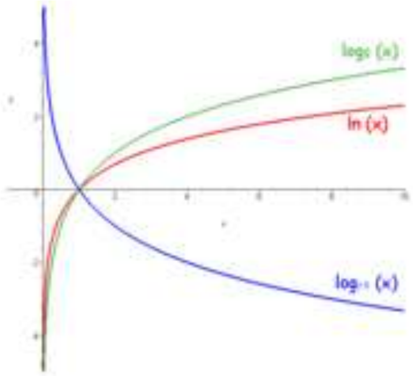
یادونه :

پوته بلواک د $x \mapsto ax^2 + bx + c$ دول دی، چي b = 0 , c = 0 او a = 1 , a = -1
اینول شوي دي.

پ) y = log x

یوه خیره ونه ده له R په R باندي » ځکه چي باور لري.

$D = (0, \infty) \wedge W = R$

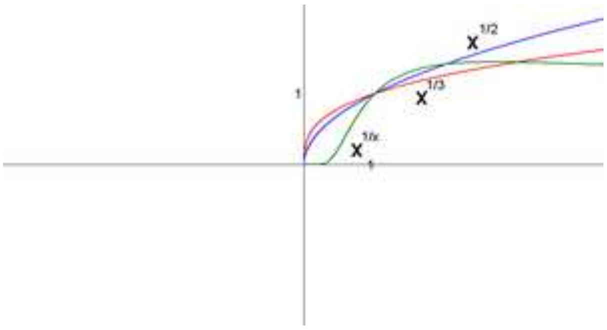


ت) $y = +\sqrt{x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه ځیرونه ده له R په R ، ځکه چې باور لري

$$D = W[0, \infty]$$



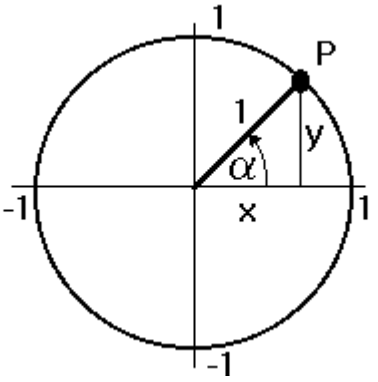
یادونه : پورته د دویې ،دریمې او په x -مې رینښې په مانا دی

ځیرې له ویکي څخه په مننه راکښته شوي دي٠

پیژند ۲ :یوه ځیره ونه E یواځنی بلل کیږي٠ که هر $x \in D$ په ټیک یوه $y \in W$ باندې ځیره شي٠ دا په دې مانا، چې هر $x \in D$ ټیک یووار په $y \in W$ تنظیمدیری یا جوړه ډیری کې رامنځ ته کیږي٠ یوه یواځنی ځیره ونه فنکشن یا« بلواک» بلل کیږي او یا لکه تراوسه ورسره بلد یو یوه تابع بلل کیږي٠

پام:

دا دې دلته کره په ګوته شوې وي، چې زه « یوازنۍ ځیره ونه » بلواک یا فنکشن بولم٠



(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲ ۰ ٦

په بیلګه ۲ ۰ ٥ کې له الف تر ت پورې ټولې ځیروني فنکشنونه یا بلواک دئ۰ د دې پر ځت لاندې

برابرون (یوونګردئ یاني ګردی، چې وړانګه یې یو یوون یا واحد وي ځیره ۰)

انځور شوې ځیره ونه له R په R کې [1,1-]) D=W) فنکشن یا بلواک نه دئ ، ځکه چې اصل دوه ځیرې لري یاني که په تنظیمجوړه کې د ځیره ونې لړي پرلپسې(لنډ:لړئ) بدله شي، نو یوې پرځت ځیره ونې ته راځو:

پیژند ۲ :

ځیره ونې F ته پرځت ځیرونه F^{-1} د ټولو جوړو (x,y) ډیرئ ده له $(x,y)\in F$ سره ۰

پیژند ۲ ۰

یوه ځیره ونه یویواځنی بلل کیږي، که یواځنئF او F^{-1} یوازنئ ځیروه ونې وي، دا په دې مانا، چې که هر $x\in D$ او $y\in W$ ټیک یو ځل په تنظیم کې منځ ته راشي۰

پام : یادونه : د ځیروني نوم ځخه باید ونه ډار شو دا ځیره ونې ځیرې کووني (که ځوک یو کالی یا رخت ځیرېکوي)او ځیره کووني توپیر، ځکه سره کیدی شي، چې هغه منځپانګه یې یو له بل توپیر لري۰ موږ پښتو کې نږدې یو ډول لیکونکي ویونه (لغات) لرو، خو دا هغې منځپانګې له مخې توپیریږي۰

ډیرئ پوهنه د شمیرپوهنې سټه ده، نو په راتلونکې کې به یې نوره هم ژوره وځیړو او همدا اوس هم نور ګران هیوادوال دې ته رابولم، چې له ما سره ګډ کار یا خپلواک دې کار ته ملا راوتړي۰

ما دا برخه غزولې، چې په خپل شووني وخت کې به ګرانو لوستونکو ته په ځانله توګه د یوه کتاب په ځیر هم وړاندې شي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

۹ . ۵ تمرینونه

۱ – د لاندې ډېري د توکو د شمیرنې له لارې انځور کړی

الف) $\{x \mid x$ لمړی ګڼ او $x < 20\}$

ب) $\{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$,

پ) $\{x^2 + x - 6 = 0$ او $x > 0\}$

ت) $\{x \mid x$ ریيلګڼ او $x^2 + 1 = 0\}$

۲ – د توکو x, y, z اړلرونوالی و ډېري M ته وښیی !

الف) M د لمړنیو ګڼونو ډیری

$x = 4,\ y = 5,\ z = 6$

ب) M د لاندې مساواتو حلډیری (اوبیډیری)

$x^3 + x^2 - 6x = 0$

$x = 0,\ y = 2,\ z = 3$

پ) M د ریشنلګڼونو ډیری چې په اینټروال $[-3, 3]$ کی پراته دي

$x = -2,\quad y = \sqrt{2},\quad z = 1/3$

ت) M د ریيلګڼونو ډیری چی په اینټروال $[-3, 3]$ کي پراته دي

$x = -4,\quad y = \sqrt{2},\quad z = 3$

۳ – د لاندې ډیریو ترمنځ کومی اړیکی پرتی دي

الف) M_1د ټول جفت ګڼونو ډیری

او M_2 د ټولو ټولګڼونو ډیری

ب) د ټولو مساواتو $x^2 + 2x - 3 = 0$, حلونو (اوبیو–) ډیری

$M_2 = \{-3, 1\}$

پ) M_1 د ټولو ګڼو ډیری چي پر ۶ ویشل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او M_2 د ټولو ګنونو ډیرۍ چې په ۳ ویشل کیږي !

او M_3 د ټولو ګنو ډیرۍ چې په ۱۲ ویشل کیږي !

۴ – د ډیرۍ { a,u,t,o } ټول برخډیري ورکړئ !

۵ – د لاندې ډیریو څخه ټولنډیرۍ ، غوڅډیري او دواړه ټوټډیري جوړ کړئ !

الف) $M_1 = \{ k,a,m,e,l\}$, $M_2 = \{m,a,u,l,t,i,e,r\}$

ب) $M_1 = \{ 2,4,6,.. \}$, $M_2 = \{ 3 ,6 ,9,. . . . \}$

پ) $M_1 = \{ x \mid x^2 + x +- 2 = 0\}$, $M_2 = \{x \mid x^2-3x+2 = 0\}$

۶ – د یوه ډیرۍ M او د تشډیري $\emptyset$ ټولنډیرۍ، غوڅډیرۍ او توپیرډیرۍ جوړ کړئ !

۷ – د یوه ډیرۍ M او خپل همدې ډیرۍ ټولنډیرۍ ، غوڅډیرۍ او توپیرډیرۍ جوړ کړئ !

۸ – وي دې $M_1 = \{ 4 , 8 , 12 \}$ $M_2 = \{ 3 , 6 , 8\}$

$M_3 = \{0 , 2 ,4 ,6 \}$,$M_4 = \{ 6 , 12 , 18 \}$

جوړ کړئ : $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3] \setminus M_4$!

۹ – جوړ کړئ

الف) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ پ) $M \setminus \emptyset$

پ) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ ت) $\emptyset \setminus M$

۱۰ – وي دې

$M_1 \cup M_2 = \{ 1,2,3,4,5\}$,

$M_1 \cap M_2 = 71,3,5\}$

$M_1 \setminus M_2 = \{ 2,4\}$, $M_1 \setminus M_2 = \emptyset$

له دې پورته څخه M_1 او M_2 وټاکئ !

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – وي دي
الف) $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ ب) $M_1 \subset M_2$,
وټاکی: $M_1 \setminus M_2$!
۱۲ – وي دی M_1 , M_2 (د نیمواز) اینتروال ټکي ډیري:
$M_1 = [-3, 3]$, $M_2 = [1, 7]$
وټاکی
الف) $M_1 \cup M_2$ ب) $M_1 \cap M_2$ پ) $M_1 \setminus M_2$
ت) $M_2 \setminus M_1$ ټ) $M_1 \times M_2$
۱۳ – وي دې $M_1 = \{1, 2, 3\}$, $M_2 = \{\{a, b\}$
الف) د $M_1 \times M_2$ ځل جوړ کړی

ددې لاندې ب) تر ت) برخی تمرین لپاره دي ۹ الف برخه وکتل شي.
ب) دا لاندې کوم ډول ځیرونی دي

$F_1 = \{(1,a),(1,b)\}$

$F_2 = \{(1,a),(3,a)\},$

$F_3 = \{(1,a),(2,b),(3,b)\}$,

$F_4 = \{(1,a),(2,a),3,a)\},$

$F_5 = \{(1,a),(2b)\}$

په ټولو حلمونو (اوبیو) کی F_1 تر F_5 ورکړی .
پ) په ځټ ځیرونه ورکړی
ت) د ځیرونو F_1 ځخه تر F_5 پورې، کوم یواځنی او کوم حتی یویواځني دي ؟

نښلونه ۱

د اړیکو ځخه و فنکشن (تابع) ته د ناپاي ډېریو ترمنځ ناشوني ده چې ټول ټکي په یوه ارزښت سیستم کې رسم شي. د دې لپاره یوڅو مناسب ټکي ټاکل کیږي. ځیرونکی باید دا نور پاتې جریان په خیال کې راولي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره جي لومړی لید پیداکړی شو، یوه ارزښتجدول کاږو.

بیلګه:

اړیکې(د اړیکو لیکدود)

$R = \{ (x \mid y) \mid y = 2x \wedge x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \}$

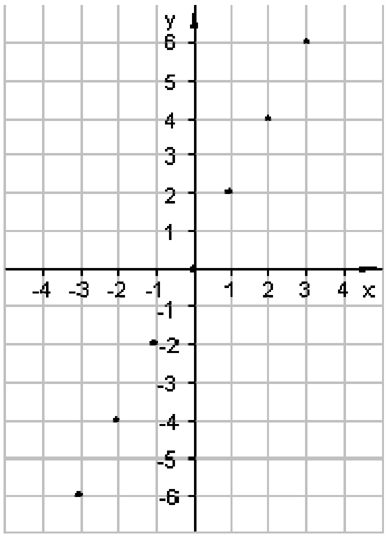
یا

$R = \{ (x \mid y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}}$

باور لري $R \subset \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$

اړېښت جدول او مخامخ ګراف

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	−6	−4	−2	0	2	4	6	...

