



# شمېر پوهنه

## د ښوونځي لپاره

(رياضي په درې برخو کې)

دويمه برخه

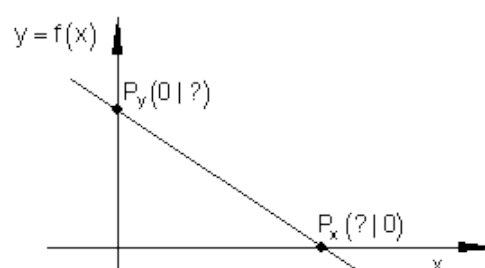
Ketabton.com

ليکونکی:

برينگمن (له برينگمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (مېړی) شينواری

د بنوونځي لپاره شمير پوهنه  
( د المان )  
په درې برخو کې



دويمه برخه

ليکونکي: برينکمن (له برينکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (ميری) شينواری

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت -  
په ما د پوهنې لپاره د لگښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

## د کتاب پيژند

د کتاب نوم: شميرپوهنه دښوونځي لپاره

ليکونکي: پروفيسور برينکمن

ژباړی : ډاکتر کاخان،، ميري،، شينواری

برېښنا پته: [makhanshinwari@gmail.com](mailto:makhanshinwari@gmail.com)

د خپريدو لړی

خپرنډوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

[Danish2k2000@yahoo.com](mailto:Danish2k2000@yahoo.com)

د چاپ حقوق خپرنډوي ټولني ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

## د خپرنډوی ټولني یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولني د علمي، ساينسي او طبي اثارو د خپرولو لړۍ پيل کړې، تراوسه يې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هيواولو ته وړاندې کړي دي.

مور باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په يوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګاڼه سمبال شي او په علمي او اکاډميکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بيلابيلو ګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر مور ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحاديې له خوا د ډاکتر ماخان شينواري تراوسه زياتو چاپ شويو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمير پوهنې نوښت ژباړو او ليکنو او دوه ټولنيزو ليکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساينسي اثارو د خپراوي په لړ کې د يوه مهم ګام په توګه ګڼل کيدای شي او هيله ده، چې د دې برخې مينه وال لوستوال، زده کونکي او د پوهنتو زده کړې کټه تری واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک



## د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندي، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ، د افغانستان کلتوري ودې ټولنه، جرمني، د غرو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندويي ټولني په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستي.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستي، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلي ډاکتر سردار ګاڼه وال، ښاغلي ډاکتر مانوګل ګاڼه وال، ښاغلي ټولنپوه محمد عارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري ارواښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي، دپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر خانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن ښاپړی څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومي مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجر و نه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ زک

## نیولیک

دویمه برخه

د زبایي سیزه

- ۱ لومړی: کربنیز فنکشنونه
- ۱ ۲ . ۱ . ۱ کربنیز مساواتو ته پیل
- ۶ ۲ . ۱ . ۲ - د محور د تقاطع ټکي
- ۹ ۲ . ۱ . ۳ - جگینه یا میلان
- ۱۳ ۲ . ۱ . ۴ - د فنکشنونو د گراف رسمول
- ۱۵ ۲ . ۱ . ۵ تمرینونه
- ۱۶ ۲ . ۱ . ۶ - کلیمي او د انځورولو...
- ۷۵ 2.2 کربنیز فنکشنونه د ورکړشوو شرایطو سره
- ۷۵ ۲ . ۲ . ۱ - لومړی حالت
- ۷۷ ۲ . ۲ . ۲ دویم حالت
- ۸۱ ۲ . ۲ . ۳ - تمرینونه
- ۲ . ۲ . ۴ - تمرینونه
- ۱۶۱ 2.3 د دوه کربنو پروتخایونه یو بل ته
- ۱۶۱ ۲ . ۳ . ۱ - د دوه کربنو غوڅټکي

- ۱۶۵ ۲ . ۳ . ۲ - یو بل سره عمود یا ولاړ ځغلیدونکي کرښي
- ۱۹۷ 2,4 د کرښيز مساواو په مرسته دیرابلمونو یا مسألو حل
- ۱۹۷ ۲ . ۴ . ۱ - ورځني ستونځويي یا د ستونځو حل
- ۲۶۰ ۲ . ۴ . ۲ د کرښيز مساواتو ټولگه
- ۲۸۲ ۶ . ۲ - مربع توابع
- ۴۰۱ ۲ . ۷ - د مربع فنکشنونو یا توابعو....
- ۴۳۵ ۲ . ۸ - د پارابول او کرښي غوڅتکي
- ۴۵۳ ۲ . ۹ - د پارابول او پارابول غوڅتکي
- ۴۵۶ ۲ . ۱۰ - د ورکړشوو شرایطو سره د .....
- ۵۵۱ ۲ . ۱۲ اقتصادي توابع(نرخشميرنه)
- ۵۵۸ ۲ . ۱۴ توانتوابع
- ۵۹۱ ۲ . ۱۳ د ټول راشنل - یا نسبي توابعو...
- ۵۹۵ پولینوموېش
- ۵۹۸ د هورنر شيما
- ۶۴۸ ۲ . ۱۴ د ټولراشنل - یا نسبي توابعو گراف
- ۶۸۵ ۲ . ۱۵ د ورکړشوو شرایطو له مخي د تابع مساواتو ليکل
- ۷۹۹ ۲ . ۱۶ د وکتور شميرني بنسټيزي کلمي

## الف

---

### د ژباړې سرريزه

گرانو هيوادوالو او د شميرپوهنې مينه والو!

دا څو كاله د مخه د ځنو شميرپوهنيزو كلمو په لټه كې د برينكمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چې دې ليكنې بنه خوندويونه يا متن درلود او زيات تمرينونه د حل سره، نو ما وبتيله، چې دا به پښتو ته اړوم. دا يوه ډېره بنه ليكنه ده، چې زده كوونكي ښوونكي او داسې لږ د شميرپوهنې سره بلد ميندې او پلرونه ترې گټه اخستلی شي. په دې ليكنه كې هر څه خورا بنه روښانه شوي دي او په مختلفو بيلگو سمبال دي د حلونو يا اوبيونو سره، چې لوستنه يې هر د شميرپوهنې مينه وال لپاره د پيرخوينې وړ بولم.

كتاب په درې برخو كې چاپيري، چې هره برخه يې يوه خپلواکه او د يوې ځانگړې برخې خوندويونه لري. زه په دې باور لرم، چې د شميرپوهنې مينه وال دا كار داسې لږ په غور وگوري، نو زر به ورسره مينه پيدا كړي.

دا كتابونه هم د هغو ۲۵ رياضي كتابونو لړۍ ده، چې ما چاپ ته چمتو كړي دي، خو نه پوهيږم، چې څو دا نور به ترې كله چاپ شي. كه څه پاتې شو، نو هغه به د دې كتابونو سره ن ج ته پورته كړم.

گرانو لوستونكو!

دا زمور د هيواد اړتيا لپاره په پوهنيزه اړخ كې په سره تيره اوبه تويول دي. دا كتابونو، چې كوم چې چاپيري د زر دانو يا پنځه سوه څخه به نه اوړي، نو د يوه پنځوس ميليونه كمو زيات ولس لپاره زردا نې چې چاپيري، دا خو اصلاً په شمير كې نه راځي، خو دا به په خروار گڼو.

په لومړي كتاببرخه كې ځمكچپوهنه يا هندسه ورسره مل ده او په دويمه كتاببرخه كې مې وكتور شميرنه ورسره زياته كړې.

ب

---

دریمه کتاببرخه مشتق او انتیگرال ته ځانگړې شوي.

گرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانگه کې د بنوونځیو لپاره نوره هم پسي غزېدلې، چې ما هغه د گرانو لوستونکو لپاره رازباړلي.

دا احصایه یا ستاتیستیک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کېږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کېږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه گرانو لوستونکو ته نابلدي وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توگه ورکړل شوي.

گرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونيوه، نو هر ورو به ناتیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوي وي، خو دا به داسې ناتیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي گټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لگښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوبنې په حیث وړاندې وي

**مننه:**

له هر څه د مخه د دې لکچرنوټونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعنی ستر پروفیسور بریکمن څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زموږ هیوادول هم گټه اخلې.



## 1 . 2 - کربنیز- یا خطي فنکشنونو (توابع)

ننوتنه:

### 2.1.1. پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کربنیزو (لایني) توابعو (فنکشنونو) سره د گراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کربنیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبي اړیکې یا تناسب ټولګې یا اړیکې د کربنی په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50€ قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید  $4,50\text{€} \cdot 3 = 13,50\text{€}$  ورکړي. بناغلی سپین 5000 g اخلی او باید  $4,50\text{€} \cdot 5 = 22,50\text{€}$  ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: د  $K$  ارزښت د ثابت قیمت  $p$  سره د رانیونکي سټ (ډبرې)  $x$  لپاره  $K=p \cdot x$  دی.

یعني قیمت  $K$  د  $x$  په واک کې دی یا د  $x$  تابع دی. ، له دې امله د  $x$  تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو:  $K(x) = p \cdot x$  .

$K(x)$  د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کيږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد (د ډبرې یون) په  $\text{€}$  او  $x$  د 1000g خو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که د  $K(x)$  په ځای  $y$  ولیکو، نو راته څرګند مساوات  $y = 4,50 x$  ترې رامنځ ته کيږي. دا په کواورډینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

غورځنګ د ملفون ( موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي  $\text{€} 20$  ورکوی او د دقیقې د تلفون قیمت یې  $\text{€} 0,2$  دی. پوښتنې.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کې انځور کړی.

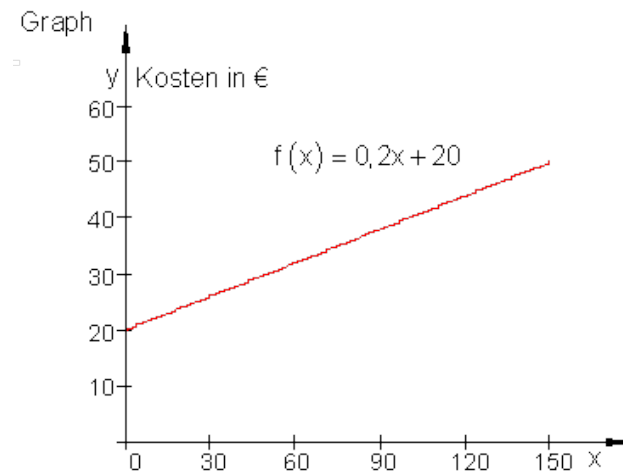
ب: په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کې یې ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یې د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونۍ یا جمعي ثابت (20 €) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چې x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

|    |    |    |    |     |                      |
|----|----|----|----|-----|----------------------|
| 0  | 30 | 60 | 90 | 120 | د خبرو دوام په دقیقو |
| 20 | 26 | 32 | 38 | 44  | قیمت په €            |

حل و ب ته: گراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته: x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده  $y = f(x)$  په € د ټولې میاشتي د ټول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده. په لاندې شمیرنه کې یوونونه (واحدونه) دقیقې او € یورو نه لیکل کیږي. داسې منځ ته څو:

|  |                                    |
|--|------------------------------------|
| 0 min: $y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$    | بنسټ پیسې باید تادیه شي            |
| 30 min: $y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ |                                    |
| 60 min: $y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ |                                    |
| .....  |                                    |
| x min: $y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$         | د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات |

بیلگي :

د فنکشن (تابع) مساواتو جوړښت لپاره بیلگي:

يو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رخ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ست لپاره د تابع مساوات داسې دي:  $f(x) = 100 \cdot x + 1000$ .

اباسين هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی:  $f(x) = 1300 \cdot x$ .

يو ټانک 4000 لیتره ډیزل لري. يو موټر هره روخ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانک منځپانگي لپاره د تابع مساوات :  $f(x) = -500 \cdot x + 4000$ .

که د تابع متناسب اړیکې برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت  $a_0$  شته ؟

تر منځ تغیر ارزښت څومره دی ( د بیلگي په توگه هره روخ، دقیقه یا وزن).

تغیر ارزښت مثبت یا منفي دی ( مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کربنیز مساوات په لاندې بڼه پیژنو:

$$y = m \cdot x + n \quad \text{یا} \quad y = m \cdot x + b$$

دا چي کرنیز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چي د لوړو ټولگيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی وي.

تعريف :

**n**-مه درجه ټول راشنل- يا هوبنيار توابع:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad \text{د } f(x) \text{ يوه تابع}$$

سره **n**-مه درجه ټول راشنل يا ټول نسبتي يا کسري تابع بلل کيږي.

عدونه  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$  ضربيونه (خړه ووني) بلل کيږي.

دا چي دواړه اخري زياتووني يا د جمعي برخي  $a_1 x + a_0$  په کرنيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجي راشنل توابع :

يوه تابع  $f(x) = a_1 x + a_0$  د  $f(x) = a_1 x + a_0$  سره او  $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$  سره د 1-مې درجي ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د  $x$  د خورا لوی اکسپوننت يا جگ عدد (چي دلته 1 دی، ځکه چي  $x = x^1$ ) ټاکل کيږي.

دلته ضريب  $a_1$  د  $m$  او  $a_0$  د  $b$  يا  $n$  لپاره ليکل شوی.

د،، کرنيزي يا لاینيز تابع،، اړیکي په دې ودانې دي، چي د کرنيزي تابع گراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کې يوه کرښه انځوروي.

په یاد ولری: د کرنيزي تابع گراف يوه کرښه انځوروي.



بیلگه: د کرنیز تابع د تابع مساواتو لپاره بیلگي:

$$f(x) = 2x - 13 \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad f(x) = -\sqrt{3} \cdot x - \pi \quad f(x) = 5$$

$$f(x) = 3x + a_0 \quad f(x) = a_1x$$

. تمرین ۱ :

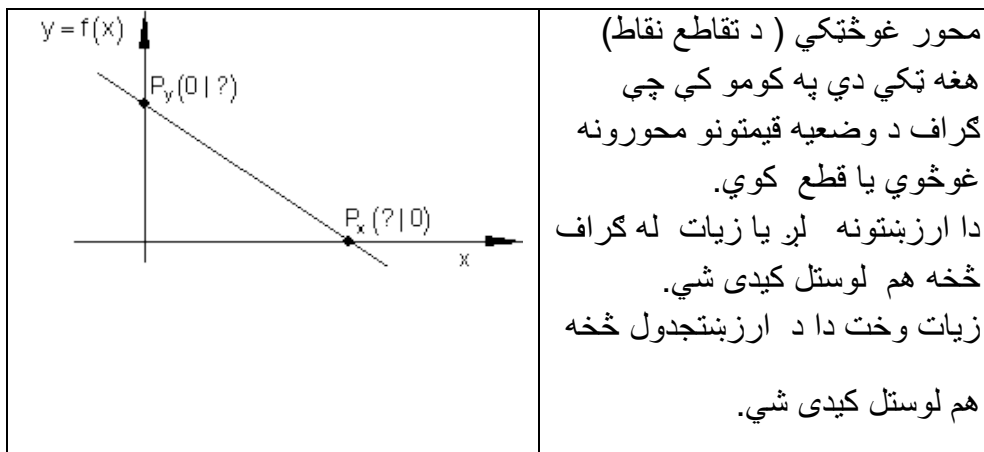
د  $D$  ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکي او د گراف رسم یې وکاري.

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \quad \text{تعریف سټ} \quad D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$$

د تعریفست  $D$  لپاره د ارزښت سټ  $W$  وټاکي.

گراف په کومو ټکو کې د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

### 2.1.2. د محور د تقاطع ټکي (غوڅټکي)



اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د گراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

$P_y$  د  $y$  محور سره د تقاطع- يا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو د  $x$  ټول ارزښتونه چي د  $y$  په محور پراته دي ارزښت  $x = 0$  لري.

د لاینیزو (کرنیزو) توابعو عمومي مساوات:  $f(x) = a_1x + a_0$

شرایط:  $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 | a_0)$

د  $y$  محور سره د تقاطع ټکی د  $a_0$  له خوا - يا سره ټاکلی.

بیلگه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چي:  $P_y$  کواوردینات  $(0, -3)$  لري. د دې لپاره لیکو:  $P_y(0, -3)$

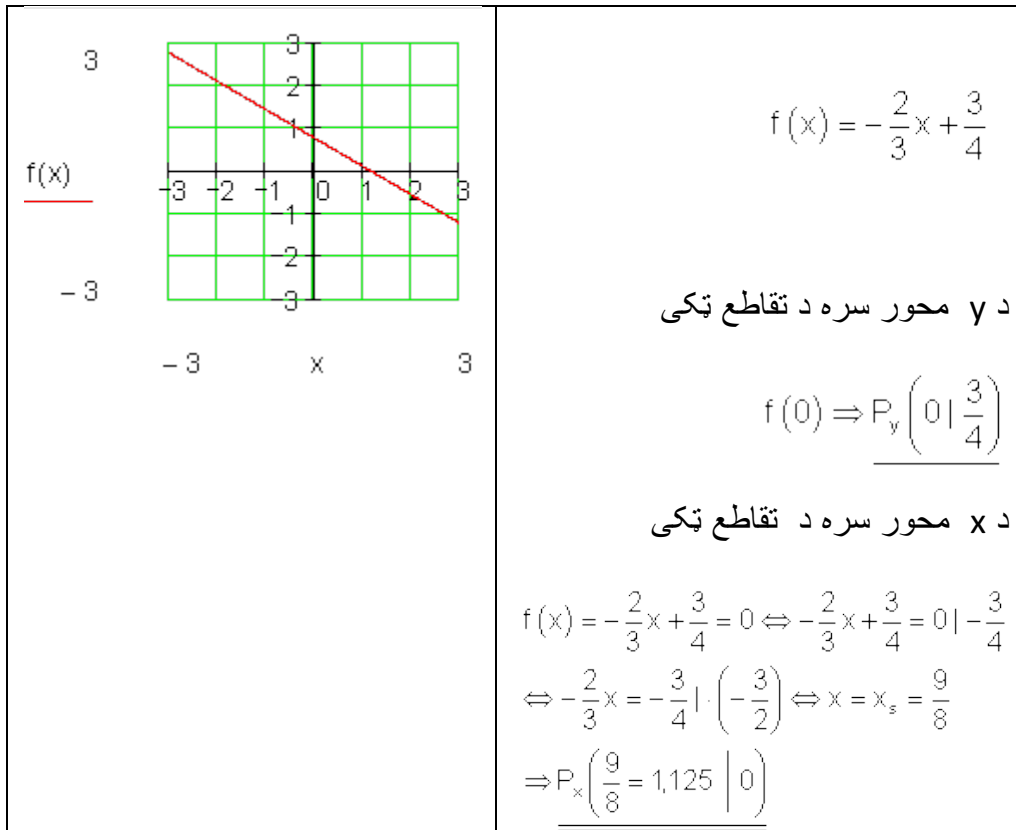
په یاد ولری: د  $y$  محور سره د تقاطع ټکی د  $f(x) = a_1x + a_0$  بني د ټولو کرنیزو توابعو لپاره کیدی شي مستقیماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي:  $P_y(0, a_0)$

د  $P_x$  د  $x$  محور يا پراه محور سره غوڅتکي يا د تقاطع ټکی (Abszisse) :  
د ټولو ټکو د  $y$  ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي د  $x$  په محور پراته دي، ارزښت  $0$  لري.

حل: د  $P_x(x | 0) \Rightarrow f(x) = 0$  له امله لرو:

بیلگه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکي او گراف يې رسم کړي.


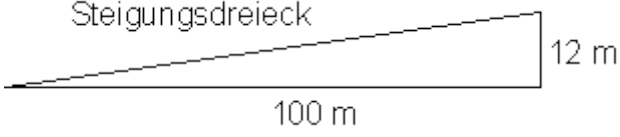
د  $x$  محور سره د تقاطع ټکي د  $x$  کواوردینات (پروت سیستم) هم صفرخای بلل کيږي.خکه چې د دې  $-x$  ارزښت لپاره (په دې خای کې  $x$ ) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرین ۲ :

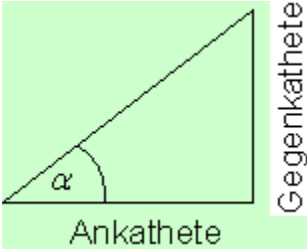
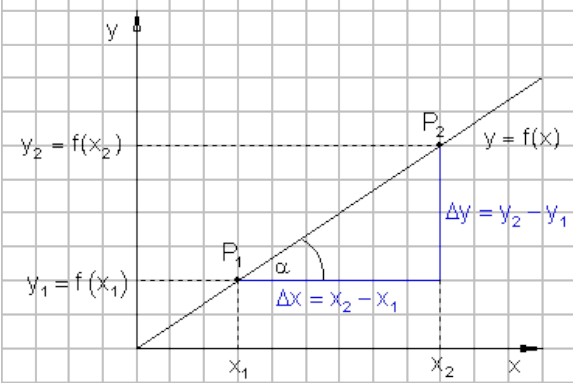
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیری او د  $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$  لپاره گراف و کارۍ. او په  $f(x)$  کې د اینوولو سره صفرخایونه و ازمایی.

### 2.1.3. جگیدنه ( جگوالی ) یا میلاند :

زیات گادي یا موټر کری شي فقط کم جگوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاخیزې پټلی یا د پرو ( د وسپنی پرو ) ( د جگیدن کوتي لپاره ) کینول کیري یا نسیري یا غزیري، دا هم د مایلو و اتونو لپاره.:

|  |  |
|--|--|
|  | <p>د سرکخته باندي، ، 12% جگوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت ( افقي ) واتن په 12 m متره جگیري.</p> <p>په لاندې کې Steigungsdreieck = د جگیدني درېگودی یا- مثلث</p>  |
|--|--|

د جگوالی توپیر او افقی کرښي تر منځ تناسب جگوالی یا میلان بلل کیري. په انځور شوی حالت کې دی:  $12\text{ m} : 100\text{ m} = 0,12 \hat{=} 12\%$

|   |   |
|---|---|
| <p>لاندي الماني په پښتو:</p> <p>ولار: مخامخ اړخ، پروت: په پروت اړخ</p>   | <p>پېژند(تعريف):</p> <p>جگوالی = <math>m</math> = مخامخ اړخ پر گاونډي اړخ</p> <p>= تانجنت <math>\alpha</math></p> <p>جگوالی = <math>m = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = \tan \alpha</math></p> <p>کونج <math>\alpha</math> د جگوالي کونج هم بلل کيږي.</p> |
| <p>په څنگ کې تشکیل گراف کې يوه سرچينه يزه کرښه جوړه ده، چې له <math>P_1</math> او <math>P_2</math> څخه تيرېږي.</p> <p>د کرښې جگوالی دی د <math>P_1</math> او <math>P_2</math> د کواردیناتو په مرسته پيدا شوی.</p> <p>د گاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو <math>P_1</math> او <math>P_2</math> د کواردیناتو د کمښت (تفریق) له لارې کره شوی.</p> <p>د کمښت یا توپير لپاره لیکو:</p> $\Delta x = x_2 - x_1$ <p>همداسې</p> $\Delta y = y_2 - y_1$ |    |



قضیه:

د جگیدني مثلث څخه د کرنيزي جگوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جگوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

په یوه کواوردیناتسیستم کې د کرنيزي جگوالی د یوه په خوښه فایمزالزویه مثلث (ولارگوډیز درېگوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمې یا قطر Hypotenuse یې د تابع د گراف برخه ده.

گومان مو نږدې دی، چې د  $a_1$  ضریب د کرنيزي مساواتو  $f(x) = a_1x + a_0$  د جگوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وینوول شي.

غوښتنه:

جگوالی  $m$  د کرنيزمساواتو ضریب  $a_1$  په گوته کوي..

$$f(x) = a_1x + a_0$$

ښوونه:

$$\begin{aligned} f(x_2) &= a_1x_2 + a_0 & f(x_1) &= a_1x_1 + a_0 \\ m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow m = \underline{\underline{a_1}} \end{aligned}$$

## ۱۲ کرښيز يا خطي توابع

جمله :

د يوه کرښيز تابع  $f(x) = a_1x + a_0$  د گراف جگوالی چې له ټکو  $P_1(x_1, y_1)$  او  $P_2(x_2, y_2)$  څخه تیريږي د ضريب  $a_1$  لخوا ټاکل کيږي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{په لنډه بڼه} \quad a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan \alpha$$

که د يوې کرښې دوه ټکي د کووارډيناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

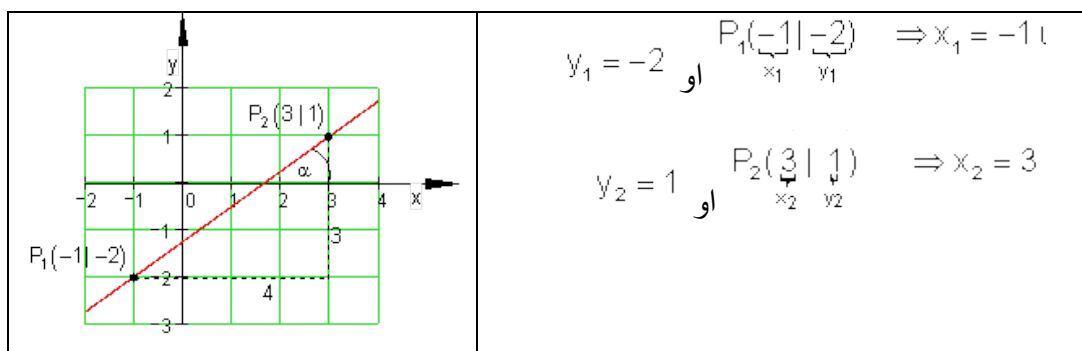
اول . کرښې رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مخ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښې جگوالی د د جگوالي مثلث په مرسته وشميری

بيلگه :

$$P_2(3|1) \text{ او } P_1(-1|-2)$$

دې د يوې کرښې ټکي وي، چې جگوالی يې ټاکل کيږي



### کرنیز یا خطي توابع

۱۳

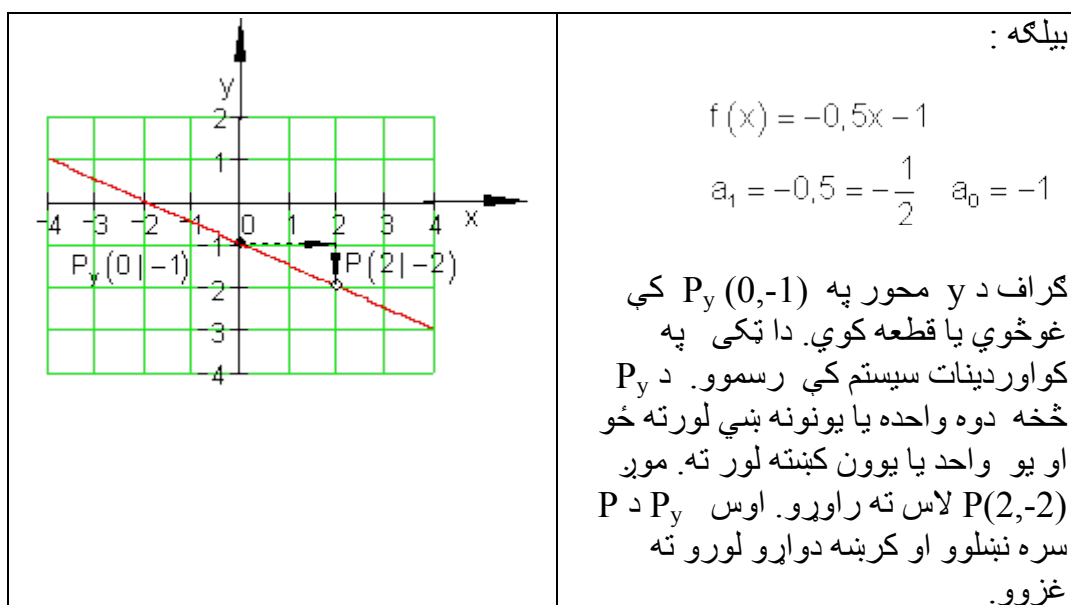
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = \text{tg}(\alpha)$$

$$\alpha = \text{arctg}\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جشميري په مرسته لرو:  $\Rightarrow \alpha \approx 36,87^\circ$

#### 2.1.4. د فنکشنونو (توابعو) د گراف رسمول

د کرنيزي تابع گراف تل کرينه ده. د يوې کرنيزي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د  $y$  محور سره غوڅټکي يا د تقاطع ټکي  $P_y$  هم پيژنو. دويم ټکي د جگوال له لاري لاس ته راوړي شو (د جگوالي مثلث).

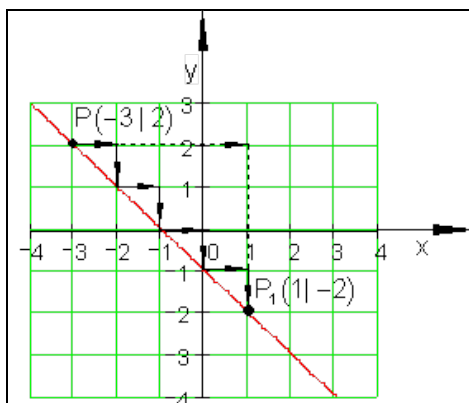


که غوارو د کرنی له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جگوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

په یاد ولری: د مخرج واحدونه بڼي لور ته، د صورت واحدونه د مخنځبڼي په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جگوالي ضریب  $a_1$  یو ټول (تام) عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر عدد کیدی شي په کسر بدل شي.



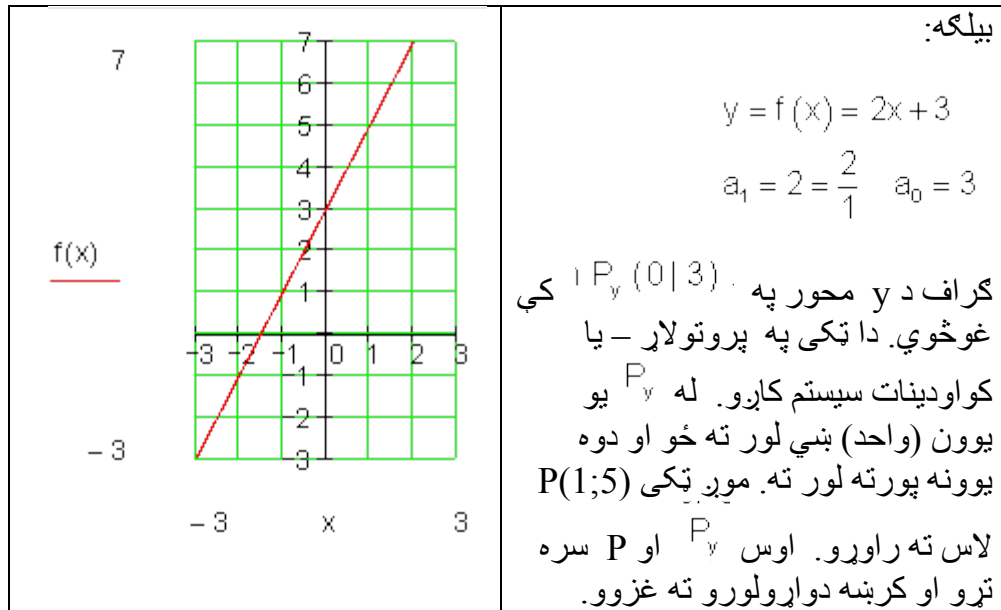
بیلگه:

ټکی  $P(-3, 2)$  په کرښه پروت دی، چې جگوالی یې  $a_1 = -1$  دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لار شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لري پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.

له  $P$  څخه هر ځل څلور پله یا قدمونه بڼي لور ته ځو او یو پل کښته لور ته او ټکي  $P_1$  لاس ته راوړو. څلور پله بڼي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتیجې ته بیایي.



### 2.1.5. تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیری او کرنی رسم کری.

د لاندې کرنو گرافونه د امکان تر حده بی له جدول څخه رسم کری.

د دې لپاره د  $y$  محور او د جگوالي مثلث څخه کار واخلی. او  $x$  محور سره د تقاطع ټکی وشمیری او د گرافونو له مخي یې و آزمایی.

اول -  $f(x) = 2x - 5$  دویم -  $f(x) = -x + 3$  دریم -  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$



$$\begin{aligned}
 & \text{خلورم - } f(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \quad \text{پنجم - } f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \quad \text{شپږم - } f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \\
 & \text{اوم - } f(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad \text{تم - } f(x) = -\frac{3}{4}x - 1 \\
 & \text{نهم - } f(x) = -3x + \frac{5}{10} \quad \text{لسم - } f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}
 \end{aligned}$$

### 2.1.6. کليمي او د انځورولو ډولونه يې

د  $f(x)$  تابع گراف ليدشکل  $K_f$  هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم الزاويه کواوردينيات کي هر ټکي  $P$  يو  $x$  او  $y$  کواوردينيات ( $P(x|y)$  لري).

د  $x$  کواوردينيات د  $f(x)$  تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د  $y$  کواوردينيات د  $f(x)$  تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود  $y = f(x)$  استعمالول کيږي.

د کرنيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

$y = f(x) = mx + b$  د کرنيزي مساوات بلل کيږي او فقط د  $f(x) = a_1x + a_0$  لپاره بل ليکنود دی، کوم سره چې  $b = a_0$   $\wedge$   $m = a_1$  باور لري.

يو کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدی شي:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

بيلگه:  $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بيلگه:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شميرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه يا پيژندل شوي بڼه راوړو:

$$f(x) = a_1x + a_0 \text{ يا } y = f(x) = mx + b$$

تمرینونه ۳:

د  $K_f$  د کرښيزې تابع ليدعکس دی د  $f(x) = 1,5x - 2; x \in \mathbb{R}$  سره .

د يوې  $f$  تابع د کرښيز ليدخيره  $K_f$  د تابع گراف هم بللکيري.  
الف – ايا ټکی  $P(2,5 | 1,75)$  د  $K_f$  په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي  $A(x_A | 4)$  او  $B(-2 | y_B)$  په  $K_f$  پراته دي.  $x_A$  او  $x_B$  وټاکي.

پ - د  $f(x)$  صفرخای وشمیری.

ت - د کوم  $x$  - ارزښت لپاره  $f(x) > 0$  باور لري؟

ټ - د  $f(x)$  ارزښتورشو یا ساحه وټاکي، که  $D = R_+^x$  و ټاکل شي.

ث - گراف  $g$  د  $K_f$  راکښني له لاري، چې د  $y$  په لور منځ ته راځي او له ټکي  $N(4 | 0)$ .

تیرېزي.

بیلگه:

د ،، پومس (سره شوي الوگان)،، گړندی رستورانټ د پومس لپاره هره ورځ  $19 \text{ kg}$  تازه غوري په کار لري. تر اوسه په زخیره خای کې  $250 \text{ kg}$  شتون لري.

الف - د تابع مساوات وکارې او په یوه مناسب کواور دیناتسیست (پروتولار سیستم) کې یې گراف رسم کړی.

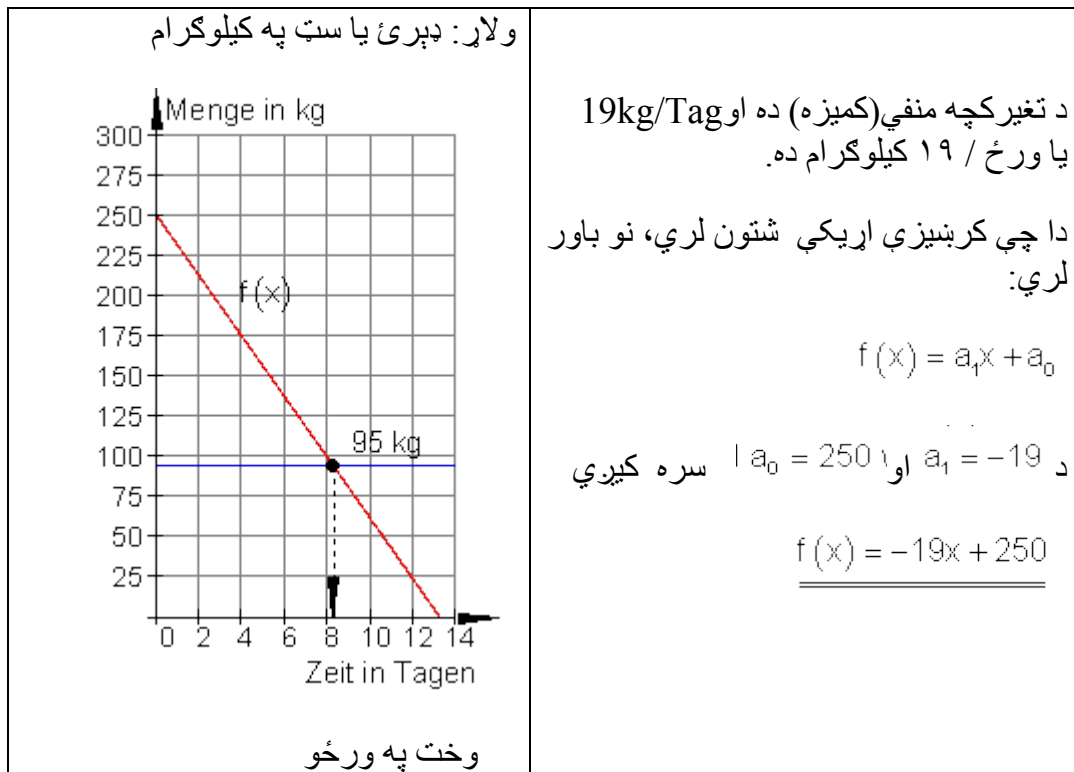
ب - په زخیره خای کې د  $95 \text{ kg}$  پاتي غوريو وروسته باید د رستورانټ مشر د نورو پوښتنه وکړي (فرمایش ورکړي). له څو ورځو وروسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ - دا غوري څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟  
الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله  $x$  د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو.

بلواکه متحوله یا تابع متحوله  $f(x)$  د پاتي سټ (ډبرې) په کیلوگرام غوريو لپاره ده.

پیل ارزښت  $250 \text{ kg}$  دی.



ب ته حل – د  $95\text{ kg}$  فرمایش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \quad | +250$$

$$\Leftrightarrow 19x = 155 \quad | : 19$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8,156$$

فرمایش باید د  $8$  ورځو په شاوخوا کې صورت ونیسي.

پ ته حل – د  $y$ -محور سره د گراف د تقاطع یا غوڅتکی دې وټاکل شي:

$$\begin{aligned}
 f(x) = 0 &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot (-1) \\
 &\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250 \\
 &\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19 \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13,158
 \end{aligned}$$

غوري لا نږدي تر 13 ورځو رسيري.

### 2.1.7 د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د  $D$  ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکي او د گراف رسم يې وکاري.

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \quad \text{تعريف سټ } D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$$

د تعريفست  $D$  لپاره د ارزښت سټ  $W$  وټاکي.

گراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{3}{4}x - 3 \quad D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}} \\
 f(-1) &= \frac{3}{4} \cdot (-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3,75 \\
 f(0) &= \frac{3}{4} \cdot 0 - 3 = -3 \\
 f(1) &= \frac{3}{4} \cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2,25
 \end{aligned}$$

$$f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 - 3 = \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5$$

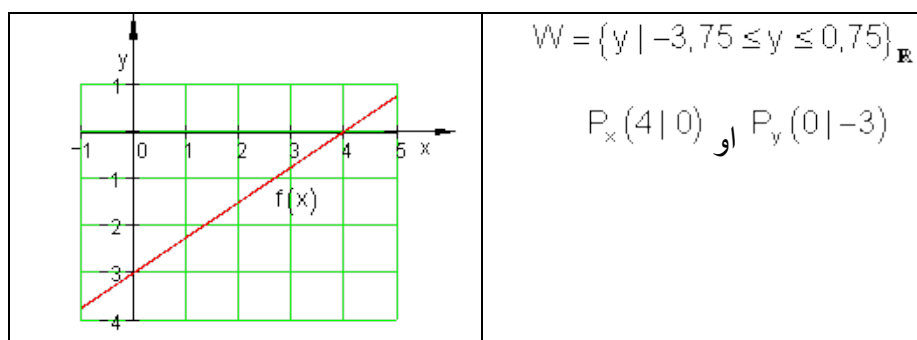
$$f(3) = \frac{3}{4} \cdot 3 - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

$$f(4) = \frac{3}{4} \cdot 4 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$f(5) = \frac{3}{4} \cdot 5 - 3 = \frac{15}{4} - 3 = \frac{15}{4} - \frac{12}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

جدول او گراف:

|      |       |    |       |      |       |   |      |
|------|-------|----|-------|------|-------|---|------|
| x    | -1    | 0  | 1     | 2    | 3     | 4 | 5    |
| f(x) | -3,75 | -3 | -2,75 | -1,5 | -0,75 | 0 | 0,75 |

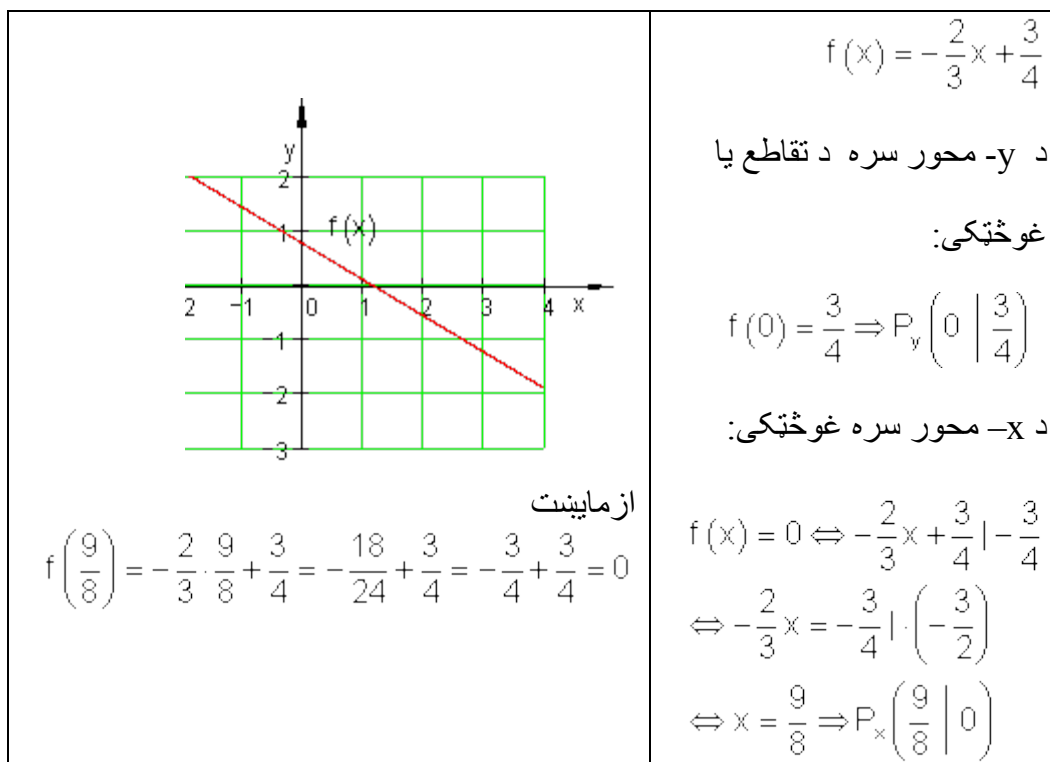


## تمرین ۲ -

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیری او د  $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$  لپاره گراف و کاری.

او په  $f(x)$  کې د اینهوولو سره صفرخایونه و ازمایی.

حل :



تمرین ۳ : حل.

تمرینونه ۳:

د  $K_f$  کرنبیز تابع لیدعکس دی د  $f(x) = 1,5x - 2; x \in \mathbb{R}$  سره .

د یوې  $f$  تابع د کرنبیز لیدځیره  $K_f$  د تابع گراف هم بللکیري.

الف - ایا ټکی  $P(2,5 \mid 1,75)$  د  $K_f$  په کرنبه پروت دی؟

ب - ټکي  $A(x_A | 4)$  او  $B(-2 | y_B)$  په  $K_f$  پراته دي.  $x_B$  او  $x_A$  وټاکي.

پ - د  $f(x)$  صفرخای وشمېری.

ت - د کوم  $x$  - ارزښت لپاره  $f(x) > 0$  باور لري؟

ټ - د  $f(x)$  ارزښتور شو یا ساحه وټاکي، که  $D = R_+^x$  و ټاکل شي.

ث - گراف  $g$  د  $K_f$  راکښني له لاري، چې د  $y$  - په لور منځ ته راځي او له ټکي  $N(4 | 0)$ .

تیرپري.

$$f(x) = 1,5x - 2 \text{ - الف ته حل -}$$

ازماښت:

$$P(2,5; 1,75): f(2,5) = 1,5 \cdot 2,5 - 2 = 1,75 \Rightarrow$$

$$P \text{ په کربنه } K_f \text{ پروت دی یا } P \in K_f.$$

و ب ته حل -

$$A(x_A | 4): f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$$

$$\Rightarrow 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 | +2$$

$$\Leftrightarrow 1,5 \cdot x_A = 6 | : 1,5$$

$$\Leftrightarrow x_A = 4$$

$$B(-2 | y_B): f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$$

$$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$$

و پ ته حل -

صفرخایونه:



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 1,5x - 2 = 0 \Leftrightarrow 1,5x - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = 2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x = 4 \mid : 3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow P_x \left( \frac{4}{3} \mid 0 \right)$$

و ت ته حل -

$$f(x) = 1,5x - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - 2 > 0 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x > 2 \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x > \frac{4}{3} \text{ ist } f(x) > 0$$

و ت حل -

$$(x > 0 \text{ په دي معنا چي } \mathbb{R}_+^*) \quad f(x) = 1,5x - 2 \quad D_f = \mathbb{R}_+^*$$

$$\Rightarrow f(x) > -2 \Rightarrow W_f = \{y \mid y = f(x) > -2\}$$

و ت ته حل- د  $y$  په لور راکښنه له ټکي  $N(4;0)$  څخه غبرگي (موازي) کرنيزي  $g(x) = (3/2)x + a_0$  لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماښت:

$$N(4|0) : \Rightarrow g(4) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \cdot 4 + a_0 = 0 \Leftrightarrow 6 + a_0 = 0 \mid -6 \Leftrightarrow a_0 = -6$$

ته چې له ټکي  $N(4;0)$  تيريري، غبرگه  $g(x) = (3/2)x - 2$  و  $g(x) = (3/2)x - 6$  ځلي.

حلونه:

کربنیز توابعو تمرینونه |

نتیجی او مفصل حلونه

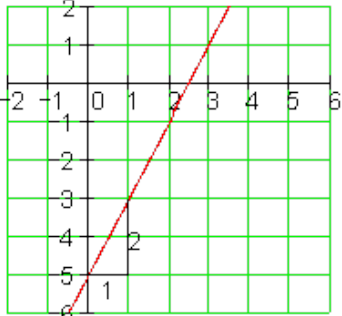
نتیجی :

|  |  |
|--|--|
| $P_y(0   -5); a_1 = \frac{2}{1}; P_x\left(\frac{5}{2}   0\right)$                            | لومری- د تابع گراف لپاره<br>مفصل حل وگوری  |
| $P_y(0   3); a_1 = -\frac{1}{1}; P_x(3   0)$   | دویم- د تابع گراف لپاره مفصل<br>حل وگوری   |
| $P_y(0   1); a_1 = \frac{1}{2}; P_x(-1   0)$   | درم- د تابع گراف لپاره مفصل<br>حل وگوری    |
| $P_y(0   -2); a_1 = -\frac{1}{2}; P_x(-4   0)$   | څلورم - د تابع گراف لپاره<br>مفصل حل وگوری |
| $P_y\left(0 \mid -\frac{1}{2}\right); a_1 = \frac{1}{3}; P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$ | پنځم - د تابع گراف لپاره<br>مفصل حل وگوری  |
| $P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right); a_1 = -\frac{1}{4}; P_x(6   0)$                         | شپږم - د تابع گراف لپاره<br>مفصل حل وگوری  |

|   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| $P_y(0   1); a_1 = \frac{2}{3}; P_x(-3   0)$  | اوم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری |
| $P_y(0   -1); a_1 = -\frac{3}{4}; P_x\left(-\frac{4}{3}   0\right)$                                 | اتم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری |
| $P_y\left(0   \frac{1}{2}\right); a_1 = -\frac{3}{1}; P_x\left(\frac{1}{6} = 0,1\bar{6}   0\right)$ | نهم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری |
| $P_y(0   -3); a_1 = \frac{5}{7}; P_x\left(\frac{21}{5} = 4,2   0\right)$                            | لسم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری |

## مفصل حلونه:

## لومړی

|   |  |
|---|--|
|  | <p>د تابع مساوات</p> $f(x) = 2x - 5 \Rightarrow P_y(0   -5)$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ <p>جگوالی</p> <p>د x محور سره د تقاطع ټکی</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{5}{2}   0\right)}}$ |
|---|--|

دویم:

د تابع مساوات

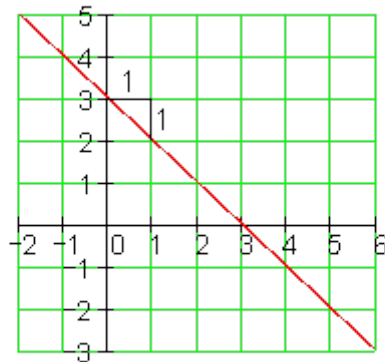
$$f(x) = -x + 3 \Rightarrow P_y(0 | 3)$$

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1} \quad \text{جگوالی:}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(3 | 0)}}$$



دریم-

د تابع مساوات

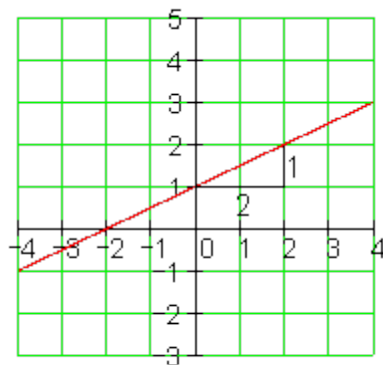
$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P_y(0 | 1)$$

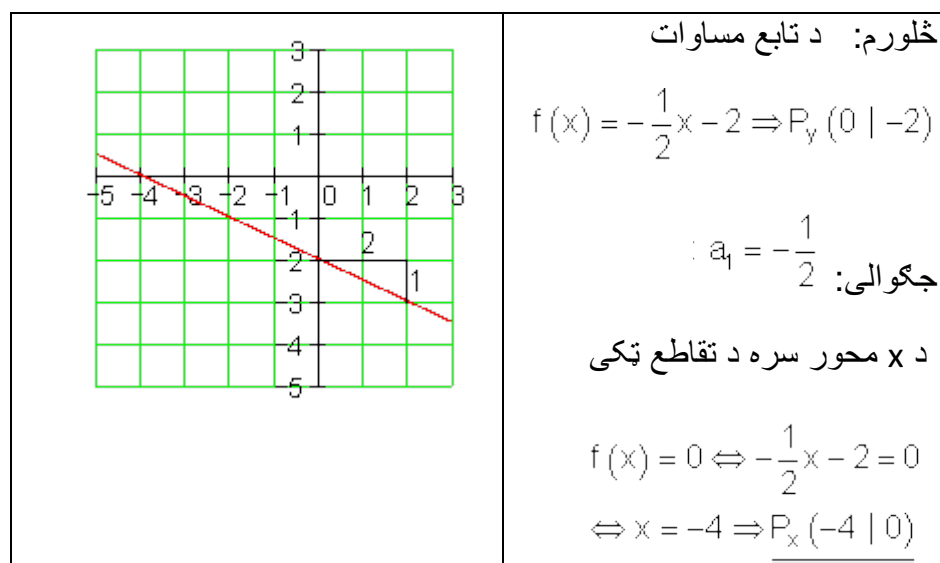
$$a_1 = \frac{1}{2} \quad \text{جگوالی:}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

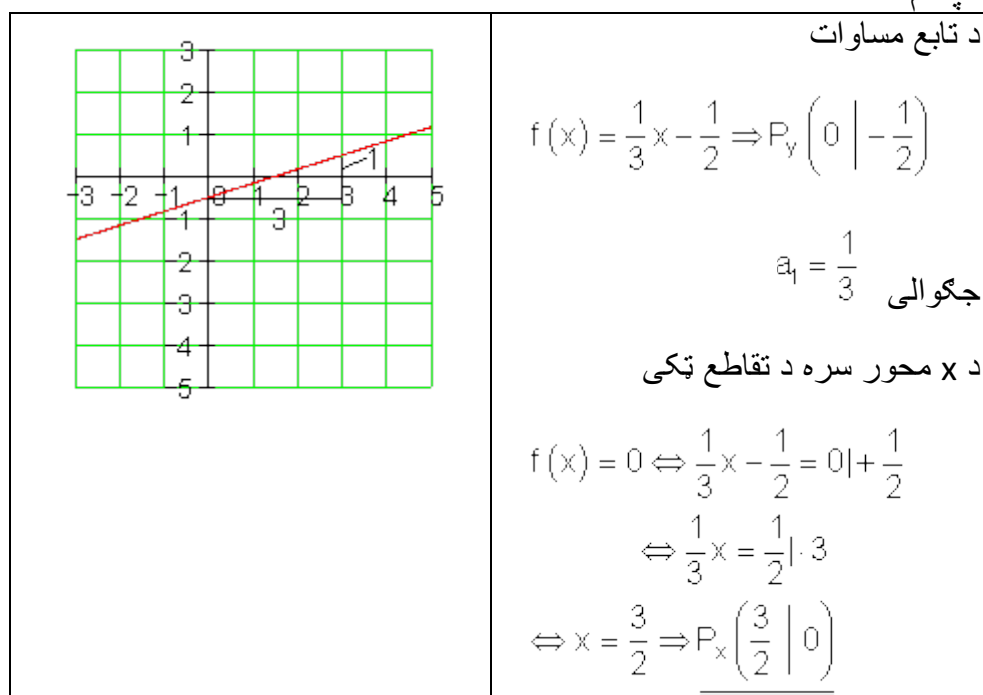
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-2 | 0)}}$$

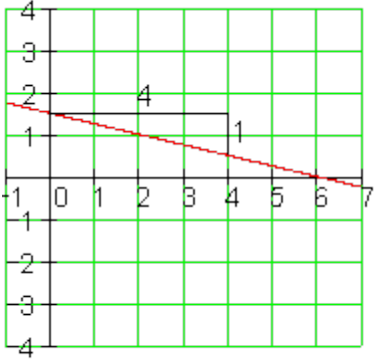




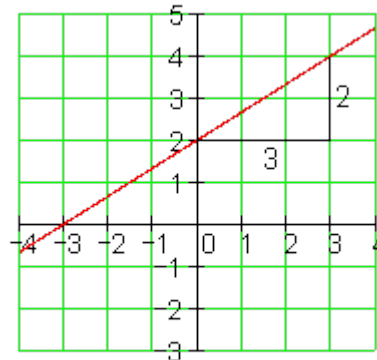
پنځم -



شپږم -

|   |   |
|---|---|
|  | <p>د تابع مساوات</p> $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{3}{2} \right)$ $a_1 = -\frac{1}{4} \text{ جگوالی}$ <p>د x محور سره د غوڅي یا تقاطع ټکی</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} = 0 \mid -\frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = -\frac{3}{2} \mid \cdot (-4)$ $\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(6 \mid 0)}}$ |
|---|---|

اوم -

|   |  |
|---|--|
|  | <p>د تابع مساوات</p> $f(x) = \frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$ $a_1 = \frac{2}{3} \text{ جگوالی}$ <p>د x محور سره د تقاطع ټکی</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = 0 \mid -2$ $\Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -2 \mid \cdot \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-3 \mid 0)}}$ |
|---|--|

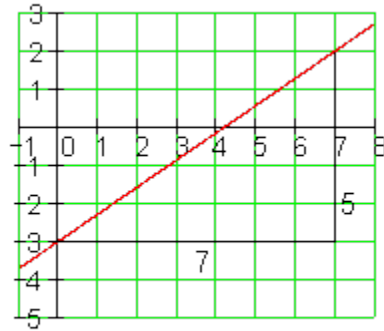
|  |   |
|--|---|
|  | <p>اتم - د تابع مساوات</p> $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$ $a_1 = -\frac{3}{4} \text{ جگوالی}$ <p>د x محور سره د تقاطع ټکی</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x - 1 = 0 \mid +1$ $\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = 1 \mid : \left(-\frac{3}{4}\right)$ $\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{4}{3} \mid 0\right)$ |
|--|---|

نهم -

|  |  |
|--|--|
|  | <p>د تابع مساوات</p> $f(x) = -3x + \frac{5}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{1}{2}\right)$ $a_1 = -3 = -\frac{3}{1} \text{ جگوالی}$ <p>د x محور سره د تقاطع ټکی</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} = 0 \mid -\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow -3x = -\frac{1}{2} \mid : (-3)$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow P_x\left(\frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \mid 0\right)$ |
|--|--|

لسم -

د تابع مساوات



$$f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4} \Rightarrow P_y(0|-3)(0|-3)$$

$$\therefore a_1 = \frac{5}{7} \text{ جگوالی}$$

د x محور سره د تقاطع تکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{7}x - 3 = 0 | +3$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{7}x = 3 | : \frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{21}{5} \Rightarrow P_x\left(\frac{21}{5} = 4,2 \mid 0\right)$$

## 2.1. پوښنتی

کرنییز مساوات I .

لومړی - د لاندې توابعو گرافونه هر یو په یوه کواورډینات سیستم کې وکاری

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + 1 \text{ پ } f(x) = 2x - 4 \text{ ب } f(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \text{ الف}$$

$$f(x) = 2,5 \text{ ت } f(x) = -0,3x \text{ ټ } f(x) = -4x + 5 \text{ د}$$

دویم - و آزمایی، چي کرښه په  $P_1$  او  $P_2$  کې سرچینه بیزه کرښه ده.

$$P_1(-1|3,5); P_2(2|-2) \text{ ب } P_1(2|4); P_2(-1,5|-3) \text{ الف}$$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره  $f(x) > 0$  باور لري؟

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} \text{ پ } f(x) = -1,5(x-2) \text{ ب } f(x) = 0,4x + 1 \text{ الف}$$



څلورم - د کرنيزي تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

|   |    |    |   |   |     |   |    |      |    |      |   |     |
|---|----|----|---|---|-----|---|----|------|----|------|---|-----|
| x | -1 | 0  | 1 | 2 |     | x | 0  | 1    | 2  | 3    | 4 | 5   |
| y | -3 | -1 | 1 | 3 | = ب | y | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 |

پنځم - کرنیزه  $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x$  تابع ورکړ شوي

الف - گراف رسم کړی او  $f(-1)$  په گوته کړی

ب = ایا  $P(\sqrt{7} | -1,54)$  یا ټکی د  $f(x)$  په گراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه  $D$  دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$$W_f = \{y \mid 1 \leq y < \infty\} \text{ او } D_f \text{ وټاکي.}$$

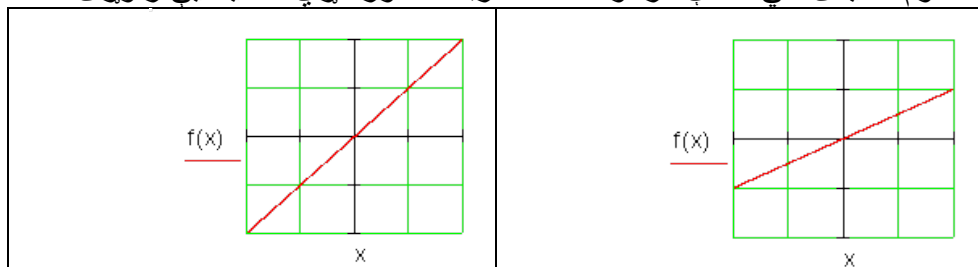
ت = د  $k$  د کوم ارزښت لپاره  $f(\sqrt{2k}) < 0,6$ ؟ دی؟

شپږم - د  $g(x) = 0,75x + 3$  او د  $h(x) = -x - 2,5$  توابع ورکړ شوي.

کرنه  $h$  دې د  $y$  په لور داسې راکښل شي (یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې  $g$  او تغیر خوړلي کرنه  $h$  د  $x$  محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.

د تغیر خوړلي کرنې لپاره د  $f(x)$  تابع ترم وټاکي یا پیدا کړی.

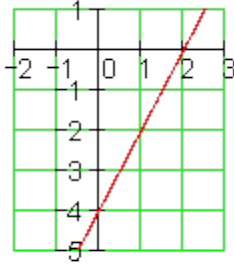
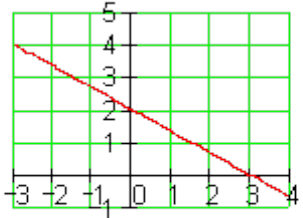
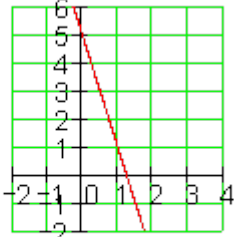
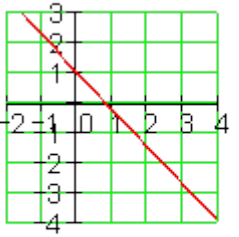
اوم - کیدی شي لاندې گرافونه همغه کرنه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

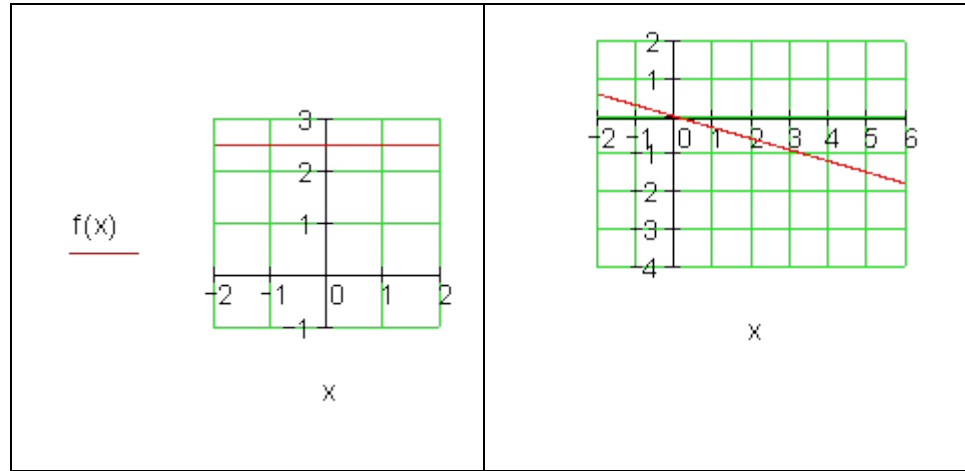


خوابونه کرنییز مساوات لومری برخه.

مفصل حلونه

لومری -

|   |   |
|---|---|
| <p>ب- <math>f(x) = 2x - 4</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>    | <p>الف- <math>f(x) = -\frac{2}{3}x + 2</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> |
| <p>ت- <math>f(x) = -4x + 5</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> | <p>پ- <math>f(x) = -\frac{5}{4}x + 1</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> |
| <p>ث- <math>f(x) = 2,5</math></p>   | <p>ج- <math>f(x) = -0,3x</math></p>   |



دویم -

الف -

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad P_1(2|4); P_2(-2,5|-3)$$

جگوالی

$$: a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 4}{-1,5 - 2} = \frac{-7}{-3,5} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(2|4): f(2) = 2 \cdot 2 + a_0 = 4 \Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x}}$$

سرچینه بیزه کرنه

ب-جگوالی

$$P_2(2|-2): f(2) = -\frac{11}{6} \cdot 2 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{11}{6}x + \frac{5}{3}$$

بی سرچینیزه کرنه

دریم:

الف –

$$f(x) = 0,4x + 1 > 0 \Rightarrow 0,4x + 1 > 0 \Rightarrow x > -2,5$$

$$f(x) = 0,4x + 1 > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > -2,5}}$$

= ب

$$f(x) = -1,5(x - 2) = -1,5x + 3 > 0$$

$$\Rightarrow -1,5x + 3 > 0 \mid -3 \Leftrightarrow -1,5x > -3 \mid : (-1,5) \Leftrightarrow x < \frac{-3}{-1,5} = 2$$

$$f(x) = -1,5(x - 2) > 0 \text{ für } \underline{\underline{x < 2}}$$

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \mid \cdot 5 \Leftrightarrow x - 7 > 0 \mid +7 \Leftrightarrow x > 7$$

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > 7}}$$

ځلورم:

الف –

$$\underline{\underline{P_y(0 \mid -2)}} \Rightarrow a_0 = -2 \quad \underline{\underline{P_x(4 \mid 0)}}$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-2)}{4 - 0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{2}x - 2}}$$

= ب

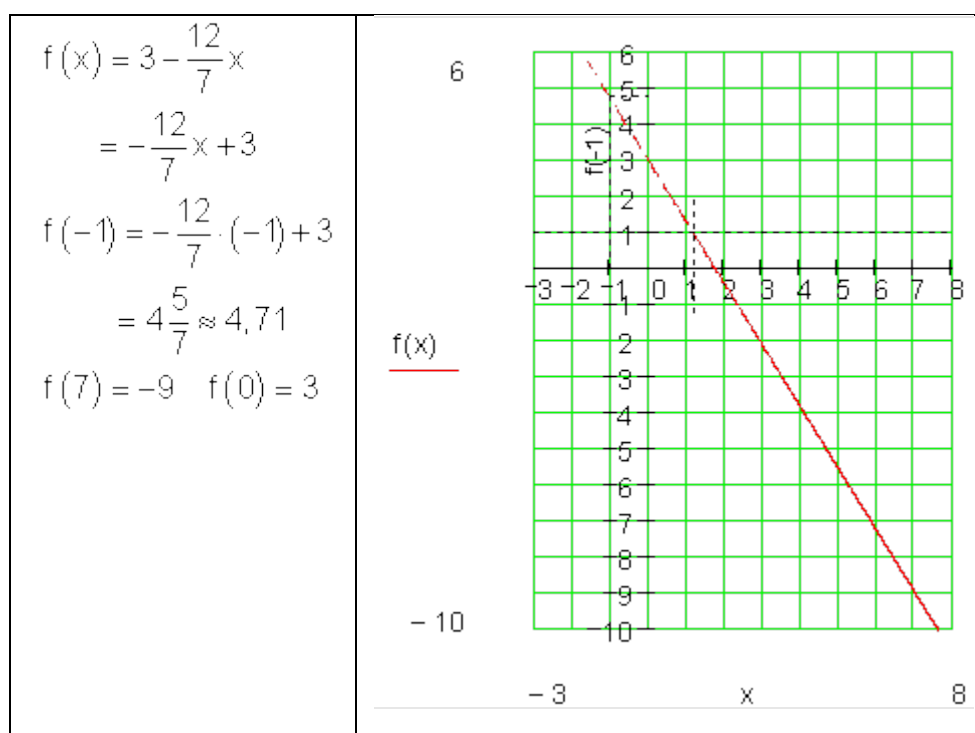
$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -3 & -1 & 1 & 3 \end{array} \Rightarrow P_y(0|-1) \Rightarrow a_0 = -1 \Rightarrow f(x) = a_1x - 1$$

$$P(1|1): f(1) = a_1 \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$$

$$f(x_s) = 0 \Rightarrow 2x_s - 1 = 0 \Rightarrow x_s = 0,5 \Rightarrow P_x(0,5|0)$$

پنجم:

الف -



$$P(\sqrt{7}|-1,54) \Rightarrow f(\sqrt{7}) = -1,53557... \approx 1,54 = \text{ب}$$

په دوه لسمیزځایونو گردیږي، بیا P په کرنه پرته ده.

= پ

$$W_f = \{y \mid 1 \leq y < \infty\} \Rightarrow f(x) \geq 1 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}x + 3 \geq 1 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{12}{7}x \geq -2 \mid \left(-\frac{7}{12}\right) \Leftrightarrow x \leq \frac{14}{12} \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) \geq 1$$

د  $x \leq \frac{7}{6}$  :  
لپاره.

$$\Rightarrow D_f = \left\{x \mid -\infty < x \leq \frac{7}{6}\right\}_{\mathbb{R}}$$

= ت

$$f(\sqrt{2k}) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} + 3 < 0,6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} < -2,4 \mid \cdot 7$$

$$\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2k} < -16,8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2k} > 1,4 \mid \text{مربع کوو}$$

$$\Leftrightarrow 2k > 1,96 \Leftrightarrow k > 0,98$$

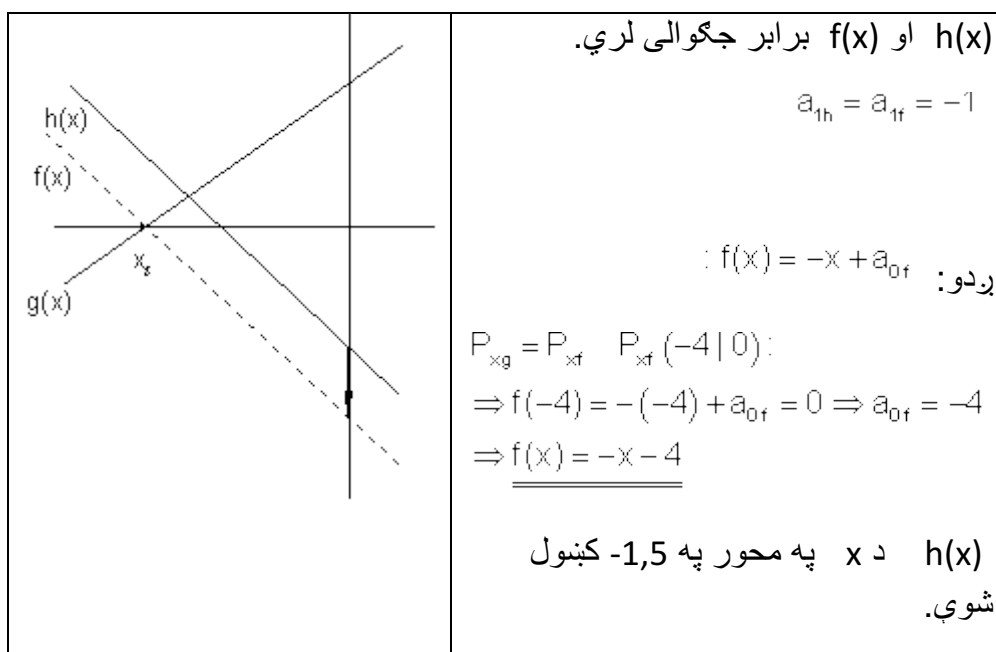
د  $k > 0,98$  لپاره  $f(\sqrt{2k}) < 0,6$  باور لري

شپږم:

د  $-x$  محور سره د  $g(x)$  غوڅتکی

$$P_{xg}(x_s \mid 0): g(x_s) = 0,75x_s + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x_s = -4$$



اوم: مفصل حل

دواړه گرافونه کړی شي همغه یا برابره کرنییزه انخوړ کړي، که کچوونی په محور مختلف وټاکل شي

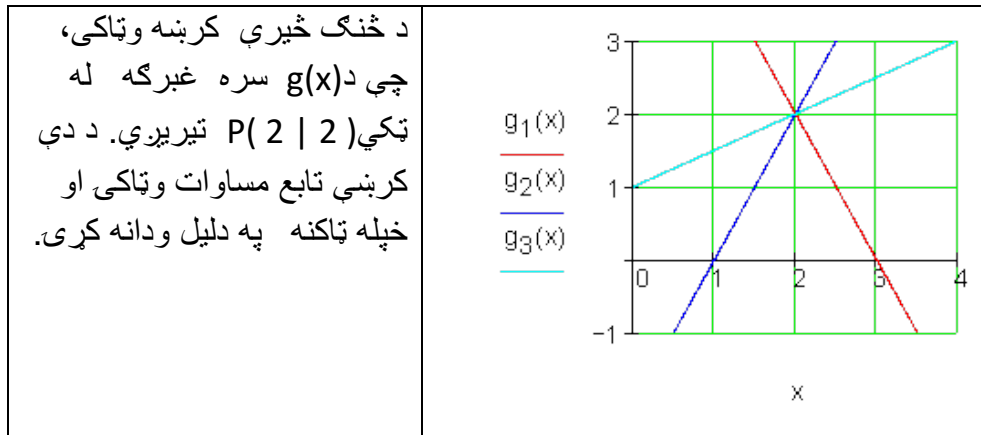
پوښتنې

کرنییز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی -

د لاندې برابرون له لارې کرنییزه  $g$  ورکړ شوي

$$g(x) = 2x + 8,2$$



دويم -

ټکي  $P(4,5; -3)$  په کرښه چې صفر (سرچينه بيزه کرښه) پروت دی.

ټکي  $P(3;f(3))$  هم په دې کرښه پروت دی.  $f(x)$  وټکي.

دريم -

ټکي  $A(1;3), B(-1;-7), C(2;-2)$  او  $D(8;7)$  د مساوات  $f(x) = 4x - 3$  سره د کرښي پورته لور ته، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم -

د کرښي  $g$  مساوات وټکي.

الف - له  $P(1|-2)$  او  $a_1 = -\frac{3}{4}$ ؛

ب - له  $P(-1|-0,5)$  او  $a_1 = 1,5$ ؛

پ - له  $P_1(2|-4)$  او  $P_2(0|-2)$ ؛

ت - له سرچيني او  $P(-3|-1)$ ؛

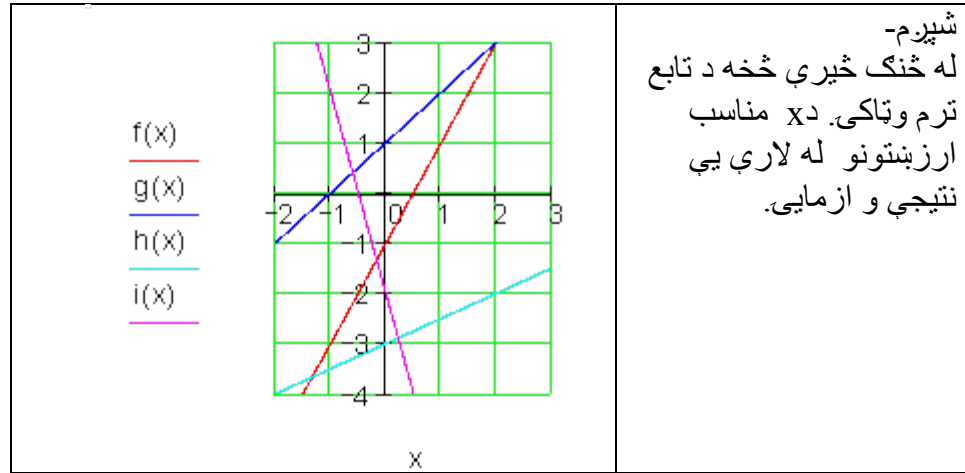
$$g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$$

ټ - له  $P(-3|3)$  او وکرښي ته غبرګ

پنځم - د يوه کرښي تابع  $f$  لپاره  $f(2) = -3$  او  $f(0) = 5$  باور لري.

د تابع ترم وټاکي او  $f(0,25)$  او  $f(\sqrt{2})$  وشميري.





حلونه

کرنبیز برابر ونونه II

مفصل حلونه

لومړۍ -

د غوښتونو کرنبو جگیدنه  $a_1 = 2 \Rightarrow g_2$  ده.

کرنبه دې له ټکي  $P(2;2)$  تیره شي.

$$g_2(x) = 2x + a_{0g2} \quad P(2|2): \quad g_2(2) = 2 \cdot 2 + a_{0g2} \Rightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = 2x - 2}}$$

دویم -

پیل کرنبه  $f(x) = a_1x$

$$A(4,5|-3): f(4,5) = a_1 \cdot 4,5 = -3 \Leftrightarrow a_1 = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x}} \quad f(3) = -\frac{2}{3} \cdot 3 = \underline{\underline{-2}}$$

دریم -

$$f(x) = 4x - 3$$

$$A(1|3): f(1) = 4 \cdot 1 - 3 = 1 \Rightarrow A(1|3)$$

د کرنی پورته لور ته پرته ده

$$B(-1|-7): f(-1) = 4 \cdot (-1) - 3 = -7 \Rightarrow B(-1|-7)$$

په کرنه پورته ده

$$C(2|-2): f(2) = 4 \cdot 2 - 3 = 5 \Rightarrow C(2|-2)$$

د کرنی کبته لور ته پرته ده

$$D(8|7): f(8) = 4 \cdot 8 - 3 = 29 \Rightarrow D(8|7)$$

د کرنی کبته لور ته پرته ده

څلورم:

الف-

$$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

$$P(1|-2): f(1) = -\frac{3}{4} \cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$$

ب-

$$a_1 = 1,5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P(-1|-0,5): f(-1) = \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$$

پ -

$$P_2(0|-2) \Rightarrow a_0 = -2 \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$$

$$P_1(2|-4): f(2) = a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}}$$

ت - کرنه أه سرچینی

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1 x$$

$$P(-3 | -1): f(-3) = a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3} x$$

$$g(x) = -\frac{1}{2} x - 5 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2} x + a_0 \quad \text{ت- و غبرگه}$$

$$P(-3 | 3): f(-3) = -\frac{1}{2} \cdot (-3) + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = \frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2} x + \frac{3}{2}}}$$

پنجم -

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$

$$f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1 x + 5$$

$$f(2) = a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$

$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}}$$

$$f(\sqrt{2}) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

شپږم -

$a_0$  کیدی شي د  $y$  محور غوڅتکي څخه ولوستل شي یا لاس ته راشي.

$a_1$  جگینه  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ده ، دا هم لوستل کیدی شي.

$$f(x) = 2x - 1; g(x) = x + 1; h(x) = 0,5x - 3; i(x) = -4x - 2$$

پوښتنې

کسرونه، ترمونه او کرنییز مساوات د ټولگي کار چمتوونې لپاره

لومړی: وشمیری:

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4} \quad \text{ب} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \quad \text{الف}$$

دویم: وشمیری

الف -  $1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right)$  ب -  $4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9}$

دریم: نوکان حل یا لری کری او ساده بی کری

الف -  $3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7$  ب -  $6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)]$

څلورم: سره ضرب بی کری او سره یوځای بی کری

الف -  $\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4)$  ب -  $(4, 2u - 2, 4v)(5u - 10v)$

پنځم: په نوکانو کی بی گیر کری.

الف -  $-5xu + 15xv - 10xz$  ب -  $\frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz$

شپږم: د بینوم فرمول په مرسته بی وشمبری

الف -  $\left(\frac{1}{3}a + b\right)^2$  ب -  $\left(\frac{6}{7}m - \frac{1}{8}n\right)^2$

پ -  $\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2$  ت -  $\left(\frac{3}{4}a - 2\right)^2$

اوم: لاندی ترمیرنه د ضرب په حیث انځور کری.

بیلهکه:  $4a^2 + 4ab + b^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2ab + b^2 = (2a + b)^2$

الف -  $u^2 + 2uw + w^2$  ب -  $4x^2 + 12xy + 9y^2$

پ -  $9 - 48n + 64n^2$  ت -  $m^2 + 2m + 1$

اتم: د لادی توابعو گراف په یوه مناسب پروتولار-یا کواردیناتسیستم کې وکارئ

$$\text{الف - } f(x) = -\frac{5}{4}x + 1 \quad \text{ب - } f(x) = -4x + 5$$

نهم: یو کرنییز تابع  $f(x)$  د  $x \in \mathbb{R}$  سره ورکړ شوی  $f(x) = 1,25x + 1,5$

الف - تابع ارزښتونه وشمیرئ:

$$: f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$$

ب - تابع په کوم ځای کې ارزښت 5- لري؟

پ - د کوم ارگومنټ یا پروتارزښت سره تابع ارزښت مثبت دی؟

ت - و بنایئ، چې  $f(u+2) - f(u)$  له  $u$  خپلواک دی.

لسم: د لاندې کرنییزو توابعو محور غوڅتکي وټاکئ او گراف یې په یوه پروتولارسیتم کې وکارئ.

$$\text{الف - } f(x) = -4x - 3,5 \quad \text{ب - } f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$$

یولسم: کرنییز مساوات  $f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$  ورکړ شوی دی.

الف - گراف یې وکارئ او  $f(-1)$  په نڅبنه کړئ.

ب - ایا ټکی  $P(\sqrt{7} | -1,54)$  د  $f(x)$  په گراف پروت دی؟

پ - د  $t$  د کوم ارزښت لپاره  $f(\sqrt{2t}) < 0,6$  دی؟

دولسم: د  $f(x)$  کرنو مساوات وټاکي.

الف -  $a_1 = -\frac{3}{4}$  د ټکي  $P(1|-2)$  له لارې ب-  $a_1 = 1,5$  د ټکي  $P(-1|-0,5)$  له لارې

پ - د ټکي  $P_1(2|-4)$  او  $P_2(0|-2)$  له لارې ت - د سرچینې  $P(-3|-1)$  له لارې.

دیارلسم: د کرنیز تابع  $f$  لپاره باور لري:  $f(2)=-3$  او  $f(0)=5$ .

د تابع ترم و ټاکي او وشمیرئ  $f(0,25)$  او  $f(\sqrt{2})$ .

څوارلسم: د  $f(x)$  کرنو مساوات وټاکي.

الف -  $P_1(-4|2)$  او  $P_2(2|0)$  په کرنه پراته دي

ب -  $P_1(1|-2)$  او  $P_2(-2|10)$  په کرنه پراه دي.

پ - کرنه محور په  $x=2$  او  $y=6$  کې غوڅوي.

ت - کرنه له ټکو  $P_1(-3|1)$  او  $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$  څخه تیريږي.

ټ - کرنه  $a_1 = -4,5$  جگوالی لري او له ټکي  $P(2|-3)$  تیريږي.

ث - کرنه جگوالی  $a_1 = 3$  لري او له ټکي  $P(1|1,5)$  تیريږي.

پنځلسم: د کرنیز تابع  $f(x)$  تابعترم او صفرخای وټاکي، که دا لاندې معلوم وي.:

$$f(1) = -4 \text{ او } f(-4) = 2$$

شپاړس: د کرنیز تابع  $f(x)$  تابع ترم پیدا کړي، که باور ولري:

$$\text{الف - } f(1) = 7; f(-1) = 3 \text{ ب - } f(a) = 0; f(0) = a \text{ پ - } f(a) = 1; f(2a) = -1$$

اوه لسم: د میرویس میدان وړوکتون بنوونکي او بنوونکي یا روزونکي د زړه له کومي «بریکمن ۱»، مارکي چای چيني. اوسنی زخیره 1,8 kg چای دی. په اونی کي 350 g د چي چاینکي لپاره بسيا کوي.

الف - د تابع مساوات ولیکي، کوم چي دا کرنه تشریح کوي.

ب - له کوم وخته د کافی زخیره تماميږي.

پ - د کافی پسي فرمایش باید ورکړ شي، که د زخیري کوتی پاتي فقط 400 g ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - د تابع گراف په یوه مناسب پروتولار سیستم وکاري.

اتلسم: پښتون او هیواد په یوه د بیارغوني کلینیک کي د روغپال په حیث کار کوي او برابر بنسټمعاش لري. په دې وخت باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتي په اخر کي دواړه معاشونه سره پرتله کوي. د پښتون بي مالليا معاش € 3559 دی او د هیواد € 3223 دی. پښتون په همدې میاشت کي 43 زیات ساعته کار کړی دی، هیواد برعکس فقط 27 ساعته زیات کار کړی دی.

بنسټمعاش وشمیري او د زیات کار ټولي پیسی.

نولسم: د 80 kg گني څخه کیدی شي 8,5 kg گوره جوړه شي. (د گني او گوري ترمنځ یوه کرنیزه اړیکه نیول (فرض) کيږي). یو فنکشن ترم  $f(x)$  بنیایي، چي له  $x$  کیلوگرام گني څخه څومره گوره لاس ته راځي.

الف - فنکشناترم  $f(x)$  وټاکي.

ب - وشميری:  $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ - د تابع  $f(x)$  گراف وکاري.

شلم: په يوه ملي اقتصادي مودل کې لگښت ورکړه کرنيز د لاس کې لرلي لاس ته راوړني په واک کې دی.

د يوه € 1000 لاس ته راوړني سره لگښت ورکړه € 900 دی. د يوه € 1800 لاس ته راوړني سره لگښت € 1460 دی.

الف - د لگښت (خوراک) تابع  $K$  لپاره يو تابع ترم پيدا کړي.

ب - د لگښت ورکړي جگوالی شميری که لاس ته راوړنه € 2500, € 800 همداسي € 4000 وي.

پ - د لگښت کچه د معاش هغه برخه ده، چې د لگښت لپاره کارول کيږي يا لگيږي.

معاش: لگښت = د لگښت کچه (Konsumquote = Konsum / Einkommen)

د لگښت کچه او معاش ترمنځ کومې اړيکې شتون لري؟

ت - د معاش زياتوالی  $dx$  دی. د معاش څو په سلو کې د لگښت لپاره لگيږي؟

ټ - د زخيري زور  $S$  د معاش په واکوالي کې کوم تابع يا فنکشن تشریح کوي؟ تابع  $K$  او  $S$  گرافيکي انځور کړی. د  $S$  صفرځای کوم غوره والی لري؟

يووېشتم: فيرما، بېگ بيوټي (Big Beauty)، د شونډو قلم، امور (Amore)،

توليدوي.

دا په توليد کې منځ ته راغلی لگښت  $K$  د توليد شوو دانو يا ټوټو په واک کې دی. د  $x =$

100 دانو توليد سره € 385 لگښت منځ ته راځي د  $x = 200$  دانو توليد سره € 410



لگښت منځ ته راځي. د تولید شوو دانو گڼون یا تعداد او لگښت ترمنځ یوه کرنیزه اړیکه شتون لري.

الف - د لگښت تابع وټاکي.

ب - د  $x = 140$  تولید سره د داني قیمت څومره لوي دی؟

پ - د جگ دانو تعداد تولید سره د داني قیمت کوم ارزښت ته هڅيري یا نږدي کيري؟

ت - د کوم مقدار  $x$  سره د گټي راتلنه لرو، که د یوي داني شونډو قلم € 5,20 قیمت لاس ته راوړی شو؟

ټ - په یوه پروتولار سیستم کواوردینات سیستم کي د  $K(x)$  او  $E(x)$  گراف وکارۍ.

## خوابونه

کسرونه، ترمونه او کرنیز توابع د ټولگي کار چمتووالي لپاره.

نتیجت او مفصل خوابونه:

نتیجې:

لومړۍ:

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4} = \frac{19}{56} \quad \text{ب} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} = \frac{11}{40} \quad \text{الف}$$

دویم:

$$4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9} = 3\frac{21}{22} \quad \text{ب} \quad 1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right) = -5\frac{5}{6} \quad \text{الف}$$

درېم:

$$2(5x - 3y - 2z) \quad \text{ب} \quad 3(3u + 4) \quad \text{الف}$$

ځلورم:

الف -  $21u^2 - 54uv + 24v^2$  - ب -  $-6x - 43$

پنځم: الف -  $-5x(u - 3v + 2z)$  - ب -  $\frac{1}{2}x\left(u - \frac{1}{4}v + \frac{3}{2}z\right)$

شپږم:

الف -  $\frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{3}ab + b^2$  - ب -  $\frac{36}{49}m^2 - \frac{3}{14}mn + \frac{1}{64}n^2$

پ -  $m^2 + 1\frac{1}{2}mn + \frac{9}{16}n^2$  - ت -  $\frac{9}{16}a^2 - 3a + 4$

اوم:

الف -  $(u+w)^2$  - ب -  $(2x+3y)^2$

پ -  $(3-8n)^2$  - ت -  $(m+1)^2$

اتم:

الف -  $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$  - ب -  $f(x) = -4x + 5$

نهم:

الف -

$f(0) = 1,5$      $f(-1,5) = -0,375$      $f(0,7) = 3,375$

$f(\pi) \approx 5,427$      $f\left(\frac{\pi}{2}\right) \approx 3,463$      $f(u) = 1,25u + 1,5$

ب -  $f(x) = -5$  für  $x = -5,2$

پ -  $f(x) > 0$  für  $x > -1,2$

ت - ا  $f(u+2) - f(u) = 2,5$  له  $u$  خپلواک دی.

لسم:

الف -  $P_y(0 | -3,5)$      $P_x\left(-\frac{7}{8} | 0\right)$

ب -  $P_y\left(0 | \frac{5}{4}\right)$      $P_x\left(\frac{15}{32} | 0\right)$

یولسم:

الف - گرافونه د مفصل حل لاندې وگورئ.

$$f(\sqrt{7}) = -1,53557... \approx 1,54 \quad \text{ب -}$$

په دوه لسمیزو راگرډیري، نو P په کرښه پروت دی.

پ - د  $t > 0,98$  لپاره  $f(\sqrt{2t}) < 0,6$  باور لري.

دولسم:

$$f(x) = \frac{3}{2}x + 1 \quad \text{ب -} \quad f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4} \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x \quad \text{ت -} \quad f(x) = -x - 2 \quad \text{پ -}$$

دیارلسم:

$$f(x) = -4x + 5 \quad f(0,25) = 4 \quad f(\sqrt{2}) \approx -0,657$$

څوارلسم:

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 3 \quad \text{ب -} \quad f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = -3x + 6 \quad \text{ت -} \quad f(x) = -4x + 2 \quad \text{پ -}$$

$$f(x) = 3x - 1,5 \quad \text{ث -} \quad f(x) = -4,5x + 6 \quad \text{ب -}$$

پنځلسم:

$$f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5} \quad P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right)$$

شپاړلسم:

$$f(x) = -\frac{2}{a}x + 3; a \neq 0 \quad \text{پ -} \quad f(x) = -x + a \quad \text{ب -} \quad f(x) = 2x + 5 \quad \text{الف -}$$

اووه لسم:

$$f(x) = -0,35x + 1,8 \quad \text{الف - تابع مساوات}$$

ب - له پنځه اونيو وروسته نوره کافي نه شته

پ - له څلورو اونيوو فقط نوره 400 g کافي شته دی.

ت - گراف د مفصل حل لاندې دی.

اتلسم: بنسټ معاش € 2656 دی، د زیات ساعتون یوځای € 21 .

$$f(x) = \frac{17}{160}x \quad \text{نولسم: الف -}$$

ب -

$$f(100) = 10,625 \quad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563 \quad f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

پ - گراف په مفصل حل کي میندل کیري.

شلم:

$$K(x) = 0,7x + 200 \quad \text{الف -}$$

$$P_1(800 | 760) \quad P_2(2500 | 1950) \quad P_3(4000 | 3000) \quad \text{ب -}$$

پ -

| د لکښت جگوالی  |   |
|----------------|---|
| معاش ۸۰۰ یورو  | $\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0,95 \triangleq 95\%$ |
| معاش ۲۵۰۰ یورو | $\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0,78 \triangleq 78\%$ |
| معاش ۴۰۰۰ یورو | $\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0,75 \triangleq 75\%$ |

تولیزه اویکي

$$\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x} = \text{د لکښت جگوالی}$$

ت - په ۷۰٪ د معاش زیاتیدنه د لکښت یا مصرف لپاره ورکولکیري.

$$S(x) = 0,3x - 200 \quad \text{ب -}$$

$$S(x) = 0 \Leftrightarrow x = 666,6\bar{6} \quad \text{د } S(x) \text{ صفرخایونه:}$$

د صفرخای معنا:

لومړی له € 666,67 معاش څخه کیدی شي زخیره وشي. په دې مودل کي € 666,67 د شتون مینیموم جوړوي. د موجودیت مینیموم کښته یا لاندې پور شروع کیري، ځکه چې انسانان له یو څه باید ژوند وکړي. گراف د مفصل حل لاندې میتدل کیري.

یووبشتم:

$$K(x) = 0,25x + 360 \quad \text{الف -}$$

ب - د 140 دانو تولید وروسته د داني قیمت € 2,82 دی.

پ - د جگ دانو تعداد سره د داني قیمت د € 0,25 په لور ځي.

ت - د 73 دېرئ یا ست د شونډو رنگ خرڅلاو وروسته کټه لاس ته راوړل کيږي یا کيږي.  
 ب - گراف د مفصل حل لاندې میندل کيږي.  
 ث -

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف -

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} &= \frac{1 \cdot 20}{2 \cdot 20} - \frac{1 \cdot 10}{4 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{10 \cdot 4} \\ &= \frac{20}{40} - \frac{10}{40} + \frac{5}{40} - \frac{4}{40} = \frac{20 - 10 + 5 - 4}{40} = \frac{11}{40} \end{aligned}$$

ب -

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4} = \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 8}{7 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{49}{56} - \frac{16}{56} - \frac{14}{56} = \frac{19}{56}$$

دویم:

$$1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{35}{6} = -5\frac{5}{6}$$

الف -

$$4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9} = \frac{29}{6} : \frac{11}{9} = \frac{29 \cdot 9}{6 \cdot 11} = \frac{29 \cdot 3}{2 \cdot 11} = \frac{87}{22} = 3\frac{21}{22}$$

ب -

دریم:

$$\begin{aligned}
 3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7 &= 3u + [4 - 2u + 1 + 8u] + 7 \\
 &= 3u + 4 - 2u + 1 + 8u + 7 = 3u - 2u + 8u + 4 + 1 + 7 \\
 &= 9u + 12 = \underline{\underline{3(3u + 4)}}
 \end{aligned}$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned}
 6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)] &= 6x - [9y - 2x - 4z - 2x - 3y + 8z] \\
 &= 6x - 9y + 2x + 4z + 2x + 3y - 8z = 6x + 2x + 2x - 9y + 3y + 4z - 8z \\
 &= 10x - 6y - 4z = \underline{\underline{2(5x - 3y - 2z)}}
 \end{aligned}$$

خلورم:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 2x - \frac{1}{2} \cdot 4 - 5 \cdot 2x - 5 \cdot 8 + \frac{1}{4} \cdot 12x - \frac{1}{4} \cdot 4 \\
 &= x - 2 - 10x - 40 + 3x - 1 \\
 &= x - 10x + 3x - 2 - 40 - 1 = \underline{\underline{-6x - 43}}
 \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}
 (4, 2u - 2, 4v)(5u - 10v) &= 4, 2u \cdot 5u - 4, 2u \cdot 10v - 2, 4v \cdot 5u + 2, 4v \cdot 10v \\
 &= 21u^2 - 42uv - 12uv + 24v^2 = \underline{\underline{21u^2 - 54uv + 24v^2}}
 \end{aligned}$$

ب -

پنجم:

$$-5xu + 15xv - 10xz = -5x \cdot u - 5x \cdot (-3v) - 5x \cdot 2z = \underline{\underline{-5x(u - 3v + 2z)}}$$

الف -

$$\frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz = \frac{1}{2}x \cdot u + \frac{1}{2}x \cdot \left(-\frac{1}{4}v\right) + \frac{1}{2}x \cdot \frac{3}{2}z = \frac{1}{2}x \left(u - \frac{1}{4}v + \frac{3}{2}z\right) \quad \text{ب -}$$

شیرم:

$$\left(\frac{1}{3}a + b\right)^2 = \left(\frac{1}{3}a\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{3}a \cdot b + b^2 = \frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{3}ab + b^2 \quad \text{الف -}$$

ب -

$$\left(\frac{6}{7}m - \frac{1}{8}n\right)^2 = \left(\frac{6}{7}m\right)^2 - 2 \cdot \frac{6}{7}m \cdot \frac{1}{8}n + \left(\frac{1}{8}n\right)^2 = \frac{36}{49}m^2 - \frac{3}{14}mn + \frac{1}{64}n^2$$

ب -

$$\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2 = m^2 + 2 \cdot m \cdot \frac{3}{4}n + \left(\frac{3}{4}n\right)^2 = m^2 + \frac{3}{2}mn + \frac{9}{16}n^2 = m^2 + 1\frac{1}{2}mn + \frac{9}{16}n^2$$

$$\left(\frac{3}{4}a - 2\right)^2 = \left(\frac{3}{4}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}a \cdot 2 + 2^2 = \frac{9}{16}a^2 - 3a + 4 \quad \text{ت -}$$

$$u^2 + 2uw + w^2 = u^2 + 2 \cdot u \cdot w + w^2 = (u + w)^2 \quad \text{الف - اووم:}$$

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 6x \cdot y + (3y)^2 = (2x + 3y)^2 \quad \text{ب -}$$

$$9 - 48n + 64n^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8n + (8n)^2 = (3 - 8n)^2 \quad \text{ب -}$$

$$m^2 + 2m + 1 = m^2 + 2 \cdot m \cdot 1 + 1^2 = (m + 1)^2 \quad \text{ت -}$$

اتم:

|   |  |
|---|--|
| <p><b>الف-</b></p> $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$ <p>له (0 1)</p> <p>څلور ییونه بنی لور ته<br/>پنځه واحده کبنته لور ته</p> <div style="text-align: center;"> <p><math>f(x)</math></p> <p>x</p> </div> | <p><b>ب-</b></p> $f(x) = -4x + 5 = -\frac{4}{1}x + 5$ <p>له (0 5)</p> <p>یو یوون یا واحد بنی لور ته<br/>څلور واحده کبنته لور ته</p> <div style="text-align: center;"> <p><math>f(x)</math></p> <p>x</p> </div> |
|---|--|

نهم:

الف – نتیجه په درې ځایونو راگرد شوی:  $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$

$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$

$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$

$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$

$f(u) = 1,25u + 1,5$



## کرنییز یا خطی توابع

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$

$$f(x) = -5 \text{ für } x = \underline{\underline{-5,2}}$$

ب -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$

$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$

$$\Leftrightarrow 1,25x > -1,5 \mid : 1,25$$

$$\Leftrightarrow x > -1,2$$

$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

ب -

ب -

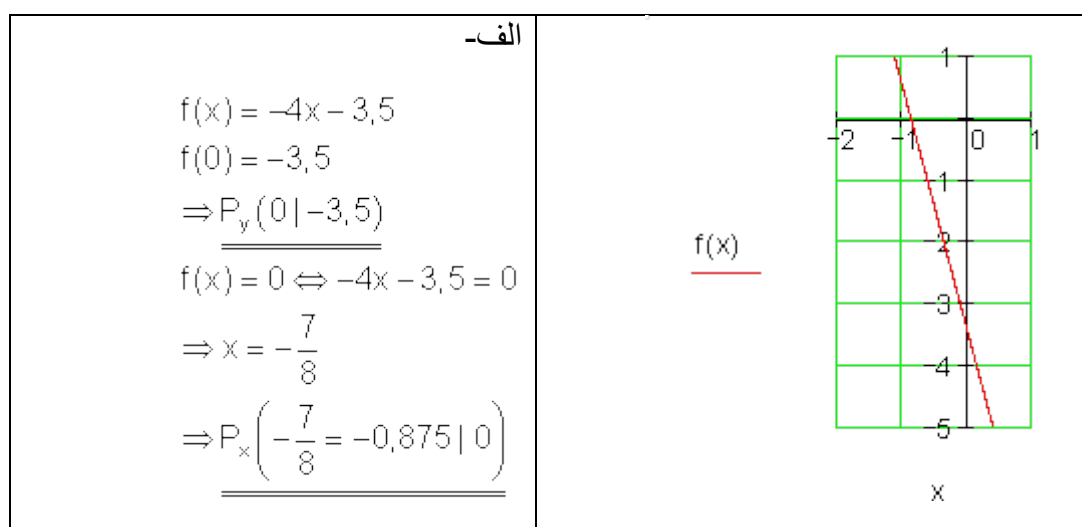
$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$

$$f(u) = 1,25u + 1,5$$

$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

د u په وان کې یا تابع دی.

لسم:

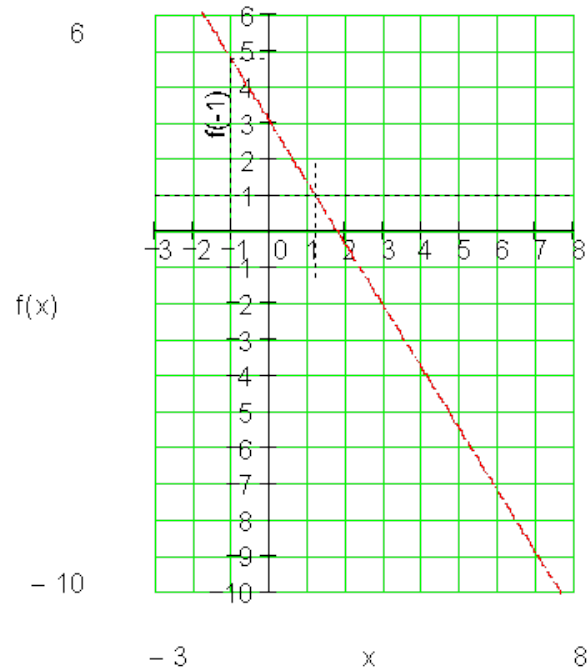


|   |  |
|---|--|
| $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$ $f(0) = \frac{5}{4} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{5}{4} = 1,25 \right)$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4} = 0$ $\Rightarrow x = \frac{15}{32} \Rightarrow P_x \left( \frac{15}{32} \approx 0,47 \mid 0 \right)$ <p style="text-align: right;">ب-</p> | <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> |
|---|--|

یولسم:

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x = -\frac{12}{7}x + 3 \quad f(-1) = -\frac{12}{7}(-1) + 3 = 4\frac{5}{7} \approx 4,71$$
$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$

الف -



ب -

$$f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$P(\sqrt{7} | -1,54): f(\sqrt{7}) = -\frac{12}{7} \cdot \sqrt{7} + 3 = -1,53557... \approx 1,54$$

په دوه لسمیزو راگردیږي، نو P په کرښه پروت دی.

پ-

$$f(\sqrt{2t}) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} + 3 < 0,6 | -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} < -2,4 | \cdot 7$$

$$\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2t} < -16,8 | : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2t} > 1,4 | \text{ مربع کونه}$$

$$\Leftrightarrow 2t > 1,96 \Leftrightarrow t > 0,98$$

$$\underline{\underline{f(\sqrt{2t}) < 0,6}} \quad \text{د } t > 0,98 \text{ لپاره باور لري}$$

دولسم:

$$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

$$P(1 | -2): f(1) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$$

ب -

$$a_1 = 1,5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P(-1 | -0,5): f(-1) = -0,5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$$

$$P_2(0|-2) \Rightarrow a_0 = -2 \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$$

$$P_1(2|-4): f(2) = -4 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}} \quad \text{پ -}$$

ت - کرنه له سرچینی

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1x$$

$$P(-3|-1): f(-3) = -1 \Leftrightarrow a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x}}$$

دیارلسم:

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$

$$f(0) = 5 \Leftrightarrow a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1x + 5$$

$$f(2) = -3 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$

$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}} \quad f(\sqrt{2}) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

خوارلسم: الف -

$$P_1(-4|2); P_2(2|0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{2 - (-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_2(2|0): f(2) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب -

$$P_1(-3|1); P_2\left(1|\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - 1}{1 - (-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$

$$P_1(-3|1): f(-3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

پ -

$$P_1(1|-2); P_2(-2|10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - (-2)}{-2 - 1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$$

$$P_1(1|-2): f(1) = -2 \Leftrightarrow -4 \cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 2}}$$

$$x = 2; y = 6 \Rightarrow P_1(2|0); P_2(0|6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$$

$$P_1(2|0): f(2) = 0 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x + 6}} \quad \text{ت -}$$

$$a_1 = -4,5 \Rightarrow f(x) = -4,5x + a_0$$

$$P(2|-3): f(2) = -3 \Leftrightarrow -4,5 \cdot 2 + a_0 = -3 \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4,5x + 6}} \quad \text{ت -}$$

$$a_1 = 3; P(1|1,5) \Rightarrow f(x) = 3x + a_0$$

$$P(1|1,5): f(1) = 1,5 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + a_0 = 1,5 \Rightarrow a_0 = -1,5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x - 1,5}} \quad \text{ث -}$$

پنجم:

$$f(-4) = 2 \Rightarrow P_1(-4|2); f(1) = -4 \Rightarrow P_2(1|-4)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{1 - (-4)} = -\frac{6}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{6}{5}x + a_0$$

$$P_2(1|-4): f(1) = -4 \Leftrightarrow -\frac{6}{5} \cdot 1 + a_0 = -4 \Rightarrow a_0 = -\frac{14}{5} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5} = 0 \cdot 5 \Leftrightarrow -6x - 14 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}} \quad \text{صفر خای:}$$

شپار لسم:

الف -

۶۱ کرښيز يا خطي توابع

$$f(1) = 7 \Rightarrow P_1(1|7); f(-1) = 3 \Rightarrow P_1(-1|3)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{3 - 7}{-1 - 1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(1|7): \Rightarrow f(1) = 7 \Leftrightarrow 2 \cdot 1 + a_0 = 7 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x + 5}}$$

$$f(a) = 0 \Rightarrow P_1(a|0); f(0) = a \Rightarrow P_2(0|a) \Rightarrow a_0 = a \Rightarrow f(x) = a_1x + a$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a - 0}{0 - a} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x + a}}$$

- ب

$$f(a) = 1 \Rightarrow P_1(a|1); f(2a) = -1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 1}{2a - a} = -\frac{2}{a} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{a}x + a_0$$

$$P_1(a|1): f(a) = 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{a} \cdot a + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{a}x + 3; a \neq 0}}$$

- پ

اووه لسم:

الف -

اووښتونې يا متحولې:  $x$  د اونۍ په معنا

$y=f(x)$  په دې معنا،  $y$  د کافي زخيره په کيلوگرام

د کرښمسوات يا برابرېون عمومي بڼه  $f(x) = a_1x + a_0$

|                                     |             |
|-------------------------------------|-------------|
| $f(0) = -0,35 \cdot 0 + 1,8 = 1,8$  | صفر اونۍ:   |
| $f(1) = -0,35 \cdot 1 + 1,8 = 1,45$ | لومړۍ اونۍ: |
| $f(2) = -0,35 \cdot 2 + 1,8 = 1,1$  | دومکه اونۍ: |
| .....                               | .....       |
| $f(x) = -0,35 \cdot x + 1,8$        | $x$ اونۍ:   |

د کافي زخيري کميدنې لپاره تابعمسوات

ب – د کافي زخیره لگښت په دې معنا دی:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \quad | -1,8 \\ &\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \quad | : (-0,35) \\ &\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143 \end{aligned}$$

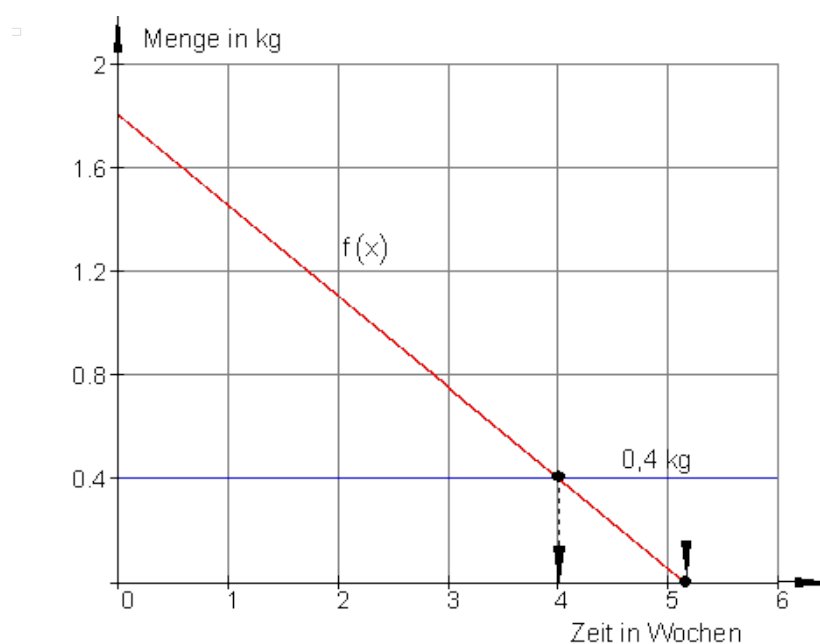
له پنځه اونيو وروسته نوره کافي پاتي نه ده.

پ – فقط 400g کافي نوره پاتي ده په دې معنا، چې:

$$\begin{aligned} f(x) = 0,4 &\Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \quad | -1,8 \\ &\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \quad | : (-0,35) \\ &\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4 \end{aligned}$$

د څلور اونيو وروسته نوره فقط 400 g کافي پاتي ده.

ت –



### ۶۳ کرښيز يا خطي توابع

اتلسم: د زياتو ساعتونو گڼون يا تعداد:  $x$  د بي ماليا ور کر شوی معاش

$f(x)$  دوه ارزښتجوړې ور کر شوي دي:  $P_1(43|3559)$  او  $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(  $a_1 =$  د زيات کار غونډ معاش  $a_0 =$  بنسټ معاش )

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$

$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \quad | -903$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$

$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی، د زيات کار ټول € 21 .

نولسم:

الف –  $x$  محور کيلوگرام گڼي  $y$  محور کيلوگرام گڼي

که  $f(x) = a_1x + a_0$  80 کيلوگرام گڼي، نو ترې لرو 8,5 کيلوگرام گوره

$$\Rightarrow P_1(80|8,5)$$

که 0 کيلوگرام گڼي، نو ترې لرو 0 کيلوگرام گوره ، نو لاس ته راځي:  $P_2(0|0)$

سرچينه بيزه کرښه او ترې لاس ته راځي:  $a_0 = 0$

$$a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$$

جگښنه يا زياتوالی:



ب -

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

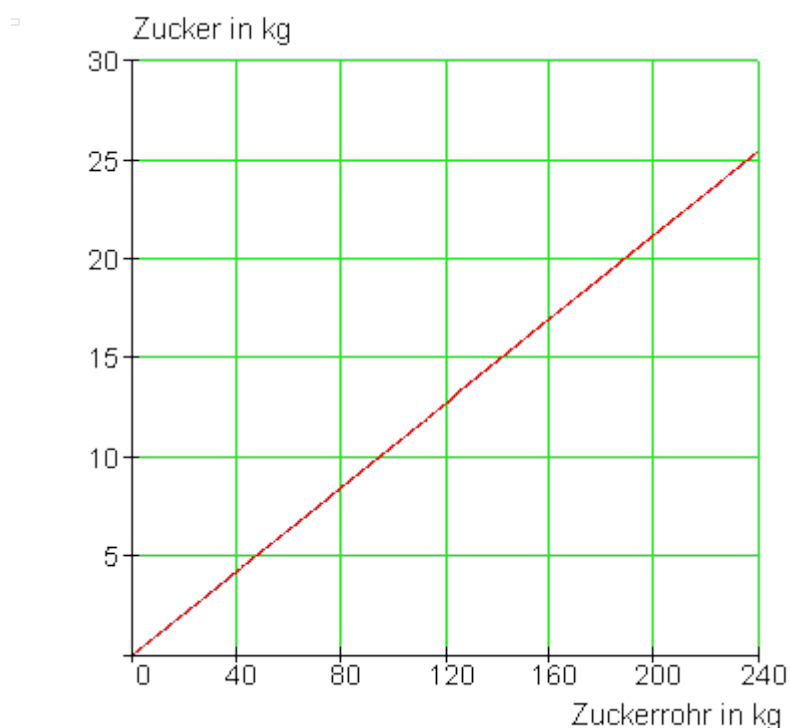
$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \mid : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

له 100kg گنیو خخه 10,625 گوره لاس ته راخي یا گنل کیری.

له 250kg گنیو نردې 26,563kg گوره گتو

د 25kg گوري لپاره نردې 235,3kg گنیو ته اړتیا شته.

پ - په گراف کی: پروت: گنی په کیلوگرام. ولار: گوره په کیلوگرام



شلم:

الف –

خپلواک اووینتوني یا متحولہ.  $x$  = معاشبلواک یا تابع متحولہ  $y=K(x)$  = لگښت تادیہ کونہ (کرنیزه اړیکي)

$$\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$$

له ورکړشوو شرلیطو لرو:

$$P_1(1000 | 900); P_2(1800 | 1460)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000 | 900): K(1000) = 900 \Leftrightarrow 0,7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

ب –

$$K(800) = 0,7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 | 760)}}$$

$$K(2500) = 0,7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 | 1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 | 3000)}}$$

پ –

$$= \frac{K(x)}{x} = \text{معاش: لگښت} = \text{د لگښت ارزښت}$$

|                 |   |
|-----------------|---|
| لاس ته راتگ ۸۰۰ | $\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$   |
| لاس ته راتگ     | $\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$ |
| لاس ته راتگ     | $\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$ |

کونزوم کووتی = دلگنبت کچه

تولیزه اریکی

$$\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$$

(د لگنبت کچه)

یادونه:

که هرڅومره معاش یا د خرڅلاو پیسی جگی شي، همغومره د 0,7 لگنبت کچه ارزښت ته نږدی کیږي، دا په دې معنا، چې لږ تر لږه د 70% په اختیار کې لرلې لاس ته راوړني د لگنبت پاره ورکول کیږي. دا پاتې زخیره کیدی شي.

ت -

|  |                   |
|--|-------------------|
| $x \Rightarrow K(x) = 0,7x + 200$                  | اینبونونه:        |
| $x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0,7(x + dx) + 200$ | زور خرڅلاو        |
| $x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$          | نوی خرڅلاو        |
|  | د خرڅلاو زیاتیدنه |

$$\Leftrightarrow 0,7(x + dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

تري لاس ته راتلنه : د 70% لاس ته راوړني زیاتوالي یا وده د لگنبت پاره ورکول کیږي. دا د  $K(x)$  جگوالی ورکوي.

ب - هر څه، چې نه لگیږي زخیره کیږي.

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$

یو وېشتم:

الف –

د لگښت تابع  $K(x) = a_1x + a_0$  ،  $P_1(100 | 385)$  ;  $P_2(200 | 410)$  :

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410 - 385}{200 - 100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100 | 385): K(100) = 385 \Leftrightarrow 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

د نرخ تابع لاس ته راځي:  $K(x) = 0,25x + 360$

ب – د 140 دانو قیمت  $K(140) = 0,25 \cdot 140 + 360 = 395$

$$\text{داني: قیمت} = \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$$

(قیمت په دانو وېشل)

د 140 دانو تولید سره د داني قیمت € 2,82 دی.

پ –

$$\text{داني: قیمت} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$$

د ډېر لوي دانو تعداد سره ترم  $360/x$  تل کوچنی کيږي، داسې چې د داني قیمت ځان تل و € 0,25 ته نږدې کوي.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$$

دا سری شمیرپوهنیز یا ماتماتيکي داسې ليکي:

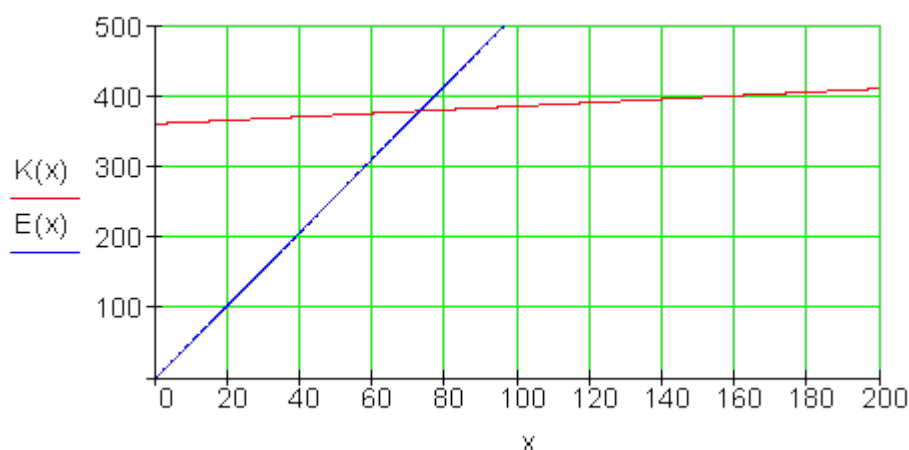
ت – د گټې ځای په ځایوالي يا برابروالي په دې معنا، چې دا خرڅلاو  $E(x)$  دومره لوي دی، لکه لگښت  $K(x)$  .

$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

مگر د 73 شونډو قلمونو خرڅ شوي مقدار کي گټه کيږي.

پ –



د کربنیز توابعو د حل ستراتیژي:

زه څنگه مخ ته ځم.....

لومړی حالت: د کربنیز جگوالی  $a_1$ ، همداسې یو ټکی  $P_1$  څرگند دي او د تابع مساوات شمیرل کيږي.

دویم حالت: دوه ټکي معلوم دي  $P_1$  او  $P_2$  د تابع مساوات شمیرل کيږي.

دریم: د یوې کربنیز د محور غوڅتکي  $P_y$  او  $P_x$  معلوم دي او د تابع مساوات دي وشمیرل شي.

څلورم حالت: د دوه کربنیزو غوڅتکي  $S$  دی، چي له هغو د تابع مساوات معلوم دی، وټاکل شي

پنجم حالت: د کرنی تابع مساوات  $g(x)$ ، چي له  $f(x)$  سره عمود یا ولاړه ده شمیرل کیري، کومه چي له ټکي  $P_1$  تیریري.

شپږم حالت: د یوه شي پوښتنی څخه دي تابع مساوات ولیکل شي.

لومړي حالت ته تلنلار:

د یوي کرنی جگوالی دی:  $a_1 = 0,75 = \frac{3}{4}$ .

$$f(x) = a_1x + a_0$$

کرنه دي له ټکي  $P_1 \left( \begin{array}{c|c} 2 & 4 \\ \hline x & y \end{array} \right)$  تیره شي.

لومړی پل: جگوالی کیردی  $y = f(x) = \frac{3}{4}x + b$

دویم پل: د  $P_1$  کواوردینات یا پروت ولاړسیستم سره  $a_0$  وټاکي.

$$P_1(2|4): y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$$

|  |  |
|--|--|
| $\frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} + a_0 = 4 \quad   -\frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{3}{2} = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$ | <p>تابع مساوات</p> $y = f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ <p>د <math>P_1(2 4)</math> لپاره</p> <p>ټکی ازماښت</p> $y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{5}{2} = 4$ |
|--|--|

دویم حالت ته تلنلار:

کرنیزه له ټکو  $P_1(-3|2)$  او  $P_2(2|4)$  تیریری.

$$f(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{2 - (-3)} = \frac{2}{5} \quad \text{لومړی پل جگوالی دې وشمیرل شیی}$$

$$y = f(x) = \frac{2}{5}x + a_0 \quad \text{دویم پل: جگوالی کیردی}$$

دویم پل: د  $P_1$  یا  $P_2$  کواوردیناتونو سره د  $a_0$  لپاره ارزښت وټاکي.

$$P_2(2|4): y = f(2) = \frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = 4$$

|  |  |
|--|--|
| $P_2(2 4): y = f(2) = \frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = 4$ $\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{4}{5} + a_0 = 4 \quad   -\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{4}{5} = \underline{\underline{\frac{16}{5}}}$ | <p>تابعساوات</p> $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$ <p>د ټکي <math>P_1(-3 2)</math> لپاره ازماښت</p> $y = f(-3) = \frac{2}{5} \cdot (-3) + \frac{16}{5} = 2$ |
|--|--|

دریم حالت ته تلنلار:

$$y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5} \quad \text{تابعساوات:}$$

لومړی پل د  $y$  محور سره غوڅتکی وټاکي

$$P_y(0 | y_s): y_s = f(0) = \frac{2}{5} \cdot 0 + \frac{16}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow \underline{\underline{P_y \left( 0 \mid \frac{16}{5} \right)}}$$

دویم پل: د  $x$  محور سره غوڅتکی وټاکي

$$P_x(x_s | 0): y = f(x_s) = \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} &= 0 & | -\frac{16}{5} & & \text{Nullstelle:} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{5}x_s &= -\frac{16}{5} & | \cdot 5 & & \underline{\underline{P_x(-8 | 0)}} \\ \Leftrightarrow 2x_s &= -16 & | : 2 & & \text{Punktprobe für } P_x(-8 | 0) \\ \Leftrightarrow x_s &= \underline{\underline{-8}} & & & y = f(-8) = \frac{2}{5} \cdot (-8) + \frac{16}{5} = 0 \end{aligned}$$

د الماني پښتو: له پورته کښته لور ته: صفرځای، د ... لپاره ټکی ازماښتلت

څلورم حالت ته تلنلار:

$$y = f(x) = -\frac{2}{3}x + 4 \quad y = g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \quad \text{تابع مساوات:}$$

دا چې غوڅتکی  $S(x_s | y_s)$  په دواړو کرښو پروت دی، باید د دواړو مساواتو د غوڅتکي کواوردیناتونه یا پروتولار قیمتونه پوره کړي.

$$y_s = -\frac{2}{3}x_s + 4 \quad (I) \quad y_s = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \quad (II)$$

دا دوه مساوات دي له متحولو یا اوښتونو  $x_s$  او  $y_s$  سره.

حل د برابراییونې بلنلار سره لاس ته راځي.



$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{3}x_s + 4 = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \mid -\frac{3}{2}x_s \\
 \Leftrightarrow & -\frac{2}{3}x_s - \frac{3}{2}x_s + 4 = -\frac{5}{2} \mid -4 \\
 \Leftrightarrow & -\frac{4}{6}x_s - \frac{9}{6}x_s = -\frac{5}{2} - \frac{8}{2} \\
 \Leftrightarrow & -\frac{13}{6}x_s = -\frac{13}{2} \mid \cdot \left( -\frac{6}{13} \right) \\
 \Leftrightarrow & x_s = \frac{13 \cdot 6}{2 \cdot 13} = 3 \mid \text{ einsetzen in (II)} \\
 \Rightarrow & y_s = \frac{3}{2} \cdot 3 - \frac{5}{2} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\
 \Rightarrow & \underline{\underline{S(3 \mid 2)}}
 \end{aligned}$$

$$y_s = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = -2 + 4 = 2 \quad \text{از مابینت:}$$

پنجم حالت ته تلنلار: تابع مساوات:  $y = f(x) = 3x - 6$  تکی:  $P_1(-3 \mid 3)$

لومری پل: د  $g(x)$  جگوالی و تاکی

$$f(x): a_{1f} = 3 = \frac{3}{1} \quad \text{د جگوالی:}$$

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1f}} = -\frac{1}{3} \quad \text{د جگوالی:}$$

$$y = g(x) = -\frac{1}{3}x + a_{0g} \quad \text{دویم پل: د } g(x) \text{ جگوالی کیردی}$$

دریم پل:  $P_1$  قیمت یا ارزبنت سره د  $a_{0g}$  لپاره ارزبنت و ټاکي.

|   |  |
|---|--|
| $P_1(-3 3): y = g(-3) = -\frac{1}{3} \cdot (-3) + a_{0g} = 3$ $-\frac{1}{3} \cdot (-3) + a_{0g} = 3$ $\Leftrightarrow 1 + a_{0g} = 3 \quad   -1$ $\Leftrightarrow a_{0g} = 3 - 1 = \underline{2}$ | <p style="text-align: right; background-color: yellow;">تابع مساوات:</p> $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ <p style="text-align: right; background-color: yellow;">د <math>P_1(-3 3)</math> لپاره ټکی از ما پښت</p> $y = g(-3) = -\frac{1}{3} \cdot (-3) + 2 = 3$ |
|---|--|

شپوم حالت ته تلنلار: دلته ټاکلي تلنلار نه شته. د داسي پوښتنو ځواب ډېر تمرین غواړي او زیرکوالی. د دې لپاره دلته منطقي یا سم اندیز فکر وړاندیونه (فرضیه) ده، چې ټیک اینوونه پیدا کړو. که لومړی دا اینوونه پیدا شوي وي، نو کیدی شي، چې پوښتنه تل یو له پورته راوړل شوو تلنلارو سره ځواب یا حل شي.

بیلگه ۱: شینخالی ډریوری بریالی ازمویني له امله له ترور څخه € 2510 بخشش اخلي. د هغې د خیال او خوب موټر € 6500 قیمت لري. دا د میاشتي € 210 زخیره کولای شي. د کوم وخت وروسته دا د موټر پیسې سره یوځای کولای شي؟ اینوونه، لکه په بیلگه ۱ کې ښوول کيږي، ده.

|   |  |
|---|--|
| $y = 2510 + 210 \cdot 1 = 2720$ $y = 2510 + 210 \cdot 2 = 2930$ $y = 2510 + 210 \cdot x$ $y = f(x) = 210x + 2510$ | <p>لومړی میاشت</p> <p>دویمه میاشت:</p> <p>x میاشت:</p> <p>له دې لاس ته راځي د تابع مساوات:</p> |
|---|--|

غوښتونې یا د پیدا کونې هغه میاشت x ده، چې په هغې کې دا € 6500 سره یوځای کړي.

$$P(x|6500): y = f(x) = 210x + 2510 = 6500$$

د مساوات  $210x + 2510 = 6500$  حل  $x=19$  ارزښت راكوي.

له 19 میاشتو وروسته دا د موټر لپاره دا پیسې سره یوځای کوي.

بیلگه ۲:

که سپورمی د میاشتی 100 دقیقې له ملفون سره تلفون وکړي، € 18 تادیه کوي یا ورکوي. که ۲۰۰ دقیقې تلفون وکړي، نو باید € 26 ورکړي. بنسټ قیمت څومره دی او یوه دقیقه څومره قیمت لري.

ایښوونه: بنسټقیمت تل باید ورکړ شي. له دې سره دې سره د وخت قیمت راځي. دا قیمت د خبرو د وخت سره متناسب دی

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| 1. Minute: $y = a_1 \cdot 1 + a_0$ | $a_1$ په دقیقه قیمت<br>$a_0$ بنسټ قیمت |
| 2. Minute: $y = a_1 \cdot 2 + a_0$ |  |
| x. Minute: $y = a_1 \cdot x + a_0$ |  |

له دې لاس ته راځي:  $y = f(x) = a_1x + a_0$

دوه ټکي، چې په دې کرښه پراته دي پیژنو

$$P_1(100|18) \quad P_2(200|26) \Rightarrow$$

له دې لاس ته دویم حالت راځي

$$\Rightarrow y = f(x) = 0,08x + 10$$

بنسټ قیمت یا نرخ € 10 دی. د خبرو نرخ په دقیقه € 0,08 دی.

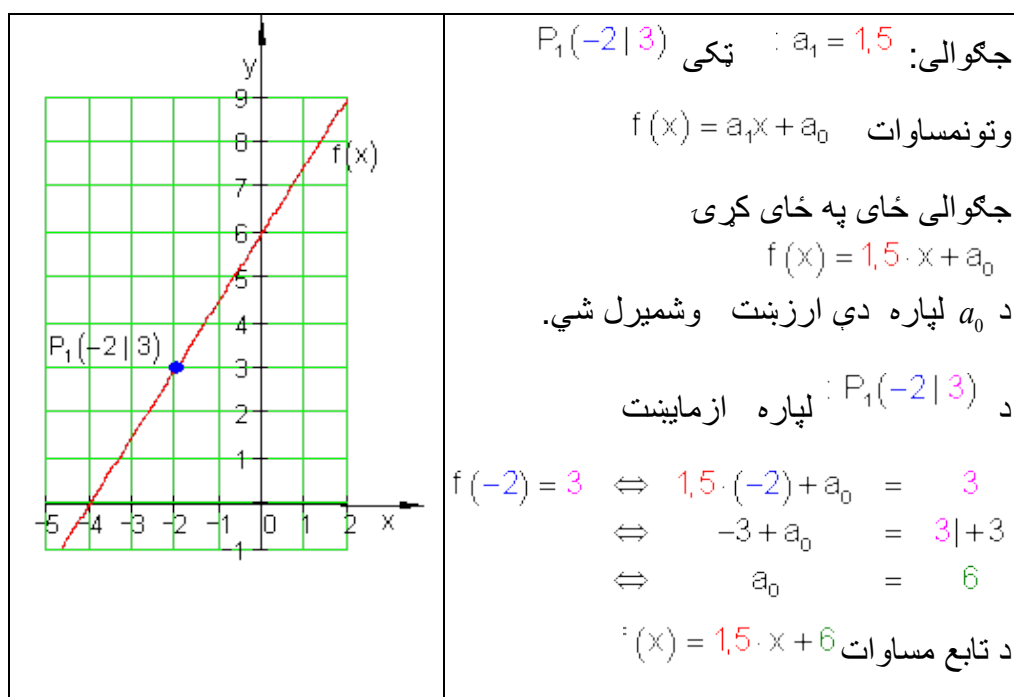
## 2.2. کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

### 2.2.1. لومړی حالت : د $P$ ټکي څخه تيرې کرښې د $a_1$ جگوالي سره

بيلگه:

يوه کرښه د  $a_1$  د جگوالي سره د  $P_1(x_1 | y_1)$  په ټکي کې ځلي.

د  $f(x) = a_1x + a_0$  تابع مساوات دې پيدا شي.



## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو...

ازمايننت:

$$P_1(-2 | 3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$

$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بيلگه:

د حيواناتو ساتونکي د وښو اوتومات څخه د روځي 7,5 kg خوراک اخلي. دولس روځي، له هغې وروسته چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوي وه، هلته نور 250 kg پاتي دي.

الف - يو تابع مساوات وليکي، چې دا حالت تشریح کړي

ب - په څومره سټ يا ډبري به دا د وښو زيرمه دولس ورځي د مخه ډکه شوي وي.

حل و الف ته - د x محور: وخت په ورځو

y محور: د وښو زيرمه په کيلوگرام kg.

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12 | 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{-7,5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت  $x = 0$  دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون زخيره دولس 12 ورځي د مخه په 340 kg ډک شوی . لکه څنگه په لومړي حالت کي چې د يوې کرښي جگوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتن Daten سره مخ ته ځي.

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو... ۷۷

---

په داسې حالت کې شمیرنه ټولیزه سرته رسیري. دا مو بیا یو فرمول ته لارښوده وي.

یوه کرښه د  $a_1$  جگوالي سره د  $P_1(x_1 | y_1)$  ټکي څخه تیري.ي.

د کرښمساواتو ټولیز فرمول دی:  $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \quad | -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جگوالي فرمول هم بلل کیري.

بیلگه:

په  $a_1 = -2; P_1(-3 | 4)$  کې  $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$  ټکی څای کړی

$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

### 2.2.2 دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریري

بیلگه:

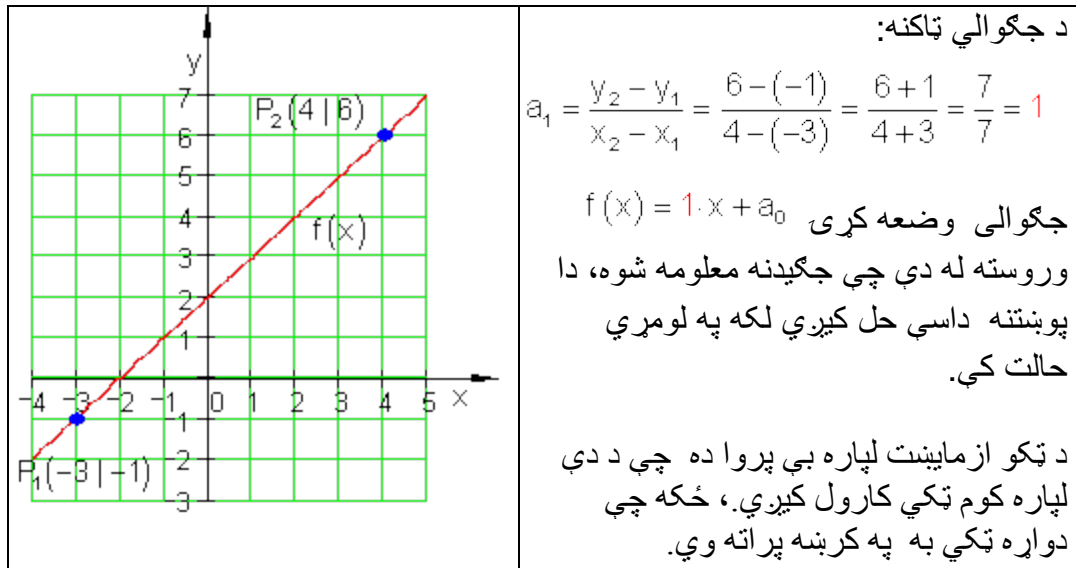
دوه ټکی  $P_1(x_1 | y_1)$  او  $P_2(x_2 | y_2)$  په یوه کرښه پراته دي.

د  $f(x) = a_1x + a_0$  تابع مساوات غواړو پیداکړو.

$$P_1(-3 | -1)$$

$$P_2(4 | 6)$$

وتون مساوات:  $f(x) = a_1x + a_0$



د ټکو آزمایشت د  $P_2(4 | 6)$  يا  $P_1$  لپاره

$$P_2(4 | 6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلگه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو ( گرمی کچونې) لپاره مختلفي د تودوخی سکالا کارول کيږي. د څلزیوس سکالا Celsiusskala او د فارنهایت سکالا Fahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزی اړیکي موجود دي.

$100^{\circ}\text{C}$  برابری دي د  $212^{\circ}\text{F}$  سره .  $0^{\circ}\text{C}$  برابر دی په  $32^{\circ}\text{F}$  سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیدا کړو، چې د هغې په مرسته  $^{\circ}\text{C}$  په  $^{\circ}\text{F}$  اړول کيږي.

خپلواکه متحوله  $x$  په  $^{\circ}\text{C}$  او بلواکه یا تابع متحوله  $y = f(x)$  په  $^{\circ}\text{F}$  .

جگوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 | 32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع  $x$  په  $C^\circ$  کې کیدوی نتیجه یی ده.

د بیلګې په ډول:

$$x = 20^\circ C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20^\circ C \triangleq 68^\circ F$$

د دویم حالت لپاره هم کیدی شي شمیرنه په ټولیزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی  $P_1(x_1 | y_1)$  او  $P_2(x_2 | y_2)$  په یوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:  $f(x) = a_1x + a_0$ .

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$$

جګوالی:

$$P_1(x_1 | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$y_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$



## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو...

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزو مساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} ; x_1 \neq x_2$$

چيرته چې  $y = f(x)$  باور لري.

د عملي کارونې لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

بيلگه:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \quad \text{په } P_1(2 | -1); P_2(-3 | 2)$$

کې ځای په ځای

کړی

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2 - (-1)}{-3 - 2} (x - 2) + (-1) = \frac{2 + 1}{-5} (x - 2) - 1 = -\frac{3}{5} (x - 2) - 1 = -\frac{3}{5}x + \frac{6}{5} - \frac{5}{5} \\ &= -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \end{aligned}$$

تمرین:

د  $^{\circ}\text{F}$  په  $^{\circ}\text{C}$  باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

## 2.2.3. تمرين: د تابع مساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د  $a_1$  جگوالی لري او د  $P$  له ټکي تيریږي.

د  $f(x)$  تابع مساوات معلوم کړی او د محورونو قاطع ټکي يا غوڅټکي وټاکي او گراف يې انځور کړی

$$\text{اول - } P(2 | -2) \quad a_1 = \frac{1}{2} \quad \text{دويم - } P(-1 | 3) \quad a_1 = \frac{3}{4}$$

$$\text{دريم - } P(3 | -1) \quad a_1 = 2 \quad \text{څلورم - } P\left(\frac{3}{2} \mid 4\right) \quad a_1 = \frac{4}{5}$$

يوه کرښه له ټکو  $P_1$  او  $P_2$  تيریږي.

د  $f(x)$  تابع مساوات پيدا کړی او د محور قاطع ټکي او گراف رسم کړی.

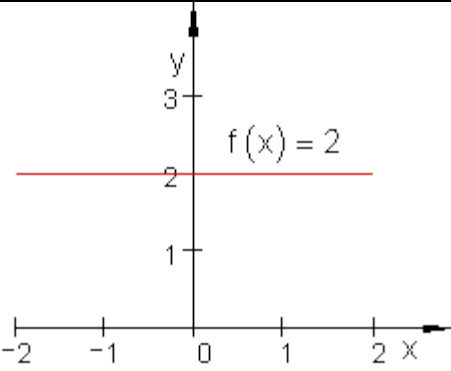
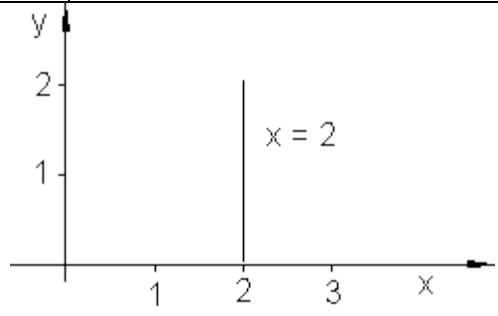
$$\text{پنځم - } P_2(5 | 4) \quad P_1(2 | 1) \quad \text{شپږم - } P_2(2 | 3) \quad P_1(-3 | -2)$$

$$\text{اوم - } P_2(4 | -1) \quad P_1(-2 | 3) \quad \text{اتم - } P_2(3 | 1) \quad P_1(-4 | -1)$$

$$\text{نهم - } P_2(4 | -1) \quad P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right) \quad \text{لسم - } P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right) \quad P_1(-4 | -2)$$

## 2.2.4. د کرښ مساواتو ځانگړی حالت:

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو...

|  |  |
|--|--|
|   | <p>د <math>x</math>-محور سره غبرگ کرښه:</p> $f(x) = a_0; a_0 \in \mathbb{R}$ <p>يو د <math>0</math> درجي تام راشنل تابع ده او ثابتۀ تابع هم بلل کيږي.</p> <p><math>x</math>-محور هم يوه ثابتۀ تابع ده د تابع مساوات <math>f(x) = 0</math> سره.</p> <p>د ثابتي تابع جگوالی تل صفر دی.</p> |
|  | <p>د <math>y</math>-محور سره غبرگه.</p> $x = a; a \in \mathbb{R}$ <p>کرښه د محور سره غبرگه (موازي) خځلي.</p> <p>دا د يوه تابع مساوات سره نه شي ليکل کيدی، ځکه چې يواځنی تنظيم نه شته يعنی تابع نه ده.</p> <p><math>x = 0</math> د <math>y</math>-محور مساوات دي.</p>                     |

بيلگه:

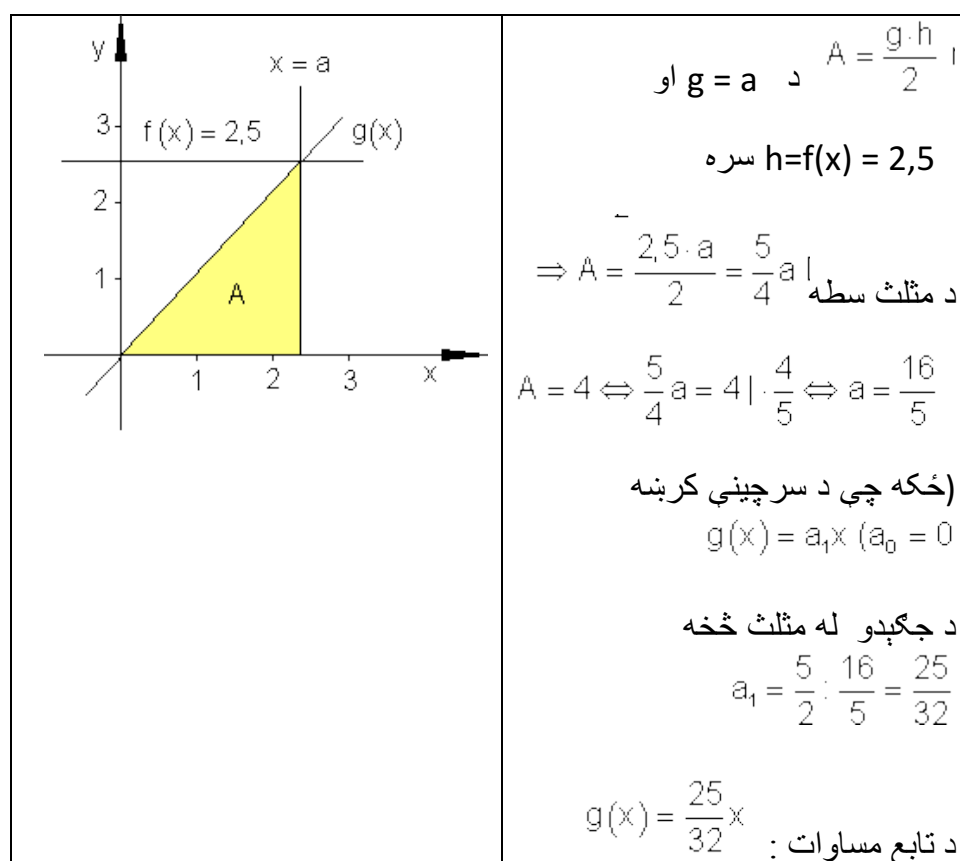
يو  $f(x) = 2,5$  ورکړ شوی او  $y$ -محور سره موازي د  $a$  واټن د  $a > 0$  سره.

يوه سرچينيزه کرښه  $g$  د  $P(a | f(x))$  ټکي څخه تيریږي.

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو... ۸۳

دا د  $x$  - محور او د  $y$  - محور سره غبرگي کرښي سره يو مثلث جوړوي.

$a$  داسي وټاکي چي سطحه د مثلث د سطحې څلور واحدونه (يوونونه FE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د  $g(x)$  تابع مساوات څنگه دي؟



تمرین: د  $^{\circ}F$  بدلون شمیرنه په  $^{\circ}C$  لپاره د تابع مساوات ولیکي

حل:

د  $^{\circ}C$  اړونه يا بدلون په  $^{\circ}F$  د متحولي لپاره دا معنا لري:

## 2.2 کرښیز یا خطي توابع د ورکړشوو...

$x$  په  $^{\circ}\text{F}$  مستقله یا خپلواکه متحوله ده او  $y = f(x)$  په  $^{\circ}\text{C}$  بلواکه یا تابع متحوله ده.

$$212^{\circ}\text{F} \triangleq 100^{\circ}\text{C} \Rightarrow P_1(212|100) \quad \text{او} \quad 32^{\circ}\text{F} \triangleq 0^{\circ}\text{C} \Rightarrow P_1(32|0)$$

دا چې د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي  $P_1$  او  $P_2$  په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بڼه په دې ډول ده:  $f(x) = a_1x + a_0$ .

دلته ضریبونه  $a_1$  او  $a_0$  د ټاکلو دي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

جگوالی:

ټکي ازمايښت د  $P_1(32|0)$  سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \quad | -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x - 32)$$

د  $^{\circ}\text{F}$  اړونې په  $^{\circ}\text{C}$  لپاره باور لري.  $^{\circ}\text{F}$  in  $^{\circ}\text{C}$  gilt:  $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$

$x$  په  $^{\circ}\text{F}$  او  $y$  په  $^{\circ}\text{C}$ .

د کرښیزو توابعو II د تمرینونو حل

نتیجه او مفصل: له 01 تر 10.

لومړۍ - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3; P_y(0 | -3); P_x(6 | 0)$$

دویم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ

$$f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4}; P_y\left(0 \mid \frac{15}{4}\right); P_x(-5 | 0)$$

درېم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ.

$$f(x) = 2x - 7; P_y(0 | -7); P_x\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

څلورم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ.

$$f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5}; P_y\left(0 \mid \frac{14}{5}\right); P_x\left(-\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

پنځم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ

$$f(x) = x - 1; P_y(0 | -1); P_x(1 | 0)$$

شپږم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ.

$$f(x) = x + 1; P_y(0 | 1); P_x(-1 | 0)$$

اوم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}; P_y\left(0 \mid \frac{5}{3}\right); P_x\left(\frac{5}{2} \mid 0\right)$$

اتم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ.

$$f(x) = \frac{2}{7}x + \frac{1}{7}; P_y\left(0 \mid \frac{1}{7}\right); P_x\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$$

نهم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری.

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7}; P_y\left(0 \mid \frac{15}{7}\right); P_x\left(\frac{30}{11} \mid 0\right)$$

لسم – د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری.

$$f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}; P_y\left(0 \mid \frac{6}{5}\right); P_x\left(-\frac{3}{2} \mid 0\right)$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\text{سره } P(2 \mid -2) \text{ د } f(x) = \frac{1}{2}x + a_0$$

باور لري:

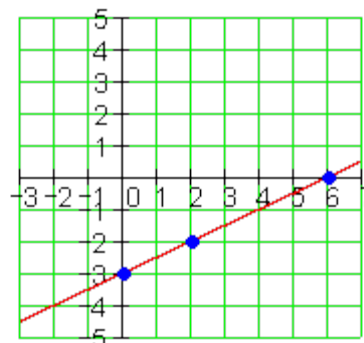
$$f(2) = -2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_0 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -3$$

$$\underline{f(x) = \frac{1}{2}x - 3} \Rightarrow \underline{P_y(0 \mid -3)}$$

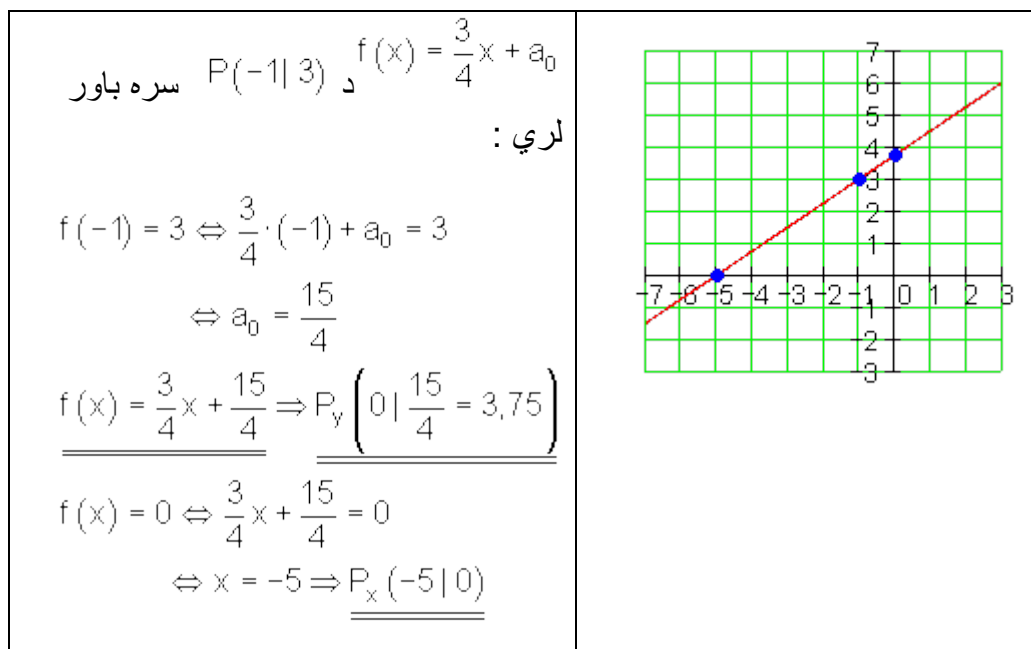
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \underline{P_x(6 \mid 0)}$$

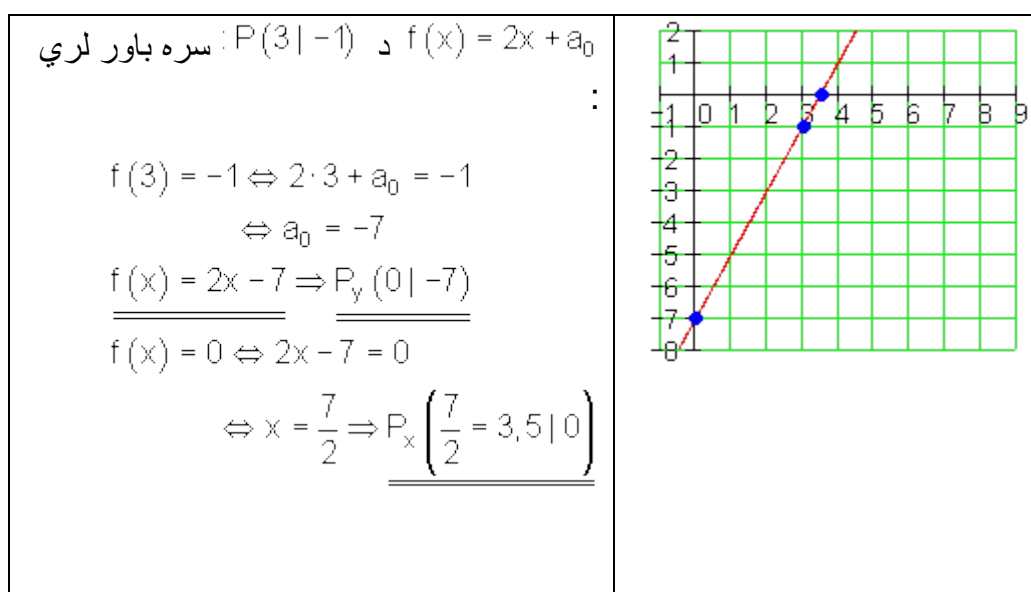


## 2.2 کرہنیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۸۷

دویم:

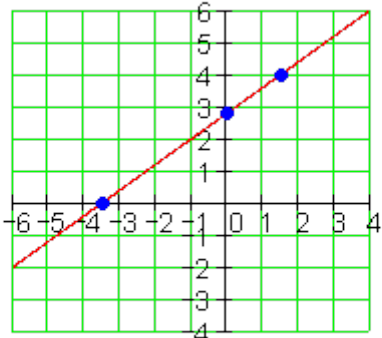


دریم:

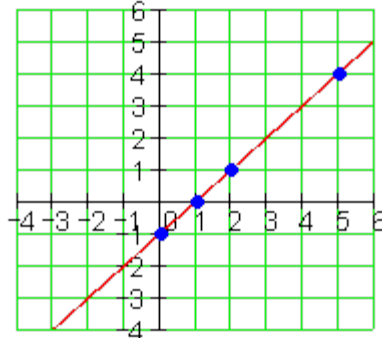




څلورم:

|  |  |
|--|--|
| <p>سرې باور <math>P\left(\frac{3}{2} \mid 4\right)</math> د <math>f(x) = \frac{4}{5}x + a_0</math> لري:</p> $f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{14}{5}$ $\underline{f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{14}{5}\right)}$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} = 0$ $\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{P_x\left(-\frac{7}{2} = -3,5 \mid 0\right)}$ |  |
|--|--|

پنځم:

|  |  |
|--|--|
| <p><math>P_1(2 \mid 1)</math>      <math>P_2(5 \mid 4)</math></p> $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{5 - 2} = \frac{3}{3} = 1$ $f(x) = x + a_0$ <p>د <math>P_1(2 \mid 1)</math> سرې باور لري:</p> |  |
|--|--|

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۸۹

$$f(2) = 1 \Leftrightarrow 2 + a_0 = 1$$

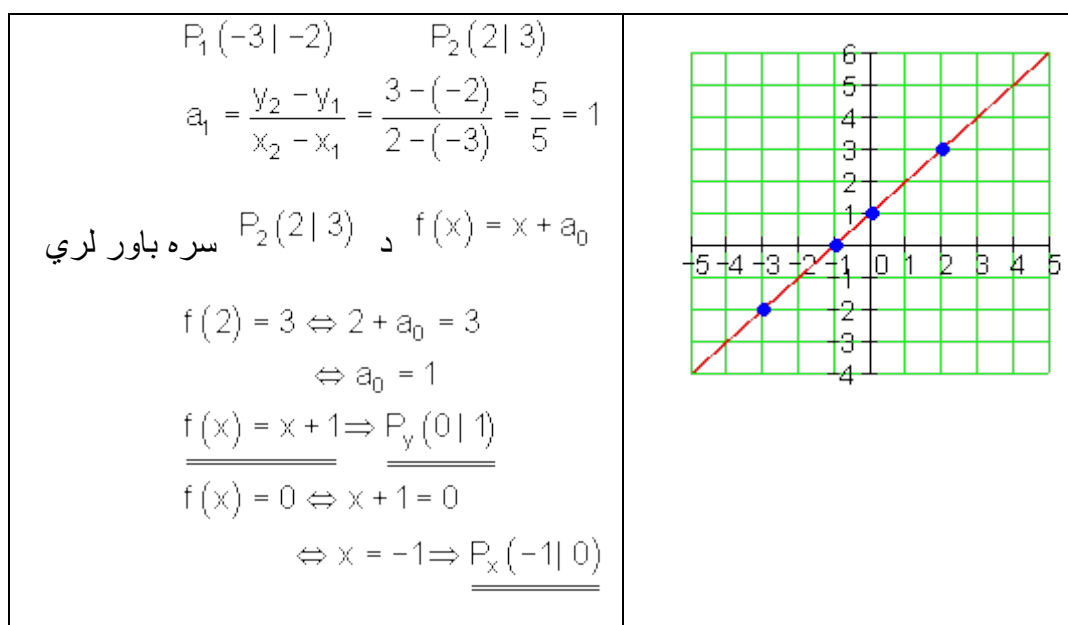
$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$

$$\underline{f(x) = x - 1} \Rightarrow \underline{P_y(0 | -1)}$$

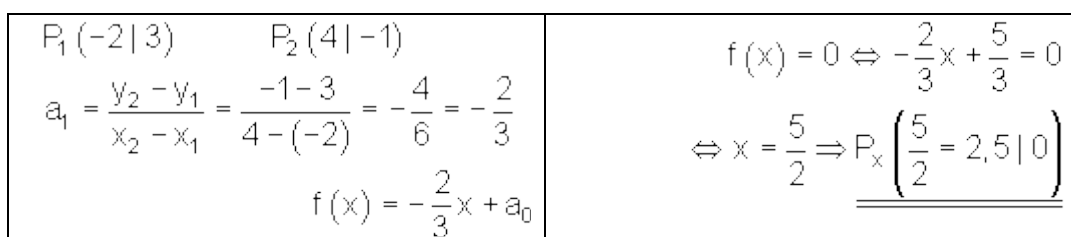
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \underline{P_x(1 | 0)}$$

شپږم:



اوم:

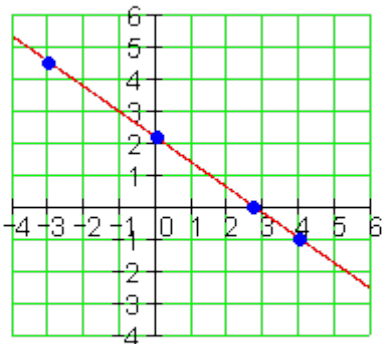


|  |  |
|--|--|
| <p>د <math>P_2(4 -1)</math> سره باور لري</p> $f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \cdot 4 + a_0 = -1$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{5}{3}$ $\underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{5}{3} \approx 1,67 \right)}}$ |  |
|--|--|

اتم:

|  |   |
|--|---|
| <p><math>P_1(-4 -1)</math>      <math>P_2(3 1)</math></p> $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-1)}{3 - (-4)} = \frac{2}{7}$ $f(x) = \frac{2}{7}x + a_0$ <p>د <math>P_2(3 1)</math> سره باور لري:</p> $f(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{7} \cdot 3 + a_0 = 1$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{1}{7}$ $\underline{\underline{f(x) = \frac{2}{7}x + \frac{1}{7} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{1}{7} \approx 0,14 \right)}}$ | $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7}x + \frac{1}{7} = 0$ $\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x \left( -\frac{1}{2} = 0,5 \mid 0 \right)}}$ |
|--|---|

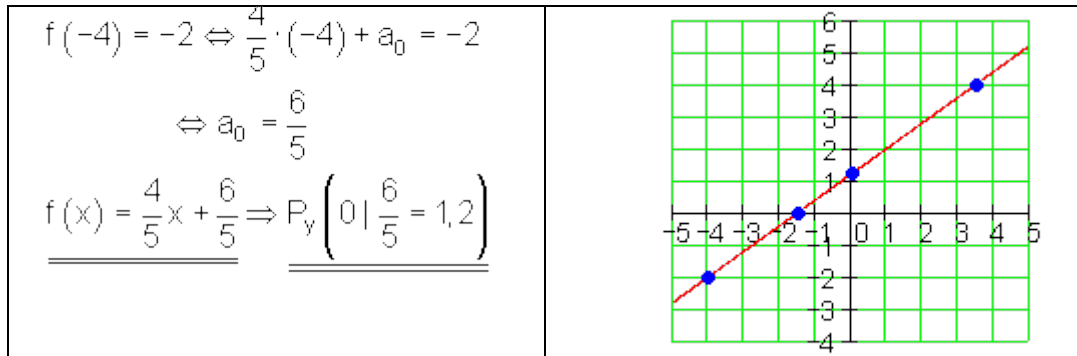
نهج:

|   |  |
|---|--|
| $P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right) \quad P_2(4 \mid -1)$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - \frac{9}{2}}{4 - (-3)} = -\frac{11}{14}$ $f(x) = -\frac{11}{14}x + a_0$ <p>د <math>P_2(4 \mid -1)</math> سره باور لري:</p> $f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{11}{14} \cdot 4 + a_0 = -1$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{7}$ $\underline{\underline{f(x) = -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} \Rightarrow P_x\left(0 \mid \frac{15}{7} \approx 2,14\right)}}$ | $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{30}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{30}{11} \approx 2,73 \mid 0\right)}}$  |
|---|--|

لسم:

|  |   |
|--|---|
| $P_1(-4 \mid -2) \quad P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{\frac{7}{2} - (-4)} = \frac{4}{5}$ $f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$ <p>د <math>P_1(-4 \mid -2)</math> سره باور لري:</p> | $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} = 0$ $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{3}{2} = -1,5 \mid 0\right)}}$ |
|--|---|

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...



پوښتنې:

## III کرینیزې توابع

لومړۍ: د  $g$  کرینو مساوات وټاکۍالف:  $P_1(-4|-2)$  او  $P_2(2|0)$  په  $g$  پراته دي،ب-  $g$  په  $P_1(-3|1)$  او  $P_2\left(1 \mid \frac{11}{3}\right)$  کې ځغليپ-  $P_1(1|-2)$  او  $P_2(-2|10)$  په  $g$  پراته ديت-  $g$  محورونه په  $x=2$  او  $y=6$  کې غوڅوي (قطع کوي)ټ-  $g$  له  $P(-6;1)$  تیرېږي او له  $h$  سره غبرگ دی د مساوات  $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$  سرهث-  $g$  جگوالی  $a_1 = -4,5$  لري او له  $P(1;1,5)$  څخه تیرېږي.

ج-  $g$  جگوالی  $a_1 = 3$  لري او له  $P(1; 1, 5)$  څخه تیرېږي

چ-  $g$  د  $x$  محور په  $x = 3$  کې غوڅوي او د  $h$  کرښه د  $h(x) = 4x - 2$  سره په  $x = -1$  کې غوڅوي.

دویم: د دوه کرښو  $g$  او  $h$  کرښيز مساوات پیدا کړی، چې له ټکی  $P(3; -2)$  تیرېږي.

دریم: یوه کرښه  $g$  د کرښيز تابع  $f(x)$  سره پیدا کړی، چې له ټکو  $P_1$  او  $P_2$  تیرېږي او تابع مساوات وټاکي.

الف-  $P_1(1, 5 | 3); P_2(3 | 2, 5)$  ب-  $P_1(-3 | 5); P_2(1 | 2, 5)$

پ-  $P_1(4 | 0); P_2(-1 | -\sqrt{2})$  ت-  $P_1(k | 3); P_2(2k | -1)$

ټ-  $P_1(1 | 0); P_2(-1 | k+1)$  ټ-  $P_1(2\sqrt{k} | \sqrt{2k}); P_2(\sqrt{k} | 0)$

څلورم: د  $f(x)$  کرښيزي تابع مساوات وټاکي. که معلوم وي:

الف- کرښه د  $a_1 = \frac{5}{4}$  جگیدني سره له  $P(4; -1)$  څخه تیرېږي.

ب- کرښه له ټکو  $P_1(-5 | -3)$  او  $P_2(0 | 3)$  څخه تیرېږي.  
پ- کرښه له  $P(4, 5; 2, 7)$  ټکي تیرېږي. او د  $x$  محور سره  $45^\circ$  مایله ده.

ت- کرښه له  $P(-1, 5; 0)$  تیرېږي او د  $h(x) = 2x + 2$  سره غبرگه ( موازي ) ده.

پنځم: کرښه  $g$  و کاری او کرښيز مساوات وټاکي.

الف-  $P(3 | -1) \in g$  او  $\gamma$  د  $g$  محور سره غبرگه؛ ( موازي ) څغلي.

ب-  $P(3, 5 | 2, 5) \in g$  او  $g$  د  $x$  محور سره موازي څغلي.

پ- g له  $P(-5;1)$  تېرېږي او د  $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$  سره موازي ده.

ت- g له  $P\left(1 \mid \frac{3}{2}\right)$  تېرېږي او د کرښو سره چې له  $P_1(-2 \mid -3)$  او  $P_2\left(\frac{3}{2} \mid -5\right)$  تېرېږي، موازي ځغلي.

### د کرښيزو توابعو برخه III

#### مفصل حلونه

لومړی -

الف-

$$P_1(-4 \mid 2); P_2(2 \mid 0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{2 - (-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_2(2 \mid 0): f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب-

$$P_1(-3 \mid 1); P_2\left(1 \mid \frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - 1}{1 - (-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$

$$P_1(-3 \mid 1): f(-3) = \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

پ -

$$P_1(1|-2); P_2(-2|10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - (-2)}{-2 - 1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$$

$$P_1(1|-2): f(1) = -4 \cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 2}}$$

ت -

$$x = 2; y = 6 \Rightarrow P_1(2|0); P_2(0|6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$$

$$P_1(2|0): f(2) = a_1 \cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x + 6}}$$

ته |  $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$       **ټ - P(-6;1) موازي دی و**

$$P(-6|1): f(-6) = -\frac{2}{3} \cdot (-6) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x - 3}}$$

ث -

$$a_1 = -4,5 \Rightarrow f(x) = -4,5x + a_0$$

$$P(2|-3): f(2) = -4,5 \cdot 2 + a_0 = -3 \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4,5x + 6}}$$

ج -

$$a_1 = 3; P(1|1,5) \Rightarrow f(x) = 3x + a_0$$

$$P(1|1,5): f(1) = 3 \cdot 1 + a_0 = 1,5 \Rightarrow a_0 = -1,5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x - 1,5}}$$

$$x = 3 \Rightarrow P_1(3|0) \quad P_2(-1|y_2) \quad \text{چ}$$

په کرښه د  $h(x) = 4x - 2$  سره پرتې دي.



## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو...

$$\Rightarrow y_2 = h(-1) = 4 \cdot (-1) - 2 = -6 \Rightarrow P_2(-1 | -6)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 0}{-1 - 3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P_1(3 | 0): f(3) = \frac{3}{2} \cdot 3 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}}$$

دويم -

$$P(3 | -2); g(x) = a_{1g}x + a_{0g}; h(x) = a_{1h}x + a_{0h}$$

دا چې د يوه ټکي څخه په خوښه ډېرې کرښې تيرېدلی شي، جگړينه په خوښه ټاکل کيدی شي د بيلگې په توگه  $a_{1g} = 1$ .

$$\Rightarrow g(x) = x + a_{0g}$$

$$a_{1h} = 2 \Rightarrow h(x) = 2x + a_{0h} \quad \text{او}$$

$$P(3 | -2): g(3) = 3 + a_{0g} = -2 \Rightarrow a_{0g} = -5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = x - 5}}$$

$$h(3) = 2 \cdot 3 + a_{0h} = -2 \Rightarrow a_{0h} = -8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x - 8}}$$

دريم -

الف-

$$P_1(1,5 | 3); P_2(3 | 2,5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2,5 - 3}{3 - 1,5} = -0,3 = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_1(1,5 | 3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2} | 3\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3 \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3 \frac{1}{2}}}$$

ب - په لاندې کې oder د يا په معنا دی

پ -

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۹۷

$$P_1(-2|5); P_2(1|2,5) \text{ oder } P_2\left(1|\frac{5}{2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{5}{2} - 5}{1 - (-3)} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{10}{2}}{\frac{4}{1}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}} = -\frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 4} = -\frac{5}{8} \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{8}x + a_0$$

$$P_1(4|0); P_2(-1|-\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-\sqrt{2} - 0}{-1 - 4} = \frac{-\sqrt{2}}{-5} = \frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{1}{5}\sqrt{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{5}\sqrt{2}x + a_0$$

$$P_1(4|0): f(4) = \frac{1}{5}\sqrt{2} \cdot 4 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{4}{5}\sqrt{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{5}\sqrt{2}x - \frac{4}{5}\sqrt{2}$$

– ت

$$P_1(k|3); P_2(2k|-1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{2k - k} = -\frac{4}{k} \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{k}x + a_0$$

$$P_1(k|3): f(k) = -\frac{4}{k} \cdot k + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3 + 4 = 7 \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{-\frac{4}{k}x + 7}}$$

– ج

$$P_1(1|0); P_2(-1|k+1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{k+1 - 0}{-1 - 1} = -\frac{k+1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{k+1}{2}x + a_0$$

$$P_1(1|0): f(1) = -\frac{k+1}{2} \cdot 1 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{k+1}{2} \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{-\frac{k+1}{2}x + \frac{k+1}{2}}}$$

– ث

$$P_1(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}); P_2(\sqrt{k}|0)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - \sqrt{2k}}{\sqrt{k} - 2\sqrt{k}} = \frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}} = \sqrt{2} \Rightarrow f(x) = \sqrt{2}x + a_0$$

$$P_2(\sqrt{k}|0): f(\sqrt{k}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{k} + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{k} = -\sqrt{2k} \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{\sqrt{2}x - \sqrt{2k}}}$$

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو...

څلورم -

$$P(4|-1); a_1 = \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}x + a_0$$

$$P(4|-1): f(4) = \frac{5}{4} \cdot 4 + a_0 = -1 \Rightarrow a_0 = -6 \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}x - 6$$

الف -

$$P_1(-5|-3); P_2(0|3) \Rightarrow a_0 = 3$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-3)}{0 - (-5)} = \frac{6}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{6}{5}x + 3$$

ب -

$$45^\circ \triangleq a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x + a_0$$

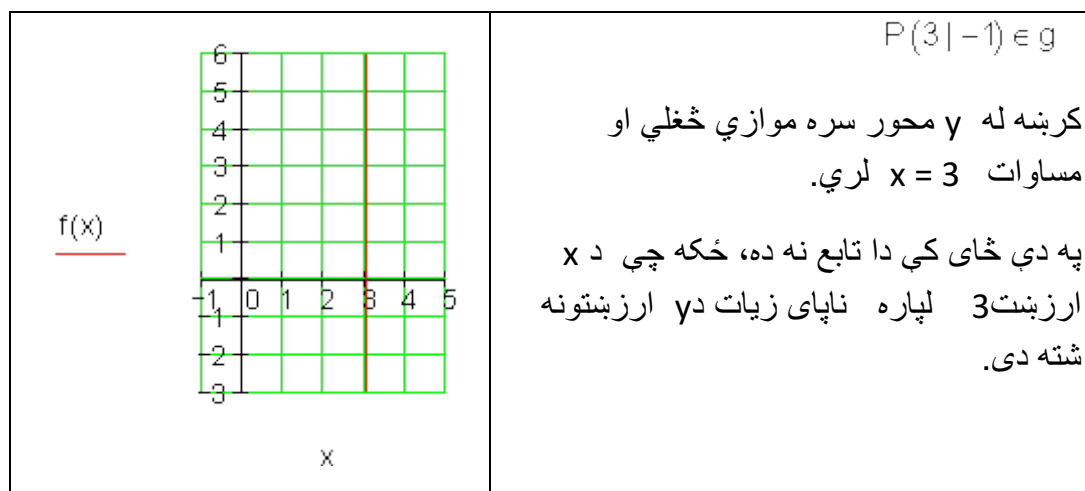
$$P(4,5|2,7): f(4,5) = 4,5 + a_0 = 2,7 \Rightarrow a_0 = -1,8 \Rightarrow f(x) = x - 1,8$$

پ -

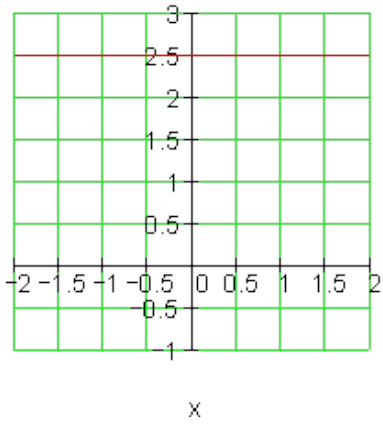
$$\text{ت - موازي و } h(x) = 2x + 2 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

ته

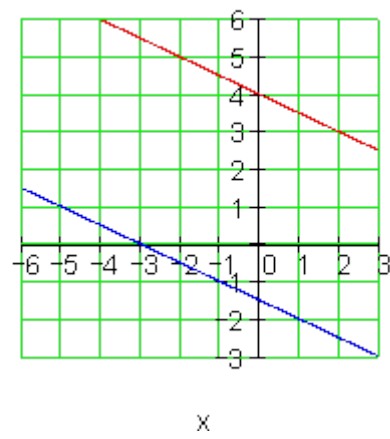
پنځم -

الف -

ب -

|  |  |
|--|--|
|  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> | <p style="text-align: right;"><math>P(3,5   2,5) \in g</math></p> <p>کرښه د محور سره غبرګه ځغلي او لاندې مساوات لري:</p> <p style="text-align: center;"><math>f(x) = 2,5</math></p> <p>دا دلته تابع ده، ځکه چې هر <math>x</math> ارزښت پورې یو د <math>y</math> ارزښت اړه لري.</p> |
|--|--|

پ -

|  |  |
|--|--|
|  <p style="text-align: center;"><math>h(x)</math><br/><math>f(x)</math></p> | <p>غبرګه و ته <math>h(x) = -\frac{1}{2}x + 4</math></p> <p><math>\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0</math></p> <p><math>P(-5   1)</math>:</p> <p><math>\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + a_0 = 1</math></p> <p><math>\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}</math></p> |
|--|--|

ت -

|                     |  |  |
|---------------------|--|--|
| $\frac{h(x)}{f(x)}$ |  | <p>غبرگ وکړښي <math>h(x)</math> ته دا معنا لري، چې له <math>P_1</math> او <math>P_2</math> ټکو تېرېږي، دا معنا لري، چې له <math>P_1(-2 -3)</math> او <math>P_2\left(\frac{3}{2} -5\right)</math> جگوالی <math>a_1</math> شمېرل کېدی شي.</p> $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (-3)}{\frac{3}{2} - (-2)} = -\frac{4}{7}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{4}{7}x + a_0$ $P\left(1 \mid \frac{3}{2}\right) : \Rightarrow f(1) = -\frac{4}{7} \cdot 1 + a_0 = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow a_0 = \frac{19}{14} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{4}{7}x + \frac{19}{14}}}$ |
|---------------------|--|--|

پوښتنې

## کرښيز مساوات VI

لومړۍ –

د لاندې کرښيزو توابعو گرافونه و کارۍ او د ارزښت سټ يا – ډېری  $W$  و ټاکۍ

$$f(x) = -2x + 2; D = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}} \text{ الف.}$$

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۰۱

---

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}; D = \{x | -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}} \text{ - ب}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3; D = \{x | -2 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}} \text{ - پ}$$

$$f(x) = 3x - 6; D = \{x | -1 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}} \text{ - ت}$$

دویم -

تکی  $P_1$  او  $P_2$  ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د  $f(x)$  تابع مساوات پیدا کړی او گراف یې وکاری

$$P_1(3 | 4); P_2(7 | -1); D = \{x | 0 \leq x \leq 7\}_{\mathbb{R}} \text{ - الف}$$

$$P_1(-8 | 1); P_2(2 | -3); D = \{x | -8 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}} \text{ - ب}$$

$$P_1(4 | 3); P_2(-7 | -1); D = \{x | -7 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}} \text{ - پ}$$

$$P_1(-4 | -4); P_2(4 | 2); D = \{x | -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}} \text{ - ت}$$

دریم -

د لاندې مساواتو حلست یا حلډبري پیدا کړی. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

$$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \text{ - ت} \quad x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \text{ - پ} \quad 8 + x = 25 \text{ - ب} \quad x - 5 = 9 \text{ - الف}$$

$$88 = 4x - 16 \text{ - ت} \quad 88 = 4x - 16 \text{ - ث} \quad a + bx = 3b + a \text{ - ج} \quad 8 - (x + 5) = 2$$

$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) = 9 + (5 - x) = 6 \text{ - چ}$$

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړ شویو...

$$\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \quad \text{خ - } (x+3)(x+7) = (x+2)(x+9)$$

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad \frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} = \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a} \quad \frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{9} + \frac{7}{3x} \quad \text{د - } \frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{9} + \frac{7}{3x}$$

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a \quad \text{ذ -}$$

څلورم: د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړی.

$$\text{الف - } f(x) = 2x - 7 \quad \text{ب - } f(x) = -2x + 6 \quad \text{پ - } f(x) = 3x - 3$$

$$\text{ت - } f(x) = 2x + \frac{2}{3} \quad \text{ټ - } f(x) = \frac{3}{4}x + 2 \quad \text{ث - } f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5}$$

$$\text{ج - } f(x) = 3,5x + \frac{1}{2} \quad \text{چ - } f(x) = -2,5x + 2 \quad \text{ح - } f(x) = 1\frac{3}{4}x - 3\frac{2}{3}$$

پنځم: د یوې کرښې دوه ټکي  $P_1$  او  $P_2$  ورکړ شوي د لاندې توابعو له ا تر IV لپاره وټاکي:

$$\text{I. } P_1(3 | 4); P_2(7 | -1); D = \{x | -2 \leq x \leq 8\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{II. } P_1(-8 | 1); P_2(2 | -3); D = \{x | -8 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{III. } P_1(4 | 3); P_2(-7 | -1); D = \{x | -8 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{IV. } P_1(4 | 2); P_2(-4 | -4); D = \{x | -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

الف - د جگړدني ضريب m.

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۰۳

ب - د کرینیز تابع مساوات پ - د  $y$  محور سره د تقاطع ټکی  $P_y$

ت - د تقاطع ټکی  $P_y$  د  $x$  محور سره ت - په  $W$  باندې ارزښتدېری  $W$ .

ث - په  $D$  کې د تابع گراف

شپږم: لاندې مساوات سیستمونه حل کړی:

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 15y - 4x = -50 & \text{I} & 4x + 5y = 32 & \text{I} & 5y - 3x = 1 \\ \text{II} & x = y + 7 & \text{پ} & \text{II} & y = 5x - 11 & \text{ب} & \text{II} & x = y + 1 \end{array} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & x + y = a + b & \text{I} & 2y = 2x - 40 & \text{I} & 3x = y + 15 \\ \text{II} & x - y = a - b & \text{ث} & \text{II} & 3x = 10 - 2y & \text{ت} & \text{II} & 2y - 10 = 2x \end{array}$$

حلونه

### لاینیز توابع VI

نتیجی او مفصل حلونه

نتیجه. (د گراف لپاره،، مفصل حل،، وگوری)

لومړی:

$$f(x) = -2x + 2; D = \{x | -3 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \{y | -8 \leq y \leq 8\}_{\mathbb{R}} \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}; D = \{x | -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{11}{4} \leq y \leq \frac{5}{4}\right\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب -}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3; D = \{x | -2 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\right\}_{\mathbb{R}} \quad \text{پ -}$$



## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو...

$$f(x) = 3x - 6; D = \{x | -1 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \{y | -9 \leq y \leq 3\}_{\mathbb{R}} \text{ - ت}$$

دویم: (د گراف لپاره ،، مفصل حل،، وگورئ)

$$P_1(3 | 4); P_2(7 | -1) \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \text{ - الف}$$

$$P_1(-8 | 1); P_2(2 | -3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \text{ - ب}$$

$$P_1(4 | 3); P_2(-7 | -1) \Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \text{ - پ}$$

$$P_1(-4 | -4); P_2(4 | 2) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \text{ - ت}$$

دریم:

$$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{12} \text{ - پ} \quad 8 + x = 25 \Leftrightarrow x = 17 \text{ - ب} \quad x - 5 = 9 \Leftrightarrow x = 14 \text{ - الف}$$

$$88 = 4x - 16 \Leftrightarrow x = 26 \text{ - ت} \quad \frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{8}{9} \text{ - ت}$$

$$8 - (x + 5) = 2 \Leftrightarrow x = 1 \text{ - ج} \quad a + bx = 3b + a \Leftrightarrow x = 3 \text{ - ث}$$

$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \Leftrightarrow x = 7 \text{ - ح} \quad 9 + (5 - x) = 6 \Leftrightarrow x = 8 \text{ - ج}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ - خ} \quad (x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \Leftrightarrow x = 3 \text{ - خ}$$

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۰۵

خ -

$$\frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{9} + \frac{7}{3x}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}; D = \mathbb{R}^*$$

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2 - b^2}{2}$$

$$D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0 \quad \text{د -}$$

$$\frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} = \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{c} \text{ mit } c \neq 0$$

$$D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0 \quad \text{د -}$$

ذ -

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a \Leftrightarrow x = 2$$

څلورم:

$$f(x) = 2x - 7 \Rightarrow P_y(0 | -7); P_x\left(\frac{7}{2} \mid 0\right) \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = -2x + 6 \Rightarrow P_y(0 | 6); P_x(3 | 0) \quad \text{ب -}$$

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow P_y(0 | -3); P_x(1 | 0) \quad \text{پ -}$$

$$f(x) = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{2}{3}\right); P_x\left(-\frac{1}{3} \mid 0\right) \quad \text{ت -}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow P_y(0 | 2); P_x\left(-\frac{8}{3} \mid 0\right) \quad \text{ث -}$$

ج -

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو...

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{4}{5}\right); P_x\left(\frac{16}{15} \mid 0\right)$$

$$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{1}{2}\right); P_x\left(-\frac{1}{7} \mid 0\right) \quad \text{- ج}$$

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{5}{2}\right); P_x(1 \mid 0) \quad \text{- ج}$$

$$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{11}{3}\right); P_x\left(\frac{44}{21} \mid 0\right) \quad \text{- ح}$$

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \quad \text{ب -} \quad P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4} \quad \text{پنځم: نتیجه الف -}$$

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{31}{4}\right) \quad \text{ب -}$$

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_x\left(\frac{31}{5} \mid 0\right) \quad \text{ت -}$$

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$D = \{x \mid -2 \leq x \leq 8\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{4} \leq y \leq \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب -}$$

ث- د گراف لپاره مفصل حل کوری

پنځم: نتیجه||

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۰۷

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \quad P_1(-8 | 1); P_2(2 | -3) \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5} \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{11}{5}\right) \quad \text{ب -}$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_x\left(-\frac{11}{2} \mid 0\right) \quad \text{ت -}$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$D = \{x \mid -8 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow W = \{y \mid -3 \leq y \leq 1\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب -}$$

ث- د گراف لپاره مفصل حل گوری

پنځم: نتیجه III

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \quad P_1(4 | 3); P_2(-7 | -1) \Rightarrow a_1 = \frac{4}{11} \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_x\left(-\frac{17}{4} \mid 0\right) \quad \text{ت -} \quad f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{17}{11}\right) \quad \text{ب -}$$

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

$$D = \{x \mid -8 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{15}{11} \leq y \leq 3\right\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب -}$$

ث- د گراف لپاره مفصل حل وگوری

پنځم: نتیجه IV

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \quad P_1(4 | 2); P_2(-4 | -4) \Rightarrow a_1 = \frac{3}{4} \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \mid 0\right) \quad \text{ت -} \quad f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1) \quad \text{پ -}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$

$$D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow W = \{y \mid -4 \leq y \leq 2\}_{\mathbb{R}}$$

ت - د گراف لپاره مفصل حل وگوری

شپږم: نتیجه

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 4x + 5y = 32 \\ \text{II} & y = 5x - 11 \end{array} \Rightarrow L = \{(3 \mid 4)\} \quad \text{ب -} \quad \begin{array}{ll} \text{I} & 5y - 3x = 1 \\ \text{II} & x = y + 1 \end{array} \Rightarrow L = \{(3 \mid 2)\} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 15y - 4x = -50 \\ \text{II} & x = y + 7 \end{array} \Rightarrow L = \{(5 \mid -2)\} \quad \text{پ -}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 3x = y + 15 \\ \text{II} & 2y - 10 = 2x \end{array} \Rightarrow L = \{(10 \mid 15)\} \quad \text{ت -}$$

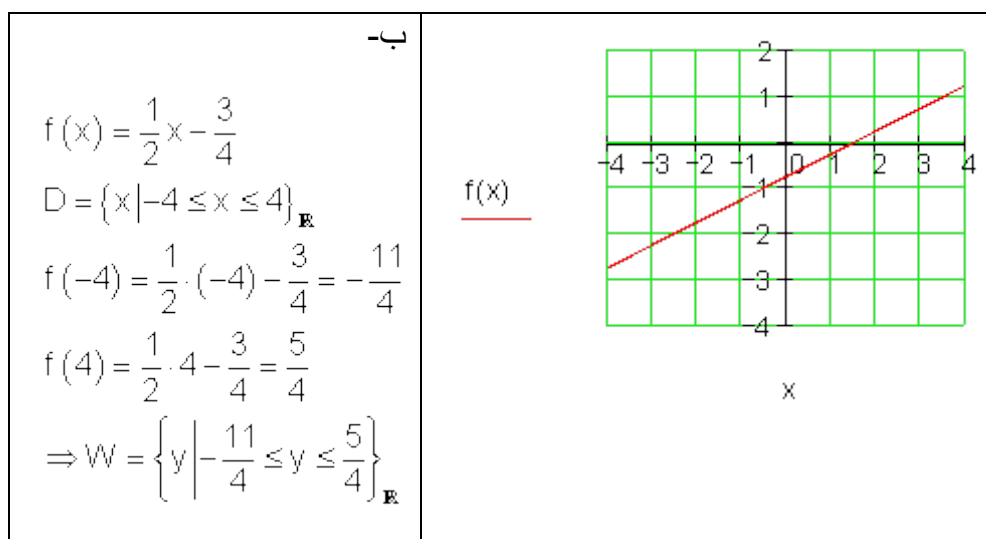
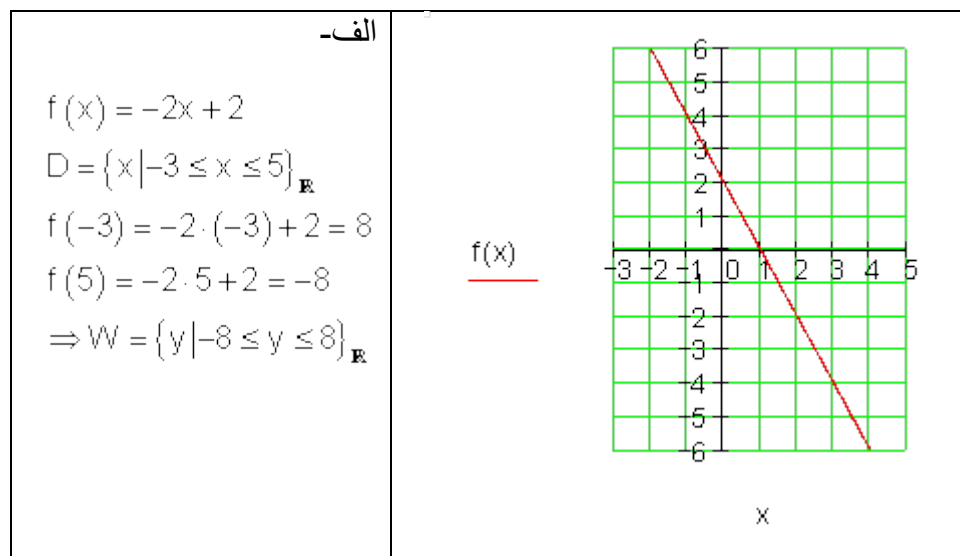
$$\begin{array}{ll} \text{I} & 2y = 2x - 40 \\ \text{II} & 3x = 10 - 2y \end{array} \Rightarrow L = \{(10 \mid -10)\} \quad \text{ب -}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & x + y = a + b \\ \text{II} & x - y = a - b \end{array} \Rightarrow L = \{(a \mid b)\} \quad \text{ث -}$$

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۰۹

مفصل حلونه:

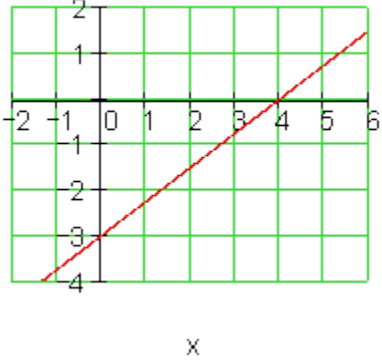
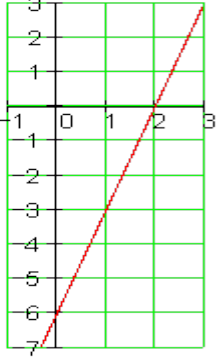
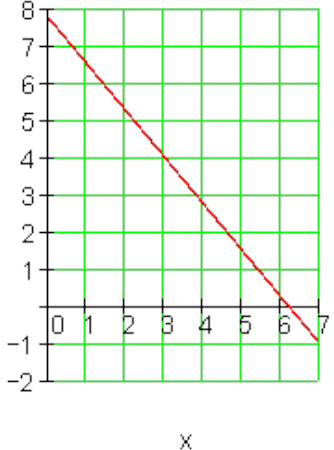
لومړی:



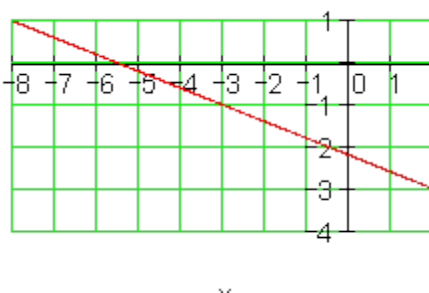
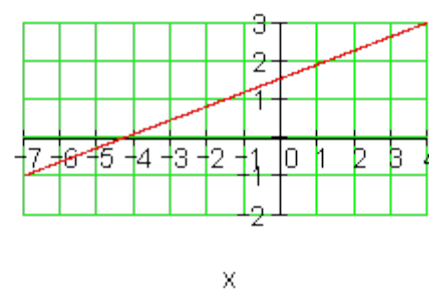
پ-

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...

۱۱۰

|  |  |
|--|--|
| $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ $D = \{x \mid -2 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$ $f(-2) = \frac{3}{4} \cdot (-2) - 3 = -\frac{9}{2}$ $f(6) = \frac{3}{4} \cdot 6 - 3 = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$  |    |
| $f(x) = 3x - 6$ $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$ $f(-1) = 3 \cdot (-1) - 6 = -9$ $f(3) = 3 \cdot 3 - 6 = 3$ $\Rightarrow W = \{y \mid -9 \leq y \leq 3\}_{\mathbb{R}}$   |  <p style="text-align: right;">ت-</p>        |
| $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1)$ $D = \{x \mid 0 \leq x \leq 7\}_{\mathbb{R}}$ $f(x) = a_1x + a_0$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 4}{7 - 3} = -\frac{5}{4}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$ $P_1(3 \mid 4) \Rightarrow f(3) = 4$ $\Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \mid + \frac{15}{4}$ | <p style="text-align: right;">دوی: الف-</p>  |

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۱۱

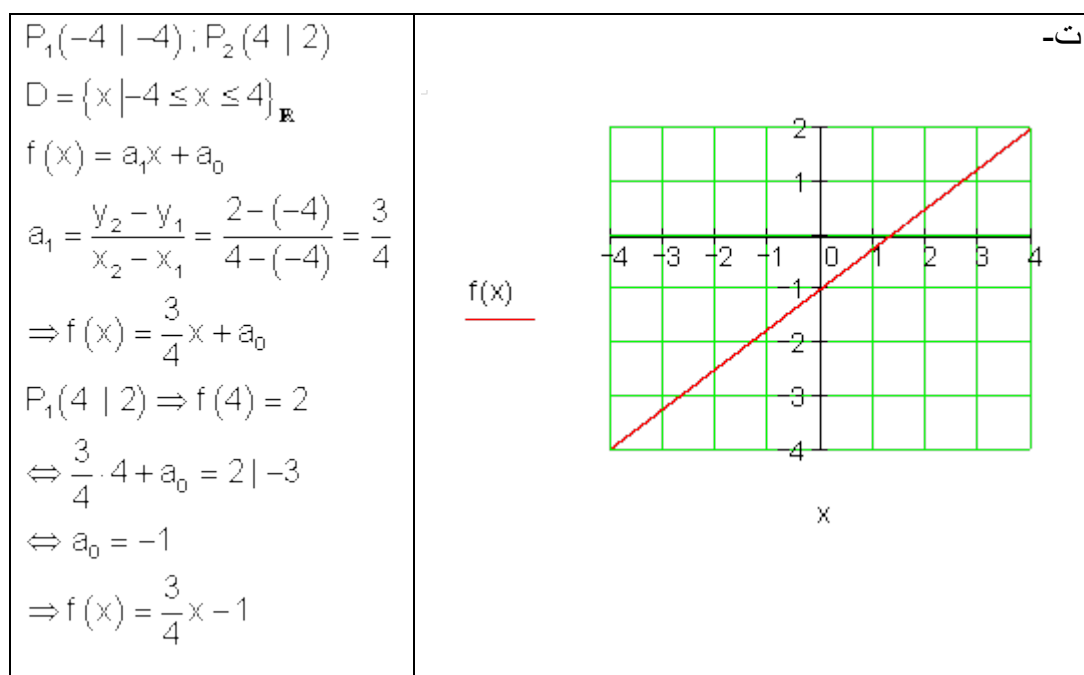
|   |   |
|---|---|
| $\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$  |   |
| <p><math>P_1(-8   1); P_2(2   -3)</math><br/> <math>D = \{x   -8 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}</math><br/> <math>f(x) = a_1x + a_0</math><br/> <math>a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 1}{2 - (-8)} = -\frac{2}{5}</math><br/> <math>\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0</math><br/> <math>P_1(2   -3) \Rightarrow f(2) = -3</math><br/> <math>\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \mid + \frac{4}{5}</math><br/> <math>\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}</math><br/> <math>\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}</math></p> | <p style="text-align: right;">ب-</p>  <p style="text-align: center;">x</p> <p>کرینیز ې توابع د ورکړشوو شرایطو سره</p> |
| <p><math>P_1(4   3); P_2(-7   -1)</math><br/> <math>D = \{x   -7 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}</math><br/> <math>f(x) = a_1x + a_0</math><br/> <math>a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-7 - 4} = \frac{4}{11}</math><br/> <math>\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0</math><br/> <math>P_1(4   3) \Rightarrow f(4) = 3</math></p>  | <p style="text-align: right;">ب-</p>  <p style="text-align: center;">x</p>  |



$$\Leftrightarrow \frac{4}{11} \cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$



درېم: الف -  $x - 5 = 9 \mid +5 \Leftrightarrow x = 14$  ب -  $8 + x = 25 \mid -8 \Leftrightarrow x = 17$

$$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \mid +\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{9} + \frac{1}{3} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \text{ HN} = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} \Leftrightarrow x = \frac{8}{9}$$

ت -

$$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \mid +\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \text{ HN} = 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{12} + \frac{8}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{17}{12}$$

ب -

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۱۳

---

$$\begin{aligned} a+bx &= 3b+a \quad | -a & 88 &= 4x-16 \quad | +16 \\ \Leftrightarrow bx &= 3b \quad | : b & \Leftrightarrow 104 &= 4x \quad | : 4 \\ \Leftrightarrow \underline{x} &= 3 & \Leftrightarrow 26 &= x \quad \Leftrightarrow \underline{x} = 26 \end{aligned}$$

ث - ب -

$$\begin{aligned} 9+(5-x) &= 6 & 8-(x+5) &= 2 \\ \Leftrightarrow 9+5-x &= 6 & \Leftrightarrow 8-x-5 &= 2 \\ \Leftrightarrow 14-x &= 6 \quad | -14 & \Leftrightarrow 3-x &= 2 \quad | -3 \\ \Leftrightarrow -x &= -8 \quad | \cdot (-1) & \Leftrightarrow -x &= -1 \quad | \cdot (-1) \\ \Leftrightarrow \underline{x} &= 8 & \Leftrightarrow \underline{x} &= 1 \end{aligned}$$

ج - ج -

$$\begin{aligned} (x-6)(x+3) &= (x-5)(x-2) \\ \Leftrightarrow x^2+3x-6x-18 &= x^2-2x-5x+10 \\ \Leftrightarrow x^2-3x-18 &= x^2-7x+10 \quad | -x^2 \\ \Leftrightarrow -3x-18 &= -7x+10 \quad | +7x \\ \Leftrightarrow 4x-18 &= 10 \quad | +18 \\ \Leftrightarrow 4x &= 28 \quad | : 4 \\ \Leftrightarrow \underline{x} &= 7 \end{aligned}$$

ح -

$$\begin{aligned} (x+3)(x+7) &= (x+2)(x+9) \\ \Leftrightarrow x^2+7x+3x+21 &= x^2+9x+2x+18 \\ \Leftrightarrow x^2+10x+21 &= x^2+11x+18 \quad | -x^2 \\ \Leftrightarrow 10x+21 &= 11x+18 \quad | -11x \\ \Leftrightarrow -x+21 &= 18 \quad | -21 \\ \Leftrightarrow -x &= -3 \quad | \cdot (-1) \\ \Leftrightarrow \underline{x} &= 3 \end{aligned}$$

خ -

خ -

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} &= \frac{x}{2} + x \quad \text{HN} = 12 \\ \Leftrightarrow \frac{3x}{12} + \frac{10x}{12} + \frac{10}{12} &= \frac{6x}{12} + \frac{12x}{12} \quad | \cdot 12 \\ \Leftrightarrow 3x + 10x + 10 &= 6x + 12x \\ \Leftrightarrow 13x + 10 &= 18x \quad | -18x \\ \Leftrightarrow -5x + 10 &= 0 \quad | -10 \\ \Leftrightarrow -5x &= -10 \quad | : 5 \\ \Leftrightarrow \underline{x = 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} &= \frac{1}{9} + \frac{7}{3x} \quad \text{HN} = 18x \\ \Leftrightarrow \frac{27}{18x} + \frac{12}{18x} &= \frac{2x}{18x} + \frac{42}{18x} \quad | \cdot 18x \\ \Leftrightarrow 27 + 12 &= 2x + 42 \\ \Leftrightarrow 2x + 42 &= 27 + 12 \quad | -42 \\ \Leftrightarrow 2x &= -3 \quad | : 2 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{3}{2}; D = \mathbb{R}^* \end{aligned}$$

- خ

$$\begin{aligned} \frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} &= \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a} \quad \text{HN} = abc \\ \Leftrightarrow \frac{a^2cx}{abc} - \frac{b^2}{abc} &= \frac{a^2}{abc} - \frac{b^2cx}{abc} \quad | \cdot abc \\ \Leftrightarrow a^2cx - b^2 &= a^2 - b^2cx \quad | +b^2cx \\ \Leftrightarrow a^2cx + b^2cx - b^2 &= a^2 \quad | +b^2 \\ \Leftrightarrow a^2cx + b^2cx &= a^2 + b^2 \\ \Leftrightarrow cx(a^2 + b^2) &= a^2 + b^2 \quad | : (a^2 + b^2) \\ \Leftrightarrow cx &= 1 \quad | : c \end{aligned}$$

- د

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۱۵

$$\text{سره } c \neq 0 \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{c}$$

$$D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$$

د -

$$\begin{aligned} \frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} &= a \quad \text{HN} = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \\ \Leftrightarrow \frac{x(a+b)}{a^2 - b^2} + \frac{x(a-b)}{a^2 - b^2} &= \frac{a(a^2 - b^2)}{a^2 - b^2} \quad | \cdot (a^2 - b^2) \\ \Leftrightarrow x(a+b) + x(a-b) &= a(a^2 - b^2) \\ \Leftrightarrow x[(a+b) + (a-b)] &= a(a^2 - b^2) \\ \Leftrightarrow x(a+b+a-b) &= a(a^2 - b^2) \\ \Leftrightarrow x \cdot 2a &= a(a^2 - b^2) \quad | : 2a \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a^2 - b^2}{2} \\ D &= \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0 \end{aligned}$$

د -

$$\begin{aligned} 23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a &= 5ax - 7a \\ \Leftrightarrow 23a - \{5ax - [9ax + 12a - 6ax] - 3a + 8ax\} - 15a &= 5ax - 7a \\ \Leftrightarrow 23a - \{5ax - 9ax - 12a + 6ax - 3a + 8ax\} - 15a &= 5ax - 7a \\ \Leftrightarrow 23a - \{10ax - 15a\} - 15a &= 5ax - 7a \quad \Leftrightarrow 23a - 10ax + 15a - 15a = 5ax - 7a \\ \Leftrightarrow 23a - 10ax &= 5ax - 7a \quad | -5ax \quad \Leftrightarrow 23a - 15ax = -7a \quad | -23a \\ \Leftrightarrow -15ax &= -30a \quad | : (-15a) \quad \Leftrightarrow \underline{x = 2} \end{aligned}$$

څلورم:

الف -

$$f(x) = 2x - 7 \Rightarrow P_y(0 | -7)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0 | +7 \Leftrightarrow 2x = 7 | : 2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

ب -

$$f(x) = -2x + 6 \Rightarrow P_y(0 | 6)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 6 = 0 | -6 \Leftrightarrow -2x = -6 | : (-2) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 | 0)$$

پ -

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow P_y(0 | -3)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 | +3 \Leftrightarrow 3x = 3 | : 3 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 | 0)$$

ت -

$$f(x) = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{2}{3}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{2}{3} = 0 | -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x = -\frac{2}{3} | : 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{3} \mid 0\right)$$

ث -

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow P_y(0 | 2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 2 = 0 | -2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = -2 | \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{8}{3} \mid 0\right)$$

ج -

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۱۷

---

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{4}{5} \right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} = 0 \mid -\frac{4}{5} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -\frac{4}{5} \mid \cdot \left( -\frac{4}{3} \right) \Leftrightarrow x = \frac{16}{15} \Rightarrow P_x \left( \frac{16}{15} \mid 0 \right)$$

- ج

$$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{1}{2} \right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \mid -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{7}{2}x = -\frac{1}{2} \mid \cdot \frac{2}{7} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{7} \Rightarrow P_x \left( -\frac{1}{7} \mid 0 \right)$$

- ج

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{5}{2} \right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 0 \mid -\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x = -\frac{5}{2} \mid \cdot \left( -\frac{2}{5} \right) \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x (1 \mid 0)$$

- ح

$$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid -\frac{11}{3} \right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} = 0 \mid +\frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x = \frac{11}{3} \mid \cdot \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{44}{21} \Rightarrow P_x \left( \frac{44}{21} \mid 0 \right)$$

پنځم : مفصل حل

- الف

$$P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 4}{7 - 3} = \underline{\underline{-\frac{5}{4}}}$$

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...

ب -  $f(x) = a_1x + a_0$  د  $a_1 = -\frac{5}{4}$  سره له  $a$  لرو  $f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$

$$P_1(3 | 4) \Rightarrow f(3) = 4 \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \mid + \frac{15}{4} \Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{31}{4}\right)$$

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} = 0 \mid -\frac{31}{4} \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x = -\frac{31}{4} \mid \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{31}{5} \Rightarrow P_x\left(\frac{31}{5} \mid 0\right)$$

ت -

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$D = \{x \mid -2 \leq x \leq 8\}_{\mathbf{R}}$$

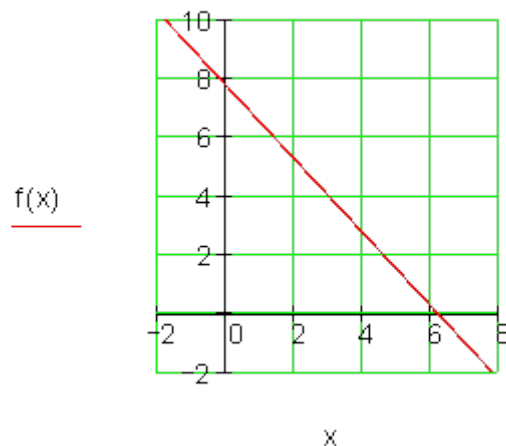
$$f(-2) = -\frac{5}{4} \cdot (-2) + \frac{31}{4} = \frac{41}{4}$$

$$f(7) = -\frac{5}{4} \cdot 8 + \frac{31}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{4} \leq y \leq \frac{41}{4}\right\}_{\mathbf{R}}$$

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۱۹

ث-



پنځم || مفصل حل

الف -

$$P_1(-8 | 1); P_2(2 | -3) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 1}{2 - (-8)} = \frac{-4}{10} = \underline{\underline{-\frac{2}{5}}}$$

ب-  $f(x) = a_1x + a_0$  د  $a_1 = -\frac{2}{5}$  سره له **a** دی  $f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$

$$P_2(2 | -3) \Rightarrow f(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}}$$

پ -

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow \underline{\underline{P_v \left( 0 \mid -\frac{11}{5} \right)}}$$



ت -

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} = 0 \mid +\frac{11}{5}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}x = \frac{11}{5} \mid \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x \left(-\frac{11}{2} \mid 0\right)}}$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$D = \{x \mid -8 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$$

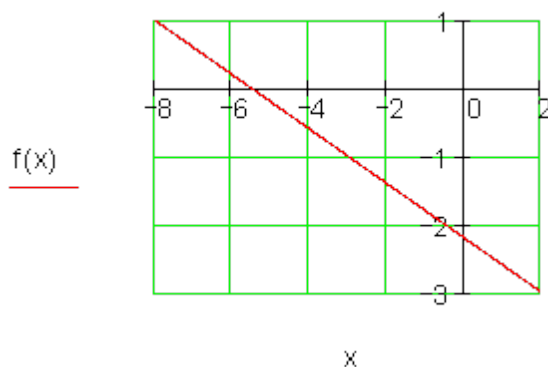
$$f(-8) = -\frac{2}{5} \cdot (-8) - \frac{11}{5} = 1$$

$$f(2) = -\frac{2}{5} \cdot 2 - \frac{11}{5} = -3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -3 \leq y \leq 1\}_{\mathbb{R}}}}$$

ت -

ث -



x

پنم III: مفصل حل

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۲۱

$$P_1(4 | 3); P_2(-7 | -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-7 - 4} = \frac{-4}{-11} = \frac{4}{11} \quad \text{الف -}$$

$$f(x) = \frac{4}{11}x + a_0 \quad \text{سر له (a) څخه لرو:} \quad a_1 = \frac{4}{11} \quad f(x) = a_1x + a_0 \quad \text{ب -}$$

$$P_1(4 | 3) \Rightarrow f(4) = 3 \Leftrightarrow \frac{4}{11} \cdot 4 + a_0 = 3 \quad | \quad -\frac{16}{11} \Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{17}{11} \right) \quad \text{ب -}$$

$$P_2(2 | -3) \Rightarrow f(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \quad | \quad +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

ت -

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} = 0 \quad | \quad -\frac{17}{11}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}x = -\frac{17}{11} \quad | \quad \cdot \frac{11}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{17}{4} \Rightarrow P_x \left( -\frac{17}{4} \mid 0 \right)$$

ت -

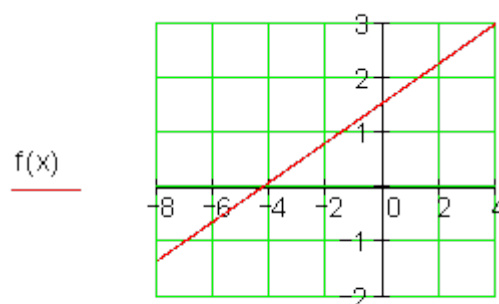
$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

$$D = \{x \mid -8 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-8) = \frac{4}{11} \cdot (-8) + \frac{17}{11} = -\frac{15}{11}$$

$$f(4) = \frac{4}{11} \cdot 4 + \frac{17}{11} = 3$$

$$\Rightarrow W = \left\{ y \mid -\frac{15}{11} \leq y \leq 3 \right\}_{\mathbb{R}}$$



ث-  $x$

پنځم IV : مفصل حل

$$P_1(4 \mid 2); P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{-4 - 4} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$f(x) = \frac{3}{4}x + a_0 \quad \text{د } a_1 = \frac{3}{4} \text{ سره له } a \text{ څخه لرو: } f(x) = a_1x + a_0 \quad \text{پ}$$

$$P_1(4 \mid 2) \Rightarrow f(4) = 2 \Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow a_0 = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۲۳

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{P_y(0 | -1)} \quad \text{پ -}$$

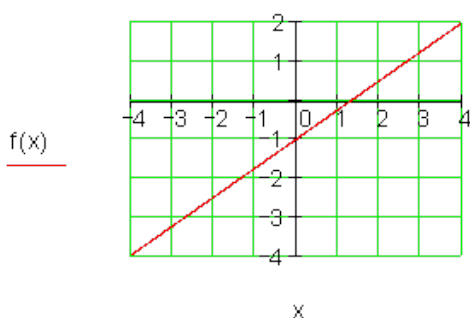
$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 1 = 0 | +1 \quad \text{ت -}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x = 1 | \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow \underline{P_x\left(\frac{4}{3} | 0\right)}$$

$$P_2(2 | -3) \Rightarrow f(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 | + \frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}$$



$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$

$$D = \{x | -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-4) = \frac{3}{4} \cdot (-4) - 1 = -4$$

$$f(4) = \frac{3}{4} \cdot 4 - 1 = 2$$

$$\Rightarrow \underline{W = \{y | -4 \leq y \leq 2\}_{\mathbb{R}}} \quad \text{ت -}$$

شپږم: مفصل حل

|  |  |
|--|--|
| <p>ب -</p> <p>I <math>4x + 5y = 32</math></p> <p>II <math>y = 5x - 11</math></p> <p>له <math>y</math> پیدا او په I کې خای په خای کری</p> | <p>I <math>5y - 3x = 1</math></p> <p>الف - II <math>x = y + 1</math></p> <p>له <math>x</math> پیدا او په I کې خای په خای کری</p> |
|--|--|

|  |  |
|--|--|
| $4x + 5(5x - 11) = 32$ $\Leftrightarrow 4x + 25x - 55 = 32 \mid +55$ $\Leftrightarrow 29x = 87 \mid : 29 \Leftrightarrow \underline{x = 3}$ <p>په اګې ځای په ځای کړی</p> $y = 5 \cdot 3 - 11 \Leftrightarrow \underline{y = 4}$ $\Rightarrow \underline{L = \{(3 \mid 4)\}}$   | $5y - 3(y + 1) = 1$ $\Leftrightarrow 5y - 3y - 3 = 1 \mid +3$ $\Leftrightarrow 2y = 4 \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{y = 2}$ <p>په اګې ځای په ځای کړی:</p> $x = 2 + 1 \Leftrightarrow \underline{x = 3}$ $\Rightarrow \underline{L = \{(3 \mid 2)\}}$   |
| <p>ت-</p> $\text{I } 3x = y + 15$ $\text{II } 2y - 10 = 2x$ <p>په اګې پیدا کړی او په اګې یې کړی</p> $3x = y + 15 \mid -15 \Leftrightarrow 3x - 15 = y \quad (1)$ <p>په اګې یې کړی</p> $2(3x - 15) - 10 = 2x$ $\Leftrightarrow 6x - 30 - 10 = 2x \mid -2x$ $\Leftrightarrow 4x - 40 = 0 \mid +40$ $\Leftrightarrow 4x = 40 \mid : 4 \Leftrightarrow \underline{x = 10}$ <p>په (1) کې یې کړی</p> $y = 3 \cdot 10 - 15 \Leftrightarrow \underline{y = 15}$ $\Rightarrow \underline{L = \{(10 \mid 15)\}}$ | <p>پ-</p> $\text{I } 15y - 4x = -50$ $\text{II } x = y + 7$ <p>x له اګې پیدا او په اګې ځای کړی</p> $15y - 4(y + 7) = -50$ $\Leftrightarrow 15y - 4y - 28 = -50 \mid +28$ $\Leftrightarrow 11y = -22 \mid : 11 \Leftrightarrow \underline{y = -2}$ <p>په اګې ځای په ځای کړی:</p> $x = -2 + 7 \Leftrightarrow \underline{x = 5}$ $\Rightarrow \underline{L = \{(5 \mid -2)\}}$ |

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۲۵

| ت-ټ  | ټ-ټ   |
|--|---|
| $\begin{aligned} \text{I} \quad x + y &= a + b \\ \text{II} \quad x - y &= a - b \quad \text{II} + \text{I} \\ \hline 2x &= 2a \quad   : 2 \Leftrightarrow x = a \end{aligned}$ <p>په اکې ځای په ځای کړی:</p> $\begin{aligned} a + y &= a + b \quad   -a \\ \Leftrightarrow y &= b \\ \Rightarrow L &= \{(a \mid b)\} \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \text{I} \quad 2y &= 2x - 40 \\ \text{II} \quad 3x &= 10 - 2y \end{aligned}$ <p>په اکې ځای په ځای کړی:</p> $\begin{aligned} 2y = 2x - 40 \quad   : 2 \Leftrightarrow y &= x - 20 \quad (1) \\ 3x = 10 - 2(x - 20) \\ \Leftrightarrow 3x &= 10 - 2x + 40 \quad   +2x \\ \Leftrightarrow 5x &= 50 \quad   : 5 \Leftrightarrow x = 10 \end{aligned}$ <p>په (1) کې یې کیردی</p> $\begin{aligned} y = 10 - 20 \Leftrightarrow y &= -10 \\ \Rightarrow L &= \{(10 \mid -10)\} \end{aligned}$ |

پوښنتي

## IX کرینیز مساوات

لومړی: کرینه g له ټکو  $P_1(4; -3, 5)$  او  $P_2(2, 5; -1)$  تیرېږي.کرینه h له ټکو  $P_3(5 \mid 2, 5)$  او  $P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$  تیرېږي.

گرښي یو بل ته څه موقعیت لري یا څنګه پرته دي؟

دویم: د  $f(x)$  کرینیزې تابع د تابع ترم او ارزښتساحه (ارزښتورشو) و ټاکي، که صدق ولري:

الف-  $f(0) = 20; f(12) = 32; x > 0$  ب-  $f(-3) = 6; f(2) = -8; x \in [-3; 3]$

دریم:

د  $f(x)$  کرښيزې تابع گراف په 3 LE اوږدوالی واحد کین لور

ته خوزیري. د راکښل شوي کرښي د  $f^*(x)$  مساوات څنگه دي؟

$$f(x) = \frac{5}{3}x - 2 \quad D = \mathbb{R}$$

څلورم: د  $f(x)$  او  $g(x)$  توابع ورکړ شوي دي. د کوم ارزښت لپاره  $f(x) > g(x)$  صدق کوي؟

$$f(x) = 2x - 3 \quad ; \quad g(x) = -0,5x + 1 \quad x \in \mathbb{R}$$

پنځم: یوه  $g(x)$  کرښه ورکړ شوې.. دا د یوې کرښي  $h(x)$  له خوا قطع کیږي. د

$$h(x) \text{ مساوات وټاکي، که باور ولري: } g(x) = -3x + 2$$

الف- قاطع یا غوڅی د  $x$  محور سره. ب- قاطع(غوڅی) په  $x = -5$  کې

شپږم:

|                      |   |
|----------------------|---|
| $h(x) = -1,5(x - 2)$ | یوه د پیل کرښه دا $a_1 = -0,125$ جگوالي سره و داسی کښول کیږي. چې کرښه $h$ د مساوات سره د $x$ په محور قطع کوي. راکښنه تشریح کړی او د راکښل شوي کرښي گراف و کاری. |
|----------------------|---|

اوم: یوه  $f(x)$  کرښيزه تابع ورکړ شوې. کرښه د  $x = u$  مساوات سره د  $f(x)$  گراف په  $P$  کې قطع کوي او د  $x$  محور په  $Q$  کې قطع کوي. یوه سکیڅي ترتیب کړی.

الف- د  $P$  او  $Q$  کواوردینات وټاکي، که  $f(x) = 0,75x + 2$  وي.

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو... ۱۲۷

ب- د  $u$  د کوم ارزښت لپاره  $P$  د  $x$  محور پورته لور ته پرته ده.

ت-  $P(u | f(u))$  په 1 څلورۍ يا ربع کې پروت دی.  $Q, R(0 | 0)$  او  $P$  د یوه مثلث رأسونه (ککړۍ ټکي) جوړوي. د دې مثلث د مساحت  $A$  لپاره ترم وټاکي.  $u$  (محیط) داسې وټاکي، چې  $A(u) = 10$  صدق وکړي.

اتم: د  $g$  کرښې ته موازي او عمود مساوات داسې وټاکي، چې له  $P$  ټکي تیر شي.

الف-  $g: x+2-3y=0; P(0|3)$  ب-  $g(x) = \frac{2}{3}x - 3; P(1|4)$

پ-  $g(x) = -1,5kx; P(1|0)$

نهم: کرښه  $g$  له ټکو  $P_1$  او  $P_2$  تیرېږي. د  $h$  کرښې ته یې ځای مطالعه کړی او د امکان په حالت کې یې د قاطع ټکي معلوم کړی.

$$P_1(-1|1,5); P_2(-2|-2,5) \quad h: -x-6-4y=0$$

لسم: وښایي: کرښه  $g$  او کرښه  $h$  عمود دي.

$$g: y - \sqrt{2}x = 1 \quad h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0$$

$$g(x) = -3x + 2$$

یولسم:

|   |   |
|---|---|
| $A\left(\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); B\left(-\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); C(0 k)$ | <p>د <math>A, B</math> او <math>C</math> ټکي د یوه مثلث د رأس ټکي دي. د <math>k &gt; 0</math> د کوم ارزښت لپاره دا مثلث قائم الزاویه (ولارگوډیز) دی؟ ( ښی رأس په <math>C</math> پروت دی )</p> |
|---|---|



## مفصل حلونه:

## IX کرښيز ي توابع

لومړی:

$$g(x) : P_1\left(4 \mid -\frac{7}{2}\right); P_2\left(\frac{5}{2} \mid -1\right) \quad h(x) : P_3\left(5 \mid \frac{5}{2}\right); P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$$

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - \left(-\frac{7}{2}\right)}{\frac{5}{2} - 4} = \frac{-\frac{2}{2} + \frac{7}{2}}{\frac{5}{2} - \frac{8}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 2} = -\frac{5}{3} \Rightarrow g(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0g}$$

$$P_1\left(4 \mid -\frac{7}{2}\right): \quad g(4) = -\frac{5}{3} \cdot 4 + a_{0g} = -\frac{7}{2} \Rightarrow a_{0g} = \frac{19}{6} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{19}{6}}}$$

$$a_{1h} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{\frac{25}{3} - \frac{5}{2}}{\frac{3}{2} - 5} = \frac{\frac{50}{6} - \frac{15}{6}}{\frac{3}{2} - \frac{10}{2}} = \frac{\frac{35}{6}}{-\frac{7}{2}} = -\frac{35 \cdot 2}{7 \cdot 6} = -\frac{5}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0h}$$

$$P_3\left(5 \mid \frac{5}{2}\right): \quad h(5) = -\frac{5}{3} \cdot 5 + a_{0h} = \frac{5}{2} \Rightarrow a_{0h} = \frac{65}{6} \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{65}{6}}}$$

دويم: کرښي  $g(x)$  او  $h(x)$  موازي دي مگر توپير لري.

الف-

$$f(0) = 20 \Rightarrow P_1(0 \mid 20) \Rightarrow a_0 = 20; \quad f(12) = 32 \Rightarrow P_2(12 \mid 32)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{32 - 20}{12 - 0} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x + 20}}$$

د  $x > 0$  لپاره ارزښتست (يا ارزښتدېری)  $W_f = \{y \mid 20 < y < \infty\}_{\mathbb{R}}$ :

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو... ۱۲۹

ب-

$$f(-3) = 6 \Rightarrow P_1(-3 | 6); f(2) = -8 \Rightarrow P_2(2 | -8); x \in [-3; 3]$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8 - 6}{2 - (-3)} = -\frac{14}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{14}{5}x + a_0$$

$$P_2(2 | -8): f(2) = -\frac{14}{5} \cdot 2 + a_0 = -8 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{12} \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{-\frac{14}{5}x - \frac{5}{12}}}$$

د انټروال عددونو د ځای پر ځای کولو سره ارزښتست:

$$f(-3) = -\frac{14}{5} \cdot (-3) - \frac{5}{12} = 6; f(3) = -\frac{14}{5} \cdot (3) - \frac{5}{12} = -\frac{54}{5} = -10,8$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W_f = \{y \mid -10,8 \leq y \leq 6\}_{\mathbb{R}}}}$$

دریم:

د  $x$  راکښنه د کښي لور ته په 3 کرښيز واحدونو په دې معنا دی:  $(x+3)$

$$f(x) = \frac{5}{3}x - 2 \Rightarrow f^*(x) = \frac{5}{3}(x+3) - 2 = \underline{\underline{\frac{5}{3}x + 3}}$$

څلورم:

$$f(x) = 2x - 3; g(x) = -0,5x + 1; x \in \mathbb{R}; f(x) > g(x)$$

$$\Rightarrow 2x - 3 > -0,5x + 1 \mid +0,5x \Leftrightarrow 2,5x - 3 > 1 \mid +3 \Leftrightarrow 2,5x > 4 \mid : 2,5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x > 1,6}}$$

د  $x > 1,6$  لپاره صدق کوي  $f(x) > g(x)$ ، دا په دې معنا چې  $f(x)$  د  $g(x)$  پورته لور ته ځغلي.

پنځم:

$$g(x) = -3x + 2 \quad \text{الف-}$$

$$g(x_1) = -3x_1 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3} \quad \text{صفرځايونه:}$$

$$f(x) = a_1x \quad \text{کرښه له ټکي:}$$

$$P\left(\frac{2}{3} | 0\right) \quad \text{د } x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow f^*(x) = a_1\left(x - \frac{2}{3}\right) \quad \text{په اندازه راکښلي: ټولي کرښي له تيرپري.}$$

$$P\left(\frac{2}{3} | 0\right) \quad \text{د } a_1 = 1 \quad \text{لپاره د بيلگي په توره صدق کوي: } g(x) = x - \frac{2}{3} \quad \text{له هم تيرپري.}$$

$$\text{ب- } g(x) = -3x + 2 \quad \text{سره غوڅوي } x = -5$$

$$g(5) = -3 \cdot (-5) + 2 = 17 \Rightarrow P(-5; 17) \quad \text{د قطع کيدو ټکي:}$$

$$f(x) = a_1x \quad \text{کرښه له صفر ټکي:}$$

$$f'(x) = a_1(x+5) + 17 \quad \text{راکښنه په } x = -5 \quad \text{او } y = 17 \quad \text{له دې لاس ته راځي:}$$

ټولي کرښي له تيرپري.

$$g(x) = x + 22 \quad \text{د بيلگي په توگه د } a_1 = 1 \quad \text{لپاره صدق کوي:}$$

$$\text{له ټکي } P(-5; 17) \quad \text{تيرپري}$$

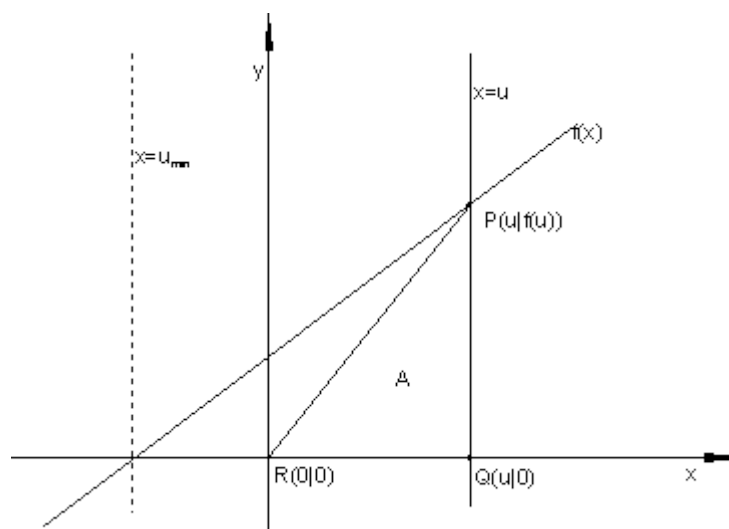
$$\text{شپږم: } f(x) = -(1/8)x \quad \text{د } h(x) = -15(x-2) \quad \text{صفرځای } x_1 = 2 \quad \text{دی.}$$

2.2 کرنبیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۳۱

$f(x)$  د  $x_1 = 2$  په اندازه راکنبل کيږي

$$\Rightarrow f^*(x) = -\frac{1}{8}(x-2) = \underline{\underline{-\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}}}$$

اوم:



الف-  $Q(u;0)$  د  $f(x)$  قاطع د  $x = u$  سره:  $f(u) = \frac{3}{4}u + 2$  :  $\underline{\underline{P(u | f(u))}}$

ب- شرط: د  $f(u) > 0$  لپاره

$$\Rightarrow \frac{3}{4}u + 2 > 0 \Rightarrow u > -\frac{8}{3}$$

د دې لپاره  $P$  د  $x$  محور پورته لور ته پرته ده.

پ- د مثلث سطحه:

$$A = \frac{1}{2}g \cdot h = \frac{1}{2}u \cdot f(u) = \frac{1}{2}u \cdot \left(\frac{3}{4}u + 2\right) = \frac{3}{8}u^2 + u$$

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو...

$$\Rightarrow A(u) = \frac{3}{8}u^2 + u$$

$$A(u) = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u - 10 = 0$$

پورته مربع مساوات دي.

$$\Rightarrow u^2 + \frac{8}{3}u - \frac{80}{3} = 0 \quad p = \frac{8}{3}; q = -\frac{80}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{80}{3} = \frac{256}{9}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow u_1 = -\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{256}{9}} = -\frac{4}{3} + \frac{16}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$u_2 = -\frac{4}{3} - \frac{16}{3} = -\frac{20}{3}$$

$$A(u) = 10 \text{ د } \underline{u_1 = 4} \text{ لپاره يا د } u_2 = -\frac{20}{3} \text{ لپاره.}$$

اتم:

$$g: x + 2 - 3y = 0 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \quad P(0|3) \Rightarrow a_0 = 3$$

الف-

$$g_1(x) = \frac{1}{3}x + 3$$

د  $g$  سره موازي له  $P$  ټکي تيرېږي، له دې لاس ته راځي

د  $g$  سره عمود له  $P$  تيرېږي:

د  $g_1$  ميل يا جگوالی:

$$a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -3 \Rightarrow \underline{\underline{g_1(x) = -3x + 3}}$$

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۳۳

$$g(x) = \frac{2}{3}x - 3 \quad P(1|4) \quad \text{ب-}$$

د  $g$  سره موازي له  $P$  ټکي تېرېږي: له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow a_{\parallel} = a_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow g_{\parallel}(x) = \frac{2}{3}x + a_{0\parallel}$$

$$P(1|4): \quad g_{\parallel}(1) = \frac{2}{3} \cdot 1 + a_{0\parallel} = 4 \Rightarrow a_{0\parallel} = \frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\parallel}(x) = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}}}}$$

د  $P$  له ټکي د  $g$  سره عمود:

$$a_{\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow g_{\perp}(x) = -\frac{3}{2}x + a_{0\perp}$$

د  $g_{\perp}$  جگوالی

$$P(1|4): \quad g_{\perp}(1) = -\frac{3}{2} \cdot 1 + a_{0\perp} = 4 \Rightarrow a_{0\perp} = \frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}}}}$$

$$g(x) = -\frac{3}{2}kx \quad P(1|0) \quad \text{ب-}$$

د  $g$  سره غبرگ له  $P$ :  $\Rightarrow a_{\parallel} = a_1 = -\frac{3}{2}k \Rightarrow g_{\parallel}(x) = -\frac{3}{2}kx + a_{0\parallel}$

$$P(1|0): \quad g_{\parallel}(1) = -\frac{3}{2}k \cdot 1 + a_{0\parallel} = 0 \Rightarrow a_{0\parallel} = \frac{3}{2}k \Rightarrow \underline{\underline{g_{\parallel}(x) = -\frac{3}{2}kx + \frac{3}{2}k}}$$

د  $g$  سره اورتوگونال (عمود) له  $P$  څخه: د  $g_{\perp}$  جگوالی

$$g_{\perp}: \quad a_{\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{-\frac{3}{2}k} = \frac{2}{3k} \Rightarrow g_{\perp}(x) = \frac{2}{3k}x + a_{0\perp}$$

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو...

$$P(1|0): \quad g_{\perp}(1) = \frac{2}{3k} \cdot 1 + a_{0\perp} = 0 \Rightarrow a_{0\perp} = -\frac{2}{3k} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x) = \frac{2}{3k}x - \frac{2}{3k}}}$$

نهم:

$$P_1\left(-1 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \mid -\frac{5}{2}\right) \quad h: \quad -x - 6 - 4y = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$$

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}{-2 - (-1)} = 4 \Rightarrow g(x) = 4x + a_{0g}$$

$$P_1\left(-1 \mid \frac{3}{2}\right): \quad g(-1) = 4 \cdot (-1) + a_{0g} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_{0g} = \frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 4x + \frac{11}{2}}}$$

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} = -\frac{1}{-\frac{1}{4}} = 4$$

کرښي g او h اورتوگونال دي، ځکه چې دی.

$$g(x_s) = h(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + \frac{11}{2} = -\frac{1}{4}x_s - \frac{3}{2} \Leftrightarrow x_s = -\frac{28}{17} \quad \text{غوختکي:}$$

$$y_s = g(x_s) = 4 \cdot \left(-\frac{28}{17}\right) + \frac{11}{2} = -\frac{37}{34} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{28}{17} \mid -\frac{37}{34}\right)}}$$

لسم: مفصل حل

$$g: \quad y - \sqrt{2}x = 1 \quad \Rightarrow g(x) = \sqrt{2}x + 1$$

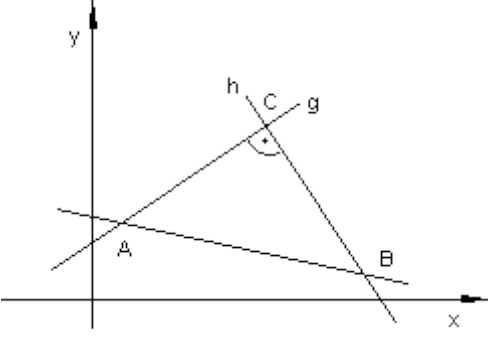
$$h: \quad -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}x + 3$$

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \quad \text{د اورتوگوناليتي لپاره شرايط:}$$

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۳۵

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ q.e.d}$$

پولسم:

|   |  |
|---|--|
|  <p> <math>A\left(\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); B\left(-\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); C(0 \mid k)</math> </p> <p>شرایط: <math>\overline{AC} \perp \overline{BC}</math></p> | <p>د <math>\overline{AC}</math> جگوالی</p> $a_{1\overline{AC}} = \frac{k - \frac{k}{3}}{0 - \sqrt{3k}} = -\frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}$ <p>د <math>\overline{BC}</math> جگوالی</p> $a_{1\overline{BC}} = \frac{k - \frac{k}{3}}{0 - (-\sqrt{3k})} = \frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = \frac{2k}{3\sqrt{3k}}$ <p>د دوه عمود کرینو g او h چگوالی لپاره صدق کوي:</p> $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \Leftrightarrow a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$ $\Rightarrow -\frac{2k}{3\sqrt{3k}} \cdot \frac{2k}{3\sqrt{3k}} = -1 \Leftrightarrow k = \underline{\underline{\frac{27}{4}}}$ |
|---|--|

پوښتي

کرینیز توابع XI



لومړۍ-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}; f_2(x) = -4x - 2; D = \{x \mid -9 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع  $f_1(x)$  سره د دويمې کرښې د تابع  $f_2(x)$  سره غوڅيږي. وټاکي:

الف - د کواورديناټونو  $x_s$  او  $y_s$  سره غوڅتکی  $S$ .

ب - د دواړو کرښو غوڅتکي د  $y$  محور سره.

پ - د دواړو کرښو غوڅتکي د  $x$  محور سره.

ت - د دواړو توابعو گراف په  $D$  کې.

دويم -

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4; D = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع  $f_1(x)$  سره په ټکي  $(3 \mid y_s)$  کې د تابع  $f_2(x)$  سره له کرښې څخه غوڅيږي.

وټاکي:

الف-د  $S$  پوره کواورديناټ

ب-تابع  $f_2(x)$ .

پ-د دواړو کرښو غوڅتکي د کواورديناټ محورونو سره.

ت-په  $D$  کې د دواړو توابعو گراف.

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$$

دریم:

## 2.2 کرنبیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۳۷

کرنبه د تابع  $f_1(x)$  سره په ټکي  $S(-4 | y_s)$  کې له کرنبی څخه د تابع  $f_2(x)$  سره ، چې پروت محور په 7- کې غوڅوي، غوڅیږي.

وتاکۍ:

الف – د  $S$  پوره کواور دینات.

ب – تابع  $f_2(x)$  .

پ – د دواړو کرنبو غوڅتکي د کواور دینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو گراف په  $D$  کې..

څلورم –

د یوه درېکودې یا مثلث ټکي  $P_1, P_2$  او  $P_3$  ورکړ شوي دي. د درېکودې د اړخونو تابع وتاکۍ. پخوا له دې یو پلان- نقشه ترتیب کړی.

$$[P_1P_2] \hat{=} f_1; [P_2P_3] \hat{=} f_2; [P_1P_3] \hat{=} f_3$$

$$P_1\left(-6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

الف-

$$[P_1P_2] \hat{=} f_1; [P_2P_3] \hat{=} f_2; [P_1P_3] \hat{=} f_3$$

$$P_1\left(6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

ب -

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3; P_2(-2 \mid -3); D = \{x \mid -6 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرنبه د تابع  $f_1(x)$  سره د دویمې کرنبی څخه د تابع  $f_2(x)$  سره ، چې له ټکي  $P_2$  تیريږي ، په ټکي  $S$  کې ولاړکونجیزه غوڅیږي.

وتاکي:

الف - د  $f_2(x)$  جگوالی  $m_2$  .

ب- تابع  $f_2(x)$  .

پ - د دواړو کرښو غوڅتکي  $S$  .

ت - د دواړو کرښو محور غوڅتکي.

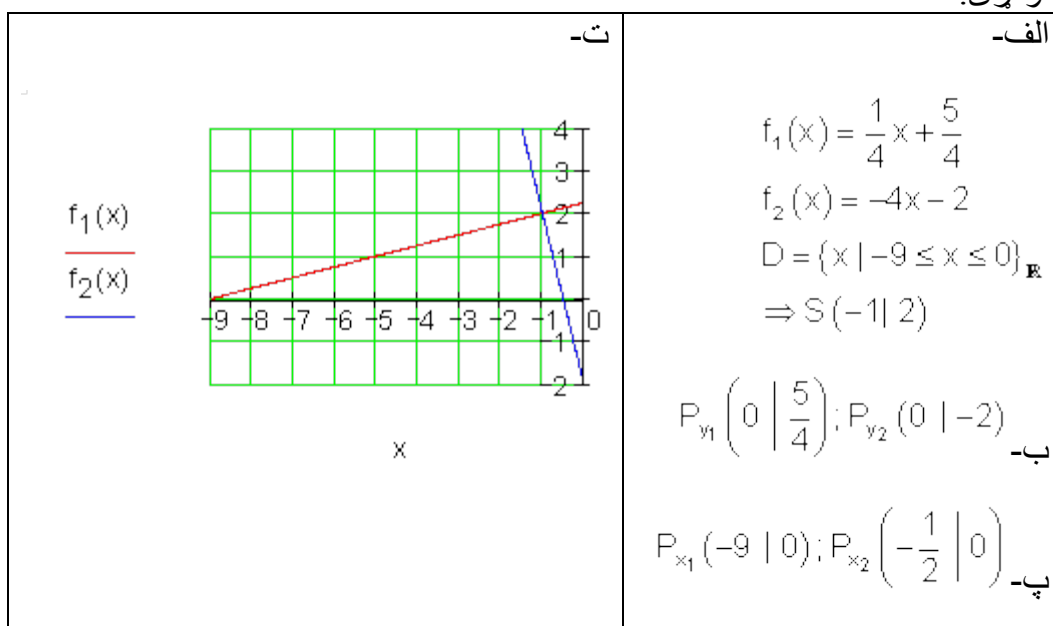
ټ - د دواړو کرښو گراف په  $D$  کې.

حلونه

## کرښيز توابع XI

نتیجې

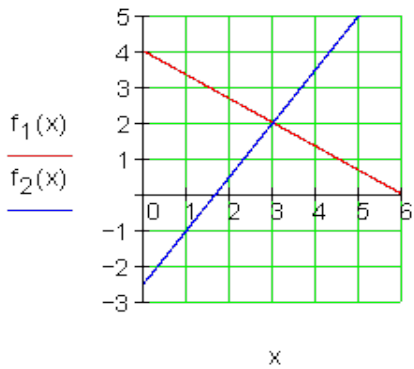
لومړی:



دویم:

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۳۹

ت-۱



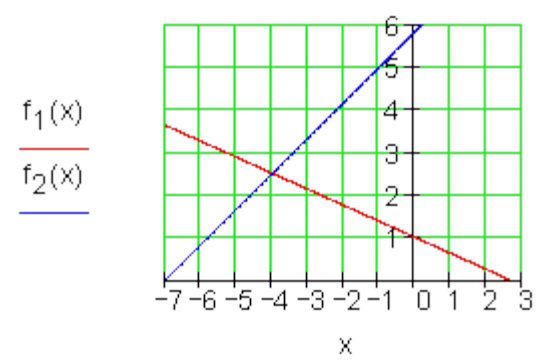
$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$   
 $D = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$   
 $\Rightarrow S(3 \mid 2)$  الف-

ب-  $f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ-  $P_{y_1}(0 \mid 4); P_{y_2}\left(0 \mid -\frac{5}{2}\right)$   
 $P_{x_1}(6 \mid 0); P_{x_2}\left(\frac{5}{3} \mid 0\right)$

دریم:

ت-۲

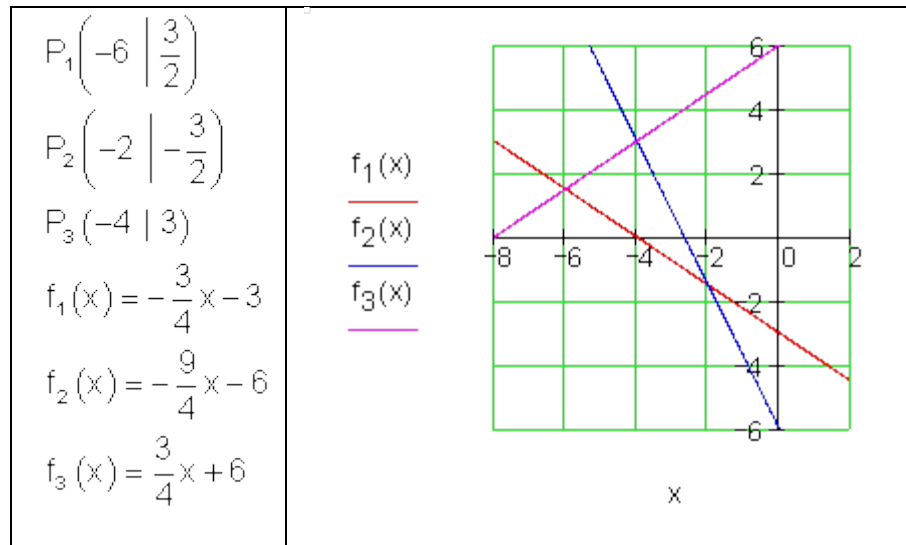


$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$   
 $D = \{x \mid -7 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$   
 $S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)$  الف-

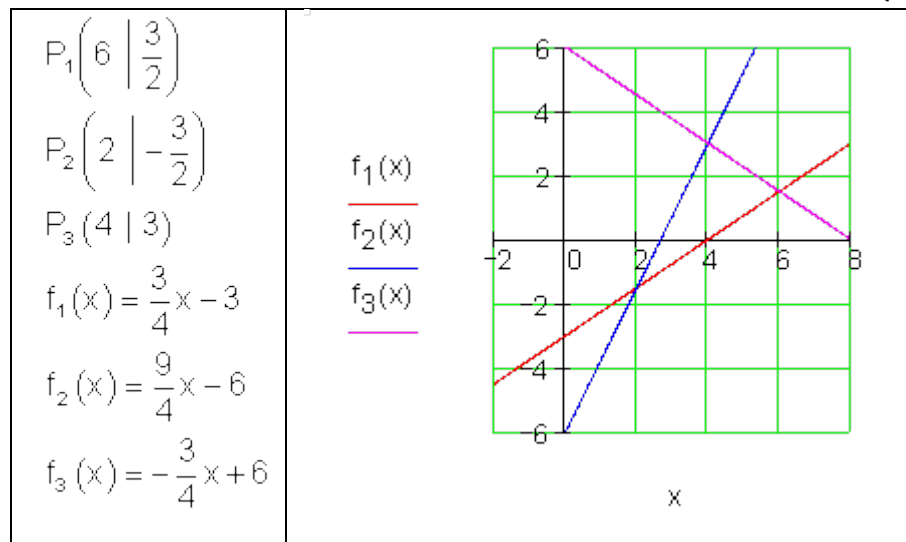
ب-  $f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$

پ-  $P_{y_1}(0 \mid 1); P_{y_2}\left(0 \mid \frac{35}{6}\right)$   
 $P_{x_1}\left(\frac{8}{3} \mid 0\right); P_{x_2}(-7 \mid 0)$

څلورم:  
الف-



ب-



پنځم:

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

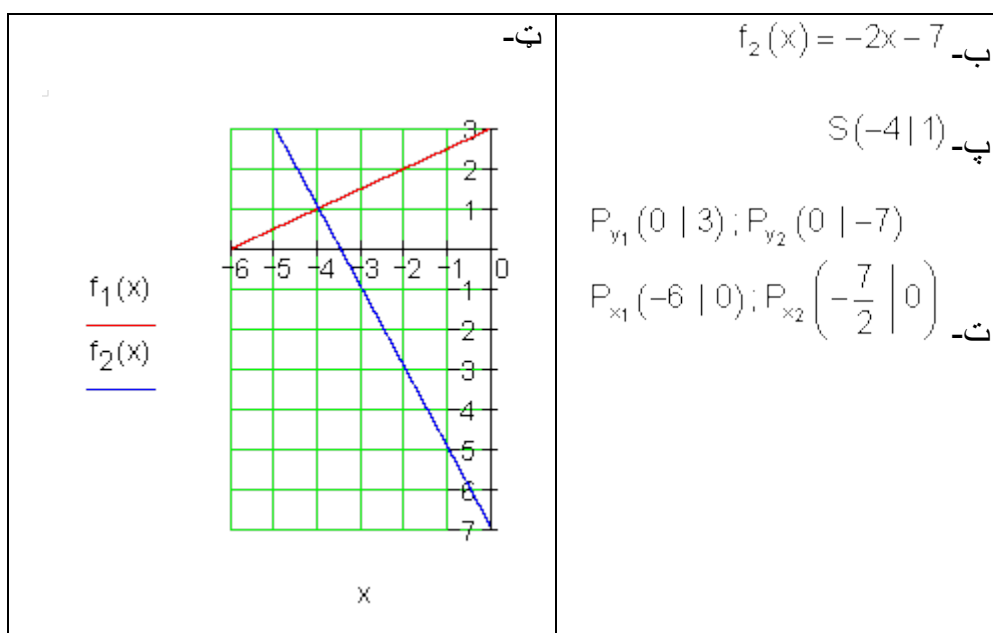
$$P_2(-2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid -6 \leq x \leq 0\}_{\mathbf{R}}$$

$$\Rightarrow m_2 = -2$$

الف-

## 2.2 کرښيز يا خطي توابع د ورکړشوو... ۱۴۱



پوښتنې

### XII کرښيز توابع

لومړۍ -

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3; P_2(2 | -3); D = \{x | 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع  $f_1(x)$  سره له يوې دويمې کرښې د تابع  $f_2(x)$  سره، چې له ټکي  $P_2$  تيرېږي په ټکي  $S$  کې ولاړکونجيزه غوڅيږي.

وټاکي.

لومړۍ:

الف - د  $f_2(x)$  جگوالی  $m_2$ .

ب - تابع  $f_2(x)$ .

پ - د دواړو کرښو غوڅټکی  $S$ .

ت - د دواړو کرښو د محور غوڅتکي.  
 ټ - د دواړو کرښو گراف په  $D$  کې.  
 دويم -

د کرښې تابع  $f_2(x)$  وټاکي، چې پروت محور په  $P_{x_2}$  کې غوڅوي او له کرښې څخه د تابع  $f_1(x)$  سره په  $S$  کې غوڅيږي. د واپرو کرښو غوڅتکي وشميرئ او د دواړو کرښو گراف په  $D$  کې رسم کړئ.

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3; P_{x_2}(4|0) \quad f_2(x) = \frac{3}{2}x + 6; P_{x_2}(-6|0)$$

الف -  $S(x_s | \frac{3}{2}); D = \{x | -6 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$  ب -  $S(3 | y_s); D = \{x | -1 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$

دريم -  $P_1(-5|5); P_2(-1|-1); S(x_s | 2); D = \{x | -6 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع  $f_1(x)$  سره له ټکو  $P_1$  او  $P_2$  تيريري او په ټکي  $S$  کې ولاړکونجيز له کرښې څخه د تابع  $f_2(x)$  سره غوڅيږي.

وټاکئ:

الف- د  $f_1(x)$  جگوالی  $m_1$ . ب - تابع  $f_1(x)$ .

پ - د  $S$  پوره کواوردينات. ت - د  $f_2(x)$  جگوالی  $m_2$ .

ټ - تابع  $f_2(x)$ . ټ - د  $f_1(x)$  او  $f_2(x)$  گرافونه

څلورم -

$$P_1(5|5); P_2(1|-1); S(3|y_s); D = \{x | 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع  $f_1(x)$  سره له ټکو  $P_1$  او  $P_2$  څخه تيريري او په ټکي  $S$  کې ولاړکونجيزه له کرښې د تابع  $f_2(x)$  سره غوڅيږي.

وټاکئ:

الف - د  $f_1(x)$  جگوالی  $m_1$  . ب - تابع  $f_1(x)$  .

پ - د  $S$  پوره کواوردیناتونه ت - د  $f_2(x)$  جگوالی  $m_2$  .

ت - تابع  $f_2(x)$  . د  $f_1(x)$  او  $f_2(x)$  گرافونه.

پنځم -

$$f_2(x) = 3x - 3; S\left(\frac{3}{2} \mid \frac{3}{2}\right); D = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع  $f_1(x)$  گراف په  $S$  ټکي کې د تابع  $f_2(x)$  له گراف څخه ولاړکونجيزه غوڅيري.

وټاکي:

الف - تابع  $f_1(x)$  .

ب - د دواړو کرښو د محورونو غوڅتکي.

پ - د دواړو توابعو گراف په  $D$  کې.

حلونه

کرښيز توابع XII

نتیجی:

لومړی: الف-

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

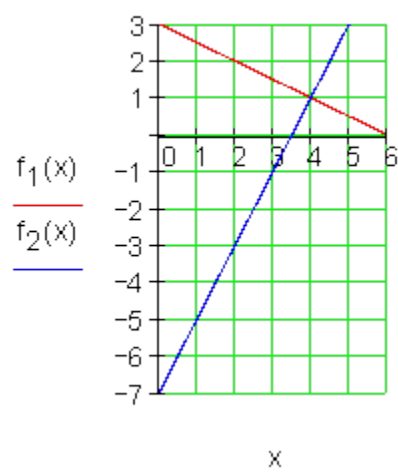
$$P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$$

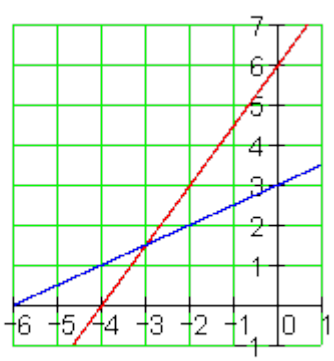
$$\Rightarrow m_2 = 2$$



2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...

|   |   |
|---|---|
| <p>ب-ت</p>  <p style="text-align: center;">x</p> | <p>ب-ب</p> $f_2(x) = 2x - 7$ <p>ب-ا</p> $S(4   1)$ <p>ب-ت</p> $P_{y_1}(0   3); P_{y_2}(0   -7)$ $P_{x_1}(6   0); P_{x_2}\left(\frac{7}{2}   0\right)$ |
|---|---|

دویم:  
الف-

|  |   |
|--|---|
| <p><math>f_1(x)</math></p> <hr style="border: 1px solid red;"/> <p><math>f_2(x)</math></p> <hr style="border: 1px solid blue;"/>  <p style="text-align: center;">x</p> | $f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6; P_{x_2}(-6   0)$ $S\left(x_s \mid \frac{3}{2}\right); D = \{x \mid -6 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$ $S\left(-3 \mid \frac{3}{2}\right); m_2 = \frac{1}{2}$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$ $P_{y_1}(0   6); P_{y_2}(0   3)$ $P_{x_1}(-4   0) \quad P_{x_2}(-6   0)$ |
|--|---|

ب-

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو... ۱۴۵

x

$f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3; P_{x_2}(4 | 0)$   
 $S(3 | y_s); D = \{x | -1 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$   
 $S\left(3 \mid -\frac{3}{2}\right); m_2 = \frac{3}{2}$   
 $f_2(x) = \frac{3}{2}x - 6$   
 $P_{y_1}(0 | -3); P_{y_2}(0 | -6)$   
 $P_{x_1}(6 | 0); P_{x_2}(4 | 0)$

درېم:

ج-

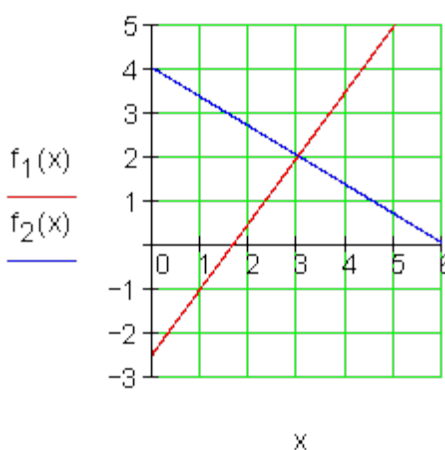
x

الف-

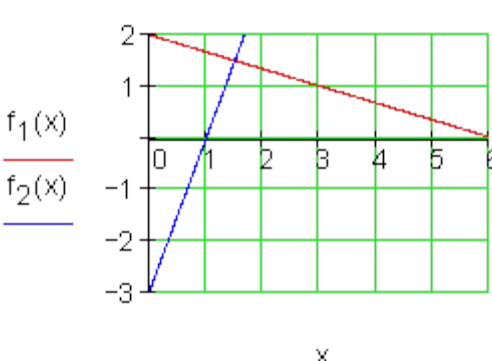
$P_1(-5 | 5); P_2(-1 | -1)$   
 $S(x_s | 2); D = \{x | -6 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$   
 $\Rightarrow m_1 = -\frac{3}{2}$   
 $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$  ب-  
 $S(-3 | 2)$  پ-  
 $m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{2}{3}$  ت-  
 $f_2(x) = \frac{2}{3}x + 4$  ث-

څلورم:

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...

|   |  |
|---|--|
| <p>ج-</p>  | <p>الف-</p> <p><math>P_1(5   5); P_2(1   -1)</math><br/> <math>S(3   y_s); D = \{x   0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}</math><br/> <math>\Rightarrow m_1 = \frac{3}{2}</math></p> <p>ب- <math>f_1(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}</math></p> <p>ب- <math>S(3   2)</math></p> <p>ت- <math>m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{2}{3}</math></p> <p>ت- <math>f_2(x) = -\frac{2}{3}x + 4</math></p> |
|---|--|

پنجم:

|   |  |
|---|--|
| <p>ب-</p>  | <p>الف-</p> <p><math>f_2(x) = 3x - 3; S\left(\frac{3}{2} \mid \frac{3}{2}\right)</math><br/> <math>D = \{x   0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}</math><br/> <math>m_1 = -\frac{1}{m_2} = -\frac{1}{3}</math><br/> <math>f_1(x) = -\frac{1}{3}x + 2</math></p> <p><math>P_{y_1}(0   2); P_{y_2}(0   -3)</math><br/> <math>P_{x_1}(6   0); P_{x_2}(1   0)</math></p> <p>ب-</p> |
|---|--|

## پوښتنې

## XIII کرښيزي توابع برخه

لومړۍ -

$$f_2(x) = \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}; S\left(2 \mid \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع  $f_1(x)$  گراف په ټکي  $S$  کې د تابع  $f_2(x)$  له گراف څخه ولاړکونجيز (قايم الزاويه) غوڅيري.

وټاکي:

الف: تابع  $f_1(x)$ .

ب - د دواړو کرښو د محورونو غوڅټکي.

پ - د دواړو توابعو گرافونه په  $D$  کې.

$$g: y - \sqrt{2}x = 1 \Rightarrow g(x) = \sqrt{2}x + 1$$

$$h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}x + 3$$

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}: \text{د اور توگوناليتي شرايط:}$$

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ q.e.d}$$

دويم:

د دوه کرښو توابع  $f_1(x)$  او  $f_2(x)$  ورکړشوي او د يوې دريمې کرښې جگوالی  $m_3$  د تابع  $f_3(x)$  سره. تابع  $f_3(x)$  داسې وټاکئ، چې گراف يې د نورو دواړو کرښو غوڅټکي څخه تير شي. د دريوارو کرښو محور غوڅټکي وټاکئ او د دريوارو توابعو گراف په  $D$  کې رسم کړئ.

$$f_1(x) = -4x - 2; m_3 = \frac{1}{4}$$

$$\text{الف- } f_2(x) = 2x + 4; D = \{x \mid -9 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}} \text{ ب-}$$

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}; m_3 = -4$$

$$f_2(x) = 2x + 4; D = \{x \mid -9 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$$

دریم: کرښه دتابع  $f_1(x)$  سره له ټکي  $P_1$  تيريزي او له يوې دويمې کرښې چې له ټکي  $P_2$  تيريزي په ټکي  $S$  کې غوڅيرزي. توابع  $f_1(x)$  او  $f_2(x)$  وټاکئ د هغو محور غوڅټکي او په  $D$  کې يې گراف وکارئ.

$$P_1\left(-2 \mid \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5); S\left(2 \mid \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$$

څلورم:

$$P_1\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \mid \frac{11}{2}\right); D = \{x \mid -9 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع  $f_1(x)$  سره محور په 8- کې غوڅوي.  $f_1(x)$  ته غبرگه يوه دويمه کرښه د تابع  $f_2(x)$  سره پروت محور په 4- کې غوڅوي. دواړه کرښې له يوې دريمې کرښې چې تابع  $f_3(x)$  لري او له ټکو  $P_1$  او  $P_2$  تيريزي په ټکو  $P_3$  او  $P_4$  کې ولاړکونجيزه(قايموم الزاويه) غوڅوي. وټاکئ:

$$\text{الف- تابع } f_3(x) \text{ ب- تابع } f_1(x)$$

پ- تابع  $f_2(x)$  ت- د دريوارو توابعو گراف په  $D$  کې.

پنځم:

$$A\left(-\frac{13}{2} \mid -\frac{3}{2}\right); B(3 \mid 2); D = \{x \mid -8 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

د يوه قايوم الزاويه مثلث (ولارکونجيز درې گوډي) څخه، چې ولاړ کونج (قايوم الزاويه) يې په C کې پرته ده، ټکي A او B ورکړ شوي. د مثلث اړخ يا ضلع [BC] د تابع  $f_3(x)$  سره د اوردينات يا ولاړ محور په 3 کې غوڅوي.

وتاکي:

الف- د اړخ [AB] تابع  $f_1(x)$  ب- د اړخ يا ضلعي [BC] تابع  $f_3(x)$

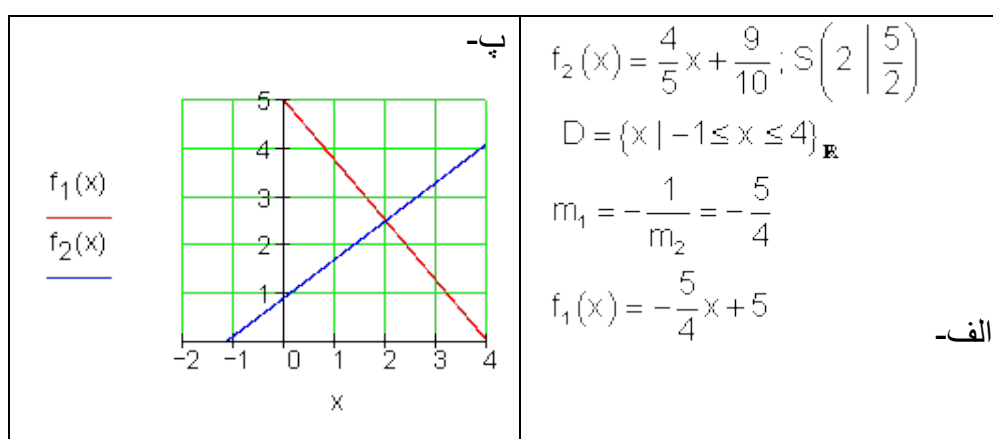
پ- د اړخ [AC] تابع  $f_2(x)$  ت- د ټکي C کواورديناتونه

ټ په D کې گرافونه.

ځوابونه يا حلونه

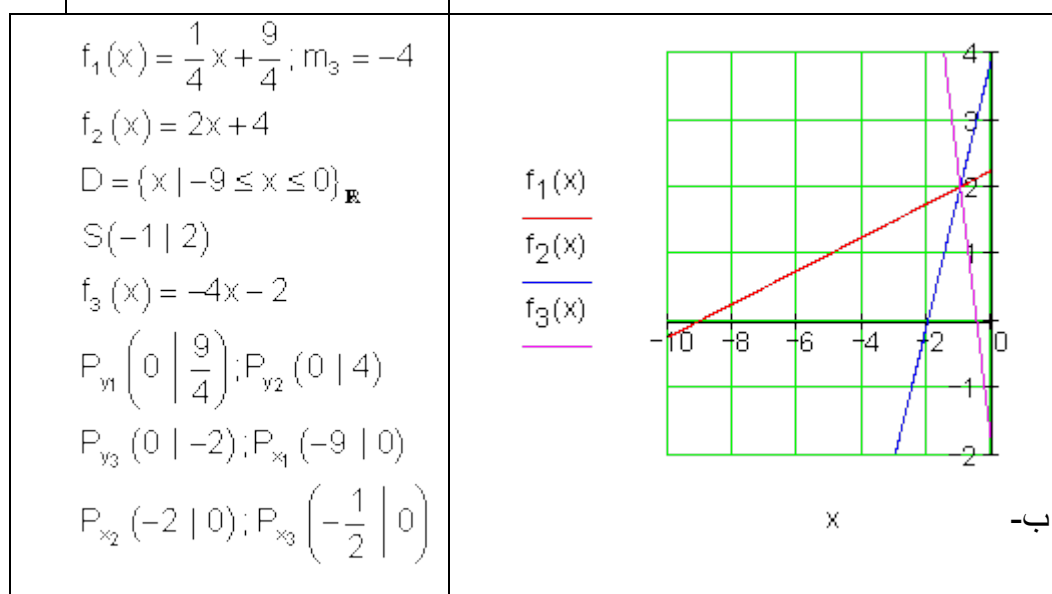
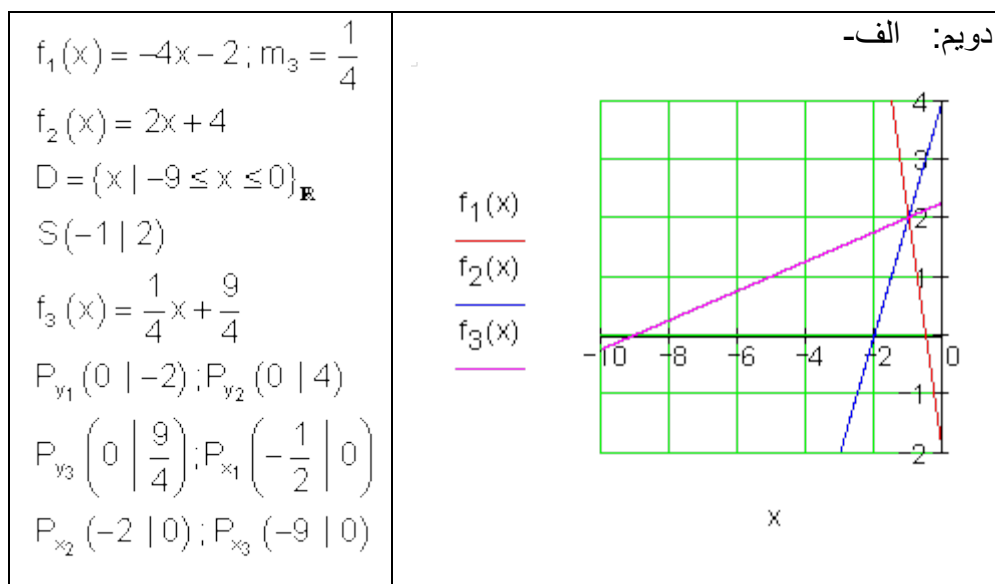
کرښيزي توابع XIII

نتيجي لومړی:



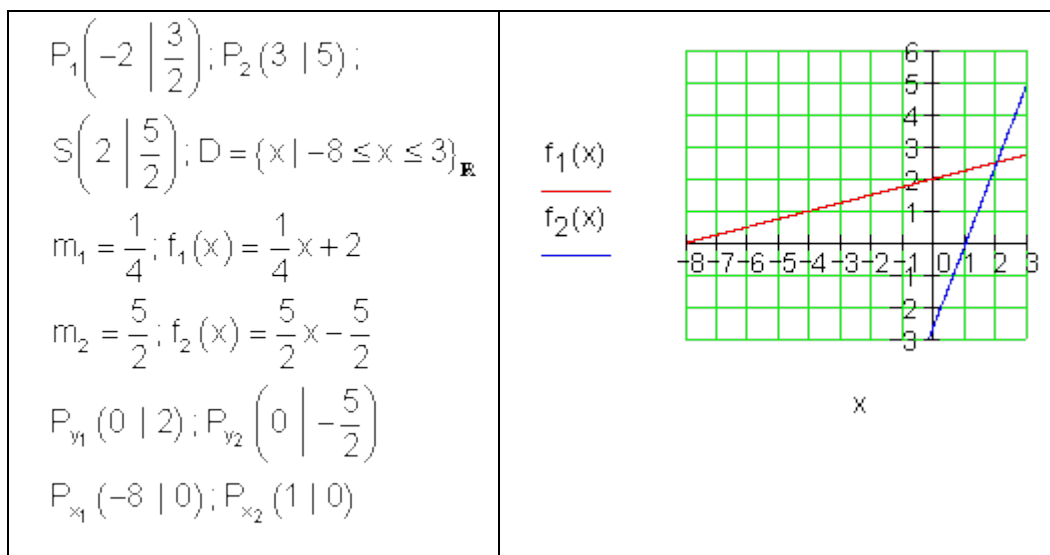
$$P_{y_1}(0 | 5); P_{y_2}\left(0 \left| \frac{9}{10}\right.\right)$$

$$P_{x_1}(4 | 0); P_{x_2}\left(-\frac{9}{8} \left| 0\right.\right) \quad \text{ب.}$$

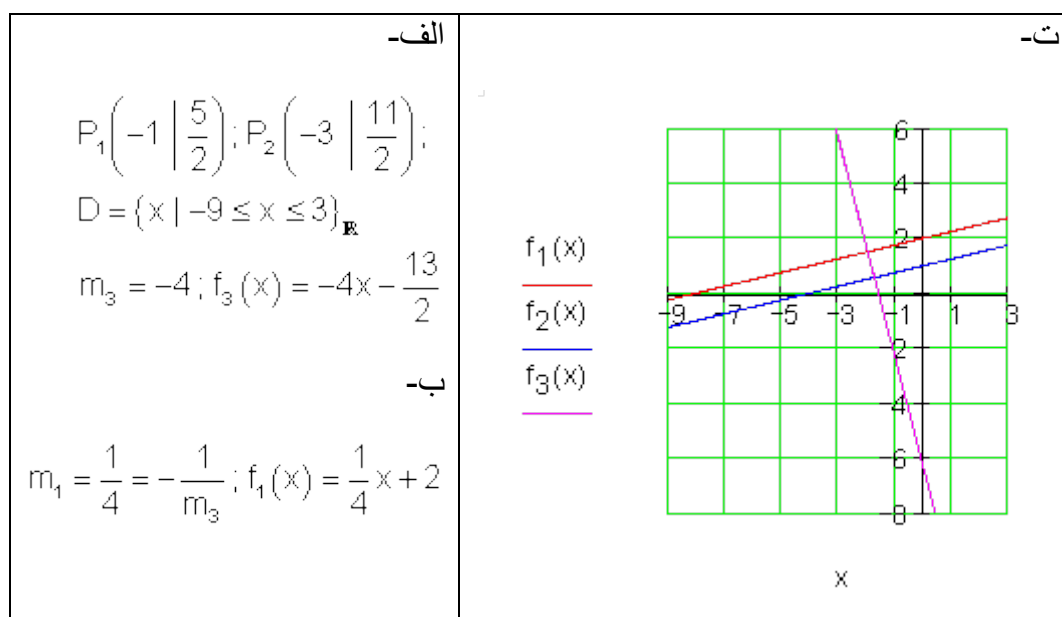


2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۵۱

دریم:



څلورم:





2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...

پ-

$$m_2 = \frac{1}{4}; f_2(x) = \frac{1}{4}x + 1$$

$$P_3\left(-2 \mid \frac{3}{2}\right); P_4\left(-\frac{30}{17} \mid \frac{19}{34}\right)$$

پنځم:

|   |           |
|---|-----------|
| <p>الف-</p> $A\left(-\frac{13}{2} \mid -\frac{3}{2}\right); B(3 \mid 2)$ $D = \{x \mid -8 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ $m_1 = \frac{7}{19}; f_1(x) = \frac{7}{19}x + 19$ <p>ب-</p> $m_3 = -\frac{1}{3}; f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3$ <p>ج-</p> $m_2 = -\frac{1}{m_3} = 3; f_2(x) = 3x + 18$ <p>د-</p> $C\left(-\frac{9}{2} \mid \frac{9}{2}\right)$ | <p>ت-</p> |
|---|-----------|

پوښتنې

#### XIV کرښيزي توابع

لومړی:  $A(-8|-6); C(-1|5); D = \{x | -8 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$   
له يوه قايمالزاويه مثلث، چي قايمه زاويه يې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع [BC] (اړخ) د اوږدینات محور (ولامحور) په 3 کي قطع کوي. دا وټاکي:

الف-

$[AB] = f_1; [BC] = f_2; [AC] = f_3$  د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواوردينات يا وضعيه قيمت کي د ټکي B محورونه پ- په D کي گراف.

دويم:

$A(-4|-1); B(2|-4); D = \{x | -4 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$   
د يوه مثلث ټکي A او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع د  $\gamma$  محور په 12-کي قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کي غوڅوي. دا وټاکي:

الف-تابع  $f_1(x)$  ضلع [AB]. قطع کوي ب - تابع  $f_2(x)$  ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع  $f_3(x)$  ضلع [AC] ت - د C ټکي وضعيه قيمتونه

ټ - د D ټکي وضعيه قيمتونه

دریم: توابع  $y = f(x) = 3x - 4$  او  $g(x) = ax + 3$  ورکړ شوي.

د دواړو توابعو گرافونه په ټکي  $(5 | 3)$  کې غوڅوي.

د  $h(x)$  تابع مساوات داسې وکارئ، چې گراف په ټکي  $S$  عمود ځغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریاوړه گرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}; f_2(x) = -4x - 2; D = \{x | -10 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$$

د  $f_1(x)$  تابع سره کرښه د دویمي کرښي د  $f_2(x)$  تابع سره قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف- د  $S$  قاطع ټکي د  $x_s$  او  $y_s$  کواوډینات سره.

ب- د دواړو کرښو د قاطع ټکي د  $x$  محور سره.

پ- د دواړو کرښو قاطع ټکي د  $x$  محور سره.

ت- د دواړو توابعو گراف په  $D$  کې.

پنځم:

د  $g(x)$  تابع، چې په  $f(x)$  عمود ده پیدا کړئ. د  $g(x)$  گراف د  $y$  محور په  $(0 | 3)$  کې قطع کوي. دواړه کرښي په یوه وضعیه قیمت سیستم (پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف -  $f(x) = -2x + 2$  ب -  $f(x) = 3x - 6$

پ -  $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$  ت -  $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

## 2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۵۵

شپږم: د دواړو کرینو غوڅتکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او گراف یې وکارئ.

الف -  $f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}; f_2(x) = -4x - 2; D = \{x | -10 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$

ب -  $f_1(x) = -2x + 2; f_2(x) = 3x - 6; D = \{x | -2 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$

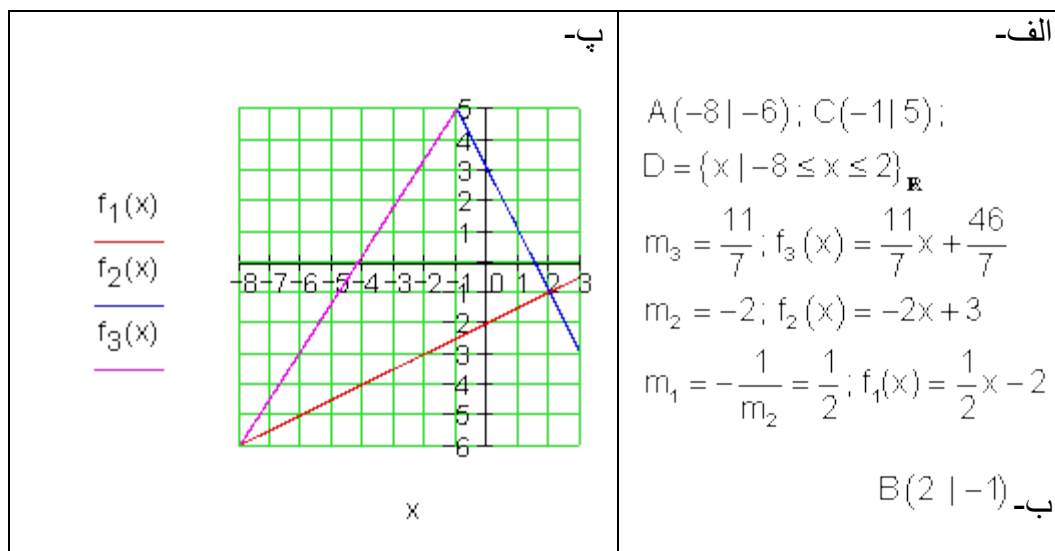
پ -  $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4; f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}; D = \{x | -1 \leq x \leq 7\}_{\mathbb{R}}$

ت -  $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}; D = \{x | -8 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$

خوابونه یا حلونه

کرینیز توابع یا بلواک XIV

نتیجه: لومړی:



2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشوو...

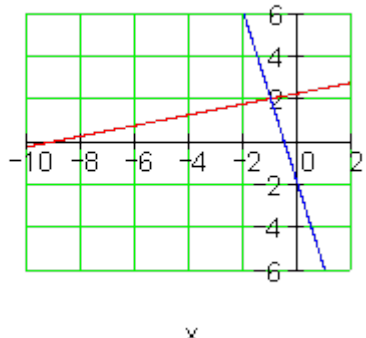
دویم:

|  |   |
|--|---|
| <p>ب-ت</p> <p> <math>f_1(x)</math><br/> <math>f_2(x)</math><br/> <math>f_3(x)</math> </p> <p style="text-align: center;">x</p> | <p> <math>A(-4   -1); B(2   -4)</math><br/> <math>D = \{x   -4 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}</math><br/> <math>m_1 = -\frac{1}{2}; f_1(x) = -\frac{1}{2}x - 3</math> الف-<br/> <math>m_2 = 4; f_2(x) = 4x - 12</math> ب-<br/> <math>m_3 = 1; f_3(x) = x + 3</math> پ-<br/> <math>C(5   8)</math> ت- </p> |
|--|---|

دریم:

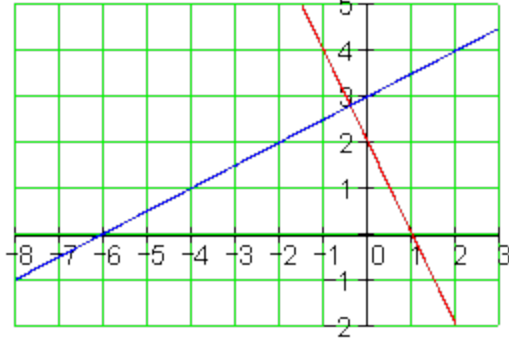
|   |  |
|---|--|
| <p> <math>f(x)</math><br/> <math>g(x)</math><br/> <math>h(x)</math> </p> <p style="text-align: center;">x</p> | <p> <math>f(x) = 3x - 4</math><br/> <math>g(x) = ax + 3</math><br/> <math>S(3   5) \Rightarrow a = \frac{2}{3}</math><br/> <math>g(x) = \frac{2}{3}x + 3</math><br/> <math>h(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{19}{2}</math> </p> |
|---|--|

څلورم:

|  |   |
|--|---|
| <p>ت-ت</p>  <p><math>f_1(x)</math><br/><math>f_2(x)</math></p> <p>x</p> | <p>الف-الف</p> $f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}; f_2(x) = -4x - 2;$ $D = \{x \mid -10 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S(-1 \mid 2)$ <p>ب-ب <math>P_{y_1} \left( 0 \mid \frac{9}{4} \right); P_{y_2} (0 \mid -2)</math></p> <p>پ-پ <math>P_{x_1} (-9 \mid 0); P_{x_2} \left( -\frac{1}{2} \mid 0 \right)</math></p> |
|--|---|

پنجم:

الف-

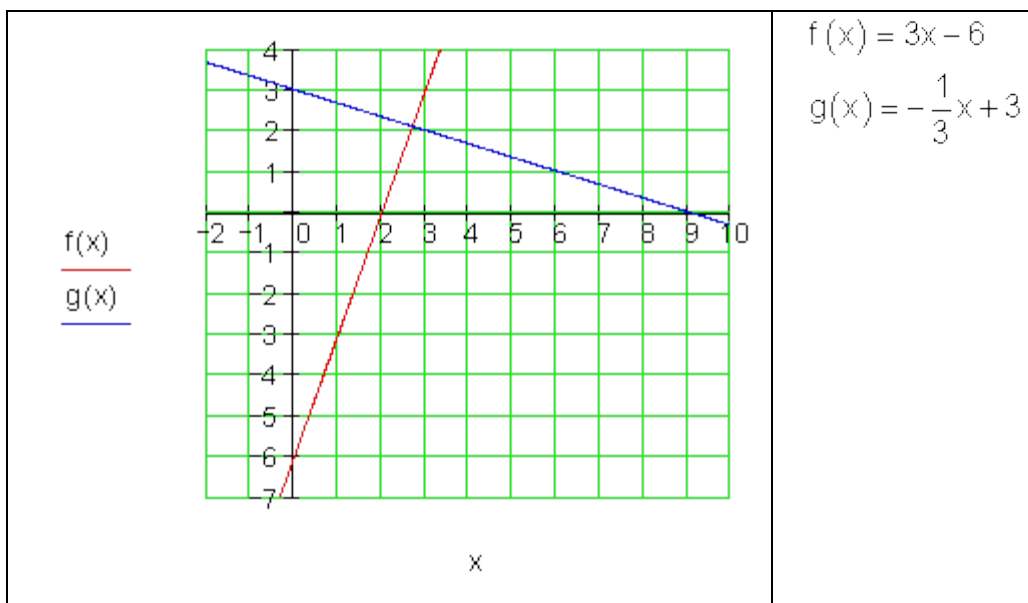
|  |  |
|--|--|
|  <p><math>f(x)</math><br/><math>g(x)</math></p> <p>x</p> | $f(x) = -2x + 2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$ |
|--|--|

$$f(x) = 3x - 6$$

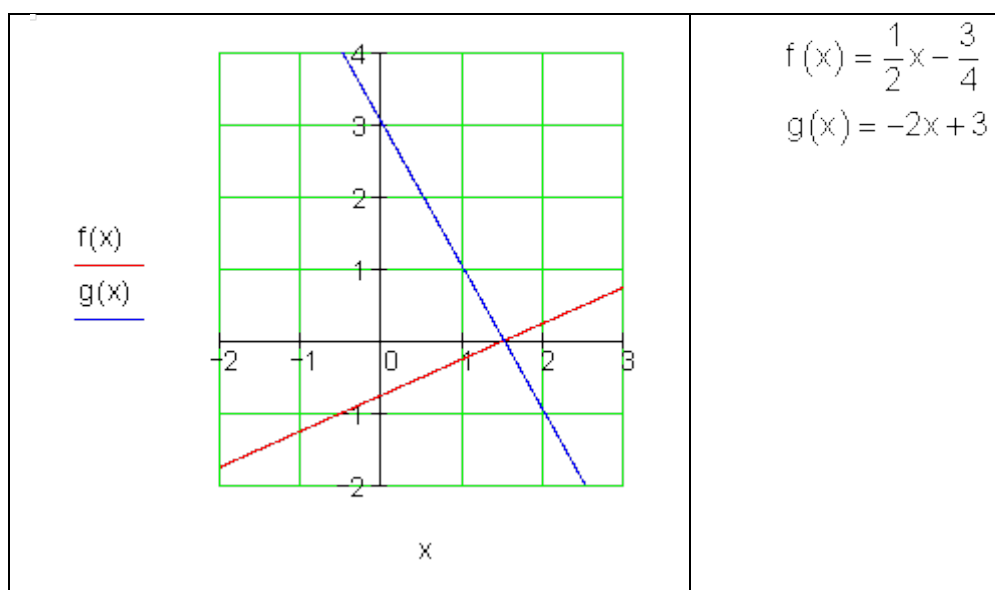
$$g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$

ب-

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...

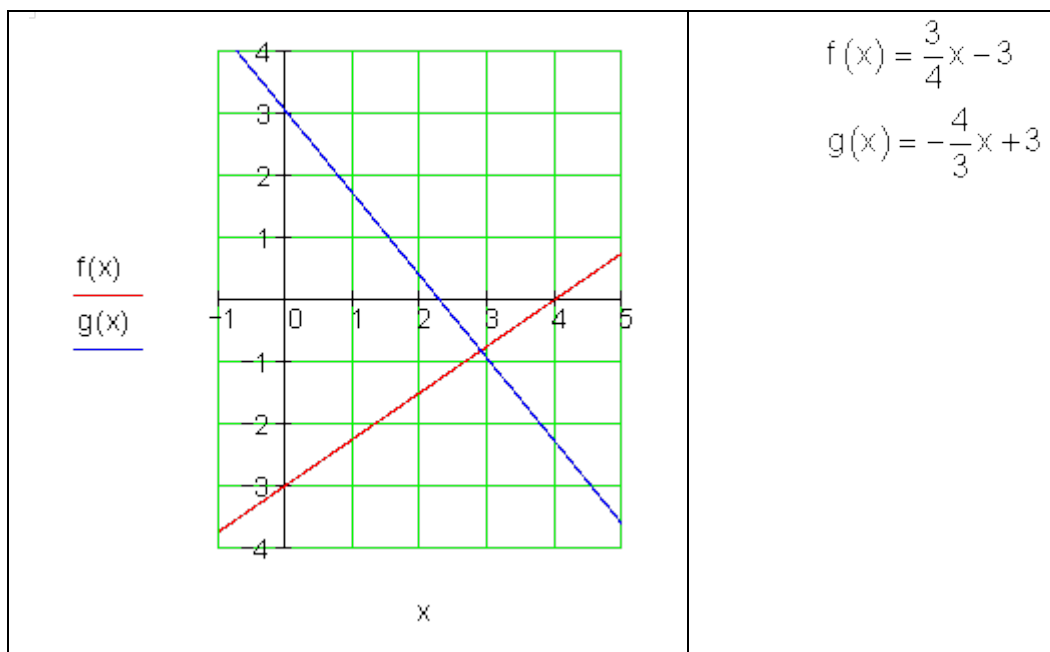


پ



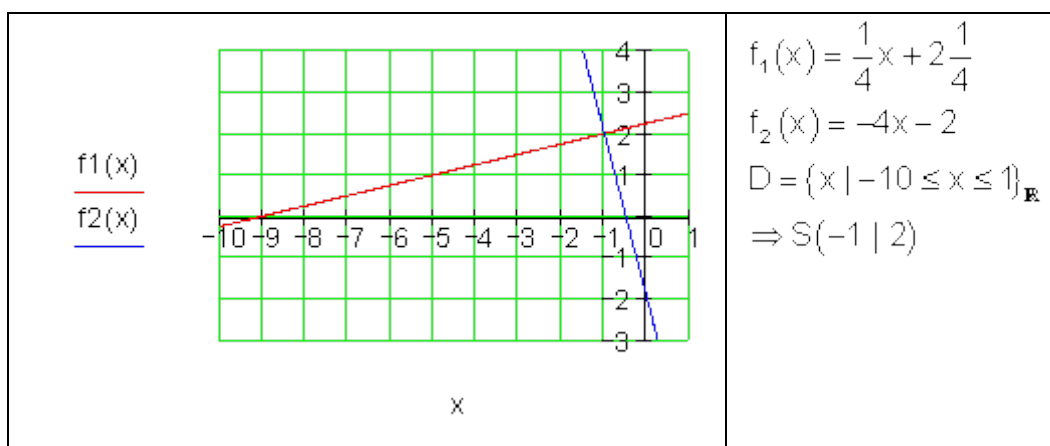
ت

2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو... ۱۵۹



شپږم:

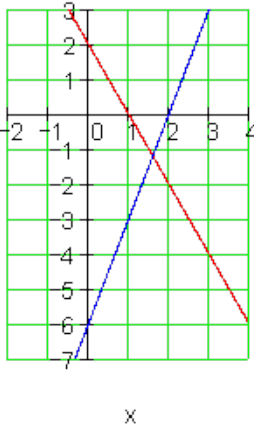
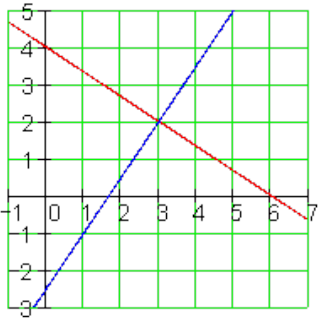
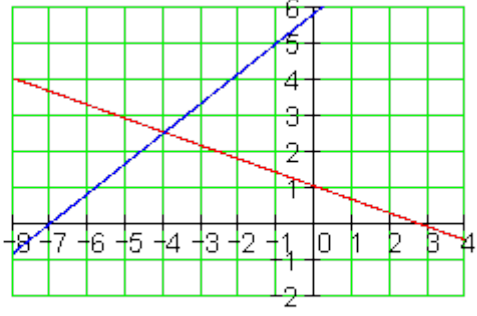
الف-



ب-



2.2 کرینیز یا خطی توابع د ورکړشو...

|  |  |
|--|--|
|  <p> <math>f_1(x)</math><br/> <math>f_2(x)</math> </p> <p style="text-align: center;">x</p>   | $f_1(x) = -2x + 2$ $f_2(x) = 3x - 6$ $D = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S\left(\frac{8}{5} \mid -\frac{6}{5}\right)$          |
|  <p> <math>f_1(x)</math><br/> <math>f_2(x)</math> </p> <p style="text-align: center;">x</p>  | $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$ $f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}$ $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 7\}_{\mathbb{R}}$ $S(3 \mid 2)$                       |
|  <p> <math>f_1(x)</math><br/> <math>f_2(x)</math> </p> <p style="text-align: center;">x</p> | $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$ $f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}$ $D = \{x \mid -8 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ $S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)$ |

## 2.3. د دوه کربنو موقعیت (پروتخایونه) نسبت یو بل ته

### 2.3.1. د دوه کربنو غوڅتکي (تقاطع ټکي)

د دوه کربنو مساوات په راته معلومه توګه یو حل لري یا کوم حل نه لري او یا ناپای دېر حلونه لري.

دا د دوه کربنو یو بل ته د پروت خای له امله یو بل سره څه سرو کار لري؟  
یوه حالت بیلګه دي دا روښانه کړي.

بیلګه :

یو یخوونی ( یخچال ) (1) په بازار کې € 400 قیمت لري او هره میاشت د € 20 انرژي مصرفوي.

یو ارزانه یخوونی (2) په بازار کې € 200 قیمت لري او د میاشتي € 40 د انرژي لګښت لري.

د کوم وخت پورې دا قیمتونه یخوونی یا یخچال خپل قیمت بیرته راګټي؟

د گران یخووني د قیمت ودې لپاره د تابع مساوات دي:

$$(1) K_1(x) = 20x + 400$$

(  $x$  = وخت په میاشتو،  $K_1(x)$  قیمت په یورو )

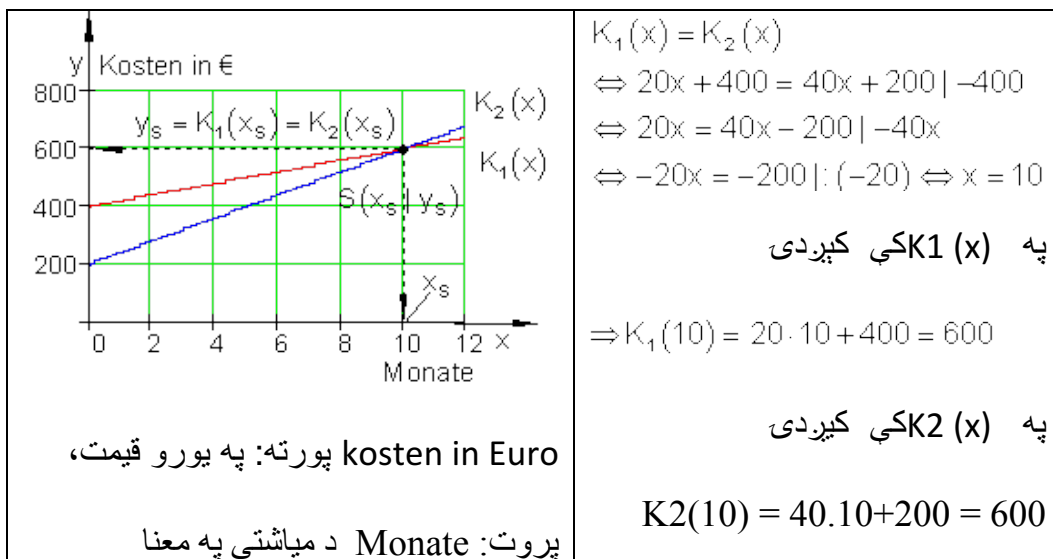
د دویم ارزانه یخووني لپاره:

$$(2) K_2(x) = 40x + 200$$

(  $x$  = وخت په میاشتو،  $K_2(x)$  قیمت په یورو )

د قیمت یخووني اخستل هلته ښه دي، که چېرې ټول قیمت ( د اخستلو او د میاشتي د مصرف قیمتونه ) د ارزانه یخووني سره یا برابر او یا ترې کم شي،

د قیمت مساوات لیکو، که  $K_1(x) = K_2(x)$  وي.



2.3. د دوه کرښو پروتخای ۱۶۳.....

$$K_2(x) = 40x + 200 \text{ او } K_1(x) = 20x + 400$$

د مساوي سیستم د مساوي اېنسووني له لارې حل شو.

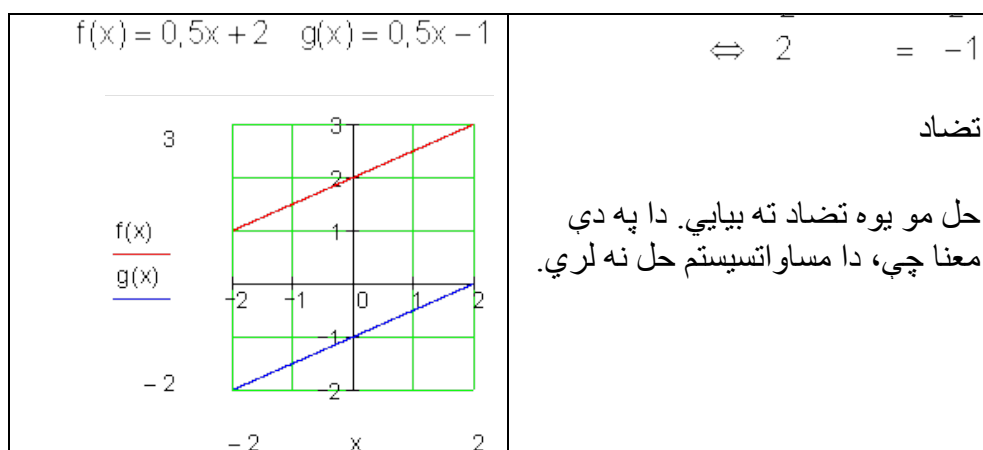
ارزښت  $x = 10$  په دې معنا دی، له 10 میاتو وروسته قیمتته یخوونی ارزې، یعنی خپل قیمت راباسې.

ارزښت  $y = 600$  په دې معنا دی، چې دواړه یخووني له لسو میاشتو وروسته برابر ارزښت رامنځ ته کیري یعنی (600 €).

سملاسي د اوکولوجي یخوونو ټول لگښت کم دی.

د دوه کرښو د غوڅتکي ټاکلو لپاره یو کرښیز مساواتسیستم د دوه اوبنتونو یا متحولو سره باید حل شي.

بیلگه:



د  $g(x)$  تابع مساوات له  $f(x)$  څخه داسې منځ ته راځي چې په درې واحدونو کښته لورته راکښل شي.

دا په دې معنا چې د  $g(x)$  گراف و  $f(x)$  ته موازي یا غبرگ دی.

دوه غبرگي کرښي په روښانه توگه گډ غوڅتکي نه لري.

بیلگه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2; g(x) = \frac{1}{2}(x + 2) + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}(x + 2) + 1 \quad \text{د تقاطع ټکی}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 1 + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 2 \quad \text{د لپاره رښتیا وینا ده. } \exists x \in \mathbb{R}$$

دواړه کرښې ناپای زیات گډ ټکي لري، دا یوه بل برتې دی، دا کټمټې یا ایدنتیک دي.

دا تراوسه نتیجې سره یوځای راوړو:

د دې لپاره چې د دوه کرښو د تقاطع ټکي پیداکړو، د هغې تابع مساوات، کوم چې یو کرښیز مساوات سیستم د دوه متحولو سره جوړوی، باید حل کړو.

دا د مساوي اېښوولو له لارې کیدونکي دي.

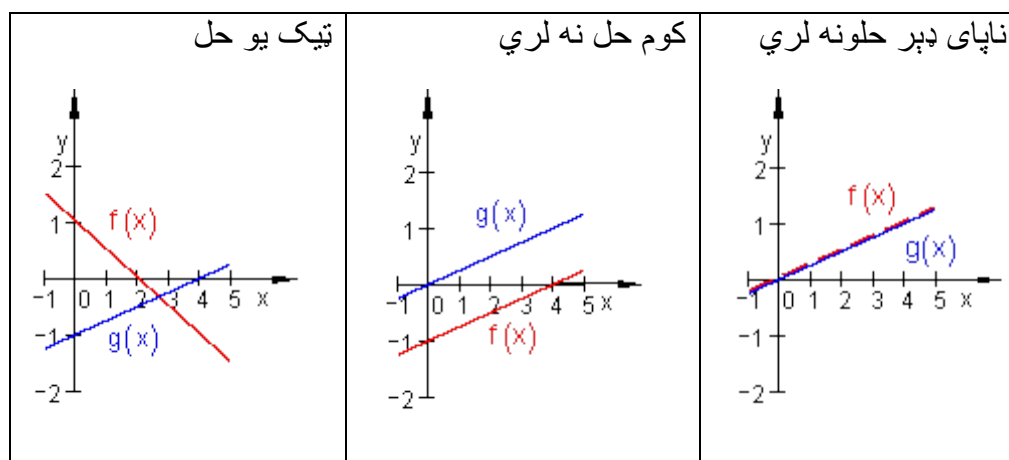
په یاد ولری:

که  $f(x) = g(x)$  ټیک یو حل لري، نو کرښه  $g(x)$  کرښه  $f(x)$  په یوه ټکي کې غوڅوي. کرښې مختلف جگوالی یا میلان لري.

که  $f(x) = g(x)$  کوم حل نه لري، نو کرښې گډ حل نه لري. دا یو بل سره موازي ځغلي.

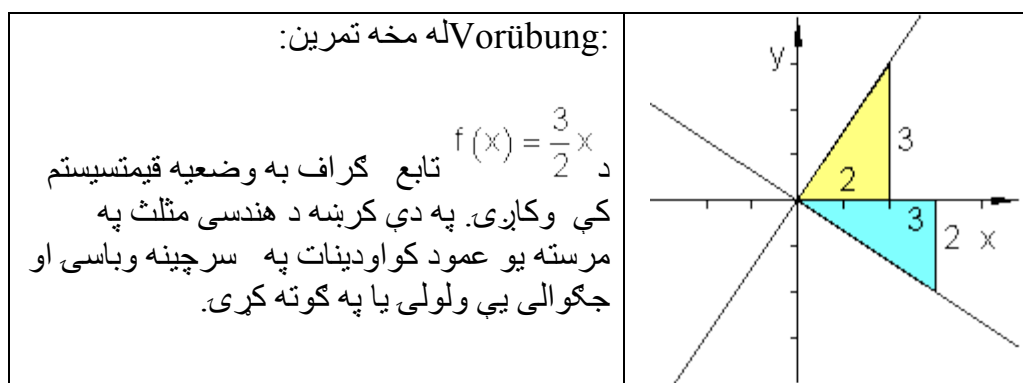
که  $f(x) = g(x)$  ناپای ډېر حلونه لري، نو کرښې ایدنتیک یا کټمټ دي.

## 2.3. د دوه کرښو پروتخای ..... ۱۶۵



## 2.3.2 یو بل سره عمود یا ولاری خُغلیدونکي کرښي

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جگوالی پیدا کول موخه وی، نو گومان کیري، چې د دواړو جگوالو ترمنځ اړیکي شته.



د  $g$  کرښې جگوالی:  $a_{1g} = \frac{3}{2}$ . گومان: د کرښې  $h$  جگوالی:  $a_{1h} = -\frac{2}{3}$  د  $a_{1h}$  منفی برعکس ارزښت د  $a_{1g}$  په گوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جگوالي حالت څخه غږیږو.

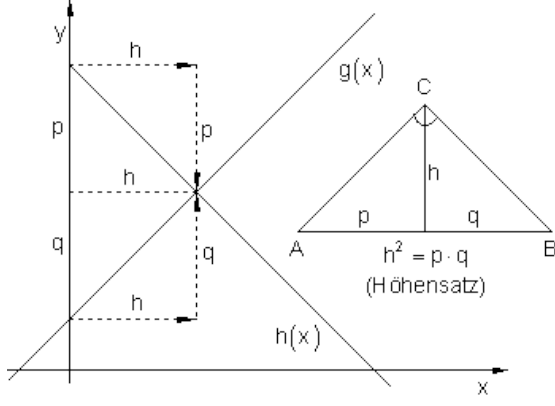
$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \quad \text{یا} \quad a_{1h} \cdot a_{1g} = -1 \quad \text{همداسې} \quad a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښو  $g$  او  $h$  جگوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \quad \text{یا} \quad a_{1h} \cdot a_{1g} = -1 \quad \text{همداسې} \quad a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$$

کرښی یو په بل عمود دي.

|  |   |
|--|---|
|  <p style="text-align: center;">(Höhensatz = جگجمله)</p> | <p>د <math>g</math> او <math>h</math> جگوالي لیکل کیدی شي:</p> $a_{1h} = -\frac{p}{h} \quad \text{او} \quad a_{1g} = \frac{q}{h}$ $a_{1g} \cdot a_{1h} = \frac{q}{h} \cdot \left(-\frac{p}{h}\right) = -\frac{q \cdot p}{h^2} \quad (1)$ <p>د جگجملې له مخې دی</p> $h^2 = p \cdot q$ <p>په (1) کې کیږدی</p> $a_{1g} \cdot a_{1h} = -\frac{q \cdot p}{h^2} = -\frac{h^2}{h^2} = -1$ $\Rightarrow a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$ |
|--|---|

بیلگه:

## 2.3. د دوه کرښو پروتخای ..... ۱۶۷

|  |   |
|--|---|
| <p>غوښتنه:</p> <p>د <math>g</math> کرښې تابع مساوات<br/> <math>g(x)</math>.</p>  | <p>دوه یو بل ته ولاړکونجیز یا قایم الزاویه یې خځلنده کرښې <math>g</math> او <math>h</math> غوڅتکی یا د قطعه کیدو تکی <math>S(2 3)</math> ورکړ شوي، چېرته چې د <math>g</math> جگوالی <math>a_{1g} = \frac{1}{2}</math> دی.</p>   |
| <p>د <math>h</math> کرښې تابع مساوات<br/> <math>h(x)</math>.</p>   | <p>له <math>a_{1g} = \frac{1}{2}</math> او <math>a_{1h} = -2</math> امله لرو <math>g(x) \perp h(x)</math></p>   |
| <p>د <math>g</math> او <math>h</math> گراف د<br/> <math>D = \{ x \mid -5 \leq x \leq 4 \}_{\mathbb{R}}</math><br/>         لپاره</p> | <p><math>g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}</math> او <math>h(x) = -2x + a_{0h}</math></p> <p><math>S(2 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2</math></p> <p><math>S(2 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7</math></p> <p><math>\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2</math> und <math>h(x) = -2x + 7</math></p> |

دا مخ نور تش دی:



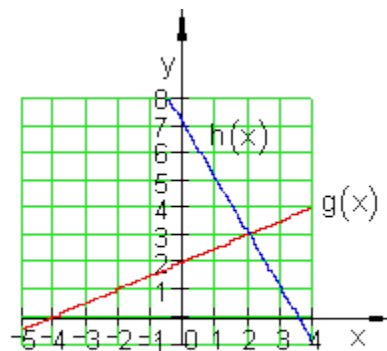
$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

$$h(x) = -2x + 7$$

او



## 2.3.3 تمرینونه:

د دوه کرښو غوڅتکی (د قطعه کیدو ټکی) د دوه کرښو  $g_1(x)$  او  $g_2(x)$  توابع مساوات ورکړ شوي. د دواړو کرښو د قطعه کیدو (غوڅیدو) ټکی و بنایي او کرښې په یوه افقی-عمودي سیستم کې وبنایاست.

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \text{اول -}$$

$$g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1 \quad \text{دویم -}$$

$$g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \quad \text{دریم -}$$

۱۶۹..... 2.3. د دوه کرښو پروتخای

$$g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad \text{څلورم -}$$

$$g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad \text{پنځم -}$$

$$g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad \text{شپږم -}$$

یا دا لاندې

د دوه کرښو غوڅتکی د دوه کرښو د  $g_1(x)$  او  $g_2(x)$  توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کرښو غوڅتکی وشمیری او کرښې په یوه بورت ولاړ سیستم (کوآرډینات سیستم) کې وکارئ (رسم کړئ)

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \text{لومړی:}$$

$$g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1 \quad \text{دویم:}$$

$$g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \quad \text{دریم:}$$

$$g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad \text{څلورم:}$$

$$g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad \text{پنځم:}$$

$$g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad \text{شپږم:}$$

د یوې  $g_1(x)$  کرښې تابع مساوات ورکړ شوي دي.

و  $g_1(x)$  کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له  $P_1$  ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکي یا غوڅتکی وشمیری او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad \text{اوم -}$$

غواړو  $g_2(x) \perp g_1(x)$  پیدا کړو، چې له  $P_1(3|-2)$  تیرېږي.

$$g_1(x) = 2x - 1 \quad \text{اتم -}$$

غواړو  $g_2(x) \perp g_1(x)$  پیدا کړو، چې له  $P_1(-2|5)$  تیرېږي.

$$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \quad \text{نهم -}$$

غواړو  $g_2(x) \perp g_1(x)$  پیدا کړو، چې له  $P_1(-4|-2)$  تیرېږي.

$$g_1(x) = 2x + 3 \quad \text{لسم -}$$

غواړو  $g_2(x) \perp g_1(x)$  پیدا کړو، چې له  $P_1(2|-3)$  تیرېږي.

و 1 - 6 ته مفصلي بیلگي

د قیمتشمیرني څخه کار اخستنه یا استعمالونه:

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ  $x$  وپېژني، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلي مصارف  $K$  د خرڅلاو څخه لاس ته راغلو  $E$  له لارې پوره کړي.

تعریف:

د ثابتو توکو سره د  $K(x)$  مصارفو تابع او تل لړلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

$$\text{ټول لگښت} = K(x) = K \text{ د تولید سټ } x + \text{تل لړلي لگښت } K_f$$

که د توکو لگښت اوفیکس یا تل لړلي مصارف ثابت وي.  $K(x) = k \cdot x + K_f$

یادښت:

ټول لړلي مصارف د منځ ته راغلي لگښت تابع  $K(x)$  دي چې په یوه فابریکه کې د  $x$  تولید د ډېری یوونونو یا سټ واحدونو (ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر یې قیمت  $k$  ټول قیمت دی د داني په سر (دا اووښتونې یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونه  $K_f$  هغه قیمتونه دي، چې هلته هم منځ ته راځي که تولید ونه شي (گټه ورکونه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور). پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع  $E(x)$  په ثابت قیمت باور لري:

دخرځلاو پیسې  $E(x) = P \cdot x$  . ډېری  $x$  یعنی  $E(x) = P \cdot x$

پام (یادونه) .:

هغه په نرخ یا قیمت  $p$  خرڅه شوي ډېری یا سټ د لاس ته راوړني ډېری هم بلل کیږي.

تعریف:

د گټې تابع  $G(x)$  لپاره باور لري:

گټه:  $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (یادونه) :

که د  $G(x)$  نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که  $G(x)$  زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه گټه کوي.

که  $G(x) = 0$  وي، نو لگښت  $K(x)$  همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه  $E(x)$ .

دا ټکی د گټې پوله  $Gewinnschwelle$  بلل کیږي.

بیلگه : یوه فابریکه،، ملفونونه ( لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په  $€ 20$ .

د فابریکې تللگښت د ورځي  $€ 60000$  دی.

د هر ،، ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی  $€ 40$ .

فابریکه کری شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000 ،، ملفونه،، تولید کړي (د تولید توان یا کاپیټي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه گټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله گټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې گرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لگښت تابع :  $K(x) = 20 + 60000$

خرڅلاو تابع:  $E(x) = 40x$

گټه تابع :

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000 \\ &= 20x - 60000 \end{aligned}$$

### 2.3. د دوه کرښو پروتخای ۱۷۳ .....

ردو:  $G(x) > 0$

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$

$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له  $x = 3000$  پورته، ملفونو، د ورځي تولیدپری فابریکه گټه کوي.

په  $x = 3000$  تولید سره گټه  $E(x)$  دومره ده لکه لگښت  $K(x)$ .

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$

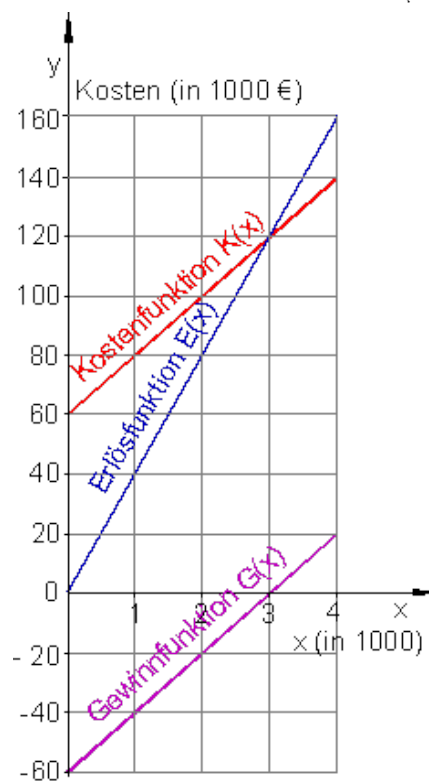
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

$$x_{\text{Max}} = 4000.$$

ب - په عظمي تولیدپری یا - ست کي د گټي پیداکونه

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د 4000، ملفونو، د تولید گټه عظمي ده، دا 20000 € ده.



ب -

یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لگښت تابع، د خرڅلاو تابع، د گټې تابع  
د گټې شولې یا پوله کیدی شي د گټې په تابع هم د لگښت تابع د گراف د غوڅتکي له  
لارې هم د خرڅلاو د گراف سره پیدا کړای شي. د غوڅتکي  $x$  کواوردینات د گټې  
شولې یا هغه ورشو چې گټه به کې صورت نیسي). دوه د  $y$  کواوردینات په دې خای  
کې لگښت ورکوي.

د ډېرې - او پیسو یوونونه یا - واحدونه په یوه فابریکه کې د تولید ډېرې د لویو دانو د  
تولید پروسه په گوته کوي، د بیلگې په توگه د ورځي Cd- Rohlinge 1000 000.  
د تولید لگښت هم زیات وخت په میلیونونو وي.

داسې ستر گڼونه یا اعداد تل داسې ساده نه گڼل کېږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره  
د ډېرې یوون یا - واحد کاروو او همداسې د لگښت پیسو واحدونو یا یوونونو لپاره هم.

د بیلگې په توگه کیدی شي Cd- Rohlinge 1000 000 په 10 ستواحدونو(ډېرې  
یوونو یا ME 10) کې سره راټول کړو، چېرته چې د ډېرې واحد د 100 000 دانو  
لپاره خای په خای شوی دی. یعنې 100 000 دانې یو یوون یا واحد دی. همداسې  
لگښتونه د پیسو واحدونو(یوونونو) ته سره راټولېږي، د بیلگې په توگه € 9000 000  
و 9 د پیسو واحدونو(یوونونو) ته (9 GE).

پرته له دې د لگښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلي پیسو واحد(یوون) پورې مربوط  
نه دی

بیلگه:

د یوه ټاکلي تولید لپاره دې د لگښت تابع  $K(x) = 0,3x + 4$  وي او د خرڅلاو تابع  
 $E(x) = 1,1x$  د گټې په پولې Break-even-Point کې ټول لگښتونه څومره جگ دي؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

دلر Break-even-Point:

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x > 5$$

تول تولید:  $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$   
 د گټې پوله Break-even-Point د 5 ME ( د، ست واحد یا ډېری یوون ،، لپاره  
 راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې خای کې لگښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره)  
 دی.

خوابونه:

تمرین د کرښیز مساواتو III

نتیجې:

لومړی -

د تابع گراف لپاره مفصل حل  $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2; g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow S(2 | 3)$

وگوری

دویم -  $g_1(x) = 2x - 1; g_2(x) = -2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

دریم -  $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4; g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow S\left(\frac{12}{5} \mid -\frac{11}{5}\right)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

څلورم -  $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2; g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right)$



د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2; g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S(6 | 6) \text{ - پنځم -}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1; g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow S(4 | 4) \text{ - شپږم -}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; P_1(3 | -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2; S(1 | 2) \text{ - اوم -}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$g_1(x) = 2x - 1; P_1(-2 | 5) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4; S(2 | 3) \text{ - اتم -}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3; P_1(-4 | -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3; S(0 | 3) \text{ - نهم -}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$g_1(x) = 2x + 3; P_1(2 | -3) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2; S(-2 | -1) \text{ - لسم -}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

مفصل حل:

لومړی:

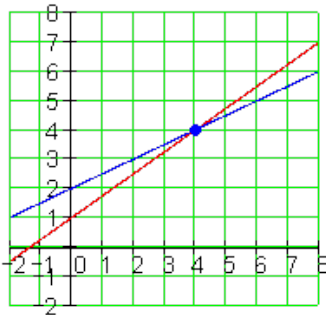
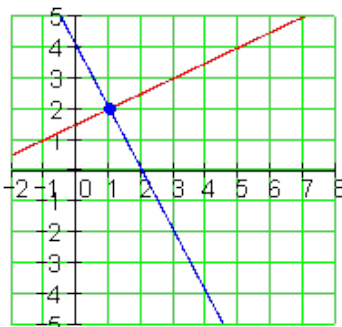
|  |  |
|--|--|
| $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 4$ $\Leftrightarrow x_s = 2$ $y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = 3$ $\Rightarrow \underline{\underline{S(2 3)}}$ |  |
|--|--|

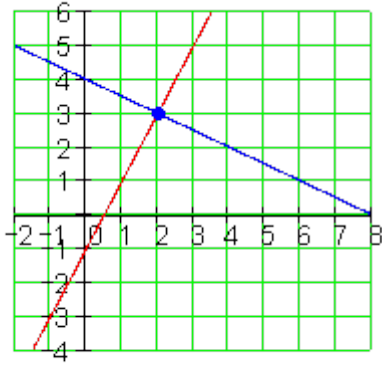
دویم:

|   |  |
|---|--|
| $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -2x + 1$ $\Leftrightarrow x_s = \frac{1}{2}$ $y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} = 0,5 \mid 0\right)}}$ |  |
|---|--|

درېم:

|  |   |
|--|---|
| $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 4 = -\frac{1}{2}x - 1$ $\Leftrightarrow x_s = \frac{12}{5}$ $y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{12}{5}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} - 4 = -\frac{11}{5}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{12}{5} = 2,4 \mid -\frac{11}{5} = -2,2\right)}}$ | <p> <math>g_1(x)</math><br/> <math>g_2(x)</math><br/> <math>y_s</math> </p> <p><math>x, x_s, x_s</math></p>               |
| $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 3$ $\Leftrightarrow x_s = -1$ $y_s = g_2(x_s) = g_2(-1) = \frac{1}{2} \cdot (-1) + 3 = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-1 \mid \frac{5}{2} = 2,5\right)}}$   | <p>څلورم:</p> <p> <math>g_1(x)</math><br/> <math>g_2(x)</math><br/> <math>y_s</math> </p> <p><math>x, x_s, x_s</math></p> |
| $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = \frac{1}{2}x + 3$ $\Leftrightarrow x_s = 6$ $y_s = g_2(x_s) = g_2(6) = \frac{1}{2} \cdot 6 + 3 = 6$ $\Rightarrow \underline{\underline{S(6 \mid 6)}}$  | <p> <math>g_1(x)</math><br/> <math>g_2(x)</math><br/> <math>y_s</math> </p> <p><math>x, x_s, x_s</math></p> <p>پنځم:</p>  |

|  |  |
|--|--|
| $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 1 = \frac{1}{2}x + 2$ $\Leftrightarrow x_s = 4$ $y_s = g_2(x_s) = g_2(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 + 2 = 4$ $\Rightarrow \underline{\underline{S(4 4)}}$   | <p>شپږم:</p>  <p> <math>g_1(x)</math><br/> <math>g_2(x)</math><br/> <math>y_s</math> </p> <p><math>x, x_s, x_s</math></p>  |
| $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad P_1(3 -2)$ $a_{1g1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$ $P_1(3 -2) \quad \text{د} \quad g_2(x) = -2x + a_{0g2} \quad \text{ر}$ <p>سره صدق کوي:</p> $g_2(3) = -2 \Leftrightarrow -2 \cdot 3 + a_{0g2} = -2$ $\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$ $\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -2x + 4}}$ $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad g_2(x) = -2x + 4$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x + 4$ $\Leftrightarrow x_s = 1$ $y_s = g_2(x_s) = g_2(1) = -2 \cdot 1 + 4 = 2$ $\Rightarrow \underline{\underline{S(1 2)}}$ | <p>اووم:</p>  <p> <math>g_1(x)</math><br/> <math>g_2(x)</math><br/> <math>y_s</math> </p> <p><math>x, x_s, x_s</math></p> |

|  |  |
|--|--|
| $g_1(x) = 2x - 1 \quad P_1(-2 5)$ $a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ $P_1(-2 5) \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$ <p style="text-align: center;"><b>سره صدق کوي:</b></p> $g_2(-2) = 5 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot (-2) + a_{0g2} = 5$ $\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$ $\Rightarrow \underline{g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4}$ $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 4$ $\Leftrightarrow x_s = 2$ $y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ $\Rightarrow \underline{S(2 3)}$ | <p style="text-align: right;"><b>اتم:</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>x, x_s, x_s</math></p> |
| $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \quad P_1(-4 -2)$ $a_{1g1} = -\frac{4}{5} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{-\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$ <p style="text-align: center;">-</p> $P_1(-4 -2) \quad g_2(x) = \frac{5}{4}x + a_{0g2}$  | <p style="text-align: right;"><b>نهم:</b></p>  |

۱۸۱ ..... 2.3. د دوه کرښو پروتځای

|  |  |
|--|--|
| <p>سره باور لري:</p> $g_2(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{5}{4} \cdot (-4) + a_{0g_2} = -2$ $\Leftrightarrow a_{0g_2} = 3$ $\Rightarrow \underline{g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3}$ $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \quad g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x + 3 = \frac{5}{4}x + 3$ $\Leftrightarrow x_s = 0$ $y_s = g_2(x_s) = g_2(0) = \frac{5}{4} \cdot 0 + 3 = 3$ $\Rightarrow \underline{\underline{S(0 3)}}$ | <p> <math>g_1(x)</math><br/> <math>g_2(x)</math><br/> <math>y_s</math><br/> <math>x, x_s</math> </p> |
|--|--|

لسم:

|   |  |
|---|--|
| <p>سره <math>P_1(2 -3)</math></p> $a_{1g_1} = 2 \Rightarrow a_{1g_2} = -\frac{1}{a_{1g_1}} = -\frac{1}{2}$ <p>سره <math>P_1(2 -3)</math> د <math>g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g_2}</math></p> <p>باور لري:</p> $g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g_2} = -3$ $\Leftrightarrow a_{0g_2} = -2$ $\Rightarrow \underline{g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2}$ $g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g_2} = -3$ | <p> <math>g_1(x)</math><br/> <math>g_2(x)</math><br/> <math>y_s</math><br/> <math>x, x_s</math> </p> |
|---|--|

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow a_{0g_2} = -2 \\ \Rightarrow g_2(x) &= -\frac{1}{2}x - 2 \\ g_1(x) &= 2x + 3 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \\ g_1(x) = g_2(x) &\Leftrightarrow 2x + 3 = -\frac{1}{2}x - 2 \\ &\Leftrightarrow x_s = -2 \\ y_s = g_1(x_s) &= g_1(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1 \\ \Rightarrow S &= \underline{\underline{(-2 | -1)}} \end{aligned}$$

پوښتنې:

#### کرنیزې توابع برخه IV

لومړۍ – د کرنیزو توابعو تابع ترمونه معلوم کړئ، که باور ولري؛

الف-  $f(1) = 7; f(-1) = 3$  ب-  $f(0) = a; f(a) = 0$  پ-  $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دویم – کرښه وښایئ، چې له  $P_1(\sqrt{k} | k)$  او  $P_2(1 | 1)$  تیرېږي، جگوالی

لري او د  $y$  محور په  $P_y(0 | -\sqrt{k})$  کې غوڅوي.  $a_1 = \sqrt{k} + 1$

دریم – وښایئ: ټکی  $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$  د  $k \in \mathbb{R}$  لپاره په یوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

## 2.3. د دوه کرښو پروتخای ..... ۱۸۳

یوه کرښه چې له  $P(2,5 | 0)$  تېرېږي د کواورډینات د محورونو سره یو درېځوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جگوالي سره دا مثلث برابر پښیز (مساوی الاضلاع) دی؟

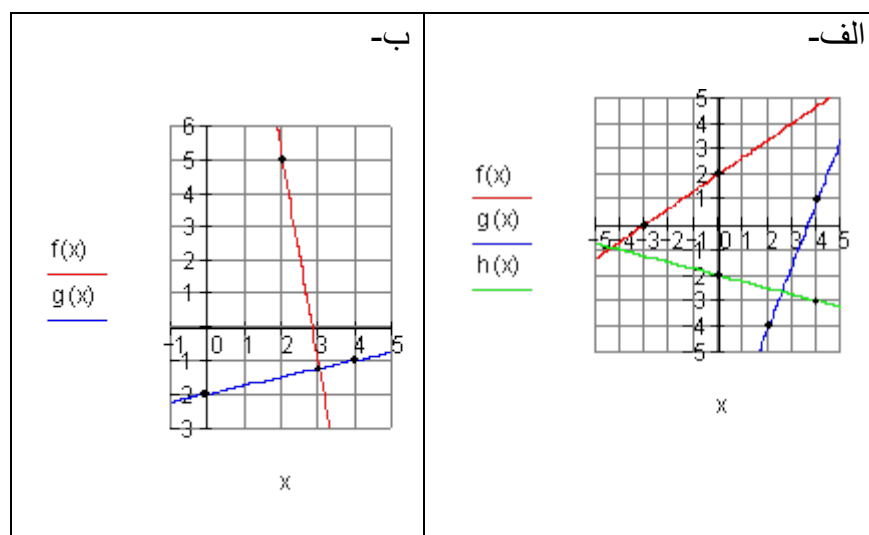
پنځم - تابع  $f(x) = 3e^{-0.5x}$   $x \in \mathbb{R}$ . ورکړ شوي.

د یوه کرښیز تابع  $h(x)$  لپاره باور لري:

$$h(0) = f(0) \text{ او } h(-2) = f(-2) \text{ . } h(x) \text{ وټاکي.}$$

شپږم - لاندې څیړي د کرښیزو توابعو گرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکي.



اوم - د دواړو کرښو غوڅتکي وټاکي او دا په یوه پروتولارسیستم کې رسم کړي.

الف -  $f(x) = -3x + \frac{5}{4}$ ;  $g(x) = -x - 1$       ب -  $f: 2y - x = 3$ ;  $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ -  $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1$ ;  $g(x) = \frac{1}{6}x - 4$       ت -  $f: x = 2$ ;  $g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$



اتم - دوه کرښې  $f(x)$  او  $g(x)$  د  $x$  محور په  $x = 4$  کې غوڅوي .  
ممکنه تابع ترمونه وټاکي.

### مفصل خوبونه

#### کرښیز مساوات برخه IV

لومړی:

$$f(1) = 7 \Rightarrow P_1(1|7); f(-1) = 3 \Rightarrow P_1(-1|3)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 7}{-1 - 1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(1|7): \Rightarrow f(1) = 2 \cdot 1 + a_0 = 7 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x + 5}} \quad \text{الف -}$$

$$f(a) = 0 \Rightarrow P_1(a|0); f(0) = a \Rightarrow P_2(0|a) \Rightarrow a_0 = a \Rightarrow f(x) = a_1x + a$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a - 0}{0 - a} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x + a}} \quad \text{ب -}$$

$$f(a) = 1 \Rightarrow P_1(a|1); f(2a) = -1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 1}{2a - a} = -\frac{2}{a} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{a}x + a_0$$

$$P_1(a|1): f(a) = -\frac{2}{a} \cdot a + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{a}x + 3; a \neq 0}} \quad \text{پ -}$$

دویم:

$$a_1 = \sqrt{k} + 1 \text{ und } P_y(0 | -\sqrt{k}) \Rightarrow a_0 = -\sqrt{k} \quad \text{غوارو و ښایو} \quad P_1(\sqrt{k} | k); P_2(1 | 1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - k}{1 - \sqrt{k}} = \frac{(1 - k)(1 + \sqrt{k})}{(1 - \sqrt{k})(1 + \sqrt{k})} = \frac{(1 - k)(1 + \sqrt{k})}{(1 - k)} = 1 + \sqrt{k} = \underline{\underline{\sqrt{k} + 1}}$$

$$\Rightarrow f(x) = (\sqrt{k} + 1)x + a_0$$

$$P_2(1 | 1): f(1) = (\sqrt{k} + 1) \cdot 1 + a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{a_0 = -\sqrt{k}}} \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{(\sqrt{k} + 1)x - \sqrt{k}}}$$

$$f(0) = (\sqrt{k} + 1) \cdot 0 - \sqrt{k} = -\sqrt{k} \Rightarrow P_y(0 | -\sqrt{k})$$

دریم:

$$P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} | k\right) \Rightarrow P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2} | k_1\right) \Rightarrow P_2\left(\frac{k_2}{2}\sqrt{2} | k_2\right) \Rightarrow P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2} | k_3\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{k_2 - k_1}{\frac{k_2}{2}\sqrt{2} - \frac{k_1}{2}\sqrt{2}} = \frac{(k_2 - k_1)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}(k_2 - k_1)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{2}x + a_0$$

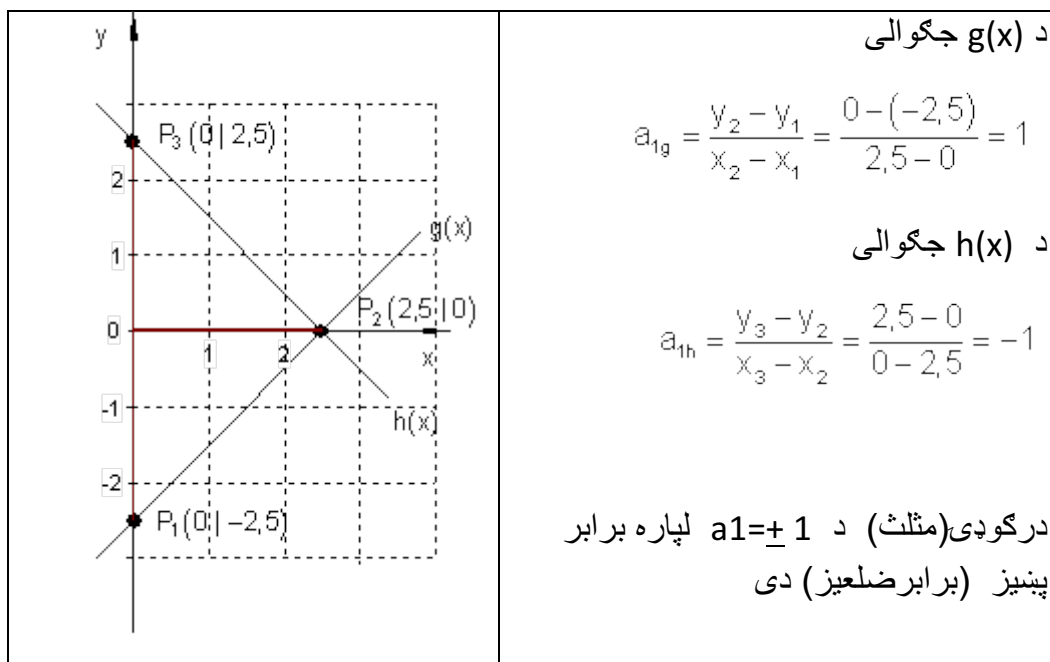
$$P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2} | k_1\right): f\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) + a_0 = k_1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) + a_0 = k_1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{k_1}{2} + a_0 = k_1 \Leftrightarrow k_1 + a_0 = k_1 \Rightarrow a_0 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \sqrt{2}x}}$$

$$P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2} | k_3\right): f\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right) = k_3$$

څلورم:



پنځم:

لاندې الماني په پښتو: یادونه یا پام:

$$f(x) = 3e^{-0,5x}$$

$$h(0) = f(0) = 3e^0 = 3 \cdot 1 = 3 \Rightarrow P_1(0 | 3) \Rightarrow a_0 = 3 \quad \text{Bemerkung: } e^0 = 1$$

$$h(-2) = f(-2) = 3e^{-0,5(-2)} = 3e^1 = 3e \Rightarrow P_2(-2 | 3e)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3e - 3}{-2 - 0} = \frac{3e - 3}{-2} = -\frac{3}{2}(e - 1) \Rightarrow h(x) = \underline{\underline{-\frac{3}{2}(e - 1)x + 3}}$$

شپږم:

الف-

سیده لوستل کیري  $f(x) = \underline{\underline{\frac{2}{3}x + 2}}$   $h(x) = \underline{\underline{-\frac{1}{4}x - 2}}$

2.3. د دوه کرینو پروتخای ..... ۱۸۷

$$g(x) = \frac{5}{2}x + a_0 \quad \text{د } P(4|1) \text{ سره:}$$

$$g(4) = \frac{5}{2} \cdot 4 + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -9 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{5}{2}x - 9}}$$

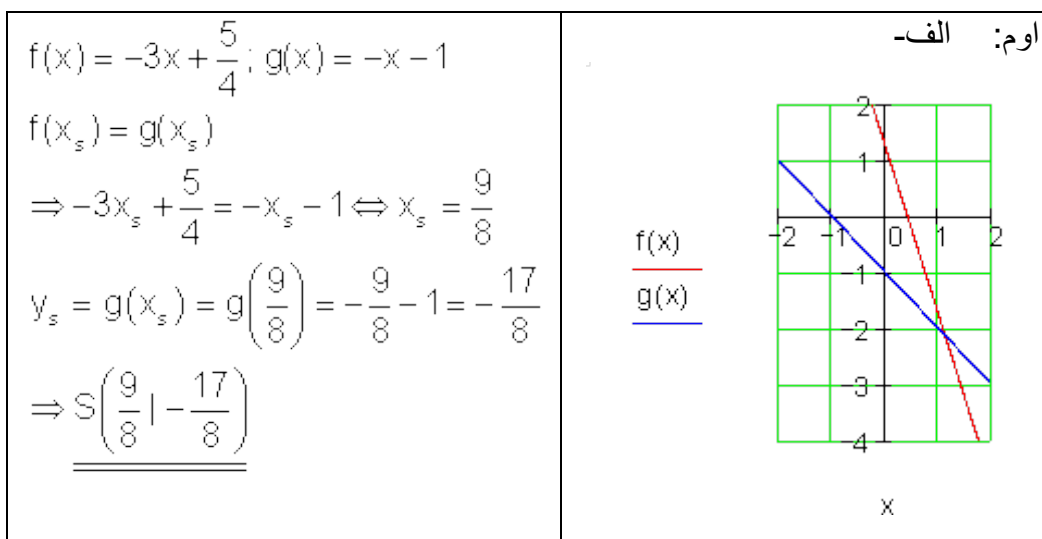
ب - د  $g(x)$  لپاره ترم له گراف  $g(x) = \frac{1}{4}x - 2$  څخه لوستل کیدی شي .

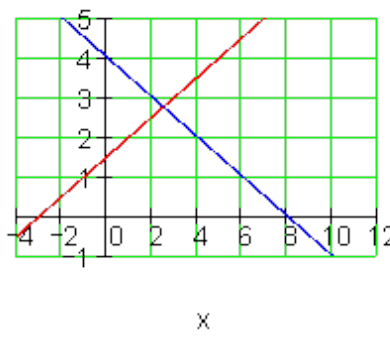
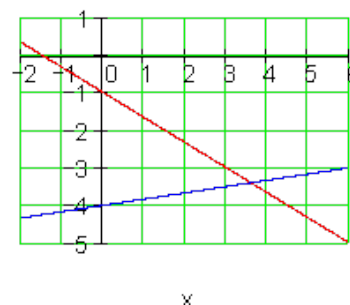
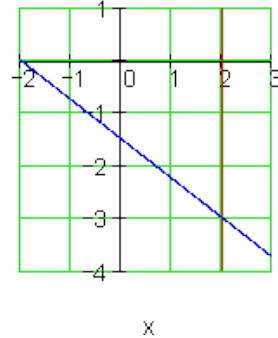
له  $f(x)$  څخه پیژنو او  $P_1(2|5)$  او  $P_2(3|g(3))$

$$g(3) = \frac{1}{4} \cdot 3 - 2 = -\frac{5}{4} \Rightarrow P_2\left(3 \mid -\frac{5}{4}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-\frac{5}{4} - 5}{3 - 2} = \frac{-\frac{5}{4} - \frac{20}{4}}{1} = -\frac{25}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{25}{4}x + a_0$$

$$P_1(2|5): f(2) = -\frac{25}{4} \cdot 2 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = \frac{35}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{25}{4}x + \frac{35}{2}}}$$



|  |   |
|--|---|
| $f: 2y - x = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ $f(x_s) = g(x_s)$ $\frac{1}{2}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x_s + 4$ $\Rightarrow x_s = \frac{5}{2}$ $y_s = f(x_s) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{4}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{5}{2} \mid \frac{11}{4}\right)}}$ | <p style="text-align: right;">ب -</p>  <p style="text-align: center;">x</p>   |
| $f(x_s) = g(x_s)$ $\Rightarrow -\frac{2}{3}x_s - 1 = \frac{1}{6}x_s - 4 \Rightarrow x_s = \frac{18}{5}$ $y_s = g(x_s) = g\left(\frac{18}{5}\right) = -\frac{17}{5}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{18}{5} \mid -\frac{17}{5}\right)}}$  | <p style="text-align: right;">ب -</p>  <p style="text-align: center;">x</p>  |
| $x = 2 \Rightarrow x_s = 2$ $y_s = g(x_s) = g(2) = -\frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{3}{2} = -3$ $\Rightarrow \underline{\underline{S(2 \mid -3)}}$   | <p style="text-align: right;">ت -</p>  <p style="text-align: center;">x</p> |

اتم - کرښه چې له صفر ټکي تیرېږي:  $f(x) = a_1x \quad a_1 \in \mathbb{R}$

د سره راکښل شوي  $a_1 \in \mathbb{R}$   $f^*(x) = a_1(x-4)$   $x=4 \Rightarrow$

بېلگه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$

$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x-4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړۍ -

و ازمايي چې ايا کرښي  $g, h, i$  د يوه ټکي څخه تېريري.

الف -  $i: 3y - 5x = 7$  ;  $h: 2y + x + 4 = 0$  ;  $g(x) = x + 1$  ;

ب -  $i: 2x - y = 3$  ;  $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$  ;  $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

دويم - د دوه کرښيزو توابعو  $f(x)$  او  $g(x)$  ارزښت جدول ورکړل شوی دی. د دواړو توابعو گراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم  $x$  ارزښت لپاره صدق کوي  $f(x) < g(x)$  ؟

|        |    |     |   |     |
|--------|----|-----|---|-----|
| $x$    | 0  | 1   | 2 | 3   |
| $f(x)$ | 0  | 1,5 | 3 | 4,5 |
| $g(x)$ | -1 | 1   | 3 | 5   |

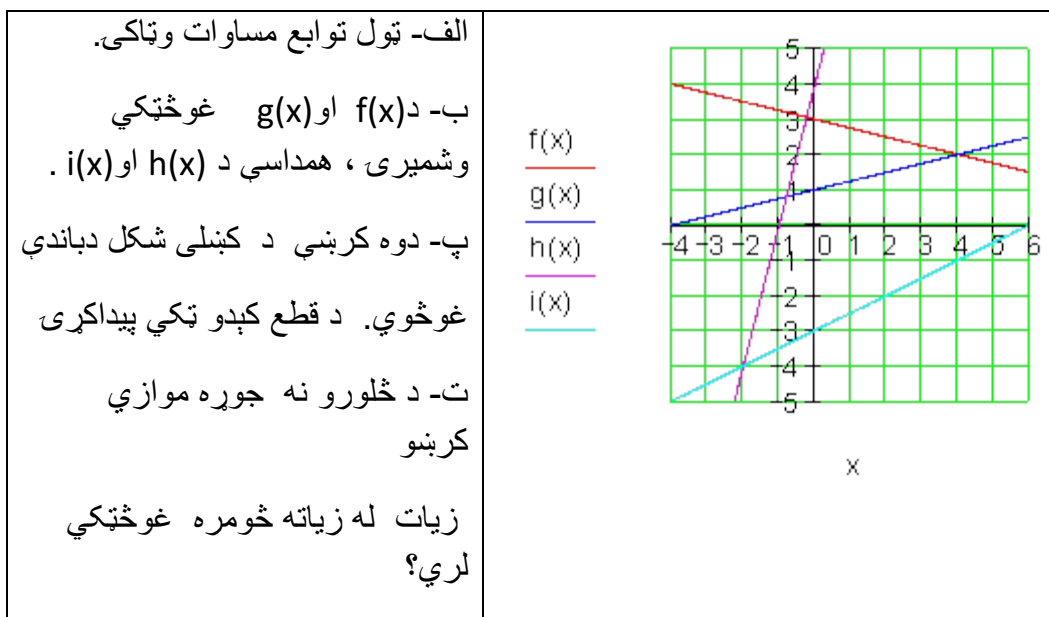
دریم -

د دواړو توابعو غوڅتکی وښایی او په کواوردینات سیستم کې یې گراف انځور کړی.

$$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$$

څلورم -

د څلورو گرافونو سره شکل په پام کې ونیسی.



پنځم - دوه یو په بل نیغی ولاری کرښي یو بل په  $(-1 | -2)$  کې غوڅوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړی.

شپږم - کرښه  $h$  په کرښه  $g$  نیغه ولاړه ده. د  $h$  جگوالی وټاکي.

الف -  $a_{1g} = -0,5e$  - ب  $a_{1g} = 2e^{-2}$  - پ  $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم -

## 2.3. د دوه کرښو پروتخای ..... ۱۹۱

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د € 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په 5000 پوښه زیاته خرڅیدي شي، د € 0,20 په ترڅ جگوالي د 5000 مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف – د 140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایی

د  $y$  دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب – کوم د خرڅلاو گڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

## مفصل حلونه یا ځوابونه

کرښیز مساوات برخه  $V$

لومړی:

الف-

$$g(x) = x + 1; h: 2y + x + 4 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}x - 2; i: 3y - 5x = 7 \Rightarrow i(x) = \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$g(x_s) = h(x_2) \Leftrightarrow x_s + 1 = -\frac{1}{2}x_s - 2 \Rightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g(x_s) = g(-2) = -1$$

د  $i(x_s)$  لپاره ازناښت:  $i(-2) = -1 \Rightarrow S(-2|-1)$

ټولې درې کرښې له ټکي  $S(-2;-1)$  تیريږي.

ب –



$$g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3 \Rightarrow i(x) = i(x) = 2x - 3$$

$$g(x_s) = h(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{2}{3}x_s + 2 \Rightarrow x_s = \frac{3}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{8}{5} \Rightarrow$$

د  $g(x)$  او  $h(x)$  لپاره باور لري  $S\left(\frac{3}{5} \mid \frac{8}{5}\right)$ .

د  $i(x)$  لپاره ازماښت:  $i(x_s) = i\left(\frac{3}{5}\right) = -\frac{9}{5} \Rightarrow i(x)$

له دې لاس ته راځي، چې  $i(x)$  له ټکي  $S\left(\frac{3}{5} \mid \frac{8}{5}\right)$  څخه نه تیريږي.

دا درې کرښې گډ ټکي نه لري.

دویم -

$$f(x): P_1(0|0) \Rightarrow a_{0f} = 0 \quad P_2(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1f} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{2 - 0} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x$$

$$g(x): P_3(1|1) \quad P_4(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1g} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{3 - 1}{2 - 1} = 2 \Rightarrow g(x) = 2x + a_{0g}$$

$$P_3(1|1): g(1) = 2 \cdot 1 + a_{0g} = 1 \Rightarrow a_{0g} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 2x - 1}}$$

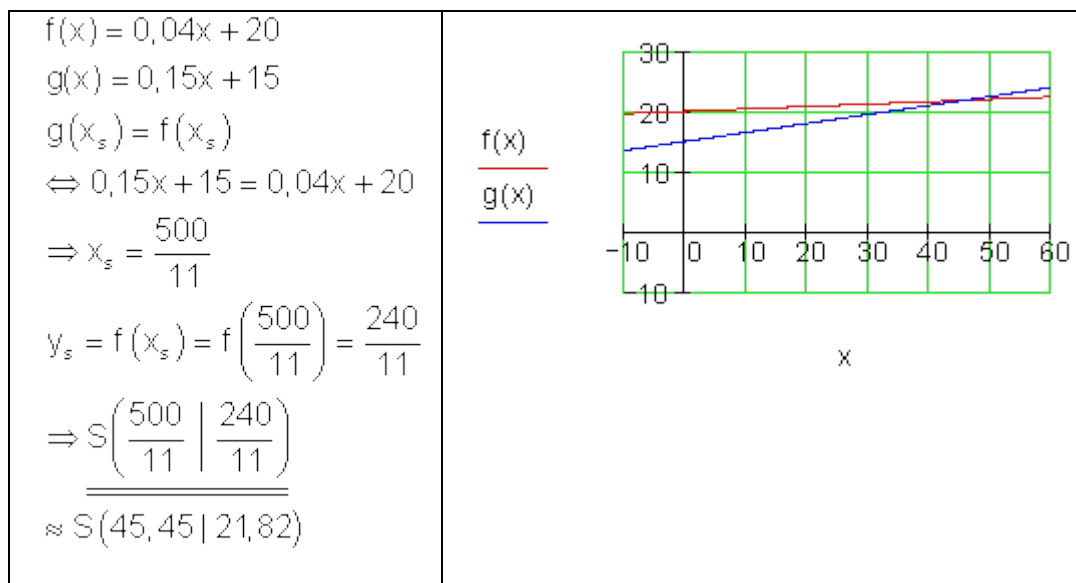
دا چې  $P_2(2|3)$  په  $f$  او  $P_4(2|3)$  په  $g$  پرته ده او کواوردیناتونه برابر دي، دا

$S(2;3)$  د دواړو کرښو غوڅټکی هم دی، دا په لومړۍ څلورمه کې پروتدی.

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x < 2x - 1 \mid -2x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x < -1 \mid \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$$

د  $x > 2$  لپاره  $f(x) < g(x)$  باور لري، باور لري،  $f(x)$  د  $g(x)$  لاندې یا کښته خواته ځلي.

دریم:



څلورم: الف-  $f(x) = -\frac{1}{4}x + 3; g(x) = \frac{1}{4}x + 1; h(x) = 4x + 4; i(x) = \frac{1}{2}x - 3$

ب -

$$g(x_s) = f(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_s + 1 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 4$$

$$y_s = g(x_s) = g(4) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{S_{f,g}(4 \mid 2)}}$$

$$h(x_s) = i(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + 4 = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -2$$

$$y_s = h(x_s) = h(-2) = -4 \Rightarrow \underline{\underline{S_{h,i}(-2 \mid -4)}}$$

پ -

$$\begin{array}{l}
 i(x_s) = f(x_s) \\
 \frac{1}{2}x_s - 3 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 8 \\
 y_s = i(x_s) = i(8) = 1 \\
 \Rightarrow \underline{\underline{S_{f,i}(8|1)}}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 i(x_s) = g(x_s) \\
 \frac{1}{2}x_s - 3 = \frac{1}{4}x_s + 1 \Leftrightarrow x_s = 16 \\
 y_s = g(x_s) = g(16) = 5 \\
 \Rightarrow \underline{\underline{S_{g,i}(16|5)}}
 \end{array}$$

ت -

د څلور کرښو چې جوړه غبرگی نه وي، زیات له زیات شپږ گډ غوڅتکي لري.

دلیل:

کرښه ۱ کړی شي له ۲، ۳ او ۴ څلور سره غوڅه کړي (درې شونوالی یا شوونتوب).

کرښه ۲ کړی شي له کرښې ۳ او ۴ سره غوڅه کړي، کرښه ۲ له ۱ سره په پام کې نیول شوي وه. (۲ شوونتوب).

کرښه ۳ کیدی شي له کرښې ۴ سره غوڅه کړي. نو د غوڅي شوونتوب د مخه په پام کې نیول شوی دی. (۱ شوونتوب)

پنځم -

پیل کرښه :  $g(x) = a_1x$  دې ته عمود یا ولاړه سرچینه بیزه کرښه:  $h(x) = -\frac{1}{a_1}x$

دواړه کرښې په ټکي  $S(-2;-1)$  کې راکښل شوي دي.

$$h^*(x) = -\frac{1}{a_1}(x+2) - 1 \quad \text{او} \quad \Rightarrow \quad g^*(x) = a_1(x+2) - 1$$

د  $a_1=4$  لپاره بېلگه.

2.3. د دوه کرښو پروتخای ..... ۱۹۵

$$g'(x) = 4(x+2) - 1 = \underline{4x+7} \quad h'(x) = -\frac{1}{4}(x+2) - 1 = \underline{-\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}}$$

شپږم:

$$a_{1g} = -\frac{1}{2}e \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}e} = \frac{2}{e} = \underline{2e^{-1}} \quad \text{الف -}$$

$$a_{1g} = 2e^{-2} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{2e^{-2}} = \underline{-\frac{1}{2}e^2} \quad \text{ب -}$$

$$a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \underline{-\frac{2}{3}\sqrt{3}} \quad \text{پ -}$$

اوم -

الف -

چاپ گڼه یا - تعداد د قیوت په واک کې دی.

له دې لاس ته راځي، چې قیمت خپلواکه اووښتونې یا متحوله  $x$  ده، چاپ گڼه بلواک-یا تابع اووښتونې  $y$  ده.

قیمت  $2,20\text{€}$  چاپ گڼون  $120\,000$  لاس ته راځي  $P1(2,2 ; 120000)$

قیمت  $2,00\text{€}$  چاپ گڼون  $125\,000$  لاس ته راځي  $P2(2 ; 125000)$

قیمت  $2,40\text{€}$  چاپ گڼون  $115\,000$  لاس ته راځي  $P3(2,4 ; 115000)$

که ټول درې ټکي په یوه کرښه پراته وي، نو د قیمت او چاپگڼې یا تعدا ترمنځ اړیکې کرښیزې دي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{125000 - 120000}{2 - 2,2} = \frac{5000}{-0,2} = -25000 \Rightarrow f(x) = -25000x + a_0$$

$$P_2(2 | 125000): f(2) = -25000 \cdot 2 + a_0 = 125000 \Rightarrow a_0 = 175000 \\ \Rightarrow f(x) = -25000x + 175000$$

د  $P_3(2,4 ; 115000)$  لپاره ازماښت:

$$f(2,4) = -25000 \cdot 2,4 + 175000 = 115000$$

له دې سره قیمت او چاپګڼون یا تعداد ترمنځ اړیکې کرښیزه دي.

قیمت د چاپ ګڼې  $y=140000$  سره .  $P(x;140000) \leq$

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = 140000 \Leftrightarrow x = 1,4 \Rightarrow \underline{\text{Preis 1,40 €}}$$

قیمت د  $y$  چاپګڼې یا - تعداد سره :  $P(x;y) \leq$

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = y \Leftrightarrow x = -\frac{y - 175000}{25000} = \underline{\underline{-\frac{y}{25000} + 7}}$$

ب - د  $1,50E$  قیمت لاس ته راځي:  $P(1,5;y)$

$$y = f(1,5) = -25000 \cdot 1,5 + 175000 = \underline{\underline{137500}}$$

د  $1,50 \text{ €}$  قیمت سره دې د  $137500$  چاپګڼون سره و شمیرل یا وګڼل شي.

## 2.4-د کرښیزو توابعو په مرسته د پرابلمونو حل(ستونځوبی)

### 2.4.1د ورځنی ستونځوبي یا د پرابلمونو حل:

بېلگه ۱:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توگه په یوه بیارغونې روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش € 3559 دی، د سپین € 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت:  $x$  اخستل شوی ټول معاش:  $f(x)$

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43 | 3559)$  او  $P_2(27 | 3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(  $a_1 =$  زیات کار پیسې  $a_0 =$  بنسټ معاش )

$$\begin{aligned} P_1(43 | 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \quad | -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) &= 21x + 2656 \end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلگه||

یو انرژي پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یو kWh کیلو وات په ساعت د € 0,14 په نرخ د میاشتي په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.

په یوه مناسب کواور دینات سیسم کې د 200 kWh پورې د برق مصرف گراف وکارۍ.

ب - د برېښنا د څلورو میاشتو لگښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لگول شوي؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په € 0,10 وړاندې کوي د میاشتي په € 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لگښت څخه ګټور تمامیري؟

حل:

الف-

|  |  |
|--|--|
| <p>ایښوونه:</p> <p>1 kWh: <math>0,14 \cdot 1 + 7,50</math><br/> 2 kWh: <math>0,14 \cdot 2 + 7,50</math><br/> .....<br/> x kWh: <math>0,14 \cdot x + 7,50</math></p> <p>د تابع ترم:</p> <p><math>f(x) = 0,14 \cdot x + 7,50</math><br/> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <math>x \hat{=} \text{kWh}; f(x) \hat{=} \text{€}</math></p> <p>یادونه: حساب بی له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیري.</p> |  |
|--|--|

ب-ایښوونه:  $f(x) = 0,14x + 7,50$  د میاشتنی شمیرنی لپاره باور لري.

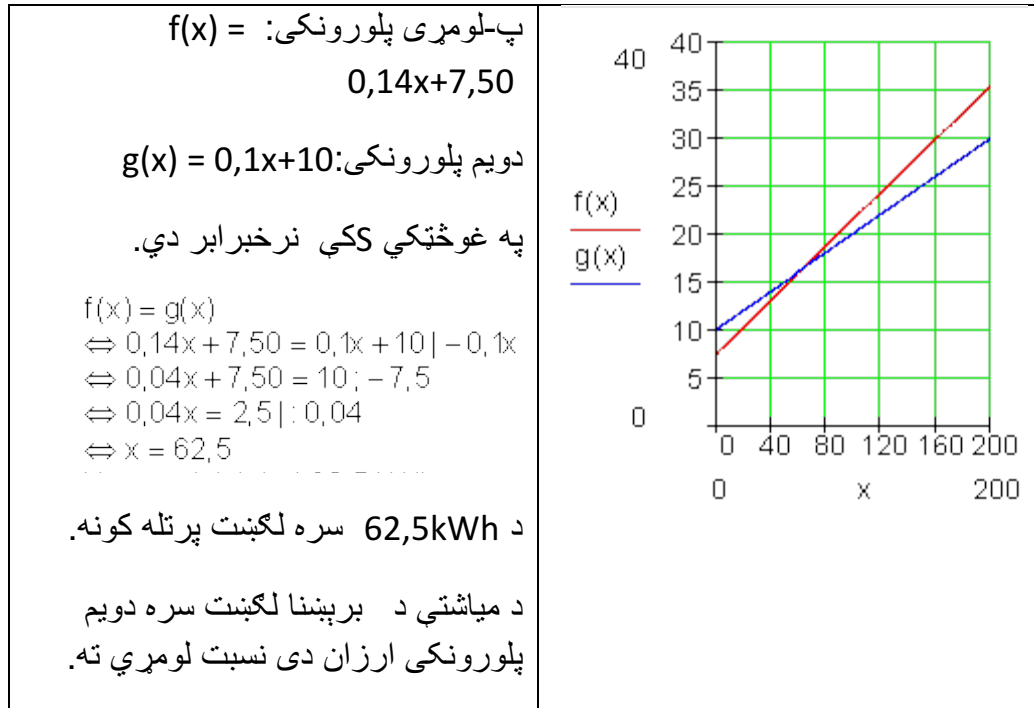
د څلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\begin{aligned} \Rightarrow f_4(x) &= 0,14x + 30 \quad P(x | 150,4) \\ \Rightarrow f_4(x) &= 0,14x + 30 = 150,4 \\ \Leftrightarrow 0,14x + 30 &= 150,4 \quad | - 30 \\ \Leftrightarrow 0,14x &= 120,4 \quad | : 0,14 \\ \Leftrightarrow x &= 860 \end{aligned}$$

د برېښنا لگښت په څلورو میاشتو کې 860kWh وو.



پ-



## بیلگه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابیر،، شپون د ورځي 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځي د مخه چي دا د خوراک موادو ذخیره پکه شوي وه، هلته نور هم 250 kg خوراکي مواد شتون لري.

الف -

یو د تابع مساوات ولیکی، چي دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځي پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره پکه شوي وه؟

پ – د 50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیري . دا کله اړین کیري.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکی مواد په kg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12 | 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکونې وخت  $x = 0$  دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکی موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 | -340$$

$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 | :(-7,5)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوي.

## بیلگه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،، (HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتي بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،، ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي: هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتي بنسټ قیمت € 5 سره. (یوه سکیخ ترتیب کړی)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابر دي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري (پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکي او د ټاکلي شرکت سره به څومره خبرې وکړي؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړی.

حل:

$$\text{الف- HB: } K_1(x) = 0,06x + 8,5 \quad \text{HP: } K_2(x) = 0,08x + 5$$

د لگښت برابر والی د دواړو کرښو په غوڅي کې شتون لري.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \quad | - 0,06x$$

$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \quad | - 5$$

$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \quad | : 0,02$$

$$\Leftrightarrow x = 175$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لگښت برابر دی.. (€ 19) .

HB:

$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5$$

$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06$$

$$\Leftrightarrow x = 275$$

ب -

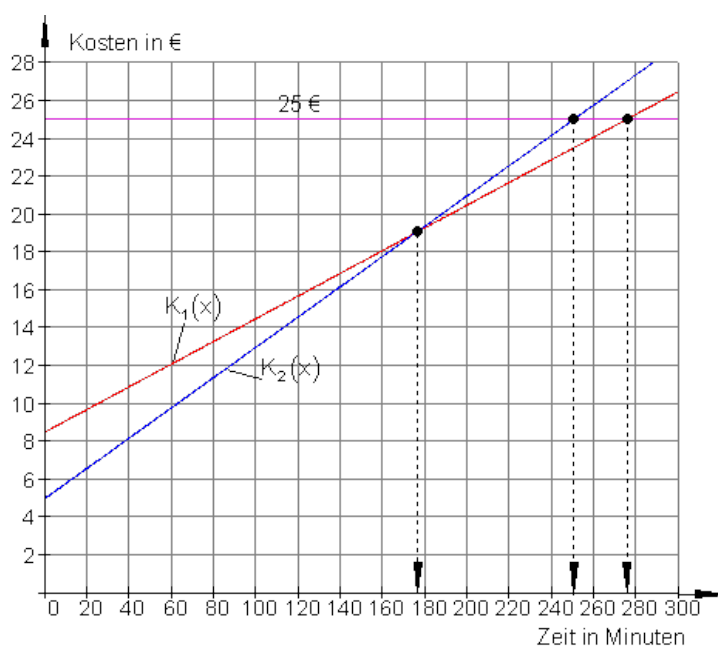
HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08$$

$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د 25 € لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي. برعکس یا په څنډ د HP 25 € فقط د 250 دقیقو لپاره بسيا کوي.



پ -

پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لگښت په یورو

## بیلگه V

یوه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جور کړي (د کاپا څیټي پوله).

متحوله د داني لگښت ثابت دی او  $k_v = 300 \text{ €}$  دی.

یخووني هر یو د  $375 \text{ €}$  قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع  $K(x)$  پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې  $E(x)$  ده او د گټې تابع یې د فابریکې لپاره  $G(x)$  ده.

ب – د کوم تولیدېږی سره به د گټې پولې یا ورشو breakeven point یا Gewinnschwelle ته ورسیرو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

پ – د توانپولې پورې گټه څومره لویه ده؟

حل-

|   |                       |
|---|-----------------------|
| $K_f = 90\,000 \text{ €}$                   | الف- ځای په ځای لگښت: |
| $k_v = 300 \text{ €}$                       | متحول د داني لگښت:    |
| $p = 375 \text{ €}$                         | د خرڅلو قیمت:         |
| $K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$ | دلگښت تابع:           |
| $E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$            | د خرڅلاو ابع:         |
| $G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$        | د گټې تابع:           |

ب – د گټې پوله هغه ځای دی، چې هلته گټه نه کیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid :75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$

$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 تولیدېږی سره فابریکه گټه کوي.

2.4 د کرښیزو توابعو په مرسته ۲۰۵

د گټې پولې کې لگښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. (€ 450 000 )

پ – د توانپولې گټه:  $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$

په توان پولې گټه € 22 500 ده.

بیلگه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ گوري

نرخ A : بنسټ نرخ € 5 د میاشتي لومړي لس ساعته مفت، پسي 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسي 0,4 Ct. / min .

نرخ : د میاشتي ټولې پیسې یا Flatrate د میاشتي Flatrate 25 € / Monat .

د ورځې په منځنۍ توگه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکۍ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع گراف سم کړۍ.

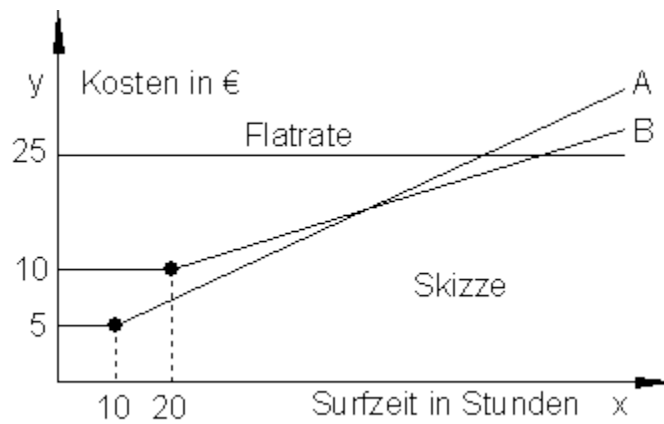
پ – روبښانه کړۍ، {ې له گراف څخه ټول څه لوستل کیري ( انټرپریټیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرۍ.

ټ – د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دي سپین فلېټ رېټ وټاکي؟

حل –



محور  $x$ : وخت په ساعت      محور  $y$ : لگښت په یورو

نرخ  $A$ :

$0,5 \text{ Ct/min} = 30 \text{ Ct/h} = 0,3 \text{ €/h}$  (Steigung دلته په ۶۰ دقیقې دي.

(جگوالی)

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دي معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې یواځې ۵€ د بنسټلگښت راځي.

له دي لاس ته راځي  $P(10;5)$

په دي ټکي کې د  $K_A(x)$  گراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 \quad | -3 \\ \Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ  $A$  لپاره تابع مساوات:  $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B :

$$0,4 \text{ Ct/min} = 24 \text{ Ct/h} = 0,24 \text{ €/h}$$

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جگوالی)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰ مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړیو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ یورو بنسټیښی راځي،

$$\Rightarrow P(20;10)$$

په دې ټکي کې د  $K_B(x)$  گراف ځغلي

$$\begin{aligned} P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 &\Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10 \\ &\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \quad | -4,8 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 5,2 \end{aligned}$$

د نرخ B د تابع مساوات:  $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخ C : فلیټ رېټ له ساعتونو خپلواک دی.

C نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات  $F(x) = 25$  (د محور ته غبرگ)

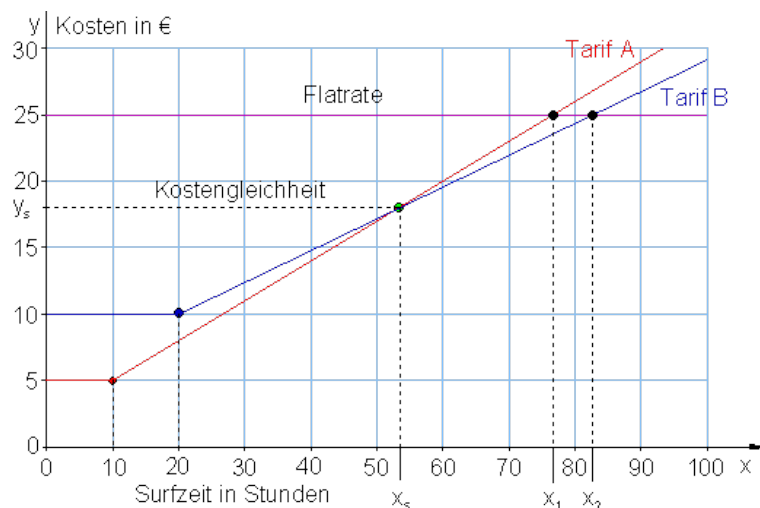
ب - څیره د پ کښته لور ته

پ - په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کربني سره غوڅوي، په دې ټکي کې لگښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او 82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له 82 وروسته فلیټ رېټ گټور دی.



## لاندې څیره ب ته



ت - سپين د مياشتي 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د مياشتي د سرف دوام  $2,5h.30 = 75St.$  ساعته:

|   |               |
|---|---------------|
| $K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$    | د A نرخ لگښت: |
| $K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$ | د B نرخ لگښت: |
| $F(75) = 25$                            | د C نرخ لگښت: |

ت - په دواړو کرښو کې دې د A او B نرخ برابروالی پيدا شي.

$$\begin{aligned}
 K_A(x) = K_B(x) &\Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \quad | -0,24x \\
 &\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \quad | -2 \\
 &\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \quad | : 0,06 \\
 &\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}
 \end{aligned}$$

$$= 53 \frac{1}{3}$$

( ۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې )

$$K_A \left( \frac{160}{3} \right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابر والی حاکم دی. په دې وخت کې لگښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د گراف څخه لوستل کېږي، چې د  $K_B(x)$  غوڅتکی د  $F(x)$  سره هغه ټکی په نڅښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$\begin{aligned} K_B(x) = F(x) &\Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \quad | -5,2 \\ &\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \quad | : 0,24 \\ &\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5 \end{aligned}$$

د میاشتي د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلېټ پټ و اړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی – د لاندې کرښیزو توابعو گرافونه رسم کړئ:

الف-  $f(x) = -2x + 2$  ب-  $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$  پ-  $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$  ت-  $f(x) = 3x - 6$

د ویم –

د یوې کرښې جگوالی  $a_1$  معلوم دی. پرته له دې یو ټکی  $P$  ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولار سیستم کې یې گراف وکارئ.

الف -  $P(3|4)$   $a_1 = 1$  ب -  $P(-8|1)$   $a_1 = -1$

پ -  $P(4|3)$   $a_1 = \frac{1}{2}$  ت -  $P(-4|3)$   $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم -

په یوه کرښه ټکي  $P_1$  او  $P_2$  ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولار سیستم کې یې گراف وکارئ

الف -  $P_1(3|4)$   $P_2(7|-1)$  ب -  $P_1(-8|1)$   $P_2(2|-3)$

پ -  $P_1(4|3)$   $P_2(-7|-1)$  ت -  $P_1(4|2)$   $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په  $x$  پسې حل کړئ.

الف -  $x - 5 = 9$  ب -  $8 + x = 25$  پ -  $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$  ت -  $x - \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$

ب -  $88 = 4x - 16$  ث -  $a + bx = 3b + a$  ج -  $8 - (x + 5) = 2$  چ -  $9 + (5 - x) = 6$

پنځم -

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکي د زړه له کومې د مارکي ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا اوس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف - د تابع برابرول ولیکئ، چې دا عمل روښانه کوي.

ب - له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیري.

پ - د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په یوه مناسب پروتولار سیستم کې د تابع گراف رسم کړئ.

شپږم -

یو موټروان A په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننگرهار په لور خوزي.

په همدې وخت کې موټروان B له ننگرهار څخه د کندهار په لور خوزي.

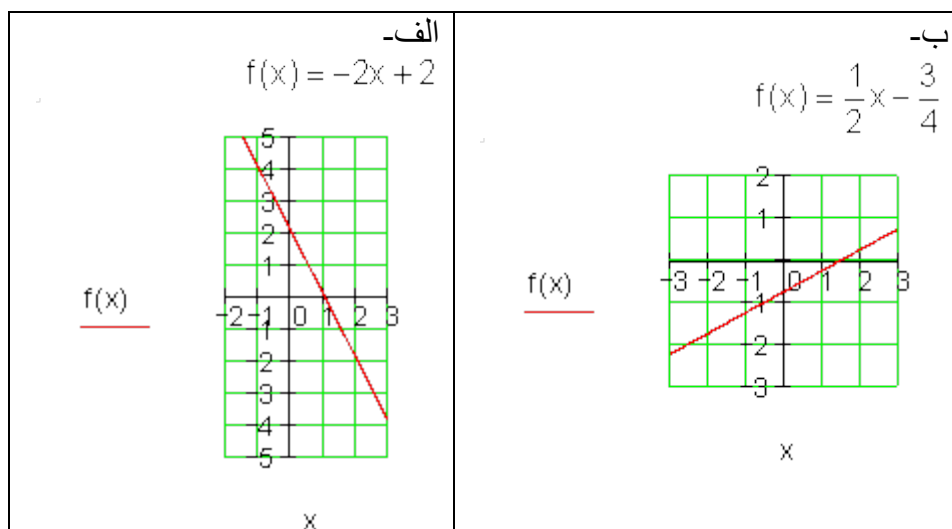
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و (توکلي؟)

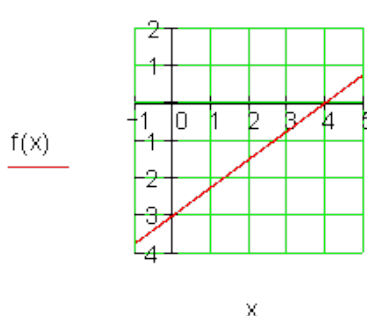
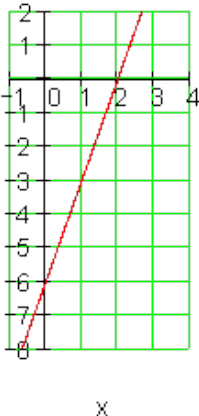
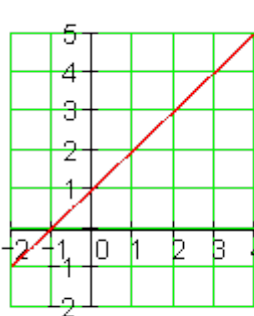
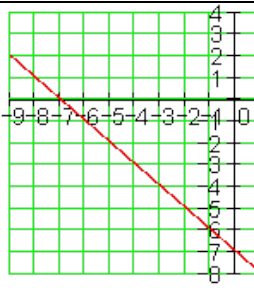
موټروان A د  $120 \text{ km/h}$  منځنی چټکتیا سره ځي، موټروان B د  $150 \text{ km/h}$  منځنی چټکتیا سره ځي.  
 په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟  
 د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره  
 (لارښود: پروت = د وخت محور او ولاړ = د لار محور)  
 اوم - د یوه بارانمرتبیا چې توتیهبه  $1 \text{ m}^2$  بنسټ سطحی سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.  
 الف - د وخت  $t$  په واکوالي کې دکجکوالی  $h$  روبښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا  $150$  ( $t = 0$ ) لیتره وي..  
 ب - د  $h$  او  $t$  ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غوندوسکي په بڼه وي، نو؟

ځوابونه

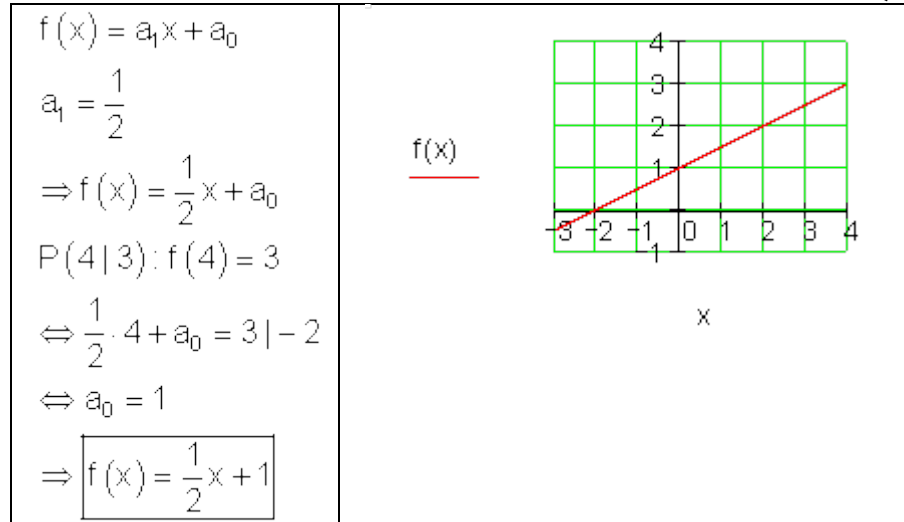
کرښیز توابع VII

مفصل ځوابونه یا حلونه لومړی::

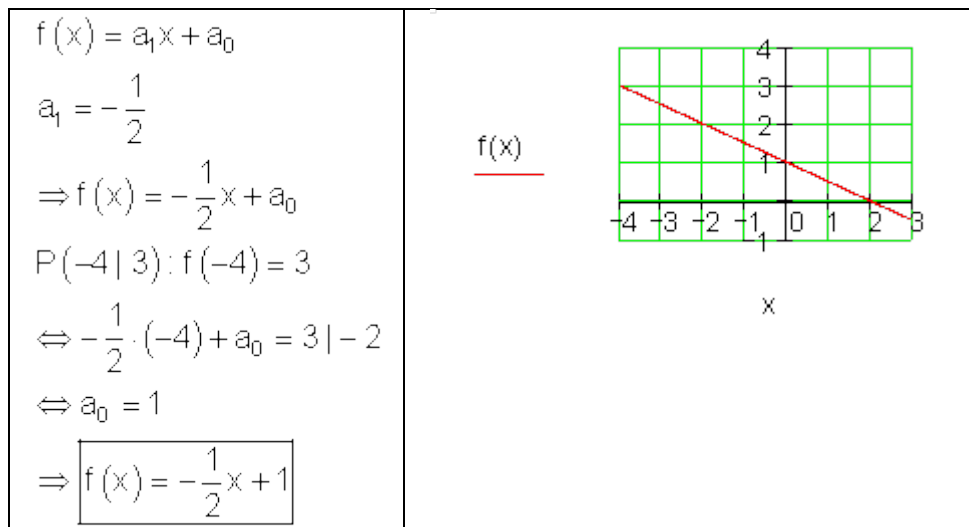


|  |  |
|--|--|
| <p style="text-align: right;">ب</p> $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"><u>f(x)</u></div>  </div> | <p style="text-align: right;">ت</p> $f(x) = 3x - 6$ <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"><u>f(x)</u></div>  </div> |
| $f(x) = a_1x + a_0$ $a_1 = 1$ $\Rightarrow f(x) = x + a_0$ $P(3   4) : f(3) = 4$ $\Leftrightarrow 3 + a_0 = 4 \quad   -3$ $\Leftrightarrow a_0 = 1$ $\Rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$   | <p style="text-align: right;">دویم: الف-</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"><u>f(x)</u></div>  </div>       |
| $f(x) = a_1x + a_0$ $a_1 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -x + a_0$ $P(-8   1) : f(-8) = 1$ $\Leftrightarrow -(-8) + a_0 = 1 \quad   -8$ $\Leftrightarrow a_0 = -7$ $\Rightarrow \boxed{f(x) = -x - 7}$   | <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"><u>f(x)</u></div>  </div> <p style="text-align: right;">ب-</p>              |

پ -



ت -

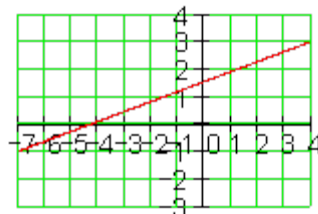
دریم:  
الف -

|  |   |
|--|---|
| $f(x) = a_1x + a_0; P_1 \left( \begin{array}{c c} 3 & 4 \\ \hline x_1 & y_1 \end{array} \right); P_2 \left( \begin{array}{c c} 7 & -1 \\ \hline x_2 & y_2 \end{array} \right)$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 4}{7 - 3} = -\frac{5}{4}$ $\Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$ $P_1(3 4): f(3) = 4$ $\Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \quad   + \frac{15}{4}$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$ | $f(x)$<br><br>$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$ |
|--|---|

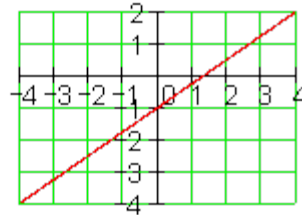
-ب-

|   |   |
|---|---|
| $f(x) = a_1x + a_0; P_1 \left( \begin{array}{c c} -8 & 1 \\ \hline x_1 & y_1 \end{array} \right); P_2 \left( \begin{array}{c c} 2 & -3 \\ \hline x_2 & y_2 \end{array} \right)$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 1}{2 - (-8)} = -\frac{2}{5}$ $\Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$ $P_2(2 -3): f(2) = -3$ $\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \quad   + \frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$ | $f(x)$<br><br>$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$ |
|---|---|

پ-

|   |  |
|---|--|
| $f(x) = a_1x + a_0; P_1 \left( \begin{array}{c c} 4 & 3 \\ \hline x_1 & y_1 \end{array} \right); P_2 \left( \begin{array}{c c} -7 & -1 \\ \hline x_2 & y_2 \end{array} \right)$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-7 - 4} = \frac{4}{11}$ $\Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$ $P_1(4 3): f(4) = 3$ $\Leftrightarrow \frac{4}{11} \cdot 4 + a_0 = 3 \quad   -\frac{16}{11}$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$ | $f(x)$<br> $\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$ |
|---|--|

ت-

|  |   |
|--|---|
| $f(x) = a_1x + a_0; P_1 \left( \begin{array}{c c} 4 & 2 \\ \hline x_1 & y_1 \end{array} \right); P_2 \left( \begin{array}{c c} -4 & -4 \\ \hline x_2 & y_2 \end{array} \right)$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{-4 - 4} = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$ $P_1(4 2): f(4) = 2$ $\Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot 4 + a_0 = 2 \quad   -3$ $\Leftrightarrow a_0 = -1$ | $f(x)$<br> $\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$ |
|--|---|

څلورم:



## 2.4 د کرښیزو توابعو په مرسته

$$8+x=25 \mid -8 \qquad x-5=9 \mid +5$$

$$\Leftrightarrow x=17 \Rightarrow \boxed{L=\{17\}} \text{ - ب.} \qquad \Leftrightarrow x=14 \Rightarrow \boxed{L=\{14\}} \text{ - الف.}$$

$$\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3} \mid +\frac{1}{3} \qquad x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4} \mid +\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}=x \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{8}{9}\right\}} \text{ - ت.} \qquad \Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12} \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{17}{12}\right\}} \text{ - پ.}$$

$$a+bx=3b+a \mid -a \qquad 88=4x-16 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow bx=3b \mid b \qquad \Leftrightarrow 104=4x \mid :4$$

$$\Leftrightarrow x=3 \Rightarrow \boxed{L=\{3\}} \text{ - ث.} \qquad \Leftrightarrow 26=x \Rightarrow \boxed{L=\{26\}} \text{ - ټ.}$$

$$9+(5-x)=6 \mid -9 \qquad 8-(x+5)=2 \mid -8$$

$$\Leftrightarrow 5-x=-3 \mid -5 \qquad \Leftrightarrow -(x+5)=-6 \mid :(-1)$$

$$\Leftrightarrow -x=-8 \mid \cdot(-1) \qquad \Leftrightarrow x+5=6 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow x=8 \Rightarrow \boxed{L=\{8\}} \text{ - ح.} \qquad \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \boxed{L=\{1\}} \text{ - ج.}$$

پنځم - الف - اوښتونې يا متحوله  $x$  د اونۍ په معناده

$y=f(x)$  د کافي ذخیرې په معناده.

$f(x) = a_1x + a_0$  د کرښیز مساوات ټولیزه بڼه

|                                     |            |
|-------------------------------------|------------|
| $f(0) = -0,35 \cdot 0 + 1,8 = 1,8$  | اونۍ 0 :   |
| $f(1) = -0,35 \cdot 1 + 1,8 = 1,45$ | اونۍ 1 :   |
| $f(2) = -0,35 \cdot 2 + 1,8 = 1,1$  | اونۍ 2 :   |
| .....                               | .....      |
| $f(x) = -0,35 \cdot x + 1,8$        | اونۍ $x$ : |

د کافي ذخیرې د کمیدو لپاره تابع مساوت  
ب - د کافي ذخیره لگیدلې معنا لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \quad | -1,8$$

مساوات دې د  $x$  پسي حل شي.

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \quad | : (-0,35)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

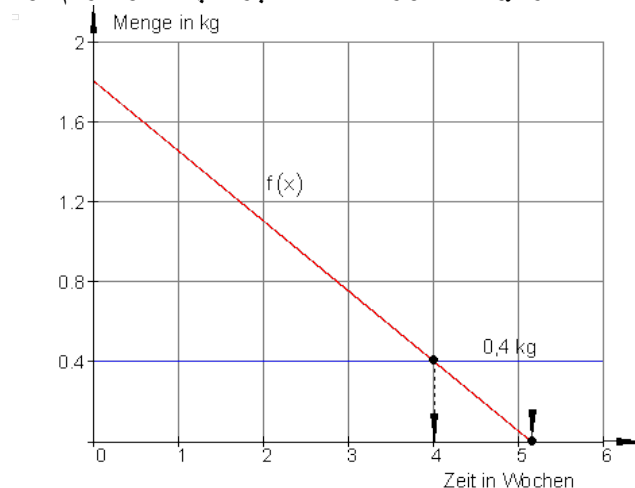
د نږدې ۵ اونيو وروسته نوره کافي نه شته.  
پ - فقط 400g کافي پاتې ده په دې معنا چي:

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \quad | -1,8$$

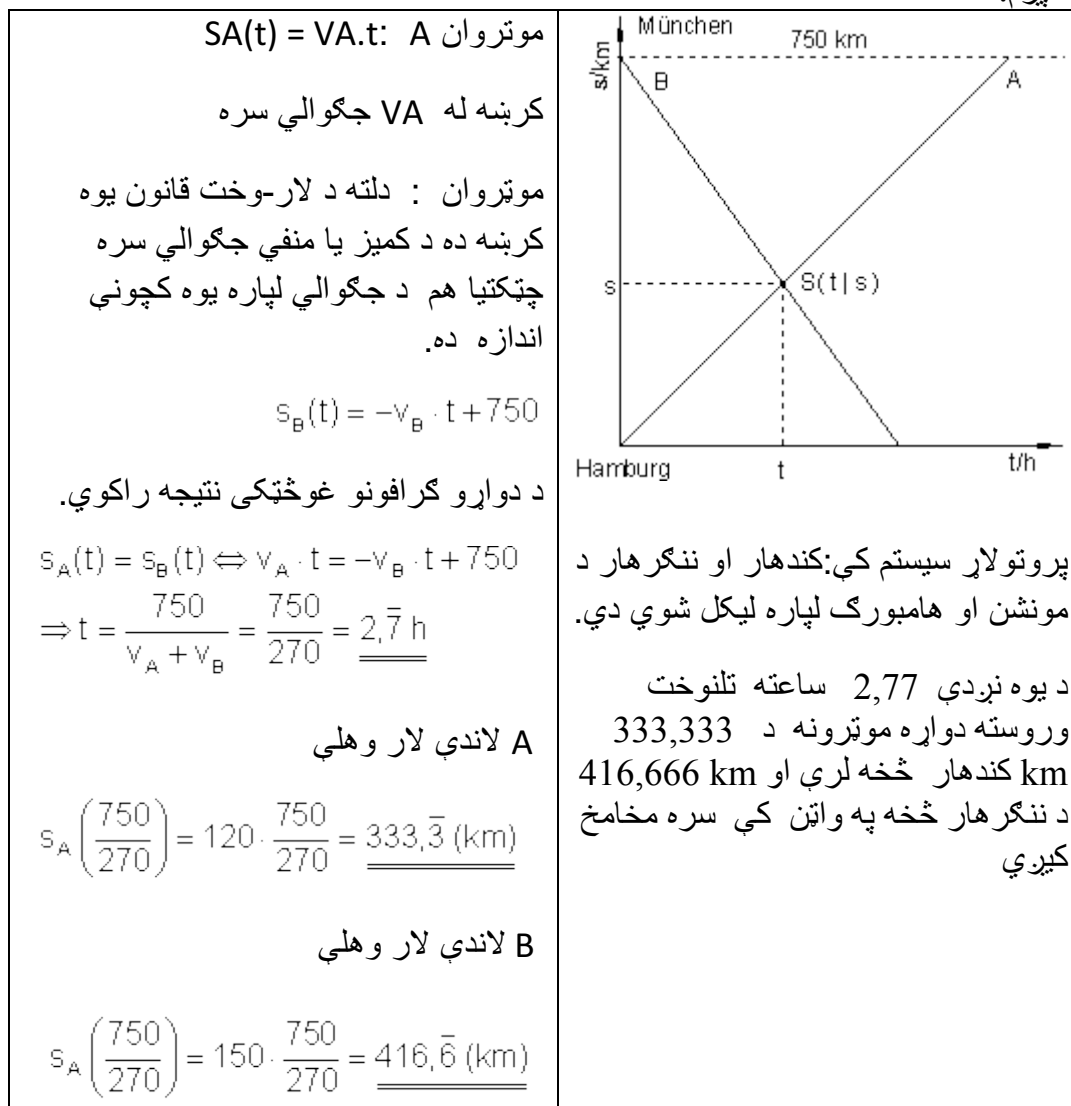
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \quad | : (-0,35)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلو اونيو وروسته نوره فقط 400g کافي پاتې ده.  
ت - د کښته ژباړه: له بورته کښته: ډېری په کیلو گرام، وخت په اونۍ



شپږم:



اوم -

$$V = G \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{G} \quad G = 1\text{m}^2 = 100 \text{ dm}^2 \quad 1\text{Liter} \triangleq 1 \text{ dm}^3$$

الف- د توتی ډکی یا حجم:

$$V(t) = 80 \frac{\text{dm}^3}{\text{h}} \cdot t + 150 \text{ dm}^3 \quad \text{لپاره د دېکي تغیر لپاره:}$$

شمېرنه بی له یونون یا واحدونو صورت نیسي، نتیجی په دیسی متر.

$$h(t) = \frac{V(t)}{G} = \frac{80 \cdot t + 150}{100} = \underline{\underline{0,8 \cdot t + 1,5}}$$

ب - د پرسیدلي یا غوندوسکي ډوله ډکوالي جگوالی د وخت سره کربنیز تغیر نه خوري.

### پوښتنې

#### کربنیز مساوات XV

لومړی -

پنځم - دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟؟ خواب یی هم شته.  
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومی د مارکي،، برینکمن نمره 1،،  
کافي چي. دا اوس د بوتل زخیره 1,8 kg دانی ده. د اونی 350 g د کافي دانی د ماشین  
لپاره اړتیا شته.

الف - د تابع برابرول ولیکی، چي دا عمل روښانه کوي.

ب - له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟

پ - د کافي فرمایش پسي باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتي ولري. دا  
حالت به کله وي؟

ت - په یوه مناسب پروتولار سیستم (کواردینات سیستم) کي د تابع گراف رسم کړی.

دویم: توبي او مري په یوه بیارغړني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاری وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش یې له مالیا € 3559، د ماري € 3223. توبي په رواني میاشت کې 43 ساعته زیات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشمیرئ او د زیات وخت ټول معاش. دریم: د جلالکوټ ژوبین د، کولاخرس، د وښو ذخیرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حیواناتو وښو ته اړتیا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخیره ډکه شوي، په ذخیره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ، چې داسې حالت تشریح کوي او دط ته اړوند گراف په یوه مناسب پروتولار یا کواوردینات سیستم کې وکارئ.

ب- کومه ډېری یا سټ باندي دا ذخیره های دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بیرته هغه په کې ورکړ شوي شتون باندي بیرته ډک شي. دا کله غوښتونئ دی؟

څلورم: د ، تلفونچوپر مغازه، (HB) هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، چط د میاشتي بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ، ارزان ملفون، (HB) شرطونه دي: هره دقیقه € 0,08 ، د میاشتي بنسټ نرخ € 5 سره. (یوه څېره رسم کړئ).

الف- له څو دقیقو وروسته د دواړو ملفونونو لگښت برابر دی؟

ب- تاسو د میاشتي € 25 په اختیار کې لری (نیا پیسې ورکوي).

کوم چوپر غواړط او دا ستا د خوبط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتیجط په پروتولار یا کواوردینات سیستم کط انځور کړئ.

پنځم -

په یوه هوټل کې د لمبا کوتي د گرمو اوبو چمتووالی لپاره د برېښنايي تیلگرمی ماشین اینټرول شوی.  $€ 25000$  د نرژي کلني لگښت راځي. د لرگرمی له لاري یوځلي  $€ 50000$  لگښت راځي. په دې پسي د نرژي لگښت فقط  $€ 5000$  په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پیسې ځای نیسي؟ د دې وخت لپاره لگښت څومره دی؟

ب – د دې گراف وکارئ.

شپږم –

له گنیو څخه پوره یا گوره جوړیږي (د گنیو او خوړي ترمخ کرښیزې اړیکې وړاندینونه ده) یو د تابع ترم  $f(x)$  تشریح کوي، چې څومره کیلوگرامه خوړه د  $x$  kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم  $f(x)$  وټاکئ.

ب – وشمیرئ:  $f(100)$ ;  $f(250)$ ;  $f(x) = 25$

پ – د  $f(x)$  گراف وکارئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروگرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. په المان تودوخي په درجه ځلزیوس  $[^{\circ}C]$  او امریکاکي په فارنهایت  $[^{\circ}F]$  کچیري. سپین او څر له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخيو ترمخ یو کرښیزه اړیکه شتون لري او  $0^{\circ}C$  د  $32^{\circ}F$  تودوخي او  $100^{\circ}C$  د  $212^{\circ}F$  تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه وارولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له  $^{\circ}F$  څخه په  $^{\circ}C$  شمېر بدلون اجازه ورکوي.

---

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړی، چې له  $^{\circ}\text{C}$  څخه په  $^{\circ}\text{F}$  شمېر بدلون اجازه ورکوي.

پ - په یوه د لمبا اخور کې تودوخي  $95^{\circ}\text{F}$  ده، دا څومره  $^{\circ}\text{C}$  وه؟

ت - د د یوه تن تودوخي  $40^{\circ}\text{C}$  تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسېږي. دا په  $^{\circ}\text{F}$  کومه تودوخي ده؟

## حلونه

### کربنیز توابع XV

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجې:

لومړی:

الف- تابع مساوات:

ب - د څه پنځه اونيو وروسته نوره کافي نه شته.

پ - د ۴ اونيو وروسته کافي پاتې ده.

ت- گراف د مفصل حل لاندې وگورئ.

دویم:

بنسټمعاش دی، د زیاتوخت ټولې .

دریم:

$$\text{الف- } f(x) = -7,5x + 340$$

گراف په مفصل حل کې دی.

ب- د وښو زخیره په 340 kg ډکه شوه.

پ - د نږدې 38,7 ورځو وروسته وښو گودام بیرته ډک شوی دی.

څلورم:

الف- له 175 دقیقو وروسته نرخ مساوات واک لري (€ 19).

ب- د HB چوپړ مساعد دی، ځکه چې په € 25 کېدی شي 275 دقیقې تلفو وکړی شي.

برعکس HP د € 25 سره فقط د 250 دقیقو لپاره بسیا کوي. گراف د مفصل حل لاندې میندلی شی.

پنځم:

الف- دا د پیسو ورکړې له 2,5 کاله وروسته گټوره وه. په داوړو حالتونو کې دا تراوسه په جریان کې لگښت € 62500 دی.

ب- گراف په مفصل ځواب کې میدل کيږي.

شپږم:

$$\text{الف- تابعترم: } f(x) = \frac{17}{160}x$$



ب-

$$f(100) = 10,625 \quad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

پ- گراف تر مفصل ځواب لاندې وکوری

اوم:

الف-

د °F په اړونې لپاره باور لري:  $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$  x په °F او f(x) په °C

پ- د لمپا ډوډوکي تودوخي °C 35 ده.

ت- په یوه °F 104 تودوخی سره باید د تېي تېټېدنې لپاره تیاری ونيول شي.

مفصل حلونه

لومړی:

الف- متحولي یا اووښتوني: x د اونئ په معنا دي

y=f(x) په کیلوگرام د کافي زخیره ډېری یا سټ ده .

د کرښیز مساوات عمومي بڼه.  $f(x) = a_1x + a_0$ 

$$f(0) = -0,35 \cdot 0 + 1,8 = 1,8: \text{اونئ } 0$$

$$\text{اونی 1: } f(1) = -0,35 \cdot 1 + 1,8 = 1,45$$

$$\text{اونی 2: } f(2) = -0,35 \cdot 2 + 1,8 = 1,1$$

.....

$$\text{اونی } x: f(x) = -0,35 \cdot x + 1,8$$

د کافي کمښت زخیرې لپاره د تابع مساوات.

ب – د کافي زخیره مصرف شوي په دې معنا دی، چې:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \quad | -1,8 \text{ (} \\ &\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \quad | : (-0,35) \\ &\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143 \end{aligned}$$

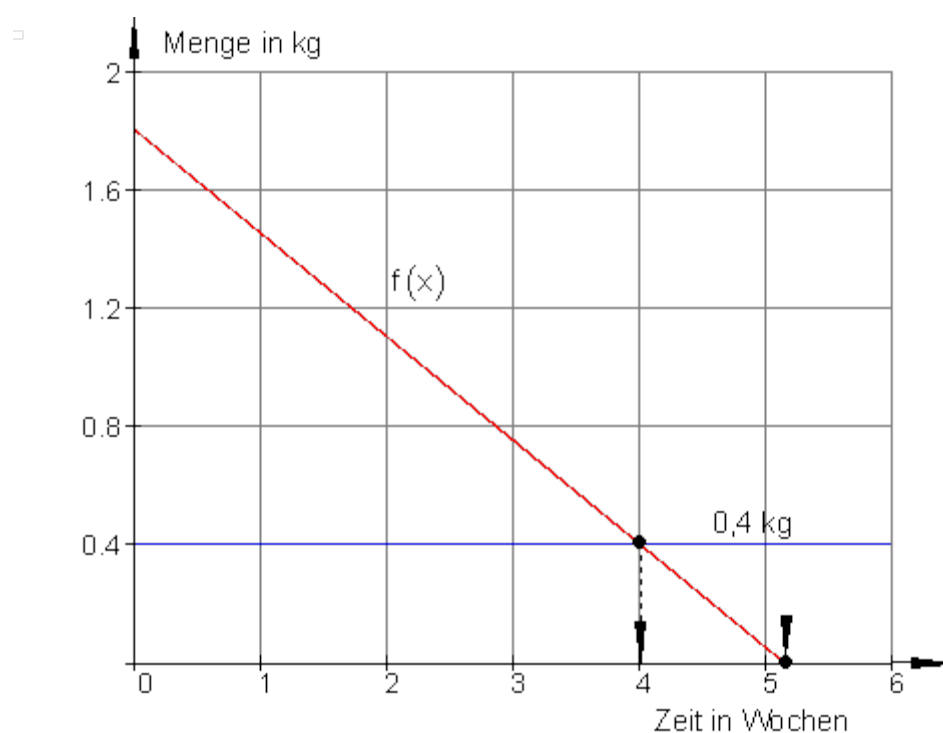
مساوات دې د  $x$  پسي حل شي.

د نږدې پنځه اونيو وروسته نوره کافي يا قهوه شتون نه لري.

پ- فقط کافي لرو په دې معنا، چې :

$$\begin{aligned} f(x) = 0,4 &\Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \quad | -1,8 \\ &\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \quad | : (-0,35) \\ &\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4 \end{aligned}$$

د څلور اونيو وروسته فقط 4g کافي پاتي ده



دویم: د زیات کار ساعتو تعداد  $x$  ورکړ شوی نغد معاش  $f(x)$  دی.

دوه ارزښت کاغذونه ورکړ شوي دي:  $P_1(43 | 3559)$  او  $P_2(27 | 3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

( $a_1$  د زیات کار ټول معاش  $a_0$  بنسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43 | 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \quad | -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی، د زیات ساعت کار معاش € 21 دی.

دریم:

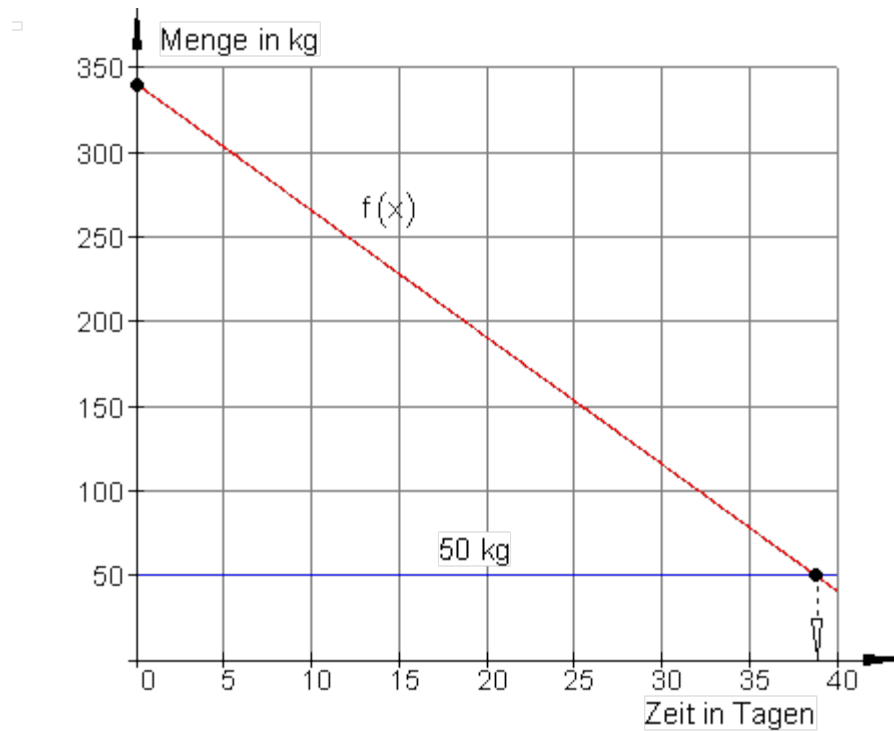
الف-

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12 | 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$



پروت: وخت په ورځو. ولاړ: ډېری (مقدار) په کیلوگرام  
ب - د ډکولو وخت په  $x = 0$  کې دی.

## 2.4 د کرنیزو توابعو په مرسته

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وینوزخیره دولس ورځي د مخه په 340 kg ډکه شوه.

پ-

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$

$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

له 38,7 ورځو وروسته دي د وینو زخیره بیرته ډکه شي.

څلورم: الف-

$$HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \quad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$$

د قیمت مساوات د دواړو کرنو په غوڅي (تقاطع) کې پروت دی.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x$$

$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid :0,02$$

$$\Leftrightarrow x = 175$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

د 175 دقیقو وروسته د قیمت مساوات برقرار دي (€ 19).

HB:

$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5$$

$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06$$

$$\Leftrightarrow x = 275$$

ب-

HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5$$

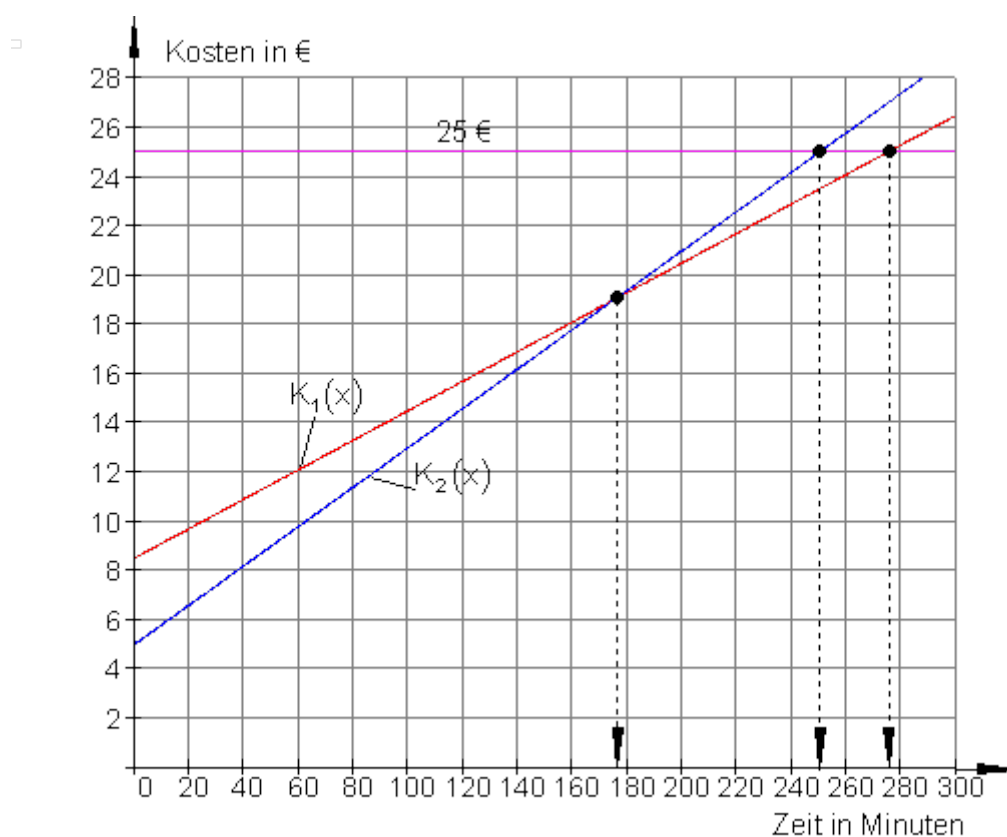
$$\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08$$

$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمت مساعد دی، ځکه چې د 25 € لپاره سړی کړی شي 275 دقیقې تلفون وکړي.

برعکس د HP لپاره 25 € فقط د 250 دقیقو لپاره بسيا کوي.

پ-



پروت: وخت په دقیقو. ولار: نرخ قیمت په یورو.

پنځم: الف-  $y$ - محور: لگښت  $x$ -محور: کلونه

گرموونې یا بخارې:  $f(x) = 25000x$

له لري تودوخي:  $g(x) = 5000x + 50000$

د لگښت مساوات د دواړو کرښو غوڅي (تقاطع) کې واک لري.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 25000x = 5000x + 50000 \quad | - 5000x$$

$$\Leftrightarrow 20000x = 50000 \quad | : 20000$$

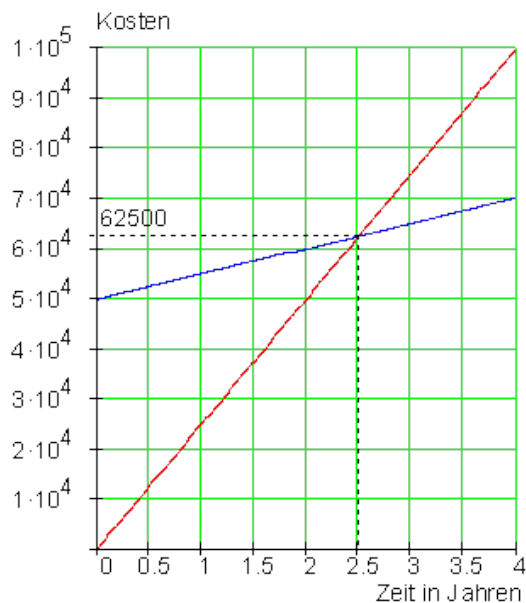
$$\Leftrightarrow x = 2,5$$

$$f(2,5) = 25000 \cdot 2,5 = 62500$$

$$g(2,5) = 5000 \cdot 2,5 + 50000 = 62500$$

پانگونه له دوه نیم کالو وروسته گټوره تمامه شوه. په دواړو حالتونو کې تردې وخت لگښتونه € 62500 دي.

ب- لاندې: پروت وخت په کلونو. ولار: قیمت یا لگښت



شپږم: الف- محور خوږه (بوره)  $x$ -محور گني

80kg گني لرو 8,5kg بوره يا گوره لاس ته راځي  $P1(80;8,5)$

0kg گني 0kg خوږه لاس ته راځي  $P2(0;0)$  پيلکړينه  $a_0=0$  لاس ته راځي

$$a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x \quad \text{جگوالی:}$$

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \mid : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3 \quad \text{ب-}$$

له 100 kg گنيو څخه 10,625 kg خوږه گټل کيږي. له گنيو څخه کيډی شي نږدې خوږه وگټل شي. د 25 kg خوږي لپاره نږدې 235,3 kg گنيو ته اړتيا شته.

پ-





پروت: گني په کيلوگرام. رلاړ: گوره په کيلوگرام

اوم:

الف- محور: °C    x-محور: °F

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad P_1(32 | 0) \quad P_2(212 | 100)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

$$P_1(32 | 0): f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \mid - \frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x - 32)$$

$$\underline{f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)}$$

د °F اړول يا بدلون په °C لپاره باور لري:

x په °F او y په °C

ب- محور: °C    x-محور: °F

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad P_1(0 | 32) \quad P_2(100 | 212)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 | 32): f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

$$f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري:

x په °C او f(x) په °F

$$95^{\circ}\text{F} = ?^{\circ}\text{C} \quad f(x) = \frac{5}{9}(x - 32) \Rightarrow f(95) = \frac{5}{9}(95 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 63 = \underline{\underline{35^{\circ}\text{C}}}$$

د اخورمینځي تودوخې 35 °C ده.

ت -

$$40^{\circ}\text{C} = ?^{\circ}\text{F} \quad f(x) = \frac{9}{5}x + 32 \Rightarrow f(40) = \frac{9}{5} \cdot 40 + 32 = \underline{\underline{104^{\circ}\text{F}}}$$

د 104 °F تودوخې سره باید د تېي تېنډونکي لارې چارې ونيول شي یا اقدام وشي.

پوښتنې

کربنیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېسټني فابریکه په خپل موټر د څښاک کارټن درسولو لپاره په هره کارټن 0,80 € د میاشتي فیکس یا ځای په ځای لگښت 840 € شمیري.