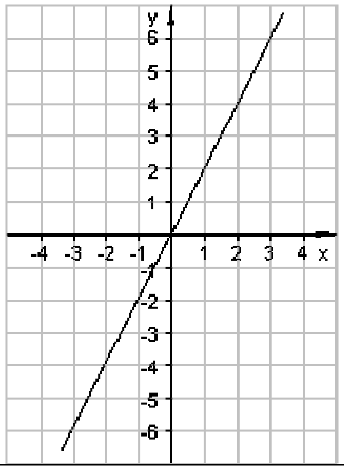


بېلګه:

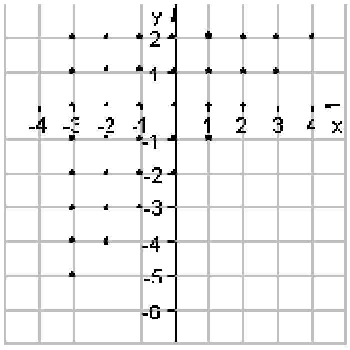
که اړیکې $y = 2x$ د ریل اعدادو په سټ یا ډېرۍ شته وي، نو په دې پورې تنها ځانله اعداد اړه نه لري بلکه ټولې جوړې چې د دوي ترمنځ پرتې دي هم.

ګراف د ناپای ډیرو ټکو څخه جوړ دی، چې یو د بل سره ګڼ (ټینګ یا یو د بل سره نږدې) پراته دي. له دې امله دا د کرښې په څېر برېښیز

$R = \{ (x \mid y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}$ $R \subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}$

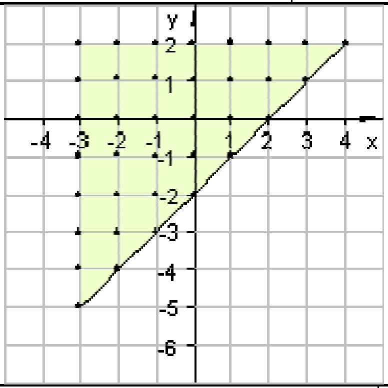


(c) ketabton.com: The Digital Library



$R=\{(x,y),y\geq x-2\}_{RxR}$

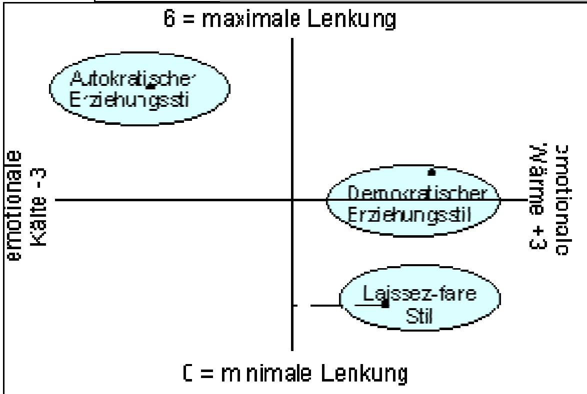
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y		-5								
		-4	-4							
		-3	-3	-3						
		-2	-2	-2	-2					
		-2	-1	-1	-1	-1				
		0	0	0	0	0	0			
		1	1	1	1	1	1	1		
		2	2	2	2	2	2	2	2	
		...	...	...	...	...	...	...	...	



گورور چې :

د $R=\{(x,y),y\geq x-2\}_{RxR}$ لپاره د

اړيکو ټول منځټکي هم په اړيکو پورې اړه لري. گراف د مثلث (درېگوډي) د سطحې(منځهوارې)ټول ټکي په بر کې نيسي



د روځنې هر ډول د پام اړونې او د احساساتی گرمی؟؟ ترمنځ اړيکه ده. که له دواړو سکالو څخه يو کواوردينات سيستم جوړ شي، نو د روځنې ستايل ترې انځوريدلای شي.

Skala: Lenkung

0	1	2	3	4	5	6

Skala: Wärme, Rücksichtsnahme, Achtung

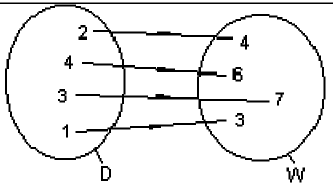
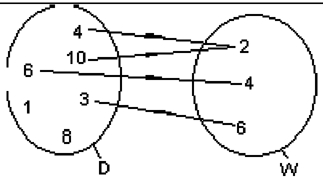
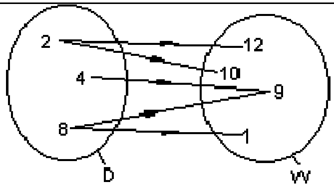
-3	-2	-1	0	1	2	3

ځانگړې د پاملرنې اړيکې، هغه اړيکې دي، چې د هغې له لارې د هر ارزښت سره يو د ارزښت ترتيب شي. داسې اړيکې فنکشنونه يا تابع بولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فنکشن(تابع) : تابع یوه اړیکه ده، چې د هغې له لارې د x ارزښت سره، چې له تعریفسټ(-ډېرۍ) څخه دی یو د y ارزښتسټ(ارزښت ډېرۍ) ترتیب یا تنظیم شی.

بیلګې:

 فنکشنن(تابع)، چې هر ارزښت په یوه ارزښت تنظیم شوی وي.	 اړیکې، چې ځنې بې جوړه لري.	 اړیکې، چې یو یې ډېر جوړه ولري

د فنکشن یا تابع لپاره بیلګې: په روغتون کې د تبې اندازه کونه:

اندازه شوې ارزښت جوړې(وخت(وختېکی)، حرارت)، په یوه حرارتي منحني انځوریږي. د په وحت کې ناروغ ټیک یو ټاکلې د حرارت درجه لري.

د یوه کوجني لوئیدل: دلته (وخت، لویوالی) د ارزښت جوړې دي. په هر ټاکلي وخت کې کوچنی یو ټاکلی لویوالی لري.

د ریاضي ازموینه: (د ټکو تعداد، نمرې) یوه اړېښت جوړه جوړوي. د یوه ټاکلي ټکوتعداد لپاره یوه نمره شته.

د باندنی ګرمي د یوه ګرمی لیکوني(په میزان الحراره) سره په نخښه کیږي.

(وخت، ګرمي) ارزښت جوړې جوړوي.

یوه ټاکلي وخت ته به یو ټاکلی تودوخي یاحرارت(ګرمی) وکښل شي.

د y جوړه چې په هغه یو د x ارزښت ترتیب یا تنظیم شوی وي، د x **فتکشن ارزښت** یا تابع ارزښت بلل کیږي.

دا د f(x) سره په نخښه کوو(لوستل: د x تابع f یا د f x)

(c) ketabton.com: The Digital Library

(3) f په دې معنا دی، چې د ا د تابع ارزښت دی، چې د x ارزښت 3 پورې اړه لري.

(4 -) f   په دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x -ارزښت   4 - پورې اړه لري.

تعریف سټ(-ډېرۍ)، ارزښت سټ(-ډېرۍ): .

تعریف سټ (ارزښتډېرۍ) او ارزښت سټ(ارزښت ډېرۍ) هغه سټ (ډېرۍ)، چې له هغې څخه د x ارزښتونه را نیول کیږي، تعریف سټ(تعریفډېرۍ) بلل کیږي. هغه سټ(ډېرۍ) چې د فنکشن ارزښتونه y خوندي لري ارزښتسټ(ارزښتډېرۍ) بلل کیږي. دا لنډ د D او W سره په نخښه کوو

په فنکشنونو یا توابعوکې د تنظیم یا نظم قانون په ځای د یوه فنکشن مساوات کلمه کارول کیږي.

د بیلګې په توګه. y = 2x + 3
د دې لپاره لیکو: $f(x) = \{(x,y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{RxR}$

د ارزښتونو د شمیرلو د ارزښت جدول لپاره لیک: $y = f(x) = 2x + 3$

په فنکشن یا تابع کېx خپلواکه اووښتوني یا متحوله بلل کیږي او y بلواکه یا تابع متحوله بلل کیږي. ګورو چې دا عمل یا کارونه یو فنکشن دی، چې یو څه په یو بل څه تنظیموي یا ترتیبوي، له دې امله زه د تابع په ځای زیات وخت د فنکشن کلمه- چې مناسب ده- کاروم.

بیلګه؛

$f(x) = \{(x,y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{RxR}$ تعریف سټ یا تعریفډېرۍ	الف: یو ارزښتجدول وکاږۍ ب) د فنکشن ګراف انځور کړۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \}_{\mathbb{Z}}$

$D_f = \{ -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 \}$

د فنکشن ارزښتونو شمېرنه:

$y = f(x) = 2 \cdot x + 3$

$y = f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$

$y = f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$

$y = f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$

$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$

$y = f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$

$y = f(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$

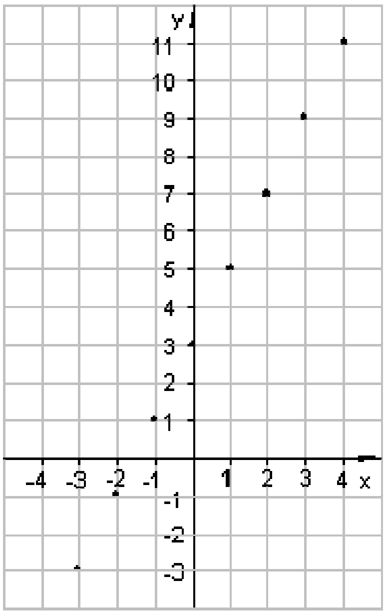
$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$

$y = f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$

د ارزښتونو جدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5	7	9	11

پ) ارزښت سټ(دېرى) ترتيب کړی



ارزښت سټ(-دېرى) د فنکشنگراف څخه لوستل کېدي شي

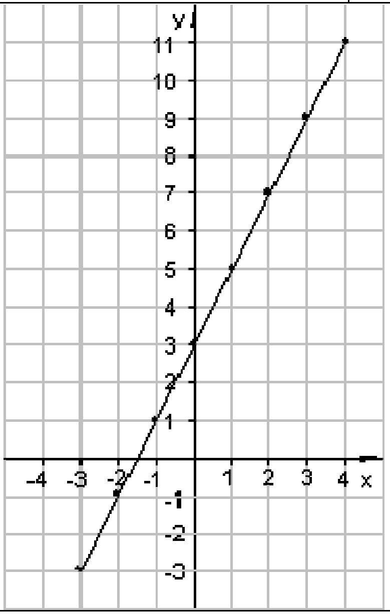
$W_f = \{\, y \mid -3 \le y \le 11 \}_{\mathbb{Z}}$

د فنکشنگراف فقط له ټکو جوړ دي.