الف - د x کارټنونو د رسولو د لگښت لپاره یو د لگښت تابع منح ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لگښت منح ته راځي؟

ب - یو د موادو رسولو شرکت د څښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن 1,15 € وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لگښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوگونون یا تعداد لپاره د رسولو شرکت لگښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لگښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم -

په یوه ملي اقتصاد موډل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لگښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به € 1460 وي.

الف - د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکي.

ب - د مصرفونې جگوالی وشمیري که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وي.

پ-

د مصرفکچه (quote) د معاش برخه ده چې د مصرف یا لگښت لپاره کارول کېږي معاش: لگښت = د لگښت کوټي ((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کوټي د په ب - کې معاش څخه وټاکي. کومې ټولیزې اړیکې د مصرفکوټو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت- د معاش زیاتوالی dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

ټ- کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابع K او S گرافیکي انځور کړی. د S صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم -

یو اوسپنه وړونکی  $h_0 = 85 \text{ m}$  اوږد دی او د پرسېډني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{\text{K}} \quad (\text{K} \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

---

دی. یو تابع ترم  $I(\Delta t) = I_0 + \alpha \cdot I_0 \cdot \Delta t$  د اوسپني باروړونکي اوږدوالي په گوته کوي، د په  $K$  تودوخې  $\Delta t$  په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخې تغیر سره د اوسپني وړونکي اوږدوالي و شمیرئ.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې د 25 K تودوخې په جگوالي د اوږدوالي تغیر 25 mm وکړي؟

حلونه

کرینیز مساوات XVI

مفصل حلونه

لومړی:

$$\text{الف- } K_1(x) = 0,8x + 840$$

$$K_1(x) = 0,8 \cdot 2500 + 840 = 2840 \quad \text{کارتونونه: } 2500$$

د 2500 کاتونو وړنه 2840 € قیمت لري.

ب-  $K_1(x) = 0,8x + 840$  فابریکه  $K_2(x) = 1,15x$  لوگیستیکی فیрма

د نرخ توپیر:  $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - 1,15x = -0,35x + 840$

د فابریکی لپاره گټه که  $U(x) > 0$

$$\Rightarrow -0,35x + 840 > 0 \Leftrightarrow -0,35x > -840 \Leftrightarrow x < 2400$$

تر 2400 پورې کارتونونه لوگیستیکی فیрма مساعد قیمت لري.

پ- نوی لگښت تابع د لوگیستیکی فیрма لپاره:  $K_2(x) = a_1x$

د لگښت توپیر:  $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - a_1x = (0,8 - a_1)x + 840$

په 4000 کارتونونو کې گټه 680€ ده.

له دې لاس ته راځي، چې

$$\Rightarrow U(4000) = (0,8 - a_1) \cdot 4000 + 840 = 680 \Leftrightarrow 0,8 - a_1 = \frac{680 - 840}{4000} \Leftrightarrow a_1 = 0,84$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K_2(x) = 0,84x}}$$

دا په دې معنا دی چې 0,84€ په یوه کارتون.

دویم:

الف- خپلواکه اووښتونې (متحوله) معاش  $x =$

بلواک متحوله  $y = K(x) =$  د خوراک لگښت (کرنیزه اړیکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$$

له ورکو شویو شرایطو لرو:  $P_1(1000 | 900)$ ;  $P_2(1800 | 1460)$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000 | 900): K(1000) = 0,7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

-ب-

$$K(800) = 0,7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 | 760)}}$$

$$K(2500) = 0,7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 | 1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 | 3000)}}$$

|  |  |
|--|--|
| $\text{د لگښت کچه} = \frac{\text{لگښت}}{\text{معاش}} = K(x)/x$ |  |
| معاش 800€ له دې لاس ته راځي                                    | $= \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$   |
| معاش 2500€ له دې لاس ته راځي                                   | $= \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$ |
| معاش 400€ لاس ته راځي  | $= \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$ |
| ټوليزې اړيکې:  | -پ-  |
| د لگښت کچه =   | $= \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$      |

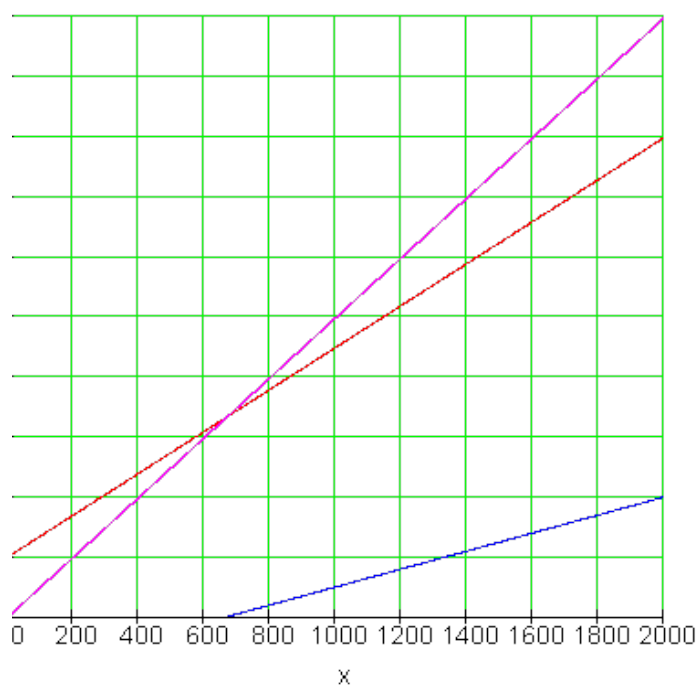
پام: هرڅومره چې معاش جگ وي، همغومره لگښت ارزښت 0,7 ته نږدې کيږي، دا په دې معنا، چې لږترلږه 70% دا په واک کې معاش د مصرف يا خوراک لپاره لگيږي. دا پاتې کيدی شي سپما شي.

|  |   |
|--|---|
| $x \Rightarrow K(x) = 0,7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0,7(x + dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$ | ت- ایښونه:<br>زور معاش<br>نوی معاش<br>د معاش زیاتوالی |
|--|---|

$$\Leftrightarrow 0,7(x + dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

تري لاس ته راتلنه: په تعقيب يا تري لاس ته راتلنه: 70% د معاش زیلتوالی د خوراک يا لگښت لپاره لگيري. دا د  $K(x)$  جگوالی په گوته کوي.  
 ت- هرڅه چې نه لريزي هغه سپما کيري:

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$



د لگښت تابع:  $S(x) = \text{د سپما تابع}$  ،  $E(x) = \text{معاش}$ .

د  $S(x)$  صفرځای:

$$S(x) = 0 \Leftrightarrow 0,3x - 200 = 0 \Leftrightarrow x = 666,6$$

د صفرځای غوره والي: لومړی له یوه معاش وروسته کیدی شي زخیره یا سپما شي. په دې موډل کې د شتون مینیموم جوړوي. د شتون مینیمومو کښته پوروری کیري، ځکه چې انسان له یوه څه څخه باید ژوند وکړي.

دریم:

$$l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t = 85 \text{ m} + \frac{12 \cdot 10^6}{\text{K}} \cdot 85 \text{ m} \cdot \Delta t = 85 \text{ m} + 0,00102 \cdot \Delta t \cdot \frac{\text{m}}{\text{K}} \quad \text{الف-}$$

$$\Delta t = 30 \text{ K} : \Rightarrow l(30) = 85 \text{ m} + 0,00102 \cdot 30 \cdot \text{m} = \underline{\underline{85,0306 \text{ m}}}$$

$$\Delta t = 60 \text{ K} : \Rightarrow l(60) = 85 \text{ m} + 0,00102 \cdot 60 \cdot \text{m} = \underline{\underline{85,0612 \text{ m}}}$$

$$\Delta t = 40 \text{ K} : \Rightarrow l(40) = 85 \text{ m} + 0,00102 \cdot 40 \cdot \text{m} = \underline{\underline{85,0408 \text{ m}}} \quad \text{ب -}$$

$$\Delta t = 30 \text{ K} : \Rightarrow l(30) = 85 \text{ m} + 0,00102 \cdot 30 \cdot \text{m} = \underline{\underline{85,0306 \text{ m}}}$$

$$\Delta t = 60 \text{ K} : \Rightarrow l(60) = 85 \text{ m} + 0,00102 \cdot 60 \cdot \text{m} = \underline{\underline{85,0612 \text{ m}}}$$

$$\Delta t = 40 \text{ K} : \Rightarrow l(40) = 85 \text{ m} + 0,00102 \cdot 40 \cdot \text{m} = \underline{\underline{85,0408 \text{ m}}}$$

پ- د اوږدوالي تغیر:  $\Delta l = 25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}$  د تودوخې تغیر:  $\Delta t = 25 \text{ K}$

$$l(\Delta t) = l_0 + 0,025 \text{ m}$$

$$l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \Rightarrow l_0 + 0,025 \text{ m} = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \Leftrightarrow l_0 = \frac{0,025 \text{ m}}{\alpha \cdot \Delta t}$$

$$l_0 = \frac{0,025 \text{ m}}{\alpha \cdot \Delta t} = \frac{0,025 \text{ m}}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{25 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{10^{-3} \text{ m}}{12 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{12} \cdot 10^3 = \underline{\underline{83,3 \text{ m}}}$$



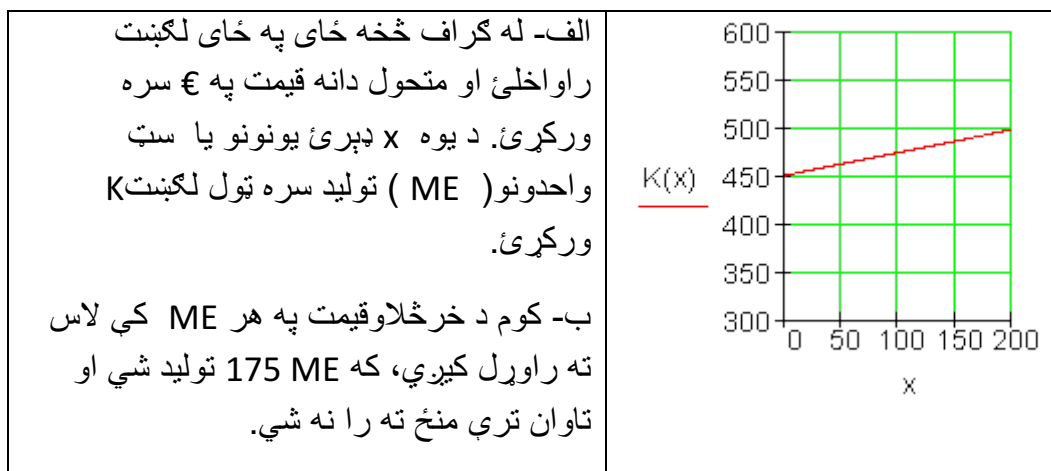
یو بارورونکي اوسپنه چې  $83,33 \text{ m}$  اوږده ده د یوې  $25 \text{ K}$  تودوخې سره  $25 \text{ mm}$  اوږدېږي یا غزېږي.

### پوښتنې

### کرنیز توابع برخه XVII

لومړۍ: خیره د یوه کرنیز لگښت گراف ښایي (ټول لگښت)

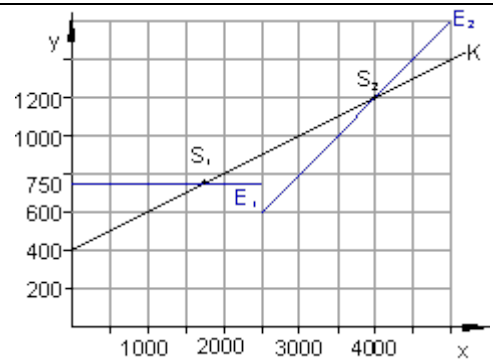
الف- له گراف څخه ځای په ځای لگښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په  $\text{€}$  سره ورکړئ. د یوه  $x$  ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو ( $ME$ ) تولید سره ټول لگښت  $K$  ورکړئ.



دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لگښت  $K$  کرنیز د تولید شوو توپونو تعداد  $x$  په واک کې دی.

الف- د 1000 همداسي 3000 د توپونو یا غونډوسکو (کرو) تولید څومره گران دی؟ د لښت تابع  $K$  لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لښت  $K_f$  څومره دی؟ د متحولو دانه لښت  $k_v$  څومره لوړ دی؟

ب- د لښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت  $E_1 = 750 \text{ €}$  باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته گټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد  $x$  سره کرښیز جگړي. د  $x > 2500$  لپاره د خرڅلاو تابع  $E_2(x)$  وټاکئ او غوڅتکي  $S_1$  او  $S_2$ . د  $S_1$  او  $S_2$  ترمخ د  $x$  ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.



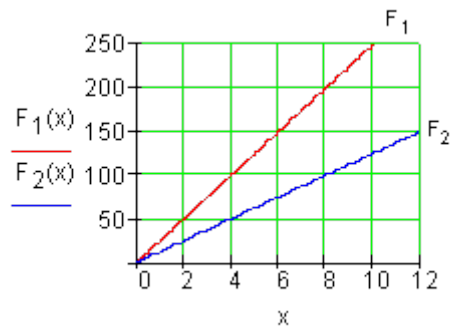
دریم: د دې لپاره چې یوه فنر (بڼکه) د فنر تلي په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنوزور  $F_G$  (په نیوتون N) او د فنر تغیر  $x$  (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کيږي.

الف- په فنر  $F_2$  د فنر ثابت  $D$  وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- یو ترم وټاکئ، چې له تغیر  $x$  څخه د قوي یا زور  $F$  په واکوالی تشریح کوي.

ایا شونې ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغیر لپاره اړینه قوه  $F_G$  کره یا معلومه شي؟

پ-ایا شونې ده، چې د دې فرمول سره د 1 m تغیر لپاره منځ ته راغلی زور  $F_G$  وټاکو؟



---

ت- د فنر  $F_1$  همداسې  $F_2$  لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟  
څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:  
۵۰ ساعته انټرنټ، ټول لگښت € 27,50 . هره پسي دقیقه 1 Ct سنت.  
دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انټرنټ استعمالکونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.  
الف- نرخ ۱ بی له بنسټلگښت.  
ب- نرخ ۲ : د € 8 بنسټلگښت.  
پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف یا نرخ مساعد دی؟

ځوابونه

کرښیز توابع برخه XVII

مفصل حلونه

لومړی:

د فابریکې د لگښتشمیرني کلیمو تعریفونه:

ټول لگښت

ځای په ځای لگښت

د فابریکې ټول هغه لگښت دی، چې

دا هغه لگښت دی، چې تولید ونه شي

د یوه شي په تولید کې رامنځ ته کېږي

هلته هم رامنځ ته کېږي(گټه ورکونه)،

## 2.4 د کرښیزو توابعو په مرسته ۲۴۳

کرایه، بیمه، معاشونه او نور)  $K(x)$  .

$$K_f(x) = K(0)$$

د یوې داني متحول ارزښتونه د متحولي ټول ارزښتونه

د متحولي لگښت دی په هره دانه ټول لگښت بی له خا په خای لگښت څخه

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

کرښیزه خرڅلاو تابع

د گټې تابع

د قیمت ضرب منځ ته راوړې ډېرې یا سټ  $x$

د خرڅلاو- ټول لگښت

$$E(x) = p \cdot x$$

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

الف- دلته د لگښت تابع یو کرښیز مساوات دی:  $K(x) = a_1x + a_0$

خا په خای لگښتونه  $K(0) = a_0 = 450€$  دي ( له گراف څخه لوستل شوی)

$$k_v(x) = \frac{K(x) - K(0)}{x} = \frac{a_1x + a_0 - a_0}{x} = a_1$$

متحول لگښتونه دي:

دا ټیک د  $K(x)$  د کرښي جگوالی دی

ټکي  $P_1(0 | 450)$  او  $P_1(200 | 500)$  لوستل کيږي

$$\Rightarrow a_1 = \frac{500 - 450}{200 - 0} = 0,25 \Rightarrow \text{له دې لاس ته راځي د متحولي}$$

$$k_v = 0,25 €$$

یا اووښتوني د داني قیمت

$$\underline{\underline{K(x) = 0,25x + 450}} \text{ لگښت تابع:}$$

$$G(x) = E(x) - K(x) \text{ ب - گټه:}$$

که چیرته زیان رامنځ ته نه شي، باید گټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له  $E(x) = p \cdot x$  او  $K(x) = 0,25x + 450$  لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

$$p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$$

د  $x=175ME$  لپاره باور لري:

د یوې دانې قیمت باید لږ تر لږه  $2,821\text{€}$  وي، چې له دې سره کوم زیان رامنځ ته نه شي.

دویم:

الف - 1000 توپونه: ، 3000 توپونه:

$$K(x) = a_1x + a_0 \text{ لگښت تابع:}$$

$$P_1; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$

$$P_1(1000 | 600): K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

ځای په ځای ارزښت:  $K(0) = a_0 = 400\text{€}$

متحول ارزښتونه:  $k_v = a_1 = 0,2 \text{ €}$

ب – گټه:  $G(x) = E(x) - K(x)$

که چیرته زیان رامنځ ته نه شي، باید گټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له  $E(x) = p \cdot x$  او  $K(x) = 0,25x + 450$  لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

$$p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$$

د  $x=175 \text{ ME}$  لپاره باور لري:

د یوې دانې قیمت باید لږ تر لږه  $2,821 \text{ €}$  وي، چې له دې سره کوم زیان رامنځ ته نه شي.

دویم:

الف - 1000 توپونه: ، 3000 توپونه:

لگښت تابع:  $K(x) = a_1x + a_0$

$$P_1; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$

$$P_1(1000 | 600): K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

ځای په ځای ارزښت:  $K(0) = a_0 = 400\text{€}$

متحول ارزښتونه:  $k_v = a_1 = 0,2 \text{ €}$

ب- د  $x < 2500$  لپاره خرڅلاو تابع:  $E(x) = 750$

د  $x > 2500$ : لپاره خرڅلاو تابع:

$$P_1(2500 | 600); P_2(4000 | 1200) \quad E_2(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{1200 - 600}{4000 - 2500} = 0,4 \Rightarrow E_2(x) = 0,4x + a_0$$

$$P_2(4000 | 1200): E_2(4000) = 0,4 \cdot 4000 + a_0 = 1200 \Rightarrow a_0 = -400$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E_2(x) = 0,4x - 400}}$$

غوڅټکی S1 :

$$K(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,2x + 400 = 750 \Rightarrow x = 1750$$

$$K(1750) = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1750 | 750)}}$$

غوڅټکی S2 :

$$E_2(x) = K(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 0,2x + 400 \Rightarrow x = 4000$$

$$K(4000) = 0,2 \cdot 4000 + 400 = 1200 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(4000 | 1200)}}$$

روښانه ونه: د  $1750 < x < 4000$  لپاره یو زیان منځ ته راځي، ځکه چې  $E(x) < K(x)$

د  $E_1(x)$  غوڅټکی د  $E_2(x)$  سره S3 دی

$$E_2(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 750 \Leftrightarrow x = 2875$$

$$E_2(2875) = 0,4 \cdot 2875 - 400 = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_3(2875 | 750)}}$$

د مشتري لپاره ورشو  $2500 < x < 2875$  ډېره راکښرنکي يا د پام وړ ده.

دی د بیلگي په توگه 2800 توپونه د مساعده قیمت په حیث لاس ته راوړي نسبت 2500 توپونو ته

دریم:

$$D_2 = \frac{F}{x} = \frac{50 \text{ N}}{4 \text{ cm}} = 12,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \quad \text{الف- د فنر د فنر ثابت: } F_2$$

د فنر ثابت د کرښي د جگیدني لپاره یوه کچونه ده.

ب -

$$D_1 = \frac{100 \text{ N}}{4 \text{ cm}} = 25 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \Rightarrow \underline{\underline{F_1(x) = 25 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot x}} \text{ und } \underline{\underline{F_2(x) = 12,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot x}}$$

$$F_1(100) = 25 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 100 \text{ cm} = 2500 \text{ N} \quad \text{پ- نظري يا تيورتيکي:}$$

په رښتيا چي فنر د یومتر په کگونه غزيري.

ت- د فنرونو مختلفي ثابتي د دواړو فنرونو کلکوالی بنایي.

څلورم:

الف- 50 ساعتونه = 3000 دقیقو، لگښت € 27,50

له دي لاس ته راځي په دقیقه لگښت:

$$\frac{27,50 \text{ €}}{3000} = \frac{11}{1200} \text{ €} \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x) = \frac{11}{1200} x \approx 0,0092 \cdot x}}$$



ب- 8 € بنسټ تادیه ونه، د 3000 دقیقو لپاره نورې 19,5 € پاتې کیږي.

لاس ته راځي چې:

$$\frac{19,50 \text{ €}}{3000} = \frac{13}{2000} \text{ €} \quad \text{لگښت په دقیقه:}$$

$$\Rightarrow K_2(x) = \frac{13}{2000}x + 8 = \underline{\underline{0,0065 \cdot x + 8}}$$

پ – دویم تاريفت یا نرخ د ۵۰ ساعته زیات استعمال څخه خورا مساعد دی، ځکه چې هره پسي دقیقه فقط 0,65 سنت لگښت لري.

پوښتنې

### کربنیز مساوات برخه XVIII

لومړی: چټک رستورانټ، MC – پومس (په غوروو کې سره یاپاڅه شوي الوگان)، د پومس لوبني لپاره هره ورځ تازه غوریو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولار- یا کواور دینات سیستم کې یې گراف وکارئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانټ مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځو وروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

دا غوري ترکومه وخت رسیري، که پسي فرمایش ورنه کرای شي؟

دویم: د ،، ربنسن،، اسونو تبیله کي په ټاکلي وخت کي باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخته تیاری و نیول شي. د ورځي  $2,5 \text{ m}^3$  سره تولیدیږي. ډېران یو د  $17 \text{ m}^3$  ډکي یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات  $50 \text{ m}^3$  سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده گراف یې په یوه مناسب پروت-ولارسیستم کي وکارئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یوورل شي؟

پ-څو ورځي د مخه د اخر ځل لپاره سره ورل شوي وه؟

دریم: ارین د ،، ارزان سرف،، نرخ گوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ € 5 د میاشتي لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخ B : اساسي یا بنسټ نرخ € 10 د میاشتي لومړي شل ساعتونه ازاد، بیا 0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا په یوځل نرخ € 25 د میاشتي .

په منځني کچه ارمین د ورځي دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال گوري.

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کي گرافونه وکارئ.

پ- ( Interpretation ) ټول څه تشریح کړئ، چې له گرافونو څخه لوستل کیري.

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟  
ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاټریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوگر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی.  
دواړه غوښتنه لري، چې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي: لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتي دیرش دقیقې تلفون وکړي او 13,70 € که هغه شپيته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتي دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتي اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابع مساوات ولیکئ.

ب- دواړه گرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکارئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد د نرخمودل د میاشتي بنسټ نرخ G او یوه لگښتقیمت p pro kWh په یوکیلووات په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرنیزه اړیکه منځ ته راځي:  $K(x) = p \cdot x + G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

| نرخ       | د میاشتنی لگښت په یورو | یو کیلووات قیمت په یورو |
|-----------|------------------------|-------------------------|
| Tarif I   | 11,80                  | 0,157                   |
| Tarif II  | 9,00                   | 0,172                   |
| Tarif III | 14,40                  | 0,135                   |
| Tarif IV  | 18,50                  | 0,125                   |

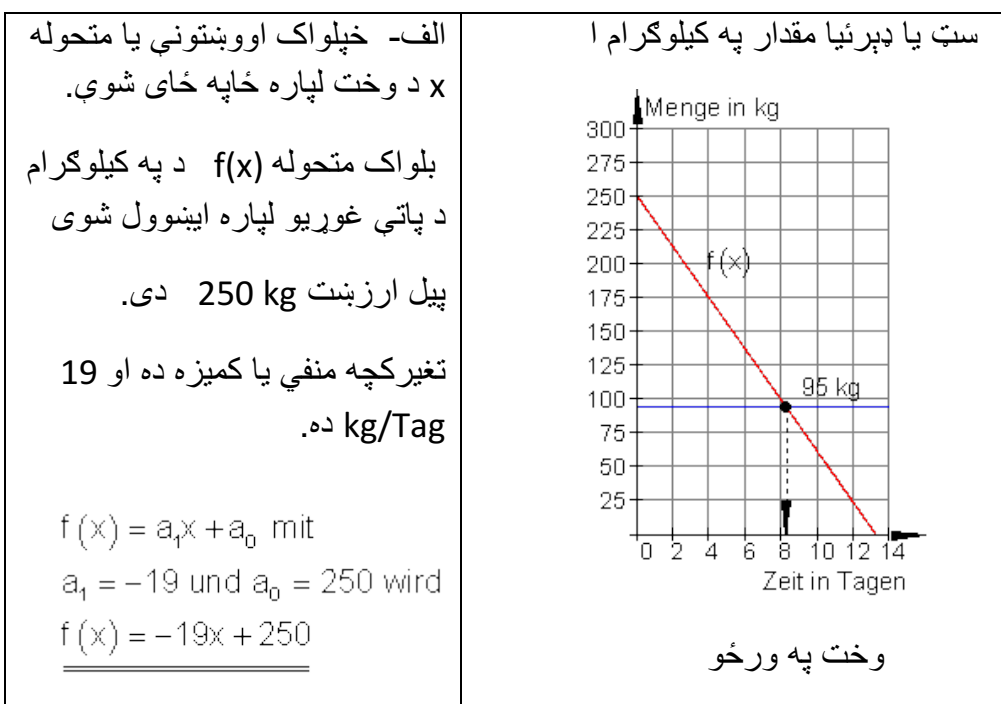
الف: د هر نرخ لپاره تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh ( ۸۰۰ کیلووات په ساعت کې) د منځنۍ کورنۍ میاشتنی لگښت مساعد پلورونکی پیدا کړئ.

پ- په پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوڅتکي څه مفهوم لري؟ شپږم: کرښیزه تابع  $f(x) = 0,4x - 2$  ورکړښوي. د تابع گراف د  $x$  محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کيږي. د راکښلي کرښې تابع  $g(x)$  وټاکئ.  $g(x)$  څنگه له  $f(x)$  څخه جوړېدی شي؟

مفصل حلونه

کرښیز مساوات برخه XVIII



ب – دا چې له 95 kg وروسته د نورو فرمایش ورکول کيږي، دا ایښوونه باور لري:

$$\begin{aligned} f(x) = 95 &\Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \quad | \cdot (-1) \\ &\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \quad | +250 \\ &\Leftrightarrow 19x = 155 \quad | : 19 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8,156 \end{aligned}$$

فرمایش باید له اته ورځو وروسته صورت ونیسي.

پ – د گراف غوڅتکی  $y$  – محور سره باید وټاکل شي:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \quad | \cdot (-1) \\ &\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \quad | +250 \\ &\Leftrightarrow 19x = 250 \quad | : 19 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13,158 \end{aligned}$$

غوري نور هم د 13 ورځ، لپاره بسيا کوي.

دويم:

الف- الف- خپلواک اووښتوني يا متحوله  $x$  د وخت لپاره ځای په ځای شوي.

بلواک متحوله  $f(x)$  د په  $m^3$  د پاتی سرې لپاره ایښوول شوی

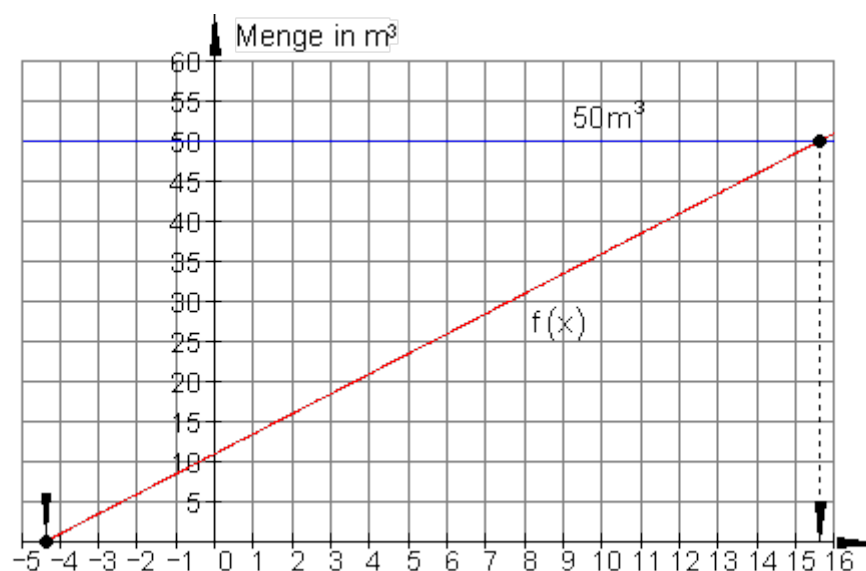
پیل ارزښت  $11 m^3$  دی.

تغیرکچه مثبت یا زیاتیزه ده او  $2,5 m^3/\text{Tag}$  ده.

دا چې کرښیزه اړیکې شتون لري:

$$\underline{\underline{f(x) = 2,5x + 11}} \quad \text{سره کيږي} \quad a_0 = 11 \quad \text{او د} \quad a_1 = 2,5 \quad \text{د} \quad f(x) = a_1x + a_0$$

ډېرې يا مقدار په  $m^3$



وخت په ورځو

ب- وخت ټاکل کيږي له کوم وروسته چې سره  $50 m^3$  ته جگيږي.

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 50 \quad | -11$$

$$\Leftrightarrow 2,5x = 39 \quad | : 2,5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{5} = 15,6$$

د نږدې پنځلس ورځو وروسته باید دا ناولتوب یوورل شي.

پ- د  $x$  محور سره د گراف د غوڅټکي د  $x$  - ارزښت په کمیزه ورشو کې ورکو چې

کله اخرنی ناپاکي وړل شوي ده.

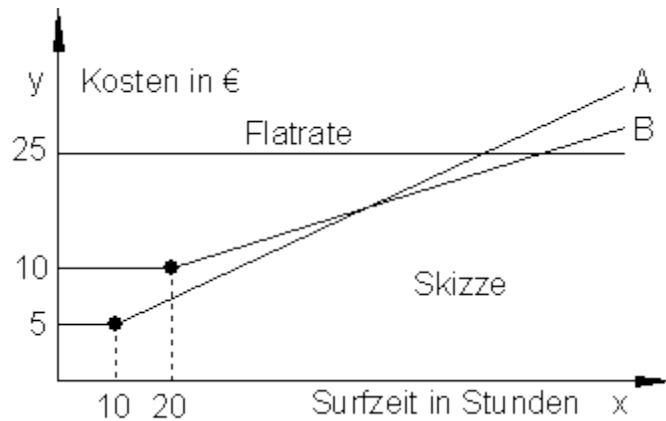
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 0 \quad | -11$$

$$\Leftrightarrow 2,5x = -11 \quad | : 2,5$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{5} = -4,4$$

نږدې له ۴ ورځو زیات دا اړخنی ناپاکی وړل شوی ده

دریم: الف- د الماني متن معنا، له پورته کښته لور ته: قیمت په یورو، فلاترات، رسمونه، وخت په ساعتونو.



$y$  محور قیمت په یورو       $x$  محور وخت په ساعتونو

نرخ A: که  $0,5 \text{ Ct/min}$  وي، نو لرو:

دقیقی

$$60 \text{ min} \cdot 0,5 \text{ Ct/min} = 30 \text{ Ct/h} = 0,3 \text{ € / h (جگیدنه)}$$

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

10 ازاده ساعتونه په دې معنای، چې په لومړنیو لس ساعتونو کې فقط بنسټ لگښت د 5€ دی.

له دې لاس ته راځي  $P(10|5)$  له دې ټکي د  $K_A(x)$  گراف ځغلي.

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 \quad | -3 \\ \Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ  $K_A(x)$  لپاره د تابع مساوات:  $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B:  $y$  محور قیمت په یورو  
 $x$  محور وخت په ساعتونو  
 0,5Ct/min (10Ct په دقیقه دقیقه دي:

$$60 \text{ min} \cdot 0,4 \text{ Ct/min} = 24 \text{ Ct/h} = 0,24 \text{ € / h} \quad (\text{جگیدنه})$$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

شل ازاد ساعتونه په دي معنا دي، چې په اولنیو شل ساعتونو کې د 10€ بنسټ کرایه لویږي. له دې لاس ته راځي  $P(20|10)$

له دې ټکي د  $K_B(x)$  گراف تیریري.

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$

$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \quad | -4,8$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د B نرخ لپاره تابع مساوات:  $B: K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخ C: فلیټ ریټ یا ټولنرخ 25€ دسرف وخت څخه خپلواک دی.

د تابع مساوات د نرخ C لپاره:  $F(x) = 25$  (د  $x$  -محور سره غبرگ)

په کواوردیناتسیستم کې له پورته کښته او پښتو: قیمت په یورو، نرخ A، فلیټ، نرخ B، د قیمت برابروالی.

پ- په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کربني سره غوڅوي، په ټکي 53 کې قیمت برابروالی

واک لري. تر نږدې سلو پوري نرخ مساعدی. د نږدې 53 او 82 ترمنځ نرخ مساعد

دی. له 82 ساعته وروسته فلیټ ریټ یا ټولنرخ ګټور تمامیري.

ت - ارمین په میاشت کې نږې 75 ساعته سرف کوي. د ده لپاره د دي سرف وخت

لپاره نرخ مساعد وی. یو عساب به دا تایید:



|                    |   |
|--------------------|---|
| مياشتنی د سرفدوام: | 2,5h.30=75 ساعته                        |
| د نرخ A قیمت:      | $K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$    |
| د نرخ B قیمت:      | $K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$ |
| د نرخ C قیمت:      | $F(75) = 25$                            |

ب- د نرخ A او B نرخ د قیمت برابروالی د دواړو کربنو د غوڅتکو څخه پیدا کیري.

لاندی په پښتو: (۵۳ ساعتونه او ۲۰ دقیقې)

$$\begin{aligned}
 K_A(x) = K_B(x) &\Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \quad | -0,24x \\
 &\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \quad | -2 \\
 &\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \quad | : 0,06 \\
 &\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} \cdot \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3} \\
 &= 53 \frac{1}{3} \quad (53 \text{ Stunden und } 20 \text{ Minuten})
 \end{aligned}$$

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د قیمت برابروالی د ۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقو وروسته په واک کې دی. د دې وخت لپاره قیمت د دواړو نرخونو لپاره € 18 دی.

ث- له گراف څخه لوسل کیري، چې د  $K_B(x)$  غوڅتکی د  $F(x)$  سره هغه ټکی په نڅښه کوي، له کوم چې فلیټ ریټ نسبت نرخ B ته مساعد دی.

$$\begin{aligned}
 K_B(x) = F(x) &\Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \quad | -5,2 \\
 &\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \quad | : 0,24 \\
 &\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5
 \end{aligned}$$

د ساعته د میاشتی د صرف له وخت څخه دې سری فلیټ ریت ته بدل کړي.

څلورم: الف- محور د یورو  $x$  محور په دقیقو

علي 40 دقیقې 10,80 یورو لوگر: 30 دقیقې 10,10 یورو

60 min 13,70 €

$$K_1(x) = a_1x + a_0$$

$$P_1(30 | 10,1) \quad P_2(60 | 13,7)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13,7 - 10,1}{60 - 30} = \frac{3,6}{30} = 0,12$$

$$K_1(x) = 0,12x + a_0 \text{ mit } P_1(30 | 10,1)$$

$$K_1(30) = 10,1 \Leftrightarrow 0,12 \cdot 30 + a_0 = 10,1$$

$$\Leftrightarrow 3,6 + a_0 = 10,1 | -3,6$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 6,5$$

$$\underline{\underline{K_1(x) = 0,12x + 6,5}}$$

80 min 15,20 €

$$K_2(x) = a_1x + a_0$$

$$P_1(40 | 10,8) \quad P_2(80 | 15,2)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15,2 - 10,8}{80 - 40} = \frac{4,4}{40} = 0,11$$

$$K_2(x) = 0,11x + a_0 \text{ mit } P_1(40 | 10,8)$$

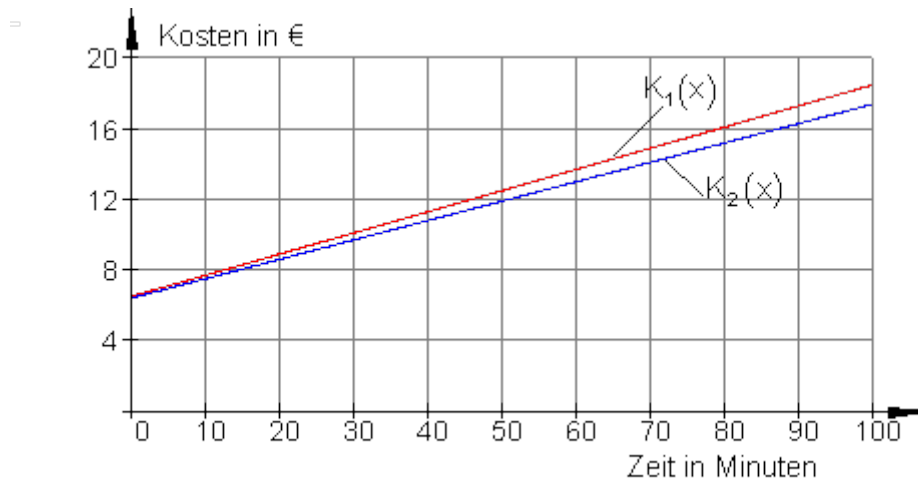
$$K_2(40) = 10,8 \Leftrightarrow 0,11 \cdot 40 + a_0 = 10,8$$

$$\Leftrightarrow 4,4 + a_0 = 10,8 | -4,4$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 6,4$$

$$\underline{\underline{K_2(x) = 0,11x + 6,4}}$$

ب- ولار: قیمت په یورو. پروت: وخت په دقیقو



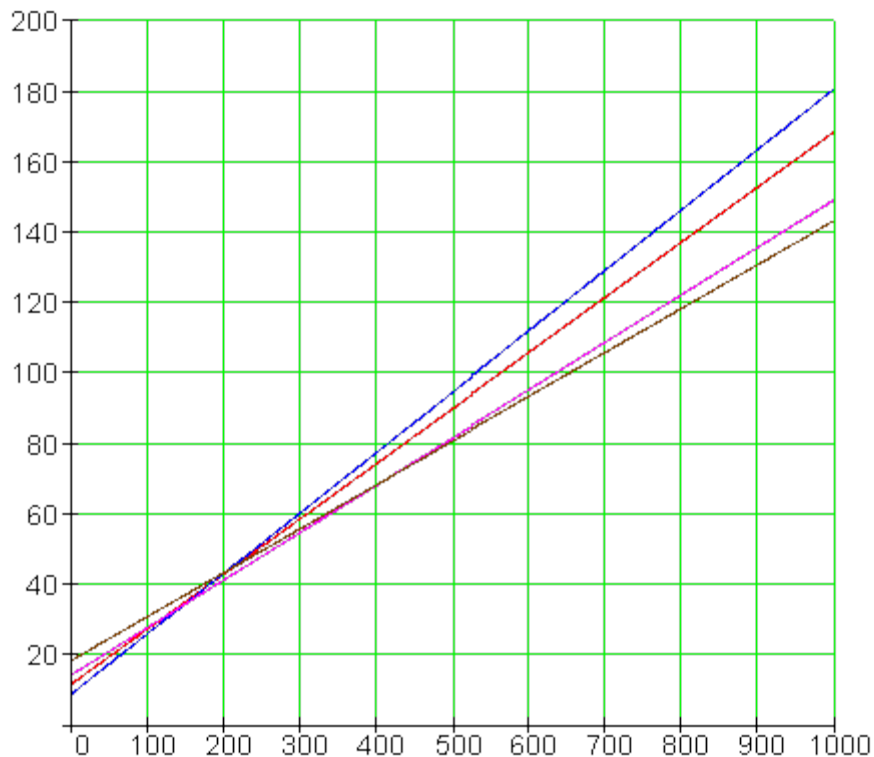
پ- علي ارزان قرارداد لري، ځکه چې د قیمت کچه يا منحنی  $K_2(x)$  د لوگر د کبرې څخه لاندې لور ته پرته ده.

دواړه کرنې هم د  $x$  په مثبت يا زیاتيزه ساحه کې نه سره غوڅوي، ځکه چې د  $K_2(x)$  جگوالی د  $K_1(x)$  له جگوالي کم دی او د خبرو زیاتوالي سره د قیمت توپیر لویږي. د کرنو غوڅتکی د  $x$  په کمیزه يا منفي ساحه کې پروت دی او نسبت پوښتنې کولو ته کومه معنا يا مفهوم نه لري.

پنځم: الف- تاريف د نرخ په معنا دی.

$$\begin{array}{l|l} \text{Tarif I :} & \text{Tarif II :} \\ K_1(x) = 0,157x + 11,80 & K_2(x) = 0,172x + 9,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{Tarif III :} & \text{Tarif IV :} \\ K_3(x) = 0,135x + 14,40 & K_4(x) = 0,125x + 18,50 \end{array}$$



ب-

$$\text{Tarif I: } K_1(800) = 0,157 \cdot 800 + 11,80 = \underline{\underline{137,40}}$$

$$\text{Tarif II: } K_2(800) = 0,172 \cdot 800 + 9,00 = \underline{\underline{146,60}}$$

$$\text{Tarif III: } K_3(800) = 0,135 \cdot 800 + 14,40 = \underline{\underline{122,40}}$$

$$\text{Tarif IV: } K_4(800) = 0,125 \cdot 800 + 18,50 = \underline{\underline{118,50}}$$

د میاشتي د 800 kWh لگښت سره نرخ IV خورا مساعد دی.

پ- هر چیرته چې دوه گرافونه غوڅوي هلته د ټاکلي لگښت د نرخ برابر والی منح ت ه راځي

شپږم:

$$۴ \text{ د } f(x) = 0,4x - 2 \text{ یوونونو یا واحدونو په شاو خوا راکښنه}$$

$$g(x) = 0,4(x - 4) - 2 = \underline{\underline{0,4x - 3,6}}$$

برابره نتیجه د 1,6 په شاوخوا کښته لور ته راکښني له لاري لاس ته راځي.

## 2.5-تولگه:

### کرنیزی توابع

د کرنی عمومی مساوات.

د کرنیزی تابع گراف یوه کرینه ده.  $f(x) = a_1x + a_0$

محور غوختکی:  $y_s = f(0) \Rightarrow P_y(0 | y_s)$

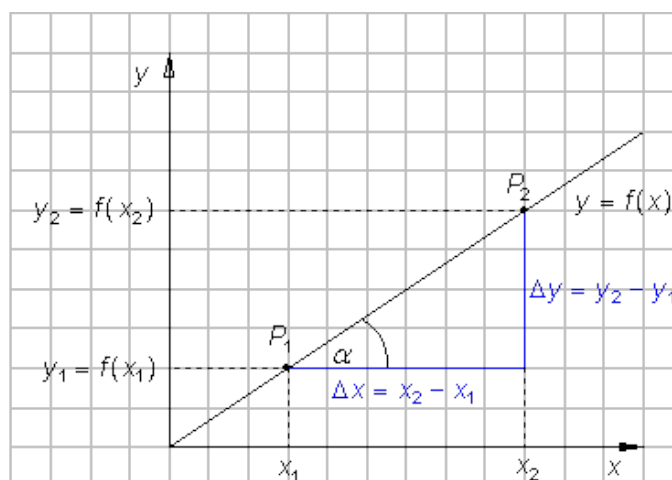
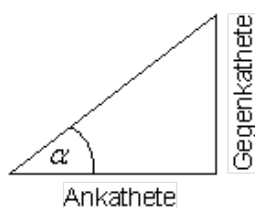
د  $x_s$  سره د صفرخای په حیث  $f(x) = 0 \Rightarrow P_x(x_s | 0)$

### وگورئ

د جگوالی درېگودی یا مثلث

په پروت اړخ: مخامخ اړخ = جگوالی

$$\text{Steigung} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



په کین مثلث کی: په پروت اړخ |مخامخ اړخ = جگوالی

هم وکوری:

د یوې کرښې جگوالی چې له ټکو  $P_1(x_1 | y_1)$  او  $P_2(x_2 | y_2)$  تیریری.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

تابع د روکړشو شرایطو سره .

لومړی حالت: یوه کرښه د  $a_1$  جگوالی سره له ټکي  $P_1(x_1 | y_1)$  تیریری

| بیلگه:   | تولیز حل  |
|--|---|
| <p>جگوالی <math>a_1 = 1,5</math> ټکی <math>P_1(-2   3)</math></p> <p>وتون مساوات: <math>f(x) = a_1 x + a_0</math></p> <p>جگوالی کیردی: <math>f(x) = 1,5 \cdot x + a_0</math></p> <p>د <math>a_0</math> ارزښت د شمیرلو دی</p> | <p><math>P_1(x_1   y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1</math></p> <p><math>\Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \quad   -a_1 \cdot x_1</math></p> <p><math>\Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1</math></p> <p><math>\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1</math></p> <p><math>= a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1</math></p> |

|  |  |
|--|--|
| $f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$ $\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 + 3$ $\Leftrightarrow a_0 = 6$ $\Rightarrow f(x) = 1,5 \cdot x + 6$ | $= a_1(x - x_1) + y_1$ <p>د ټکي-جگوالي بڼه</p> $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ |
|--|--|

د هم وگورئ.

دويم حالت: دوه ټکي  $P_1(x_1 | y_1)$  او  $P_2(x_2 | y_2)$  په يوه کرښه پراته دي.

بيلگه:

$$P_1(-3 | -1) \quad P_2(4 | 6) \quad \text{وټون مساوات:} \quad P_1(-3 | -1) \quad P_2(4 | 6)$$

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad \text{د جگوالي ټاکنه:}$$

جگوالی کيردئ  $f(x) = 1 \cdot x + a_0$  او د ټکي ازمايښت د  $P_2(4 | 6)$  او يا د  $P_1$  لپاره

$$P_2(4 | 6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \quad | -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

يا د کرښيز مساوات ټوليزه بڼه د دوه ټکو له لارې و کاروئ

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا هم وگورئ

د کرښيز مساوات ځانگړی حالت.

په واټن  $a_0$  د  $x$  محور ته غبرگ: د  $y$  محور ته غبرگ په واټن  $a$ .

|              |         |
|--------------|---------|
| $f(x) = a_0$ | $x = a$ |
|--------------|---------|

دا هم وگورئ.

د دوه کرښو پروتخای نسبت یو بل ته.

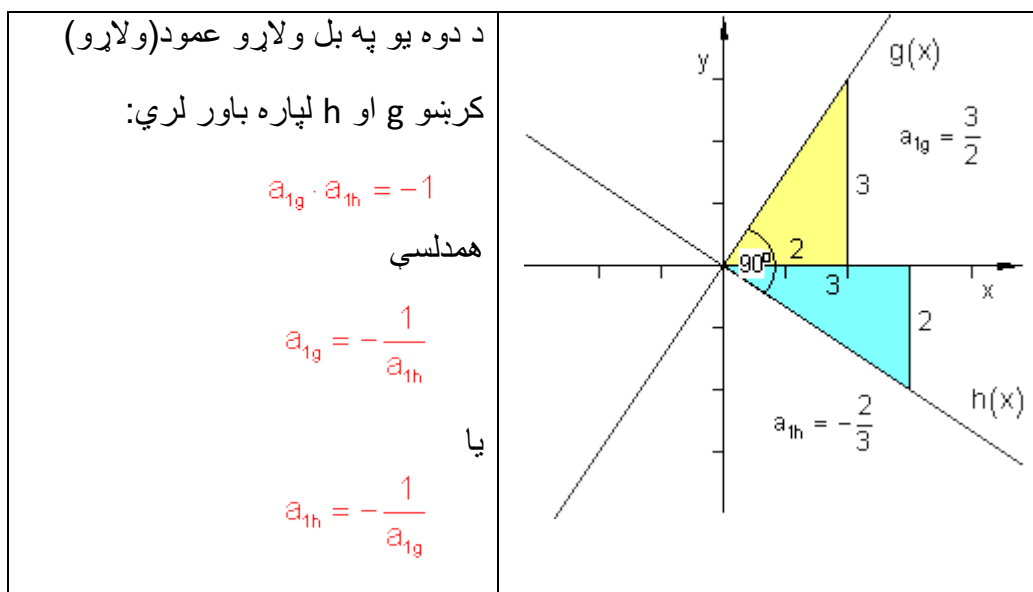
دوه کرښې  $f$  او  $g$  کیدی شي یو بل سره غوڅې کړي، یو بل سره غبرگي یا کټمت وي.

د حل ایښونه د توابع مساواتو د برابر ایښوونې  $f(x) = g(x)$  له لارې.

که  $f(x) = g(x)$  ټیک یو حل ولري، نو د  $f$  او  $g$  گرافونه سره په یوه ټکي کې غوڅوي. کرښې مختلف جگوالي لري.

که  $f(x) = g(x)$  کوم حل ونه لري، نو دواړه کرښې گډ ټکی نه لري. دوی یو له بل سره غبرگي ځغلي

که  $f(x) = g(x)$  ناپای ډیر حلونه ولري، نو دواړه کرښې سره کټمت دي. اوتوگونالي کرښې (دوه کرښې یو په بل عمود(ولارې) ولارې دي).





## پوښتنې

## کرښيز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښه  $K_f$  د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوی ده. تابع مساوات  $f(x) = a_1x + a_0$  یې ولیکي او د هر گراف په یوه مناسب کوورډینات سیستم کې وکارئ.

الف -  $K_f: 2x - 3y = 7$  - ب -  $K_f: 3y - 4x - 1 = 0$  - پ -  $K_f: y - 95x = 0$

ت -  $K_f: \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$  - ټ -  $K_f: -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$  - ټ -  $K_f: y = \sqrt{3}(x - 2)$

دویم: کرښيز تابع  $f(x)$  د  $f(x) = 1,25x + 1,5 \quad x \in \mathbb{R}$  سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ:  $f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځای کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت (زاتيز) دي؟

ت- وښایئ، چې  $f(u+2) - f(u)$  له  $u$  خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښيزو مساواتو محور غوڅتکي وټاکئ او په یوه کوورډیناتسیستم کې یې گرافونه رسم کړئ.

الف -  $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$  - ب -  $f(x) = -4x - 3,5$  - پ -  $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت -  $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$  - ټ -  $f(x) = 2(x + 1,25)$  - ټ -  $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

## 2.4 د کرښیزو تابعو په مرسته ۲۶۵

څلورم: د غیرگو مساوات و کرښي د  $g(x) = -2x+4$  سره د ټکي  $P(-3|1)$  له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات  $f(x) = 1,5x$  سره په کواورډیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښي هم ور رسم کړئ.

$$g(x) = 1,5(x - 2) ; h(x) = 1,5x - 2 ; i(x) = 1,5(-x) ; j(x) = 1,5(2x)$$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنگ "Amore" تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لگښونه د د تولید شوو دانوتعداد پخ واک کې یا تابع دي. د  $x = 100$  دانو په تولید سره  $€ 385$  لگښت منځ ته راځي، د  $x = 200$  دانو په تولید سره  $€ 410$  لگښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لگښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

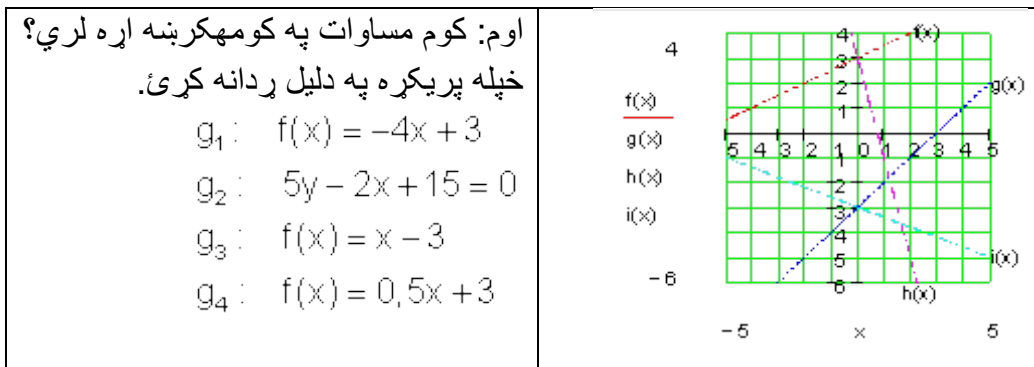
الف- د لگښت تابع ولیکئ.

ب- د  $x = 140$  دانو تولید سره د داني لگښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لگښت د کوم ارزشت لور ته هڅیري؟

ت- په کوم ډېرئ یا ست  $x$  سره د گټې ساحه پرته، که د هر شونډو رنگ خرڅلاو قیمت  $€ 5,20$  لاس ته راوړل شي؟

ټ- د  $K(x)$  (دلگښت تابع) او  $E(x)$  (د خرڅلاو تابع) گرافونه په یوه کواورډیناتسیستم کې وکارئ.

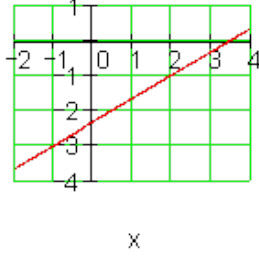
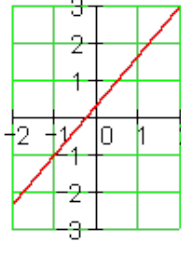
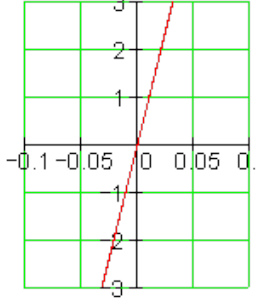


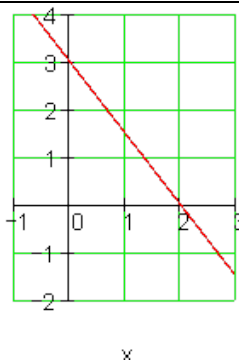
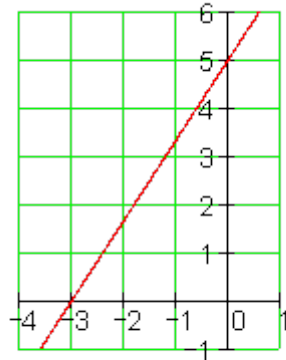
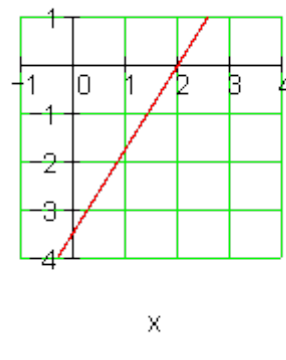
خوابونه

کرښیز توابع VIII

مفصل حلونه

لومړی:

|   |   |
|---|---|
| $K_f : 2x - 3y = 7$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$     | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>   |
| $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ $\Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>  |
| $K_f : y - 95x = 0$ $\Rightarrow f(x) = 95x$                            | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> |

|   |  |
|---|--|
| $K_f: \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$             | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>  |
| $K_f: -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ $\Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x + 5$ <p>دلته</p> | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>  |
| $K_f: y = \sqrt{3}(x - 2)$ $\Rightarrow f(x) = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$                   | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> |

دویم:

الف- نتیجې په درې ځایونو راتو او شوي دي:  $f(x) = 1,25x + 1,5$ 

$$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$$

$$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$$

$$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$$

$$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$$

$$f(u) = 1,25u + 1,5$$

ب-

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$

$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

پ -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$

$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$

$$\Leftrightarrow 1,25x > -1,5 \mid : 1,25$$

$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

$$\Leftrightarrow x > -1,2$$

ت -

$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$

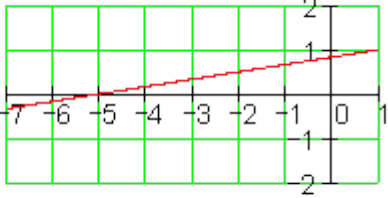
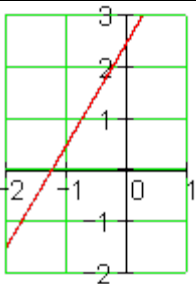
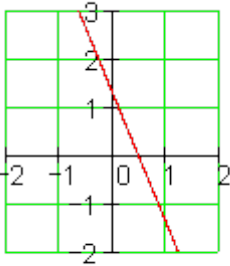
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$

$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

له  $u$  خپلواک دی.

دریم:

|   |  |
|---|--|
| $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ $f(0) = 4$ $\Rightarrow \underline{P_y(0 4)}$ $f(x_s) = -\frac{3}{2}x_s + 4 = 0$ $\Rightarrow x_s = \frac{8}{3}$ $\Rightarrow \underline{P_x\left(\frac{8}{3} 0\right)}$ | <div style="text-align: center;"> <math>f(x)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>x</math> </div> |
| $f(x) = -4x - 3,5$ $f(0) = -3,5$ $\Rightarrow \underline{P_y(0 -3,5)}$ $f(x_s) = -4x_s - 3,5 = 0$ $\Rightarrow x_s = -\frac{7}{8}$ $\Rightarrow \underline{P_x\left(-\frac{7}{8} 0\right)}$         | <div style="text-align: center;"> <math>f(x)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>x</math> </div> |
| $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$ $f(0) = -3$ $\Rightarrow \underline{P_y(0 -3)}$ $f(x_s) = \frac{3}{7}x_s - 3 = 0$ $\Rightarrow x_s = 7$ $\Rightarrow \underline{P_x(7 0)}$                                | <div style="text-align: center;"> <math>f(x)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>x</math> </div> |

|   |   |
|---|---|
| <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>   | $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ $f(0) = \frac{5}{6}$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{5}{6}\right)}}$ $f(x_s) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6} = 0$ $\Rightarrow x_s = -5$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_x(-5 \mid 0)}}$ |
| <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>  | $f(x) = 2(x + 1,25) = 2x + 2,5$ $f(0) = 2,5$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 2,5)}}$ $f(x_s) = 2x + 2,5 = 0$ $\Rightarrow x_s = -\frac{5}{4}$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{5}{4} \mid 0\right)}}$                 |
| $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$ $f(0) = \frac{5}{4}$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{5}{4}\right)}}$ $f(x_s) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4} = 0$ | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>   |

|   |  |
|---|--|
| $\Rightarrow x_s = \frac{15}{32}$ $\Rightarrow P_x \left( \frac{15}{32} \mid 0 \right)$ |  |
|---|--|

څلورم:

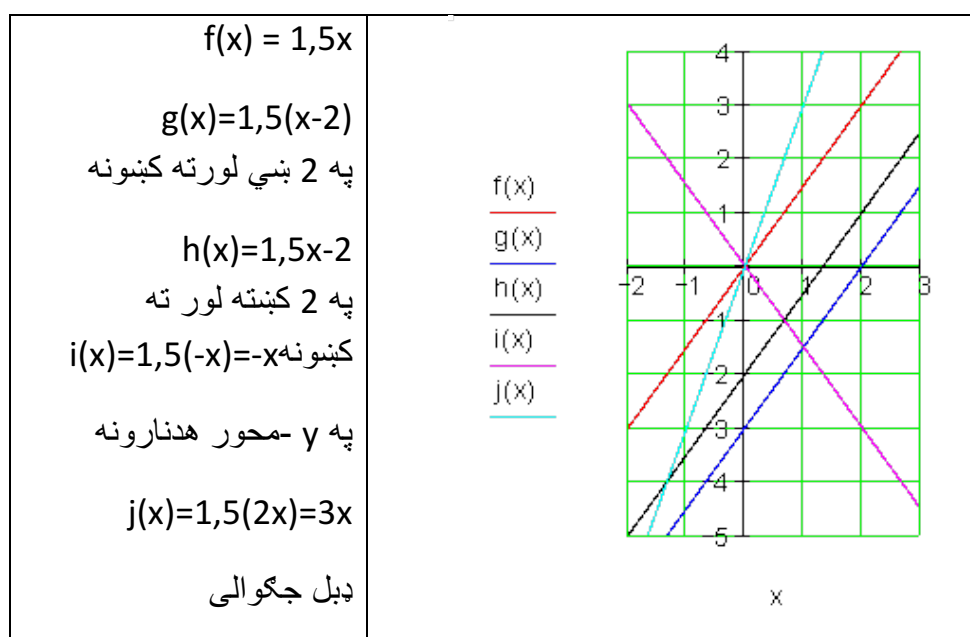
غبرګه  $g(x) = -2x+4$  له  $h(x)$   $P(-3 \mid 1)$  څخه تېږي.

غبرګه همغه یا برابر جګوالی لري.

$$h(x) = -2x+a_0$$

$$P(-3 \mid 1): h(-3) = -2 \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -5 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -2x - 5}}$$

پنځم:



شپږم:



الف-  $K(x) = a_1x + a_0$  قیمتتابع:  $P_1(100 | 385); P_2(200 | 410)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410 - 385}{200 - 100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100 | 385): K(100) = 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

له دې څخه لاس ته قیمت تابع راځي:  $K(x) = 0,25x + 360$

ب-

د 140 دانو لپاره قیمت:  $K(140) = 0,25 \cdot 140 + 360 = 395$

د دانې قیمت = دانه/قیمت =

$$= \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$$

د 140 دانو تولید سره د دانې لگښت € 2,82 دی..

پ- د دانې لگښت یا قیمت = دانه/ لگښت =

$$= \frac{\text{Kosten}}{\text{Stück}} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$$

$$\frac{360}{x}$$

د ډېرو لویو دانوګڼون یا تعداد سره ترم  $\frac{360}{x}$  تل کوچنی کیږي، داسې چې د دانو قیمت یا لگښت تل زیات د € 0,25 ارزښت ته نږدې کیږي.

دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي داسې لیکل کیږي::

$$o: \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$$

ت- گټه ځای په ځایوالی په دې معنا، چې خرڅلاو  $E(x)$  دومره لوی دی لکه لگښت  $K(x)$

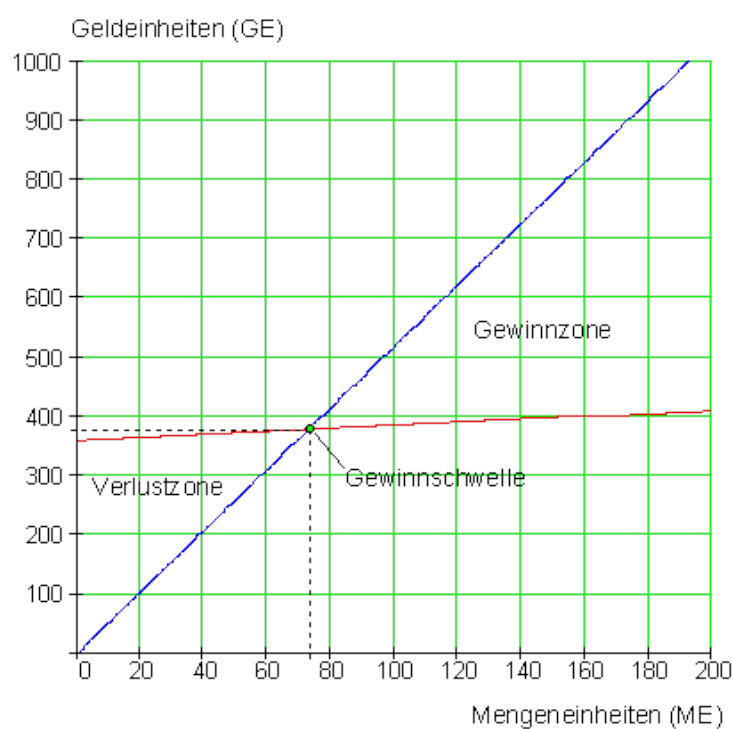
$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx 73$$

د 73 دانو ډېری یا سټ د شونډو پنسل خرڅلاو وروسته گټه کیږي.

ت-

اسعار واحدونه



سټ واحدونه

پروت محور: د ډېری یا سټ یوون یا واحد. ولاړ: د پیسو واحد. په منځ کټ له کښته پورته لور ت: د تاوان ورشو یا ساحه، د برابروالي ورشو، د گټې ورشو.

اوم:

$g_1: h(x) = -4x + 3$  د  $P_y(0|3)$  او  $a_1 = -4$  له امله

په گرافیک کې نه راځي  $g_2: y = \frac{2}{5}x - 3$

$g_3: g(x) = x - 3$  د  $P_y(0|-3)$  او  $a_1 = 1$  له امله

$g_4: f(x) = \frac{1}{2}x + 3$  د  $P_y(0|3)$  او  $a_1 = \frac{1}{2}$  له امله

## کرښیز مساوات

برخه  $x$ 

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی:  $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی  $A(u|-1)$  په گراف پروت دی.  $u$  وټاکي

ب- د  $f(x)$  صفرځایونه وټاکي

پ- د  $x$  د کوم ارزښت لپاره باور لري  $f(x) > 1$  ؟

ت- د  $f(x)$  ارزښتدېری یا سټ وټاکي، که  $D_f = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$  وي.

ټ- د  $f(x)$  گراف داسې و کښوی، چې کښول شوي کرښه د  $x$ -محور په  $x=-2$  کې غوڅه کړي.

دویم: دوه توابع  $f(x)$  او  $h(x)$  ورکړی. د کربنیز تابع  $h(x)$  گراف له سرچینې یا پیل څخه تیریري.

$h(x)$  وټاکي، که  $h(x)=f(0)$  او  $f(x) = 2e^x; x \in \mathbb{R}$  وي.

دریم: د کربنیز تابع  $f(x)$  سفر ځایونه او وټاکي، که لاندې اړیکې معلومي وي:

$$f(-4) = 2$$

$$f(1) = -4$$

څلورم: وټاکي:

ټکي  $P_1\left(\frac{\pi}{2} | -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} | -5\right)$  او  $P_3\left(-\frac{\pi}{2} | 3\right)$  په یوه کربنه پراته دي.

پنځم: کربنه  $g$  داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کربنه  $h$  له ټکي  $P$  څخه تیریري. د  $h$  مساوات یا برابرې وټاکي.

$$g(x) = -0,25x + 1 \quad P(3 | 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کربنه په ټکو  $P_1(0 | 1,5k)$  او  $P_2(\sqrt{3k} | 2k)$  کې

جغوالی  $a_1 = 1'$  لري؟

اوم: حل کړی:

الف-  $f(x) = 0,5x - 3$  د  $f(x) > 0$  لپاره د  $x$  - ارزښتونه وټاکي

ب-  $g(x) = 1,25x$  ;  $f(x) = 0,5x - 3$  . غوڅټکی وټاکي.

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیټه اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیټره اوبه وېستل کيږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابع مساوات وليکي.

ب- له څومره ورځو وروسته ټانک تشيري؟

پ- د تابع گراف وکاري.

نهم: يو بايلسکلځغاستی A په يوه وختځغاسته کې دچټکتيا منځ ارزښت 25 km/h ته رسيري.

بايسکلځغاستی B 20 دقيقې د A څخه وروسته خوزي او يو منځنی چټکتيا 45 km/h ته رسيري.

چيرته او کله بايسکلځغاستی B او A ته رسيري؟ يوه سکيڅي چمتو کړی.

ځوابونه:

نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجي :

لومړی:

$$\text{الف- } u = \frac{3}{4} \text{ ب- } P_x\left(\frac{3}{2} | 0\right) \text{ پ- } f(x) > 1 \text{ für } x > \frac{9}{4}$$

$$\text{ت- } W_f = \left\{ y \mid -2 \leq y \leq \frac{10}{3} \right\}_{\mathbb{R}} \text{ ب- } g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$$

دويم:

$$h(x) = 2x$$

$$f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5} \quad P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right) \text{ دریم:}$$

$$f(x) = -\frac{4}{\pi}x + 1 \quad \text{څلروم: له } P_1 \text{ او } P_2 \text{ څخه لرویا ترې لاس ته راځي}$$

$$P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right) \text{ د لپاره ټکی ازماښت راکوي، } P_3 \text{ په } f(x) \text{ پرته ده د}$$

$$h(x) = -0,25x + 4,75 \quad \text{پنځم:}$$

$$k = 12 \quad \text{شپږم:}$$

$$S(-4 \mid -5) \quad \text{اوم: الف - } f(x) > 0 \text{ für } x > 6 \text{ ب -}$$

$$f(x) = -160x + 9500 \quad \text{اتم: الف -}$$

ب – ټانک له څه نا څه ۵۹،۴ ورځو وروسته تش دی.

ت – گراف د مفل ځواب سره کښل شوی دی.

نهم: بایسکلځغاستی A له بایسکلځغاستي B څخه د 45 دقیقو وروسته نیول کیږي. نو B د 25 دقیقې په لار وو. دواړو ځغاستو یوه د 18,75 km لار وهلي ده.

مفصل ځوابونه:

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 2 \quad A(u \mid -1): \quad f(u) = \frac{4}{3}u - 2 = -1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}u - 2 = -1 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}u = 1 \mid : \frac{4}{3} \Leftrightarrow u = \frac{3}{4}$$

لومړی: الف -

$$f(x_s) = \frac{4}{3}x_s - 2 = 0 \quad \Rightarrow \frac{4}{3}x_s - 2 = 0 \Rightarrow x_s = \frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)}} \quad \text{ب. -}$$

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 2 > 1 \quad \Rightarrow \frac{4}{3}x - 2 > 1 \Rightarrow x > \frac{9}{4} \quad \underline{\underline{f(x) > 1 \text{ für } x > \frac{9}{4}}} \quad \text{ج. -}$$

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 2 \quad D_f = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(0) = -2 \quad f(4) = \frac{4}{3} \cdot 4 - 2 = \frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{W_f = \left\{y \mid -2 \leq y \leq \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}}} \quad \text{د. -}$$

نو  $g(x)$  د  $x_s = -2$  صفرخای دی وي، نو

$$P_x(-2 \mid 0)$$

جگینه ساتلي پاتيري

$$g(x) = \frac{4}{3}x + a_0$$

$$\Rightarrow g(x_s) = g(-2) = \frac{4}{3}(-2) + a_0 = 0$$

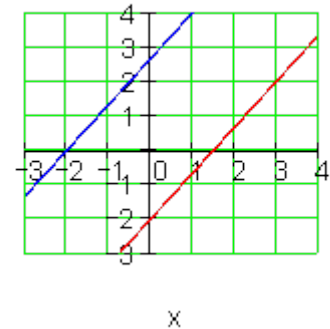
$$\Rightarrow a_0 = \frac{8}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}}}$$

په  $14/3$  پورته لور ته راکښنه

يا په  $3,5$  کين لور ته راکښنه

$f(x)$

$g(x)$



$$f(x) = 2e^x \quad h(x) = a_1x$$

$$h(1) = f(0) \Rightarrow a_1 = 2e^0 = 2 \cdot 1 = 2 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x}}$$

دويم:

$$f(-4) = 2 \Rightarrow P_1(-4 \mid 2); f(1) = -4 \Rightarrow P_2(1 \mid -4)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{1 - (-4)} = -\frac{6}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{6}{5}x + a_0$$

درېم:

$$P_2(1|-4): f(1) = -\frac{6}{5} \cdot 1 + a_0 = -4 \Rightarrow a_0 = -\frac{14}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5} = 0 \mid \cdot 5 \Leftrightarrow -6x - 14 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right)}}$$

څلورم: د المانظ پښتو له پورته کښته لور ته: د... لپاره ضرب، په پروت دی.

$$P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right); P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right); f(x) = a_1x + a_0$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (-1)}{\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}} = -\frac{4}{\pi} \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{\pi}x + a_0$$

$$P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right): f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} + a_0 = -1 \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{\pi}x + 1$$

د لپاره ټکی ازماښت:  $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{4}{\pi} \cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right) + 1 = 2 + 1 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)}}$$

په  $f(x)$  پروت دی.

پنځم:  $g(x) = -0,25x + 1$  له  $P(3|4)$  څخه تیریري. د  $h(x)$  راکنبل کرښي لپاره جگیدنه برابره پاتی کیري.

$$\Rightarrow h(x) = -0,25x + a_0$$

$$P(3|4): h(3) = -0,25 \cdot 3 + a_0 = 4 \Rightarrow a_0 = 4,75 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -0,25x + 4,75}}$$

$$P_1(0 \mid 1,5k); P_2(\sqrt{3k} \mid 2k); a_1 = 1$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2k - 1,5k}{\sqrt{3k} - 0} = \frac{0,5k}{\sqrt{3k}} = 1$$

$$\Leftrightarrow 0,5k = \sqrt{3k} \Leftrightarrow 0,25k^2 = 3k \Leftrightarrow 0,25k = 3 \Leftrightarrow \underline{\underline{k = 12}}$$

شپږم:



$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3 \quad f(x) > 0$$

اوم: الف -

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 6$$

نو  $f(x) > 0$  د  $x > 6$  لپاره

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3; \quad g(x) = \frac{5}{4}x$$

ب -

د غوڅتکي لپاره شرطونه:  $g(x_s) = f(x_s)$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x_s = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -4$$

$$y_s = g(x_s) = g(-4) = \frac{5}{4} \cdot (-4) = -5 \Rightarrow S(-4 | -5)$$

اتم: الف -  $x =$  ورځي:  $f(x) =$  د ټانک خونديونه  
 $\Rightarrow f(x) = -160x + 9500$

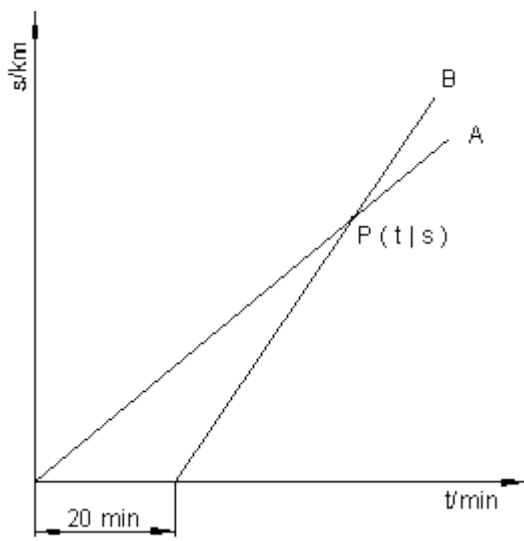
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -160x + 9500 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9500}{160} \approx 59,4$$

ب = ايښوونه:

ټانک له 59,4 ورځو څخه وروسته تش دی.



ت -

|   |  |
|---|--|
| <p style="text-align: right;">A: <math>s_A = v_A \cdot t</math></p> <p style="text-align: right;">B: <math>s_B = v_B (t - 20)</math></p> <p>B له A څخه 20 دقیقې وروسته په خوزښت پیل کوي</p> <p>د دواړو کرښو غوڅتکی نتیجه راکوي:</p> $s_B = s_A \Leftrightarrow v_B (t - 20) = v_A t$ <p>له t ساعته وروسته</p> $\Rightarrow t = \frac{20 v_B}{v_B - v_A}$ <p>که سرعت یا چټکتیا په km/min وارول شي، سړی کړی شي په شمیرلو کې په واحد سرف نظر وکړي.</p> $v_A = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{25}{60} \frac{\text{km}}{\text{min}} = \frac{5}{12} \frac{\text{km}}{\text{min}}$ $v_B = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{45}{60} \frac{\text{km}}{\text{min}} = \frac{9}{12} \frac{\text{km}}{\text{min}}$ $t = \frac{20 \cdot \frac{9}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \underline{\underline{45}} \text{ (min)}$ $s_A = \frac{5}{12} \cdot 45 = \underline{\underline{18,75}} \text{ (km)}$ | <p style="text-align: right;">نهم:</p>  <p>بایسکل ځغلونکی A له ۴۵ دقیقو تلني وروسته له بایسکل ځغلونکي B څخه رانیول کيږي.</p> <p>بایسکل ځغلونکی B بیا له ۲۵ دقیقو په لار وو. دواړو ځغلونکو یوه د ۱۸,۷۵ کیلو متره لار وهلي .</p> |
|---|--|

## 2.6 مربع توابع

### 2.6.1 څلورۍ- يا مربع توابعو ته ننوتنه يا پيل

#### ننوتنه يا پيل

هرڅوک چې موټر زده کوي، بايد پوه وي، چې د بريک په وخت کې په پاڅه سرک د بريک نيولو او د موټر دريدځای ترمنځ څنګه سره يوځای کيدی شي يا جمعه کيدی شي..

د لاندې موټر قانون سره سم له چټکتيا (سرعت)  $v$  په  $\text{km/h}$  (کيلومتر په ساعت) د عکس العمل لار  $r$  د بريک لار  $b$  په متر شميرلکيدی شي.

پام ( خبردارۍ ) : د بيلګې په توګه د المان پخوانی او له څخه نوي قانون.

له څخه د تملار په وچ اسفالت شوي سرک د پل بريکلار سره شميرل کيږي.

$$\text{د بريک لار } b = \left( \frac{v}{10} \right)^2 \text{ د عکس العمل لار } r = \frac{v}{10} \cdot 3$$

يادونه: د څه وخت را په دي خوا په جرمني کي د بريکلار لپاره دا فرمول باور لري.:

$$f: b = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{v}{10} \right)^2$$

د بريك همدا ډول د عكس العمل لار په متر (m) راوځي، كه چټكتيا يا سرعت په كيلومتر په ساعت (km/h) وي.

الف - د دواړو حالتونو لپاره د  $s = f(v)$  تابع مساوات و ټاكي، د كوم لپاره چي په هره تللي چټكتيا يا سرعت تملار شميرل كيدي شي.

ب - د تابع مساوات  $s = f(v)$  د دواړو حالتونو لپاره د وهل شوي سرعت  $v = 0$ , 10, 20, 30, ... 100 km/h سره ده يوه د توقف لار چي شميرل كيږي.

پ: په کواورديناټسيستم کي يا د وضعيه قيمتسيستم کي گراف رسم کړي.

ت: ټوله لاس ته راوړي نتيجه تشریح کړي.

Problemlösung: د پرابلم حل:

الف: د تابع مساوات:

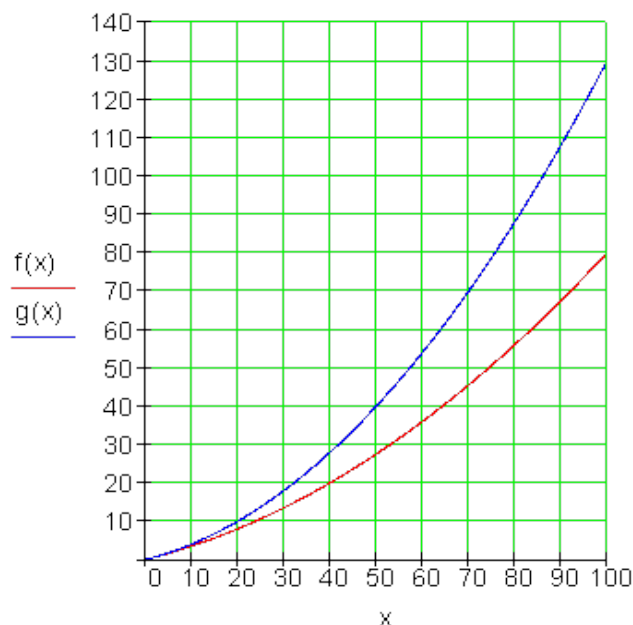
|   |            |
|---|------------|
| $f(v) = \left( \frac{v}{10} \right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100} v^2 + \frac{3}{10} v$                      | زور قانون: |
| $f: f(v) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{v}{10} \right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200} v^2 + \frac{3}{10} v$ | نوي قانون: |

ب - : ارزښتجدول (په كيلو متر په ساعت کي)

|             |   |     |    |      |    |      |    |      |    |      |     |     |
|-------------|---|-----|----|------|----|------|----|------|----|------|-----|-----|
| v (in km/h) | 0 | 10  | 20 | 30   | 40 | 50   | 60 | 70   | 80 | 90   | 100 |     |
| f(v) (in m) | 0 | 4   | 10 | 18   | 28 | 40   | 54 | 70   | 88 | 108  | 130 | alt |
| f(v) (in m) | 0 | 3,5 | 8  | 13,5 | 20 | 27,5 | 36 | 45,5 | 56 | 67,5 | 80  | neu |

پ - گرافون

$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3 \cdot \frac{x}{10} \quad g(x) := \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3 \cdot \frac{x}{10}$$



د  $x$  محور هر ه و هل شوي لار په  $\text{km/h}$  په گوته کوي.

د  $y$  - محور د هر همغه د توقف لار په  $m$  په گوته کوي.  
ت - کومنتار

د نوي نظم وروسته د د چټکتيا (سرعت) زياتيدني توپير تل زياتيري. د  $50 \text{ km/h}$  چټکتيا سره نوي د تم کيدلو لار  $27,5 \text{ m}$  ده، دا د زري لار  $40 \text{ m}$  نږدې  $69\%$  ده. په  $100 \text{ km/h}$  د نوي لار نوره فقط ده، دا د زري  $130 \text{ m}$  لار پانږدې  $61\%$  ده. د برېک نيولو لار کمېدنه د برېک بڼه کيدو (ABS) سره موخه وړه ده.

د تابع مساوات د ټيک پامورتيا او گراف له امله مور کره کوو، چي دا نه کرښيز مساوات دی او نه يوه کرښه. انځوروي.

د تابع مساوات لاندې بڼه لري:  $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسې تابع مربع تابع بولو او یا هم د 2-مې درجې ټول (تام) راشنل توابع.

گرافونه یې پارابول بلل کيږي.

تمرینونه:

د لاندې پارابولونو گرافونه وکارئ.

د دې لپاره ارزښت جدول ولیکئ

اول -  $f(x) = x^2 + 4x - 5$  دویم  $f(x) = x^2 + 2x + 5$  دریم -  $f(x) = -x^2 + x + 6$

څلورم -  $f(x) = x^2 - x$  پنځم -  $f(x) = x^2 - \frac{1}{9}$  شپږم -  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

اوم -  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$  اتم -  $f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

نهم م -  $f(x) = 3x^2 - 3x$  لسم -  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + 10$

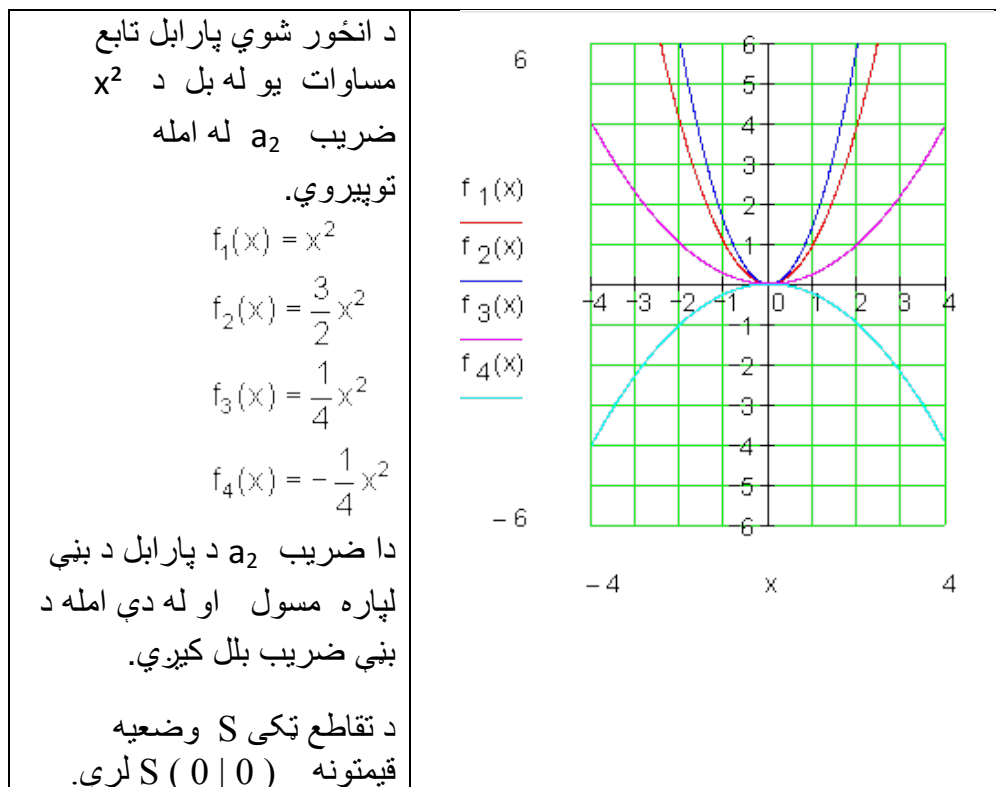
نورمال پارابل، بڼه ضریب او راکښنې

د کار قرارداد:

د  $a_2$  د مختلفو ارزښتونو لپاره تابع  $f(x) = a_2x^2$  وڅیړئ او گراف په وضعیه قیمت

سیستم کې وکارئ:

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \frac{3}{2}x^2 \quad f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 \quad f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$



بڼه ضريب د پارابل قواري يا شکل ته څنگه تغير ورکوي؟

| ضريب بني     |   | د پارابل په نځبڼه ونه  |
|--------------|---|--|
| $a = 1$      | → | نورمال پارابل  |
| $a > 1$      | → | غزېدلی پارابل  |
| $0 < a < 1$  | → | کي کارلی پارابل  |
| $a = -1$     | → | په $x$ محور هنداره شوی نورمال پارابل                                 |
| $a < -1$     | → | غزېدلی پارابل، په $x$ -محور هنداره شوی کي کارلی پارابل، په $x$ -محور |
| $-1 < a < 0$ | → | هنداره شوی   |

د کار قرارداد:

د  $a_0$  د مختلفو ارزښتونو لپاره د  $f(x) = x^2 + a_n$  تابع مطالع کړی او په وضعیه قیمتسیستم کې یې ګراف رسم کړی:

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = x^2 + 2 \quad f_3(x) = x^2 - 2$$

دا یو راکښلی نورمال پارابل دی، چې ککړی ټکی (د ر آس نقطه) د  $a_0$  په واحدونو راکښل شوي ده.

$$f_1(x) = x^2$$

$$f_2(x) = x^2 + 2$$

$$f_3(x) = x^2 - 2$$

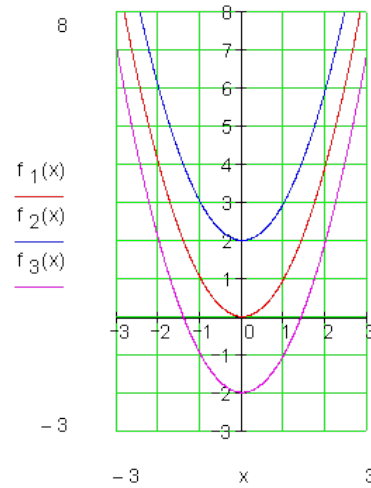
راکښنه د  $y$  محور په اوږدوالي باندې صورت نیسي، چېرته چې د راکښلي لور د  $a_0$  مخخښي له لارې ټاکل کېدی شي.

د تقاطع ټکی  $S$  کواوردینات  $(0 | a_0)$  لري.

$$f_1(x) = x^2$$

$$f_2(x) = x^2 + 2$$

$$f_3(x) = x^2 - 2$$



د کار ورکونی قرارداد:

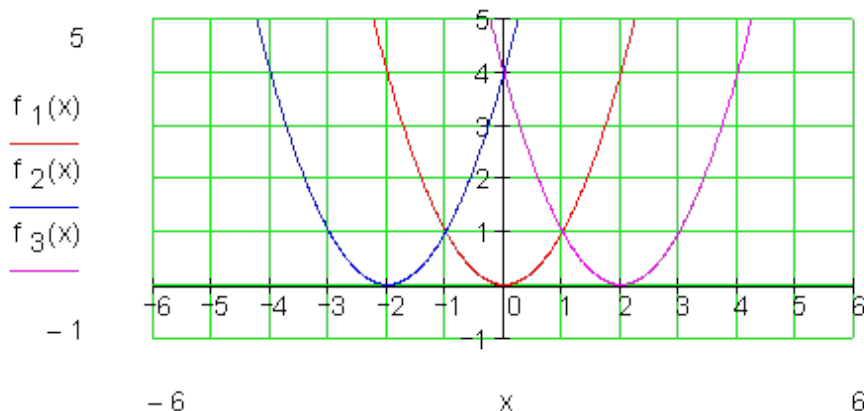
د  $f(x) = (x+u)^2$  تابع د  $u$  د مختلفو ارزښتونو لپاره راکښنه وڅیړی او ګراف یې په وضعیه قیمتسیستم کې  $x$  رسم کړی

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = (x+2)^2 \quad f_3(x) = (x-2)^2$$

د ارزښت جدول:



|       |   |    |    |   |   |   |       |   |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |
|-------|---|----|----|---|---|---|-------|---|----|----|----|----|---|-------|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | $f_2$ | x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | $f_3$ | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|       | y | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 |       | y | 4  | 1  | 0  | 1  | 4 |       | y | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |



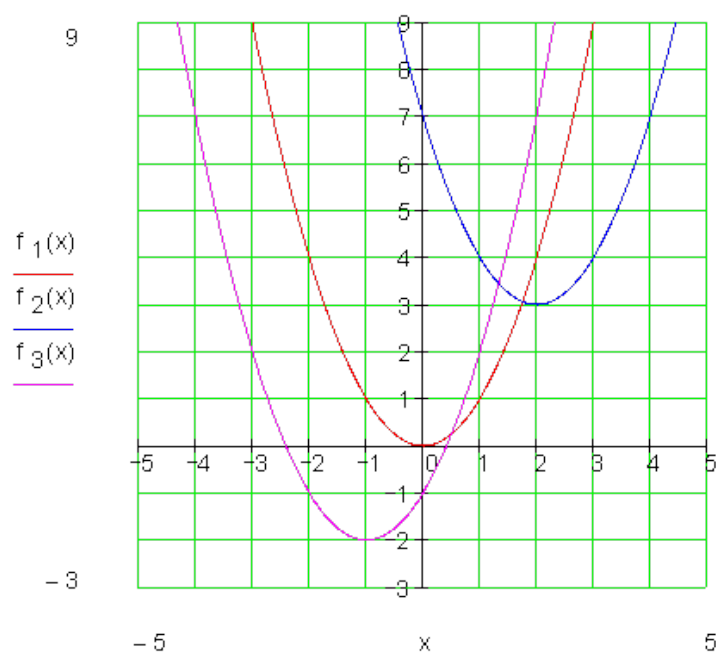
د ايو راکنبلې (چې خای ته يې تغیر ورکړ شوی وي) نورمال پارابول دی، چې ککړئ ټکی (د رأس نقطه)  $S$  يې د  $u$  په واحدونو (يوونونو) د  $x$  په محور راکنبل يا کنبول شوي ده.  $S$  غوڅتکی (نقطه تقاطع) يې کواوردينات  $(-u | 0)$  لري.

|                     |  |
|---------------------|--|
| $u > 0 \Rightarrow$ | کينې لور ته څرخون يا څرخول، ککړئ ټکی $S$ په $u$ واحدونو يا يوونو د پيل يا سرچينې کين لورت پروت دی. |
| $u < 0 \Rightarrow$ | بنې څرخون يا څرخول، ککړئ ټکی $S$ په $u$ واحدونو د پيل يا سرچينې بنې لورته پروت دی.                 |

د کار (ورکونې) قرارداد:

د  $u$  او  $a_0$  دمختلفو ارزښتونو لپاره تابع  $f(x) = (x+u)^2 + a_0$  وڅيری او گراف يې په يوه کواوردينات (پروت ولاړ) سيستم کې انځور کړی.

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = (x-2)^2 + 3 \quad f_3(x) = (x+1)^2 - 2$$



د  $f_2(x)$  گراف بیرته یو نورمال پارابول دی، چي ککړئ ټکی  $S$  یې په دوه واحده بنی لور ته او په درې واحده پورته لور ته راکښلی دی. د  $f_3(x)$  گراف هم یو نورمال پارابول دی، چي ککړټکی (د رأسټکی)  $S$  په یوه واحد(یوون) کین او په درې واحده لاندي لور ته کښول شوی یا راکښل شوی دی.

د  $f(x) = (x+u)^2 + a_0$  ډول تابع د مربع تابع د ککړئ ټکي(رأس ټکي) بنی تابع بلل کیري.

د تابع گراف نورمال پارابول دی، چي په  $u$  ارزښت د  $x$  محور په لور او په  $a_0$  د  $y$  محور په لور راکښل شوی دی.

که ککړټکی د  $S(x_s | y_s)$  سره په نخښه کړو، نو د ککړټکي بنی مربع تابع په دې ډول ده:  $f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$

|   |           |
|---|-----------|
| $S(x_s   y_s) \Leftrightarrow f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$ | لنډه بڼه: |
| $S(3   -1) \Leftrightarrow f(x) = (x - 3)^2 - 1$        | بېلگه:    |

تر اوسه مو فقط نورمال پارابول راکښلی (راکش شوی) وو. همدا یا برابره راکښنه کیدی شي د یوه په خوښه پارابول سره سرته ورسول شي. دلته دي بیا فاکتور  $a_2$  په پام کې ونیول شي.

په ټولیزه توګه باور لري:  $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  د یوه نورمال پارابول تابع (بلوان) دی، چې ککرتکی (د راس ټکی)  $S(x_s | y_s)$  لری، نو  $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$  د ککرتکي د تابع مساوات دي.

د مربع تکمیلونې له لارې د راس ټکي (ککری ټکي) ټاکل

مورن پوهیرو چې صدق کوي:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \Leftrightarrow a_2(x - x_s)^2 + y_s \Rightarrow S(x_s | y_s)$$

په ککرتکي کې د ټولیز تابع مساواتو د ترم تابع له لارې کیدی شي د یوه پارابول ککرتکي (د ککری ټکي) وشمیرل شي.

بیلگه:

$$F(x) = 3x^2 - 12x + 15 \quad \text{دې په ککری ټکي مساوات وارول شي.}$$

لورمی پل (قدم): د  $x^2$  تر مخه ضریب دي له نوکانو راوه وپستل شي.

$$\Rightarrow f(x) = 3[x^2 - 4x + 5]$$

دویم پل: مربع تکمیلونه [ ] او بڼه بدلون

$$\Rightarrow f(x) = 3.[x^2 - 4x + (2)^2 - (2)^2 + 5] = 3.[(x-2)^2 + 1] = 3.(x-2)^2 + 3$$

$$\Rightarrow S(2;3)$$

بیلگه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}[x^2 - 6x + 8] = \frac{1}{2}[x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 8]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}[(x-3)^2 - 1] = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(3 \mid -\frac{1}{2}\right)}}$$

بیلگه:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right] = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}\right]$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{36}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{3}{4} \mid -\frac{9}{16}\right)}}$$

تمرینونه: د مربع تکمیلونې له لارې د رأس ټکي (ککړی ټکي) ټاکل

د یوه پارابل تابع مساوات ورکړ شوي دي (د دویمې درجې ټول راشنل تابع). د لاندې بارابولونو لپاره راسټکو بڼه او راسټکي پیدا کړی.

گرافونه یې وکاري:

لومړی:  $f(x) = x^2 + 2x + 5$  دویم:  $f(x) = x^2 + 4x + 1$  دریم:  $f(x) = x^2 - 4x + 1$

څلورم:  $f(x) = x^2 - 3x + 3,5$  پنځم:  $f(x) = x^2 + x - 3$  شپږم:

اووم:  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$   $f(x) = -x^2 + 5x - 5$  اتم:  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$

نهم:  $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$  لسم:  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

## نتیجې

### تمرینونه مربع مساوات ۱

نتیجې د ارزښت جدول او گراف سره ۱

لومړی:

|                                    |    |    |    |    |    |
|------------------------------------|----|----|----|----|----|
| تابع مساوات: $f(x) = x^2 + 4x - 5$ |    |    |    |    |    |
| ارزښت جدول                         |    |    |    |    |    |
| x                                  | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 |
| f(x)                               | 7  | 0  | -5 | -8 | -9 |
| x                                  | -1 | 0  | 1  | 2  | 3  |
| f(x)                               | -8 | -5 | 0  | 7  | 16 |

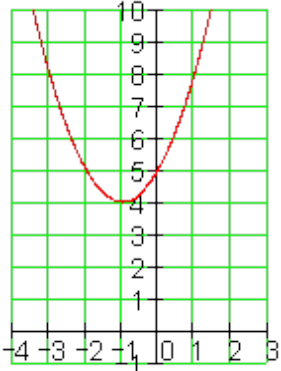
دویم:

تابع مساوات

$$f(x) = x^2 + 2x + 5$$

ارزینت جدول:

|      |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|
| x    | -4 | -3 | -2 | -1 |
| f(x) | 13 | 8  | 5  | 4  |
| x    | 0  | 1  | 2  | 3  |
| f(x) | 5  | 8  | 13 | 20 |



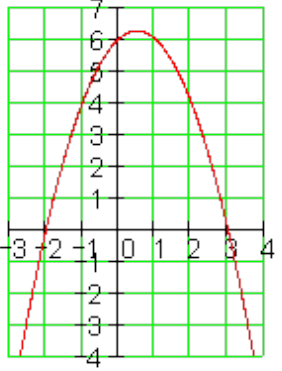
دیم:

تابع مساوات

$$-x^2 + x + 6 f(x) =$$

ارزینت جدول

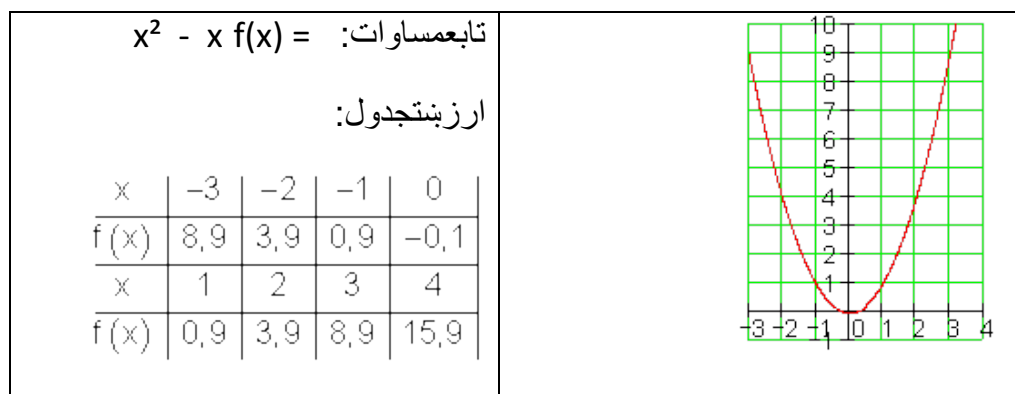
|      |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|
| x    | -3 | -2 | -1 | 0  |
| f(x) | -6 | 0  | 4  | 6  |
| x    | 1  | 2  | 3  | 4  |
| f(x) | 6  | 4  | 0  | -6 |



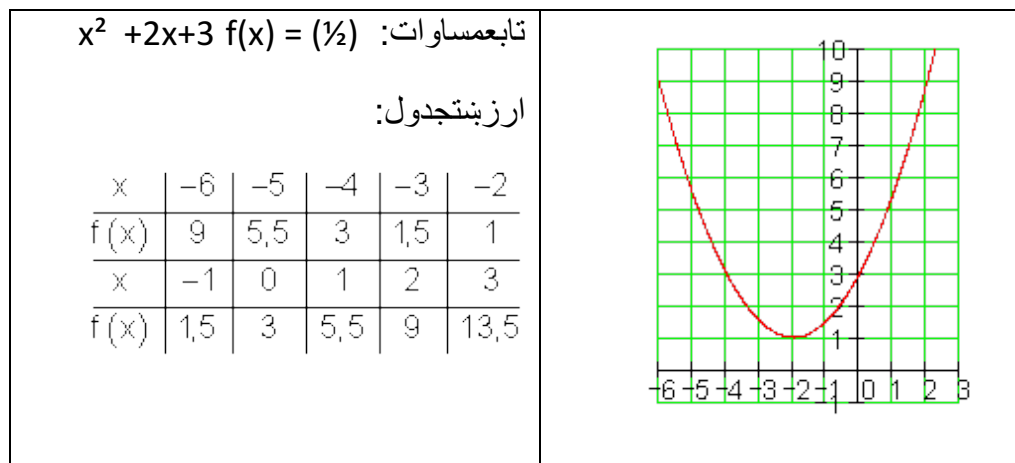
خلورم:



نتیجه:



شیرم:



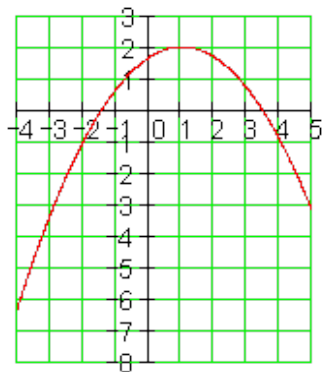
اووم:

تابع مساوات

$$f(x) = (1/3)x^2 + (2/3)x + 5/3$$

ارزینت جدول:

|      |      |      |     |     |      |
|------|------|------|-----|-----|------|
| x    | -4   | -3   | -2  | -1  | 0    |
| f(x) | -6,3 | -3,3 | -1  | 0,7 | 1,7  |
| x    | 1    | 2    | 3   | 4   | 5    |
| f(x) | 2    | 1,7  | 0,7 | -1  | -3,3 |



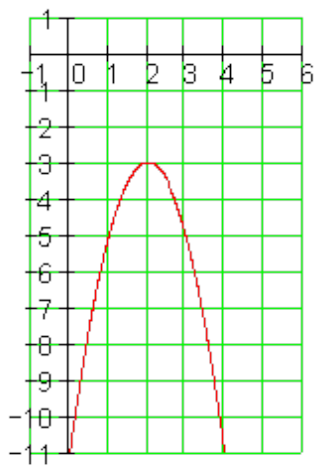
تتم:

تابع مساوات

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 11$$

ارزینت جدول:

|      |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|
| x    | -1  | 0   | 1   | 2   |
| f(x) | -21 | -11 | -5  | -3  |
| x    | 3   | 4   | 5   | 6   |
| f(x) | -5  | -11 | -21 | -35 |



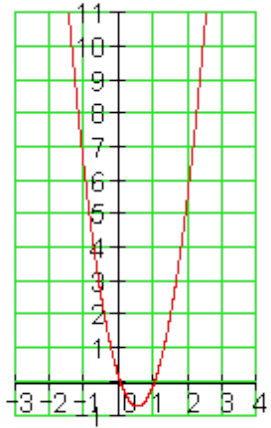
نهم:



تابع مساوات:  $3x^2 - 3x f(x) =$

ارزینتجدول:

|      |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|
| x    | -3 | -2 | -1 | 0  |
| f(x) | 36 | 18 | 6  | 0  |
| x    | 1  | 2  | 3  | 4  |
| f(x) | 0  | 6  | 18 | 36 |



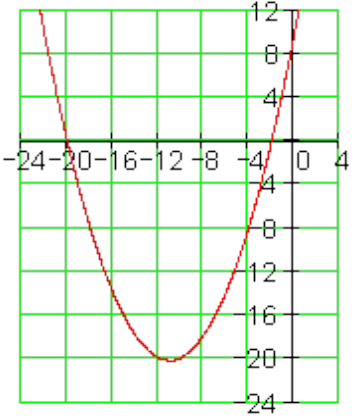
لسم:

تابع مساوات

$x^2 + (11/2)x + 10 f(x) = 1/4$

ارزینتجدول:

|      |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|
| x    | -24 | -20 | -16 | -12 |
| f(x) | 22  | 0   | -14 | -20 |
| x    | -8  | -4  | 0   | 4   |
| f(x) | -18 | -8  | 10  | 36  |



بیلگه 1 :

د ټول راشنل تابع گراف چې رسم کړای شو، په زیاتو حالتونو کې اړیند دی، چې ارزینتجدول وپیژنو. د دې لپاره جیشمیری له لارې کیدی شي. خو دا هم تل اړین دی.

یو ه ساده بیلگه بی له جیشمیری څخه.

تابع مساوات :  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

مور د تحولي  $x = 0$  څخه پیل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$

$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$

$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$

$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$

$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$

$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$

$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له  $10 \pm$  لوی شي، کېدی شي چې پېچ کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي  $x$  ارزښتونو لپاره ټاکل کيږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$

$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې کښل کيږي.

|        |    |    |   |   |    |   |   |   |    |
|--------|----|----|---|---|----|---|---|---|----|
| $x$    | -2 | -1 | 0 | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6  |
| $f(x)$ | 15 | 8  | 3 | 0 | -1 | 0 | 3 | 8 | 15 |

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د  $f(x)$  گراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منح ارزښتونه شته نه وي، دا بیا پسي شمیرل کېدی شي

د بیلگې په توګه  $x = \pm \frac{1}{2}$

$$x = -\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5,25$$

$$x = \frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1,25$$

هر څوک له جېشمیري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شمېروني یا کمپیوتر څخه کار واخلي.

په لاندې کې HN د اصلي کډ مرج (ماتلاندي) پ همعنا دی.

یوه غوره بېلگه، چې ځنې برخې یې د جېشمېري په مرسته حل شوي دي

$$f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{7}{2} \quad \text{د تابع مساوات}$$

بادونه: په لاندې زیات ځایونه HN راغلي، دا د اصلي مخرج په مانا دي.

مور د  $x = 0$  سره پیل کوو

$$x = 0: f(0) = \frac{4}{5} \cdot 0^2 - \frac{3}{4} \cdot 0 - \frac{7}{2} = 0 - 0 - \frac{7}{2} = -\frac{7}{2} = -3,5$$

$$x = 1: f(1) = \frac{4}{5} \cdot 1^2 - \frac{3}{4} \cdot 1 - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} - \frac{7}{2} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{69}{20} = -3,45$$

$$x = 2: f(2) = \frac{4}{5} \cdot 2^2 - \frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = \frac{32}{10} - \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = -\frac{18}{10} = -1,8$$

$$x = 3: f(3) = \frac{4}{5} \cdot 3^2 - \frac{3}{4} \cdot 3 - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} - \frac{9}{4} - \frac{7}{2} = \frac{144}{20} - \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{29}{20} = 1,45$$

$$x = 4: f(4) = \frac{4}{5} \cdot 4^2 - \frac{3}{4} \cdot 4 - \frac{7}{2} = \frac{64}{5} - 3 - \frac{7}{2} = \frac{128}{10} - \frac{30}{10} - \frac{35}{10} = \frac{63}{10} = 6,3$$

$$x = 5: f(5) = \frac{4}{5} \cdot 5^2 - \frac{3}{4} \cdot 5 - \frac{7}{2} = 20 - \frac{15}{4} - \frac{7}{2} = \frac{80}{4} - \frac{15}{4} - \frac{14}{4} = \frac{51}{4} = 12,75$$

اوس د تابع ارزښتونه د منفي  $x$  ارزښتونو لپاره ټاکو.

$$x = -1: f(-1) = \frac{4}{5} \cdot (-1)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-1) - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} + \frac{3}{4} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=20}{=} \frac{16}{20} + \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{39}{20} = -1,95$$

$$x = -2: f(-2) = \frac{4}{5} \cdot (-2)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-2) - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=10}{=} \frac{32}{10} + \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1,2$$

$$x = -3: f(-3) = \frac{4}{5} \cdot (-3)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-3) - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} + \frac{9}{4} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=20}{=} \frac{144}{20} + \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{119}{20} = 5,95$$

$$x = -4: f(-4) = \frac{4}{5} \cdot (-4)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-4) - \frac{7}{2} = \frac{64}{5} + 3 - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=10}{=} \frac{128}{10} + \frac{30}{10} - \frac{35}{10} = \frac{123}{10} = 12,3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

| x    | -4   | -3   | -2  | -1    | 0    | 1     | 2    | 3    | 4   | 5     |
|------|------|------|-----|-------|------|-------|------|------|-----|-------|
| f(x) | 12,3 | 5,95 | 1,2 | -1,95 | -3,5 | -3,45 | -1,8 | 1,45 | 6,3 | 12,75 |

د دې ارزښتونو سره اوس د گراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسي شميرل کيدی شي

د بيلگې په توگه  $x = \pm 5/2$

$$x = -\frac{5}{2}: f\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{2} \\ = \frac{25}{5} + \frac{15}{8} - \frac{7}{2} = 5 + \frac{15}{8} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=8}{=} \frac{40}{8} + \frac{15}{8} - \frac{28}{8} = \frac{27}{8} = 3,375$$

$$x = \frac{5}{2}: f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{2} \\ = \frac{25}{5} - \frac{15}{8} - \frac{7}{2} = 5 - \frac{15}{8} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=8}{=} \frac{40}{8} - \frac{15}{8} - \frac{28}{8} = -\frac{3}{8} = -0,375$$

یادونه: په پورته کې  $HN$  (Hauptnenner) داصلي مخرج (ماتلاندي) يا مخرج مشترک په معنا دی.

د دې لپاره چې د یوه ټول ریښتوني یا تام راشنل تابع گراف انځور کړای شو، په زیاتو حالتونو کې اړین دی، چې ارزښت جدول وکاروو. د دې لپاره یو جشمیروني ته اړتیا لرو.

یوه ساده بیلگه به له جشمیروني څخه.

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad \text{تابع مساوات :}$$

مور د تحولي  $x = 0$  څخه پیل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$

$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$

$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$

$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$

$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$

$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$

$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له  $10 \pm$  لوی شي، کېدی شي چې په کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي  $x$  ارزښتونو لپاره ټاکل کېږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$

$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې کښل کېږي.

|      |    |    |   |   |    |   |   |   |    |
|------|----|----|---|---|----|---|---|---|----|
| x    | -2 | -1 | 0 | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6  |
| f(x) | 15 | 8  | 3 | 0 | -1 | 0 | 3 | 8 | 15 |

اوس له دي ارزښتونو سره کېدی شي د  $f(x)$  گراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسي شمېرل کېدی شي

د بېلگې په توگه  $x = \pm \frac{1}{2}$

$$x = -\frac{1}{2} : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5 \frac{1}{4} = 5,25$$

$$x = \frac{1}{2} : f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1 \frac{1}{4} = 1,25$$

هر څوک له جېشمېري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شمېروني يا کمپيوتر څخه کار واخلي.

يوه غوره بېلگه، چې ځنې برخې يې د جېشمېري په مرسته حل شوي دي:

$$f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{7}{2} \quad \text{د تابع مساوات}$$

مور د  $x = 0$  سره بيل کوو

$$x = 0 : f(0) = \frac{4}{5} \cdot 0^2 - \frac{3}{4} \cdot 0 - \frac{7}{2} = 0 - 0 - \frac{7}{2} = -\frac{7}{2} = -3,5$$

$$x = 1 : f(1) = \frac{4}{5} \cdot 1^2 - \frac{3}{4} \cdot 1 - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} - \frac{7}{2} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{69}{20} = -3,45$$

$$x = 2 : f(2) = \frac{4}{5} \cdot 2^2 - \frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = \frac{32}{10} - \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5} = -1,8$$

$$x = 3 : f(3) = \frac{4}{5} \cdot 3^2 - \frac{3}{4} \cdot 3 - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} - \frac{9}{4} - \frac{7}{2} = \frac{144}{20} - \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{29}{20} = 1,45$$

$$x = 4: f(4) = \frac{4}{5} \cdot 4^2 - \frac{3}{4} \cdot 4 - \frac{7}{2} = \frac{64}{5} - 3 - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=10}{=} \frac{128}{10} - \frac{30}{10} - \frac{35}{10} = \frac{63}{10} = 6,3$$

$$x = 5: f(5) = \frac{4}{5} \cdot 5^2 - \frac{3}{4} \cdot 5 - \frac{7}{2} = 20 - \frac{15}{4} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=4}{=} \frac{80}{4} - \frac{15}{4} - \frac{14}{4} = \frac{51}{4} = 12,75$$

اوس د تابع ارزښتونه د منفي  $x$  ارزښتونو لپاره ټاکو.

$$x = -1: f(-1) = \frac{4}{5} \cdot (-1)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-1) - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} + \frac{3}{4} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=20}{=} \frac{16}{20} + \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{39}{20} = -1,95$$

$$x = -2: f(-2) = \frac{4}{5} \cdot (-2)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-2) - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=10}{=} \frac{32}{10} + \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1,2$$

$$x = -3: f(-3) = \frac{4}{5} \cdot (-3)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-3) - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} + \frac{9}{4} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=20}{=} \frac{144}{20} + \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{119}{20} = 5,95$$

$$x = -4: f(-4) = \frac{4}{5} \cdot (-4)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-4) - \frac{7}{2} = \frac{64}{5} + 3 - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=10}{=} \frac{128}{10} + \frac{30}{10} - \frac{35}{10} = \frac{123}{10} = 12,3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

| $x$    | -4   | -3   | -2  | -1    | 0    | 1     | 2    | 3    | 4   | 5     |
|--------|------|------|-----|-------|------|-------|------|------|-----|-------|
| $f(x)$ | 12,3 | 5,95 | 1,2 | -1,95 | -3,5 | -3,45 | -1,8 | 1,45 | 6,3 | 12,75 |

د

دې ارزښتونو سره اوس د گراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسي شميرل کيدی شي

د بېلگې په توگه  $x = \pm 5/2$

$$x = -\frac{5}{2}: f\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{2}$$

$$= \frac{25}{5} + \frac{15}{8} - \frac{7}{2} = 5 + \frac{15}{8} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=8}{=} \frac{40}{8} + \frac{15}{8} - \frac{28}{8} = \frac{27}{8} = 3,375$$

$$x = \frac{5}{2}: f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{2}$$

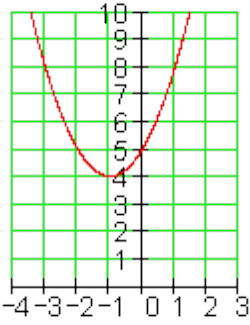
$$= \frac{25}{5} - \frac{15}{8} - \frac{7}{2} = 5 - \frac{15}{8} - \frac{7}{2} \stackrel{\text{HN}=8}{=} \frac{40}{8} - \frac{15}{8} - \frac{28}{8} = -\frac{3}{8} = -0,375$$

نتیجی

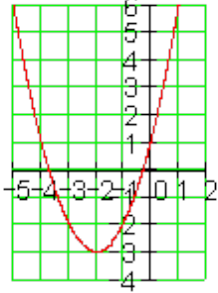
د مربع توابعو تمرینونه II

د مربع تابع د راس ټکی فرمول د گراف او د مربع (څلورئ) تکمیلونې له لارې

لومړی:

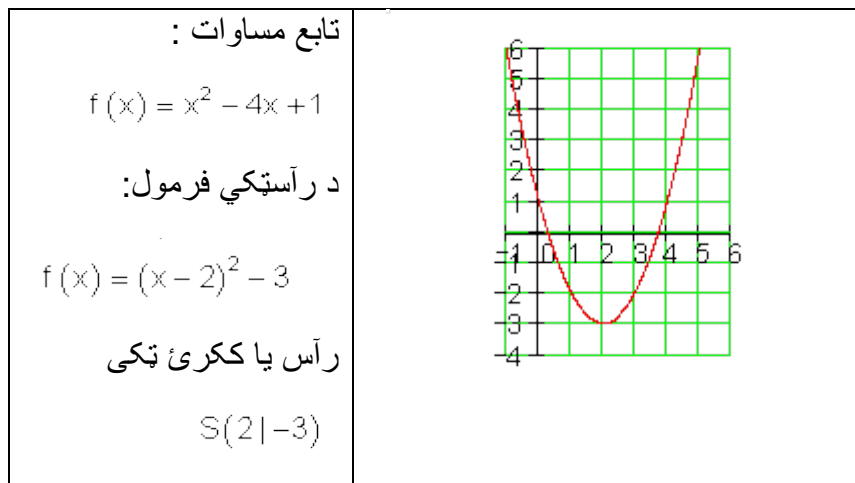
|  |   |
|--|---|
| <p>تابع مساوات :</p> $F(x)=x^2+2x+5$ <p>د راسټکی بڼه:</p> $F(x+1)^2+4$ <p>راسټکی</p> $S(-1;4)$ |  |
|--|---|

دویم:

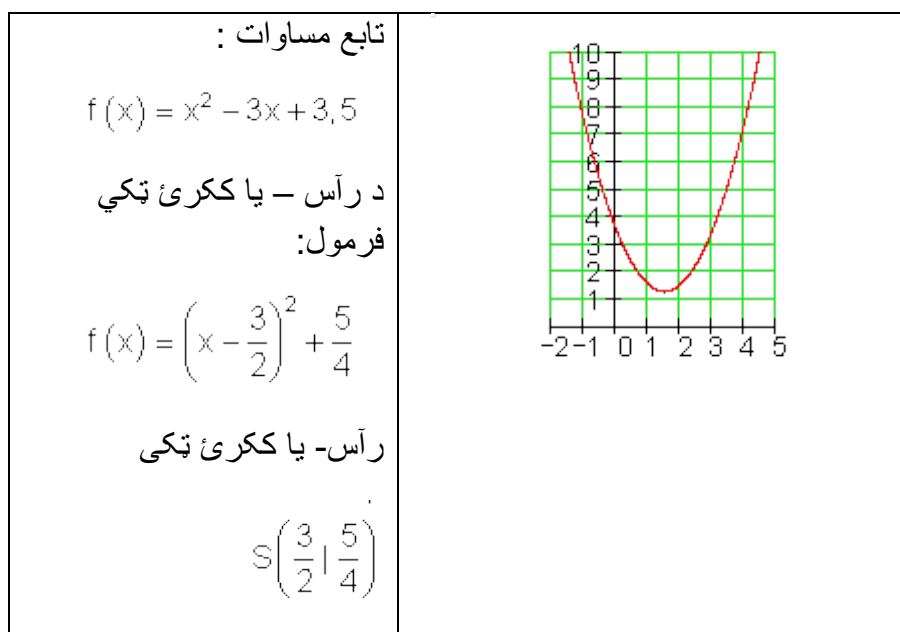
|   |   |
|---|---|
| <p>تابع مساوات : <math>f(x) = x^2 + 4x + 1</math></p> <p>د راسټکی فرمول:</p> $f(x) = (x+2)^2 - 3$ <p>راس یا ککړئ ټکی</p> $S(-2 -3)$ |  |
|---|---|



دریم:



څلورم:



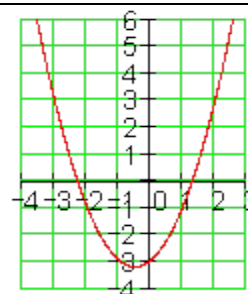
پنځم:

تابع مساوات :  $f(x) = x^2 + x - 3$

د رآستکي فرمول:

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

رآستکی:  $S\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{13}{4}\right)$

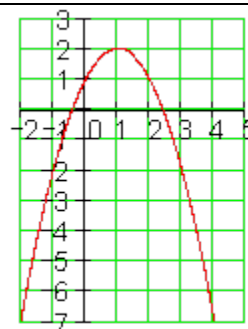


تابع مساوات :  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

د رآستکي فرمول:

$$f(x) = -(x - 1)^2 + 2$$

رآس- یا ککری ټکی:  $S(1 \mid 2)$



شپږم:

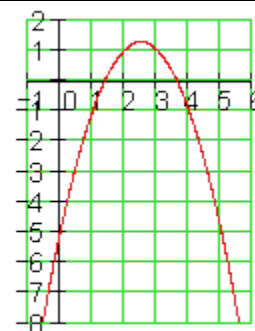
اووم:

تابع مساوات :  $f(x) = -x^2 + 5x - 5$

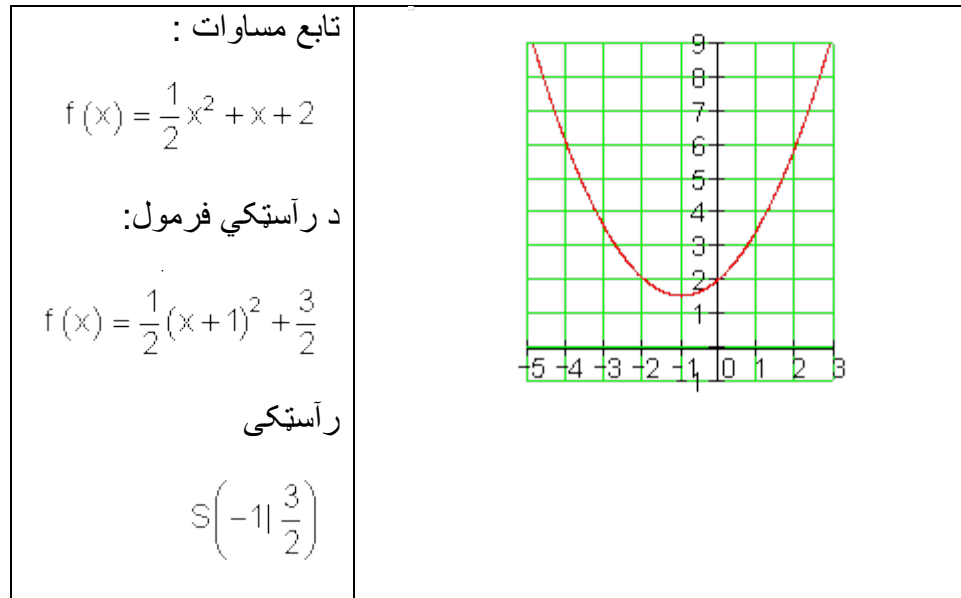
د رآستکي فرمول:

$$f(x) = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

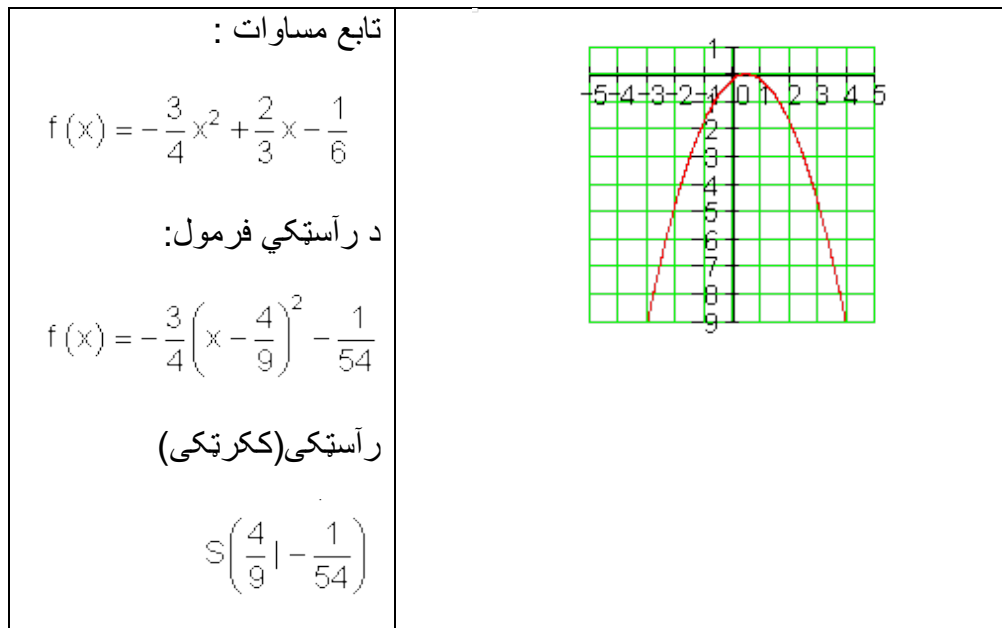
رآس- یا ککری ټکی:  $S\left(\frac{5}{2} \mid \frac{5}{4}\right)$



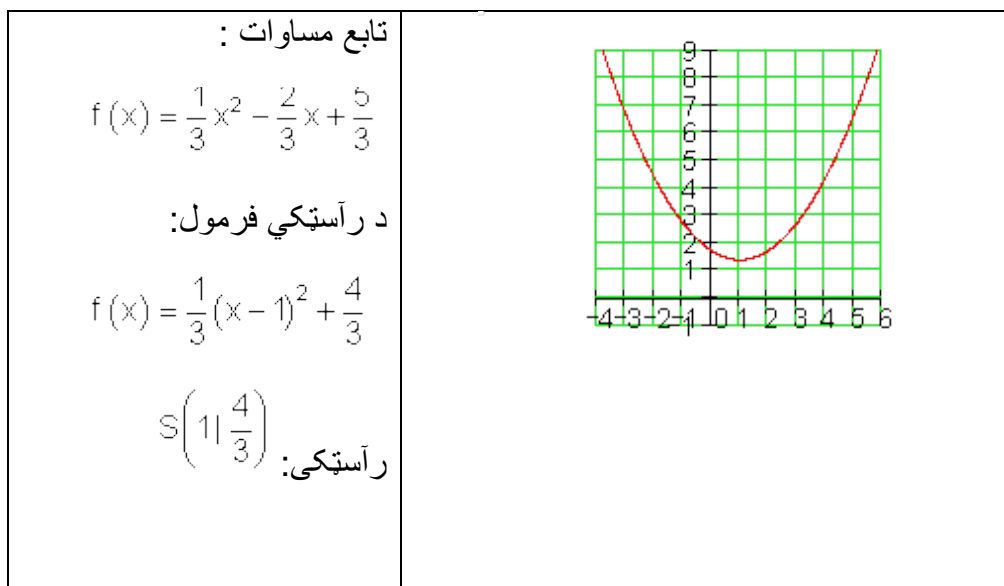
تغ:



نهم:



لسم:



بیلگه:

د ککری ټکي تاکلو لپاره یوه مفصله بیلگه:

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات:

$$f(x) = -(1/2)x^2 - 2x + 6$$

د واریابلی  $x^2$  ترمخ ضریب له قوسونو راوځي

$$f(x) = (1/2)[x^2 + 4x - 12]$$

د مربع تکمیلیدنه په گوډپزه (کونجره) نوکانو کي

$$f(x) = -\frac{1}{2} \left[ x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 \right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2} \left[ \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{1. \text{ binomische Formel}} - \underbrace{4 - 12}_{-16} \right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2} [(x+2)^2 - 16]$$

د بیرته یا په څټ ضرب له لارې د مربع تابع د ککړۍ ټکي بڼه لاس ته راځي.

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 \Rightarrow \boxed{S(-2|8)} \quad \S$$

ککړۍ ټکی  $S(-2;8)$

د نوکانو راوتني لپاره یادونه :

لومړۍ حالت: که د متحولې  $x$  مخ ته څه نه وي، یعنی  $f(x) = x^2 - 2x + 6$

په دې حالت کې سملاسي په مربع تکمیلوني پیل کیدی شي.

دویم حالت: که د نوکانن رمخ منفي نڅبڼه وي، یعنی  $f(x) = -x^2 - 2x + 6$

په دې حالت کې باید 1- همداسې - له نوکانو را وه وېستل شي، يعي  $f(x) = -[x^2 + 2 - 6]$

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه

لومړۍ- د لاندې توابعو گرافونه رسم کړي.

الف -  $f(x) = -3x^2$  - ب -  $f(x) = \frac{1}{3}x^2$  - پ -  $f(x) = 4x$

ت -  $f(x) = x^2 - 2$  - ب -  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$  - ث -  $f(x) = 2x^2 + 4$

ج -  $f(x) = -x^2 + 4$  - چ -  $f(x) = -x^2 + 1$  - ح -  $f(x) = x^2 + 2$

دویم - د پارابولو صفرخایونه، محور غوڅتکي، او ککری ټکي وټاکي او کرافونه یې رسم کړی

الف -  $f(x) = (x-1)^2 - 1$  - ب -  $f(x) = (x-2)^2 - 1$  - پ -  $f(x) = -(x+1)^2$

ت -  $f(x) = (x+2)^2 - 3$  - ب -  $f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$

ث -  $f(x) = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$

ج -  $f(x) = -(x+2)^2$  - چ -  $f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$  - ح -  $f(x) = -(x-1)^2 - 1$

دریم - د لاندې توابعو صفرخایونه، محور غوڅتکي، او ککری ټکي وټاکي او کرافونه یې رسم کړی

الف =  $f(x) = -x^2 - 2x - 1$  - ب -  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  - پ -  $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$

ت -  $f(x) = x^2 - 4x + 9$  - ب -  $f(x) = -x^2 + 4x - 9$  - ث -  $f(x) = 2x^2 - 2x + 2$

ج -  $f(x) = x^2 + 6x + 4$  - چ -  $f(x) = -3x^2 + 12x - 9$  - ح -  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$

## څلورم -

د ورکړشوی تابع مساوات سره پارابول رسم کړی د دې لپاره یو ارزښت جدول جوړ کړی گرافونه یې پرته کړی.

$$f(x) = x^2 + x - 3 \quad g(x) = 2x^2 - 4x + 2 \quad h(x) = -3x^2 + 2x - 5$$

پنځم - یو نورمال پارابول د 0,4 ضریب کیکاگل کیري (کېنکودل کیري) او په 4 واحده بنی لور ته راکښل کیري.

د تابع مساوات وټاکي.

شپږم - د تابع مساوات  $f(x)$  سره یو پارابول ورکړ شوی دی. د  $y$  په محور پارابول داسې و کښوی، چې له ټکي  $P(0 | 2)$  څخه تیر شي. دواړه گرافونه په یوه پروت ولاړ سیستم یا کواورینات سیستم کې و کارې او د راکښل شوي پارابول تابع مساوات  $g(x)$  وټاکي.

$$\text{الف - } f(x) = -(x-1)^2 \quad \text{ب - } f(x) = 3x^2 - 1 \quad \text{پ - } f(x) = -x^2 - 2x + 1$$

اوم - یوه فزیکي تجربه لاندې ارزښتونه ښایي:

|   |   |    |    |    |                                    |
|---|---|----|----|----|------------------------------------|
| 0 | 2 | 4  | 6  | 8  | اړین وخت په S<br>وهل شوي لار په cm |
| 0 | 6 | 24 | 54 | 96 |                                    |

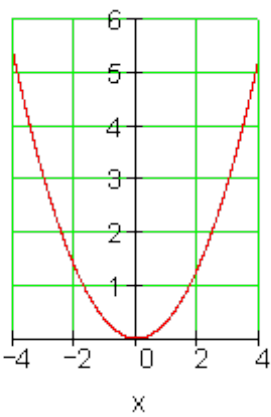
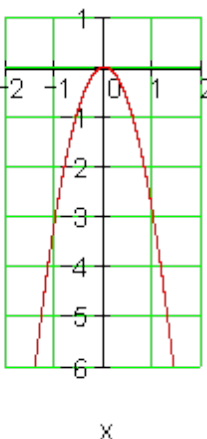
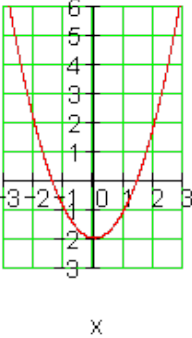
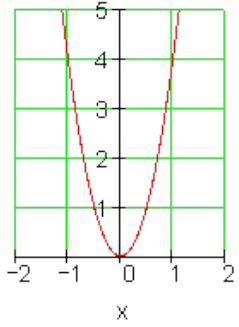
ارزښتونه په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې و کارې او محورونه په لیک وښایي تابع مساوات وټاکي.

خوابونه:

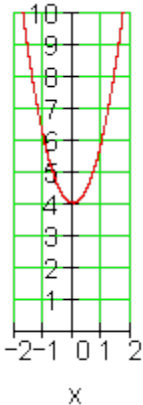
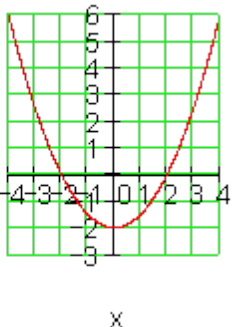
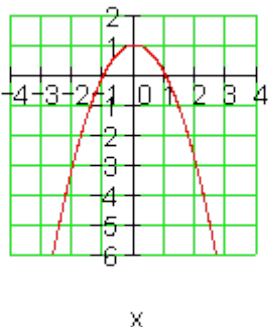
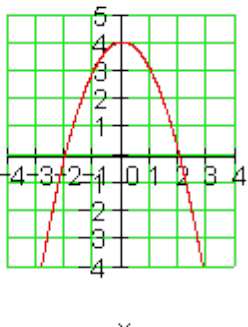
مربع توابع برخه ۱

نتیجی:

لومری-

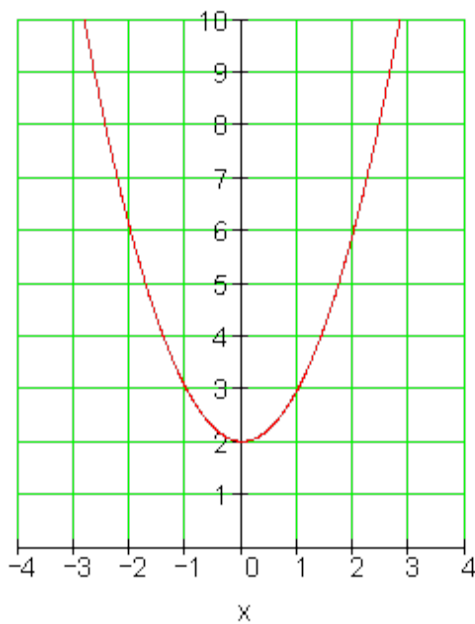
|   |  |
|---|--|
| <p>ب - <math>f(x) = \frac{1}{3}x^2</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  | <p>الف - <math>f(x) = -3x^2</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  |
| <p>ب - <math>f(x) = x^2 - 2</math></p> <p><u>f(x)</u></p>        | <p>پ - <math>f(x) = 4x^2</math></p> <p><u>f(x)</u></p>    |



|  |  |
|--|--|
| <p>ث - <math>f(x) = 2x^2 + 4</math></p> <p><u>f(x)</u></p>    | <p>ب - <math>f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  |
| <p>ج - <math>f(x) = -x^2 + 1</math></p> <p><u>f(x)</u></p>  | <p>د - <math>f(x) = -x^2 + 4</math></p> <p><u>f(x)</u></p>          |

ه -  $f(x) = x^2 + 2$

f(x)

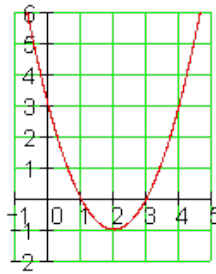
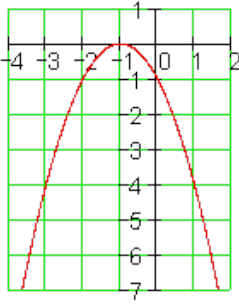
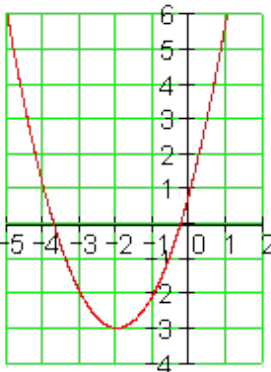


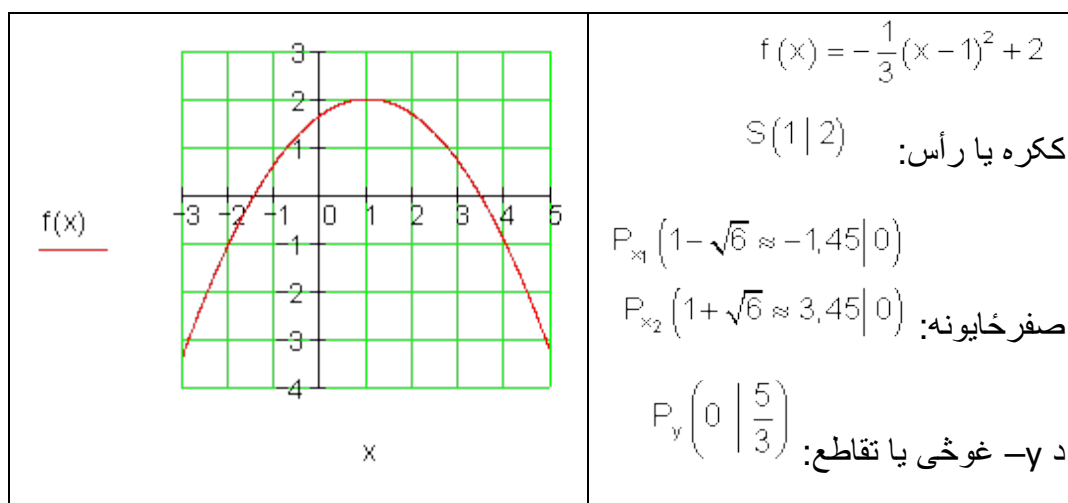
دویم -

الف-

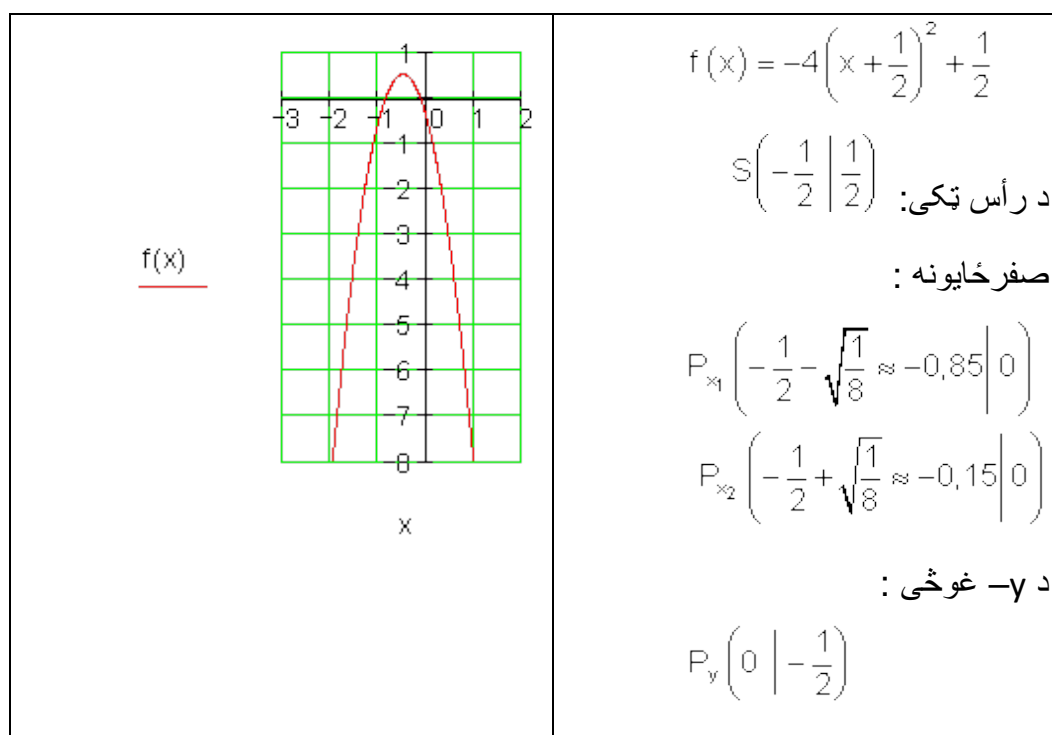
|                             |   |
|-----------------------------|---|
| <p><u>f(x)</u></p> <p>x</p> | $f(x) = (x-1)^2 - 1$ <p>ککره یا رأس: <math>S(1   -1)</math></p> <p>صفر خایونه</p> <p><math>P_{x_1}(0   0) \quad P_{x_2}(2   0)</math></p> <p>د <math>-y</math> غوخی یا تقاطع</p> <p><math>P_y(0   0)</math></p> |
|-----------------------------|---|

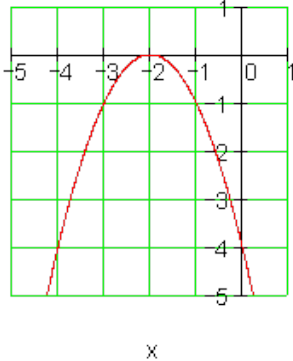
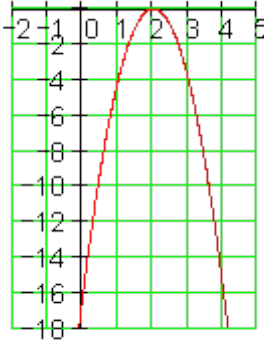
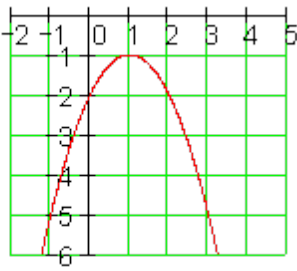
ب -

|  |  |
|--|--|
|  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p>   | $f(x) = (x - 2)^2 - 1$ <p style="text-align: center;">ککری: <math>S(2   -1)</math></p> <p>صفر خایونه: <math>P_{x_1}(1   0)</math>   <math>P_{x_2}(3   0)</math></p> <p>د <math>-y</math> غوخی یا تقاطع: <math>P_y(0   3)</math></p>                            |
|  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p>  | $f(x) = -(x + 1)^2$ <p style="text-align: center;">ککره: <math>S(-1   0)</math></p> <p>صفر خایونه: <math>P_x(-1   0)</math></p> <p>د <math>-y</math> غوخی: <math>P_y(0   -1)</math></p>  |
|  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> | $f(x) = (x + 2)^2 - 3$ <p style="text-align: center;">ککری: <math>S(-2   -3)</math></p> <p>صفر خایونه: <math>P_{x_1}(-2 - \sqrt{3}   0)</math><br/><math>P_{x_2}(-2 + \sqrt{3}   0)</math></p> <p>د <math>-y</math> غوخی یا تقاطع: <math>P_y(0   1)</math></p> |



ث -

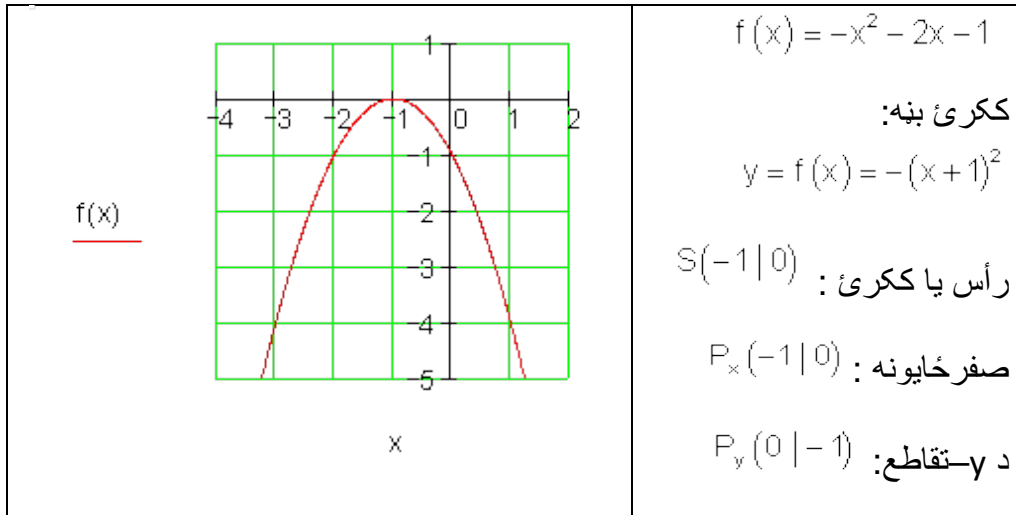


|   |   |
|---|---|
| <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> <p>- ج</p>  | $f(x) = -(x+2)^2$ <p>رأس : <math>S(-2   0)</math></p> <p>صفر خایونه : <math>P_x(-2   0)</math></p> <p>د -y غوخی: <math>P_y(0   -4)</math></p>             |
| <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> <p>- چ</p> | $f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$ <p>د رأس : <math>S(2   0)</math></p> <p>صفر خایونه : <math>P_x(2   0)</math></p> <p>د -y تقاطع: <math>P_y(0   -16)</math></p> |
| <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>           | $f(x) = -(x-1)^2 - 1$ <p>رأس -یا ککری: <math>S(1   -1)</math></p> <p>صفر خایونه : نه شته</p> <p>د -y تقاطع: <math>P_y(0   -2)</math></p>                  |

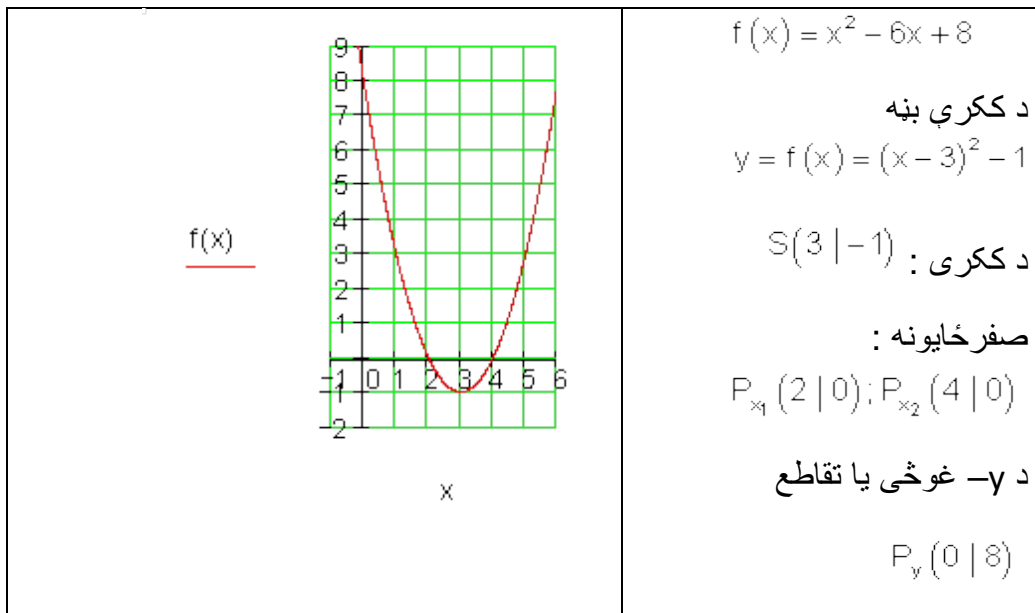
-ح

دریم -

الف-



ب -



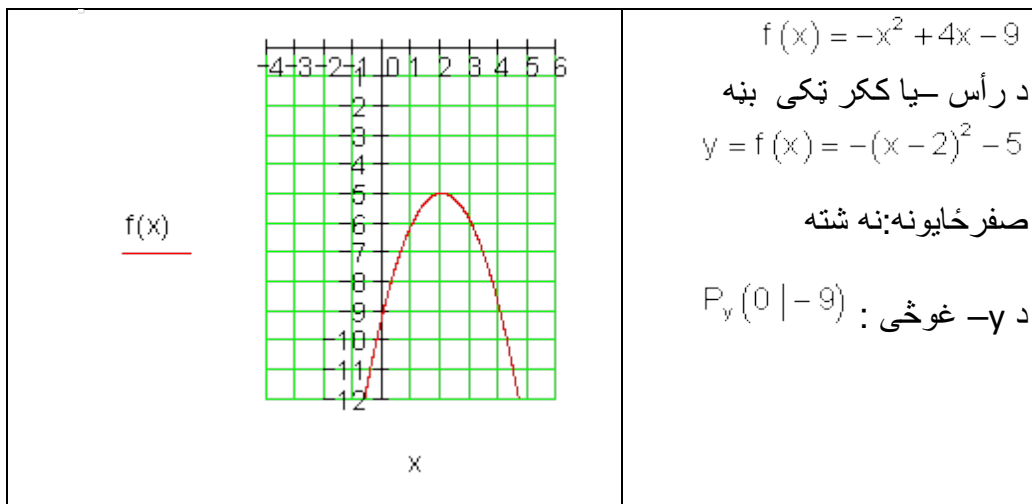
پ -

|  |  |
|--|--|
| <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> | <p>د</p> $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$ <p>رأس بنه:</p> $y = f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$ <p>ککری: <math>S(-2   1)</math></p> <p>صفرخایونه:</p> $P_{x_1}(-2 - \sqrt{2} \approx -3,41   0)$ $P_{x_2}(-2 + \sqrt{2} \approx -0,59   0)$ <p>د <math>-y</math> غوخی: <math>P_y(0   -1)</math></p> |
|--|--|

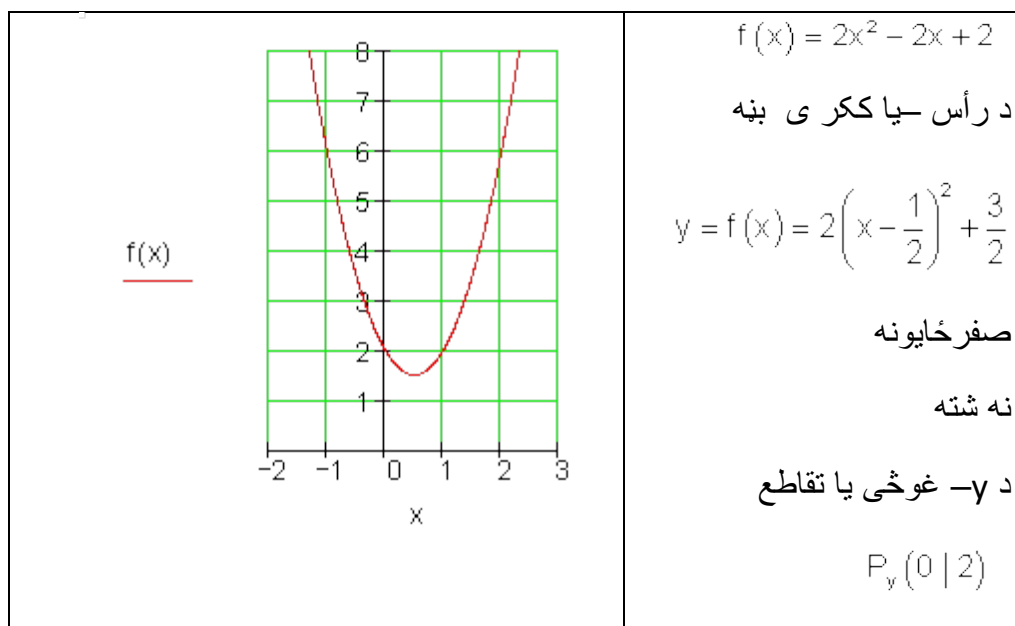
ت

|  |   |
|--|---|
| <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> | <p>د</p> $f(x) = x^2 - 4x + 9$ <p>رأس یا ککری بنه</p> $y = f(x) = (x-2)^2 + 5$ <p>ککری یا رأس: <math>S(2   5)</math></p> <p>صفرخایونه: شتون نه لري</p> <p>د <math>-y</math> غوخی: <math>P_y(0   9)</math></p> |
|--|---|

ب-

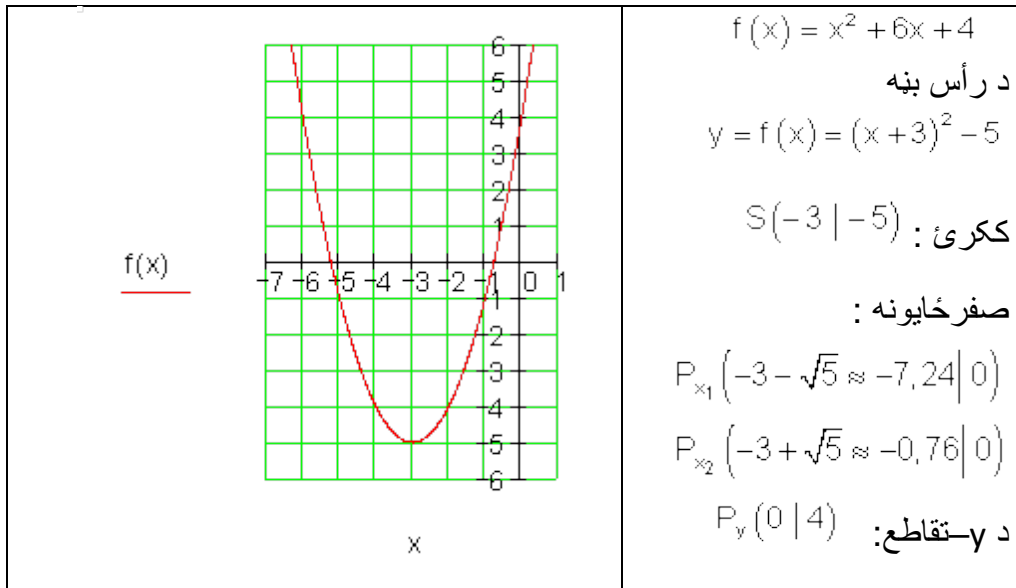


ث -

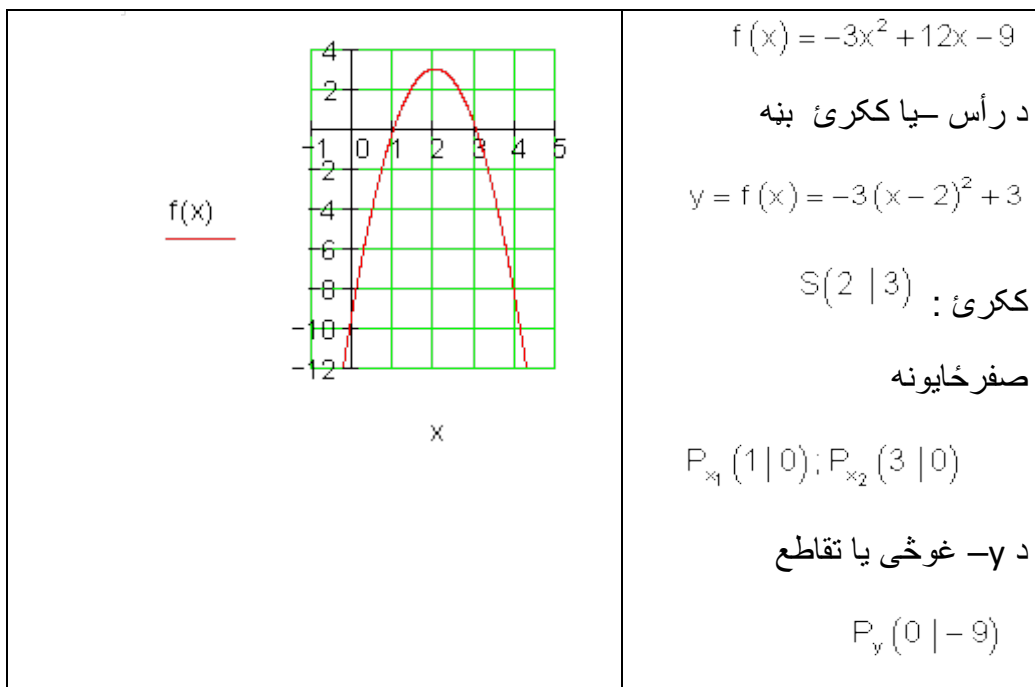


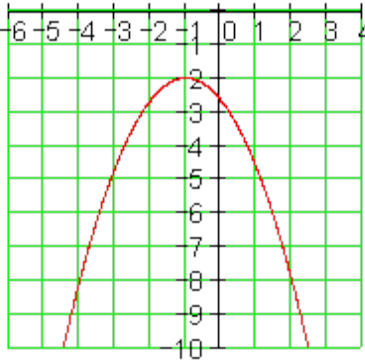
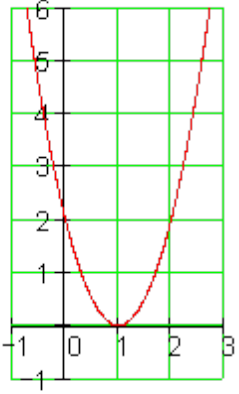
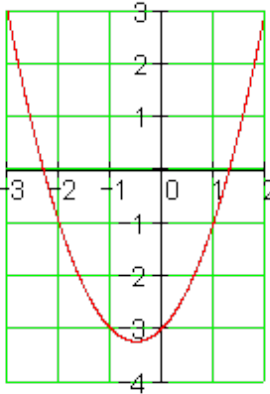
ج -





چ -



|   |  |    |    |    |    |   |      |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |   |   |   |      |   |    |    |    |    |   |
|---|--|----|----|----|----|---|------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|---|---|---|------|---|----|----|----|----|---|
| <p style="text-align: center;"><u>f(x)</u></p>  <p style="text-align: center;">x</p>   | <p style="text-align: right;">ح</p> $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$ <p style="text-align: center;">د رأس - یا ککریئ بنه</p> $y = f(x) = -\frac{2}{3}(x+1)^2 - 2$ <p style="text-align: center;">ککریئ : <math>S(-1   -2)</math></p> <p style="text-align: center;">صفر خایونه : نه شته</p> <p style="text-align: center;">د -y غوخی : <math>P_y(0   -\frac{8}{3})</math></p> |    |    |    |    |   |      |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |   |   |   |      |   |    |    |    |    |   |
| <p><math>g(x) = 2x^2 - 4x + 2</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>g(x)</td><td>8</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td></tr> </table> <p style="text-align: right;">خلورم -</p> <p style="text-align: center;"><u>g(x)</u></p>  <p style="text-align: center;">x</p> | x  | -1 | 0  | 1  | 2  | 3 | g(x) | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 | <p><math>f(x) = x^2 + x - 3</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>3</td><td>-1</td><td>-3</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"><u>f(x)</u></p>  <p style="text-align: center;">x</p> | x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | f(x) | 3 | -1 | -3 | -3 | -1 | 3 |
| x   | -1   | 0  | 1  | 2  | 3  |   |      |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |   |   |   |      |   |    |    |    |    |   |
| g(x)  | 8  | 2  | 0  | 2  | 8  |   |      |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |   |   |   |      |   |    |    |    |    |   |
| x   | -3   | -2 | -1 | 0  | 1  | 2 |      |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |   |   |   |      |   |    |    |    |    |   |
| f(x)  | 3  | -1 | -3 | -3 | -1 | 3 |      |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |   |   |   |      |   |    |    |    |    |   |

گرافونه په برتله کونه کي

د  $f(x)$  او  $g(x)$  گرافونه پورته لور ته واز دي.

د  $h(x)$  گراف کښته لور ته واز دی.

د  $g(x)$  او  $h(x)$  گراف خوار یا نری دی نسبت  $f(x)$  ته.

دا د بني فاکتور سره سر او کار لري.

د  $f(x)$  گراف دوه صفرخايونه لري،

د  $g(x)$  گراف دبل صفرخای لري،

او د  $h(x)$  صفرخای نه لري.

$$h(x) = -3x^2 + 2x - 5$$

|      |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|
| x    | -1    | -0,5  | 0     |
| h(x) | -10   | -6,75 | -5    |
| x    | 0,5   | 1     | 1,5   |
| h(x) | -4,75 | -6    | -8,25 |

پنځم -

نورمال پارابول:  $f(x) = x^2$

د بني ضريب 0,4 سره:

$$g(x) = 0,4x^2$$

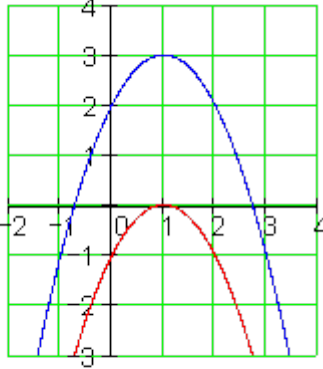
راکښنه په څلور پوونه

يا واحدونو بني لور ته

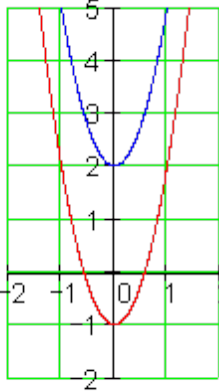
$$h(x) = 0,4(x-4)^2$$

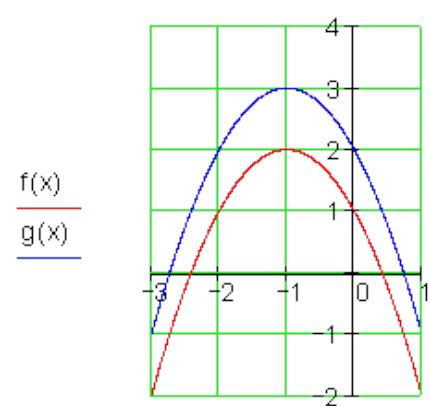
شپږم -

الف -

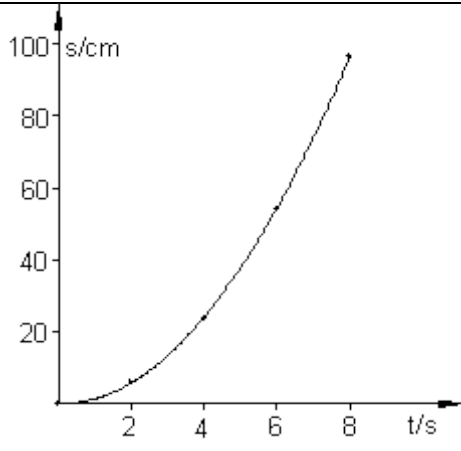
|   |  |
|---|--|
| <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> <math>\frac{f(x)}{g(x)}</math> </div>  </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">x</p> | $f(x) = -(x-1)^2$ <p>اينسونه: <math>g(x) = f(x) + u</math></p> $g(x) = -(x-1)^2 + u$ $P(0 2) : g(0) = -(0-1)^2 + u = 2$ $\Rightarrow -(-1)^2 + u = 2 \Leftrightarrow u = 3$ $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -(x-1)^2 + 3}}$ <p>ککرتکی <math>S(1;0)</math> په درې يوونو(واحدونو) پورته لور ته راکښل کيږي.</p> |
|---|--|

ب -

|   |  |
|---|--|
| <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> <math>\frac{f(x)}{g(x)}</math> </div>  </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">x</p> | $f(x) = 3x^2 - 1$ <p>اينسونه: <math>g(x) = f(x) + u</math></p> $g(x) = 3x^2 - 1 + u$ $P(0 2) : g(0) = -1 + u = 2$ $\Rightarrow u = 2 + 1 = 3$ $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 3x^2 - 1 + 3 = 3x^2 + 2}}$ <p>پارا بول په درې واحدونو پورته لور ته راکښل کيږي.</p> |
|---|--|

|  |   |
|--|---|
|  <p style="text-align: center;">پ -</p> | $f(x) = -x^2 - 2x + 1$ <p>اینبوننه: <math>g(x) = f(x) + u</math></p> $g(x) = -x^2 - 2x + 1 + u$ $P(0   2) : g(0) = 1 + u = 2$ $\Rightarrow u = 2 - 1 = 1$ $\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 1 + 1$ $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -x^2 - 2x + 2}}$ <p>پارابول په یو واحد پورته لور ته رکشا کیری.</p> |
|--|---|

اوم -

|   |   |
|---|---|
| <p>اینبوننه: <math>f(x) = a_2 x^2</math></p> $P(2   6) : f(2) = a_2 \cdot 4 = 6 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$ $f(x) = \frac{3}{2} x^2$ <p>نیونه:</p> <p>ټکی ازماپنت:</p> $P(4   24) : f(4) = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24 \text{ (w)}$ $P(6   54) : f(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54 \text{ (w)}$ $P(8   96) : f(8) = \frac{3}{2} \cdot 64 = 96 \text{ (w)}$ $\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2} x^2}}$ |  |
|---|---|

## پوښتنې

## بنسټونه مربع توابع II

لومړۍ - د لاندې پارابولونو د تابع مساوات ورکړئ:

$$\text{الف- } f(x) = x^2 - 4x + 2 \quad \text{ب- } f(x) = x^2 + 4x + 2$$

$$\text{پ- } f(x) = -x^2 - 4x + 3 \quad \text{ت- } f(x) = -x^2 + 8x - 9$$

$$\text{ټ- } f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad \text{ټ- } f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

$$\text{ج- } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad \text{چ- } f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$$

$$\text{ح- } f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - 7 \quad \text{خ- } f(x) = \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$$

(۱) د ککړئ ټکي بڼه او ککړئ ټکي وټاکئ.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیرئ.

(۳) پل په پل تشریح کړئ، چې  $f(x)$  د نورمال پارابول حخه څنگه منځ ته راځي او دا څنگه واز دی.

(۴) په یوه مناسب پروتولارسیستم کې د  $f(x)$  گراف وکارئ

دویم - سړی کړی شي د نورمال پارابول څخه هر په خوښه پارابول د د غوڅټکي د راکښني له لارې او د پیرسېډني یا غزونې له لارې منځ ته اوړي. که دا کښته لور ته واز وي، نو دا د  $x$  محور باندې هنداره کيږي یا منعکس کيږي.

د یوه پارابول په هکله لاندې ټکي پیژنو:

|   |  |                                    |
|---|--|------------------------------------|
| د $y$ په لور راکښنه یا خای بدلون<br>۱- په 2 واحدونو کښنه لور ته<br>۲- په 4 واحدونو پورته لور ته | د $x$ په لور راکښنه یا خای بدلون<br>په 2 واحدونو ښي لورته<br>په 2 واحدونو ښي لورته | ښه ضریب<br>$a_2 = 1$<br>$a_2 = -1$ |
| ۳- په 4 واحدونو کښته لور ته<br>۴- په 5 واحدونو پورته لور ته                                     | په 2 واحدونو کین لورته<br>په 1 واحد ښي لورته                                       | $a_2 = \frac{1}{2}$<br>$a_2 = -2$  |
| ۵- په 3 واحدونو پورته لور ته  | په 4 واحدونو کین لورته   | $a_2 = -\frac{1}{4}$               |
| ۶- په 6 واحدونو کښنه لور ته   | په 2,5 واحدونو ښي لورته  | $a_2 = \frac{3}{2}$                |
| ۷- په 3 واحدونو پورته لور ته  | په 3 واحدونو کین لورته   | $a_2 = -\frac{3}{4}$               |
| ۸- په 4,5 واحدونو کښنه لور ته<br>۹- په 3 واحدونو یا یوونونو<br>کښنه لور ته                      | په 3,5 واحدونو ښي لورته<br>په 2 واحدونو یا یوونونو ښي<br>لورته                     | $a_2 = 2$<br>$a_2 = \frac{1}{3}$   |
| ۱۰- په 3 واحدونو پورته لور<br>ته  | په 4 واحدونو ښي لورته  | $a_2 = -\frac{2}{3}$               |

(۱) د ککړی ټکي ښه او ککړی ټکي وټاکي.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیري.

(۳) د تابع مساوات په پولینوم ښه  $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  څنگه دي؟

(۴) په یو مناسب کواوردینات سیستم کې د  $f(x)$  گراف وکارئ.

حلونه

## بنسټونه مربع توابع II

### نتیجی او مفصل حلونه

NP : نورمال پارابول

$\cap$ : کښته لور ته واز       $\cup$ : پورته لور ته واز

$n >$  په  $n$  واحدونو ښي لورته راکښلی       $n < -$  په  $n$  یونونو کښي لور ته راکښل

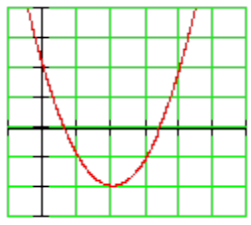
$n \uparrow$  په  $n$  یونونو پورته لور ته راکښل شوی

$n \downarrow$  په  $n$  یونونو کښته لور ته راکښل شوی.

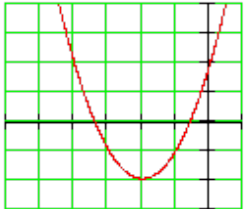
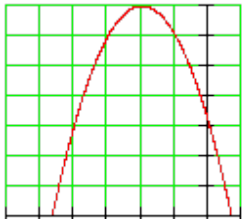

### نتیجی

لومړی -

الف-

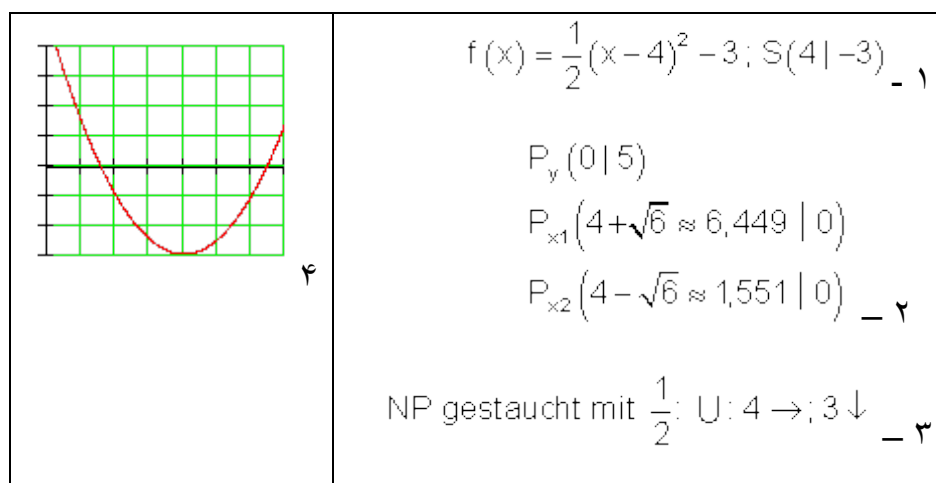
|  |  |
|--|--|
| <p>۴</p>  | <p><math>f(x) = (x - 2)^2 - 2; S(2   -2)</math> _ ۱</p> <p><math>P_y(0   2)</math></p> <p><math>P_{x_1}(2 + \sqrt{2} \approx 3,414   0)</math></p> <p><math>P_{x_2}(2 - \sqrt{2} \approx 0,586   0)</math> _ ۲</p> <p>NP: <math>\cup: 2 \rightarrow; 2 \downarrow</math> _ ۳</p> |
|--|--|



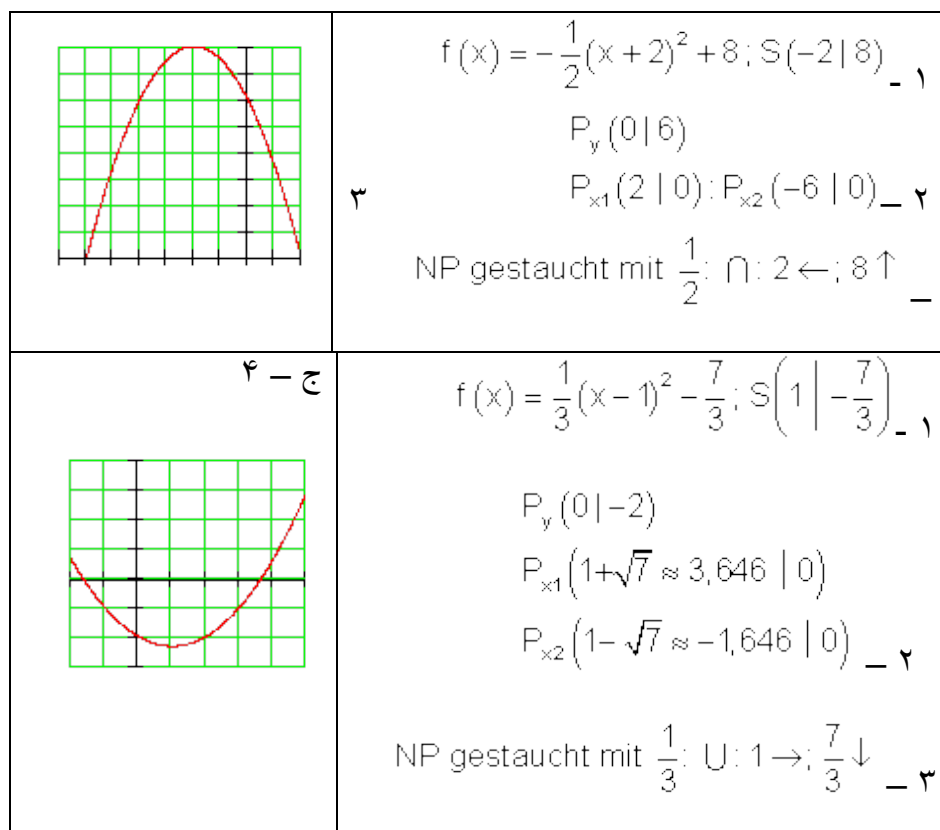
|   |   |
|---|---|
| <p>ب - ۴</p>   | <p>۱ - <math>f(x) = (x+2)^2 - 2; S(-2 -2)</math></p> <p><math>P_y(0 2)</math></p> <p><math>P_{x1}(-2+\sqrt{2} \approx -0,586   0)</math></p> <p><math>P_{x2}(-2-\sqrt{2} \approx -3,414   0)</math> - ۲</p> <p>NP: <math>U: 2 \leftarrow; 2 \downarrow</math> - ۳</p> |
| <p>ج - ۴</p>  | <p>۱ - <math>f(x) = -(x+2)^2 + 7; S(-2 7)</math></p> <p><math>P_y(0 3)</math></p> <p><math>P_{x1}(-2+\sqrt{7} \approx 0,646   0)</math></p> <p><math>P_{x2}(-2-\sqrt{7} \approx -4,646   0)</math> - ۲</p> <p>NP: <math>\cap: 2 \leftarrow; 7 \uparrow</math> - ۳</p> |
| <p>۴</p>     | <p>۱ - <math>f(x) = -(x-4)^2 + 7; S(4 7)</math></p> <p><math>P_y(0 -9)</math></p> <p><math>P_{x1}(4+\sqrt{7} \approx 6,646   0)</math></p> <p><math>P_{x2}(4-\sqrt{7} \approx 1,354   0)</math> - ۲</p> <p>NP: <math>\cap: 4 \rightarrow; 7 \uparrow</math> - ۳</p>   |

ت


ت- په لاندې کې: Gestaut mit کیکارل شوی د ... سره.



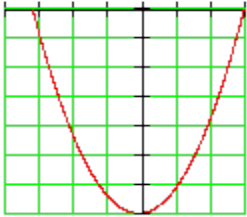
ث - په لاندې کې: **Gestaucht mit:** کیکارل شوی د ... سره.



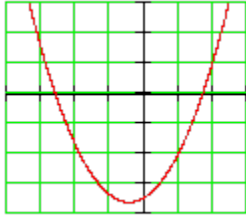
- ج

|   |   |
|---|---|
| ۴ |    |
|   | $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128}; S\left(\frac{9}{16} \mid \frac{795}{128}\right) \quad - ۱$ $P_y(0 \mid 6)$ $P_{x1}\left(\frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(\frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \mid 0\right) \quad - ۲$ <p>NP gestaucht mit <math>\frac{2}{3}</math>; <math>\cap</math>: <math>\frac{9}{16} \rightarrow</math>; <math>\frac{795}{128} \uparrow \quad - ۳</math></p> |

- ح

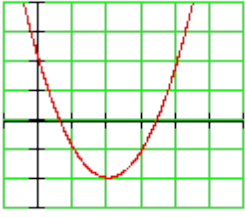
|   |   |
|---|---|
| ۴ |    |
|   | $f(x) = \frac{3}{4}\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48}; S\left(-\frac{1}{6} \mid -\frac{337}{48}\right) \quad - ۱$ $P_y(0 \mid -7)$ $P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \mid 0\right) \quad - ۲$ <p>NP gestaucht mit <math>\frac{3}{4}</math>; <math>\cup</math>: <math>\frac{1}{6} \leftarrow</math>; <math>\frac{337}{48} \downarrow \quad - ۳</math></p> |

-خ-

|   |   |
|---|---|
|  | $f(x) = \frac{4}{5} \left( x + \frac{15}{32} \right)^2 - \frac{941}{256}; S \left( -\frac{15}{32} \mid -\frac{941}{256} \right) \text{ - ١}$ $P_y \left( 0 \mid -\frac{7}{2} \right)$ $P_{x1} \left( -\frac{15}{32} + \sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid 0 \right)$ $P_{x2} \left( -\frac{15}{32} - \sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid 0 \right) \text{ - ٢}$ <p>NP gestaucht mit <math>\frac{4}{5}</math>; U: <math>\frac{15}{32} \leftarrow</math>; <math>\frac{941}{256} \downarrow</math> - ٣</p> |
|---|---|

- دویم -

- الف -

|   |  |
|---|--|
|  | $S(2 \mid -2) \Rightarrow f(x) = (x - 2)^2 - 2 \text{ - ١}$ $P_y(0 \mid -2)$ $P_{x1}(2 + \sqrt{2} \approx 3,414 \mid 0)$ $P_{x2}(2 - \sqrt{2} \approx 0,586 \mid 0) \text{ - ٢}$ $f(x) = x^2 - 4x + 2 \text{ - ٣}$ |
|---|--|

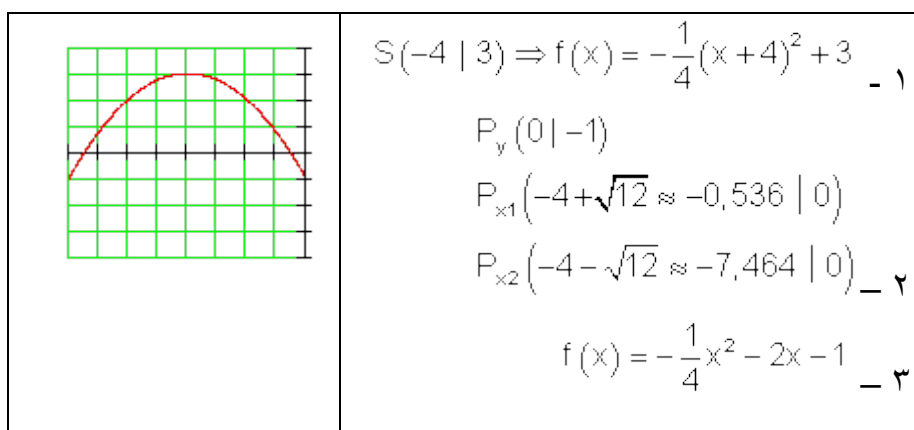
- ب -

|  |   |
|--|---|
|  | $S(-3   4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4 \quad \text{ـ ۱}$ $P_y(0   -5)$ $P_{x1}(-1   0); P_{x2}(-5   0) \quad \text{ـ ۲}$ $f(x) = -x^2 - 6x - 5 \quad \text{ـ ۳}$  |
| <p style="text-align: center;">- ۱</p> | $S(-2   -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4 \quad \text{ـ ۱}$ $P_y(0   -2)$ $P_{x1}(-2 + \sqrt{8} \approx 0,828   0)$ $P_{x2}(-2 - \sqrt{8} \approx -4,828   0) \quad \text{ـ ۲}$ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \quad \text{ـ ۳}$ |

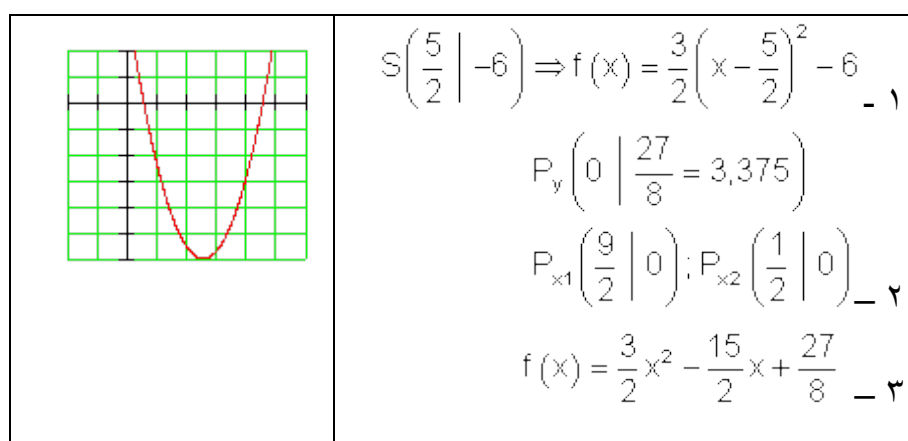
- ۲

|  |  |
|--|--|
|  | $S(1   5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5 \quad \text{ـ ۱}$ $P_y(0   3)$ $P_{x1}(1 + \sqrt{2,5} \approx 2,581   0)$ $P_{x2}(1 - \sqrt{2,5} \approx -0,581   0) \quad \text{ـ ۲}$ $f(x) = -2x^2 + 4x + 3 \quad \text{ـ ۳}$ |
|--|--|

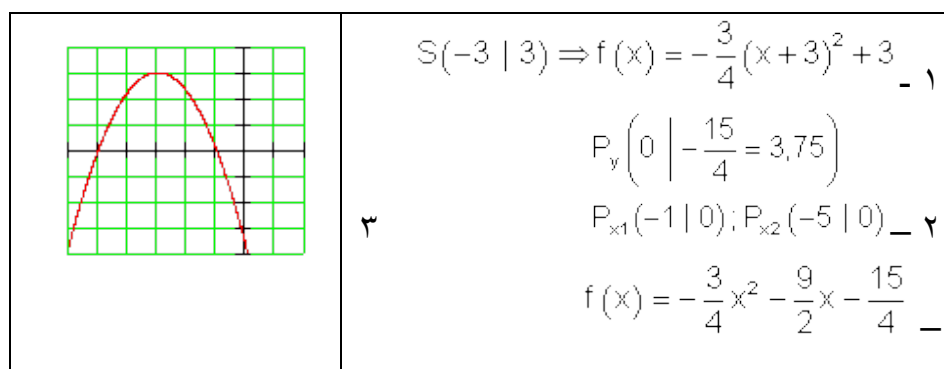
- ۲



- ث

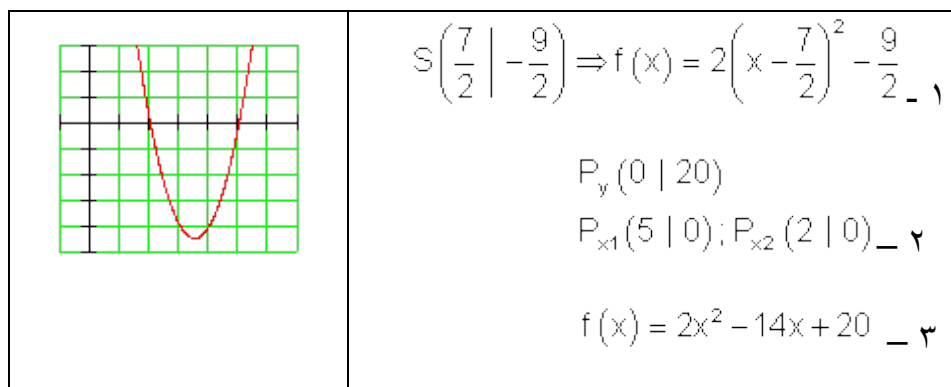


- ج

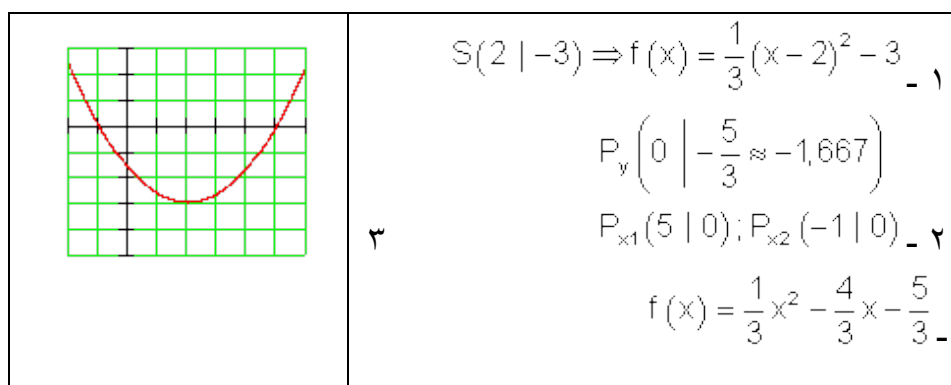


۳

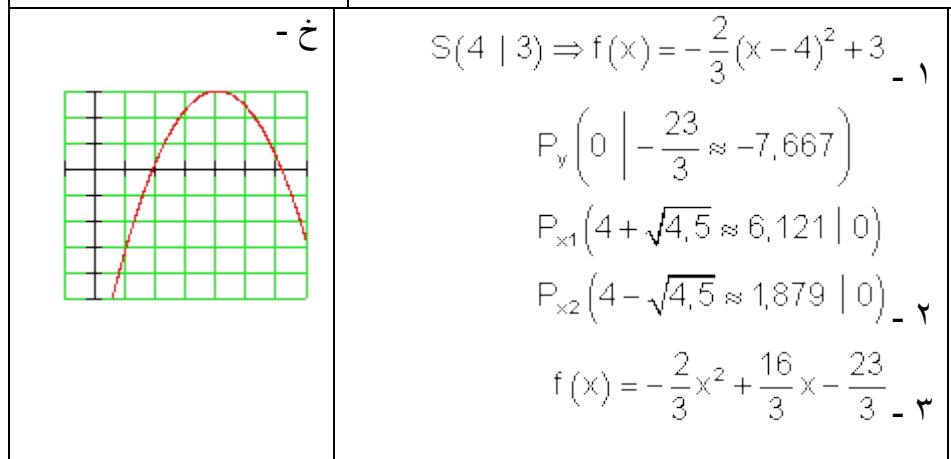
- ج



- ح



- خ



## مفصل حلونه

## لومری-الف 1a

## (1) د ککری تکی

ککری تکی شمیرنه د مربع تکمیلونی له لاری

$$\begin{aligned} f(x) = x^2 - 4x + 2 &\Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 2 \\ &\Leftrightarrow f(x) = (x - 2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x - 2)^2 - 4 + 2 \\ &\Leftrightarrow f(x) = (x - 2)^2 - 2 \text{ Scheitelpunkt: } S(2 | -2) \end{aligned}$$

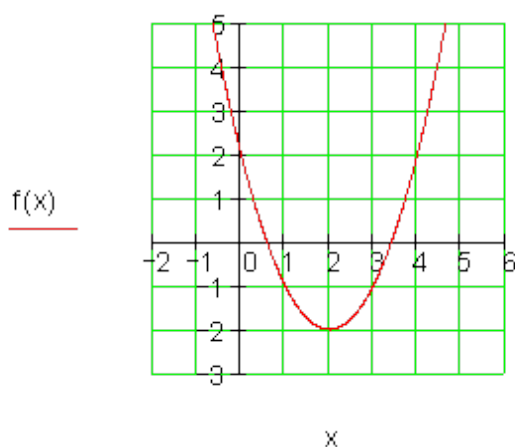
(2) د  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  همداسی د  $f(x) = (x - 2)^2 - 2$  محور غوختکی

د لاندې پښتو له کین کښته څخه ښی کښته لور ته: د ... سره غوختکی، صفرخایونه ، حالت

|  |   |
|--|---|
| <p>Schnittpunkt mit der y - Achse:</p> $y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0   2)$ <p>Nullstellen:</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 - 2 = 0   +2$ $\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 2   \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow  x - 2  = \sqrt{2}$ | <p>falls <math>x - 2 &gt; 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2}   +2</math></p> $\Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$ <p>falls <math>x - 2 &lt; 0 \Rightarrow -(x - 2) = \sqrt{2}   \cdot (-1)</math></p> $\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2}   +2$ $\Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$ $P_{x1}(2 + \sqrt{2} \approx 3,414   0)$ $P_{x2}(2 - \sqrt{2} \approx 0,586   0)$ |
|--|---|

(3) د نورمال پارابول غوختکی په دوه واحدونو ښی لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول پورته لور ته واز دی.





(4)

الف- 1b

(1) د ککری ټکی شمیرنه د مربع تکمیلونې له لاری

$$f(x) = x^2 + 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2 \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 4 + 2$$

ککری ټکی  $S(-2 | -2)$ (2) د  $f(x) = x^2 + 4x + 2$  او  $f(x) = (x+2)^2 - 2$  همداسې د محور غوڅټکي

د لاندې پښتو له کین کښته ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکي، صفرخایونه، حالت

Schnittpunkt mit der y - Achse :

$$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 | 2)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 2 = 0 | +2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 2 | \sqrt{\quad}$$

$$\text{falls } x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{2} | -2$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{2}$$

$$\text{falls } x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{2} | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{2} | -2$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{2}$$

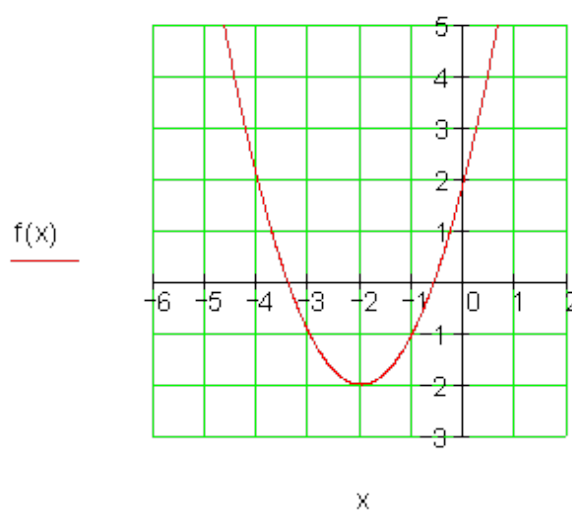
$$\Leftrightarrow |x + 2| = \sqrt{2}$$

$$P_{x_1}(-2 + \sqrt{2} \approx -0,586 \mid 0)$$

$$P_{x_2}(-2 - \sqrt{2} \approx -3,414 \mid 0)$$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو کې لور ته او په دوه واحدونو کې لور ته کښول کیږي. پارابول پورته لور ته واز دی

(۴)



(Scheitelpunkt = ککړی ټکی) 1c

(1) د ککړی ټکي شمېر نه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = -x^2 - 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot [x^2 + 4x - 3] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot [x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 3]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot [(x+2)^2 - 4 - 3] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot [(x+2)^2 - 7]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -(x+2)^2 + 7 \text{ Scheitelpunkt: } S(-2 \mid 7)$$

(2) د  $f(x) = -x^2 - 4x + 3$  همداسې  $f(x) = -(x+2)^2 + 7$  محور غوڅتکی

د لاندې پښتو له کین کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفر ځایونه، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$y_s = f(0) = 3 \Rightarrow P_y(0 | 3)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+2)^2 + 7 = 0 | -7$$

$$\Leftrightarrow -(x+2)^2 = -7 | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 7 | \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{7}$$

$$\text{falls } x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{7} | -2$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{7}$$

$$\text{falls } x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{7} | \cdot (-1)$$

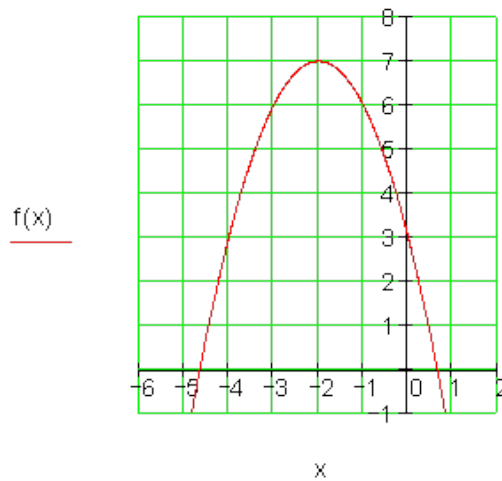
$$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{7} | -2$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{7}$$

$$P_{x_1}(-2 + \sqrt{7} \approx 0,646 | 0)$$

$$P_{x_2}(-2 - \sqrt{7} \approx -4,646 | 0)$$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو کین لور ته او په 7 واحدونو پورته لور ته کښول کیري. پارابول د منفي مځخښي له امله په  $a_2$  د  $x$  په محور هنداره کیري او له دې امله کښته لور ته واز دی.



لومړی ت - د ککرتکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لاري

(1)

$$\begin{aligned} f(x) &= -x^2 + 8x - 9 \\ \Leftrightarrow f(x) &= -1 \cdot [x^2 - 8x + 9] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot [x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 9] \\ \Leftrightarrow f(x) &= -1 \cdot [(x-4)^2 - 16 + 9] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot [(x-4)^2 - 7] \\ \Leftrightarrow f(x) &= -(x-4)^2 + 7 \text{ Scheitelpunkt: } S(4 | +7) \end{aligned}$$

پورته الماني = ککری تکی

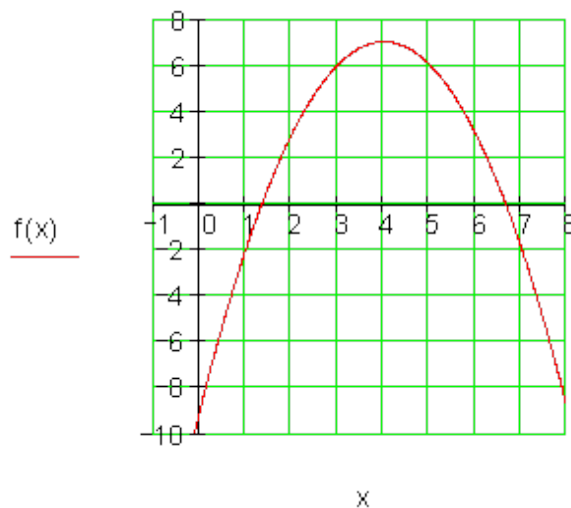
(2) د  $f(x) = -x^2 + 8x - 9$  همداسي  $f(x) = -(x-4)^2 + 7$  محور غوڅ تکی

د لاندي پښتو له کين کښته څخه بني کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرخايونه ، حالت

|   |   |
|---|---|
| <p>Schnittpunkt mit der y - Achse :</p> $y_s = f(0) = -9 \Rightarrow P_y(0   -9)$ <p>Nullstellen:</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-4)^2 + 7 = 0   -7$ $\Leftrightarrow -(x-4)^2 = -7   \cdot (-1)$ $\Leftrightarrow (x-4)^2 = 7   \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow  x-4  = \sqrt{7}$ | $\text{falls } x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{7}   +4$ $\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{7}$ $\text{falls } x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{7}   \cdot (-1)$ $\Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{7}   +4$ $\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{7}$ $P_{x1}(4 + \sqrt{7} \approx 6,646   0)$ $P_{x2}(4 - \sqrt{7} \approx 1,354   0)$ |
|---|---|

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په 4 واحدونو بني لور ته او په 7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د  $a_2$  د کميزي مخنښني له امله د  $x$  په محور هنداره کيږي او له دې امله پارابول کښته لور ته واز دی.

(۴)



:1e

(۱) د ککری ټکي شمېر نه د مربع تکمیلوني له لاري

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [x^2 - 8x + 10] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 10]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [(x-4)^2 - 16 + 10] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [(x-4)^2 - 6]$$

له دې لاس ته راځي او برعکس  $f(x) = (1/2)(x-4)^2 - 3$  ککری ټکي  $S(4;-3)$ 

$$(۲) د \quad \begin{array}{c} f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \\ \text{همداسي} \end{array} \quad \begin{array}{c} f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 \\ \text{محور تقاطع ټکي} \end{array}$$

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه بڼي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکي، صفر ځایونه، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$y_s = f(0) = 5 \Rightarrow P_y(0 | 5)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 = 0 | +3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 = 3 | \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 | \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{6}$$

$$\text{falls } x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{6} | +4$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{6}$$

$$\text{falls } x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{6} | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{6} | +4$$

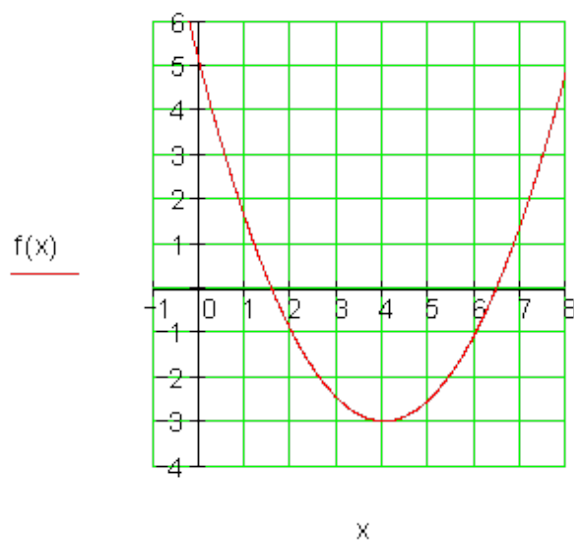
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{6}$$

$$P_{x_1}(4 + \sqrt{6} \approx 6,449 | 0)$$

$$P_{x_2}(4 - \sqrt{6} \approx 1,551 | 0)$$

۳) د نورمال پارابول غوڅتکی په 4 واحدونو بنی لور ته او په درې واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول د ضریب  $\frac{1}{2}$  سره پرسیري. پارابول پورته لور ته واز دی.

۴)



:1f

( ۱ ) د ککرتکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لاري

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [x^2 + 4x - 12] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 12]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [(x+2)^2 - 4 - 12] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [(x+2)^2 - 16]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$$

رأس - يا ککری تکی  $S(-2;8)$

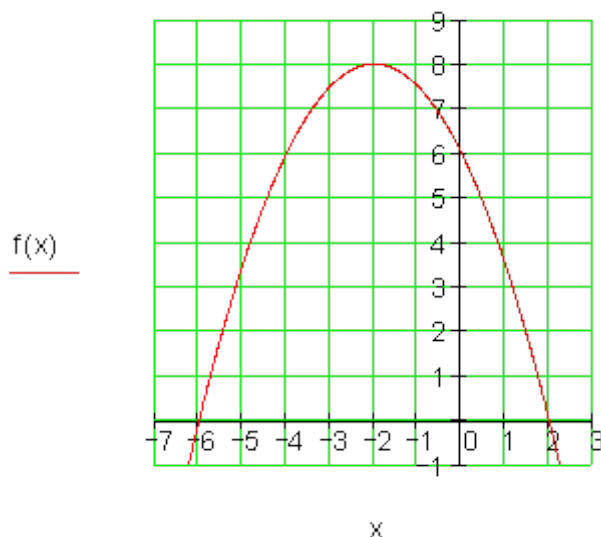
( ۲ ) د  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$  | همداسي  $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$  محور تقاطع تکی

د لاندي پښتو له کين کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرخايونه ، حالت

|  |   |
|--|---|
| <p>Schnittpunkt mit der y - Achse:<br/> <math>y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0   6)</math><br/>         Nullstellen:<br/> <math>f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 = 0   -8</math><br/> <math>\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 = -8   \cdot (-2)</math><br/> <math>\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16   \sqrt{\quad}</math><br/> <math>\Leftrightarrow  x+2  = \sqrt{16}</math></p> | $\left\{ \begin{array}{l} \text{falls } x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = 4   -2 \\ \Leftrightarrow x = x_1 = 2 \\ \text{falls } x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = 4   \cdot (-1) \\ \Leftrightarrow x+2 = -4   -2 \\ \Leftrightarrow x = x_2 = -6 \\ P_{x1}(2   0) \\ \text{und} \\ P_{x2}(-6   0) \end{array} \right.$ |
|--|---|

( ۳ ) د نورمال پارابول غوڅتکی په 2 واحدونو کين لور ته او په 8 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول په  $\frac{1}{2}$  ضريبونو پرسول کيږي او د  $x$  په محور هنداره کيږي، پارابول کښته لور ته واز دی.

( ۴ )



:1g

( ۱ ) د ککری ټکی شمیرنه د مربع تکمیلونې له لارې.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3} \cdot [x^2 - 2x - 6]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3} \cdot [x^2 - 2x + 1^2 - 1^2 - 6] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3} \cdot [(x-1)^2 - 1 - 6]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3} \cdot [(x-1)^2 - 7] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3}$$

$$: S \left( 1 \mid -\frac{7}{3} \right)$$

ککری ټکی:

( ۲ ) د  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2$  همداسې  $f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3}$  محور غوڅ ټکي

د لاندې پښتو له کین کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفر ځایونه ، حالت



Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$y_s = f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3} = 0 \mid +\frac{7}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 = \frac{7}{3} \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 7 \mid \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{7}$$

$$\text{falls } x-1 > 0 \Rightarrow x-1 = \sqrt{7} \mid +1$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{7}$$

$$\text{falls } x-1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{7} \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x-1 = -\sqrt{7} \mid +1$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{7}$$

$$P_{x_1}(1 + \sqrt{7} \approx 3,646 \mid 0)$$

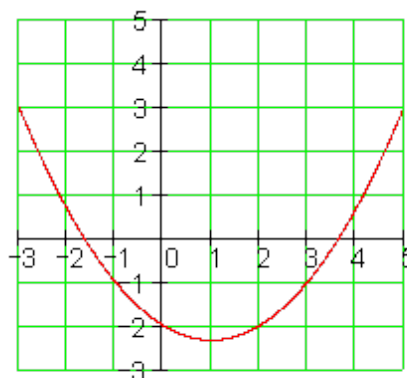
$$P_{x_2}(1 - \sqrt{7} \approx 1,646 \mid 0)$$

۳ ( د نورمال پارابول غوڅتکی په 1 واحدونو نښي لور ته او په 7/3 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي.

پارابول په 1/3 ضریبونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.

) ۴ (

f(x)



x

:1h

(۱) د ککری ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لاری

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \cdot \left[ x^2 - \frac{9}{8}x - 9 \right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \cdot \left[ x^2 - \frac{9}{8}x + \left(\frac{9}{16}\right)^2 - \left(\frac{9}{16}\right)^2 - 9 \right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \cdot \left[ \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{81}{256} - \frac{2304}{256} \right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \cdot \left[ \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{2385}{256} \right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} \Rightarrow S \left( \frac{9}{16} \approx 0,56 \mid \frac{795}{128} \approx 6,21 \right)$$

(۲) د  $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$  همدا سي  $f(x) = -\frac{2}{3} \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128}$  محور غوخ ټکي

د لاندې پښتو له کین کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفر ځایونه، حالت

Schnittpunkt mit der y - Achse:

$$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3} \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} = 0 \mid -\frac{795}{128}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3} \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = -\frac{795}{128} \mid \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = \frac{2385}{256} \mid \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow \left|x - \frac{9}{16}\right| = \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x - \frac{9}{16} > 0 \Rightarrow x - \frac{9}{16} = \sqrt{\frac{2385}{256}} \mid + \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = \frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x - \frac{9}{16} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{9}{16}\right) = \sqrt{\frac{2385}{256}} \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{9}{16} = -\sqrt{\frac{2385}{256}} \mid + \frac{9}{16}$$

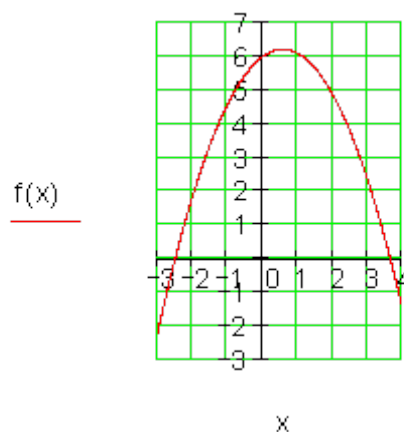
$$\Leftrightarrow x = x_2 = \frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$P_{x1} \left( \frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx 3,615 \mid 0 \right)$$

$$P_{x2} \left( \frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx -2,49 \mid 0 \right)$$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په  $9/1$  واحدونو بڼي لور ته او په  $795/128$  واحدونو پوټه لور ته کښول کيږي. پارابول په  $2/3$  ضریبونو پرسول کيږي او د  $x$  په محور هنداره کيږي پارابول کښته لور ته واز دی.

(4)



1i: (1) د ککری ټکي شمېرنه د مربع تکمیلونې له لارې

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - 7$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4} \cdot \left[ x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{28}{3} \right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4} \cdot \left[ x^2 + \frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{28}{3} \right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4} \cdot \left[ \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{36} - \frac{28}{3} \right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4} \cdot \left[ \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{36} \right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4} \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48} \Rightarrow S \left( -\frac{1}{6} \approx -0,17 \mid -\frac{337}{48} \approx -7,02 \right)$$

$$\text{همداسې } f(x) = \frac{3}{4} \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48} \quad \text{محور غوڅ ټکي } f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - 7$$

د لاندې پښتو له کین کښته څخه بڼي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرخاڼونه، حالت

Schnittpunkt mit der y - Achse :

$$y_s = f(0) = -7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \left( x + \frac{1}{6} \right)^2 - \frac{337}{48} = 0 \mid + \frac{337}{48}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \left( x + \frac{1}{6} \right)^2 = \frac{337}{48} \mid \cdot \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left( x + \frac{1}{6} \right)^2 = \frac{337}{36} \mid \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow \left| x + \frac{1}{6} \right| = \sqrt{\frac{337}{36}}$$

$$\text{falls } x + \frac{1}{6} > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{6} = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid - \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}}$$

$$\text{falls } x + \frac{1}{6} < 0 \Rightarrow -\left( x + \frac{1}{6} \right) = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{6} = -\sqrt{\frac{337}{36}} \mid - \frac{1}{6}$$

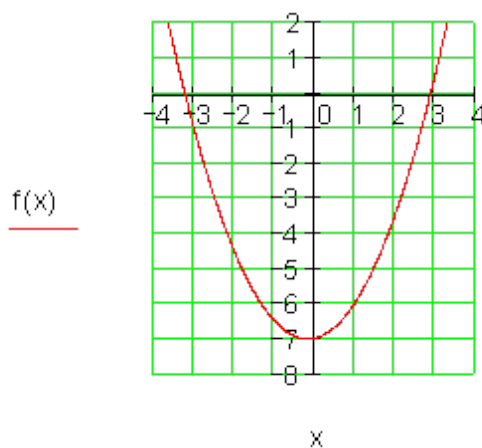
$$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}}$$

$$P_{x1} \left( -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \approx 2,893 \mid 0 \right)$$

$$P_{x2} \left( -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \approx -3,226 \mid 0 \right)$$

3)د نورمال پارابول غوڅتکی په  $1/6$  واحدونو بني لور ته او په  $337/48$  واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په  $3/4$  ضربيونو پرسول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(4)



1j

(1) د ککری ټکي شمېرته د مربع تکمیلوني له لاری.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{7}{2} \\
 \Leftrightarrow f(x) &= \frac{4}{5} \cdot \left[ x^2 + \frac{15}{16}x - \frac{35}{8} \right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{5} \cdot \left[ x^2 + \frac{15}{16}x + \left(\frac{15}{32}\right)^2 - \left(\frac{15}{32}\right)^2 - \frac{35}{8} \right] \\
 \Leftrightarrow f(x) &= \frac{4}{5} \cdot \left[ \left(x + \frac{15}{32}\right)^2 - \frac{225}{1024} - \frac{35}{8} \right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{5} \cdot \left[ \left(x + \frac{15}{32}\right)^2 - \frac{4705}{1024} \right] \\
 \Leftrightarrow f(x) &= \frac{4}{5} \left(x + \frac{15}{32}\right)^2 - \frac{941}{256} \Rightarrow S \left( -\frac{15}{32} \approx -0,47 \mid -\frac{941}{256} \approx -3,68 \right)
 \end{aligned}$$

(2) د  $f(x) = \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$  همداسې  $f(x) = \frac{4}{5} \left(x + \frac{15}{32}\right)^2 - \frac{941}{256}$  محور غوڅ ټکي

د  $y$  محور سره غوڅ ټکي:  $y_s = f(0) = -\frac{7}{2} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid -\frac{7}{2} \right)$

، صفرخایونه ، حالت

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \left(x + \frac{15}{32}\right)^2 - \frac{941}{256} &= 0 \mid + \frac{941}{256} \\
 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \left(x + \frac{15}{32}\right)^2 &= \frac{941}{256} \mid \cdot \frac{5}{4} \\
 \Leftrightarrow \left(x + \frac{15}{32}\right)^2 &= \frac{4705}{1024} \mid \sqrt{\phantom{x}} \\
 \Leftrightarrow \left|x + \frac{15}{32}\right| &= \sqrt{\frac{4705}{1024}}
 \end{aligned}$$

که=falls

$$\text{falls } x + \frac{15}{32} > 0 \Rightarrow x + \frac{15}{32} = \sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid -\frac{15}{32}$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{15}{32} + \sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$\text{falls } x + \frac{15}{32} < 0 \Rightarrow -\left(x + \frac{15}{32}\right) = \sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{15}{32} = -\sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid -\frac{15}{32}$$

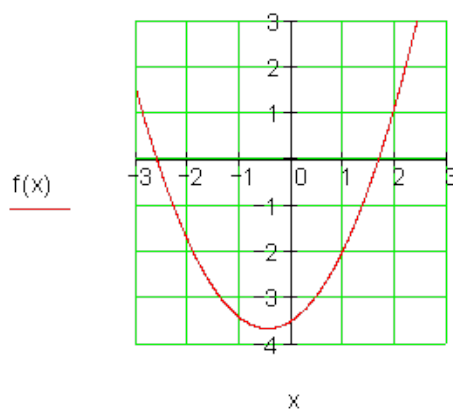
$$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{15}{32} - \sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$P_{x_1} \left( -\frac{15}{32} + \sqrt{\frac{4705}{1024}} \approx 1,675 \mid 0 \right)$$

$$P_{x_2} \left( -\frac{15}{32} - \sqrt{\frac{4705}{1024}} \approx -2,612 \mid 0 \right)$$

(3)د

نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو کین لور ته او په  $941/256$  واحدونو کینته لور ته کینول کیري. پارابول په  $4/5$  ضریبونو پرسول کیري. پارابول پورته لور ته واز دی.



(4)

2a: (1)  $a_2 = 1$  په ۲ واحدونو بني لورته په ۲ واحدونو كښته لورته

$$\Rightarrow S(2 | -2) \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2$$

(2) د  $f(x) = (x-2)^2 - 2$  محور سره غوڅتکی

$$y_s = f(0) = (0-2)^2 - 2 = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow P_y(0 | 2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 | +2$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2} \quad \text{صفرځايونه:}$$

$$x-2 > 0 \Rightarrow x-2 = \sqrt{2} | +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2} \quad \text{حالت:}$$

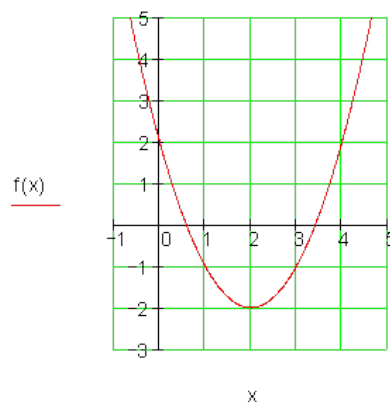
حالت:

$$x-2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} | \cdot (-1) \Leftrightarrow x-2 = -\sqrt{2} | +2 \Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$P_{x_1}(2 + \sqrt{2} \approx 3,414 | 0); P_{x_2}(2 - \sqrt{2} \approx 0,586 | 0)$$

(3) د  $f(x) = (x-2)^2 - 2$  پولينوم

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2$$



(4)

:2b

(1)  $a_2 = -1$  په 3 واحدونو کین لور ته په 4 واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-3 | 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$$

(2)  $f(x) = -(x+3)^2 + 4$  محور غوخ - یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -(0+3)^2 + 4 = -3^2 + 4 = -9 + 4 = -5 \Rightarrow P_y(0 | -5)$$

صفر ځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2 + 4 = 0 | -4 \Leftrightarrow -(x+3)^2 = -4 | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 4 | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x+3| = \sqrt{4} = 2$$

حالت:

$$x+3 > 0 \Rightarrow x+3 = 2 | -3 \Leftrightarrow x = x_1 = -1$$

حالت:

$$x+3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 2 | \cdot (-1) \Leftrightarrow x+3 = -2 | -3 \Leftrightarrow x = x_2 = -5$$

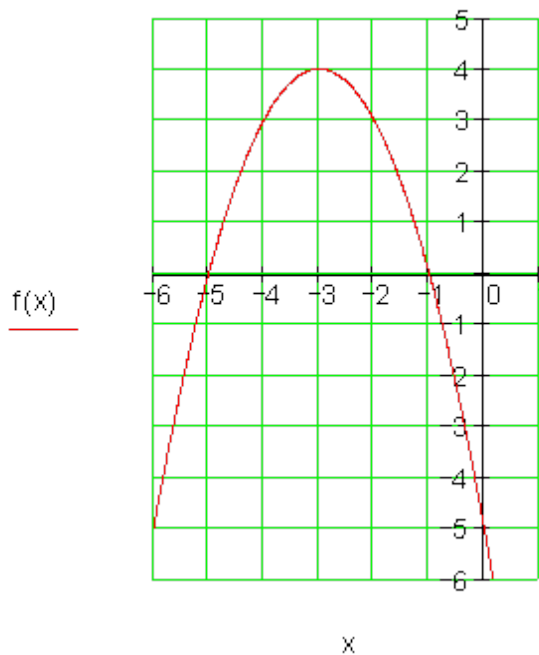
$$\Rightarrow P_{x_1}(-1 | 0) \text{ und } P_{x_2}(-5 | 0)$$

(3)  $f(x) = -(x+3)+4$  پولینوم

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 + 6x + 9) + 4 \\ &= -x^2 - 6x - 9 + 4 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^2 - 6x - 5$$





2c: لومړل:  $a_2 = \frac{1}{2}$  (1) په ۲ واحدونو کین لورته په ۴ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(-2 | -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$$

دویم: د  $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$  محور غوڅ - یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{2}(0+2)^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 4 - 4 = 2 - 4 = -2 \Rightarrow P_y(0 | -2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4 = 0 | +4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 = 4 | \cdot 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 8 | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{8}$$

صفر ځایونه:

حالت:

$$x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{8} \mid -2 \Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{8}$$

حالت:

$$x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{8} \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{8} \mid -2 \Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{8}$$

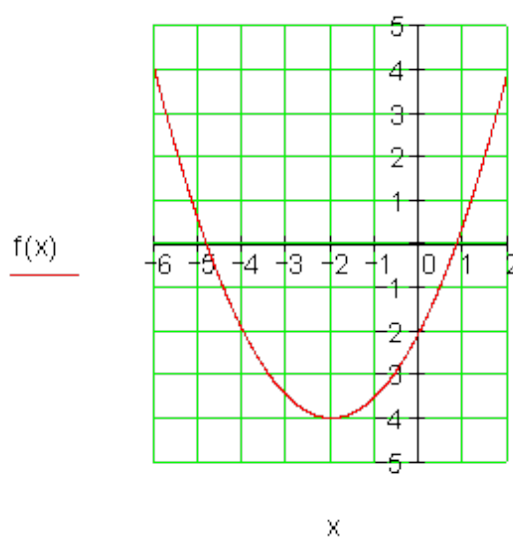
$$P_{x_1}(-2 + \sqrt{8} \approx 0,828 \mid 0); P_{x_2}(-2 - \sqrt{8} \approx -4,828 \mid 0)$$

دریم: د  $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$  پولینوم

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) - 4 \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 - 4 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

طیرم:



2d: لومری:  $a_2 = -2$  په 1 واح د بني لورته په 5 یونونو پورته لورته

$$\Rightarrow S(1 | 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$$

دویم: د  $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$  محور غوڅ - یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -2(0-1)^2 + 5 = -2 \cdot (-1)^2 + 5 = -2 \cdot 1 + 5 = -2 + 5 = 3 \Rightarrow P_y(0 | 3)$$

صفر ځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2 + 5 = 0 | -5$$

$$\Leftrightarrow -2(x-1)^2 = -5 | :(-2) \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{5}{2} | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x-1 > 0 \Rightarrow x-1 = \sqrt{\frac{5}{2}} | +1 \Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$$

حالت:

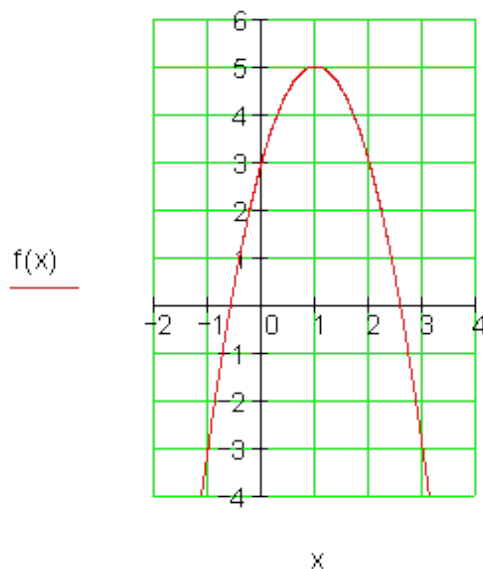
$$x-1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{\frac{5}{2}} | \cdot (-1) \Leftrightarrow x-1 = -\sqrt{\frac{5}{2}} | +1 \Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$P_{x_1} \left( 1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \approx 2,581 \mid 0 \right); P_{x_2} \left( 1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \approx -0,581 \mid 0 \right)$$

دریم: د  $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$  پولینوم

$$\begin{aligned} f(x) &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x - 2 + 5 \end{aligned} \quad \left| \Leftrightarrow f(x) = -2x^2 + 4x + 3 \right.$$

څلورم:



په ۴ واحدونو کېن لور ته په درې واحدونو پورته لور ته  $a_2 = -\frac{1}{4}$  (1) :2e

$$\Rightarrow S(-4 | 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$$

(2) د  $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$  محور غوڅ - یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{4}(0+4)^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 4^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 16 + 3 = -4 + 3 = -1 \Rightarrow P_y(0 | -1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3 = 0 | -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 = -3 | \cdot (-4) \Leftrightarrow (x+4)^2 = 12 | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x+4| = \sqrt{12}$$

صفر ځایونه:

که وي:

$$; x + 4 > 0 \Rightarrow x + 4 = \sqrt{12} | -4 \Leftrightarrow x = x_1 = -4 + \sqrt{12}$$

که وي:

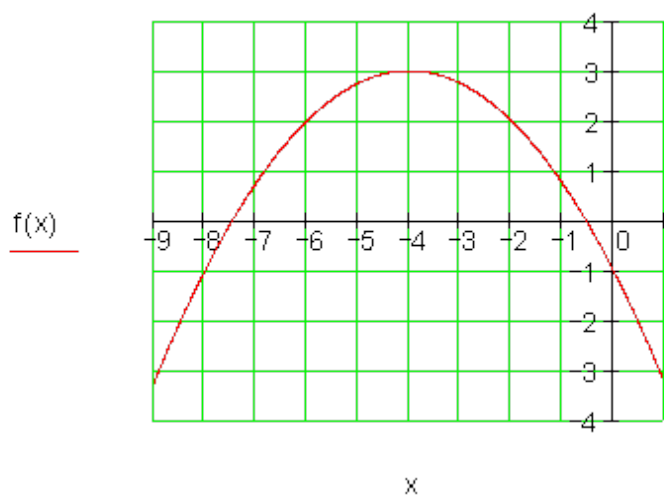
$$x + 4 < 0 \Rightarrow -(x + 4) = \sqrt{12} | \cdot (-1) \Leftrightarrow x + 4 = -\sqrt{12} | -4 \Leftrightarrow x = x_2 = -4 - \sqrt{12}$$

$$P_{x_1}(-4 + \sqrt{12} \approx -0,536 | 0); P_{x_2}(-4 - \sqrt{12} \approx -7,464 | 0)$$

$$(3) \quad \text{پولينوم} \quad f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x + 16) + 3 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} &= -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 4 + 3 \\ \Leftrightarrow f(x) &= -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 1 \end{aligned} \right.$$

(4)



2f

لومری:  $a_2 = \frac{3}{2}$  په دوه نیم واحدونو بني لورته په شپږ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \mid -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$$

دویم: د  $f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$  محور غوڅ - یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{3}{2}\left(0 - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2} \cdot \frac{25}{4} - 6 = \frac{75}{8} - 6 = \frac{75}{8} - \frac{48}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{27}{8} = 3,375\right)$$

صفر خایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = 0 \mid +6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 6 \mid \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 4 \mid \sqrt{\quad} \Leftrightarrow \left|x - \frac{5}{2}\right| = 2$$

که وي

$$; x - \frac{5}{2} > 0 \Rightarrow x - \frac{5}{2} = 2 \mid + \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_1 = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

که وي:

$$x - \frac{5}{2} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{5}{2}\right) = 2 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x - \frac{5}{2} = -2 \mid + \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

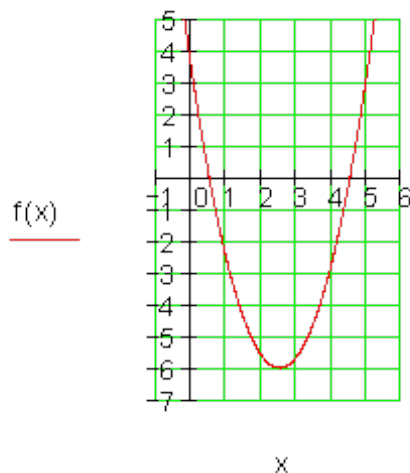
$$P_{x_1} \left( \frac{9}{2} = 4,5 \mid 0 \right); P_{x_2} \left( \frac{1}{2} = 0,5 \mid 0 \right)$$

$$\text{پولینوم } f(x) = \frac{3}{2} \left( x - \frac{5}{2} \right)^2 - 6 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{3}{2} \left( x - \frac{5}{2} \right)^2 - 6 \\ &= \frac{3}{2} \left( x^2 - 5x + \frac{25}{4} \right) - 6 \\ &= \frac{3}{2} x^2 - \frac{15}{2} x + \frac{75}{8} - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{2} x^2 - \frac{15}{2} x + \frac{75}{8} - \frac{48}{8} \\ &= \frac{3}{2} x^2 - \frac{15}{2} x + \frac{27}{8} \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{3}{2} x^2 - \frac{15}{2} x + \frac{27}{8} \end{aligned}$$

څلورم؛



2g

$$a_2 = -\frac{3}{4} \quad \therefore$$

(1) په درې واحدونو کین لور ته په درې واحدونو پیرته لور ته

$$\Rightarrow S(-3 | 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3$$

دیوم:  $f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3$  محور غوخ - یا تقاطع تکی

$$y_s = f(0) = -\frac{3}{4}(0+3)^2 + 3 = -\frac{3}{4} \cdot 3^2 + 3 = -\frac{3}{4} \cdot 9 + 3 = -\frac{27}{4} + 3 = -\frac{27}{4} + \frac{12}{4} = -\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow P_y \left( 0 \mid -\frac{15}{4} = -3,75 \right)$$

صفر خایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3 = 0 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2 = -3 \mid \left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow (x+3)^2 = 4 \mid \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x+3| = 2$$

$$\text{falls } x+3 > 0 \Rightarrow x+3 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_1 = 2-3 = -1$$

$$\text{falls } x+3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 2 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x+3 = -2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_2 = -2-3 = -5$$

$$P_{x1}(-1 | 0); P_{x2}(-5 | 0)$$

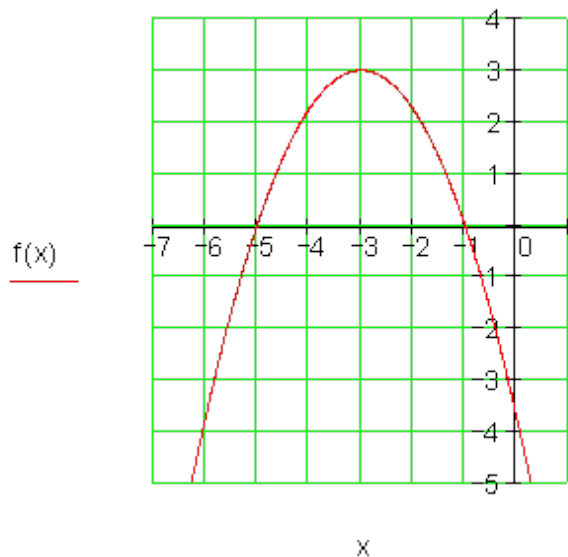
پولینوم  $f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3$  دریم: د

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3 \\ &= -\frac{3}{4}(x^2 + 6x + 9) + 3 \\ &= -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{27}{4} + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{27}{4} + \frac{12}{4} \\ &= -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{15}{4} \\ \Leftrightarrow f(x) &= -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{15}{4} \end{aligned}$$



څلورم:



2h

لومړۍ:  $a_2 = 2 \quad 3,5$  په درې نیم واحدونو بڼې لورته په څلور نیم واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{7}{2} \mid -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

دویم: د  $f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$  محور غوڅ - یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = 2\left(0 - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2 \cdot \frac{49}{4} - \frac{9}{2} = \frac{49}{2} - \frac{9}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\Rightarrow P_y(0 \mid 20)$$

صفر ځایونه: په لاني کې د الماني پښتو: که (د یوه شي حالت)

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 0 \mid + \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{9}{2} \mid \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \mid \sqrt{\quad} \Leftrightarrow \left|x - \frac{7}{2}\right| = \frac{3}{2}$$

$$\text{falls } x - \frac{7}{2} > 0 \Rightarrow x - \frac{7}{2} = \frac{3}{2} \mid + \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = x_1 = 5$$

$$\text{falls } x - \frac{7}{2} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{7}{2}\right) = \frac{3}{2} \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x - \frac{7}{2} = -\frac{3}{2} \mid + \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = x_2 = 2$$

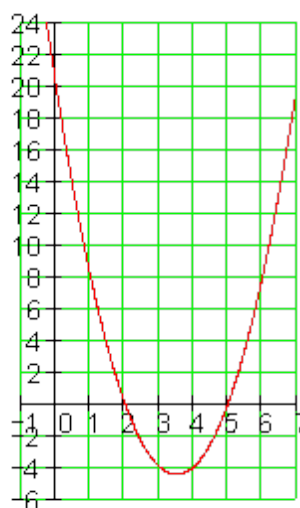
$$P_{x_1}(5 \mid 0); P_{x_2}(2 \mid 0)$$

پولینوم د  $f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$  دریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} \\ &= 2\left(x^2 - 7x + \frac{49}{4}\right) - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 - 14x + \frac{49}{2} - \frac{9}{2} \\ &= 2x^2 - 14x + 20 \\ &\Leftrightarrow f(x) = 2x^2 - 14x + 20 \end{aligned}$$

$f(x)$



x

خلورم:

دویم: ح:

$$(۱) \quad a_2 = \frac{1}{3} \quad \text{په دوه واحدونو ښي لور ته} \quad \text{په درې واحدونو کښته لور ته}$$

$$\Rightarrow S(2 | -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$

$$(۲) \quad \text{د} \quad f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 \quad \text{محور غوڅ - یا تقاطع ټکي}$$

$$y_s = f(0) = \frac{1}{3}(0-2)^2 - 3 = \frac{1}{3} \cdot (-2)^2 - 3 = \frac{1}{3} \cdot 4 - 3 = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow P_y \left( 0 \mid -\frac{5}{3} \approx -1,667 \right)$$

صفر ځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 = 3 \mid \cdot 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 9 \mid \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x-2| = 3$$

$$\text{falls } x-2 > 0 \Rightarrow x-2 = 3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 5$$

$$\text{falls } x-2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = 3 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x-2 = -3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_2 = -1$$

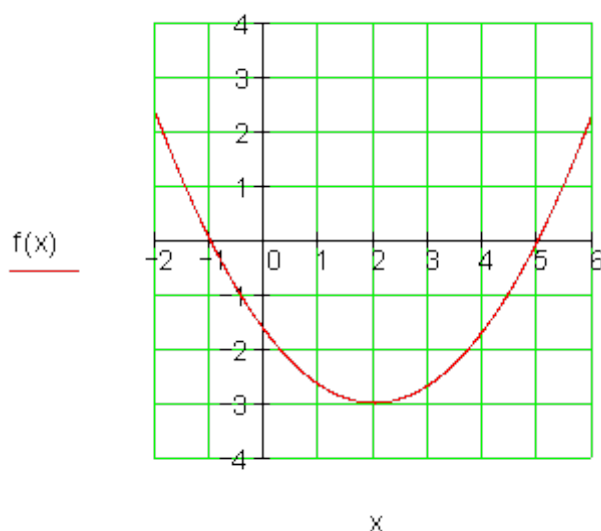
$$P_{x_1}(5 | 0); P_{x_2}(-1 | 0)$$

$$(۳) \quad \text{پولینوم} \quad f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 4x + 4) - 3 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} - \frac{9}{3} \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} \\ \Leftrightarrow f(x) &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} \end{aligned}$$

څلورم:



دویم څ:

په څلور واحدونو بني لور ته په درې واحدونو پورته لور ته  $a_2 = -\frac{2}{3}$  (۱)

$$\Rightarrow S(4 | 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$$

$$(۲) \text{ د) } f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3 \quad \text{محور غوخ - یا تقاطع ټکی}$$

$$\begin{aligned} y_s = f(0) &= -\frac{2}{3} \cdot (0-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3} \cdot (-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3} \cdot 16 + 3 \\ &= -\frac{32}{3} + 3 = -\frac{32}{3} + \frac{9}{3} = -\frac{23}{3} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid -\frac{23}{3} \approx -7.667 \right) \end{aligned}$$

صفر خایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3 = 0 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 = -3 \mid \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow (x-4)^2 = \frac{9}{2} \mid \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$\text{falls } x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{\frac{9}{2}} \mid +4 \Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{\frac{9}{2}}$$

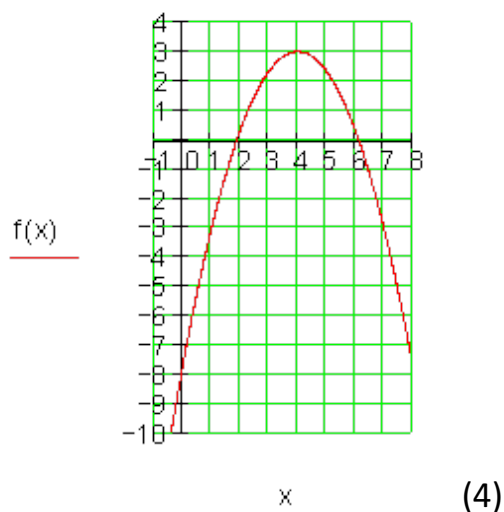
$$\text{falls } x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{\frac{9}{2}} \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{\frac{9}{2}} \mid +4 \Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$P_{x_1} \left( 4 + \sqrt{\frac{9}{2}} \approx 6.121 \mid 0 \right); P_{x_2} \left( 4 - \sqrt{\frac{9}{2}} \approx 1.879 \mid 0 \right)$$

$$(۳) \text{ د) } f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3 \quad \text{پولینوم}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3 \\ &= -\frac{2}{3}(x^2 - 8x + 16) + 3 \\ &= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + \frac{9}{3} \\ &= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3} \\ \Leftrightarrow f(x) &= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3} \end{aligned}$$



## پوښتنې

## د مربع توابعو بنسټونه III

لومړۍ –

د یوه پارابول د تابع مساوات ورکړ شوي دي. د محورونو غوڅتکي او ککړۍ ټکي وټاکي او گراف رسم کړی.

الف-  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2$     ب-  $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x - 4$     پ-  $f(x) = (x-1)^2 - 2$

ت-  $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + x - \frac{5}{4}$     ټ-  $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+4)$     ټ-  $f(x) = \frac{5}{6}x^2 - 3x$

ج-  $f(x) = 2x^2 + x - 1$     چ-  $f(x) = 0,5(x^2 - 5)$     ح-  $f(x) = -0,25x^2 - x - 1$

دویم –

دککړۍ ټکي د کواورډینات د ټاکنی تئلار روښانه کړی.

د دط لپاره د تابع مساوات  $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$  وکاروی.

دریم -

د یوه مربع تابع  $f(x)$  لپاره یو ارزښت جدول ورکړ شوی دی. د  $f(x)$  په گراف یوه وینا ورکړی ککړی ټکي، سیرمتری محور، وازوالی. د  $x$  کوم ارزښت لپاره د تابع ارزښت کمیري؟

|      |     |   |     |   |     |
|------|-----|---|-----|---|-----|
| x    | -1  | 0 | 1   | 2 | 3   |
| f(x) | 5,5 | 3 | 1,5 | 1 | 1,5 |

|      |    |      |    |      |    |
|------|----|------|----|------|----|
| x    | -2 | -1   | 0  | 1    | 2  |
| f(x) | -3 | -1,5 | -1 | -1,5 | -3 |

څلورم -

د دویمې درجې ټول راشنل توابع د ارزښت جدول له لارې ورکړ شوي. د  $f(x)$  او  $g(x)$  د گرافونو کوم خویونه کیدی شي و لوستل شي؟ دواړه پارابولونه څنگه توپیر کیري؟

|      |      |    |     |    |     |    |      |
|------|------|----|-----|----|-----|----|------|
| x    | -4   | -3 | -2  | -1 | 0   | 1  | 2    |
| f(x) | -6   | -1 | 2   | 3  | 2   | -1 | -6   |
| g(x) | -3,5 | -1 | 0,5 | 1  | 0,5 | -1 | -3,5 |

پنځم -

یو پارابول د په لور ځای بدلوي همداسې غزول کیري. د پارابول کوم خویونه ساتلي پاتي کیري، کوم یې تغیر خوري.

شپږم -

یو مربع تابع د تابع مساوات  $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$  لري.

الف - وینایی، چې د  $f(x)$  گراف سیومتريک دی د مساوات  $x = 2$  سره کرښې ته. ب - گراف په دوه وحدونو کین لور ته راکښل کیري. د راکښل شوي پارابول تابع مساوات  $g(x)$  وټاکي.

هر پارابول کیدی شي د ځاییدلون او غزونې له لارې له نورمال پارابول څخه لاس ته راوړی شي یا گټلی شي. په پروتولارسیستم یا کواوردینات سیستم کې لاندې گرافونه وکارې او تشریح کړی، چې کوم ځای بدلونونه او غزونې له دې سره تاسو کړه کړي.

$$f(x) = x^2 \quad f_1(x) = 0,25x^2 + 1 \quad f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1 \quad f_3(x) = 2 - x^2$$

اتم -

د توابعو د گرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرته دي و بنایاست

$$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3; x \in \mathbb{R} \text{ und } g(x) = 0,5x(x - 12); x \in \mathbb{R}.$$

### حلونه

د مربع توابعو بنسټونه برخه III

### مفصل حلونه

لومړی الف: محور غوڅتکي:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 \Rightarrow \underline{P_y(0|-2)}$$

صفرځایونه: شري

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 = 0 | \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow p = -1; q = -6$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-6) = \frac{25}{4}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}} = 3; x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{P_{x_1}(3|0); P_{x_2}(-2|0)}$$

ککړی ټکی

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

د ککړی x کووړدینات:

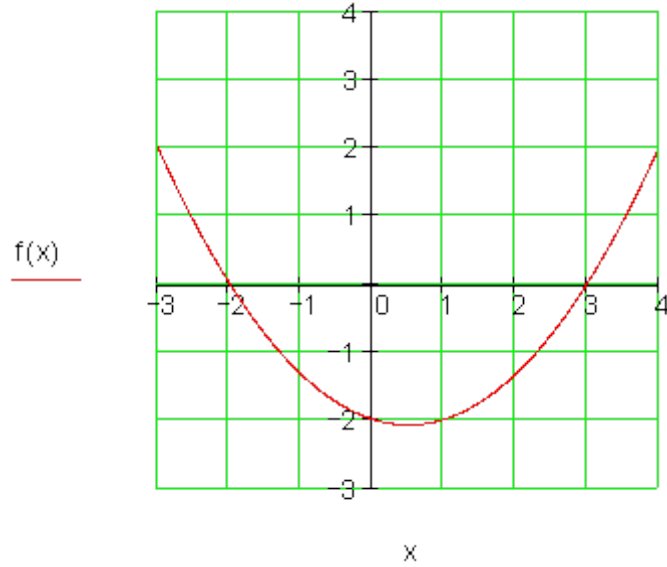
$$y_s = f(x_s)$$

د ککړی y کووړدینات:

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 2 = -\frac{25}{12} \approx -2,08 \Rightarrow \underline{S\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{25}{12}\right)}$$



گراف:



لومری ب- محور غوختکی:

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-4)}}$$

صفرخایونه: شری

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 = 0 \mid \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow p = -8; q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-4)^2 - 8 = 8$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \approx 6,83; x_2 = 4 - \sqrt{8} \approx 1,17$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(4 + \sqrt{8} \approx 6,83 | 0)}; P_{x_2}(4 - \sqrt{8} \approx 1,17 | 0)}}$$

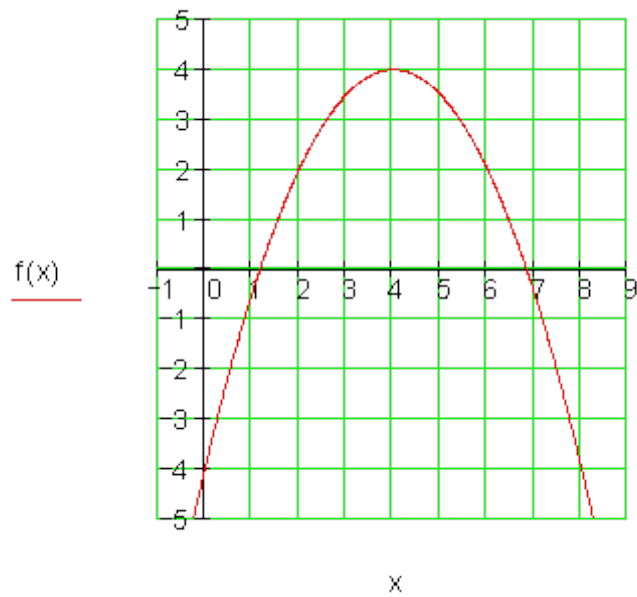
ککری تکی

$$: x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4 + \sqrt{8} + 4 - \sqrt{8}}{2} = 4 \quad \text{د ککری } x \text{ کواوردینات:}$$

$$: y_s = f(x_s) \quad \text{د ککری } y \text{ کواوردینات:}$$

$$y_s = f(4) = -\frac{4^2}{2} + 4 \cdot 4 - 4 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

کراف-



لومری پ-  
محور غوڅتکی::

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$$

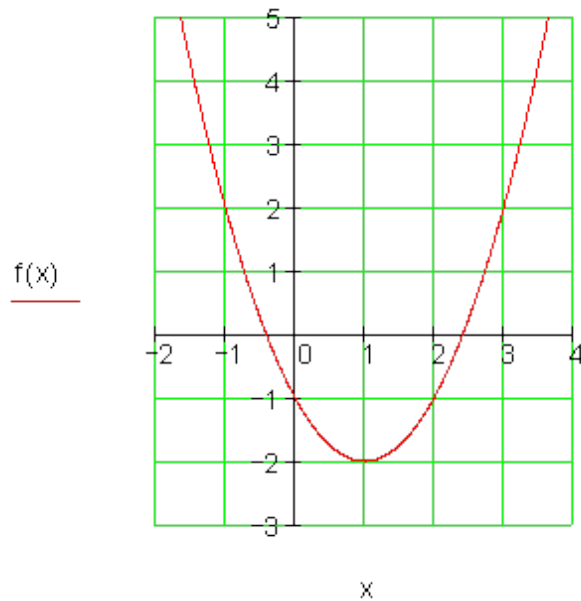
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرخایونه: شرطونه  $f(x) = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x-1)^2 - 2 &= 2 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow |x-1| &= 2 \\ \Rightarrow x-1 &= 2 \Rightarrow x_1 = 3 \\ x-1 &= -2 \Rightarrow x_2 = -1 \\ \Rightarrow P_{x_1}(3 | 0); P_{x_2}(-1 | 0) \end{aligned}$$

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 \Rightarrow S(1 | -2)$$

ککری تکی:  
گراف-



لومری ت-  
د محور غوخ - یا تقاطع تکی

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + x - \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{5}{4}\right)$$

$$\exists f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x^2 + x - \frac{5}{4} = 0 \quad | \cdot (-5) \quad \text{صفر خایونه: شرطونه}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0 \Rightarrow p = -5; q = \frac{25}{4} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = 0$$

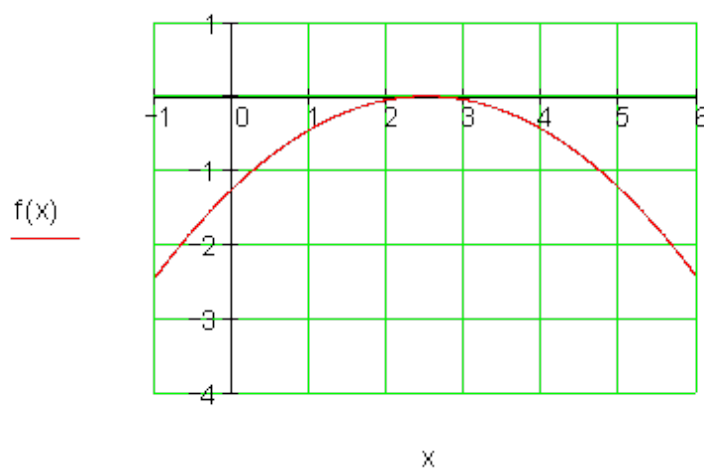
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_{1/2} = \frac{5}{2} \Rightarrow P_{x_{1/2}} \left( \frac{5}{2} \mid 0 \right) \in \text{لمستیکی}$$

ککری تکی

لمس تکی ککری تکی دی

$$\Rightarrow S \left( \frac{5}{2} \mid 0 \right)$$

گراف-



لومری ت -

د y محور غوخ - یا تقاطع تکی

صفر خایونه:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+4)$$

$$f(0) \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2}(-3)(4) = -6 \Rightarrow \underline{P_y(0|-6)}$$

د py لپار شرایط:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = -4$$

د صفر ضرب چملي له مخي

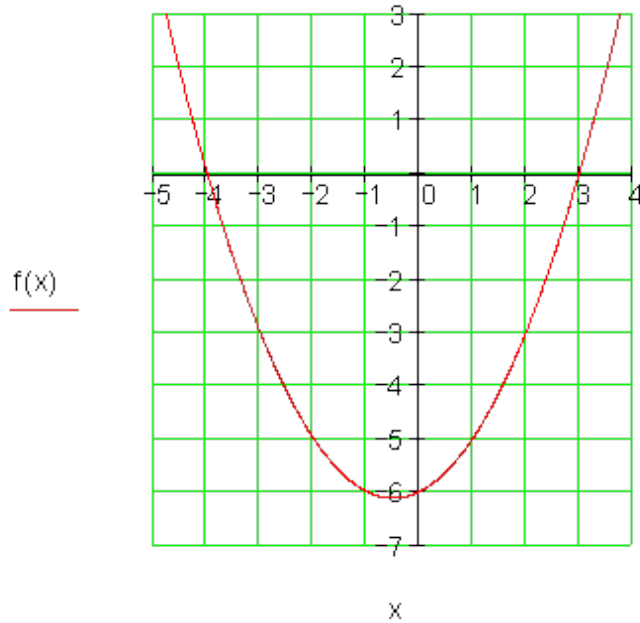
$$\underline{P_{x1}(3|0); P_{x2}(-4|0)}$$

ککړئ کي

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 - 4}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2} - 3\right)\left(-\frac{1}{2} + 4\right) = -\frac{49}{8} \Rightarrow \underline{S\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{49}{8}\right)}$$

گراف-



لومړی ټ.

د  $y$  محور غوڅ - یا تقاطع ټکي

صفر ځایونه:

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 - 3x \Rightarrow \underline{P_y(0|0)}$$

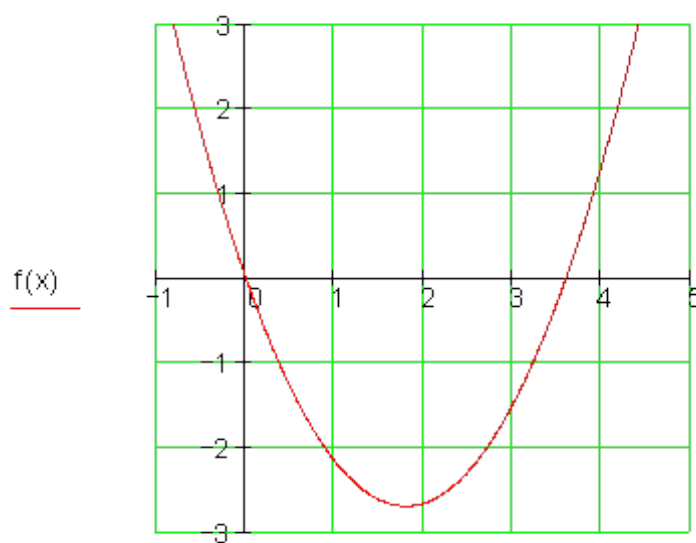
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x \left( \frac{5}{6}x - 3 \right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\left( \frac{5}{6}x - 3 \right) = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{18}{5} = 3,6 \Rightarrow \underline{P_{x1}(0|0); P_{x2}\left(\frac{18}{5} \mid 0\right)}$$

ککړی ټکی

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5}$$

$$y_s = f\left(\frac{9}{5}\right) = -\frac{27}{10} = -2,7 \Rightarrow \underline{S\left(\frac{9}{5} \mid -\frac{27}{10}\right)}$$



کراف-

$$f(x) = 2x^2 + x - 1 \Rightarrow P_y(0|-1)$$

لومری ج - :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \quad | : 2 \quad \text{پښتو: صفر ځایونه: شرایط}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2}; q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{1}{2}; x_2 = -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{9}{16}} = -1 \Rightarrow P_{x_1}\left(\frac{1}{2}|0\right); P_{x_2}(-1|0)$$

ککری ټکی:

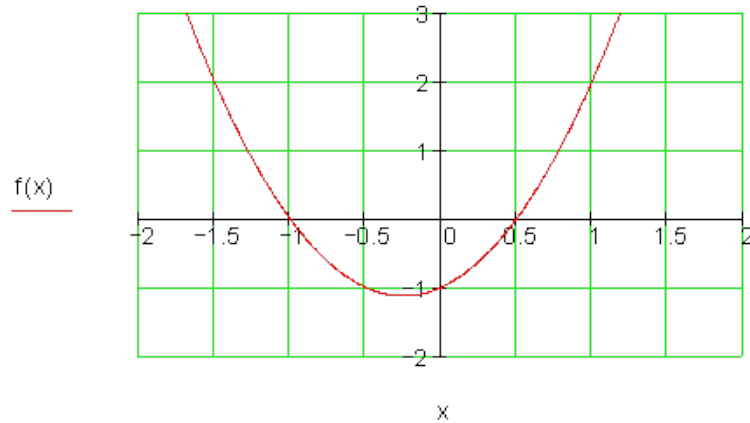
$$\therefore x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{2} = -\frac{1}{4}$$

د ککری x کو اور دینات:

$$y_s = f(x_s) \quad \text{د ککری y کو اور دینات:}$$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{9}{8} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{4} \mid -\frac{9}{8}\right)$$

گراف-



لومری چ-

د محور غوڅ - یا تقاطع ټکی

$$f(x) = 0,5(x^2 - 5) = 0,5x^2 - 2,5 \Rightarrow P_y(0 | -2,5)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0,5x^2 - 2,5 | \cdot 2 \text{ شرطونه}$$

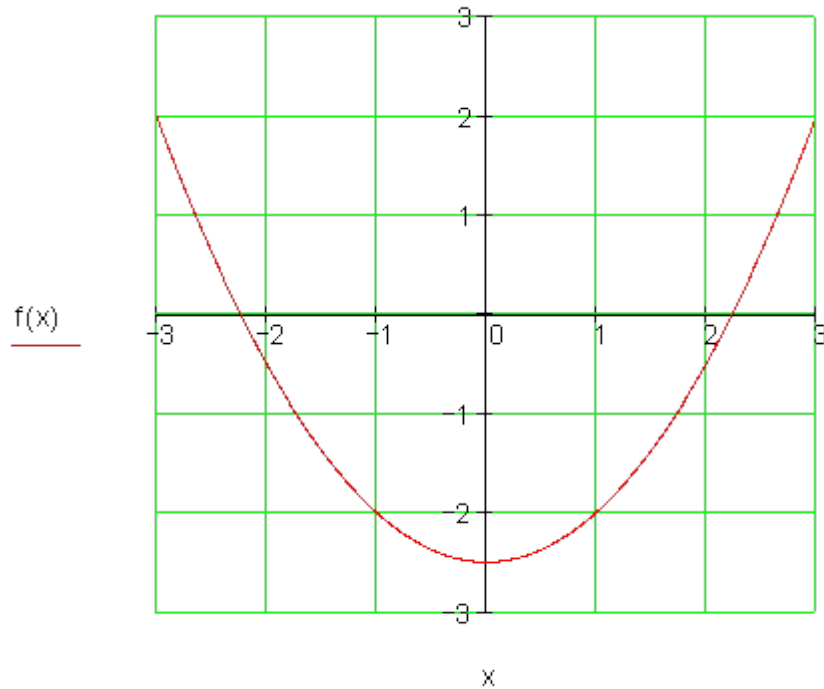
$$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x| = \sqrt{5} \Rightarrow x_1 = \sqrt{5}; x_2 = -\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \underline{P_{x_1}(\sqrt{5} | 0)}; \underline{P_{x_2}(-\sqrt{5} | 0)}$$

ککړی ټکی:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2} = 0 \Rightarrow y_s = f(0) = -2,5 \Rightarrow \underline{\underline{S(0 | -2,5)}}$$

گراف-



لومری ح-



د x محور غوخ - یا تقاطع ټکی

$$f(x) = -0,25x^2 - x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفر ځایونه: شرط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,25x^2 - x - 1 = 0 | \cdot (-4)$$

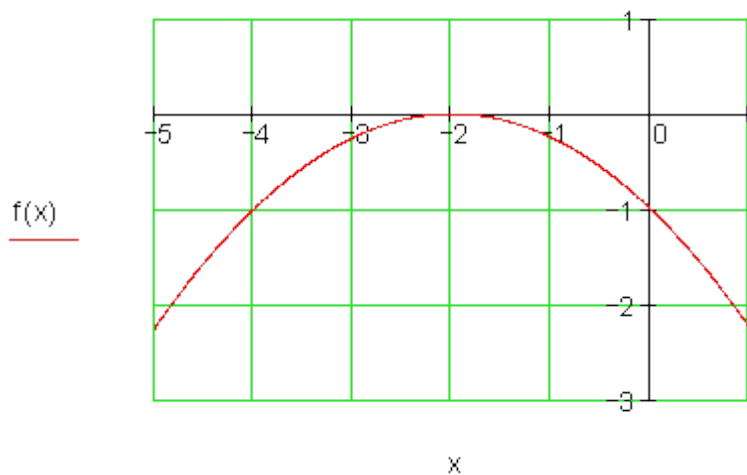
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow p = 4; q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 2^2 - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1/2}(-2|0)}}$$

$$t \Rightarrow \underline{\underline{S(-2|0)}}$$

گراف-



دویم:

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 4$$

اول. ضریب له نوکانو وباسی:  $f(x) = 2[x^2 - 2x + 2]$

دوه: مربع پوره كيدنه:

$$f(x) = 2[x^2 - 2x + 1^2 - 1^2 + 2]$$

$$f(x) = 2[(x-1)^2 + 1]$$

درې: سره ضرب كړی  $f(x) = 2(x-1)^2 + 2$  ككړی ټكی يا د رأس ټكی

څلور: د ككړی ټكی كواوردیناتونه ولولی يا وليكی.  $S(1|2)$

درېم: الف-

|  |  |
|--|--|
| <p><math>f(x)</math></p> <p>یادونه:<br/>ارزښت جدول څخه كیدی شي د<br/>ككړی كواوردیناتونه <math>S(2 1)</math> و<br/>لوستل شي.<br/>دا ایښونه زاكوي.</p>     | <p>ایښونه:<br/><math>\therefore f(x) = a_2(x-2)^2 + 1</math></p> <p><math>P(1 1,5): f(1) = a_2(-1)^2 + 1 = 1,5</math><br/> <math>\Rightarrow a_2 + 1 = 1,5 \Leftrightarrow a_2 = 0,5</math><br/> <math>\Rightarrow f(x) = 0,5(x-2)^2 + 1</math></p> <p><math>P(-1 5,5): f(-1) = 0,5 \cdot 9 + 1 = 5,5</math> (w)</p> <p>ككړی ټكی: <math>S(2 1)</math><br/> سیمتری: <math>x=2</math></p> <p>د <math>a_2 = 0,5 &gt; 0</math> له امله پورته لور ته وازونه<br/> تابع ارزښت د <math>x &lt; 2</math> لپاره لویږي (كمیږي)</p> |
| <p><math>f(x)</math></p> <p>ب-<br/>یادونه:<br/>ارزښت جدول څخه كیدی شي د<br/>ككړی كواوردیناتونه <math>S(0 -1)</math> و<br/>لوستل شي. دا ایښونه زاكوي.</p> | <p>ایښونه پایه ځای كونه: <math>f(x) = a_2x^2 - 1</math></p> <p><math>P(1 -1,5): f(1) = a_2 \cdot 1^2 - 1 = -1,5</math><br/> <math>\Rightarrow a_2 = -1,5 + 1 = -0,5</math><br/> <math>\Rightarrow f(x) = -0,5x^2 - 1</math></p> <p><math>P(2 -3): f(2) = -0,5 \cdot 4 - 1 = -3</math> (w)</p> <p>ككړی ټكی يا رأس: <math>S(0 -1)</math><br/> سیمتری: <math>x=0</math></p> <p>د <math>a_2 = -0,5 &lt; 0</math> له امله كښته لور ته وازیدنه<br/> د <math>x &gt; 0</math> لپاره د تابع ارزښتونه کمیږي.</p>                 |

څلورم:

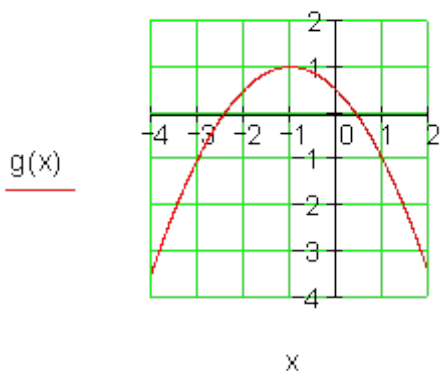
$S(-1|1) : g(x) = a_{2g}(x+1)^2 + 1$

$P(1|-1) : g(1) = a_{2g} \cdot 4 + 1 = -1$

$\Leftrightarrow a_{2g} = -0,5$

$\Rightarrow g(x) = -0,5(x+1)^2 + 1$

کښته لور ته وازېدنه . د ککړۍ ټکو  
مختلف د بڼې ضریبونه او ځایونه



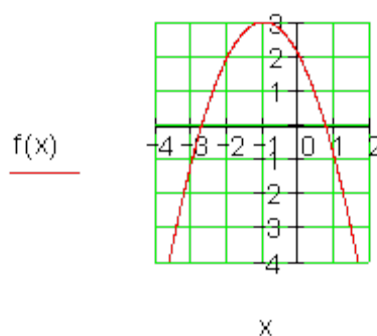
$S(-1|3) : f(x) = a_{2f}(x+1)^2 + 3$

$P(2|-6) : f(2) = a_{2f} \cdot 9 + 3 = -6$

$\Leftrightarrow a_{2f} = -1$

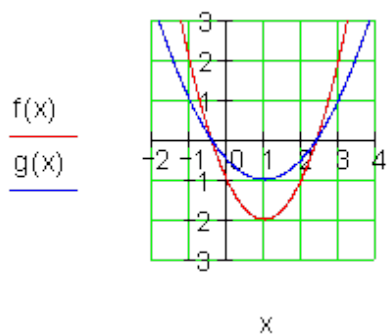
$\Rightarrow f(x) = -(x+1)^2 + 3$

پورته لور ته وازېدنه

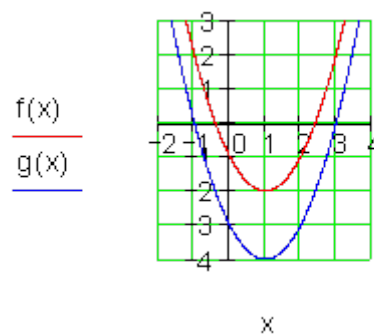


پنجم:

$f(x) = x^2 - 2x - 1; g(x) = 0,5 \cdot f(x)$



$f(x) = x^2 - 2x - 1; g(x) = f(x) - 2$



|   |   |
|---|---|
| د y په لور غزونه:   | د y په لور راکښنه:  |
| د x محور سره غوڅتکي ساتلي پاتيري. بڼه او د y ارزښتونه تغیر خوري. د y محور سره غوڅتکي تغیر خوري. | بڼه ساتلي پتيري، د ککړۍ د y ارزښت تغیر خوري. د محور غوڅتکي تغیر خوري. |

شپږم:

الف-

$$f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$$

د  $x = 2$  سره کرښي ته سيمتريک په دي

معنا دی، چې ککړۍ ټکي د x

کو او ردينا تونه بايد 2 وي.

$$f(x) = 0,5[x^2 - 4x - 5]$$

$$= 0,5[x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 5]$$

$$= 0,5(x - 2)^2 - 4,5 \Rightarrow \underline{\underline{S(2 | -4,5)}}$$

ب- په 2 يوونه يا واحده کين لور ته

غزونه:

$$g(x) = 0,5(x - 2 + 2)^2 - 4,5$$

$$= \underline{\underline{0,5x^2 - 4,5}}$$

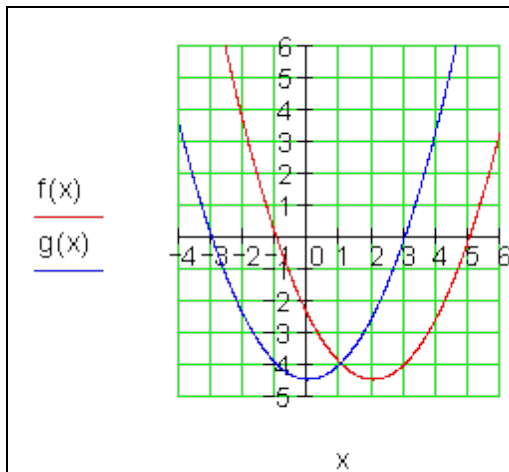
اوم:

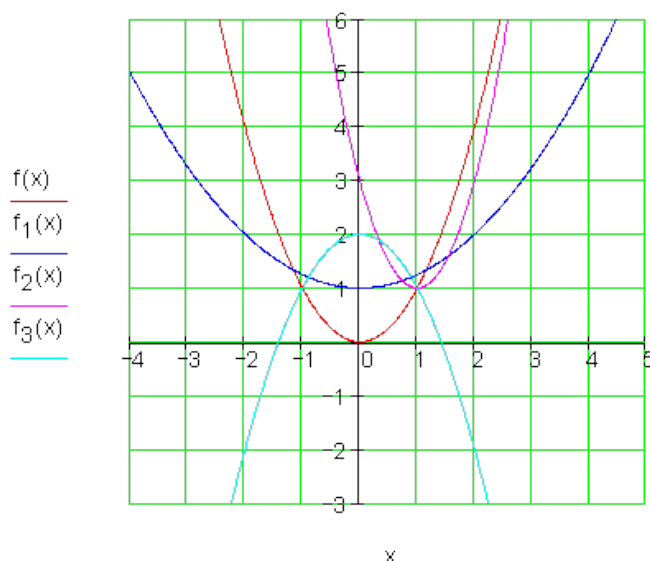
$$f(x) = x^2$$

$$f_1(x) = 0,25x^2 + 1$$

$$f_2(x) = 2(x - 1)^2 + 1$$

$$f_3(x) = 2 - x^2$$





- $f_1(x)$ : د  $y$  په لور په ضریب 0,25 غزونه او د  $y$  په لور په 1 LE (د اوږدوالي واحد) راکښنه
- $f_2(x)$ : د  $y$  په لور په ضریب 2 راکښنه په 1 LE (یو د اوږدوالي واحد) ښي لورته او راکښنه په 1 LE (په یو د اوږدوالي واحد) پورته لورته.
- $f_3(x)$ : د  $x$  محور باندې هندارونه او په 2 LE (د اوږدوالي یوونه یا واحد) پورته لورته راکښنه.

|             |   |
|-------------|---|
| <p>اتم:</p> | $f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3$ $g(x) = 0,5x(x - 12) = 0,5x^2 - 6x$ <p>oder</p> $g(x) = f(x) - 3 = 0,5x^2 - 6x$ <p><math>g(x)</math> له <math>f(x)</math> منځ ته راځي په 3 LE د اوږدوالي واحد وښي لورته د راکښني له امله</p> |
|-------------|---|

## پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:

تابع  $f(x)$  ورکړ شوی دی. د شمېرنې له لارې وښایئ، چې گراف تابع په  $x$  محور کې لمسوي. گراف وکارئ.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} \quad x \in \mathbb{R}$$

دویم: د تابع مساوات  $f(x)$  د محور غوڅتکي وشمیرئ، او ککړئ ټکي. گراف یې رسم کړئ.

الف-  $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x$     ب-  $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$     پ-  $f(x) = x^2 + 4x + 1$

ت-  $f(x) = -0,25(4x^2 + 12x + 9)$     ټ-  $f(x) = 3x(1-x)$     ټ-  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3}$

دریم:  $U = 18 \text{ cm}$  محیط سره کوم مستطیل (ولارکودیز) خورا لویه سطحه لري؟

څلورم: د توابعو  $f(x)$  او  $g(x)$  گرافونه چیرته د  $x$  محور غوڅوي؟ ککړئ چیرته پرته دي؟ د دواړو گرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرته دي؟ د ارزښت جدول په مرسته پوښتنې ځواب کړئ.

الف -

|        |      |     |     |     |     |      |
|--------|------|-----|-----|-----|-----|------|
| $x$    | -3   | -2  | -1  | 0   | 1   | 2    |
| $f(x)$ | -3,5 | 0,5 | 2,5 | 2,5 | 0,5 | -3,5 |
| $g(x)$ | 4    | 0   | -2  | -2  | 0   | 4    |

ب -

|      |     |    |      |    |      |    |
|------|-----|----|------|----|------|----|
| x    | -2  | -1 | 0    | 1  | 2    | 3  |
| f(x) | -12 | -5 | 0    | 3  | 4    | 3  |
| g(x) | 3,5 | 0  | -2,5 | -4 | -4,5 | -4 |

پنجم: د اړونده گراف کوم خویونه د تابع مساوات څخه سیده لوستل کیدی شي؟

$$f(x) = -x^2 - x + 6; \quad g(x) = (2-x)(x+3); \quad h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4}$$

خوابونه

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:

x

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} = 0 \quad | \cdot (-2)$$

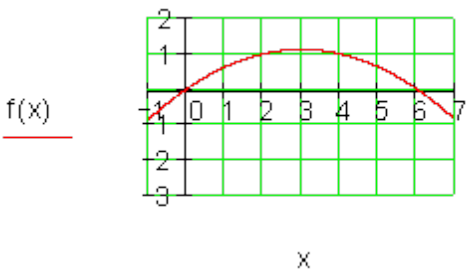
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow p = -3; q = \frac{9}{4}$$

له  $D=0$  راځي لمستکی = ککری

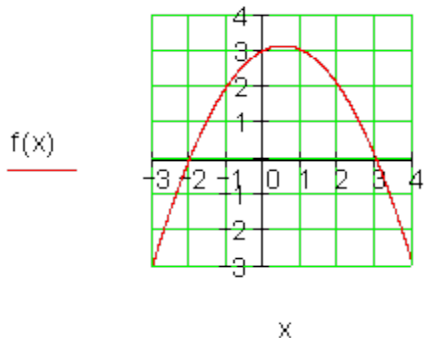
$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_{x_{1/2}} \left( \frac{3}{2} \mid 0 \right)$$

S  $\left( \frac{3}{2} \mid 0 \right)$  ککری ټکی:

دوه الف-

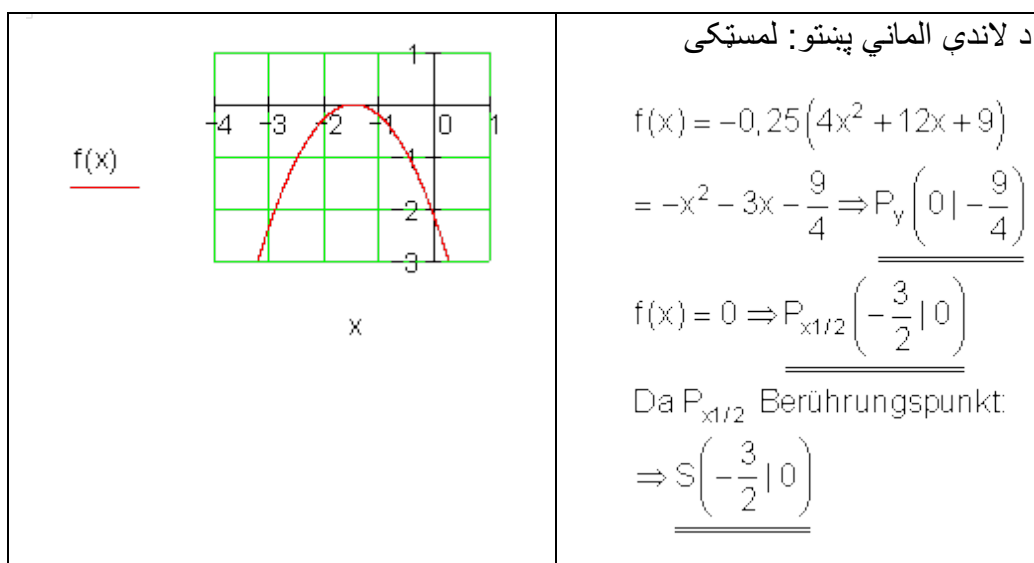
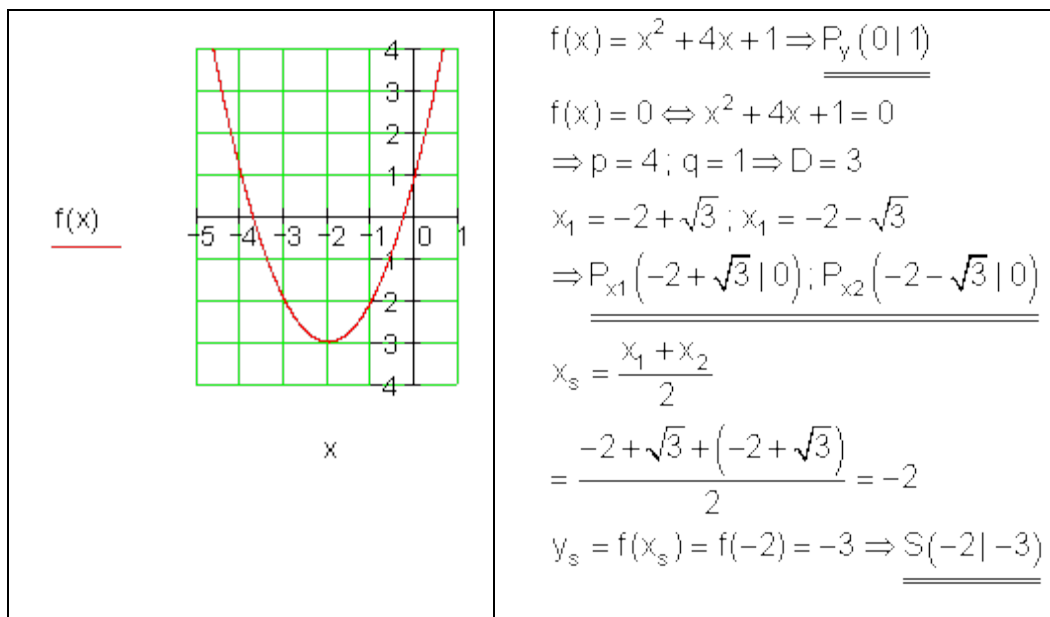
|   |   |
|---|---|
|  | $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x \Rightarrow \underline{P_y(0 0)}$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x = 0$ $\Leftrightarrow x\left(-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4}\right) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow \underline{P_{x_1}(0 0)}$ $-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = 6 \Rightarrow \underline{P_{x_2}(6 0)}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0+6}{2} = 3$ $y_s = f(x_s) = f(3) = \frac{9}{8} \Rightarrow \underline{S\left(3 \mid \frac{9}{8}\right)}$ |
|---|---|

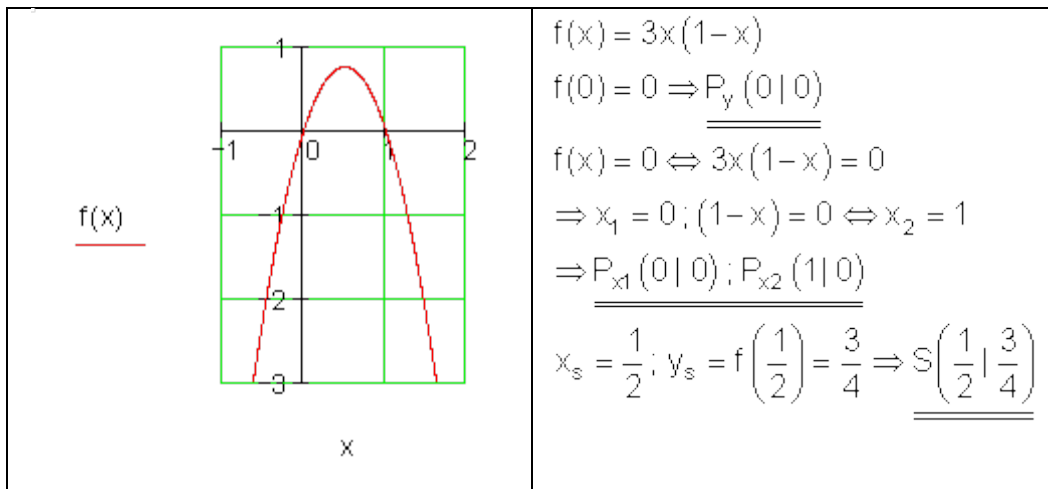
دوه ب-

|   |   |
|---|---|
|  | $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$ $f(0) = -\frac{1}{2}(-3)(2) = 3 \Rightarrow \underline{P_y(0 3)}$ $f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = -2$ $\Rightarrow \underline{P_{x_1}(3 0); P_{x_2}(-2 0)}$ $x_s = \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2}; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{8}$ $\Rightarrow \underline{S\left(\frac{1}{2} \mid \frac{25}{8}\right)}$ |
|---|---|

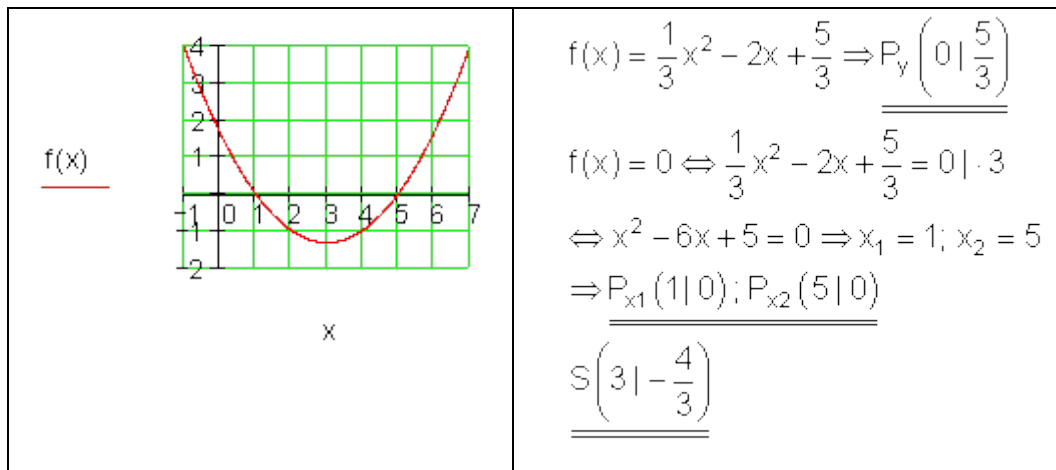
دوه پ-







دوہ ٹ-



درېم:

د یوه ولاړگودیز یا مستطیل چاپریال یا محیط:  $U=2a+2a$ د مستطیل سطحه:  $A=a.b$ 

$U = 2a + 2b \Rightarrow b = \frac{U}{2} - a$

ردو: په سطحه فرمول کې یې ځای په ځای کړی:

$$A(a) = a \left( \frac{U}{2} - a \right) = \frac{U}{2} a - a^2 = -a^2 + \frac{U}{2} a$$

پارابول کبته لور ته واز دی

د سطحی لپاره د ککری کو اور دیناتونه ماکسیموم راکوي.

$$A(a) = -1 \left[ a^2 - \frac{U}{2} a + \left( \frac{U}{4} \right)^2 - \left( \frac{U}{4} \right)^2 \right] = - \left( a - \frac{U}{4} \right)^2 + \left( \frac{U}{4} \right)^2 ;$$

د ککری

$$\Rightarrow S \left( \frac{U}{4} \mid \left( \frac{U}{4} \right)^2 \right) \Rightarrow \text{für } a = \frac{U}{4} \text{ ist } A(a) = \left( \frac{U}{4} \right)^2$$

تکي بڼه:

د سطح ماکسیموم

د  $U=18\text{cm}$  لپاره باور لري:  $a=18\text{cm}/4=4,5$  او  $b=(U/2)-a=9\text{cm}-4,5\text{cm}=4,5\text{cm}$

د  $a=4,5\text{cm}$  او  $b=4,5\text{cm}$  لپاره مستطیل خورا غټه سطحخونديونه لري.

$$A = a \cdot b = 4,5 \text{ cm} \cdot 4,5 \text{ cm} = 20,25 \text{ cm}^2 \quad \square$$

هيله ده د  $U=30\text{cm}$  سره يې وازمایي.

څلورم:

| الف-               | ب-                                     |
|--------------------|--|
| $f(x)$             | $f(x) : \text{ککری } S(2 4)$           |
| صفرخايونه          | $\Rightarrow f(x) = a_2 (x - 2)^2 + 4$ |
| $-3 < x < -2$ او   | $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$    |
| $1 < x < 2$ سيمتري | $\Rightarrow f(x) = -(x - 2)^2 + 4$    |

|  |  |
|--|--|
| <p>پارابول لاندي لور ته واز دی</p> <p><math>x_s = -0,5</math> د سيمتري له لامله</p> <p><math>g(x)</math> :<br/> <math>P_{x_1}(-2 0); P_{x_2}(1 0)</math></p> <p>د ارزښت جدول څخه ولولئ</p> <p>پارابول پورته لور ته واز دی.</p> $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2 + 1}{2} = -0,5$ <p><math>f(x)</math> او <math>g(x)</math> سيمتريک دي<br/> و <math>x = -0,5</math> ته.</p> | <p>ب-</p> <p><math>f(x)</math> : ککړی <math>S(2 4)</math></p> $\Rightarrow f(x) = a_2 (x - 2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x - 2)^2 + 4$ <p>صفر ځايونه:</p> $(x - 2)^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 4$ <p>پارابول کښته لور ته واز دی</p> <p><math>g(x)</math> ککړی <math>S(2 -4,5)</math></p> $\Rightarrow g(x) = a_2 (x - 2)^2 - 4,5$ $g(1) = -4 \Rightarrow a_2 = 0,5$ $\Rightarrow g(x) = 0,5 (x - 2)^2 - 4,5$ <p>پارابول پورته لور ته واز دی</p> <p>صفر ځايونه</p> $0,5 (x - 2)^2 = 4,5 \Rightarrow x_1 = 5; x_2 = -1$ <p><math>f(x)</math> او <math>g(x)</math> و <math>x = 2</math> ته سيومتريک دي</p> |
|--|--|

پنځم:

د نورمال پارابول بڼه پورته لور ته واز  $P_y(0|6)$   $f(x) = -x^2 - x + 6$

$$g(x) = (2-x)(x+3)$$

$$P_{x_1}(-3|0); P_{x_2}(2|0)$$

د نورمال پارابول بڼه کښته لور ته واز

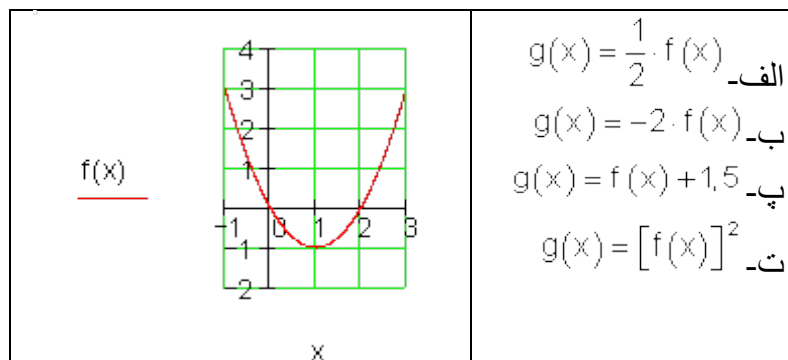
$$h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{25}{4}\right)$$

د نورمال پارابول بڼه کښته لور ته واز

### پوښتنې

د مربع توابعو گرافونه

لومړی: دتابع  $f(x)$  گراف ورکړ شوی دی. د  $g(x)$  گراف وکارئ.



دویم:

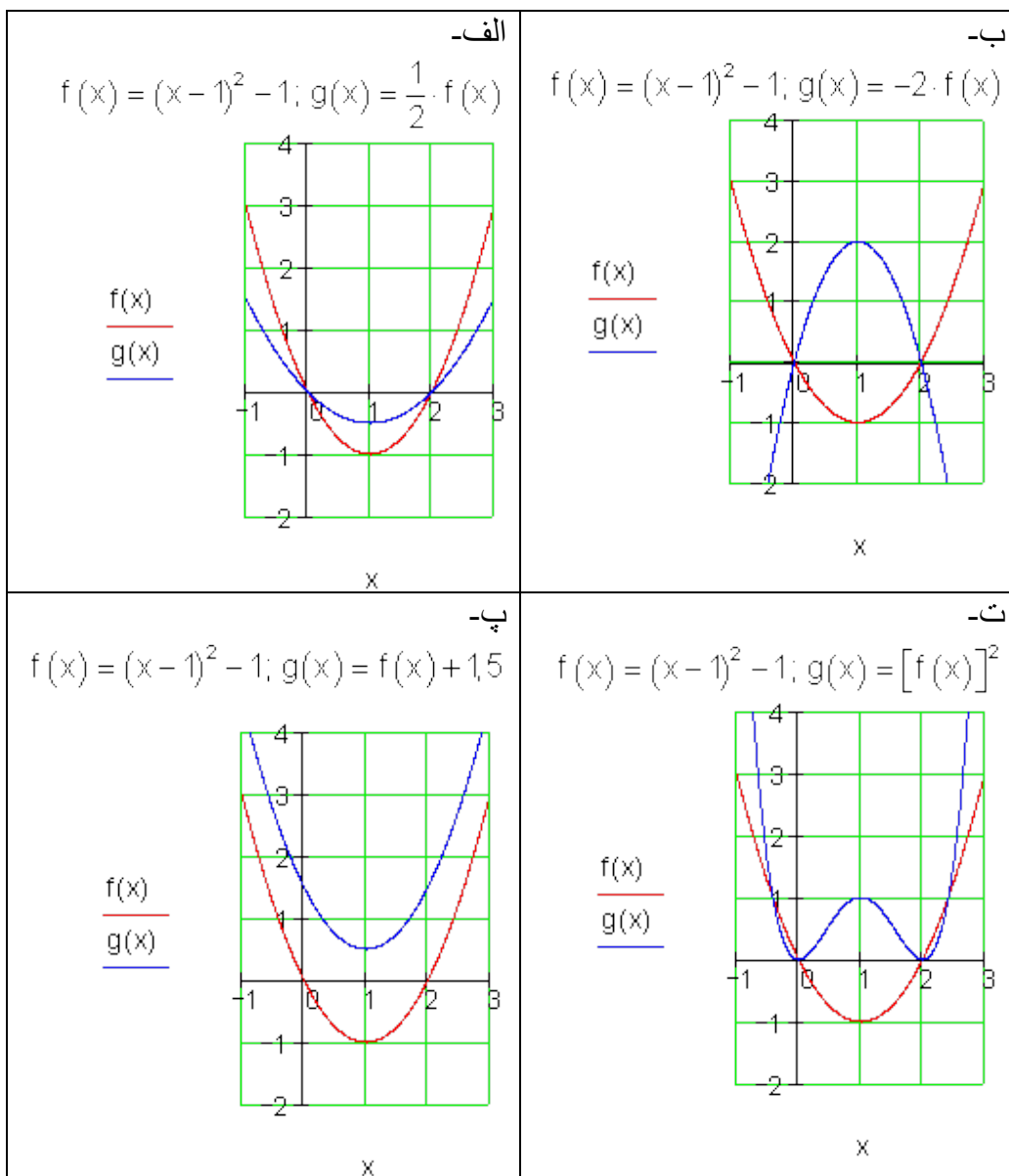
|      |   |
|------|---|
| الف- | د گراف $f(x)$ او $g(x)$ ترمنځ کومې اړیکې پرته دي؟<br>د ککړۍ ټکي مساوات ولیکئ او سره |
|------|---|

|   |   |
|---|---|
| <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math display="block">\frac{f(x)}{g(x)}</math> </div> </div> | <p style="text-align: center;">پرتله یی کری</p>   |
| <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math display="block">\frac{f(x)}{g(x)}</math> </div> </div> | <p style="text-align: center;">ب-ب</p>  |
| <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math display="block">\frac{f(x)}{g(x)}</math> </div> </div> | <p style="text-align: center;">ب-ب</p>  |
| <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math display="block">\frac{A(x)}{B(x)}</math> </div> </div> | <p style="text-align: center;">دریم:</p> <p>کوم گراف په کوم تابع پورې اړه لري؟<br/>         خپله پرېکړه مدله کړه.</p> $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$ $h(x) = (2-x)(x+3)$ |

خوابونه

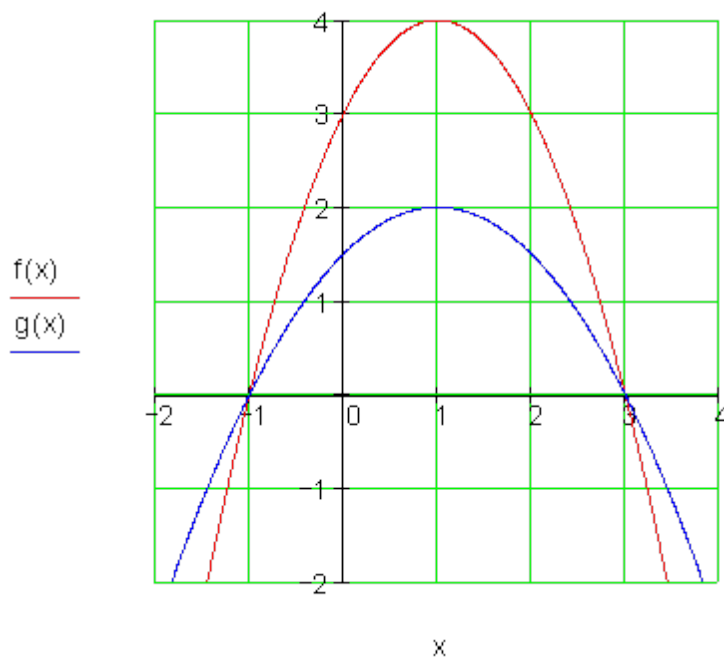
د مربع توابعو گرافونه

لومړی:



دویم الف۔

یادوہ: پورته او کبنتہ کی Scheitelpunkt ککی ٲکی دی۔

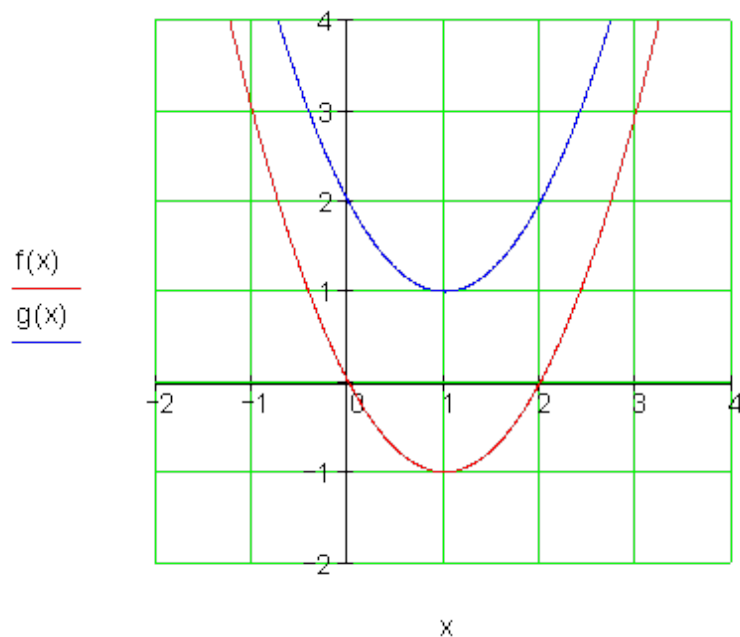


|  |  |
|--|--|
| <p>د المانی پبنتو: ککری ٲکی:</p> <p><math>g(x)</math> :</p> <p>Scheitelpunkt: <math>S(1 2)</math></p> <p><math>\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 2</math></p> <p><math>P(3 0) : g(3) = a_{2g} \cdot 1 + 4 = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow a_{2g} = -0,5</math></p> <p><math>\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0,5(x-1)^2 + 2}}</math></p> | <p><math>f(x)</math> :</p> <p>Scheitelpunkt: <math>S(1 4)</math></p> <p><math>\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 + 4</math></p> <p><math>P(0 3) : f(0) = a_{2f} \cdot 1 + 4 = 3</math></p> <p><math>\Rightarrow a_{2f} = -1</math></p> <p><math>\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -(x-1)^2 + 4}}</math></p> |
|--|--|

توپیر د ککری ٲکی په خای او بڼه ضرب کی پروت دی

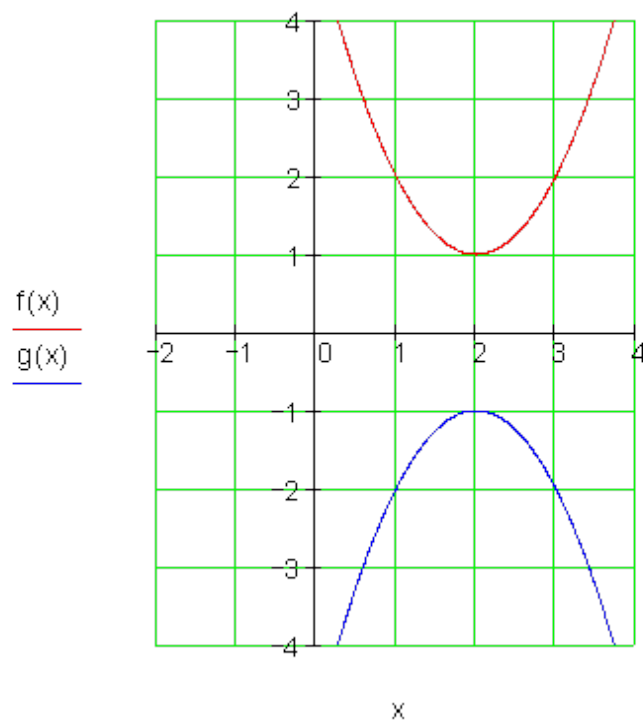
دویم ب۔





| $g(x)$ :   | $f(x)$ :   |
|--|--|
| $S(1 1)$ ککری تکی  | $S(1 -1)$ ککری تکی                                       |
| $\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 1$                   | $\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 - 1$                   |
| $P(0 2) : g(0) = a_{2g} \cdot 1 + 1 = 2$                 | $P(0 0) : f(0) = a_{2f} \cdot 1 - 1 = 0$                 |
| $\Rightarrow a_{2g} = 1$                                 | $\Rightarrow a_{2f} = 1$                                 |
| $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = (x-1)^2 + 1}}$ | $\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = (x-1)^2 - 1}}$ |

فقط ککری تکی په ۲ واحدونو یا یوونونو یو له بل لری پراته دي  
دویم پ:



|   |  |
|---|--|
| $g(x)$ :<br>Scheitelpunkt: $S(2   -1)$<br>$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x - 2)^2 - 1$<br>$P(1   -2): g(1) = a_{2g} \cdot 1 - 1 = -2$<br>$\Rightarrow a_{2g} = -1$<br>$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -(x - 2)^2 - 1}}$ | $f(x)$ :<br>Scheitelpunkt: $S(2   1)$<br>$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x - 2)^2 + 1$<br>$P(1   2): f(1) = a_{2f} \cdot 1 + 1 = 2$<br>$\Rightarrow a_{2f} = 1$<br>$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = (x - 2)^2 + 1}}$ |
|---|--|

$g(x)$  د  $x$  په محور د  $f(x)$  هندارونه (انعکاس) ده  
دریم:

ته واز دی.  $f(x) = -(x + 1)^2 + 3$  د  $S(-1 | 3)$  له امله په  $\underline{\underline{B(x)}}$  پورې اړه لري. پارابول کښته لور

ته واز دی.  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$  د  $P_y(0|2)$  له امله په  $A(x)$  پورې اړه لري. پارابول پورته لور

$h(x) = (2-x)(x+3)$  د  $P_{x1}(-3|0); P_{x2}(2|0)$  له امله په  $C(x)$  پورې اړه لري.

### پوښتنې

د مربع مساواتو گرافونه ||

هر د تابع گراف سره یوه تابع تنظیم یا ترتیب کری

$$f_1(x) = x^2 + 1$$

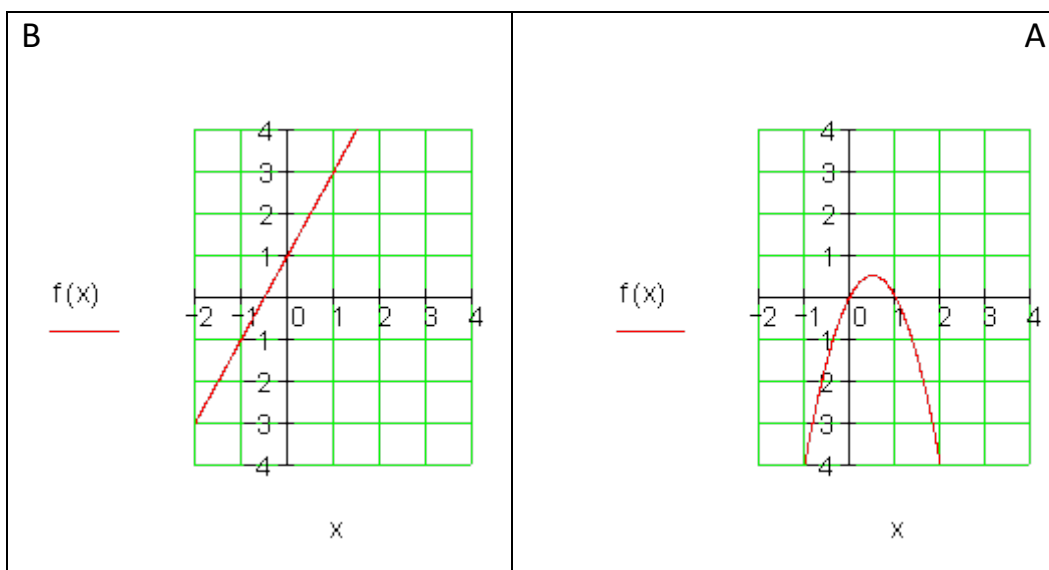
$$f_2(x) = -2x^2 + 2x$$

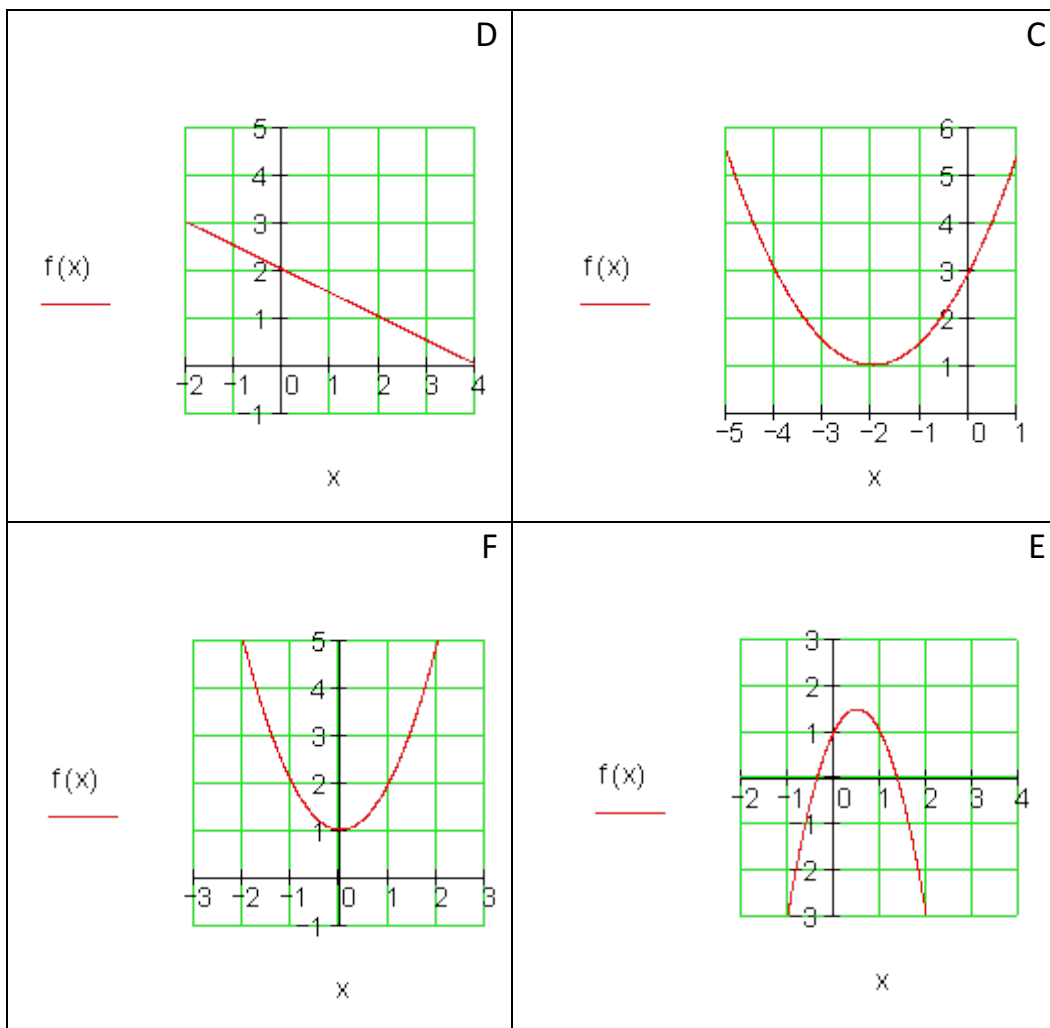
$$f_3(x) = 2x + 1$$

$$f_4(x) = -2x^2 + 2x + 1$$

$$f_5(x) = 2 - 0,5x$$

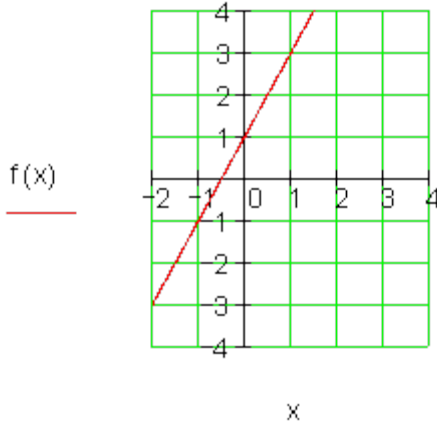
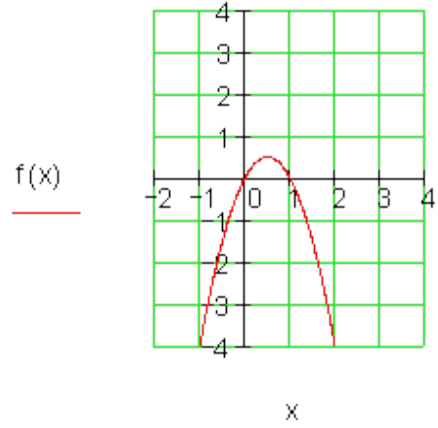
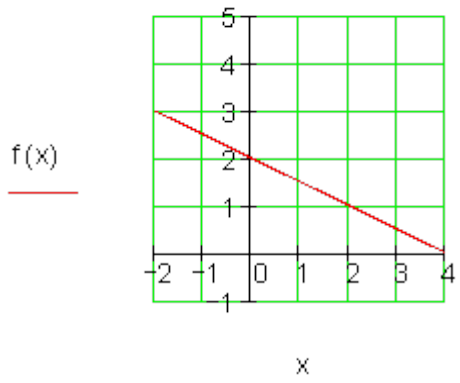
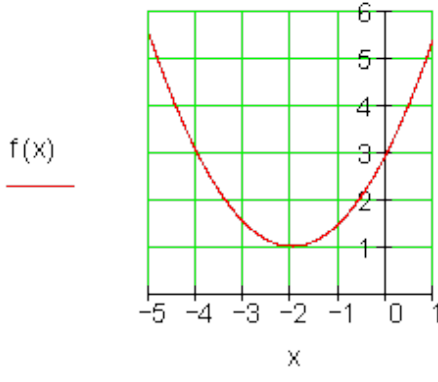
$$f_6(x) = 0,5(x + 2)^2 + 1$$

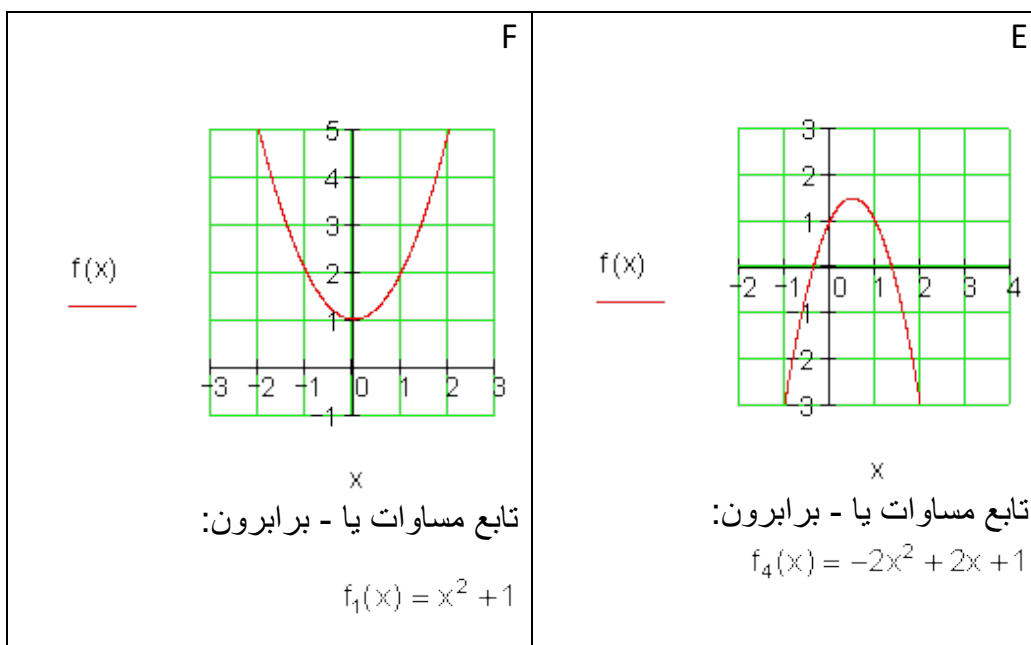




حلونه

د څلورۍ - يا مربع توابعو گرافونه ||

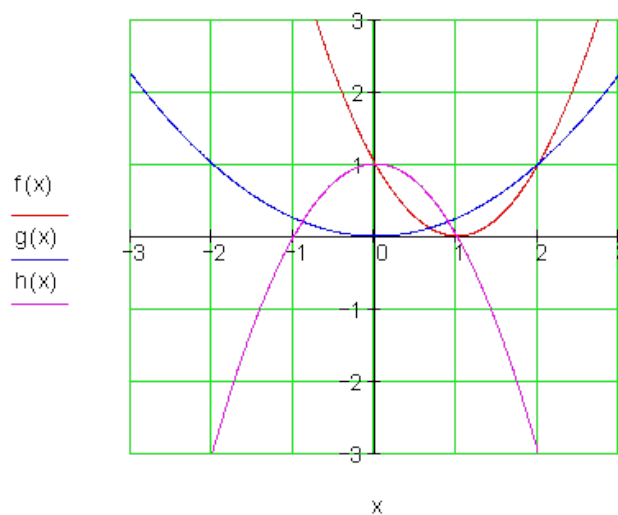
|   |  |
|---|--|
| <p style="text-align: right;"><b>B</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> <p>تابع مساوات یا - برابران:<br/><math>f_3(x) = 2x + 1</math></p>                 | <p style="text-align: right;"><b>A</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> <p>تابع مساوات یا - برابران:<br/><math>f_2(x) = -2x^2 + 2x</math></p>         |
| <p style="text-align: right;"><b>D</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> <p>تابع مساوات یا - برابران:<br/><math>f_5(x) = 2 - 0,5x = -0,5x - 2</math></p> | <p style="text-align: right;"><b>C</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> <p>تابع مساوات یا - برابران:<br/><math>f_6(x) = 0,5(x + 2)^2 + 1</math></p> |



پوښتنې

### د مربع توابعو گرافونه III

لومړۍ - هر یو اړونده تابع ترم وټاکي.



دوی:

|  |                                      |   |
|--|--------------------------------------|---|
| <p><u>A(x)</u></p> <p><u>B(x)</u></p> <p><u>C(x)</u></p> | <p style="text-align: center;">x</p> | <p>هر پارابول سره یو د تابع ترم تنظیم کړی.</p> <p>ضریبونه <math>a_1</math> او <math>a_2</math> هم وټاکئ.</p> $f(x) = a_2x^2 - 2x$ $g(x) = 0,5x^2 + a_1x$ $h(x) = a_2x(x - 2)$ |
|--|--------------------------------------|---|

دریم:

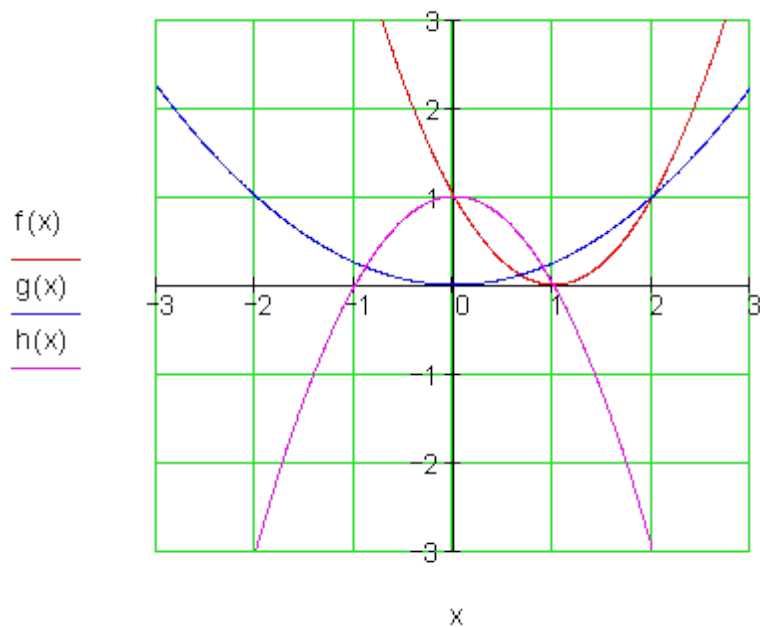
|                                       |                                      |   |
|---------------------------------------|--------------------------------------|---|
| <p><u>f(x)</u></p> <p><u>g(x)</u></p> | <p style="text-align: center;">x</p> | <p>مربع توابع <math>f(x)</math> او <math>g(x)</math> ورکړ شوي دي</p> <p><math>g(x)</math> د <math>y</math> په لور داسې وکتی چې کینول شوی کره یا منحنی <math>f(x)</math> او <math>g^*(x)</math> گډ ټکي ونه لري.</p> $f(x) = -x^2 + 2; x \in \mathbb{R}$ $g(x) = 0,5x^2 + 3x; x \in \mathbb{R}$ |
|---------------------------------------|--------------------------------------|---|

حلونه

د څلورۍ یا مربع تابعو گرافونه III

نتیجې

لومری:



$$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 0,5x^2 \quad h(x) = -x^2 + 1$$

دویم:  $h(x) = a_2x(x-2)$  په  $C(x)$  اړه لري

$$h(3) = -1 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{3}x(x-2)$$

په  $A(x)$  اړه لري  $f(x) = a_2x^2 - 2x$

صفر ځایونه

$$: x(a_2x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{2}{a_2} = -2 \Rightarrow a_2 = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x$$



په  $B(x)$  پورې اړه لري  $g(x) = 0,5x^2 + a_1x$

$$g(-3) = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot 9 - a_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow a_1 = 1,5 \Rightarrow g(x) = 0,5x^2 + 1,5x$$

دریم:

د دې لپاره چې غوڅتکيشتون ونه لري، باید  $g(x)$  پورته لور ته وکښول شي:

$$g(x) = 0,5x^2 + 3x \Rightarrow g^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

د غوڅتکو لپاره اړین شرطونه:  $g^*(x) = f(x)$

$$0,5x^2 + 3x + a_0 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} = 0$$

$$\Rightarrow p = 2; q = \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} \Rightarrow D = -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3}$$

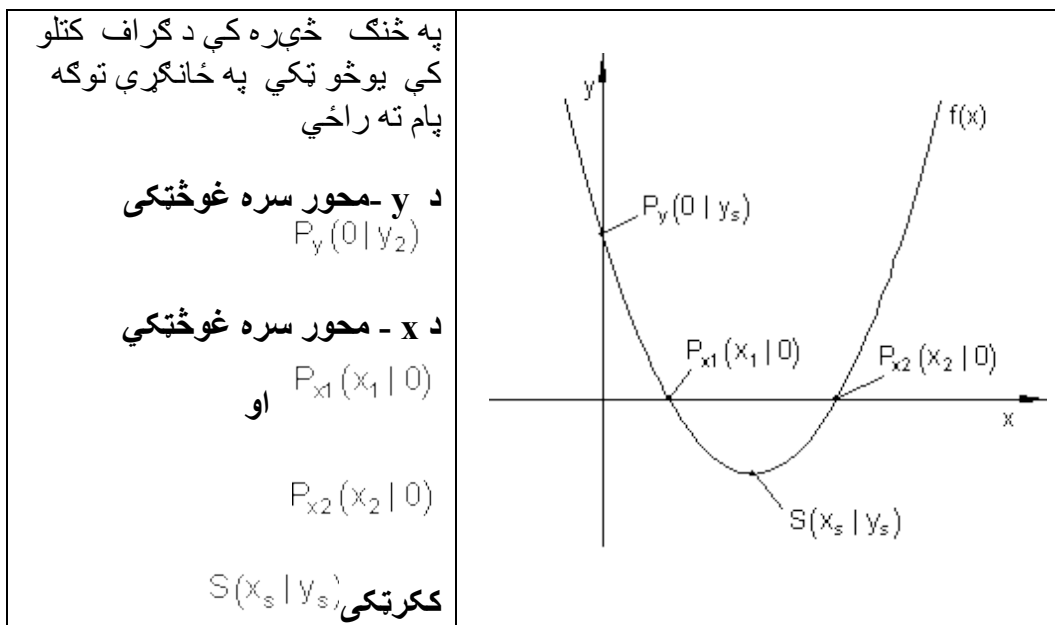
غوڅتکی نه شته که وي:  $D < 0$

$$\Rightarrow -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3} < 0 \Leftrightarrow a_0 > \frac{7}{2}$$

که  $a_0 > 7/2$  وي نو  $f(x)$  او  $g^*(x)$  گډ غوڅتکي نه لري.

## 2-7 د مربع توابعو د محورونو غوختکي

د محورونو غوختکي



څير نييلگه:

د څير نييلگې په توگه دا  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  تابع په چوپړکې لرو.

د  $y$ -محور سره غوڅتکی

گراف د  $y$ -محور په  $P_y$  ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د  $y$ -محور باندې پروت دی، د  $x$  کواوردینات صفر دی.

د  $P_y$  لپاره شرطونه:  $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د  $y$ -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلگه:

$$f(x) = (x-3)^3 - 4 \quad \text{(ککرتکی یا د رأس ټکی)} \quad S(3;4)$$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د  $x$ -محور سره غوڅتکی

گراف د  $x$ -محور د  $P_{x1}$  او  $P_{x2}$  په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د  $x$  په محور پروت دی، د  $y$  کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

داسې  $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$  ایښونه مو مربع مساوات  $(x-3)^3 - 4 = 0$  ته بیایي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 4 \mid \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x - 3| = \sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(5|0); P_{x_2}(1|0)}}$$

تمرینونه:

د مربع تکمیلیدنو له الری د صفرخای ټاکنه  
د یوه پارابول ( 2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز  
پارابول لپاره صفرخایونه او د محورونو غوڅتکي وټاکي.  
د ککرتکي په مرسته گراف و کاری.

$$f(x) = -x^2 - x + 6 \quad S\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{25}{4}\right) \quad \text{دویم} \quad f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad S(-2 \mid -9) \quad \text{اول}$$

$$f(x) = -x^2 - 4x - 4 \quad S(-2 \mid 0) \quad \text{دریم}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \quad S\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{49}{8}\right) \quad \text{څلورم}$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad S(2 \mid 1) \quad \text{شپږم} \quad f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad S(4 \mid -3) \quad \text{پنځم}$$

$$f(x) = 4x^2 + x - 5 \quad S\left(-\frac{1}{8} \mid -\frac{81}{16}\right) \quad \text{اتم} \quad f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad S(-2 \mid -2) \quad \text{اوم}$$

$$f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad S\left(-\frac{1}{8} \mid \frac{81}{16}\right) \quad \text{نهم}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad S\left(1 \mid -\frac{7}{3}\right) \quad \text{لسم}$$

ارزښت (مطلقه ارزښت) یادونه:

يو کس 120 € گټي، مور هم وايو چې هغه د 120 € ارزښت گټي. يو کس د 120 € جزا پاته تر گوتو کوي، مور وايو هغه بايد د 120 € د پيسو جزا ورکړي. په دواړو حالتونو کې مطلب يا موخه 120 € دي.

د اقتصادي تخنيک له مخي گټه د مثبت (زياتيز) او جریمه د منفي (کمیز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخي تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د يوې متحولي ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

|   |                   |
|---|-------------------|
| د شميرلو قانون:                           | که $x \geq 0$ وي. |
| $ x  = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$ | که $x < 0$ وي.    |

بيلگه:

د مطلقه ارزښت مساوات  $|x+2| = \sqrt{3}$ : دې حل کړای شي. د شميرني قانون:

|                    |                 |   |
|--------------------|-----------------|---|
| که $x+2 \geq 0$ وي | که $x+2 < 0$ وي | $ x+2  = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$ |
|--------------------|-----------------|---|

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که  $x+2 \geq 0$  وي، نو لاس ته راځي

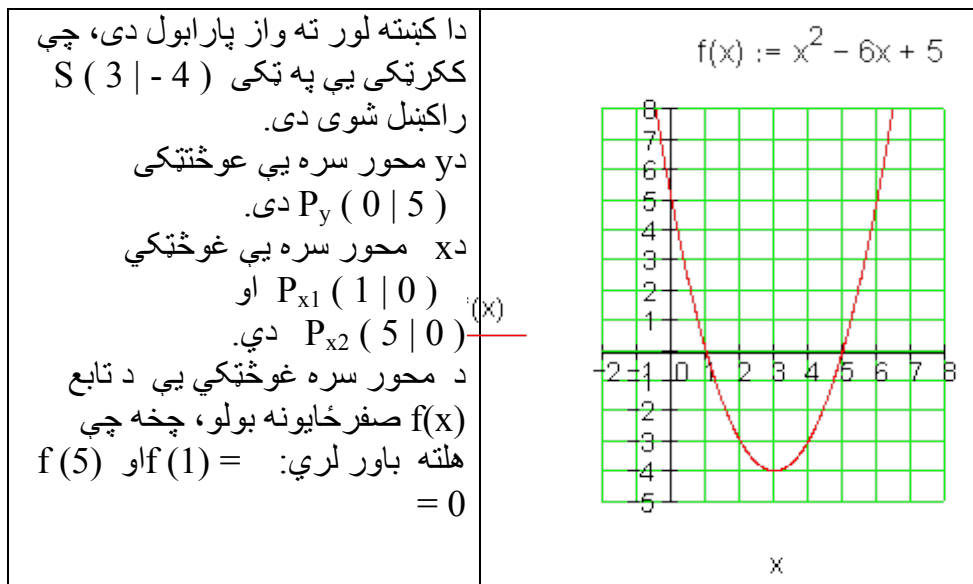
$$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2 + \sqrt{3}$$

دويم حالت: که  $x+2 < 0$  وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2 - \sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

د نورو څیړنو لپاره د بیلگې گراف کارو:  $|x+2| = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$



د تعریف او ارزښت سټ (ډېری) زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کې تر څېړني نیول کېږي. دا مو تعریفډېری او ارزښت ډېری ته لارښودوي. ځمور د بیلگې تابع دې فقط له  $x = -1$  تر  $x = +6$  د ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

تعریف سټ (ډېری):  $D = \{x | -1 \leq x \leq 6\}$  په دې معنا چې له  $x = -1$  تر  $x = 6$  پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت (مینیموم) ککرتکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس  $x_{\min} = -4$ . اوس د انټروال پولې  $x = -1$  او  $x = 6$  څیړل کېږي.

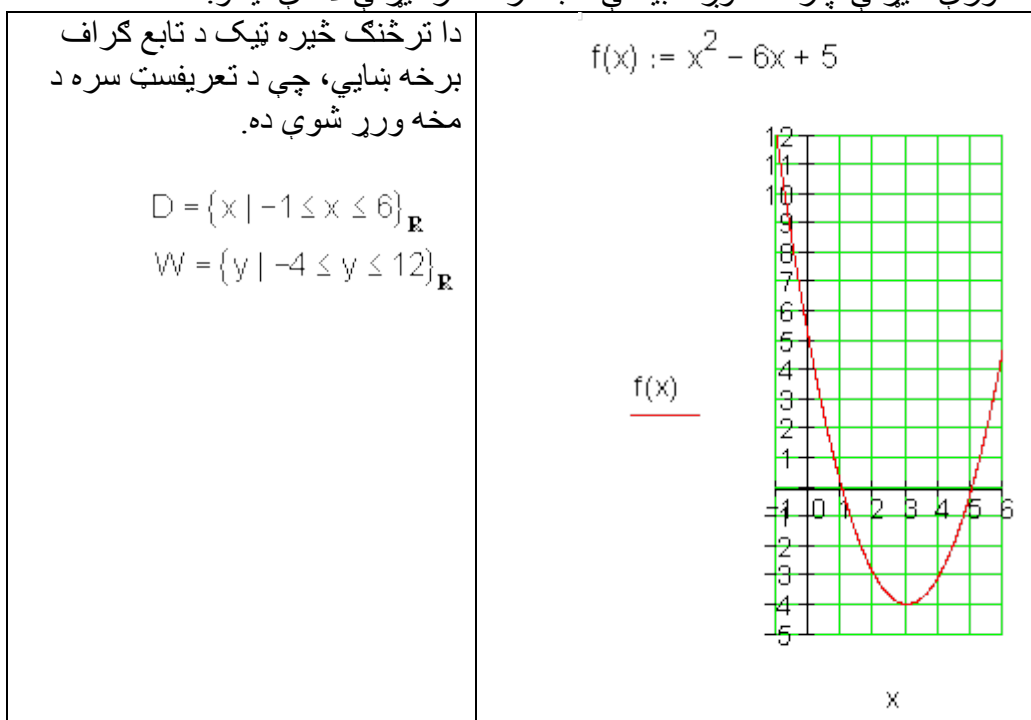
$$f(-1) = (-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$

$$f(6) = 6^2 - 6 \cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

له دي سره ارزښت سټ دی:

$$W = \{y \mid -4 \leq y \leq 12\}_{\mathbf{R}}$$

د ارزښت ډبرئ يا -سټ تل د تعريف سټ له لارې ورکول کيږي. د نوري څيړني لپاره ځمور د بيلگي تاب گراف ترڅيړني لاندې نيسو.



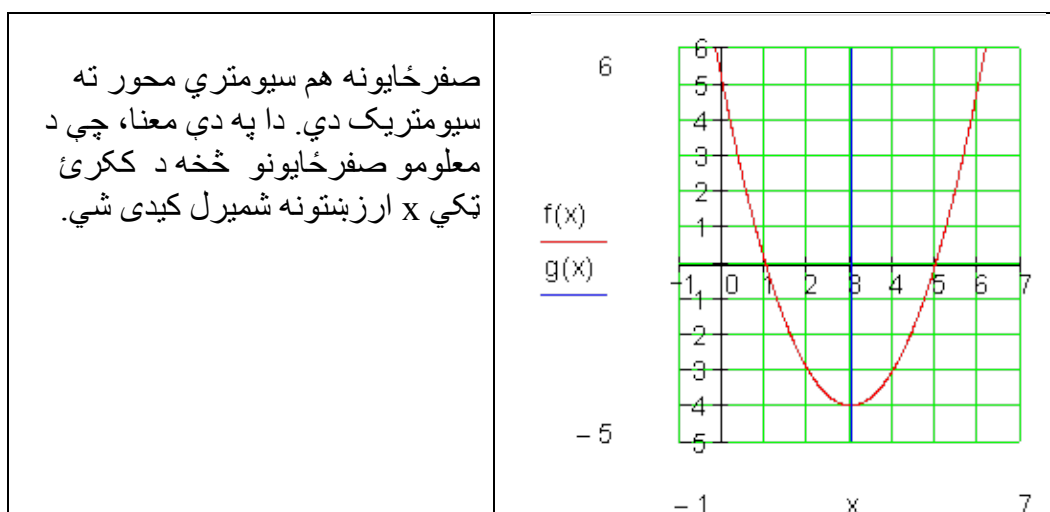
د سيومتري څيړنه:

دا څيره شوي پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چي د  $y$  محور سره غبرگ د ککرتکي څخه تير پري، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري.

د سيومتري محور مساوات چي د

$S(x_s \mid y_s)$  ککرتکي څخه تير پري دی: دلته  $x = 3$  .



له صفرخايونو څخه د ککړي ټکي شميرنه

صفرخايونه :  $x_1; x_2$  څرگندي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s | f(x_s))$$

زموږ د بيلگي لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 | f(3))$$

که د مربع تابع صفرخايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککړي ټکي د  $x$  کواورديناټ دی.

د  $p - q$  - فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرخايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړي شو.

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ مربع مساوات}$$



مو د مربع مساوات نور مالبنې ته بيايي:  
د  $x^2 - 6x + 5 = 0$  حل د مربع تکميليدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \Leftrightarrow x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}} \quad \underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$$

د ريښې لاندې افاده (ويينه) دېسکرېمېنانت بلل کيږي.

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \text{دېسکرېمېنانت}$$

$$\underline{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}} \quad \text{د } p-q \text{ - فرمول:}$$

زموږ د بيلگې تابع صفر ځايونه دي اوس د  $p - q$  - فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 5$$

لومړی دې دېسکرېمېنانت وشميرل شي:

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 5 = 9 - 5 = 4$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{4} \Rightarrow x_1 = 3 + 2 = 5 \quad x_2 = 3 - 2 = 1$$

دېسکرېمېنانت او د حلونو ست  
مربع مساوات تل حلور نه دي.

بيلگه:

۲۰۹ 2. د مربع توابعو د ..... د

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

-p-q فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow$$

حل نه لري.

که دېسکریمینانت منفي (کمیزه) مخنځېنه ولري، نو مساوات حلون نه دي، ځکه چې ریښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کیدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بیلگه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$$

-p-q فرمول: فقط یو حل.

تولگه:

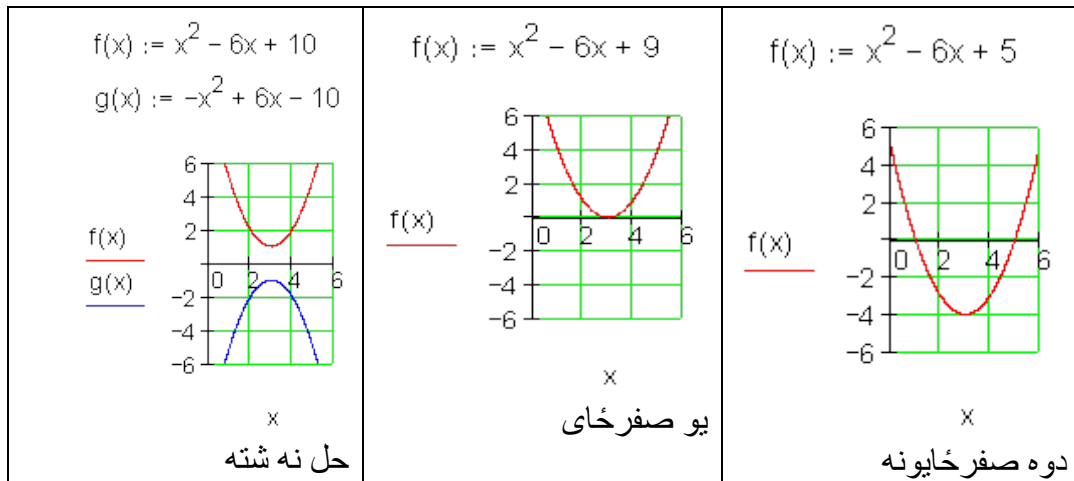
دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

|                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| $D > 0 \Rightarrow L = \{x_1; x_2\}$ | د دوه حلونو                      |
| $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$        | دېری (سټ)                        |
| $D < 0 \Rightarrow L = \{ \}$        | د یوه حل سټ<br>د حلونو سټ نه شته |

د حلونو سټ او د تابع گراف

د یوه مربع تابع د گراف تلنه د مربع مساوات د حلونو ست یا ډېری باندې څه مانا لري؟  
 زمونږ په بیلگه مور مربع مساوات لروده دوه، هیڅ او فقط یوه حل سره.  
 مور د دې اړونده تابع گراف رسموو.



که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع گراف د  $x$  محور دوه واړه غوڅوي.  
 د یوه صفرځای سره د تابع گراف د  $x$  محور په ککر ټکي کې لمسوي.  
 که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر ټکی د  $x$  محور  
 پورته لور ته پروت دی، کبسته لور ته واز پارابول ککر ټکی د  $x$  محور کبسته لور ته  
 پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:

او د مربع مساوات  $x^2 + px + q$  حلونه دي، نو د ویتا د ریښې جمله باور لري:  
 $x_1 + x_2 = -p$  او  $x_1 \cdot x_2 = q$ .  
 بنسونه (ثبوت): ثبوت د سېده شمېرنې له لارې صورت نیسي:

۴۱۱ ۲. مربع توابعو د ..... د

| x1 او x2 سره ضرب کړی  | x1 او x2 سره جمعه کړی  |
|---|--|
| $x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ | $x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$   |
| <p style="text-align: center;">3. Binomische Formel</p>   |  |
| $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - (\sqrt{D})^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$    | $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ |
| $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$   | $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$                  |
| $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$   | $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$                           |

دا جمله د حل د کنترول لپاره بڼه د کار (استعمال) وړ ده.  
بیلگه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 5$$

$$\text{حل: } x_1 = 5; x_2 = 1$$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q(w)$$

صفرخایونه او کرښیز ضریبونه (فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\therefore x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د  $p = -x_1 - x_2$  سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه  
یو مربع مساوات چې صفرخایونه یې معلوم وي، کېدی شي د کرښیزو ضریبونو په ضرب سره ولیکل شي.

جمله:

د صفر ضرب جمله:

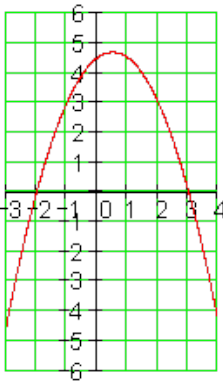
یو ضرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو ضریب یې صفر وي.  
دا زمونږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 5$$

$$\text{حل: } x_1 = 5; x_2 = 1$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x - 1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړ شوي صفرخایونو سره جوړ کړو:  
یو مربع مساوات دې د صفر خایونو  $x_1 = -2$  او  $x_2 = 3$  سره دې منځ ته راوړل  
شي، چې کښته لور ته واز وي او ضریب  $\frac{3}{4}$  ولري.

|   |   |
|---|---|
| $f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$  <p style="text-align: center;">x</p> | $x_1 = -2; x_2 = 3$ $f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$ $= -\frac{3}{4}(x^2 - x - 6) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}$ $y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \mid \frac{75}{16}\right)}}$ |
|---|---|

تمرینونه

د مربع توابعو تمرینونه III

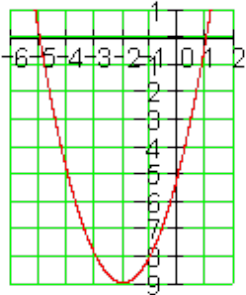
د صفر ځایونو ټاکنه د مربع تکمیلیدني له لارې

نتیجې

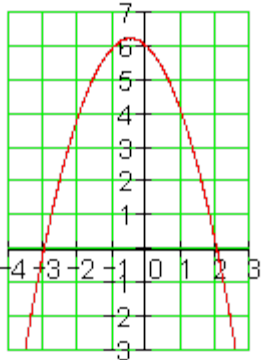
د مربع توابعو تمرینونه III

د صفر ځایونو ټاکنه د مربع تکمیلیدني له لارې:

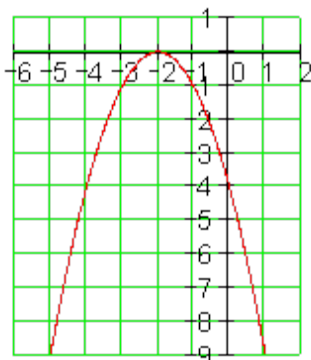
لومړی:

|   |  |
|---|--|
|  | <p>تابع مساوات: <math>f(x) = x^2 + 4x - 5</math></p> <p>صفر ځایونه: <math>x_1 = -5; x_2 = 1</math></p> <p>د <math>x</math> محور سره غوڅتکی:</p> <p><math>P_{x1}(-5 0); P_{x2}(1 0)</math></p> <p>د <math>y</math> محور سره غوڅتکی.</p> <p><math>P_y(0 -5)</math></p> |
|---|--|

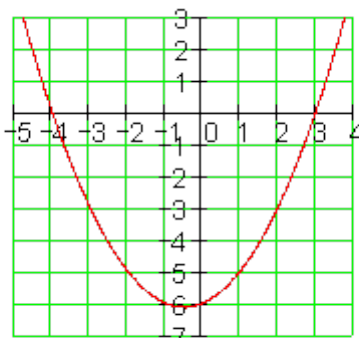
دویم:

|   |  |
|---|--|
|  | <p>تابع مساوات:</p> <p><math>f(x) = -x^2 - x + 6</math></p> <p>صفر ځایونه: <math>x_1 = -3; x_2 = 2</math></p> <p>د <math>x</math> محور سره غوڅتکی:</p> <p><math>P_{x1}(-3 0); P_{x2}(2 0)</math></p> <p>د <math>y</math> محور سره غوڅتکی:</p> <p><math>P_y(0 6)</math></p> |
|---|--|

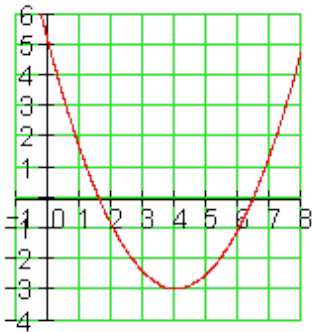
دریم:

|   |   |
|---|---|
|  | <p>تابع مساوات :</p> $F(x) = -x^2 - 4x - 4$ <p>صفر ځايونه:</p> $x_1 = -2 ; x_2 = -2$ <p>د <math>x</math> محور سره غوڅتکي:</p> $P_{x_1}(-2   0); P_{x_2}(-2   0)$ <p>د <math>y</math> محور سره غوڅتکي:</p> $P_y(0   -4)$ |
|---|---|

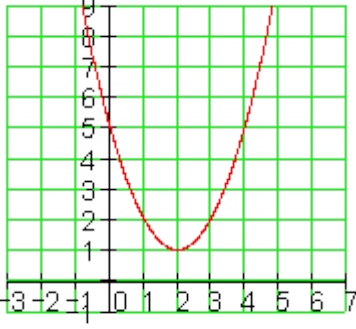
څلورم:

|   |  |
|---|--|
|  | <p>تابع مساوات :</p> $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6$ <p>صفر ځايونه: <math>x_1 = -4 ; x_2 = 3</math></p> <p>د <math>x</math> محور سره غوڅتکي:</p> $P_{x_1}(-4   0); P_{x_2}(3   0)$ <p>د <math>y</math> محور سره غوڅتکي:</p> $P_y(0   -6)$ |
|---|--|

پنځم:

|   |   |
|---|---|
|  | <p>تابع مساوات : <math>f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5</math></p> <p>صفر ځايونه:</p> $x_1 = 4 - \sqrt{6} \approx 1,55$ $x_2 = 4 + \sqrt{6} \approx 6,45$ <p>د <math>x</math> محور سره غوڅتکی:</p> $P_{x1}(4 - \sqrt{6}   0); P_{x2}(4 + \sqrt{6}   0)$ <p>د <math>y</math> محور سره غوڅتکی:</p> $P_y(0   5)$ |
|---|---|

شپږم:

|   |  |
|---|--|
|  | <p>تابع مساوات : <math>f(x) = x^2 - 4x + 5</math></p> <p>صفر ځايونه:</p> <p>نه شته</p> <p>د <math>x</math> محور سره غوڅتکی:</p> <p>شتون نه لري</p> <p>د <math>y</math> محور سره غوڅتکی:</p> $P_y(0   5)$ |
|---|--|



اووم:

تابع مساوات :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$$

صفر ځيونه:

$$x_1 = -2 - \sqrt{8} \approx -4,83$$

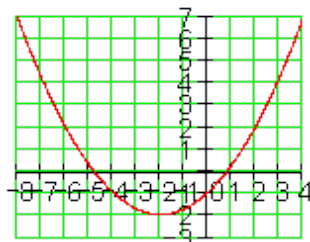
$$x_2 = -2 + \sqrt{8} \approx 0,83$$

د  $x$  محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1}(-2 - \sqrt{8} | 0); P_{x2}(-2 + \sqrt{8} | 0)$$

د  $y$  محور سره غوڅتکی:

$$P_y(0 | -1)$$



اتم:

تابع مساوات :  $f(x) = 4x^2 + x - 5$

$$x_1 = -\frac{5}{4}; x_2 = 1$$

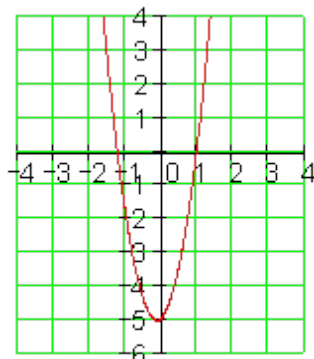
صفر ځيونه:

د  $x$  محور سره غوڅتکی:

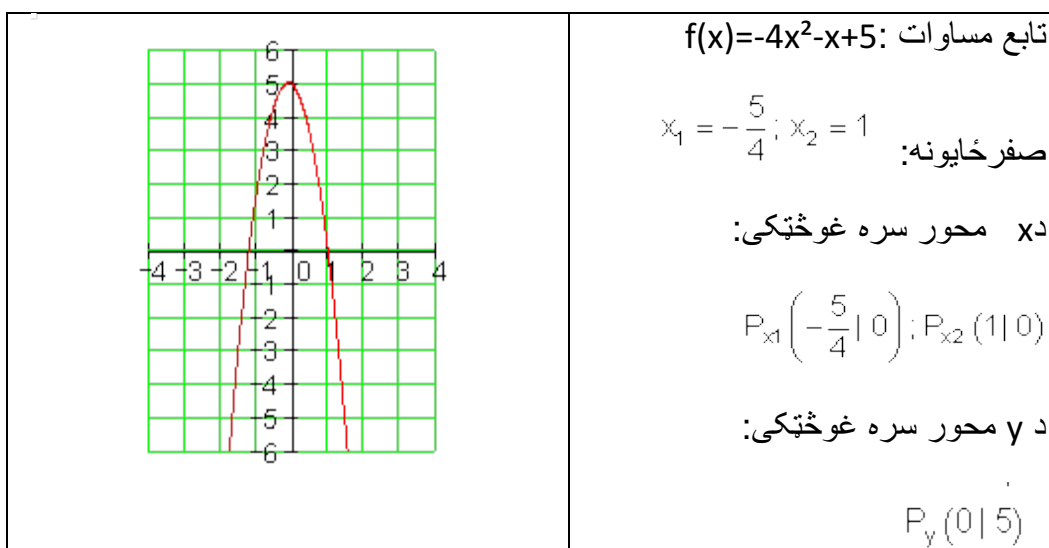
$$P_{x1}\left(-\frac{5}{4} | 0\right); P_{x2}(1 | 0)$$

د  $y$  محور سره غوڅتکی:

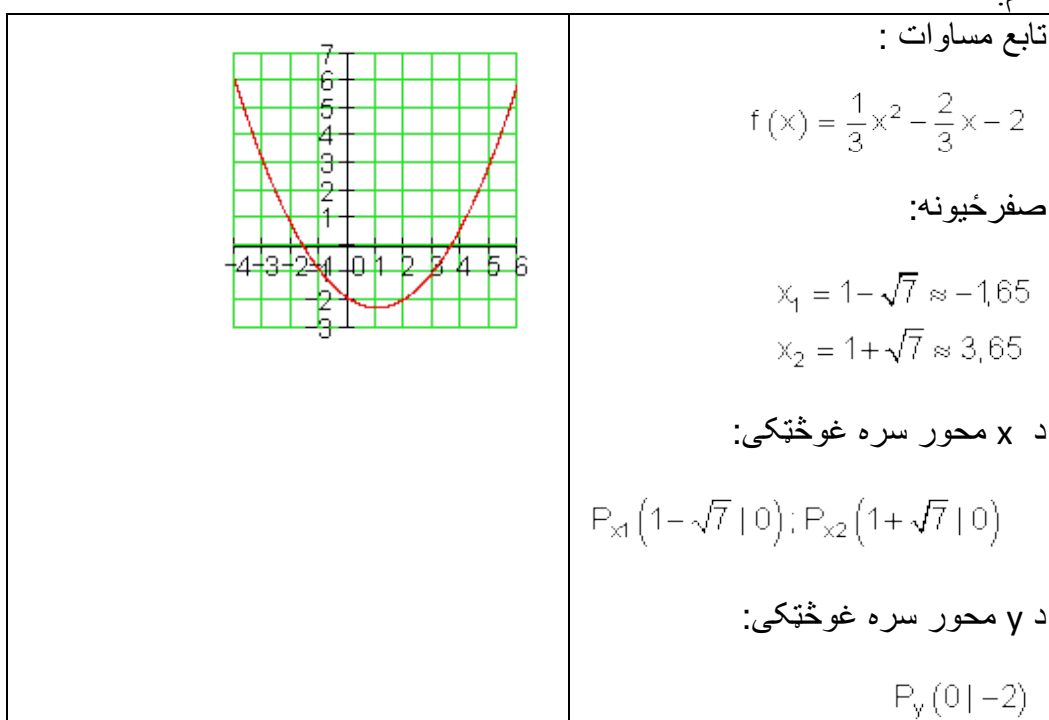
$$P_y(0 | -5)$$



نهم:



لسم:



## بیلگه

د صفرخایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدني له لارې مفصله بیلگه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

د صفرخایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

$$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

|                     |   |
|---------------------|---|
| په نورمال بڼه راوړل | $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$                               |
| نورمال مربع مساوات  | $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$   |
| مربع تکمیلونه       | $\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$ |

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{1. \text{ binomische Formel}} - \underbrace{4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 = 16 \mid \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow |x + 2| = \sqrt{16} = 4$$

ریښه وپستنه یا ریښه نیونه - - ارزښت حل کړی

|            |   |
|------------|---|
| لومړۍ حالت | $x+2=4 -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$    |
| دویم حالت  | $x+2=-4 -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$ |

صفر ځایونه:  $x_1=2$  همداسې  $x_2=-6$

د  $x$  محور سره غوڅتکی:  $P_{x_1}(2|0)$  همداسې  $P_{x_2}(-6|0)$

د  $y$  محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow P_y(0|6)$$

### پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړۍ - د تابع  $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$  د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع  $f(x)$  صفر ځایونه ونه لري؟

دویم - د  $f(x)$  او  $g(x)$  برعکس ځایونه د  $x$  په واکوالي (تابعیت) کې و څیړئ، که باور ولري:

$$g(x) = ax^2 - a; x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^* \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 + 1; x \in \mathbb{R}$$

دریم - د  $f(x)$  او  $g(x)$  مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$g(x) = 0,5x(x+3); x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 - 3x; x \in \mathbb{R}$$

الف - په کواورديناټ - يا پروتولار سيستم کې د  $f(x)$  او  $g(x)$  گرافونه وکارې. بي له شميرني دليل رواړی، چې ولې  $f(x)$  او  $g(x)$  د  $x$  په محور سره غوڅوي..

$S(1,5;2,25)$  د  $f(x)$  ککره ( رأس ) دی.

د  $g(x)$  ککره ورکړی.

ب - کرښه د  $x=u$  سره د  $-3 < u < 0$  لپاره  $f(x)$  په ټکي  $P$  او  $g(x)$  په ټکي  $Q$  کې غوڅوي.

د  $P$  او  $Q$  کواورديناټونه وټاکي.

پ - د  $PQ$  بنده کرښه د يوه مستطيل يا ولارګوډيز يو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطيل منځ يا سطحه د  $u = -1$  لپاره او چاپيريال  $U$  د  $u$  په واکوالي کې وټاکي.

ت - پارابول  $g(x)$  د  $y$  په لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د  $f(x)$  گراف لمس کړي. د لمستکي کواورديناټ وشميری.

ټ -  $a$  داسې وټاکي چې  $f(a) - f(a+1) = 0$  باور ولري.

څلورم - يو مربع تابع  $f(x)$  ورکړ شوی.

$a$  داسې وټاکي، چې پارابول  $g(x)$  د  $f(x)$  گراف لمس کړي.

پنځم - وښايی، چې د  $a$  داسې ارزښت نه شته، چې د  $f(x)$  گراف نورمال پارابول لمس کړي.

$$f(x) = ax^2 + 1$$

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات  $f(x)$  سره په  $S(0|6)$  کې یوه ککره لري او د  $x$  محور په ټکي  $tP_x(2\sqrt{3}|0)$  کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکي او گراف یې رسم کړی.

اوم – د ویمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع  $f(x)$  او اوږدینات محورونه په ټکو  $P_y(0|-k)$  او  $P_{x_1}(k|0); P_{x_2}(-2|0)$  کې غوڅوي.

د  $f(x)$  تابع مساوات وټاکي.

اتم – ضریبونه  $a_1$  او  $a_2$  داسې پیدا کړی، چې تابع  $f(x) = a_2x^2 + a_1x + 3$  په  $x = -1$  او  $x = 0,5$  ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع  $g(x) = 2x - 1$ .

### ځوابونه:

پارابولونه د ورکړشوو شرطونو سره |

مفصل حلونه

لومړی –  $F(x) = x^2 + a_1x + a_0$

د صفرځای لپاره د نه شتون شرط:  $D < 0$

$$p = a_1; q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \mid + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

دويم -

$$f(x) = -x^2 + 1; g(x) = ax^2 - a$$

$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 - a = -x^2 + 1 \Leftrightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0$$

د  $a$  په پام کې نيول:

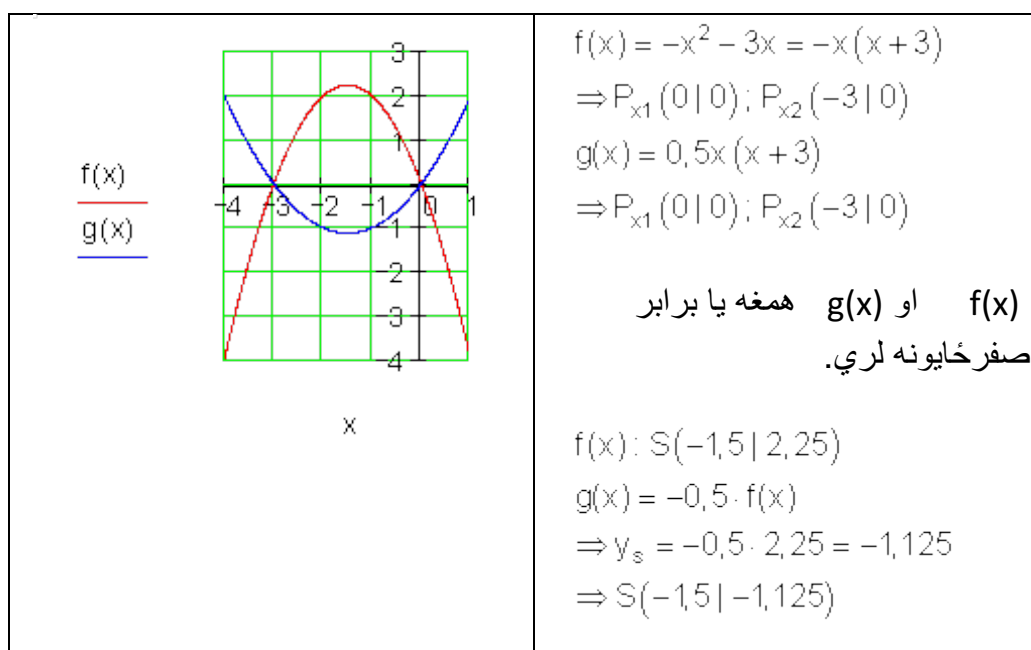
$\underline{a = -1} \Rightarrow f(x) = g(x)$  کټمټ يا ايډنټيک پارابول د ناپاي ډبرو غوڅتکو سره.

$$\underline{a \neq -1} \Rightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm 1;$$

دوه مختلف غوڅتکي.

دريم - الف -

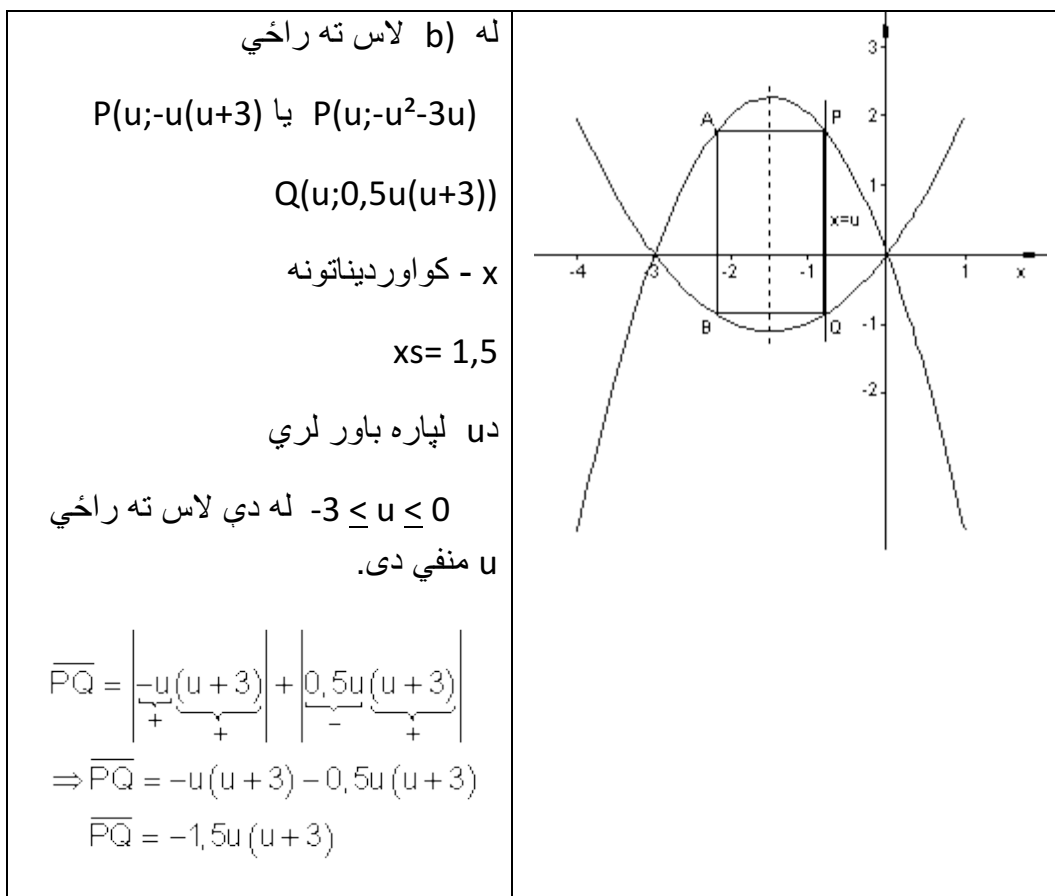


ب- د  $x = u$  ځای په ځای کونه په تابع مساوات کې د  $y$  ارزښت راځوي:

$$f(u) = -u^2 - 3u \Rightarrow \underline{\underline{P(u | -u^2 - 3u)}}$$

$$g(u) = 0,5u(u+3) \Rightarrow \underline{\underline{Q(u | 0,5u(u+3))}}$$

- پ



- ت



$$AP=BQ$$

که  $-1,5 \leq u \leq 0$  ( $x=u$  د ککړې بڼې لور ته پروت دی)

نو باور لري  $\frac{\overline{AP}}{2} = |-1,5| - |u| = 1,5 + u$  (دا چې  $u$  منفي ده) له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow AP)2(1,5+u)$$

په ځانگړي توگه د  $u=-1$  لپاره باور لري:  $A=-1,5 \cdot (-1) \cdot (-1+3) \cdot 2(1,5-1)=3FE$

د مستطیل (ولارگوډیز) سطحه:  $A = \overline{PQ} \cdot \overline{AP} = -1,5u(u+3) \cdot 2(1,5+u)$

د مستطیل چاپریال (محیط) د  $u$  په واکوالي کې:

$$U = 2(\overline{PQ} + \overline{AP}) = 2[-1,5u(u+3) + 2(1,5+u)] = \underline{\underline{-3u^2 - 5u + 6}}$$

که  $-3 \leq u \leq -1,5$  ( $x=u$  د ککړې کین لور ه پروت دی)

$$\frac{\overline{AP}}{2} = |u| - |-1,5| = -u - 1,5$$

نو باور لري

(دا چې  $u$  منفي) له دې لاس ته راځي:  $AP=2(-u-1,5)$

د مستطیل محیط د  $u$  په واکوالي کې:

$$U = 2(\overline{PQ} + \overline{AP}) = 2[-1,5u(u+3) + 2(-u-1,5)] = \underline{\underline{-3u^2 - 13u - 6}}$$

$$f(x) = -x^2 - 3x$$

$$f(a) = -a^2 - 3a$$

$$f(a+1) = -(a+1)^2 - 3(a+1) = -a^2 - 5a - 4$$

$$f(a) - f(a+1) = 4 \Leftrightarrow -a^2 - 3a - (-a^2 - 5a - 4) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a + 4 = 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a = 0}}$$

څلورم -

$$f(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2; g(x) = ax^2$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (1-a)x^2 - 3x + 2 = 0; \text{ mit } a \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{1-a}x + \frac{2}{1-a} = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{1-a}; q = \frac{2}{1-a}$$

د مماس لپاره شرطونه:  $D=0$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{2(1-a)}\right)^2 - \frac{2}{1-a} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{2}{1-a} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{8(1-a)}{4(1-a)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - 8(1-a) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$$g(x) = -\frac{1}{8}x^2$$

$f(x)$  لمسوي.

پنځم - نورمال پارابول:  $g(x)=x^2; f(x)=ax^2+1$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1}$$

د  $a \neq 1$  لپاره

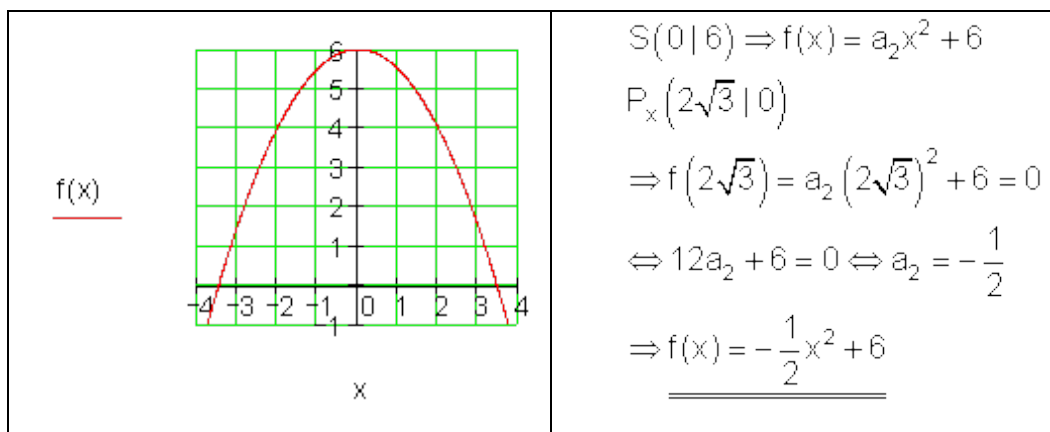
2. د مربع توابعو د ..... د

له دط لاس ته راځي چې صفر ځای شتون نه لري.  $a > 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} < 0 \Rightarrow$  د

لپاره له دې لاس ته راځي دوه حلونه:  $a < 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} > 0 \Rightarrow$  د

$$x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{a-1}}$$

شپږم -



اوم -

$$f(x) = a_2 (x-k)(x+2)$$

کرنبیز ضربیونه

$$f(0) = -k \Leftrightarrow a_2 (-k)(2) = -k \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} (x-k)(x+2) = \underline{\underline{\frac{1}{2} [x^2 + (2-k)x - 2k]}}$$

اتم -

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + 3; g(x) = 2x - 1$$

$$g(-1) = -2 - 1 = -3 \Rightarrow f(-1) = -3 \Leftrightarrow a_2 - a_1 + 3 = -3$$

$$g(0,5) = 1 - 1 = 0 \Rightarrow f(0,5) = 0 \Leftrightarrow 0,25a_2 + 0,5a_1 + 3 = 0$$

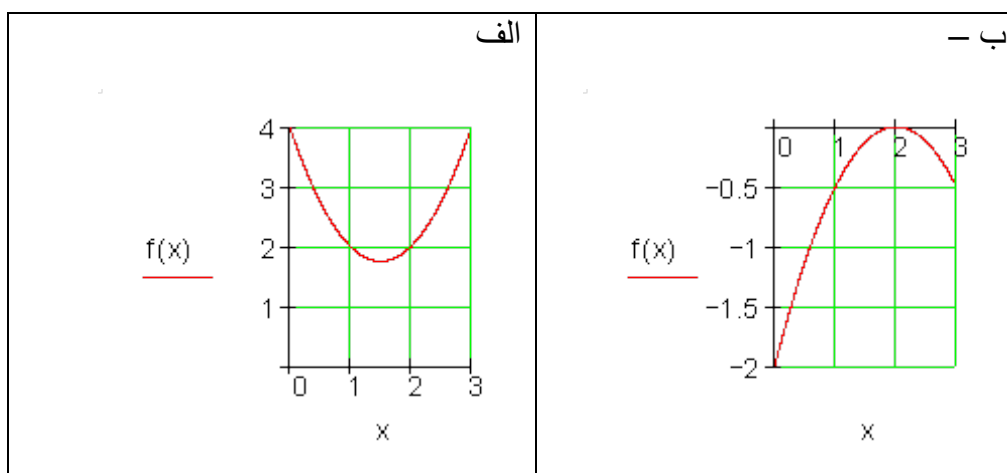
$$\Rightarrow a_2 = -8; a_1 = -2$$

$$\underline{\underline{f(x) = -8x^2 - 2x + 3}}$$

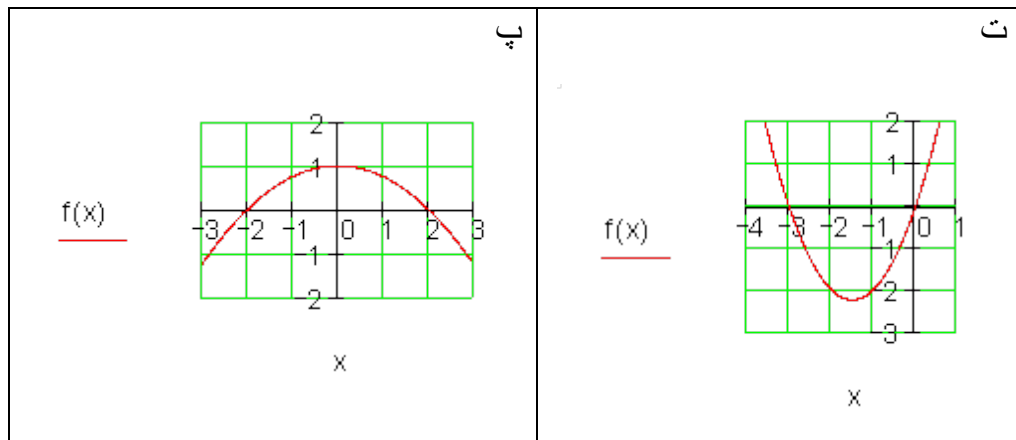
پوښتنې

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره ||

لومړۍ - د څیړنو څخه د تابع مساوات و ټاکي..



2. د مربع توابعو د ..... د



دويم - د يوه مربع تابع  $f(x) = 3x^2 - bx + b$  کراف د  $x$  محور په  $x = -3$  کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکي. دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه  $-2$  او  $3$  لري او خورا کوچني تابع ارزښت  $-1$  لري.  $f(x)$  وټاکي.

څلورم - د مربع تابع  $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$  د ضريبونو  $a_1$  او  $a_0$  په هکله کومي ويناوي (د رياضي منطق وگوري) کېدی شي؟

الف -  $f(x)$  يو صفرځای  $x = 0$  لري  
ب - د  $f(x)$  صفرځايونه په مخنځينه کې يو له بل توپير لري.

پنځم - د يوه مربع  $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  تابع لپاره  $f(0) = 5$  او  $f(1) = 2$  باور لري

الف - د  $a_1$  او  $a_2$  ترمنځ کومي اړيکې پرته دي؟

ب - د  $a_1$  او  $a_2$  د کومو ارزښتونو لپاره  $x = 3$  صفرځای دی؟

شپږم - پارابولونه د ورکړشوو شرايطو له مخي.

الف - د شميرني له لاري ويناوي، چې د مساوات  $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$  سره پارابول د  $x$  محور سره غوڅتکي نه لري.

۴۲۹ 2د مربع توابعو د ..... د

ب – د  $a_2$  ( د صفر سره نابرابر ) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات-  $f(x) = a_2x^2 + 1,5x + 2$  سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي د  $x$  محور سره لري؟

اوم – د تابع  $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$  د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې  $f(x)$  کوم صفرخای ونه لري؟

اتم – د تابع  $f(x)$  خورالوی یا همداسې خورا کوچني ارزښتونه وټاکي.

الف -  $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$  ب -  $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

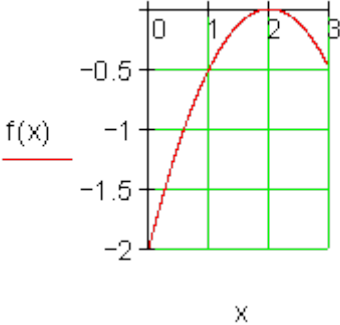
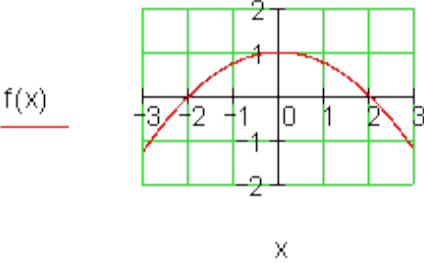
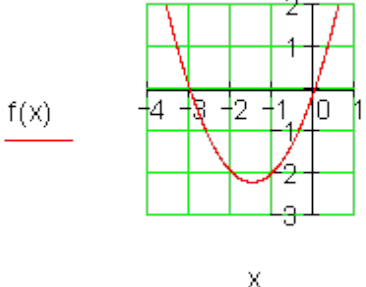
### خوابونه

پارابول د ورکړ شوو شرطونو له مخې ||

مفصل خوابونه

لومړۍ-

|   |  |
|---|--|
| $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ $f(0) = 4 \Rightarrow a_0 = 4$ $f(1) = a_2 + a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 = -2$ $f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 = -2$ $\Rightarrow a_2 = 1; a_1 = -3$ $\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x^2 - 3x + 4}}$ | <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> |
|---|--|

|  |   |
|--|---|
| <p>ککړی: <math>S(2 0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2</math></p> <p><math>f(0) = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}</math></p> <p><math>f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2</math></p> <p><u><u><math>= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2</math></u></u></p><br><p><math>f(x) = a_2(x-2)(x+2)</math></p> <p><math>= a_2(x^2 - 4)</math></p> <p><math>f(0) = 1 \Leftrightarrow -4a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{4}</math></p> <p><u><u><math>f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1</math></u></u></p><br><p><math>f(x) = a_2(x+3)x</math></p> <p><math>f(-1) = -2 \Leftrightarrow -2a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = 1</math></p> <p><math>f(x) = (x+3)x = \underline{\underline{x^2 + 3x}}</math></p> | <br><br> |
|--|---|

دویم:

$$P_x(-3|0) \text{ او } f(x) = 3x^2 - bx + b$$

$$\Rightarrow f(-3) = 0 \Leftrightarrow 27 + 3b + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{27}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x^2 + \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}}}$$

دریم:

$$P_{x_1}(-2|0); P_{x_2}(3|0) \Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

د تابع کوچنی-ارزښت 1-

$$\Rightarrow y_s = -1 \Rightarrow f(x) = a_2 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2 \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 1 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{4}{25}$$

$$f(x) = \frac{4}{25} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{25}x - \frac{24}{25}$$

څلورم:

الف- که  $f(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$  وي، نو لاس ته راځي او  $a_1$  په خوښه

ب- که صفر ځایونه فقط د مخنځې له امله سره توپیر ولري، نو د  $f(x)$  گراف باید محور سیومتريک وي. دا په دې معنا، چې د ککړۍ ټکي یا رأس د  $x$  کواردینات یا محور صفر دی.

ا  $f(x) = x^2 + a_0 \Rightarrow a_1 = 0$  او  $a_0 < 0$  له دې سره  $f(x)$  صفر ځایونه لري.

پنځم: الف -

$$f(0) = 5 \Rightarrow \underline{a_0 = 5}$$

$$f(1) = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 + 5 = 2 \Rightarrow \underline{a_2 + a_1 = -3} \text{ oder } a_1 = -3 - a_2$$



ب-لاندې له کین وېني لورته په ترتیب: او له سره ، لاس ته راځي

$$f(x) = a_2x^2 + \underbrace{(-3 - a_2)}_{a_1}x + 5$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow 9a_2 + (-3 - a_2) \cdot 3 + 5 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{3}$$

$$; a_1 = -3 - \frac{2}{3} = -\frac{11}{3} \quad \text{اوه له دې } a_1 = -3 - a_2 \text{ سره لرو:}$$

شپږم:

الف -

$f(x) = x^2 - 1,5x + 2$  بي له صفرځای په دې معنا چې  $D < 0$

$$x^2 - 1,5x + 2 = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2}; q = 2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 2 = \frac{9}{16} - \frac{32}{16} < 0$$

شرط  $D < 0$  پوره دی.

ب - کښته لور ته په ترتیب په پښتو:

$$f(x) = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

له  $f(x) = 0$  لاس ته راځي:

$$ax^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \mid : a \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2a}x + \frac{2}{a} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{3}{2a}; q = \frac{2}{a} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4a}\right)^2 - \frac{2}{a} = \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a}$$

یو صفرخای:  $D=0$ 

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} = 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} = 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} = a}}$$

، صفرخای نه شته:  $D < 0$ 

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} < 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a < 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} < 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} < a}}$$

دوه صفرخایونه:  $D > 0$ 

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} > 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a > 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} > 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} > a}}$$

اووم:

د نه صفرخای لپاره شرطونه:  $D < 0$   $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ 

$$p = a_1 ; q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \mid + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

اتم:

الف -

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)^2 - 2x - 2 \\ &= x^2 - 6x + 2 \end{aligned}$$

پارابول پورته لور ته واز دی، ککری یل رأس مینیموم ده.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 2 \\ &= (x - 3)^2 - 7 \\ &\Rightarrow S(3 | -7) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(3) = \underline{\underline{-7}}$$

خورا کوچنی ارزښت دی.

ب -

$$f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$$

پارابول کښته لور ته واز دی، ککری یا رأس مینیموم دی.

$$\begin{aligned} f(x) &= -0,5[x^2 - x + 12] \\ &= -0,5\left[x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12\right] \\ &= -0,5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{4}\right] \\ &= -0,5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{47}{8} \\ &\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{47}{8}\right) \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{-\frac{47}{8}}}$$

خورا لوي ارزښت دی.

## 2.8- د پارابول او کرني غوڅتکي

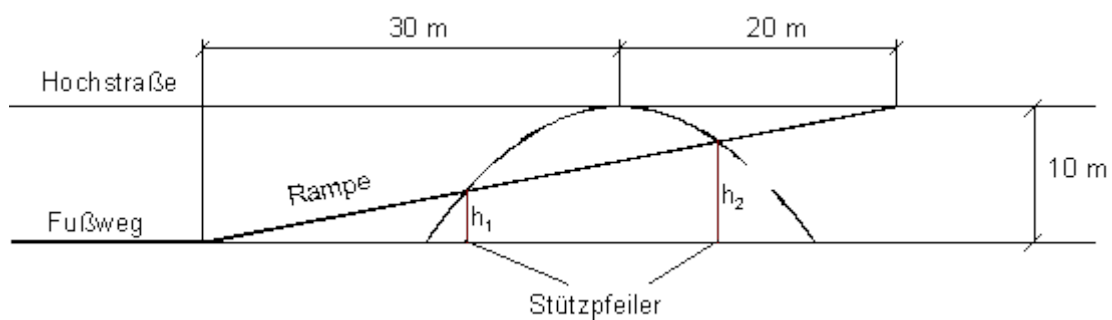
بييللگه:

يوه د پلو لار د يوبه جگ سرک لاندې تللي او هغي ته غبرگه.

د يوه پله په پښه چي د پارابول بني په ډول ليندي دي د پلو لار د يوي مايلسطحي جوړه شي، چي سرک ته پورته ځي.

د د مايل سطحې د په ولاړو پښو جگوالی وټکی.

د پارابول څخه فقط پوهيرو، چي د بني ضريب  $a_2 = 1/20$  لري.

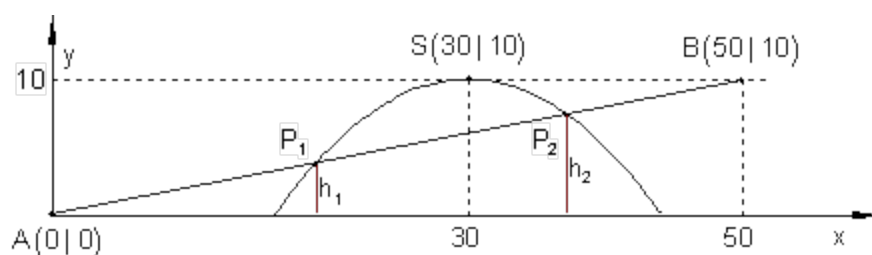


په پورته کې Hochstrasse جگ سرک

Fussweg د پلو لار

Stützpfiler (د درېدو یا تکیه) ستنې یا مټې

د مودل جوړونه Modellierung



تابع مساوات لیکنه

مایلسطحه (د کرښې په ډول) په سرچینه او  $P(50;10)$  کې.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{5}x$$

د پله لینده یا که غواړی قوس (پارابول) د ککړی  $S(30|10)$  او  $a_2 = -\frac{1}{20}$  سره .

|   |              |
|---|--------------|
| $\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}(x-30)^2 + 10$ | ککړی تکی بڼه |
| $\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35$ | تولیزه بڼه   |

د دې پاره چې د د پله ولاړو ستنو جگوالی لاس ته راوړو د پارابول سره د کرښې غوڅتکو ته اړتیا لرو.

د غوڅتکو شمیرنه؛

ایښوونه:  $f(x)=g(x)$  یا  $f(x)-g(x)=0$

$$\Rightarrow -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35 - \frac{1}{5}x = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0$$

څلوریز یا مربع مساوات

$$-\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0 \mid \cdot (-20)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 56x + 700 = 0 \Rightarrow p = -56; q = 700$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-28)^2 - 700 = 84$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1 = 28 + \sqrt{84} \quad \vee \quad x_2 = 28 - \sqrt{84}$$

د متو یا ستنو جگوالی د اړونده  $y$  ارزښتونه دي.

$$y_1 = g(x_1) = g(28 + \sqrt{84}) = \frac{1}{5}(28 + \sqrt{84}) \approx \underline{\underline{7,433}}$$

$$y_2 = g(x_2) = g(28 - \sqrt{84}) = \frac{1}{5}(28 - \sqrt{84}) \approx \underline{\underline{3,767}}$$

د متي  $h_1$  جگوالی 3,764 m دی، د ستني  $h_2$  جگوالی 7,433 m دی.

که د یوې کرښې غوڅتکی د پارابول سره ټاکل کیږي، دا موټل یوه مربع مساوات ته بیایي.

غوڅوونې یا قطاع، مماس، تیرېدونې

د کار قرار داد:

د پارابول  $f(x)$  غوڅتکي د یوې کرښې  $g(x)$  سره وتاکې او هر دواړه گرافونه په یوه مناسب پروتولار سیستم کې وکارې.

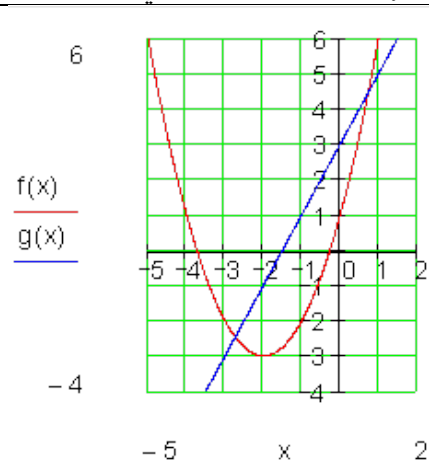
د پارابول د رسمولو لپاره د ککړۍ ټکي ښه وکاروئ.

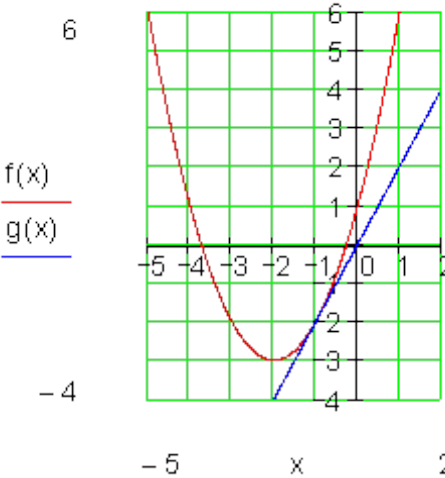
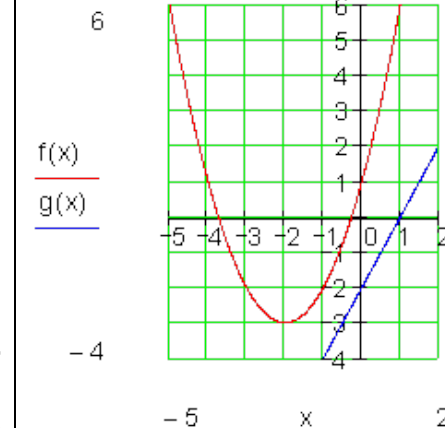
$$f(x) = x^2 + 4x + 1 \quad \text{همداسې د ککړۍ ټکي ښه کي:} \quad f(x) = (x+2)^2 - 3$$

a)  $g(x) = 2x + 3$       b)  $g(x) = 2x$       c)  $g(x) = 2x - 2$

د پارابول او کرښې غوڅتکي

د دارو مساواتو د ضریبونو د ورکړې وروسته، غوڅتکي شمیرل کيږي، بیا کيږي شي دواړه گرافونه وکښل شي؟

|   |   |
|---|---|
| $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$ $\Rightarrow p = 2; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$ $\Rightarrow x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} = -1 + \sqrt{3} \approx 0,73$ $x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{D} = -1 - \sqrt{3} \approx -2,73$ $g(x_1) = 2 \cdot (-1 + \sqrt{3}) + 3 = 1 + 2\sqrt{3} \approx 4,46$ $g(x_2) = 2 \cdot (-1 - \sqrt{3}) + 3 = 1 - 2\sqrt{3} \approx -2,46$ $\Rightarrow P_1(-1 + \sqrt{3} \mid 1 + 2\sqrt{3}) \approx \underline{\underline{P_1(0,73 \mid 4,46)}}$ $P_2(-1 - \sqrt{3} \mid 1 - 2\sqrt{3}) \approx \underline{\underline{P_1(-2,73 \mid -2,46)}}$ |  <p>د <math>g(x)</math> کرښه د <math>f(x)</math> گراف په دوه ټکو کې غوڅوي. غوڅوونې بلل کيږي.</p> |
|---|---|

|   |  |
|---|--|
| $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$ $\Rightarrow p = 2; q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 1 = 0$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$ $g(x_{1/2}) = 2 \cdot (-1) + 3 = -2$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_{1/2}(-1   -2) \text{ Berührungspunkt}}}$ <p>پورته: د لمستکي يا مماس<br/>يوه کرښه چې گراف په ټيک يوه ټکي کې<br/>لسري تانجنت يا لمسوني بلل کيږي</p> |  <p>د <math>g(x)</math> کرښه د <math>f(x)</math> گراف په يوه<br/>ټکي کې لمسوي.</p> |
| $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Rightarrow p = 2; q = 3$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 3 = -2 \text{ keine Lösung}$ <p>کرښه <math>g(x)</math> د <math>f(x)</math> سره ګډ ټکي نه لري.<br/>داسي يوه کرښه تېرېدونې بلل کيږي.</p>  |    |

د تمرين بيلگو څخه پيژندل کيږي، چې غوڅتکو گڼون يا تعداد، چې يوه کرښه يې له پارابول سره لري د ديسکرېمينانت څخه سيده لوستل کيږي.



|                      |   |
|----------------------|---|
| $D > 0: \Rightarrow$ | پارابول او کرښه په دوه ټکو کې سره غوڅوي |
| $D = 0: \Rightarrow$ | پارابول او کرښه سره په یوه ټکي کې       |
| $D < 0: \Rightarrow$ | لمسوي. پارابول او کرښه ګډ ټکی نه لري.   |

## پوښتنې

## پارابول او کرښه II

لومړی:

|  |   |
|--|---|
| $f_1(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ $f_2(x) = x + \frac{7}{2}$ | یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع $f_2(x)$ په ټکو $P_1$ او $P_1$ کې غوڅیږي، چېرته چې $P_1$ هغه خورا نښت ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي $P_2$ تیريږي. |
|--|---|

و شمیري:

الف- د کرښې او پارابول غوڅتکي  $P_1$  او  $P_2$ .ب- تابع  $f_3(x)$  چې  $f_2(x)$  ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ- توابعو ته ګرافونه وکارئ.

دویم: پارابول  $f(x)$  د  $y$  په لور داسې راکاږی، چې کرښه  $g$  لمس کړي.

$$f(x) = 0,5x^2 + 3x ;$$

$$g: 2y - 4x + 8 = 0$$

د  $f(x)$  راکښنه و شمیري او لمس ټکی.

دریم:

|   |   |
|---|---|
| $f_1(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ $f_2(x) = -x + \frac{7}{2}$ | يو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له يوې کرښې د تابع $f_2(x)$ په ټکو $P_1$ او $P_1$ کې غوڅيږي، چېرته چې $P_1$ هغه خورا ټيټ ټکی بايد وي. کرښې ته ولاړکونجيز د تابع $f_2(x)$ سره يوه دويمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي $P_2$ تيریږي. |
|---|---|

و شميری: الف- د کرښې او پارابول غوڅتکي  $P_1$  او  $P_2$ .

ب- تابع  $f_3(x)$  چې  $f_2(x)$  ته ولاړکونجيزه ځغلي.

پ- توابعو ته گرافونه وکاري.

څلورم: يو تابع  $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}; x \in \mathbb{R}$  ورکړ شوی

الف- سچينيزه کرښه  $g(x)$  د  $(6 | 1)$  له لارې ځغلي.

د غوڅتکي  $f(x)$  د  $g(x)$  سره و شميری.

ب- د  $g(x)$  سره کومه غبرگه  $f(x)$  لمسوی؟

لمستکی و شميری.

د  $g(x)$  سره کومه غبرگه د  $f(x)$  سره غوڅتکی نه لري.

پنځم: يو پارابول د اوږدینات محور ( $y$  - محور) په  $P_1$  کې غوڅوي او په ټکو  $P_2$  او  $P_3$  کې له يوې کرښې د تابع  $f_1(x)$  سره غوڅوي. دا و شميری:

|   |  |
|---|--|
| $f_1(x) = \frac{5}{3}x + \frac{5}{9}$ $P_1\left(0 \mid -\frac{25}{9}\right); P_2(2 \mid y_2); P_3(-3 \mid y_3)$ | الف- ټکي $P_2$ او $P_3$ ب- د $f_2(x)$ تابع پارابول. پ- د $f_2(x)$ ککری ټکی. ت- ککری ټکی.<br>ب- د محور غوڅتکي |
|---|--|

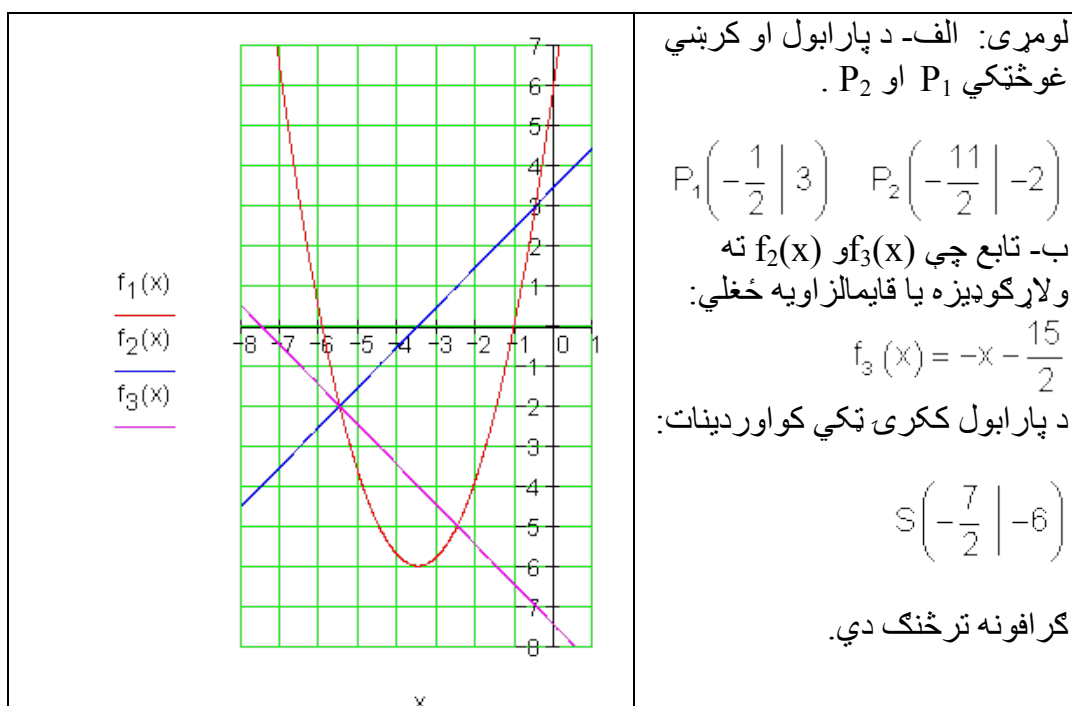
شپږم:

|          |    |    |    |   |   |   |   |  |
|----------|----|----|----|---|---|---|---|--|
| x        | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | يو پارابول او يوه کرښه د هغه د ارزښت جدول سره ورکړ شوي دي. پارابول او کرښه يو بل سره څنگه پراته دي؟<br><br>په کومه ورشو يا ساحه کې پارابول د کرښې پورته لور ته ځغلي؟ |
| $f_1(x)$ | -6 | 0  | 4  | 6 | 6 | 4 | 0 |  |
| $f_2(x)$ | -1 | 0  | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 |  |

ځوابونه

## پارابول او کرښه II

نتیجې او مفصل حلونه نتیجې



دويم: مفصل ځواب:  $f(x) = 0,5x^2 + 3x$ ;  $g: 2y - 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow g(x) = 2x - 4$

د په لور د  $f(x)$  راکښنه:

$$f^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

$$f^*(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2a_0 + 8 = 0$$

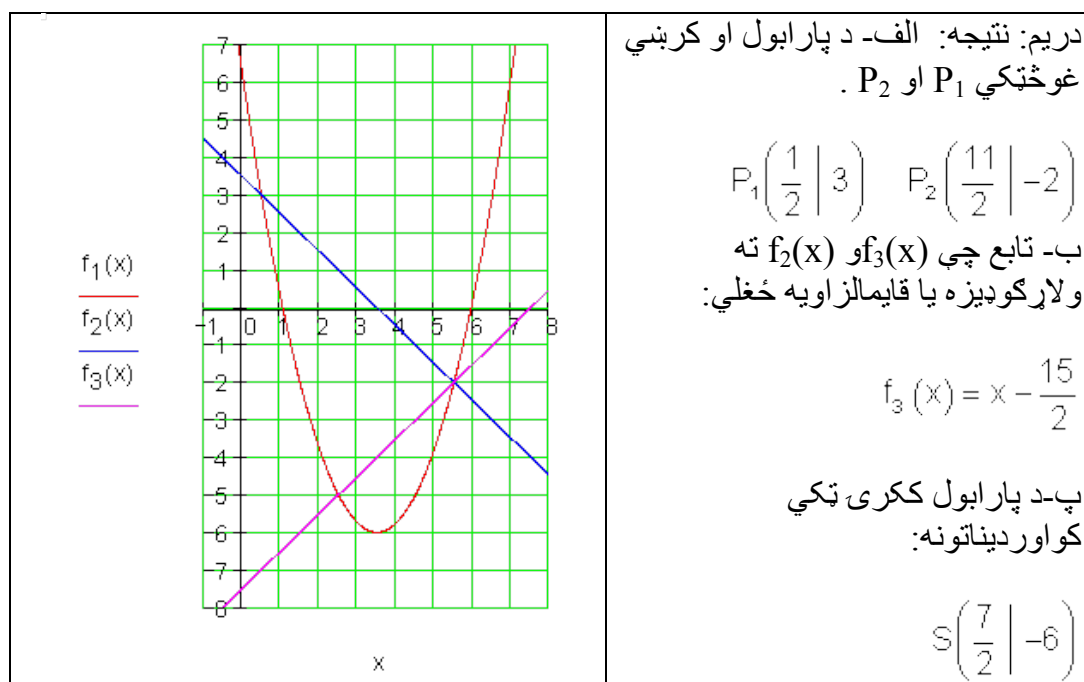
$$\Rightarrow p = 2; q = 2a_0 + 8 \Rightarrow D = -2a_0 - 7 \quad g(-1) = -6 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|-6)}}$$

د  $D=0$  لپاره شرطونه:

$$\Leftrightarrow -2a_0 - 7 = 0 \Leftrightarrow a_0 = -3,5 \Rightarrow f^*(x) = 0,5x^2 + 3x - 3,5$$

مماس: د  $D=0$  لپاره باور لري:  $x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$

پارابول په 3,5 يونونو يا واحدونو کښته لور ته راکښل کيږي.



$$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2};$$

$$g(x) = a_1x \text{ پيلکرينه:}$$

$$A(1|6): g(1) = a_1 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_1 = 6 \Rightarrow g(x) = 6x$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$p = 2; q = -3 \Rightarrow D = 4$$

$$\Rightarrow x_1 = 1; g(1) = 6 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1|6)}}$$

$$x_2 = -3; g(-3) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(-3|18)}}$$

غبرگ و  $g(x)$  ته:  $g^*(x) = 6x + a_0$

$$f(x) = g^*(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{3}a_0 = 0$$

$$p = 2; q = \frac{2}{3}a_0 - 3 \Rightarrow D = 4 - \frac{2}{3}a_0$$

د مماس لپاره شرطونه:  $a_0 = 6 \Leftrightarrow 4 - (2/3)a_0 = 0 \Leftrightarrow D = 0$

$$\Rightarrow g^*(x) = 6x + 6$$

د  $D = 0$  له امله مماستکي دی:

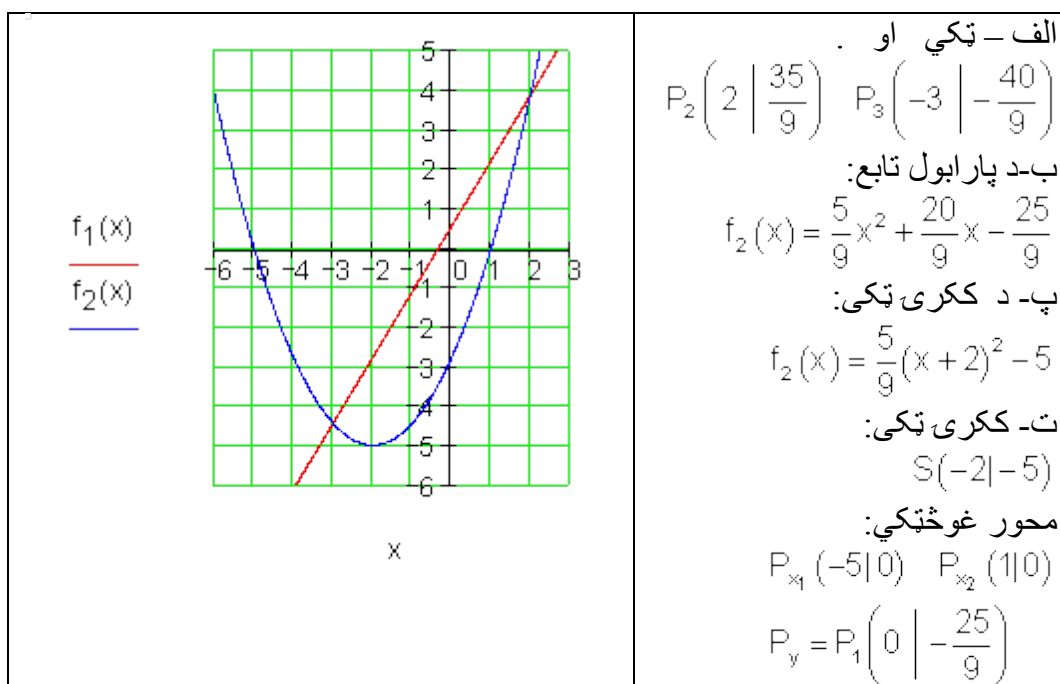
$$x_{1/2} = -1; g^*(-1) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|0)}}$$

د  $D > 0$  لپاره لمستکي نه شته.

$$4 - \frac{2}{3}a_0 < 0 \Leftrightarrow a_0 > 6$$

تولي غبرگي و  $g(x)$  ته د  $g^*(x) = 6x + a_0$  سره

د  $a > 0$  سره د  $f(x)$  سره لمستکي نه لري. پنځم نتيجه:



شپږم:

د ارزښت جدول څخه لوستل کيږي:

$f_1(x)$  د پارابول تابع مساوات دی.

$f_2(x)$  د کرښې تابع مساوات دی.

پارابول او کرښه په  $S_1(-2 \mid 9)$  او  $S_2(2 \mid 4)$  کې سره غوڅوي.

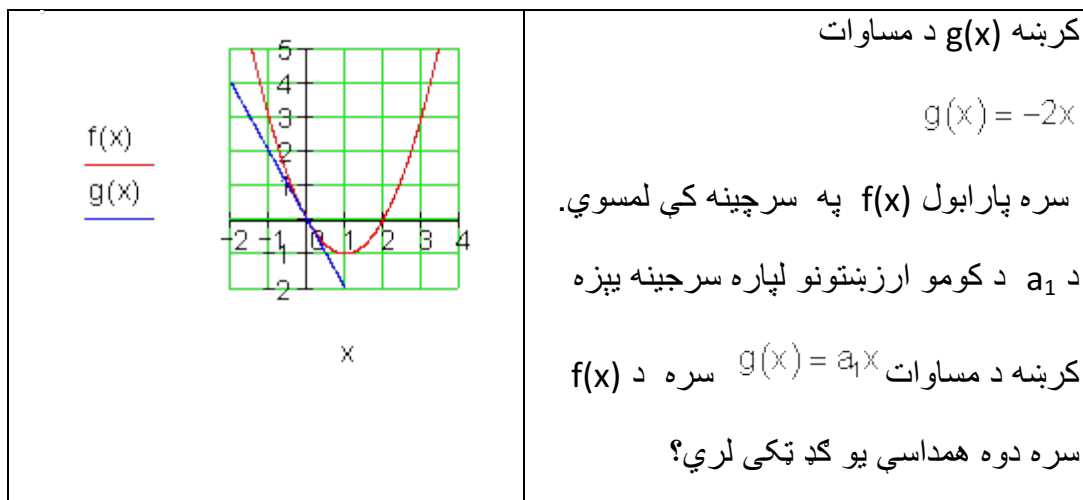
پارابول کښته لور ته واز دی.

پارابول په انټروال  $I = \{x \mid -2 < x < 4\}_R$  کې د کرښې پورته لور ته ځلي.

پوښتنې

پارابول او کرښه III

لومړی:



دویم: د دواړو پارابولونو د غوڅتکو کواوردیناتونه وټاکي.

الف-  $f(x) = x^2 + 3x$ ;  $g(x) = 0,5x^2$

ب-  $f(x) = 2x^2 - 4x + 8$ ;  $g(x) = x^2 + 2x - 1$

پ-  $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 1$ ;  $g(x) = 2x^2 + 2x + 1$

ت-  $f(x) = -x^2 + 3x - 1,5$ ;  $g(x) = -x^2 - x + 2,5$

دریم: دوه پارابولونونه د توابعو  $f_1(x)$  او  $f_2(x)$  سره په ټکو  $P_1$  او  $P_2$  کې سره غوڅوي.

$$f_1(x) = -\frac{3}{5}x^2 - 5x - \frac{32}{5}; f_2(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{86}{15}x + \frac{14}{5}$$

و شمیري:

الف- د ټکو  $P_1$  او  $P_2$  کواوردیناتونه یا پروتولار-پامحور ارزښتونه.

ب - د تړونکرښي  $[P_1 P_2]$  تابع. پ - د دواړو پارابولونو صفرځايونه.

ت - د پارابولونو غوڅتکي د  $y$  محور سره.

ټ - د پارابول  $f_1(x)$  ککړی بڼه او ککړی ټکی.

ث - د پارابول  $f_2(x)$  ککړی بڼه او ککړی ټکی.

ج - په يوه پروتولار- يا کواوردينيات سيستم د درې توابعو گرافونه رسم کړی.

څلورم: د  $f(x)$  او  $g(x)$  د گډو ټکو پرواته ولاړ ارزښتونه يا کواوردينياتونه وشميری.

$$f(x) = -0,5x^2 + 2; x \in \mathbb{R}$$

الف-  $g(x) = x^2 - 3x + 3,5$  ب -  $g(x) = -x(x - 2)$

پ -  $g(x) = -\frac{1}{9}(x - 1)^2 + 1$  ت -  $g(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 3x + 2)$

پنځم:

|  |  |
|--|--|
| $f_1(x) = (x + 1)^2 - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{2}$ | <p>دوه پارابولونه د تابع <math>f_1(x)</math> او <math>f_2(x)</math> سره په ټکو <math>P_1</math> او <math>P_2</math> کې سره غوڅوي. دا وشميری؛</p> |
|--|--|

الف- غوڅتکي  $P_1$  او  $P_2$ .

ب - د غوڅکرښي  $[P_1 P_2]$  تابع مساوات د  $y = f_3(x)$  سره.

پ - ککړی ټکي  $S_1$  او  $S_2$ .

ت - په يوه پروت ولاړ سيستم يا کوبوردينيات سيستم کې د تابع گراف وکاری.