که تعریفدېرى و R ته وغزيږي، نو دا په لاندې ډول ليکل کيږي:

$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$

گراف اوس د راکښلي کرښې جوړ دي، چې دا هم کرښه بلل کيږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

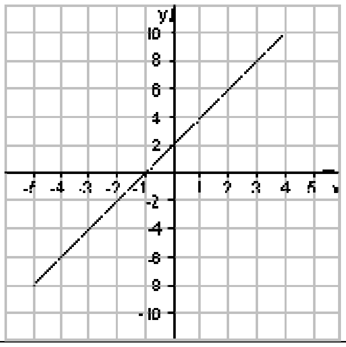
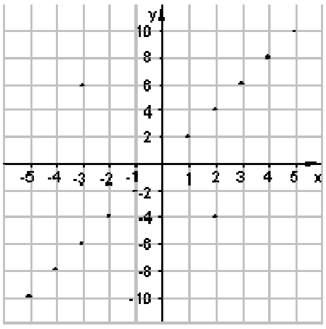
څه مو زده کړي؟ نومونه:

د ټولو نومونو ټولګه	
اړیکي	جوړه سټ(-دېړی)
غشیدیاګرام	په څت اړیکي
پروت ولاړړ یا کواوردینات سیستم	د اړیکو ګراف
د دوي نومونه	
ارزښتجدول	فنکشن(تابع)
فنکشن ارزښت f (x)	خپلواکه اووښتوني(-متحوله Variable x (
بلواکه اووښتوني(تابعمتحوله) y	

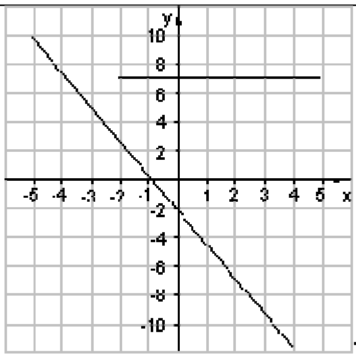
د اړیکو پوښتني

1- د ځیره شوو ګرافونو کوم یو د فنکشن ګرافونه دي؟

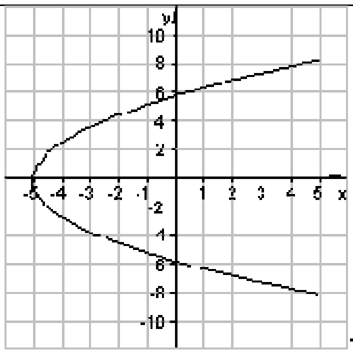
د خپلو اندونو دلایل راوړی

ب-	الف-
	

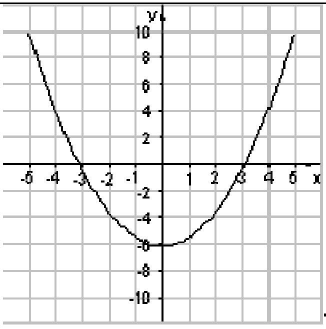
(c) ketabton.com: The Digital Library



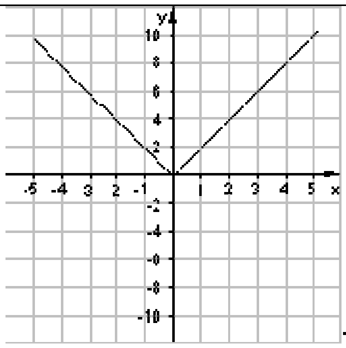
پ-



ت-



ټ-



ث-

2- دلاندې نظم قوانینو څخه یې کوم یو فنکشن مساوات کېدي شي؟

الف- $y^2 = x$ ب - $y = x^2 - 1$ پ - $y = -x^2 + 1$ ت - $y = \frac{1}{x^2} - 1$

3- د فنکشن گراف د ور کړ شوو فنکشنمساواتو سره انځور کړی او په ارزښتستڼ(- ډېری) وټاکی.

(a $y = \frac{4}{x}$ $D = \{ x \mid 0 < x \le 10 \}_{\mathbb{R}}$ (b , $y = \frac{x^2}{4}$ $D = \{ x \mid 0 < x \le 10 \}_{\mathbb{R}}$

4- فنکشنونه د فنکشن مساوات $y = 4x - 2$ سره په پام کې ونیسی

a) د ټکو ازمایښت سره وازمایی، چې ایا لاندې ټکي د فنکشن په گراف پراته دي که نه؟

P (- 3 | - 14) ; Q (2 | 6) ; R (0 | - 1) ; S (0,5 | 0,25) ; T (10 | 37) ; U (- 5 | -22)

(c) ketabton.com: The Digital Library

b) د شمیرنې په مرسته لاندې پاتې وضعیه قیمتونه وټاکئ، د کومو سره چې لاندې ټکي د فنکشنګراف باندې پراته وي.

P (3 |) ; Q (-1 |) ; R (0,75 |) ; S (22 |) ; T (| -10) ; U (| 0) ; V (| 13) ; W (0 |)

5) $f(x) = 2x - 6$, $f(1)$ $f(0)$ $f(-2)$ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ $f\left(4\frac{1}{2}\right)$ $f(a)$

$f(x) = -4x + 4$

6) د لاندې ورکړ شوو ټکو لپاره د ټکو ازمایښت ولیکئ.

a)

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \mid \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \mid 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \mid \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \mid 6) \quad T(5 \mid 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{17}{9}\right)$$

b)

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \mid \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \mid 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \mid \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \mid 6) \quad T(5 \mid 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{17}{9}\right)$$

III ځوابونه اړیکي

د **1** حل:

الف-تابع نه ده، ځکه چې زیاتو **x** ارزښتونو ته دوه **y** -ارزښونه اړه لري.

ب- تابع، ځکه چې یوه -ارزښت ته ټیک یو –ارزښت اړه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-تابع نه ده، ځکه چي ډيرو x -ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ت- تابع نه ده، ځکه چي هر x–ارزښت ته دوه y– ارزښتونه اړه لري.

ټ-تابع ځکه چي هر x-ارزښت ته ټيک يو y–ارزښت اړه لري

ث- تابع، ځکه چي هر x ارزښت ته ټيک يو y -ارزښت اړه لري

دويم:

الف- تابعمساوات نه دی. ب- تابع مساوات، پ - تابع مساوات ، ت- تابع مساوات.

تړنه ۲ :

د ډيريو ترمنځ اړيکي

د ډيريو ترمنځ اړيکی دومه برخه Relations دلته هغه د اړيکو په برخه، لکه وعده مو چی کړی وه ، پيل کوو او دا هغه په نامه ناساده اړيکی دي، يانی دا ړيکی د نابرابرو ډيريو ترمنځ هم اړيکي نيسی.

بنسټيزه ريليشن يا اړيکی:

په ورځنی ژبه کي ،،اړيکي،، په همغه ورسره بلده معنادی. کيدی شي، شيان ليدونکي، واقعيتونه، پيښي او داسي نور يو له بل سره په يوه ريليشن يا اړيکه کي ودريږي. د دې لپاره چي د داشي شي ځان نيوني يا حالتلپاره شميريو هنيز مودل لاس ته راوړو، غواړو چي لومړی يوه څرګنده بيلګه وڅيړو:

بيلګه: دلته دې M د انسانانو يو ډيری او S د ښارونو يوه ډيری وي.

د اړيکو لپاره ټاکو: چی شخص $x \in M$ ښار $y \in S$ کم له کمه يو وار ليدلی دی. دا د M او S توکو ترمنځ اړيکی کيدی شي چی اوس د ټولو جوړو (x,y) له لاري ورکړ شي، د کوم لپاره چی x کم له کمه y يو وار ليدلی دی. دا جوړي د ډيريو M , S د کارتيزي ځل M×S توکي دي. د شميريوهنی له مخه دا ځموږ د علاقی وړ نه دی چی دا ليدنه دڅه لپاره وه يا څومره مهم يا زړه پوري وه يا نه. ځموږ د علاقي وړ يواځي دا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

چی کوم توکی $x \in M$ د کوم توکي $y \in S$ سره اړیکو کی ولاړ دی. په دي توګه یواځی د جوړو $(x, y) \in M \times S$ ډیری ده، د کومو لپاره چی x او y یو له بل سره په اړیکو کی ولاړ دي یا شمیرپوهنیزي څیرنی ته یی لار خلاصه ده. د M×S برخه ډیری کړی شي چی ډیر متنیزه اړیکی یو له بل سره ولري. دا مو لاندې تعریف ته لارابنودوي یا رابولي .

پیژند:

د ډیریو یا ستونو M او N ترمنځ اړیکی R لاندې د کارتیزي ضرب یا ځل M×N یوه برخه ډیری پوهیږو، یعني . $R \subset M \times N$ که $(x, y) \in R$ وي، نو داسی هم لیکو xRy او وایو: x او y په اړیکو R کی یو د بل سره ولاړ دي یا یو له بل سره اړیکی R لري .په دي تعریف کی ورکړ شوي اړیکی بینیر binär (یا دوه ځاییزې اړیکی دي، چی دوه ځایزوالی یی دا راپه ګوته کوي، چی هر واري دوه توکی یو له بل سره په اړیکوکی پراته یا ولاړ دی او یا نه. په شمیرپوهنه کی داسي حالتونه هم را منځ ته کیږي چی له دوه زیات توکي یو له بل سره په اړیکو کی پراته او یاپراته نه وي یا اړیکي لري یا اړیکي نه لري، چی دا مو لاندې تعریف ته راهڅوي:

پیژند: د M1, M2 , M3 ...Mn ډیریو ترمنځ n-ځاییزې د اړیکی R د کارتیزي ضرب یا ځل , M1×M2×M3...×Mn د n > 1 لپاره، یوه برخډیری ده، دا په دې مانا، چی دا داسی یو ډیری ده چی n –توپل یا ګون (x1,x2,...,xn) چی $x_i \in M_i$ توکی دي. که تول Mi = M وي د i = 1,2, ...,n لپاره، نو په ډیری M کی له n -ځاییزواړیکو غږیږو یا داn -ځاییزې اړیکي بولو.

بیلګه: موږ په لاندې کی غواړو چی یواځی شمیرپوهنیزي بیلګي راوړو.د دوه ځاییزو اړیکو لپاره بیلګي په لاندې ډول دي:

الف: M=د رییل اعدادو یا حقیقي ګڼونوپه ډیری او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که x < y وي .

ب: لکه په الف) کی او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که x = y² وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ: M =د ټولګټونو ډېرى، $(x,y)\in R$ که x د y یو پرویشونی(مقسوم علیه) وي.

د ترنار یا دريځاییزو اړیکو (n=3) لپاره لاندې بیلګه راوړو:

وي دې M =د ریيلګټونو ډیرى او $(x,y)\in R$، که z = xy (z = x+y)وي. دا چې په شمیرپوهنه کی د اړیکو لاندې د ډېریو کارتیزي ضرب یا ځل برخډیرى پوهیږو، هدفمند دی چې، د ټولنډیرى، غوڅډیرى او کومپلمنت(تکمیل-) ډیرى، دډیریو تر منځ اړیکو باندې وغږیږو(دا مو ترمخه څیړلي). په دې ډول کمپلمنت یو دوه ځاییزه اړیکه R ده د ټولوجوړو (x,y) لپاره، د کومو لپاره چې x او y یو د بل سره په اړیکو R کې نه دي ولاړ یا قرار نه لري. غوڅډیرى $R_1\cap R_2$ د ټولو جوړو(همداسی n- -ځاییز) ډیرى ده چې په دواړو اړیکو R1 او R2 کی خوندي ده یا ځای لري .لوستونکی دې په بیلګو کی فکر وکړي، په کومو کی چې دا کلمې راځي. بر سیره پر دې د ډیریو ترمنځ له تش اړیکو هم غږیږو. د دې اړیکو لاندې د کارتیزي ضرب یاځل تش برخډیرى پوهیږو .