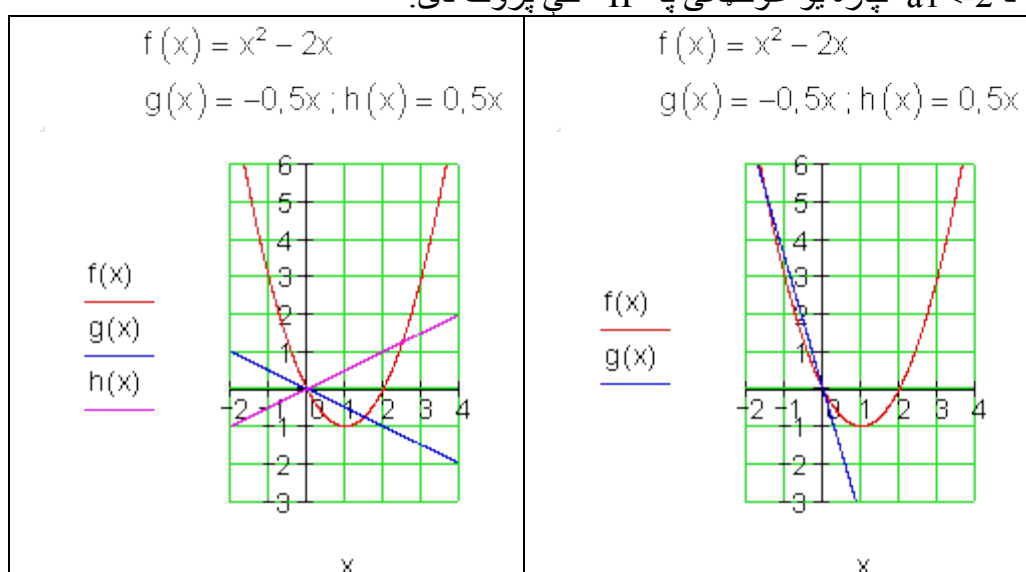


## ځوابونه

## پارابول او کرښه III

نتیجې او ځنې مفصل

لومړۍ - مفصل ځواب:

له گراف څخه لوستل کيږي:  $a = -2$  یو مماسټکی  $P(0|0)$ .د  $a = -2$  لپاره دوه غوڅنکي، یو له دوی تل  $S_1(0|0)$  دی.د  $a > -2$  لپاره یو غوڅنکي په J یا IV کې پروت دی:د  $a < -2$  لپاره یو غوڅنکي په II کې پروت دی:

دویم: مفصل ځواب:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0,5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(0,5x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow g(0) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(0|0)}}$$

$$(0,5x + 3) = 0 \Rightarrow x_2 = -6 \Rightarrow g(-6) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-6|18)}}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 3 \Rightarrow g(3) = 14 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(3|14) \text{ Berührungspunkt}}}}$$

د لمس ټکی

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow p = \frac{8}{3}; q = \frac{4}{3} \Rightarrow D = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow g\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{9} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(-\frac{2}{3} \mid \frac{5}{9}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = -2 \Rightarrow g(-2) = 5 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2 \mid 5)}}$$

کرینیز مساوات له دې لاس ته راځي فقط یو غوڅتکی

$$4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0,5 \Rightarrow \underline{\underline{S(1 \mid 0,5)}}$$

درېم: مفصل ځواب:

الف- د ټکو  $P_1$  او  $P_2$  کواوردیناتونه یا پروتولار ارزښتونه:

$$P_1(-6 \mid 2); P_2(-1 \mid -2)$$

ب- د ترونکرینو  $[P_1 P_2]$  تابع:

$$f(x) = -\frac{4}{5}x - \frac{14}{5}$$

پ- د دواړو پارابولونو صفرځایونه:

$$P_{x_1}(-6,75 \mid 0); P_{x_2}(-1,58 \mid 0); P_{x_3}(-5,6 \mid 0); P_{x_4}(-0,5 \mid 0)$$

ت- د پارابولونو غوڅتکی د  $y$  محور سره:

$$P_{y_1}\left(0 \mid -\frac{32}{5}\right); P_{y_2}\left(0 \mid \frac{14}{5}\right)$$

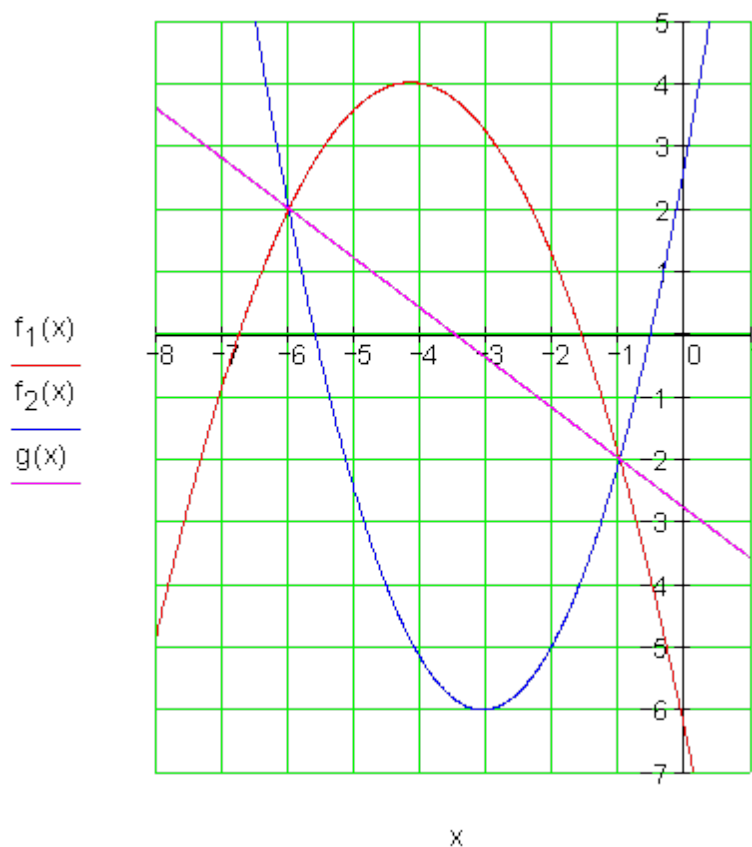
ټ- د پارابول  $f_1(x)$  ککری بڼه او ککری ټکی:

$$f_1(x) = -\frac{3}{5}\left(x + \frac{25}{6}\right)^2 + \frac{241}{60} \Rightarrow S_1\left(-\frac{25}{6} \mid \frac{241}{60}\right)$$

ث- د پارابول  $f_2(x)$  ککری بڼه او ککری ټکی:

$$f_2(x) = \frac{14}{15}\left(x + \frac{43}{14}\right)^2 - \frac{1261}{210} \Rightarrow S_2\left(-\frac{43}{14} \mid -\frac{1261}{210}\right)$$

ج- د پارابول گراف:



څلورم: مفصل ځواب:

الف -

$$f(x) = -0,5x^2 + 2; x \in \mathbb{R} \quad g(x) = x^2 - 3x + 3,5$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 1 \Rightarrow f(1) = 1,5 \Rightarrow \underline{S_{1/2} (1 | 1,5)}$$

لمستکی

ب - لمستکی

پ -

$$f(x) = -0,5x^2 + 2; x \in \mathbb{R} \quad g(x) = -\frac{1}{9}(x - 1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{4}{7}; q = -\frac{20}{7} \Rightarrow D = \frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{10}{7} \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{48}{49} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7} \mid \frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{2}{7} - \frac{12}{7} = -\frac{14}{7} = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2 \mid 0)}}$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 2; x \in \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 3x + 2)$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(2 \mid 0)}}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow f(-1) = 1,5 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-1 \mid 1,5)}}$$

ت - پنځم: مفصل ځواب:

الف - غوڅتکي  $P_1$  او  $P_2$ .  $P_1(1 \mid 8)$   $P_2(-5 \mid 8)$

ب - د  $y = f_3(x)$  سره د غوڅکرښې  $[P_1 P_2]$  تابع مساوات  
 $f_3(x) = 8$

پ - ککړی ټکي  $S_1$  او  $S_2$ .

$$f(x) = -0,5x^2 + 2; x \in \mathbb{R} \quad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

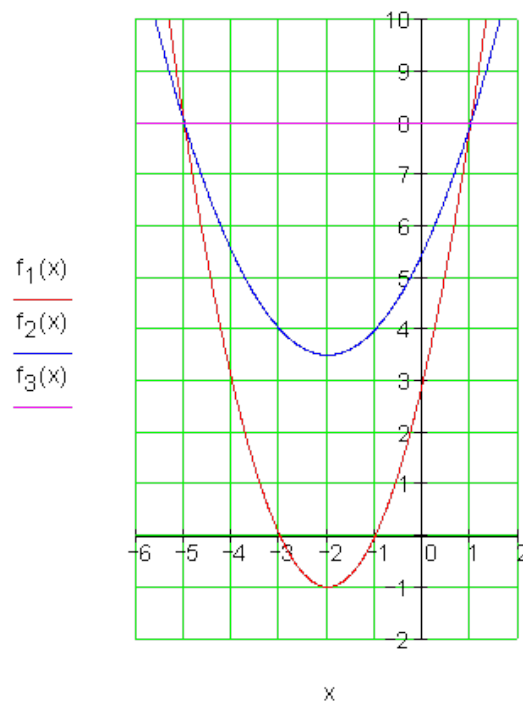
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{4}{7}; q = -\frac{20}{7} \Rightarrow D = \frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{10}{7} \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{48}{49} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7} \mid \frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2 = -\frac{2}{7} - \frac{12}{7} = -\frac{14}{7} = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2 \mid 0)}}$$

ت - گراف:



## 2.9 د پارابل او پارابل غوڅتکي (د تقاطع ټکي)

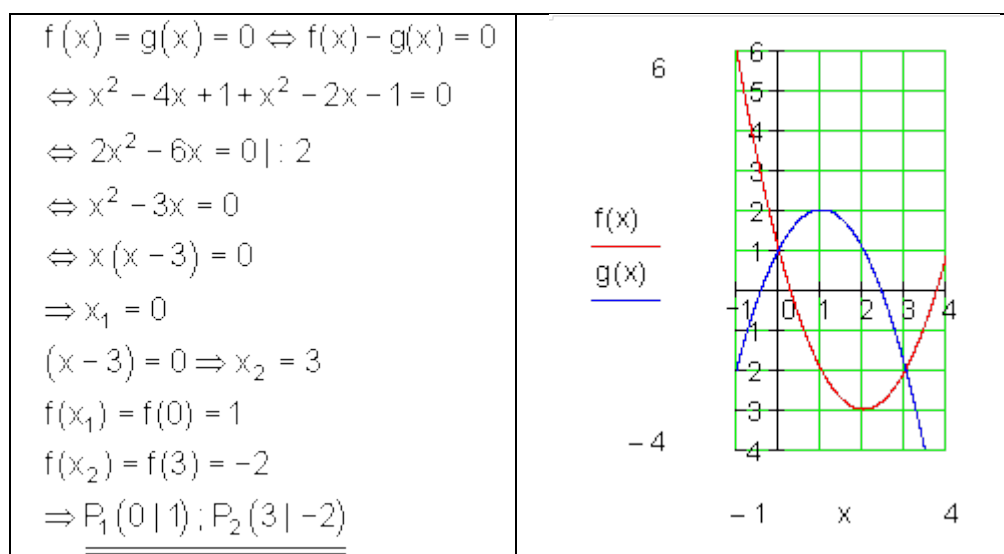
تمرینیزه بیلگه:

د دوه پارابولونو د تابع مساوات ورکړ شوي دي، چې د هغو غوڅتکي غواړو پیدا کړو.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ bzw. } f(x) = (x - 2)^2 - 3 \Rightarrow S(2 | -3)$$

$$g(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ bzw. } g(x) = -(x - 1)^2 + 2 \Rightarrow S(1 | 2)$$

که د توابعو غوڅتکي غواړو پیدا کړو، نو د توابعو مساوات مساوي ږدو. دا د کرښې او پارابول لپاره هم همداسې وو. دا تکلار د پارابولونو لپاره هم کارول کېږي.



د کار قرارداد

د لاندې پارابولونو غوڅتکي وټاکي او پارابولونه رسم کړي.

يادونه: bzw لاندې کي د همداسي په معنا دی

$$a) f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3 \text{ bzw. } f(x) = \frac{3}{2}(x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x \text{ bzw. } g(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2 \Rightarrow S(2|-2)$$

$$b) f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$$

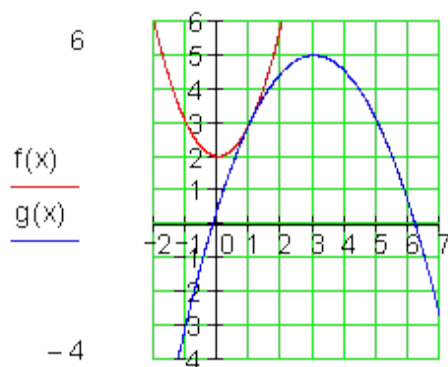
$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \text{ bzw. } g(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 5 \Rightarrow S(-3|5)$$

$$c) f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \text{ bzw. } g(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$$

$$d) f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow S(0|1)$$

$$g(x) = x^2 + 2x - 1 \text{ bzw. } g(x) = (x+1)^2 - 2 \Rightarrow S(-1|-2)$$



فقط يو لمستکي شتون لري، ځکه  
چې  $D = 0$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$$

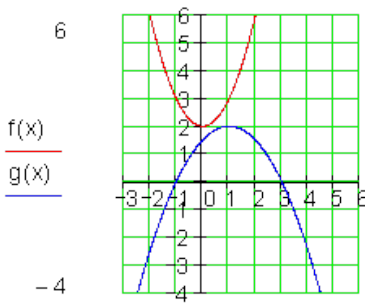
$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

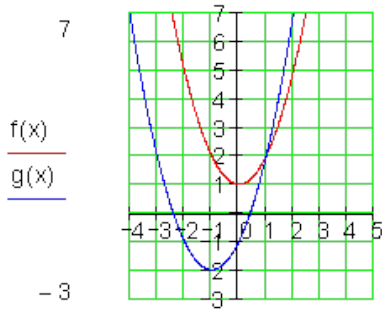
$$\Rightarrow p = -2; q = 1$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-1)^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = 1$$

$$f(1) = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{P(1|3)}}$$

|  |  |
|--|--|
|  <p data-bbox="311 705 718 817">غوڅتکي شتون نه لري، ځکه چې <math>D &lt; 0</math>.</p> | $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = 0 \quad   \cdot \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow p = -\frac{2}{3}; q = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} < 0$ <p data-bbox="869 772 1324 828">له دې لاس ته راځي، چې حل نه شته.</p> |
|--|--|

|   |   |
|---|---|
|  <p data-bbox="438 996 821 1232"></p> | $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 1 - x^2 - 2x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow -2x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow x = 1$ $\Rightarrow f(x) = f(1) = 1 + 1 = 2$ $\Rightarrow \underline{\underline{P(1 2)}}$ |
|---|---|

که د  $f(x)$  او  $g(x)$  برابر اېښوونه مو يو کرښيز مساوات ته بوزي، نو دواړه پارابولونه يو غوڅتکي لري. د تمرين بيلگي څخه پيژندل کيږي، چې د غوڅتکو تعداد (ګنون) ، چې دوه پارابولونه يې يو له بل سره لري د ډېسکرېمېنانتې په واک کې دي.

|  |   |
|--|---|
| <p>پارابولونه په دوه ټکو کې غوڅوي</p> <p>پارابولونه په يوه ټکي کې سره لمسوي.</p> <p>پارابولونه ګډ ټکي نه لري</p> <p>کرښيز مساوات له دې لاس ته راځي پارابولونه يو غوڅتکي لري.</p> | $D > 0: \Rightarrow D_i$<br>$D = 0: \Rightarrow D_i$<br>$D < 0: \Rightarrow D_i$<br>$f(x) - g(x) \Rightarrow  $ |
|--|---|



## 2.10-د ورکړ شوو شرایطو له مخې د توابع مساواتو ترتیبونه

له مخه د درې ټکو ورکونه ( درې ټکي ورکړل شوي دي).

درې مختلف ټکي، چې ټول په یوه پارابول پراته دي ورکړل شوي.

له دې څخه دې د پارابول تابع مساوات و ټاکل شي.

ورکړل شوي ټکي :

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad \text{تولیز تابع مساوات} \quad P_1(1|2); P_2(5|4); P_3(3|-1)$$

د تابع مساواتو ټاکلو لپاره باید د تولیزو ضریبونو  $a_2, a_1$  او  $a_0$  لپاره اړونده عددی کمپوننتونه (برخي) وټاکل شي. دا چې درېوړه ټکي  $P_1, P_2$  او  $P_3$  د ټاکونکي پارابول ټکي دي، کیدی شي د تولیز مساواتسیستم په پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې د  $x$  او  $y$  ځایونو کې د دې ټکو د درېوړه ایښوونو له لارې دې مساوات سیستمونه له درې ناپاکلو سره جوړ شي، چې له هغو ضریبونو  $a_0, a_1$  او  $a_2$  ټاکل کیدی شي

د مساوات سیستم ایښوونه:

|             |                                   |   |
|-------------|-----------------------------------|---|
| $P(x y)$    | $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = y$  | دا د درې کرښیز مساواتو څخه جوړ مساوات سیستم دی د درې ناپېژندونکو سره. |
| $P_1(1 2)$  | $f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 2$   |   |
| $P_2(5 4)$  | $f(5) = 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = -4$ |   |
| $P_3(3 -1)$ | $f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -1$  | د جمعي قانون له مخې حل پیدا کیدی شي.                                  |

د جمعي تڼلار :

$$\begin{array}{l|l}
 a_2 + a_1 + a_0 = 2 & -2a_1 = 11 \Rightarrow a_1 = -\frac{11}{2} \\
 25a_2 + 5a_1 + a_0 = 4 \quad || -25 \cdot I & -6a_1 - 8a_0 = -19 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{11}{2}\right) - 8a_0 = -19 \\
 9a_2 + 3a_1 + a_0 = -1 \quad ||| -9 \cdot I & \Leftrightarrow 33 - 8a_0 = -19 \quad | -33 \\
 \hline
 a_2 + a_1 + a_0 = 2 & \Leftrightarrow -8a_0 = -52 \quad | : (-8) \Leftrightarrow a_0 = \frac{-52}{-8} = \frac{13}{2} \\
 -20a_1 - 24a_0 = -46 \quad || -3 \cdot III & \\
 \hline
 -6a_1 - 8a_0 = -19 & \\
 \hline
 a_2 + a_1 + a_0 = 2 & \\
 -2a_1 = 11 & \\
 \hline
 -6a_1 - 8a_0 = -19 & \Leftrightarrow a_2 + a_1 + a_0 = 2 \Leftrightarrow a_2 - \frac{11}{2} + \frac{13}{2} = 2 \\
 & \Leftrightarrow a_2 = 2 - 1 = 1
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}}} \quad \text{له دې سره د تابع مساوات دي:}$$

ټکي ازمايښت:

$$P_1(1|2): \quad f(1) = 1^2 - \frac{11}{2} \cdot 1 + \frac{13}{2} = 1 + \frac{2}{2} = 1 + 1 = 2 (w)$$

$$P_2(5|4): \quad f(5) = 5^2 - \frac{11}{2} \cdot 5 + \frac{13}{2} = 25 - \frac{55}{2} + \frac{13}{2} = 25 - \frac{42}{2} = 25 - 21 = 4 (w)$$

$$P_3(3|-1): \quad f(3) = 3^2 - \frac{11}{2} \cdot 3 + \frac{13}{2} = 9 - \frac{33}{2} + \frac{13}{2} = 9 - \frac{20}{2} = 9 - 10 = -1 (w)$$

د جمعي سيستم کيدی شي . دا مو د گاوس الگورېتم ته لارښودوي.

د گاوس الگورېتم له لارې فقط له ضربونو سره شميرل کيږي.

د گاوس الگورېتم؛

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |    |  |
|-------|-------|-------|----|--|
| 1     | 1     | 1     | 2  | $-4a_2 = -4 \mid (-4) \Leftrightarrow a_2 = 1$                       |
| 1     | 5     | 25    | 4  | $2a_1 + 12a_2 = 1$   |
| 1     | 3     | 9     | -1 | $\Leftrightarrow 2a_1 + 12 \cdot 1 = 1 \mid -12$                     |
| 1     | 1     | 1     | 2  | $\Leftrightarrow 2a_1 = -11 \mid : 2$                                |
| 0     | 4     | 24    | 2  | $\Leftrightarrow a_1 = -\frac{11}{2}$                                |
| 0     | 2     | 8     | -3 |  |
| 1     | 1     | 1     | 2  | $a_0 + a_1 + a_2 = 2$  |
| 0     | 2     | 12    | 1  | $\Leftrightarrow a_0 - \frac{11}{2} + 1 = 2$                         |
| 0     | 2     | 8     | -3 | $\Leftrightarrow a_0 - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} \mid + \frac{9}{2}$ |
| 1     | 1     | 1     | 2  | $\Leftrightarrow a_0 = \frac{13}{2}$                                 |
| 0     | 2     | 12    | 1  |  |
| 0     | 0     | -4    | -4 |  |

د په ځای ایښوونې له لارې حل:

د گاوس الگوریتم سره د لیکو له لارې کار کيږي. لیکي کړی شو:

- بدلې کړو

- د یوه عدد سره ضرب کړو.

- د یوه عدد سره وپېشو.

- سره جمعه کړو.

- سره منفي کړو.

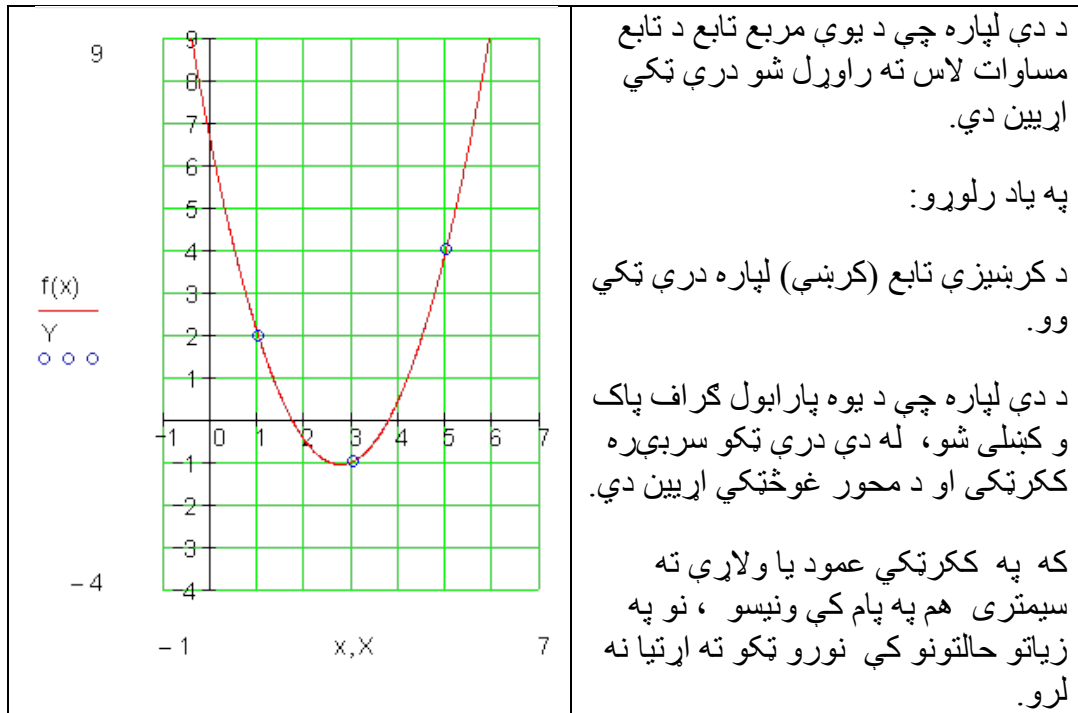
که درځونه (ولارې لیکي) بدلې شي، نو باید ضریبونه هم ورسره واخستل شي.

دا موخه دي د یوه مثلث په بڼه راوړل شي.

|   |   |   |  |   |
|---|---|---|--|---|
| x | x | x |  | x |
| 0 | x | x |  | x |
| 0 | 0 | x |  | x |

تابع مساوات:  $f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}$

تابع گراف:



### په پارابول کې ځانگړي حالتونه

په ځنو حالتونو کې کېدی شي تابع مساوات د د لږو ورکړو سره وتکلی شو.

بیلگه:

یو پارابول د  $y$  محور ته محور سیومتریکی دی چې له ټکو  $P_1(-1|-2)$  او  $P_2(2|7)$  تیريږي.

تابع مساوات  $f(x)$  وټاکي او گرافونه وکاري.

په ککړۍ ټکي بڼه لیکو :

$$f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$$

د محور سیومتری له امله  $x_0=0$  دی او  $y_s=a_0$

$$\Rightarrow f(x) = a_2x^2 + a_0$$

مسوات سیستم:

$P_1(-1|-2): f(-1) = 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = -2$

$P_2(2|7): f(2) = 4 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = 7$

|       |       |    |                                     |
|-------|-------|----|-------------------------------------|
| $a_0$ | $a_2$ |    |                                     |
| 1     | 1     | -2 | $3a_2 = 9 \Rightarrow a_2 = 3$      |
| 1     | 4     | 7  | $a_0 + 3 = -2 \Rightarrow a_0 = -5$ |
| 1     | 1     | -2 | $f(x) = 3x^2 - 5$                   |
| 0     | 3     | 9  |                                     |

بیلگه: د یوه پارابل صفر ټکي  $P_{x_1}(3|0)$  او  $P_{x_2}(-5|0)$  دي. د هغه خورا لوی تابع ارزښت 3 دی.

د تابع مساوات  $f(x)$  وټاکي او گرافونه رسم کړی.

په کرښیز ضریبونو کې ایښوونه:  $x_1=3; x_2=-5$

$$f(x) = a_2(x - x_1)(x - x_2) = a_2(x - 3)(x + 5)$$

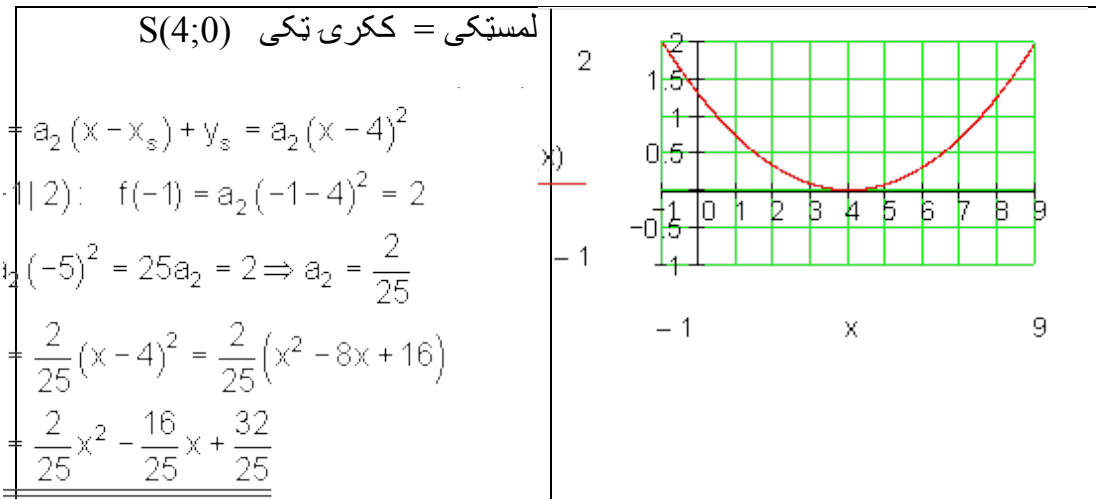
د تابع خورا لوی ارزښت په ککړ ټکي  $S(x_s; 3)$  پروت دی

|   |   |
|---|---|
| $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$ $f(x_s) = 3 \Leftrightarrow f(-1) = a_2(-1-3)(-1+5) = a_2(-16) = 3$ $\Rightarrow a_2 = -\frac{3}{16} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{16}(x-3)(x+5)$ $= -\frac{3}{16}(x^2 + 2x - 15) = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{45}{16}$ | <p>د ورکړې له مخې، چې د تابع خورا لوی ارزښت ۳ دی، کېدی شي پای کړو، چې پارابل کښته لو رته واز دی. څه چې شمېرنه هم تصدیقوي.</p> |
|---|---|

بیلگه:

د دویمې درجې د ټول راشنل تابع گراف د  $x$  محور په  $x=4$  ځای کې لمسوي او له ټکي  $P(-1;2)$  تېرېږي.

د تابع ترم وټاکي او گراف یې رسم کړی.

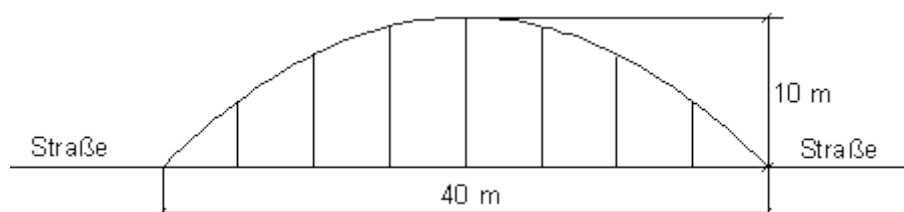


د استعمال بیلگه:

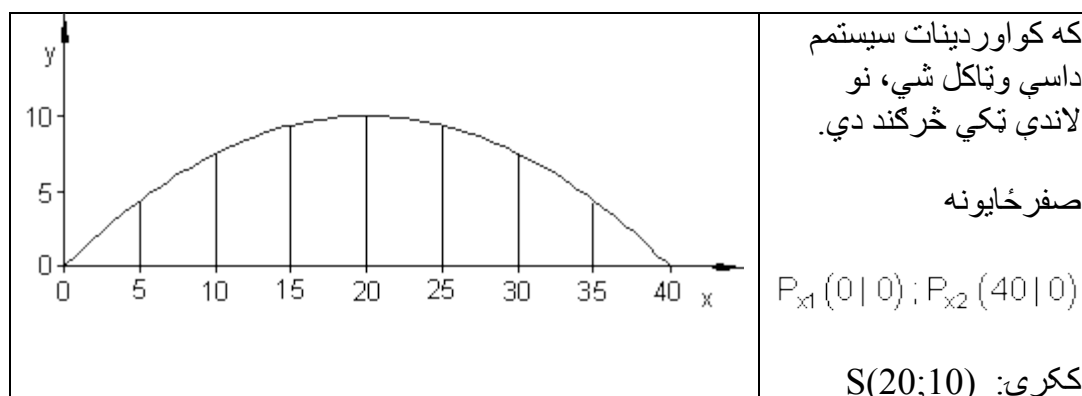
د یوه پله پارابل شکله لښده(قوس) ورکړ شوی دی د 40 m غزوني اوږدوالي او یوه خورا (ماکسیمال) جگوالي 10 m سره.

د 7 عمود يا ولاړ ايښول شوو برابر او برډو غزون ستنو يا غزونمتو واټن وشميرئ.

په لاندي الماني=کوڅه يا سرک



مودل کونه يا د مودل ورکونه:



ښوونه: ککړی ټکي ښه:  $f(x) = a_2(x - 20)^2 + 10$

$$P_{x1}(0|0) : f(0) = a_2(-20)^2 + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 400a_2 = -10 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{400} = -\frac{1}{40}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{40}(x - 20)^2 + 10 = -\frac{1}{40}x^2 + x$$

د  $x$  ارزښتونو له لارې د کچونې اوږدوالی:

$$f(5) = -\frac{1}{40} \cdot 25 + 5 = -\frac{5}{8} + \frac{40}{8} = \frac{35}{8} = \underline{\underline{4,375}}$$

$$f(10) = -\frac{1}{40} \cdot 100 + 10 = -\frac{5}{2} + \frac{20}{2} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7,5}}$$

$$f(15) = -\frac{1}{40} \cdot 225 + 15 = -\frac{45}{8} + \frac{120}{8} = \frac{75}{8} = \underline{\underline{9,375}}$$

د ککری کو اور دینات له امله:  $f(x) = 10$

د سیومتری دلایلو له امله:  $f(25) = f(15) = 9,375$

د سیومتری دلایلو له امله:  $f(30) = f(10) = 7,5$

د سیومتری دلایلو له امله:  $f(35) = 4,375$

### پوښتنې

پاربول چې له درې ټکو تیریري **I**

لومړۍ – د پارابول د  $f(x)$  تابع مساوات وټاکي، که لاندې معلوم وي.

الف – د  $f(x)$  گراف له ټکو  $P_1(2|-1)$ ;  $P_2(-1|0,5)$ ;  $P_3(4|3)$  تیریري.

ب – د  $f(x)$  گراف له ټکو  $P_1\left(-2 \mid -\frac{5}{4}\right)$ ;  $P_2\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$ ;  $P_3\left(1 \mid \frac{7}{4}\right)$  تیریري.

پ – د  $f(x)$  گراف له ټکو  $P_1(1|0,5)$  او  $P_2(-2|-5,5)$  د  $y$  محور سره سیمتریک ځغلي

ت – د  $f(x)$  گراف د  $x$  محور په  $x=3$  کې لمسوي او له ټکي  $P(-5;-7)$  تیریري.



ب) - د  $f(x)$  گراف د  $x$  محور په  $x_1 = 2$  او  $x_2 = -1$  کې غوڅوي او له  $P(1; -2)$  ټکي څخه تیريږي.

ث - یو راکنبلی نورمال پارابول د  $x$  محور په  $x = -2$  کې لمسوي.

دویم - درې غوڅي شوي کرني د یوه درېگونې (مثلث) اړخونه (ضلعې) جوړوي.

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \quad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \quad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

وشمیری:

الف - د پارابول تابع د دې مثلث له گوډونو (کونجونو) تیريږي.

ب - ټول گرافونه په یوه مناسب کواورديناټ سیستم کې وکارئ.

دریم - د تابع مساوات وشمیری، محور غوڅتکي، ککرتکي او اود ککرتکوبڼه گراف یې په یوه مناسب کواورديناټ سیستم کې وکارئ.

الف -  $P_1(-2|2); P_2(1|-7); P_3(3|-3)$  - ب

$$P_1(-1|-2); P_2(1|0); P_3(2|4)$$

پ -  $P_1(-3|10); P_2(1|-2); P_3(3|4)$  - ت  $P_1(-2|4); P_2(1|4); P_3(3|-6)$

ث -  $P_1(-1|0); P_2(1|6); P_3(3|4)$  - ټ  $P_1(-4|-2); P_2(-2|-4); P_3(2|4)$

څلورم - د تابع مساوات وشمیری، د محور غوڅتکي، د ککرتکوبڼه وشمیری. په یوه مناسب کواورديناټ سیستم کې یې گراف وکارئ.

$$P_1(-4|2); P_2\left(1 \mid -\frac{1}{2}\right); P_3(2|-4) \quad \text{الف -}$$

ب -  $P_1(-4|-1); P_2(-2|-4); P_3(2|8)$

$$\text{پ۔ } P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right); P_2\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right); P_3\left(3 \mid \frac{41}{4}\right)$$

$$\text{ت۔ } P_1(-2 \mid 2); P_2\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right); P_3\left(1 \mid \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ب۔ } P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right); P_2(2 \mid 2); P_3\left(3 \mid -\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ث۔ } P_1(-2 \mid -1); P_2\left(-1 \mid -\frac{7}{3}\right); P_3(1 \mid -3)$$

پنځم - د تابع مساوات وشمیری، د محور غوڅتکي، د ککری ټکي بڼه وشمیری. په یوه متناسب کواوردیناتسیستم کې یې گراف وکارئ.

$$\text{الف۔ } P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right); P_2(1 \mid 4); P_3\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right)$$

$$P_1\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{19}{4}\right); P_2(1 \mid 1); P_3\left(\frac{3}{2} \mid -\frac{5}{4}\right)$$

$$\text{پ۔ } P_1(-1 \mid 2); P_2\left(\frac{3}{2} \mid \frac{13}{4}\right); P_3(2 \mid 2)$$

$$P_1(-3 \mid 2); P_2(1 \mid -3); P_3(3 \mid 4)$$

$$\text{ب۔ } P_1(-2 \mid -2); P_2(-1 \mid 2); P_3(3 \mid 1) \quad \text{ث۔ } P_1(-1 \mid 3); P_2(1 \mid 1); P_3(3 \mid 4)$$

خوابونه:

پارابل چي له درې ټکو تيريري **I**

نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجي:

لومړۍ-

$$\text{الف - } f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1 \quad \text{ب - } f(x) = x^2 + 2x - \frac{5}{4}$$

$$\text{پ - } f(x) = -2x^2 + \frac{5}{2} \quad \text{ت - } f(x) = -\frac{7}{2}(x+3)^2$$

$$\text{ټ - } f(x) = (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2 \quad \text{ث - } f(x) = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

دويم

الف -

$$\text{د درې کرښو غوڅتکي: } P_1\left(-3 \mid -\frac{15}{4}\right) \quad P_2\left(-1 \mid \frac{9}{4}\right) \quad P_3\left(-5 \mid -\frac{7}{4}\right)$$

$$\text{له درې ټکو تير پارابل تابع مساوات: } f(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4}$$

$$\text{محور غوڅتکي: } P_y\left(0 \mid \frac{33}{4}\right); P_{x1}\left(-\frac{11}{2} \mid 0\right); P_{x1}\left(-\frac{3}{2} \mid 0\right)$$

$$\text{د پارابل ککرټکي: } S\left(-\frac{7}{2} \mid -4\right)$$

ب – مفصل حل وکوری.

دریم-

الف -

تابع مساوات:  $f(x) = x^2 - 2x - 6$

محور غوڅتکي:  $P_y(0 | -6); P_{x1}(1 + \sqrt{7} \approx 3,65 | 0); P_{x2}(1 - \sqrt{7} \approx -1,65 | 0)$

ککړئ ټکی | ککړئ ټکي بڼه  $P_{sp}(1 | -7); f(x) = (x - 1)^2 - 7$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وکوری

ب –

تابع مساوات:  $f(x) = x^2 + x - 2$

محور غوڅتکي:  $P_y(0 | -2); P_{x1}(1 | 0); P_{x2}(-2 | 0)$

ککړئ ټکی | ککړئ ټکي بڼه  $P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وکوری

پ – تابع مساوات:  $f(x) = x^2 - x - 2$

محور غوڅتکي:  $P_y(0 | -2); P_{x1}(2 | 0); P_{x2}(-1 | 0)$

$$P_{sp} \left( \frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4} \right); f(x) = \left( x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{9}{4}$$

ککری ټکی | ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

ت -

$$f(x) = -x^2 - x + 6: \text{تابع مساوات}$$

$$P_y(0 \mid 6); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-3 \mid 0): \text{محور غوڅتکي}$$

$$P_{sp} \left( -\frac{1}{2} \mid \frac{25}{4} \right); f(x) = -\left( x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{25}{4}$$

ککری ټکی | ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

ټ -

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4: \text{تابع مساوات}$$

$$P_y(0 \mid 4); P_{x1}(4 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0): \text{محور غوڅتکي}$$

$$P_{sp} \left( \frac{3}{2} \mid \frac{25}{4} \right); f(x) = -\left( x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{25}{4}$$

ککری ټکی | ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2: \text{تابع مساوات}$$

ث -

محور غوڅتکي:

$$P_y(0 | -2); P_{x_1}(-2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0,83 | 0); P_{x_2}(-2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4,83 | 0)$$

$$P_{sp}(-2 | -4); f(x) = \frac{1}{2} \left( x + \frac{3}{2} \right)^2 - 4$$

ککری ټکی | ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

څلورم-

الف -

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

تابع مساوات:

محور غوڅتکي:

$$P_y(0 | 2); P_{x_1}(-2 + 2\sqrt{2} \approx 0,83 | 0); P_{x_2}(-2 - 2\sqrt{2} \approx -4,83 | 0)$$

$$P_{sp}(-2 | 4); f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$$

ککری ټکی | ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

ب - تابع مساوات:

محور غوڅتکي:

$$P_y(0 | -1); P_{x_1} \left( -2 + \frac{4}{3} \sqrt{3} \approx 0,31 \mid 0 \right); P_{x_2} \left( -2 + \frac{4}{3} \sqrt{3} \approx -4,31 \mid 0 \right)$$

$$P_{sp}(-2 | 4); f(x) = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 4 \quad \text{ککری ټکی | ککری ټکي بڼه}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \quad \text{پ - تابع مساوات:}$$

محور غوڅتکي:

$$P_y(0 | -\frac{1}{4}); P_{x1}(-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{105} \approx 0,16 | 0); P_{x2}(-\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{105} \approx -2,41 | 0)$$

$$P_{sp}(-\frac{9}{8} | -\frac{35}{32}); f(x) = \frac{2}{3}(x + \frac{9}{8})^2 - \frac{35}{32} \quad \text{ککری ټکی | ککری ټکي بڼه}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 \quad \text{ت - تابع مساوات:}$$

$$P_y(0 | 2); P_{x1}(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 | 0); P_{x2}(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 | 0) \quad \text{محور غوڅتکي:}$$

$$P_{sp}(-1 | \frac{5}{2}); f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2} \quad \text{ککری ټکی | ککری ټکي بڼه}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

ت -

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 \quad \text{تابع مساوات:}$$

$$P_y(0 | 2); P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2,84 \mid 0\right); P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0,84 \mid 0\right)$$

محور غوڅتکي:

$$P_{sp}\left(1 \mid \frac{17}{6}\right); f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$$

ککړی ټکی | ککړی ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

ث - تابع مساوات:

محور غوڅتکي:

$$P_y(0 | -3); P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{37} \approx 3,54 \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{37} \approx -2,54 \mid 0\right)$$

$$P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{37}{12}\right); f(x) = \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$$

ککړی ټکی | ککړی ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

پنځم-

الف -

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$$

تابع مساوات:

محور غوڅتکي:

$$P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right); P_{x1}\left(-\frac{9}{46} + \frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx 1,68 \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{9}{46} - \frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx -2,07 \mid 0\right)$$



$$P_{sp}\left(-\frac{9}{46} \mid \frac{7441}{1104}\right); f(x) = -\frac{23}{12}\left(x + \frac{9}{46}\right)^2 + \frac{7441}{1104}$$

ککری ټکی\ ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

ب – تابع مساوات:  $f(x) = -x^2 - 2x + 4$

محور غوڅتکي:  $P_y(0 \mid 4); P_{x1}(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \mid 0); P_{x2}(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \mid 0)$

$$P_{sp}(-1 \mid 5); f(x) = -(x+1)^2 + 5$$

ککری ټکی\ ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

پ – تابع مساوات:  $f(x) = -x^2 + x + 4$

محور غوڅتکي:

$$P_y(0 \mid 4); P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2,56 \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1,56 \mid 0\right)$$

$$P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid \frac{17}{4}\right); f(x) = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$$

ککری ټکی\ ککری ټکي بڼه

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

ت – تابع مساوات:  $f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}$

محور غوڅتکي:

$$P_y \left( 0 \mid -\frac{33}{8} \right); P_{x1} \left( -\frac{4}{19} + \frac{1}{19} \sqrt{1897} \approx 2,08 \mid 0 \right); P_{x2} \left( -\frac{4}{19} - \frac{1}{19} \sqrt{1897} \approx -2,5 \mid 0 \right)$$

$$P_{sp} \left( -\frac{4}{19} \mid -\frac{1897}{456} \right); f(x) = \frac{19}{24} \left( x + \frac{4}{19} \right)^2 - \frac{1897}{456} \text{ ککری ټکی \ ککری ټکی بڼه}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$b - \text{تابع مساوات: } f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x - \frac{43}{10}$$

محور غوڅتکي:

$$P_y \left( 0 \mid \frac{43}{10} \right); P_{x1} \left( \frac{29}{34} + \frac{1}{34} \sqrt{6689} \approx 3,26 \mid 0 \right); P_{x2} \left( \frac{29}{34} - \frac{1}{34} \sqrt{6689} \approx -1,55 \mid 0 \right)$$

$$P_{sp} \left( \frac{29}{34} \mid \frac{6689}{1360} \right); f(x) = -\frac{17}{20} \left( x - \frac{29}{34} \right)^2 + \frac{6689}{1360} \text{ ککری ټکی \ ککری ټکی بڼه}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

$$c - \text{تابع مساوات: } f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8}$$

$$P_y \left( 0 \mid \frac{11}{8} \right); \text{محور غوڅتکي:}$$

$$P_{sp} \left( \frac{4}{5} \mid \frac{39}{40} \right); f(x) = \frac{5}{8} \left( x - \frac{4}{5} \right)^2 + \frac{39}{40} \text{ ککری ټکی \ ککری ټکی بڼه}$$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری

## مفصل ځوابونه

لومړۍ-

الف - د یوه دویمې درجې ټولیز ټول راشنل-یا هوبنیار تابع (پارابول) د تابع مساوات

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad \text{تولیزه بڼه یا فورم} :$$

که د درې ورکړ شوو ټکو کواورډینات په ټولیز تابع مساوات کې کینول شي یا ځا په ځای شي، نو یو مساوات سیستم له درې مساواتو سره لاس ته راځي له درې متحولو  $a_2$ ،  $a_1$  او  $a_0$  او د لاندې سره.

$$P_1(2|-1): \quad f(2) = a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2 + a_0 = -1 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{1}{2}\right): \quad f(-1) = a_2 \cdot (-1)^2 + a_1 \cdot (-1) + a_0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_3(4|3): \quad f(4) = a_2 \cdot 4^2 + a_1 \cdot 4 + a_0 = 3 \Leftrightarrow 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 3$$

د جمعي لاري او يا د گاوس له لاري (طريقي) :

| د ضریبونو شمیرنه:  | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |           |
|--|-------|-------|-------|-----------|
| $10a_2 = 5 \Leftrightarrow a_2 = \frac{1}{2}$                      | 1     | 2     | 4     | -1        |
| $-2a_1 - 2a_2 = 1 \Leftrightarrow -2a_1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ | 1     | -1    | 1     | 1/2  ·2   |
| $\Leftrightarrow -2a_1 = 1+1 = 2 \Leftrightarrow a_1 = -1$         | 1     | 4     | 16    | 3         |
| $1a_0 + 2a_1 + 4a_2 = -1$  | 1     | 2     | 4     | -1        |
| $\Leftrightarrow a_0 + 2 \cdot (-1) + 4 \cdot \frac{1}{2} = -1$    | 2     | -2    | 2     | 1    -2·1 |
| $\Leftrightarrow a_0 = -1$   | 1     | 4     | 16    | 3    -1   |
| $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1$                                    | 1     | 2     | 4     | -1        |
|  | 0     | -6    | -6    | 3   :3    |
|  | 0     | 2     | 12    | 4         |
|  | 1     | 2     | 4     | -1        |
|  | 0     | -2    | -2    | 1         |
|  | 0     | 2     | 12    | 4    +11  |
|  | 1     | 2     | 4     | -1        |

|  |   |    |    |  |   |
|--|---|----|----|--|---|
|  | 0 | -2 | -2 |  | 1 |
|  | 0 | 0  | 10 |  | 5 |

ب - د لاندې الماني پښتو: د ضریبونو شمیرنه:

$$P_1 \left( -2 \mid -\frac{5}{4} \right): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{4}$$

$$P_2 \left( \frac{1}{2} \mid 0 \right): f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 + \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3 \left( 1 \mid \frac{7}{4} \right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{7}{4}$$

| $a_0$ | $a_1$         | $a_2$         |                |          |
|-------|---------------|---------------|----------------|----------|
| 1     | -2            | 4             | $-\frac{5}{4}$ | ·4       |
| 1     | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 0              | ·4       |
| 1     | 1             | 1             | $\frac{7}{4}$  | ·4       |
| 4     | -8            | 16            | -5             |          |
| 4     | 2             | 1             | 0              | II - I   |
| 4     | 4             | 4             | 7              | III - I  |
| 4     | -8            | 16            | -5             |          |
| 0     | 10            | -15           | 5              | :5       |
| 0     | 12            | -12           | 12             | :6       |
| 4     | -8            | 16            | -5             |          |
| 0     | 2             | -3            | 1              |          |
| 0     | 2             | -2            | 2              | III - II |
| 4     | -8            | 16            | -5             |          |
| 0     | 2             | -3            | 1              |          |
| 0     | 0             | 1             | 1              |          |

Berechnung der Koeffizienten:

$$\boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 3a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 - 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = 1 + 3 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$4a_0 - 8a_1 + 16a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 16 + 16 = -5$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{5}{4}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^2 + 2x - \frac{5}{4}}}$$

پ - د محورسيومتري څخه لاس ته راځي: ککره په  $y$  محور پرته ده.  
ت - د محور سره غوڅتکي = ککرې ټکي.

د پاربول د ککرې ټکي بڼه (فورم):  $f(x) = a_2(x+3)^2$

$$P(-5|-7): f(-5) = a_2(-5+3)^2 = 7 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}(x+3)^2$$

ب -

$$P_{x_1}(2|0); P(-1|0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)(x+1)$$

$$P(1|-2): f(1) = a_2(-1)(2) = -2 \Leftrightarrow a_2 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x+1) = \underline{\underline{x^2 - x - 2}}$$

ث - لمستکي = ککرې ټکي

$$I: \Rightarrow f(x) = (x+2)^2 = \underline{\underline{x^2 + 4x + 4}} \quad \text{راکښل شوي نور مال بڼه:}$$

دويم -

الف - لاندي کرښي يو درېگودي يا مثلث جوړوي:

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \quad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \quad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

|   |  |
|---|--|
| <p>The diagram shows a triangle with vertices labeled <math>P_1(x_1 y_1)</math>, <math>P_2(x_2 y_2)</math>, and <math>P_3(x_3 y_3)</math>. The side opposite <math>P_1</math> is labeled <math>f_2(x)</math>, the side opposite <math>P_2</math> is labeled <math>f_3(x)</math>, and the side opposite <math>P_3</math> is labeled <math>f_1(x)</math>.</p> | <p>د درېگودي د گودونو د شميرني<br/>لپاره د غوڅتکو تعريف<br/><math>P_1</math>: <math>f_1(x)</math> غوڅشوی د <math>f_2(x)</math> سره<br/><math>P_2</math>: <math>f_2(x)</math> غوڅشوی د <math>f_3(x)</math> سره<br/><math>P_3</math>: <math>f_1(x)</math> غوڅشوی د <math>f_3(x)</math><br/>سره</p> |
|---|--|

$$P_1(x_1 | y_1) : f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = 3x + \frac{31}{4} \quad | -3x$$

$$\Leftrightarrow -4x - \frac{27}{4} = \frac{31}{4} \quad | + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x = \frac{48}{4} \quad | : (-4)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{4} = -3 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$y_1 = f_1(x_1) = f_1(-3) = -(-3) - \frac{27}{4} = 3 - \frac{27}{4} = \frac{12}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{15}{4} \Rightarrow P_1\left(-3 \mid -\frac{15}{4}\right)$$

$$P_2(x_2 | y_2) : f_2(x) = f_3(x) \Leftrightarrow 3x + \frac{21}{4} = x + \frac{13}{4} \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{21}{4} = \frac{13}{4} \quad | - \frac{21}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{8}{4} \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$y_2 = f_2(x_2) = f_2(-1) = 3 \cdot (-1) + \frac{21}{4} = -3 + \frac{21}{4} = -\frac{12}{4} + \frac{21}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow P_2\left(-1 \mid \frac{9}{4}\right)$$

$$P_3(x_3 | y_3) : f_1(x) = f_3(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = x + \frac{13}{4} \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow -2x - \frac{27}{4} = \frac{13}{4} \quad | + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -2x = \frac{40}{4} \quad | : (-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{20}{4} = -5 \Rightarrow x_3 = -5$$

$$y_3 = f_1(x_3) = f_1(-5) = -(-5) - \frac{27}{4} = 5 - \frac{27}{4} = \frac{20}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow P_3\left(-5 \mid -\frac{7}{4}\right)$$

د پارابل د تابع مساوات شمیرنه، چې گراف یې د درې ګوډي له ګوډونو تیریری

ایښونه:  $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

$$P_1\left(-3 \mid -\frac{15}{4}\right) \Rightarrow 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -\frac{15}{4}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{9}{4}\right) \Rightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{4}$$

$$P_3\left(-5 \mid -\frac{7}{4}\right) \Rightarrow 25a_2 - 5a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{4}$$

د مساواتسیسم حل د گاوس- الگوریتم له لارې.

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                 |          |
|-------|-------|-------|-----------------|----------|
| 1     | -3    | 9     | $-\frac{15}{4}$ |          |
| 1     | -1    | 1     | $\frac{9}{4}$   | II - I   |
| 1     | -5    | 25    | $-\frac{7}{4}$  | III - I  |
| 1     | -3    | 9     | $-\frac{15}{4}$ |          |
| 0     | 2     | -8    | $\frac{24}{4}$  |          |
| 0     | -2    | 16    | $\frac{8}{4}$   | III + II |
| 1     | -3    | 9     | $-\frac{15}{4}$ |          |
| 0     | 2     | -8    | 6               |          |
| 0     | 0     | 8     | 8               |          |

$$8a_2 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 8a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 8 \cdot 1 = 6 \mid +8$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = 14 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 7}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = -\frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot 7 + 9 \cdot 1 = -\frac{15}{4} \mid +12 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{33}{4}}$$

$$\Rightarrow f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4}$$

د دې لپاره چې پارابل رسم کړای شو، موخه ور دی چې محور غوڅتکي او ککری ټکی وشمیرو.

د محور غوڅتکي شمیرنه:

$$f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4} \Rightarrow f(0) = \frac{33}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{33}{4}\right)$$

$$f_4(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x + \frac{33}{4} = 0 \Rightarrow p = 7 \text{ und } q = \frac{33}{4}$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{49}{4} - \frac{33}{4} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

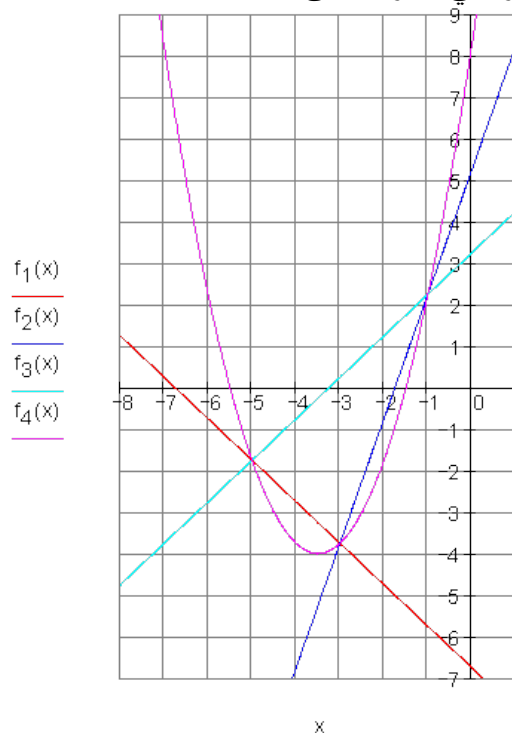
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{7}{2} + 2 = -\frac{3}{2} \\ x_2 = -\frac{7}{2} - 2 = -\frac{11}{2} \end{array} \right. \Rightarrow P_{x_1} \left( -\frac{3}{2} \mid 0 \right) \text{ und } P_{x_2} \left( -\frac{11}{2} \mid 0 \right)$$

د ککری ټکي شمیرنه د صفر ځایونو له لارې

$$x_{Sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{3}{2} + \left(-\frac{11}{2}\right)}{2} = \frac{-\frac{3}{2} - \frac{11}{2}}{2} = \frac{-\frac{14}{2}}{2} = \frac{-7}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$y_{Sp} = f_4(x_{Sp}) = f_4\left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{49}{4} + 7 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) + \frac{33}{4} = \frac{49}{4} - \frac{98}{4} + \frac{33}{4} = -\frac{16}{4} = -4$$

له دې لاس ته راځي ککری ټکی:  $S\left(-\frac{7}{2} \mid -4\right)$



ب - گراف



درېم – الف – د تابع مساوات شمېرته:

$$P_1(-2|2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(1|-7): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -7$$

$$P_2(3|-3): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -3$$

|       |       |       |             |  |
|-------|-------|-------|-------------|--|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |             | $-2a_2 = -2   : (-2)$  |
| 1     | -2    | 4     | 2           | $\Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$  |
| 1     | 1     | 1     | -7    -I    | $a_1 - a_2 = -3 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot 1 = -3$                      |
| 1     | 3     | 9     | -3     -I   | $\Leftrightarrow a_1 - 1 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$            |
| 1     | -2    | 4     | 2           | $a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 = 2$ |
| 0     | 3     | -3    | -9   : 3    | $\Leftrightarrow a_0 + 4 + 4 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -6}$         |
| 0     | 5     | 5     | -5   : (-5) | $f(x) = x^2 - 2x - 6$  |
| 1     | -2    | 4     | 2           | $P_1(-2 2): f(-2) = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 6 = 4 + 4 - 6 = 2$             |
| 0     | 1     | -1    | -3          | $P_2(1 -7): f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = 1 - 2 - 6 = -7$                   |
| 0     | -1    | -1    | 1     +II   | $P_3(3 -3): f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 - 6 = 9 - 6 - 6 = -3$                   |
| 1     | -2    | 4     | 2           |  |
| 0     | 1     | -1    | -3          |  |
| 0     | 0     | -2    | -2          |  |

د محور غوڅتکي شمېرته:

$$f(x) = x^2 - 2x - 6 \quad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-6)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 6 = 0 \text{ Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = -2; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 6 = 7 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{7}$$

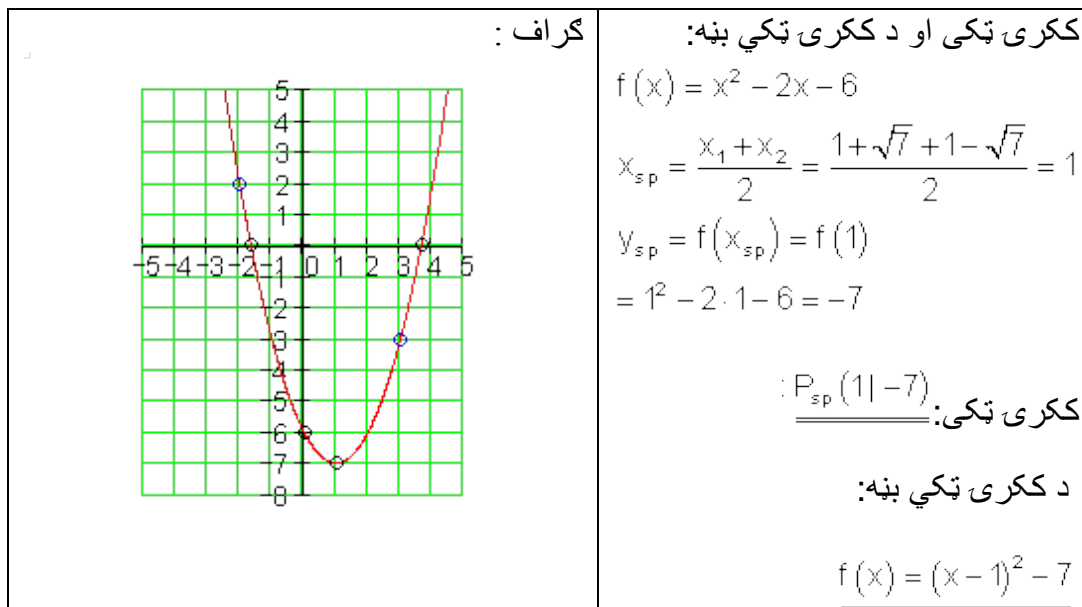
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 1 + \sqrt{7} \approx 3,65 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(1 + \sqrt{7} \approx 3,65 | 0)}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{7} \approx -1,65 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_2}(1 - \sqrt{7} \approx -1,65 | 0)}} \end{array} \right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

څلورم:

ککړی ټکی او د ککړی ټکي بڼه:

الف-



ب- د تابع مساوات شمیرنه:

$$P_1(-1 | -2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(1 | 0): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_2(2 | 4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |           |
|-------|-------|-------|-----------|
| 1     | -1    | 1     | -2        |
| 1     | 1     | 1     | 0 II - I  |
| 1     | 2     | 4     | 4 III - I |
| 1     | -1    | 1     | -2        |
| 0     | 2     | 0     | 2         |
| 0     | 3     | 3     | 6         |

$$2a_1 = 2 | : 2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$$

$$3a_1 + 3a_2 = 6 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 3a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + 3 = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + 1 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^2 + x - 2}}$$

$$P_1(-1|-2): f(-1) = (-1)^2 + 1 \cdot (-1) - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$$

$$P_2(1|0): f(1) = 1^2 + 1 \cdot 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$$

$$P_3(2|4): f(2) = 2^2 + 1 \cdot 2 - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$$

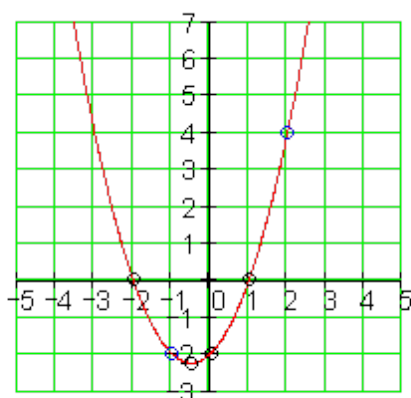
$$f(x) = x^2 + x - 2 \quad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2) \quad \text{د محور غوڅتکو شمیرنه:}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \quad \text{دا د مربع مساوات نورمال بڼه ده}$$

$$p = 1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1|0)}} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-2|0)}} \end{array} \right.$$

گراف



ککری ټکی او د ککری ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2 + 1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right)}} \quad \text{ککری ټکی:}$$

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \quad \text{ککری ټکی بڼه:}$$

پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-3|10): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 10$$

$$P_2(1|-2): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

|       |       |       |          |
|-------|-------|-------|----------|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |          |
| 1     | -3    | 9     | 10       |
| 1     | 1     | 1     | -2    -1 |
| 1     | 3     | 9     | 4     -1 |
| 1     | -3    | 9     | 10       |
| 0     | 4     | -8    | -12      |
| 0     | 6     | 0     | -6       |

$$6a_1 = -6 | : 6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$4a_1 - 8a_2 = -12 \Leftrightarrow 4 \cdot (-1) - 8a_2 = -12$$

$$\Leftrightarrow -8a_2 - 4 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 10 \Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot (-1) + 9 \cdot 1 = 10$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 9 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^2 - x - 2}}$$

$$P_1(-3|10): f(-3) = (-3)^2 - 1 \cdot (-3) - 2 = 9 + 3 - 2 = 10$$

$$P_2(1|-2): f(1) = 1^2 - 1 \cdot 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$$

$$P_3(3|4): f(3) = 3^2 - 1 \cdot 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

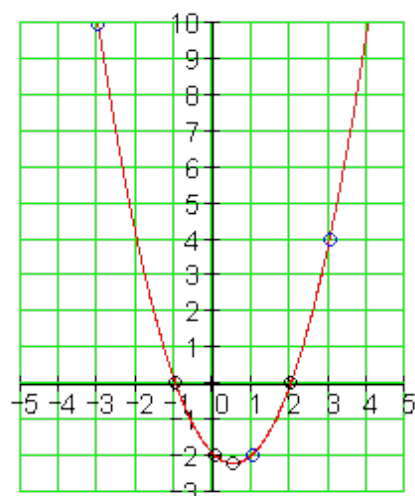
$$f(x) = x^2 - x - 2 \quad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_2}(-1|0)}} \end{array} \right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)



ککری ټکی او د ککری ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

$$P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right) \text{ ککری ټکی:}$$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

ت- د تابع مساواتو شميرنه:

$$P_1(-2 \mid 4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(1 \mid 4) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(3 \mid -6) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -6$$

|       |       |       |              |
|-------|-------|-------|--------------|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |              |
| 1     | -2    | 4     | 4            |
| 1     | 1     | 1     | 4 II -I      |
| 1     | 3     | 9     | -6 III -I    |
| 1     | -2    | 4     | 4            |
| 0     | 3     | -3    | 0   : 3      |
| 0     | 5     | 5     | -10   : (-5) |
| 1     | -2    | 4     | 4            |

$$-2a_2 = 2 \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 - a_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot (-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow a_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 4 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

۴۸۵

## د پارابل او پرابل غوڅنکي

|   |    |    |       |  |
|---|----|----|-------|--|
| 0 | 1  | -1 | 0     | $f(x) = -x^2 - x + 6$                                    |
| 0 | -1 | -1 | 2   + | $P_1(-2 4): f(-2) = -(-2)^2 - 1 \cdot (-2) + 6 = 4$      |
| 1 | -2 | 4  | 4     | $P_2(1 4): f(1) = -1^2 - 1 \cdot 1 + 6 = -1 - 1 + 6 = 4$ |
| 0 | 1  | -1 | 0     | $P_3(3 -6): f(3) = -3^2 - 1 \cdot 3 + 6 = -6$            |
| 0 | 0  | -2 | 2     |  |

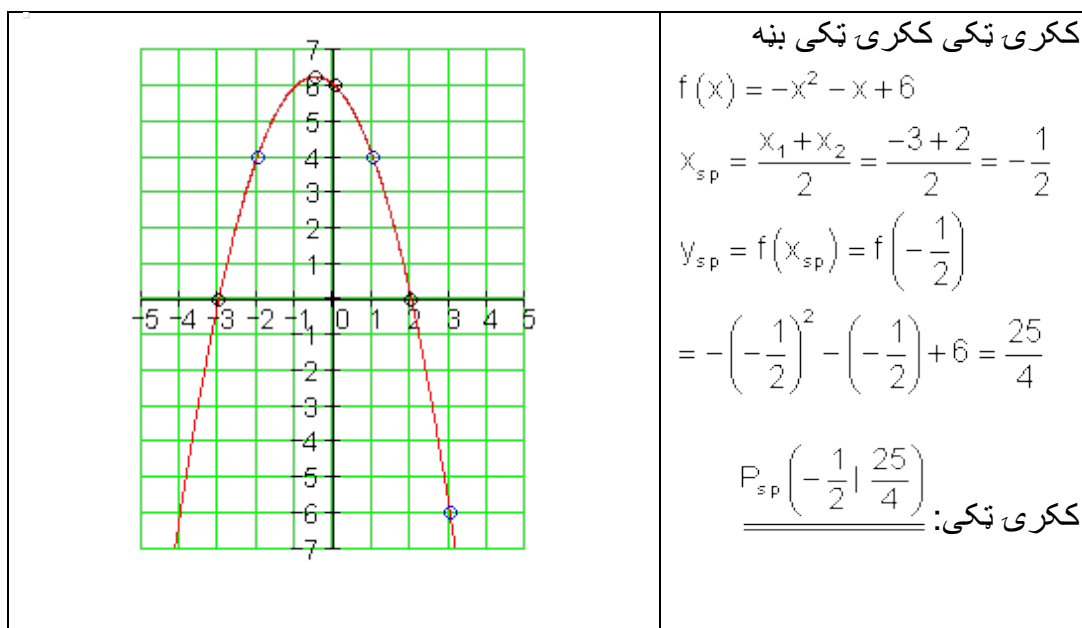
$f(x) = -x^2 - x + 6$      $f(0) = 6 \Rightarrow \underline{P_y(0|6)}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = 0$     د محور غوڅنکو شمیرنه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad \text{د مربع مساوات نورمال بڼه}$$

$$p = 1; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2 \Rightarrow \underline{P_{x_1}(2|0)} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3 \Rightarrow \underline{P_{x_2}(-3|0)} \end{array} \right.$$



|  |  |
|--|--|
|  | ککری تکی بڼه:<br>$f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ |
|--|--|

ټ. د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-1|0): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_2(1|6): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |           |
|-------|-------|-------|-----------|
| 1     | -1    | 1     | 0         |
| 1     | 1     | 1     | 6 II - I  |
| 1     | 3     | 9     | 4 III - I |
| 1     | -1    | 1     | 0         |
| 0     | 2     | 0     | 6         |
| 0     | 4     | 8     | 4         |

$$2a_1 = 6 | : 2$$

$$\Leftrightarrow a_1 = 3$$

$$4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 4 \cdot 3 + 8a_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 8a_2 + 12 = 4 \Leftrightarrow a_2 = -1$$

$$a_0 - a_1 + a_2 = 0 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 4$$

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

$$P_1(-1|0): f(-1) = -(-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$$

$$P_2(1|6): f(1) = -1^2 + 3 \cdot 1 + 4 = -1 + 3 + 4 = 6$$

$$P_3(3|4): f(3) = -3^2 + 3 \cdot 3 + 4 = -9 + 9 + 4 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

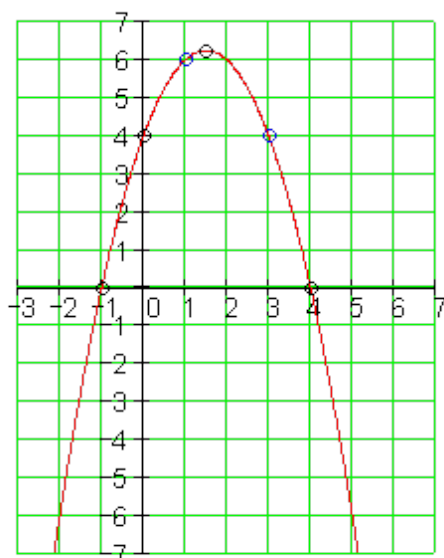
$$f(x) = -x^2 + 3x + 4 \quad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{P_y(0|4)}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \quad \text{د مربع مساوات نورمال بڼه}$$

$$p = -3; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(4|0)}} \\ x_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_2}(-1|0)}} \end{array} \right.$$



ککړی ټکی ککړی ټکی بڼه

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1 + 4}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = \frac{25}{4}$$

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{4}\right)}}$$

ککړی ټکی:

ککړی ټکی بڼه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}}}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4|-2): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(-2|-4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |           |
|-------|-------|-------|-----------|
| 1     | -4    | 16    | -2        |
| 1     | -2    | 4     | -4 II - I |
| 1     | 2     | 4     | 4 III - I |
| 1     | -4    | 16    | -2        |

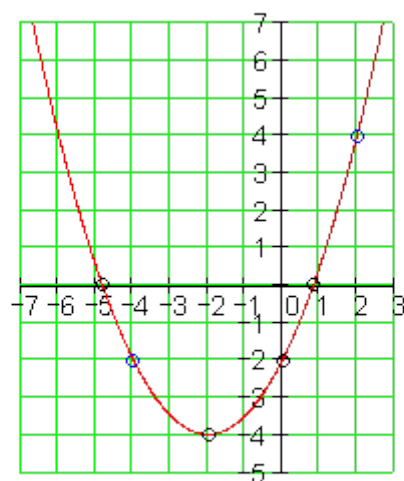
$$-4a_2 = -2 \mid :(-4)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$a_1 - 8a_2 = -1 \Leftrightarrow a_1 - 8 \cdot \frac{1}{2} = -1$$







ککری ټکی ککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + 2 \cdot \sqrt{2} - 2 - 2 \cdot \sqrt{2}}{2} = -2$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= \frac{1}{2}(-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 2 = -4$$

ککری ټکی :  $P_{sp}(-2 | -4)$ 

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$$

څلورم:

الف- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4 | 2) : f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(1 | -\frac{1}{2}\right) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 | -4) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$-2a_2 = 1 | : (-2)$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$2a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow 2a_1 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 3 = -1 \Leftrightarrow a_1 = -2$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                             |
|-------|-------|-------|-----------------------------|
| 1     | -4    | 16    | $2   \cdot 2$               |
| 1     | 1     | 1     | $-\frac{1}{2}   \cdot (-2)$ |
| 1     | 2     | 4     | $-4   \cdot (-2)$           |
| 2     | -8    | 32    | 4                           |
| -2    | -2    | -2    | $1    +$                    |

|  |  |
|--|--|
| $2a_0 - 8a_1 + 32a_2 = 4$  | $\begin{array}{ccc c} -2 & -4 & -8 & 8   +  \\ \hline 12 & -8 & 32 & 4 \\ 0 & -10 & 30 & 5 :(-5) \\ \hline 0 & -12 & 24 & 12 :6 \\ \hline 2 & -8 & 32 & 4 \\ 0 & 2 & -6 & -1 \\ 0 & -2 & 4 & 2   +   \\ \hline 2 & -8 & 32 & 4 \\ 0 & 2 & -6 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{array}$ |
| $\Leftrightarrow 2a_0 - 8 \cdot (-2) + 32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 4$                 |  |
| $\Leftrightarrow 2a_0 + 16 - 16 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$                           |  |
| $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$  |  |
| $P_1(-4 2): f(-4) = -\frac{1}{2} \cdot (-4)^2 - 2 \cdot (-4) + 2 = 2$                          |  |
| $P_2\left(1 -\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2} \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 2 = -\frac{1}{2}$ |  |
| $P_3(2 -4): f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 2 = -4$                                |  |

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \quad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{P_y(0|2)}$$

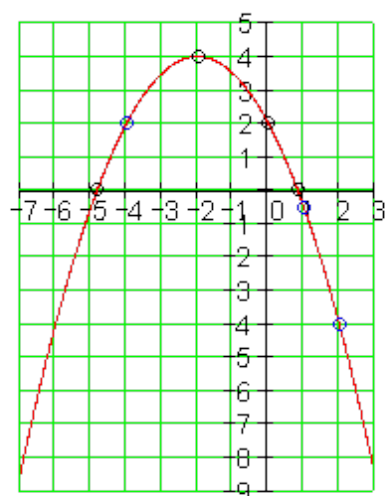
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = 4; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0,83 \quad \Rightarrow \underline{P_{x_1}(-2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0,83|0)} \\ x_2 = -2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4,83 \quad \Rightarrow \underline{P_{x_2}(-2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4,83|0)} \end{array} \right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)



ککری ټکی او دککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2 + 2 \cdot \sqrt{2} - 2 - 2 \cdot \sqrt{2}}{2} = -2$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2) = -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2 \cdot (-2) + 2 = 4$$

$P_{sp}(-2|4)$  : ککری ټکی

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$$

ب - د تابع مساواتو شمیرنه

$$1) : f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -1$$

$$4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$: f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 8$$

|       |           |
|-------|-----------|
| $a_2$ |           |
| 16    | -1        |
| 4     | -4    -1  |
| 4     | 8    -1   |
| 16    | -1        |
| -12   | -3        |
| -12   | 9    (-3) |
| 16    | -1        |
| ...   | ...       |

$$-8a_2 = -6 \quad | : (-8)$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{3}{4}$$

$$2a_1 - 12a_2 = -3 \Leftrightarrow 2a_1 - 12 \cdot \frac{3}{4} = -3$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 9 = -3 \Leftrightarrow a_1 = 3$$

$$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -1 \Leftrightarrow a_0 - 4 \cdot 3 + 16 \cdot \frac{3}{4} = -1$$

$$\begin{array}{r|l} -12 & -3 \\ 4 & -3 \text{ III} + \text{II} \\ \hline 16 & -1 \\ -12 & -3 \\ -8 & -6 \end{array} \quad \Leftrightarrow a_0 - 12 + 12 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1}}$$

$$\cdot 1): f(-4) = \frac{3}{4} \cdot (-4)^2 + 3 \cdot (-4) - 1 = 12 - 12 - 1 = -1$$

$$\cdot 4): f(-2) = \frac{3}{4} \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

$$\cdot f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = 3 + 6 - 1 = 3 + 6 - 1 = 8$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 \quad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 | -1)}}$$

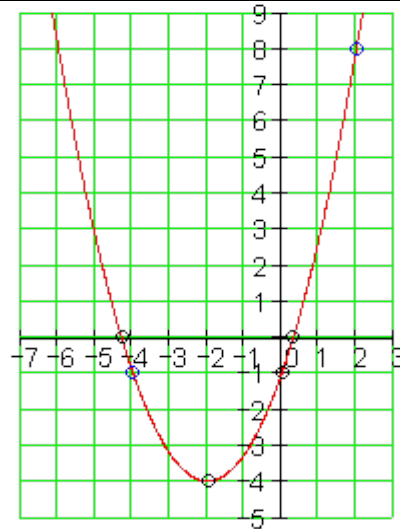
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - \frac{4}{3} = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = 4; q = -\frac{4}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -2 + \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} \approx 0,31 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2 + \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} \approx 0,31 \mid 0\right)}} \\ x_2 = -2 - \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} \approx -4,31 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2 - \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} \approx -4,31 \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)



ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} - 2 - \frac{4}{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = -2$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= \frac{3}{4} \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) - 1 = -4$$

$P_{sp}(-2 | -4)$  : ککری ټکی :

ککری ټکی بڼه :

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{4}(x+2)^2 - 4}}$$

پ - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1 \left( -3 \mid \frac{5}{4} \right) : f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2 \left( 0 \mid -\frac{1}{4} \right) : f(0) = 0a_2 + 0a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{1}{4}}$$

$$P_2 \left( 3 \mid \frac{41}{4} \right) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = \frac{41}{4}$$

|       |       |       |                            |   |
|-------|-------|-------|----------------------------|---|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                            |   |
| 1     | -3    | 9     | $\frac{5}{4} \mid \cdot 4$ | $-24a_1 = -36 \mid : (-24)$                 |
| 1     | 0     | 0     | $-\frac{1}{4}$             | $\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{3}{2}}$ |

|    |     |     |                             |  |
|----|-----|-----|-----------------------------|--|
| 1  | 3   | 9   | $\frac{41}{4}   \cdot (-4)$ | $4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5$   |
| 4  | -12 | 36  | 5                           | $\Leftrightarrow 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - 12 \cdot \frac{3}{2} + 36a_2 = 5$ |
| 1  | 0   | 0   | $-\frac{1}{4}$              | $\Leftrightarrow 36a_2 - 1 - 18 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{2}{3}}$         |
| -4 | -12 | -36 | $-41   III + II$            |  |
| 4  | -12 | 36  | 5                           | $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$                                   |
| 1  | 0   | 0   | $-\frac{1}{4}$              |  |
| 0  | -24 | 0   | -36                         |  |

$$P_1 \left( -3 \mid \frac{5}{4} \right) : f(-3) = \frac{2}{3} \cdot (-3)^2 + \frac{3}{2} \cdot (-3) - \frac{1}{4} = 6 - \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} - \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$P_2 \left( 0 \mid -\frac{1}{4} \right) : f(0) = \frac{2}{3} \cdot 0^2 + \frac{3}{2} \cdot 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3 \left( 3 \mid \frac{41}{4} \right) : f(3) = \frac{2}{3} \cdot 3^2 + \frac{3}{2} \cdot 3 - \frac{1}{4} = 6 + \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} + \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{41}{4}$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

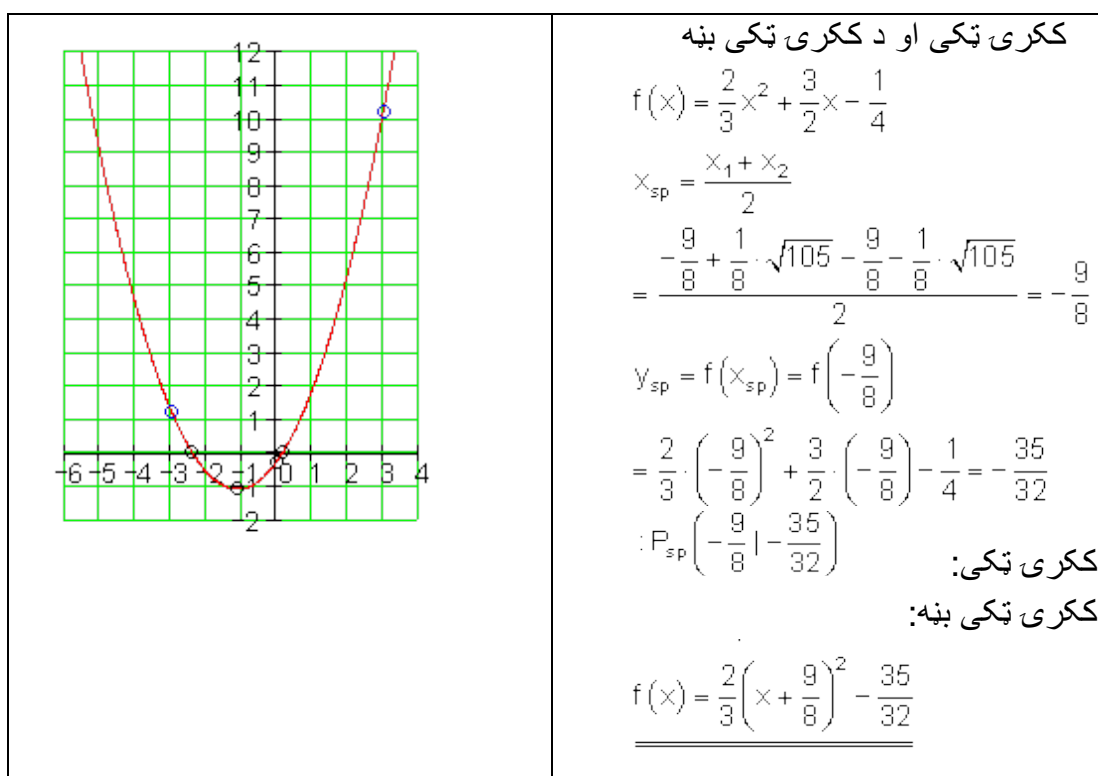
$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \quad f(0) = -\frac{1}{4} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid -\frac{1}{4} \right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{3}{8} = 0 \quad f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = \frac{9}{4}; q = -\frac{3}{8} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{64} + \frac{3}{8} = \frac{105}{64} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{105}{64}} = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{105}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{9}{8} + \frac{1}{8} \cdot \sqrt{105} \approx 0,16 \Rightarrow P_{x1} \left( -\frac{9}{8} + \frac{1}{8} \cdot \sqrt{105} \approx 0,16 \mid 0 \right) \\ x_2 = -\frac{9}{8} - \frac{1}{8} \cdot \sqrt{105} \approx -2,41 \Rightarrow P_{x2} \left( -\frac{9}{8} - \frac{1}{8} \cdot \sqrt{105} \approx -2,41 \mid 0 \right) \end{array} \right.$$



ت – د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1(-2 \mid 2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

$$P_2\left(1 \mid \frac{1}{2}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                        |
|-------|-------|-------|------------------------|
| 1     | -2    | 4     | 2   · 2                |
| 1     | -1    | 1     | $\frac{5}{2}$   · (-2) |
| 1     | 1     | 1     | $\frac{1}{2}$   · (-2) |
| 2     | -4    | 8     | 4                      |

$$-12a_2 = 6 \mid : (-12)$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$6a_1 - 18a_2 = 3 \Leftrightarrow 6a_1 - 18 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$\Leftrightarrow 6a_1 + 9 = 3 \Leftrightarrow a_1 = -1$$



|    |    |     |            |
|----|----|-----|------------|
| -2 | 2  | -2  | -5II + I   |
| -2 | -2 | -2  | -1III + I  |
| 2  | -4 | 8   | 4          |
| 0  | -2 | 6   | -1I · (-3) |
| 0  | -6 | 6   | 3          |
| 2  | -4 | 8   | 4          |
| 0  | 6  | -18 | 3          |
| 0  | -6 | 6   | 3III + II  |
| 2  | -4 | 8   | 4          |
| 0  | 6  | -18 | 3          |
| 0  | 0  | -12 | 6          |

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 2a_0 - 4 \cdot (-1) + 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 4 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$P_1(-2|2): f(-2) = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^2 - 1 \cdot (-2) + 2 = 2$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right): f(-1) = -\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 - 1 \cdot (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

$$P_3\left(1 \mid \frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2} \cdot 1^2 - 1 \cdot 1 + 2 = \frac{1}{2}$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 \quad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|2)}}$$

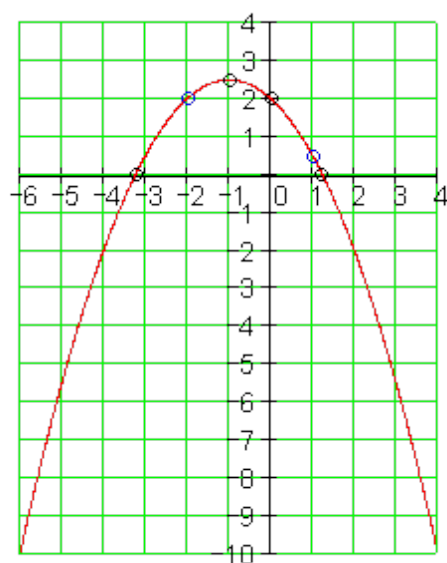
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 2; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 | 0)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 | 0)}} \end{array} \right.$$



ککری ټکی او د ککری ټکی

بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ = \frac{-1 + \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5}}{2} = -1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1) \\ = -\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 - (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

ککری ټکی :  $P_{sp} \left( -1 \mid \frac{5}{2} \right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$$

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1 \left( -1 \mid -\frac{1}{2} \right) : f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2 (2 \mid 2) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2 \left( 3 \mid -\frac{1}{2} \right) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

|       |       |       |        |                             |
|-------|-------|-------|--------|-----------------------------|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $\mid$ | $-\frac{1}{2} \mid \cdot 2$ |
| 1     | -1    | 1     | $\mid$ | $-\frac{1}{2} \mid \cdot 2$ |

$$-24a_2 = 20 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{5}{6}$$

|                 |                             |  |
|-----------------|-----------------------------|--|
| 1    2    4     | 2   · (-2)                  | $24a_1 + 24a_2 = 20 \Leftrightarrow 24a_1 + 24 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = 20$                                   |
| 1    3    9     | $-\frac{1}{2}   \cdot (-2)$ | $\Leftrightarrow 24a_1 - 20 = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{5}{3}}$  |
| 2    -2    2    | -1                          | $2a_0 - 2a_1 + 2a_2 = -1$  |
| -2    -4    -8  | -4 II + I                   | $\Leftrightarrow 2a_0 - 2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = -1$                     |
| -2    -6    -18 | 1 III + I                   | $\Leftrightarrow 2a_0 - \frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$                               |
| 2    -2    2    | 1                           | $f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$  |
| 0    -6    -6   | $-5   \cdot (-4)$           | $P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(-1) = -\frac{5}{6} \cdot (-1)^2 + \frac{5}{3} \cdot (-1) + 2 = -\frac{1}{2}$ |
| 0    -8    -16  | 0   · 3                     | $P_2(2 \mid 2) : f(2) = -\frac{5}{6} \cdot 2^2 + \frac{5}{3} \cdot 2 + 2 = 2$  |
| 2    -2    2    | -1                          | $P_3\left(3 \mid \frac{1}{2}\right) : f(3) = -\frac{5}{6} \cdot 3^2 + \frac{5}{3} \cdot 3 + 2 = -\frac{1}{2}$          |
| 0    24    24   | 20                          |  |
| 0    -24    -48 | 0   III + II                |  |
| 2    -2    2    | -1                          |  |
| 0    24    24   | 20                          |  |
| 0    0    -24   | 20                          |  |

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 \quad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$$

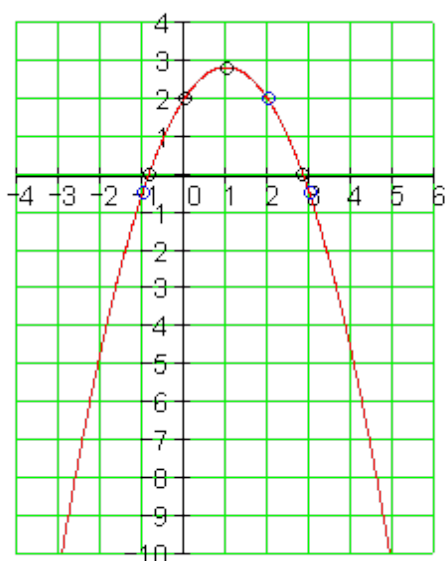
د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$\Rightarrow x^2 - 2x - \frac{12}{5} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -2; q = -\frac{12}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + \frac{12}{5} = \frac{17}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{17}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2,84 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2,84 \mid 0\right)}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0,84 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0,84 \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$



ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{\frac{17}{5}} + 1 - \sqrt{\frac{17}{5}}}{2} = 1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

$$= -\frac{5}{6} \cdot 1^2 + \frac{5}{3} \cdot 1 + 2 = \frac{17}{6}$$

$$\underline{\underline{P_{sp} \left( 1 \mid \frac{17}{6} \right)}}: \text{ککری ټکی}$$

ککری ټکی بڼه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}}}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2 \mid -1): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1 \mid -\frac{7}{3}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{3}$$

$$P_2(1 \mid -3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                         |
|-------|-------|-------|-------------------------|
| 1     | -2    | 4     | -1   · 3                |
| 1     | -1    | 1     | $-\frac{7}{3}$   · (-3) |
| 1     | 1     | 1     | -3   · (-3)             |
| 3     | -6    | 12    | -3                      |

$$-18a_2 = -6 \mid : (-18)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{3}}$$

$$9a_1 - 27a_2 = -12 \Leftrightarrow 9a_1 - 27 \cdot \frac{1}{3} = -12$$

$$\boxed{9a_1 - 9 = -12}$$

|    |    |     |             |   |
|----|----|-----|-------------|---|
| -3 | 3  | -3  | 7    +I     | $\Leftrightarrow 9a_1 - 9 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{3}}$                             |
| -3 | -3 | -3  | 9    +I     | $3a_0 - 6a_1 + 12a_2 = -3$  |
| 3  | -6 | 12  | -3          |   |
| 0  | -3 | 9   | 4   · (-3)  | $\Leftrightarrow 3a_0 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 12 \cdot \frac{1}{3} = -3$                  |
| 0  | -9 | 9   | 6           |   |
| 3  | -6 | 12  | -3          | $\Leftrightarrow 3a_0 + 2 + 4 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -3}$                                    |
| 0  | 9  | -27 | -12         | $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$  |
| 0  | -9 | 9   | 6      + II | <u><u>        </u></u>  |
| 3  | -6 | 12  | -3          | $P_1(-2   -1):$   |
| 0  | 9  | -27 | -12         | $f(-2) = \frac{1}{3} \cdot (-2)^2 - \frac{1}{3}(-2) - 3 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 3 = -1$          |
| 0  | 0  | -18 | -6          | $P_2\left(-1   -\frac{7}{3}\right):$  |
|    |    |     |             | $f(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1)^2 - \frac{1}{3}(-1) - 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$ |
|    |    |     |             | $P_3(1   -3):$  |
|    |    |     |             | $f(1) = \frac{1}{3} \cdot 1^2 - \frac{1}{3} \cdot 1 - 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 3 = -3$           |

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 \quad f(0) = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 | -3)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 = 0$$

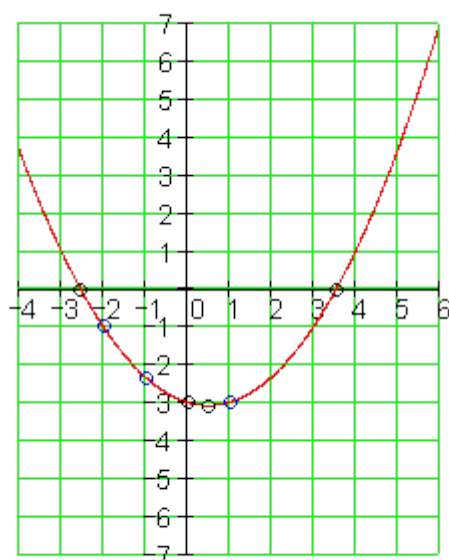
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 9 = 0 \quad \text{د مربع مساوات نورمال بڼه}$$

$$p = -1; q = -9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 9 = \frac{37}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37}$$

۵۰۱

## د پارابل او پرابل غوڅتکي

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx 3,54 \Rightarrow P_{x_1} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx 3,54 \mid 0 \right) \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx -2,54 \Rightarrow P_{x_2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \approx -2,54 \mid 0 \right) \end{array} \right.$$



ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 3 = -\frac{37}{12}$$

$$P_{sp} \left( \frac{1}{2} \mid -\frac{37}{12} \right) \text{ : ککری ټکی}$$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{1}{3} \left( x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{37}{12}$$

$$P_1 \left( -2 \mid \frac{1}{2} \right) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_2 (1 \mid 4) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2 \left( 2 \mid -\frac{5}{2} \right) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

الف- د تابع مساواتو شمیرنه:

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                            |
|-------|-------|-------|----------------------------|
| 1     | -2    | 4     | $\frac{1}{2}  \cdot 2$     |
| 1     | 1     | 1     | $4  \cdot (-2)$            |
| 1     | 2     | 4     | $-\frac{5}{2}  \cdot (-2)$ |
| 2     | -4    | 8     | 1                          |
| -2    | -2    | -2    | $-8   +$                   |
| -2    | -4    | -8    | $5    +$                   |
| 2     | -4    | 8     | 1                          |
| 0     | -6    | 6     | -7                         |
| 0     | -8    | 0     | 6                          |

$$-8a_1 = 6 | : (-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{4}}$$

$$-6a_1 + 6a_2 = -7 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 6a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 + \frac{9}{2} = -7 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{23}{12}}$$

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 8 \cdot \left(-\frac{23}{12}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 3 - \frac{46}{3} = 1 \Leftrightarrow a_0 = \frac{20}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}}}$$

$$P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right): f(-2) = -\frac{23}{12} \cdot (-2)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-2) + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} + \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4): f(1) = -\frac{23}{12} \cdot 1^2 - \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{3}{4} + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{9}{12} + \frac{80}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

$$P_3\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right): f(2) = -\frac{23}{12} \cdot 2^2 - \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} - \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} \quad f(0) = \frac{20}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{23}x - \frac{80}{23} = 0$$

د مربع مساوات نور مال بڼه

۵.۳

د پارابل او پرابل غوڅتکي

$$p = \frac{9}{23}; q = -\frac{80}{23} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{2116} + \frac{80}{23} = \frac{7441}{2116}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{7441}{2116}} = \frac{1}{46} \cdot \sqrt{7441}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \begin{cases} x_1 = -\frac{9}{46} + \frac{1}{46} \cdot \sqrt{7441} \approx 1,68 \\ x_2 = -\frac{9}{46} - \frac{1}{46} \cdot \sqrt{7441} \approx -2,07 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{P_{x_1} \left( -\frac{9}{46} + \frac{1}{46} \cdot \sqrt{7441} \approx 1,68 \mid 0 \right)}}$$

$$\underline{\underline{P_{x_2} \left( -\frac{9}{46} - \frac{1}{46} \cdot \sqrt{7441} \approx -2,07 \mid 0 \right)}}$$

ککری تکی او د ککری تکی بڼه

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{9}{46} + \frac{1}{46} \cdot \sqrt{7441} - \frac{9}{46} - \frac{1}{46} \cdot \sqrt{7441}}{2} = -\frac{9}{46}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{9}{46}\right) = -\frac{23}{12} \cdot \left(-\frac{9}{46}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{9}{46}\right) + \frac{20}{3} = \frac{7441}{1104}$$

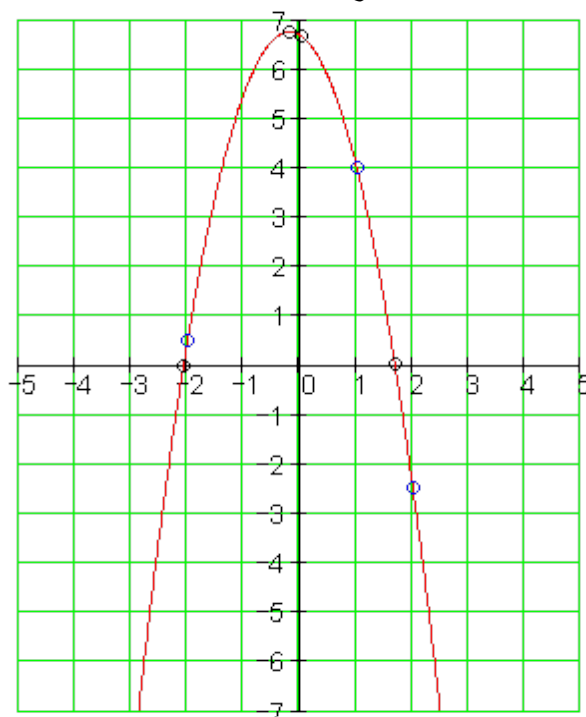
$$\underline{\underline{P_{sp} \left( -\frac{9}{46} \mid \frac{7441}{1104} \right)}} : \text{ککری تکی}$$

ککری تکی بڼه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{23}{12} \left(x + \frac{9}{46}\right)^2 + \frac{7441}{1104}}}$$



کراف:



ب- د تابع مساواتو شميرنه

$$P_1\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{19}{4}\right): f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{19}{4}$$

$$P_2(1 \mid 1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$$

$$P_2\left(\frac{3}{2} \mid -\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{4}$$

| $a_0$ | $a_1$          | $a_2$         |                                |
|-------|----------------|---------------|--------------------------------|
| 1     | $-\frac{3}{2}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{19}{4} \mid \cdot 4$    |
| 1     | 1              | 1             | $1 \mid \cdot (-4)$            |
| 1     | $\frac{3}{2}$  | $\frac{9}{4}$ | $-\frac{5}{4} \mid \cdot (-4)$ |

$$-12a_1 = 24 \mid : (-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$$

$$-10a_1 + 5a_2 = 15 \Leftrightarrow -10 \cdot (-2) + 5a_2 = 15$$

$$\Leftrightarrow 5a_2 + 20 = 15 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$\begin{array}{ccc|c}
 4 & -6 & 9 & 19 \\
 -4 & -4 & -4 & -4 \text{ II} + \text{I} \\
 -4 & -6 & -9 & 5 \text{ III} + \text{I} \\
 \hline
 4 & -6 & 9 & 19 \\
 0 & -10 & 5 & 15 \\
 0 & -12 & 0 & 24
 \end{array}$$

$$4a_0 - 6a_1 + 9a_2 = 19$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 6 \cdot (-2) + 9 \cdot (-1) = 19$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 + 12 - 9 = 19 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 - 2x + 4}}$$

$$P_1\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{19}{4}\right): f(-2) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{2} - 4 = -\frac{9}{4} + \frac{12}{4} - \frac{16}{4} = \frac{19}{4}$$

$$P_2(1 \mid 1): f(1) = -1^2 - 2 \cdot 1 + 4 = -1 - 2 + 4 = 1$$

$$P_3\left(\frac{3}{2} \mid -\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} - 3 + 4 = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{9}{4} + \frac{4}{4} = -\frac{5}{4}$$

د محور غوڅنکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 4 \quad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 4)}}$$

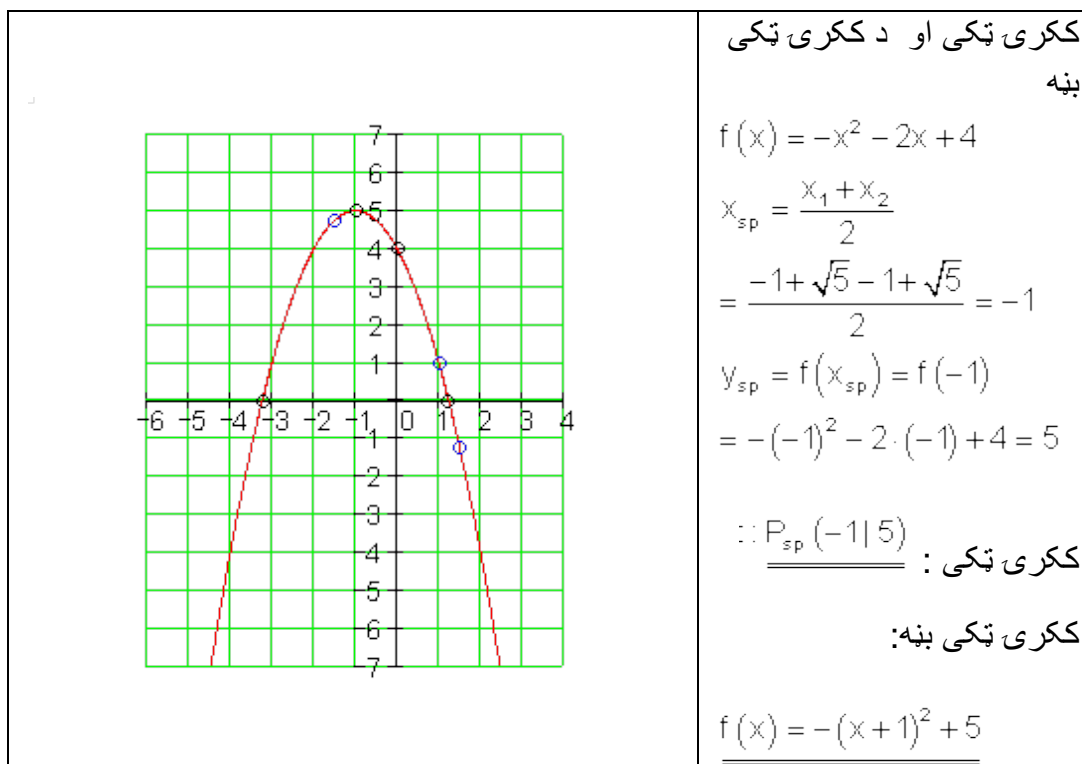
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نور مال بڼه

$$p = 2; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \mid 0)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_2}(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \mid 0)}} \end{array} \right.$$



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-1|2) : f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(\frac{3}{2} \mid \frac{13}{4}\right) : f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{13}{4}$$

$$P_2(2|2) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

| $a_0$ | $a_1$         | $a_2$         |                         |
|-------|---------------|---------------|-------------------------|
| 1     | -1            | 1             | 2   · 4                 |
| 1     | $\frac{3}{2}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{13}{4}$   · (-4) |
| 1     | 2             | 4             | 2   · (-4)              |
| 4     | -4            | 4             | 8                       |
| -4    | -6            | -9            | -13    +                |
| -4    | -8            | -16           | -8     +                |

$$-a_2 = 1 | : (-1)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$2a_1 + a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 + (-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$$

$$4a_0 - 4a_1 + 4a_2 = 8 \Leftrightarrow 4a_0 - 4 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) = 8$$

|   |     |     |              |  |
|---|-----|-----|--------------|--|
| 4 | -4  | 4   | 8            | $\Leftrightarrow 4a_0 - 4 - 4 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$   |
| 0 | -10 | -5  | -5   : (-5)  | $f(x) = -x^2 + x + 4$  |
| 0 | -12 | -12 | 0   : 6      |  |
| 4 | -4  | 4   | 8            | $P_1(-1   2): f(-1) = -(-1)^2 + (-1) + 4 = -1 - 1 + 4 = 2$   |
| 0 | 2   | 1   | 1            | $P_2\left(\frac{3}{2} \mid \frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 4$ |
| 0 | -2  | -2  | 0   III + II | $= -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{13}{4}$                              |
| 4 | -4  | 4   | 8            | $P_3(2   2): f(2) = -2^2 + 2 + 4 = -4 + 2 + 4 = 2$   |
| 0 | 2   | 1   | 1            |  |
| 0 | 0   | -1  | 1            |  |

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 + x + 4 \quad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 | 4)}}$$

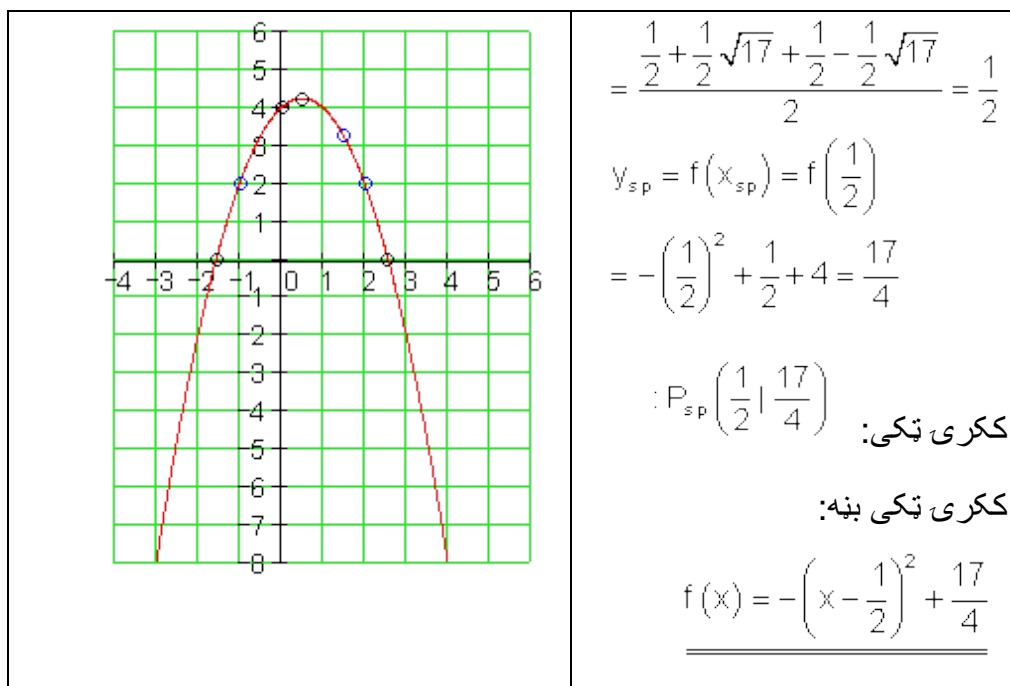
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 4 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \quad \text{د مربع مساوات نورمال بڼه}$$

$$p = -1; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{17}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2,56 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \mid 0\right)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1,56 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$

|  |   |
|--|---|
|  | <p>ککړی ټکی او دککړی ټکی بڼه</p> $f(x) = -x^2 + x + 4$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ |
|--|---|



ت - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-3 \mid 2) : f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(1 \mid -3) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(3 \mid 4) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

$$6a_1 = 2 \mid : 6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{1}{3}}$$

|   |   |
|---|---|
| $4a_1 - 8a_2 = -5 \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{3} - 8a_2 = -5$                            | $a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad   \quad$             |
| $\Leftrightarrow -8a_2 + \frac{4}{3} = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{24}}$        | $1 \quad -3 \quad 9 \quad   \quad 2$                |
| $a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot \frac{1}{3} + 9 \cdot \frac{19}{24} = 2$ | $1 \quad 1 \quad 1 \quad   \quad -3 \text{ II } -I$ |
|   | $1 \quad 3 \quad 9 \quad   \quad 4 \text{ III } -I$ |
|   | $1 \quad -3 \quad 9 \quad   \quad 2$                |
|   | $0 \quad 4 \quad -8 \quad   \quad -5$               |
|   | $0 \quad 6 \quad 0 \quad   \quad 2$                 |

۰   ۰   ۰   |   ۰

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{57}{8} = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{33}{8}}$$

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}$$

$$P_1(-3|2): f(-3) = \frac{19}{24} \cdot (-3)^2 + \frac{1}{3} \cdot (-3) - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} - 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$P_2(1|-3): f(1) = \frac{19}{24} \cdot 1^2 + \frac{1}{3} \cdot 1 - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{1}{3} - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{8}{24} - \frac{99}{24} = -\frac{72}{24} = -3$$

$$P_3(3|4): f(3) = \frac{19}{24} \cdot 3^2 + \frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} + 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} + 1 = 3 + 1 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8} \quad f(0) = -\frac{33}{8} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid -\frac{33}{8}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{24}x^2 + \frac{8}{19}x - \frac{99}{19} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = \frac{8}{19}; q = -\frac{99}{19} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{16}{361} + \frac{99}{19} = \frac{1897}{361} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{19} \cdot \sqrt{1897}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\frac{4}{19} + \frac{1}{19} \sqrt{1897} \approx 2,08 \\ x_2 = -\frac{4}{19} - \frac{1}{19} \sqrt{1897} \approx -2,5 \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{4}{19} + \frac{1}{19} \sqrt{1897} \approx 2,08 \mid 0\right)}}; \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{4}{19} - \frac{1}{19} \sqrt{1897} \approx -2,5 \mid 0\right)}}$$

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} - \frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897}}{2} = -\frac{4}{19}$$

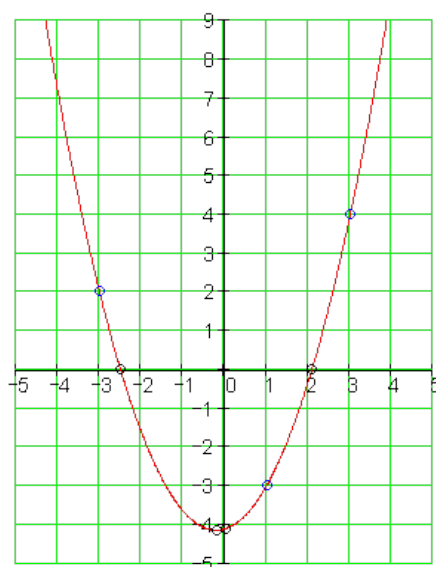
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{4}{19}\right) = \frac{19}{24}\left(-\frac{4}{19}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(-\frac{4}{19}\right) - \frac{33}{8} = -\frac{1897}{456}$$

ککری ټکی

ککری ټکی بڼه

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{4}{19} \mid -\frac{1897}{456}\right)}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{24}\left(x + \frac{4}{19}\right)^2 - \frac{1897}{456}}}$$



کراف :

ټ – د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2 \mid -2) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(-1 \mid 2) : f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(3 \mid 1) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 1$$

$$\begin{array}{ccc|c}
 a_0 & a_1 & a_2 & \\
 \hline
 1 & -2 & 4 & -2 \\
 1 & -1 & 1 & 2 \text{ II} - \text{I} \\
 1 & 3 & 9 & 1 \text{ III} - \text{I} \\
 \hline
 1 & -2 & 4 & -2 \\
 0 & 1 & -3 & 4 \text{ I} \cdot 5 \\
 0 & 5 & 5 & 3 \\
 \hline
 1 & -2 & 4 & -2 \\
 0 & 5 & -15 & 20 \\
 0 & 5 & 5 & 3 \text{ III} - \text{II} \\
 \hline
 1 & -2 & 4 & -2 \\
 0 & 5 & -15 & 20 \\
 0 & 0 & 20 & -17
 \end{array}$$

$$20a_2 = -17 \quad | : 20$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{17}{20}}$$

$$5a_1 - 15a_2 = 20 \Leftrightarrow 5a_1 - 15 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 5a_1 + \frac{51}{4} = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{29}{20}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{29}{20} + 4 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{29}{10} - \frac{34}{10} = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{43}{10}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10}}}$$

$$P_1(-2|-2):$$

$$f(-2) = -\frac{17}{20} \cdot (-2)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-2) + \frac{43}{10} = -\frac{34}{10} - \frac{29}{10} + \frac{43}{10} = -\frac{20}{10} = -2$$

$$P_2(-1|2):$$

$$f(-1) = -\frac{17}{20} \cdot (-1)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-1) + \frac{43}{10} = -\frac{17}{20} - \frac{29}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{46}{20} + \frac{86}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$$P_3(3|1):$$

$$f(3) = -\frac{17}{20} \cdot 3^2 + \frac{29}{20} \cdot 3 + \frac{43}{10} = -\frac{153}{20} + \frac{87}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{66}{20} + \frac{86}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

د محور غوڅنګو شميرنه:

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} \quad f(0) = \frac{43}{10} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{43}{10}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} = 0$$



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{29}{17}x - \frac{86}{17} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -\frac{29}{17}; q = -\frac{86}{17} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{841}{1156} + \frac{86}{17} = \frac{6689}{1156} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{34} \cdot \sqrt{6689}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{29}{34} + \frac{1}{34} \cdot \sqrt{6689} \approx 3,26 \\ x_2 = \frac{29}{34} - \frac{1}{34} \cdot \sqrt{6689} \approx -1,55 \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{P_{x_1} \left( \frac{29}{34} + \frac{1}{34} \cdot \sqrt{6689} \approx 3,26 \mid 0 \right)}}; \underline{\underline{P_{x_2} \left( \frac{29}{34} - \frac{1}{34} \cdot \sqrt{6689} \approx -1,55 \mid 0 \right)}}$$

ککړی ټکی او د ککړی ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{29}{34} + \frac{1}{34} \cdot \sqrt{6689} + \frac{29}{34} + \frac{1}{34} \cdot \sqrt{6689}}{2} = \frac{29}{34}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{29}{34}\right) = -\frac{17}{20} \cdot \left(\frac{29}{34}\right)^2 + \frac{29}{20} \cdot \frac{29}{34} + \frac{43}{10} = \frac{6689}{1360}$$

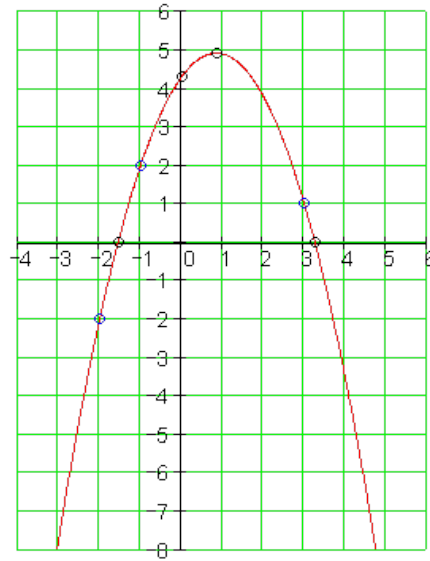
ککړی ټکی

$$\underline{\underline{P_{sp} \left( \frac{29}{34} \mid \frac{6689}{1360} \right)}}$$

ککړی ټکی بڼه

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{17}{20} \left(x - \frac{29}{34}\right)^2 + \frac{6689}{1360}}}$$

ګراف



ث - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-1|3) : f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 3$$

$$P_2(1|1) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$$

$$P_2(3|4) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

$$2a_1 = -2 \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$4a_1 + 8a_2 = 1 \Leftrightarrow 4 \cdot (-1) + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 8a_2 - 4 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{8}}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 = 3 \Leftrightarrow a_0 - (-1) + \frac{5}{8} = 3$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 1 + \frac{5}{8} = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{11}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8}}}$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |         |
|-------|-------|-------|---------|
| 1     | -1    | 1     | 3       |
| 1     | 1     | 1     | 1    -1 |
| 1     | 3     | 9     | 4    -1 |
| 1     | -1    | 1     | 3       |
| 0     | 2     | 0     | -2      |
| 0     | 4     | 8     | 1       |

$$P_1(-1|3): f(-1) = \frac{5}{8} \cdot (-1)^2 - (-1) + \frac{11}{8} = \frac{5}{8} + 1 + \frac{11}{8} = \frac{16}{8} + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$P_2(1|1): f(1) = \frac{5}{8} \cdot 1^2 - 1 + \frac{11}{8} = \frac{5}{8} - 1 + \frac{11}{8} = \frac{16}{8} - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$P_3(3|4): f(2) = \frac{5}{8} \cdot 3^2 - 3 + \frac{11}{8} = \frac{45}{8} - 3 + \frac{11}{8} = \frac{56}{8} - 3 = 7 - 3 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8} \quad f(0) = \frac{11}{8} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{11}{8}\right)$$

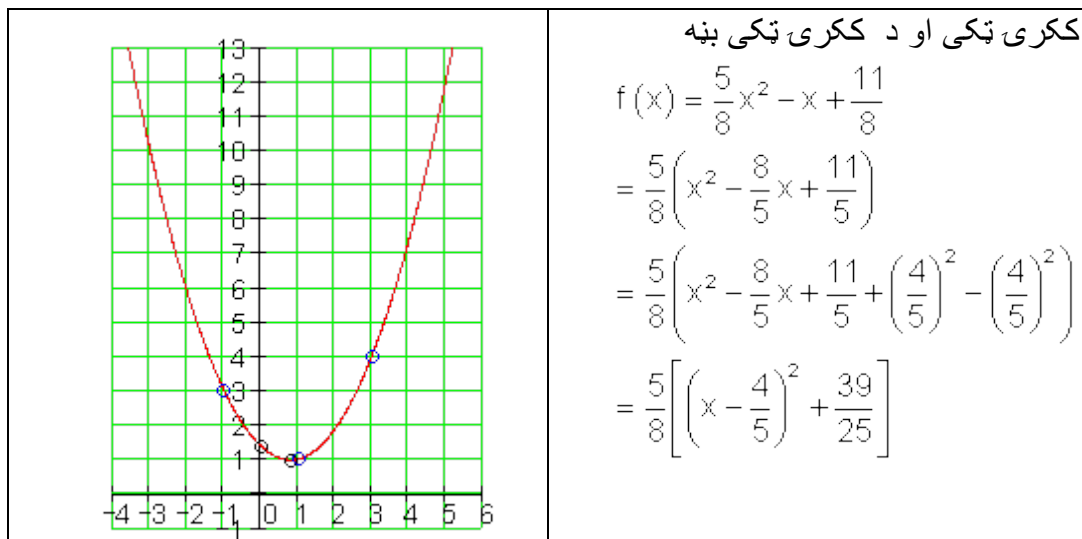
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{11}{5} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -\frac{8}{5}; q = \frac{11}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{16}{25} - \frac{11}{5} < 0$$

$f(x)$  صفرخای نه لري



|  |  |
|--|--|
|  | $= \frac{5}{8} \left( x - \frac{4}{5} \right)^2 + \frac{39}{40}$ ککری ټکی بڼه:<br>$f(x) = \frac{5}{8} \left( x - \frac{4}{5} \right)^2 + \frac{39}{40}$ $P_{sp} \left( \frac{4}{5} \mid \frac{39}{40} \right)$ ککری ټکی: |
|--|--|

## پوښتنې

## پارابل چې له درې ټکو تېريزي ||

لومړۍ-

يو پارابل له درې ټکو تېريزي. د تابع مساوات وشميرئ، د محور غوڅتکي، ککری ټکی او ککری ټکي بڼه هم. په يوه مناسب پروتولار سيستم کي گراف رسم کړئ.

الف-  $P_1(-2 \mid -3); P_2(1 \mid -1); P_3(3 \mid -4)$

ب-  $P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right); P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right); P_3(3 \mid 2)$

پ-  $P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right); P_2\left(1 \mid -\frac{1}{4}\right); P_3(3 \mid 9)$

ت-  $P_1(-3 \mid -4); P_2(2 \mid -4); P_3(3 \mid -10)$

ټ-  $P_1\left(2 \mid 3\frac{1}{4}\right); P_2\left(1 \mid 1\frac{1}{4}\right); P_3\left(0 \mid 1\frac{1}{4}\right)$

ث -  $P_1(1|0); P_2(-1|0); P_3(2|-3)$

دويم -

يو پارابل له درې کرښو  $f_1(x), f_2(x)$  او  $f_3(x)$  په درې ټکو  $P_1, P_2$  او  $P_3$  کې غوڅيزي، چې د يوه درېگودي يا مثلث گودونه (کونجونه) جوړوي.

$$f_1(x) = x + \frac{7}{2}; f_2(x) = 4x + 5; f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

وشمېری:

الف - ټکي  $P_1, P_2$  او  $P_3$ .

ب - د پارابل تابع  $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېرېږي.

پ - د پارابل مساواتو د ککړۍ ټکي ښه .

ت - د پارابل مساواتو د ککړۍ ټکي مساوات .

ټ - ټول محور غوڅتکي.

ث - ټول گرافونه په يوه مناسب پروت ولاړ سيستم کې وکارۍ.

درېم - يو پارابل له درې کرښو  $f_1(x), f_2(x)$  او  $f_3(x)$  په درې ټکو  $P_1, P_2$  او  $P_3$  کې غوڅيزي، چې د يوه درېگودي گودونه جوړوي.

$$f_1(x) = -x + \frac{7}{2}; f_2(x) = -4x - 5; f_3(x) = x - \frac{15}{2}$$

وشمېری:

الف - ټکي  $P_1, P_2$  او  $P_3$ .

ب - د پارابل تابع  $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېرېږي.

- پ - د پارابل مساواتو د ککړۍ ټکي بڼه .
- ت - د پارابل مساواتو د ککړۍ ټکي مساوات .
- ټ - ټول محور غوڅتکي.
- ث - ټول گرافونه په يوه مناسب پروت ولاړ سيستم کي وکارۍ.
- څلورم - يوه فزيکي تجربه لاندې کچ ارزونې بنسايي:

|                      |   |   |   |
|----------------------|---|---|---|
| اړين وخت په ثاني S   | 2 | 4 | 6 |
| وهل شوي لار په<br>cm | 4 | 5 | 8 |

- الف - د تابع مساوت وشميرۍ.
- ب - وهل شوي لار د 3; 0 او 5 ثنډو ترمنځ وشميرۍ
- پ - د کوم وخت وروسته وهل شوي لار 10 cm ده؟
- پنځم -
- يو پارابل له درې ټکو تېريري. د تابع مساوات وشميرۍ، د محور غوڅتکي، ککړۍ ټکي او ککړۍ ټکي بڼه هم. په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کي گراف رسم کړۍ.

$$; \left( -1 \frac{3}{4} \right); P_2 \left( 3 \mid -3 \frac{3}{4} \right); P_3 \left( 1 \mid 2 \frac{1}{4} \right) \quad \mathbf{b} \quad 1 \mid 3 \frac{1}{4}; P_2 \left( -3 \mid -2 \frac{3}{4} \right); P_3 \left( -5 \mid -\frac{3}{4} \right)$$

$$P_1(-2 \mid -5); P_2(-5 \mid -2); P_3(0 \mid -17)$$

حلونه

پارابل له درې ټکو II

نتیجی او ځنی برخي مفصل حلونه الف - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2|-3): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(1|-1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2(3|-4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

|       |       |       |             |  |
|-------|-------|-------|-------------|--|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |             |  |
| 1     | -2    | 4     | -3          | $-30a_2 = 13   : (-13)$  |
| 1     | 1     | 1     | -1    -I    | $\Leftrightarrow a_2 = -\frac{13}{30}$   |
| 1     | 3     | 9     | -4    -I    |  |
| 1     | -2    | 4     | -3          | $15a_1 - 15a_2 = 10 \Leftrightarrow 15a_1 - 15 \cdot \left(-\frac{13}{30}\right) = 10$                         |
| 0     | 3     | -3    | 2   · 5     | $\Leftrightarrow 15a_1 + \frac{13}{2} = 10 \Leftrightarrow a_1 = \frac{7}{30}$                                 |
| 0     | 5     | 5     | -1   · (-3) |  |
| 1     | -2    | 4     | -3          | $a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -3 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{7}{30} + 4 \cdot \left(-\frac{13}{30}\right) = -3$ |
| 0     | 15    | -15   | 10          | $\Leftrightarrow a_0 - \frac{7}{15} - \frac{26}{15} = -3 \Leftrightarrow a_0 = -\frac{4}{5}$                   |
| 0     | -15   | -15   | 3    + II   |  |
| 1     | -2    | 4     | -3          | $f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5}$   |
| 0     | 15    | -15   | 10          |  |
| 0     | 0     | -30   | 13          |  |

$$P_1(-2|-3): f(-2) = -\frac{13}{30} \cdot (-2)^2 + \frac{7}{30} \cdot (-2) - \frac{4}{5} = -\frac{26}{15} - \frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{33}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{45}{15} = -3$$

$$P_2(1|-1): f(1) = -\frac{13}{30} \cdot 1^2 + \frac{7}{30} \cdot 1 - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30} + \frac{7}{30} - \frac{4}{5} = -\frac{6}{30} - \frac{24}{30} = -\frac{30}{30} = -1$$

$$P_3(3|-4): f(3) = -\frac{13}{30} \cdot 3^2 + \frac{7}{30} \cdot 3 - \frac{4}{5} = -\frac{39}{10} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5} = -\frac{32}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{40}{10} = -4$$

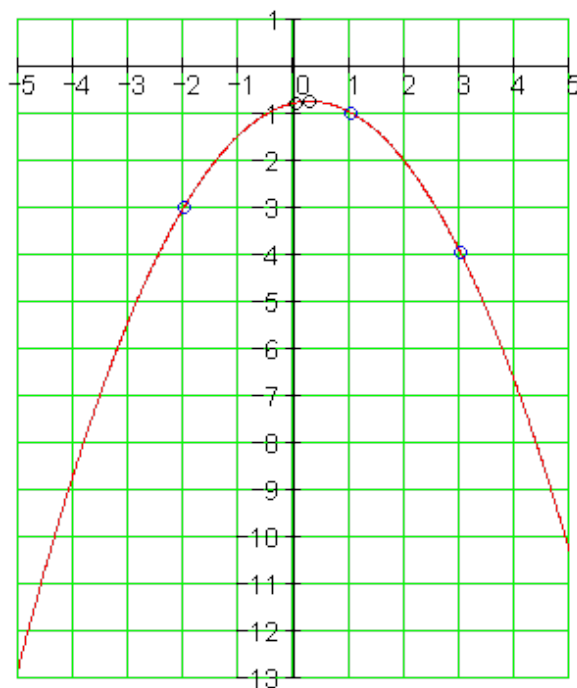
د محور غوڅتکو شمیرنه

ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30} \left( x^2 - \frac{7}{13}x + \frac{24}{13} \right) \\ &= -\frac{13}{30} \left( x^2 - \frac{7}{13}x + \left( \frac{7}{26} \right)^2 - \left( \frac{7}{26} \right)^2 + \frac{24}{13} \right) = -\frac{13}{30} \left[ \left( x - \frac{7}{26} \right)^2 + \frac{1199}{676} \right] \\ &= -\frac{13}{30} \left( x - \frac{7}{26} \right)^2 - \frac{1199}{1560} \end{aligned}$$

$$f(x) = -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560} \quad \text{ککری تکی بڼه:}$$

$$P_{sp}\left(\frac{7}{26} \mid -\frac{1199}{1560}\right) \quad \text{ککری تکی:}$$



کراف-

ب - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(3 \mid 2) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 2$$



| $a_0$ | $a_1$          | $a_2$         |                            |   |
|-------|----------------|---------------|----------------------------|---|
| 1     | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $-2  \cdot 4$              | $-140a_2 = -76   : (-140)$  |
| 1     | 2              | 4             | $-\frac{1}{2}  \cdot (-4)$ | $\Leftrightarrow a_2 = \frac{19}{35}$   |
| 1     | 3              | 9             | $2  \cdot (-4)$            | $-10a_1 - 15a_2 = -6 \Leftrightarrow -10a_1 - 15 \cdot \frac{19}{35} = -6$  |
| 4     | -2             | 1             | -8                         | $\Leftrightarrow -10a_1 - \frac{57}{7} = -6 \Leftrightarrow a_1 = -\frac{3}{14}$                                    |
| -4    | -8             | -16           | $2   + I$                  |   |
| -4    | -12            | -36           | $-8    + I$                |   |
| 4     | -2             | 1             | -8                         | $4a_0 - 2a_1 + a_2 = -8 \Leftrightarrow 4a_0 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{19}{35} = -8$             |
| 0     | -10            | -15           | $-6  \cdot (-14)$          | $\Leftrightarrow 4a_0 + \frac{3}{7} + \frac{19}{35} = -8 \Leftrightarrow 4a_0 + \frac{15}{35} + \frac{19}{35} = -8$ |
| 0     | -14            | -35           | $-16  \cdot 10$            |   |
| 4     | -2             | 1             | -8                         | $\Leftrightarrow a_0 = -\frac{157}{70}$   |
| 0     | 140            | 210           | 84                         |   |
| 0     | -140           | -350          | $-160    + II$             |   |
| 4     | -2             | 1             | -8                         | $f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}$  |
| 0     | 140            | 210           | 84                         |   |
| 0     | 0              | -140          | -76                        |   |

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right): f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{157}{70}$$

$$= \frac{19}{140} + \frac{3}{28} - \frac{157}{70} = \frac{19}{140} + \frac{15}{140} - \frac{314}{140} = -\frac{280}{140} = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right): f(2) = \frac{19}{35} \cdot 2^2 - \frac{3}{14} \cdot 2 - \frac{157}{70} = \frac{76}{35} - \frac{3}{7} - \frac{157}{70} = \frac{152}{70} - \frac{30}{70} - \frac{157}{70} = -\frac{35}{70} = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(3 \mid 2): f(3) = \frac{19}{35} \cdot 3^2 - \frac{3}{14} \cdot 3 - \frac{157}{70} = \frac{171}{35} - \frac{9}{14} - \frac{157}{70} = \frac{342}{70} - \frac{45}{70} - \frac{157}{70} = \frac{140}{70} = 2$$

د محور غوڅتکو شمیرنه :

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} \quad f(0) = -\frac{157}{70} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{157}{70}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{15}{38}x - \frac{157}{38} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -\frac{15}{38}; q = -\frac{157}{38} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{225}{5776} + \frac{157}{38} = \frac{24089}{5776} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{24089}{5776}} = \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx 2,24 \Rightarrow P_{x_1} \left( \frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx 2,24 \mid C \right) \\ x_2 = \frac{15}{76} - \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx -1,84 \Rightarrow P_{x_2} \left( \frac{15}{76} - \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx -1,84 \mid C \right) \end{array} \right.$$

ککری ټکي او ککری ټکي بڼه

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} + \frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089}}{2} = \frac{15}{76}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{15}{76}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(\frac{15}{76}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(\frac{15}{76}\right) - \frac{157}{70} = -\frac{24089}{10640}$$

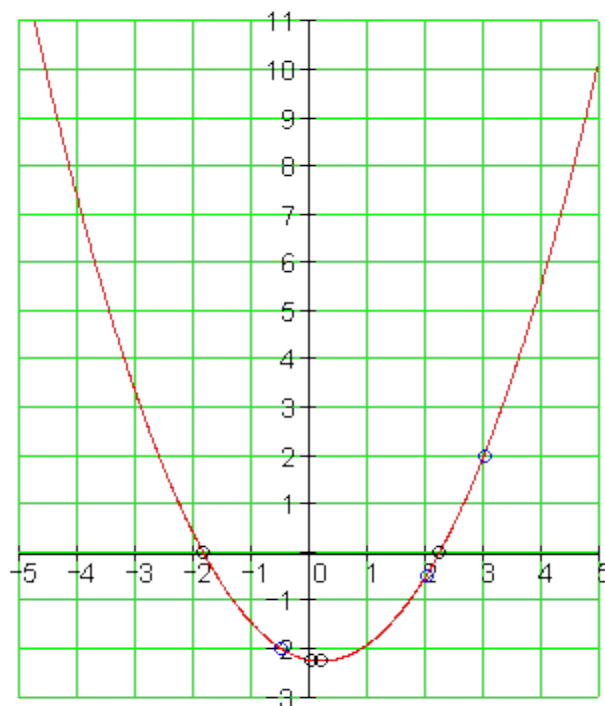
$$P_{sp} \left( \frac{15}{76} \mid -\frac{24089}{10640} \right): \text{ککری ټکي}$$

ککری ټکي بڼه:

$$f(x) = \frac{19}{35} \left( x - \frac{15}{76} \right)^2 - \frac{24089}{10640}$$

ګراف :

د پارابل او پرابل غوڅتکي ۵۲۲



پ- د تابع مساواتو شميرنه

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right) : f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1 \mid -\frac{1}{4}\right) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4}$$

$$P_2(3 \mid 9) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

|       |       |       |                                |
|-------|-------|-------|--------------------------------|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                                |
| 1     | -3    | 9     | $\frac{5}{4} \mid \cdot 4$     |
| 1     | 1     | 1     | $-\frac{1}{4} \mid \cdot (-4)$ |
| 1     | 3     | 9     | $9 \mid \cdot (-4)$            |
| 4     | -12   | 36    | 5                              |

$$-24a_1 = -31 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{31}{24}$$

$$-16a_1 + 32a_2 = 6 \Leftrightarrow -16 \cdot \frac{31}{24} + 32a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 32a_2 - \frac{62}{3} = 6 \Leftrightarrow a_2 = \frac{5}{6}$$

|    |     |     |         |   |
|----|-----|-----|---------|---|
| -4 | -4  | -4  | 1  +    | $4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5 \Leftrightarrow 4a_0 - 12 \cdot \frac{31}{24} + 36 \cdot \frac{5}{6} = 5$<br>$\Leftrightarrow 4a_0 - \frac{31}{2} + 30 = 5 \Leftrightarrow a_0 = -\frac{19}{8}$ |
| -4 | -12 | -36 | -36   + |   |
| 4  | -12 | 36  | 5       |   |
| 0  | -16 | 32  | 6       |   |
| 0  | -24 | 0   | -31     | $f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8}$   |

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right): f(-3) = \frac{5}{6} \cdot (-3)^2 + \frac{31}{24} \cdot (-3) - \frac{19}{8} = \frac{15}{2} - \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{60}{8} - \frac{50}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1 \mid -\frac{1}{4}\right): f(1) = \frac{5}{6} \cdot 1^2 + \frac{31}{24} \cdot 1 - \frac{19}{8} = \frac{5}{6} + \frac{31}{24} - \frac{19}{8} = \frac{20}{24} + \frac{31}{24} - \frac{57}{24} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3(3 \mid 9): f(3) = \frac{5}{6} \cdot 3^2 + \frac{31}{24} \cdot 3 - \frac{19}{8} = \frac{15}{2} + \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{60}{8} + \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

د محور غوڅتکو شمیرنه :

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8} \quad f(0) = -\frac{19}{8} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{19}{8}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{31}{20}x - \frac{57}{20} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = \frac{31}{20}; q = -\frac{57}{20} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{961}{1600} + \frac{57}{20} = \frac{5521}{1600} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{5521}{1600}} = \frac{1}{40} \cdot \sqrt{5521}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\frac{31}{40} + \frac{1}{40} \cdot \sqrt{5521} \approx 1,08 \Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{31}{40} + \frac{1}{40} \cdot \sqrt{5521} \mid 0\right) \\ x_2 = -\frac{31}{40} - \frac{1}{40} \cdot \sqrt{5521} \approx -2,63 \Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{31}{40} - \frac{1}{40} \cdot \sqrt{5521} \mid 0\right) \end{array} \right.$$

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8}$$

ککری تکی او ککری تکی بڼه:

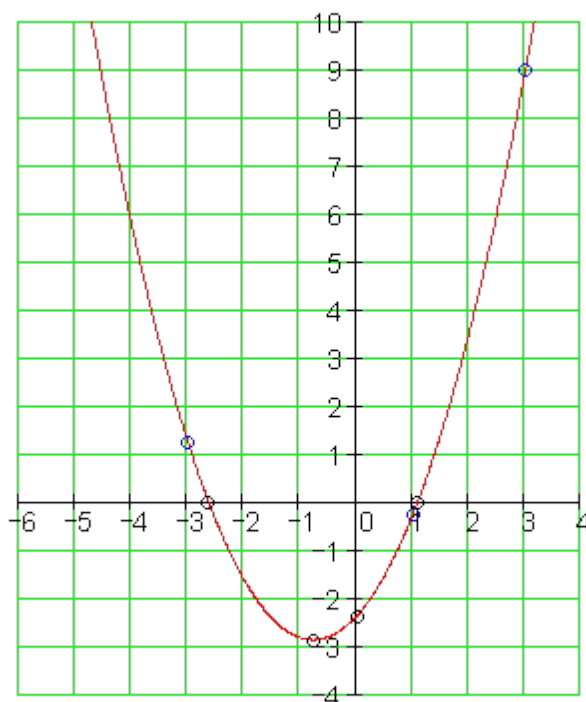
$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{31}{40} + \frac{1}{40} \cdot \sqrt{5521} - \frac{31}{40} + \frac{1}{40} \cdot \sqrt{5521}}{2} = -\frac{31}{40}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{31}{40}\right) = \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{31}{40}\right)^2 + \frac{31}{24} \cdot \left(-\frac{31}{40}\right) - \frac{19}{8} = -\frac{5521}{1920}$$

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{31}{40} \mid -\frac{5521}{1920}\right)}} \text{ ککری ټکی:}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{35}\left(x + \frac{31}{40}\right)^2 - \frac{5521}{1920}}} \text{ ککری ټکی بڼه:}$$

کراف:



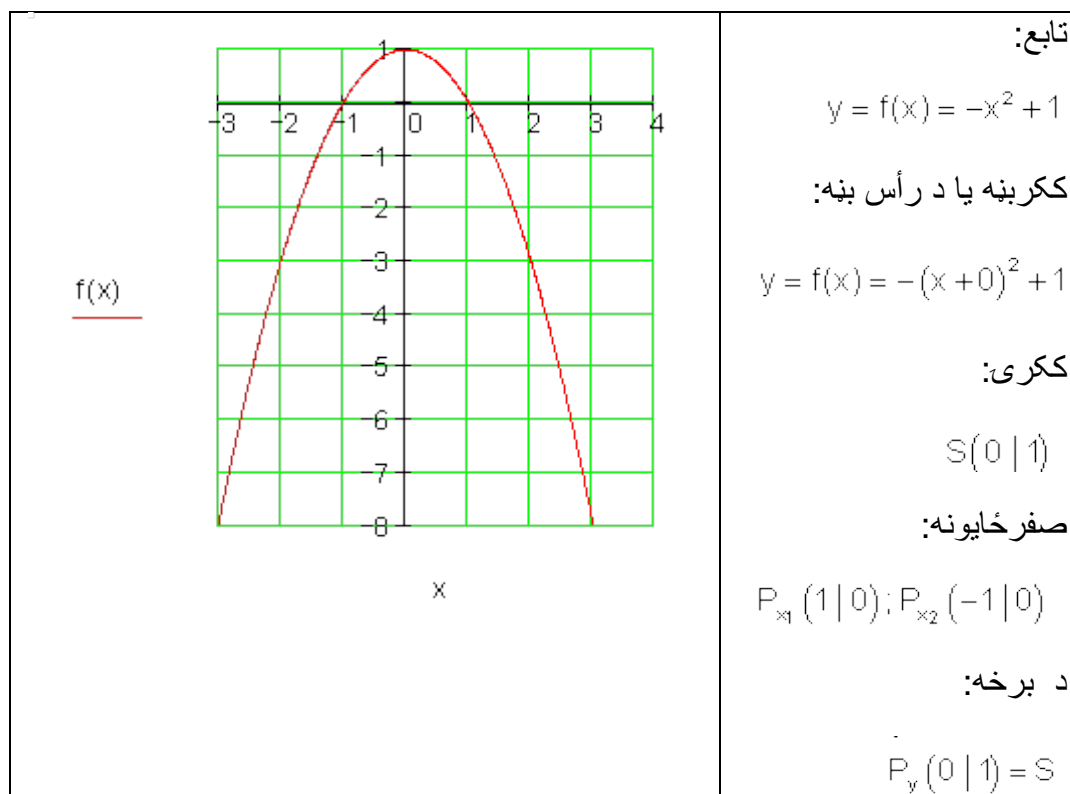
ت -

|   |   |
|---|---|
| <p style="text-align: center;"><u>f(x)</u></p> <p style="text-align: center;">x</p> | <p>تابع:</p> $y = f(x) = -x^2 - x + 2$ <p>ککری بڼه یا د رأس بڼه:</p> $y = f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$ <p>ککری: <math>S\left(-\frac{1}{2} \mid 2\frac{1}{4}\right)</math></p> <p>صفر ځایونه:</p> $P_{x_1}(1 \mid 0); P_{x_2}(-2 \mid 0)$ <p>د y برخه: <math>P_y(0 \mid 2)</math></p> |
|---|---|

ت -

|   |  |
|---|--|
| <p style="text-align: center;"><u>f(x)</u></p> <p style="text-align: center;">x</p> | <p>تابع:</p> $y = f(x) = x^2 - x + 1\frac{1}{4}$ <p>ککری بڼه یا د رأس بڼه:</p> $y = f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$ <p>ککری: <math>S\left(\frac{1}{2} \mid 1\right)</math></p> <p>صفر ځایونه: شتون نه لري</p> <p>د y برخه: <math>P_y\left(0 \mid 1\frac{1}{4}\right)</math></p> |
|---|--|

ث -



دویم:

$$P_1\left(-\frac{1}{2} | 3\right); P_2\left(-5\frac{1}{2} | -2\right); P_3\left(-2\frac{1}{2} | -5\right) \text{ الف.}$$

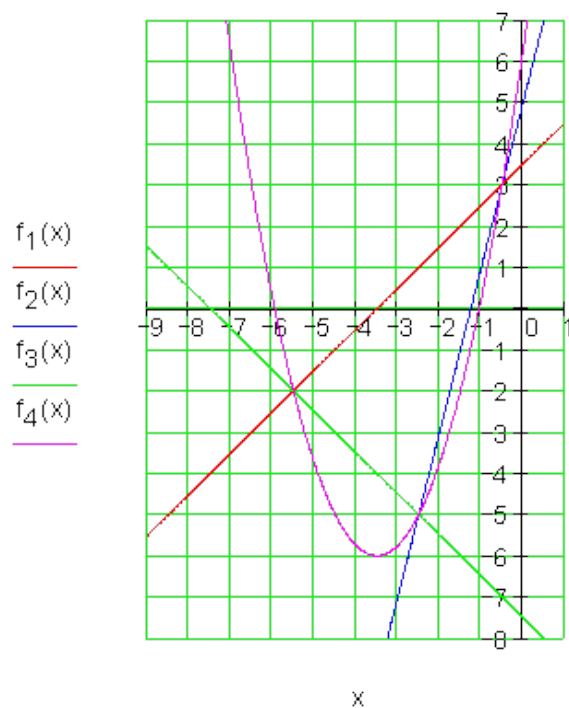
$$S\left(-\frac{7}{2} | -6\right) \text{ ت.} \quad f_4(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6 \quad \text{پ.} \quad f_4(x) = x^2 + 7x + 6\frac{1}{4} \text{ ب.}$$

ت -

$$P_{x_1}\left(-3\frac{1}{2} | 0\right); P_{x_2}\left(-\frac{5}{4} | 0\right); P_{x_3}\left(-7\frac{1}{2} | 0\right); P_{x_4}\left(-3,5 - \sqrt{6} | 0\right); P_{x_5}\left(-3,5 + \sqrt{6} | 0\right)$$

$$P_{y_1}\left(0 | 3\frac{1}{2}\right); P_{y_2}(0 | 5); P_{y_3}\left(0 | -7\frac{1}{2}\right); P_{y_4}\left(0 | 6\frac{1}{4}\right)$$

ث -



درېم:

$$P_1\left(\frac{1}{3} \mid 3\right); P_2\left(5\frac{1}{2} \mid -2\right); P_3\left(2\frac{1}{2} \mid -5\right) \text{ الف-}$$

$$f_4(x) = x^2 - 7x + 6\frac{1}{4} \text{ ب-}$$

$$f_4(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 6 \text{ ب-}$$

$$S\left(\frac{7}{2} \mid -6\right) \text{ ت-}$$

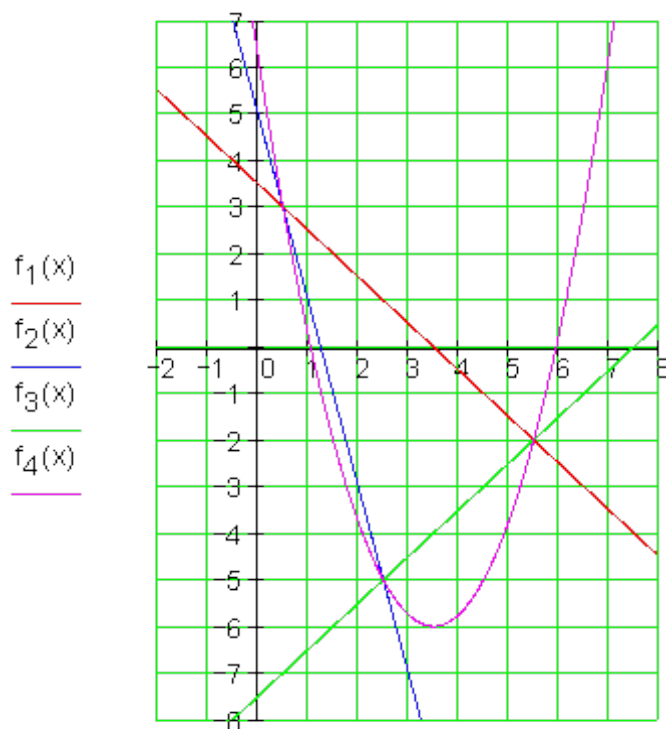
ث-  
ج-

$$P_{x_1}\left(3\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x_2}\left(\frac{5}{4} \mid 0\right); P_{x_3}\left(7\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x_4}\left(3,5 - \sqrt{6} \mid 0\right); P_{x_5}\left(3,5 + \sqrt{6} \mid 0\right)$$

$$P_{y_1}\left(0 \mid 3\frac{1}{2}\right); P_{y_2}\left(0 \mid 5\right); P_{y_3}\left(0 \mid -7\frac{1}{2}\right); P_{y_4}\left(0 \mid 6\frac{1}{4}\right)$$



ث –



څلورم: تابع مساوات:  $s(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$

د کچوني ټکي:  $P_1(2|4); P_2(4|5); P_3(6|8)$

الف- مساوات سيستم وليکي:

$$P_1(2|4): 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(4|5): 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 5$$

$$P_3(6|8): 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = 8$$

د گاوس-الکوريتم:

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |   |
|-------|-------|-------|---|
| 1     | 2     | 4     | 4 |
| 1     | 4     | 16    | 5 |
| 1     | 6     | 36    | 8 |

$$a_2 = \frac{1}{4} \quad a_1 = -1 \quad a_0 = 5$$

$$s(t) = \frac{1}{4}t^2 - t + 5$$

ب-.

$$s(0) = 5 \quad s(3) = \frac{17}{4} = 4,25 \quad s(5) = \frac{25}{4} = 6,25$$

وخت  $t = 0$  کې پیل لار یا  $s = 5 \text{ cm}$  ده.

د  $t$  وروسته وهل شوي لار  $s = 3$  دی  $s = 4,25 \text{ cm}$   
 وهل شوي لار وروسته له  $t = 5$  دی  $s = 6,25 \text{ cm}$

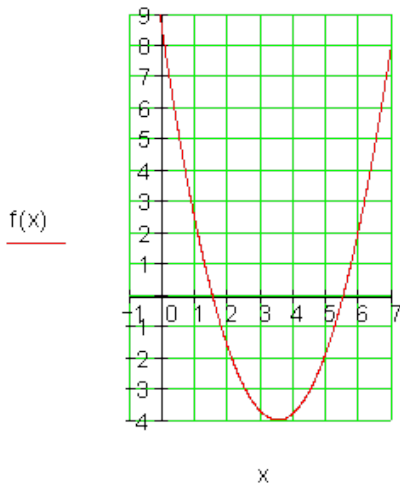
$$s(t) = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{4}t^2 - t + 5 = 10 \quad \text{پ- ایشونه:}$$

$$t_1 = 2 + 2 \cdot \sqrt{6} \approx 6,899 \quad \text{د مربع مساوات حل:}$$

$$t_2 = 2 - 2 \cdot \sqrt{6} \approx -2,899 \quad \text{د حل په حیث یې نه لرو}$$

د  $t = 6,899$  وروسته  $s$  وهل شوي لار  $10 \text{ cm}$  ده.

پنځم: الف-



$$y = f(x) = x^2 - 7x + 8\frac{1}{4} \quad \text{تابع:}$$

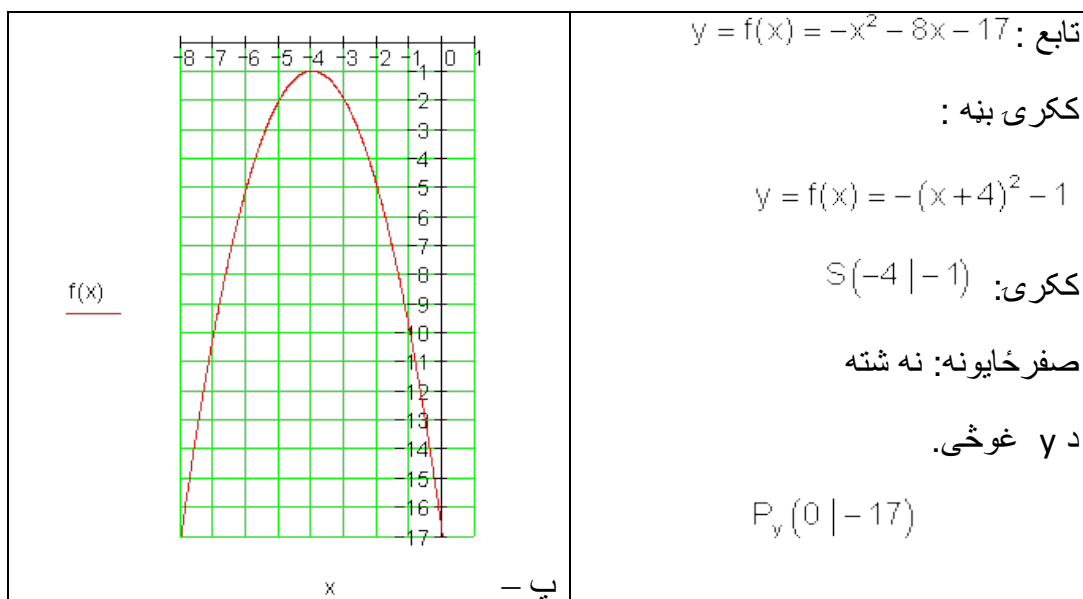
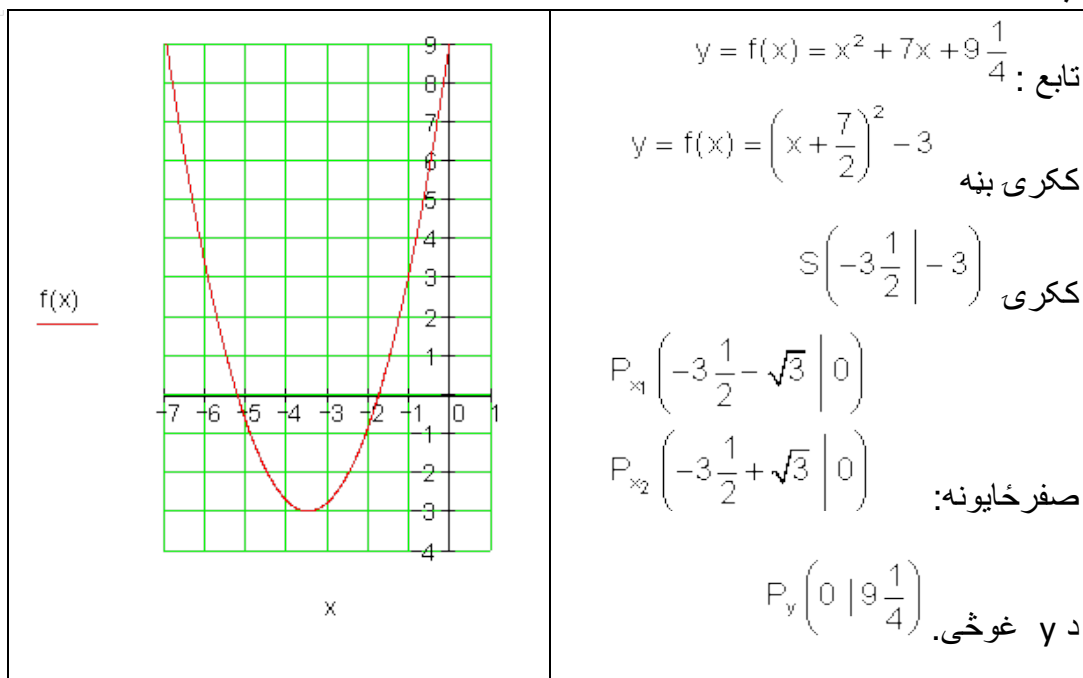
$$y = f(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 4 \quad \text{ککری بڼه}$$

$$s\left(3\frac{1}{2} \mid -4\right) \quad \text{ککری}$$

$$P_{x_1}\left(1\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x_2}\left(5\frac{1}{2} \mid 0\right) \quad \text{صفرخایونه:}$$

$$P_y\left(0 \mid 8\frac{1}{4}\right) \quad \text{د } y \text{ غوڅی.}$$

ب -

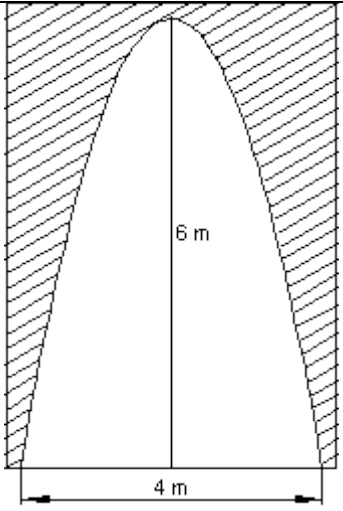


پ -

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلگې برخه

لومړۍ -

|  |   |
|--|---|
| <p>يوه د ننوتلو دروازه د پارابول بڼه لري<br/>         هغه 6 m جگه او 4 m سروره ده<br/>         يو موټر 3 m سرور دی او 2,20 m جگ<br/>         کېدی شي دا موټر په دروازه ننوځي؟<br/>         پام اړونه: لومړی د پارابول د لیندې فرمول<br/>         وشمېری.</p> |  |
|--|---|

دویم -

يو غشيوښتونکی غشی نیغولار پورته لور ته ولي. د غشي جگوالی h د وخت t په واکوالي کې داسې لیکل کيږي:

$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2$$

h په متر او t په ثانيو

الف - مساوات  $h(t) = 0$  حل کړی او د حل معنا روښانه کړی.

ب- د  $h(t)$  گراف وکاري.

پ- غشی له کوم وخت وروسته بیرته وپشتلجگوالي ( $h = 0$ ) ته رسيږي؟

ت - خورا لوی جگوال پیدا کړی، چې غشی ورته سپري.

دریم - یو د تابع مساوات  $f(x)=0,1.x^2$  سره پارابل جوړیږي.

له دې سره یو نوی پارابل منځ ته راځي.

اړونده تابعترم ورکړی، که دا دا لاندې څیرونه یا تابع ( ژباړونکی: په متن *Abbildung* د *mapping* په معنا دی، نو له دې امله زه ورته څیرونه لیکم) وي:

الف - د  $x$  محور باندې هندارونه.

ب- د  $y$  محور باندې هندارونه.

پ - د مثبت  $x$  محور په لور په 3 واحده راکښنه.

ت - د کمیز یا منفي  $y$  محور په لور په 2 واحده راکښنه.

ټ - د 4 ضریب سره د  $y$  په لور غزونه.

څلورم - د یوه فابریکوال گټه د منځ ته راوړي ډېری یا ست په واک کې یو 2. درجه ټول راشنل یا هوښیار تابع دی.

په 50 ME ( ډېری یوون یا ستواحد) تولید سره گټه صفر دی، د 150 ME لپاره گټه ماکسیمال ده.

دا € 60000 ده.

د گټه ترم د گټې تابع وټاکي.

پنځم - یوه پارابل ډوله کور(منحنی ډوله) پول یوه د غزیدا اوږدوالی 223 متره لري. یو گرځنده غواړي د پول جگوال پیدا کړي. دی د 1,2 متره واټن د پله تر پشه ټکي یا پیلتکي( د پینو پلونو(قدمونو) باندې کچ شوی) د پول کره یا منحنی 2,0 متره جگ دی(د بدن د لویوالي کچې سره پرتله شوی).

الف – د پول کره څومره خورالوی جگوالی لري؟

ب - دا پیدا شوی جگوالی په څو په سلو کې تغیر خوري، که گرځنده د پینوپل اندازه کونې سره 10 سانتی متره کم یا لږ اندازه کړی وي؟

ځوابونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلگې برخه |

نتیجې او ځنی مفصل ځوابونه.

مفصل ځوابونه:

لومړۍ د کواور دینات سرچینه یا پیل د پولکړې یا منحنی په کبته کین ګود اینسول کیري.

$$S(2|6) \Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 6$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow 4a_2 = -6 \Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} = -1,5$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 6 = \underline{\underline{-\frac{3}{2}x^2 + 6x}}$$

دا موټر 3 m سور ري. دا د پول د لاندې په منځ کې تیریري، نو دا واټن د کین لاندې ګود سره تر اوسه 0,5 m دی. د پول د کړې یا منحنی جگوال په دې ورشو کې پروت دی.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} + 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2,625$$

موټر مگر فقط 2,2 m جگ دی. دا د پله لاندې ځاییري.

## دویم - مفصل ځوابونه

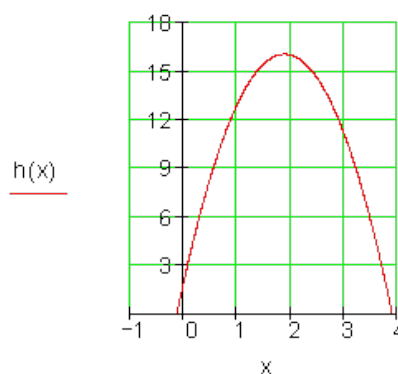
|   |  |
|---|--|
| <p>الف -</p> $h(t) = -4t^2 + 15t + 2 = 0$ $\Leftrightarrow t^2 - \frac{15}{4}t - \frac{1}{2} = 0$ $\Rightarrow p = -\frac{15}{4}; q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{257}{64}$ $t_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{257}{64}} \approx 3,879$ $t_2 = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{257}{64}} \approx -0,129$ |  |
|---|--|

د دواړو ځوابونو غوره والی:

په  $t = 0$  وخت کې غشی له یوه  $h = 2 \text{ m}$  جگوالی څخه ویشتل کیږي.

له  $t = 3,879 \text{ s}$  وخت وروسته غشی په ځمکه لویږي  $h = 0$ .  
 که سړي دا غشی له ځمکې له سر  $h = 0$  څخه ویشتلې وی، نو ده به د لومړي  $2 \text{ m}$  لپاره  
 $0,128 \text{ s}$  وخت اړتیا لرلی.

ب -



پ -

ایښوونه:  $h(t) = 2$ 

$$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t = 0$$

$$\Leftrightarrow t(-4t + 15) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 0; t_2 = \frac{15}{4} = \underline{\underline{3,75}}$$

له  $t = 3,75$  s وخت وروسته غشی د 2 m متره وپشتلجگوالي څخه بیرته په ځمکه

پروت دی

خورا لویجگوالي په ککری ټکي یا رأس کي.

$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{15}{8} = 1,875$$

$$h(t_s) = h\left(\frac{15}{8}\right) = \frac{257}{16} \approx 16,063 \quad \text{ت -}$$

له 1,875 s څخه وروسته خورا لوی جگوالي 16,063 m ته رسیږي.

دریم - نتیجی

الف -  $f(x) = 0,1 \cdot x^2$  د x په محور هندارونه یا انعکاس. له د لاس ته راځي

$$g(x) = -0,1 \cdot x^2$$

ب -  $f(x) = 0,1 \cdot x^2$  د y په محور هندارونه یا انعکاس له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 0,1 \cdot x^2$$

له دې امله چې محور سیومتریکی دی.

پ -  $f(x) = 0,1 \cdot x^2$  په  $3Eh$  د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په مثبت x راکښنه. له دې

$$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0,1 \cdot (x - 3)^2}} \quad \text{لاس ته راځي:}$$



ت -  $(x)=0,1 \cdot x^2$  په  $2Eh$  د اوږدوالي يونونو يا واحدونو په کميز يا منفي  $y$  . له دې لاس

$$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0,1 \cdot x^2 - 2}}$$

ته راځي:

ت -  $(x)=0,1 \cdot x^2$  په  $y$  په 4 ضريب غزونه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 4 \cdot f(x) = \underline{\underline{0,4 \cdot x^2}}$$

څلورم - ( لاندې الماني: )

ماکسیموم د  $S(150|60000)$  سره په ککری ټکي پروت دی

$$\Rightarrow G(x) = a_2(x - 150)^2 + 60000 \text{ (ککری ټکيپه)}$$

$$G(50) = 0 \Leftrightarrow a_2(-100)^2 + 60000 = 0 \Rightarrow a_2 = -6$$

$$G(x) = -6(x - 150)^2 + 60000 = \underline{\underline{-6x^2 + 1800x - 75000}}$$

پنځم -

الف - د پله د ککری يا منحنی ټول اوږدوالی  $s = 223 \text{ m}$  دی.

د  $y$  محور پول په دوه برابرو نیمو وېشي، داسي چي بنی پینه ټکی يا د ځمکي د سر ټکی په

$$v = 111,5 \text{ m} \text{ پروت دی.}$$

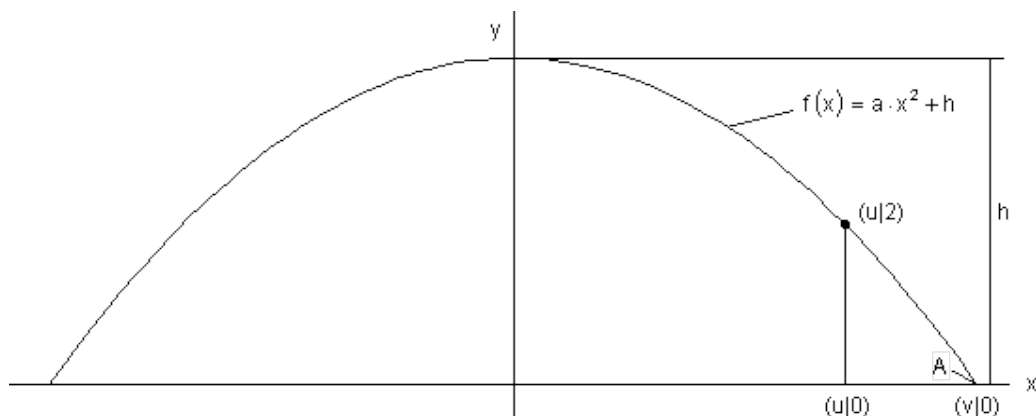
په لومړي حالت کي د پینه - يا ځمکي ټکي څخه واټن  $1,2 \text{ m}$  دی، دا نو په

$$u = 111,5 \text{ m} - 1,2 \text{ m} = 110,3 \text{ m}$$

کي پروت دی.

هلته د پول کړه 2 m جگوالی لري.

داچي د ځمکي سر ټکي په دويم حالت کې لويده فقط 1,1 m بايد وي، نو موخه ور دی، چي شميرنه د متحولي يا اووبنتوني u او v سره په ټوليزه توگه مخ ته بوځو. دا ټيک يا روښانه ارزښت وروسته کينسول کيږي.



د پارابل تابع مساوات

$$f(x) = a \cdot x^2 + h$$

$$f(u) = 2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 + h = 2 \quad (1)$$

$$f(v) = 0 \Leftrightarrow a \cdot v^2 + h = 0 \quad (2)$$

$$a \cdot u^2 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - a \cdot u^2 \quad (3) \quad \text{له (1) لاس ته راځي:}$$

ارزښت په (2) کې ځای په ځای کړی

$$a \cdot v^2 + 2 - a \cdot u^2 = 0$$

د a پسي حل کړی

$$\text{ضريب a له نوکانو وباسی} \quad a \cdot v^2 - a \cdot u^2 = -2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 - a \cdot v^2 = 2$$

$$a \cdot (u^2 - v^2) = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{(u^2 - v^2)}$$

په (3) کې کيږدی

$$h = 2 - \frac{2}{(u^2 - v^2)} \cdot u^2 = \frac{2v^2}{v^2 - u^2}$$

Fall=حالت:

$$\text{Fall: } u = 110,3 \quad v = 111,5$$

$$h_I = \frac{2 \cdot 111,5^2}{(111,5^2 - 110,3^2)} \approx \underline{\underline{93,419}}$$

ب -

Fall=حالت:

$$\text{Fall: } u = 110,4 \quad v = 111,5$$

$$h_{II} = \frac{2 \cdot 111,5^2}{(111,5^2 - 110,4^2)} \approx \underline{\underline{101,886}}$$

کم زیاتیدنه په % نسبت و hi ته

$$h_{II} - h_I = 101,886 - 93,419 = 8,467 \Rightarrow p = \frac{8,467}{93,419} \cdot 100 \approx \underline{\underline{9,06\%}}$$

د پله کږه یا منحنی په لومړي حالت کې څه ناڅه  $h_I = 93,419 \text{ m}$  جگوالی لري

په دویم حالت کې جگوالی څه ناڅه  $h_{II} = 101,886 \text{ m}$  دی.

د په سلو کې توپیر نسبت و  $h_I$  ته څه ناڅه 9,06% دی.

## پوښتنې

د مربع مساوات متني يا تکست او د استعمال بېلگي

## برخه II

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

لومړۍ: د يوه پارامتر تابع مساوات داسي ورکړل شوي دي:

الف- د ککړۍ ټکي بڼه وشميرئ.

ب- د محور غوڅتکي وشميرئ.

پ پارابول دې داسي راکښل شي، چې هغه ټکي چې د  $y$  محور باندې د پارابول پروت ټکي له ټکي  $P(-1 | -3)$  تير شي.

د راکښل شوي پارابول تابع مساوات  $g(x)$  څنگه دی؟

ت- دواړه پارابولونه چيرته غوڅوي؟

ټ- دواړه پارابولونه په يوه مناسب کواورديناټسټيم کې وکارئ.

دويم: د يوې حجرې (کوټه گي) کلنور په يوه بيالوژيکي معاينه کونه يا کتنه لاندې کچ ارزښتونه لاس ته راځي:

|  |                    |   |   |    |    |
|--|--------------------|---|---|----|----|
|  | اړين وخت په        |   |   |    |    |
|  | 0                  | 2 | 4 | 6  | 8  |
|  | 0                  | 2 | 8 | 18 | 32 |
|  | د حجرې تجزيې تعداد |   |   |    |    |

الف- تابع مساوات وشميرئ

ب- گراف يې په وه متناسب پروتولارسيستم کې وکارئ.

پ-له کو وخت وروسته 200 حجرې وپشنې صورت میندلی؟

ت- څومره وخت پهبر کی نیسي، تر هغې چې 1800 وپشنو صورت نیولی وي؟

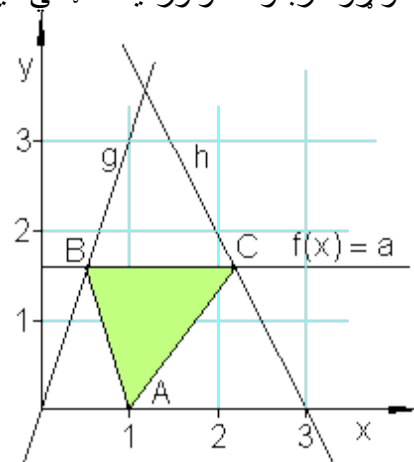
و  $x$  محور ته غبرگه کرښه د  $0 < a < 3$  لپاره د تابع مساوات  $f(x) = a$  سره کرښه  $g$  په ټکي  $B$  او کرښه  $h$  په ټکي  $C$  کې غوڅوي.

د  $A$  کواور دیناتونه  $(1 | 0)$  دي.

ټکی  $A$ ,  $B$  او  $C$  د یوه درېگودي یا مثلث د گودونو (زاویو یا کونجونو) ټکي دي.

$a$  څنگه وټاکل شي، چې د مثلث سطحه خورا لوی ارزښت ولري؟

د دواړو کرښو د کواور دینات ټکي کیدی شي ولوسنل شي.



څلورم: په څرگنده توگه د یوه گړندی موټر د تیلو لگښت د موټر د چټکتیا یا سرعت په واک کې دی. د کچرنې له لارې تابعیزي - یا فنکشنالي اړیکې پیدا کیري.

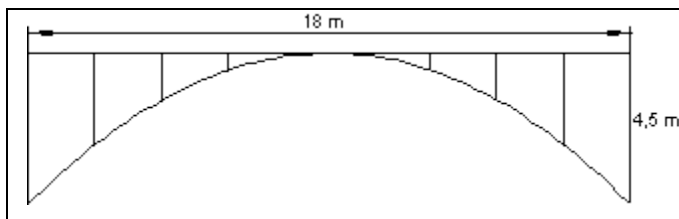
باور لري:  $K(v) = 0,002 v^2 - 0,18 v + 8,55$  د  $v > 40$  لپاره.

دلته په دې معنا دي:  $K(v)$  د تیلو لگښت په Liter/100 km او  $v$  چټکتیا په km/h.

الف- په کومه چټکتیا سره په سل کیلو متره ټیک اوه لیتره تیل لگیري یا مصرفیري.

ب- په کومه چټیا د تیلو لگښت خورا لږ دی؟

پنځم:



د یوه 18 m اوږده پول لپاره په 2 m واټن تکیه متي یا- پښي په کار دي. د ټولو متو یا پښو اوږدوالی وشمیري.

## حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلگي برخه II

## مفصل حلونه

لومړۍ:  
الف-

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x - 2) \\ \Leftrightarrow f(x) &= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 2) \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}[(x-2)^2 - 4 - 2] \\ \Leftrightarrow f(x) &= -\frac{1}{2}[(x-2)^2 - 6] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3 \Rightarrow S(2|3) \end{aligned}$$

ب-

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow P_y(0|1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = 0 \mid \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow p = -4; q = -2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \\ x_1 &= 2 + \sqrt{6} \\ x_2 &= 2 - \sqrt{6} \end{aligned} \right| \begin{aligned} &\Rightarrow P_{x_1}(2 + \sqrt{6} \approx 4,45 | 0) \\ &P_{x_2}(2 - \sqrt{6} \approx -0,45 | 0) \end{aligned}$$

پ-د پارابل ټکي، چي د محور باندې پروت دی،  $P_y(0|1)$  دی. دا دې ټکي  $P(-3|-1)$  ته راکښل شي.

$$P_y(0|1) \xrightarrow{\text{Verschiebung}} P(-3|-1)$$

0->-3 په درې یونه یا واحده کین لور ته راکښل شوی

1-> په دوه واحده کښته لور ته راکښل شوی.

که د پارابول یو ټکی دا رښه ولري، نو بیا د پارابول هر ټکی دا راکښنه لري، هم ککری ټکی. د پارابول ککری ټکی د تابع مساوات  $f(x)$  سره په درې واحده کښ لور ته او په دوه واحده کښته لور ته راکښل کيږي، داسې چې له دې دراکښل شوي پارابول ککری ټکی کيږي.

د پارابول ټکی، چې د  $y$  محور باندې پروت دی،  $P_y(0 | 1)$  دی. دا دې ټکي  $P(-3 | -1)$  ته راکښل شي.

$$S(2 | 3) \quad \xrightarrow{\substack{3 \text{ EH nach links} \\ \text{und } 2 \text{ EH nach unten}}} \quad S(-1 | 1)$$

د پورته الماني پښتو: په درې واحده کښ او په دوه واحده لاندې لور ته.

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

ت-

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = -x + \frac{1}{2} + x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = \frac{1}{2} - 1$$

$$\Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow x = x_s = -\frac{1}{6}$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) + 1$$

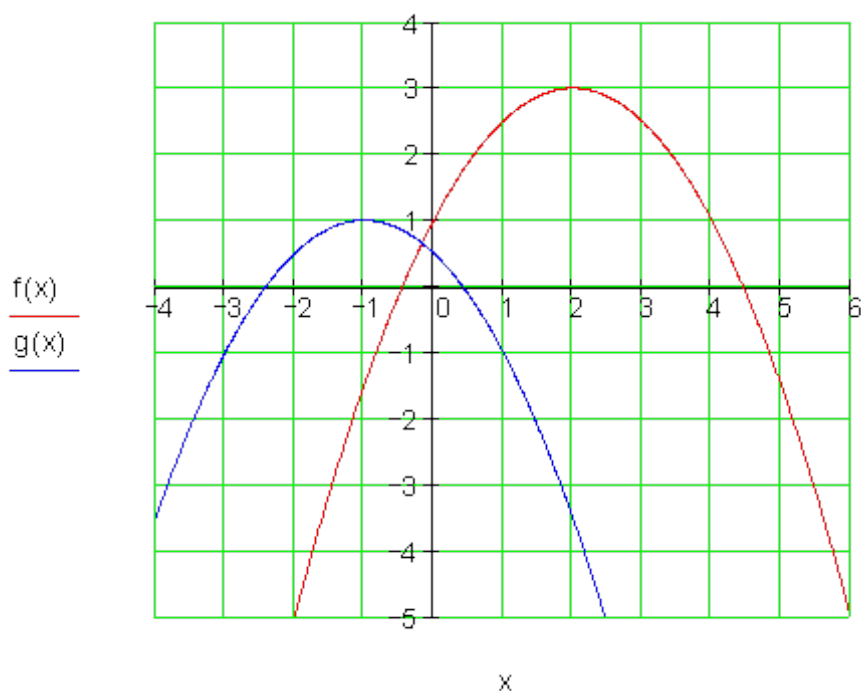
$$\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{36} - \frac{2}{6} + 1$$

$$\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{72} - \frac{24}{72} + \frac{72}{72} = \frac{47}{72}$$

$$S\left(-\frac{1}{6} \approx -0,17 \mid \frac{47}{72} \approx 0,65\right)$$

د پارابول غوڅتکي:

ث-



دويم:

|  |   |  |    |    |   |   |   |   |    |    |  |                                      |
|--|---|--|----|----|---|---|---|---|----|----|--|--------------------------------------|
| <table border="1"> <tr><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td></tr> <tr><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td></tr> </table>  | 0 | 2  | 4  | 6  | 8 | 0 | 2 | 8 | 18 | 32 | <p>وخت په<br/>-----<br/>د حجري<br/>وېشنه</p> | <p style="text-align: center;">x</p> |
| 0  | 2 | 4  | 6  | 8  |   |   |   |   |    |    |  |                                      |
| 0  | 2 | 8  | 18 | 32 |   |   |   |   |    |    |  |                                      |
| <p>د تابع مساوات: <math>f(x) = \frac{1}{2}x^2</math><br/>د تابع مساوات د ازماېنت له لاري<br/>پداکيدی شي.</p>   |   |  |    |    |   |   |   |   |    |    |  |                                      |
| <p><math>f(x) = 200 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 200 \mid \cdot 2</math><br/><math>\Leftrightarrow x^2 = 400</math><br/><math>\Leftrightarrow x = 20</math><br/><math>\Rightarrow 200</math> Teilungen nach 20 h<br/>د الماني پينتو: د پسي وېشنه. مخامخ هم</p> |   | <p><math>f(x) = 1800 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 1800 \mid \cdot 2</math><br/><math>\Leftrightarrow x^2 = 3600</math><br/><math>\Leftrightarrow x = 60</math><br/><math>\Rightarrow 1800</math> Teilungen nach 60 h</p> |    |    |   |   |   |   |    |    |  |                                      |



دریم:

$$g(x) = 3x; h(x) = -2x + a_0$$

$$P(3|0): h(3) = -2 \cdot 3 + a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 6 \Rightarrow h(x) = -2x + 6$$

د مثلث یا درېگودي سطحه:  $A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{\overline{BC} \cdot a}{2}$   
د ټکو B او C د x کو اور دیناتو ټکي ټاکل کیري.

$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow 3x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{3} \Rightarrow B\left(\frac{a}{3} \mid a\right)$$

B: د  $g(x)$  غوڅی د  $f(x)$  سره:  
C: د  $h(x)$  غوڅی د  $f(x)$  سره:

$$h(x) = f(x) \Leftrightarrow -2x + 6 = a \Leftrightarrow x = 3 - \frac{5a}{6} \Rightarrow C\left(3 - \frac{a}{2} \mid a\right)$$

$$\text{واتن } \overline{BC}: 3 - \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = 3 - \frac{5a}{6}$$

$$A = \frac{\overline{BC} \cdot a}{2} = \frac{\left(3 - \frac{5a}{6}\right) \cdot a}{2} = -\frac{5}{12}a^2 + \frac{3}{2}a = A(a)$$

سطحه:

پارابل کبته لور ته واز دی.

$$: a\left(-\frac{5}{12}a + \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow a_1 = 0; a_2 = \frac{18}{5}$$

صفر ځایونه:

$$: \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5} = 1,8$$

لومړی: ککری ټکي کو اور دینات

$$A\left(\frac{9}{5}\right) = \frac{27}{20} = 1,35$$

دویمه د ککری ټکي کو اور دینات:

د  $a=18$  لپاره د درېگودي یا مثلث سطحه خور الویه (maxiami) او په رښتیا 1,35FE د سطحی یونونه یا واحدونه ده.

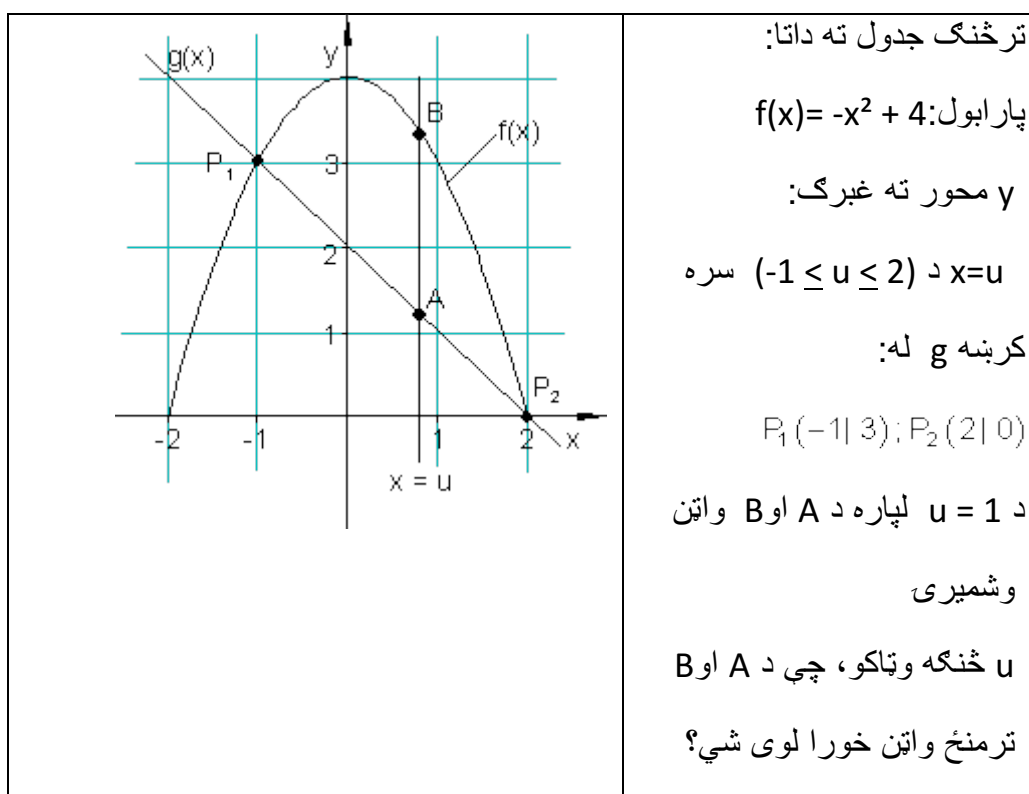
څلورم:

الف- د المانیپینتو: ،، د ... لپاره،،

$$K(v) = 0,002v^2 - 0,18v + 8,55 \text{ für } v > 40$$

$$K(v) = 7 \Leftrightarrow 0,002v^2 - 0,18v + 8,55 = 7 \Leftrightarrow v^2 - 90v + 775 = 0$$





دویم: د یوه مال د تولید سره د ورځني ټول ارزښتونه د تولید شوي ډبري  $x$  په واکوالي یا تابعیت کې په لاندې ډول کره شوي:

$$K(x) = 0,125x^2 + 1,5x + 200; 0 \leq x \leq 90$$

فابریکه په هره دانه د خرڅلاو یو ثابت قیمت د  $€ 14$  پلان کړی.

الف- د ټول لگښت کړه برکاري او د خرڅلاو کربنه.  $E(x) = 14x$

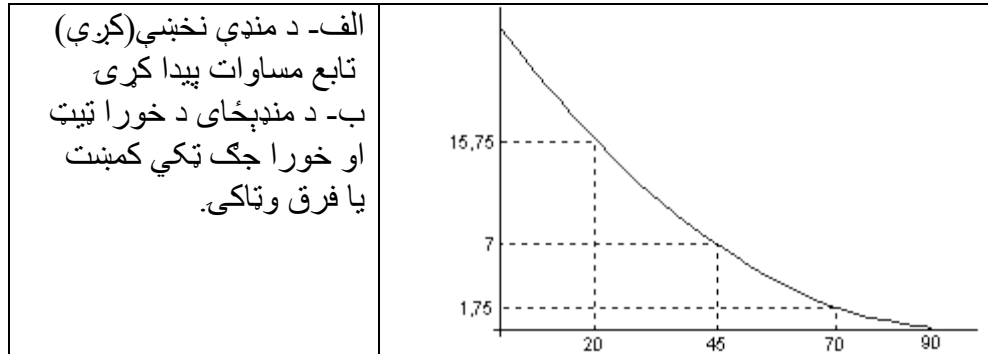
ب- شمیرنیز او گرافیکي وټاکي، چې د کوم نرخ لپاره د تولید او خرڅلاو لگښت مساوي دی.

( د گټي ځای په ځایوالی او د گټي پوښي).  $G(x) = E(x)$

پ-د کوم تولید دانو تعداد لپاره گټه خورا لویه ده؟  $G(x) = E(x) - K(x)$

په پورته کې: گټه  $G(x)$ ، خرڅلاو  $E(x)$ ، ټول لگښت  $K(x)$

دریم: څېره د توپ مایله (د واورو د توپ لپاره، چې مایله جوړیږي Sprungschanze ( بنایي. کچاندازه په  $m$  له څیرې راوینیسی



څلورم:

|  |    |      |     |     |
|--|----|------|-----|-----|
| <p>په یوه ازماښت کږښه (سرک یا لار) کچیري، چې یوه لاري په برابره پاتي چټکتیا لروي یا مصرفوي. د تیلو لگښت <math>BV</math> (بنزین لگښت <math>BV</math> Benzinverbrauch) په <math>\text{Liter} / 100 \text{ km}</math> کې واک کې یا تابع دی.</p> | v  | 30   | 40  | 80  |
|  | BV | 6,25 | 6,2 | 7,0 |

$V$  چټکتیا او په  $V$  چټکتیا د تیلو لگښت  $B$

الف- د بنزین لگښت  $BV(v)$  (دا په دې معنا، چې د بنزین لگښت د چټکتیا یا سرعت په واک کې یا تابع دی) لپاره تابع ترم وټاکي.

ب- که منځنۍ چټکتیا  $120 \text{ km} / \text{h}$  وي، نو څومره تیل به ولږیږي؟

پ- په کومه چټکتیا لگښت ټیک  $8 \text{ Liter} / 100 \text{ km}$  دی.

ت- په کومه چټکتیا لگښت خورا لږ دی؟

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلگې برخه III

مفصل حلونه

لومړی:

$$f(x) = -x^2 + 4; g(x) = -x + 2$$

د ټکو A او B کواورډیناتونه:  $A(u|g(u); B(u|f(u))$ 

د ټکو A او B ترمنځ واټن:

$$A(u) = f(u) - g(u) = -u^2 + 4 - (-u + 2) = -u^2 + u + 2$$

د  $u=1$  لپاره باور لري:  $A(1) = -1^2 + 1 + 2 = 2$ خورا لوی واټن د  $A(u)$  د ککړۍ ټکي له لارې ټاکل کيږي

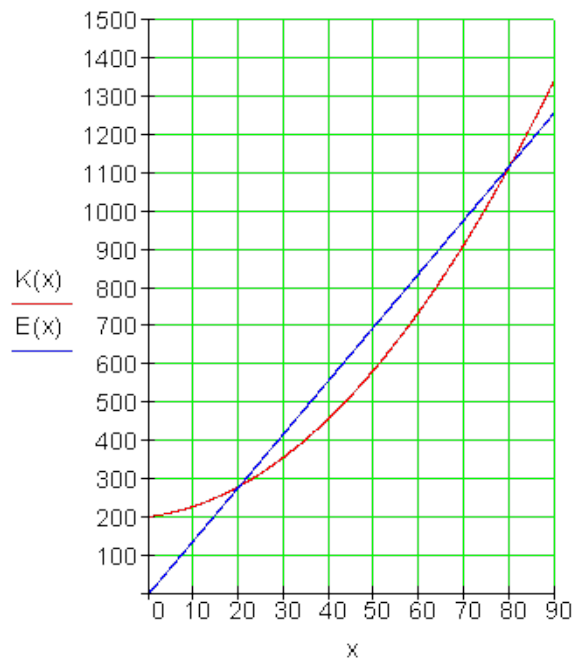
$$A(u) = -u^2 + u + 2 = -\left[u^2 - u - 2\right] = -\left[u^2 - u + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\right]$$

$$= -\left[\left(u - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] = -\left(u - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} = 0,5 \mid \frac{9}{4} = 2,25\right)$$

د  $u=0$  لپاره خورا لوی واټن  $2,25LE$  (د اوږدوالي یوونونه یا واحد..) دی.

دویم:

$$K(x) = 0,125x^2 + 1,5x + 200; 0 \leq x \leq 90; E(x) = 14x \quad \text{الف.}$$



ب -

د گټې ځای په ځایوالی NS له گراف څخه ولولئ: NS(20|280)

د گټې پوله له گرافیک څخه ولولئ: NS(80|1120)

شمیرنیز ځواب:

$$K(x) = E(x) \Leftrightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 80; E(80) = 1120 \Rightarrow NG(80 | 1120)$$

$$x_2 = 20; E(20) = 1120 \Rightarrow NS(20 | 280)$$

$$G(x) = E(x) - K(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200 \quad \text{پ - گټه:}$$

G(x) یو کښته لور ته واز پارابول دی.

$$G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200 = -\frac{1}{8}[x^2 - 100x + 1600] = -0,125(x - 50)^2 + 112,5$$

د یوه  $x=50$  دانوتعداد لپاره گټه خورا لویه یا ماکسیمال (112,50€) ده.

دریم: الف -

$$P_1(20 | 15,75): f(20) = 400a_2 + 20a_1 + 1a_0 = 15,75$$

$$P_2(45 | 7): f(45) = 2025a_2 + 45a_1 + 1a_0 = 7$$

$$P_3(70 | 1,75): f(70) = 4900a_2 + 70a_1 + 1a_0 = 1,75$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |               |  |
|-------|-------|-------|---------------|--|
| 1     | 20    | 400   | 15,75         | $1250a_2 = 3,5 \Rightarrow a_2 = 0,0028$             |
| 1     | 45    | 2025  | 7 II - I      | $25a_1 + 1625 \cdot 0,0028 = -8,75$                  |
| 1     | 70    | 4900  | 1,75 III - I  | $\Rightarrow a_1 = -0,532$                           |
| 1     | 20    | 400   | 15,75         | $a_0 + 20 \cdot (-0,532) + 400 \cdot 0,0028 = 15,75$ |
| 0     | 25    | 1625  | -8,75         | $\Rightarrow a_0 = 25,27$                            |
| 0     | 50    | 4500  | -14 III - 2.I |  |
| 1     | 20    | 400   | 15,75         |  |
| 0     | 25    | 1625  | -8,75         | $\Rightarrow f(x) = 0,0028x^2 - 0,532x + 25,27$      |
| 0     | 0     | 1250  | 3,5           |  |

$$f(0) - f(90) = 25,27 - 0,07 = 25,2$$

ب - د جگوالي توپیر:

د منډې ځای د خوراجک او خورا ټیټ ټکي کمښت یا فرق 25,2 m دی.

څلورم: الف -

## د پارابل او پرابل غوڅتکي

$$BV(v) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad P_1(30 | 6,25); P_2(40 | 6,2); P_3(80 | 7)$$

$$BV(30) = 900a_2 + 30a_1 + 1a_0 = 6,25$$

$$BV(40) = 1600a_2 + 40a_1 + 1a_0 = 6,2$$

$$BV(80) = 6400a_2 + 80a_1 + 1a_0 = 7$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ |                   |
|-------|-------|-------|-------------------|
| 1     | 30    | 900   | 6,25              |
| 1     | 40    | 1600  | 6,2 II - I        |
| 1     | 80    | 6400  | 7 III - I         |
| 1     | 30    | 900   | 6,25              |
| 0     | 10    | 700   | -0,05             |
| 0     | 50    | 5500  | 0,75 III - 5 · II |
| 1     | 30    | 900   | 6,25              |
| 0     | 10    | 700   | -0,05             |
| 0     | 0     | 2000  | 1                 |

$$2000a_2 = 1 \Leftrightarrow a_2 = 0,0005$$

$$10a_1 + 700 \cdot 0,0005 = -0,05$$

$$\Leftrightarrow a_1 = -0,04$$

$$a_0 + 30(-0,04) + 900 \cdot 0,0005 = 6,25$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 7$$

$$\underline{\underline{BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7}}$$

ب-

$$v = 120: \Rightarrow BV(120) = 0,005 \cdot 120^2 - 0,04 \cdot 120 + 7 = 9,4$$

د 120 km/h چټکتیا سره لگښت 9,4 Liter/100 دی.

پ-

$$BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7 = 8 \quad \text{ایښوونه:}$$

$$\Leftrightarrow 0,0005v^2 - 0,04v - 1 = 0 \Leftrightarrow v^2 - 80v - 2000 = 0$$

$$\Rightarrow v_1 = 100; v_2 = -20$$

د  $v = 100$  km/h چټکتیا سره د تیلو لگښت 8 Liter/100 km دی.

ت-خورا لږ لگښت په غوڅتکي کې دی.

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{100 - 20}{2} = 40$$

د ککړۍ x کواوردینات:

$$BV(40) = 6,2$$

د 40 km/h چټکتیا سره د تیلو لگښت 6,2 Liter/100 km دی. دا هغه خورا لږ لگښت

دی.

## 2.11-اقتصادي توابع يا بلواک (لگښتميرنه) اقتصادي توابع

د يوه تيويکي يا نمونه ييزې بيلگې په مرسته به اقتصادي ستونځې د کرښيزو او مربعيزو يا څلورۍ يزو توابعو سره حل شي.

لگښتتابع:  $K(x) = 0,2x + 1,6$  کرښه.

خرڅلاوتابع:  $E(x) = -0,2x^2 + 2x$  پارابول، پورته لور ته واز.

کټه تابع دی:  $G(x) = E(x) - K(x)$  خرڅلاو تابع – لگښتتابع

کټه تابع:  $G(x) = -0,2x^2 + 1,8x - 1,6$

ماکسيما يا خورا زيات خرڅلاو:

|   |  |
|---|--|
| د خورا جگ خرڅلاو ډېری يا ست او دا<br>ماکسيما خرڅلاو لاس ته راوړل کيږي،<br>که خرڅلاو تابع $E(x)$ ترم ککری ټکي<br>بڼې ته لاړ شي چې له هغې ککری ټکي<br>لوستل کيږي. | $\begin{aligned} E(x) &= -0,2x^2 + 2x \\ &= -0,2 [x^2 + 10x] \\ &= -0,2 [(x^2 - 10x + 25) - 25] \\ &= -0,2 [(x - 5)^2 - 25] \\ &= -0,2(x - 5)^2 + 5 \text{ (Scheitelpunktform)} \end{aligned}$ <p>ککری ټکي بڼه</p> |
|---|--|

د توليد-يامنځته راوړني ډېری  $ME$  5 (د ډېری يوون يا واحد) سره د  $GE$  5 (کټه تابع) سره خرڅلاو ماکسيما دی.



د خرڅلاو درېښه يا ځای په ځایپاتي کيدنه او د خرڅلاو پوله:

|   |   |
|---|---|
| <p>د یوې فابریکې د خرڅلاو درېښه يا ځای په ځایپاتي کيدنه او د خرڅلاو پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې خرڅلاو صفر وي.</p> <p>يعنی مساوات <math>E(x) = 0</math> حل کيږي.</p> | $E(x) = 0$ $\Leftrightarrow -0,2(x-5)^2 + 5 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 - 25 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 = 25$ $\Leftrightarrow  x-5  = 5$ $\Leftrightarrow x = 0$ <p style="text-align: right;">يا <math>x = 10</math></p> |
|---|---|

د خرڅلاو درېښه يا ځای په ځای پاتي کيدنه په  $ME = 0$  (ډېری واحد) کې ده او د خرڅلاو پوله په  $ME = 10$  (ډېری واحد) کې ده.

د گټې درېښه او د گټې پوله:

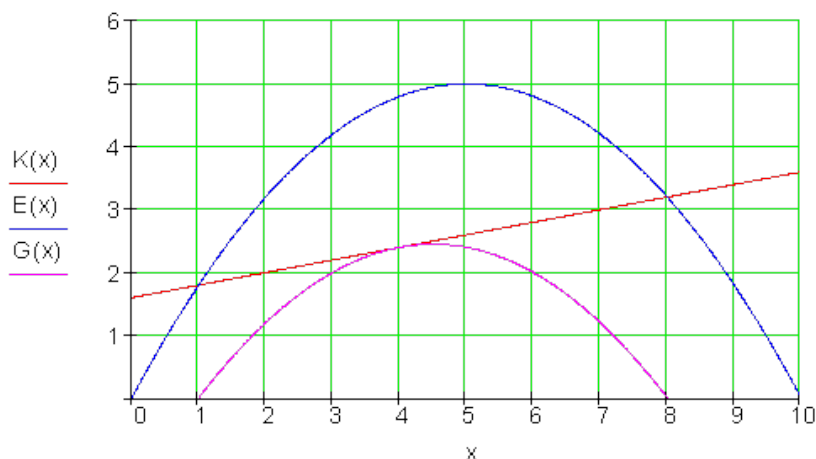
|  |  |
|--|--|
| <p>د یوې فابریکې د گټې درېښه او د گټې پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې گټه صفر دی.</p> <p>نو مساوات <math>G(x) = 0</math> حل کيږي.</p> | $G(x) = 0 \Leftrightarrow -0,2x^2 + 1,8x - 1,6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$ $p = -9; q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{4} - \frac{32}{4} = \frac{49}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_1 = \frac{9}{2} + \frac{7}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1 \end{array} \right.$ |
|--|--|

د گټې درېښه په 1 ME (ډېری یوون) کې او د گټې پوله په 8 ME کې.

|  |  |
|--|--|
| <p>دگټې ماکسیموم:<br/>د منځ ته راوړې ډېری<br/>خورا لویه گټه لاس ته راول<br/>کيږي، چې د گټې تابع ترم<br/>په ککړۍ ټکي بڼې ته یوورل<br/>شي چې له هغې ککړۍ ټکي<br/>لوسنل کيږي.</p> | $G(x) = -0,2x^2 + 1,8x - 1,6$ $= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{8}{5}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$ $y_s = G(x_s) = G\left(\frac{9}{2}\right)$ $= -\frac{1}{5}\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{5} \cdot \frac{9}{2} - \frac{8}{5} = \frac{49}{20}$ $= -\frac{1}{5}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{20} \text{ (Scheitelpunktform)}$ <p style="text-align: right;">ککړۍ ټکي بڼه</p> |
|--|--|

د 4,5 ME (ډېری واحد) ډېری تولید سره گټه د 2,45 GE (د گټې یوونو یا واحد) سره خورا لویه پاماکسیما ده.

گراف:



د نتیجو ټولگه:

د 5 ME (ډېری واحد) لړلو ډېری سره د 5 GE سره خرڅلاو خورا لوی دی.

د خرڅلاو درېدنه په 1 ME کې پرته ده او خرڅلاو په 10 ME کې.

د گټې درېدنه په 1 ME کې پرته ده او د گټې پوله په 8 ME کې.

د 4,5 ME ډېری لړلو سره گټه د 2,45 GE سره خورا لویه ده.

ټولگه:

تابع مساوات

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad \text{د تابع مساوات دا بڼه لري:}$$

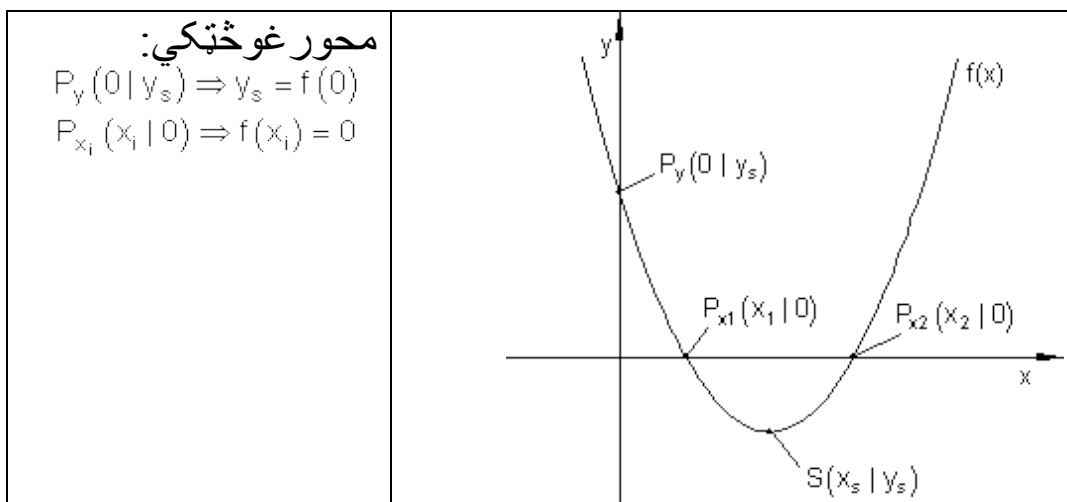
داسې تابع مربع تابع یا څلوری بلواک بلل کېږي او یا هم د دویمې درجې ټول هوښیار تابع. گرافونه یې پارابولونه بلل کېږي.

ککړی ټکي ککړې ټکي بڼه

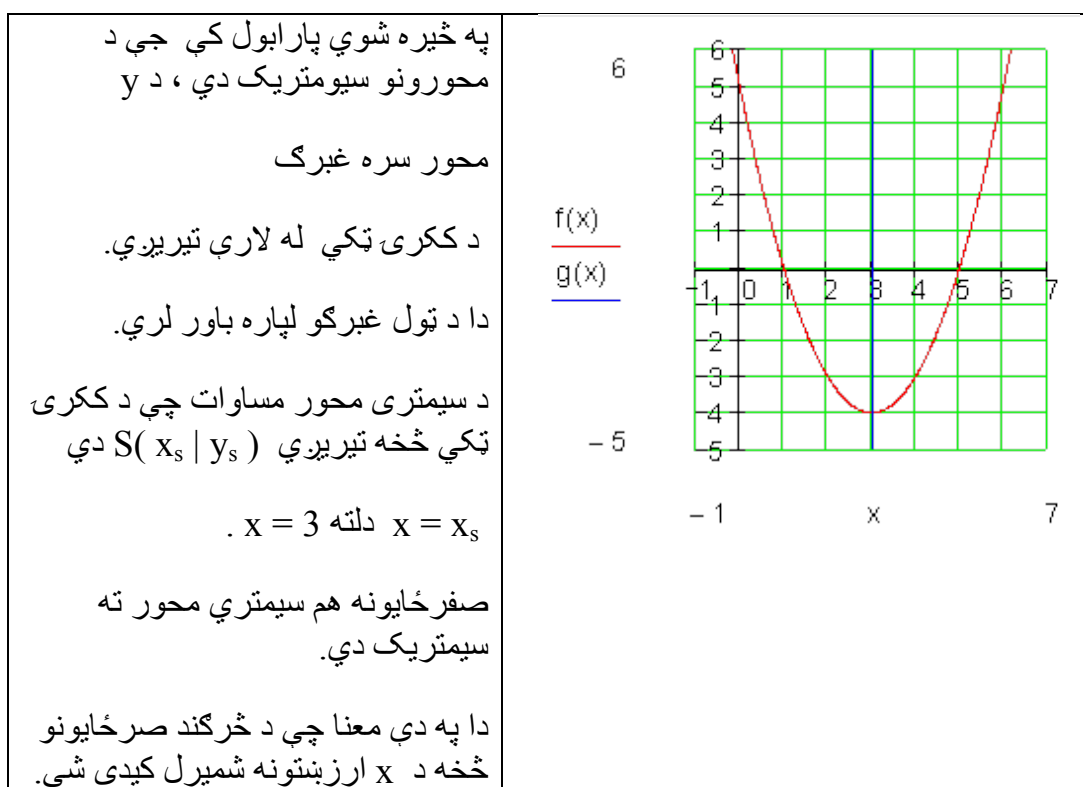
په ټولیزه توگه باور لري:

د یوه پارابول تابع مساوات یا برابرې دی، چې ککړی  $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

ټکی  $S(x_s | y_s)$  لري، داسې چې  $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$  د تابع مساوات ککړی ټکی دی.



د سيمټري څيرنه په څيره شوي پارابل کي جي د محورونو سيمټريک دي ، د y



له صفر ځايو څخه د ککړۍ ټکي شميرنه

صفر ځايونه  $x_1, x_2$ : څرگند دي: له دط لاس ته راځي

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s | f(x_s))$$

د **p-q** - فرمول، ديسکريمينانته او د حلونو ډېرۍ يا ست

د مربع مساوات نورمال بڼه:  $f(x) = x^2 + px + q$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \quad \text{ديسکريمينانت:} \quad x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{p-q فرمول:}$$

د  $D$  ديسکريمينانته د مربع مساوات د حلونو تعداد په گوته کوي.

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

|                                      |                       |
|--------------------------------------|-----------------------|
| $D > 0 \Rightarrow L = \{x_1, x_2\}$ | دوه د حلونو توکي      |
| $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$        | يو د حل توکی (دبل حل) |
| $D < 0 \Rightarrow L = \{\}$         | کوم حل توکی نه شته    |

د ویتا جمله **Der Satz von Vieta**

که  $x_1$  او  $x_2$  د مربع مساوات  $x^2 + px + q$  حلونه وي، نو ویتا د ریني جمله باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

صفر ځايونه او کرښيز ضریبونه

$x_1$  او  $x_2$  د مربع تابع صفر ځايونه د لاندي تابع مساوات سره:

$$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

نو کیدی شي چې سری د تابع مساوات د کرښيزو صریبونو په ډول ولیکي:

$$f(x) = a_2 \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}}$$

کرښيز ضریب

د صفر ضرب جمله

ضرب ټيک هلته صفر دی، که د صریبونو څخه یو یې صفر وي.

$$x_2 = -b \quad \text{او} \quad (x+a)(x+b) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -a$$

بیلگه:

$$\text{او } x_1=2 \text{ برعکس } (x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow x_1=0;$$

$$x_2=-1$$

$$x(x+3)=0 \text{ له دې لاس ته راځي او په څنټ } x_1=0 \text{ او } x_2=-3$$

### د کرښې او پارابول غوڅتکي

ایښوونه: د تابع مساواتو برابر ایښوونه  $(x)=g(x)$  له دې لاس ته مربع مساوات راځي که:

|                      |  |
|----------------------|--|
| $D > 0: \Rightarrow$ | پارابول او کرښه دوه ټکو کې سره غوڅوي     |
| $D = 0: \Rightarrow$ | پارابول او کرښه سره په یوه ټکي کې لمسوي. |
| $D < 0: \Rightarrow$ | پارابول او کرښه سره گډ ټکي نه لري.       |

$$f(x) - g(x) \Rightarrow$$

له دې لاسته راځي کرښیز مساوات له دې لاس ته راځي پارابولونه یو غوڅتکي لري.

## 2.12-توان- يا پوتنخ توابع

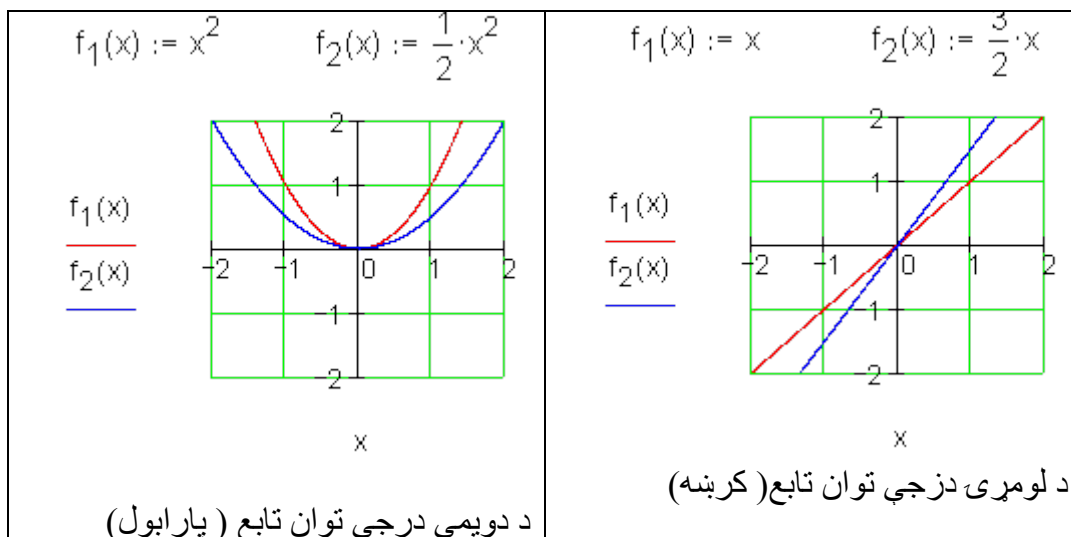
توان توابع

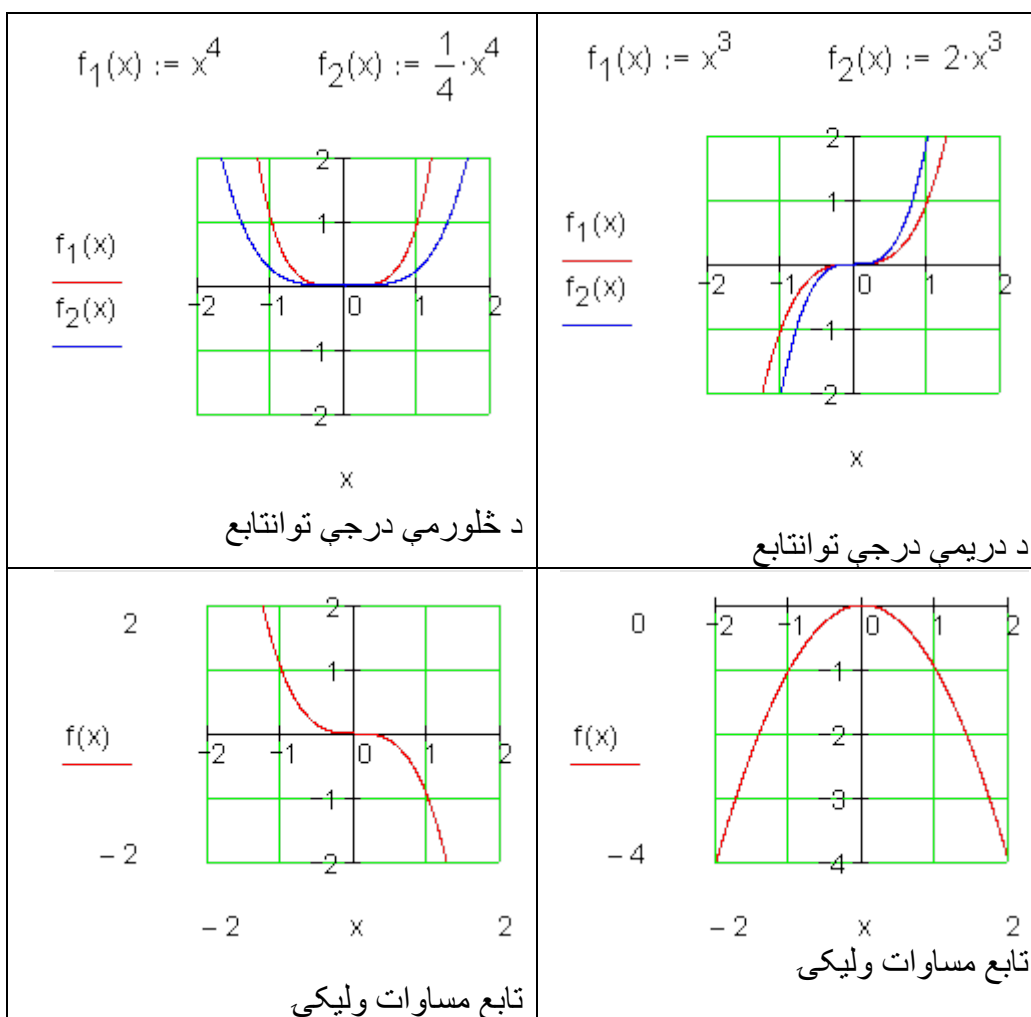
تعريف:

يوه تابع د تابع مساوات  $f(x) = a_n x^n$  ;  $n \in \mathbb{N}$  ;  $a_n \in \mathbb{R}$  سره پوتنخ تابع بلل کيږي.

$n$  د اکيوننت يا جگعدد د پوتنخ تابع درجه ټاکي او ضريب  $a_n$  د گراف بڼه يا فورم او هغه د بني ضريب بلل کيږي.

بيلگي:





لاندې پوښتنې ځواب کړی:

- ب -  $n$  درجه او  $a_n$  مخنځینه د گراف په تلنه کومه اغیزه لري؟
- پ - د پوتنخ تابع  $n$  درجه د گراف په سیومتري کومه اغیزه لري؟
- ت - د پوتنخ تابع  $n$  په واکولي او  $a_n$  مخنځینې له امله کوم ارزښتست (ارزښتدېری) لري؟



ت - د  $a_n$  مطلق ارزښت د گراف په تله کوم ایز لري؟  
خوابونه لږ وروسته راځي.

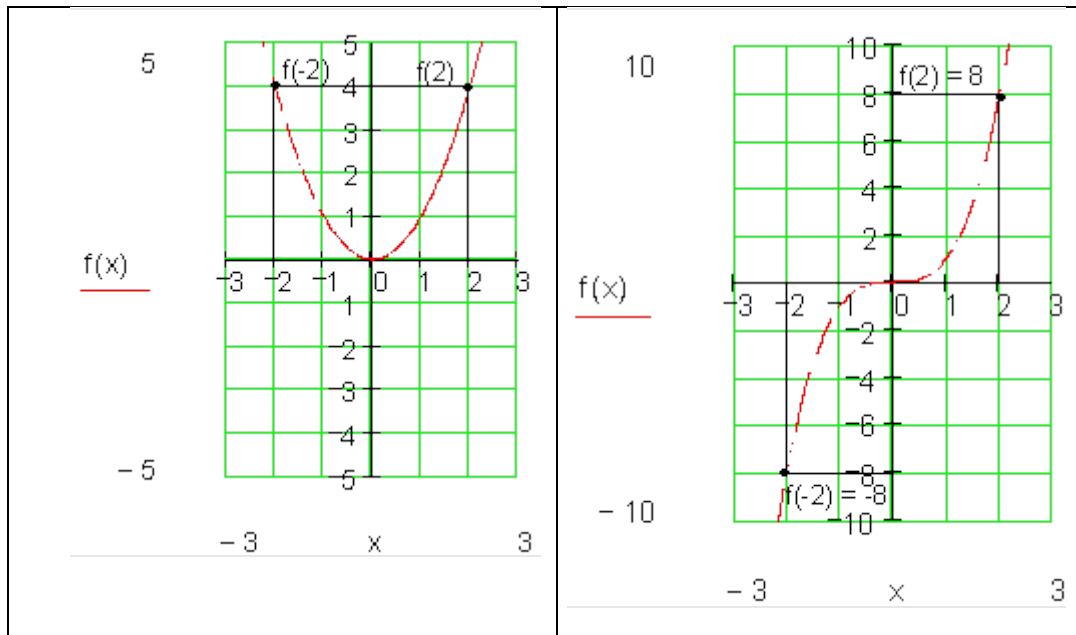
سیومتری

په سیومتری څنگه قضاوت کیدی شي، که څوک فقط د یوه توان (پوتنخ) تابع تابع مساوات پیژني؟

د دې لپاره د لاندې توابعو گرافونه کارو:

$$f(x) = x^2 \text{ او } f(x) = x^3$$

او تابع د  $x=2$  او  $x=-2$  په ځایونو کې تر څیرنی لاندې نیسو.



## 2.14-توان- يا پوتنځ توابع ۵۶۱

---

گومان مو نږدې دى چې لاندې باور لري:

$x$  د جوړه جگعدد سره د تابع ارزښتونه برابر دي. دا په دې معنا چې:

$$f(-x) = f(x) \quad \text{محورسيميټريک، نو}$$

د  $x$  ناجوره (طاقو) جگعددونو لپاره د تابع ارزښت برابر مطلق قيمت لري، مگر متضادي مخنځېښي لري.

دا په دې معنا چې:

$$f(-x) = -f(x) \quad \text{ټکي سيميټريک، نو}$$

دا اړيکي د ټولو تانتوابعو لپاره باور لري (بي له ښوونې).

د يوه توان - يا طاقت تابع محورسيميټريک دى، که د ټولو  $x \in D$  لپاره باور ولري:  $f(-x) = f(x)$

د يوه توانتابع گراف ټکي سيميټريک دى، که د ټولو  $x \in D$  لپاره باور ولري  $f(-x) = -f(x)$

ټولگه:

د  $a_n > 0$  لپاره باور لري:

ټول توان توابع د جوړه جگعدد سره محورسيميټريک دي. دا له II د I څلورمې ته ځغلي (خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوره (طاق) جگعدد سره ټکيسيميټريک دي. دوى له III او I څلورمې (ربع) ته ځغلي (خوزي).

د ټولو  $0 <$  لپاره باور لري:

تول توان توابع د جوړه جگعدد سره محور سیومتريک دي. دا له III د IV. څلورمې ته ځغلي(خوزي).

تول توان توابع د ناجوره(طاق) جگعدد سره تکيسیومتريک دي. دوی له II. او IV. څلورمې(ربع) ته ځغلي(خوزي).

پوښتو ته ځوابونه:

و الف ته : تول گرافونه له ټکي ( 0 | 0 ) تيرېږي.

و ب ته : n جوړه او  $a_n > 0$  : گراف له II و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او  $a_n < 0$  : گراف له III و IV ته ځغلي.

n جوړه او  $a_n > 0$  : گراف له I و III ته ځغلي.

: n نا جوړه او  $a_n < 0$  : گراف له II و IV ته ځغلي.

و پ ته - n جوړه: گراف محور ته سيمتريک دی.

n ناجوره: گراف د کواوردينات بيل ياسچېني ته سيمتريک دی(ټکی سيمتريک).

و ت ته: n جوړه او  $a_n > 0$  :  $f(x) \geq 0$  فقط مثبت تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

n جوړه او  $a_n < 0$  :  $f(x) \leq 0$  فقط منفي تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

n ناجوره او  $a_n > 0$  : ارزښتدېری  $W = \mathbb{R}$

n ناجوره او  $a_n < 0$  : ارزښت دېری  $W = \mathbb{R}$ .

و ټ ته : ضربيب  $an$  د همغه د گراف بڼه ټاکي( غزېدلی يا کيکاکل شوی)له دي امله دا د بڼې صريب هم بلل کيږي. د مخنځبڼي تغير د x محور باندي د هنداروني يا منعکسوني اغيزه لري.

## تمرینونه:

د توان تابع خوبونه.

د لاندي تواننوايعو درجه وټاکي، په سيمټريکي حالت، د گراف په تله او او ارزښت ډېري يې يوه وينا وکړي د د هر گراف يې په پروت ولاړسيستم (کواردينات سيستم) کې رسم کړي.

$$f(x) = \frac{1}{4}x \quad \text{دويم} - \quad f(x) = -\frac{1}{2}x^2 \quad \text{لومړی} -$$

$$f(x) = \frac{1}{5}x^3 \quad \text{څلورم} - \quad f(x) = -\frac{1}{10}x^4 \quad \text{دریم} -$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x \quad \text{شپږم} - \quad f(x) = -\frac{1}{10}x^5 \quad \text{پنځم} -$$

$$f(x) = 2x^2 \quad \text{اتم} - \quad f(x) = -\frac{1}{10}x^3 \quad \text{اوم} -$$

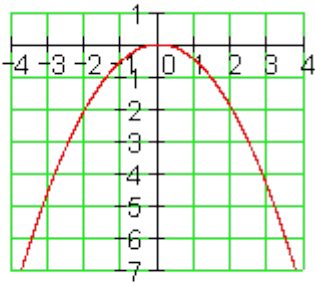
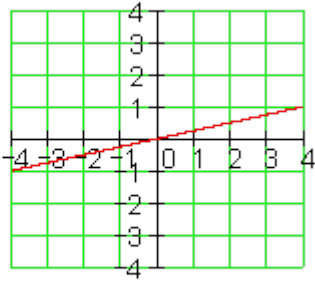
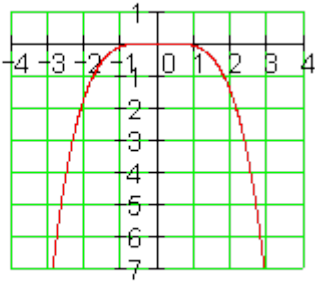
$$f(x) = -\frac{2}{5}x^4 \quad \text{لسم} - \quad f(x) = \frac{1}{5}x^4 \quad \text{نهم} -$$

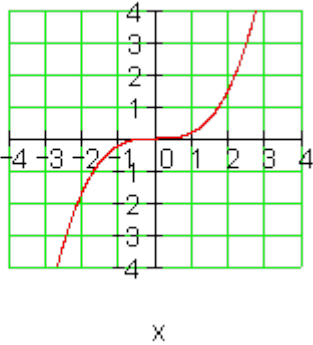
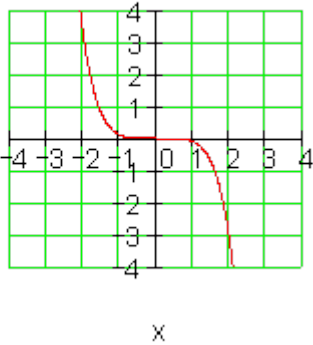
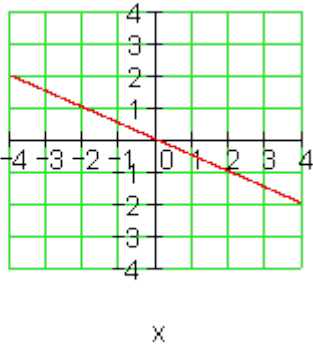
## خوابونه :

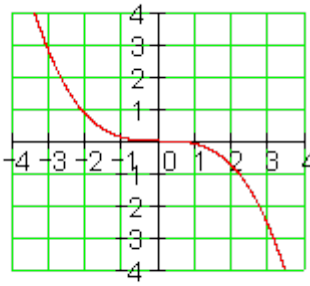
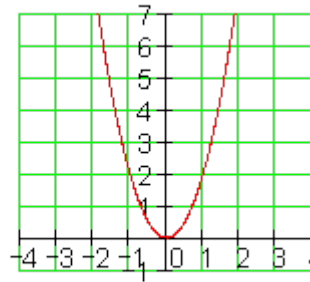
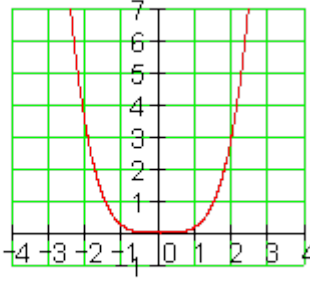
د ټول هوښيار يا راشنل اعدادو توابع I (د توان توابع)

## نتیجې:

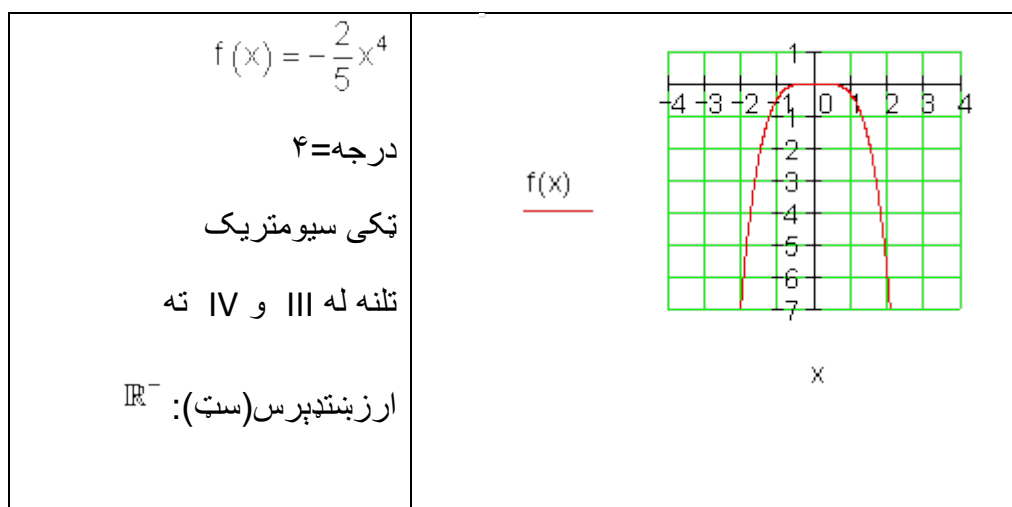
لومړی:

|  |   |
|--|---|
| <p><math>f(x) = -\frac{1}{2}x^2</math></p> <p>درجه=۲</p> <p>تکی سیومتريک</p> <p>تله له III و IV ته</p> <p>ارز بندي پرس (ست): <math>\mathbb{R}^-</math></p> | <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>                |
| <p><math>f(x) = \frac{1}{4}x</math></p> <p>درجه=1</p> <p>تکی سيمتريک</p> <p>تله له III و I ته</p> <p>ارز بندي پرس (ست): <math>\mathbb{R}</math></p>        | <p>دويم:</p> <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p>  |
| <p><math>f(x) = -\frac{1}{10}x^4</math></p> <p>درجه=۴</p> <p>تکی سيمتريک</p> <p>تله له III و IV ته</p> <p>ارز بندي پرس (ست): <math>\mathbb{R}^-</math></p> | <p>دريم:</p> <p><u>f(x)</u></p>  <p>x</p> |

|  |  |
|--|--|
| $f(x) = \frac{1}{5}x^3$ <p>درجه=۳<br/>تکی سیمتریک<br/>تله له I و III ته<br/>ارز بنسندپرس (سب): R</p>   | <p>خلورم:</p>    |
| $f(x) = -\frac{1}{10}x^5$ <p>درجه=۵<br/>تکی سیومتریک<br/>تله له II و IV ته<br/>ارز بنسندپس (سب): R</p> | <p>پنجم:</p>    |
| $f(x) = -\frac{1}{2}x$ <p>درجه=۱<br/>تکی سیومتریک<br/>تله له II و IV ته<br/>ارز بنسندپری (سب): R</p>   | <p>شپیرم:</p>  |

|   |   |
|---|---|
| $f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ <p>درجه = ۳<br/>تکی سیمتریک<br/>تله له II و IV ته<br/>ارز بنسټو پرس (سټ): <math>\mathbb{R}</math></p> | <p><u>f(x)</u></p>  <p>اوم:</p>   |
| $f(x) = 2x^2$ <p>درجه = ۲<br/>تکی سیمتریک<br/>تله له I و II ته<br/>ارز بنسټو پرس (سټ): <math>\mathbb{R}^+</math></p>            | <p><u>f(x)</u></p>  <p>اتم:</p>  |
| $f(x) = \frac{1}{5}x^4$ <p>درجه = ۴<br/>تکی سیومتريک<br/>تله له I و II ته<br/>ارز بنسټو پرس (سټ): <math>\mathbb{R}^+</math></p> | <p><u>f(x)</u></p>  <p>نهم:</p> |

لسم:



$n$  -مه درجه تولنسبتي یا راشنل اعداد

یو تابع  $f(x)$

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

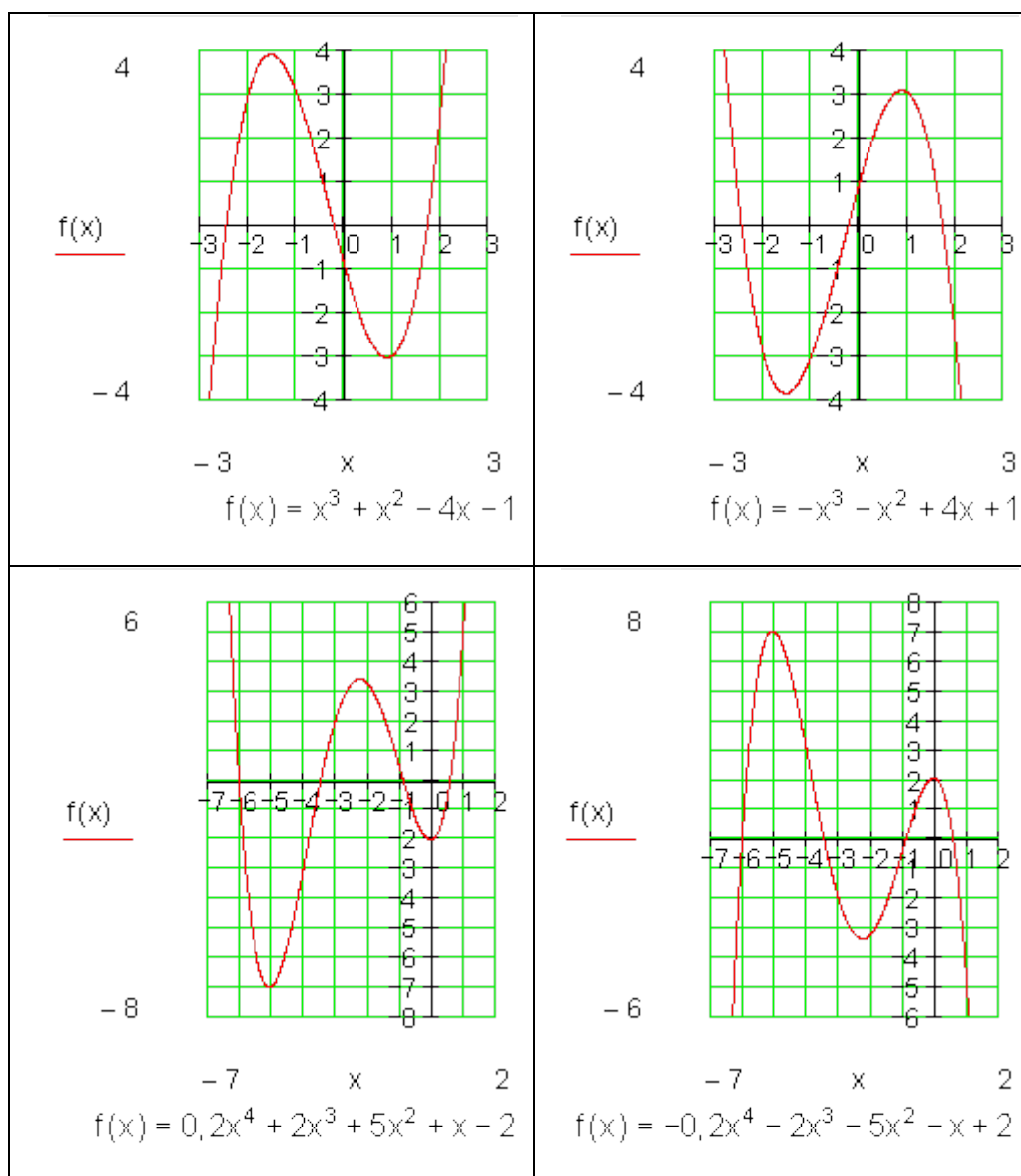
سره  $n$  -مه درجه تول راشنل تابع بلل کیری.

عددونه  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$  ضریبونه بلل کیری.

تول راشنل یا هوبنیار توابع د توان توابعو یوخی ایینوولو له لاری لاس ته راخی.

بیلگی:





د گراف تلنه

جمله:

د ټول راشنل تابع گراف تلنه د خورا جگ توان زیاته ووني (د جمعي غړي) سره ټاکل کيږي.

| n ناچوره (طاق)      | n جوړه               |           |
|---------------------|----------------------|-----------|
| تلنه له III و I ته. | تلنه له II و I ته.   | $a_n > 0$ |
| تلنه له II و IV ته. | تلنه له III و IV ته. | $a_n < 0$ |

بیلگه: د الماي پښتو: ناچوره (طاق) جوړه (جفت) ناچوره

$$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \quad n = 3 \text{ (ungerade)} \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{III - I}}}$$

$$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \quad n = 4 \text{ (gerade)} \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{III - IV}}}$$

$$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \quad n = 5 \text{ (ungerade)} \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{II - IV}}}$$

### سیومتري

گومان مو نږدې دی، هغه توابع، چې فقط د جوړه جگعدونو توانونو څخه یوځای شوي وي، محور سیومتريک دي او توابع چې فقط د ناچوره (طاقو) جگعدونو توانونو څخه یوځای شوي وي، ټکی سیومتريک دي.

جمله

د یوه ټولراشنل تابع گراف ټیک هلته محور سیومتريک دی، که تابع مساوات فقط جوړه جگعدونه ولري.

د یوه ټولراشنل تابع گراف ټیک هلته ټکیسیومتريک دی، که تابع مساوات فقط ناچوره (طاق) جگعدونه ولري.

بیلگه:

$$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$$

$$f(-x) = 2(-x)^4 + 3(-x)^2 + 1 = 2x^4 + 3x^2 + 1 = f(x) \Rightarrow$$

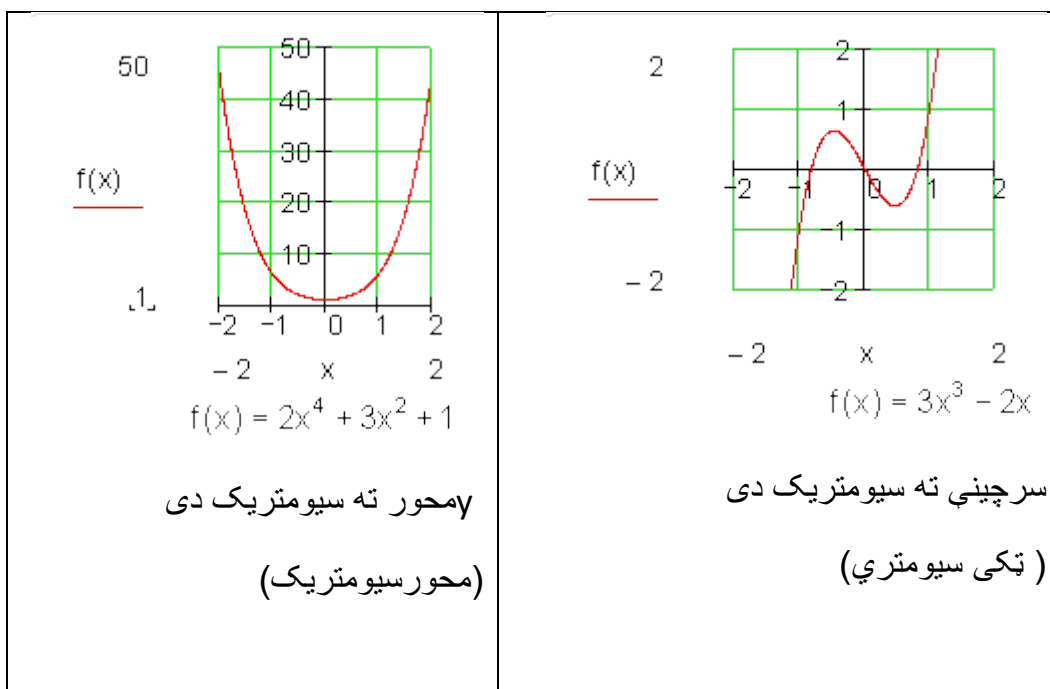
2.14-توان- یا پوتنخ توابع

محور سیومتريک

$$f(x) = 3x^3 - 2x$$

$$f(-x) = 3(-x)^3 - 2(-x) = -3x^3 + 2x = -(3x^3 - 2x) = -f(x) \Rightarrow$$

تکی سیومتريک



تمرینونه:

د ټول هوښیارو توابعو خویونه.

د لاندې تاوابعو په سیمتری، تلنه او د صفرخایونو تعداد یا گڼون باندې ویناوې وکړی.

## 2.14-توان- يا پوتنځ توابع ۵۷۱

$$f(x) = -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \quad \text{دويم} \quad f(x) = 2x^2 - 1 \quad \text{لومړی}$$

$$f(x) = -x^5 - x^3 + x \quad \text{څلورم} \quad f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 + 2 \quad \text{ريم}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^5 + x^2 - 2x \quad \text{شپږم} \quad f(x) = x^6 - x^4 + 1 \quad \text{پنځم}$$

$$f(x) = \frac{1}{100}x^{10} - \frac{1}{50}x^6 + \frac{1}{10}x^2 \quad \text{اتم} \quad f(x) = \frac{1}{10}x^7 + \frac{1}{8}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x \quad \text{اوم}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{2}x \quad \text{لسم} \quad f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{5}x - 1 \quad \text{نهم}$$

په يوه خوبه ټکي ته

سيومتريک

که د يوه ټکي سيومستري تابع گراف په خوبه راکنبل شي، نو سيومتري سرچينې ته ځي، چې مور يې ټکی سيومتري بولو له منځه ځي. نسبت و موخېټکی ته دا ساتلې پاتي کيږي.

بيلگه:

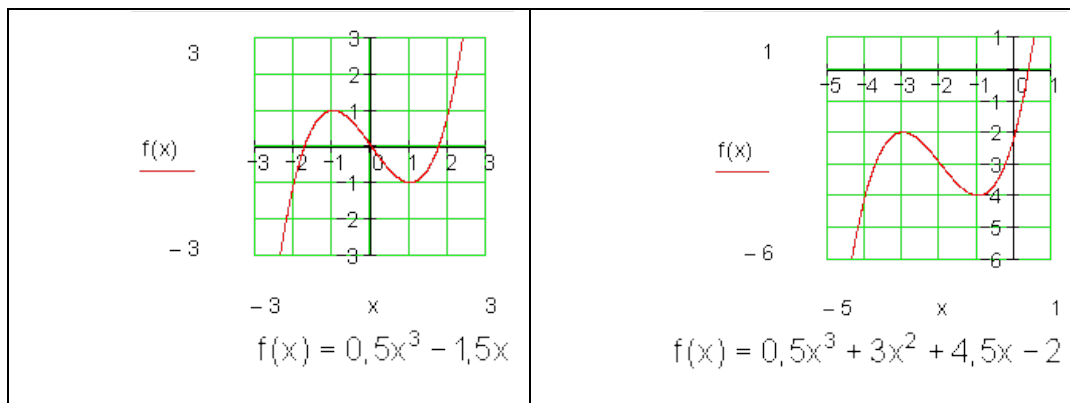
د  $f(x) = 0,5x^3 - 1,5x$  تابع گراف ټکی سيومتريک دی، يعنې سرچينې ته سيومتريک.

دا گراف دې په ۲ واحدونو يا يوونونو کين لور ته او په ۳ يوونونو يا واحدونو کينته لور ته راکنبل شي.

د راکنبلشوي گراف تابع مساوات دي:

$$g(x) = 0,5(x+2)^3 - 1,5(x+2) - 3 = 0,5x^3 + 3x^2 + 4,5x - 2$$

$g(x)$  و ټکی  $P_0(-2|-3)$  ته سيومتريک دی.

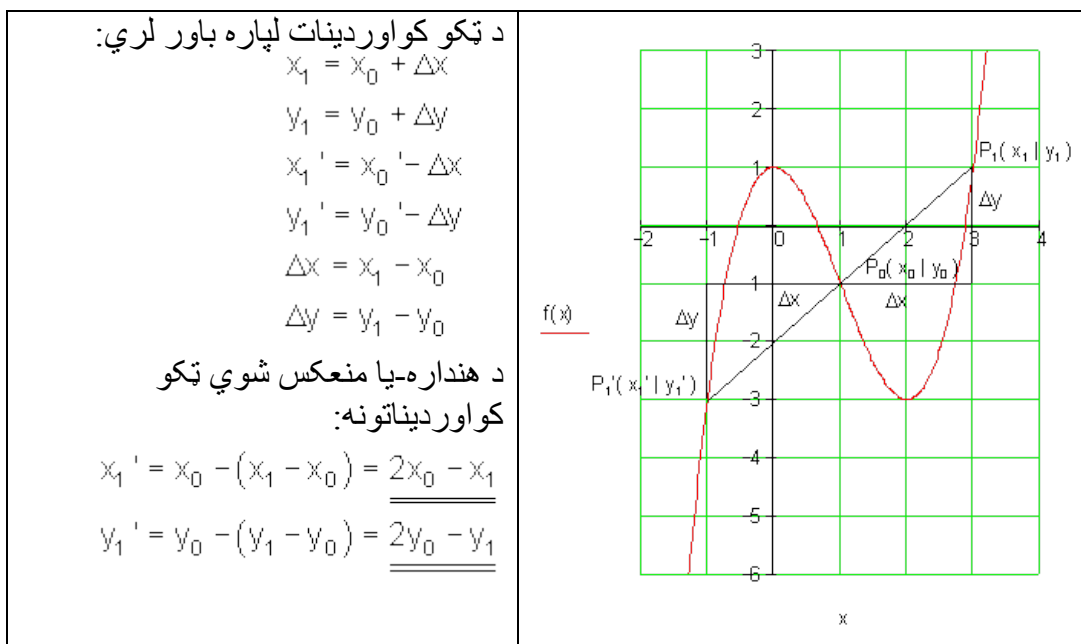


کوارډیناتسیستم د گراف په بڼه کوم رول نه لوبوي. تنها تابع مساواتوتغیر خوړلی.

د حالت بیلگه: باید وازمایل شي، چې ایا د دریمې درجې د یوه ټول هوښیار تابع گراف یوه ټاکلي ټکی ته ټکی سیومتريک دی.

تر مخ راوړنه.

چمتوالی:



د ټکو کوارډینات لپاره باور لري:

$$x_1 = x_0 + \Delta x$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y$$

$$x_1' = x_0' - \Delta x$$

$$y_1' = y_0' - \Delta y$$

$$\Delta x = x_1 - x_0$$

$$\Delta y = y_1 - y_0$$

د هنداره-یا منعکس شوي ټکو

کوارډیناتونه:

$$x_1' = x_0 - (x_1 - x_0) = \underline{\underline{2x_0 - x_1}}$$

$$y_1' = y_0 - (y_1 - y_0) = \underline{\underline{2y_0 - y_1}}$$

|  |  |
|--|--|
| <p>د دې قاعدې یا لار سره تل کېدی شي په <math>P_0</math> و <math>P_1</math> ته یوه هندارونه یا انعکاسونه کې اړونده هندارونه <math>P_1'</math> وټاکل شي.</p> |  |
|--|--|

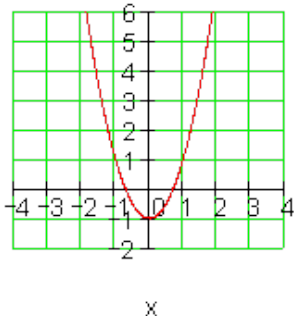
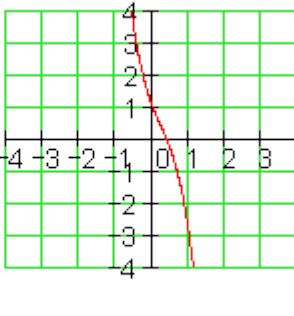
بیلگه:

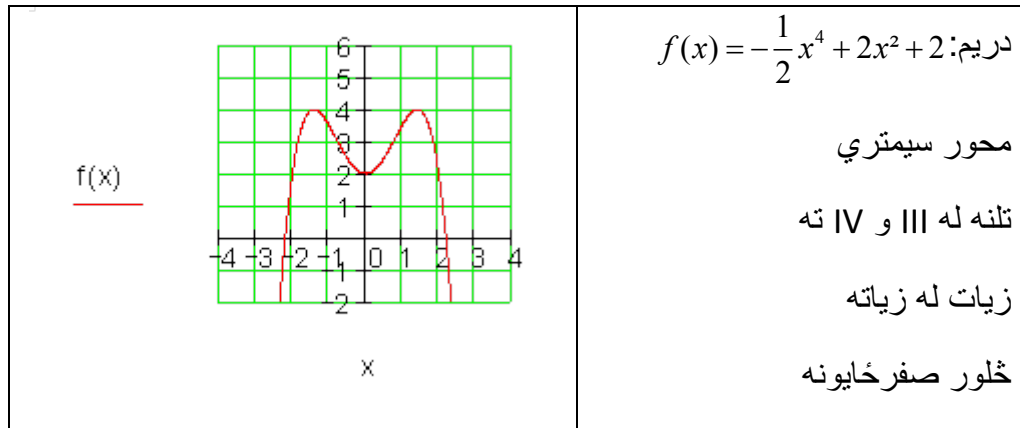
که هنداورنه په گراف نه وي پرته ، نو گراف و  $P_0$  ته ټکی سیومتریک نه دی.

خوابونه:

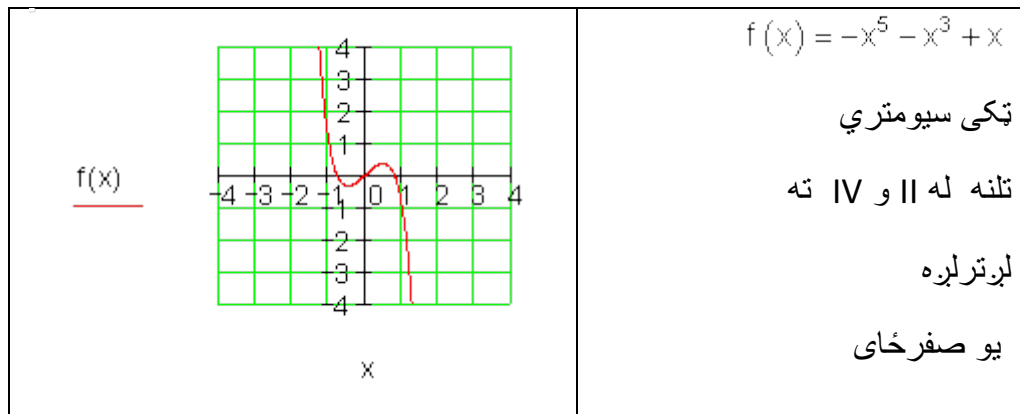
د ټولر اسلټوابعو || (سیمتري، تلنه)

نتیجی:

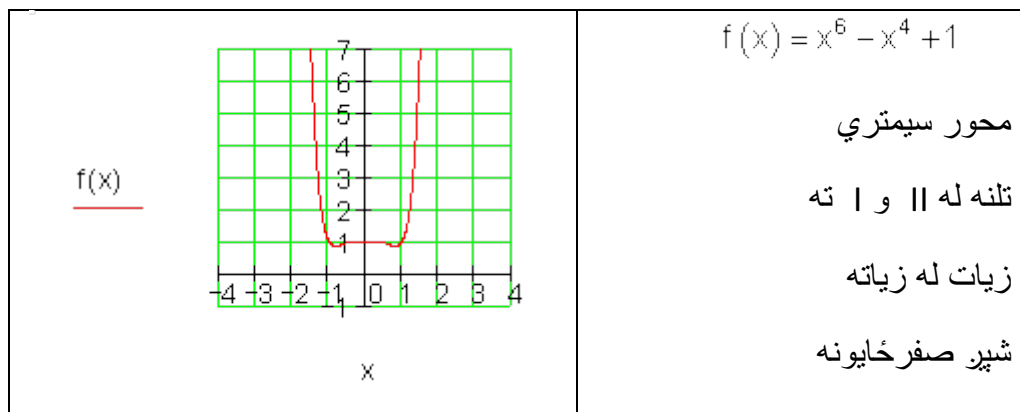
|   |   |
|---|---|
| <p><u>f(x)</u></p>  <p style="text-align: center;">x</p>  | <p>لومړی: <math>f(x) = 2x^2 - 1</math></p> <p>محور سیومتریک<br/>تلنه: له او    ته<br/>دوه صفر خایونه</p>                          |
| <p><u>f(x)</u></p>  <p style="text-align: center;">x</p> | <p>دویم:</p> <p><math>f(x) = -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1</math></p> <p>نا سیومتریک<br/>تلنه له    و IV ته<br/>لږ تر لږه یو صفر خای.</p> |

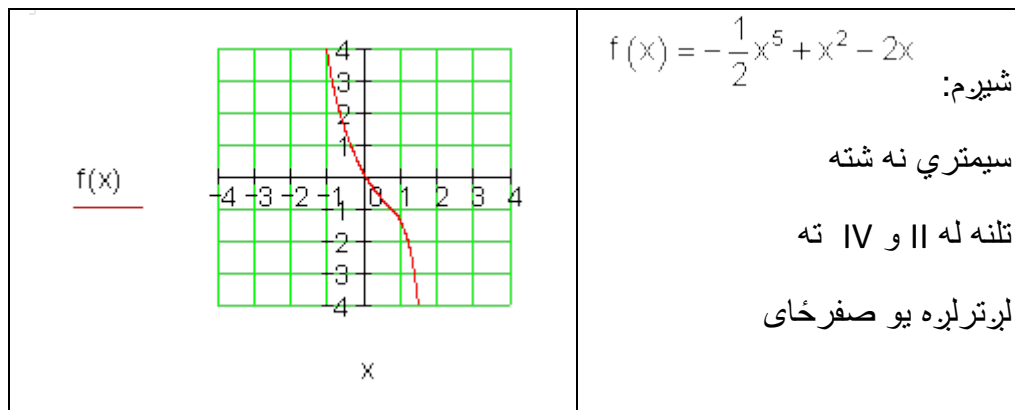


څلورم:

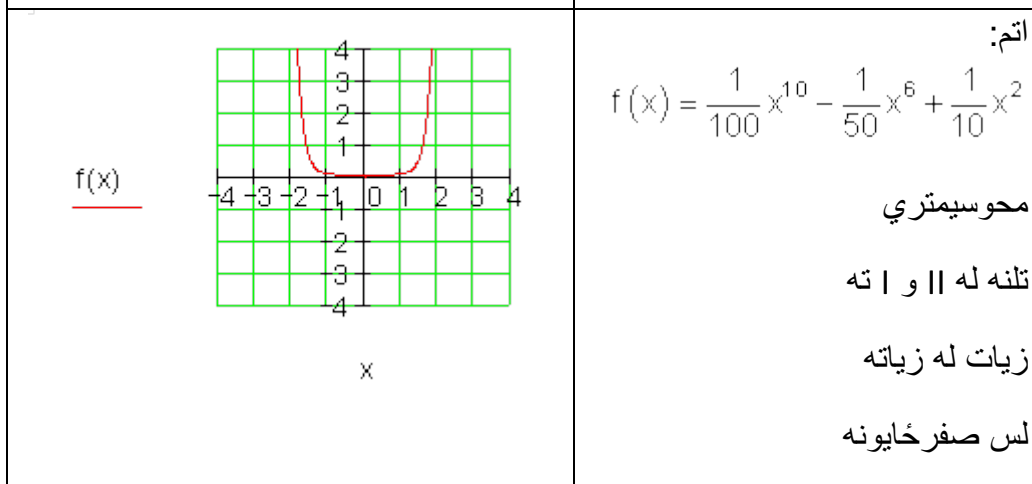
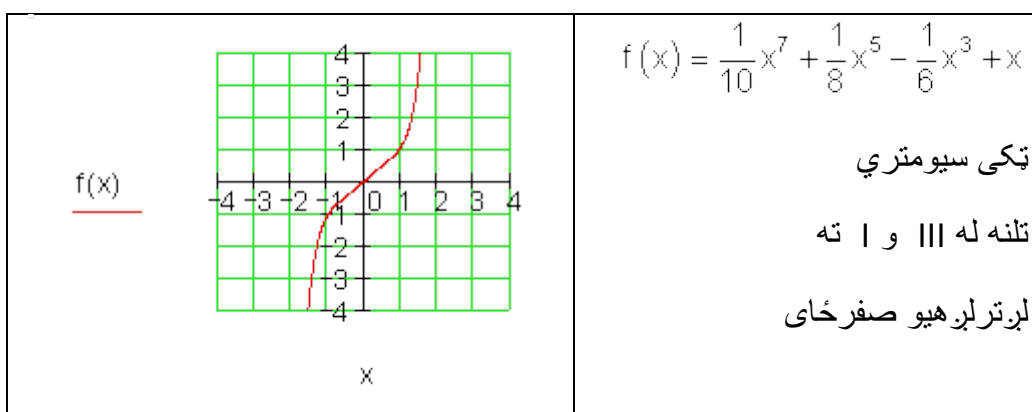


پنځم:



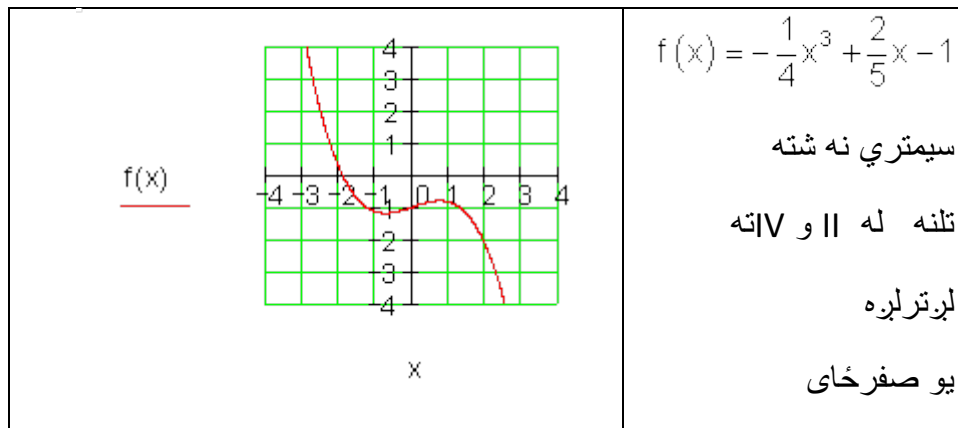


اووم:

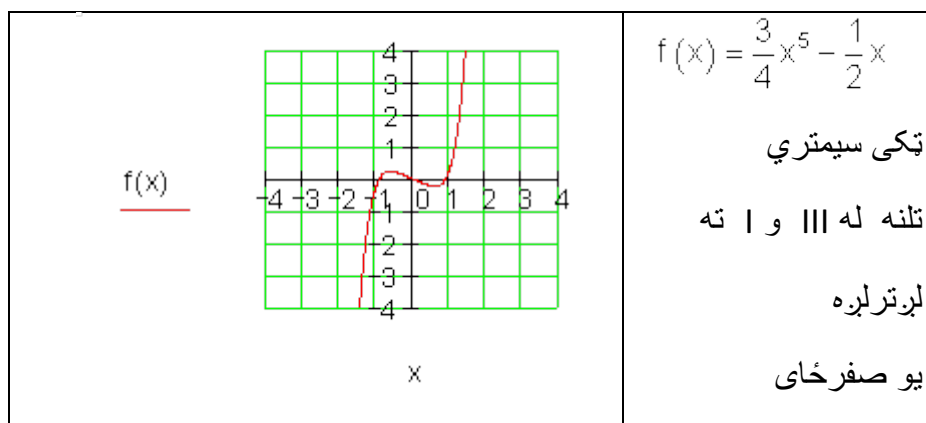




نهم:



لسم:

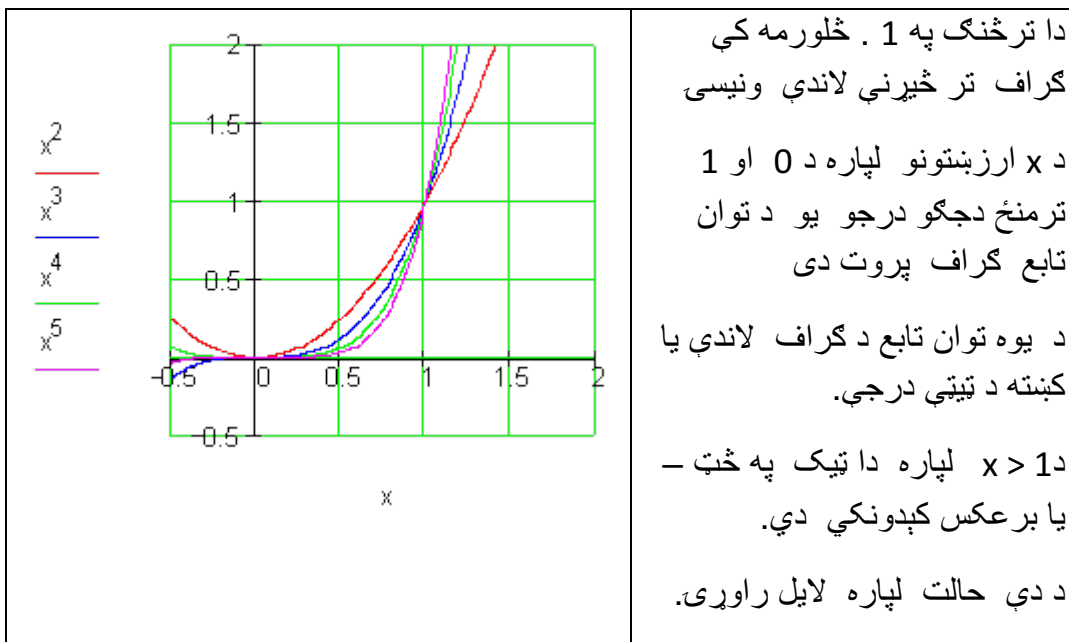


پوبنتنی

تول نسبتی- یا راشنل توابع|

د توانتوابعو خویونه

لومری -



دا ترخنگ په 1 . څلورمه کي  
 گراف تر څيرني لاندې ونيسي  
 د  $x$  ارزښتونو لپاره د 0 او 1  
 ترمنځ د جگو درجو يو د توان  
 تابع گراف پروت دی  
 د يوه توان تابع د گراف لاندې يا  
 کښته د ټيټې درجې.  
 د  $x > 1$  لپاره دا ټيک په څټ –  
 يا برعکس کېدونکي دي.  
 د دې حالت لپاره لایل راوړی.

دويم – د دريمې درجې توان تابع کراف دې په دوه واحده کيڼې لور ته او ټرلی په درې  
 واحده پورته لور ته و کښل شي.

د دې راکښل شوي تابع مساوات لپاره دې د تابع مساوات ورکړ شي.  
 دريم –

د څلورمې درجې توان تابع گراف دې په درې واحده ښی لور ته او پسي ټرلی دې په  
 دوه ضريبه وغزول شي.

الف – د راکښل شوي گراف لپاره تابع مساوات ورکړی

ب – وښايی، چې گراف نه محور – او نه ټکی سيومتريک دی.

څلورم – په کوم توان تابع  $f(x) = x^n$  کې ټکی په گراف اړه لري؟

د دې توان توابعو مساوات ورکړی.

الف -  $P(-3 | -27)$  - ب -  $P(-2 | 16)$  - پ -  $P(0,5 | 0,25)$  - ت -  
 $P\left(\frac{1}{3} \mid \frac{1}{27}\right)$

ت -  $P(0,1 | 0,0001)$  - ث -  $P(-1 | 1)$  - ج -  $P(-2 | 8)$  - چ -  $P\left(\frac{3}{4} \mid \frac{81}{256}\right)$

پنجم -

د لاندې توان توابعو سیومتری او د گراف تلنه وټاکي او د هر یوه ارزښتدېری (ارزشتست) او درجه ورکړي.

الف -  $f(x) = 4x^3$  - ب -  $f(x) = -160x^2$  - پ -  $f(x) = -1500x$

ت -  $f(x) = \sqrt{2} \cdot x^6$  - ث -  $f(x) = 5$  - ج -  $f(x) = -25x^5$

شپږم -

لاندې تابع مساوات د پولینوم په بڼه انځور کړي.

هر ځل یې درجه ورکړي.

الف -  $f(x) = (x-2)^2 - 4x^3$  - ب -  $f(x) = 4(x+5)^3 + (x-2)(x+2)$

پ -  $f(x) = 2x^3 - (x-1)^2$  - ت -  $f(x) = (x-4)(x+1)^2$

ث -  $f(x) = (x^2 - 4)(x^3 - x^2 + 4)$  - ج -  $f(x) = \frac{x-5}{8}(x-2) + \frac{3}{4}x^2$

اوم -

دلیل راری:

د یوه ناجوره(طاق) درجې تولراشنل تابع گراف د  $x$  محور لږ ترلږه په یوه خُل غوڅوي.

دا هلته هم باور لري که درجه حوره یا جفتوي؟

خوابونه:

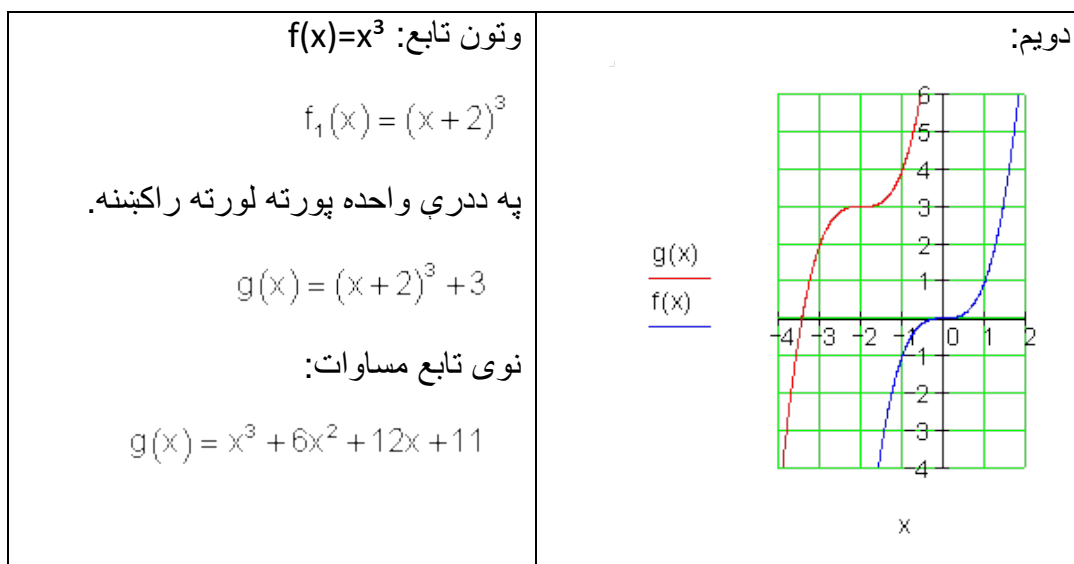
د توان تابع خویونه

نتیجې او خنی مفصل حلونه:

لومړی نتیجه :

که یو عدد چې له ۱ کوچنی وي له خپل خان سره ضرب شي، نو نتیجه یې تل کوچنی کيږي.

که یو عدد د یوه عدد سره چې له ۱ لوی وي ضرب شي، نو نتیجه یې تل لویيږي



دریم:

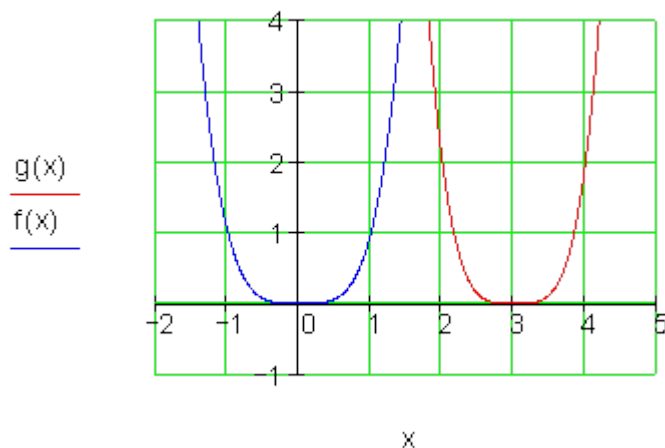
الف - وتونتابع:  $f(x) = x^4$

په درې واحده بني لورته راكېنه:  $f_1(x) = (x-3)^4$

په ۲ ضريب غزونه:  $g(x) = 2(x-3)^4$

نوی تابع مساوات:

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$



ب - محورسيومتريک:  $g(-x) = g(x)$

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$

$$\begin{aligned} g(-x) &= 2(-x)^4 - 24(-x)^3 + 108(-x)^2 - 216(-x) + 162 \\ &= 2x^4 + 24x^3 + 108x^2 + 216x + 162 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq g(x)$$

لاس ته راورنه: گراف محور سیومتريک نه دی.

تکی سیومتريک:  $g(-x) = -g(x)$  (  $g(-x)$  پورته دي وکتل شي).

$$-g(x) = -2x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 216x - 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq -g(x)$$

لاس ته راورنه: گراف تکی سیومتريک نه دی. خلورم:

الف -  $P(-3|-27)$  د  $f(x) = x^3$  په گراف پروت دی، ځکه چې  $f(-3) = (-3)^3 = -27$

ب -  $P(-2|16)$  د  $f(x) = x^4$  په گراف پروت دی، ځکه چې  $f(-2) = (-2)^4 = 16$

پ -  $P(0,5|0,25)$  د  $f(x) = x^2$  په گراف پروت دی، ځکه چې  $f(0,5) = 0,25$

ت -  $P\left(\frac{1}{3} \mid \frac{1}{27}\right)$  د  $f(x) = x^3$  په گراف پروت دی، ځکه چې  $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

ټ -  $P(0,1|0,0001)$  د  $f(x) = x^4$  په گراف پروت دی، ځکه چې  $f(0,1) = 0,0001$

ث -  $P(-1|1)$  د  $f(x) = x^n$  په گراف پروت دی، د جوړه  $n$  سره

ج -  $P(-2|8)$  توان تابع نه شته، چې گراف يې په دي ټکي کې وځلي، ځکه چې  $(-2)^3 = -8$

چ -  $P\left(\frac{3}{4} \mid \frac{81}{256}\right)$  د  $f(x) = x^4$  په گراف پروت دی، ځکه چې  $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{81}{256}$

پنځم - نتیجه:

د الماني پښتو: تکی سیومتريک، محور سیومتريک

الف -  $f(x) = 4x^3$  تکی سیومتريک  $W = \mathbb{R}; n = 3 \rightarrow \text{III}$

ب -  $f(x) = -160x^2$  محور سیومتريک  $W = \mathbb{R}_-; n = 2 \rightarrow \text{IV}$

پ -  $f(x) = -1500x$  تکی سیومتريک  $W = \mathbb{R}; n = 1 \rightarrow \text{I}$

ت -  $f(x) = \sqrt{2} \cdot x^6$  محور سیومتريک  $W = \mathbb{R}^+ ; n = 6$   $II \rightarrow I$

ب -  $f(x) = 5$  محور سیومتريک  $W = \{5\} ; n = 0$   $II \rightarrow I$

ث -  $f(x) = -25x^5$  تکی سیومتريک  $W = \mathbb{R} ; n = 5$   $II \rightarrow IV$

شپيرم - نتیجی: د المانی پینتو: درجه

$$f(x) = (x-2)^2 - 4x^3 = -4x^3 + x^2 - 4x + 4 \quad \text{الف -}$$

دریمه درجه  $n=3$

$$f(x) = 4(x+5)^3 + (x-2)(x+2) = 4x^3 + 61x^2 + 300x + 496 \quad \text{ب -}$$

دریمه درجه  $n=3$

$$f(x) = 2x^3 - (x-1)^2 = 2x^3 - x^2 + 2x - 1 \quad \text{پ -}$$

$$f(x) = (x-4)(x+1)^2 = x^3 - 2x^2 - 7x - 4 \quad \text{ت -}$$

$$f(x) = (x^2 - 4)(x^3 - x^2 + 4) = x^5 - x^4 - 4x^3 + 16 \quad \text{ث -}$$

$$f(x) = \frac{x-5}{8}(x-2) + \frac{3}{4}x^2 = \frac{7}{8}x^2 - \frac{7}{8}x + \frac{5}{4} \quad \text{ث -}$$

دویمه درجه  $n=2$

اوم - مفصل خُواب:

د یو ناجوره درجی ټولراشنل تابع گراف له III و I ته یا له II و IV ته خُغلی(خُی). له دې سره په هر حالت د x محور لږ ترلږه یو خُل غوڅیږي(لږ ترلږه یو صفرخای) د یوه جوړه درجی ټولراشنل تابع د گراف تلنه له II و I ته یا له III و IV ته خُغلی(خُی). له دې سره په اړینه توگه د x محور نه غوڅیږي ( صفرخای نه شته)

پوښتنی

II ټول راشنل توابع

## سیومتری او تلنه

لومری - و څپری، چي ایا  $f(x)$  یو ټولراشنل تابع دی. په ورکړشوي حالت کې د تابع گراف، درجه او د ضریبونو  $a_0; a_1; a_2; \dots a_n$  ارزښتونه ورکړی.

الف -  $f(x) = 2$  - ب -  $f(x) = 4x$  - پ -  $f(x) = 2^x$  - ت -  $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8}$

ب -  $f(x) = \sqrt{3}x^4$  - ث -  $f(x) = \frac{1}{x}$  - ج -  $f(x) = \sqrt{x}$  - چ -  $f(x) = (x - \sqrt{3})^2$

ح -  $f(x) = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$  - خ -  $f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4$

دویم - د لاندې ټولراشنل توابعو څخه کوم یې محور سیومتریک او کوم یې ټکی سیومتریک دي؟

الف -  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$  - ب -  $f(x) = x^3 + 3x + 1$  - پ -  $f(x) = (x - 2)(x + 2)$

ت -  $f(x) = x^6 - 6x^2 + \sqrt{3}$  - ث -  $f(x) = (x - 2)^3(x - 1)$  - ج -  $f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$

ج -  $f(x) = (2x^4 + 2x^2 + 5)x$  - چ -  $f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x + 1)(x - 1)$

ح -  $f(x) = 1 - 3x^2 + x^6$

دریم - د متحوله داسی وټاکي، چي د تابع گراف ټکی سیومتریک او همداسی محور سیومتریک شي.

الف -  $f(x) = x^3 + 4x + c$  - ب -  $f(x) = (x - c)(x + 4)$  - پ -  $f(x) = x^5 + x^c$



$$f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x \quad \text{ت} \quad f(x) = c + x^3 \quad \text{ب} \quad f(x) = x^3(x^2 - cx)$$

څلورم : د لاندې توابعو د گراف تلنه معلومه کړی.

$$f(x) = 2x - 5 \quad \text{پ} \quad f(x) = -4x^4 + 3 \quad \text{ب} \quad f(x) = 2x^5 - 6x^3 \quad \text{الف}$$

$$f(x) = -6x + 3 \quad \text{ت} \quad f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5 \quad \text{ب} \quad f(x) = -2x^2$$

$$f(x) = -2x^5 + 6x^3 \quad \text{ج} \quad f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^5$$

پنځم - د لاندې توابعو د گراف تلنه او سیومتری ورکړی.

$$f(x) = x \left( x + \frac{1}{2} \right) \left( 8 - \frac{1}{2}x \right) \quad \text{ب} \quad f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2 \quad \text{الف}$$

$$f(x) = x^5 + x^3 - 2x \quad \text{ت} \quad f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5 \quad \text{پ}$$

$$f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9) \quad \text{ت} \quad f(x) = 5 \quad \text{ب}$$

$$f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27) \quad \text{ج} \quad f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$$

$$f(x) = -x^5 + x^3 - 2 \quad \text{خ} \quad f(x) = -3 \quad \text{ح}$$

شپږم : د لاندې تابعو صفرځیونه وشمېری:

$$f(x) = (x - 4)(-x + 2) \quad \text{ب} \quad f(x) = (x - 4)(x - 2)(x + 1) \quad \text{الف}$$

$$f(x) = 3(x - 4)^3(x + 2) \quad \text{ت} \quad f(x) = x(x + 5)^2 \quad \text{پ}$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 \quad \text{ت} \quad f(x) = (2x - 4)(x + 3)x^3 \quad \text{ب}$$

## حوابونه:

د ټولراشنل توابعو و سیومتری او تلنه

نتیجی

لومړی -

$$\text{الف - } f(x) = 2 \quad n=0 \quad a_0 = 2 \quad \text{ب - } f(x) = 4x \quad n=1 \quad a_1 = 4$$

پ -  $f(x) = 2^x$  ټول راشنل تابع نه دی ( اکسپوننسل تابع )

$$\text{ت - } f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8} = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x \quad n=3 \quad a_3 = \frac{1}{8} \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب - } f(x) = \sqrt{3}x^4 \quad n=4 \quad a_4 = \sqrt{3}$$

ث -  $f(x) = \frac{1}{x}$  ټول راشنل تابع نه دی ( مات یا کسری راشنلتابع )ج -  $f(x) = \sqrt{x}$  ټول راشنل تابع نه دی ( ریینه تابع )

چ -

$$f(x) = (x - \sqrt{3})^2 = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 \quad n=2 \quad a_2 = 1 \quad a_1 = -2\sqrt{3} \quad a_0 = 3$$

$$\text{ح - } f(x) = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = x^2 - 2 \quad n=2 \quad a_2 = 1 \quad a_0 = -2$$

خ -

$$f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4 = 16x^3 + 3x^2 - 4 \quad n=3 \quad a_3 = 16 \quad a_2 = 3 \quad a_0 = -4$$

دویم : نتیجی:

الف -  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$  محور سیومتريک،  $n$  جوړه.ب -  $f(x) = x^3 + 3x + 1$  سیومتري نه شتهپ -  $f(x) = (x-2)(x+2) = x^2 - 4$  محور سیومتريک  $n$  جوړه.ت -  $f(x) = x^6 - 6x^2 + \sqrt{3}$  محور سیومتريک  $n$  جوړهث -  $f(x) = (x-2)^3(x-1) = x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8$  سیومتري نه شتهث -  $f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$  مورسیومتري  $n$  جوړهج -  $f(x) = (2x^4 + 2x^2 + 5)x = 2x^5 + 2x^3 + 5x$  تکی سیومتري  $n$  ناجوړه یا طاق.چ -  $f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x+1)(x-1) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$  سیومتري نه شتهح -  $f(x) = 1 - 3x^2 + x^6 = x^6 - 3x^2 + 1$  محور سیومتريک  $n$  جوړه.دریم : نتیجی : الف -  $f(x) = x^3 + 4x + c$ ب -  $f(x) = (x-c)(x+4)$  د تکی سیومتري لپاره  $c=0$ .د محور سیومتري لپاره  $c=4$   $f(x) = (x-c)(x+4) = x^2 + 4x - cx + 4c$

$$\text{پ۔ } f(x) = x^5 + x^0$$

$f(x) = x^5 + x^0$  c ناجوره یا طاق د تکی سیومتری لپاره.

$$\text{ت۔ } f(x) = x^3(x^2 - cx)$$

$f(x) = x^3(x^2 - cx) = x^5 - cx^4$  د تکی سیومتری لپاره  $c=0$ .

$$\text{ب۔ } f(x) = c + x^3$$

$f(x) = c + x^3$  د تکی سیومتری لپاره  $c=0$

$$\text{ث۔ } f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$$

$f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$  د تکی سی، متری لپاره  $c=-1$ .

څلورم – بنوونه:

$$\text{الف۔ } f(x) = 2x^5 - 6x^3$$

$f(x) = 2x^5 - 6x^3$  له III و I ته

$$\text{ب۔ } f(x) = -4x^4 + 3$$

$f(x) = -4x^4 + 3$  له III و IV ته

$$\text{پ۔ } f(x) = 2x - 5$$

$f(x) = 2x - 5$  له III و I ته

$$\text{ت. } f(x) = -2x^2$$

$$f(x) = -2x^2 \text{ له III و IV ته}$$

$$\text{ب. } f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$$

$$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5 \text{ له II و I ته}$$

$$\text{ث. } f(x) = -6x + 3$$

$$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5 \text{ له II و I ته}$$

$$\text{ج. } f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^5$$

$$f(x) = -6x^5 + 4x^4 + 3x^3 \text{ له II و IV ته}$$

$$\text{چ. } f(x) = -2x^5 + 6x^3$$

$$f(x) = -2x^5 + 6x^3 \text{ له II و IV ته}$$

$$\text{پنځم. - نتیجی: الف. } f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2$$

$$f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2 = -\sqrt{5}x^4 + \sqrt{3}x^2 - 2 \text{ محور سیومتری له III و IV ته}$$

$$\text{ب. } f(x) = x \left( x + \frac{1}{2} \right) \left( 8 - \frac{1}{2}x \right)$$

$$f(x) = x \left( x + \frac{1}{2} \right) \left( 8 - \frac{1}{2}x \right) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{31}{4}x^2 + 4x$$

سیومتری نه شته له II و IV ته

پ -  $f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$

$f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$  محور سیومتری له II و I ته

ت -  $f(x) = x^5 + x^3 - 2x$

$f(x) = x^5 + x^3 - 2x$  تکی سیومتری له III و I ته

ب -  $f(x) = 5$

$f(x) = 5$  محور سیومتری له II و I ته

ث -  $f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9)$

سیومتری نه شته  $f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9) = x^4 + 6x^3 - 16x^2 - 150x - 225$

له II و I ته

ج -  $f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$

$f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$  سیومتری نه شته له III و I ته

چ -  $f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$

$f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$

سیومتری نه  $= 4x^8 + 32x^7 + 60x^6 + 76x^5 + 800x^4 + 1620x^3 - 864x^2 - 1728x$

شته له II و I ته

ح -  $f(x) = -3$  ،  $f(x) = -3$  محور سیومتری له III و IV ته

خ -  $f(x) = -x^5 + x^3 - 2$  ،  $f(x) = -x^5 + x^3 - 2$  سیومتری نه شته له II و IV ته

شپږم : نتیجی:

$$\text{الف - } f(x) = (x-4)(x-2)(x+1)$$

$$f(x) = (x-4)(x-2)(x+1) \Rightarrow P_{x_1}(4|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-1|0)$$

$$\text{ب - } f(x) = (x-4)(-x+2) \Rightarrow P_{x_1}(4|0); P_{x_2}(2|0)$$

$$\text{پ - } f(x) = x(x+5)^2 = x(x+5)(x+5) \Rightarrow P_{x_1}(0|0); P_{x_2/3}(-5|0)$$

$$\text{ت - } f(x) = 3(x-4)^3(x+2)$$

$$f(x) = 3(x-4)^3(x+2) = (x-4)(x-4)(x-4)(x+2)$$

$$\Rightarrow P_{x_{1/2/3}}(4|0); P_{x_4}(-2|0)$$

$$\text{ټ - } f(x) = (2x-4)(x+3)x^3$$

$$f(x) = (2x-4)(x+3)x^3 \Rightarrow P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-3|0); P_{x_{3/4/5}}(0|0)$$

$$\text{ٺ - } f(x) = x^3 - 2x^2$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 = x^2(x-2) \Rightarrow P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0)$$

## 2.15-د ټولراشنل توابعو محور غوڅتکي ( د محور د تقاطع نقطی )

د ټولراسنل توابعو محور غوڅتکي ( د محور د تقاطع نقطی )

د  $y$  محور سره غوڅتکي  $P_y(0|y_s)$  :  $P_y(0|y_s)$  شرط:  $y_s = f(0)$

بیلگه : د یا په معنا

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3 \\ \Rightarrow P_y(0|-3) \text{ oder } P_y(0|f(0))$$

د  $P_y$  د  $y$  کواوردینات تل د ضربیونو  $a_0$  سره کټمټ ده.

دا تل د تابع مساوات څخه لوستل کېدی شي.

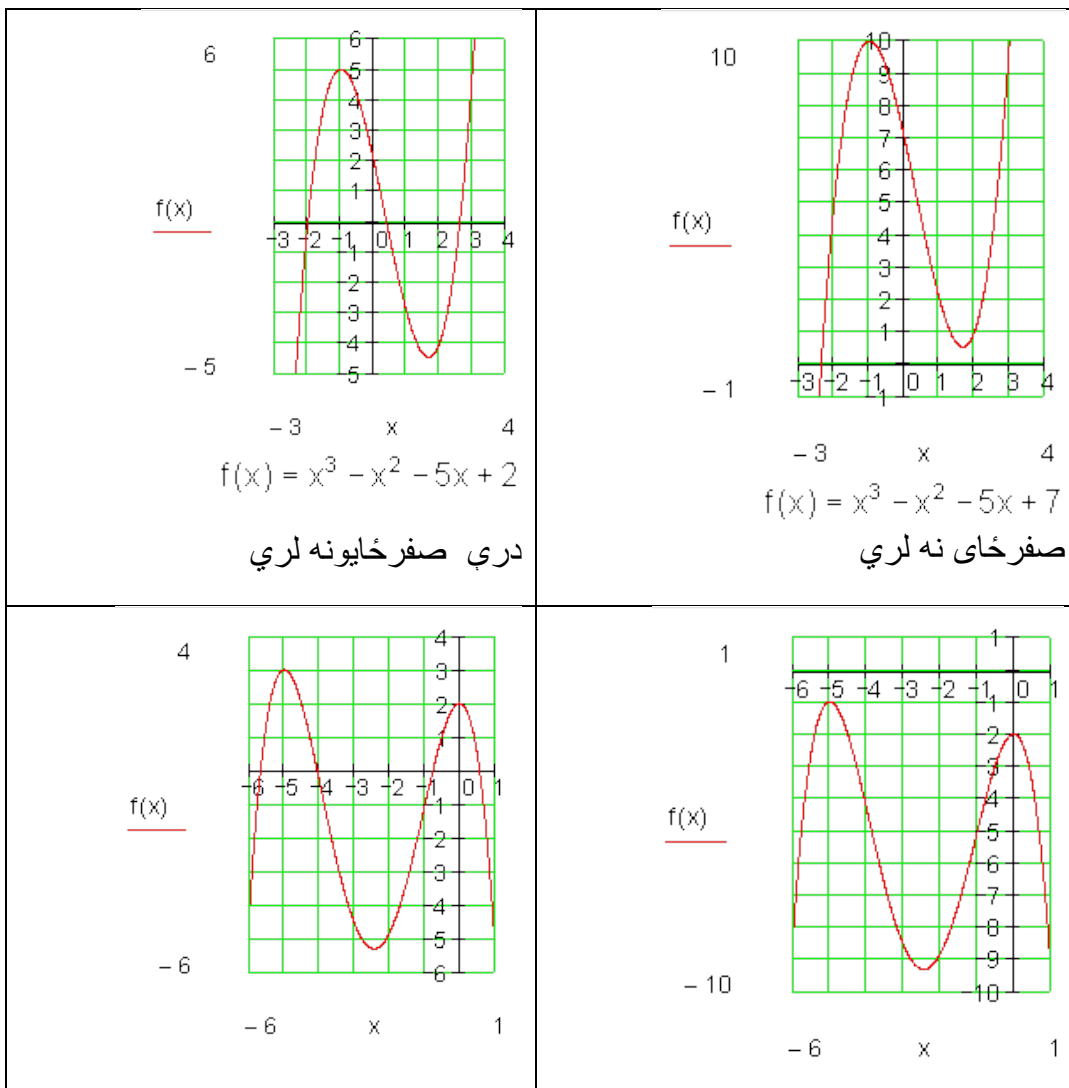


2.15- د تولراشنل توابعو محور غوڅتکي

د  $x$ -محور سره غوڅتکي  $P_y(x_s | 0)$  صفرځای : شرط:  $f(x) = 0$

د مربع تابع ( د دویمي درجي تولراشنلتابع) څخه بو هیرو، چي دا دوه، یو، یا هیڅ صفرځایونه لرو دی شي. دا د جگ درجو ټول راشنلتابع سره څنگه دی؟

بیلگه:



|   |   |
|---|---|
| $f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x + 2$ | $f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x - 2$ |
| څلور صفرځايونه لري.                       | د صفرځای نه شتون                          |

جمله:

يو د  $n$  -مي درجي تولراشنل تابع زيات له زياته  $n$  صفرځايونه لري.

که  $n$  جوړه وي، نو دا لږترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځايونو شميرني لار (تگلار)

د فکتوري کونو يا صربيونو تگلار:  $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$

فاکتور  $x$  له نوکانو راوتلی شي.

$$\Leftrightarrow x(2x^2 - 2x - 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

او په نوکانو کې افاده يا ويينه صفر دی.

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

مربع مساوات دی.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{array} \right.$$

صفر ځايونه :

$$x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -1$$

د  $x$  محور سره غوڅتکي

$$P_{x_1}(0|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-1|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{2x(x+1)(x-2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

(پورته) د کرښيز ضريبونو ضرب

د بدلون قانون:

يادونه: په دې معنا چې د يوې اووښتوني يا متحولي لپاره بله متحوله ځا په ځاى کوو.

$$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad \text{بي مربعيز (بي څلوريز) مساوات}$$

بدلون:  $x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad p = -13 \quad q = 36$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36 = \frac{169}{4} - \frac{144}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} z_1 = \frac{13}{2} + \frac{5}{2} = 9 \\ z_2 = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4 \end{array} \right.$$

بدلون په څنټ- يا بېرته گرځوو:

$$\begin{aligned} x^2 = z_1 = 9 & \quad | \quad \sqrt{\phantom{x}} & \quad x^2 = z_2 = 4 & \quad | \quad \sqrt{\phantom{x}} \\ \Rightarrow |x| = \sqrt{9} & & \quad |x| = \sqrt{4} & \\ \Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 & & \quad x_3 = 2 \quad x_4 = -2 & \end{aligned}$$

د  $x$  محور سره غوڅتکي

$$P_{x_1}(3|0); P_{x_2}(-3|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-2|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د کرښيز ضریبونو ضرب

پولینوم وېش:

که د یوه پولینوم صفرځای معلوم وي، نو کړی شو د پولینوم وېش له لارې د پولینوم درجه په یوه کمه کړو. که دا مو مربع مساوات ته لارښود کړي یا بوځیو نو ساده دی، چې نور صفرځایونه پیدا کړو. لاندې بیلگې دې د پولینوم وېش روښانه کړي.

د بیلگې په توگه د دریمې درجې تولراشنل تابع صفرځایونه معلوم دي، نو کیدی شي چې د تابع مساوات د کرښيزو صریبونو په څېر ولیکلی شو:

$$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$$

چیرته چې  $x_1; x_2; x_3$  صفرځایونه دي.

مور اوس په څرگنده توگه تابع تر څیرني لاندې نیسو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

چیرته چې  $x=2$  یو صفرخای دی، ځکه چې

$$f(2) = 2^3 - 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

له دې سره له دې سره کېدی شي د تابع مساوات د  $x=2$  صفرخای لاندې (له امله) په پام کې ونیسو او لکه چې لاس ته راځي و لیکو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\dots)(x - 2)$$

د صفرخای ټاکلو لپاره ایښوونه:  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\dots)(x - 2) = 0$   
دا افاده  $x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\dots)(x - 2) = 0$  څیړو

د نوکانو افادې یا وینې (... ) ټاکو

دواړه لوري په  $(x-2)$  وپشو

$$(x^3 - x^2 - 5x + 6) : (x - 2) = (\dots)$$

په دې توگه د نوکانو افاده (... ) لاس ته راځي.

وېش د لیکنیز وېش قانون سره سم مخ ته بیایو

$$\begin{array}{r} (x^3 - x^2 - 5x + 6) : (x - 2) = x^2 + x - 3 \\ - (x^3 - 2x^2) \\ \hline x^2 - 5x \\ - (x^2 - 2x) \\ \hline -3x + 6 \\ - (-3x + 6) \\ \hline \end{array}$$

د نوکانو افاده (...) اوس  $x^2+x-3$  بڼه لري

له دې لاس ته راځي د صفرځای ټاکنو لپاره ایښوونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\dots)(x-2)=(x^2+x-3)(x-2)=0$$

نو دا مربع مساوات  $x^2+x-3$  اوس حل کوو.

دا د  $-p-q$  فرمول سره ځوابوو:

$$p = 1; q = -3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 3 = \frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2,3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \\ x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \end{array} \right.$$

صفرځایونه:

$$x_1 = 2; x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}}; x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}}$$

د  $x$  محور سره غوڅتکي:

$$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \mid 0\right); P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \mid 0\right)$$

تابع مساوات:

$$f(x) = (x-2)\left(x + \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}}\right)\left(x + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}}\right) \Leftrightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

## د هورنر شیمما Horner- Schema

د پولینوم وېشنې پر ځای کیدی شي د تولراشنل تابع درجه د هورنر شیمما له لارې هم کمه شي.

مور د هورنر شیمما څیرو:

مور بیرته تابع ترڅیرني لاندې نیسو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

چیرته چې  $x_1 = 2$  یو صفرځای دی.

د  $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$  لپاره د هورنر شیمما د  $x_1 = 2$  سره

|  |  |
|--|--|
| <p>موخه د ضریب <math>(x-2)</math> له نوکانو وتته ده.</p> $  \begin{array}{r}  1 \quad -1 \quad -5 \quad 6 \\  x = 2 \downarrow \quad \underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{-6} \\  \quad \quad \quad 1 \quad 1 \quad -3 \quad 0  \end{array}  $ | <p>په دریمه لیکه کې درې عددونه د وېش نتیجه لپاره هم د پاتې پولینوم ضریبونه بللکیري.</p> $  f(x) = \underbrace{(x-2)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(1 \cdot x^2 + 1 \cdot x - 3)}_{\text{Restpolynom}}  $ <p>پاتې پولینوم کرښیز ضریب</p> |
|--|--|

د  $f(x)$  د نورو صفرځایونو لپاره د پاتې یا باقي پولینوم صفرځایونه شمیرو. دا د اړونده مربع مساوات د حل له لارې کیري.

نتیجه یې د لاندې پولینوم وېش بیلگې سره وگورئ.

بیلگه:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 - x - 4$$

چیرته چې  $x_1 = -2$  یو صفرځای دی.

|  |   |
|--|---|
| $\begin{array}{r} \frac{1}{4} \quad 1 \quad -1 \quad -4 \\ x = -2 \downarrow \quad -\frac{1}{2} \quad -1 \quad 4 \\ \hline \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 0 \end{array}$ | <p>باقي يا پاتي پولينوم:<br/> <math>\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2</math></p> <p><math>f(x) = (x+2)\left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2\right)</math></p> <p>د مربع مساوت حل<br/> <math>\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0</math> له دې لاس<br/> ته راځي او معکوس: <math>x_2=2</math> او <math>x_3=-4</math></p> |
|--|---|

بيلگه:

چيرته چې  $x_1 = 1$  يو صفرځای دی  $f(x) = -x^3 + 7x - 6 = -x^3 + 0 \cdot x^2 + 7x - 6$

|  |   |
|--|---|
| $\begin{array}{r} -1 \quad 0 \quad 7 \quad -6 \\ x = 1 \downarrow \quad -1 \quad -1 \quad 6 \\ \hline -1 \quad -1 \quad 6 \quad 0 \end{array}$ | <p>باقي پولينوم: <math>-1 \cdot x - 1 \cdot x + 6</math></p> <p><math>f(x) = (x-1)(x^2 - x + 6)</math></p> <p>د مربعيز مساوات حل:</p> <p><math>x^2 - x + 6</math> له دې لاس تره اوپه<br/> څټ يا برعکس <math>x_2=2</math> او <math>x_3=-3</math></p> |
|--|---|

لکه بيلگه چې بنايي، د هورن شيما سره د پاتي پولينوم ټاکنه ساده ده نسبت د پولينوم وېش ته.

دا ټولې پورته تلنلاري مو د مربع مساوات حل ته لارښودوي. که دا ونه توانيږو، نو د نومريکي تلنلارو څخه کار اخستل کيږي، چې دا دلته نه څېړل کيږي.



تمرینونه: د پولینوم وېش...

د لنډې ترمونو لپاره د پولینوم وېش وکاروی:

$$\text{لومړۍ - } (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 1) \text{ دیم - } (2x^3 - 14x - 12) : (x - 3)$$

$$\text{دریم - } (3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7) \text{ څلورم -}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x + 2)$$

$$\text{پنځم - } \left(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4\right) : (x + 2) \text{ شپږم - } \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x - 2)$$

$$\text{اوم - } \left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : (x - 3) \text{ اتم - } \left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5\right) : (x + 3)$$

$$\text{نهم - } \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x + 3) \text{ لسم - } (3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 1)$$

ځوابونه

تولراشنل تابع III (پولینوم وېش)

نتیجې او مفصل ځوابونه

$$(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 1) = x^2 + x - 6$$

$$(2x^3 - 14x - 12) : (x - 3) = 2x^2 + 6x + 4$$

2.15-د تولراشنل توابعو محور غوڅتکي ۶۰۱

$$(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7) = 3x^2 + 6x - 9$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x + 2) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$$

$$\left(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4\right) : (x + 2) = x^2 + \frac{7}{2}x - 2$$

$$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x - 2) = x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : (x - 3) = x^2 + \frac{7}{4}x - \frac{1}{2}$$

$$\left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5\right) : (x + 3) = x^2 - \frac{14}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x + 3) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$$

$$(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 1) = 3x^2 - 12x - 63$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\begin{array}{r} (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 1) = x^2 + x - 6 \\ \underline{-(x^3 + x^2)} \\ \phantom{(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)} x^2 - 5x \\ \phantom{(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)} \underline{-(x^2 + x)} \\ \phantom{(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)} \phantom{x^2 - 5x} - 6x - 6 \\ \phantom{(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)} \phantom{x^2 - 5x} \underline{-(-6x - 6)} \end{array}$$

دویم:

$$\begin{array}{r}
 (2x^3 - 14x - 12) : (x - 3) = 2x^2 + 6x + 4 \\
 \underline{-(2x^3 - 6x^2)} \\
 6x^2 - 14x \\
 \underline{-(6x^2 - 18x)} \\
 4x - 12 \\
 \underline{-(4x - 12)} \\
 0
 \end{array}$$

دریم:

$$\begin{array}{r}
 (3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7) = 3x^2 + 6x - 9 \\
 \underline{-(3x^3 - 21x^2)} \\
 6x^2 - 51x \\
 \underline{-(6x^2 - 42x)} \\
 -9x + 63 \\
 \underline{-(-9x + 63)} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x + 2) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 \\
 \underline{-\left(\frac{1}{2}x^3 + x^2\right)} \\
 -\frac{5}{2}x^2 - 2x \\
 \underline{-\left(-\frac{5}{2}x^2 - 5x\right)} \\
 3x + 6 \\
 \underline{-(3x + 6)} \\
 0
 \end{array}$$

څلورم:

پنجم:

$$\begin{array}{r}
 \left(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4\right) : (x+2) = x^2 + \frac{7}{2}x - 2 \\
 \underline{-(x^3 + 2x^2)} \\
 \frac{7}{2}x^2 + 5x \\
 \underline{-\left(\frac{7}{2}x^2 + 7x\right)} \\
 -2x - 4 \\
 \underline{-(-2x - 4)}
 \end{array}$$

شپږم:

$$\begin{array}{r}
 \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x-2) = x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} \\
 \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
 \frac{7}{2}x^2 - \frac{11}{2}x \\
 \underline{-\left(\frac{7}{2}x^2 - \frac{14}{2}x\right)} \\
 \frac{3}{2}x - 3 \\
 \underline{-\left(\frac{3}{2}x - 3\right)}
 \end{array}$$

اوم:

## 2.15-د تولراشئل توابعو محور غوڅټکي

$$\begin{aligned} \left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : (x-3) &= x^2 + \frac{7}{4}x - \frac{1}{2} \\ -\left(x^3 - 3x^2\right) & \\ \hline \frac{7}{4}x^2 - \frac{23}{4}x & \\ -\left(\frac{7}{4}x^2 - \frac{21}{4}x\right) & \\ \hline -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & \\ -\left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) & \\ \hline & \end{aligned}$$

نتیجہ:

$$\begin{aligned} \left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x + -5\right) : (x+3) &= x^2 - \frac{14}{3}x - \frac{5}{3} \\ -\left(x^3 + 3x^2\right) & \\ \hline -\frac{14}{3}x^2 - \frac{47}{3}x & \\ -\left(-\frac{14}{3}x^2 - \frac{42}{3}x\right) & \\ \hline -\frac{5}{3}x - 5 & \\ -\left(-\frac{5}{3}x - 5\right) & \\ \hline & \end{aligned}$$

نتیجہ:

$$\begin{array}{r}
 \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x+3) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1 \\
 \underline{-(x^3 + 3x^2)} \\
 -\frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x \\
 \underline{-\left(-\frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x\right)} \\
 -x - 3 \\
 \underline{-(-x - 3)}
 \end{array}$$

لسم:

$$\begin{array}{r}
 (3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x-1) = 3x^2 - 12x - 63 \\
 \underline{-(3x^3 - 3x^2)} \\
 -12x^2 - 51x \\
 \underline{-(-12x^2 + 12x)} \\
 -63x + 63 \\
 \underline{-(-63x + 63)}
 \end{array}$$

تمرینونه: د ټول راشنل توابعو صفرخایونه.

#### تمرین ټولراشنل تابع IV

د صفرخایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

د یوه تاسو ته مناسب قانون له مخې د ټولراشنل توابعو صفرخایونه وټاکي. د  $x$  محور سره د گراف غوڅټکي وټاکي او د تابع مساوات د کرښیزو ضریبونو د ضرب په څیر انځور کړی.

## 2.15-د تولراشنل توابعو محور غوڅتکي

$$\text{اول - } f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{13}{2}x^2 + 18 \text{ دويم - } f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

$$\text{دریم - } f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 \text{ څلورم - } f(x) = -\frac{3}{2}x^4 + \frac{75}{2}x^2 - 216$$

$$\text{پنځم - } f(x) = -\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3 \text{ شپږم - } f(x) = -\frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x$$

$$\text{اوم - } f(x) = 3x^4 - 3 \text{ اتم - } f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2$$

$$\text{نهم - } f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 16x \text{ لسم - } f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 26x + 20$$

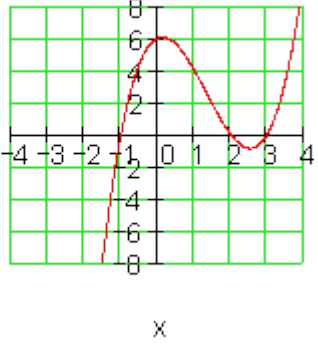
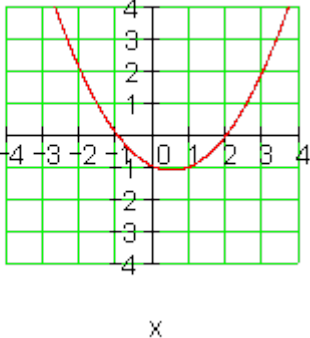
## نتیجی:

د تولراشنل توابعو تمریت IV ته.

د صفرځایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

لومړی:

|  |  |
|--|--|
| $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - \frac{13}{2}x^2 + 18 = 0 \quad x^2 = z$ $\frac{1}{2}z^2 - \frac{13}{2}z + 18 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 13z + 36 = 0$ $z_1 = 9; z_2 = 4 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 3; x_{3/4} = \pm 2$ $P_{x_1}(3 0); P_{x_2}(-3 0)$ $P_{x_3}(2 0); P_{x_4}(-2 0)$ $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ |  |
|--|--|

|  |  |
|--|--|
| $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ <p>د اټکل له مخي د صفرخای ټاکنه <math>x_1 = 2</math></p> $(x^3 - 4x^2 + x + 6) : (x - 2) = x^2 - 2x - 3$ $p = -2; q = -3 \Rightarrow D = 4$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = 1 + 2 = 3 \\ x_3 = 1 - 2 = -1 \end{array} \right.$ $P_{x_1}(2 0); P_{x_2}(3 0); P_{x_3}(-1 0)$ $f(x) = (x - 2)(x - 3)(x + 1)$ |   |
|    | $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ $x^2 - x - 2 = 0$ $p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \end{array} \right.$ $P_{x_1}(2 0); P_{x_2}(-1 0)$ $f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)(x + 1)$ |

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x^4 + \frac{75}{2}x^2 - 216 = 0$$

$$x^2 = z \Rightarrow -\frac{3}{2}z^2 + \frac{75}{2}z - 216 = 0$$

$$\Leftrightarrow z^2 - 25z + 144 = 0$$

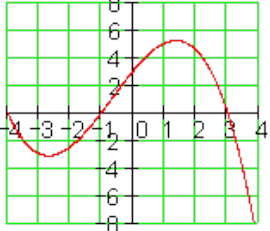
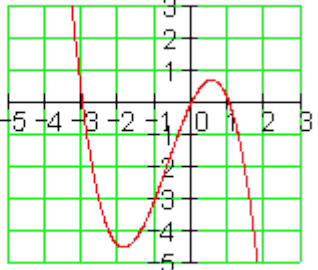
$$z_1 = 16; z_2 = 9 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 4; x_{3/4} = \pm 3$$

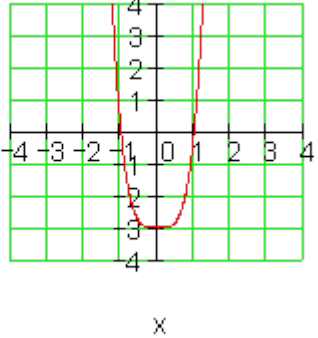
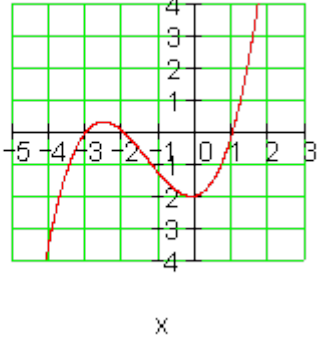
$$P_{x_1}(4|0); P_{x_2}(-4|0)$$

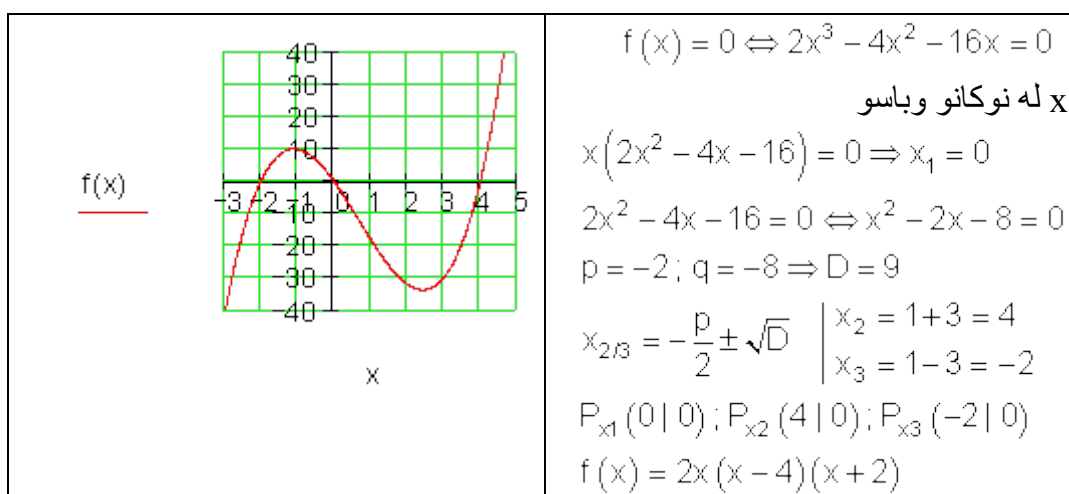
$$P_{x_3}(3|0); P_{x_4}(-3|0)$$



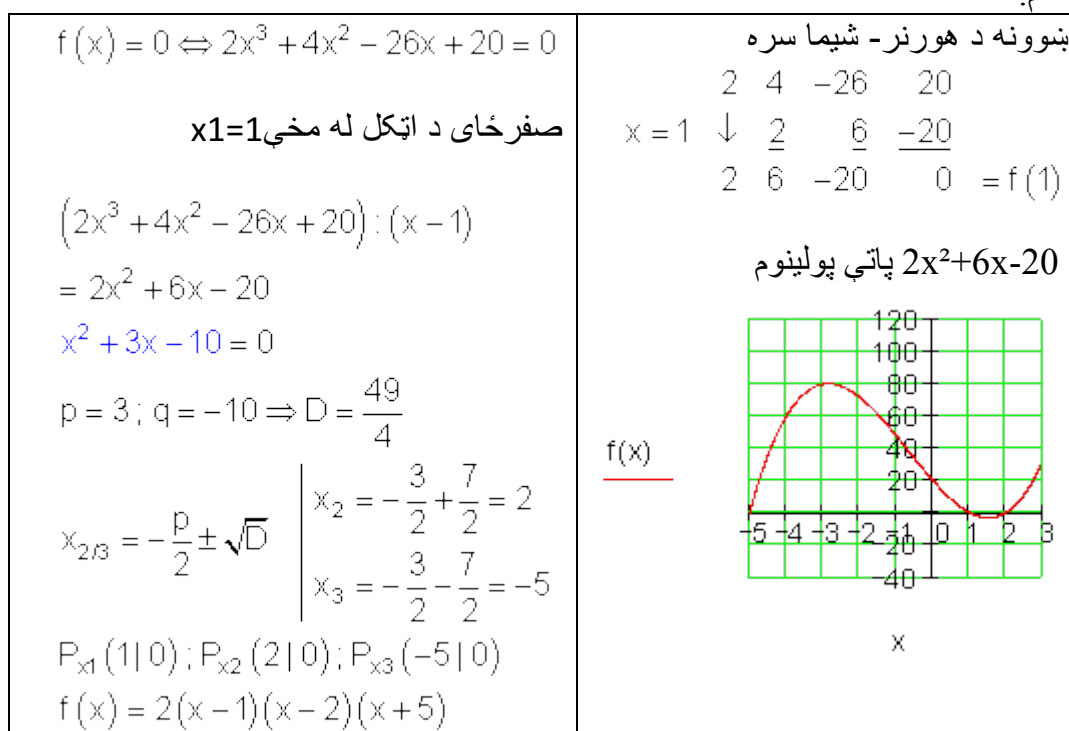
$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-4)(x+4)(x-3)(x+3)$$

|   |   |
|---|---|
| $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3 = 0$ <p>صفرځای توکلي نیسو <math>x_1=3</math></p> $\left(-\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3\right) : (x-3)$ $= -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1$ $x^2 + 5x + 4 = 0$ $p = 5; q = 4 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1 \\ x_3 = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = -4 \end{array} \right.$ $P_{x_1}(3 0); P_{x_2}(-1 0); P_{x_3}(-4 0)$ $f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)(x+1)(x+4)$ | <p>بنیونه د هورنر- شیماسره</p> $\begin{array}{r} -\frac{1}{4} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{11}{4} \quad 3 \\ x=3 \quad \downarrow \quad -\frac{3}{4} \quad -\frac{15}{4} \quad -3 \\ -\frac{1}{4} \quad -\frac{5}{4} \quad -1 \quad 0 = f(3) \end{array}$ $-\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1 = 0$ <p>پاتي - يا باقي پولینوم</p>  |
| $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x = 0$ <p>x له نوکانو وياسو</p> $x\left(-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ $-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$ $p = 2; q = -3 \Rightarrow D = 4$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = -1 + 2 = 1 \\ x_3 = -1 - 2 = -3 \end{array} \right.$  |    |

|  |  |
|--|--|
| $P_{x_1}(0 0); P_{x_2}(1 0); P_{x_3}(-3 0)$<br>$f(x) = -\frac{3}{4}x(x-1)(x+3)$  |  |
| $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^4 - 3 = 0$<br>$x^2 = z$<br>$3z^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 1 = 0$<br>$z_1 = 1; z_2 = -1 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 1$<br>$P_{x_1}(1 0); P_{x_2}(-1 0)$   |   |
| $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2 = 0$<br><b>د صفرځای اټکلونه <math>x_1=1</math></b><br>$\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2\right) : (x-1)$<br>$= \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$<br>$x^2 + 5x + 6 = 0$<br>$p = 5; q = 6 \Rightarrow D = \frac{1}{4}$<br>$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \\ x_3 = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = -3 \end{array} \right.$<br>$P_{x_1}(1 0); P_{x_2}(-2 0); P_{x_3}(-3 0)$<br>$f(x) = \frac{1}{3}(x-1)(x+2)(x+3)$ | <b>بڼوونه د هورنر- شپما سره</b><br>$\begin{array}{r rrrr} & 1 & 4 & 1 & -2 \\ x=1 & \downarrow & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 2 \\ & & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 2 \\ & & & & 0 = f(1) \end{array}$ <b>پاتي پولينوم</b><br>$\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$<br> |



لسم:



## پوښتنې

د ټول هوښيار يا راشنل توابعو محور غوڅټکي گرافونه

صفر ځايونه وشميرئ او گرافونه وکارئ

لومړئ: د لاندې توابعو صفر ځايونه وشميرئ

الف-  $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2$  ب-  $f(x) = x^2 - 6x + 9$

پ-  $f(x) = (x^2 - 25)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$  ت-  $f(x) = x^6 - x^4$

ب-  $f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x + 3)$  ث-  $f(x) = 3(x^2 + 4)(x^2 - 4x + 10)$

دويم: لومړئ: د د لاندې توابعو صفر ځايونه وشميرئ

الف-  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$  ب-  $f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4}$  پ-  $f(x) = x^6 - 8x^4 + 20x^2$

درېم: لومړئ: د د لاندې توابعو صفر ځايونه وشميرئ

الف-  $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$  ب-  $f(x) = x^3 - 12x + 16$

پ-  $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$  ت-  $f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20$

ب-  $f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}$  ث-  $f(x) = -3x^3 + 3x^2 - 3x + 3$

ج-  $f(x) = -5x^3 - 10x^2 - \frac{5}{2}x - 5$  چ-  $f(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 6$

## 2-د تولراشنل توابعو محور غوڅټکي

څلورم: لومړۍ: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف-  $f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12$  ب-  $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2$

پ-  $f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24$  ت-  $f(x) = (x^2 - 6x + 9)(x - 4)$

ټ-  $f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2$  ډ-  $f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36$

پنځم: د لاندې تولراشنل توابعو گرافونه په يوه مناسب پروتولاړ يا کواورديناټ سيټم کې وکارئ. د دې لپاره يو ارزښت جدول واچوئ او محور غوڅټکي وټاکئ

الف-  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$   $D_f = \{x \mid -0,5 \leq x \leq 4,5\}_{\mathbb{R}}$

ب-  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$   $D_f = \{x \mid -3,5 \leq x \leq 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ-  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$   $D_f = \{x \mid -0,2 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$

ت-  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$   $D_f = \{x \mid -3 \leq x \leq 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ټ-  $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$   $D_f = \{x \mid -2,5 \leq x \leq 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ډ- ج-  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$   $D_f = \{x \mid -0,2 \leq x \leq 8\}_{\mathbb{R}}$

شپږم: د لاندې توابعو صفرځايونه وټاکئ او گراف يې تر شونې پولي پورې ښه وکارئ. ارزښت جدول کيږدئ او ځنې ارزښتونه د جېشميري سره وشميرئ. ځنې صفرځايونه اټکل کړئ او که شونې وي، صفرځايونه وشميرئ.

الف-  $f(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{10}{3}x - 1$  ب-  $f(x) = 0,01(x^3 - x^2 - x + 1)$

پ-  $f(x) = 0,1x^3 - 0,3x^2 - 9x - 10$  ت-  $f(x) = (x - 1,7)(x^2 - 3)$

ځوابونه

د ټولراشنل توابعو صفرخاينو شميرنه او د گراف کيننه

نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجي:

لومړی:

الف-

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2(x^2 + 2x + 1) = x^2(x+1)(x+1) \\ \Rightarrow P_{x^{1/2}}(0|0); P_{x^{3/4}}(-1|0)$$

ب -

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3) \Rightarrow P_{x^{1/2}}(3|0)$$

پ -

$$f(x) = (x^2 - 25)\left(\frac{1}{2}x + 4\right) = (x-5)(x+5)\left(\frac{1}{2}x + 4\right) \\ \Rightarrow P_{x^1}(5|0); P_{x^2}(-5|0); P_{x^3}(-8|0)$$

ت -

$$f(x) = x^6 - x^4 = x^4(x^2 - 1) = x^4(x-1)(x+1) \\ \Rightarrow P_{x^{1/2/3/4}}(0|0); P_{x^6}(1|0); P_{x^8}(-1|0)$$

ث

$$f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x + 3) \Rightarrow P_{x^1}(0|0); P_{x^2}(3|0); P_{x^3}\left(\frac{3}{2}|0\right)$$

ث – د الماني پښتو:

$$f(x) = 3(x^2 + 4)(x^2 - 4x + 10)$$

$$x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -4 \Rightarrow |$$

حل نه شته

$$x^2 - 4x + 10 = 0 \Rightarrow p = -4 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 - 10 = 4 - 10 < 0 \Rightarrow |$$

حل نه شته

$$f(x) = 3(x^2 + 4)(x^2 - 4x + 10)$$

صفر ځايونه نه لري

دويم: مصفل حلونه:

الف-

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 \text{ Substitution } x^2 = z \Rightarrow f(z) = z^2 - 6z + 5$$

$$p = -6 ; q = 5 \Rightarrow D = (-3)^2 - 5 = 9 - 5 = 4$$

$$z_{1/2} = 3 \pm 2 \Rightarrow z_1 = 5 \text{ und } z_2 = 1$$

$$z_1 = 5 = x^2 \Rightarrow |x| = 5 \Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{5} \quad z_2 = 1 = x^2 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x_{3/4} = \pm 1$$

$$P_{x_1}(\sqrt{5} | 0); P_{x_2}(-\sqrt{5} | 0); P_{x_3}(-1 | 0); P_{x_4}(1 | 0)$$

$$f(x) = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})(x + 1)(x - 1)$$

ب – Keine Lösung حل نه شته

$$f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4} \quad \text{Substitution: } x^2 = z \Rightarrow f(z) = 4z^2 + 6z - \frac{7}{4}$$

$$4z^2 + 6z - \frac{7}{4} = 0 \Leftrightarrow z^2 + \frac{3}{2}z - \frac{7}{16} = 0 \Rightarrow p = \frac{3}{2}; q = -\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{16} = \frac{9}{4} + \frac{7}{16} = \frac{36}{16} + \frac{7}{16} = \frac{43}{16} = 1 \Rightarrow z_{1/2} = -\frac{3}{4} \pm 1$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{1}{4}; z_2 = -\frac{7}{4}$$

$$z_1 = \frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow |x| = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{2}$$

$$z_2 = -\frac{7}{4} = x^2 \Rightarrow \text{حل نه لري}$$

$$\underline{\underline{P_{x_1} \left( -\frac{1}{2} \mid 0 \right); P_{x_2} \left( \frac{1}{2} \mid 0 \right)}}$$

پ -

دریم:

الف- په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو: د لومړي صفرخای له کومانه ټاکنه، پولینوم وېش. او

$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 \Rightarrow 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$\text{raten der 1. Nullstelle: } x_1 = 1: 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 2 = 1 + 2 - 1 - 2 = 0$$

$$\text{Polynomdivision: } (x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x - 1) = x^2 + 3x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow p = 3; q = 2 \Rightarrow D = 1,5^2 - 2 = 0,25$$

$$x_{2/3} = -1,5 \pm \sqrt{0,25} = -1,5 \pm 0,5 \Rightarrow x_2 = -1 \text{ und } x_3 = -2$$

$$\underline{\underline{P_{x_1} (1 \mid 0); P_{x_2} (-1 \mid 0); P_{x_3} (-2 \mid 0)}}$$



## 2.15-د تولراشنل توابعو محور غوڅتکي

$$f(x) = x^3 - 12x + 16 \Rightarrow x^3 - 12x + 16 \quad \text{ب -}$$

$$2^3 - 12 \cdot 2 + 16 = 0 \quad \text{د لومري صفرخآی له گومانه ټاکنه } x_1 = 2, \text{ ځکه چې}$$

$$(x^3 - 12x + 16) : (x - 2) = x^2 + 2x - 8 \quad \text{پولينوم وېش:}$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow p = 2; q = -8 \Rightarrow D = 1^2 + 8 = 9$$

$$x_3 = -4 \quad \text{او} \quad x_{2/3} = -1 \pm 3 \Rightarrow x_2 = 2,$$

$$P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_3}(-4|0) \quad \text{يا} \quad P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-4|0)$$

$$f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \text{ب -}$$

د لومري صفرخآی له گومانه ټاکنه،

$$x_1 = 2: 2^4 - 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 4 = 16 - 16 - 12 + 8 + 4 = 0$$

$$(x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4) : (x - 2) = x^3 - 3x - 2 \quad \text{پولينوم وېش.}$$

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

$$x_2 = -1: (-1)^3 - 3 \cdot (-1) - 2 = -1 + 3 - 2 = 0 \quad \text{د دويم صفرخآی له گومانه ټاکنه}$$

$$(x^3 - 3x - 2) : (x + 1) = x^2 - x - 2 \quad \text{پولينوم وېش،}$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = \frac{9}{4}$$

$$x_4 = -1 \quad \text{او} \quad x_{3/4} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow x_3 = 2$$

$$\underline{P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_{3/4}}(-1|0)} \quad \text{يا} \quad \underline{P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-1|0)}$$

ت -

$$f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 \Rightarrow 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 = 0 \quad | : 2 \\ \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$$

$$x_1 = 5 \quad 5^3 - 5 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5 + 10 = 0 \quad \text{د لومړي صفرخای له گومانه ټاکنه:}$$

$$(x^3 - 5x^2 - 2x + 10) : (x - 5) = x^2 - 2 \quad \text{، پولینوم وېش:}$$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow |x| = \sqrt{2} \Rightarrow x_2 = \sqrt{2}; x_3 = -\sqrt{2}$$

$$\underline{P_{x_1}(5 | 0); P_{x_2}(-\sqrt{2} | 0); P_{x_3}(\sqrt{2} | 0)}$$

$$f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} = 0 \quad \text{ت -}$$

د لومړي صفرخای له گومانه ټاکنه:

$$x_1 = 2 \quad 2^4 - \frac{11}{4} \cdot 2^2 - \frac{9}{4} \cdot 2 - \frac{1}{2} = 16 - 11 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\left(x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}\right) : (x - 2) = x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} \quad \text{، پولینوم وېش:}$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} = 0$$

د دویم صفرخای له گومانه ټاکنه:

$$x_2 = -1 \quad (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 + \frac{5}{4} \cdot (-1) + \frac{1}{4} = -1 + 2 - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}\right) : (x + 1) = x^2 + x + \frac{1}{4} \quad \text{پولینوم وېش:}$$

$$\Rightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \quad p = 1; q = \frac{1}{4} \Rightarrow D = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x_{3/4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_{3/4}}\left(-\frac{1}{2}|0\right)}}$$

ث –

$$f(x) = -3x^3 + 3x^2 - 3x + 3 \Rightarrow -3x^3 + 3x^2 - 3x + 3 = 0 \quad | : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad 1^3 - 1^2 + 1 - 1 = 0 \quad \text{د لومري صفرخای له گومانه ټاکنه:}$$

$$(x^3 - x^2 + x - 1) : (x - 1) = x^2 + 1 \quad \text{، پولینوم وېش:}$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{حل نه شته}$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0)}}$$

ج –

$$f(x) = -5x^3 - 10x^2 - \frac{5}{2}x - 5 \Rightarrow -5x^3 - 10x^2 - \frac{5}{2}x - 5 = 0 \quad | : (-5)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = 0$$

د لومري صفرخای له گومانه ټاکنه:

$$x_1 = -2 \quad (-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 + \frac{1}{2} \cdot (-2) + 1 = -8 + 8 - 1 + 1 = 0$$

$$\left(x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x + 1\right) : (x + 2) = x^2 + \frac{1}{2}$$

، پولینوم وېش:

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{حل نه شته}$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(-2|0)}}$$

$$f(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 6 \Rightarrow x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 6 = 0 \quad \text{چ -}$$

د لومړي صفرخای له گومانه ټاکنه:

$$x_1 = -1 \quad (-1)^4 + 3 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) + 6 = 0$$

$$(x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 6) : (x + 1) = x^3 + 2x^2 + 3x + 6 \quad \text{، پولینوم وېش:}$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$$

د دویم صفرخای له گومانه ټاکنه،:

$$x_1 = -2 \quad (-2)^4 + 3 \cdot (-2)^3 + 5 \cdot (-2)^2 + 9 \cdot (-2) + 6 = 0$$

$$(x^3 + 2x^2 + 3x + 6) : (x + 2) = x^2 + 3 \quad \text{پولینوم وېش:}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -3 \Rightarrow \text{حل نه شته}$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0); P_{x_2}(-2|0)}}$$

څلورم:

الف- د الماني: بدلون، او

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -3x^4 + 15x^2 - 12 \Rightarrow -3x^4 + 15x^2 - 12 = 0; |(-3) \\
 &\Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0 \\
 &\Rightarrow p = -5; q = 4 \Rightarrow D = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \\
 &\Rightarrow z_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = 1 \\
 z_1 = 4 = x^2 &\Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -2 \\
 z_2 = 1 = x^2 &\Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x_3 = 1; x_4 = -1 \\
 \underline{\underline{P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-2|0); P_{x_3}(1|0); P_{x_4}(-1|0)}}
 \end{aligned}$$

ب - او = und

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^4 - x^3 - 2x^2 \Rightarrow x^4 - x^3 - 2x^2 = 0 \\
 &\Rightarrow x^2(x^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0 \\
 x^2 - x - 2 = 0 \quad p &= -1; q = -2 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 2 = 2,25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2,25} = 1,5 \\
 &\Rightarrow x_{3/4} = 0,5 \pm 1,5 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -1 \\
 \underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-1|0)}}
 \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0; |(-2) \\
 &\Rightarrow x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0
 \end{aligned}$$

د لومړي صفرخاى له گومانه ټاکنه:

$$(-24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0; |(-2)$$

)

$$: x_1 = 2 \quad 2^3 - 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 8 - 4 - 16 + 12 = 0$$

$$\text{پولينوم وېش: } (x^3 - x^2 - 8x + 12) : (x - 2) = x^2 + x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad p = 1; q = -6 \Rightarrow D = 0,5^2 + 6 = 6,25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$

$$x_{2/3} = -0,5 \pm 2,5 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ und } x_3 = -3$$

$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_3}(-3|0)}}$$

ت –

$$f(x) = (x^2 - 6x + 9)(x - 4) \Rightarrow (x^2 - 6x + 9)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 9 \Rightarrow D = (-3)^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x_{2/3} = 3$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(4|0); P_{x_{2/3}}(3|0)}}$$

ت – په لاندې فرمول کي د الماني متن پښتو: بدلون، حل نه شته

$$f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2 \Rightarrow x^6 - 3x^4 - 4x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x^4 - 3x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z$$

$$\Rightarrow z^2 - 3z - 4 = 0 \quad p = -3; q = -4 \Rightarrow D = (-1,5)^2 + 4 = 6,25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$

$$z_{1/2} = 1,5 \pm 2,5 \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = -1$$

$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -2$$

$$z_2 = -1 = x^2 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-2|0)}}$$

ث –

$$f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36 \Rightarrow x^4 - 25x^2 - 60x - 36 = 0$$

د لومړي صفرخای په گومان پیداکونه:

$$x_1 = -1 \quad (-1)^4 - 25 \cdot (-1)^2 - 60 \cdot (-1) - 36 = 0$$

پولینومویش:

$$(x^4 - 25x^2 - 60x - 36) : (x + 1) = x^3 - x^2 - 24x - 36$$

د دویم صفرخای په گومان پیداکونه:

$$x_2 = -2 \quad (-2)^3 - (-2)^2 - 24 \cdot (-2) - 36 = 0$$

پولینومویش:

$$(x^3 - x^2 - 24x - 36) : (x + 2) = x^2 - 3x - 18$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \quad p = -3; q = -18 \Rightarrow D = (-1,5)^2 + 18 = 20,25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{20,25} = 4,5$$

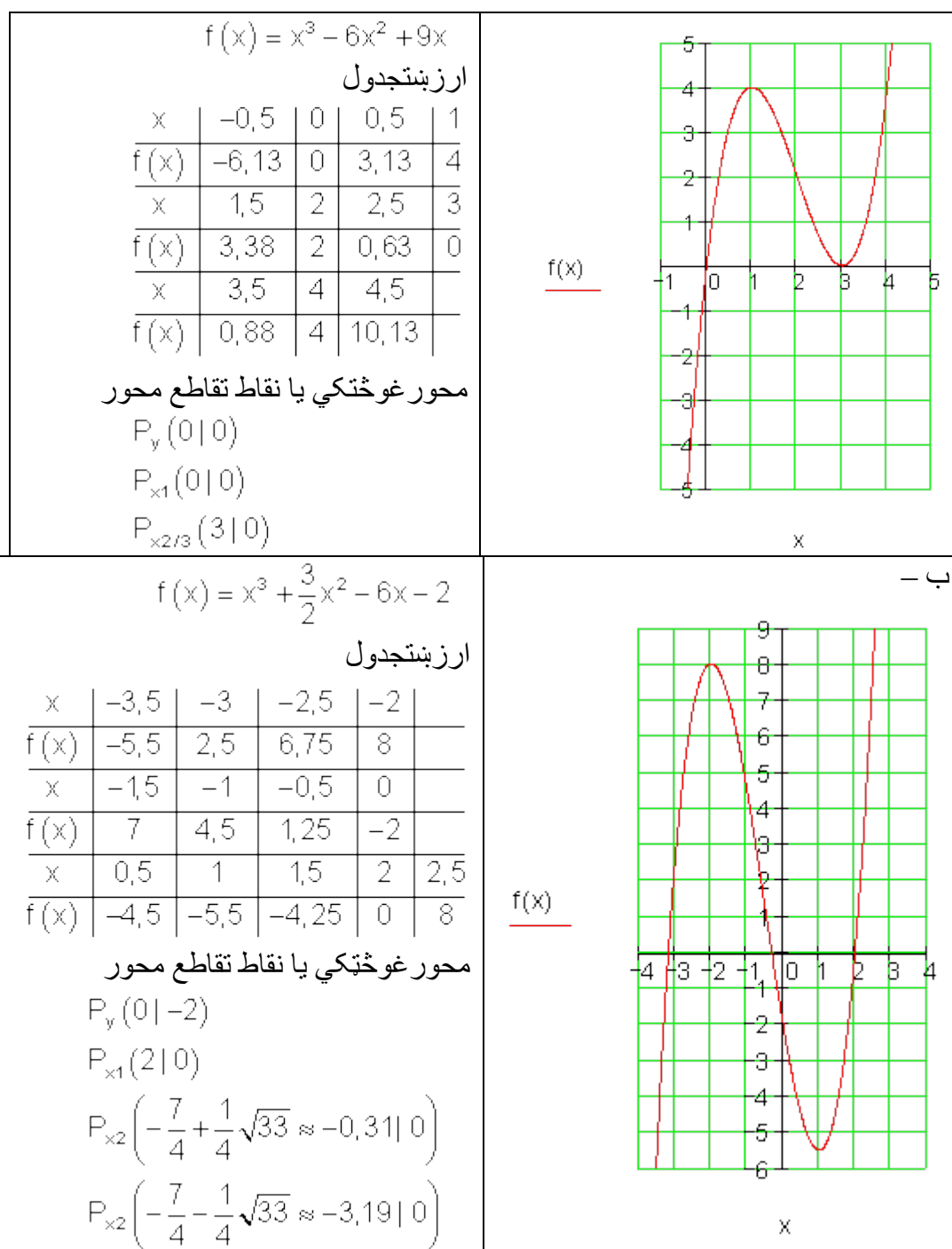
$$x_{3/4} = 1,5 \pm 4,5 \Rightarrow x_3 = 6 \text{ und } x_4 = -3$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0); P_{x_2}(-2|0); P_{x_3}(6|0); P_{x_4}(-3|0)}}$$

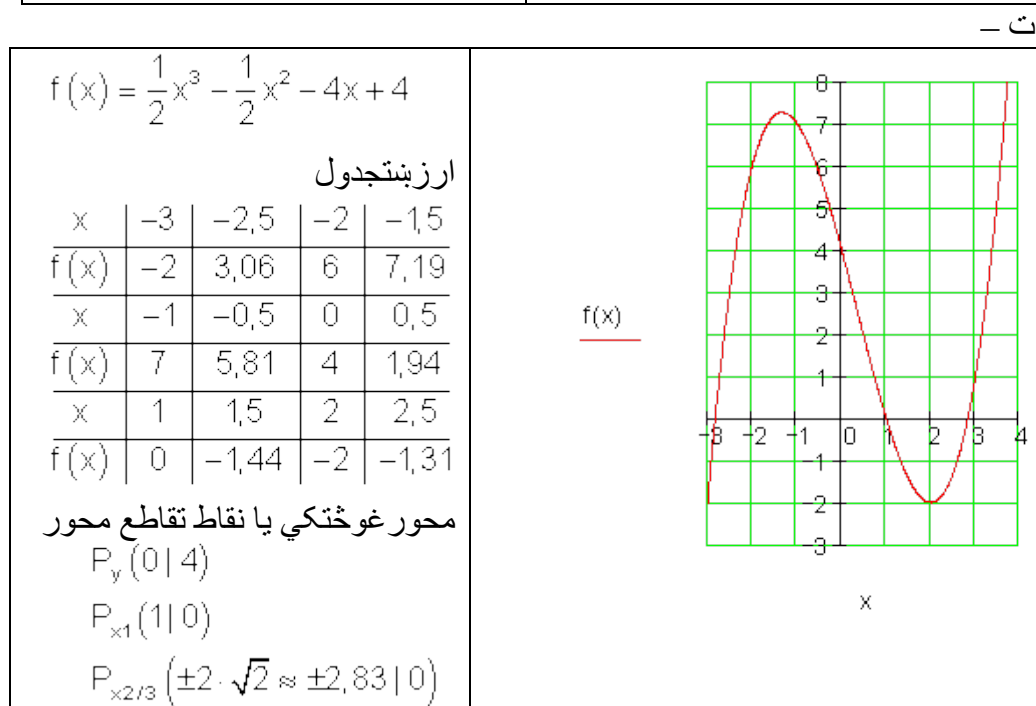
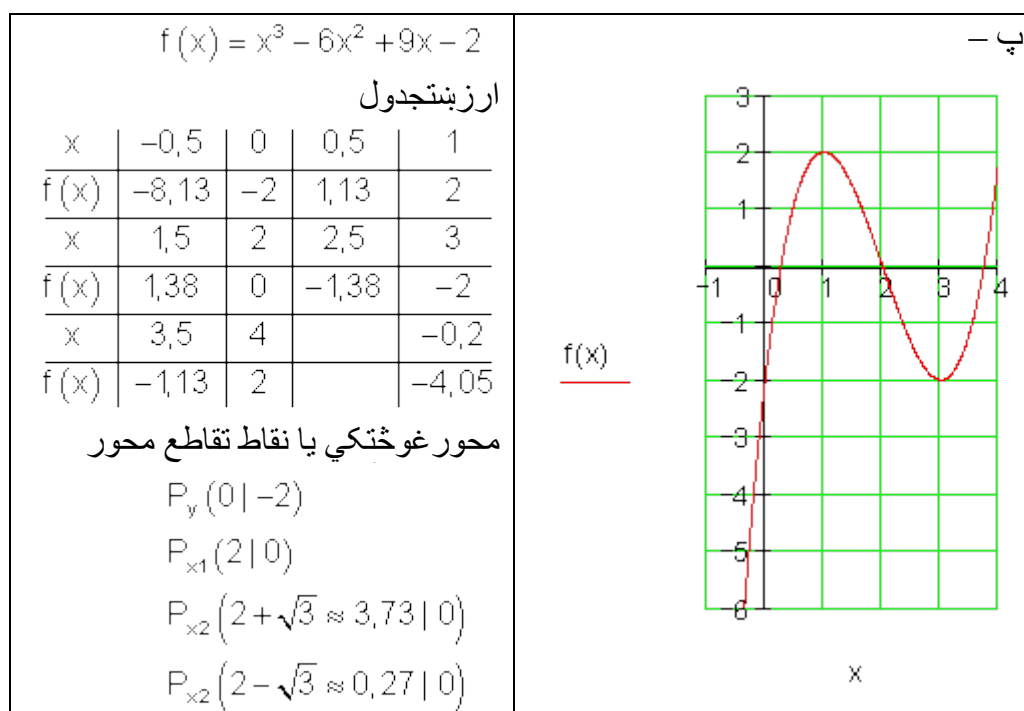
پنځم:

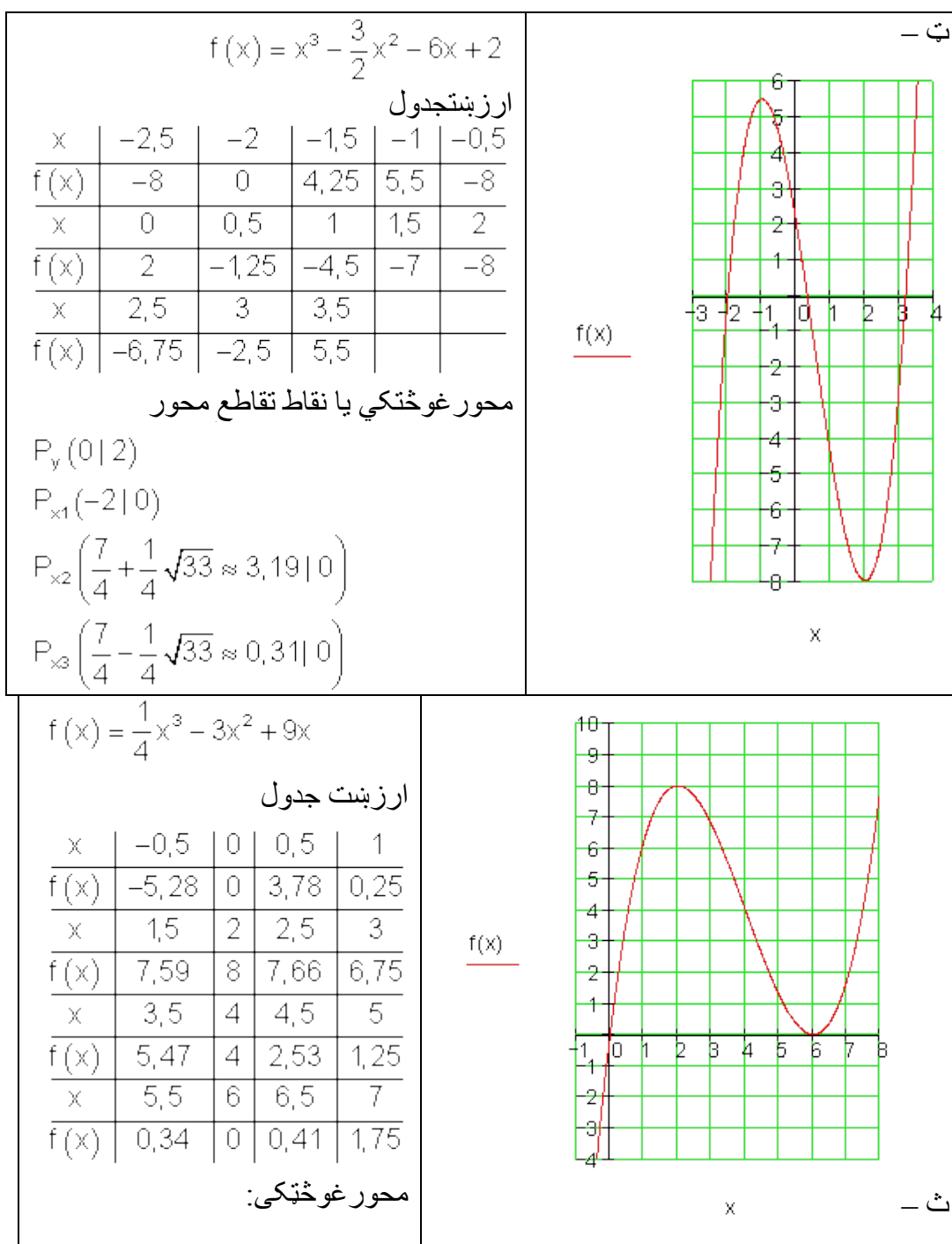
پام: په لاندې پوښتنو کې د الماني پښتو: ارزښتجدول، محور غوڅټکي.

الف –









## 2.15- د تولراشنل توابعو محور غوڅتکي

|                  |  |
|------------------|--|
| $P_y(0 0)$       |  |
| $P_{x_1}(0 0)$   |  |
| $P_{x_2/3}(6 0)$ |  |

شپږم:  
الف-

|   |                 |    |               |    |    |                 |    |
|---|-----------------|----|---------------|----|----|-----------------|----|
| $x$   | -3              | -2 | -1            | 0  | 1  | 2               | 3  |
| $f(x)$  | -24             | -5 | $\frac{2}{3}$ | -1 | -4 | $-2\frac{1}{3}$ | 10 |
|   | $-2 < x_1 < -1$ |    | لومړی صفرځای  |    |    |                 |    |
|   | $-1 < x_2 < 0$  |    | دویم صفرځای   |    |    |                 |    |
|   | $2 < x_3 < 3$   |    | دریم صفرځای   |    |    |                 |    |
| انټروالونه چې د هغو په دننه کې صفرځایونه شتون لري، د توابعو د مخخښو له لارې میندل کيږي. |                 |    |               |    |    |                 |    |
|   |                 |    |               |    |    |                 |    |

|        |       |       |    |      |   |      |      |
|--------|-------|-------|----|------|---|------|------|
| $x$    | -3    | -2    | -1 | 0    | 1 | 2    | 3    |
| $f(x)$ | -0,32 | -0,09 | 0  | 0,01 | 0 | 0,03 | 0,16 |

ب - 1. Nullstelle:  $P_{x_1}(-1|0)$  2. Nullstelle:  $P_{x_2}(1|0)$

په پورته کې الماني صفرځای.

گومان نږدې دی، چې گراف د  $x$  محور د  $P_{x_2}$  په ټکي کې لمسوي. دا گومان ازمايښتور دی.

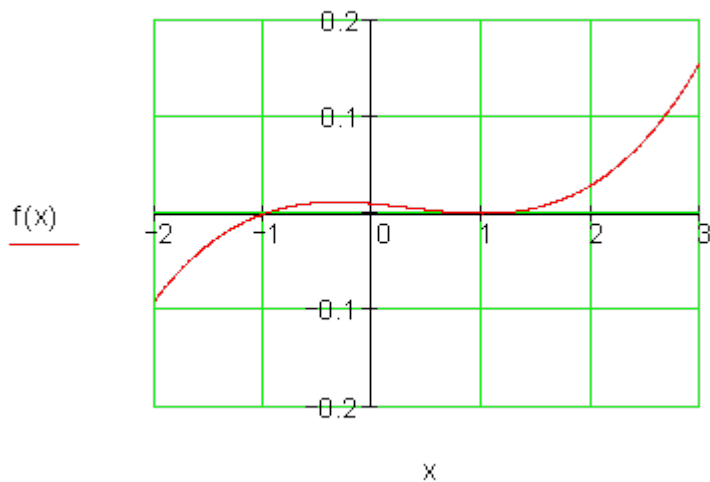
$$f(x) = 0,01 \underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{doppelte Nullstelle}} (x+1)$$

نیونه یا فرضیه:

دبل صفرځایونه

$$= 0,01(x-1)^2(x+1) = 0,01(x^3 - x^2 - x + 1) \Rightarrow P_{x_2/3}(1|0)$$

نیونه یا فرضیه تیک وه.

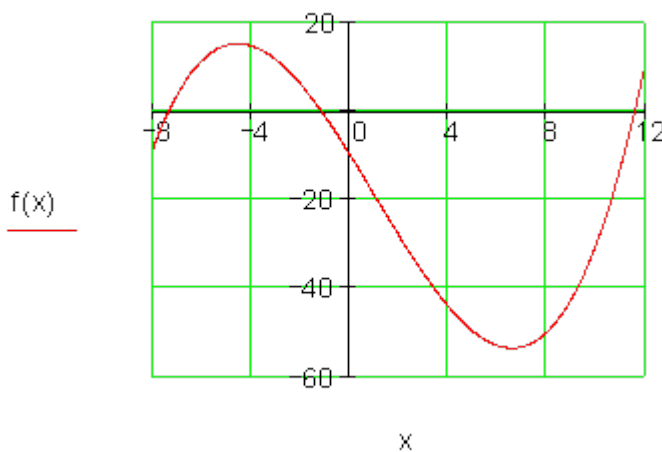


پ -

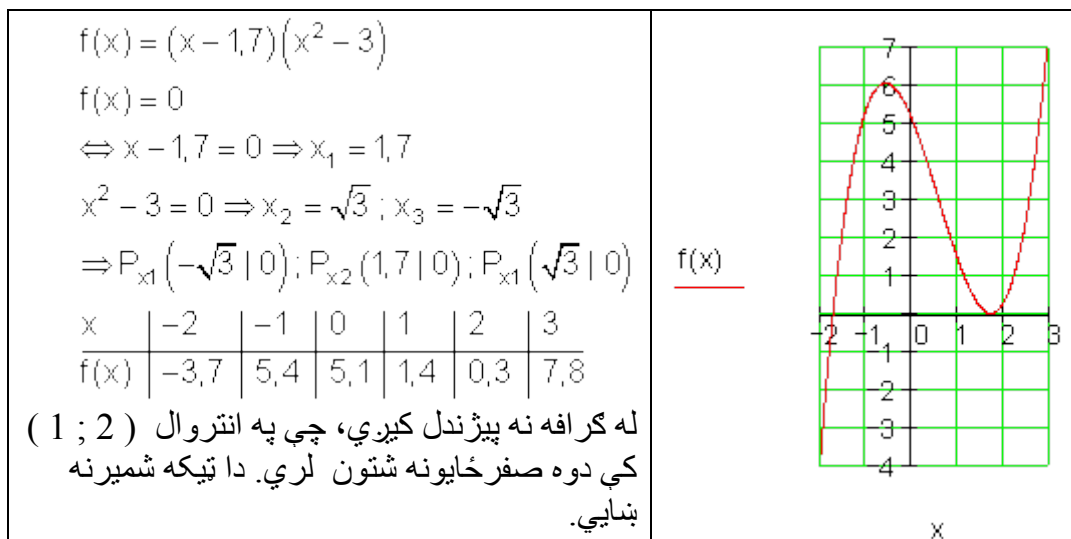
|      |      |      |     |       |     |      |
|------|------|------|-----|-------|-----|------|
| x    | -8   | -4   | 0   | 4     | 8   | 12   |
| f(x) | -8,4 | 14,8 | -10 | -44,4 | -50 | 11,6 |

|                 |               |
|-----------------|---------------|
| $-8 < x_1 < -4$ | لومری صفرخای: |
| $-4 < x_2 < 0$  | دویم صفرخای:  |
| $8 < x_3 < 12$  | دریم صفرخای:  |

د دي پوښتنې د ځواب لپاره باید گرافیکي ور جشمیرونی وکارول شي.



ت -



### محور غوڅتکي او د ټولراشنل یا نسبتي توابعو گرافونه II

لومړی: د درېمې درجې یو ټولهورښیار یا -راشنل تابع سرچینې سره سیومتریک ده، که الف- له ټکو  $P_1(1|2)$  او  $P_2(3|-2)$  څخه تیره شي.

ب- که کرښه  $g(x)=3x$  سره پارابول په  $P(0|0)$  کې لمس کړي. دویم: تابع  $f(x)$  د پیژندور شو یا تعریف ساحې  $D = \mathbb{R}$  سره ورکړ شوي ده. تابع  $f(x)$  په سیومتری وڅیړی، صفرخایونه وشمیری او گراف وکاری.

$$\text{الف - } f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 \quad \text{ب - } f(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x$$

$$\text{پ - } f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5 \quad \text{ت - } f(x) = \frac{1}{48}x^3 - x$$

$$\text{ټ - } f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x \quad \text{ث - } f(x) = \frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$$

$$\text{ج - } f(x) = \frac{1}{2}x \left( \frac{1}{4}x - 1 \right)^2 \quad \text{چ - } f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

درېم: تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6; D = \mathbb{R}$  ورکړ شوي ده.

|  |  |
|--|--|
| <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> | <p>الف - وښايی: د <math>f(x)</math> صفرځای د <math>(-2 ; -1)</math> ترمنځ پروت دی. مدلل کړی، چې <math>f(x)</math> ټيک يو صفرځای لري، دا گراف بايد څنگه راکښل شي، چې له هغې سره دا ټيک دوه صفرځايونه ولري؟</p> <p>ب- کرښه <math>x = u</math> د <math>f(x)</math> گراف په ټکي <math>Q</math> او د <math>x</math> محور په <math>P</math> کې غوڅوي.</p> <p>د لاندي درېگودي يا مثلث <math>OPQ</math> سطحه د <math>u = 2</math> لپاره وښايی.</p> <p>د مثلث د (خوندي) سطحې ترم د <math>u</math> په واکوالي کې د <math>u &gt; 0</math> لپاره ورکړی.</p> <p>د <math>g(x) = 3 \cdot f(x)</math> څومره صفرځايونه د <math>g(x)</math> سره لري؟ دلایل يې راوړی.</p> |
|--|--|

څلورم: تابع  $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$  ورکړ شوي ده. وښای:  $x=0,4$  يو صفرځای دی. پسي نور صفرځايونه وشميری.

$$f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4 ; D = \mathbb{R}$$

پنځم: د اووښتوني يا متحولي  $c$  په واکوالي کې د صفرځايونو تعداد وټاکي.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx ; D = \mathbb{R}$$

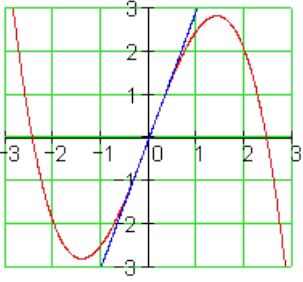
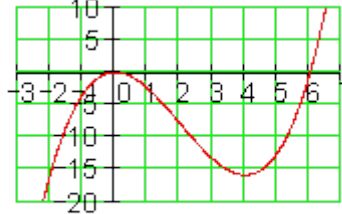
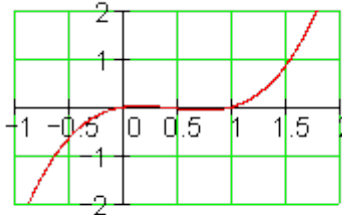
### ځوابونه

د صفرځايونو شميرنه او ټولهبښيارو توابعو گرافونو کښل.

### مفصل حلونه: لومړی: الف-

|   |   |
|---|---|
| <p>سرچيني ته سيومتري په دې معنا ده چې ټکي سيومتري دی.</p> <p><math>f(-x) = -f(x)</math></p> <p><math>P_1(1 2) : f(-1) = -f(1) = -2</math><br/> <math>\Rightarrow P_1'(-1 -2)</math></p> <p><math>P_2(3 -2) : f(-3) = -f(3) = 2</math><br/> <math>\Rightarrow P_2'(-3 2)</math></p> <p>د دې څلور ټکو سره گراف کښل کیدی شي.</p> | <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>y</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x, X</math></p> |
|---|---|

## 2-د ټولراشنل توابعو محور غوڅتکي

|  |  |
|--|--|
| <p>گراف ټکی سیمتریک دی. په صفر ټکي کي جگوالي د کرني <math>g(x) = 3x</math> جگوالي سره برابر دی</p> <p>گراف څلورمي(ربعي) په ترتيب داسي ده: ځغاسته له کين و بني لورته:</p> <p>II - III - I - IV</p>  |  <p>ب -</p>                  |
| <p>لاس ته راځي، چي سيومتي نه شته</p> $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 \Rightarrow$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 \left( \frac{1}{2}x - 3 \right) = 0$ $\Rightarrow x_{1/2} = 0; x_3 = 6$ <p>لمستکي: <math>P_{x_3}(6 0)</math> ، <math>P_{x_{1/2}}(0 0)</math></p> <p>ځغاسته له کين بني لورته: III - IV - I</p>  | <p>دويم: لف-</p>  <p>ب -</p> |
| <p>له دي لاس ته راځي، چي سيومتری نه شته،</p> $f(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \left( x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} \right) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{3}; x_3 = 1$ <p><math>P_x(0 0)</math>; <math>P_{x_2} \left( \frac{1}{3}   0 \right)</math>; <math>P_{x_3}(1 0)</math></p> <p>ځغاسته له کين بني لورته: III - I - IV - I</p> |  <p>ب -</p>                |

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5$$

لاس ته راځي، چې سيومتری نه شته،

لومړی صفرځای و ازمایی:

$$f(-2) = -\frac{8}{4} - \frac{12}{4} + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -2$$

پولینومویش

$$\left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5\right) : (x+1)$$

$$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{10}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+2)\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{10}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{4}(x+2)(x^2 - 5x + 10)$$

$$x^2 - 5x + 10 = 0$$

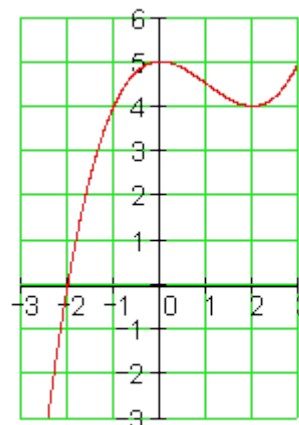
$$\Rightarrow p = -5; q = 10$$

$$\Rightarrow D = 6,25 - 10 < 0$$

لاس ته راځي: حل نه شته

لاس ته راځي: نور صفرځایونه هم نه شته.

f(x)

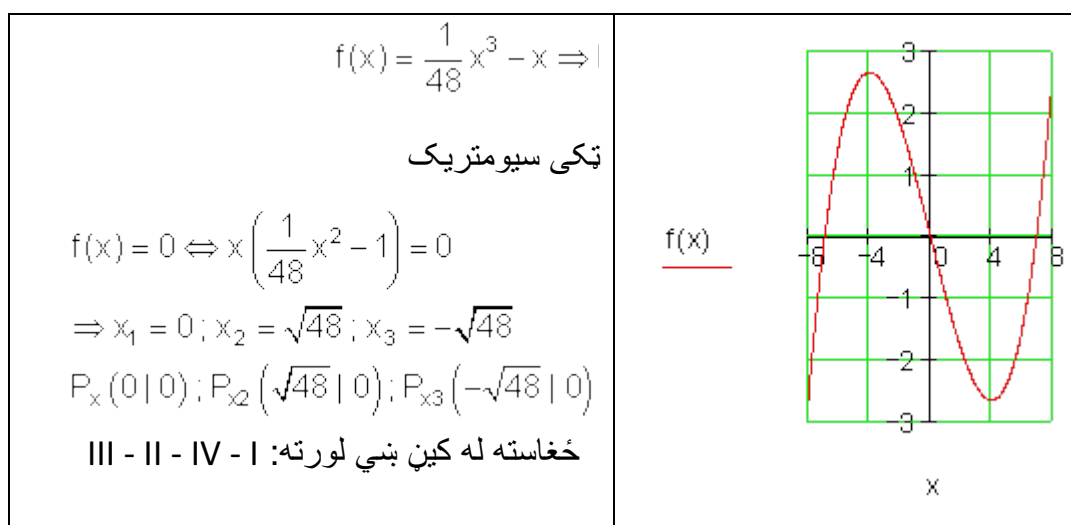


x

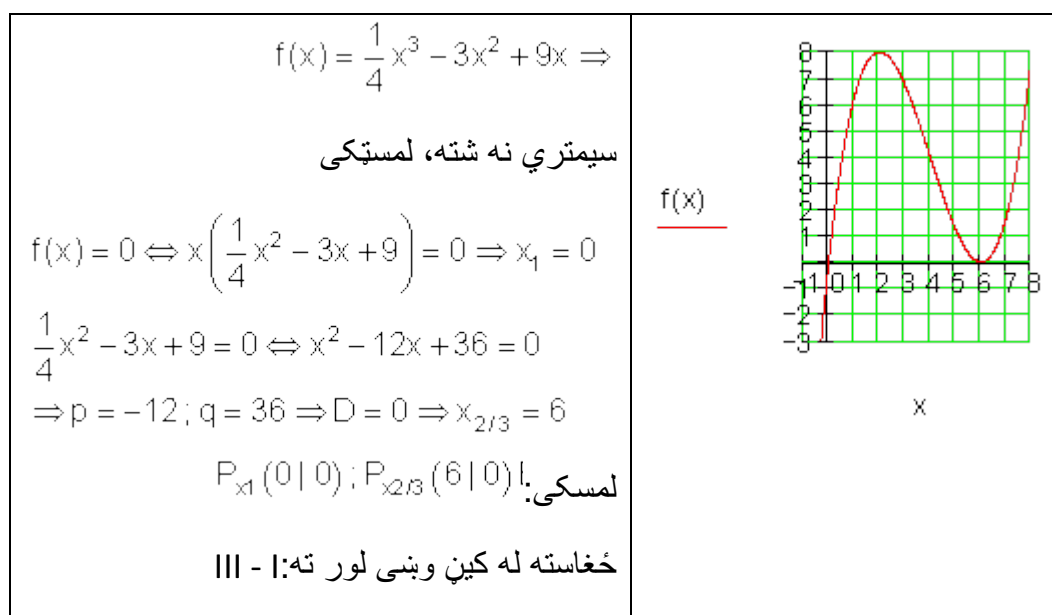
ځغاسته له کین و بنی لورته: I - II - III



ت -



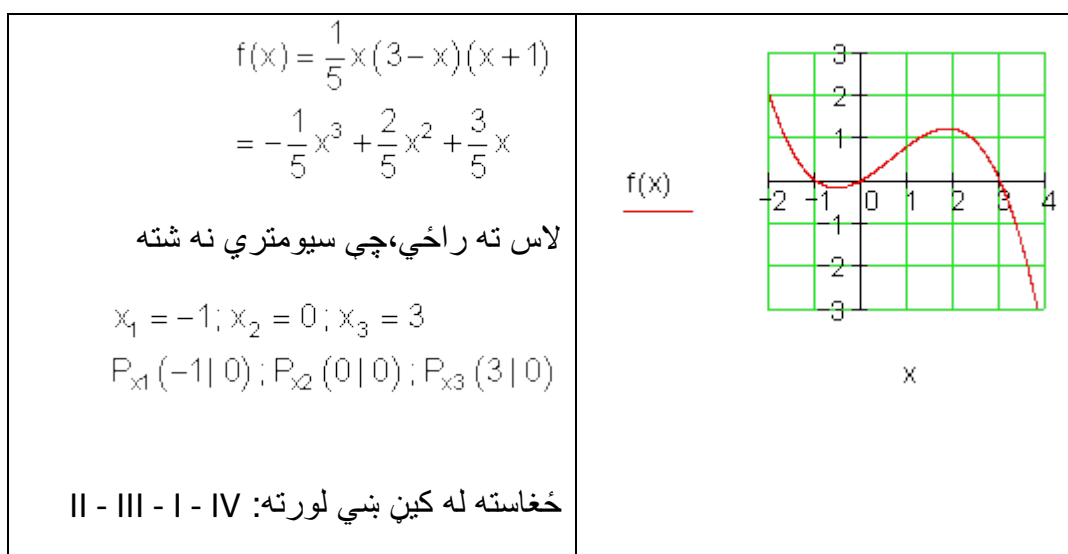
ت -



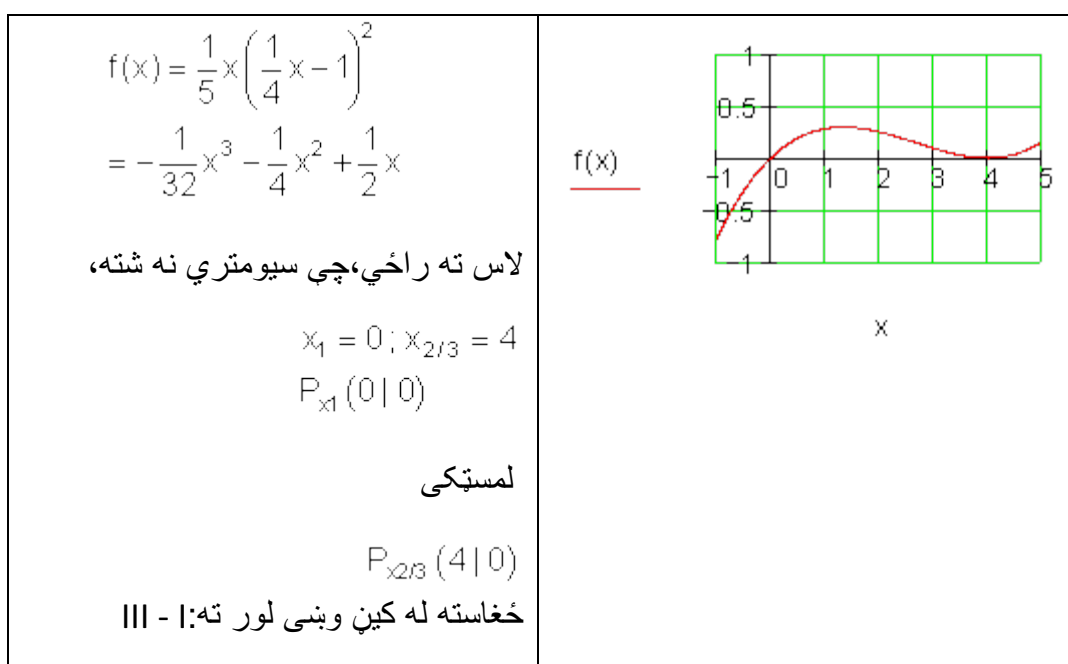
ت -

۶۳۳

2-د تولراشنل توابعو محور غوڅتکي



- ج



ج

## 2- د ټولراشنل توابعو محور غوڅتکي

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

لاس ته را ځي، چي سيومټري نه شته

لومړی صفرځای د ازماښت له لاري

$$f(3) = -\frac{27}{4} + \frac{81}{4} - 18 + \frac{9}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

پولينوموېش

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}\right) : (x-3)$$

$$= -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-3)\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{4}(x-3)(x^2 - 6x + 6)$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow p = -6; q = 6 \Rightarrow D = 3$$

$$\Rightarrow x_2 = 3 + \sqrt{3}; x_3 = 3 - \sqrt{3}$$

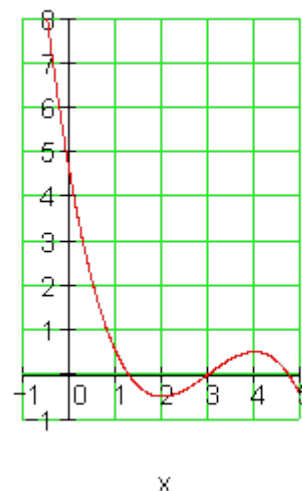
$$\Rightarrow P_{x_1}(3 | 0)$$

$$P_{x_2}(3 + \sqrt{3} | 0); P_{x_3}(3 - \sqrt{3} | 0)$$

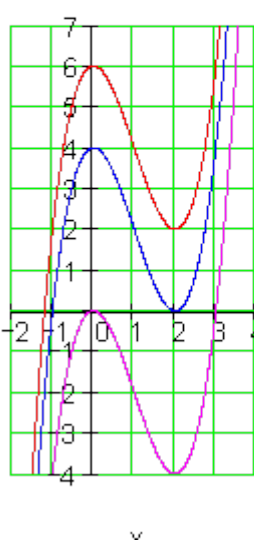
ځغاسته له کين وېنې لور ته:

II - I - IV - I - IV

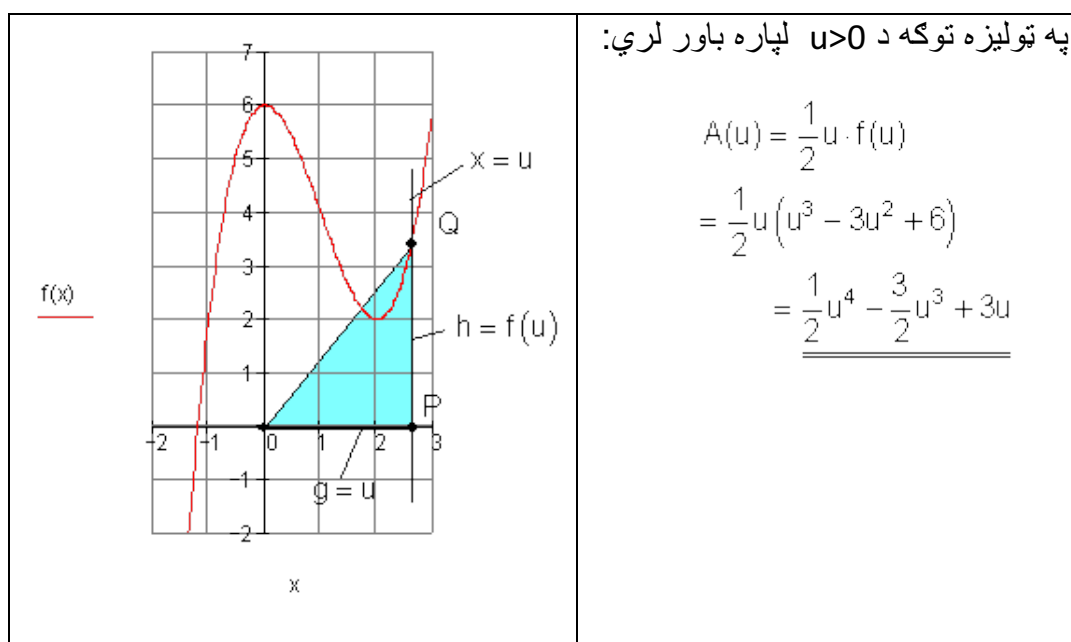
$f(x)$



دریم:

|   |  |
|---|--|
| <p> <math>f(x) = x^3 - 3x^2 + 6</math><br/> <math>f(-2) = -8 - 12 + 6 = -14</math><br/> <math>f(-1) = -1 - 3 + 6 = 2</math> </p> <p>د تابع ارزښتونو کي د مخنځيني بدلون په دي معنا دی، چي په انټروال <math>(-1; -2)</math> کي بايد يو صفرخای وي. د درېمي درجي ټولهبښيار- يا راشنل تابع لږ تر لږه يو صفرخای لري. دا چي د <math>f(x)</math> د گراف ټيټ خای د <math>x</math> محور پورته لور ته پروت دی، کيدي شي دا فقط يو صفرخای ولري. که گراف <math>g(x)</math> ټيک دوه صفرخايونه ولري، نو دا بايد نو بايد د <math>f(x)</math> گراف په 2 LE د اوږدوالي يونونو يا واحدونو يا په 6 LE د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښل شي. نو دوه امکانات شتون لري:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>g_1(x) = f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 4</math></li> <li><math>g_2(x) = f(x) - 6 = x^3 - 3x^2</math></li> </ol> | <p>لف-</p> <p> <math>f(x) := x^3 - 3x^2 + 6</math><br/> <math>g_1(x) := x^3 - 3x^2 + 4</math><br/> <math>g_2(x) := x^3 - 3x^2</math> </p>    |
|   | <p>ب- د درېگودي يا مثلث سطحه:</p> $A = \frac{g \cdot h}{2}$ <p>د <math>u</math> په واکولي کي د <math>g=u</math> او <math>h=f(u)</math> سره باور لري:</p> $A(u) = \frac{u \cdot f(u)}{2}$ <p>د <math>u=2</math> لپاره <math>f(u)=f(2)=2</math> دی</p> $\Rightarrow A = \frac{2 \cdot 2}{2} = \underline{\underline{2FE}}$ |

## 2.15-د تولراشنل توابعو محور غوڅتکي



پ - تابع  $g(x) = 3f(x)$  همغه يا برابر صفرخايونه لري لکه  $f(x)$ . دليل راوړنه:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{3 \cdot f(x)}_{g(x)} = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$

څلورم:  $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$  غوښتنه (ثبوت):  $x=0,4$  يو صفرخای ورکوي،

$$f(0,4) = 0$$

$$f(0,4) = 5 \cdot 0,4^3 - 10,8 \cdot 0,4 + 4 = 0,32 - 4,32 + 4 = 0$$

ښوونه:

$$(5x^3 - 10,8x + 4) : (x - 0,4) = 5x^2 + 2x - 10$$

پولینومو پش:

$$\begin{array}{r} -(5x^3 - 2x^2) \\ \hline 2x^2 - 10,8x \\ -(2x^2 - 0,8x) \\ \hline -10x + 4 \\ -(-10x + 4) \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 0,4x - 2 = 0$$

$$p = 0,4; q = -2 \Rightarrow D = 2,04$$

$$\Rightarrow x_2 = -0,2 + \sqrt{2,04} \approx \underline{\underline{1,23}}$$

$$\Rightarrow x_3 = -0,2 - \sqrt{2,04} \approx \underline{\underline{-1,63}}$$

پنځم:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx = x(x^2 + 2x + 2c)$$

کیدی شي زیات له زیات درې صفرخایونه منح ته راشي.

$P(0 | 0)$  له  $c$  خپلواک (تابع نه) تل یو صفرخای دی. د نوکانو دننه افاده د څیړني ده. (د الماني für د لپاره)

$$x^2 + 2x + 2c = 0 \Rightarrow p = 2; q = 2c \Rightarrow D = 1 - 2c$$

$$\text{für } D > 0 \Rightarrow 1 - 2c > 0 \Leftrightarrow c < 0,5$$

$$\text{für } D = 0 \Rightarrow 1 - 2c = 0 \Leftrightarrow c = 0,5 \Rightarrow x_{2/3} = -1$$

$$\text{für } D < 0 \Rightarrow 1 - 2c < 0 \Leftrightarrow c > 0,5$$

$$\text{für } c = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) = 0 \Rightarrow x_2 = 0; x_3 = -2$$

اړیکي:

د  $c > 0,5$  لپاره  $f(x)$  ټیک یو صفرخای لري:  $P_x(0 | 0)$ د  $c = 0,5$  یا د  $c = 0$  لپاره  $f(x)$  ټیک دوه صفرخایونه لري.د  $c < 0,5$  او  $c$  د صفر سره نامساوي لپاره  $f(x)$  ټیک درې صفرخایونه لري.

پوښتنې

د تول راشنل توابعو محور غوختکي او گرافونه III

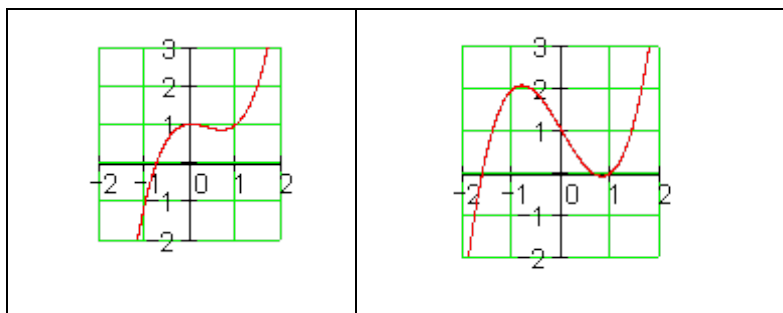
تابع په یوه گراف تنظیمي.

لومړی: هر د یوه تابع ترم سره تنظیم کړی او خپله پرېکړه په دلیل کلکه کړی.

$$f_1(x) = x^3 - x + 1; f_2(x) = x^3 - 2x + 1; f_3(x) = x^3 - x^2 + 1; f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$$



## 2.15-د ټولراشنل توابعو محور غوڅتکي



دويم: هر هغه څوک چې د لایسنس اخستلو لپاره ځان چمتو کوي، باید وپوهیږي، چې د یوه بریک و هونکي موټر تمکیدني واټن په یوه وچ پاخه سرک) چې طبعاً باید هوار وي) د عکسالعمل لار او د بریک لار څخه یوځای جوړه ده. د لاندې د موتي قانون یا لار) د درې گوتو) څخه کیدی شي د چټکتیا  $v$  په  $\text{km/h}$  د عکسالعمل لار  $r$  او د بریک لار  $b$  په متر وشمیرل شي.

$$r = \frac{v}{10} \cdot 3 \quad \text{د عکس العمل لار:} \quad b = \frac{\left(\frac{v}{10}\right)^2}{2} \quad \text{همداسي} \quad b = \left(\frac{v}{10}\right)^2 \quad \text{د بریک لار:}$$

د المان د 3.3.04 راین اخبار د اول له جولای 1. Juli 2004 په وچ سره د تمځای لار په بل بریکلار شمیرل کيږي. (په افغانستان کې به داڅنگه وي؟ نه پوهیږم) الف- تابع مساوات  $s = f(v)$  وټاکي، د کوم سره چې د هرې تلني د چټکتیا یا سرعت تملاړ شمیرل کیدی شي.

ب- د لاندې تلل شوی چټکتیا  $v = 0, 10, 20, 30, \dots, 50 \text{ km/h}$  لپاره په یوه ارزښت جدول کې د هغه هر یوه تمځای  $s$  سره یوځای کړی

پ- له دې سره د  $(60 \dots 100 \text{ km/h})$  لپاره د  $s$  یو څو نور ارزښتونه وشمیری او د دې تابع گراف وکاروی.

ت- د نوي بریک نیولو قانون (الماني) سره دا تراوسه شمیرل شوي ارزښتونه وشمیری او دا په همغه کواو دینات سیستم کې وکاروی او ټوله نتیجه په شننه یا کومنتار سره روښانه کړی.

$$f(x) = x^3 - 0,5x^2 - 3x + 1,5; D = \mathbb{R} \quad \text{دریم: د اتابعور کړ شوي:}$$

$$f(x) = 0,5(2x - 1)(x^2 - 3) \quad \text{الف- وښایی:}$$

ب- گراف د شوونتیا تر پولي ټیک وکاروی.

پ- د  $x$  د کوم ارزښتونو لپاره  $f(x) > 0$  باور لري؟

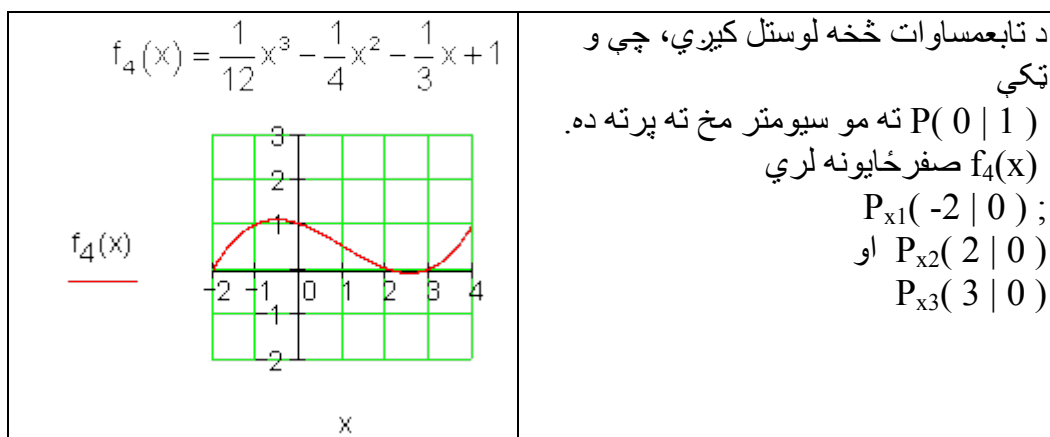
حلونه

د صفرخايونو شميرنه او د ټول هوښيار تابع گراف رسمونه.

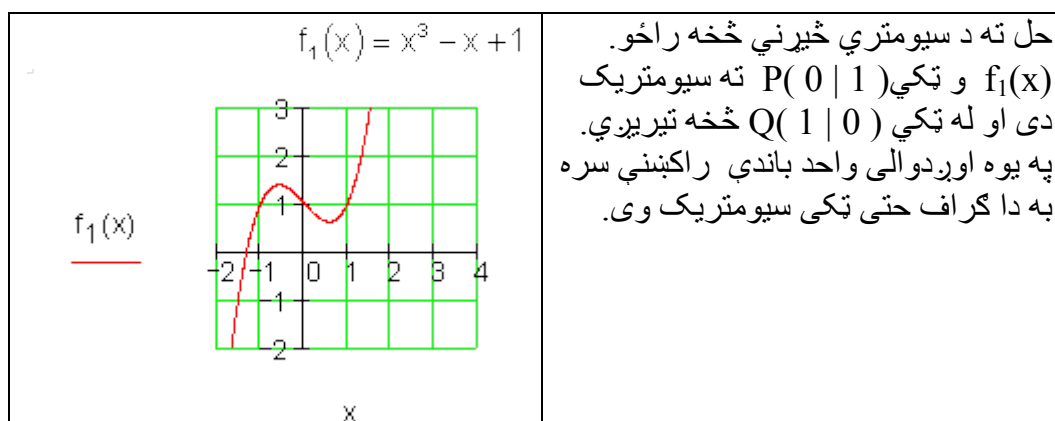
مفصل ځوابونه:

لومړۍ:

الف-

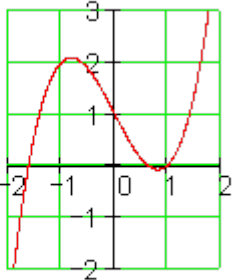


ب -

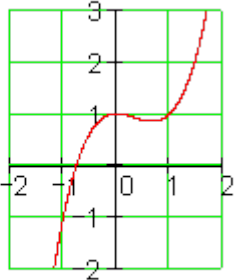




پ -

|  |  |
|--|--|
| $f_2(x) = x^3 - 2x + 1$  <p style="text-align: center;">x</p> | <p>حل ته د سيومتري څيرني څخه راځو. <math>f_1(x)</math> و ټکي <math>P(0   1)</math> ته سيومتريک دی او له ټکي <math>Q(1   1)</math> څخه تيريري. په يوه اوږدوالي واحد باندي کبنته لورته راکبنني سره به دا گراف حتی ټکی سيومتريک وی.</p> |
|--|--|

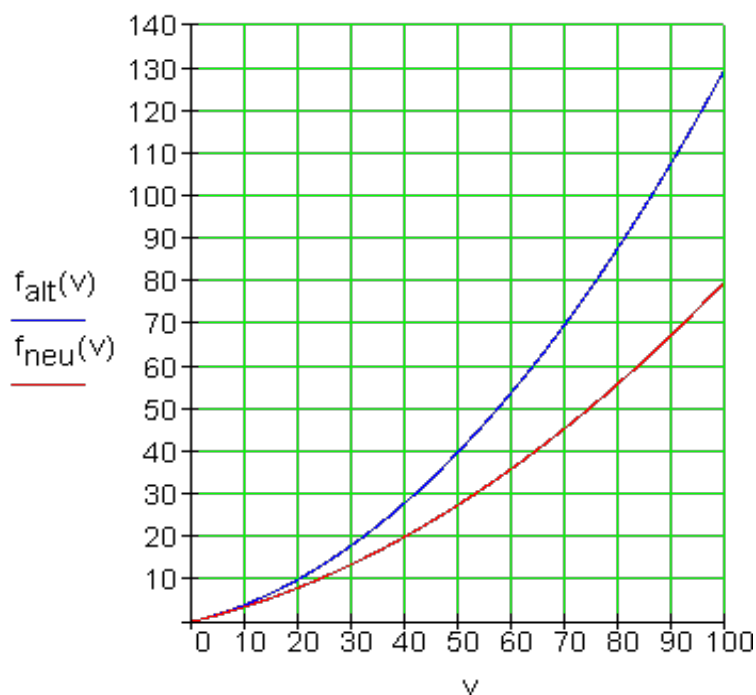
ت-

|  |  |
|--|--|
| $f_3(x) = x^3 - x^2 + 1$  <p style="text-align: center;">x</p> | <p>د تابع مساوات څخه لوستل کيږي، چي و ټکي <math>P(0   1)</math> ته مو سيومتي مخ ته ده پرته. <math>f_3(x)</math> د ټکو <math>Q(1   1)</math> او <math>R(-1   -1)</math> له لاري تيريري.</p> |
|--|--|

دويم:  
الف-

|   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| $f_{att}(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$ $f_{neu}(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$ | <p>زور قانون:</p> <p>نوی قانون:</p> |
|---|-------------------------------------|

ب -



پ – د نوي نظم وروسته د چټکتيا زياتيدو سره توپير تل لوييري.

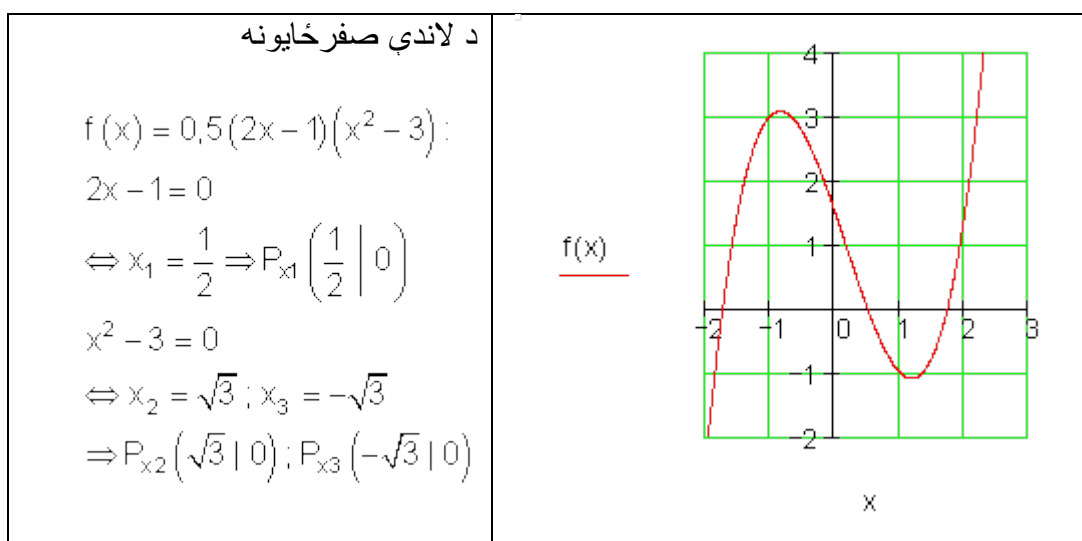
د 50 km/h سره تملار (د درېدو واټن) 27,5 m دی، دا د زاړه 40 m نږدې 69% دی. د 100 km/h سره نوي تملار فقط نوره 80 m ده، دا د 130 m زړې لارې نږدې 61% ده.

د بريکلار کمښت د ښه بريک (ABS) له امله موخه وره ده.  
دریم:

الف-

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0,5(2x-1)(x^2-3) = 0,5[(2x-1)(x^2-3)] \\
 &= 0,5[2x^3-6x-x^2+3] = x^3-0,5x^2-3x+1,5
 \end{aligned}$$

ب -



پ -

د گراف ځغاستي څخه ساده لوستل کيږي:  $f(x) > 0$

د  $I_1 = \left\{ x \mid -\sqrt{3} < x < \frac{1}{2} \right\}_{\mathbf{R}}$  او  $I_2 = \left\{ x \mid \sqrt{3} < x < \infty \right\}_{\mathbf{R}}$  لپاره.

پوښتنې

پولينوم وپش ته |

لومړی: لاندې پولينوم وپش سرته ورسوی.

بيلگه:

$$(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 1) = x^2 + x - 6$$

$$\underline{-(x^3 + x^2)}$$

$$x^2 - 5x$$

$$\underline{-(x^2 + x)}$$

$$-6x - 6$$

$$\underline{-(-6x - 6)}$$

$$\text{Prove: } (x + 1)(x^2 + x - 6) = x^3 + x^2 - 6x + x^2 + x - 6 = \underline{\underline{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}}$$

$$\text{الف- } (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 3) \text{ ب- } (2x^3 - 14x - 12) : (x + 2)$$

$$\text{پ- } (3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x + 3) \text{ ت- } \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x - 2)$$

$$\text{ث- } (x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4) : (x + 4) \text{ ج- } \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : \left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{د- } \left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : \left(x - \frac{1}{4}\right) \text{ ه- } \left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{و- } \left(x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{4}\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right) \text{ ز- } \left(x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{4}\right) : \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{ح- } \left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : (x + 2) \text{ ط- } \left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5\right) : (x - 5)$$

$$\text{ي- } \left(x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{4}\right) : (x - 1) \text{ ک- } \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x - 3)$$

دويم: لاندي پولينو موښ سرته ورسوي.

2-د تولراشنل توابعو محور غوختکي

الف-  $(x^3 - 3x^2 - 6x + 8) : (x + 1)$

ب -  $(2x^3 - x^2 - 8x + 4) : (x^2 - 4)$

پ -  $(2x^3 - 3x + 1) : (2x - 1)$

ت -  $(x^3 - tx^2 - 2x + 2t) : (x^2 - 2)$

دریم: لاندې پولینومویش سرته ورسوی.

الف-  $(8x^5 - 6x^7 + 2x) : 2x^2$

ب -  $(9a^6b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3$

پ -  $(6a^8 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b)$

ت -  $(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b)$

ب -  $(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1)$

ث -  $(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3)$

ج -  $(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b)$

چ -  $(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b)$

څلورم: لاندې پولینومویش سرته ورسوی.

$$\frac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}} \quad \text{الف-}$$

$$\frac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}}{2a^{2n} - 3a^{3n-2}} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}}{a^2 - b^3} \quad \text{ت -}$$

خوابونه

پولينومو پيش نتيحي

$$(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 3) = x^2 - x - 2 \quad \text{لومړی: الف-}$$

$$(2x^3 - 14x - 12) : (x + 2) = 2x^2 - 4x - 6 \quad \text{ب -}$$

$$(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x + 3) = 3x^2 - 24x + 21 \quad \text{پ -}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x - 2) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3 \quad \text{ت -}$$

$$\left(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4\right) : (x + 4) = x^2 + \frac{3}{2}x - 1 \quad \text{ټ -}$$

$$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : \left(x + \frac{1}{2}\right) = x^2 + x - 6 \quad \text{ث -}$$

$$\left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : \left(x - \frac{1}{4}\right) = x^2 - x - 6 \quad \text{ج -}$$

$$\left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - 2x - 15 \quad \text{چ -}$$

$$\left(x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{4}\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right) = x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \quad \text{خ -}$$

$$\left(x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{4}\right) : \left(x + \frac{3}{2}\right) = x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \quad \text{ح -}$$

$$\left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : (x + 2) = x^2 - \frac{13}{4}x + \frac{3}{4} \quad \text{خ -}$$

$$\left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5\right) : (x - 5) = x^2 + \frac{10}{3}x + 1 \quad \text{خ -}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x - 3) = \frac{1}{2}x^2 - 2 \quad \text{خ - د -}$$

$$(x^3 - 3x^2 - 6x + 8) : (x + 1) = x^2 - 4x - 2 + \frac{10}{x+1} \quad \text{دویم: الف -}$$

$$(2x^3 - x^2 - 8x + 4) : (x^2 - 4) = 2x - 1 \quad \text{ب -}$$

$$(2x^3 - 3x + 1) : (2x - 1) = x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{4} - \frac{1}{4(2x-1)} \quad \text{پ -}$$

$$(x^3 - tx^2 - 2x + 2t) : (x^2 - 2) = x - t \quad \text{ت -}$$

$$(8x^5 - 6x^7 + 2x) : 2x^2 = 4x^3 - 3x^5 + \frac{1}{x} \quad \text{دریم: الف-}$$

$$(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3 = 3a^2 - 4b^2 \quad \text{ب-}$$

$$(6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b) = 2a^4 - 3a^2b + 5b^2 \quad \text{پ-}$$

$$(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b) = 5a^6 - 6a^3b + 4b^2 \quad \text{ت-}$$

$$(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1) = 2a^2 + a + 1 \quad \text{ث-}$$

$$(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3) = a^3 + 3a^2 - 5a + 7 \quad \text{ج-}$$

$$(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b) = a^2 - ab + b^2 \quad \text{چ-}$$

$$(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b) = a^2 + ab + b^2 \quad \text{چ-}$$

$$\frac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}} = 3x^2y^{n+2} - 2x^my^{n+3} \quad \text{څلورم: الف-}$$

$$\frac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x} = 4a^x - 6b^c \quad \text{ب-}$$

$$\frac{8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}}{2a^{2n} - 3a^{3n-2}} = 4a - 5b \quad \text{پ-}$$

$$\frac{2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}}{a^2 - b^3} = 2a^3b^{x+2} + 3a^2b^{2x-1} \quad \text{ت-}$$



## 2.14 د ټول راشنل (نسبتي) توابعو گراف

### د گراف رسمول

د دې لپاره چې د یوه ټولراشنل تابع گراف رسم کړای شو، نو یوه ارزښت جدول او محورغوڅټکو ته اړتیا لرو.

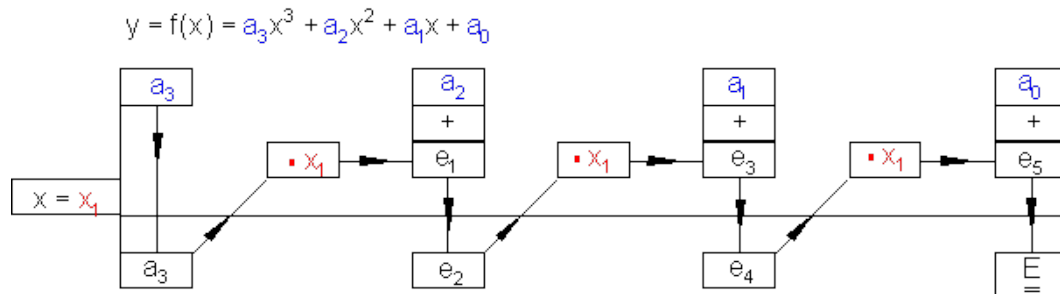
ارزښت جدول.

یو امکان چې ارزښت جدول رسم کړای شي په دې کې پروت دی، چې ټول د اړتیا وړ تابع ارزښتونه د جب شمیرې سره وشمیرو.

یو بل امکان، زیات وخت ساده لارې د هورنر-شیماراته راکوي.

| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -4 \quad \underline{-4} \quad \underline{+20} \quad \underline{-36} \\ 1 \quad -5 \quad 9 \quad -33 \quad \Rightarrow f(-4) = -33 \end{array}$   | <p>د هورنر شیماد تابع د<br/>تابع ارزښت د ټاکلو لپاره</p> $f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$ |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
|--|---|----|----|----|----|----|-----|-----|---|---|------|-----|---|----|----|---|----|-----|-----|---|--|
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -3 \quad \underline{-3} \quad \underline{+12} \quad \underline{-3} \\ 1 \quad -4 \quad 1 \quad 0 \quad \Rightarrow f(-3) = 0 \text{ Nullstelle} \end{array}$   | <p>د</p> $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ <p>لپاره.</p>                 |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -2 \quad \underline{-2} \quad \underline{+6} \quad \underline{+10} \\ 1 \quad -3 \quad -5 \quad 13 \quad \Rightarrow f(-2) = 13 \end{array}$   |   |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -1 \quad \underline{-1} \quad \underline{+2} \quad \underline{+9} \quad \text{Hochpunkt} \\ 1 \quad -2 \quad -9 \quad 12 \quad \Rightarrow f(-1) = 12 \end{array}$   |   |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \quad \text{Nulldurchgang} \\ x = 1 \quad \underline{+1} \quad \underline{0} \quad \underline{-11} \\ 1 \quad 0 \quad -11 \quad -8 \quad \Rightarrow f(1) = -8 \end{array}$   | <p>د محور سره<br/>غوڅتکی:</p> $f(0) = 3$  |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = 2 \quad \underline{+2} \quad \underline{+2} \quad \underline{-18} \\ 1 \quad 1 \quad -9 \quad -15 \quad \Rightarrow f(2) = -15 \end{array}$  | <p>د تابع تلنه له I و II ته<br/>له شیماد څخه پیژنو:</p>                               |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \quad \text{Tiefpunkt} \\ x = 3 \quad \underline{+3} \quad \underline{+6} \quad \underline{-15} \\ 1 \quad 2 \quad -5 \quad -12 \quad f(3) = -12 \end{array}$   | <p>د <math>x = -3; f(-3) = 0</math> سره<br/>صفر ځایونه.</p>                           |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \quad \text{Nulldurchgang} \\ x = 4 \quad \underline{+4} \quad \underline{+12} \quad \underline{+4} \\ 1 \quad 3 \quad 1 \quad 7 \quad f(x) = 7 \end{array}$  | <p>د <math>[-2; -1]</math> ترمنځ<br/>جگتکی</p>  |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| <p>ارزښت جدول:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-4</th> <th>-3</th> <th>-2</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>f(x)</th> <td>-33</td> <td>0</td> <td>13</td> <td>12</td> <td>3</td> <td>-8</td> <td>-15</td> <td>-12</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table> | x   | -4 | -3 | -2 | -1 | 0  | 1   | 2   | 3 | 4 | f(x) | -33 | 0 | 13 | 12 | 3 | -8 | -15 | -12 | 7 | <p>د <math>[0; 1]</math> ترمنځ صفر تلنه</p> <p>د <math>[2; 3]</math> ترمنځ ټیټکی</p> <p>د <math>[3; 4]</math> ترمنځ صفر تلنه</p> |
| x  | -4  | -3 | -2 | -1 | 0  | 1  | 2   | 3   | 4 |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| f(x)   | -33   | 0  | 13 | 12 | 3  | -8 | -15 | -12 | 7 |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |
| <p>پورته په ترتیب د الماني پښتو: صفر ځای، جگتکی، له صفر<br/>تیریدنه، ټیټ تکی، له صفر تیریدنه.</p>  |   |    |    |    |    |    |     |     |   |   |      |     |   |    |    |   |    |     |     |   |  |

په لاندې کې د هورن-شیمیا گرافیکې انځور شوي ده:



د صفرځای شمیرنه

له دې لاس ته راځي: د پولینوم وېش:  $f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$  د  $x_1 = -3$  سره معلوم صفرځای په څېر

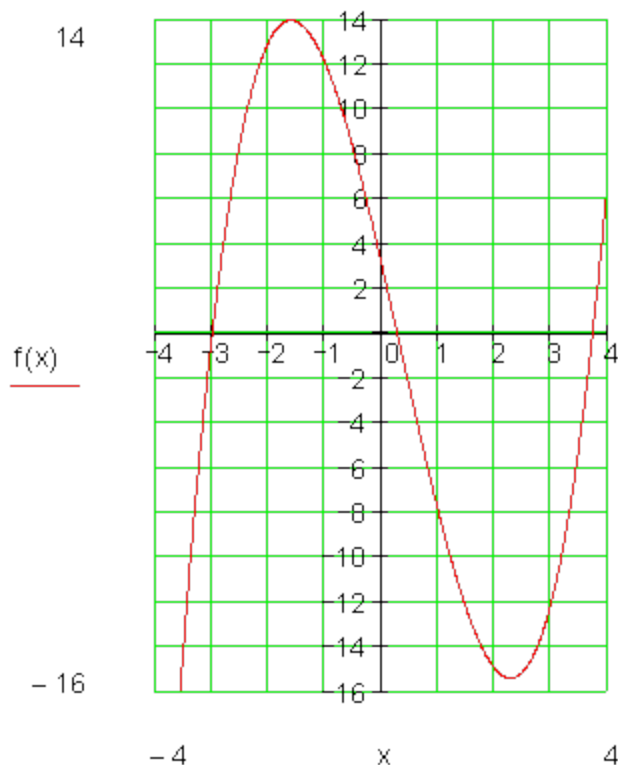
له دې لاس ته راځي: د پولینوم وېش:

$$\begin{array}{r} (x^3 - x^2 - 11x + 3) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1 \\ -(x^3 + 3x) \\ \hline -4x^2 - 11x \\ -(-4x^2 - 12x) \\ \hline x + 3 \\ -(x + 3) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1 \\ D = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3 \\ x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3} \\ x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \\ x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27 \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(-3|0); P_{x_2}(2 + \sqrt{3}|0); P_{x_3}(2 - \sqrt{3}|0)}}$$

اوس د ټولو معلومو داتایو سره کیدي شي د تابع گراف و گڼدل شي.



هغه څه چې تر اوسه يې ټيک نه شو پيژندلای، د گراف جگټکي او ټيټکي دي. د دې لپاره مشتقشميرني ته اړتيا ده، چې په وروسته برخو کې به راشي.

په يوه د جگو درجو راشنل توابع کې پر اېلم چې چې يوه يا زيات صفرخايونه پيدا کړو کيدی شي يوموخي ته هڅونکي گومان يا په توکل raten له لارې هم حل کړو. د دې لپاره کيدی شي  $a_0$  ضريب پوره مرستندوي وي. د  $a_0$  پر وېشونې (مقسوم عليه) کيدی شي پسې مرسته وکړي.

بيلگه:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \quad a_0 = 8 \Rightarrow T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$$

ازماېنت له  $x=1$  سره:  $f(1)=1-5+2+8=6$

ازماښت له  $x=2$  سره:  $f(2)=8-20+4+8=0$  له دې لاس ته راځي  $x_1=2$  صفرځای دی.