بالاخره دا هم ګټور دی که له دې وغږیږو چې ایا R1 اړیکه په R2 اړیکه کی ځاي ده یعني R1 اړیکی د اړیکیR2 رخډیرى ده، که نه ، د لیکلو دود $R_1\subseteq R_2$ اوس دې M د انسانانو ډیرى وي او R1 دې اړیکه » پلار د »او R2 اړیکه » واده له « وي. که $(x,y)\in R_1$ او $(y,z)\in R_2$ وي، نو x د z د میرمنی پلار، یعني د z خوسر دی. که R3اړیکه » د... خوسر « وي، نو لرو : له $(x,y)\in R_1$)او $(y,z)\in R_2$ لاس ته راځي: $(x,z)\in R_3$

دا مو لاندې تعریف ته رابولي:

تعریف : وي دې $R_1\subset M_1\times M_2$ او $R_2\subset M_2\times M_3$ دوه ځاییزې اړیکی. نو د R1° R2ځل یا یوځایوالی (کمپو زیشن) په لاندې ډول د M1 او M2 ترمنځ اړیکی دي: (پام دې وي چې په دې تعریف او لاندې بیلګه کی له کیڼ و ښي لور ته لوستل کېږي)، داسی حالتونو ته دې د لوستونکو تل پام وي.

$$R_1{}^{o}R_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \;, z \in M_3 \;،.$$

$R_1{}^{o}R_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \;, z \in M_3$ ، سره (x,z)€R2 او (x,y)€R1 شتون لري، د y€M1 یو }

(c) ketabton.com: The Digital Library

پس لرو $x\,(R_1{}^{o}R_2)\,z$ هلته او هلته که د يوه y لپاره xR_1y او yR_2z باور ولري.

بيلګه: وي دې:

$$M_1 = \{ a,b,c\} \;,\; M_2 = \{ \propto , ß , \gamma \}, \quad M_3 = \{ 1,2\}$$

او

$$R_1 = \{ (a,\propto),(a,ß),(b,\propto), (c , ß)\}$$
$$R_2 = \{(\propto,1), (\propto,2),(ß,2), (\gamma ,1)\}.$$

نو لرو

$$R_1{}^{o}R_2 = \{ (a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,2)\}$$

دبيلګي په توګه لرو $(b,1) \in R_1{}^{o}R_2$ ، ځکه چې $(b,\propto) \in R_1$ او $(\propto, 1) \in R_2$

يادونه : کيدی شي چي R1 ° R2 تش اړيکي هم وي. دا حالت يوائي او يوائي هلته مخ ته پروت دئ ، که د کومی جوړې $(x,y) \in M_1 \times M_2$ لپاره يو $y \in M_2$ د پورته تعريف د خويونو سره سم شتون ونه لري يا موجود نه وي.

که R1 , R2 , R3 .:د ډيريو M2 , M1 همداسیM2 , M3 او M3 , M4 تر منځ اړيکی وي نو د يوځايوالی يا ځنځيروني لپاره لاندې اسوشياتيو قانون باور لري:

(R1 ° R2) ° R3 = R1 ° (R2 ° R3)

ښوونه يی د ضرب يا ځل تعريف د استعمال له لارې ساده ده. د اسوشياتيو قانون اجازه راکوي چي له ډير واره ضربولو يا ځلولو وغړيزو چی جوړول يی د نوکان ايښولو خپلواك دي. د ساده والی له دې R1 ، R 2,... ، Rm په ډيری M کی ۲ - ئيزې اړيکي وي .نو R1 ° R2 ° ..... ° Rm له ټولو هغو جوړو (x,y)جوړ دی، د کومو لپاره چی غړي x = x0 , x1 ,..., xm-1 , xm = y موجود وي $(x_{i-1};x_i) \in R_i$ د سره د i = 1 , m , ...لپاره. موږ دې ته پام راګرځو، چی په ډيری M کی د اړيکو R2 , R1 يوځايوالی کی کموتاتيو قانون باور نه لري يعنی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$R_1 \circ R_2 \neq R_2 \circ R_1$

پیژند: وي دې $R \subset M \times N$ یوه دوه ئیزه اړیکه. د R په څټ اړیکه R-1 R^{-1} بیا لاندې دوه ئیزه اړیکه د $R^{-1} \subset N \times M$ د N او M ترمنځ ده:

$$R^{-1} = \{(y,x) \mid y \in N,\ x \in M,\ (x,y) \in R\}$$

د بیلګي په توګه اړیکه »کوچنی له « د ټولو ریلو ګنونو سټ یا ډیرئ کی د» لوي له « په څټ یا چپه یا مخامخ اړیکه ده .

جمله: که R2 , R1 په M کی اړیکي وي ، نو لرو:

$$(R1 \circ R2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$$

او

$$(R_1^{-1})^{-1} = R_1$$

حل(اوبی) : دویمه غوښتنه د تعریف پسی ترلی لاس ته راځي. ددې لپاره چی لومړی مساوات حل یا ابی کړای شو، لیکو، چی $R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ څه مانا لري:

R2- ² °R1-1 = { (x,y) |

$R_2^{-2} \circ R_1^{-1} = \{ (x,y) \mid$ د دې سره y یو موجود دی $(x,y) \in R_1$ او $(y,x) \in R_2 \}$

$= \{ (x,z) \mid$ د y موجو د دی $(y,x) \in R_1$ او $(z,y) \in R_2 \}$

$= \{ (x,z) \mid$ دی $(z,x) \in R_1 \circ R_2\}$

$= (R_1 \circ R_2)^{-1}$

پای

په دې برخه کی د اړیکو انځورولو غږیږو چی لیدوړ وي . دا طبعآ د پای سټ یا ډیریو لپاره کړای شو او چی نسبتآ کم غړي ولري. لومړی امکان یی د ماتریکس په څیر انځورونه ده(دا دې زما د شمیرپوهنی کتاب) بنسټونه (۱۱ الف برخه کی وکتل شي(او یا د یوه جدول له لارې. وي دی M×N R یوه اړیکه |m = |M او . |n = |N موړ د Rاړیکو ماتریکس لاس ته راوړو، په کوم کی چی موړ ته یو دوه دیمنزیونال) دوه

(c) ketabton.com: The Digital Library

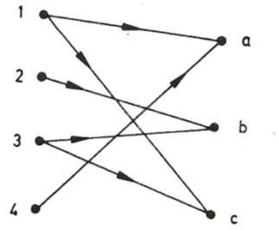
اړخيز يعنی جدول په هواره کی . يادونه : کربڼه يو اړخ، هواره دوه اړخه او هوا يا فضا درې اړخيز بلل کيږی (Dimension پراخيدونی، دا په دې مانا، چی د بيلګي په توګه يو تن يا بدن يا هغه په ورسره بلد نامه جسم درې ديمنزينال دی يانی درې لورو ته پراخيدی شي جدول په لاس راځي چی m ليکي او n درځونه ولري او هره ليکه همداسی درځ يو د M توکی همداسی د N توکی باندې تنظيم شي)

دلته بايد هر توکی ټيك يوځل رامنځ ته شي(. د x € M ليکی يا کيلي د y€N د درځ غوڅي په ځاي 1 ليکو، که (x,y) € R وي په غير له دې0 . په دې ډول R پوره تشريح شو. په M کی د يوې اړيکی لپاره جدول يو څلوری - بيزي - يا مربع ماتريکس د ی د | M |ليکو اودرځونو سره

بيلګه: وي دې M = {1,2,3,4}; N={a,b,c,d} او

R={(1,a);(1,c);(2,b);(3,b);(3,c); 4,a)}

نو د ماتريکس يا جدول په لاندې شيما کي ورکړ شوی دی



	a	b	c
1	1	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0

يا

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

»پورته او د راتلونکی مخ)

بل امکان يی د غشو دياګرام انځورونه ده (لور لرونکی کربښی). د لته د M او N توکی يو په بل ولاړ انځوريږي او x څخه و y ته »غشی وکاږي که $(x, y) \in R$ وي .دا

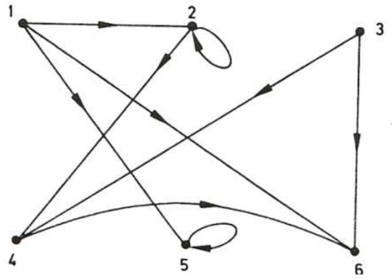
(c) ketabton.com: The Digital Library

اړيکي په ش ؟؟؟ کي ليدل کيږي دا انځورونه داسی په نامه جوړه لورلرنکی ګراف ورکوي. که بالاخره R يو دوه ځاييزه اړيکه په M کي وي نو ګراف کيدی شي نور هم ساده وليکو.

د M هر توکی په يوه ټکي يا » غوټه « تنظيميږي او د M تنظيم شوي توکی سره په نخښه کيږي. نو بيا له x څخه و y ته بيا يو غشی کاږو، که R € (x,y) وي. يو لور لرونکی ګراف لاس ته راځي .

بيلګه : وي دی{1,2,3,4,5,6} = M ،او
R={(1,2),(1,5),(1,6),(2,2),(2,4),(3,4),(3,6),(4,6),(5,5)}

د R ګراف په لاندې څيره کی انځور شوې



څيره ۶

دا څرګنده ده ، چی لکه څنګه چپه، داسی لوريز ګراف يوه اړيکه انځوروي. که وي) x,x)C R، نود R ګراف په x کی يوه راګردونکی يا کړی لري.

د اړيکو لپاره ټاکلی کارونی يا کاروايي يا عمليي له دې انځوروني سره ښه بيانيدلی شي. د R لپاره جدول څخه د R د کمليمنت جدول لاس ته راځي، که د هر 0 په ځاي 1 او د هر 1 په ځاي 0 وليکل شي، په ښت اړيکي R^{-1} هغه جدول دی، چی ليکه) دا ما زياتو ځايونو کی کيله لکلی(د درځ) درځ يانی ولاړه کيله يا ليکه (په ځاي او درځ د ليکی په ځاي ځاي په ځاي شي) زما د شميرپوهنی کتاب۱۱ الف برخه دې پرتله شي(، نو ترانسپوني ماتريکس لاس ته راځي. جدول و R2 ° R1 ته د ماتريکسونو د ځل څخه لاس ته راځي) زما د شميرپوهنی کتاب ۶ الف برخه دې وکتل شي (د R1 او R2 جدولونو) په همدې لړبيرليسی)که په ځل ماتريکس کی له 0 نابرابر په ځاي 1 ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کړي. د R-1 ګراف د R له کراف څخه داسې لاس ته راځي چې د R ګراف کې « غشي راچپه یا راوګرځول شي«. د R1 ° R2 په ګراف کې د x څخه و z ته غشي شته که y لپاره یو غشی د x څخه و yته غشی موجود او له y ځخه و z ته یو غشی موجود وي.

د دې ګراف سره د جملې ۹ الف ۱ ښوونه او د اسوڅاتیو قانون په ساده توګه لیدل کیدی شي. لوستونکی دې داجملې د ګراف په مرسته فرمول بندي کړي .

د اړیکو ځانګړې ټولګې

په ډیرۍ M کې دوه ځاییزې اړیکی د M×M برخدیرۍ په څیر ګڼو. په M کې یوه ځانګړې اړیکه کټمټوالی اړیکه په M کې ده او په لاندې ډول یې پیژنو یا تعریفوو

I = {(x,x)| x € M}

د I سره هر توکی خپل ځان سره په اړیکو کې ولاړ دی، مګر دوه توپیریدونکی توکی یو د بل سره په اړیکی I کې نه دي ولاړ. په څرګنده توګه باور لري .I = I-1 د I ګراف په هره غوټه کې یوه ګردونکي) کړۍ(لري. او په غیر له دې بل غشی نه لري. د I جدول یوونماتریکس دۍ
پیژند: اړیکه R په M کې رفلکسیو (reflexive)بلل کیږي، که باور ولري: I,⊂ R دا په دې مانا چې د ټول x € M لپاره لروR € (x,y) د یوه رفلکسیو اړیکی ګرافیکي انځورونه کې ګراف په هر ټکي یوه کړۍ راګرځوي. د یوه رفلکسیو آړیکي بیلګه د رییل ګڼونو په ډیرۍ کې د » کوچني یا لوي « اړیکي دي او په یوه هواره کې د غبرګو کرښو ډیرۍ .د یوه رفلیکسیو اړیکی له مخه یو څو لاس ته راوړنی راوړو چې لوستونکی دی د ګراف له لارې و ازمایي

۱) که R رفلکسیو وي نو R^{-1}هم

۲) که R 2, R1 رفلکسیو وي نو R1 ° R2 هم

۳) که R رفلکسیو وي نو لرو R,⊂ R ° R که یوه اړیکه R کومه جوړه (x,x),x € Mونه لري نو R ایرفلکسیو دی. دلته R ټیك هلته یعني هلته او هلته رفلکسیو دی چې د R کمپلمنت ایرفلکسیو وي. اړیګي » و... ته اورتوګونال« یو ایرفلکسیواړیکه ده د

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوې هوارې د كرښو ډيرۍ كې ، ځكه چې كرښې د خپل ځان سره پخپله اورتوګونال نه دي يا په بل عبارت : هيڅ كرښه د ځان سره اورتوګونال ده يانې په ځان نيغه نه شى دريدلى. په ايرفلكسيو ګراف كې كوم تكې ګردۍ يا كړۍ نه لري.