پولینومویش:  $(x^3-5x+2x+8)(x-2)=x^2-3x-4$   
 د  $x^2-3x-4=0$  حل څخه لرو:  $x_2=4; x_3=-1$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(4|0); P_{x_3}(-1|0)}}$$

تمرین I :

د هورنر-شیمای، محور غوڅتکي، ارزښت جدول، گرافونه

د تابع په سویمتری حالت وینا وکړی. د هورنر-شیمای سره په ورکړ شوي انټروال کې تابع ارزښت وشمیری. (د پل سور  $0,5$ ) د محور غوڅتکي پیدا کړی یو ارزښت جدول وکارئ او گراف په یوه پروتولارسیستم (کواردینات سیستم کې رسم کړی) کچونی یا اندازه کوونی: ۱ واحد په سانتي متر  $1 \text{ EH/cm}$

لومړی -  $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad [-1,5; 3,5]$

دویم -  $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5; 3]$

دریم -  $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4 \quad [-3; 1]$

څلورم -  $f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]$

پنځم -  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \quad [-1,5; 3]$

شپږم -  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad [-0,5; 4]$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5; 4,5] \quad \text{اوم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad [-3; 3,5] \quad \text{اتم -}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3; 3,5] \quad \text{نهم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0,5; 8] \quad \text{لسم -}$$

**تمرینونه II :** محور غوڅتکي، ارزښتجدول، گرافونه

د تابع په سیومتری حالت وینا وکړی. په ورکړ شوي انټروال کې تابع ارزښت وشمیری. (د پل سور 0,5) د محور غوڅتکي پیدا کړی یو ارزښت جدول وکارې اوگراف په یوه پروتولارسیستم (کووردینات سیستم کې رسم کړی) کچونی یا اندازه کوونی: ۱ واحد په سانتي متر (1 EH/cm)

$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2 \quad [-3,5; 3,5] \quad \text{اول -}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x \quad [-0,5; 5,5] \quad \text{دویم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10} \quad [-4; 4] \quad \text{دریم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 \quad [-1; 5] \quad \text{څلورم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - x^2 + 6x + \frac{9}{2} \quad [-1,5; 3,5] \quad \text{پنځم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 \quad [-1,5; 4,5]$$

شپږم -

$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x \quad [-0,5; 5,5] \quad \text{اوم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}x \quad [-1,5; 4,5] \quad \text{اتم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5}x \quad [-4; 4] \quad \text{نهم -}$$

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + 8x^2 - \frac{64}{5}x + \frac{3}{2} \quad [-0,5; 8,5] \quad \text{لسم -}$$

خوابونه:

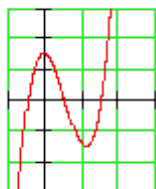
ټولراشنل يا - هوښيار توابع  $V$  (د هورنر-شيما)

نتيجي او مفصل خوابونه

لومړۍ - نتيجه

سيومتري شتون نه لري

محور غوڅټکي



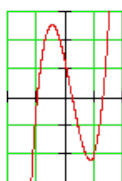
$$P_y(0|3)$$

$$P_{x_1}(-1|0); P_{x_2}(1|0); P_{x_3}(3|0)$$

دويم - نتيجه

سيومتري نه شته

محور غوڅټکي

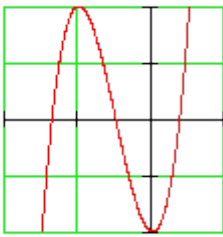


$$P_y(0|3) \quad P_{x_1}(-2|0)$$


$$P_{x_2}(1,5 + \sqrt{1,25} \approx 2,62 | 0)$$

$$P_{x_3}(1,5 - \sqrt{1,25} \approx 0,38 | 0)$$

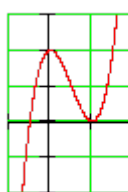
درېم - نتيجه

|   |  |
|---|--|
| <p>سيومتري : نهشته</p> <p>محور غوڅټکي:</p> <p><math>P_y(0 -4); P_{x1}(-1 0)</math></p> <p><math>P_{x2}(-1+\sqrt{3} \approx 0,73   0)</math></p> <p><math>P_{x3}(-1-\sqrt{3} \approx -2,73   0)</math></p> |  |
|---|--|

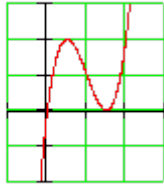
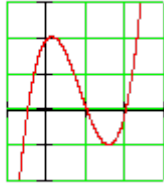
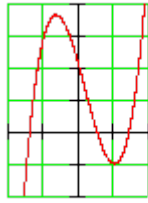
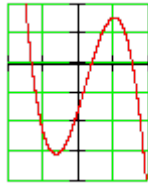
څلورم - نتيجه

|  |  |
|--|--|
| <p>سيومتري نه شته</p> <p>محور غوڅټکي:</p> <p><math>P_y(0 0); P_{x1/2}(0 0); P_{x3}(3 0)</math></p> |  |
|--|--|

پنځم - نتيجه :

|   |   |
|---|---|
|   | <p>سيومتري : نه شته</p>   |
|  | <p>محور غوڅټکي:</p> <p><math>P_y(0 4); P_{x1}(-1 0)</math></p> <p><math>P_{x2/3}(2 0)</math> ډبل صفرځای</p> |



|   |   |
|---|---|
| <p>سيومتري : نه شته<br/>محور غوڅتکي<br/><math>P_y(0 0); P_{x1}(0 0)</math><br/>دبل صفرخای <math>P_{x2/3}(3 0)</math></p>  | <p>شپږم - نتيجه</p>  |
| <p>سيومتري : نه شته<br/>محور غوڅتکي:<br/><math>P_y(0 4)</math><br/><math>P_{x1}(-1 0); P_{x2}(2 0); P_{x3}(4 0)</math></p>  | <p>اوم:</p>          |
| <p>سيومتري : نه شته<br/>محور غوڅتکي:<br/><math>P_y(0 4); P_{x1}(1 0)</math><br/><math>P_{x2}(\sqrt{8} \approx 2,83   0)</math><br/><math>P_{x3}(-\sqrt{8} \approx -2,83   0)</math></p>       | <p>اتم:</p>        |
| <p>سيومتري : نه شته<br/>محور غوڅتکي:<br/><math>P_y(0 -3); P_{x1}(3 0)</math><br/><math>P_{x2}(-1+\sqrt{3} \approx 0,73   0)</math><br/><math>P_{x3}(-1-\sqrt{3} \approx -2,73   0)</math></p> | <p>نهم:</p>        |

|  |          |
|--|----------|
| سیومتری نه شته<br>محور غوڅتکی:<br>$P_y(0 -4); P_{x1}(4 0)$<br>$P_{x2}(4+\sqrt{12} \approx 7,46   0)$<br>$P_{x3}(4-\sqrt{12} \approx 0,54   0)$ | لسم:<br> |
|--|----------|

مفصل ځوابونه:

|   |  |              |               |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
|---|--|--------------|---------------|----|---|-------------|--------------|---------------|--------------|------|-------|--------|---|---|----|----|---|---|------------|--------------|---------------|---|------|-------|--------|
| $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad [-1,5; 3,5]$<br>سیومتری نه شته   | لومړي  |              |               |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| $x = -1,5$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>-1,5</u></td><td><u>6,75</u></td><td><u>-8,625</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-4,5</td><td>5,75</td><td>-5,625</td></tr> </table> | 1  | -3           | -1            | 3  | ↓ | <u>-1,5</u> | <u>6,75</u>  | <u>-8,625</u> | 1            | -4,5 | 5,75  | -5,625 | $x = 1$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>1</u></td><td><u>-2</u></td><td><u>-3</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-2</td><td>-3</td><td>0</td></tr> </table>                      | 1 | -3 | -1 | 3 | ↓ | <u>1</u>   | <u>-2</u>    | <u>-3</u>     | 1 | -2   | -3    | 0      |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>-1,5</u>  | <u>6,75</u>  | <u>-8,625</u> |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -4,5   | 5,75         | -5,625        |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>1</u>   | <u>-2</u>    | <u>-3</u>     |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -2   | -3           | 0             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| $x = -1$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>-1</u></td><td><u>4</u></td><td><u>-3</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-4</td><td>3</td><td>0</td></tr> </table>                      | 1  | -3           | -1            | 3  | ↓ | <u>-1</u>   | <u>4</u>     | <u>-3</u>     | 1            | -4   | 3     | 0      | $x = 1,5$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>1,5</u></td><td><u>-2,25</u></td><td><u>-4,875</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-1,5</td><td>-3,25</td><td>-1,875</td></tr> </table> | 1 | -3 | -1 | 3 | ↓ | <u>1,5</u> | <u>-2,25</u> | <u>-4,875</u> | 1 | -1,5 | -3,25 | -1,875 |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>-1</u>  | <u>4</u>     | <u>-3</u>     |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -4   | 3            | 0             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>1,5</u>   | <u>-2,25</u> | <u>-4,875</u> |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -1,5   | -3,25        | -1,875        |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| $x = -0,5$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>-0,5</u></td><td><u>1,75</u></td><td><u>-0,375</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-3,5</td><td>0,75</td><td>2,625</td></tr> </table>  | 1  | -3           | -1            | 3  | ↓ | <u>-0,5</u> | <u>1,75</u>  | <u>-0,375</u> | 1            | -3,5 | 0,75  | 2,625  | $x = 2$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>2</u></td><td><u>-2</u></td><td><u>-6</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-1</td><td>-3</td><td>-3</td></tr> </table>                     | 1 | -3 | -1 | 3 | ↓ | <u>2</u>   | <u>-2</u>    | <u>-6</u>     | 1 | -1   | -3    | -3     |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>-0,5</u>  | <u>1,75</u>  | <u>-0,375</u> |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3,5   | 0,75         | 2,625         |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>2</u>   | <u>-2</u>    | <u>-6</u>     |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -1   | -3           | -3            |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| $x = 0$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>0</u></td><td><u>0</u></td><td><u>0</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> </table>                        | 1  | -3           | -1            | 3  | ↓ | <u>0</u>    | <u>0</u>     | <u>0</u>      | 1            | -3   | -1    | 3      | $x = 2,5$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>2,5</u></td><td><u>-1,25</u></td><td><u>-5,625</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-0,5</td><td>-2,25</td><td>-2,625</td></tr> </table> | 1 | -3 | -1 | 3 | ↓ | <u>2,5</u> | <u>-1,25</u> | <u>-5,625</u> | 1 | -0,5 | -2,25 | -2,625 |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>0</u>   | <u>0</u>     | <u>0</u>      |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>2,5</u>   | <u>-1,25</u> | <u>-5,625</u> |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -0,5   | -2,25        | -2,625        |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| $x = 0,5$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>0,5</u></td><td><u>-1,25</u></td><td><u>-1,125</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>-2,5</td><td>-2,25</td><td>1,875</td></tr> </table>  | 1  | -3           | -1            | 3  | ↓ | <u>0,5</u>  | <u>-1,25</u> | <u>-1,125</u> | 1            | -2,5 | -2,25 | 1,875  | $x = 3$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>3</u></td><td><u>0</u></td><td><u>-3</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td></tr> </table>                        | 1 | -3 | -1 | 3 | ↓ | <u>3</u>   | <u>0</u>     | <u>-3</u>     | 1 | 0    | -1    | 0      |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>0,5</u>   | <u>-1,25</u> | <u>-1,125</u> |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -2,5   | -2,25        | 1,875         |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>3</u>   | <u>0</u>     | <u>-3</u>     |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | 0  | -1           | 0             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
|   | $x = 3,5$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td></tr> <tr><td>↓</td><td><u>3,5</u></td><td><u>1,75</u></td><td><u>2,625</u></td></tr> <tr><td>1</td><td>0,5</td><td>0,75</td><td>5,625</td></tr> </table> | 1            | -3            | -1 | 3 | ↓           | <u>3,5</u>   | <u>1,75</u>   | <u>2,625</u> | 1    | 0,5   | 0,75   | 5,625   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | -3   | -1           | 3             |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| ↓   | <u>3,5</u>   | <u>1,75</u>  | <u>2,625</u>  |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |
| 1   | 0,5  | 0,75         | 5,625         |    |   |             |              |               |              |      |       |        |   |   |    |    |   |   |            |              |               |   |      |       |        |

**محور غوڅتکي د**

**هورنر شيما څخه لوستلور دي:**

$P_y(0|3)$   
 $P_{x1}(-1|0)$   
 $P_{x2}(1|0)$   
 $P_{x3}(3|0)$

**ارزښت جدول:**

|      |       |    |       |    |
|------|-------|----|-------|----|
| x    | -1,5  | -1 | -0,5  | 0  |
| f(x) | -8,63 | 0  | 2,63  | 3  |
| x    | 0,5   | 1  | 1,5   | 2  |
| f(x) | 1,88  | 0  | -1,88 | -3 |
| x    | 2,5   | 3  | 3,5   |    |
| f(x) | -2,63 | 0  | 5,63  |    |

$f(x) := x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 3$

دويم:

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5; 3]$

سيومتری نه شته

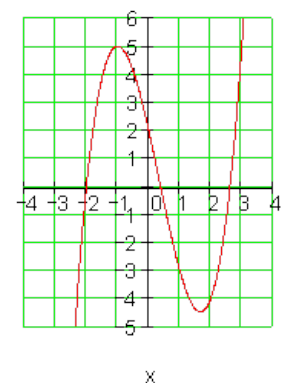
|            |   |             |             |               |               |
|------------|---|-------------|-------------|---------------|---------------|
|            |   | 1           | -1          | -5            | 2             |
| $x = -2,5$ | ↓ | <u>-2,5</u> | <u>8,75</u> | <u>-9,375</u> |               |
|            |   | 1           | -3,5        | 3,75          | <u>-7,375</u> |
| <hr/>      |   |             |             |               |               |
|            |   | 1           | -1          | -5            | 2             |
| $x = -2$   | ↓ | <u>-2</u>   | <u>6</u>    | <u>-2</u>     |               |
|            |   | 1           | -3          | 1             | <u>0</u>      |
| <hr/>      |   |             |             |               |               |
|            |   | 1           | -1          | -5            | 2             |

|           |   |            |              |               |               |
|-----------|---|------------|--------------|---------------|---------------|
|           |   | 1          | -1           | -5            | 2             |
| $x = 0,5$ | ↓ | <u>0,5</u> | <u>-0,25</u> | <u>-2,625</u> |               |
|           |   | 1          | -0,5         | -5,25         | <u>-0,625</u> |
| <hr/>     |   |            |              |               |               |
|           |   | 1          | -1           | -5            | 2             |
| $x = 1$   | ↓ | <u>1</u>   | <u>0</u>     | <u>-5</u>     |               |
|           |   | 1          | 0            | -5            | <u>-3</u>     |
| <hr/>     |   |            |              |               |               |
|           |   | 1          | -1           | -5            | 2             |

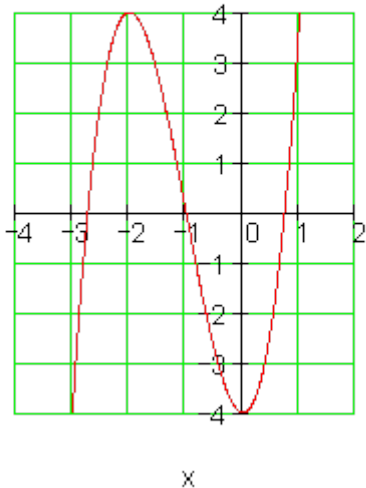
|   |  |
|---|--|
| $\begin{array}{r} x = -1,5 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad -1,5 \quad 3,75 \quad 1,875 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{-1,5} \phantom{3,75} \phantom{1,875}} \\ 1 \quad -2,5 \quad -1,25 \quad 3,875 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \\ x = -1 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{-1} \phantom{-5} \phantom{2}} \\ 1 \quad -2 \quad -3 \quad 5 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \\ x = -0,5 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad -0,5 \quad 0,75 \quad 2,125 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{-0,5} \phantom{0,75} \phantom{2,125}} \\ 1 \quad -1,5 \quad -4,25 \quad 4,125 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \\ x = 0 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0}} \\ 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \end{array} \end{array} \end{array}$ | $\begin{array}{r} x = 1,5 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad 1,5 \quad 0,75 \quad -6,375 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{1,5} \phantom{0,75} \phantom{-6,375}} \\ 1 \quad 0,5 \quad -4,25 \quad -4,375 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \\ x = 2 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 2 \quad -6 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{2} \phantom{2} \phantom{-6}} \\ 1 \quad 1 \quad -3 \quad -4 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \\ x = 2,5 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad 2,5 \quad 3,75 \quad -3,125 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{2,5} \phantom{3,75} \phantom{-3,125}} \\ 1 \quad 1,5 \quad -1,25 \quad -1,125 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -5 \quad 2 \\ x = 3 \downarrow \\ \begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 6 \quad 3 \\ \underline{\phantom{1} \phantom{3} \phantom{6} \phantom{3}} \\ 1 \quad 2 \quad 1 \quad 5 \end{array} \end{array} \end{array}$ |
| <p>څرگند صفر ځايونه: <math>x_1 = -2</math> پولينو موبش:</p> $(x^3 - x^2 - 5x + 2) : (x + 2) = x^2 - 3x + 1$ $\begin{array}{r} -(x^3 + 2x^2) \\ \hline -3x^2 - 5x \\ -(-3x^2 - 6x) \\ \hline x + 2 \\ -(x + 2) \\ \hline \end{array}$  | <p>مربع (څلوري) مساوات:</p> $x^2 - 3x + 1 = 0$ <p><math>p = -3; q = 1</math></p> $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2,618 \\ x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0,382 \end{array} \right.$   |
| <p>محور غوڅتکي</p> <p><math>P_y(0 3); P_{x_1}(-2 0)</math><br/> <math>P_{x_2}(1,5 + \sqrt{1,25} 0) \approx (2,62 0)</math><br/> <math>P_{x_3}(1,5 - \sqrt{1,25} 0) \approx (0,38 0)</math></p>  | $f(x) := x^3 - x^2 - 5x + 2$   |

| لرژښتجدول: |       |       |       |    |       |
|------------|-------|-------|-------|----|-------|
| x          | -2,5  | -2    | -1,5  | -1 | -0,5  |
| f(x)       | -7,38 | 0     | 3,88  | 5  | 4,13  |
| x          | 0     | 0,38  | 0,5   | 1  | 1,5   |
| f(x)       | 2     | 0     | -0,63 | -3 | -4,38 |
| x          | 2     | 2,5   | 2,62  | 3  |       |
| f(x)       | -4    | -1,13 | 0     | 5  |       |

f(x)



|  |   |           |             |             |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|--|---|-----------|-------------|-------------|----|----------|---|-----------|----------|----------|--|--|---|---|----|--|--|--|--|--|--|---|---|---|----|------------|---|-----------|-------------|-------------|--|--|---|---|------|--|--|--|------|------|--|--|--|--|--|--|---|---|---|----|----------|---|-----------|-----------|----------|--|--|---|---|----|--|--|--|----|---|--|--|--|--|--|--|---|---|---|----|------------|---|-----------|-------------|-------------|--|--|---|---|------|--|--|--|------|------|--|--|--|--|--|--|---|---|---|----|----------|---|-----------|-----------|----------|--|--|---|---|----|--|--|--|----|---|--|--|--|--|--|--|---|---|---|----|--|--|---|---|---|----|----------|---|-----------|-----------|----------|--|--|---|---|----|--|--|--|----|---|
| <p><math>f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4 \quad [-3; 1]</math></p> <p>Symmetrie: keine</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: right;">2</td> <td style="width: 10%; text-align: right;">6</td> <td style="width: 10%; text-align: right;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -3</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: right;"><u>-6</u></td> <td style="text-align: right;"><u>0</u></td> <td style="text-align: right;"><u>0</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">1</td> <td style="text-align: right;">0</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">6</td> <td style="text-align: right;">0</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -2,5</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: right;"><u>-5</u></td> <td style="text-align: right;"><u>-2,5</u></td> <td style="text-align: right;"><u>6,25</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">1</td> <td style="text-align: right;">-2,5</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">-2,5</td> <td style="text-align: right;">2,25</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">6</td> <td style="text-align: right;">0</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -2</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: right;"><u>-4</u></td> <td style="text-align: right;"><u>-4</u></td> <td style="text-align: right;"><u>8</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">-4</td> <td style="text-align: right;">4</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">6</td> <td style="text-align: right;">0</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -1,5</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: right;"><u>-3</u></td> <td style="text-align: right;"><u>-4,5</u></td> <td style="text-align: right;"><u>6,75</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">3</td> <td style="text-align: right;">-4,5</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">-4,5</td> <td style="text-align: right;">2,75</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">6</td> <td style="text-align: right;">0</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -1</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: right;"><u>-2</u></td> <td style="text-align: right;"><u>-4</u></td> <td style="text-align: right;"><u>4</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">4</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">-4</td> <td style="text-align: right;">0</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">6</td> <td style="text-align: right;">0</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> </table> |   | 2         | 6           | 0           | -4 | $x = -3$ | ↓ | <u>-6</u> | <u>0</u> | <u>0</u> |  |  | 1 | 0 | -4 |  |  |  |  |  |  | 2 | 6 | 0 | -4 | $x = -2,5$ | ↓ | <u>-5</u> | <u>-2,5</u> | <u>6,25</u> |  |  | 2 | 1 | -2,5 |  |  |  | -2,5 | 2,25 |  |  |  |  |  |  | 2 | 6 | 0 | -4 | $x = -2$ | ↓ | <u>-4</u> | <u>-4</u> | <u>8</u> |  |  | 2 | 2 | -4 |  |  |  | -4 | 4 |  |  |  |  |  |  | 2 | 6 | 0 | -4 | $x = -1,5$ | ↓ | <u>-3</u> | <u>-4,5</u> | <u>6,75</u> |  |  | 2 | 3 | -4,5 |  |  |  | -4,5 | 2,75 |  |  |  |  |  |  | 2 | 6 | 0 | -4 | $x = -1$ | ↓ | <u>-2</u> | <u>-4</u> | <u>4</u> |  |  | 2 | 4 | -4 |  |  |  | -4 | 0 |  |  |  |  |  |  | 2 | 6 | 0 | -4 | <p>درېم: څرگند صفرځايونه <math>x_1 = -1</math></p> <p>د گراد كمه ونه</p> <p>د هورنر شپما سره</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: right;">2</td> <td style="width: 10%; text-align: right;">6</td> <td style="width: 10%; text-align: right;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -1</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: right;"><u>-2</u></td> <td style="text-align: right;"><u>-4</u></td> <td style="text-align: right;"><u>4</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: right;">4</td> <td style="text-align: right;">-4</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">-4</td> <td style="text-align: right;">0</td> </tr> </table> <p>مربع مساوات</p> $2x^2 + 4x - 4 = 0 \quad   : 2$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$ <p><math>p = 2; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3</math></p> $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0,732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2,732 \end{array} \right.$ <p>محور غوڅتکي:</p> <p><math>P_y(0   -4)</math></p> <p><math>P_{x1}(-1   0)</math></p> <p><math>P_{x2}(-1 + \sqrt{3}   0) \approx (0,73   0)</math></p> |  | 2 | 6 | 0 | -4 | $x = -1$ | ↓ | <u>-2</u> | <u>-4</u> | <u>4</u> |  |  | 2 | 4 | -4 |  |  |  | -4 | 0 |
|  | 2 | 6         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
| $x = -3$   | ↓ | <u>-6</u> | <u>0</u>    | <u>0</u>    |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   | 1         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           |             |             |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  | 2 | 6         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
| $x = -2,5$   | ↓ | <u>-5</u> | <u>-2,5</u> | <u>6,25</u> |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   | 2         | 1           | -2,5        |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           | -2,5        | 2,25        |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           |             |             |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  | 2 | 6         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
| $x = -2$   | ↓ | <u>-4</u> | <u>-4</u>   | <u>8</u>    |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   | 2         | 2           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           | -4          | 4           |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           |             |             |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  | 2 | 6         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
| $x = -1,5$   | ↓ | <u>-3</u> | <u>-4,5</u> | <u>6,75</u> |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   | 2         | 3           | -4,5        |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           | -4,5        | 2,75        |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           |             |             |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  | 2 | 6         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
| $x = -1$   | ↓ | <u>-2</u> | <u>-4</u>   | <u>4</u>    |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   | 2         | 4           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           | -4          | 0           |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           |             |             |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  | 2 | 6         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  | 2 | 6         | 0           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
| $x = -1$   | ↓ | <u>-2</u> | <u>-4</u>   | <u>4</u>    |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   | 2         | 4           | -4          |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |
|  |   |           | -4          | 0           |    |          |   |           |          |          |  |  |   |   |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |            |   |           |             |             |  |  |   |   |      |  |  |  |      |      |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |  |  |  |  |  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |    |          |   |           |           |          |  |  |   |   |    |  |  |  |    |   |

|  |  |       |       |      |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
|--|--|-------|-------|------|----|--------|----|---|------|---|-----|------|----|------|---|--------|------|---|-------|----|-----|-----|------|---|--|--------|-------|---|---|--|--|
| $  \begin{array}{r}  x = -0,5 \downarrow \begin{array}{r} \underline{-1} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{-2,5} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{1,25} \\ -2,5 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{-2,75} \\ -4 \end{array} \\  \hline  x = 0 \downarrow \begin{array}{r} \underline{0} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{0} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{0} \\ -4 \end{array} \\  \hline  x = 0,5 \downarrow \begin{array}{r} \underline{1} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{3,5} \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{1,75} \\ 3,5 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{-2,25} \\ -4 \end{array} \\  \hline  x = 1 \downarrow \begin{array}{r} \underline{2} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{8} \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{8} \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{4} \\ 4 \end{array}  \end{array}  $  | $P_{x^3}(-1 - \sqrt{3}   0) \approx (-2,73   0)$ |       |       |      |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
| <b>رزښت جدول</b>   | $f(x) := 2x^3 + 6x^2 - 4$                        |       |       |      |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px;">-3</td> <td style="padding: 2px;">-2,73</td> <td style="padding: 2px;">-2,5</td> <td style="padding: 2px;">-2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px;">-4</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">2,25</td> <td style="padding: 2px;">4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px;">-1,5</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">-0,5</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px;">2,75</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">-2,75</td> <td style="padding: 2px;">-4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px;">0,5</td> <td style="padding: 2px;">0,73</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px;">-2,25</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | $x$  | -3    | -2,73 | -2,5 | -2 | $f(x)$ | -4 | 0 | 2,25 | 4 | $x$ | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | $f(x)$ | 2,75 | 0 | -2,75 | -4 | $x$ | 0,5 | 0,73 | 1 |  | $f(x)$ | -2,25 | 0 | 4 |  | <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><math>f(x)</math></div>  </div> |
| $x$  | -3   | -2,73 | -2,5  | -2   |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
| $f(x)$   | -4   | 0     | 2,25  | 4    |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
| $x$  | -1,5   | -1    | -0,5  | 0    |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
| $f(x)$   | 2,75   | 0     | -2,75 | -4   |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
| $x$  | 0,5  | 0,73  | 1     |      |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |
| $f(x)$   | -2,25  | 0     | 4     |      |    |        |    |   |      |   |     |      |    |      |   |        |      |   |       |    |     |     |      |   |  |        |       |   |   |  |  |

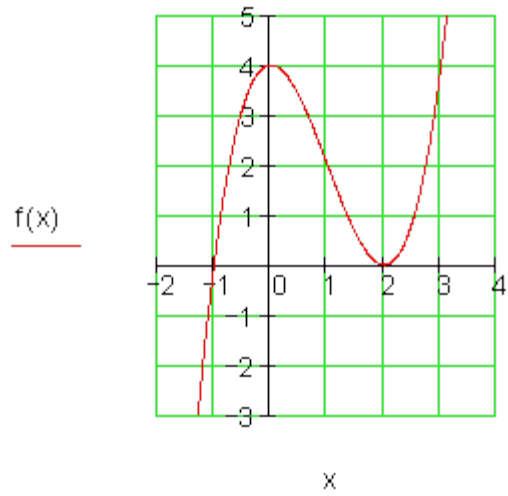
څلورم:

|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|--|----|-------------|--------------|---------------|---|----------|---|-----------|----------|-----------|--|---|----|---|----|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|------------|---|-------------|-------------|---------------|--|---|------|------|--------|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|---------|---|----------|----------|----------|--|---|----|---|---|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|-----------|---|------------|--------------|--------------|--|---|------|-------|-------|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|---------|---|----------|-----------|-----------|--|---|----|----|----|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|-----------|---|------------|--------------|---------------|--|---|------|-------|--------|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|---------|---|----------|-----------|-----------|--|---|----|----|----|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|-----------|---|------------|--------------|---------------|--|---|------|-------|--------|--|--|--|--|--|--|---|----|---|---|---|-----|----|------|---|-----|--------|----|-------|---|-------|-----|---|-----|---|-----|--------|----|-------|----|-------|-----|---|-----|--|--|--------|---|------|--|--|
| <p style="text-align: center;"><math>f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]</math></p> <p style="text-align: center;">سيومتري نه شته</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">-3</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -1</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>-1</u></td> <td style="text-align: center;"><u>4</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-4</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-4</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">-4</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = -0,5</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>-0,5</u></td> <td style="text-align: center;"><u>1,75</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-0,875</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3,5</td> <td style="text-align: center;">1,75</td> <td style="text-align: center;">-0,875</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = 0</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>0</u></td> <td style="text-align: center;"><u>0</u></td> <td style="text-align: center;"><u>0</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = 0,5</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>0,5</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-1,25</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-6,25</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-2,5</td> <td style="text-align: center;">-1,25</td> <td style="text-align: center;">-6,25</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = 1</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>1</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-2</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-2</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-2</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = 1,5</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>1,5</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-2,25</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-3,375</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-1,5</td> <td style="text-align: center;">-2,25</td> <td style="text-align: center;">-3,375</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = 2</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>2</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-2</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-4</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-4</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="color: red;"><math>x = 2,5</math></td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;"><u>2,5</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-1,25</u></td> <td style="text-align: center;"><u>-3,125</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-0,5</td> <td style="text-align: center;">-1,25</td> <td style="text-align: center;">-3,125</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table> |    | 1           | -3           | 0             | 0 | $x = -1$ | ↓ | <u>-1</u> | <u>4</u> | <u>-4</u> |  | 1 | -4 | 4 | -4 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | $x = -0,5$ | ↓ | <u>-0,5</u> | <u>1,75</u> | <u>-0,875</u> |  | 1 | -3,5 | 1,75 | -0,875 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | $x = 0$ | ↓ | <u>0</u> | <u>0</u> | <u>0</u> |  | 1 | -3 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | $x = 0,5$ | ↓ | <u>0,5</u> | <u>-1,25</u> | <u>-6,25</u> |  | 1 | -2,5 | -1,25 | -6,25 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | $x = 1$ | ↓ | <u>1</u> | <u>-2</u> | <u>-2</u> |  | 1 | -2 | -2 | -2 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | $x = 1,5$ | ↓ | <u>1,5</u> | <u>-2,25</u> | <u>-3,375</u> |  | 1 | -1,5 | -2,25 | -3,375 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | $x = 2$ | ↓ | <u>2</u> | <u>-2</u> | <u>-4</u> |  | 1 | -1 | -2 | -4 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | $x = 2,5$ | ↓ | <u>2,5</u> | <u>-1,25</u> | <u>-3,125</u> |  | 1 | -0,5 | -1,25 | -3,125 |  |  |  |  |  |  | 1 | -3 | 0 | 0 | <p>د ضريبيوني له لاري د صفر ځايونو ټاكل:</p> $x^3 - 3x^2 = 0$ $\Leftrightarrow x^2(x - 3) = 0$ $\Rightarrow x_{1/2} = 0 \text{ doppelte Nullstelle}$ $x - 3 = 0 \Rightarrow x_3 = 3$ <p style="text-align: center;">محور غوڅتكي:</p> <p><math>P_y(0 0); P_{x1/2}(0 0); P_{x3}(3 0)</math></p> <p style="text-align: center;">ارزبنتجدول:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black;"><math>x</math></td> <td style="border: 1px solid black;">-1</td> <td style="border: 1px solid black;">-0,5</td> <td style="border: 1px solid black;">0</td> <td style="border: 1px solid black;">0,5</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;"><math>f(x)</math></td> <td style="border: 1px solid black;">-4</td> <td style="border: 1px solid black;">-0,88</td> <td style="border: 1px solid black;">0</td> <td style="border: 1px solid black;">-0,63</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;"><math>x</math></td> <td style="border: 1px solid black;">1</td> <td style="border: 1px solid black;">1,5</td> <td style="border: 1px solid black;">2</td> <td style="border: 1px solid black;">2,5</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;"><math>f(x)</math></td> <td style="border: 1px solid black;">-2</td> <td style="border: 1px solid black;">-3,38</td> <td style="border: 1px solid black;">-4</td> <td style="border: 1px solid black;">-3,13</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;"><math>x</math></td> <td style="border: 1px solid black;">3</td> <td style="border: 1px solid black;">3,5</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;"><math>f(x)</math></td> <td style="border: 1px solid black;">0</td> <td style="border: 1px solid black;">6,13</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>(x) := x^3 - 3x^2</math></p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-top: 5px;"><math>f(x)</math></p> </div> | $x$ | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | $f(x)$ | -4 | -0,88 | 0 | -0,63 | $x$ | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | $f(x)$ | -2 | -3,38 | -4 | -3,13 | $x$ | 3 | 3,5 |  |  | $f(x)$ | 0 | 6,13 |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = -1$   | ↓  | <u>-1</u>   | <u>4</u>     | <u>-4</u>     |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -4          | 4            | -4            |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = -0,5$   | ↓  | <u>-0,5</u> | <u>1,75</u>  | <u>-0,875</u> |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3,5        | 1,75         | -0,875        |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = 0$  | ↓  | <u>0</u>    | <u>0</u>     | <u>0</u>      |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = 0,5$  | ↓  | <u>0,5</u>  | <u>-1,25</u> | <u>-6,25</u>  |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -2,5        | -1,25        | -6,25         |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = 1$  | ↓  | <u>1</u>    | <u>-2</u>    | <u>-2</u>     |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -2          | -2           | -2            |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = 1,5$  | ↓  | <u>1,5</u>  | <u>-2,25</u> | <u>-3,375</u> |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -1,5        | -2,25        | -3,375        |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = 2$  | ↓  | <u>2</u>    | <u>-2</u>    | <u>-4</u>     |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -1          | -2           | -4            |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x = 2,5$  | ↓  | <u>2,5</u>  | <u>-1,25</u> | <u>-3,125</u> |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -0,5        | -1,25        | -3,125        |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  |    |             |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
|  | 1  | -3          | 0            | 0             |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x$  | -1 | -0,5        | 0            | 0,5           |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $f(x)$   | -4 | -0,88       | 0            | -0,63         |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x$  | 1  | 1,5         | 2            | 2,5           |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $f(x)$   | -2 | -3,38       | -4           | -3,13         |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $x$  | 3  | 3,5         |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |
| $f(x)$   | 0  | 6,13        |              |               |   |          |   |           |          |           |  |   |    |   |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |            |   |             |             |               |  |   |      |      |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |   |    |   |   |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |   |      |       |       |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |           |  |   |    |    |    |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |               |  |   |      |       |        |  |  |  |  |  |  |   |    |   |   |   |     |    |      |   |     |        |    |       |   |       |     |   |     |   |     |        |    |       |    |       |     |   |     |  |  |        |   |      |  |  |

|  |   |    |      |    |      |   |      |       |   |      |   |   |     |   |     |   |      |       |   |      |   |   |     |   |  |  |      |       |   |  |  |
|--|---|----|------|----|------|---|------|-------|---|------|---|---|-----|---|-----|---|------|-------|---|------|---|---|-----|---|--|--|------|-------|---|--|--|
| $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ $[-1,5; 3]$<br>Symmetrie: keine<br>$x = -1,5$ ↓ $\frac{-1,5}{1}$ $\frac{6,75}{-4,5}$ $\frac{-10,125}{6,75}$ $\frac{-6,125}{4}$<br><hr/> $x = -1$ ↓ $\frac{-1}{1}$ $\frac{4}{-4}$ $\frac{0}{4}$<br><hr/> $x = -0,5$ ↓ $\frac{-0,5}{1}$ $\frac{1,75}{-3,5}$ $\frac{-0,875}{1,75}$ $\frac{3,125}{4}$<br><hr/> $x = 0$ ↓ $\frac{0}{1}$ $\frac{0}{-3}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{4}$<br><hr/> $x = 0,5$ ↓ $\frac{0,5}{1}$ $\frac{-1,25}{-2,5}$ $\frac{-0,625}{-1,25}$ $\frac{3,375}{4}$<br><hr/> $x = 1$ ↓ $\frac{1}{1}$ $\frac{-2}{-2}$ $\frac{-2}{2}$ $\frac{4}{4}$<br><hr/> $x = 1,5$ ↓ $\frac{1,5}{1}$ $\frac{-2,25}{-1,5}$ $\frac{-3,375}{-2,25}$ $\frac{0,625}{4}$<br><hr/> $x = 2$ ↓ $\frac{2}{1}$ $\frac{-2}{-1}$ $\frac{-4}{-2}$ $\frac{0}{4}$<br><hr/> $x = 2,5$ ↓ $\frac{2,5}{1}$ $\frac{-1,25}{-0,5}$ $\frac{-3,125}{-1,25}$ $\frac{0,875}{4}$<br><hr/> $x = 3$ ↓ $\frac{3}{1}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{4}$ | <p>پنجم: خرگندد صفر خایونه:<br/> <math>x_1 = -1; x_2 = 2</math></p> <p>پولینومویش:<br/> <math>(x^3 - 3x^2 + 4) : (x + 1)(x - 2)</math><br/> <math>(x + 1)(x - 2) = x^2 - 2x + x - 2</math><br/> <math>(x^3 - 3x^2 + 4) : (x^2 - 2x + x - 2) = x - 2</math><br/> <math>-(x^3 - x^2 - 2x)</math><br/> <math>-2x^2 + 2x + 4</math><br/> <math>-(-2x^2 + 2x + 4)</math><br/> <math>x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2</math></p> <p>محور غوختکی:<br/> <math>P_y(0 4); P_{x1}(-1 0)</math></p> <p>دبل صفر خای <math>P_{x2/3}(2 0)</math></p> <p>ارزبنت جدول:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1,5</td> <td>-1</td> <td>-0,5</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-6,13</td> <td>0</td> <td>3,13</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3,375</td> <td>2</td> <td>0,63</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>2,5</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>0,875</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>خیره لاندې مخ کی:</p> | x  | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | f(x) | -6,13 | 0 | 3,13 | 4 | x | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | f(x) | 3,375 | 2 | 0,63 | 0 | x | 2,5 | 3 |  |  | f(x) | 0,875 | 4 |  |  |
| x  | -1,5  | -1 | -0,5 | 0  |      |   |      |       |   |      |   |   |     |   |     |   |      |       |   |      |   |   |     |   |  |  |      |       |   |  |  |
| f(x)   | -6,13   | 0  | 3,13 | 4  |      |   |      |       |   |      |   |   |     |   |     |   |      |       |   |      |   |   |     |   |  |  |      |       |   |  |  |
| x  | 0,5   | 1  | 1,5  | 2  |      |   |      |       |   |      |   |   |     |   |     |   |      |       |   |      |   |   |     |   |  |  |      |       |   |  |  |
| f(x)   | 3,375   | 2  | 0,63 | 0  |      |   |      |       |   |      |   |   |     |   |     |   |      |       |   |      |   |   |     |   |  |  |      |       |   |  |  |
| x  | 2,5   | 3  |      |    |      |   |      |       |   |      |   |   |     |   |     |   |      |       |   |      |   |   |     |   |  |  |      |       |   |  |  |
| f(x)   | 0,875   | 4  |      |    |      |   |      |       |   |      |   |   |     |   |     |   |      |       |   |      |   |   |     |   |  |  |      |       |   |  |  |



$$f(x) := x^3 - 3 \cdot x^2 + 4$$



شپږم:

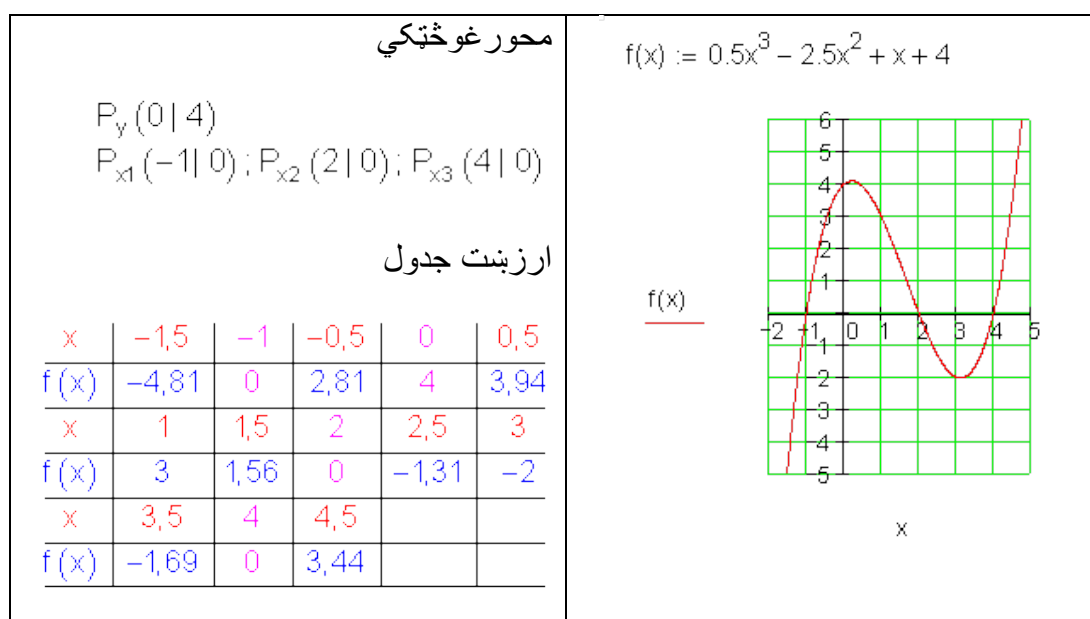
|   |    |             |              |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
|---|----|-------------|--------------|---------------|---------------|---|-------------|-------------|---------------|--|--|---|------|-------|---------------|-------|--|--|--|--|--|---|----|---|---|---------|---|----------|----------|----------|--|--|---|----|---|----------|-------|--|--|--|--|--|---|----|---|---|-----------|---|------------|--------------|--------------|--|--|---|------|------|--------------|-------|--|--|--|--|--|---|----|---|---|---------|---|----------|-----------|----------|--|--|---|----|---|----------|-------|--|--|--|--|--|---|----|---|---|--|
| $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ $[-0,5; 4]$<br>Symmetrie: keine<br><table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>1</td><td>-6</td><td>9</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>x = -0,5</math></td><td>↓</td><td><u>-0,5</u></td><td><u>3,25</u></td><td><u>-6,125</u></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>-6,5</td><td>12,25</td><td><u>-6,125</u></td></tr> <tr><td colspan="6"><hr/></td></tr> <tr><td>1</td><td>-6</td><td>9</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>x = 0</math></td><td>↓</td><td><u>0</u></td><td><u>0</u></td><td><u>0</u></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>-6</td><td>9</td><td><u>0</u></td></tr> <tr><td colspan="6"><hr/></td></tr> <tr><td>1</td><td>-6</td><td>9</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>x = 0,5</math></td><td>↓</td><td><u>0,5</u></td><td><u>-2,75</u></td><td><u>3,125</u></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>-5,5</td><td>6,25</td><td><u>3,125</u></td></tr> <tr><td colspan="6"><hr/></td></tr> <tr><td>1</td><td>-6</td><td>9</td><td>0</td></tr> <tr><td><math>x = 1</math></td><td>↓</td><td><u>1</u></td><td><u>-5</u></td><td><u>4</u></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>-5</td><td>4</td><td><u>4</u></td></tr> <tr><td colspan="6"><hr/></td></tr> <tr><td>1</td><td>-6</td><td>9</td><td>0</td></tr> </table> | 1  | -6          | 9            | 0             | $x = -0,5$    | ↓ | <u>-0,5</u> | <u>3,25</u> | <u>-6,125</u> |  |  | 1 | -6,5 | 12,25 | <u>-6,125</u> | <hr/> |  |  |  |  |  | 1 | -6 | 9 | 0 | $x = 0$ | ↓ | <u>0</u> | <u>0</u> | <u>0</u> |  |  | 1 | -6 | 9 | <u>0</u> | <hr/> |  |  |  |  |  | 1 | -6 | 9 | 0 | $x = 0,5$ | ↓ | <u>0,5</u> | <u>-2,75</u> | <u>3,125</u> |  |  | 1 | -5,5 | 6,25 | <u>3,125</u> | <hr/> |  |  |  |  |  | 1 | -6 | 9 | 0 | $x = 1$ | ↓ | <u>1</u> | <u>-5</u> | <u>4</u> |  |  | 1 | -5 | 4 | <u>4</u> | <hr/> |  |  |  |  |  | 1 | -6 | 9 | 0 | د ضریبوني له لارې د صفرخایونو ټاکنه:<br>$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$ $\Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0$ <p style="text-align: right;">مربع مساوات</p> $x^2 - 6x + 9 = 0$ $p = -6; q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$ |
| 1   | -6 | 9           | 0            |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| $x = -0,5$  | ↓  | <u>-0,5</u> | <u>3,25</u>  | <u>-6,125</u> |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
|   |    | 1           | -6,5         | 12,25         | <u>-6,125</u> |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| <hr/>   |    |             |              |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| 1   | -6 | 9           | 0            |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| $x = 0$   | ↓  | <u>0</u>    | <u>0</u>     | <u>0</u>      |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
|   |    | 1           | -6           | 9             | <u>0</u>      |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| <hr/>   |    |             |              |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| 1   | -6 | 9           | 0            |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| $x = 0,5$   | ↓  | <u>0,5</u>  | <u>-2,75</u> | <u>3,125</u>  |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
|   |    | 1           | -5,5         | 6,25          | <u>3,125</u>  |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| <hr/>   |    |             |              |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| 1   | -6 | 9           | 0            |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| $x = 1$   | ↓  | <u>1</u>    | <u>-5</u>    | <u>4</u>      |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
|   |    | 1           | -5           | 4             | <u>4</u>      |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| <hr/>   |    |             |              |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |
| 1   | -6 | 9           | 0            |               |               |   |             |             |               |  |  |   |      |       |               |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |          |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |           |   |            |              |              |  |  |   |      |      |              |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |         |   |          |           |          |  |  |   |    |   |          |       |  |  |  |  |  |   |    |   |   |  |



|  |   |     |       |   |     |   |        |       |   |      |   |     |     |   |     |   |        |      |   |       |   |     |     |   |  |  |        |       |   |  |  |
|--|---|-----|-------|---|-----|---|--------|-------|---|------|---|-----|-----|---|-----|---|--------|------|---|-------|---|-----|-----|---|--|--|--------|-------|---|--|--|
| $x = 1,5$ ↓ $\frac{1,5}{1} \quad \frac{-6,75}{-4,5} \quad \frac{3,375}{2,25} \quad \frac{3,375}{3,375}$<br><hr/> $x = 2$ ↓ $\frac{2}{1} \quad \frac{-8}{-4} \quad \frac{2}{1} \quad \frac{2}{2}$<br><hr/> $x = 2,5$ ↓ $\frac{2,5}{1} \quad \frac{-8,75}{-3,5} \quad \frac{0,625}{0,25} \quad \frac{0,625}{0,625}$<br><hr/> $x = 3$ ↓ $\frac{3}{1} \quad \frac{-9}{-3} \quad \frac{0}{0} \quad \frac{0}{0}$<br><hr/> $x = 3,5$ ↓ $\frac{3,5}{1} \quad \frac{-8,75}{-2,5} \quad \frac{0,875}{0,25} \quad \frac{0,875}{0,875}$<br><hr/> $x = 4$ ↓ $\frac{4}{1} \quad \frac{-8}{-2} \quad \frac{4}{1} \quad \frac{4}{4}$ | <p>محور غوختکی <math>P_y(0 0); P_{x1}(0 0)</math><br/>                 دبل غوختکی <math>P_{x2/3}(3 0)</math><br/>                 ارزینت جدول:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px;">-0,5</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0,5</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px;">-6,13</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">3,13</td> <td style="padding: 2px;">4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px;">1,5</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">2,5</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px;">3,38</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">0,625</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px;">3,5</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 2px;">0,875</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p><math>f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x</math></p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-top: 5px;"><math>f(x)</math></p> </div> | $x$ | -0,5  | 0 | 0,5 | 1 | $f(x)$ | -6,13 | 0 | 3,13 | 4 | $x$ | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | $f(x)$ | 3,38 | 2 | 0,625 | 0 | $x$ | 3,5 | 4 |  |  | $f(x)$ | 0,875 | 4 |  |  |
| $x$  | -0,5  | 0   | 0,5   | 1 |     |   |        |       |   |      |   |     |     |   |     |   |        |      |   |       |   |     |     |   |  |  |        |       |   |  |  |
| $f(x)$   | -6,13   | 0   | 3,13  | 4 |     |   |        |       |   |      |   |     |     |   |     |   |        |      |   |       |   |     |     |   |  |  |        |       |   |  |  |
| $x$  | 1,5   | 2   | 2,5   | 3 |     |   |        |       |   |      |   |     |     |   |     |   |        |      |   |       |   |     |     |   |  |  |        |       |   |  |  |
| $f(x)$   | 3,38  | 2   | 0,625 | 0 |     |   |        |       |   |      |   |     |     |   |     |   |        |      |   |       |   |     |     |   |  |  |        |       |   |  |  |
| $x$  | 3,5   | 4   |       |   |     |   |        |       |   |      |   |     |     |   |     |   |        |      |   |       |   |     |     |   |  |  |        |       |   |  |  |
| $f(x)$   | 0,875   | 4   |       |   |     |   |        |       |   |      |   |     |     |   |     |   |        |      |   |       |   |     |     |   |  |  |        |       |   |  |  |

|   |  |
|---|--|
| $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5; 4,5]$<br>سیومتری: نه شته<br>$x = -1,5$ ↓ $\frac{0,5}{0,5} \quad \frac{-8,8125}{-3,25} \quad \frac{4,875}{5,875} \quad \frac{-8,8125}{-4,8125}$ | اوو<br>$x = 1,5$ ↓ $\frac{0,5}{0,5} \quad \frac{-2,4375}{-1,75} \quad \frac{1}{-1,625} \quad \frac{4}{1,5625}$<br><hr/> $x = 2$ ↓ $\frac{0,5}{0,5} \quad \frac{-4}{-1,5} \quad \frac{1}{-2} \quad \frac{4}{0}$ |
|---|--|

|            |     |       |        |         |           |     |       |        |         |
|------------|-----|-------|--------|---------|-----------|-----|-------|--------|---------|
| $x = -1$   | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       | $x = 2,5$ | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       |
|            | ↓   | -0,5  | 3      | -4      |           | ↓   | 1,25  | -3,125 | -5,3125 |
|            | 0,5 | -3    | 4      | 0       |           | 0,5 | -1,25 | -2,125 | -1,3125 |
| $x = -0,5$ | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       | $x = 3$   | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       |
|            | ↓   | -0,25 | 1,375  | -1,1875 |           | ↓   | 1,5   | -3     | -6      |
|            | 0,5 | -2,75 | 2,375  | 2,8125  |           | 0,5 | -1    | -2     | -2      |
| $x = 0$    | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       | $x = 3,5$ | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       |
|            | ↓   | 0     | 0      | 0       |           | ↓   | 1,75  | -2,625 | -5,6875 |
|            | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       |           | 0,5 | -0,75 | -1,625 | -1,6875 |
| $x = 0,5$  | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       | $x = 4$   | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       |
|            | ↓   | 0,25  | -1,125 | -0,0625 |           | ↓   | 2     | -2     | -4      |
|            | 0,5 | -1,5  | -4,25  | 3,9375  |           | 0,5 | -0,5  | -1     | 0       |
| $x = 1$    | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       | $x = 4,5$ | 0,5 | -2,5  | 1      | 4       |
|            | ↓   | 0,5   | -2     | -1      |           | ↓   | 2,25  | -1,125 | -0,5625 |
|            | 0,5 | -2    | -1     | 3       |           | 0,5 | -0,25 | -0,125 | 3,4375  |



تف:

|   |           |       |        |         |          |              |       |        |          |
|---|-----------|-------|--------|---------|----------|--------------|-------|--------|----------|
| $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$ $[-3; 3,5]$ | $x = 1/2$ | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $1/4$ | $-1/8$ | $-33/16$ |
| Symmetrie: keine  |           | $1/2$ | $-1/4$ | $-33/8$ | $31/16$  |              |       |        |          |
| $x = -3$  |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $1/2$ | $0$    | $-4$     |
|   |           | $1/2$ | $-2$   | $2$     | $-2$     |              |       |        | $0$      |
| $x = -5/2$  |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $3/4$ | $3/8$  | $-87/16$ |
|   |           | $1/2$ | $-7/4$ | $3/8$   | $49/16$  |              |       |        | $-23/16$ |
| $x = -2$  |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $1$   | $1$    | $-6$     |
|   |           | $1/2$ | $-3/2$ | $-1$    | $6$      |              |       |        | $-2$     |
| $x = -3/2$  |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $5/4$ | $15/8$ | $-85/16$ |
|   |           | $1/2$ | $-5/4$ | $-17/8$ | $115/16$ |              |       |        | $-21/16$ |
| $x = -1$  |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $3/2$ | $3$    | $-3$     |
|   |           | $1/2$ | $-1$   | $-3$    | $7$      |              |       |        | $1$      |
| $x = -1/2$  |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $7/4$ | $35/8$ | $21/16$  |
|   |           | $1/2$ | $-3/4$ | $-29/8$ | $93/16$  |              |       |        | $85/16$  |
| $x = 0$   |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      | $\downarrow$ | $0$   | $0$    | $0$      |
|   |           | $1/2$ | $-1/2$ | $-4$    | $4$      |              |       |        |          |

خرگند صفرخايونه  $x_1=1$ 

مربع مساوات

د درجي کمونه د هورنر شيما سره

1.14 د تول هوبنيار يا راشنل توبعو رسمونه

۶۶۸

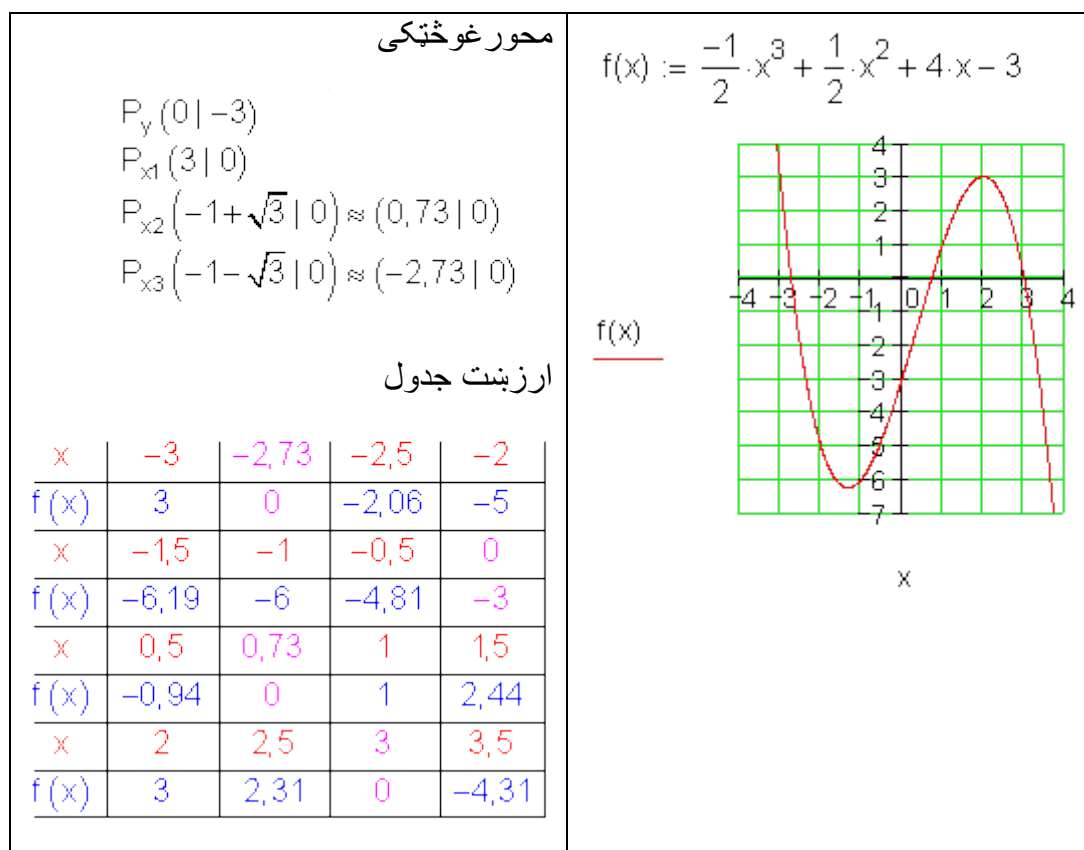
|   |  |       |       |      |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
|---|--|-------|-------|------|----|------|----|---|------|---|---|------|----|------|---|------|------|---|------|---|---|-----|---|-----|---|------|------|---|-------|----|---|-----|------|---|-----|------|-------|---|---|------|--|
| $  \begin{array}{cccc}  1/2 & -1/2 & -4 & 4 \\  x = 1 & \downarrow & \underline{1/2} & \underline{0} & \underline{-4} \\  & & 1/2 & 0 & -4 & 0  \end{array}  $  | $  \begin{aligned}  & \frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 \quad   \cdot 2 \\  \Leftrightarrow & x^2 - 8 = 0 \quad   + 8 \\  \Leftrightarrow & x^2 = 8 \quad   \sqrt{\phantom{x}} \\  \Leftrightarrow &  x  = \sqrt{8} \\  \Leftrightarrow & x_{2/3} = \pm\sqrt{8}  \end{aligned}  $ |       |       |      |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| <p style="text-align: center;"><b>محور غوختکي:</b></p> <p> <math>P_y(0 4)</math><br/> <math>P_{x1}(1 0)</math><br/> <math>P_{x2}(\sqrt{8} 0) \approx (2,83 0)</math><br/> <math>P_{x3}(-\sqrt{8} 0) \approx (-2,83 0)</math> </p> <p style="text-align: center;"><b>ارزښت جدول:</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2,83</td> <td>-2,5</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>3,06</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-1,5</td> <td>-1</td> <td>-0,5</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>7,19</td> <td>7</td> <td>5,81</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>1,94</td> <td>0</td> <td>-1,44</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>2,5</td> <td>2,83</td> <td>3</td> <td>3,5</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-1,31</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>5,31</td> </tr> </table> | x  | -3    | -2,83 | -2,5 | -2 | f(x) | -2 | 0 | 3,06 | 6 | x | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | f(x) | 7,19 | 7 | 5,81 | 4 | x | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | f(x) | 1,94 | 0 | -1,44 | -2 | x | 2,5 | 2,83 | 3 | 3,5 | f(x) | -1,31 | 0 | 1 | 5,31 | <p style="text-align: center;"><math>f(x) := \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4</math></p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-top: 10px;"><math>f(x)</math></p> </div> |
| x   | -3   | -2,83 | -2,5  | -2   |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| f(x)  | -2   | 0     | 3,06  | 6    |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| x   | -1,5   | -1    | -0,5  | 0    |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| f(x)  | 7,19   | 7     | 5,81  | 4    |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| x   | 0,5  | 1     | 1,5   | 2    |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| f(x)  | 1,94   | 0     | -1,44 | -2   |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| x   | 2,5  | 2,83  | 3     | 3,5  |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |
| f(x)  | -1,31  | 0     | 1     | 5,31 |    |      |    |   |      |   |   |      |    |      |   |      |      |   |      |   |   |     |   |     |   |      |      |   |       |    |   |     |      |   |     |      |       |   |   |      |  |

نهم:

|  |  |
|--|--|
| $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3; 3,5]$ | $  \begin{array}{cccc}  -1/2 & 1/2 & 4 & -3 \\  x = 1/2 & \downarrow & \underline{-1/4} & \underline{1/8} & \underline{33/16} \\  -1/2 & 1/4 & 33/8 & -15/16 \\  \hline  -1/2 & 1/2 & 4 & -3  \end{array}  $ |
|--|--|

سيومتری نه شه

|   |  |
|---|--|
| $x = -3$ $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \\ \downarrow \quad 3/2 \quad -6 \quad 6 \\ -1/2 \quad 2 \quad -2 \quad 3 \end{array}$ <hr/> $x = -5/2$ $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \\ \downarrow \quad 5/4 \quad -35/8 \quad 15/16 \\ -1/2 \quad 7/4 \quad -3/8 \quad -33/16 \end{array}$ <hr/> $x = -2$ $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \\ \downarrow \quad 1 \quad -3 \quad -2 \\ -1/2 \quad 3/2 \quad 1 \quad -5 \end{array}$ <hr/> $x = -3/2$ $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \\ \downarrow \quad 3/4 \quad -15/8 \quad -51/16 \\ -1/2 \quad 5/4 \quad 17/8 \quad -99/16 \end{array}$ <hr/> $x = -1$ $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \\ \downarrow \quad 1/2 \quad -1 \quad -3 \\ -1/2 \quad 1 \quad 3 \quad -6 \end{array}$ <hr/> $x = -1/2$ $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad -4 \quad -3 \\ \downarrow \quad 1/4 \quad -3/8 \quad -29/16 \\ -1/2 \quad 3/4 \quad 29/8 \quad -77/16 \end{array}$ <hr/> $x = 0$ $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \\ \downarrow \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \end{array}$ | $x = 1$ $\begin{array}{r} \downarrow \quad -1/2 \quad 0 \quad 4 \\ -1/2 \quad 0 \quad 4 \quad 1 \end{array}$ <hr/> $x = 3/2$ $\begin{array}{r} \downarrow \quad -3/4 \quad -3/8 \quad 87/16 \\ -1/2 \quad -1/4 \quad 29/8 \quad 39/16 \end{array}$ <hr/> $x = 2$ $\begin{array}{r} \downarrow \quad -1 \quad -1 \quad 6 \\ -1/2 \quad -1/2 \quad 3 \quad 3 \end{array}$ <hr/> $x = 5/2$ $\begin{array}{r} \downarrow \quad -5/4 \quad -15/8 \quad 85/16 \\ -1/2 \quad -3/4 \quad 17/8 \quad 37/16 \end{array}$ <hr/> $x = 3$ $\begin{array}{r} \downarrow \quad -3/2 \quad -3 \quad 3 \\ -1/2 \quad -1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$ <hr/> $x = 7/2$ $\begin{array}{r} \downarrow \quad -7/4 \quad -35/8 \quad -21/16 \\ -1/2 \quad -5/4 \quad -3/8 \quad -69/16 \end{array}$ |
| <p>څرگند صفرځايونه <math>x_1=3</math></p> <p>د درجي کمونه د هورنر شيما سره</p> $\begin{array}{r} -1/2 \quad 1/2 \quad 4 \quad -3 \\ x = 3 \quad \downarrow \quad -3/2 \quad -3 \quad 3 \\ -1/2 \quad -1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$  | <p>مربع مساوات</p> $-\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0 \quad   \cdot (-2)$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow p = 2; q = -2$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0,732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2,732 \end{array} \right.$  |



لسم:

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0,5; 8]$

سومتری: نه شته

|          |     |             |             |              |
|----------|-----|-------------|-------------|--------------|
|          | 1/4 | -3          | 9           | -4           |
| $x = -1$ | ↓   | <u>-1/4</u> | <u>13/4</u> | <u>-49/4</u> |
|          | 1/4 | -13/4       | 49/4        | -65/4        |
|          | 1/4 | -3          | 9           | -4           |
| $x = 0$  | ↓   | <u>0</u>    | <u>0</u>    | <u>0</u>     |
|          | 1/4 | -3          | 9           | -4           |
|          | 1/4 | -3          | 9           | -4           |

**څرگند یا معلوم صفر ځایونه  $x_1=4$**

د درجي کمونه د هورنر شیمایه مرسته

|         |     |          |           |          |
|---------|-----|----------|-----------|----------|
|         | 1/4 | -3       | 9         | -4       |
| $x = 4$ | ↓   | <u>1</u> | <u>-8</u> | <u>4</u> |
|         | 1/4 | -2       | 1         | 0        |

مربع مساوات:

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

|         |   |               |                 |                |
|---------|---|---------------|-----------------|----------------|
| $x = 1$ | ↓ | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{11}{4}$ | $\frac{25}{4}$ |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{11}{4}$ | $\frac{25}{4}$ |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
| $x = 2$ | ↓ | $\frac{1}{2}$ | $-5$            | $8$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{5}{2}$  | $4$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
| $x = 3$ | ↓ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{27}{4}$  | $\frac{27}{4}$ |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $\frac{9}{4}$   | $\frac{9}{4}$  |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
| $x = 4$ | ↓ | $1$           | $-8$            | $4$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-2$            | $1$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
| $x = 5$ | ↓ | $\frac{5}{4}$ | $-\frac{35}{4}$ | $\frac{5}{4}$  |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{7}{4}$  | $\frac{1}{4}$  |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
| $x = 6$ | ↓ | $\frac{3}{2}$ | $-9$            | $0$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{3}{2}$  | $0$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
| $x = 7$ | ↓ | $\frac{7}{4}$ | $-\frac{35}{4}$ | $\frac{7}{4}$  |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{5}{4}$  | $\frac{1}{4}$  |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-3$            | $9$            |
| $x = 8$ | ↓ | $2$           | $-8$            | $8$            |
|         |   | $\frac{1}{4}$ | $-1$            | $1$            |

ارزبنتجدول:

|        |          |         |        |         |
|--------|----------|---------|--------|---------|
| $x$    | $-1$     | $0$     | $0,54$ | $1$     |
| $f(x)$ | $-16,25$ | $-4$    | $0$    | $2,25$  |
| $x$    | $2$      | $3$     | $4$    | $5$     |
| $f(x)$ | $4$      | $2,75$  | $0$    | $-2,75$ |
| $x$    | $6$      | $7$     | $7,46$ | $8$     |
| $f(x)$ | $-4$     | $-2,25$ | $0$    | $4$     |

1.14 د تول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه

$$p = -8; q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 4 = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 4 + \sqrt{12} \approx 7,46 \\ x_3 = 4 - \sqrt{12} \approx 0,54 \end{array} \right.$$

محور غوڅنكي

$$P_y(0 | -4)$$

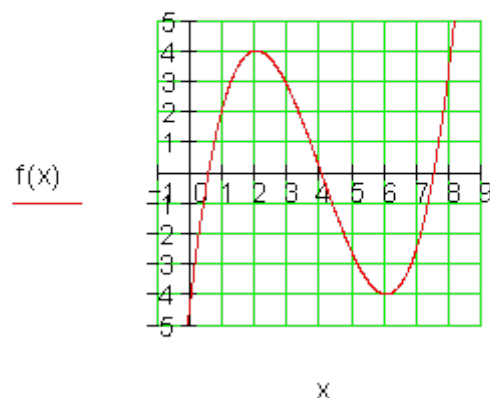
$$P_{x1}(4 | 0)$$

$$P_{x2}(4 + \sqrt{12} | 0) \approx (7,46 | 0)$$

$$P_{x3}(4 - \sqrt{12} | 0) \approx (0,54 | 0)$$

گراف:

$$x) := \frac{1}{4} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 9 \cdot x - 4$$





خوابونه:

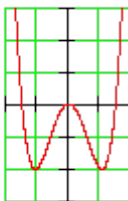
ټولراشنل يا نسبتي توابع VI (محور غوڅټکي، ارزبنتجدول او گراف)

نتيجي او مفصل حلونه: ((پوښتنې چيرته دي؟))

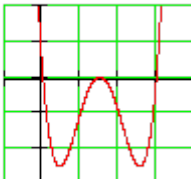
نتيجي او مفصل خوابونه

نتيجي:

لومړی:

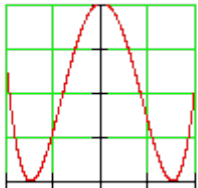
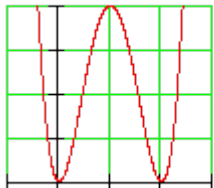
|  |   |
|--|---|
| سيومتري: محور سيومتريک<br>محور غوڅټکي:<br>$P_y(0 0)$<br>$P_{x1/2}(0 0); P_{x3}(3 0); P_{x4}(-3 0)$ |  |
|--|---|

دويم

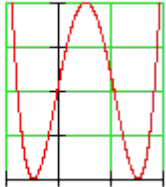
|   |   |
|---|---|
| سيومتري: نه شته<br>محور غوڅټکي:<br>$P_y(0 0)$<br>$P_{x1}(0 0); P_{x2}(3 0); P_{x3}(6 0); P_{x4}(3 0)$ |  |
|---|---|

دریم:



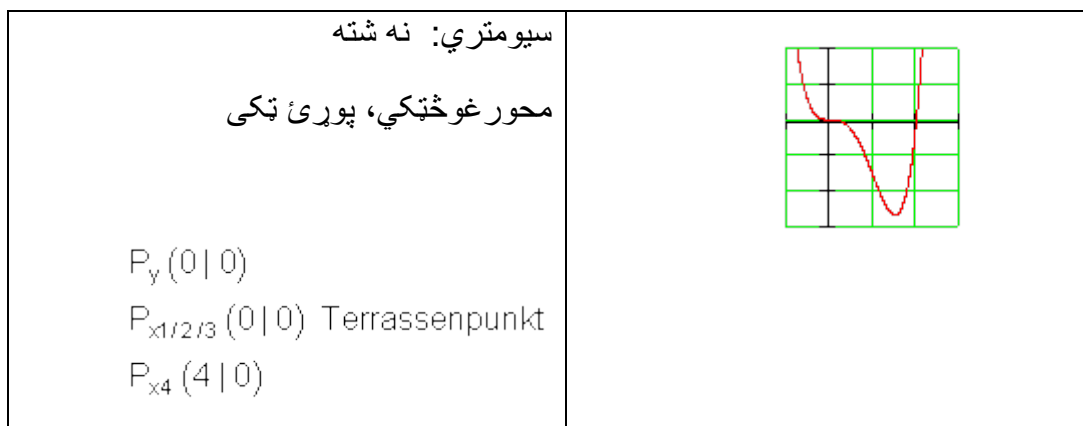
|   |  |
|---|--|
| <p>سیومتري: محور سیومتريک<br/>محور غوختکي:</p> $P_y\left(0 \mid \frac{81}{10}\right)$ $P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-3 \mid 0)$ |               |
| <p>سیومتري: نه شته<br/>محور غوختکي:</p> $P_y(0 \mid 0)$ $P_{x1/2}(0 \mid 0); P_{x3/4}(4 \mid 0)$                                | <p>څلورم:</p>  |

پنجم:

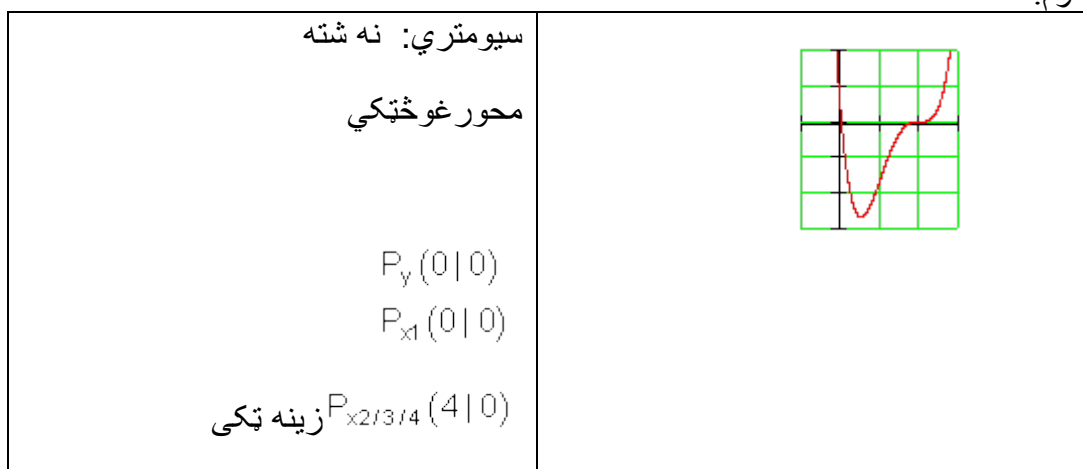
|  |   |
|--|---|
| <p>سیومتري: نه شته<br/>محور غوختکي:</p> $P_y\left(0 \mid \frac{9}{2}\right)$ $P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-1 \mid 0)$ |  |
|--|---|

شپږم:

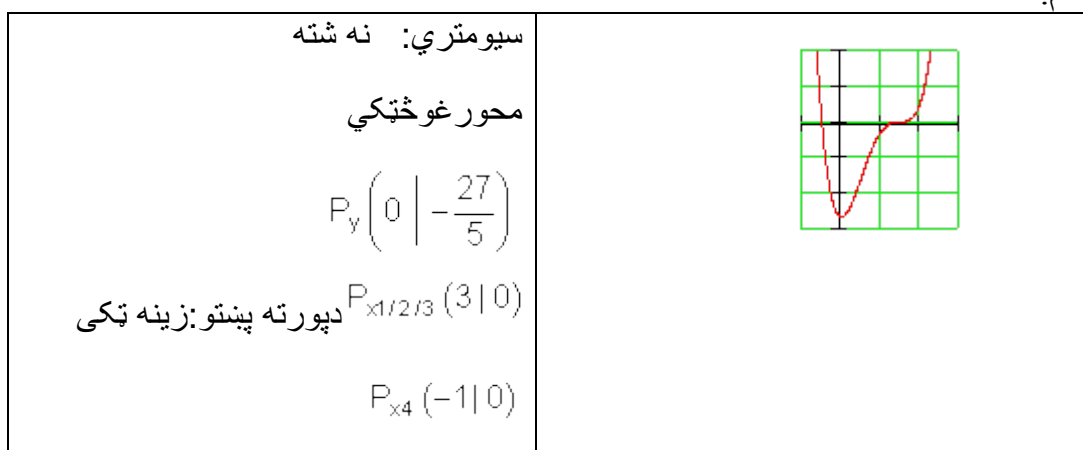




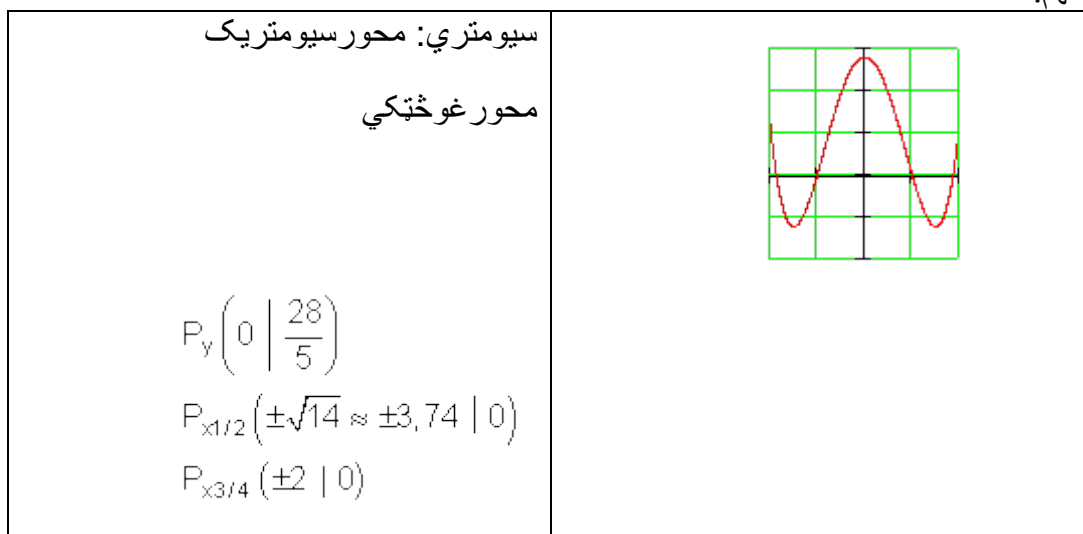
اوم:



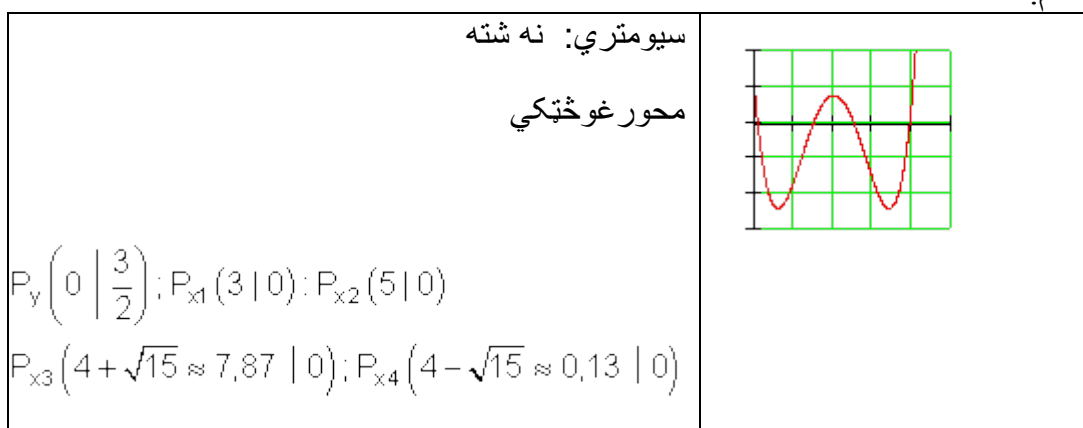
اتم:



نهم:



لسم:

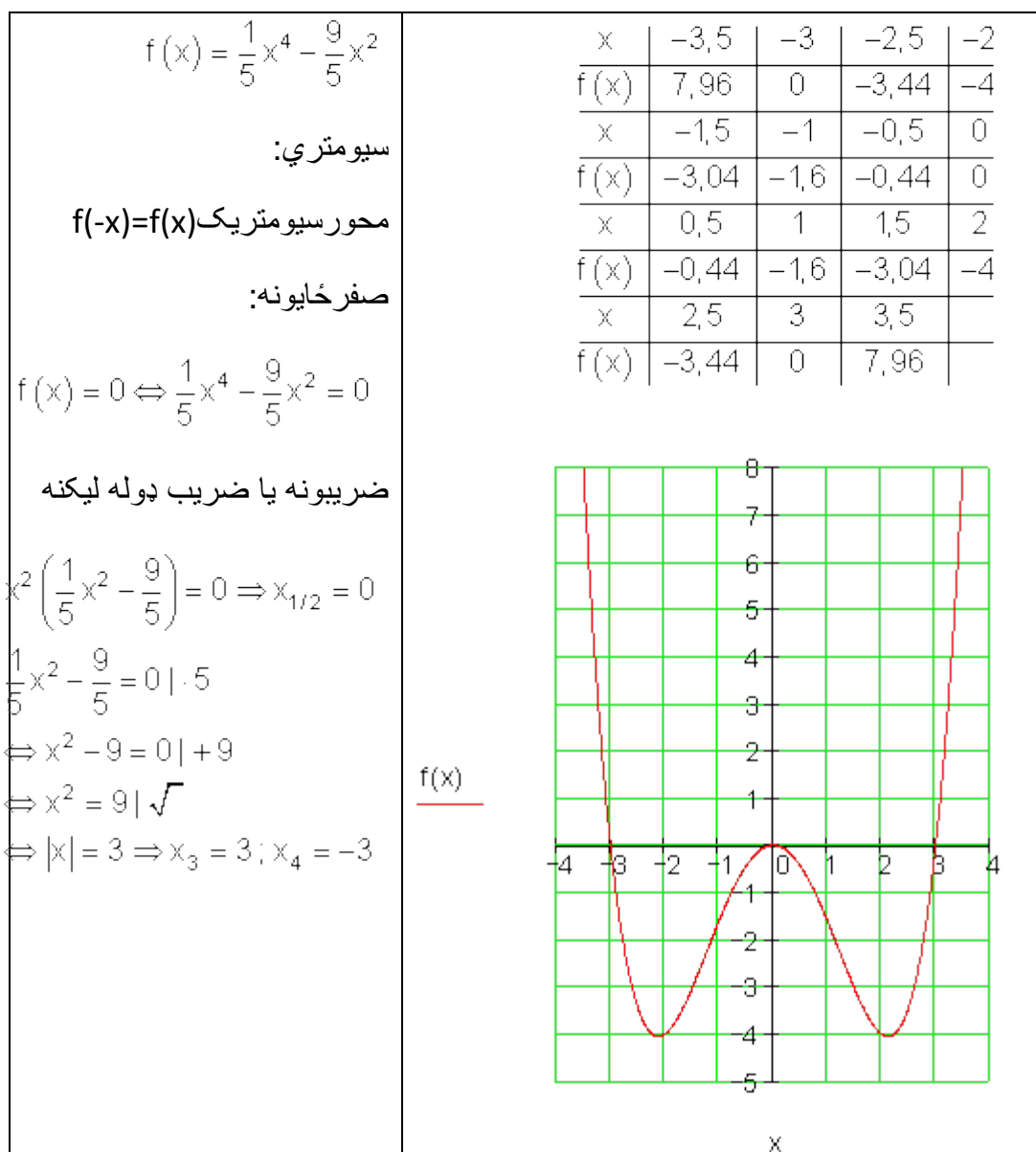


### مفصل خُوابونه:

لومړی: د  $y$  محور سره غوختکی:  $f(0) = 0 \Rightarrow P_y (0 \mid 0)$

د  $x$  محور سره غوختکی:  $P_{x1/2} (0 \mid 0); P_{x3} (3 \mid 0); P_{x4} (-3 \mid 0)$

## ارزینت جدول



دویم:

$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x$

سیومتري: نه شته  
صفرخايونه:

$x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x = 0$

د ضریبونه

$\left(\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2} = 0$

د صفرخايونو پلټنه د هورنر شیمایه  
مرسته

|     |       |       |       |
|-----|-------|-------|-------|
| 1/4 | -3    | 45/4  | -27/2 |
| ↓   | 1/4   | -11/4 | 17/2  |
| 1/4 | -11/4 | 17/2  | -5    |
| ↓   | 2/4   | -20/4 | 25/2  |
| 1/4 | -10/4 | 25/4  | -1    |
| ↓   | 3/4   | -27/4 | 27/2  |
| 1/4 | -9/4  | 9/2   | 0     |

$x_2 = 3$

$x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{2} = 0 \cdot 4$

$x^2 - 9x + 18 = 0$

$x_3 = 6; x_4 = 3$

د محور سره غوڅتکی  
 $f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

د محور سره غوڅتکی  
 $(0|0); P_{x_2}(3|0); P_{x_3}(6|0); P_{x_4}(3|0)$

دبل صفرخای دی  $P(3|0)$

ارزښت جدول

|      |       |    |       |    |
|------|-------|----|-------|----|
| x    | -0,5  | 0  | 0,5   | 1  |
| f(x) | 9,95  | 0  | -4,3  | -5 |
| x    | 1,5   | 2  | 2,5   | 3  |
| f(x) | -3,8  | -2 | -0,55 | 0  |
| x    | 3,5   | 4  | 4,5   | 5  |
| f(x) | -0,55 | -2 | -3,8  | -5 |
| x    | 5,5   |    |       |    |
| f(x) | -4,3  |    |       |    |

$f(x) := \frac{1}{4} \cdot x^4 - 3 \cdot x^3 + \frac{45}{4} \cdot x^2 - \frac{27}{2} \cdot x$

$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10}$   
 Symmetrie:  
 achsensymmetrisch  $f(-x) = f(x)$

Nullstellen:  
 $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10} = 0$

Substitution:  $z = x^2$   
 $\Rightarrow \frac{1}{10}z^2 - \frac{9}{5}z + \frac{81}{10} = 0 \mid \cdot 10$   
 $\Leftrightarrow z^2 - 18z + 81 = 0$   
 $p = -18; q = 81$   
 $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 81 - 81 = 0$   
 $z_{1/2} = -\frac{p}{2} = 9$

$z_1 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 3$   
 $z_2 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{3/4} = \pm 3$   
 $x_1 = x_3 = 3$  doppelte Nullstelle  
 $x_2 = x_4 = -3$  doppelte Nullstelle

دریم: د محور سره غوڅتکی  
 $f(0) = \frac{81}{10} \Rightarrow P_y \left(0 \mid \frac{81}{10}\right)$   
 د محور سره غوڅتکی  
 $P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-3 \mid 0)$

ارزښت جدول

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| x    | -4   | -3,5 | -3   | -2,5 | -2   |
| f(x) | 4,9  | 1,06 | 0    | 0,76 | 2,5  |
| x    | -1,5 | -1   | -0,5 | 0    | 0,5  |
| f(x) | 4,56 | 6,4  | 7,66 | 8,1  | 7,66 |
| x    | 1    | 1,5  | 2    | 2,5  | 3    |
| f(x) | 6,4  | 4,56 | 2,5  | 0,76 | 0    |
| x    | 3,5  | 4    |      |      |      |
| f(x) | 1,06 | 4,9  |      |      |      |

$f(x) := \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10}$

څلورم:

$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2$

Symmetrie: **keine**

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 = 0$$

faktorisieren:

$$x^2 \left( \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 \right) = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 \mid \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$p = -8; q = 16$$

$$D = \left( \frac{p}{2} \right)^2 - q = 16 - 16 = 0$$

$$x_{3/4} = -\frac{p}{2} = 4$$

د محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

د x محور سره غوڅتکی

$$P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_{3/4}}(4|0)$$

ارزښت جدول

|      |      |      |   |      |
|------|------|------|---|------|
| x    | -1   | -0,5 | 0 | 0,5  |
| f(x) | 12,5 | 2,53 | 0 | 1,53 |
| x    | 1    | 1,5  | 2 | 2,5  |
| f(x) | 4,5  | 7,03 | 8 | 7,03 |
| x    | 3    | 3,5  | 4 | 4,5  |
| f(x) | 4,5  | 1,53 | 0 | 2,53 |
| x    | 5    |      |   |      |
| f(x) | 12,5 |      |   |      |

$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^4 - 4 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2$$



$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - x^2 + 6x + \frac{9}{2}$$

سیومتري: نه شته

د صفرخايونو پيدا كونه د هورنر له مخي

$$x=1 \quad \begin{array}{r} \downarrow \\ \frac{1}{2} \quad -2 \quad -1 \quad 6 \quad \frac{9}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \quad -\frac{3}{2} \quad -\frac{5}{2} \quad \frac{7}{2} \quad 8 \end{array}$$

$$x=2 \quad \begin{array}{r} \downarrow \\ \frac{1}{2} \quad -2 \quad -1 \quad 6 \quad \frac{9}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \quad -1 \quad -3 \quad 0 \quad \frac{9}{2} \end{array}$$

$$x=3 \quad \begin{array}{r} \downarrow \\ \frac{1}{2} \quad -2 \quad -1 \quad 6 \quad \frac{9}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \quad -\frac{3}{2} \quad -\frac{5}{2} \quad -\frac{15}{2} \quad -\frac{9}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{5}{2} \quad -\frac{3}{2} \quad 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

$$x=-1 \quad \begin{array}{r} \downarrow \\ \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{5}{2} \quad -\frac{3}{2} \\ \hline \frac{1}{2} \quad -1 \quad -3 \quad 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x_2 = -1$$

$$\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow p = -2; q = -3$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 3 = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = 2$$

$$x_{3/4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_3 = 1 + 2 = 3 \\ x_4 = 1 - 2 = -1 \end{array} \right.$$

$$x_1 = x_3 = 3; x_2 = x_4 = -1$$

پنځم: د  $y$  محور سره غوڅتكي

$$f(0) = \frac{9}{2} \Rightarrow P_y \left(0 \mid \frac{9}{2}\right)$$

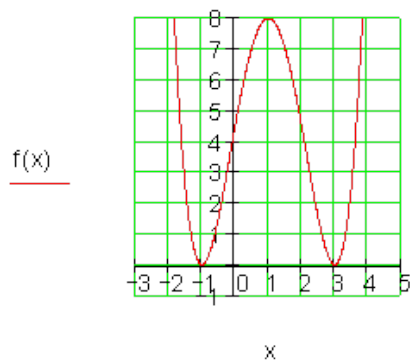
د  $x$  محور سره غوڅتكي

$$P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-1 \mid 0)$$

ارزښت جدول

|      |      |    |      |     |
|------|------|----|------|-----|
| x    | -1,5 | -1 | -0,5 | 0   |
| f(x) | 2,53 | 0  | 1,53 | 4,5 |
| x    | 0,5  | 1  | 1,5  | 2   |
| f(x) | 7,03 | 8  | 7,03 | 4,5 |
| x    | 2,5  | 3  | 3,5  |     |
| f(x) | 1,53 | 0  | 2,53 |     |

$$f(x) := \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - x^2 + 6x + \frac{9}{2}$$



شیرم:

ارزینتجدول:

$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$$

سیومتري: نه شته

صفرخایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 = 0$$

ضریبونه:

$$x^3 \left( \frac{1}{5}x - \frac{4}{5} \right) = 0 \Rightarrow x_{1/2/3} = 0$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow x_4 = 4$$

د -محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

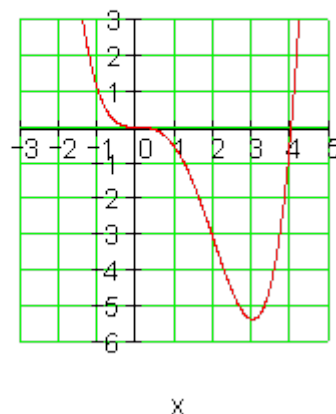
د -محور سره غوڅتکی

$$P_{x_{1/2/3}}(0|0)$$

$$\text{زینه تابع } P_{x_4}(4|0)$$

|      |       |      |       |      |
|------|-------|------|-------|------|
| x    | -1,5  | -1   | -0,5  | 0    |
| f(x) | 3,71  | 1    | 0,11  | 0    |
| x    | 0,5   | 1    | 1,5   | 2    |
| f(x) | -0,09 | -0,6 | -1,69 | -3,2 |
| x    | 2,5   | 3    | 3,5   | 4    |
| f(x) | -4,69 | -5,4 | -4,29 | 0    |
| x    | 4,5   |      |       |      |
| f(x) | 9,11  |      |       |      |

$$f(x) := \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$$



اوم:

$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x$

سیومتری: نه شته

صفرخای:

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x = 0$

ضریبونه یا په ضریبی ډول یکنه

$\frac{1}{5}x(x^3 - 12x^2 + 48x - 64) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0$

د ازماینت له لارې ځواب

$\Rightarrow x_2 = 4$

|         |     |          |            |           |   |
|---------|-----|----------|------------|-----------|---|
| 1       | -12 | 48       | -64        |           |   |
| $x = 4$ | ↓   | <u>4</u> | <u>-32</u> | <u>64</u> |   |
|         |     | 1        | -8         | 16        | 0 |

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$p = -8; q = 16$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$

$\Rightarrow x_{3/4} - \frac{p}{2} = 4$

د  $y$  محور سره غوڅتکی:

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

د  $x$  محور سره غوڅتکی:  $P_{x1}(0|0)$

د  $P_{x2/3/4}(4|0)$  زینې تکی

ارزښت جدول

|        |       |      |       |      |
|--------|-------|------|-------|------|
| $x$    | -0,5  | 0    | 0,5   | 1    |
| $f(x)$ | 9,11  | 0    | -4,29 | -5,4 |
| $x$    | 1,5   | 2    | 2,5   | 3    |
| $f(x)$ | -4,69 | -3,2 | -1,69 | -0,6 |
| $x$    | 3,5   | 4    | 4,5   | 5    |
| $f(x)$ | -0,09 | 0    | 0,11  | 1    |
| $x$    | 5,5   |      |       |      |
| $f(x)$ | 3,71  |      |       |      |

$f(x) := \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x$

$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}$

سیومتری: نه شته  
صفرخای

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} = 0 \mid \cdot 5$

$\Leftrightarrow x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 27 = 0$

د ازماینت له لاری خواب:  $x=3$

|       |    |          |            |          |           |   |
|-------|----|----------|------------|----------|-----------|---|
| 1     | -8 | 18       | 0          | -27      |           |   |
| $x=3$ | ↓  | <u>3</u> | <u>-15</u> | <u>9</u> | <u>27</u> |   |
|       |    | 1        | -5         | 3        | 9         | 0 |

$\Rightarrow x_1 = 3$

له 3 سره ازماینت:

|       |    |          |           |           |   |
|-------|----|----------|-----------|-----------|---|
| 1     | -5 | 3        | 9         |           |   |
| $x=3$ | ↓  | <u>3</u> | <u>-6</u> | <u>-9</u> |   |
|       |    | 1        | -2        | -3        | 9 |

$\Rightarrow x_2 = 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$p = -2; q = -3$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$

$x_{3/4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_3 = 1 + 2 = 3 \\ x_4 = 1 - 2 = -1 \end{array} \right.$

اتم: د محور سره غوڅتکی:

$f(0) = -\frac{27}{5} \Rightarrow P_y \left(0 \mid -\frac{27}{5}\right)$

د محور سره غوڅتکی

$P_{x^{1/2/3}}(3 \mid 0)$   
د زینې ټکی  
 $P_{x^4}(-1 \mid 0)$

ارزینت جدول

|      |       |      |       |      |
|------|-------|------|-------|------|
| x    | -1,5  | -1   | -0,5  | 0    |
| f(x) | 9,11  | 0    | -4,29 | -5,4 |
| x    | 0,5   | 1    | 1,5   | 2    |
| f(x) | -4,69 | -3,2 | -1,69 | -0,6 |
| x    | 2,5   | 3    | 3,5   | 4    |
| f(x) | -0,09 | 0    | 0,11  | 1    |
| x    | 4,5   |      |       |      |
| f(x) | 3,71  |      |       |      |

$f(x) := \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}$

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5}$$

سیومتري:

$$f(-x) = f(x) \text{ محور سیومتريک}$$

صفر خایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5} = 0 \mid \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 18x^2 + 56 = 0$$

بدلون:  $z = x^2$

$$\Rightarrow z^2 - 18z + 56 = 0$$

$$p = -18; q = 56$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 81 - 56 = 25$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} z_1 = 9 + 5 = 14 \\ z_2 = 9 - 5 = 4 \end{array} \right.$$

$$z_1 = x^2 = 14 \Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{14}$$

$$z_2 = x^2 = 4 \Rightarrow x_{2/3} = \pm 2$$

د -y محور سره غوڅتکی

$$f(0) = \frac{28}{5} \Rightarrow P_y \left( 0 \mid \frac{28}{5} \right)$$

د x محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1/2} (\pm\sqrt{14} \mid 0)$$

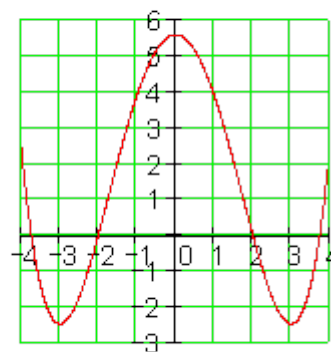
$$P_{x3/4} (\pm 2 \mid 0)$$

ارزینت جدول

|      |       |       |       |      |
|------|-------|-------|-------|------|
| x    | -4    | -3,74 | -3,5  | -3   |
| f(x) | 2,4   | 0     | -1,44 | -2,5 |
| x    | -2,5  | -2    | -1,5  | -1   |
| f(x) | -1,74 | 0     | 2,06  | 3,9  |
| x    | -0,5  | 0     | 0,5   | 1    |
| f(x) | 5,16  | 5,6   | 5,16  | 3,9  |
| x    | 1,5   | 2     | 2,5   | 3    |
| f(x) | 2,06  | 0     | -1,74 | -2,5 |
| x    | 3,5   | 3,74  | 4     |      |
| f(x) | -1,44 | 0     | 2,4   |      |

$$f(x) := \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5}$$

f(x)



x

## 2.15 د ورکړشوو شرایطو له مخې د تابع مساواتو لیکل

دتابع مساواتو لیکل:

مور په یاد راوړو، چې د یوه پارابول د تابع مساوو ټاکلو لپاره د کواوردینات درې ټکي اړین وو، چې ضریبونه  $a_2, a_1, a_0$  او وټاکو.

(د درې ټکو له لارې د پارابول ټاکل)

د دریمې درجې د ټول راشنل مساوات په لاندې بولدي:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

د څلورو متحولو  $a_3, a_2, a_1, a_0$  لپاره سړی څلورو شرایطو ته اړ دی او له دې سره څلور ټاکنمساوات.

په ټولیزه توګه کره کیدی شي، چې د  $n$  -مې درجې ټول راشنل تابع لپاره  $n + 1$  شرایطو ته اړتیا شتون لري او له دې سره  $n + 1$  ټاکنمساوات اړین دي.

دریمه درجه ټول راشنل- یا هوبنیار تابع د څلور ټکو له لارې:

د څلورو ټکو کواوردیناتونه، چې د تابعو ګراف باندې باید پراته وي، لکه چې ترې لاس ته راځي له وړاندې ورکړ شوي دي:

$$P_4(1 | 0) \text{ او } P_1(-1 | 2); P_2(2 | -1); P_3(-3 | 44)$$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساوات لیکل کیږي.

2.15 د ورکړشوو شرایطو له مخې .....



$$\begin{array}{l}
 P_1(-1|2): \\
 P_2(2|-1): \\
 P_3(-3|44): \\
 P_4(1|0):
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2 \\
 f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -1 \\
 f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 44 \\
 f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0
 \end{array} \right.$$

| د مساوات سيستم حل    |       |       |       |    | د شـا- يا په خټ خاي په خاي کوني څخه د |   |
|----------------------|-------|-------|-------|----|---------------------------------------|---|
| د کلاوس-الکوریتم سره |       |       |       |    | ضریبونو ټاکل:                         |   |
| $a_0$                | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |                                       |   |
| 1                    | -1    | 1     | -1    | 2  |                                       | $-a_3 = 1 \Rightarrow a_3 = -1$                                 |
| 1                    | 2     | 4     | 8     | -1 | II - I                                | $a_2 - 2a_3 = 4$  |
| 1                    | -3    | 9     | -27   | 44 | III - I                               | $\Leftrightarrow a_2 - 2(-1) = a_2 + 2 = 4 \Rightarrow a_2 = 2$ |
| 1                    | 1     | 1     | 1     | 0  | IV - I                                |   |
| 1                    | -1    | 1     | -1    | 2  |                                       | $a_1 + a_2 + 3a_3 = -1$   |
| 0                    | 3     | 3     | 9     | -3 | : 3                                   | $\Leftrightarrow a_1 + 2 + 3(-1) = a_1 + 2 - 3$                 |
| 0                    | -2    | 8     | -26   | 42 | : 2                                   | $= a_1 - 1 = -1 \Rightarrow a_1 = 0$                            |
| 0                    | 2     | 0     | 2     | -2 | : 2                                   |   |
| 1                    | -1    | 1     | -1    | 2  |                                       | $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 2$                                     |
| 0                    | 1     | 1     | 3     | -1 |                                       | $\Leftrightarrow a_0 - 0 + 2 - (-1) = a_0 + 2 + 1$              |
| 0                    | -1    | 4     | -13   | 21 | III + II                              | $= a_0 + 3 = 2 \Rightarrow a_0 = -1$                            |
| 0                    | 1     | 0     | 1     | -1 | IV + III                              |   |
| 1                    | -1    | 1     | -1    | 2  |                                       | $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$  |
| 0                    | 1     | 1     | 3     | -1 |                                       | تابع مساوات: <u>ازماښت:</u>                                     |
| 0                    | 0     | 5     | -10   | 20 | : 5                                   | $P_1(-1 2): f(-1) = -(-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - 1 = 2$           |
| 0                    | 0     | 4     | -12   | 20 | : 4                                   | $P_2(2 -1): f(2) = -2^3 + 2 \cdot 2^2 - 1 = -1$                 |
| 1                    | -1    | 1     | -1    | 2  |                                       |   |
| 0                    | 1     | 1     | 3     | -1 |                                       |   |
| 0                    | 0     | 1     | -2    | 4  |                                       |   |

|   |    |   |    |    |          |   |
|---|----|---|----|----|----------|---|
| 0 | 0  | 1 | -3 | 5  | IV - III | $P_3(-3 44): f(-3) = -(-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 - 1 = 44$ |
| 1 | -1 | 1 | -1 | 2  |          | $P_2(1 0): f(1) = -1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 = 0$           |
| 0 | 1  | 1 | 3  | -1 |          |   |
| 0 | 0  | 1 | -2 | 4  |          |   |
| 0 | 0  | 0 | -1 | 1  |          |   |

### تمرینونه: د ټول هوبنډار اعدادو توابع VII

ټول هوبنډار توابع د څلورو ټکو له لارې (تابعساوات وليکئ)

1.  $P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20)$
2.  $P_1\left(1 \mid -\frac{11}{2}\right); P_2\left(-1 \mid \frac{9}{2}\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3 \mid \frac{5}{2}\right)$
3.  $P_1(-1|-16); P_2(2|11); P_3(4|-11); P_4(6|-9)$
4.  $P_1(-1|7); P_2(-2|6); P_3(3|1); P_4(-3|-2)$
5.  $P_1(2|22); P_2(4|44); P_3(-4|4); P_4(8|40)$
6.  $P_1(1|0); P_2(-1|-2); P_3(2|16); P_4(-3|-4)$
7.  $P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$
8.  $P_1(1|6); P_2(3|-4); P_3\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{45}{8}\right); P_4\left(-\frac{3}{2} \mid -\frac{77}{8}\right)$
9.  $P_1\left(1 \mid -\frac{9}{2}\right); P_2\left(-1 \mid \frac{11}{2}\right); P_3\left(3 \mid -\frac{5}{2}\right); P_4\left(-\frac{5}{2} \mid -8\right)$
10.  $P_1(1|25); P_2(-1|-49); P_3(3|27); P_4(5|5)$

د دریمې درجې ټول هوبنډار یا راشنل تابع چې له څلور ټکو تیریري.

د څلورمې درجې ټول هوبنډار توابع چې له پنځه ټکو څخه تیریري. د پنځه ټکو کواوردیناتونه، چې د توابع گراف باندې باید پراته وي، په لاندې توگه د مخه ورکړ شوي دي.



$$P_1(-2 | 2); P_2(-1 | 0); P_3(1 | 0); P_4(2 | 2) \text{ und } P_5(3 | 3).$$

لومړۍ مساواتنسیستم د ورکړ شوو تګو لپاره لیکل کېږي.

$$\begin{array}{l} P_1(-2 | 2): \\ P_2(-1 | 0): \\ P_3(1 | 0): \\ P_4(2 | 2): \\ P_5(3 | 3): \end{array} \left| \begin{array}{l} f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2 \\ f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 0 \\ f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0 \\ f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2 \\ f(3) = 81a_4 + 37a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 3 \end{array} \right.$$

د ګاوس-الګوریتم له لارې څښتن:

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |               |
|-------|-------|-------|-------|-------|---------------|
| 1     | 2     | 4     | -8    | 16    | 2             |
| 1     | -1    | 1     | -1    | 1     | 0 II - I      |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1     | 0 III - I     |
| 1     | 2     | 4     | 8     | 16    | 2 IV - I      |
| 1     | 3     | 9     | 27    | 81    | 3 V - I       |
| 1     | 3     | 4     | -8    | 16    | 2             |
| 0     | -3    | -3    | 7     | -15   | -2            |
| 0     | -1    | -3    | 9     | -15   | -2 II · (-3)  |
| 0     | 0     | 0     | 16    | 0     | 0 I : 16      |
| 0     | 1     | 5     | 35    | 65    | 1 I · 3       |
| 1     | 2     | 4     | -8    | 16    | 2             |
| 0     | -3    | -3    | 7     | -15   | -2            |
| 0     | 3     | 9     | -27   | 45    | 6 III + II    |
| 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0             |
| 0     | 3     | 15    | 105   | 195   | 3 V + II      |
| 1     | 2     | 4     | -8    | 16    | 2             |
| 0     | -3    | -3    | 7     | -15   | -2            |
| 0     | 0     | 6     | -20   | 30    | 5             |
| 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0             |
| 0     | 0     | 12    | 112   | 180   | 1 V - 2 · III |
| 1     | 2     | 4     | -8    | 16    | 2             |

$$a_3 = 0$$

$$120a_4 = -7 \Rightarrow a_4 = -\frac{7}{120}$$

$$6a_2 + 30a_4 = 4 \Leftrightarrow 6a_2 + 30 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 4$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{23}{24}$$

$$-3a_1 - 3a_2 - 15a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow -3a_1 - 3 \cdot \frac{23}{24} - 15 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = -2$$

$$\Rightarrow a_1 = 0$$

$$a_0 + 4a_2 + 16a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 \cdot \frac{23}{24} + 16 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 2$$

$$\Rightarrow a_0 = -\frac{9}{10}$$

کين: تابع مساوات:

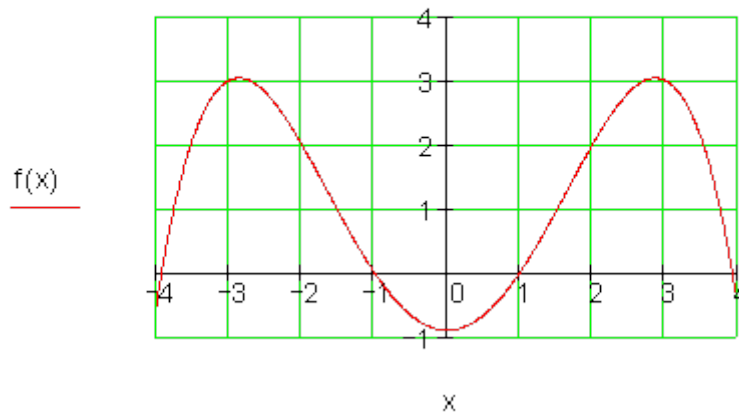
$$\begin{array}{cccc|c} 0 & -3 & -3 & 7 & -15 & -2 \\ 0 & 0 & 8 & -20 & 30 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 152 & 120 & -7 \end{array}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{7}{120}x^4 + \frac{23}{24}x^2 - \frac{9}{10}$$

تابع گراف کیدی شي په یوه جدول ارزښت پیدا شي او لاندې تڼلار لري:

$$f(x) := \frac{-7}{120} \cdot x^4 + \frac{23}{24} \cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



که د تابع گراف نور خوږونه څرگند وي، نو کیدی شي د ټاکنمساواتو تعدا یا گڼون راکم شي.

د دریمې درجې ټول هوښیار توابع ، چې له دوه ټکو تیریري

د دریمې درجې ټول راشنل – یا هوښیار توابع ټکی سیومتریکی دی او د لاندې ټکو څخه

تیریري:  $P_2(\sqrt{2} | \sqrt{2})$  او  $P_1(1 | 2)$

د ټکي سیومتری له امله تابع مساوات فقط د ناجوره یا طاق جگگن یا جگعدد(اکسپوننت) څخه د زیاتیدونو یا د جمعی اعضاو څخه جوړ دی.

د لاندې الماني پښتو: ایښوونه، تابع مساوات.

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_1(1|2): \quad f(1) = 1a_3 + 1a_1 = 2$$

$$P_2(\sqrt{2}|\sqrt{2}): \quad f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}a_3 + \sqrt{2}a_1 = \sqrt{2}$$

|             |            |                         |  |
|-------------|------------|-------------------------|--|
| $a_3$       | $a_1$      |                         | $a_1 = 3$  |
| 1           | 1          | 2                       | $a_3 + a_1 = 2$                                    |
| $2\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}   : \sqrt{2}$ | $\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2 \Rightarrow a_3 = -1$ |
| 1           | 1          | 2                       | Funktionsgleichung:                                |
| 2           | 1          | 1   -2 ·                | $f(x) = -x^3 + 3x$                                 |
| 1           | 1          | 2                       |  |
| 0           | -1         | -3                      |  |

څلورمه درجه ټول هوښيار تابع چې له  $(0|0)$  او څلور ټکو تیریري.

د څلور ټکو کواوردینات ورکړ شوی دی. پنځم ټکی پیلټکی دی. د دې لارې یا له دې سره څلور ټاکنمساوات منځ ته راځي.

د الماني پښتو په ترتیب: د ټکو له مخه ورکړه، ټولیز تابع مساوات، ایښوونه، تابع مساوات

$$\text{Punktvorgabe: } P_1(-1|2); P_2(1|-2); P_3(2|-4); P_4(3|18)$$

$$\text{Allgemeine Funktionsgleichung: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P(0|0): \quad f(0) = a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow \text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$$

$$P_1(-1|2): \quad f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 2$$

$$P_2(1|-2): \quad f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = -2$$

$$P_3(2|-4): \quad f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = -4$$

$$P_4(3|18): \quad f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 18$$

| $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |                     |   |
|-------|-------|-------|-------|---------------------|---|
| 1     | -1    | 1     | -1    | 2                   |   |
| 1     | 1     | 1     | 1     | -2 II - I           | $a_1 = 0$   |
| 16    | 8     | 4     | 2     | -4 III - 16 · I     |   |
| 81    | 27    | 9     | 3     | 18 IV - 81 · I      | $2a_3 = -4 \Rightarrow a_3 = -2$                      |
| 1     | -1    | 1     | -1    | 2                   |   |
| 0     | 2     | 0     | 2     | -4                  |   |
| 0     | 24    | -12   | 18    | -36 III - 12 · II   | $-12a_2 = 12 \Rightarrow a_2 = -1$                    |
| 0     | 108   | -72   | 84    | -144 IV - 4,5 · III |   |
| 1     | -1    | 1     | -1    | 2                   | $a_4 - a_3 + a_2 = 2$                                 |
| 0     | 2     | 0     | 2     | -4                  | $\Leftrightarrow a_4 + 2 - 1 = 2 \Rightarrow a_4 = 1$ |
| 0     | 0     | -12   | -6    | 12                  |   |
| 0     | 0     | -18   | 3     | 18 IV - 1,5 · III   | Funktionsgleichung:                                   |
| 1     | -1    | 1     | -1    | 2                   | <u><u><math>f(x) = x^4 - 2x^3 - x</math></u></u>      |
| 0     | 2     | 0     | 2     | -4                  |   |
| 0     | 0     | -12   | -6    | 12                  |   |
| 0     | 0     | 0     | 12    | 0                   |   |

د څلورمې درجې ټول هونبیار اعداد د درې ټکوله لارې محور سیومتريک دي.

د څلورمې درجې ټول هونبیار تابع محور سیومتريک دی او د لاندې ټکو د یوه څخه تیريږي:

$$P_3(2|2) \quad \text{او} \quad P_1(0|4) \quad P_2\left(1|\frac{25}{8}\right)$$

اینبونه:  $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$  د محور سیومتريک له امله فقط جوړه اکسپوننت (جگعدد)

$$P_1(0|4): f(0) = a_0 = 4 \Rightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$P_2\left(1\left|\frac{25}{8}\right.\right): f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 4 = \frac{25}{8} \Leftrightarrow 1a_4 + 1a_2 = -\frac{7}{8}$$

$$P_3(2|2): f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 4 = 2 \Leftrightarrow 16a_4 + 4a_2 = -2$$

|       |       |                          |   |
|-------|-------|--------------------------|---|
| $a_4$ | $a_2$ |                          |   |
| 1     | 1     | $-\frac{7}{8}   \cdot 8$ | $-6a_2 = -6 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$                             |
| 16    | 4     | $-2   : 2$               | $8a_4 + 8a_2 = -7$  |
| 8     | 8     | $-7$                     | $\Leftrightarrow 8a_4 - 8 = -7 \Rightarrow \boxed{a_4 = \frac{1}{8}}$ |
| 8     | 2     | $-1   -1$                |   |
| 1     | 1     | $-7$                     | $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2 + 4$                                     |
| 0     | -6    | 6                        |   |

د ټولو صفرځایونو او یوه ټکي له مخه ورکړه

د دریمې درجې ټول هوښیار اعداد

$$P_{x1}(-3|0); P_{x2}(-1|0); P_{x3}(1|0); P(0|-2)$$

په کرښیز ضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a(x+3)(x+1)(x-1)$$

$$P(0|-2): f(0) = a \cdot 3 \cdot 1 \cdot (-1) = -2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}(x+3)(x+1)(x-1) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - 2$$

څلورمه درجه ټول هوښیار توابع

$$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-2|0); P_4(3|0); P(0|15)$$

ایښوونه په کرښیزو ضریبونو:

$$f(x) = a(x+2)^3(x-3)$$

$$P(0|1,5): f(0) = a \cdot 8 \cdot (-3) = 1,5 \Leftrightarrow -24a = 1,5 \Rightarrow a = -\frac{3}{48} = -\frac{1}{16}$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x+2)^3(x-3) = \underline{\underline{-\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}}}$$

### تمرینونه: VIII

ټول هوښیار توابع له ورکړ شوو دلایلو له مخې

د تابع مساوات پیدا کړئ او گراف یې وکارئ

لومړی: دریمه درجه ټکی سیومتريک  $P_1(2|3)$   $P_2(-3|-2)$

دویم: دریمه درجه، صفر ځایونه  $P(-2|2)$   $x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = 2$

دریم: دریمه درجه صفر ځایونه  $P(1|5)$   $x_{1/2} = 0; x_3 = 2$

څلورم: دریمه درجه صفر ځایونه  $P(2|4)$   $x_{1/2} = -2; x_3 = 1$

پنځم: دریمه درجه، صفر ځایونه  $P(-1|8)$   $x_{1/2/3} = 3$

شپږم: څلورمه درجه، محور سیمتريک  $P_1(1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|-2)$

اوم: څلورمه درجه صفر ځایونه  $P(1|3)$   $x_{1/2/3} = -2; x_4 = 2$

اتم: څلورمه درجه، له سرچینې  $P_1(1|1); P_2(-1|-3); P_3(3|-1); P_4(-3|-1)$

نهم: څلورمه درجه،  $P_1(1|1); P_2(-1|-3); P_3(3|-1); P_4(-3|-1)$  صفرځایونه  
 $x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 5; P(1|2)$

لسم: څلورمه درجه صفرځایونه  $P(1|4)$   $x_{1/2} = -3; x_{3/4} = 2;$

## نتیجې

د ټول هوښیار اعدادو توابعو ته تمرینونو VII

له څلور ټکو څخه ټول هوښیار توابع (تابع مساوات ولیکئ)

نتیجې او مفصل ځوابونه

## نتیجې

لومړی:

$$P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20) \Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

|      |       |   |      |   |      |   |      |   |      |   |       |    |
|------|-------|---|------|---|------|---|------|---|------|---|-------|----|
| x    | -0,5  | 0 | 0,5  | 1 | 1,5  | 2 | 2,5  | 3 | 3,5  | 4 | 4,5   | 5  |
| f(x) | -6,12 | 0 | 3,13 | 4 | 3,37 | 2 | 0,62 | 0 | 0,87 | 4 | 10,12 | 20 |

$P_y(0|0); P_{x_1}(0|0); P_{x_{2/3}}(3|0)$  doppelte Nullstelle

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

دویم:

$$P_1\left(1 \mid -\frac{11}{2}\right); P_2\left(-1 \mid \frac{9}{2}\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3 \mid \frac{5}{2}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

|      |      |     |      |    |      |      |     |      |    |      |      |       |   |     |
|------|------|-----|------|----|------|------|-----|------|----|------|------|-------|---|-----|
| x    | -3,5 | -3  | -2,5 | -2 | 1,5  | -1,5 | -1  | -0,5 | 0  | 0,5  | 1    | 1,5   | 2 | 2,5 |
| f(x) | -5,5 | 2,5 | 6,75 | 8  | 3,37 | 7    | 4,5 | 1,25 | -2 | -4,5 | -5,5 | -4,25 | 0 | 8   |

$P_y(0|0); P_{x_1}(2|0); P_{x_2}\left(-\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0,31 \mid 0\right); P_{x_2}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3,186 \mid 0\right)$

دریم:

$$P_1(-1 | -16); P_2(2 | 11); P_3(4 | -11); P_4(6 | -9) \Rightarrow f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

|      |     |     |   |    |    |   |     |     |    |    |
|------|-----|-----|---|----|----|---|-----|-----|----|----|
| x    | -2  | -1  | 0 | 1  | 2  | 3 | 4   | 5   | 6  | 7  |
| f(x) | -65 | -16 | 9 | 16 | 11 | 0 | -11 | -16 | -9 | 16 |

$$P_y(0 | 9); P_{x_1}(3 | 0); P_{x_2}(3 + \sqrt{12} \approx 6,46 | 0); P_{x_3}(3 - \sqrt{12} \approx -0,46 | 0)$$

څلورم:

$$P_1(-1 | 7); P_2(-2 | 6); P_3(3 | 1); P_4(-3 | -2) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

|      |       |    |      |    |      |    |      |   |      |   |       |    |       |   |      |
|------|-------|----|------|----|------|----|------|---|------|---|-------|----|-------|---|------|
| x    | -3,5  | -3 | -2,5 | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5  | 1 | 1,5   | 2  | 2,5   | 3 | 3,5  |
| f(x) | -9,56 | -2 | 3,06 | 6  | 7,19 | 7  | 5,81 | 4 | 1,94 | 0 | -1,44 | -2 | -1,31 | 1 | 5,31 |

$$P_y(0 | 4); P_{x_1}(1 | 0); P_{x_2}(\sqrt{8} \approx 2,83 | 0); P_{x_3}(-\sqrt{8} \approx -2,83 | 0)$$

پنځم:

$$P_1(2 | 22); P_2(4 | 44); P_3(-4 | 4); P_4(8 | 40) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

|      |    |       |     |       |   |       |    |       |
|------|----|-------|-----|-------|---|-------|----|-------|
| x    | -4 | -3    | -2  | -1    | 0 | 1     | 2  | 3     |
| f(x) | 4  | -6,75 | -10 | -7,25 | 0 | 10,25 | 22 | 33,75 |

|      |    |       |    |       |    |       |     |        |
|------|----|-------|----|-------|----|-------|-----|--------|
| x    | 4  | 5     | 6  | 7     | 8  | 9     | 10  | 11     |
| f(x) | 44 | 51,25 | 54 | 50,75 | 40 | 20,25 | -10 | -52,25 |

$$P_y(0 | 0); P_{x_1}(0 | 0); P_{x_2}(3 + \sqrt{45} \approx 9,71 | 0); P_{x_3}(3 - \sqrt{45} \approx -3,71 | 0)$$

شپږم:

$$P_1(1 | 0); P_2(-1 | -2); P_3(2 | 16); P_4(-3 | -4) \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

|      |    |       |    |       |    |       |    |       |   |      |    |       |
|------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|---|------|----|-------|
| x    | -3 | -2,5  | -2 | -1,5  | -1 | -0,5  | 0  | 0,5   | 1 | 1,5  | 2  | 2,5   |
| f(x) | -4 | -0,88 | 0  | -0,63 | -2 | -3,38 | -4 | -3,13 | 0 | 6,13 | 16 | 30,38 |

$$P_y(0 | -4); P_{x_1}(1 | 0); P_{x_2/3}(-2 | 0) \text{ doppelte Nullstelle}$$



دپورته پښتو: دبل صفرخایونه

اوم:

$$P_1(1 | 1); P_2(2 | 0); P_3(-2 | 4); P_4(3 | 9) \Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

|      |       |    |      |    |      |   |      |   |       |   |      |   |
|------|-------|----|------|----|------|---|------|---|-------|---|------|---|
| x    | -2,5  | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5  | 1 | 1,5   | 2 | 2,5  | 3 |
| f(x) | -3,38 | 4  | 7,88 | 9  | 8,13 | 6 | 3,38 | 1 | -0,38 | 0 | 2,87 | 9 |

$$P_y(0 | 6); P_{x_1}(2 | 0); P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1,303 \mid 0\right); P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2,303 \mid 0\right)$$

انم:

$$P_1(1 | 6); P_2(3 | -4); P_3\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{45}{8}\right); P_4\left(-\frac{3}{2} \mid -\frac{77}{8}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

|      |     |       |    |      |   |      |   |      |   |       |    |       |   |      |
|------|-----|-------|----|------|---|------|---|------|---|-------|----|-------|---|------|
| x    | -2  | -1,5  | -1 | -0,5 | 0 | 0,5  | 1 | 1,5  | 2 | 2,5   | 3  | 3,5   | 4 | 4,5  |
| f(x) | -24 | -9,63 | 0  | 5,63 | 8 | 7,88 | 6 | 3,13 | 0 | -2,63 | -4 | -3,38 | 0 | 6,88 |

$$P_y(0 | 8); P_{x_1}(-1 | 0); P_{x_2}(2 | 0); P_{x_3}(4 | 0)$$

نهم:

$$P_1\left(1 \mid -\frac{9}{2}\right); P_2\left(-1 \mid \frac{11}{2}\right); P_3\left(3 \mid -\frac{5}{2}\right); P_4\left(-\frac{5}{2} \mid -8\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

|      |      |    |      |     |       |   |       |      |     |    |       |      |     |
|------|------|----|------|-----|-------|---|-------|------|-----|----|-------|------|-----|
| x    | -2,5 | -2 | -1,5 | -1  | -0,5  | 0 | 0,5   | 1    | 1,5 | 2  | 2,5   | 3    | 3,5 |
| f(x) | -8   | 0  | 4,25 | 5,5 | -1,25 | 2 | -1,25 | -4,5 | -7  | -8 | -6,75 | -2,5 | 5,5 |

$$P_y(0 | 2); P_{x_1}(-2 | 0); P_{x_2}\left(\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3,19 \mid 0\right); P_{x_3}\left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0,31 \mid 0\right)$$

لسم: د لاندې پښتو: دبل صفرخایونه

$$P_1(1 | 25); P_2(-1 | 49); P_3(3 | 27); P_4(5 | 5) \Rightarrow f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$$

|      |     |   |    |    |    |    |   |   |   |    |
|------|-----|---|----|----|----|----|---|---|---|----|
| x    | -1  | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 | 8  |
| f(x) | -49 | 0 | 25 | 32 | 27 | 16 | 5 | 0 | 7 | 32 |

$$P_y(0 | 0); P_{x_1/2}(6 | 0) \text{ doppelte Nullstelle}; P_{x_2}(0 | 0)$$

## مفصل ځوابونه:

لومړی:

د مساوات سیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|4) \Rightarrow f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(2|2) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_3(4|4) \Rightarrow f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_4(5|20) \Rightarrow f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = 20$$

Gauß – Algorithmus

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |
|-------|-------|-------|-------|----|
| 1     | 1     | 1     | 1     | 4  |
| 1     | 2     | 4     | 8     | 2  |
| 1     | 4     | 16    | 64    | 4  |
| 1     | 5     | 25    | 125   | 20 |

⇒

Ergebnis

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = -6$$

$$a_1 = 9$$

$$a_0 = 0$$

Funktionsgleichung:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x}}$$

Wertetabelle:

|      |       |   |      |   |      |   |      |   |      |   |       |    |
|------|-------|---|------|---|------|---|------|---|------|---|-------|----|
| x    | -0,5  | 0 | 0,5  | 1 | 1,5  | 2 | 2,5  | 3 | 3,5  | 4 | 4,5   | 5  |
| f(x) | -6,12 | 0 | 3,13 | 4 | 3,37 | 2 | 0,62 | 0 | 0,87 | 4 | 10,12 | 20 |

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابع مساوات

بیرته پوښتنی ته

## G3 د گاوس- الگورېتم مفصل ځواب

محور غوڅتکي:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

د  $-y$  محور سره غوڅتکي

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

صفر ځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

ضريب ډول ليکنه:

$$x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

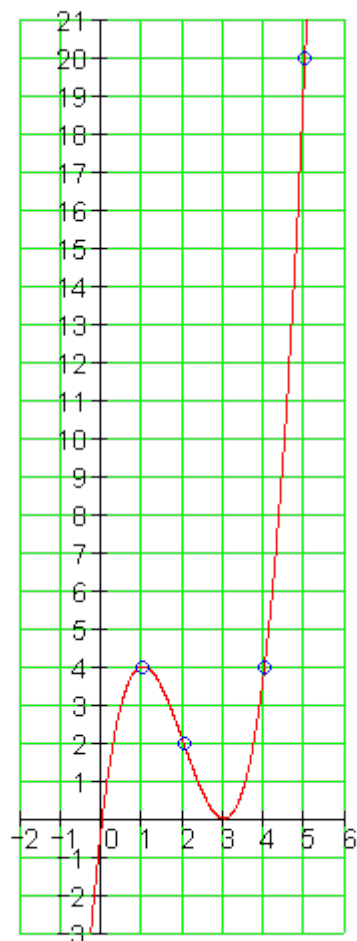
$$p = -6; q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

$$P_{x_1}(0|0)$$

$$P_{x_{2/3}}(3|0) \text{ doppelte Nullstelle}$$

پورته الماني: ډبل صفر ځايونه



دويم:

د مساوات سيستم ليکنه

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1 \mid -\frac{11}{2}\right) \Rightarrow f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{11}{2}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{2}$$

$$P_3(-2 \mid 8) \Rightarrow f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 8$$

$$P_4\left(-3 \mid \frac{5}{2}\right) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

Gauß – Algorithmus

$$\begin{array}{cccc|c} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & -11/2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 9/2 \\ 1 & -2 & 4 & -8 & 8 \\ 1 & -3 & 9 & -27 & 5/2 \end{array}$$

⇒

Ergebnis

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = \frac{3}{2}$$

$$a_1 = -6$$

$$a_0 = -2$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

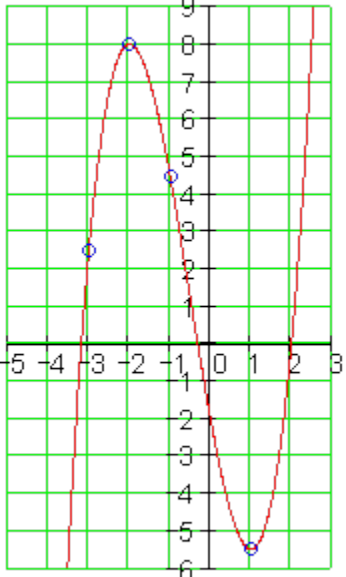
پورته الماني کين لور: د گاوس – الگوريتم، بني لور: نتیجه، تابع مساوات

رزيبت جدول.

|      |      |     |      |    |      |      |     |      |    |      |      |       |   |     |
|------|------|-----|------|----|------|------|-----|------|----|------|------|-------|---|-----|
| x    | -3,5 | -3  | -2,5 | -2 | 1,5  | -1,5 | -1  | -0,5 | 0  | 0,5  | 1    | 1,5   | 2 | 2,5 |
| f(x) | -5,5 | 2,5 | 6,75 | 8  | 3,37 | 7    | 4,5 | 1,25 | -2 | -4,5 | -5,5 | -4,25 | 0 | 8   |

بيړته پوښتنې ته

## مفصل د گاوس-الگرېتم

|  |   |
|--|---|
| <p>محور غوڅتکي</p> $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$ <p>د -y محور سره غوڅتکي</p> $f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0   -2)$ <p>صفر ځایونه</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 = 0$ <p>له ارزښت جدول څخه: <math>x_1 = 2</math></p> $\begin{array}{r} 1 \quad 3/2 \quad -6 \quad -2 \\ x = 2 \downarrow \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \\ 1 \quad 7/2 \quad 1 \quad 0 \end{array}$ $\Rightarrow x^2 + \frac{7}{2}x + 1 = 0$ $p = \frac{7}{2}; q = 1 \Rightarrow D = \frac{33}{16}$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0,314 \\ x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3,168 \end{array} \right.$ | <p><math>f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2</math></p>  <p>د -x محور سره غوڅتکي</p> $P_{x_1}(2   0)$ $P_{x_2} \left( -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \mid 0 \right) \approx (-0,314 \mid 0)$ $P_{x_3} \left( -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \mid 0 \right) \approx (-3,168 \mid 0)$ |
|--|---|

درېم:

د مساوات لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-1|-16) \Rightarrow f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -16$$

$$P_2(2|11) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 11$$

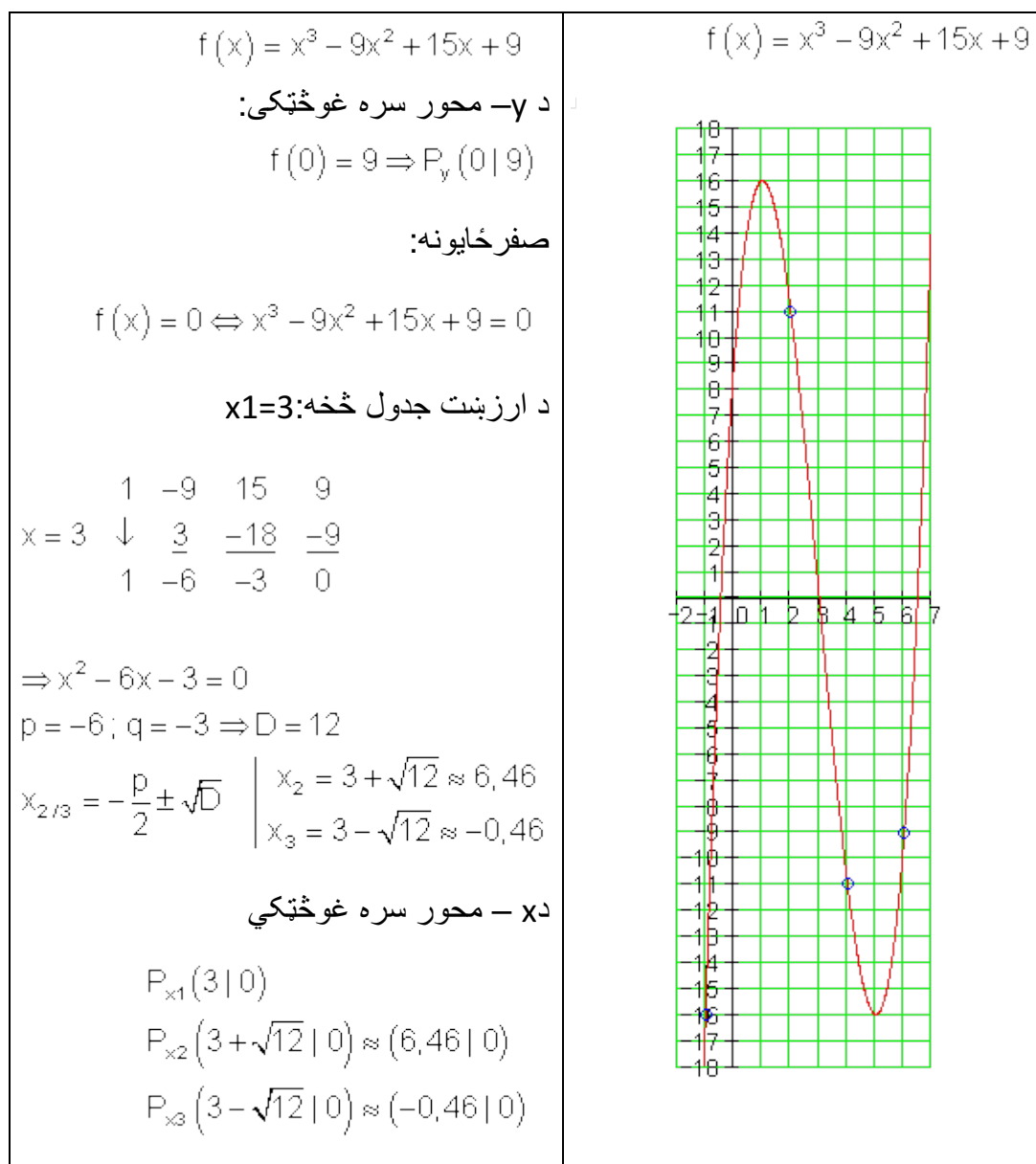
$$P_3(4|-11) \Rightarrow f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = -11$$

$$P_4(6|-9) \Rightarrow f(6) = 216a_3 + 36a_2 + 5a_1 + 1a_0 = -9$$

| د گاوس الگوریتم |       |       |       |     | لاس ته راوړنه:                |
|-----------------|-------|-------|-------|-----|-------------------------------|
| $a_0$           | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |     | $a_3 = 1$                     |
| 1               | -1    | 1     | -1    | -16 | $a_2 = -9$                    |
| 1               | 2     | 4     | 8     | 11  | $a_1 = 15$                    |
| 1               | 4     | 16    | 64    | -11 | $a_0 = 9$                     |
| 1               | 6     | 36    | 216   | -9  | تابع مساوات:                  |
|                 |       |       |       |     | $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$ |

ارزښت جدولی

|      |     |     |   |    |    |   |     |     |    |    |
|------|-----|-----|---|----|----|---|-----|-----|----|----|
| x    | -2  | -1  | 0 | 1  | 2  | 3 | 4   | 5   | 6  | 7  |
| f(x) | -65 | -16 | 9 | 16 | 11 | 0 | -11 | -16 | -9 | 16 |



څلورم:

د مساوات سیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-1|7) \Rightarrow f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 7$$

$$P_2(-2|6) \Rightarrow f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_3(3|1) \Rightarrow f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 1$$

$$P_4(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -2$$

Gauß – Algorithmus

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |
|-------|-------|-------|-------|----|
| 1     | -1    | 1     | -1    | 7  |
| 1     | -2    | 4     | -8    | 6  |
| 1     | 3     | 9     | 27    | 1  |
| 1     | -3    | 9     | -27   | -2 |

⇒

Ergebnis

$$a_3 = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$a_1 = -4$$

$$a_0 = 4$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگوریتم، بني لور: نتیجه، تابع مساوات

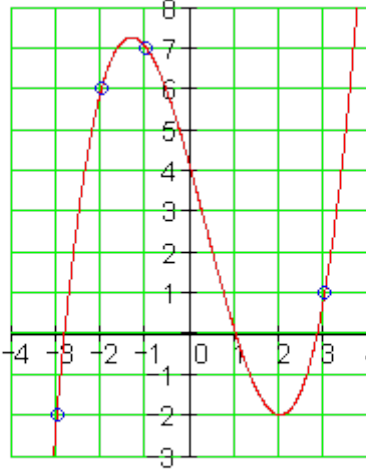
ارزښت جدول.

|      |       |    |      |    |      |    |      |   |      |   |       |    |       |   |      |
|------|-------|----|------|----|------|----|------|---|------|---|-------|----|-------|---|------|
| x    | -3,5  | -3 | -2,5 | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5  | 1 | 1,5   | 2  | 2,5   | 3 | 3,5  |
| f(x) | -9,56 | -2 | 3,06 | 6  | 7,19 | 7  | 5,81 | 4 | 1,94 | 0 | -1,44 | -2 | -1,31 | 1 | 5,31 |

بیرته پوښتنې ته

G3 د گاوس – الگوریتم مفصل



|  |              |        |        |      |     |       |              |       |     |      |  |       |     |      |     |  |
|--|--------------|--------|--------|------|-----|-------|--------------|-------|-----|------|--|-------|-----|------|-----|--|
| <p>محور غوڅتکي :</p> $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$ <p>د <math>-y</math> محور سره غوڅتکي</p> $f(0) = 4 \Rightarrow P_y(0 4)$ <p>صفر ځايونه:</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 = 0$ <p>د ارزښت جدول څخه: <math>x_1=1</math></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td><math>1/2</math></td> <td><math>-1/2</math></td> <td><math>-4</math></td> <td><math>4</math></td> </tr> <tr> <td><math>x=1</math></td> <td><math>\downarrow</math></td> <td><math>1/2</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-4</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>1/2</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-4</math></td> <td><math>0</math></td> </tr> </table> $\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 4 = 0   +4$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 4   \cdot 2 \Leftrightarrow x^2 = 8$ $\Rightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8} \approx \pm 2,83$ |              | $1/2$  | $-1/2$ | $-4$ | $4$ | $x=1$ | $\downarrow$ | $1/2$ | $0$ | $-4$ |  | $1/2$ | $0$ | $-4$ | $0$ | $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$  <p>د <math>-x</math> محور سره غوڅتکي</p> $P_{x_1}(1 0)$ $P_{x_2}(\sqrt{8} 0) \approx (2,83 0)$ $P_{x_3}(-\sqrt{8} 0) \approx (-2,83 0)$ |
|  | $1/2$        | $-1/2$ | $-4$   | $4$  |     |       |              |       |     |      |  |       |     |      |     |  |
| $x=1$  | $\downarrow$ | $1/2$  | $0$    | $-4$ |     |       |              |       |     |      |  |       |     |      |     |  |
|  | $1/2$        | $0$    | $-4$   | $0$  |     |       |              |       |     |      |  |       |     |      |     |  |

پنځم:

د مساوات سيستم ليکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(2|22) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 22$$

$$P_2(4|44) \Rightarrow f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 44$$

$$P_3(-4|4) \Rightarrow f(-4) = -64a_3 + 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_4(8|40) \Rightarrow f(8) = 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 = 40$$

Gauß – Algorithmus

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |
|-------|-------|-------|-------|----|
| 1     | 2     | 4     | 8     | 22 |
| 1     | 4     | 16    | 64    | 44 |
| 1     | -4    | 16    | -64   | 4  |
| 1     | 8     | 64    | 512   | 40 |

$\Rightarrow$

Ergebnis

$$a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$a_2 = \frac{3}{2}$$

$$a_1 = 9$$

$$a_0 = 0$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

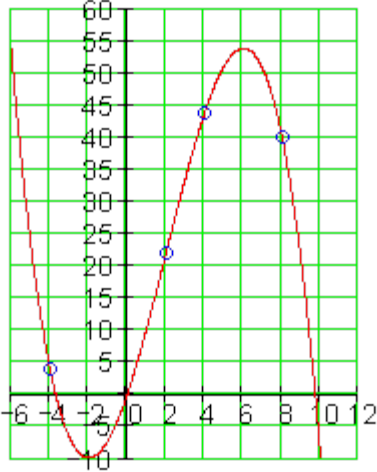
Wertetabelle:

|      |    |       |     |       |    |       |     |        |
|------|----|-------|-----|-------|----|-------|-----|--------|
| x    | -4 | -3    | -2  | -1    | 0  | 1     | 2   | 3      |
| f(x) | 4  | -6,75 | -10 | -7,25 | 0  | 10,25 | 22  | 33,75  |
| x    | 4  | 5     | 6   | 7     | 8  | 9     | 10  | 11     |
| f(x) | 44 | 51,25 | 54  | 50,75 | 40 | 20,25 | -10 | -52,25 |

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگورېتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابع مساوات

بېرته پوښتنې ته

## G3 د گاوس-الکررېتم مفصل

|  |  |
|--|--|
| <p><b>محور غوڅتکي :</b></p> $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$ <p><b>د -y محور سره غوڅتکي</b></p> $f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0   0)$ <p><b>صفر ځایونه:</b></p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x = 0$ <p><b>ضریبوني ډوله لیکنه</b></p> <p>.....</p> $x \left( -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9 \right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9 = 0 \mid \cdot (-4)$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x - 36 = 0$ $p = -6; q = -36 \Rightarrow D = 45$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left  \begin{array}{l} x_2 = 3 + \sqrt{45} \approx 9,71 \\ x_3 = 3 - \sqrt{45} \approx -3,71 \end{array} \right.$ | <p><math>f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x</math></p>  <p><b>د -x محور سره غوڅتکي:</b></p> $P_{x_1}(0   0)$ $P_{x_2}(3 + \sqrt{45}   0) \approx (9,71   0)$ $P_{x_3}(3 - \sqrt{45}   0) \approx (-3,71   0)$ |
|--|--|

شپږم:

د مساواتسیستم لیکنه:

د مساواتسیستم لیکنه.

۷۰۷

2.17 د ورکړشوو شرایطو له مخې .....

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|0) \Rightarrow f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_2(-1|-2) \Rightarrow f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_3(2|16) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 16$$

$$P_4(-3|-4) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -4$$

Gauß – Algorithmus

|       |       |       |       |    |
|-------|-------|-------|-------|----|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0  |
| 1     | -1    | 1     | -1    | -2 |
| 1     | 2     | 4     | 8     | 16 |
| 1     | -3    | 9     | -27   | -4 |

⇒

Ergebnis

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = 3$$

$$a_1 = 0$$

$$a_0 = -4$$

Funktionsgleichung:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 + 3x^2 - 4}}$$

Wertetabelle:

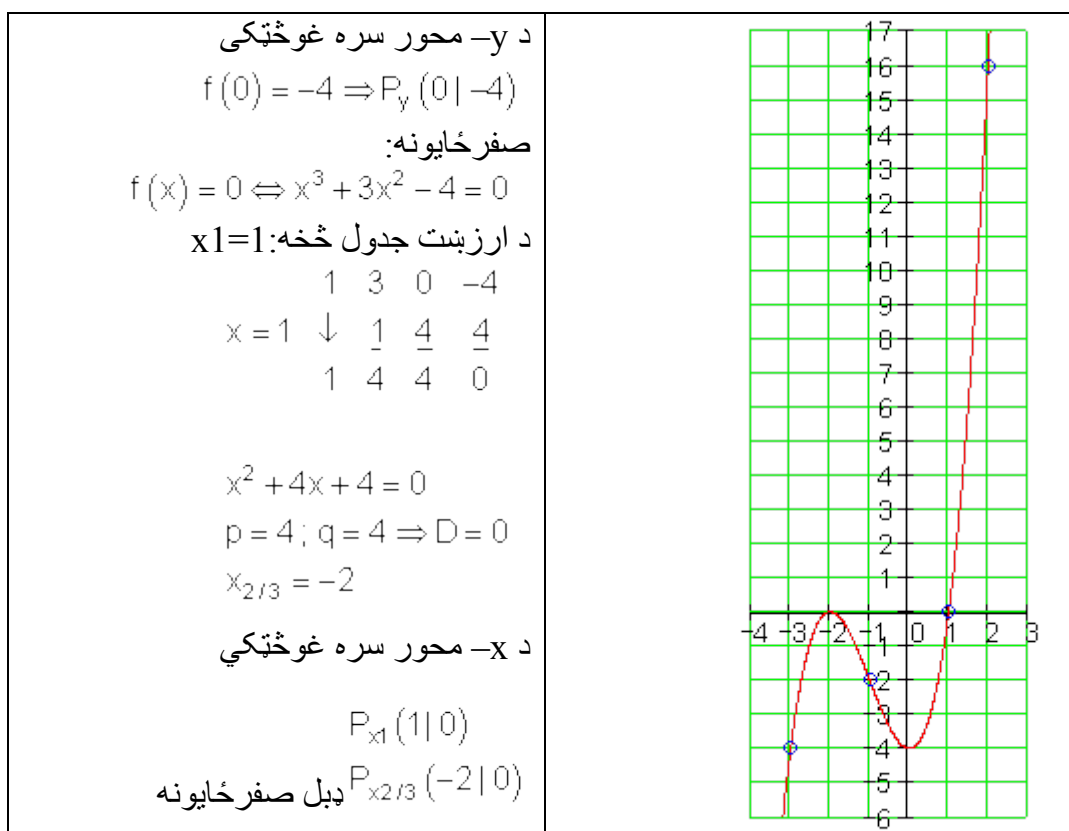
|      |    |       |    |       |    |       |    |       |   |      |    |       |
|------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|---|------|----|-------|
| x    | -3 | -2,5  | -2 | -1,5  | -1 | -0,5  | 0  | 0,5   | 1 | 1,5  | 2  | 2,5   |
| f(x) | -4 | -0,88 | 0  | -0,63 | -2 | -3,38 | -4 | -3,13 | 0 | 6,13 | 16 | 30,38 |

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابع مساوات

بیرته پوښتنې ته

G3. د گاوس- الگوريتم مفصل

|                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| محور غوڅتکي:            | $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ |
| $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ |                         |



اوم:

د مساوات سيستم ليکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|1) \Rightarrow f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$$

$$P_2(2|0) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3(-2|4) \Rightarrow f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_4(3|9) \Rightarrow f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|1) \Rightarrow f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$$

$$P_2(2|0) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3(-2|4) \Rightarrow f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_4(3|9) \Rightarrow f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

Gauß – Algorithmus

$$\begin{array}{cccc|c} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -8 & 4 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 9 \end{array}$$

 $\Rightarrow$ 

Ergebnis

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = -1$$

$$a_1 = -5$$

$$a_0 = 6$$

Funktionsgleichung:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

Wertetabelle:

|      |       |    |      |    |      |   |      |   |       |   |      |   |
|------|-------|----|------|----|------|---|------|---|-------|---|------|---|
| x    | -2,5  | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5  | 1 | 1,5   | 2 | 2,5  | 3 |
| f(x) | -3,38 | 4  | 7,88 | 9  | 8,13 | 6 | 3,38 | 1 | -0,38 | 0 | 2,87 | 9 |

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابع مساوات

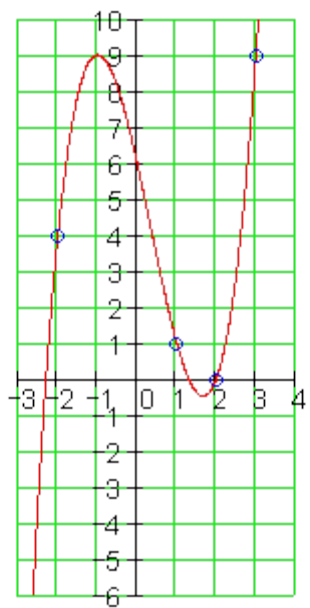
بیرته پوښتنې ته

G3. د گاوس- الگوريتم مفصل

محور غوڅتکي:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

|   |  |
|---|--|
| <p>د <math>y</math> - محور سره غوڅتکي</p> $f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 6)$ <p>صفر ځايونه:</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$ <p>د ارزښت جدول څخه: <math>x_1 = 2</math></p> $\begin{array}{r rrrr} & 1 & -1 & -5 & 6 \\ x = 2 & \downarrow & 2 & 2 & -6 \\ & 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}$ <p><math>x^2 + x - 3 = 0</math></p> <p><math>p = 1; q = -3 \Rightarrow D = \frac{13}{4}</math></p> $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1,303 \\ x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2,303 \end{array} \right.$ |  <p>د <math>x</math> - محور سره غوڅتکي:</p> <p><math>P_{x_1}(2 0)</math></p> <p><math>P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \mid 0\right) \approx (1,303 \mid 0)</math></p> <p><math>P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \mid 0\right) \approx (-2,303 \mid 0)</math></p> |
|---|--|

اتم:

مساواتسيستم ليکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|6) \Rightarrow f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_2(3|-4) \Rightarrow f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_3\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{45}{8}\right) \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}a_3 + \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{45}{8}$$

$$P_4\left(-\frac{3}{2} \mid -\frac{77}{8}\right) \Rightarrow f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}a_3 + \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{77}{8}$$

Gauß – Algorithmus

|       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |       |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 6     |
| 1     | 3     | 9     | 27    | -4    |
| 1     | -1/2  | 1/4   | -1/8  | 45/8  |
| 1     | -3/2  | 9/4   | -27/8 | -77/8 |

⇒

Ergebnis

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = -5$$

$$a_1 = 2$$

$$a_0 = 8$$

Funktionsgleichung:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8}}$$

Wertetabelle:

|      |     |       |    |      |   |      |   |      |   |       |    |       |   |      |
|------|-----|-------|----|------|---|------|---|------|---|-------|----|-------|---|------|
| x    | -2  | -1,5  | -1 | -0,5 | 0 | 0,5  | 1 | 1,5  | 2 | 2,5   | 3  | 3,5   | 4 | 4,5  |
| f(x) | -24 | -9,63 | 0  | 5,63 | 8 | 7,88 | 6 | 3,13 | 0 | -2,63 | -4 | -3,38 | 0 | 6,88 |

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگورېتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابع مساوات

بیرته پوښتنې ته

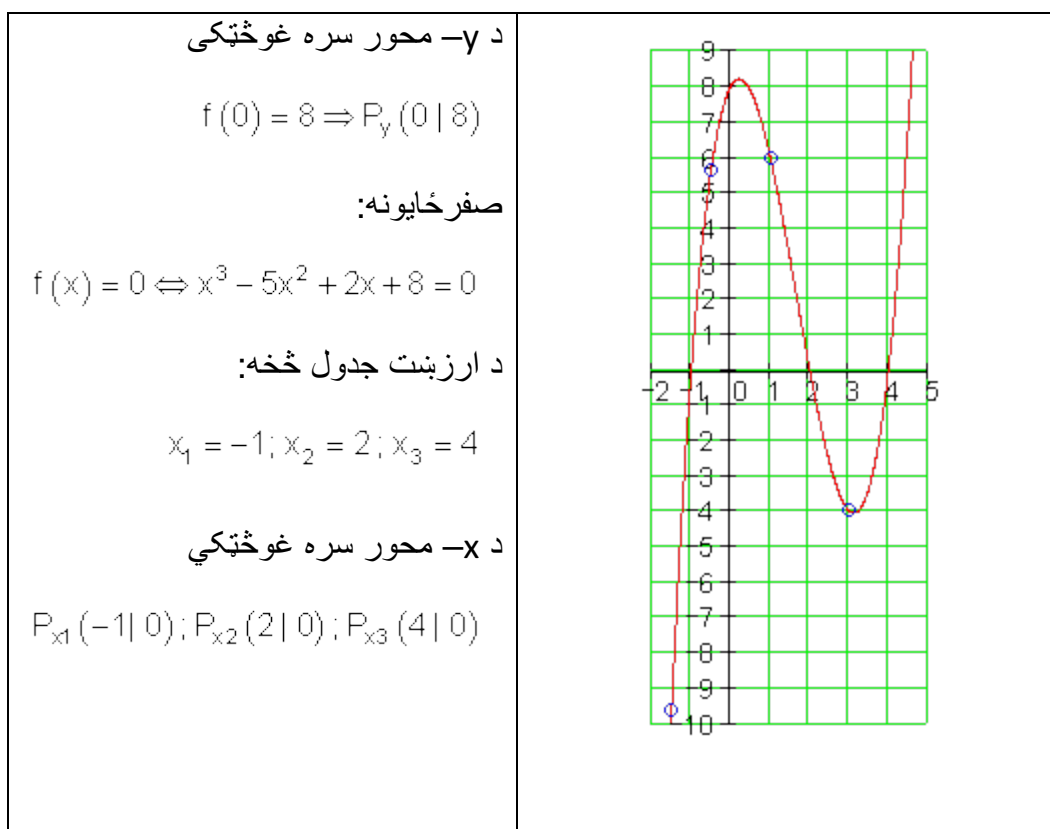
G3. د گاوس – الگورېتم مفصل

محور غوڅتکي:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$





نهم:

د مساوات سیستم: لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1 \mid -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{9}{2}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{11}{2}\right) \Rightarrow f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{11}{2}$$

$$P_3\left(3 \mid -\frac{5}{2}\right) \Rightarrow f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

$$P_4\left(-\frac{5}{2} \mid -8\right) \Rightarrow f\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{125}{8}a_3 + \frac{25}{4}a_2 - \frac{5}{2}a_1 + 1a_0 = -8$$

Gauß – Algorithmus

| $a_0$ | $a_1$  | $a_2$  | $a_3$    |        |
|-------|--------|--------|----------|--------|
| 1     | 1      | 1      | 1        | $-9/2$ |
| 1     | -1     | 1      | -1       | $11/2$ |
| 1     | 3      | 9      | 27       | $-5/2$ |
| 1     | $-5/2$ | $25/4$ | $-125/8$ | $-8$   |

 $\Rightarrow$ 

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -\frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = 2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

Wertetabelle:

| x    | -2,5 | -2 | -1,5 | -1  | -0,5  | 0 | 0,5   | 1    | 1,5 | 2  | 2,5   | 3    | 3,5 |
|------|------|----|------|-----|-------|---|-------|------|-----|----|-------|------|-----|
| f(x) | -8   | 0  | 4,25 | 5,5 | -1,25 | 2 | -1,25 | -4,5 | -7  | -8 | -6,75 | -2,5 | 5,5 |

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابع مساوات

بیرته پوښتنې ته

G3. د گاوس – الگوریتم مفصل

محور غوڅتکی:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

د  $-y$  محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 | 2)$$

صفر ځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2 = 0$$

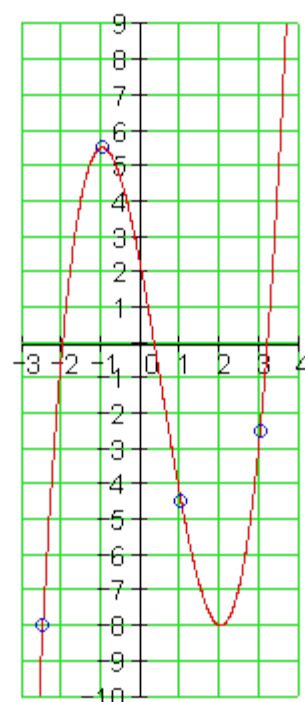
د ارزښت جدول څخه:  $x_1 = -2$

$$x = -2 \begin{array}{cccc} 1 & -3/2 & -6 & 2 \\ \downarrow & -4/2 & 7 & -2 \\ 1 & -7/2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - \frac{7}{2}x + 1 = 0$$

$$p = -\frac{7}{2}; q = 1 \Rightarrow D = \frac{33}{16}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = \frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3,19 \\ x_3 = \frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0,31 \end{array} \right.$$



د  $x$ -محور سره غوڅتکي:

$$P_{x_1}(-2 | 0)$$

$$P_{x_2}\left(\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \mid 0\right) \approx (3,19 \mid 0)$$

$$P_{x_3}\left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \mid 0\right) \approx (0,31 \mid 0)$$

لسم:

د مساوات سیستم لیکنه:

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ |  |
| $P_1(1 25) \Rightarrow$               | $f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 25$    |
| $P_2(-1 -49) \Rightarrow$             | $f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -49$ |
| $P_3(3 27) \Rightarrow$               | $f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 27$   |
| $P_4(5 5) \Rightarrow$                | $f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = 5$  |

|   |       |       |       |       |  |   |   |   |   |    |   |    |   |    |     |   |   |   |    |    |   |   |    |     |   |               |  |
|---|-------|-------|-------|-------|--|---|---|---|---|----|---|----|---|----|-----|---|---|---|----|----|---|---|----|-----|---|---------------|--|
| <p>Gauß – Algorithmus</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>a_0</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>a_1</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>a_2</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>a_3</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">25</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">-49</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">9</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">27</td> <td style="padding: 5px;">27</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">25</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">125</td> <td style="padding: 5px;">5</td> </tr> </table> | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 25 | 1 | -1 | 1 | -1 | -49 | 1 | 3 | 9 | 27 | 27 | 1 | 5 | 25 | 125 | 5 | $\Rightarrow$ | <p>Ergebnis</p> <p><math>a_3 = 1</math></p> <p><math>a_2 = -12</math></p> <p><math>a_1 = 36</math></p> <p><math>a_0 = 0</math></p> <p>Funktionsgleichung:</p> <p><u><u><math>f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x</math></u></u></p> |
| $a_0$   | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |       |  |   |   |   |   |    |   |    |   |    |     |   |   |   |    |    |   |   |    |     |   |               |  |
| 1   | 1     | 1     | 1     | 25    |  |   |   |   |   |    |   |    |   |    |     |   |   |   |    |    |   |   |    |     |   |               |  |
| 1   | -1    | 1     | -1    | -49   |  |   |   |   |   |    |   |    |   |    |     |   |   |   |    |    |   |   |    |     |   |               |  |
| 1   | 3     | 9     | 27    | 27    |  |   |   |   |   |    |   |    |   |    |     |   |   |   |    |    |   |   |    |     |   |               |  |
| 1   | 5     | 25    | 125   | 5     |  |   |   |   |   |    |   |    |   |    |     |   |   |   |    |    |   |   |    |     |   |               |  |

.....

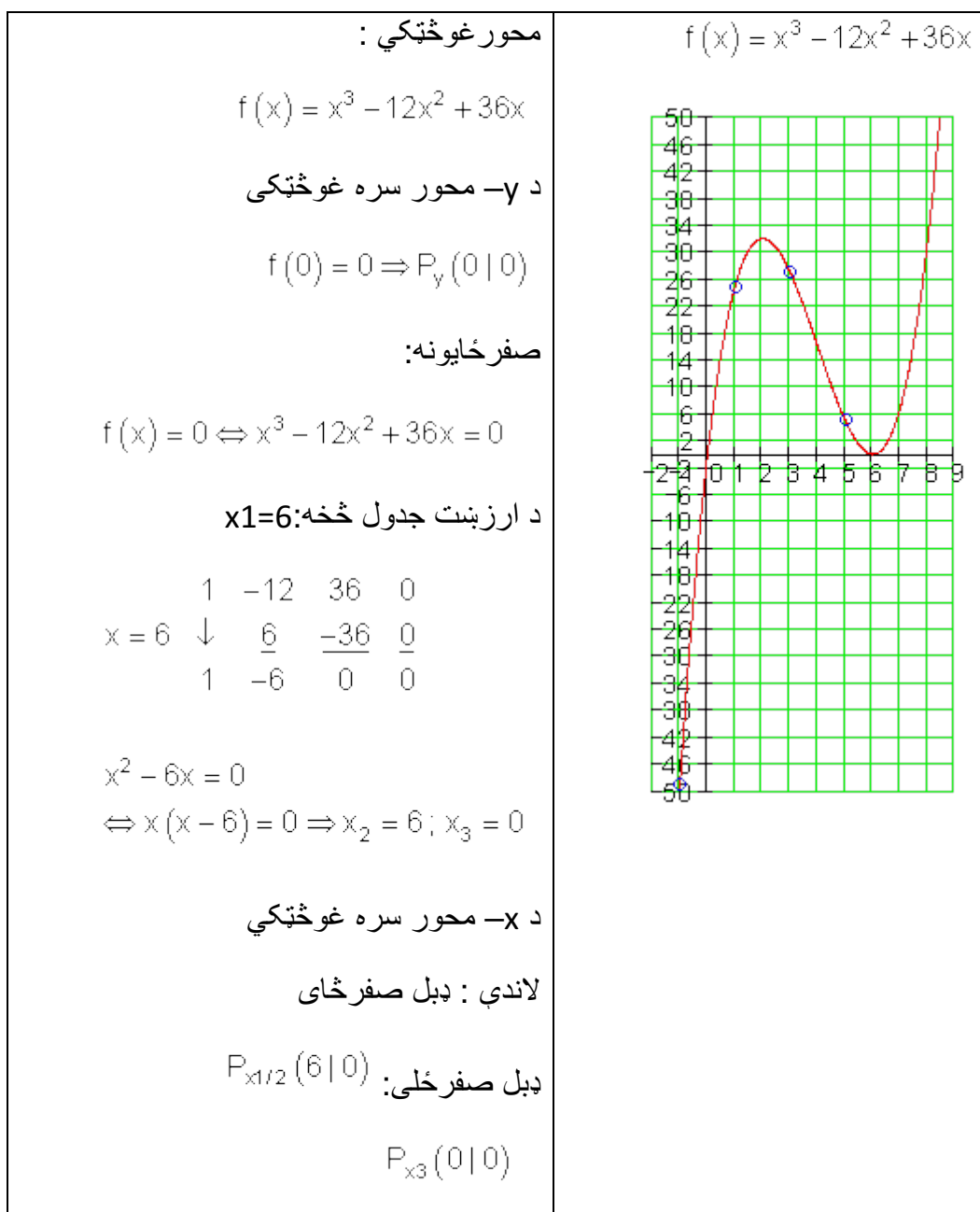
Wertetabelle:

|        |     |   |    |    |    |    |   |   |   |    |
|--------|-----|---|----|----|----|----|---|---|---|----|
| $x$    | -1  | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 | 8  |
| $f(x)$ | -49 | 0 | 25 | 32 | 27 | 16 | 5 | 0 | 7 | 32 |

پورته الماني کين لور: د گاوس – الگوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابع مساوات

بیرته پوښتنې ته

G3. د گاوس- الگوريتم مفصل



| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |                  |
|-------|-------|-------|-------|------------------|
| 1     | 1     | 1     | 1     | 4                |
| 1     | 2     | 4     | 8     | 2    II - I      |
| 1     | 4     | 16    | 64    | 4    III - I     |
| 1     | 5     | 25    | 125   | 20    IV - I     |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 4                |
| 0     | 1     | 3     | 7     | -2               |
| 0     | 3     | 15    | 63    | 0    III - 3·II  |
| 0     | 4     | 24    | 124   | 16    IV - 4·II  |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 4                |
| 0     | 1     | 3     | 7     | -2               |
| 0     | 0     | 6     | 42    | 6                |
| 0     | 0     | 12    | 96    | 24    IV - 2·III |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 4                |
| 0     | 1     | 3     | 7     | -2               |
| 0     | 0     | 6     | 42    | 6                |
| 0     | 0     | 0     | 12    | 12               |

$$12a_3 = 12 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$6a_2 + 42a_3 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 + 42 = 6 \mid -42$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 = -36 \mid : 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -6}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_1 - 18 + 7 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_1 - 11 = -2 \mid +11 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 9 - 6 + 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 4 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x}}$$

بیرته پوښتنې ته

G2 د کاوس-الکوریتم مفصل

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |                     |
|-------|-------|-------|-------|---------------------|
| 1     | 1     | 1     | 1     | $-\frac{11}{2}$  ·2 |
| 1     | -1    | 1     | -1    | $\frac{9}{2}$  ·2   |
| 1     | -2    | 4     | -8    | 8     ·2            |
| 1     | -3    | 9     | -27   | $\frac{5}{2}$  ·2   |
| 2     | 2     | 2     | 2     | -11                 |

$$-4a_3 = -4 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 - 4a_3 = -1$$

|  |  |  |
|--|--|--|
| $\begin{array}{cccc c} 2 & -2 & 2 & -2 & 9 \\ 2 & -4 & 8 & -16 & 16 \\ 2 & -6 & 18 & -54 & 5 \end{array}$                          | $\begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \\ \text{IV} - \text{I} \end{array}$ | $\Leftrightarrow 2a_2 - 4 = -1 \mid +4$  |
| $\begin{array}{cccc c} 2 & 2 & 2 & 2 & -11 \\ 0 & -4 & 0 & -4 & 20 \\ 0 & -6 & 6 & -18 & 27 \\ 0 & -8 & 16 & -56 & 16 \end{array}$ | $\begin{array}{l}   : (-2) \\   : 3 \\   : 4 \end{array}$  | $\Leftrightarrow 2a_2 = 3 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$  |
| $\begin{array}{cccc c} 2 & 2 & 2 & 2 & -11 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & -2 & 2 & -6 & 9 \\ 0 & -2 & 4 & -14 & 4 \end{array}$      | $\begin{array}{l} \\ \text{III} + \text{II} \\ \text{IV} + \text{II} \end{array}$                    | $\begin{array}{l} 2a_1 + 2a_3 = -10 \\ \Rightarrow \Leftrightarrow 2a_1 + 2 = -10 \mid -2 \\ \Leftrightarrow 2a_1 = -12 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6} \end{array}$   |
| $\begin{array}{cccc c} 2 & 2 & 2 & 2 & -11 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & -12 & -6 \end{array}$      | $\text{IV} - 2 \cdot \text{III}$   | $\begin{array}{l} 2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -11 \\ \Leftrightarrow 2a_0 - 12 + 3 + 2 = -11 \\ \Leftrightarrow 2a_0 - 7 = -11 \mid +7 \\ \Leftrightarrow 2a_0 = -4 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2} \end{array}$ |
| $\begin{array}{cccc c} 2 & 2 & 2 & 2 & -11 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -4 \end{array}$       |  | $\underline{\underline{f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2}}$   |

بیرته پوښتنې ته

G3 د گاوس-الکوریتم مفصل

|  |  |   |
|--|--|---|
| $\begin{array}{cccc c} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -16 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 11 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & -11 \\ 1 & 6 & 36 & 216 & -9 \end{array}$ | $\begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \\ \text{IV} - \text{I} \end{array}$ | $8a_3 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$  |
| $\begin{array}{cccc c} 1 & -1 & 1 & -1 & -16 \\ 0 & 3 & 3 & 9 & 27 \\ 0 & 7 & 7 & 7 & 5 \\ 0 & 7 & 7 & 7 & 5 \end{array}$                                    | $\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}$  | $\begin{array}{l} 2a_2 + 10a_3 = -8 \\ \Leftrightarrow 2a_2 + 10 = -8 \mid -10 \end{array}$ |

۷۱۹

د. 2.17 ورکړشوو شرایطو له مخې .....

|   |    |    |     |     |                  |  |
|---|----|----|-----|-----|------------------|--|
| 0 | -3 | -3 | -9  | -27 | : 3              |  |
| 0 | 5  | 15 | 65  | 5   | : 5              | $\Leftrightarrow 2a_2 = -18   : 2 \Leftrightarrow a_2 = -9$    |
| 0 | 7  | 35 | 217 | 7   | : 7              |  |
| 1 | -1 | 1  | -1  | -16 |                  | $a_1 + a_2 + 3a_3 = 9$   |
| 0 | 1  | 1  | 3   | 9   |                  | $\Rightarrow \Leftrightarrow a_1 - 9 + 3 = 9$                  |
| 0 | 1  | 3  | 13  | 1   | III - II         | $\Leftrightarrow a_1 - 6 = 9   +6 \Leftrightarrow a_1 = 15$    |
| 0 | 1  | 5  | 31  | 1   | IV - II          |  |
| 1 | -1 | 1  | -1  | -16 |                  | $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = -16$                                  |
| 0 | 1  | 1  | 3   | 9   |                  | $\Leftrightarrow a_0 - 15 - 9 - 1 = -16$                       |
| 0 | 0  | 2  | 10  | -8  |                  | $\Leftrightarrow a_0 - 25 = -16   +25 \Leftrightarrow a_0 = 9$ |
| 0 | 0  | 4  | 28  | -8  | IV - 2 \cdot III |  |
| 1 | -1 | 1  | -1  | -16 |                  |  |
| 0 | 1  | 1  | 3   | 9   |                  | $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$                                  |
| 0 | 0  | 2  | 10  | -8  |                  |  |
| 0 | 0  | 0  | 8   | 8   |                  |  |

بیرته پوښتنې ته

G4. د گاوس-الکوریتم مفصل

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |                  |
|-------|-------|-------|-------|----|------------------|
| 1     | -1    | 1     | -1    | 7  |                  |
| 1     | -2    | 4     | -8    | 6  | II - I           |
| 1     | 3     | 9     | 27    | 1  | III - I          |
| 1     | -3    | 9     | -27   | -2 | IV - I           |
| 1     | -1    | 1     | -1    | 7  |                  |
| 0     | -1    | 3     | -7    | -1 |                  |
| 0     | 4     | 8     | 28    | -6 | III + 4 \cdot II |
| 0     | -2    | 8     | -26   | -9 | IV - 2 \cdot II  |
| 1     | -1    | 1     | -1    | 7  |                  |

$$20a_2 = -10 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$2a_2 - 12a_3 = -7$$

$$\Leftrightarrow -1 - 12a_3 = -7 | +1$$

$$\Leftrightarrow -12a_3 = -6 | : (-12) \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{2}$$

$$-a_1 + 3a_2 - 7a_3 = -1$$

$$\Rightarrow \Leftrightarrow -a_1 - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -1$$

$$\Leftrightarrow -a_1 - 5 = -1 | +5$$

$$\Leftrightarrow -a_1 = 4 | : (-1) \Leftrightarrow a_1 = -4$$



## 2.17 د ورکړشوو شرایطو له مخې .....

$$\begin{array}{cccc|c} 0 & -1 & 3 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 2 & -12 & -7 \end{array}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 7$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 3 = 7 \mid -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

تابع مساوات:

بیرته پوښتنې ته

## G5 د گاوس-الکوریتم مفصل

$$\begin{array}{cccc|c} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \\ \hline 1 & 2 & 4 & 8 & 22 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 44 & \text{II} - \text{I} \\ 1 & -4 & 16 & -64 & 4 & \text{III} - \text{I} \\ 1 & 8 & 64 & 512 & 40 & \text{IV} - \text{I} \\ \hline 1 & 2 & 4 & 8 & 22 \\ 0 & 2 & 12 & 56 & 22 \\ 0 & -6 & 12 & -72 & -18 & \text{III} + 3 \cdot \text{II} \\ 0 & 6 & 60 & 504 & 18 & \text{IV} - 3 \cdot \text{II} \\ \hline 1 & 2 & 4 & 8 & 22 \\ 0 & 2 & 12 & 56 & 22 \\ 0 & 0 & 48 & 96 & 48 \\ 0 & 0 & 24 & 336 & -48 & \text{IV} - \frac{1}{2} \cdot \text{III} \\ \hline 1 & 2 & 4 & 8 & 22 \\ 0 & 2 & 12 & 56 & 22 \\ 0 & 0 & 48 & 96 & 48 \\ 0 & 0 & 0 & 288 & -72 \end{array}$$

$$288a_3 = -72 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = -\frac{1}{4}}$$

$$48a_2 + 96a_3 = 48$$

$$\Leftrightarrow 48a_2 - 24 = 48 \mid +24$$

$$\Leftrightarrow 48a_2 = 72 \mid : 48 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12a_2 + 56a_3 = 22$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 18 - 14 = 22$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 4 = 22 \mid -4$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = 18 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = 22$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 6 - 2 = 22$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 22 = 22 \mid -22 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

تابع مساوات:

بیرته پوښتنې ته

G6. د گاوس-الګرېټم مفصل

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |                          |
|-------|-------|-------|-------|----|--------------------------|
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0  |                          |
| 1     | -1    | 1     | -1    | -2 | II - I                   |
| 1     | 2     | 4     | 8     | 16 | III - I                  |
| 1     | -3    | 9     | -27   | -4 | IV - I                   |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0  |                          |
| 0     | -2    | 0     | -2    | -2 |                          |
| 0     | 1     | 3     | 7     | 16 | III + $\frac{1}{2}$ · II |
| 0     | -4    | 8     | -28   | -4 |                          |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0  |                          |
| 0     | -2    | 0     | -2    | -2 |                          |
| 0     | 0     | 3     | 6     | 15 | : 3                      |
| 0     | 0     | 8     | -24   | 1  | : 8                      |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0  |                          |
| 0     | -2    | 0     | -2    | -2 |                          |
| 0     | 0     | 1     | 2     | 5  |                          |
| 0     | 0     | 1     | -3    | 0  | IV - III                 |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0  |                          |
| 0     | -2    | 0     | -2    | -2 |                          |
| 0     | 0     | 1     | 2     | 5  |                          |
| 0     | 0     | 0     | -5    | -5 |                          |

$$-5a_3 = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$a_2 + 2a_3 = 5$$

$$\Leftrightarrow a_2 + 2 = 5 \mid -2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 3}$$

$$-2a_1 - 2a_3 = -2$$

$$\Rightarrow \Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -2 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 + 3x^2 - 4}}$$

بیرته پوښتنې ته

G7 د گاوس-الکوریتم مفصل

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |                          |
|-------|-------|-------|-------|----|--------------------------|
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1  |                          |
| 1     | 2     | 4     | 8     | 0  | II - I                   |
| 1     | -2    | 4     | -8    | 4  | III - I                  |
| 1     | 3     | 9     | 27    | 9  | IV - I                   |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1  |                          |
| 0     | 1     | 3     | 7     | -1 |                          |
| 0     | -3    | 3     | -9    | 3  | III + 3 · II             |
| 0     | 2     | 8     | 26    | 8  | IV - 2 · II              |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1  |                          |
| 0     | 1     | 3     | 7     | -1 |                          |
| 0     | 0     | 12    | 12    | 0  |                          |
| 0     | 0     | 2     | 12    | 10 | IV - $\frac{1}{6}$ · III |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1  |                          |
| 0     | 1     | 3     | 7     | -1 |                          |
| 0     | 0     | 12    | 12    | 0  |                          |
| 0     | 0     | 0     | 10    | 10 |                          |

$$10a_3 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$12a_2 + 12a_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12a_2 + 12 = 0 \mid -12$$

$$\Leftrightarrow 12a_2 = -12 \mid :12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_1 + 4 = -1 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 5 = 1 \mid +5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

بیرته پوښتنې ته

G8 د گاوس-الکوریتم مفصل

| $a_0$ | $a_1$          | $a_2$         | $a_3$           |                 |                |
|-------|----------------|---------------|-----------------|-----------------|----------------|
| 1     | 1              | 1             | 1               | 6               |                |
| 1     | 3              | 9             | 27              | -4              |                |
| 1     | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{8}$  | $\frac{45}{8}$  | $\mid \cdot 8$ |
| 1     | $-\frac{3}{2}$ | $\frac{9}{4}$ | $-\frac{27}{8}$ | $-\frac{77}{8}$ | $\mid \cdot 8$ |

$$-2a_3 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

|   |     |    |     |      |            |
|---|-----|----|-----|------|------------|
| 1 | 1   | 1  | 1   | 6    |            |
| 2 | 3   | 9  | 27  | -4   | II - I     |
| 8 | -4  | 2  | -1  | 45   | III - 8·I  |
| 8 | -12 | 18 | -27 | -77  | IV - 8·I   |
| 1 | 1   | 1  | 1   | 6    |            |
| 0 | 2   | 8  | 26  | -10  |            |
| 0 | -12 | -6 | -9  | -3   | III + 6·II |
| 0 | -20 | 10 | -35 | -125 | IV + 10·II |
| 1 | 1   | 1  | 1   | 6    |            |
| 0 | 2   | 8  | 26  | -10  |            |
| 0 | 0   | 42 | 147 | -63  | : 21       |
| 0 | 0   | 90 | 225 | -225 | : 45       |
| 1 | 1   | 1  | 1   | 6    |            |
| 0 | 2   | 8  | 26  | -10  |            |
| 0 | 0   | 2  | 7   | -3   |            |
| 0 | 0   | 2  | 5   | -5   | IV - III   |
| 1 | 1   | 1  | 1   | 6    |            |
| 0 | 2   | 8  | 26  | -10  |            |
| 0 | 0   | 2  | 7   | -3   |            |
| 0 | 0   | 0  | -2  | -2   |            |

$$2a_2 - 7a_3 = -3$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + 7 = -3 \quad | -7$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = -10 \quad | : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -5}$$

$$2a_1 + 8a_2 + 26a_3 = -10$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 40 + 26 = -10$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 14 = -10 \quad | +14$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = 4 \quad | : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 6$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 5 + 1 = 6$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 2 = 6 \quad | +2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 8}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8}}$$

بیرته پوښتنې ته

G9. د کاوس-الکریم مفصل

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |                |    |
|-------|-------|-------|-------|----------------|----|
| 1     | 1     | 1     | 1     | $-\frac{9}{2}$ | ·8 |
| 1     | -1    | 1     | -1    | $\frac{11}{2}$ | ·8 |

## 2.17 د ورکړشو شرایطو له مخي .....

|   |                |                |                  |                |          |   |
|---|----------------|----------------|------------------|----------------|----------|---|
| 1 | 3              | 9              | 27               | $-\frac{5}{2}$ | ·8       | $-11a_3 = -11   : (-11)$                          |
| 1 | $-\frac{5}{2}$ | $\frac{25}{4}$ | $-\frac{125}{8}$ | -8             | ·8       | $\Leftrightarrow a_3 = 1$                         |
| 8 | 8              | 8              | 8                | -36            |          | $2a_2 + 6a_3 = 3$                                 |
| 8 | -8             | 8              | -8               | 44             | II - I   | $\Leftrightarrow 2a_2 + 6 = 3   -6$               |
| 8 | 24             | 72             | 216              | -20            | III - I  | $\Leftrightarrow 2a_2 = -3   : 2$                 |
| 8 | -20            | 50             | -125             | -64            | IV - I   | $\Leftrightarrow a_2 = -\frac{3}{2}$              |
| 8 | 8              | 8              | 8                | -36            | : 4      |   |
| 0 | -16            | 0              | -16              | 80             | : 4      |   |
| 0 | 16             | 64             | 208              | 16             | : 4      |   |
| 0 | -28            | 42             | -133             | -28            | : 7      | $-4a_1 - 4a_3 = 20$                               |
| 2 | 2              | 2              | 2                | -9             |          | $\Rightarrow \Leftrightarrow -4a_1 - 4 = 20   +4$ |
| 0 | -4             | 0              | -4               | 20             |          | $\Leftrightarrow -4a_1 = 24   : (-4)$             |
| 0 | 4              | 16             | 52               | 4              | III + II | $\Leftrightarrow a_1 = -6$                        |
| 0 | -4             | 6              | -19              | -4             | IV - II  |   |
| 2 | 2              | 2              | 2                | -9             |          | $2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -9$                  |
| 0 | -4             | 0              | -4               | 20             |          | $\Leftrightarrow 2a_0 - 12 - 3 + 2 = -9$          |
| 0 | 0              | 16             | 48               | 24             | : 8      | $\Leftrightarrow 2a_0 - 13 = -9   +13$            |
| 0 | 0              | 6              | -15              | -24            | : 3      | $\Leftrightarrow 2a_0 = 4   : 2$                  |
| 2 | 2              | 2              | 2                | -9             |          | $\Leftrightarrow a_0 = 2$                         |
| 0 | -4             | 0              | -4               | 20             |          |   |
| 0 | 0              | 2              | 6                | 3              |          |   |
| 0 | 0              | 2              | -5               | -8             | IV - III | $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$            |
| 2 | 2              | 2              | 2                | -9             |          |   |
| 0 | -4             | 0              | -4               | 20             |          |   |
| 0 | 0              | 2              | 6                | 3              |          |   |
| 0 | 0              | 0              | -11              | -11            |          |   |

بیرته پوښتنې ته

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |      |              |
|-------|-------|-------|-------|------|--------------|
| 1     | 1     | 1     | 1     | 25   |              |
| 1     | -1    | 1     | -1    | -49  | II - I       |
| 1     | 3     | 9     | 27    | 27   | III - I      |
| 1     | 5     | 25    | 125   | 5    | IV - I       |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 25   |              |
| 0     | -2    | 0     | -2    | -74  |              |
| 0     | 2     | 8     | 26    | 2    | III + II     |
| 0     | 4     | 24    | 124   | -20  | IV + 2 · II  |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 25   |              |
| 0     | -2    | 0     | -2    | -74  |              |
| 0     | 0     | 8     | 24    | -72  |              |
| 0     | 0     | 24    | 120   | -168 | IV - 3 · III |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 25   |              |
| 0     | -2    | 0     | -2    | -74  |              |
| 0     | 0     | 8     | 24    | -72  |              |
| 0     | 0     | 0     | 48    | 48   |              |

G10. د گاوس- الگوریتم مفصل

$$48a_3 = 48 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$8a_2 + 24a_3 = -72$$

$$\Leftrightarrow 8a_2 + 24 = -72 \mid -24$$

$$\Leftrightarrow 8a_2 = 96 \mid : 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -12}$$

$$-2a_1 - 2a_3 = -74$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -74 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 = -72 \mid : (-2) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 36}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 25$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 36 - 12 + 1 = 25$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 25 = 25 \mid -25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x}}$$

خوابونه

تمرین ټول هوښیار یا- راشنل توابع VIII

تابع مساوات د ورکړشوو شرایطو څخه

مفصل خوابونه

لومړی:

درجه ۳، ټکی سیمتریک له

$$P_1(2|3) \quad P_2(-3|-2)$$



۷۲۷

2.17 د ورکړشوو شرایطو له مخې .....

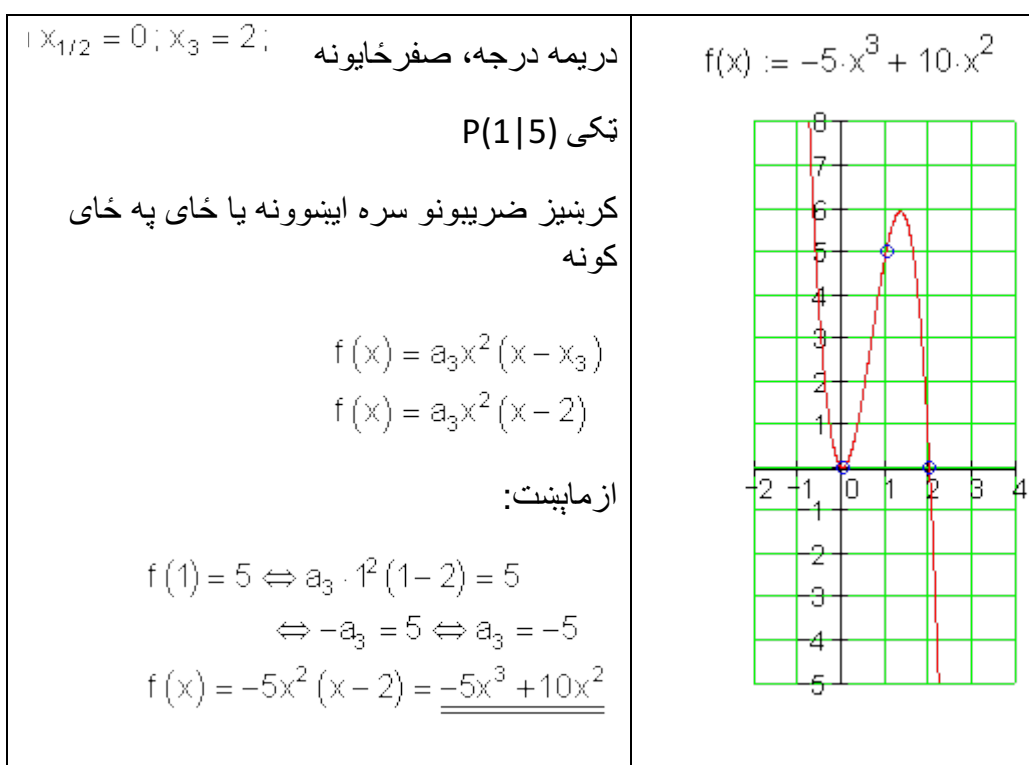
$$f(-2) = 2 \Leftrightarrow a_3(-2+3)(-2+1)(-2-2) = 2$$

$$\Leftrightarrow 4a_3 = 2 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$= \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{5}{2}x - 3$$

دریم:



دریمه درجه، صفرخایونه

$$x_{1/2} = -2; x_3 = 1$$

څلورم:

ټکی  $P(2|4)$



کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځایه کونه

$$f(x) = a_3 (x - x_{1/2})^2 (x - x_3)$$

$$f(x) = a_3 (x + 2)^2 (x - 1)$$

ازمابښت:

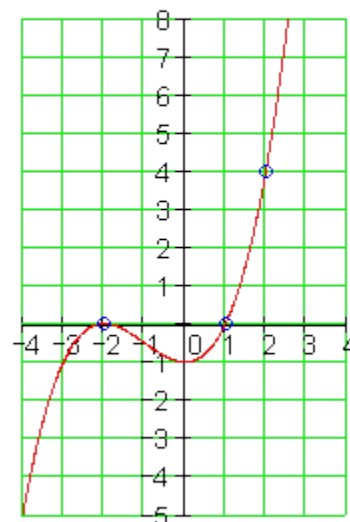
$$f(2) = 4 \Leftrightarrow a_3 \cdot (2 + 2)^2 (2 - 1) = 4$$

$$\Leftrightarrow 16a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4} (x + 2)^2 (x - 1)$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 1}}$$

$$f(x) := \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 1$$



دریمه درجه، صفر ځایونه  $x_{1/2/3} = 3$

ټکی  $P(-1|8)$

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځایه کونه

$$f(x) = a_3 (x - x_{1/2/3})^3$$

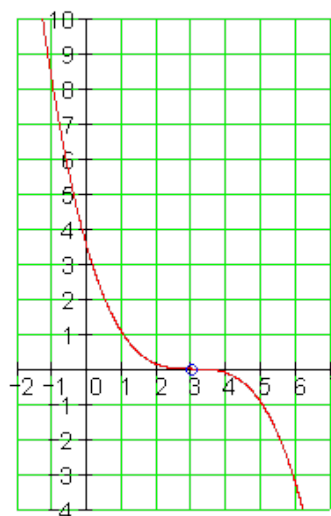
$$f(x) = a_3 (x - 3)^3$$

ازمابښت:

$$f(-1) = 8 \Leftrightarrow a_3 \cdot (-1 - 3)^3 = 8$$

$$\Leftrightarrow -64a_3 = 8 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{8}$$

$$f(x) := -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - \frac{27}{8}x + \frac{27}{8}$$



ټکی:

$$f(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^3$$

$$= -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - \frac{27}{8}x + \frac{27}{8}$$

شیرم:

څلورمه درجه، محور سیو متریک

$$P_1(1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|-2)$$

د محور سیو متریک له امله تابع مساوات فقط جوړه  
اکسپوننتونه لري. لاندې الماني: ایښوونه

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

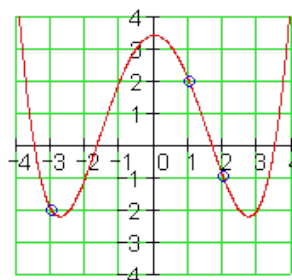
$$P_1(1|2) \Rightarrow f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(2|-1) \Rightarrow f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 1a_0 = -1$$

$$P_3(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = 81a_4 + 9a_2 + 1a_0 = -2$$

| $a_0$ | $a_2$ | $a_4$ |      |          |
|-------|-------|-------|------|----------|
| 1     | 1     | 1     | 2    |          |
| 1     | 4     | 16    | -1   | II - I   |
| 1     | 9     | 81    | -2   | III - I  |
| 1     | 1     | 1     | 2    |          |
| 0     | 3     | 15    | -3   | : 3      |
| 0     | 8     | 80    | -4   | : 8      |
| 1     | 1     | 1     | 2    |          |
| 0     | 1     | 5     | -1   |          |
| 0     | 1     | 10    | -1/2 | III - II |
| 1     | 1     | 1     | 2    |          |
| 0     | 1     | 5     | -1   |          |
| 0     | 0     | 5     | 1/2  |          |

$$f(x) := \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{5}$$



$$5a_4 = \frac{1}{2} | : 5 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{10}$$

$$a_2 + 5a_4 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_2 + \frac{5}{10} = -\frac{10}{10} | - \frac{5}{10}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

$$a_0 + a_2 + a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{20}{10} | + \frac{15}{10} - \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$$

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{5}$$

اووم:

|  |  |
|--|--|
| <p>دریمه درجه، صفر خایونه<br/> <math>x_{1/2/3} = -2; x_4 = 2</math></p> <p>تکی <math>P(1 3)</math><br/>         کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا خاپه خای<br/>         کونه</p> <p><math>f(x) = a_4 (x - x_{1/2/3})^3 (x - x_4)</math><br/> <math>f(x) = a_4 (x + 2)^3 (x - 2)</math></p> <p>ازماښت:</p> <p><math>f(1) = 3 \Leftrightarrow a_4 (1 + 2)^3 (1 - 2) = 3</math><br/> <math>\Leftrightarrow -27a_4 = 3 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{1}{9}</math></p> <p><math>f(x) = -\frac{1}{9}(x + 2)^3 (x - 2)</math><br/> <math>= -\frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^3 + \frac{16}{9}x + \frac{16}{9}</math></p> | <p><math>f(x) := \frac{-1}{9} \cdot x^4 - \frac{4}{9} \cdot x^3 + \frac{16}{9} \cdot x + \frac{16}{9}</math></p> |
|--|--|

اتم:

|  |  |
|--|--|
| <p>څلورمه درجه، د سرچیني (<math>a_0=0</math>) له لارې<br/> <math>P_1(1 1); P_2(-1 3); P_3(3 -1); P_4(-3 -1)</math></p> <p>ایښوونه: <math>f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x</math></p> <p><math>P_1(1 1) : f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1</math><br/> <math>P_2(-1 3) : f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 3</math><br/> <math>P_3(3 -1) : f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = -1</math><br/> <math>P_4(-3 -1) : f(-3) = 81a_4 - 27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = -1</math></p> | <p><math>f(x) := \frac{1}{9} \cdot x^4 - \frac{1}{4} \cdot x^3 - \frac{10}{9} \cdot x^2 + \frac{9}{4} \cdot x</math></p> |
|--|--|

۷۳۱

2.17 د ورکړشو شرایطو له مخې .....

|   |       |       |       |    |          |
|---|-------|-------|-------|----|----------|
| 1 | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |    |          |
| 1 | 1     | 1     | 1     | 1  |          |
| 1 | 1     | -1    | 1     | -3 | II+I     |
| 3 | 9     | 27    | 81    | -1 | III-3·I  |
| 3 | 9     | -27   | 81    | -1 | IV+3·I   |
| 1 | 1     | 1     | 1     | 1  |          |
| 1 | 2     | 0     | 2     | -2 |          |
| 1 | 6     | 24    | 78    | -4 | III-3·II |
| 1 | 12    | -24   | 84    | 2  | IV-6·II  |
| 1 | 1     | 1     | 1     | 1  |          |
| 1 | 2     | 0     | 2     | -2 |          |
| 1 | 0     | 24    | 72    | 2  |          |
| 1 | 0     | -24   | 72    | 14 | IV+III   |
| 1 | 1     | 1     | 1     | 1  |          |
| 1 | 2     | 0     | 2     | -2 |          |
| 1 | 0     | 24    | 72    | 2  |          |
| 1 | 0     | 0     | 144   | 16 |          |

$$144a_4 = 16 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{9}$$

$$24a_3 + 72a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow 24a_3 + \frac{72}{9} = \frac{18}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$2a_2 + 2a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + \frac{2}{9} = -\frac{18}{9} \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{9}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_1 - \frac{10}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{9}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{10}{9}x^2 + \frac{9}{4}x$$

نهم:  $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$  څلورمه درجه پولینوم

صفر ځایونه :  $x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 5$

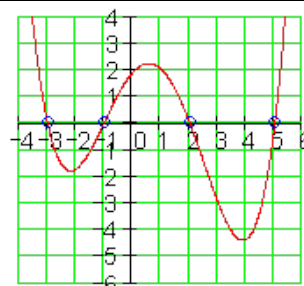
تکی (1|2) P

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځایه ځای کونه

$$f(x) = a_4(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$$

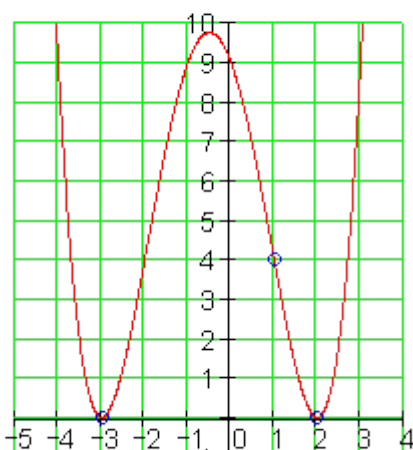
$$f(x) = a_4(x+3)(x+1)(x-2)(x-5)$$

ازمابښت:



$$\begin{aligned}
 f(1) &= 2 \\
 \Leftrightarrow a_4(1+3)(1+1)(1-2)(1-5) &= 2 \\
 \Leftrightarrow 32a_4 &= 2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{16} \\
 f(x) &= \frac{1}{16}(x+3)(x+1)(x-2)(x-5) \\
 &= \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}
 \end{aligned}$$

لسم:

|   |  |
|---|--|
| <p style="text-align: center;"><b>څلورمه درجه، صفرځايونه</b></p> <p><math>x_{1/2} = -3; x_{3/4} = 2; P(1 4)</math></p> <p>کرنيز ضريبونو سره اينوونه يا ځای په ځای کونه</p> $f(x) = a_4(x - x_{1/2})^2(x - x_{3/4})^2$ $f(x) = a_4(x + 3)^2(x - 2)^2$ <p style="text-align: center;">ازمايښت:</p> $f(1) = 4 \Leftrightarrow a_4(1+3)^2(1+2)^2 = 4$ $\Leftrightarrow 16a_4 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$ $f(x) = \frac{1}{4}(x+3)^2(x-2)^2$ $= \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{11}{4}x^2 - 3x + 9$ | $f(x) := \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{11}{4}x^2 - 3x + 9$  |
|---|--|

## پوښتنې

ټول هوښیار – یا راشنل توابع د ورکړ شویو شرایطو سره | .

لومړی:

|   |      |    |                |                |   |               |               |    |
|---|------|----|----------------|----------------|---|---------------|---------------|----|
| د یوه دریمې درجې ټول هوښیار تابع<br>ارزښت-<br>جدول دې ورکړ شوی وي.<br>گراف یې وکارئ او د تابع په هکله یوه<br>وینا وکړئ. | x    | -3 | -2             | -1             | 0 | 1             | 2             | 3  |
|   | f(x) | 4  | $-\frac{1}{3}$ | $-\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{8}{3}$ | $\frac{7}{3}$ | -2 |

دویم: یو د دریمې درجې تابع د ورکړ شوي ټکي له لارې تیریري. د تابع مساوات او  
غوڅټکي(نقاط تقاطع) وټاکئ. ارزښتجدول وکارئ او گراف رسم کړئ.

الف –  $P_1(-3|0,5); P_2(0|-4); P_3(1|-1,5); P_4(2|-2)$

ب-  $P_1(-3|44); P_2(-1|2); P_3(1|0); P_4(2|-1)$

دریم: د څلورمې درجې یوه و  $y$ - محور ته سیومتریک ځغلنده له ورکړ شویو ټکو  
تیریدونکي یوه تابع. اړونده تابع ترم وټاکئ.

الف-  $P_1(0|2); P_2(-2|0); P_3\left(1\left|\frac{57}{40}\right.\right)$

ب-  $P_1\left(1\left|\frac{1}{16}\right.\right); P_2(2|-2); P_3(-4|1)$

پ -  $P_1\left(\sqrt{3}\left|-\frac{9}{4}\right.\right); P_2(\sqrt{2}|-2); P_3\left(-1\left|-\frac{5}{4}\right.\right)$

$$P_1\left(0 \mid \frac{3}{2}k\right); P_2\left(\sqrt{k} \mid \frac{16}{9}k\right); P_3\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right) \text{ - ت}$$

څلورم: یو  $n$  څلورمې درجې ټول هونبیار یا - راشنل تابع له لاندې ټکو تیریري.

$$\text{الف- } P_1(0 \mid 0); P_2(1 \mid 2,5); P_3(-2 \mid -14); P_4(2 \mid 6); P_5(-1 \mid -8,5) \text{ - ب}$$

$$P_1(0 \mid -4); P_2(-2 \mid -4); P_3(2 \mid 12); P_4\left(1 \mid -\frac{5}{2}\right); P_5\left(-1 \mid -\frac{9}{2}\right)$$

پنځم: یو دڅلورمې درجې ټول هونبیار تابع په ټکي  $P_1$  کې یو زینتکی (د اُس زین) لري،  
د  $x$  - محور په  $P_x$  کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکي.

$$\text{ور کوشوي داتا: } P_1(0 \mid 0); P_x(3 \mid 0); P_2(2 \mid -2)$$

شپږم: د څلورمې درجې یوه ټول هونبیار یا ټول-راشنل تابع د  $y$  -محور په  $P_y$  کې  
غوڅوي. پسي دا د  $P_1$  او  $P_2$  ټکو څخه تیریري. د  $f(x)$  تابع مساوات وټاکي. سری  $g(x)$   
له  $f(x)$  څخه څنگه لاس ته راوړي؟

$$\text{داتا: } P_y(0 \mid 2); P_1(\sqrt{6} \mid 2); P_2(1 \mid 0,75); g(x) = 0,25x^2(x^2 - 6)$$

اوم: د تابع  $f(x)$  گراف د  $x$  - محور سره غبرگه د ۳ په واټن په  $x=0$  او  $x=2$  کې  
غوڅوي.  $x=0$  درې واړه صفرځای دی. یو ممکن د تابع ترم وټاکي.

$$\text{داتا: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_0$$

اتم: تابع ورکړ شوي ده.

الف: وښايي: د  $f(x)$  گراف و  $P(0 \mid 2)$  ته سیومتریکی دی

ب- گرافیکي حل کړئ:  $-x^2 + 3x + 2 > 0$

ځوابونه

ټول هونبیار توابع له و رکړ شوو شرایطو سره |

مفصل ځوابونه

لومړی:

|  |  |
|--|--|
| <p>درې صفرځایونه شتون لري) ارزښتجدول).</p> <p>گراف له (له کین و ښي لور ته) - II</p> <p>IV - I - III ته ځغلي.</p> <p>د y - محور سره وختکی: <math>P_y(0   1)</math> .)</p> <p>و <math>P(0   1)</math> ته ټکی سیومتريک.</p> <p>ټکي سيمتري ته يادونه:</p> <p>دوه ټکي <math>P_0(x_0   y_0)</math> او <math>P_1(x_1   y_1)</math> په گراف پراته دي.</p> <p>که هنداره- ټکی <math>P_1'(x_1'   y_1')</math> هم په گراف پروت وي، نو د <math>f(x)</math> گراف و ټکي <math>P_0(x_0   y_0)</math> ته سیومتريک دی.</p> | <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> |
|--|--|

دویم:

الف- د تابع مساوات عمومي بڼه  $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

د مساوات سیستم لیکنه د له مخه ورکړشوي ټکي باندې:

$P_1(-3 | 0,5) : f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 0,5$

$P_2(0 | -4) : f(0) = a_0 = \underline{\underline{-4}}$

$P_3(1 | -1,5) : f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0,5$

$P_4(2 | -2) : f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -2$



$$-27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = 4,5$$

$$a_3 + a_2 + a_1 = 2,5$$

$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 2 \quad \text{د } a_0 = -4 \text{ له امله مساوات سیستم ساده کړي:}$$

د گاوس – الگوریتم له لارې ځواب. لاندې بڼې لور ته الماني پښتو: د ضریبونو شمیرنه:

|       |       |       |                  |
|-------|-------|-------|------------------|
| $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |                  |
| 1     | 1     | 1     | 2,5              |
| 8     | 4     | 2     | 2    - 8 · I     |
| -27   | 9     | -3    | 4,5     + 27 · I |
| 1     | 1     | 1     | 2,5              |
| 0     | -4    | -6    | -18              |
| 0     | 36    | 24    | 72     + 9 · II  |
| 1     | 1     | 1     | 2,5              |
| 0     | -4    | -6    | -18              |
| 0     | 0     | -30   | -90              |

Berechnung der Koeffizienten:

$$-30a_1 = -90$$

$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{-90}{-30} = 3$$

$$-4a_2 - 6a_1 = -18$$

$$\Leftrightarrow -4a_2 - 18 = -18$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-18+18}{-4} = 0$$

$$a_3 + a_2 + a_1 = 2,5$$

$$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2,5$$

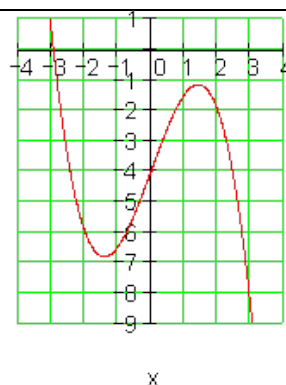
$$\Leftrightarrow a_3 = 2,5 - 3 = \underline{\underline{-0,5}}$$

د دې سره د تابع مساوات دي:  $f(x) = -0,5x^3 + 3x - 4$

د دې لپاره چې د تابع مساوات وکالی شو، په تومرین کې ورکړ شوو ټکو برسیره ور زیاتو ټکو ته اړتیا شته. دا مور د هورنر شیمای له لارې ټاکلی شو

|          |  | هورنر شیمای: |            |             |             |
|----------|--|--------------|------------|-------------|-------------|
|          |  | -0,5         | 0          | 3           | -4          |
| $x = -2$ |  |              | <u>1</u>   | <u>-2</u>   | <u>-2</u>   |
|          |  | -0,5         | 1          | 1           | <u>-6</u>   |
|          |  | -0,5         | 0          | 3           | -4          |
| $x = -1$ |  |              | <u>0,5</u> | <u>-0,5</u> | <u>-2,5</u> |
|          |  | -0,5         | 0,5        | 2,5         | <u>-6,5</u> |
|          |  | -0,5         | 0          | 3           | -4          |

$f(x)$



|          |                     |                     |                     |   |
|----------|---------------------|---------------------|---------------------|---|
| $x = 3$  | $\frac{-1,5}{-0,5}$ | $\frac{-4,5}{-1,5}$ | $\frac{-4,5}{-8,5}$ | $P_1(0   -)$ د $y$ - محور سره غوڅتکی: $-$   $0$   $P_1$<br><b>4)</b><br>فقط یو صفرخای شتون ري، دا د $-$ د $x$<br>3 په نږدې<br>کې پروت دی. |
| رښتجدول: |                     |                     |                     |   |
| $x$      | -3                  | -2                  | -1                  | 0   |
| $f(x)$   | 0,5                 | -6                  | -6,5                | -4  |
| $x$      | 1                   | 2                   | 3                   |   |
| $f(x)$   | -1,5                | -2                  | -8,5                |   |

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-3 | 44): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 44$$

$$P_2(-1 | 2): f(-1) = -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 2$$

$$P_3(1 | 0): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0$$

$$P_4(2 | -1): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -1$$

د گاوس-الکوریتم او بني لور ته د ضریبونو شمیرنه:

Der Gauss - Algorithmus

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |           |
|-------|-------|-------|-------|-----------|
| 1     | -3    | 9     | -27   | 44        |
| 1     | -1    | 1     | -1    | 2    -    |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0    -    |
| 1     | 2     | 4     | 8     | -1    -   |
| 1     | -3    | 9     | -27   | 44        |
| 0     | 2     | -8    | 26    | -42   : 2 |
| 0     | 4     | -8    | 28    | -44   : 4 |
| 0     | 5     | -5    | 35    | -45 : 5   |
| 1     | -3    | 9     | -27   | 44        |
| 0     | 1     | -4    | 13    | -21       |

Die Koeffizienten:

$$a_3 = -1$$

$$a_2 - 3a_3 = 5$$

$$\Leftrightarrow a_2 + 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow a_2 = 5 - 3 = 2$$

|   |    |    |     |              |
|---|----|----|-----|--------------|
| 0 | 1  | -2 | 7   | -11 III - II |
| 0 | 1  | -1 | 7   | -9 IV - II   |
| 1 | -3 | 9  | -27 | 44           |
| 0 | 1  | -4 | 13  | -21          |
| 0 | 0  | 2  | -6  | 10 : 2       |
| 0 | 0  | 3  | -6  | 12 : 3       |
| 1 | -3 | 9  | -27 | 44           |
| 0 | 1  | -4 | 13  | -21          |
| 0 | 0  | 1  | -3  | 5            |
| 0 | 0  | 1  | -2  | 4 IV - III   |
| 1 | -3 | 9  | -27 | 44           |
| 0 | 1  | -4 | 13  | -21          |
| 0 | 0  | 1  | -3  | 5            |
| 0 | 0  | 0  | 1   | -1           |

$$a_1 - 4a_2 + 13a_3 = -21$$

$$\Leftrightarrow a_1 - 8 - 13 = -21$$

$$\Leftrightarrow a_1 = -21 + 8 + 13 = 0$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 - 27a_3 = 44$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 27 = 44$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 44 - 27 - 18 = -1$$

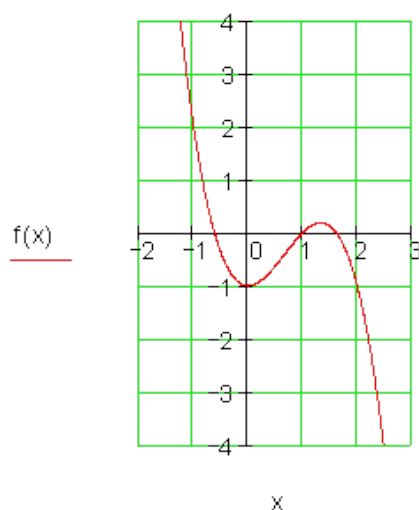
Die Funktionsgleichung:

$$\underline{\underline{f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1}}$$

|           |    |             |             |               |
|-----------|----|-------------|-------------|---------------|
| $x = -2$  | -1 | 2           | 0           | -1            |
|           |    | <u>2</u>    | <u>-8</u>   | <u>+16</u>    |
|           | -1 | 4           | -8          | <u>15</u>     |
| $x = 1,5$ | -1 | 2           | 0           | -1            |
|           |    | <u>-1,5</u> | <u>0,75</u> | <u>+1,125</u> |
|           | -1 | 0,5         | 0,75        | <u>0,125</u>  |
| $x = 3$   | -1 | 2           | 0           | -1            |
|           |    | <u>-3</u>   | <u>-3</u>   | <u>-9</u>     |
|           | -1 | -1          | -3          | <u>-10</u>    |

ارزینتجدول:

|      |    |       |    |     |
|------|----|-------|----|-----|
| x    | -3 | -2    | -1 | 0   |
| f(x) | 44 | 15    | 2  | -1  |
| x    | 1  | 1,5   | 2  | 3   |
| f(x) | 0  | 0,125 | -1 | -10 |



د  $y$  - محور سره غوڅتکی:  $P_y(0 | -1)$

یو صفرخای له ارزښتجدول څخه را اخلو یا رانیسو:  $P_{x1}(1 | 0)$ .

د پولینوم وېش په ځای کیدي شي نور صفرخایونه د هورنرثما له لارې وټاکو. که سری شمیرنه د یوه صفرخای د  $x$  - ارزښت لپاره مخ ته بوزي، نو سری د پولینوموېش نتیجو لپاره ضربیونه لاس ته راوړي.