دا په ګوته كوو چې، يوه اړيكه هم نه رفلكسيو او هم ايرفلكسيو كيدى شي. ددې سره سم د ا دا مانا لري چې R «رفلكسيو نه دى«، نو يو x شته د كوم لپاره چې لرو (x,x) € M

پيژند: يوه اړيكه R په ډيرۍ M كى سيومتري بلل كيږي، كه له) x,y) C R (څخه لاس ته راشى .) y,x) € R (په نورو كليمو: دى x,y)€ R) ټيك هلته يا هلته او هلته يا هلته اوپه ځت، كه) y,x) C R (وي او همداسى كه R = R-1 وي.

د يوه سيومتري اړيكى ګراف اړيكي كى ټيك هلته له x و y ته غشى شته كه له y و x ته هم يو غشى موجود وي. سرى واي چې لوريز ګراف سيومتريك دى. د سيومتري اړيكو ماتريكس سيومتريك دى، په دې ډول چى په اصلي نيمي) قطر(يوه هندارونه) له كيڼ پورته و ښي لور كښته ته (په خپل ځان پريوزي.

بيلګه : اړيكي » غبرګ و... ته«) يا » اورتوګونال Orthogonal و... ته «(د يوې هوارې كرښي يو سيومتري اړيكه ده. اړيكى » وررونه د« په همدې ډول د انسانانو په ډيري كى سيومتريك اړيكي دي .

پيژند : يوه اړيكه R په ډيرى M كي اسيومتريك، كه له (x,y) € R څخه لاس ته راشى y,x) € R (.

د دې سره يوارزښته دا هم دى.

په اسيومتري اړيكو كى زيات تر زيات يوائې د يوې لورې يو غشى شته او له دواړو خواوو دا ناشونى يا ناممكن دى. ددې په ځت مانا لري R «نا سيومتري دى« ټيك هلته چې يو غشى) x,y(موجود وي، په كوم كى چى په ځت يا چپه لوركى دا غشي « (y,x)نه وي موجود.

(c) ketabton.com: The Digital Library

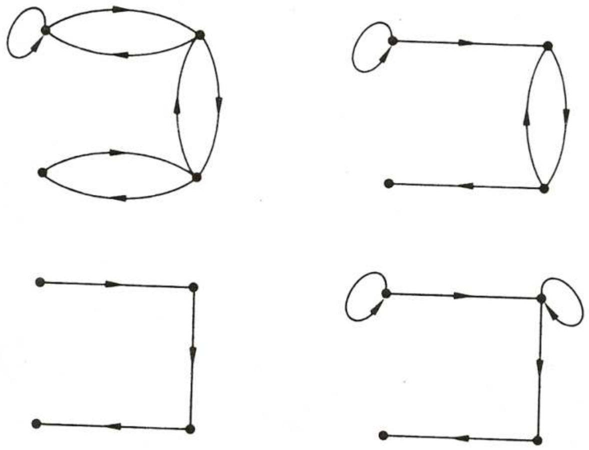
د بیلګي په توګه اړیکی » لور د« یا »ځوي د «اسیومتري دی د ټولو انسانانو په ډیري کی. یو اسیومتري اړیکه حمتي ایرفلکسیو ده) په ګراف کی ګردی یا کړی نه شته .)ځګه چی له R € R (x,x) لاس ته راځي R € (x,x) ، نو یو مخامخوالی یا تضاد دی. که R اسیومتري وي، نو-۱ R هم .بیرته اړیکي شته چی نه سیومتري وي او نه اسیومتري. د اړیکي د » ورور د « د ټولو انسانانو په ډیری کی دا حالت دی. سړی د نا سیومتري او اسیومتري اړیکو ترمنځ توپیر باید وکړای شي. بالاخره یوه دریمه کلیمه هم شته، کومه چی له دواړو توپیر لري

پیژند : یوه اړیکه R په ډیری M کی انتیسیومتري بلل کیږي، که له R € (x,y) او (R € (y,x ځخه لاس ته راشی x = y .

له دې سره ورته (اکویوالنت) دی $R \cap R^{-1} \subset I$.

په یوه انتیسیومتري اړیکی کی کیدی شي ددوه مختلفو ټکو ترمنځ زیات تر زیات یو غشی) یواځي په یوه له دې دوه لورووجود ولري(چی د اسیومتري اړیکو په خلاف ګردوني) کړی)هم وجود لري.

بیلګه : اړیکی » کوچنی یا مساوي «(≤)د طبیعي اعدادو یا -ګنونو ډیری کی انتیسیومتري) او رفلکسیو(دی همدا ډول د یوې ځای په ځای ډیری برخډیریو اړیکيA ⊂, B د برخډیریو A,B لپاره انتیسیومتري دي .په لاندې ځیرو کی لومړی ګراف یو سیومتري ښایي، دوهم نه سیومتریکي) مګر نه اسیومتریکي(، دریم یو اسیومتریکي او ځلورم یو انتیسیومتریکي اړیکي په ګوته کوي. ځیره ۷



(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند : يوه اړيکه R په يوې ډيرۍ کي ترانسيتيو ده،که له R € (x,y) او R € (y,z)څخه لاس ته راشي R € (x,z) د دي سره مساوي ارزښته لاندې شرايط R R ° R هم دي

څيره ۸

د Rاړيکې ګراف لپاره ترانسيتيويتيTransitivity په دې مانا دې، چې د x څخه و yته د غشي موجوديت او له y څخه و z ته د غشي موجوديت څخه د غشي موجوديت له x څخه و z ته لاس ته راځي .

بيلګه : اړيکې » يو سرك د .. په منځ کې موجود دی « د يوه هيواد ښارونو په ډيرۍ کی ترانسيتيو دی، اړيکی ≤ په R کي ترانسزيتيو دي، همداډول ترانسيتيواړيکه ده، د ډيرۍ M په پوتنځډيرۍ P(M)کی

هرې اړيکی R ته په M کي يو يواځنی ټاکلی » کوچنی » ترانزيتيو اړيکه T په M کی موجود ده د T ⊂, R سره .دلته » کوچنی « په دې مانادی، چی S « ترانسيتيو

دی او له » S ⊂, R لاس ته S ⊂, T راځي. نو Tداسی لاس ته راځي

T = {(x,y)| (x,y) € R او يا غړي z0 , z1 ....zm شته د

(x,z0) € R, (zi-1,zi) € R , i = 1,...,m او (zm,y) € R } د R اړيکی ګراف کی، دا په دې مانا دی، چی د x څخه و y ته يو غشي کښل کيږي که څوك د يوه ټاکلي غشي) د Rپه اوږدوالي له x څخه و y ته راتلی شي. اړيکي T د اړيکی R ترانسيتيو پټونی، پوښ يا(سمځ) بلل کږي.

بيلګه : په مخ ته تير سيومتريك لپاره پيژند کی ښی ګراف د کيڼ ګراف انځوروني لپاره يو ترانسيتيو پټوني دی يا سمځ ده .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایکویوالنتریلیشن یا برابرې اړیکيیادونه

دې ته که هم ارزښته - یا همغه ارزښته اړیکی ووایو ښه به وي، خو ما دا په کتاب کی برابرې اړیکی بللي . د اکو -یوالنت مانا هم ارزښته ده .

پیژند یا تعریف :

په ډیری M کی یوه اړیکه R برابر اړیکه یا هم ارزښت اړیکه بلل کیږي، که هغه رفلکسیو، سیومتري او ترانزیتیو وي. که xRy وي نو وایو چی x : و y سره برابر دی) د اړیکی R لاندې)

بیلګه :

د مساوات (برابرون) اړیکه یوه برابر اړیکه ده (هر توکی یوائي و خپل ځان سره برابر یا د ځان سره اکویولیت دی(. اړیکه » غبرګ و....ته « په هواره کی د کرښو ډیری کی برابر اړیکه ده. په Z کی د xRy اړیکه ، که x او y د 5 باندې ویش سره همغه پاتی) باقي(ولري، برابر اړیکه ده . په M کی دې R یو برابر اړیکه وي او x € M, نو لیکو: $R[x] = \{ y \mid (x,y) \in R \}$

او R[x] د x برابر ټولګي و R ته بولو R[x] .د ټولو x څخه د R لاندې د M توکو څخه جوړ دی.

جمله : دوه هم ارزښته یا برابر ټولګي R[x] او R[y] د R هم ارزښته اړیکو له مخی یا کټمټی دي او یا پردی..

حل یا اوبی: R[x] او R[y] دې بیګانه نه وي. موږ ښایو چی دانو ګټمټی دي. موږ یو غړی z له R[x] ∩ R[y] ټاکو، چی باور لري (R € (x,z) او R € (y,z) پس (z,y)€R هم. له دې سملاسي لاس ته راځيR € (x,y) ، وي‌دې v €R[x] په خوښه،

نو)R € (v,x لرو. د R € (x,y) له امله لاس ته راځي R € (v,y) او له دې امله v € R[y], باور لري :

(c) ketabton.com: The Digital Library

R[x] ,⊂ R[y]

په ورته ډول ښايو چې R[x] ⊂, R[y] او له دواړو لاس ته راځي R[y] = R[x] .

پيژند : وي دې M يو ډيرى او Ai , i € I يود ناتشو د M برخډيريو ډيرى Ai.د M ډيرى پارتيشن (Partition)تجزيه يا ټوټونه جوړوي، که له i ≠ j څخه Aj = θ ∩ Ai لاس ته راشي او که ولرو

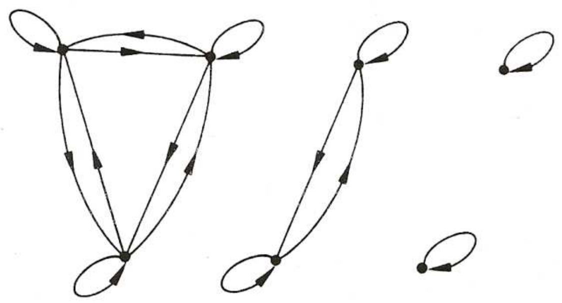
$$\bigcup_{i \in I} A_i = M$$

وايو: ډيرى M د Ai څخه پردى ټولنه ده.

جمله : په M کی د يوه ورته اړيکی پسی Ai ورته ټولګي د M يوه تجزيه يا ټوټونه جوړوي.

حل (اوبی) : دا يو شرط د اخرنی جملی څخه لاس ته اخي. دا چی يو ورته اړيکه رفلکسيو ده، نو تل باور لري x € R[x] او له دې امله هر د M توکی په يوه برابر ټولګي کي پروت دی*.

په ګراف کی په ساده توګه پيژندل کيږي چی برابر اړيکی ورته ټولګي دي. دا په ګراف کی د ټکو هغه ډيری ده، په کومو چی. دوه ټکي په يوه غشي سره تړلي دي. د بلی ځيرې ګراف (لاندې ځيره) يو ورته اړيکه انځوروي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ وليدل چې د ډيرۍ M هر ورته اړيکې پورې په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه اړه لري. له دې يې په څټ هم باوري کيږي. وې دې Ai , i € I په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه ده، نو کيدی شي چې په M کې يوه اړيکه R په لاندې ډول تشريح شي.

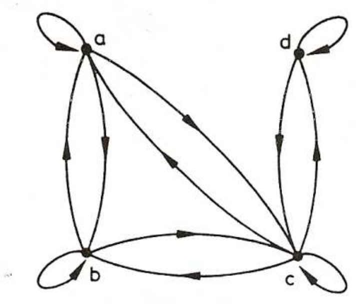
دا چې R € (x,y)هلته او هلته باور لري، کله چې يو i € R شتون ولري د x€ Ai او y €Aiسره. په ساده ډول ليدل کيږي چې داسې اړيکه R يوه برابرون - يا مساوات اړيکه ده او د هغې ورته ټولګي همدا د Ai ډيرۍ دي. د تجزيي څيړنه په همغه مانا ده لکه د برابر اړيکو څيړنه کيدی چې برابرون اړيکې R د برابرون نخښونې ټوليزوالی ياعموميت په توګه ونيول شي. اړيکه R وايي يا افاده کوي، چې توکي x,y د xRy سره، د يوه ځانګړي ليددود له مخې »برابر يا مساوي« وليدل شي. دا ډيرواره د x او y لپاره دمساوي ارزښت « نخښو يا علامو« د M توکو خويونو په څير افاده کيدی شي يا ويلکيدی شي. دوه نفره ورته بلل کيږي، که يو ډول سترګي يا همغه تابيعيت يا يو ډول غوږونه اوداسې نور ولري. دوه ټولګيونه ورته دي، که د يوه ټولګي سره په ويشلو وروسته همغه پاتې ولري .يو ورته ټولګي د دې نخښو يو ټاکلی ارزښت په ګوته کوي.

حالت په بل ډول دی، که اړيکې S سره د انسانانو په ډيرۍ کې xSy وي، داسې چې x او yپه يوه شريکه ژبه باندې واك ولري S .رفلکسيو او سيومتريك دی ، مګر په ټوليزه يا عمومي توګه ترانزيتيو نه دی. داسې اړيکې زغموالي اړيکې يا زغموږ اړيکې (تحميلکيدونکي اړيکي) بلل کيږي. ځکه چې x او y يو بل »زغمی« يا»تحمل« کوي، په داسې توګه چې يو له بل سره په خبرو پوهيږي. دلته د ورته ټولګي په ځاي د زغم - يا تحمل ټولګي منځ ته راځي، د جوړه زغموږ يا تحمل کيدونکو توکو , x,y دا په دې مانا د توکوسره .xSy دا په ټوليزه - ياعمومي توګه نور جوړه ډوله بيګانه نه دي. يو غوره بيلګه يې په ډيرۍ M کې داسې لاس ته راځي چې د توکو لپاره يې واټن d ټاکلی وي .
اړيکه R داسي پيژندلکيږي xSy :هلته او هلته، که d(x,y) ≤ a د يوه کره څرګند a > 0 لپاره باور ولري. دا توکي يو له بل سره د زغموږ يا تحملوږ دي، که د هغو واټن يا فاصله زيات تر زيات مساوي a وي، يعني که دا توکي زيات تر زيات يو له بل څخه aتوپير ولري. که M = R وي، نو د بيلګي په توګه |d(x,y) = |x-y يو ناسب واټن دی. لاندې ځايره ديوه تحملووالي اړيکه په ګوته کوي، که کوم کې چې {a,b,c} او { c,d}زغملوالی - ياتحملوالي ټولګي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نظم اړیکی

په ډیرو حالتونو کی ، له شمیرپوهنی دباندې کیدی شي د ځانګړو ډیریو توکو ترمنځ اړیکی لکه » کوچنی له » ، «کم له « ، »کمزورېله «، » خوندور له« او داسی نور ، ولیدل شي. د ټولو دا ډول اړیکو ترمنځ شریکخویونه شته، چی په ګڼپوهنه کی د اړیکو د بنسټ په توګه ټاکل کیدی شي،



پیژند: په ډیری M کي یو نظم اړیکه یا لنډ نظم، رفلکسیو، انتیسیومتري او ترانزیریتیو آړیکه R ده.

که R یو نظم وي او R € (x,y)، نو زیات وخته داسي هم لیکو x ≤R y یا x ≤ y .

که R € (x,y) او x≠ y وي، نو ددې لپاره لیکو x <R y ، په داوړو حالتونو کی ایندکس یا پیژند نخښه نه لیکو، که څرګند وي چي کوم نظم مو غوښتنه یا مطلب دی .

بیلګه : اړیکه » کوچنی یا برابره« د رییلو ګڼونو ډیری کی یو نظم دی. اړیکی » په کی ځاي ده یا په بر کی نیولی ده یا خوندې ساتي« د هره ډیری توان)پوتنځ(ډیری کی نظم دی. اړیکه x y ویشي » د طبیعي ګڼونوډیری کی نظم دی .د پورته کلیمي تر څنګ د کلك نظم کلیمه هم موجود ده. یو کلك نظم په M کی یوه اسیومتري او ترانزیتیو اړیکه ده. اړیکي R ته د S € (x,y) سره S هلته او هلته یو کلك نظم اړیکه ده، که وي . x <R y ددې په ځت هم باور لري

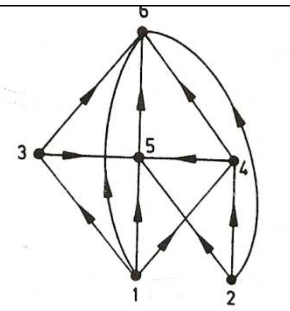
(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند: دوه د ډیری M توکي x , y په M کی د اړیکی R په نسبت یو بل سره پرتله وړ یا مقایسه وړ دي که R € (x,y) او R € (y,x) باور ولري..

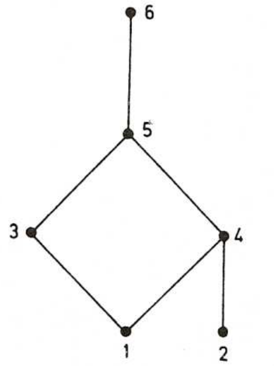
په دې ډول هر توکی د خپل ځان سره پرتله کیدونکی دی. مګر په ټولیزه توګه نسبت و نظم R ته هر دوه توکي پرتله کیدونکي نه دي. لکه په یوه توان ډیري M کی 2 < | M |تل یو برخه ډیری په بل برخه ډیري کی خوندي نه دی.. په طبعي یا پیدایښتي ګڼونو ډیري N کي نسبت و نظم x y « ویشي » هم دوه طبیعي ګڼونه د پرتلي وړ نه دي. دا مو لاندې ته راهڅوي.

پیژند : یو نظم R په ډیری M کی توتال یا پوره بلل کیږي، که د M هر دوه توکي نسبت و R ته پرتله وړ وي. په بل ډول R ټوټه نظم یا برخه نظم ویل کیږي) په انګلیسي کی) poset for partially orderd set

بیلګه : نظم » کوچني یا برابر« په رییلو ګڼونو کی یو توتال یا ټول یا مکمل نظم دی. د M توان ډیری | M | > 2 کي خوندې ساتنه یا ځایونه یو برخه نظم دی، همدا ډول اړیکي x « ویشي » y په(Z د ټولګڼونو ډیری(کی دا به داسی ګرامري ټیك ووایو :په Z کی په x باندې y ویشلی(. موږ یی داسی لولو y,x ویشي، خو ما ځکه بیل سره ولیکل چی اشتباه منځ ته رانه شي:



.4.1 شکل

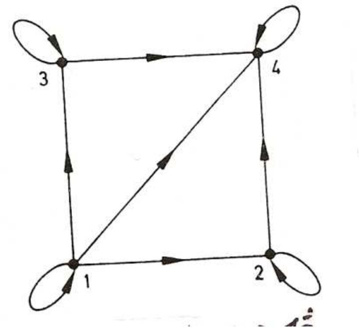


د نظم اړیکو انځورونه په یوه پای ډیری M کی کیدی شي د په نامه هازې Hase دیاګرام نظم له لارې ساده شي. دا په دې ډول لاس ته راځي : د M هر توکي لپاره یو ټکی ټاکي او د همغه ټکی سره يي په نخښه کوي. ټکی a , b ټیك هلته په یوه پای کرښي سره تړل کیږي، که a , b یو له بل سره پرتله کیدونکي وي او » ګاونډي« وي. دلته b د a پورته ګاونډی دی) په انګلیسي کی ,)" b covers a " که a < b او کوم c موجود نه وي، د کوم لپاره چی باور لری (a < c < b د a او b ترمنځ کومه c نه شته(. که b

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a پورته ګاو ندی وي نو aد b ښکته یا کښته ګاونډی دی ، یعني a او b ګاونډي دي یا ځنګ په ځنګ. ددې لپاره چی نظم د هازې-دیاګرام څخه په یواځنی توګه بیرته جوړ کړو، نو په دې پریکړه کوو چی b له a پورته کاږو،که a < b صدق ولري. اړیکی R په ساده ډول اوس د هازی-دیاګرام څخه بیرته جوړولی (recunstruction) شو a < : bهلته او هلته که له هازې-دیاګرام څخه د کرښو یوې پرلپسی) له لاندې و پورته لور ته (له لارې له a څخه و ټکي b ته راشو. د هازې-دیاګرام کی ټولی کړی، د غشو لورې او ټول غشي، کوم چی ترانزیتیو -یتي له لارېلاس ته راځي، د R ګراف څخه لرې پریښوول کیږي .

بیلګه : په ډیري M = { 1,2,3,4,5,6} کی یو نظم د هغه ګراف له لارې ورکړ شوې،)لاندې ځیره دې وکتل شي(. هازې-ډیاګرام له دېامله لاندې ځیره لري، ځیره دې وکتل شي) ځیره دې وکتل شي



د نظم شوو ډیریو لپاره نورې کلیمي چی زیاتی استعمالیږي هم راوړو. وي دې M یو ډیري د اړیکی R سره او M ⊂ A, دې یود M برخه ډیری وي. یو توکی a € A د A لوي توکی یا ماکسزیموم بلل کیږي، که د ټولو x € A لپاره باور ولري x < a. نو a په Aکی او له ټولو x € A سره پرتله کیدو -نکي ده او داسی نور، لویه یا برابره د هر x € Aسره. په همدې ډول د A مینیموم یا کوچنی توکی هم توضیح شوی دی. موږ په دې ټینګار کوو چی په عمومي توګه د یوه منظم ډیري هر برخه ډیري ماکسیموم یامینیموم نه لري .لوستونکي دې بیلګي ورکړي. ګورو چی که ماکسیموم یا مینیموم موجود وي نو یواځنی موجود دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که M ⊂, A وي، نو a € A د A ماکسيمال توکی نوميږي، که له x € M او x ≤ a لاس ته راشي .a = x په نورو خبرو سره: د هيڅ x€ M لپاره باور لري .a < x دلته دا نه دي غوښتل شوي چی a د A د ټولو توکو سره پرتله کيدونکی وي، مگر a د ټولو x € Aڅخه لويه ده، د کومو سره چی پرتله کيدونکی ده .طبعآ ماکسيموم يو مکسيمال توکی دی، مگر نه په ځټ يا بر -عکس. په ځانگړي توگه کيدی شي يو برخه ډيری A ماکسيمال توکی ونه لري يا ډير ماکسيمال غړي ولري، يو ساده بيلگه دا څرگند کړي . R دې په M={1,2,3,4} کی يو نظم وي، چی د لاندې ځيرې) ځيره (په گراف کی ورکړ شوی دی. نو بيا د A= {1,2,3} ډيری دوه ماکسيمال توکي لري، په نامه 2 او 3 مگر ماکسيموم نه لري.

يو مينيمال يا کوچنی توکی m د يوه m له A څخه توکي په ځير، په ورته توگه ځر گنديږي، د کوم لپاره چی x C A د x < m سره نه شته. که A پايډيری وي، نو تل ماکسيمال يا لوي او مينيمال يا کوچنی توکي شته.

که M ⊂, A وي، نو يو g € M (نه حتمآ په A کی) شته چی د A لاندې پوله يا اينفيموم)Infimum (بلل کيږي، که g ≤ x وي د ټولو x € M لپاره او کوم g1 > g وجود ونه لري، چی هغه هم دا خويونه ولري(gله دې خويونو سره لوي يا ماکسيمال توکی دی).

په ورته توگه د A پورته پوله يا سوپريموم (Supremum) هم ورکړ شوی، د يوه مينيمال يا واړه يا کوچني توکی G € M په ځير د لاندې خويونو سره، چی x ≤G د ټولو x € Aلپاره.

يو مينيموم تل اينفيموم Infimum وي او ماکسيموم تل يو سوپريموم Supremum وي. په ټوليزه توگه حتمي نه ده چی يو اينفيموم يا سوپريموم دې موجود وي، او په ټوليزهتوگه يواځنی ټاکلي نه دي، دا په دې مانا چی کيدی شي زيات اينفيمومه يا

سوپريمومه موجود وي.

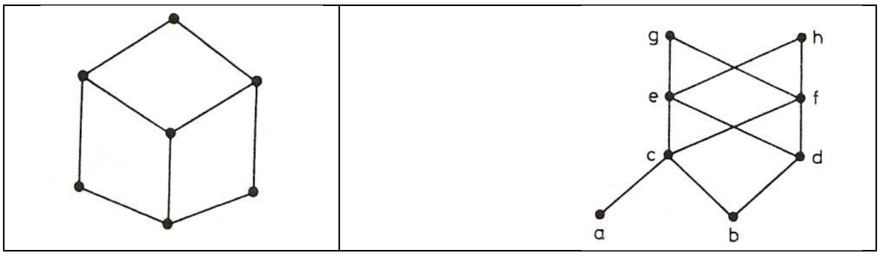
يادونه : د دې د A د پورته پولي يا کښته پولي تعريف تر څنگ يو بل امکان هم شته. دا په دې کی نغښتی چی نه ماکسيمال توکي) همداسی نه مينيمال توکي (بلکه ماکسيموم) همداسی مينيموم (کليمي وکارول شي. د M ⊂, A لاندې پوله به ماکسيموم (که

(c) ketabton.com: The Digital Library

موجود وي) د ټولو توکو M $x \in$ ډیرۍ وي د کوم لپاره چي $x \le a$ د ټولو $a \in A$ لپاره باور لري. په ورته ډول د پورته پولی لپاره هم. له دې پیژند یا تعریف سره هم په ټولیزه یا عمومي توګه برخډیرۍ A بی له پورته یا کښته پولی) او حتی د پاي ډیریو لپاره هم (، مګر پورته یا کښته پوله یواځنی ټاکلی، که موجود وي .د لاندې لاتیس) english: lattice, Deutsch:Verband) ما په خپلو کتابونو کی د تړنی یا تړاو په نامه نومولی دۍ -پیژند یا تعریف لپاره دا بی تاثیره ده چی کوم تعریف ټاکل شوی دی .

بیلګه : ډیرۍ M = { a,b,c,d,e,f,g,h} د نظم $\le$ سره د هازې-دیاګرام سره ورکړ شوی. (څیره) ، نو e او f هر یو د A = {c,d} سوپریموم دی،دلته A = { g,,h} سوپریموم نه لري ، A = { a,b} اینفیموم نه لري او A = { c,d} یواځنی اینفیموم b لري . یو مهم د برخه ئیزې نظم شوې ډیر ټولګی داسی په نامه تړونی (Verbände , lattice)دی. په لاتیس کی هر له دوه توکو جوړه شوې ډیرۍ یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په لاندې څیره کی)څیره (د هازې-دیاګرام لاتیس انځوروي) د تړونی یا لاتیس لپاره دې زما د الجرونو کتاب وکتل شي .)

یو مهم د برخه ئیزنظم شوي ډیري ټولګي داسی په نامه تړونی (Verbände , lattice) دی. په لاتیس کی هر له دوه غړو جوړ شوی ډیری یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په څیره ، ۴ . ۴ کي د هازې-دیاګرام لاتیس انځوروي(که چیرې مو لاتیس په دې کتاب کی ونه څیره نو دا د نورو ژبو په بنسټیزو کتابونو کی شته).



د بیلګي په توکه د N څخه لاتیس جوړیږي د نظم اړیکو R سره، دی xRy که x باندېy وویشل شي. د x او y سوپریموم ك ګ څ دی او اینفیموم یی غ ګ و.

(c) ketabton.com: The Digital Library

خیرونه

د ډیریو M او N ترمنځ ډیري اړیکي متني دا مانا لري چی د M توکی د N توکو

ترنه ۳ :

د کلیمي «اړیکي»(روابط) "Relation" پیژند:

یوه اړیکه له دوه شیانو څخه جوړه ده:

۱ – یوه وینابنه

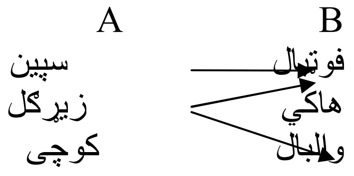
۲ – یوه جوړه، چې دا وینا یې پوره کوي(چې وینابنه یوه رښتیا وینا کوي)۰
بیلګه :

دیوې کورنی د توکو(غړو) سټ A دې ورکړ شوې وي او B د لوبو سټ۰

B	A
فوټبال	سپین
هاکي	زیرګل
والبال	کوچی

د دواړو ستونو ترمنځ یوه بینار(دوه ځایزه) وینابنه دی یوه وینابنه وي، چې سړی A د Bلوبی کوي۰

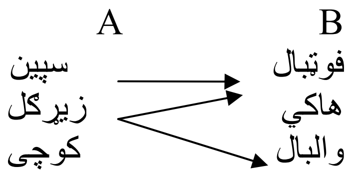
سپین فوټبال لوبه کوي، زیرګل فوټبال او والیبال لوبې کوي



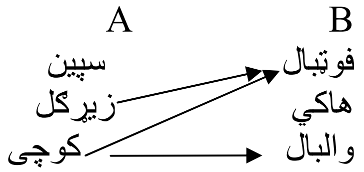
(c) ketabton.com: The Digital Library

نوري بېلګې

ترمخه موږ لاندې ستونه منځ ته ر اوړي اودرلوده مو:



موږ اوس دواړه ډېرۍ يا ستونه A او B ساتو ، مګر د دوي ترمنځ نوي اړيکي غواړو وپيژنو يا تعريف کړو:
بينار(دوه ييزې) اړيکې دي اوس داسې وي، چې « لوبه کوي» او « دا لوبه کوي» نور نه وي.
د دې برسيره دي اړيکي « لوبه کوي » لاندې درې جوړې ولرى :
زيرګل د فوټبال لوبه کوي
کوچی د واليبال لوبه کوي
کوچی د فوټبال لوبه کوي
د خيرې په څير انځور يږي:



ياني A د B لوبه کوي
ليدلکيږي، چې د دوه ډيريو ترمنځ مختلفي اړيکي منځ ته راتللی شي يا ټينګيدلی شي.

شننيزه انځورونه
مخ ته تيرو مخونوکې مو زده کړل، چې يوې اړيکې پورې دوه شيان اړه لري: يوه وينا بنه او يوه جوړه، چې دا وينابنه پوره کوي.
کله اړيين نه دي يا نه شي کيدی، چې ټولې جوړې ورکړای شو، کومې چې په يوه اړيکې پورې اړه لري.

بيلګه ۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سټ {1,2,3} = A او سټ B={1,2,3} دې ورکړ شوي وي٠ وينابنه کوچنی له يا لنډ <

هر زده کوونکی پوهيږي، چې جوړې (1/2),(1/3) او (2/3) دا وينابنه پوره کوي٠ جوړو ګڼلو ته اړنه يو، بلکې دا د وينابنې مخ ته پرتې سټ A او B ته٠

بيلګه ۲

په ځانګړې توګه دا هلته له پامه غورځول کيږي، چې ټولې جوړې وشميري، کله چې وينابنو ته مخ ته پراته سټونه يا د سټونو لويې وي او يا ناپای٠

بيلګه : سټ : {1, 2, 3, ... } = A = B

وينابنه: له پورته ليدل کيږي چې بيخي ناشوني ده، چې ټولې جوړې وشميرل شي، چې دا وينابنه پوره کوي٠

بيلګه ۳

کله کله اړيکه بيخي نه شي انځوريدلی٠

بيلګه : که ډېری يا سټونه نارينه =M او ښځينه =F وينابنه کې راوستل شي، چۀ « واده له سره »٠

دا څوک نه شي شميرلی(ګڼلی)، چې څوک له چا سره واده دی او دا نه په برخه اخستونکو سټونو M او F کې ورکړ شوې٠

د يوې اړيکي تيوپ يا ډول

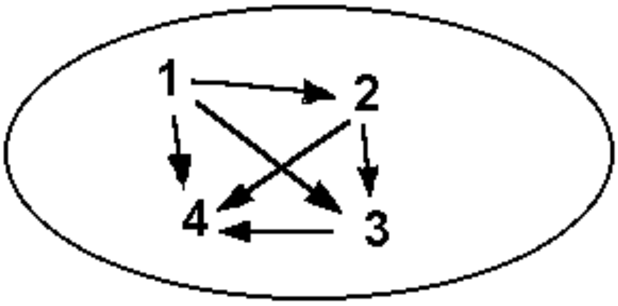
اړيکه په دوه ګروپونو ويشل کيدی شي٠

۱ – ددوه ډېريو ترمنځ اړيکي

۲ – د يو ه سټ په دننه کې اړيکي

تيوپ ۱ – موږ وپيژند

د تيوپ ۲ - لپاره بيلګه لاندې اړيکې دي(چې په څيره کې کښل شوي دي):



x له y څخه کوچنی دې

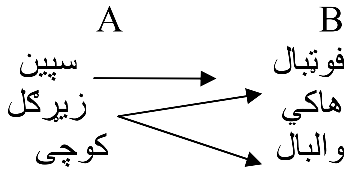
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخ ته تيرو بيلګو په مخامخوالي يا تضاد دلته د ستونو د توکو ترمنځ اړيکی پرتې دي
بنسټ سټ ، موخه سټ

Erklärungروښانه ونه

د سټ A (بنسټسټ) او B (موخه ډيری) په اړيکو کې په ريښتونی د مخ ته ورشو
(کوچی ، زېرګل) همداسې ورپسې ورشو (فوټبال، واليبال) اړيکې هغه توکې
جوړوي، چې په کارونه کې ونده لري .

A د لوبغاړو نومونه دي او B د لوبو نومونه دي



بنسټډېرې يا - سټ Universal set(domain): {سپين ، زېر، کوچی }
موخه سټcoddomain : { فوټبال ، هاکي ، وليبال }

domain ترمخورشو : { زېرګل ، کوچی}
codomain ورپسې ورشو :{ واليبال ، فوټبال}
ځنې شميرپوهان دا مخورشو او همداسې پسې ورشو، تعريفسټ ، ارزښت سټ يا
تعريفورشو همداسې ارزښتورشو بولي

Relationstafelد اړيکو تخته

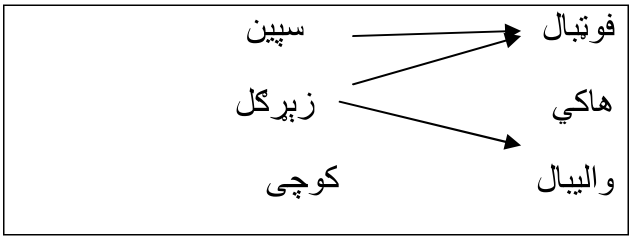
تراوسه مو تولې اړيکې د غشيدياګرام له لارې انځور کړې. يو بل شونوالی يا امکانات
يې د اړيکو تختې له لارې انځورونه ده:

د دې لپاره د بنسټ سټ او موخه سټ توکې په يوه جدول کې ليکو. د بنسټ سټ
توکې په پورته ليکه کې ليکو اود موخه سټ توکې په کېڼ درخ يا کينه متّه کې ليکو.

په صليبونو(x)سره هغه پيژند يا تعريف ورکول کيږي، چې د موخه سټ په توکې
باندې د بنسټ سټ يو توکی تنظيم شوی وي.

د بيلګې په توګه بيرته همغه د لوبو سره بيلګه راوړو

(c) ketabton.com: The Digital Library



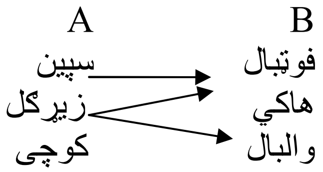
په دې پورې اړونده اړيكتخته په لاندې ډول ليدل كيږي

	سپين	زيرګل	كوچۍ
فوټبال	x	x	
هاكي			
واليبال		x	

د كواوردينات سيستم انځوربنه
تراوسه مو اړيكي د غشيدياګرام او اړيكتختو له لارې انځور كړي٠ اوس يو دريم شوونوالى يا دريمه شوونتيا يا امكان غواړو وپيژنو:
انځورونه په يوه كواورديناتسيستم كي :

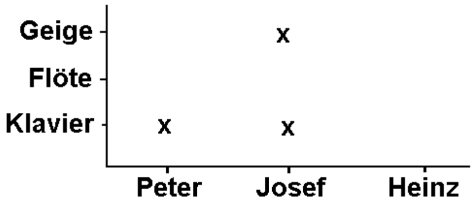
د بنسټ ست توكي په پروتمحور (x -محور)په نخښه كوو او د موخه ست توكي په ولاړ (x- محور)محور په نخښه كوو٠
د ټكو سره هغه د بنسټيرۍ توكي او ورسره د تنظيمديرۍ تنظيم توكو ټاكلي وي

بيلګه
د بيلګى په توګه بيرته هغه بيلګه د لوبو سره بې‌لګه ټاكو:

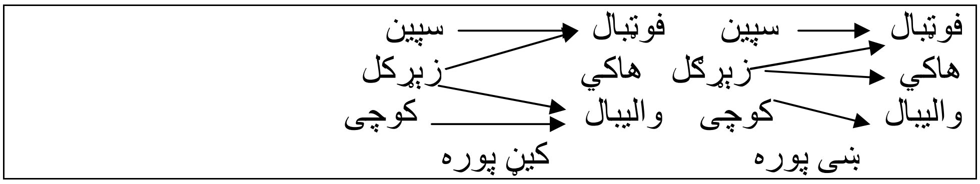


په كواورديناتسيستم كي انځورونه داسې ليدل كيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library



کښې پوره کیدونکی اړیکي :
د Aڅخه هرتوکی کم له کمه د B په يوه توکي تنظيميږي(پيژندورشو يا مخ ته ورشو او بنستيزه ستې کټمټ دي)
ښي پوره اړيکې : دB هر توکی کم له کمه د څيرې په توګه منځ ته راځي (پسې ورشو او موخه ستې کټمټ دي)



ښی يواځنی اړيکې

د بنسټيزې (کيڼ) هر توکی په زيات ترزياته د موخه ډيری (ښی) باندې تنظيميږي۰

پام مرسته : غشي ښي « ښيلوريز) يواځنی دي۰

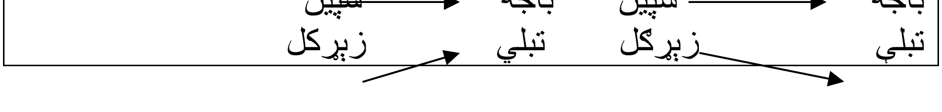
کيڼ يواځنی اړيکې :

د ښی ډيری هر توکی زيات ترزياته يو وار د يوې ډيری (کيڼډيری) د څيرې په ډول منځ ته راځي۰

پام مرسته : غشي ښي لورته يواځني دي۰

ناټيکوالی!

يا دا لاندې، چې د توپونو(غونډوسکو) په ځای موزيک الې ورکړ شوي دي



(c) ketabton.com: The Digital Library

رباب ← کوچی   رباب ← کوچی
کينږ يواځنی   ښی يواځنی

تابع يا فنكشنونه د اړيکو ځانګړی حالت:
يو کينپوره کيدونکی او ښی يواځنی اړيکې يواځنی اړيکې بلل کيږي (فنكشن او يا ځيرونې)

په غشيدياګرام کې يوه تابع يا فنكشن په دې پيژندل کيږي ، چې د په هر توکی ټيک يو غشی پيل کيږي

په ځت اړيکې : په ځت اړيکو کې

۱ – مخ – او پسې ورشوګانې سره بدليږي(پيژنددېرى او ارزښتدېرى)

۲ – وابيابلې يا اوښتونې سره بدليږي

رفلکسيو اړيکې يابيرته راګرځيدوني reflexive relations

دياګرام : په هرتوکي يوکړئ غشی شته

رفلکسيو اړيکې :

د رفليکسو اړيکو پيژند : د هرو برابرو توکو جوړه اړيکو پورې اړج لري

د فرمو په ځير يې ليکنه : د ټولو a لپاره باور لري:
aRa

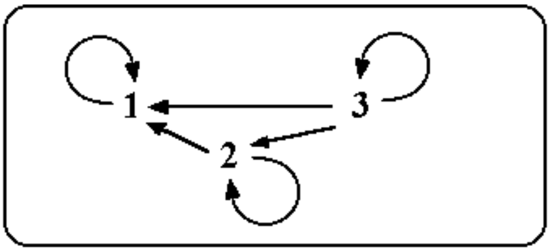


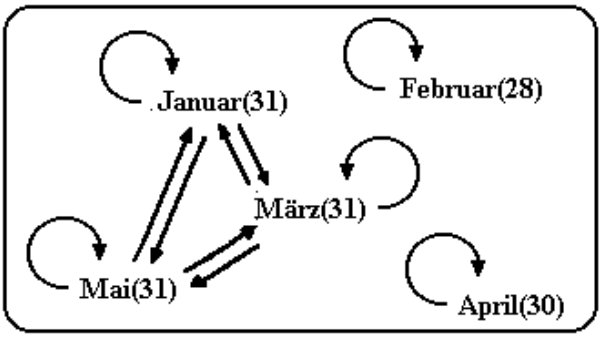
Bild: Die reflexive Relation ≥

ځيره: ≥هندارونيزې اړيکې

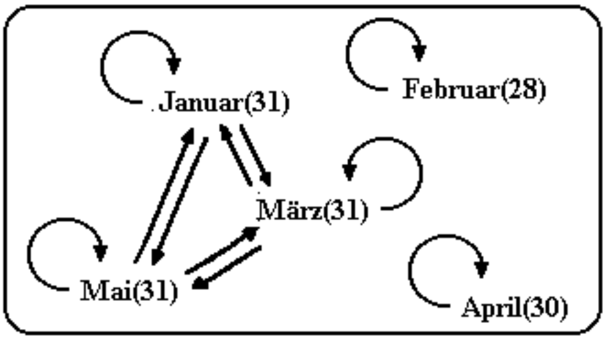
(c) ketabton.com: The Digital Library

انتيرفلكسيو (ايرفلكسيو اړيکي
Antireflexive
(irreflexive)
Relationen

پيژند : په انتيرفلكسيو اړيکو کې په هيڅ توکي کړی غشی نه شته
د همغه توکي جوړه اړيکو پورې اړوند نه دی، يا په اړيکو ونډه نه لري٠
د فرمول په توګه ليکل يې : ¬(aRa)



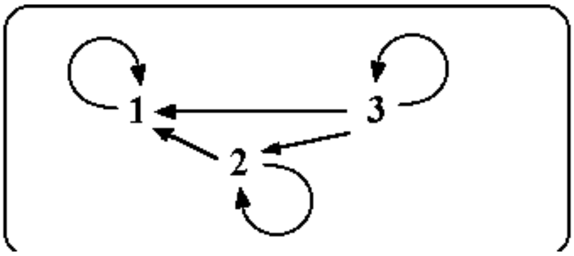
سيومتريکي اړيکي : symetric relations
هر غشي ته په څټ غشی شته
که (a,b) اړيکو پورې اړه ولري ، نو   (b,a) هم په اړيکو پورې اړه لري٠



د سيومري اړيکو خيره: « همغومره ورځې لري لکه»
انتيسيومتري اړيکي: Antiasymetric reltions
د انتيسيومتري اړيکو دياګرام : په څټ غشی نه شته ٠
که (a,b) په اړيکو اړه ولري،نو   (b,a) په اړيکو اړه نه لري، مګر که   a = b وي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

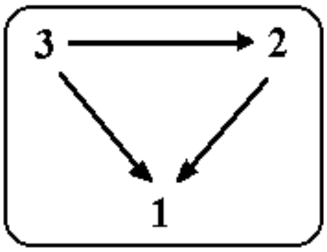
فرمول: $a\,R\,b \wedge b\,R\,a \Rightarrow a = b$



ځیره : ناسیومتریک اړیکې پورته Antiasymetric reltions $\geq$

اسیومتریکي اړیکې
asymetric relations (Asymmetrische Relationen)

د اسیومتریکي اړیکو دیاګرام نه په ځټې غشی لري او نه کړی غشی لري۰
د اسیومتریکي اړیکو پیژند: انتیرفلیکسیو او انتیسیومتریکې اړیکې
فرمول : $aRb \Rightarrow \neg(bRa$

	ځیره: اسیومتري اړیکې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شينواري چاپ شوې ليکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دويم:</u>

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

(c) ketabton.com: The Digital Library

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

(c) ketabton.com: The Digital Library

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپيني خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خو

.يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،ميرې،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برينکمن ليکنې چې له پرينکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

١ - شميرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړى ټوک

٢ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

٣ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د ښوونځي لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۶ - ځمکګچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري

۱۹ – د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو څو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ – د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو ليکونکی يې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ – د شميرپوهنې انګريزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ – د شميرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شميرپوهنې پښتو ډکشنري د شميرپوهنيزو وييونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه ليکنې دي، چې ځنې يې په نړيول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپينې خبرې، چې وبه غزيږي.

نوري ليکنې، چې په ژباړه يې پيل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپريږي:

د ګروپونو تيوري

- د ښوونځي لپاره فزيک د برينکمن ليکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library