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1 \quad \text{څرگند صفرخای: } P_{x1}(1 | 0)$$

$$x = 1 \left| \begin{array}{cccc} -1 & 2 & 0 & -1 \\ & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right. \quad (-x^3 + 2x^2 - 1) : (x - 1) = -1x^2 + 1x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow p = -1; q = -1 \Rightarrow D = 0,25 + 1 = 1,25$$

$$\Rightarrow x_2 = 0,5 + \sqrt{1,25} \approx 1,62; x_3 = 0,5 - \sqrt{1,25} \approx -0,62$$

دریم: الف- د کیني لور معنا: محورسیومتريک، د گاو-الگوریت. د بني

لور: مساواتسیتم، د ضربیونو شمیرنه.

|   |                                 |
|---|---------------------------------|
| $\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$             |                                 |
| $P_1(0   2): f(0) = a_0 = 2$  | Gleichungssystem                |
| $P_2(-2   0): f(-2) = 16a_4 + 4a_2 + 2 = 0$                                   | $\Rightarrow 16a_4 + 4a_2 = -2$ |
| $P_3\left(1 \mid \frac{57}{40}\right): f(1) = 1a_4 + a_2 + 2 = \frac{57}{40}$ | $1a_4 + 1a_2 = -\frac{23}{40}$  |

Gauß - Algorithmus

|   |       |                                   |  |    |   |    |   |   |                                   |    |   |    |    |    |                            |  |
|---|-------|-----------------------------------|--|----|---|----|---|---|-----------------------------------|----|---|----|----|----|----------------------------|--|
| <table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>a_4</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>a_2</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">16</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{23}{40} \quad   \cdot 40</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">16</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">40</td> <td style="padding: 5px;">40</td> <td style="padding: 5px;">-23 <math>\quad    -10 \cdot I</math></td> </tr> </table> | $a_4$ | $a_2$                             |  | 16 | 4 | -2 | 1 | 1 | $-\frac{23}{40} \quad   \cdot 40$ | 16 | 4 | -2 | 40 | 40 | -23 $\quad    -10 \cdot I$ |  |
| $a_4$   | $a_2$ |                                   |  |    |   |    |   |   |                                   |    |   |    |    |    |                            |  |
| 16  | 4     | -2                                |  |    |   |    |   |   |                                   |    |   |    |    |    |                            |  |
| 1   | 1     | $-\frac{23}{40} \quad   \cdot 40$ |  |    |   |    |   |   |                                   |    |   |    |    |    |                            |  |
| 16  | 4     | -2                                |  |    |   |    |   |   |                                   |    |   |    |    |    |                            |  |
| 40  | 40    | -23 $\quad    -10 \cdot I$        |  |    |   |    |   |   |                                   |    |   |    |    |    |                            |  |

Berechnung der Koeffizienten

$$-120a_4 = -3 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{40}$$

$$16a_4 + 4a_2 = -2$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot \frac{1}{40} + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 - \frac{2}{5} = -\frac{12}{5}$$

## 2.17 د ورکړشو شرایطو له مخې .....

$$\begin{array}{cc|c} 16 & 4 & -2 \\ -120 & 0 & -3 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-\frac{12}{5}}{4} = -\frac{3}{5}$$

$$f(x) = \frac{1}{40}x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 2$$

تابع مساوات:

ب- کښې لور معنا: محورسیومتريک، د گاو-الگوریت. د ښې لور: مساواتسیتیم، د ضریبونو شمیرنه.

$$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

$$P_1 \left( 1 \mid \frac{1}{16} \right): f(1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$$

$$P_2 (2 \mid -2): f(2) = 16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$$

$$P_3 (-4 \mid 1): f(-4) = 256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$$

Gleichungssystem

$$\Rightarrow 1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$$

$$16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$$

$$256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$$

Gauß - Algorithmus

| $a_0$ | $a_2$ | $a_4$ |                  |              |
|-------|-------|-------|------------------|--------------|
| 1     | 1     | 1     | $\frac{1}{16}$   |              |
| 1     | 4     | 16    | -2               | II - I       |
| 1     | 16    | 256   | 1                | III - I      |
| 1     | 1     | 1     | $\frac{1}{16}$   |              |
| 0     | 3     | 15    | $-\frac{33}{16}$ |              |
| 0     | 15    | 255   | $\frac{15}{16}$  | III - 5 · II |
| 1     | 1     | 1     | $\frac{1}{16}$   |              |
| 0     | 3     | 15    | $-\frac{33}{16}$ |              |
| 0     | 0     | 180   | $\frac{180}{16}$ |              |

Berechnung der Koeffizienten

$$180a_4 = \frac{180}{16} \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{16}$$

$$3a_2 + 15a_4 = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + \frac{15}{16} = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 = -\frac{33}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{48}{16} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-3}{3} = -1$$

$$a_0 + a_2 + a_4 = \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a_0 = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{16}x^4 - x^2 + 1$$

تابع مساوات:

پ- کیني لور معنا: محورسیومتريک، د گاو-الکوريټ. د بني لور: مساواتسیتيم، د ضریبونو شمیرنه.

|   |   |
|---|---|
| $\text{Achsen symmetry} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ | $\begin{aligned} P_1\left(\sqrt{3} \mid -\frac{9}{4}\right): f(\sqrt{3}) &= 9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4} \\ P_2\left(\sqrt{2} \mid -2\right): f(\sqrt{2}) &= 4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2 \\ P_3\left(-1 \mid -\frac{5}{4}\right): f(-1) &= 1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4} \end{aligned}$ |
|   | $\Rightarrow \begin{aligned} 9a_4 + 3a_2 + a_0 &= -\frac{9}{4} \\ 4a_4 + 2a_2 + a_0 &= -2 \\ 1a_4 + 1a_2 + a_0 &= -\frac{5}{4} \end{aligned}$   |

Gleichungssystem

$$9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$$

$$4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$$

$$1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$$

Gauß - Algorithmus

| $a_0$ | $a_2$ | $a_4$ |                |        |
|-------|-------|-------|----------------|--------|
| 1     | 2     | 4     | -2             |        |
| 1     | 3     | 9     | $-\frac{9}{4}$ | ·4     |
| 1     | 1     | 1     | $-\frac{5}{4}$ | ·4     |
| 1     | 2     | 4     | -2             |        |
| 4     | 12    | 36    | -9             | -4 · I |
| 4     | 4     | 4     | -5             | -4 · I |
| 1     | 2     | 4     | -2             |        |
| 0     | 4     | 20    | -1             |        |
| 0     | -4    | -12   | 3              | + II   |
| 1     | 2     | 4     | -2             |        |
| 0     | 4     | 20    | -1             |        |
| 0     | 0     | 8     | 2              |        |

Berechnung der Koeffizienten

$$8a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

$$4a_2 + 20a_4 = -1$$

$$\Leftrightarrow 4a_2 + \frac{20}{4} = -1$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-1-5}{5} = -\frac{3}{2}$$

$$a_0 + 2a_2 + 4a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -2 + 3 - 1 = \underline{0}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2$$

تابع مساوات:

ت- کینی لور معنا: محورسیومتريک، د گاوس-الگوریتم، د بنی لور: مساواتسیستم، د ضریبونو شمیرنه.

|   |   |
|---|---|
| Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$  | Gleichungssystem                            |
| $P_1\left(0 \mid \frac{3}{2}k\right): f(0) = a_0 = \frac{3}{2}k$  |   |
| $P_2\left(\sqrt{k} \mid \frac{16}{9}k\right): f(\sqrt{k}) = k^2a_4 + ka_2 + \frac{3}{2}k = \frac{16}{9}k$ |   |
| $P_3\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right): f(\sqrt{3k}) = 9k^2a_4 + 3ka_2 + \frac{3}{2}k = 2k$                   | $\Rightarrow k^2a_4 + ka_2 = \frac{5}{18}k$ |
|   | $9k^2a_4 + 3ka_2 = \frac{1}{2}k$            |

Gauß – Algorithmus

| $a_4$   | $a_2$  |                                  |
|---------|--------|----------------------------------|
| $k^2$   | $k$    | $\frac{5}{18}k \quad   \cdot 18$ |
| $9k^2$  | $3k$   | $\frac{1}{2}k \quad   \cdot 2$   |
| $18k^2$ | $18k$  | $5k$                             |
| $18k^2$ | $6k$   | $k \quad    -1$                  |
| $18k^2$ | $18k$  | $5k$                             |
| $0$     | $-12k$ | $-4k$                            |

Berechnung der Koeffizienten

$$-12ka_2 = -4k \Leftrightarrow a_2 = \frac{-4k}{-12k} = \frac{1}{3}$$

$$18k^2a_4 + 18ka_2 = 5k$$

$$\Leftrightarrow 18k^2a_4 + 6k = 5k$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5k - 6k}{18k^2} = -\frac{1}{18k}$$

$$f(x) = -\frac{1}{18k}x^4 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{2}k$$

تابع مساوات:  
څلورم:

الف- مساواتسیستم  
د گاوس الگوریتم

| $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |   |   |
|-------|-------|-------|-------|---|---|
| 1     | 1     | 1     | 1     | 2,5   | $12a_1 = 68$  |
| 16    | -8    | 4     | -2    | -14 II - 16 · I   | $\Leftrightarrow a_1 = \frac{68}{12} = \frac{17}{3}$  |
| 16    | 8     | 4     | 2     | 6 III - 16 · I  |   |
| 1     | -1    | 1     | -1    | -8,5 IV - I   |   |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 2,5   | $-12a_2 - 6a_1 = 10$  |
| 0     | -24   | -12   | -18   | -54   | $\Leftrightarrow -12a_2 = 10 + \frac{6 \cdot 17}{3} = 44$                                     |
| 0     | -8    | -12   | -14   | -34   | $\Leftrightarrow a_2 = \frac{44}{-12} = -\frac{11}{3}$  |
| 0     | -2    | 0     | -2    | $-11   \cdot (-1) \xleftrightarrow{z_2} \xleftarrow{z_4}$ |   |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 2,5   | $2a_3 + 2a_1 = 11$  |
| 0     | 2     | 0     | 2     | 11  | $\Leftrightarrow 2a_3 = 11 - \frac{2 \cdot 17}{3} = -\frac{11}{3}$                            |
| 0     | -8    | -12   | -14   | -34 III + 4 · II  | $\Leftrightarrow a_3 = -\frac{11}{6}$   |
| 0     | -24   | -12   | -18   | -54 IV + 12 · II  |   |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 2,5   | $a_4 + a_3 + a_2 + a_1 = 2,5 = \frac{5}{2}$   |
| 0     | 2     | 0     | 2     | 11  | $\Leftrightarrow a_4 = \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{11}{3} - \frac{17}{3} = \frac{2}{3}$ |
| 0     | 0     | -12   | -6    | 10  | Funktionsgleichung:   |
| 0     | 0     | -12   | 6     | 78 IV - III   | $f(x) = \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{17}{3}x$                    |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 2,5   |   |
| 0     | 2     | 0     | 2     | 11  |   |
| 0     | 0     | -12   | -6    | 10  |   |
| 0     | 0     | 0     | 12    | 68  |   |

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(0|-4): f(0) = \boxed{a_0 = -4}$$

$$P_2(-2|-4): f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 - 4 = -4$$

$$P_3(2|12): f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 - 4 = 12$$

$$P_4(1|-2,5): f(1) = 1a_4 + a_3 + a_2 + a_1 - 4 = -2,5$$

$$P_5(-1|-4,5): f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -4,5$$



## 2.17 د ورکړشو شرایطو له مخې .....

$$16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 = 0$$

$$16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 16$$

$$1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1,5$$

$$1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -0,5$$

مساوات سیستم:

د گاوس الگوریتم

مساوات کیدی په مختلفو لړۍ پرلپسې ډول ولیکل شي

المانی په پښتو: د تابع مساوات:

| $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ |                        |
|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| 1     | 1     | 1     | 1     | $1,5   \cdot 2$        |
| 1     | -1    | 1     | -1    | $-0,5   \cdot 2$       |
| 16    | 8     | 4     | 2     | $16   : 2$             |
| 16    | -8    | 4     | -2    | $0   : 2$              |
| 2     | 2     | 2     | 2     | 3                      |
| 2     | -2    | 2     | -2    | $-1   - I$             |
| 8     | 4     | 2     | 1     | $8   - I$              |
| 8     | -4    | 2     | -1    | $0   V - I$            |
| 2     | 2     | 2     | 2     | 3                      |
| 0     | -4    | 0     | -4    | -4                     |
| 0     | -4    | -6    | -7    | $-4   - II$            |
| 0     | -12   | -6    | -9    | $-12   V - 3 \cdot II$ |
| 2     | 2     | 2     | 2     | 3                      |
| 0     | -4    | 0     | -4    | -4                     |
| 0     | 0     | -6    | -3    | 0                      |
| 0     | 0     | -6    | 3     | $0   V - III$          |
| 2     | 2     | 2     | 2     | 3                      |
| 0     | -4    | 0     | -4    | -4                     |
| 0     | 0     | -6    | -3    | 0                      |
| 0     | 0     | 0     | 6     | 0                      |

$$6a_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow a_1 = 0$$

$$-6a_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow a_2 = 0$$

$$-4a_3 = -4$$

$$\Leftrightarrow a_3 = 1$$

$$2a_4 + 2a_3 = 3 \Leftrightarrow 2a_4 = 3 - 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{2}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - 4$$

پنځم:

 $P_1(0|0)$  زینتکی دی له دې لاس ته راځي ۳-واړه صفرځايساده صفر ځای دی.  $P_x(3|0)$ له دې لاس ته راځي ا بېنونه:  $f(x) = a_4 x^3 (x-3)$ 

$$P_2(2|-2) : f(2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 2^3 (2-3) = -2 \Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

$$: f(x) = \frac{1}{4} x^3 (x-3) = \frac{1}{4} x^4 - \frac{3}{4} x^3$$

شپږم: محورسیومتریک:

$$\Rightarrow f(x) = a_4 x^4 + a_2 x^2 + a_0$$

$$P_y(0|2) \Rightarrow a_0 = 2$$

$$\begin{array}{l} P_1(\sqrt{6}|2) : f(\sqrt{6}) = 35a_4 + 6a_2 + 2 = 2 \\ P_1(1|0,75) : f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 2 = 0,75 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 36a_4 + 6a_2 = 0 \\ 1a_4 + 1a_2 = -1,25 \end{array}$$

|       |       |       |         |
|-------|-------|-------|---------|
| $a_4$ | $a_2$ | 0     |         |
| 36    | 6     | 0     |         |
| 1     | 1     | -1,25 | · (-36) |
| 36    | 6     | 0     |         |
| -36   | -36   | 45    | +       |
| 36    | 6     | 0     |         |
| 0     | -30   | 45    |         |

$$-30a_2 = 45 \Leftrightarrow a_2 = \frac{45}{-30} = -\frac{3}{2} = \underline{\underline{-1,5}}$$

$$36a_4 + 6a_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 36a_4 = -6a_2 = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \underline{\underline{0,25}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = 0,25x^4 - 1,5x^2 + 2}}$$

$$g(x) = 0,25x^2 (x^2 - 6) = 0,25x^4 - 1,5x^2$$

$$g(x) = f(x) - 2$$

د  $g(x)$  تابع له  $f(x)$  څخه کښته لور ته د دوه اوږدوالي یوونونو یا واحدونو په راکښنو لاس ته راځي.

اوم:

مور د  $f^*(x)$  لپاره تابع مساوات ټاکو، د شرایطو سره، چې په  $x_1 = 0$  کې دريواره صفرځای او په  $x_2 = 2$  کې یو ځل یا ساده صفرځای ولري.

له دې وروسته گراف په درې د اوږدوالي واحدونو یا یوونونو پورته لور ته همداسې لاندې لور ته راکاږو، ځکه چې د  $x$  محور ته غبرگه د درې واټن په کچه کیدی شي د  $x$  —محور پورته او هم کښته لور ته وځلي.

$$f^*(x) = a_4 x^3 (x - 2) \quad \text{ایښونه:}$$

په درې د اوږدوالي واحدونو پورته لور ته راکښنه راکوي:  $f_1(x) = a_4 x^3 (x - 2) + 3$

په درې د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښنه راکوي:  $f_2(x) = a_4 x^3 (x - 2) - 3$

د بیلگې په توگه د  $a_4 = 1$  لپاره باور لري:

$$f_1(x) = x^3 (x - 2) + 3 = x^4 - 2x^3 + 3$$

$$f_2(x) = x^3 (x - 2) - 3 = x^4 - 2x^3 - 3$$

اتم:

الف- د تابع  $g(x) = -x^3 + 3x$  گراف سرچینې سره سیومتريک دی

پورته لور ته په دوه د اوږدوالي یوونونو یا واحدونو راکښنه راکوي

$$F(x) = g(x) + 2 = -x^3 + 3x + 2$$

له دې لاس ته راځي، چې  $f(x)$  و  $P(0|2)$  ته سیومتريک دی.

|   |  |
|---|--|
| <p>ب-د <math>f(x) = -x^3 + 3x + 2</math> صفرخایونه:</p> <p>یو صفرخای توکلي ټاکو یا د ازماښت له لارې</p> <p><math>f(2) = -8 + 6 + 2 = 0 \Rightarrow P_{x_1}(2 0)</math></p> <p>پولینومویش:</p> <p><math>(-x^3 + 3x + 2) : (x - 2) = -x^2 - 2x - 1</math></p> <p><math>\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0</math> I. binomische Formel</p> <p><math>\Rightarrow x_{2/3} = -1 \Rightarrow P_{x_{2/3}}(-1 0)</math> ist</p> <p>د مماس- یا لمستکي</p> <p><math>f(x) &gt; 0</math> für <math>I = \{x \mid -1 &lt; x &lt; 2\}_{\mathbb{R}}</math></p> | <p style="text-align: center;"><math>f(x)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x</math></p> |
|---|--|

پوښتنې

ټول هوښیار – یا ټولراشنل توابع له ورکړشوو شرایطو ||

لومړۍ ټکي  $(0 | f(0))$  د تابع  $f(x)$  په گراف پروت دی.په  $W(1 | 1,5)$  هندارونه یا انعکاس کي ټکي  $P$  و ټکي  $Q$  ته ځي یا په  $Q$  پرېو ځي.د  $Q$  کواردینات یا پروتولار ارزښتونه وښایاست، چې د  $f(x)$  په گراف پروت وي.

دا نتیجه څه معنا لري؟

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2; D = \mathbb{R}$$

دويم: د څه له - يا له کومي لاري د  $f(x)$ ,  $g(x)$  او  $h(x)$  گرافونه يو له بل توپيري؟  
 $f(x) = x(x-4)^2$      $g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x$      $h(x) = 0,25(x^3 - 8x^2 + 16x + 1)$   
 دريم: د دريمي درجي ديوه ټول نسبتي تابع سرچيني ته سيومتريک دی. د تابع ترم صريونه بايد کوم شرايط پوره کړي، چي گراف د  $x$  - محور سره دري غوڅتکي ولري؟ ايا داسي يو تابع له دوه صفرخايونو سره هم شته؟

څلورم: يو د دريمي درجي ټولراشنل تابع له ټکو  $P_1$  او  $P_2$  څخه تيريږي او د  $x$  - محور په سرچينه يا پيلټکي کي لمسوي. د تابع مساوات وټکئ.  $f(x)$  څنگه د تابع  $f(x)$  له گراف څخه منځ ته راځي؟

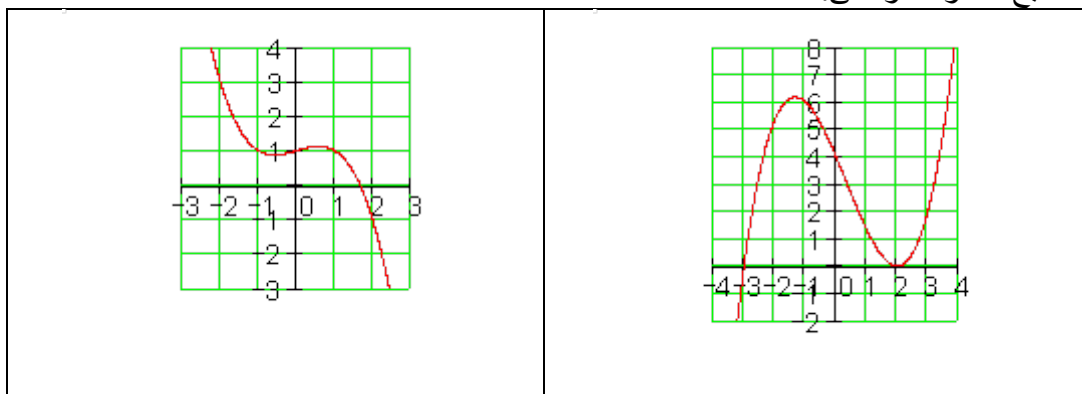
داتا:

$$P_1(2|0); P_2(1|-5); g(x) = 5x(x+2)^2, x \in \mathbb{R}$$

پنځم: د دريمي درجي يو ټول راشنل تابع گراف په ټکي  $(-2 | 0)$  کي يو زينټکي لري او له  $P(-4 | 6)$  څخه تيريږي. دتابع ترم وليکئ او گراف وکارئ.

شپږم: د دريمي درجي د يو ټولراشنل تابع گراف ورکړشوی.

د تابع مساوات وټاکئ.



اوم: د تابع  $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \alpha x + d$  گراف کرښه  $g(x) = -3(x-3)$  د  $y$ -محور باندې او په  $x = -4$  کې غوڅوي.  $f(x)$  او  $f(x)$  ټاکی.

اتم: یو د دریمې درجې تابع ټکی سیوسمتریک دی او د  $x$ -محور په  $x = 3$  کې غوڅوي.

الف- د ضریبونو ترمنځ کومې اړیکې شتون لري؟

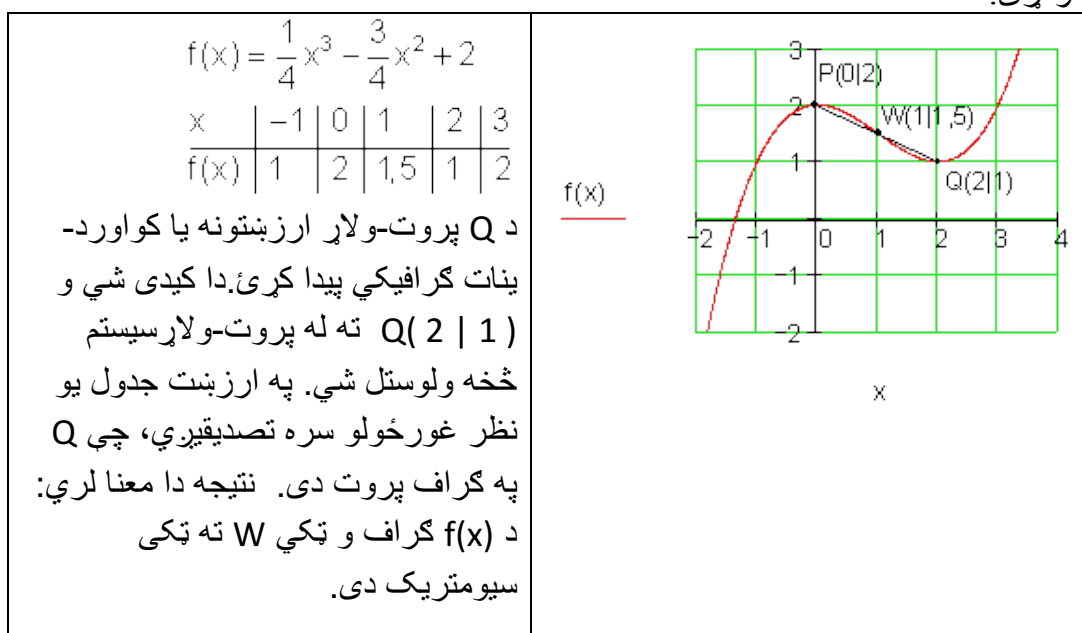
ب - یو د تابع ترم وټاکی که  $P\left(2 \mid \frac{32}{9}\right)$  په گراف پروت وي.

ځوابونه

ټولنسبتي - یا راشنل توابع له ورکړشو شرایطو

مفصل ځوابونه:

لومړی:



دویم:

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25(x^3 - 8x^2 + 16x + 1) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

$g(x)$  له  $f(x)$  څخه د  $y$  په لور په ضریب  $0,25$  د کیکارولو له لارې منځ ته راځي.  $h(x)$  له  $g(x)$  د  $y$  په لور د راکټنې له لارې په  $0,25$  LE (د اوږدوالي یوون یا واحد) منځ ته راځي.

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25(x^3 - 8x^2 + 16x + 1) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

دریم:

د الماني پښتو: ټکی سیومتريک

$$\text{Punktsymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x = x(a_3x^2 + a_1) \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$

$$a_3x^2 + a_1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{a_1}{a_3} \Rightarrow |x| = \sqrt{-\frac{a_1}{a_3}} \text{ mit } -\frac{a_1}{a_3} > 0 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_3} < 0$$

د  $a_3$  او  $a_1$  مخنځنه باید یو لهبل توپیر ولري. داسې یو تابع د دوه صفرځیونو سره نه شي کیدی شتون ولري، ځکه چې داسې توابع به و سرچیني (ټکیسیومتريک) ته سیومتريک توابع وای. داپه بیا په ټولیزه توګه درې صفرځیونه وای.

څلورم:

لمستګی  $P_{x^{1/2}}(0|0)$  د بل صفرځای دی،  
 دریم صفرځای دی  $P_1(2|0) = P_{x^3}(2|0)$   
 ایښوونه:  $f(x) = a_3 x^2 (x - 2)$   
 د  $f(x)$  د  $g(x)$  د راکښني له لارې لاس ته  
 راځي په دوه د اوږدوالي واحدو ویني لور ته.  
 $x \rightarrow x - 2$   
 $f(x) = g(x - 2) = 5(x - 2)x^2 = 5x^2(x - 2)$

پنځم:

د  $P_{x^1}(-2|0)$  د زین ټکي په توګه په دې معنا  
 ده، چې  $P_{x^{1/2/3}}(-2|0)$  درېواړه صفرځای.  
 ایښوونه:  $f(x) = a_3 (x + 2)^3$   
 $P(-4|6): f(-4) = a_3 (-2)^3 = 6$   
 $\Leftrightarrow a_3 = -\frac{3}{4}$   
 $\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x + 2)^3$   
 $= -\frac{3}{4}x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 9x - 6$   
 $f(-3) = -0,75 \cdot (-1)^3 = 0,75$   
 $f(-1) = -0,75 \cdot 1^3 = -0,75$

|      |    |      |    |       |    |
|------|----|------|----|-------|----|
| x    | -4 | -3   | -2 | -1    | 0  |
| f(x) | 6  | 0,75 | 0  | -0,75 | -6 |



شپږم:

الف- الماني: صفرځای، ایښوونه:

$$\text{Nullstellen: } P_{x1}(-3|0); P_{x2/3}(2|0) \quad P_y(0|4)$$

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3(x+3)(x-2)^2$$

$$P_y(0|4): f(0) = a_3 \cdot 3 \cdot (-2)^2 = 4 \Leftrightarrow 12a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$$

ب- کښته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا - واحد ټکی سیمټري او دري صفرځایونه راځوي.

$$f^*(x) = f(x) - 1 = a_3x(x+1)(x-1)$$

$$P(2|-2): f^*(2) = 2a_3 \cdot 3 \cdot 1 = -2 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) + 1 = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x + 1$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوډیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د ګاس الګوریتم سره حل کړي.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d; \quad g(x) = -3(x-3) = -3x + 9$$

اوم:

$$P_y(0|9) \Rightarrow d = 9 \quad \text{f(x) او g(x) د -y محور په ګی غوڅوي.}$$

یو بل د g(x) غوڅتکی د f(x) سره په x=-4 کې دی.

$$g(-4) = -3 \cdot (-4) + 9 = 21 \Rightarrow P(-4|21)$$

د f(x) په ګراف پروت دی.

$$P(-4 | 21): f(-4) = -\frac{1}{4}(-4)^3 - 4c + 9 = 21 \Leftrightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + x + 9$$

اتم:

الف-

ټکی سیومتريک

$$\Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_x(3 | 0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 3a_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9a_3 = -a_1 \text{ oder } a_1 = -9a_3$$

ب-

$$f(2) = 8a_3 + 2a_1 = \frac{32}{9} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

$$8a_3 + 2(-9a_3) = \frac{32}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{16}{45} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

$$a_1 = -9\left(-\frac{16}{45}\right) = \frac{16}{5}$$

$$f(x) = -\frac{16}{45}x^3 + \frac{16}{5}$$

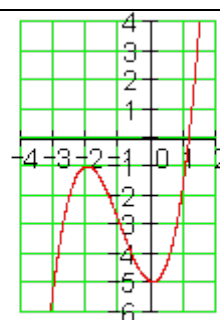
پوښتنې

ټول هوښيار توابع د ورکړ شوو شرایطو څخه III

د دریمې درجې یو ټول هوښيار یا -

راشنل تابع ورکړ شوی.

د تابع مساوات وټاکئ.



لومړی:

دويم:

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| <p>څيره ونه يا mapping د څلورمې درجې د دوه ټول هوبنيار توابعو گراف بنيايي د هريوه د تابعترم وټاکي.</p> | <p style="text-align: center;">x</p> |
|--|--------------------------------------|

درېم:

|  |  |
|--|--|
| <p><math>f(x) = a_4x^4 + a_1x + a_0</math></p> <p>وټاکي</p> <p><math>a_0</math> او <math>a_4; a_1</math></p> <p>زياتيز يا مثبت صفرخايونه وټاکي</p> |  |
|--|--|

څلورم:

|   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| <p><math>f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 - \frac{7}{4}</math></p> <p>کړبنه <math>g(x)</math> په دوه ټکو کي غوڅوي.</p> <p>وټاکي <math>a_4; a_1</math> او <math>g(x)</math>.</p> | <p style="text-align: center;">x</p> |
|---|--------------------------------------|

## خوابونه

ټول هوبنډیاری توابع له ورکړشوو شرایطو څخه

مفصل خوابونه

لومړی:

پورته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا واحد دري صفرخایونه راکوي.

صفرټکی  $f^*(x) = f(x) + 1$  او  $P_{x_1/2}(-2|0)$ ;  $P_{x_3}(1|0)$  او  $P_y(0|-4)$  لري.

$$\Rightarrow f^*(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$$

$$P(0|-4): f^*(0) = a_3 \cdot 4 \cdot (-1) = -4 \Leftrightarrow a_3 = 1$$

$$f^*(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+2)^2(x-1) - 1 = \underline{\underline{x^3 + 3x^2 - 5}}$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوردیناتونو سره وی چې له گراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د گاس الگوریتم سره حل کړی شي.

دویم:  $f(x)$  په  $x_1 = -1$  کې دریواره صفرخای لري (زینټکی) او په  $x_2 = 2$  کې یوساده صفرخای لري. پرته له دې گراف د ټکي  $P(1|-2)$  له لارې ځلي.

$$f(x) = a_4(x+1)^3(x-2) \quad \text{ایینوونه:}$$

$$P(1|-2): f(1) = -2 \Leftrightarrow a_4(1+1)^3(1-2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 8 \cdot (-1) = -2$$

$$\Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^3(x-2) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$$

$g(x)$  څلور صفرخایونه لري:

په  $y = -2$  کې غوڅوي  $x_4 = 2$  او  $x_1 = -2$ ;  $x_2 = -1$ ;  $x_3 = 1$  د  $y$  محور

ایښوونه:  $g(x) = a_4(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

$$y = -2 \Rightarrow g(0) = a_4(2)(1)(-1)(-2) = -2 \Leftrightarrow 4a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2) = -\frac{1}{2}(x^2-4)(x^2-1) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 2$$

دریم:

$a_0 = -2$  له گراف څخه لوستل کیري

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_1x - 2$$

$$P_1(-1|0): f(-1) = a_4 - a_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow a_4 = a_1 + 2$$

$$P_2(1|-2): f(1) = a_4 + a_1 - 2 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1 + 2 - 2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1$$

د  $a_4$  مساوي ایښوونې له لارې  $a_1 + 2 = -a_1 \Leftrightarrow a_1 = -1$

$$a_4 = -a_1 \Rightarrow a_4 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - x - 2$$

د صفر ټاکنه د د (قطی(کوئی)) بندولو له لارې

$$f(1,3) \approx -0,444; f(1,4) \approx 0,442; f(1,35) \approx -0,028; f(1,36) \approx 0,061$$

$$f(1,355) \approx 0,016; f(1,353) \approx -0,002 \text{ gute Näherung}$$

پورته الماني: ښه نږدېونه

صفر ځای نږدې په  $x = 1,353$  پروت دي

څلورم: د ریښو سره غوڅنکي به له گراف څخه ولوستل شي. همداسې د کرښې غوڅنکي د  $y$ -محور سره.

لاندي الماني: جگوالي، د لپاره ټکی ازماښت راکوي، مساواتسيستم:

$$P_1(-1|-3); P_2(3|5); P_y(0|-1) \Rightarrow a_{0g} = -1$$

$$\text{Steigung: } a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-3)}{3 - (-1)} = \frac{8}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x - 1$$

Punktprobe für f(x) ergibt:

$$P_1(-1|-3): f(-1) = 1a_4 + 1a_2 - \frac{7}{2} = -3$$

$$P_2(3|5): f(3) = 81a_4 + 9a_2 - \frac{7}{2} = 5$$

Gleichungssystem:

$$\Rightarrow a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$$

$$81a_4 + 9a_2 = \frac{27}{4}$$

|       |       |                                     |
|-------|-------|-------------------------------------|
| $a_4$ | $a_2$ |                                     |
| 1     | 1     | $-\frac{5}{4}$                      |
| 81    | 9     | $\frac{27}{4} \quad    -81 \cdot I$ |
| 1     | 1     | $-\frac{5}{4}$                      |
| 0     | -72   | $\frac{432}{4}$                     |

$$-72a_2 = \frac{423}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{432}{4 \cdot 72} = -\frac{3}{2}$$

$$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_4 = -\frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}$$

پوښتنې

### ټول هوبنډياري توابع له ورکړ شوو شرایطو څخه IV

لومړی: د یوه دریمې درجې ټول هوبنډياري تابع څخه درې صفر ځایونه او بل ټکی څرگند (معلوم) دي. گراف وکارئ او د تابع تر م وټاکئ.

$$P_{x_1}(-3|0); P_{x_2}(1|0); P_{x_3}(2|0); P(0|1,5)$$

دویم: یو د دریمې درجې ټولګوښیاری تابع سرچینې ته سیومتريک دی او له ټکو  $P_1(3 | 0)$  او  $P_2(5 | 5)$  څخه تیرېږي.

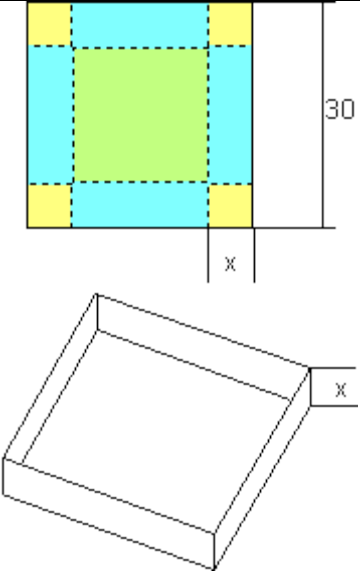
تابع مساوات او محور غوڅنګې وټاکي.

یو ارزښت جدول جوړ کوي او ګراف یې وکاري.

دریم: د دریمې درجې یو ټولګوښیاری یا – راشنل تابع  $f(x)$  درې صفرځایونه  $P_{x_1}, P_{x_2}$  او  $P_{x_3}$  لري. د تابع  $f(x)$  ګراف له ټکي  $P$  تیرېږي.  $f(x)$  وټاکي. د  $f(x)$  ګراف د  $g(x)$  د ګراف سره څه اړیکې لري؟

داتا:

$$P_{x_1}(-10 | 0); P_{x_2}(-1 | 0); P_{x_3}(1 | 0); P(2 | 6); g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x, x \in \mathbb{R}$$

|  |   |
|--|---|
| <p>څلورم: د یوه څلوریز یا مربع کارتون څخه چې د اړخونو اوږدوالی یې 30 cm دی د <math>x</math> جګوالي سره یوه کوتی بی له سرپوښ جوړېږي.</p> <p>الف- و بنایي، چې سری فقط د</p> $0 < x < 15$ <p>لپاره یوه داسې کوتی یا صددق جوړولي شي.</p> <p>ب- یو د تابعترم وټاکي، چې د <math>V</math> ډکي یا حجم د <math>x</math> په واکوالي کې وښوولای شي.</p> <p>پ- ګراف یې وکاري او په نږدې توګه یې ماکسیما یا خورا لوي ډکي (حجم) وټاکي.</p> |  |
|--|---|

پنځم:

|  | Jahr     | 2002 | 2003   | 2004 | 2005   |
|--|----------|------|--------|------|--------|
| په المان کې برقي قوت په حیث جوړ<br>زورکونج کیدی شي د څنګ جدول<br>څخه راوښودل شي  | Leistung | 12   | 14,825 | 17,2 | 19,275 |
| د توان ورکړه په گیګاوات سره<br>( Gigawatt (GW) )<br>الف- یو تابع پیدا کړئ، کومه چې دا وده ښایي.<br>ب- یوه وړاندوینه ورکړئ د 2006 او 2010<br>کلونو لپاره<br>پ- د تابع ارزښتونه د یوه 20,9 GW په 2006<br>کې او موخه د 30 GW په 2010 کې<br>جوړشوي توان سره پرتله کړئ. |          |      |        |      |        |

ځوابونه

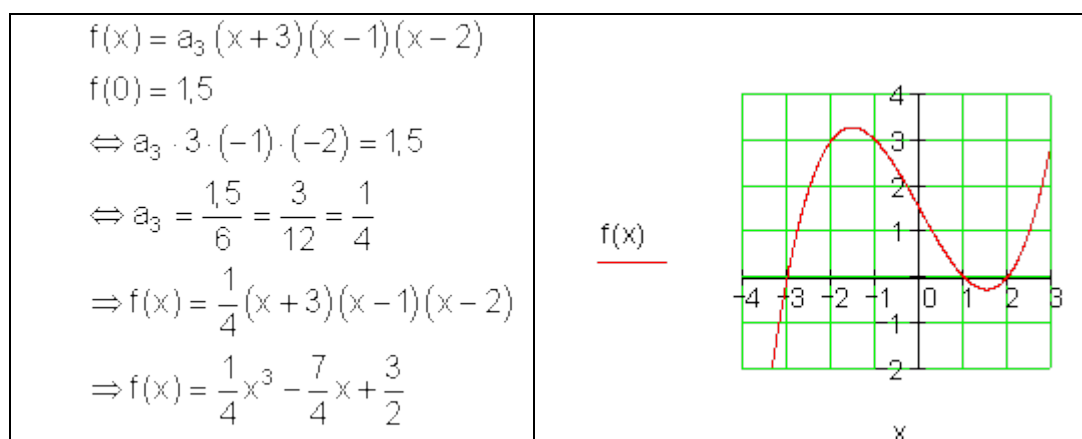
ټولهبښیار تابع له ورکړشوو شرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی: تیریدونکی:

یو د دریمې درجې ټولهبښیار تابع کړی شي خورا زیاتي (ماکسیمال) دري صفرځایونه ولري. د صفرځای  $P_{x1}$  او  $P$  ترمنځ باید یو جگ ټکی شتون ولري. د صفر ځایونو  $P_{x2}$  او  $P_{x3}$  ترمنځ باید یو ټیټکی پروت وي. له مخه یا وړاندې فکر کونه:





دويم:

د تابع مساوات:

د ټكي سيمټري له امله كيدى شي لاندي اينونونه وشي:

لاندي الماني: تابع مساوات:

$$f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_1(3|0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0$$

$$P_2(5|5): f(5) = 125a_3 + 5a_1 = 5$$

|       |       |   |     |
|-------|-------|---|-----|
| $a_1$ | $a_3$ |   |     |
| 3     | 27    | 0 | : 3 |
| 5     | 125   | 5 | 5   |
| 1     | 9     | 0 |     |
| 1     | 25    | 1 | -1  |
| 1     | 9     | 0 |     |
| 0     | 16    | 1 |     |

$$16a_3 = 1 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{16}$$

$$a_1 + 9a_3 = 0 \Leftrightarrow a_1 + \frac{9}{16} = 0 \Leftrightarrow a_1 = -\frac{9}{16}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{9}{16}x$$

محور غوڅټكي:

$$\text{لومړى صفرخاى} \quad P_y(0|0) = P_{x1}(0|0)$$

$$\text{دويم صفرخاى} \quad P_2(3|0) = P_{x2}(3|0)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{16}x(x^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow |x| = 3$$

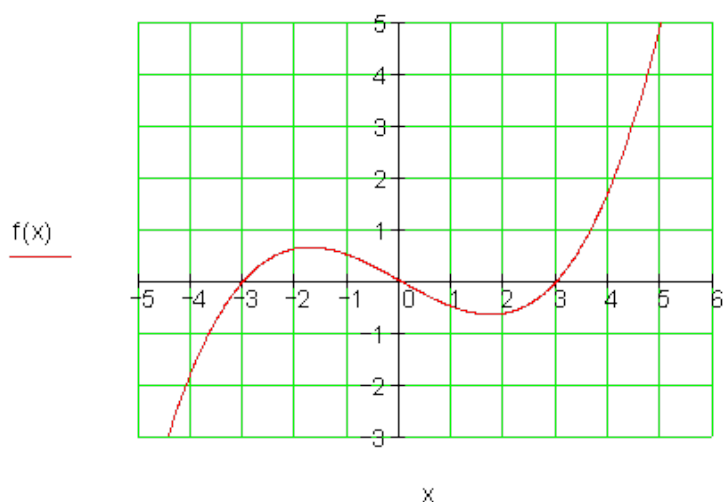
$$\Rightarrow x_2 = 3; x_3 = -3 \Rightarrow P_{x_3}(-3 | 0) \text{ 3. Nullstelle}$$

پورته الماني: دريم صفرخای

د ارزښت جدول لپاره ارزښتونه لاسي شميرل کيږي:

لاندي په پښتو:

|  |  |    |      |     |    |      |        |   |      |   |   |      |       |   |      |     |   |      |        |   |      |   |  |
|--|--|----|------|-----|----|------|--------|---|------|---|---|------|-------|---|------|-----|---|------|--------|---|------|---|--|
| $f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{9}{16}x$ $f(1) = \frac{1}{16} - \frac{9}{16} = -\frac{8}{16} = -0,5$ $f(2) = \frac{8}{16} - \frac{18}{16} = -\frac{10}{16} = -0,625$ $f(4) = \frac{64}{16} - \frac{36}{16} = -\frac{28}{16} = 1,75$  | <p>د ټکي سيومتري له امله باور لري:</p> $f(-x) = -f(x)$ $f(-1) = -f(1) = 0,5$ $f(-2) = -f(2) = 0,625$ $f(-4) = -f(4) = -1,75$ |    |      |     |    |      |        |   |      |   |   |      |       |   |      |     |   |      |        |   |      |   |  |
| <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-1,75</td> <td>0</td> <td>0,65</td> <td>0,5</td> <td>0</td> <td>-0,5</td> <td>-0,625</td> <td>0</td> <td>1,75</td> <td>5</td> </tr> </table> | x  | -4 | -3   | -2  | -1 | 0    | 1      | 2 | 3    | 4 | 5 | f(x) | -1,75 | 0 | 0,65 | 0,5 | 0 | -0,5 | -0,625 | 0 | 1,75 | 5 |  |
| x  | -4   | -3 | -2   | -1  | 0  | 1    | 2      | 3 | 4    | 5 |   |      |       |   |      |     |   |      |        |   |      |   |  |
| f(x)   | -1,75  | 0  | 0,65 | 0,5 | 0  | -0,5 | -0,625 | 0 | 1,75 | 5 |   |      |       |   |      |     |   |      |        |   |      |   |  |



دریم:

په کرښیز ضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a_3(x+10)(x+1)(x-1)$$

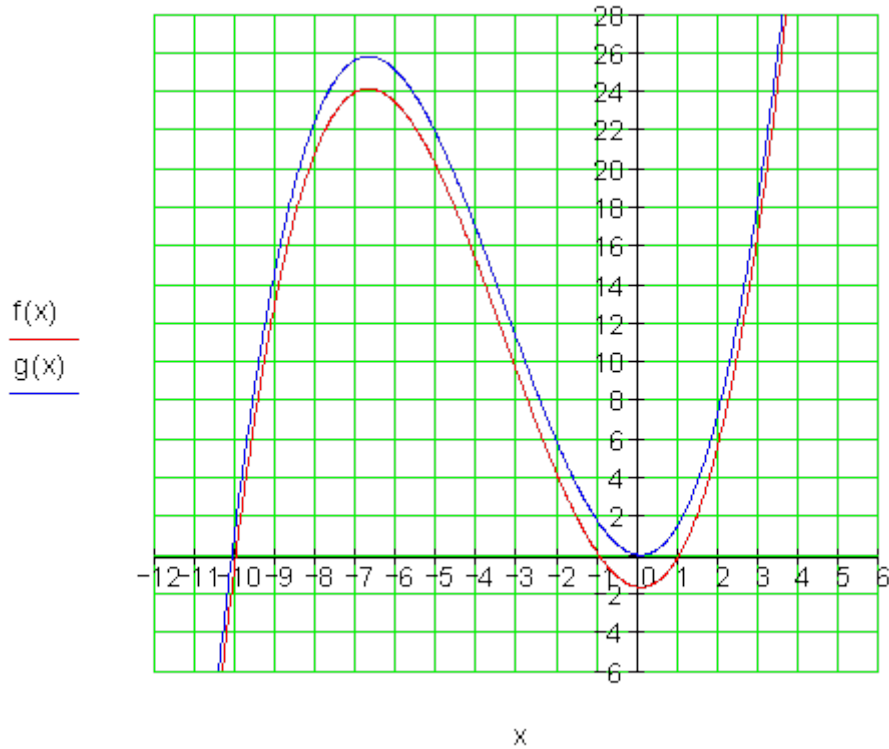
$$P(2|6): f(2) = a_3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_3 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تابع مساوات:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+10)(x+1)(x-1) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}$$

$f(x)$  د  $g(x)$  کښته لورته یوه راکښنه ده په  $5/3$  اوږدوالي یوون یا واحد، یعنې

$$f(x) = g(x) - 5/3$$



۷۶۳

2.17 د ورکړشوو شرایطو له مخې .....

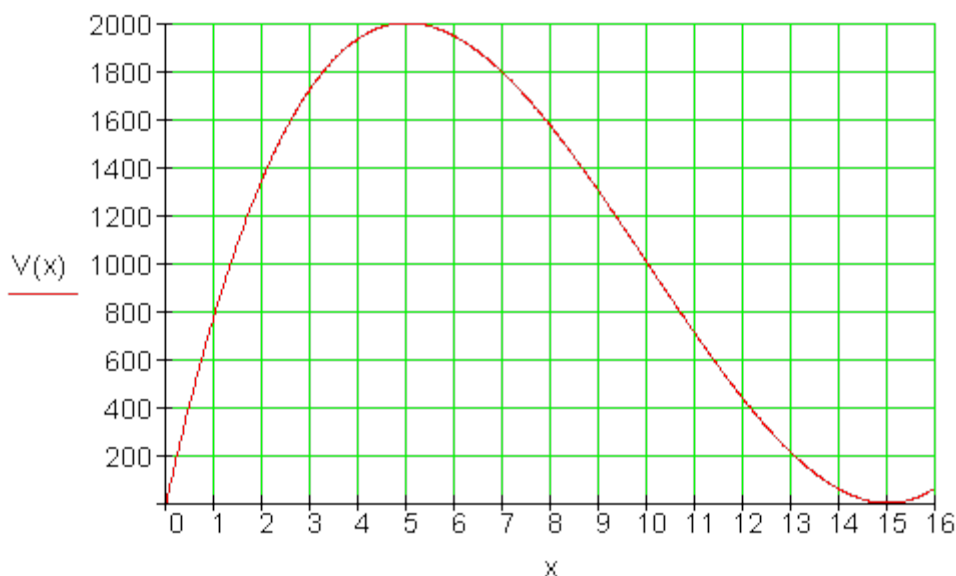
څلورم:

الف-  $x$  باید زیاتیز یا مثبت وي له دې لاس ته راځي:  $x > 0$  $2x$  باید د اړخ له اوږدوالي کوچنی وي له دې لاس ته راځي:  $x < 15 \Leftrightarrow 2x < 30$ له پورته دواړو لرو:  $0 < x < 15$ ب-  $V = a \cdot b \cdot h$  د  $h = x$  او  $a = 30 - 2x$  او  $b = 30 - 2x$  سره، نو باور لري:

$$V(x) = (30 - 2x)(30 - 2x)x = \underline{4x^3 - 120x^2 + 900x}$$

ارزینتجدول

| $x$    | 0 | 2    | 4    | 6    | 8    | 10   | 12  | 14 | 15 |
|--------|---|------|------|------|------|------|-----|----|----|
| $V(x)$ | 0 | 1353 | 1936 | 1944 | 1568 | 1000 | 432 | 56 | 0  |



ماکسیمال ډکی یا حجم نږدې  $2000 \text{ cm}^3$  دی او دا د  $x$  برخې یا ټوټې لپاره باور لري چې

نږدې  $5 \text{ cm}$  دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتق سره شونې دی.

پنځم:

الف- ایښونه:

د دریمې درجې ټولھونښیار یا راشنل تابع چې له څلورو ټکو تیریري.

د 2002 گڼلو پیل به له صفر ټکي څخه تعریف شي.

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(0|12) \Rightarrow f(0) = 12 \Rightarrow a_0 = 12$$

$$P_2(1|14,825) \Rightarrow f(1) = 14,825 \Rightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825$$

$$P_3(2|17,2) \Rightarrow f(2) = 17,2 \Rightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2$$

$$P_4(3|19,275) \Rightarrow f(3) = 19,275 \Rightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275$$

د مساوات بڼه بدلون:

$$1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825 | -12 \Leftrightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 2,825$$

$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2 | -12 \Leftrightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 5,2$$

$$27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275 | -12 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 7,275$$

| $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |  |
|-------|-------|-------|--|
| 1     | 1     | 1     | 2,825  |
| 2     | 4     | 8     | 5,2    II - 2 · I  |
| 3     | 9     | 27    | 7,275    III - 3 · I   |
| 1     | 1     | 1     | 2,825  |
| 0     | 2     | 6     | -0,45 $2a_2 + 6a_3 = -0,45 \Leftrightarrow a_2 = -0,3$                   |
| 0     | 6     | 24    | -1,2    III - 3 · II $a_1 + a_2 + a_3 = 2,825 \Leftrightarrow a_1 = 3,1$ |
| 1     | 1     | 1     | 2,825 $f(x) = 0,025x^3 - 0,3x^2 + 3,1x + 12$                             |
| 0     | 2     | 6     | -0,45  |
| 0     | 0     | 6     | 0,15   |

ب - وړاندوینه په کیګاوت GW .

$$2006: f(4) = 0,025 \cdot 64 - 0,3 \cdot 16 + 3,1 \cdot 4 + 12 = 21,2$$

$$2010: f(8) = 0,025 \cdot 512 - 0,3 \cdot 64 + 3,1 \cdot 8 + 12 = 30,4$$

پ – په ریښتوني دا جوړشوی قوت یا طاقت د 2006 لپاره د 20,9 GW جوړیدني سره د 21,2 GW وړاندوینه په ډیره کمه کچه زیاتیري یا جگیري.

د 2010 لپاره وړاندوینه د 30,4 GW سره ترهغې ممکنه د 30 GW جوړ شوی توان هم په لږه کچه وړاندوینه زیاته ده.

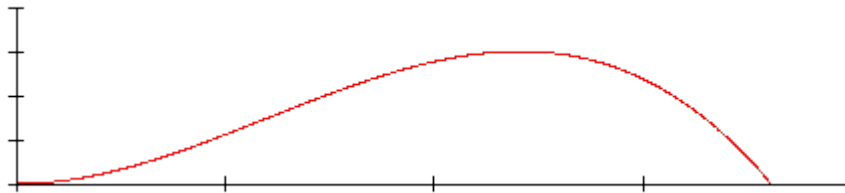
### پوښتنې

د متن – او استعمال پوښتنې و ټولهبښیار یا – راشنل توابعو ته |

له تخنیک او اقتصاد څخه

|   |        |     |      |      |      |
|---|--------|-----|------|------|------|
| لومړی: د $x$ دانو گڼون یا تعداد په واکوالي کې د یوه مال په جوړولوله امله ټول لگښت | $x$    | 5   | 10   | 20   | 35   |
|   | $K(x)$ | 915 | 1035 | 1140 | 1185 |

$$f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2; x > 0$$



د ټول لگښتتابع  $K(x)$  لپاره یو تابعترم وټاکئ.

د هرې دانې د خرڅلاو قیمت څنګه ټاکل کیري، چې له دې سره د  $x = 15$  لپاره کوم زیان رامنځ ته نه شي؟ دا د شي حالت گرافیکیانځور کړئ.

دویم: د فوټبال لوبو میدان د فوټبال لوبه کې د تابع  $f(x)$  گراف په نږدې توګه د توپ د الوتنې کره ده.

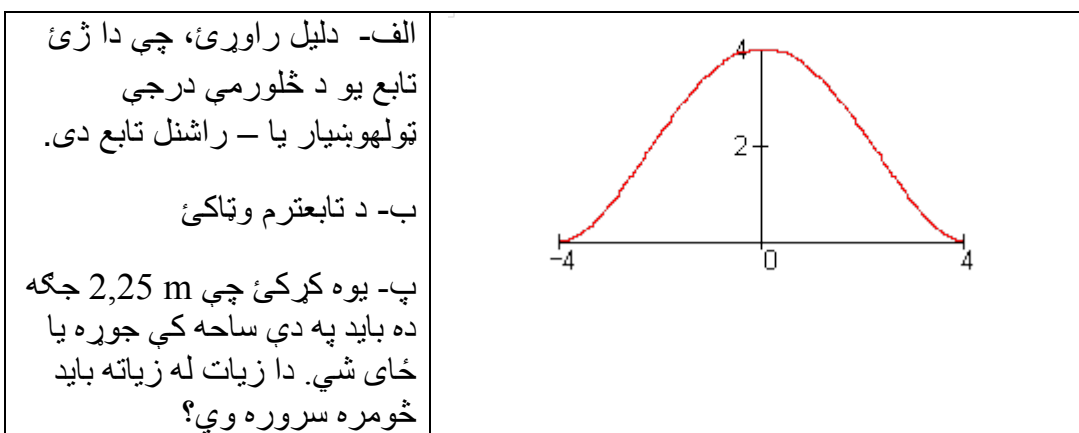
الف- توپ کوم ماکسیمال یا خورا جگ جگوالي ته رسیږي؟

ب-ایا توپ په 9,15 m کې د دفاع دیوال (دوه متره جگ) څخه اوږي؟

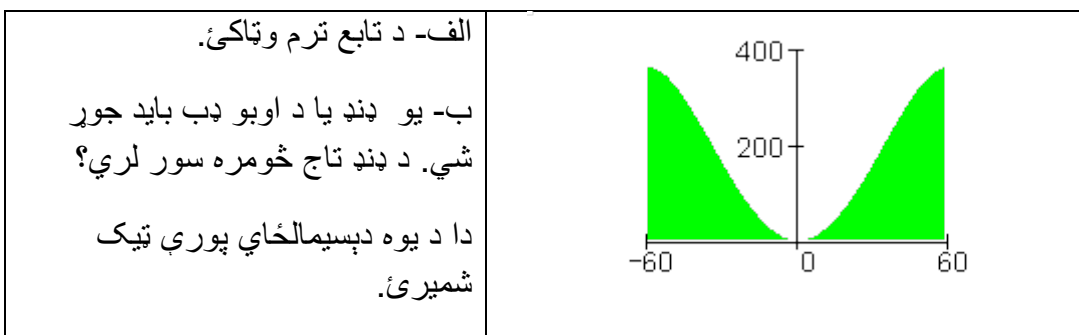
پ-توپ څنگه بیرته مخکې ته راکښته کیږي؟

ت- دا ازاده وهنه له گول څخه څومره لرې وهل شوي، که دا توپ په دوه متره جگوالي د گول له کرښې جگ والوزي؟

دریم: څیره یو باروک - کور ښایي ( کچه په متر)



څلورم: د یوه غره درې د پرتې غوڅې سطحه ( سطحه، چې پرته یا افقي غوڅه شوي وي (ژباړی)) کیدی شي د یوه څلورمې درجې ټول راشنل تابع سره ولیکل شي. دا دره یو ماکسیمال سور 120 m لري او 360 m ژوره ده. د 60 m په سور د درې له بیښ یا تلي څخه یو د 157,5 m جگوالی کچیري یا اندازه کیږي.



خوابونه

متن- او استعمالپوښتنې و ټولهبښیار یا =راشنل تابع ته ا

نتیجې او مفصل خرابونه

نتیجې:

لومړي:

تابعترم:  $K(x) = 0,02x^3 - 1,6x^2 + 44,5x + 730$

د په دانه د خرڅلاو قیمت باید لږ تر لږه  $73\frac{2}{3}$  € وي

گرافیک لپاره مفصل خواب وگورئ

دویم:

الف- د غونډوسکې خورا جگ جگوالی کیدی شي له ۳ متره گرافیک څخ ولوستل شي.

ب – دا غونډوسکه د دفاع دیوال څخه اوړي (  $2,573\text{ m} > 2\text{ m}$  )

پ- غونډوسکه له وهنټکي څخه 18 m وروسته په ځمکه لږیږي.

ت- د وهنټکي څخه په 15,65 m لږیوالي د گول څخه په 2 m (دوه متره) جگوالي الوزي.

دریم:

الف- ژی تابع د څلورمې درجې ټولهبښیار یا راشنل تابع ده، ځکه چې دا ډبل صفر ځایونه لري.



$$(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$$

ب- تابع ترم:

$$f(x) = \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$$

پ- کرکې کیدی شي زیات له زیاته ۴ متره سروره وي

څلروم:

الف- تابع ترم:  $f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2$

ب- د ډنډ یا بند تاج 80,25 m سور لري.

مفصل ځوابونه:

لومړی:

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1 (5 | 915): f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + a_0 = 915$$

$$P_2 (10 | 1035): f(10) = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 1035$$

$$P_3 (20 | 1140): f(20) = 8000a_3 + 400a_2 + 20a_1 + a_0 = 1140$$

$$P_4 (35 | 1185): f(35) = 42875a_3 + 1225a_2 + 35a_1 + a_0 = 1185$$

د گاوس الگوریتم:

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |      |       |
|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| 1     | 5     | 25    | 125   | 915  |       |
| 1     | 10    | 100   | 1000  | 1035 | II-I  |
| 1     | 20    | 400   | 8000  | 1140 | III-I |

|   |    |      |       |      |          |
|---|----|------|-------|------|----------|
| 1 | 35 | 1225 | 42875 | 1185 | IV-I     |
| 1 | 5  | 25   | 125   | 915  |          |
| 0 | 5  | 75   | 875   | 120  |          |
| 0 | 15 | 375  | 7875  | 225  | III-3-II |
| 0 | 30 | 1200 | 42750 | 270  | IV-6-II  |
| 1 | 5  | 25   | 125   | 915  |          |
| 0 | 5  | 75   | 875   | 120  |          |
| 0 | 0  | 150  | 5250  | -135 |          |
| 0 | 0  | 750  | 37500 | -450 | IV-5-III |
| 1 | 5  | 25   | 125   | 915  |          |
| 0 | 5  | 75   | 875   | 120  |          |
| 0 | 0  | 150  | 5250  | -135 |          |
| 0 | 0  | 0    | 11250 | 225  |          |

ضریبونه او د تابع مساوات:

$$11250a_3 = 225 \Leftrightarrow a_3 = \frac{225}{11250} = 0,02$$

$$150a_2 + 5250a_3 = -135 \Leftrightarrow a_2 = \frac{-135 - 5250 \cdot 0,02}{150} = -1,6$$

$$5a_1 + 75a_2 + 875a_3 = 120 \Leftrightarrow a_1 = \frac{120 - 75 \cdot (-1,6) - 875 \cdot 0,02}{5} = 44,5$$

$$a_0 + 5a_1 + 25a_2 + 125a_3 = 915 \Leftrightarrow a_0 = 915 - 5 \cdot 44,5 - 25 \cdot (-1,6) - 125 \cdot 0,02 = 730$$

$$K(x) = 0,02x^3 - 1,6x^2 + 44,5x + 730$$

د تابع مساوات:

د  $x=15$  دانو د جوړولو لپاره لگښت:

$$K(15) = 0,02 \cdot 15^3 - 1,6 \cdot 15^2 + 44,5 \cdot 15 + 730 = 1105$$

د خرڅلاو تابع:

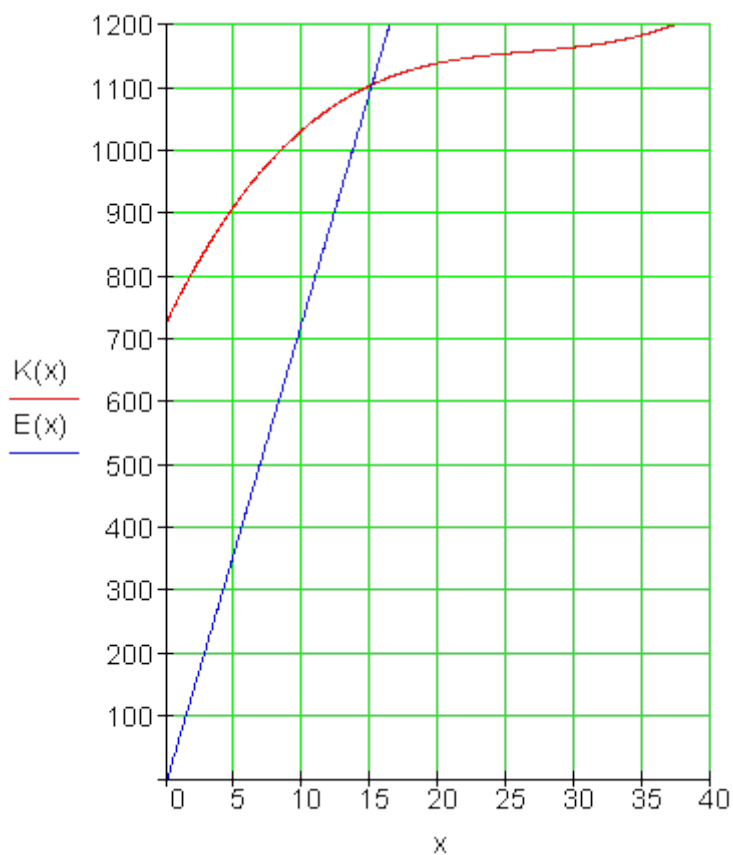
$$E(x) = p \cdot x$$

د سره د د یوې دانې د خرڅلاو قیمت

لږ تر لږه قیمت په یوه دانه:

$$p = \frac{1105}{15} = 73 \frac{2}{3} \Rightarrow E(x) = 73 \frac{2}{3} x$$

د دانې په سر د خرڅلاو قیمت باید لږ تر لږه  $73 \frac{2}{3} \text{ €}$  وي.



دویم:

الف- د غونډوسکي ماکسيما يا خورا جگ جگوالی د 3 m گرافیک څخه لوستل کیدی شي. د وهلتکي څخه لږوالی نږدې 12 m دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتقشمیرني سره شوني ده. مور دا اټکل د شمیرني له لاري ازمايو. د دې لپاره مور د  $x = 12$  په شاوخوا د تابع ارزښتونه ترڅیرني لاندې نیسو.

$$f(11,5) = -\frac{1}{288} \cdot 11,5^3 + \frac{1}{16} \cdot 11,5^2 \approx 2,985$$

$$f(12) = -\frac{1}{288} \cdot 12^3 + \frac{1}{16} \cdot 12^2 = 3$$

$$f(12,5) = -\frac{1}{288} \cdot 12,5^3 + \frac{1}{16} \cdot 12,5^2 \approx 2,894$$

$$f(11,75) = -\frac{1}{288} \cdot 11,75^3 + \frac{1}{16} \cdot 11,75^2 \approx 2,996$$

$$f(12,25) = -\frac{1}{288} \cdot 12,25^3 + \frac{1}{16} \cdot 12,25^2 \approx 2,996$$

مور کړی شو چې انټروالونه تل کوچني کړو او له دې لاري به د 3 ارزښت ته تل نږدې راشو.

ب- غواړو د الوتنې کړي جگوالی د وهلتکي څخه پیدا کړو، ځکه چې دلته د لوبغاړو د دفاع دیوال ولاړ دی.

$$f(9,15) = -\frac{1}{288} \cdot 9,15^3 + \frac{1}{16} \cdot 9,15^2 \approx 2,573$$

غونډوسکه د دفاعدیوال څخه جگ الوزي ( $2,573 \text{ m} > 2 \text{ m}$ )

پ - د دې لپاره چې د غونډوسکي د لويډو ټکی وټاکو، باید د تابع گراف صفر ټکي وټاکو.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \left( -\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} \right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{288}x = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_3 = 18}}$$

غونډوسکه په 18 m د وهلتکي څخه په لږوالي په ځمکه لږیزي.

ت - غواړو د وهلتکي څخه لريوالی پیدا کړو، له کوم چې غونډوسکه 2 m جگوالی لري. له گرافیک څخه دوه ارزښتونه لوستل کيږي، دا نږدې په 7,50 m او 16 m پراته دي. د غونډوسکي د الوتنې لار له مخې موږ د 16 m چاپیریال څیړو.

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 18x^2 + 576 = 0$$

$$x = 16 \Rightarrow 16^3 - 18 \cdot 16^2 + 576 = 64 > 0$$

$$x = 15,5 \Rightarrow 15,5^3 - 18 \cdot 15,5^2 + 576 \approx -24 < 0$$

$$x = 15,75 \Rightarrow 15,75^3 - 18 \cdot 15,75^2 + 576 \approx 18 > 0$$

$$x = 15,7 \Rightarrow 15,7^3 - 18 \cdot 15,7^2 + 576 \approx 9 > 0$$

$$x = 15,65 \Rightarrow 15,65^3 - 18 \cdot 15,65^2 + 576 \approx 0,4 > 0$$

د وهلتکي څخه د نږدې 15,65 m په لريوالي غونډوسکه په 2 m جگوالي له گول څخه اوږي.

دریم:

الف- ژئ تابع د څلورمې درجې ټولراشئل تابع دی، ځکه چې دا دوه ډبل صفرځایونه لري:  $(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- ایښوونه یا ردو:

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4 (x+4)^2 (x-4)^2$$

$$P(0|4): f(0) = a_4 (4)^2 (-4)^2 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{4}{4^4} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{64} (x+4)^2 (x-4)^2 = \frac{1}{64} x^4 - \frac{1}{2} x^2 + 4$$

پ - د الماني پښتو په ترتیب: دوه یا بیمریغ مساوات، کیرده.

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 2,25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 = 2,25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1,75 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 32x^2 + 112 = 0 \text{ biquadratische Gleichung}$$

$$\text{setze } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 32z + 112 = 0 \Rightarrow p = -32; q = 112 \Rightarrow D = 144$$

$$z_1 = 16 + \sqrt{144} = 16 + 12 = 28$$

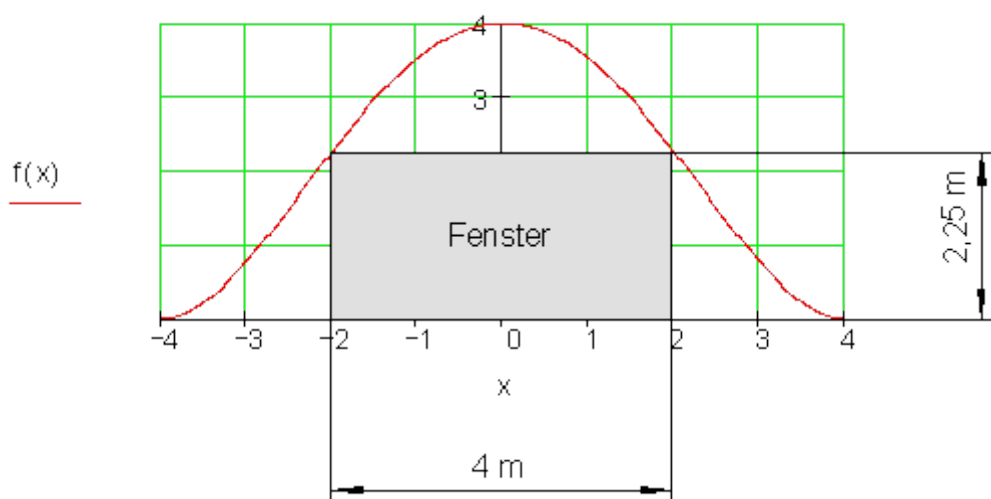
$$z_2 = 16 - \sqrt{144} = 16 - 12 = 4$$

$$x^2 = z \Rightarrow x_1^2 = 28 \Rightarrow |x_1| = \sqrt{28} \Rightarrow x_{1-1} \approx 5,29; x_{1-2} \approx -5,29$$

$$x_2^2 = 4 \Rightarrow |x_2| = \sqrt{4} \Rightarrow x_{2-1} = 2; x_{2-2} = -2$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 2 \text{ m} =$$

له دې لاس ته راځي، چې کرکې زیات له زیاته 4m سور لري.



څلورم: الف -

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_2x^2$$

$$P_1(60 | 360): f(60) = 12\,960\,000 a_4 + 3\,600 a_2 = 360$$

$$P_2(30 | 157,5): f(30) = 810\,000 a_4 + 900 a_2 = 157,5$$

|          |        |       |   |
|----------|--------|-------|---|
| $a_4$    | $a_2$  |       |   |
| 810000   | 900    | 157,5 | $-10800a_2 = -2160 \Leftrightarrow a_2 = 0,2$                         |
| 12960000 | 3600   | 360   | $810000a_4 + 900a_2 = 157,5$  |
| 810000   | 900    | 157,5 | $\Leftrightarrow a_4 = \frac{157,5 - 180}{810000} = -\frac{1}{36000}$ |
| 0        | -10800 | -2160 |   |

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2$$

ب - پښتو: کړده، د بند تا

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 - 250 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 7\,200x^2 + 9\,000\,000 = 0$$

$$\text{setze } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 7\,200z + 9\,000\,000 = 0$$

$$\Rightarrow p = -7\,200; q = 9\,000\,000 \Rightarrow D = 3\,960\,000$$

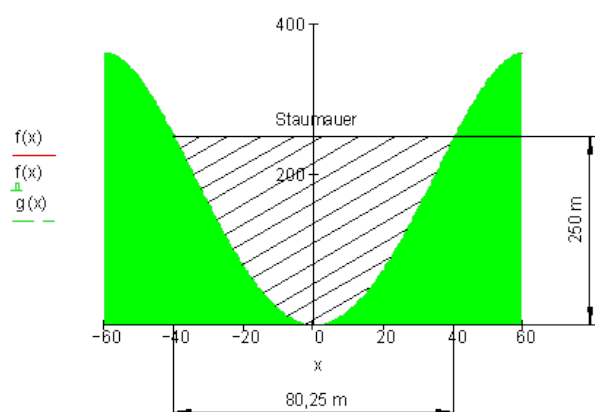
$$z_1 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \approx 5\,589,975$$

$$z_2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \approx -1\,610,025$$

$$x^2 = z \Rightarrow x_1^2 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{1-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 + \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 74,766$$

$$x_2^2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{2-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 - \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 40,125$$

$$\frac{b}{2} \approx 40,125 \text{ m} \Rightarrow \text{Breite der Dammkrone } \underline{\underline{80,25 \text{ m}}}$$



## 2.18 د ټول راشنل توابعو ټولگه

ټولگه :

تابع مساوات

يو تابع  $f(x)$  د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره  $n$ -مه درجه ټولهوښيار يا راشنل تابع بلل کيږي.

گونه يا عددونه  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$  ضريبيونه بلل کيږي.

سيومتري:

د يوه ټولهوښيار تابع گراف ټيک هلته محور سيومتريک دی، که تابع مساوات فقط له زياتيدونو يا د جمعې له اعضاوو جوړ وي د جوړه اکسپوننتونو سره يا محور سيومتريک،

که د ټولو  $x \in D$  لپاره باور ۹۷۶۵-ولري:  $f(-x) = fx$



د گراف تلنه

د یوه ټولهوښیار تابع گراف تلنه د خوراجگ توان سره زیاتیدونې یا د جمعی جز له لارې ټاکل کېږي

|                    |               |                      |               |
|--------------------|---------------|----------------------|---------------|
| n                  | ناجوړه یا طاق | n                    | جوړه n gerade |
| تلنه له III و I ته | ته.           | تلنه له II و I       | $a_n > 0$     |
| تلنه له II و IV ته | ته            | تلنه له III و IV ته. | $a_n < 0$     |

محور غوڅتکی

د  $y$ -محور سره غوڅتکی  $P_y(0 | y_s)$  شرط:  $y_s = f(0)$

د  $x$ -محور سره غوڅتکی  $P_y(x_s | 0)$  صفرخایونه: شرط:  $f(x) = 0$  د  $n$  درجې یو ټول راشنل تابع زیات له زیاته  $n$  فصرخایونه لري.

که درجه  $n$  ناجوړه وي، نو دا لږ تر لږه یو صفرخای لري.

پوښتنې

د ټولگي ازموښنې جمتووالي ته تواراشنل توابع I

د ټولگي ازموښنې جمتووالي لپاره

لومړي: دا څه معنا لري:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 ?$$

دويم: ديو ټولراشنل تابع له سيومټري څخه څه پوهيږئ؟

درېم: دلاندې توابعو سيومټري خويونو باندې يوه ويناوکړې او دا وينا په دليلونو اباده کړئ.

الف -  $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$  - ب -  $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$

پ -  $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$  - ت -  $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

څلورم: د څه له لارې د ټولراشنل تابع تلنه ټاکل کيدی شي؟

پنځم: د لاندي توابعو گرافونه څنگه ځغلي؟ الف -  $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4$

ب -  $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1$

پ -  $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1$  - ت -  $f(x) = -2x^2 + x + 1$

شپږم: د ټولراشنل توابعو د صفرځايونو گڼون يا تعداد په هکله څه پوهيږئ؟

اوم: د لاندي توابعو صفرځايونه وشميرئ او د تابع مساوات د کرښيزو ضريبونو د ضرب يا ځل په څير انځور کړئ. صفرځايونه له کوم ډول دي (ساده ، ډبل يا درې واړه) الف -

ب -  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$  -  $f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$

اتم: د لاندي توابعو صفرځايونه وشميرئ. د گراف په تلنه يوه وينا وکړئ. د لويو همداسي د کوچنيو  $x$  - ارزښتونو لپاره د تابع ارزښتونه کومې لور ته هڅيري؟

$f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x - 2$        $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

الف -  $f(x) \rightarrow ?$  für  $|x| \rightarrow \infty$  - ب -  $f(x) \rightarrow ?$  für  $|x| \rightarrow \infty$

نهم: د تابع لپاره د هورنر شيما له مخې ارزښتجدول وشميرئ، صفرځايونه وشميرئ او گراف د شوني پولي پوري ټيک وکارئ.

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2,5 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$$

لارښودنه: د پله سور 0,5 د هورنر شيما لپاره  $3; 2,5; -2; -2,5; x$ :  
 لسم: د دريمې درجې ټولراشنل تابع گراف له لاندې ټکو څخه ت پيريزي  
 $P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$   
 الف- د تابع مساوات وټاکئ. ب- د محور غوڅتکي وټاکئ.

د لاندې ارزښتونو لپاره د هورنر شيما سره د تابع ارزښتونه پيدا کړئ.  
 $x = -1,5; x = -0,5; x = 0,5; x = 1,5; x = 2,5$   
 ت- ټول معلوم ارزښتونه د ارزښت جدول څخه وليکئ.

ټ- گراف د  $1 = 1 \text{ cm}$  يون يا واحد سره وکارئ.  
 جگټکي  $P_{\max}(-1|9)$  ټيټ ټکي  $P_{\min}(1,7|-0,5)$   
 ث- د لوی او کوچني  $x$ -ارزښت لپاره د گراف په تلنه يوه وينا وکړئ

(ژ. وينا زما د سم آند يا منطق په درسونو کې وگورئ)

ج- سيمټري راوړنې وکړئ. نتيجي يې مددلي کړئ.

## ځوابونه

### د ټولگي کار لپاره ټولراشنلتوابع ۱

#### مفصل ځوابونه

لومړی:  $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$  -مې درجې د ټولراشنل تابع انځوروي.

خورا جگ جگگن يا -عدد(اکسپوننت) د تابع درجه ورکوي.

ضريبونه  $a_n; a_{n-1}; \dots; a_2; a_1; a_0$  سړی کوايفسنتونه بولي.

دويم: د يوه ټواراشنل تابع گراف ټيک هلته محور سيومتريک دی، که د تابع مساوات ټيک له جوړه جگگنونو يا اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

يا که باور ولري:  $f(-x)=f(x)$  د بيلگي په توگه  $f(-2)=f(2)$

د يوه ټولهبنيار تابع گراف ټيک هلته ټکي سيومتريک دی، که د تابع مساوات فقط له ناجوره يا طاقو اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

يا که باور ولري:  $f(-x) = -f(x)$ ، د بيلگي په توگه  $f(-3) = -f(3)$

دریم:

الف-  $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$  له دې لاس ته راځي: ټکي سيومتريک، ځکه چې ټول اکسپوننتونه ناجوره دي.

ب-  $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$  له دې لاس ته راځي چې محور سيومتريک دی، ځکه چې اکسپوننتونه ټول جوړه دي.

پ-  $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$

له دې لاس ته راځي، چې سيومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوره دي.

ت-  $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

له دې لاس ته راځي، چې سيومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوره دي.

څلورم: د ټولراشنل تابع تلنه د زياتيدونو يا د جمعي غړو له لارې چې خورا جگ توان ولري، معلوميري، يعني د  $a_n x^n$  له لارې.

پنځم: د الماني پښتون: ناجوره يا طاق، جوړه

الف -  $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4$   $n = 3$  (ungerade)  $\wedge a_n = -4 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{||-||}}$

ب -  $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1$   $n = 4$  (gerade)  $\wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{||-||}}$

$$f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1 \quad n = 5 \text{ (ungerade)} \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\text{III-I}} \text{ پ-}$$

$$f(x) = -2x^2 + x + 1 \quad n = 2 \text{ (gerade)} \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\text{III-IV}} \text{ ت-}$$

شپږم: د  $n$  -مې درجې یو ټولھوښیار تابع زیات له زیاته  $n$  صفرځایونه لري. که درجه  $n$  ناجوره وي، نو دا لږ رلږه یو صفرځای لري.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \quad \text{ضریب } x \text{ له نوکانو وباسئ}$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\text{مربع مساوات} \quad x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6; q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

$$\text{دبل صفرځای} \quad x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

د کرښیز ضریبونو د ضرب په څیر انځورونه

$$f(x) = x(x-3)(x-3) = x(x-3)^2$$

گراف په  $x_1 = 0$  کې ساده صفرځای لري

دبل صفرځای په  $x_{2/3} = 3$  کې (لمستکی) ب-

$$f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x^2 + 8x = 0$$

ضریب  $x$  له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x(-4x^2 + 4x + 8) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-4x^2 + 4x + 8 = 0 \quad | : (-4)$$

پورته مربع مساوات

د مربعیز مساواتو نورمال بڼه

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \end{array} \right.$$

د ضرب په څیر د کرښیز ضریبونو انځورونه:  $f(x) = x(x-2)(x+1)$

گراف درې ساده صفرځایونه لري په  $x_1 = 0; x_2 = 2$  او په  $x_3 = -1$

اتم: الف-  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$  صفرځایونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = 0$$

لومړی صفرځای د ازماښت له لارې

|         |   |   |          |           |          |                      |
|---------|---|---|----------|-----------|----------|----------------------|
|         |   | 1 | -6       | 9         | -2       |                      |
| $x = 1$ | ↓ | 1 | <u>1</u> | <u>-5</u> | <u>4</u> |                      |
|         |   | 1 | -5       | 4         | 2        | keine NS für $x = 1$ |
|         |   |   |          |           |          |                      |
|         |   | 1 | -6       | 9         | -2       |                      |
| $x = 2$ | ↓ | 1 | <u>2</u> | <u>-8</u> | <u>2</u> |                      |
|         |   | 1 | -4       | 1         | 0        | NS für $x_1 = 2$     |

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

د پولینوم وېش سره د درجې راټیټون

$$\begin{array}{r} (x^3 - 6x^2 + 9x - 2) : (x - 2) = x^2 - 4x + 1 \\ -(x^3 - 2x^2) \\ \hline -4x^2 + 9x \\ -(-4x^2 + 8x) \\ \hline x - 2 \\ -(x - 2) \\ \hline \end{array}$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4; q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 2 + \sqrt{3} \\ x_3 = 2 - \sqrt{3} \end{array} \right.$$

صفرځایونه:  $x_1 = 2; x_2 = 2 + \sqrt{3}; x_3 = 2 - \sqrt{3}$

د گراف تلنه: له  $\rightarrow$  III

تابع ارزښتونه:

د  $f(x) \rightarrow -\infty$  لپاره لرو  $x \rightarrow -\infty$

د  $f(x) \rightarrow \infty$  لپاره لرو  $x \rightarrow \infty$

ب-  $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x - 2$  صفرځایونه  $f(x) = 0$

لومړی صفرځای د ازماښت له لارې

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 3/2 \quad -8 \quad 2 \\
 x=1 \downarrow \quad \underline{1} \quad \underline{5/2} \quad \underline{-11/2} \\
 1 \quad 5/2 \quad -11/2 \quad -7/2 \quad \text{keine NS für } x=1 \\
 \hline
 1 \quad 3/2 \quad -8 \quad 2 \\
 x=2 \downarrow \quad \underline{2} \quad \underline{7} \quad \underline{-2} \\
 1 \quad 7/2 \quad -1 \quad 0 \quad \text{NS für } x_1=2
 \end{array}$$

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

د بولینوم په راکمې شوي درجې

$$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 8x + 2\right) : (x-2) = x^2 + \frac{7}{2}x - 1$$

$$-\left(x^3 - 2x^2\right)$$

$$\frac{7}{2}x^2 - 8x$$

$$-\left(\frac{7}{2}x^2 - 7x\right)$$

$$-x + 2$$

$$-(-x + 2)$$

$$x^2 + \frac{7}{2}x - 1 = 0 \quad p = \frac{7}{2}; q = -1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{49}{16} + 1 = \frac{65}{16} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{65}{16}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{65}{16}} \\ x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{65}{16}} \end{array} \right.$$



$$x_1 = 2; x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{65}{16}}; x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{65}{16}} \quad \text{صفر ځايونه:}$$

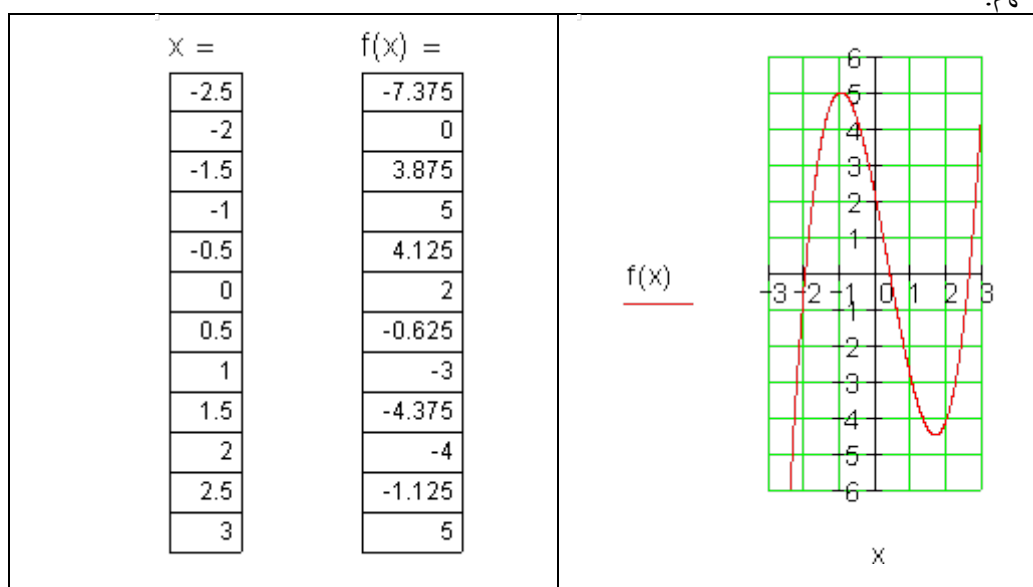
د ګراف ټلنه: له II  $\rightarrow$  IV

تابع ارزښتونه:

د  $x \rightarrow -\infty$  لپاره لرو  $f(x) \rightarrow -\infty$

د  $x \rightarrow \infty$  لپاره لرو  $f(x) \rightarrow \infty$

نهم:



$$x_1 = -2; x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2,62; x_3 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0,38 \quad \text{صفر ځايونه:}$$

لسم:

الف- د دريمې درجې ټول راشنل تابع د تابع مساوات دی:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

لومړی مساواتسیستم د ورکړ شوی ټکي لپاره لیکل کيږي.

$$\begin{array}{l} P_1(1|1): \\ P_2(2|0): \\ P_3(-2|4): \\ P_4(3|9): \end{array} \left| \begin{array}{l} f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1 \\ f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 0 \\ f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4 \\ f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9 \end{array} \right.$$

| د مساواتسیستم ځواب د گاوس-<br>الگوریتم سره |       |       |       |    | د بیرته په څټ ایښونی سره د ضریبونو<br>ټاکل |   |
|--|-------|-------|-------|----|--|---|
| $a_0$                                      | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |  |   |
| 1  | 1     | 1     | 1     | 1  |  |   |
| 1  | 2     | 4     | 8     | 0  | II - I                                     | $5a_3 = 5 \Leftrightarrow a_3 = 1$                            |
| 1  | -2    | 4     | -8    | 4  | III - I                                    | $a_2 + a_3 = 0$   |
| 1  | 3     | 9     | 27    | 9  | IV - I                                     | $\Leftrightarrow a_2 + 1 = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$        |
| 1  | 1     | 1     | 1     | 1  |  |   |
| 0  | 1     | 3     | 7     | -1 |  |   |
| 0  | -3    | 3     | -9    | 3  | : 3  | $a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$                                      |
| 0  | 2     | 8     | 26    | 8  | : 2  | $\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1 \Leftrightarrow a_1 = -5$   |
| 1  | 1     | 1     | 1     | 1  |  |   |
| 0  | 1     | 3     | 7     | -1 |  |   |
| 0  | -1    | 1     | -3    | 1  | III + II                                   | $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$                                   |
| 0  | 1     | 4     | 13    | 4  | IV - II                                    | $\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1 \Leftrightarrow a_0 = 6$ |
| 1  | 1     | 1     | 1     | 1  |  |   |
| 0  | 1     | 3     | 7     | -1 |  |   |
| 0  | 0     | 4     | 4     | 0  | : 4  |   |
| 0  | 0     | 1     | 6     | 5  |  |   |
| 1  | 1     | 1     | 1     | 1  |  |   |
| 0  | 1     | 3     | 7     | -1 |  |   |
| 0  | 0     | 1     | 1     | 0  |  |   |
| 0  | 0     | 1     | 6     | 5  | IV - III                                   |   |

تابع مساوات:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 \end{array}$$

ب- د  $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$  محور غوڅتکي

د تابع مساوات څخه لوستل کيږي  $P_y(0|6)$

لومړی صفرځای له  $P_2(2|0) \Rightarrow P_{x_1}(2|0)$

پولینومو پش

$$\begin{array}{r} (x^3 - x^2 - 5x + 6) : (x - 2) = x^2 + x - 3 \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ \quad x^2 - 5x \\ \quad \underline{-(x^2 - 2x)} \\ \quad \quad -3x + 6 \\ \quad \quad \underline{-(-3x + 6)} \end{array}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$p = 1; q = -3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + \frac{12}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1,303 \\ x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2,303 \end{array} \right.$$

د  $x$ -محور سره غوڅتګی:

$$P_{x1}(2|0); P_{x2}\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \mid 0\right); P_{x3}\left(-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \mid 0\right)$$

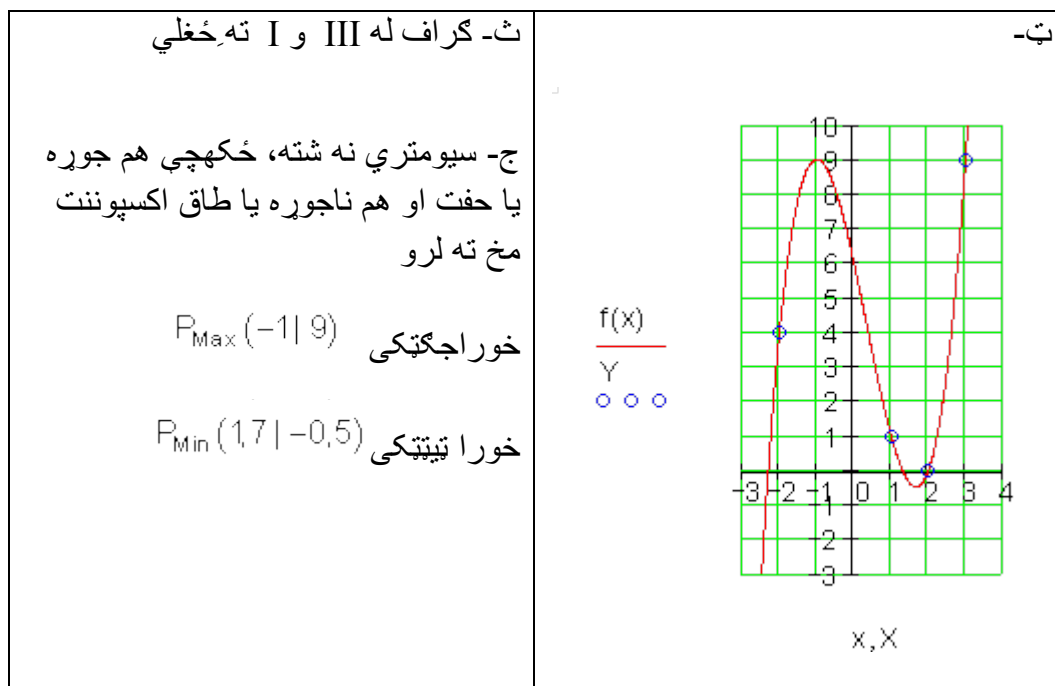
پ- د لاندې تابع ارزښتونه د هورنر-شیما سره وټاکئ

$$x = -1,5; x = -0,5; x = 0,5; x = 1,5; x = 2,5$$

|            |   |             |             |              |                 |
|------------|---|-------------|-------------|--------------|-----------------|
| $x = -3/2$ | 1 | -1          | -5          | 6            |                 |
|            | ↓ | <u>-3/2</u> | <u>15/4</u> | <u>15/8</u>  |                 |
|            | 1 | -5/2        | -5/4        | 63/8         | = f(-1,5) ≈ 7,9 |
| $x = -1/2$ | 1 | -1          | -5          | 6            |                 |
|            | ↓ | <u>-1/2</u> | <u>3/4</u>  | <u>17/8</u>  |                 |
|            | 1 | -3/2        | -17/4       | 65/8         | = f(-0,5) ≈ 8,1 |
| $x = 1/2$  | 1 | -1          | -5          | 6            |                 |
|            | ↓ | <u>1/2</u>  | <u>-1/4</u> | <u>-21/8</u> |                 |
|            | 1 | -1/2        | -21/4       | 27/8         | = f(0,5) ≈ 3,4  |
| $x = 3/2$  | 1 | -1          | -5          | 6            |                 |
|            | ↓ | <u>3/2</u>  | <u>3/4</u>  | <u>-51/8</u> |                 |
|            | 1 | 1/2         | -17/4       | -3/8         | = f(1,5) ≈ -0,4 |
| $x = 5/2$  | 1 | -1          | -5          | 6            |                 |
|            | ↓ | <u>5/2</u>  | <u>15/4</u> | <u>25/8</u>  |                 |
|            | 1 | 3/2         | -5/4        | 23/8         | = f(2,5) ≈ 2,9  |

ت-

|        |          |       |      |           |      |       |     |       |          |      |           |          |     |
|--------|----------|-------|------|-----------|------|-------|-----|-------|----------|------|-----------|----------|-----|
| $x$    | -2,3     | -2    | -1,5 | -1        | -0,5 | 0     | 0,5 | 1     | 1,3      | 1,5  | 1,7       | 2        | 2,5 |
| $f(x)$ | 0        | 4     | 7,9  | 9         | 8,1  | 6     | 3,4 | 1     | 0        | -0,4 | -0,5      | 0        | 2,9 |
|        | $P_{x3}$ | $P_3$ |      | $P_{max}$ |      | $P_y$ |     | $P_1$ | $P_{x2}$ |      | $P_{min}$ | $P_{x1}$ |     |



## 2.19 د ټول رښتیا توابعو تکرار

تعریف:

تعریف: یو تابع  $f(x)$

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره د  $n$  درجې ټولرښتیا یا ټولراشل تابع بلل کیږي.

عددونه  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$  ضریبونه بلل کیږي.

بیلگه:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 7 \quad (3. \text{ Grades})$$

$$f(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 7x + 5 \quad (4. \text{ Grades})$$

د گراف تلنه:

جمله: د ټول راشنل تابع د گراف تلنه د زیاتیدونکو یا جمعه اجزاوو د خورا جگ توان له لارې ټاکل کیږي.

ناجوړه یا طاق n ungerade      جوړه n gerade

ته III و I تلنه له      ته II او I تلنه له  $a_n > 0$

ته IV و تلنه له II و ته.      ته III IV و تلنه له  $a_n < 0$

بیلگه: (لاندې الماني په ترتیب: ناجوړه جوړه ناچوړه)

$$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \quad n = 3 \text{ (ungerade)} \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III-I}}$$

$$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \quad n = 4 \text{ (gerade)} \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III-IV}}$$

$$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \quad n = 5 \text{ (ungerade)} \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II-IV}}$$

سیومتري:

پام: د یوه ټول هوښیار تابع گراف ټیک هلته محور سیومتريک دی، که د تابع مساوات د جوړه جگن (اکسپوننت) څخه جوړ وي.

محور سیومتري که د ټول  $x \in D$  لپاره باور ولري:  $f(-x) = f(x)$

سیومتري:

پام: د یوه ټول هوښیار تابع گراف ټیک هلته ټکی سیومتريک دی، که د تابع مساوات د نا جوړه جگن (اکسپوننت) څخه جوړ وي.

ټکی سیومتري که د ټوی  $x \in D$  لپاره  $f(-x) = -f(x)$  باور ولري.

یادونه:

د محور سیومتريک لاندې تل د محور سره سیمتري پوځیرو.

ټکی سیومتريک که د کواور دینات پیل – سرچیني ټکي سره سیومتريک وي.

**Achsenschnittpunkte محور غوڅتکی**

د  $-y$  محور سره غوڅتکی:  $P_y(0 | y_s)$  شرط:  $y_s = f(0)$

بیلگه:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3 \\ \Rightarrow P_y(0 | -3) \text{ oder } P_y(0 | f(0))$$

له دې لاس ته راځي یا

د  $P_y$  د  $-y$  کو او رښتیا تل د  $a_0$  ضریب سره کټمټ دي.

دا تلل د تابع مساوات څخه لوستل کیدی شي.

د  $x$  محور سره غوڅتکی:  $P_y(x_s | 0)$  صفرځای: شرط:  $f(x) = 0$

جمله: د درجي ټولرښتیا - یا راشنل تابع زیات له زیات صفرځایونه لري. که د ورجه ناجوره یا طاق وي، نو نو دا لږ تر لږه یو صفرځای لري.

د صفرځای شمیرني ته تلنلار

د ضریبونو تلنلار

$f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$  ضریب  $x$  کیدی شي له نوکانو دباندي ولیکل شي

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 2x - 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

یومربع مساوات دی د  $x_2 = -1$   $x_3 = 2$  سره.



$\Rightarrow L = \{0; -1; 2\}$  حلېږئ په توگه ليکل شوي

د  $x$  محور سره د غوڅتکي کواورديناټونه  $\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1} (0|0); P_{x_2} (-1|0); P_{x_3} (2|0)}}$

$$f(x) = \underbrace{(x+1)(x-2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} x \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

**Substitutionsverfahren** د بدلون تڼلار

دوه مربع (دوه څلوري) مساوات  $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

بدلون:  $x^2 = z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \Rightarrow z_1 = 9 \text{ und } z_2 = 4$$

د بدلون بېرته گرځونه:

$$x^2 = z_1 = 9 \text{ und } x^2 = z_2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = -2 \Rightarrow L = \{3, -3; 2;$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1} (3|0); P_{x_2} (-3|0); P_{x_3} (2|0); P_{x_4} (-2|0)}}$$

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د پورته الماني پښتو: د کرښيز ضريبونو ضرب

**Polynomdivision** پولینومویش:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$

$$f(2) = 8 + 12 - 8 - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \text{ i}$$

صفرخای د ازماښت له لارې پیدا شوی

پولینومویش:

$$(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) : (x - 2) = x^2 + 5x + 6$$

$$\begin{array}{r} -(x^3 - 2x^2) \\ \hline 5x^2 - 4x \\ -(5x^2 - 10x) \\ \hline 6x - 12 \\ -(6x - 12) \\ \hline 0 \end{array}$$

اوس باید فقط مربع مساوات  $x^2 + 5x + 6 = 0$  حل شي

$$p = 5 \quad q = 6 \Rightarrow D = 2,5^2 - 6 = 6,25 - 6 = 0,25$$

$$x_{2/3} = -2,5 \pm \sqrt{0,25} = -2,5 \pm 0,5$$

$$x_2 = -2 \quad x_3 = -3$$

$$\Rightarrow L = \{2; -2; -3\} \Rightarrow P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-2|0); P_{x_3}(-3|0) \quad f(x) = \underline{(x-2)(x+2)(x+3)}$$

هورنر:

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & 3 & -4 & 12 & & \\ x_1 = 2 & \downarrow & 2 & +10 & +12 & \Rightarrow & 1x^2 - 5x + 6 = 0 \\ & & 1 & 5 & 6 & & 0 \end{array}$$

گراف کښنه

د دې لپاره چې د یوه ټول راشنل تابع گراف وکښلی شو، یوه ارزښت جدول او محور غوڅتکو ته

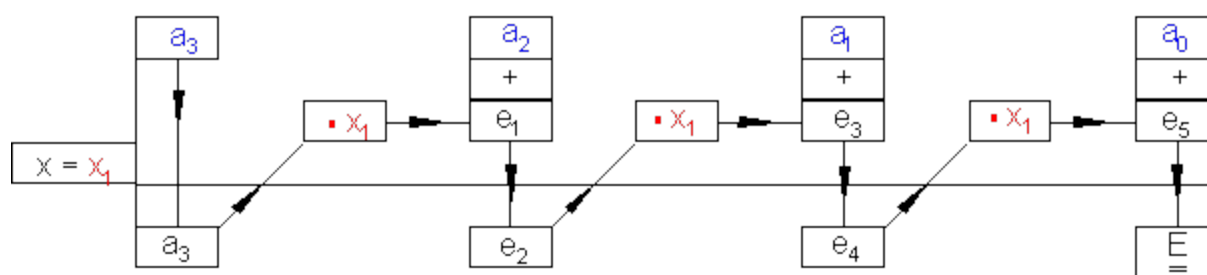
ته اړتیا لرو .

ارزښت جدول:

یو امکان د ارزښت جدول لاس ته راوړو لپاره په دې کې پروت دی، چې ټول اړین تابع ارزښتونه د جشمیري سره وشمیرو. یو بل، خوراه ساده متود یا لار د هورنر شیمما Horner'schema راګوي.

په لاندې اصولو سره د هورنر شیمما گرافیکي انځور شوي ده.

$$y = f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$



بیلګه:

د هورنر شیمما د تابع  $f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$  د تکرار ارزښت د ټاکلو ته

د لپاره  $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$

|  |  |
|--|--|
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -4 \quad \underline{-4} \quad \underline{+20} \quad \underline{-36} \\ 1 \quad -5 \quad 9 \quad -33 \quad \Rightarrow f(-4) = -33 \end{array}$                       | <p>د هورنر شیمای د تابع د تابع ارزښتوو ټاکلو ته</p> $f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 \text{ für } D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ <p>د <math>y</math> محور سره غوڅتکی</p> $f(0) = 3$ <p>د تابع تلنه له <math>a</math> او <math>b</math> ته یا ترمنځ</p> <p>د شیمای څخه پیژنو:</p> <p>صفرځای په <math>x = -3</math> کې <math>f(-3) = 0</math></p> <p>جگتکی د <math>[-2; -1]</math> ترمنځ</p> <p>د صفر له لارې تلنه د <math>[0; 1]</math> ترمنځ</p> <p>تییټتکی د <math>[2; 3]</math> ترمنځ</p> <p>د صفر له لارې تلنه د <math>[3; 4]</math> ترمنځ.</p> |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -3 \quad \underline{-3} \quad \underline{+12} \quad \underline{-3} \\ 1 \quad -4 \quad 1 \quad 0 \quad \Rightarrow f(-3) = 0 \text{ Nullstelle} \end{array}$         |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -2 \quad \underline{-2} \quad \underline{+6} \quad \underline{+10} \\ 1 \quad -3 \quad -5 \quad 13 \quad \Rightarrow f(-2) = 13 \end{array}$                         |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = -1 \quad \underline{-1} \quad \underline{+2} \quad \underline{+9} \quad \text{Hochpunkt} \\ 1 \quad -2 \quad -9 \quad 12 \quad \Rightarrow f(-1) = 12 \end{array}$   |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \quad \text{Nulldurchgang} \\ x = 1 \quad \underline{+1} \quad \underline{0} \quad \underline{-11} \\ 1 \quad 0 \quad -11 \quad -8 \quad \Rightarrow f(1) = -8 \end{array}$ |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \\ x = 2 \quad \underline{+2} \quad \underline{+2} \quad \underline{-18} \\ 1 \quad 1 \quad -9 \quad -15 \quad \Rightarrow f(2) = -15 \end{array}$                          |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \quad \text{Tiefpunkt} \\ x = 3 \quad \underline{+3} \quad \underline{+6} \quad \underline{-15} \\ 1 \quad 2 \quad -5 \quad -12 \quad f(3) = -12 \end{array}$               |  |
| $\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad -11 \quad 3 \quad \text{Nulldurchgang} \\ x = 4 \quad \underline{+4} \quad \underline{+12} \quad \underline{+4} \\ 1 \quad 3 \quad 1 \quad 7 \quad f(x) = 7 \end{array}$                |  |

ارزښت جدول

|        |     |    |    |    |   |    |     |     |   |
|--------|-----|----|----|----|---|----|-----|-----|---|
| $x$    | -4  | -3 | -2 | -1 | 0 | 1  | 2   | 3   | 4 |
| $f(x)$ | -33 | 0  | 13 | 12 | 3 | -8 | -15 | -12 | 7 |

د صفر ځایونو شمیرنه:

له دې لاس ته راځي: پولینوم ویش:  $f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$  د  $x_1 = -3$  سره د معلوم صفر ځای په څیر

$$(x^3 - x^2 - 11x + 3) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$

$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \quad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

د صفر ځایونو شمیرنه:

له دې لاس ته راځي: پولینوم ویش:  $f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$  د  $x_1 = -3$  سره معلوم صفر ځایونه

$$(x^3 - x^2 - 11x + 3) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$

$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$

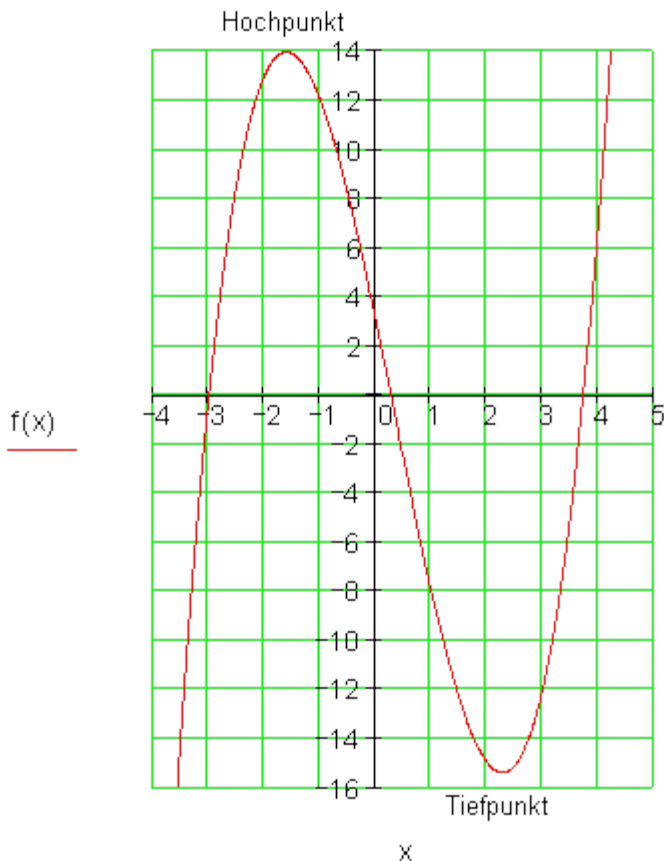
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \quad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

ارزښت جدول:

|      |     |    |    |    |   |      |    |     |     |      |   |
|------|-----|----|----|----|---|------|----|-----|-----|------|---|
| x    | -4  | -3 | -2 | -1 | 0 | 0,27 | 1  | 2   | 3   | 3,73 | 4 |
| f(x) | -33 | 0  | 13 | 12 | 3 | 0    | -8 | -15 | -12 | 0    | 7 |

اوس د ټولو معلومو داتا سره کیدی شي د تابع گراف وکښل شي

### جگتکی



سره له دې هغه څه چې موږ تر اوسه نه شو ټاکلی، د گراف جگتکی او ټیټ ټکی دي. د دې لپاره په وروسته برخو کې دفرنخیالمیرني ته اړتیا ده.

تابع مساوات و لیکئ

بیلگه: د یوه دریمې درجې ټول رښتونې یا راشنل تابع لپاره.

د څلور ټکو کواوردینات یا پروت ولاړ سیستم، چې د تابع گراف باندې باید پراته وي، لکه چې ترې لرو له مخه ورکړ شوي دي:

$$P_1(-1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|44); P_4(1|0)$$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساواتسیستم لیکل کيږي

$$\begin{array}{l} P_1(-1|2): \\ P_2(2|-1): \\ P_3(-3|44): \\ P_4(1|0): \end{array} \left| \begin{array}{l} f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2 \\ f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -1 \\ f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 44 \\ f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0 \end{array} \right.$$

| $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |    |         |
|-------|-------|-------|-------|----|---------|
| 1     | -1    | 1     | -1    | 2  |         |
| 1     | 2     | 4     | 8     | -1 | II - I  |
| 1     | -3    | 9     | -27   | 44 | III - I |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0  | IV - I  |

د مساوات سیستم حل د گاوس الگوریتم سره مو  
ضریبونو ته لارښودوي:

$$a_3 = -1, a_2 = 2, a_1 = 0, a_0 = -1$$

او له دې سره تابع مساوات ته:

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$$

## 2.16-د وکتور شمیرني بنسټيزي کلمې

وکتور او سکالار:

په طبیعت او تخنیک کې رامنځ ته کېدونکې لویې د یوه کره شوي کچپوونونو یا اندازه واحدونو سره د یوه کچگن یا اندازه عدد له لارې پوره یا مکمل ټاکل شوي د بیلگې په توګه داسې لویې دي:

اوردوالی، کتله، کار، انرژي، وخت، تودوخي او پوتنخیال. داسې لویې کیدی شي په یوه سکالا (شمیرپ، هنیزې لویې، چې د گنون ارزښت سره کره ټاکلې ده) انځور شي او له دې امله سکالارې لویې یا سکالار بلل کېږي. لویې، چې د هغو ټاکلو ته له سکالار برسیره یا د سکالار ترڅنګ لور هم اړتیا ولري، دا وکتورې لویې یا وکتورونه بلل کېږي. چټکتیا یا سرعت او بیره یا تعجیل داسې لویې دي.

وکتورونه د غشو سره انځورېږي. د غشو اوردوالی ارزښت ټاکي او د غشي لور د وکتور لور ښايي. وکتور د سکالار سره پر پرتله یوه لوریزه لویه ده. ازاد وکتورونه، کرښه تړلي وکتورونه او ځای تړلي وکتورونه سره توپیر کېږي. د یوه ازاد وکتور غوره خوي دی، چې اغیز کرښې سره او د ځان سره غبرګ هرې لور ته په فضا کې وړل کیدی شي. د برابر اوردوالي او برابرې لورې وکتورونه یو بل سره برابر یا مساوي دي.

$$\overline{AB} = \vec{a} \text{ und } \overline{CD} = \vec{b}$$

$$\overline{AB} = |\vec{a}| = a$$

$$\overline{CD} = |\vec{b}| = b$$



قوه یا زور چې په یوه تن برید کوي، یو کرښه تړلی وکتور انځوروي. ډاکړی شي د خپل برید کرښې په خوښه یوورل شي یا راکښل شي، مګ ده ته غبرګ نه. یوځای تړلی وکتور، چې ځایوکتور هم بلل کیږي یو کره ټاکلی برید ټکی لري او راکښل کیدی نه شي.

د وکتورونو زیاتون یا جمع که یو وکتور  $b$  و وکتور  $a$  سره زیات کړو، په دې معنا چې وکتور  $b$  د ځان سره داسې غبرګ یا موازي راکښل شي، چې پیل ټکی یې د وکتور  $a$  په پای ټکي پریوځي. یادونه: زه د وکتورونو په سر د وکتورنځبڼه یعنې غشي نځبڼه نهشم باسلیو دا به راته گران لوستونکي وښيي(ژباړي). د وکتور  $a$  د پیل ټکي تړل د وکتور  $b$  د پای ټکي سره وکتور  $c$  ورکوي او د دې لپاره لیکو:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

د دوه وکتورونو زیاتون یا جمع



د دوه وکتورونو د جمعې یا زیاتون لپاره د بدلون یا کموتاتیو قانون صدق کوي یا باور لري

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

د درې وکتورونو د زیاتو سره اړین نه دی، چې دا دې په یوه سطحه کې پراته وید له دې درې وکتورونو یې هر یو یوه په فضا کې لوریزه کرښه ده دا درې وکتورونه کې شي په فضا کې یو جوړښت و غزوي. اسوخیاتیو قانون باور لري:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

دوه ارزښت برار وکتورونه د مخامخ ایښول شوي لور سره په فضا کې مخامخ لوریز یو بل سره معکوس یا په څټ وکتورونه بلل کیږي. که سره زیات یا جمع شیو نو د

زیاتون یا جمعی په حیث یو وکتور لاس ته راوړو، چې د هغه پیل ټکي د موخي ټکي سره یوځای پریوځي. دا چې د ی جمعی وکتور ارزښت صفر دی، دا صفر وکتور بلل کیږي. دا ټاکلي لور نه لري.

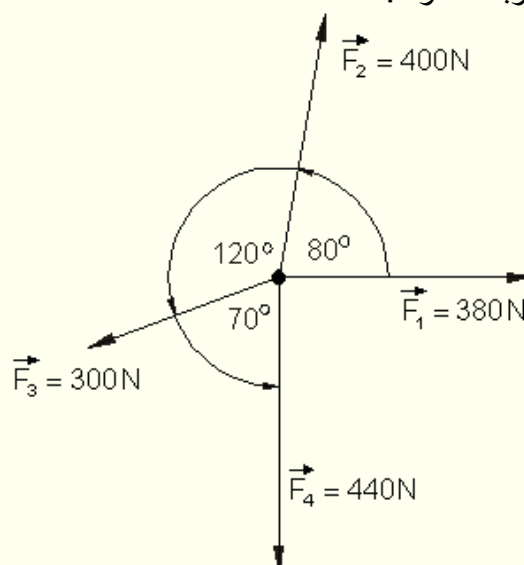
د وکتورونو کمون یا تفریق د دوه وکتورونو کمون یا تفریق د وکتور کمون کیدی شي بیرته د وکتور په زیاتون یا جمع وارول شي. یو وکتور کمیري یا تفریقیري، که د دې مخامخ وکتور جمع شي

د کاروني یا استعمال بیلگه:

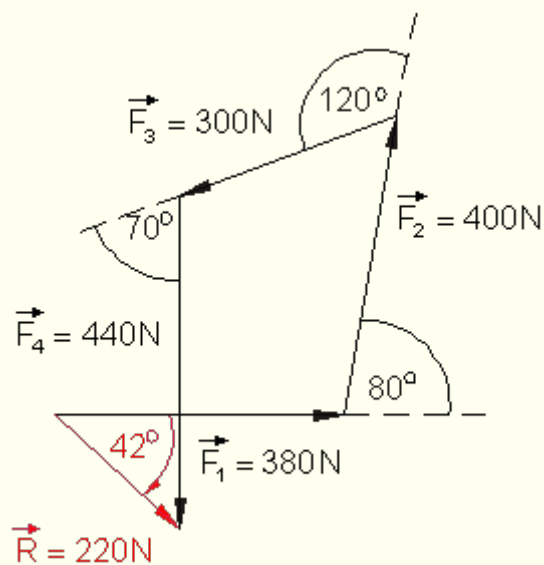
بیلگه ۱:

د وکتور جمع رسمیزه. دیوه برقوبشني مټ باندې په یوه ټکي څلور قوي برید کوي، چې په یوه سطحه دي پرتي وي. رسمیز د دي وکتور لور او ارزښت وټاکل شي. د رسمکچي یا د کچوني اله یا د کچوني لرگی(?) : 1 cm د 100 N سره برابر دی.

پوښتنه کونه:



رسمیز حل:



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\Rightarrow |\vec{R}| = 220\text{N} \text{ und } \angle(\vec{F}_1, \vec{R}) = -42^\circ$$

د لاس ته راغلي ارزښت 220 N دی. دا په دې معنا، چې د وېشونې په مټه یو لاس ته راوړي قوه د 220 N اغیز کوي.

نسبت  $\vec{F}_1$  اغیزلور  $-42^\circ$  یا  $318^\circ$  دی

یادونه:

د ساعت څرخون په مخامخ یا معکوس (کین راتاو) د نسبت کربني څخه په وتو مثبت گنل کیږي، د ساعت څرخون په لور (بني راتاو) د دې په عکس منفي.

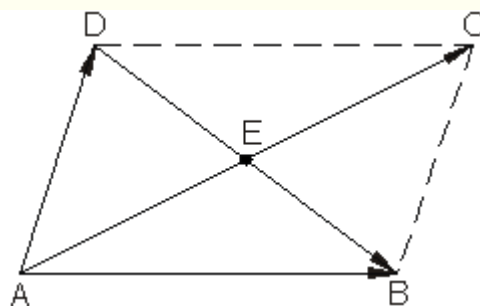
رسمیز حل یاځي نږدې حل دی. داتیک دومره ټیک دی، چې څنگه رسم کیدی شي.

یو شمیرنیز حل، چې دا به وروسته تر څیرني ونیول شي یو ټیک حل راکوي:

$$|\vec{R}| = 224,009\text{N} \text{ und } \angle(\vec{F}_1, \vec{R}) = -41,585^\circ$$

بیلگه ۲:

غوښتنه د کربني DB د نیمونکي ټکي E واټن دی له ټکي A څخه، که B د وکتور AB پای ټکی او D د وکتور AD پای ټکی وي او وکتورونه AB او AD له ټکي A ووځي.



حل:

$\vec{AD} + \vec{DB} = \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{DB} = \vec{AB} - \vec{AD}$   
 دا چې ټک E د کرښې DB نیمونکی دی، باور لري:

$$\vec{DE} = \frac{\vec{DB}}{2} = \frac{\vec{AB} - \vec{AD}}{2}$$

$\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE} = \vec{AD} + \frac{\vec{AB} - \vec{AD}}{2} = \frac{\vec{AB} + \vec{AD}}{2}$   
 دوکتور AB لپاره نو باور لري

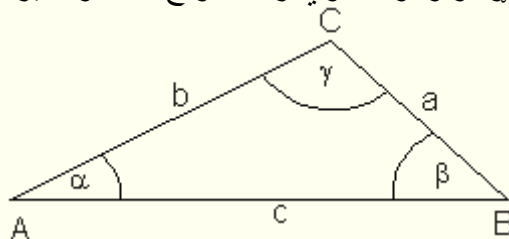
$|\vec{AE}| = \frac{1}{2} |\vec{AB} + \vec{AD}|$   
 د کرښې AE لپاره باور لري:

دا چې  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$  دی، باید E د کرښې AC نیمونکی ټکی هم وي.  
 له دې سره مو وینوول، چې په غبرگ اړخیز کې دوه کونجترې (قطرونه) د هغو د  
 غوڅنګې له لارې نیمیري.

د ساین او کوساین جمله د وکتور شمیرني لپاره مرستندوی ماود  
 تر اوسه مو وکتورونه رسمیز سره جمعه کول. د رسمیزو حلونه تل دقیق نه دي،

دکوساین جمله:

په هر درېګوډي یا مثلث کې کیدی شي د یوه اړخ مربع (خلورئ) له دواړو نورو  
 اړخونو او له دوي رابند کونج څخه وشمیرل شي.



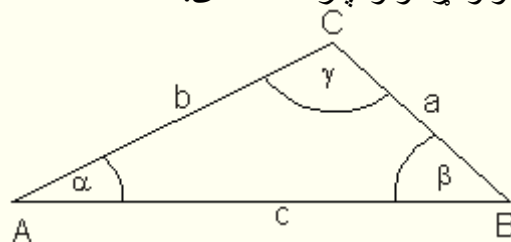
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$

د ساین جمله؛

په هر مثلث یا درې‌ګوډي کې د اړخونو د اوډوالي د تناسب نسبت و مخامخ کونج ته د ټولو اړخونو لپاره همغه دی.



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

د ساین او کوساین جملو ته تمرینونه:

دوه قوې  $\vec{F}_1$  او  $\vec{F}_2$  د  $|\vec{F}_1| = F_1 = 60\text{N}$  او  $|\vec{F}_2| = F_2 = 40\text{N}$  سره یو د  $\alpha = 50^\circ$  کونج رابندوي .

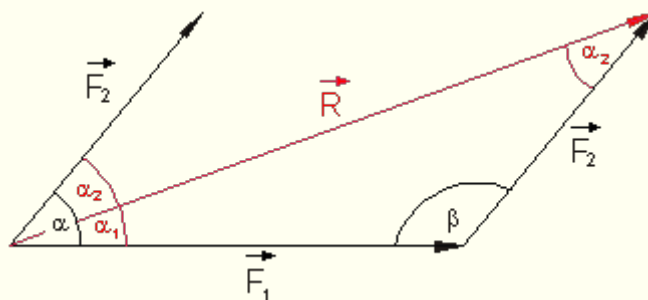
دا د نتیجې قوه  $\vec{R}$  څومره لویه ده؟  $\vec{R}$  د  $\vec{F}_1$  همداسې د  $\vec{F}_2$  سره کوم کونج جوړوي.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \sphericalangle (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ ist } \alpha = 50^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

د کوساین جملې له مخه باور لري:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)} \\ &= \sqrt{(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos(130^\circ))} \text{N}^2 \\ &\approx \underline{\underline{91,024\text{N}}} \end{aligned}$$



د سان جملې پسې يا په تعقيب باور لري:

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91,024} \cdot \sin(130^\circ) \approx 0,337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0,337) \approx \underline{\underline{19,672^\circ}}$$

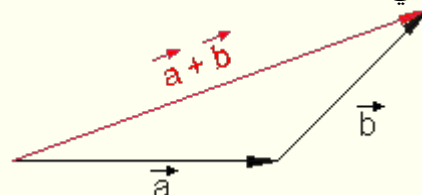
له R او F1 رابند کونج دی.

دا چې  $\alpha_1$  او  $\alpha_2$  ځانونه  $50^\circ$  ته پوره کوي، نو د F2 او R تر منځ کونج کيږي

$$\alpha_2 = 50^\circ - \alpha_1 = 50^\circ - 19,672^\circ \approx \underline{\underline{30,328^\circ}}$$

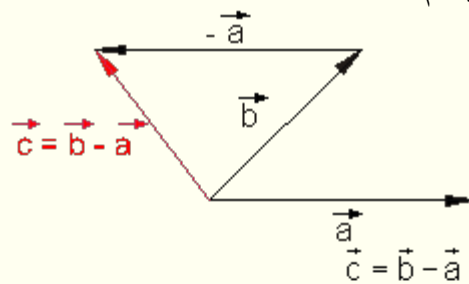
ټولګه:

لومړی: یو وکتور په فضا کې یوه لوریزه، اوریتي شوي کرښه ده؟  
دویم: وکتورونه برابر دي، که دوي په ارزښت او لور کې سره برابر وي یا یو پهبېل پریوځي.  
درېم: دوه وکتورونه سره جمع کيږي، که د یوه وکتور په پای د بل وکتور پیل کینسول شي.



د جمع وکتور:  $\vec{a} + \vec{b}$  Der Summenvektor

وکتور چې لاس ته راځي، پیل یې د لومړي وکتور او پای یې د دویم وکتور دي. څلورم: وکتور او معکوس یا مخمخ وکتورونه برابر ارزښت او برابر لور مگر معکوس یا مخمخ ایښول شوی Orientierung لري. پنځم:



کمونوکتور

داسې لاس ته راځي، چې سړی وکتور  $b$  ته د مخامخ یا برعکس وکتور  $a$  جمع کړي:

$$\vec{b} - \vec{a} = \vec{b} + (-\vec{a})$$

پوښتنې

د وکتورونو زیاتون او کمون (د وکتورونو جمع او تفریق)

لومړی: دوه وکتورونه  $a$  او  $b$  په خپلو منځو کې یو کونج  $\alpha$  جوړوي.

وکتورونه  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  او  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$  دې رسمیز او شمیرنیز وټاکل شي.

نور یا پسې دې درسم سطحې څخه د  $\beta$  همداسې  $\gamma$  کونجونه، چې وکتورونه  $c$  او  $d$  یې د وکتور  $a$  سره جوړوي ولوستل شي او ودې شمیرل شي.

کچوونۍ: د اوږدوالي یوون یا واحد په  $cm$  (د بیلگې په توګه  $a = 4,6$  په دې معنا چې  $4,6 cm$ )

الف -  $|\vec{a}| = a = 4,6 \quad |\vec{b}| = b = 4,0 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$

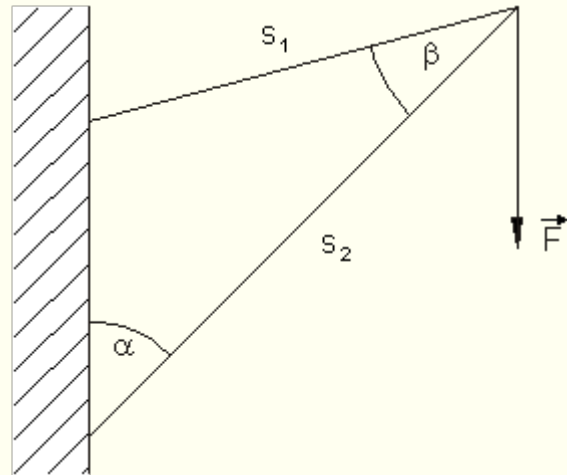
ب -  $|\vec{a}| = a = 4,2 \quad |\vec{b}| = b = 3,8 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

پ -  $|\vec{a}| = a = 4,7 \quad |\vec{b}| = b = 3,2 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 250^\circ$

$$|\vec{a}| = a = 3,5 \quad |\vec{b}| = b = 4,2 \quad \alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 290^\circ$$

دویم: دیوه کران په ستنو  $s_1$  او  $s_2$  باندې څومره زور پرېوځي، که کران یو  $18 \text{ kN}$  بار وړي؟

$$\vec{F} = 18 \text{ kN} \quad \alpha = 45^\circ \quad \beta = 30^\circ$$



لارښوونه:

دا د بارو وکتور د ستنو یا متو په دواړو لور توتیه (تجزیه) کړئ او د وکتورونو ارزښت وشمیرئ. پام وکړئ چې په ستنو یا متو په کومو لورو قوه اغیزه کوي (کیکابل زور یا قوه فشار)  $Dru.kraft$  که راکښل زور  $Zugkr.$ ؟  
دریم: دوه برابر لویې قوې په یوه ټکي برید کوي یا پرېوځي یا زور اچوي. د دوي ترمنځ کونج باید څومره لوي وي؟

څلورم: دوه قوې  $\vec{F}_1$  او  $\vec{F}_2$  د  $|\vec{F}_1| = F_1 = 60 \text{ N}$  او  $|\vec{F}_2| = F_2 = 40 \text{ N}$  سره یو له بل سره یو کونج  $\alpha = 50^\circ$  تړي یا جوړوي.

دا نتیجه زوق یا قوه  $\vec{R}$ : څومره لویه ده؟  $\vec{R}$ : د  $\vec{F}_1$  همداسې د  $\vec{F}_2$  سره کوم کونج جوړوي؟

پنځم: یوه د کانټینرو کیشټی ټیک په ختیځ لور په حرکت راوړل کیږي. د هغه خپله چټکتیا (سرعت)  $24$  غوټي (Knoten) د چټکتیا د شمیرلو یوون یا واحد دی.)

د شمال له لور یو په  $9$  غوټو د اوبو زوریزه بهیدنه د کیښتی خوزښت اغیز من کوي یا د کیښتی په خوزښتاغیز کوي.



و کورس تغیر ( په درجو ) څومره لوي ديد او دا په کومه لور صورت نیسي؟  
 کینتې د بحر په لینده کومه [تکتیا لري؟  
 په غوټه = ۱ بحري مایل په ساعت کې، چې دا 1,852 km/h دی.  
 شپږم: یوه الوتکه د 10 kN د تیلو هل زور سره په همغه یا ثابت جگوالي سیده  
 کرنیزه تیلو هل کیږي. یو باد د 6 kN برابر پاتې زور پرې اچوي.  
 په دې الوتکه ټول څومره زور یا قوه پرېوځي؟  
 د غوښتونې الوتنې لار د کوم کونج لاندې باید تلنلار لور وساتل شي، چې موخه ځای  
 ته ورسیدو؟

حلونه

نتیجې

لومړی:

الف -

$$|\vec{a}| = a = 4,6 \quad |\vec{b}| = b = 4,0 \quad \alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$$

$$|c| = c = 7,454 \quad |\vec{d}| = d = 4,331 \quad \beta = \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 27,693^\circ \quad \gamma = \angle(\vec{a}, \vec{d}) = 53,11^\circ$$

ب -

$$|\vec{a}| = a = 4,2 \quad |\vec{b}| = b = 3,8 \quad \alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$$

$$|c| = c = 4,015 \quad |\vec{d}| = d = 6,931 \quad \beta = \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 55,05^\circ \quad \gamma = \angle(\vec{a}, \vec{d}) = 28,346^\circ$$

پ -

$$|\vec{a}| = a = 4,7 \quad |\vec{b}| = b = 3,2 \quad \alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 250^\circ$$

$$|c| = c = 4,695 \quad |\vec{d}| = d = 6,528 \quad \beta = \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 39,828^\circ \quad \gamma = \angle(\vec{a}, \vec{d}) = 27,427^\circ$$

ت -

$$|\vec{a}| = a = 3,5 \quad |\vec{b}| = b = 4,2 \quad \alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 290^\circ$$

$$|c| = c = 6,32 \quad |\vec{d}| = d = 4,454 \quad \beta = \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 38,642^\circ \quad \gamma = \angle(\vec{a}, \vec{d}) = 62,397^\circ$$

دویم:

$$|\vec{F}_1| = F_1 \approx 25,456 \text{ kN} \quad |\vec{F}_2| = F_2 \approx 34,773 \text{ kN}$$

په مټه  $s_1$  راکنبلو زور او په مټه  $s_2$  د فشار زور باندي باريري.

دریم: د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج باید  $120^\circ$  وي. څلورم:

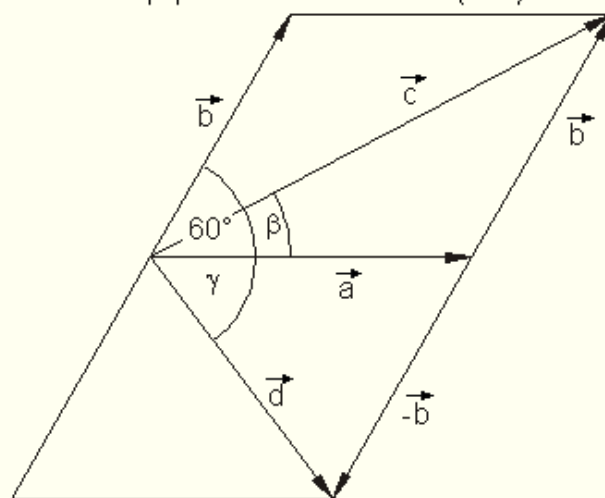
$$|\vec{R}| \approx 91,023\text{N} \quad \alpha_1 = \angle(\vec{R}; \vec{F}_1) \approx 19,672^\circ \quad \alpha_2 = \angle(\vec{R}; \vec{F}_2) \approx 30,328^\circ$$

پنځم: د لاري انحراف پهجنوب لور نږدې  $11,837$  درجي دی. د بحر سطحه باندې چټکتیا نږدې  $31,024$  غوټې یا گنډې ده، نږدې  $57,456$  km/h کيږي. شپږم: په الوتکه یوه د  $12,523$  kN قوه پرېوزي. غوښتونې الوتنلار ته کونج  $28,153^\circ$  دی.

مفصل حلونه:

لومړی: الف-

$$|\vec{a}| = a = 4,6 \quad |\vec{b}| = b = 4,0 \quad \alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$$



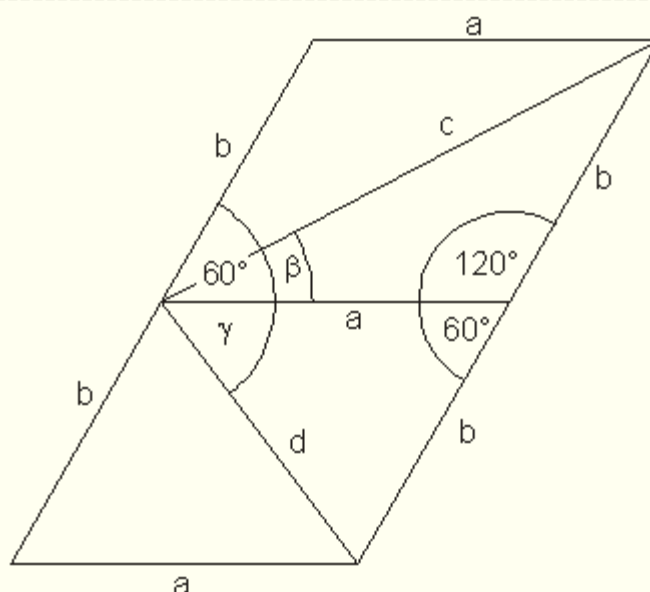
د رسم له اري حل راكوي:

$$|\vec{c}| \approx 7,4$$

$$|\vec{d}| \approx 4,3$$

$$\beta = \angle(\vec{a}, \vec{c}) \approx 27,7^\circ$$

$$\gamma = \angle(\vec{a}, \vec{d}) \approx 53,1^\circ$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.  
ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(120^\circ)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(60^\circ)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 4 \cdot \cos(120^\circ) \approx 55,56 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx \underline{\underline{7,454}}$$

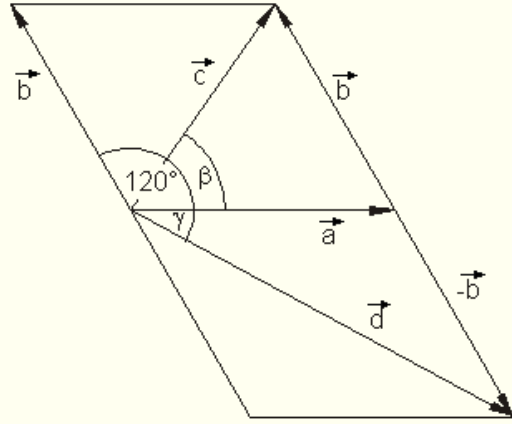
$$d^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ) \approx 18,76 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx \underline{\underline{4,331}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,885 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{27,693^\circ}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,6 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 53,11^\circ$$

$$|\vec{a}| = a = 4,2 \quad |\vec{b}| = b = 3,8 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$$

لومړی ب:



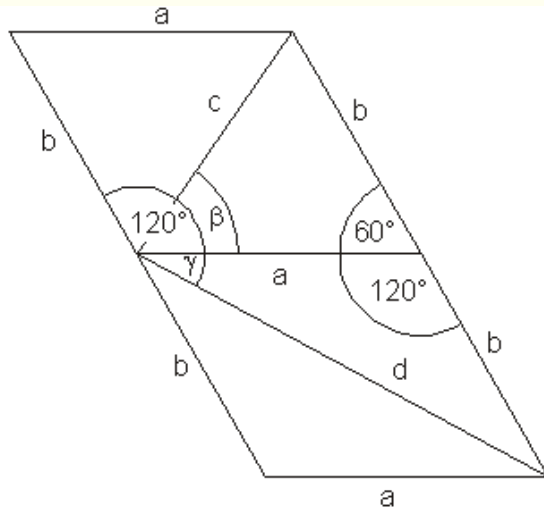
شمیرنیز حل راکوي:

$$|\vec{c}| \approx 4,0$$

$$|\vec{d}| \approx 6,9$$

$$\beta = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{c}) \approx 54,9^\circ$$

$$\gamma = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{d}) \approx 28,3^\circ$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.  
ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(60^\circ)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(120^\circ)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2 \cdot 4,2 \cdot 3,8 \cdot \cos(60^\circ) \approx 16,12 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx \underline{\underline{4,015}}$$

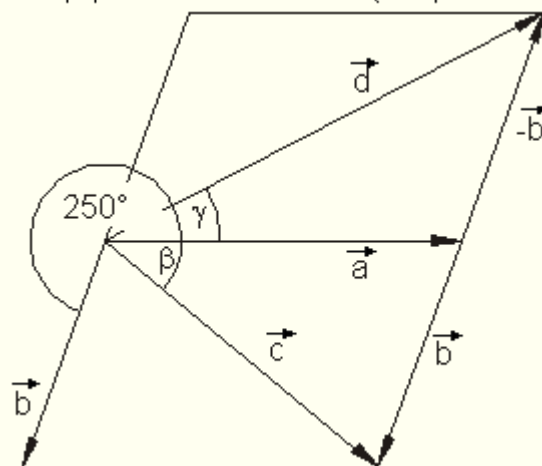
$$d^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2 \cdot 4,2 \cdot 3,8 \cdot \cos(120^\circ) \approx 48,04 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx \underline{\underline{6,931}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,573 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{55,05^\circ}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,88 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{28,346^\circ}}$$

لومری پ-

$$|\vec{a}| = a = 4,7 \quad |\vec{b}| = b = 3,2 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 250^\circ$$



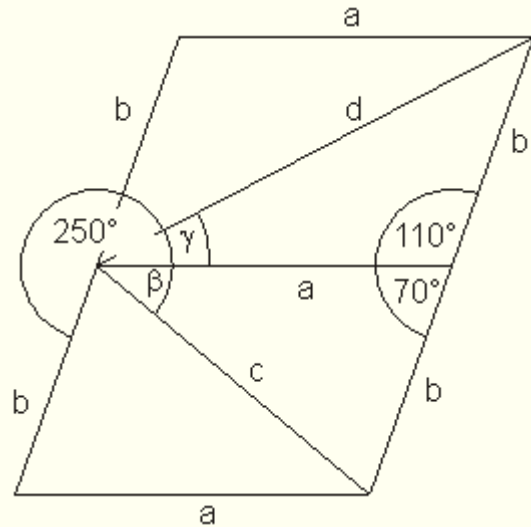
د رسم له اړې حل راکوي:

$$|\vec{c}| \approx 4,7$$

$$|\vec{d}| \approx 6,5$$

$$\beta = \angle(\vec{a}, \vec{c}) \approx 39,8^\circ$$

$$\gamma = \angle(\vec{a}, \vec{d}) \approx 27,4^\circ$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.  
ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(70^\circ)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(110^\circ)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2 \cdot 4,7 \cdot 3,2 \cdot \cos(70^\circ) \approx 22,042 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx 4,695$$

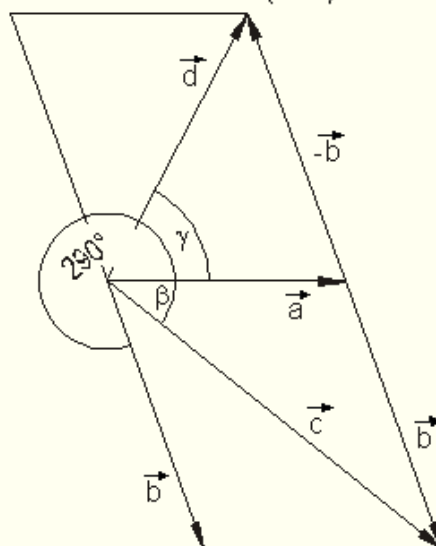
$$d^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2 \cdot 4,7 \cdot 3,2 \cdot \cos(110^\circ) \approx 42,618 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx 6,528$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,768 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 39,828^\circ$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,888 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 27,427^\circ$$

لومری ت -

$$|\vec{a}| = a = 3,5 \quad |\vec{b}| = b = 4,2 \quad \alpha = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 290^\circ$$



د رسم له لاری حل راكوي:

$$|\vec{c}| \approx 6,3$$

$$|\vec{d}| \approx 4,5$$

$$\beta = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{c}) \approx 38,6^\circ$$

$$\gamma = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{d}) \approx 62,3^\circ$$

شمیرنیز حل د کوساین جملې په  
مرسته لاس ته راوړو.

ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(110^\circ)$$

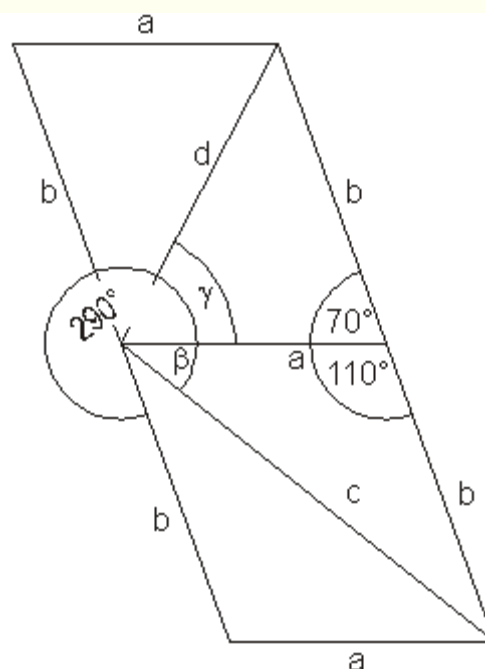
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(70^\circ)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$



$$c^2 = 3,5^2 + 4,2^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 4,2 \cdot \cos(110^\circ) \approx 39,945 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx \underline{\underline{6,32}}$$

$$d^2 = 3,5^2 + 4,2^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 4,2 \cdot \cos(70^\circ) \approx 19,835 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx \underline{\underline{4,454}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,7,81 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{38,642^\circ}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,4,63 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{62,397^\circ}}$$

دویم:

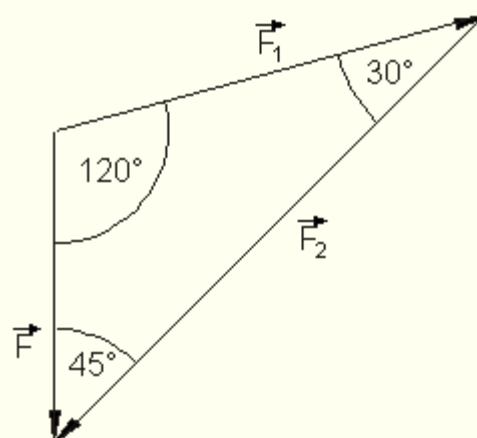
$$|\vec{F}| = F = 18 \text{ kN}$$

$$\alpha = 45^\circ \quad \beta = 30^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$= 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$$





شمیرل د ارزښتونو سره کیري

$$\frac{F}{\sin(30^\circ)} = \frac{F_1}{\sin(45^\circ)} \Leftrightarrow F_1 = \frac{F}{\sin(30^\circ)} \cdot \sin(45^\circ) = \frac{18 \text{ kN}}{\sin(30^\circ)} \cdot \sin(45^\circ) \approx 25,456 \text{ kN}$$

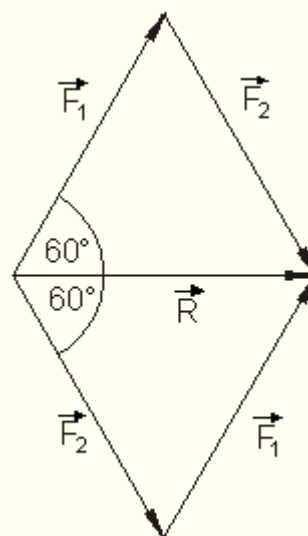
$$\frac{F}{\sin(30^\circ)} = \frac{F_2}{\sin(105^\circ)} \Leftrightarrow F_2 = \frac{F}{\sin(30^\circ)} \cdot \sin(105^\circ) = \frac{18 \text{ kN}}{\sin(30^\circ)} \cdot \sin(105^\circ) \approx 34,773 \text{ kN}$$

مټه s1 د  $|\vec{F}_1| = F_1 \approx 25,456 \text{ kN}$  سره په راکښلو په کار راځي

مټه s2 د  $|\vec{F}_2| = F_2 \approx 34,773 \text{ kN}$  سره سر فشار په کار راځي

په مټه s1 باندې د راکښلو زور او په مټه s2 باندې د فشار زور باریږي.

دریم: که جمعه یا نتیجه همغه ارزښت ولري، لکه دواړه، په یوه ټکي برید کونکي قوه، نو باید وکتور د درېگودی یا مثلث هر یو کوج  $60^\circ$  درجې دي. په غبرگ اړخیز د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج  $120^\circ$  دی. په یوه ټکي برید کونکي برابر لوي قوي یو له بل سره یو د  $120^\circ$  درجو کونج جوړوي.



څلورم:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \sphericalangle (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ ist } \alpha = 50^\circ$$

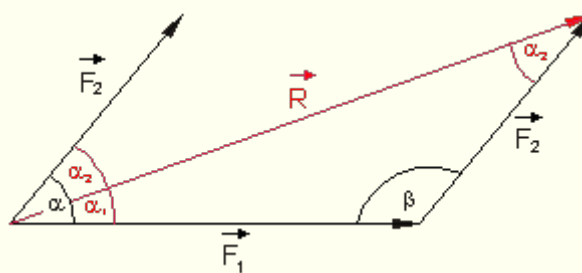
$$\beta = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

د کوساین جملې له مخې باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$

$$= \sqrt{(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos(130^\circ))} \text{ N}^2$$

$$\approx \underline{\underline{91,024 \text{ N}}}$$



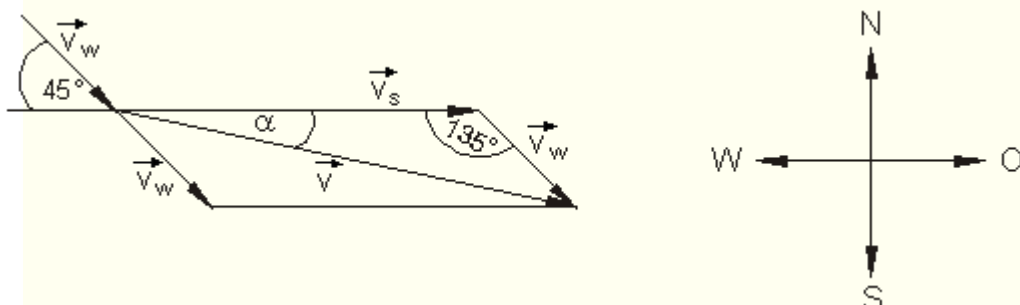
د کوساین جملې له مخې باور لري

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91,024} \cdot \sin(130^\circ) \approx 0,337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0,337) \approx \underline{19,672^\circ}$$

له R او  $F_1$  رابند کون دی. دا چې  $\alpha_1$  او  $\alpha_2$  ځانونه  $\alpha = 50^\circ$  کونج ته پوره کوي، نو د R او  $F_2$  ترمنځ کونج به شي. پنځم: یو رسم تناسب روښانه کوي.



د کیشتی د وتونکوچ ارزښت د  $v_s$  سره په نخښه کيږي، د اوبو د جريان چټکتيا د  $v_w$  سره. ترې راوتلی يا نتیجه چټکتيا د  $v$  سره. دا ترڅنگ بوربورکۍ د اسمان لور ښايي.

له  $v_s$  او  $v_w$  رابند کونج  $130^\circ$  دی. لپاره د کوساين جملې سره باور لري:

$$v = \sqrt{v_s^2 + v_w^2 - 2v_s \cdot v_w \cdot \cos(135^\circ)} = \sqrt{657 - 432 \cdot \cos(135^\circ)} \approx \sqrt{962,476} \approx \underline{\underline{31,024}}$$

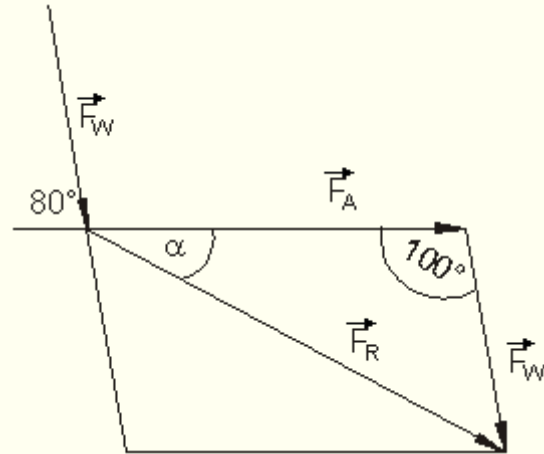
د ساين له جملې سره لاس ته راځي:

$$\frac{v_w}{\sin(\alpha)} = \frac{v}{\sin(135^\circ)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{v_w \cdot \sin(135^\circ)}{v} \approx 0,205$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{v_w \cdot \sin(135^\circ)}{v}\right) \approx \underline{\underline{11,837^\circ}}$$

د سمندر په سر د کیشنی چټتیا 31,024 Knoten، دا نږدې 57,456 km/h کيږي. په جنوبي لور د لار یا د تگ په څنګیدنه نږدې 11,837 درجې په نڅبنه کيږي.

شپږم: یو رسم اړیکې سره روښان کوي



د الوتکې د تیلوهلو زور ارزښت د  $F_A$  سره په نڅبنه کوو، دا د باد زور د  $F_W$  سره تری لاس ته راغلی زور دی  $F_R$  وي.

د  $F_A$  او  $F_W$  څخه رابند کونج  $100^\circ$  دی. د  $F_R$  لپاره د کوساین جملې په مرسته باور لري:

$$F_R = \sqrt{F_A^2 + F_W^2 - 2 \cdot F_A \cdot F_W \cdot \cos(100^\circ)} = \sqrt{136 - 120 \cdot \cos(100^\circ)} \approx \sqrt{156,838} \approx 12,523$$

د ساین د جملې سره لاس ته تری راځي:

$$\frac{F_W}{\sin(\alpha)} = \frac{F_R}{\sin(100^\circ)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{F_W \cdot \sin(100^\circ)}{F_R} \approx 0,472$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{F_W \cdot \sin(100^\circ)}{F_R}\right) \approx \underline{\underline{28,153^\circ}}$$

په ټولیزه توګه یا ټولټال په الوتکه د 12,523 kN زور پرپوزي یا اغیز لري. د دې لپاره چې موخه ځای ته ورسېږو، باید یو د  $28,153^0$  کونج لاندې د د باد په لور د الوتکې خط السیر یا تګلار وساتل شي.

### د S - ضرب او یوونوکتور یا واحدوکتور

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د  $4a = a + a + a + a$  بڼې الجبري ترم په دې معنا دی:

$$\frac{3}{4}a$$

د  $\frac{3}{4}$  لاندې سری په ورته توګه د  $\frac{3}{4}$  پوهیږي.

دا لیکندول، د خپلې معنا سره، کیدی شي سری د وکتور شمیرني لپاره هم ترې ونیسي.

د  $4\vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a}$  لاندې سری یو وکتور پوهیږي د  $\vec{a}$  د لور او لوریزوالي سر

او ۴ واره یا ځله د  $\vec{a}$  د اورډوالي سره.

$$\frac{3}{4}\vec{a}$$

د  $\frac{3}{4}\vec{a}$  لاندې یو وکتور پوهیږو د  $\vec{a}$  د لور سره او  $\frac{3}{4}$  د  $\vec{a}$  اورډوالی سره.

پېژند(تعریف):  $k$  د یو مثبت حقیقي عدد وي او  $\vec{a}$  یو وکتور .

د  $k \cdot \vec{a} = k\vec{a}$  لاندې وکتور پوهیږو، چې همغه لور او اورینټیشن ولري، لکه  $\vec{a}$  او

$k$  ځله دومره اورډ دی لکه  $\vec{a}$  ،

پسې دې باور ولري:  $0\vec{a} = \vec{0}$  (صفر وکتور)

او  $-k\vec{a} = (-k)\vec{a} = -(\vec{k}\vec{a})$  (د  $k\vec{a}$  معکوس یا په څټ وکتور)

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره S - ضرب بلل کیږي.

د S - ضرب لپاره لاندې شمیرقوانین باور لري:

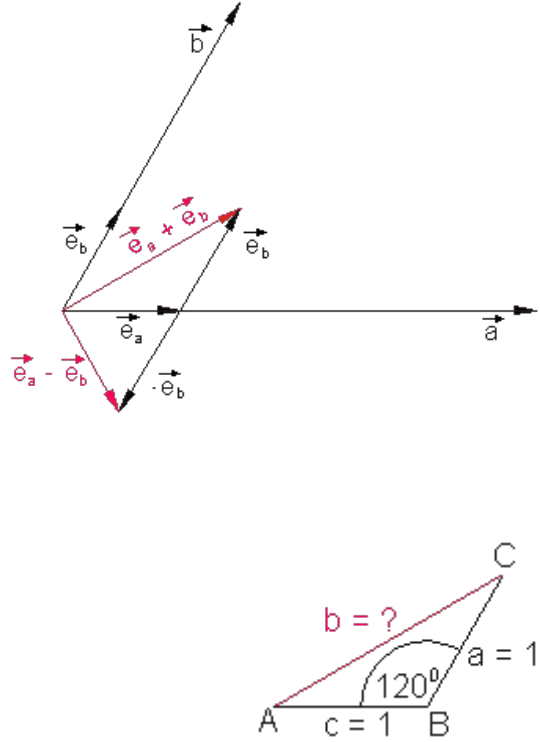
جمله: د هر  $k, k_1, k_2$  عدد او  $\vec{a}, \vec{b}$  وکتورونو لپاره باور لري:

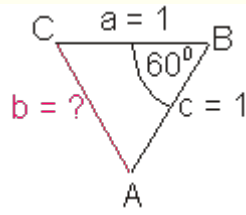
|  |  |
|--|--|
| $k_1(k_2\vec{a}) = k_1 \cdot k_2 \vec{a}$ $(k_1 + k_2)\vec{a} = k_1\vec{a} + k_2\vec{a}$ $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ $1\vec{a} = \vec{a}$ | <p>اسوځیاتیو قانون</p> <p>لومړی دیستریبوتیو قانون</p> <p>دویم دیستریبوتیو قانون واحدقانون یا</p> <p>یوون قانون</p> |
|--|--|

واحد وکتور (یونو وکتور) پیژند (تعریف) مور دوه وکتورنه (یو بل سره) غیرگ (یا کولینیار **kollinear**) بولو، که یو له دواړو د دې بل ډېرواره یا خوځله وي.

پیژند (تعریف): که د ټولو کولینیارو (غبرگو) وکتورونو انځورونې ته یو بنسټ وکتور  $\vec{a}$  د اوږدوالي ۱ سره (یعنې  $|\vec{a}| = 1$ ) وکاروو، نو سړی دا د وکتور  $\vec{a}$  په لور واحد وکتور یا یون وکتور  $\vec{e}_a$  بولي. د وکتور اوږدوالی د وکتور اوږدوالی هم بلل کیږي. ټول وکتورونه د اوږدوالي ۱ سره واحد وکتورونه (یونو وکتورونه) بلل کیږي.

هر په خوښه وکتور کیدی شي د یوه واحد یا یونو وکتور د څو ځله په حیث انحر کړی شي.

|  |  |
|--|--|
|  | <p>بیلگه ۱: لاندې وکتورونه ورکړ شوي</p> <p><math>\vec{a} = 4\vec{e}_a</math> او</p> <p><math>\vec{b} = 3\vec{e}_b</math>; <math>\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ</math></p> <p>وکتورونه <math>\vec{a}</math> او <math>\vec{b}</math></p> <p><math>\vec{e}_a + \vec{e}_b</math> او همداسې</p> <p><math>\vec{e}_a - \vec{e}_b</math> رسم کړئ</p> <p>او وشمیرئ <math> \vec{e}_a + \vec{e}_b </math> او</p> <p>همداسې <math> \vec{e}_a - \vec{e}_b </math></p> <p>د اړخ یا ضلعي <math>b</math> شمیرنه د کوساین جملې سره کیږي.</p> <p><math>b =  \vec{e}_a + \vec{e}_b </math></p> |
|--|--|



$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$

$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^\circ)}$$

$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot (-0,5)} = \sqrt{3} \approx 1,734$$

$$\Rightarrow |\vec{e}_a + \vec{e}_b| = \sqrt{3} \approx 1,734$$

د اړخ b شمیرنه د کوساین جملې سره کیدی شي.

$$b = |\vec{e}_a - \vec{e}_b|$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$

$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^\circ)}$$

$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot 0,5} = \sqrt{1} = 1$$

$$\Rightarrow |\vec{e}_a - \vec{e}_b| = \sqrt{1} = 1$$

### وکتور فضا

یوه وکتور فضا یا کرښیزه فضا یو الجبري جوړښت دی، چې توکي یې وکتورونه بلل کیږي. دا کیدی شي د کیدی شي سره جمعه شي یا د عددونو (سکالار) سره ضرب شي. نتیجه یې بیرته د همغې وکتور فضا وکتور دی.

په یوه حقیقي وکتور فضا  $V$  کې، دا یوه داسې ده، چې په هغې کې سکالار حقیقي عدد دی، لاندې قوانین باور لري:

وکتور فضا:

د هر عدد  $\{k, k_1, k_2\} \in \mathbb{R}$  لپاره او د وکتور په حیث هر  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \in V$  لپاره باور لري.

|   |   |
|---|---|
| $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ $k_1(k_2 \vec{a}) = k_1 \cdot k_2 \vec{a}$ $(k_1 + k_2) \vec{a} = k_1 \vec{a} + k_2 \vec{a}$ $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ $1\vec{a} = \vec{a}$ | <p>اسوځيائيو قانون<br/>په <math>v</math> د صفر توکی يا بي اغيزه<br/>يا بي پلوه توکی<br/>په <math>v</math> کې نسبت جمعي ته په څټ يا<br/>معکوس توکی<br/>بدلیدونکی يا کموتاتيو قانون</p> <p>د ضرب اسوځيائيو قانون<br/>د سکالار د جمعي ديستريبيوتيو قانون<br/>د وکتورونو د جمعي ديستريبيوتيو<br/>قانون</p> <p>واحدقانون يا يوون قانون</p> |
|---|---|

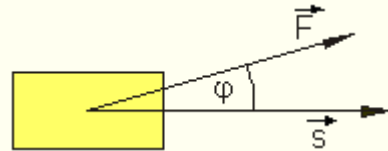
پورته تعريف په حقيقي وکتور فضا رابند يا محدود دی، ځکه چې په لاندې فقط د داسې جوړځتونو سره کار کيږي.

### سکالار ضرب

د سکالار ضرب تعريف (پيژند):

د فزيکي موخه د کار تعريف د دوه وکتورونو ترمنځ يوه ترنه (نېلونه، عمليه) ده، چې نتيجه يې يو حقيقي عدد دی.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos(\varphi)$$



پيژند (تعريف):

د دوه وکتورونو  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  سکالار ضرب  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  شميرل کې، چې د دواړو وکتورونو سکالار له دوي څخه رابند کونج يا زاويې د کوساين سره ضرب شي:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

په پام کې ولرئ: د دوه وکتورونو سکالار ضرب صفر کيږي، که لږ تر لږه له دې دواړو وکتورونو يو صفر وي، يا دواړه وکتورونه يو پر بل ولاړ يا عمود وي.



که  $\vec{a} = \vec{0}$  یا  $\vec{b} = \vec{0}$  او یا  $\vec{a} \perp \vec{b}$  وي.  
 ځکه چې له  $\vec{a} \perp \vec{b}$  لرو  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0$  دا په دې معنا چې  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$  یا  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 270^\circ$

د دوه برابر وکتورونو سکالار ضرب لپاره لرو یا لاس ته راځي:  
 $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos(0^\circ) = a \cdot a \cdot 1 = a^2$  (Bemerkung:  $|\vec{a}| = a$ )  
 د سکالار ضرب په مرسته کېدی شي د یوه وکتور ارزښت انځور شي.  
 $a = |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$ : (مطلق ارزښت)

د سکالار ضرب لپاره شمیر قوانین.

جمله:

د ټولو  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  او  $k \in \mathbb{R}$  لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} \quad \text{بدلید قانون}$$

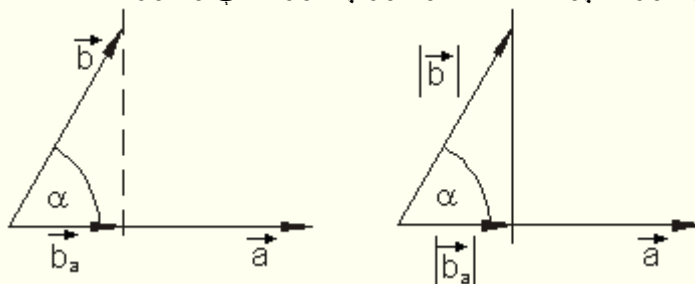
$$(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b}) = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) \quad \text{اسوسیاتیو قانون}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

دیسټریبوتیو قانون

بیلگه ۱:

دوه وکتورونه  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  ورکړ شوي دي، چې مختلف لوري لري.  
 غوښتونې د وکتور  $\vec{b}$  پریسوتون (پریوتل) دي په وکتور  $\vec{a}$  باندې، همداسې د  $\vec{b}$  وکتور کمپوننت د  $\vec{a}$  وکتور په لور یعنی وکتور  $\vec{b}_a$ .



باور لري  $\vec{b}_a = |\vec{b}_a| \cdot \vec{e}_a$  ، چيرته چی  $\vec{e}_a$  د  $\vec{a}$  واحد یا یوونوکتور دی. دی

$$\vec{e}_a = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

$$\Rightarrow \vec{b}_a = |\vec{b}_a| \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \quad (1)$$

د  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  د سکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha) \quad (2)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{b}_a|}{|\vec{b}|} \Leftrightarrow |\vec{b}_a| = |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha)$$

پسي د کوساین لپاره باور ري:

په (۲) کي کيردی:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}_a| \quad (3)$$

وکتور  $\vec{b}_a$  د وکتور  $\vec{b}$  پربوستون (پروجکشن) په وکتور  $\vec{a}$  دی.

دا چې دواړه همغه لور لري، نو د  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  د سکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b}_a = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}_a| \cdot \cos(0^\circ) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}_a| \quad (4)$$

له دې سره د (۳) او (۴) څخه لاس ته راځي:

$$\begin{aligned} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}_a| &= \vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}| \cdot |\vec{b}_a| &= \vec{a} \cdot \vec{b}_a \end{aligned} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}_a$$

د  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  د بدلون لپاره همداسي  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}_b \cdot \vec{b}$  باور لري.

په (۱) د اېنولو سره راکوي: په (۳) څخه لاس ته راځي:  $|\vec{b}_a| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$

$$\vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a}_b = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{b^2} \cdot \vec{b} \quad \text{همداسي} \quad \vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

د وکتورونو د بدلون سره راګوي:

په ټولیزه توګه کړی شو ووايو:

د دوه وکتورونو سکالار ضرب تغیر نه خوري، که سړی یو د بل وکتور د اوږدوالي کمپوننت پېڅای کيږدي.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}_a = \vec{a}_b \cdot \vec{b}$$

داچې د دوه وکتورونو وېش نه دی تعريف، کیدی کلهکله لاندې اړیکې مرسته وکړي.

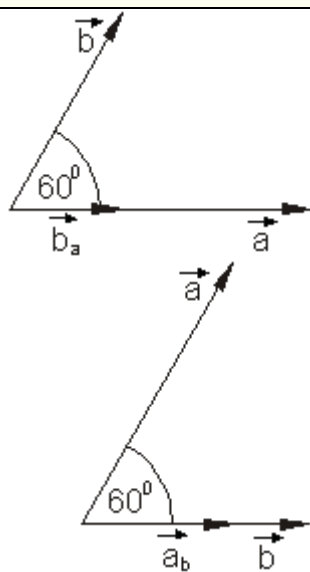
$$\vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a} \text{ bzw. } \vec{a}_b = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{b^2} \cdot \vec{b}$$

بیلګه ۲:

دوه وکتورونه  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  او د ارزښت  $a=4LE$  (د سطحې واحدونه یا یونونه) او

$b=3LE$  (د سطحې واحدونه یا یونونه) سره یو د  $60^\circ$  کونج جوړوي.

$\vec{a}_b$  او  $\vec{b}_a$  وشمیرئ. نتیجه یې انځوریز وازمایئ.



$$\vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(60^\circ) = 4 \cdot 3 \cdot 0,5 = 6$$

$$a^2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| = 4 \cdot 4 = 16$$

$$\Rightarrow \vec{b}_a = \frac{6}{16} \cdot \vec{a} = \frac{3}{8} \cdot \vec{a}$$

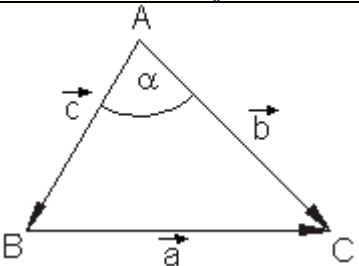
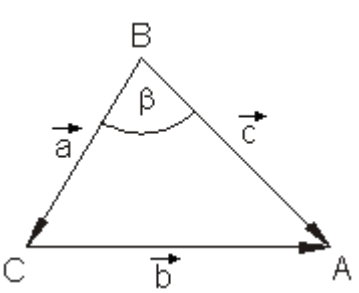
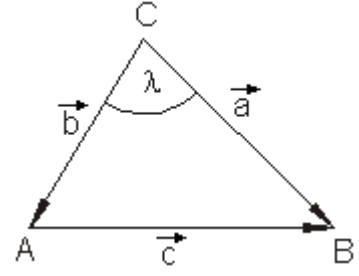
$$\vec{a}_b = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{b^2} \cdot \vec{b}$$

$$b^2 = |\vec{b}| \cdot |\vec{b}| = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\Rightarrow \vec{a}_b = \frac{6}{9} \cdot \vec{b} = \frac{2}{3} \cdot \vec{b}$$

بیله ۳:

د سطحی تریگونومتری (مثلثاتو) دکوساین جمله دی وکارول شی.

|   |  |
|---|--|
|    | $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \mid \vec{b} - \vec{c}$ $\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b} - \vec{c} \text{ quadrieren}$ $\Rightarrow a^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = (\vec{b} - \vec{c})^2 = b^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c} + c^2$ $= b^2 + c^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c}$ $= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$ |
|   | $\vec{b} - \vec{c} + \vec{a} = \vec{0} \mid \vec{c} - \vec{a}$ $\Leftrightarrow \vec{b} = \vec{c} - \vec{a} \text{ quadrieren}$ $\Rightarrow b^2 = \vec{b} \cdot \vec{b} = (\vec{c} - \vec{a})^2 = c^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{c} + a^2$ $= a^2 + c^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{c}$ $= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$  |
|  | $\vec{c} - \vec{a} + \vec{b} = \vec{0} \mid \vec{a} - \vec{b}$ $\Leftrightarrow \vec{c} = \vec{a} - \vec{b} \text{ quadrieren}$ $\Rightarrow c^2 = \vec{c} \cdot \vec{c} = (\vec{a} - \vec{b})^2 = a^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + b^2$ $= a^2 + b^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ $= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$ |

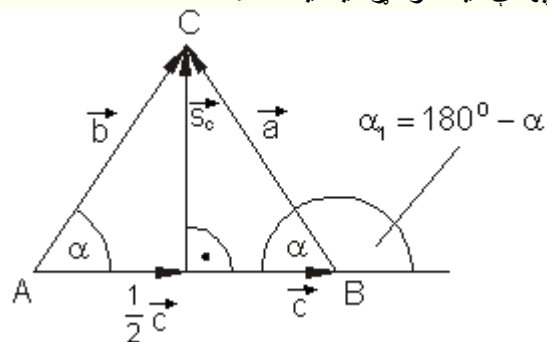
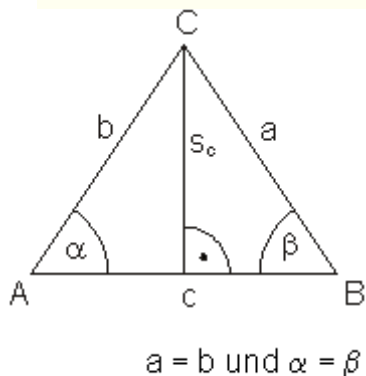
د یوه ولاړگودیز یا قایم الزاویه مثلث (درېگودي) خانگرنوالی:

دا چي یو په بل ولاړو یا قایم وکتورونو سکالار ضرب صفر دی، سری د پورته جملې لپاره د پیناگوراس (فیثاغورث) جمله لاس ته راوړي.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

بیلگه ۴

وینایي چي د یوه برابر اړخیز یا مساوی الاضلاع مثلث اړخینمی (ناصف الاضلاع) بهدي نیغه ولاړه یا قایمه ده.



$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \triangleq a = b \text{ und } \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)$$

وکتور مساوات یا برابرېون:

$$\vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{b} - \vec{a} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} - \vec{s}_c = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{s}_c = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} \quad (2)$$

$$\vec{s}_c = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \quad \text{د (۱) سره کيږي}$$

د دې لپاره وینایو چي  $\vec{s}_c \perp \vec{c}$  دی، باید باور ولري:  $\vec{s}_c \cdot \vec{c} = 0$

$$\vec{s}_c \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}ac \cdot \cos(180^\circ - \alpha) + \frac{1}{2}bc \cdot \cos(\alpha)$$

د  $b = a$  او  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)$  سره دی:

$$\vec{s}_c \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \vec{s}_c \perp \vec{c}$$

څه چي د بنوولووو.

د اوکلید یا اقلیدس وکتور فضا

د اوکلید وکتور فضا پیژند (تعریف):

که د یوه حقیقي وکتور فضا پرته الجبري جوړښت، لکه په لاندې توګه

د هر عدد  $\{k, k_1, k_2\} \in \mathbb{R}$  لپاره او د وکتور په حیث هر  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \in V$  لپاره باور لري.

|  |   |
|--|---|
| $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ $k_1(k_2 \vec{a}) = k_1 \cdot k_2 \vec{a}$ $(k_1 + k_2)\vec{a} = k_1 \vec{a} + k_2 \vec{a}$ $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ $1\vec{a} = \vec{a}$ | <p>اسوځیاتیو قانون<br/>په <math>V</math> د صفر توکی یا بیاغیزه<br/>یا بی پلوه توکی<br/>په <math>V</math> کې نسبت جمعی ته په څنټ یا معکوس<br/>توکی<br/>بدلیدونکی ا کموتاتیو قانون<br/>د ضرب اسوځیاتیو قانون<br/><br/>د سکالار د جمعی دیستریبوتیو قانون<br/>د وکتورونو د جمعی دیستریبوتیو قانون<br/>واحدقانون یا یوون قانون</p> |
|--|---|

لاندې قوانین هم باور ولري

د هر عدد  $\{k, a\} \in \mathbb{R}$  او  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \in V$  دوکتور په حیث لپاره باور لري:

|   |   |
|---|---|
| $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b})$ $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 =  \vec{a} ^2 = a^2$ | <p>د سکالار ضرب بدلید قانون<br/>د سکالار ضرب دیستریبوتیو قانون<br/>ګډوله اسوځیاتیو قانون<br/>د وکتور (مطلق) ارزښت</p> |
|---|---|

نوسری د اوکلید یا اقلیدس فضا څخه غږیږي یا دا د اقلیدس فضا بولو.

یادونه:

یوه وکتور ته نسبت سکالار ضرب ته معکوس یا په څت توکی نه شته. دا په دې معنا، چې سړی د وکتور سره وپشنه نه شي کولی. د وکتورونو نسبت سکالار ضرب ته نا پیلې توکی نه شته، حکه چې نتیجه یو حقیقي عدد دی او وکتور نه دی.

## وکتوري ضرب

د وکتوري ضرب پیژند یا تعریف:

که یو هوکتور د یوه عدد سره ضرب شي، نو نتیجه بیرته یو وکتور دی. د ضرب دا ډول  $S$  - ضرب بلل کیږي.

که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، داسې په نامه سکالار بډول ضرب.

برسیره له دې د وکتورونو ضربډول شته، د کومو سره چې ضرب بیرته وکتور ډیول وکتور ضرب یا وکتوري ضرب بلل کیږي، کله کله اټیران ضرب یا صلیبي ضرب (زه صلیبي ضرب ته اټیران ضرب وایم اټیران د لوبو هغه څیره ده، چې دوه کرښې سره په کې پریکوي). پخوا له دې چې مور د دې ضرب ځانونه په کار اچوو یا مشغولوو، باید روښانه شي، چې دا ډول ضرب څنگه تعریف دی.

پیژند( تعریف):

د دوه وکتورونو  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  د ضرب لاندې یو وکتور  $\vec{a} \times \vec{b}$  پوهیږو، چې د لاندې خویونو سره خویز کرکټري شوی دی:

لومړی:  $\vec{a} \times \vec{b}$  په  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  نیغ ولاړ دی یعنې قایم دی.

دویم:  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  او  $\vec{a} \times \vec{b}$  په دې ترتیب یو ښی سیستم جوړوي.

دریم:  $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\angle \vec{a}, \vec{b})$  چیرته چې  $0 \leq \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq \pi$ .

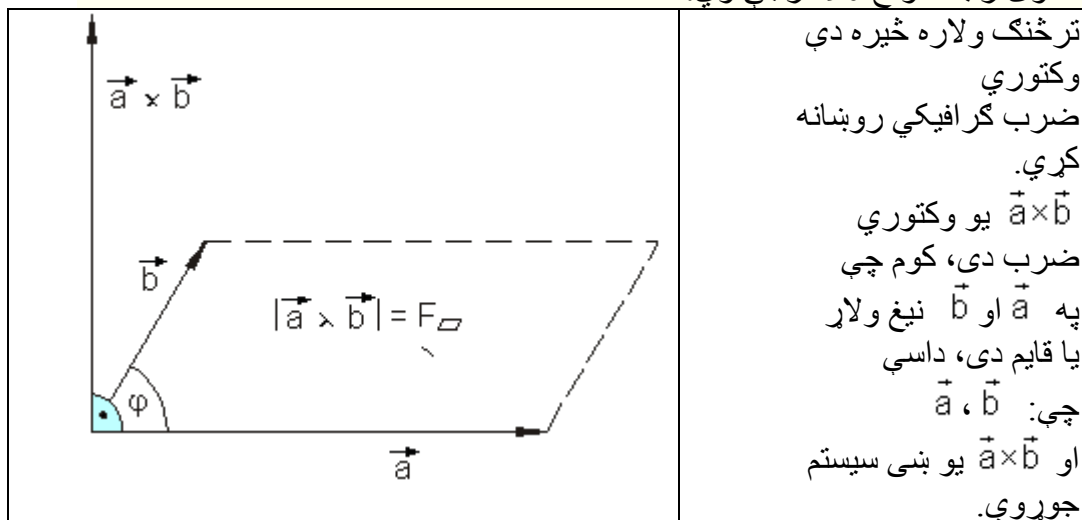
له پورته تعریف څخه سیده لرو:

د ده وکتورونو وکتوري ضرب ارزښت صفر لري، که لږ تر لږه له دواړو وکتورونو یو صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه غبرگ یا موازي وي.

معکوس یا په څت هم باور لري:

که د دوه وکتورونو ضرب له کومو، چې یو یې هم صفر وکتور نه وي، نو دا غبرگ دي.

د تعریف د دریم شرط څخه لاس ته راځي، چې هلته خپل لوي ارزښت لري، که له هغوی رابند کونج 90 درجي وي.



د دي ارزښت له دي دواړو وکتورونو غزیدلي غبرگ اړخیز یا موازی الاضلاع سطحې خونديونه ده.

بنی سیستم په دي معنا دی:

که لومړی وکتور د ساعت څرخونې (لریمک ورته وایي که څنگه؟) په موخه د دویم وکتور په لور وڅرخیري، نو دا دریم داسې څرخي لکه یو پیچي میخ په بنی اورپدني سره د مخ لور ته. د وکتوري ضرب بونو لپاره بنی سیستم.

جمله :

د هر  $\{k\} \in \mathbb{R}$  عدد او  $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V^3$  د وکتور په حیث لپاره باور لري:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a}) \quad \text{الترناتیو قانون}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad \text{دیسټریبوتیو قانون}$$

$$(k\vec{a}) \times \vec{b} = k(\vec{a} \times \vec{b}) \quad \text{گډوله اسوخیاتیو قانون}$$



د دې شمیر قانون لپاره د استعمال لپاره جمله:  
بیلگه ۱:

$$(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v})$$

و شمیرئ:

حل یا اوبی:

$$\begin{aligned} (\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v}) &= \vec{u} \times \vec{u} + \vec{u} \times \vec{v} + \vec{v} \times \vec{u} + \vec{v} \times \vec{v} \\ &= \vec{0} - (\vec{v} \times \vec{u}) + (\vec{v} \times \vec{u}) + \vec{0} = \vec{0} \\ \vec{u} \times \vec{v} &= -(\vec{v} \times \vec{u}) \quad \text{او} \quad \vec{u} \times \vec{u} = \vec{v} \times \vec{v} = \vec{0} \end{aligned}$$

بیلگه ۲: ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال و شمیرئ

$$\tan(\vec{a}, \vec{b})$$

و شمیرئ:

$$\begin{aligned} |\vec{a} \times \vec{b}| &= a \cdot b \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \sin(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= a \cdot b \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a \cdot b} \\ \tan(\vec{a}, \vec{b}) &= \frac{\sin(\vec{a}, \vec{b})}{\cos(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b} \cdot \frac{a \cdot b}{\vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{a \cdot b \cdot |\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b \cdot \vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}} \end{aligned}$$

بیلگه ۳:

ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال و شمیرئ

$$\tan(\vec{a}, \vec{b})$$

و شمیرئ:

حل یا اوبی:

$$\begin{aligned} |\vec{a} \times \vec{b}| &= a \cdot b \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \sin(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= a \cdot b \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a \cdot b} \end{aligned}$$

$$\tan(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sin(\vec{a}, \vec{b})}{\cos(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{a \cdot b \cdot |\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot a \cdot b} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$$

د وکتورونو برخ انځورونه (کمپوننتي انځورونه)

د وکتورونو برخ انځورونه (کمپوننتي انځورونه)

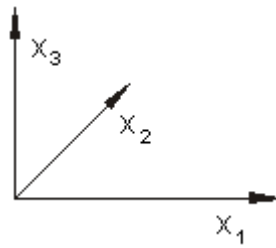
شمیرنه کي تر اوسه تنها يا ځانله د برخلونکو وکتورونو يو بل ته ترتيب يا نظم لور لوباوه. د دې سره د وکتورونو فضايي ځای غوره نه وو.

دا پای لاس ته راوړني ته اجازه ورکوي، چي وکتور شمیرنه د کواردینات- يا پروتولارسیستم څخه خپلواک دی. د ټاکلو پرابلمونو لپاره دابياهم ډېر گټور دی، که سړی د وکتور انځوروني لپاره يو پروتولار-يا کواردینات سیستم په بنسټ کي کيښولی شي يا ولري.

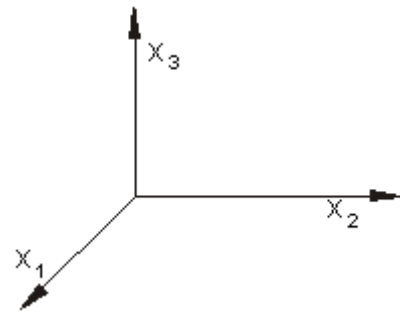
د پسي شمیرنو لپاره کارتيزي پروتولار- يا کارتيزي کواردینات سیستم په بنسټ کي ايښولکيري. دا دري يو په بل ولاړ يا قايم محورونه دي، چي په ترتيب د  $x_1, x_2$  او  $x_3$  سره په نڅينه کيري.

يادونه: د  $x_1, x_2$  او  $x_3$  لپاره يا پرځای کیدی شي دا د  $x, y$  او  $y$  محورونه هم وبلل شي، مگر د  $n$  بعدي يا  $n$  پراخيدوني وکتورونو لپاره به دا انځورونه په کمه کچه مناسب وي.

د کارتيزي کواردیناتسیستم لپاره لاندې دوه انځوروني، لکه په عمل کي چي ډېر کار تری اخستل کيري.



د  $x_1$  او  $x_3$  محورونه په رسمسټحه کي پرتي دي.



د  $x_2$  او  $x_3$  محورونه په رسمسټحه

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| مثبت $x_2$ محور د شالور ته بنیایي | کي پرا ته دي. مثبت $x_1$ محور دمخ لور ته بنیایي. |
|-----------------------------------|--|

وکتور  $\vec{a}$  په یوه فضايي کارټيزي کواورډیناتسټیم کې ا نځور پيري. دا د کواورډیناتونو محور کمپوننتونو سره غبرگ ټوټه کيږي.

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3$$

هره د دي دري کواورډیناتونو کيدی شي خان د همغه اړونده واحد وکتور خو ځله انځور کړي:

$$\vec{a} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3$$

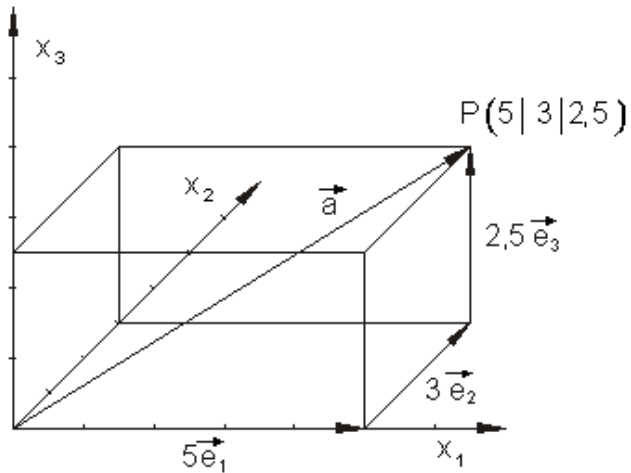
دري سکالار  $a_1$ ,  $a_2$  او  $a_3$  هغه چي د کواورډینات په لور د وکتورونو اوږدوالی ورکوي، د وکتور کواورډینات په نوم بلل کيږي.

بیلگه ۱

$$\vec{a} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2.5\vec{e}_3 \quad \text{وکتور}$$

دي په فضايي کارټيزي کواورډیناتسټیم کې رسم شي.

د دې لپاره چې وکتورونه انځور کړای شو، د هغه پیل ټکی په د کواوردینات په پیل ټکي کې ایښول کیږي. وکتور بیا له یوه کمپوننت څخه د وکتور جمعې قانون له مخې سره یوځای کیږي. په دې بیلگه کې دا رسم شوی وکتور د  $P(5|3|2,5)$  په پای مومي، چې کواوردیناتونه  $(5, 3, 2, 5)$  یې لري



بیلگه ښایي:

هغه وکتور، چې په درې بعدي- یا پراخیدوني فضا کې له کواوردینات پیل څخه راوځي، هلته په یوه ټکي کې پای مومي. همداسې هر ټکي په درې بعدي فضا کې د خپلو کواوردیناتونو له لارې یواځنی ټاکلی، دا کیدی شي د وکتورونو له لارې هم پېښه شي، چې د کواوردینات له پیله مو دې ټکي ته لارښودوي یا بیایي. داسې وکتورونه سړي ځای وکتورونه بولي.

ځای وکتور  $\vec{r} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2,5\vec{e}_3$  په ټکي  $P(5|3|2,5)$  کې پای کیږي

تولیز باور لري:  $\vec{r} = x_1\vec{e}_1 + x_2\vec{e}_2 + x_3\vec{e}_3$  په ټکي  $P(x_1|x_2|x_3)$  کې پیا کیږي.

دا چې په درې بعدي فضا کې د وکتور لویوالی او لور د کواوردینات د ورکړې سره یواځنی ټاکلی دی، سړی کړی شي د وکتور په لیکلو کې د واحدوکتور په ور کړه

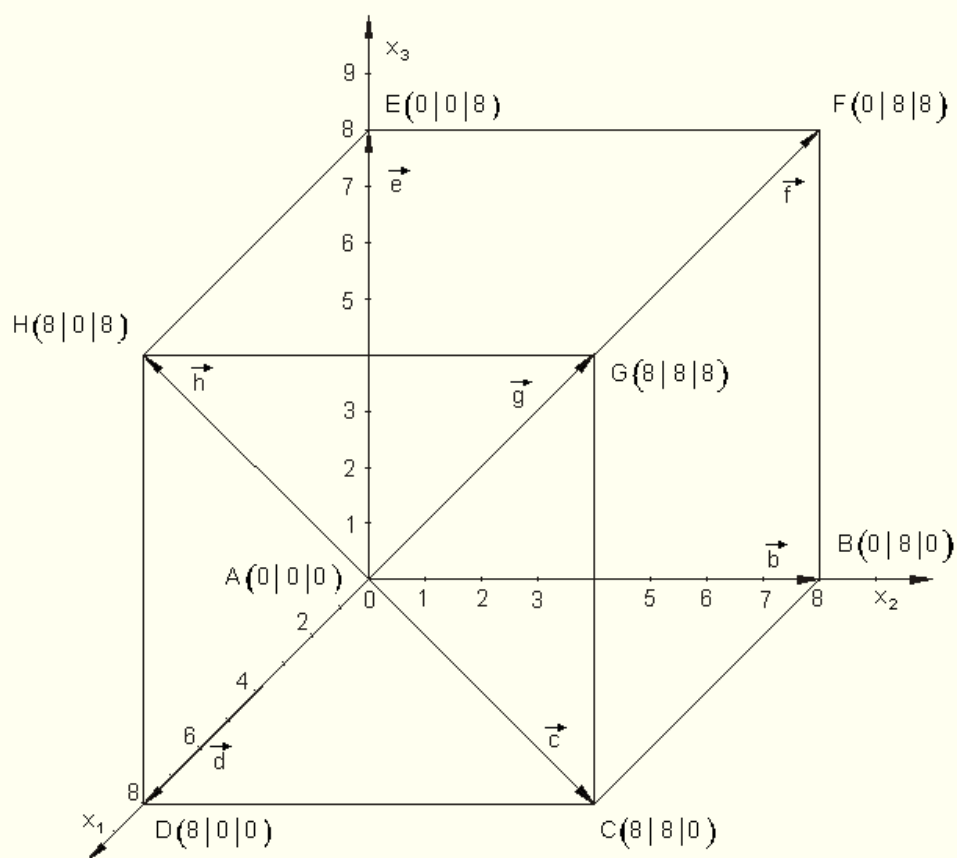
صرف نظر وکړي. یو وکتور کیدی د دې نیونو یا فرضیو لاندې ځان د درځ یا مټي متريکی په توګه هم ولیکي.

|   |   |
|---|---|
| <p>الماني له کینې بڼې لورته: کمپوننتونو انځورونه،<br/>کوآرډیناتونو انځورونه</p> $\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 \Leftrightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ <p style="text-align: center;">Komponentendarstellung                      Koordinatendarstellung</p> $\vec{a} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2,5\vec{e}_3 \Leftrightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2,5 \end{pmatrix}$ <p style="text-align: right;">ځانګړی:</p> | <p>د کمپوننت انځورونه او<br/>کوآرډینات انځورونه<br/>دوه مختلفي مګر برابر<br/>ارزښته لیکندولونه دي.</p> <p>یو وکتور چې ټکي P ته<br/>مو بیایي،<br/>لکه چې ترې لاس ته<br/>راځي<br/>انځورېږي:</p> $\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ <p>په<br/><math>P(x_1 x_2 x_3)</math><br/>تنظیم دی.</p> |
|---|---|

په پام کې ونیول شي، چې ځایوکتور، ی له تړلو وکتورونو په حیث د کوآرډینات یا پروتولار سیستم له سرچینې څخه یوه ټکي ته لارښودوي یا بیایي، هغو ازادو وکتورونو سره، چې په یوه فضا کې غبرګ راکښل کېږي بدل نه شي.

## بیلګه ۲

یو سترګی یا مکعب دې د ۸ سطحې واحدونو یا یونونو سره داسې په یوه کارتيزي (دیسکارتې) کوآرډیناتسیستم کې رسم شي، چې یو ګوډ یا کونج یې د کوآرډینات په سرچینه کې پروت وي. د دې مکعب(سترګی، چې موږ ورته دانه وایو) ټولو ګوډونو یا کونجونو کې دې ځایوکتورونه وکښل شي. ځایوکتورونه دې په کوآرډینات سیستم کې ورکړل شي.



د ځایوکتورونو لپاره باور لري:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$$

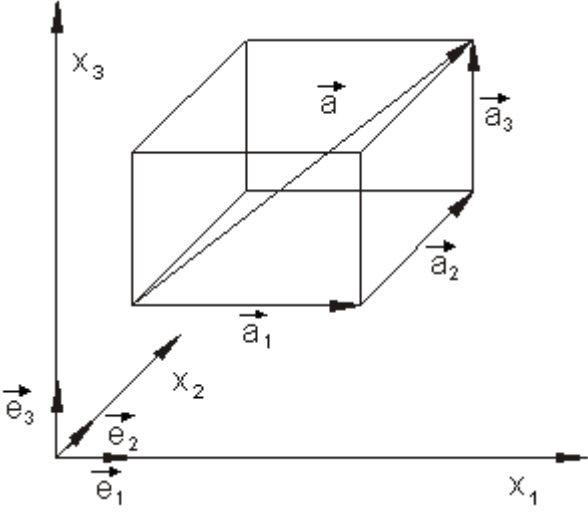
$$\vec{h} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$$

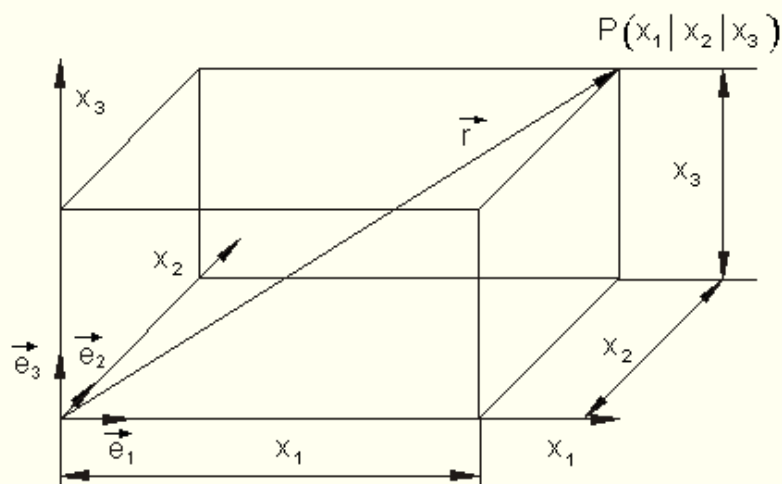
دا پورته انځورونه له ډېرو څخه یوه ده. دا مکعب په لومړۍ اتمه (1. Oktanten) کې پروت دی. یوه بله انځورونه کیدی شي په کووردیناتسیستم یا پروتولار سیستم کې صورت ونیسي (خان جوړ کړي)، په کوم کې چې د  $x_1$ -محور د شا ته په لور بڼایي. د هر ګرډ-یا کونجټکو د په نخښه کونې او د دوي د ترتیبونې وروسته کیدی شي وکتورونه بل ډول نخښه ونه ونيول شي او هم نور کوآرډیناتونه ولري.

## د وکتورونو ارزښت او لوریز کوساین

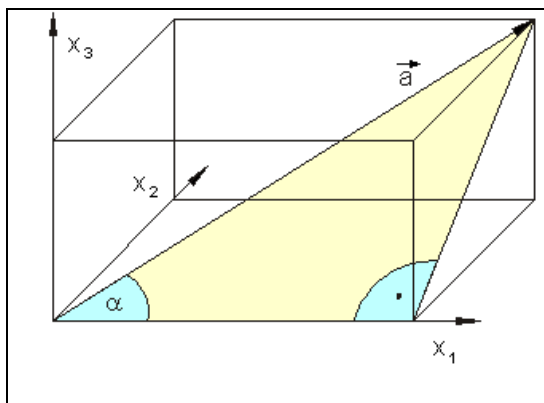
د یوه وکتور ارزښت

د یوه وکتور ارزښت دې وشمیرل شي، که دا په کمپننت ډوله یا کوآرډینات ډوله ورکړ شوی وي

|  |   |
|--|---|
|  | <p>تر څنګ انځورونه را اخلو، نو<br/>پېژنو چې وکتور</p> $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 =$ $= a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3$ <p>د یوه کوآرډینات لوریزې فضا دوه<br/>کونټري (قطر) ده، چې د ژبو<br/>اوردوالی یې <math>a_1</math>, <math>a_2</math>, او <math>a_3</math><br/>دي.</p> <p>د وکتور ارزښت له دې امله د<br/>فضا دوه کونټري سره سره<br/>خوري. د پیتاګوراس له جملې<br/>سره سم د وکتور د ارزښت لپاره<br/>لاس ته راځي:</p> $\vec{a} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3$ <p>Betrag: <math> \vec{a}  = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}</math></p> |
|--|---|



د یوه وکتور د لور کوساین (لنډ: لور کوساین) په فضا کې د یوه په کمپوننتونو همداسې کوارډیناتونو بڼه ورکړل شوي وکتور د لور ټاکنه ښایي، چې سړی کونج کاروي یا استعمالوي، کوم چې دا وکتور یې د یوون-یا واحد وکتور سره جوړوي.



کونج، چې د فضا دوه کونجې (قطر که وتر؟) همداسې د دوه کونجې یا قطر وکتور یې د  $x_1$  محور سره او له دې سره د واحد وکتور سره هم جوړوي، په یوه درې‌ګوډي یا مثلث کې پروت دی، کوم چې د فضا قطر (دوه کونجې)، د کوارډر د ښي اړخ سطحه لکه څنګه د قطر یا دوه کونجې وکتور  $x_1$  کمپوننتونه یا اجزای

یې چې جوړیدی شي.

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{x_1}{|\vec{a}|}$$



ورته نخبونوي د نورو دواړو کونجونو لپاره هم لاس ته راوړو، داسې چې سړی لیکلی شي:

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{x_1}{|\vec{a}|}, \quad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{x_2}{|\vec{a}|}, \quad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{x_3}{|\vec{a}|}$$

د درې کونجونو د کوساین د تابع ارزښت د وکتور د لور کوساین بلل کيږي.

د لور کوساین دجمعي لپاره باور لري:

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$$

داپهډې معنا: د لور کوساین مربع جمعه (څلورئ زیاتون) تل ۱ دی.

دا اړوندوالی کیدی شي د یوې ساده شمیرني له لارې وښوول شي:

$$\begin{aligned} \cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) &= \frac{a_1^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_2^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_3^2}{|\vec{a}|^2} \\ &= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{|\vec{a}|^2} \end{aligned}$$

$$\text{سره تری لرو} \quad |\vec{a}|^2 = \left( \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \right)^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$$

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1$$

$$\text{څخه} \quad \cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}, \quad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}, \quad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|} \quad \text{له}$$

د وکتور  $\vec{a}$  کواوردینات لپاره لاس ته راځي:

$$a_1 = |\vec{a}| \cos(\alpha), \quad a_2 = |\vec{a}| \cos(\beta), \quad a_3 = |\vec{a}| \cos(\gamma)$$

اوس له دې سره شونې دی چې یو وکتور د هغه د ټاکنو لویو ارزښت او لور سره ولیکو:

$$\vec{a} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3 = |\vec{a}| \cos(\alpha) \vec{e}_1 + |\vec{a}| \cos(\beta) \vec{e}_2 + |\vec{a}| \cos(\gamma) \vec{e}_3$$

$|\vec{a}|$  له نوکنو راوځي او دواړه اړخونه په  $|\vec{a}|$  باندې وپشل کيږي

$$\Rightarrow \vec{a} = |\vec{a}| (\cos(\alpha) \vec{e}_1 + \cos(\beta) \vec{e}_2 + \cos(\gamma) \vec{e}_3) \quad | : |\vec{a}|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \vec{a}_e = \cos(\alpha) \vec{e}_1 + \cos(\beta) \vec{e}_2 + \cos(\gamma) \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \cos(\beta) \\ \cos(\gamma) \end{pmatrix}$$

په پام ولرئ: د یوه واحد وکتور کواوردیناتونه د هغه د لور کوساین دی

$$\vec{a}_e = \cos(\alpha) \vec{e}_1 + \cos(\beta) \vec{e}_2 + \cos(\gamma) \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \cos(\beta) \\ \cos(\gamma) \end{pmatrix} \quad \text{mit } |\vec{a}_e| = 1$$

د شمیرني بیلگې

بیلگه ۱:

د لاندې وکتورونو لپاره دې ارزښتونه اد لور کوساین وشمیرل شي:

$$\vec{a} = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ الف.}$$

ب -

$$\vec{b} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 1\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

نتیجی له لسمیز (عشاریه) خخه وروسته د درې خایونو په تیکوالي سره ورکړی.

حل: لومړی-

(مطلق) ارزښت: لورکوساین:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{a_1}{a} = \frac{4}{\sqrt{29}} \approx 0,743 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 42,031^\circ}} & |\vec{a}| = a &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \\ & & &= \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} \\ \cos(\beta) &= \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{a_2}{a} = \frac{3}{\sqrt{29}} \approx 0,557 \Rightarrow \underline{\underline{\beta \approx 56,145^\circ}} & &= \sqrt{16 + 9 + 4} \\ \cos(\gamma) &= \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{a_3}{a} = \frac{2}{\sqrt{29}} \approx 0,317 \Rightarrow \underline{\underline{\gamma \approx 68,199^\circ}} & &= \underline{\underline{\sqrt{29} \approx 5,385}} \end{aligned}$$

وکتور د نږدې

5,385 LE

(LE د اوږدوالي

واحد) اوږدوالی لري

د ب حل:

۸۳۴۳

وکتور شمیرنه

لورکوساین:

ارزبنت:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{b_1}{|\vec{b}|} = \frac{b_1}{b} = \frac{2}{\sqrt{14}} \approx 0,535 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 57,688^\circ}} & |\vec{b}| = b &= \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} \\ & & &= \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-1)^2} \\ \cos(\beta) &= \frac{b_2}{|\vec{b}|} = \frac{b_2}{b} = \frac{-3}{\sqrt{14}} \approx -0,802 \Rightarrow \underline{\underline{\beta \approx 143,301^\circ}} & &= \sqrt{4+9+1} \\ & & &= \sqrt{14} \approx 3,742 \\ \cos(\gamma) &= \frac{b_3}{|\vec{b}|} = \frac{b_3}{b} = \frac{-1}{\sqrt{14}} \approx -0,267 \Rightarrow \underline{\underline{\gamma \approx 105,501^\circ}} & & \end{aligned}$$

وکتور د نږدې 3,742

LE

LE) د اوږدوالي

واحد) اوږدوالی

لري

یادونه: که د یوه کونج کوساین کمیز یا منفي وي، نو د کونج ارزبنتونه د  $90^\circ$  او  $180^\circ$  ترمنځ پراته دي.

بیلگه ۲: د  $\vec{r}$  وکتور، چې اوږدوالی یې ۲ دی، غواړو پید کړو، چې د  $x_1$  محور سره  $60^\circ$  کونج، د  $x_2$  محور سره  $135^\circ$  کونج جوړوي او د  $x_3$  محور سره یو تیره کونج (حاده زاویه؟؟) جوړوي.

حل:  $\vec{r}$  وکتور د اوږدوالي ۲ په دې معنا دی، چې  $|\vec{r}| = 2$

$$\alpha = 60^\circ \Rightarrow \cos(\alpha) = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}, \quad \beta = 135^\circ \Rightarrow \cos(\beta) = \cos(135^\circ) =$$

$$) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1 \Leftrightarrow \cos(\gamma) = \pm\sqrt{1 - \cos^2(\alpha) - \cos^2(\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\gamma) = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{1}{2} \Rightarrow \gamma = 60^\circ \quad \text{دا چې } \gamma \text{ دې تیره کونج وي ، باور لري:}$$

$$\vec{e}_r = \cos(\alpha)\vec{e}_1 + \cos(\beta)\vec{e}_2 + \cos(\gamma)\vec{e}_3 \quad \text{یوونوکتور یا واحد وکتور دی:}$$

$$= \cos(60^\circ)\vec{e}_1 + \cos(135^\circ)\vec{e}_2 + \cos(60^\circ)\vec{e}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3$$

$$\vec{r} = |\vec{r}|\vec{e}_r = 2\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3\right) \quad \text{او دا وکتور پخپله:}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\vec{r} = \vec{e}_1 - \sqrt{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3}}$$

### ټولګه:

د وکتورونو لپاره شمیرقوانین په کواوردیناتي انځورونو کې.

وکتورونه سره زیاتیري یا جمعه کیري همداسې کمیري یا منفي کیري، که اړونده کمپوننتونه سره جمعه یا سره منفي شي.

$$\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\vec{e}_1 + (a_2 \pm b_2)\vec{e}_2 + (a_3 \pm b_3)\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره، د وکتور ټول کمپوننتونه د سکالار سره ضربیږي.

$$\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow u\vec{a} = ua_1\vec{e}_1 + ua_2\vec{e}_2 + ua_3\vec{e}_3 = u \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cdot a_1 \\ u \cdot a_2 \\ u \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

بیلگه

درې وکتورونه ورکړ شوي دي:

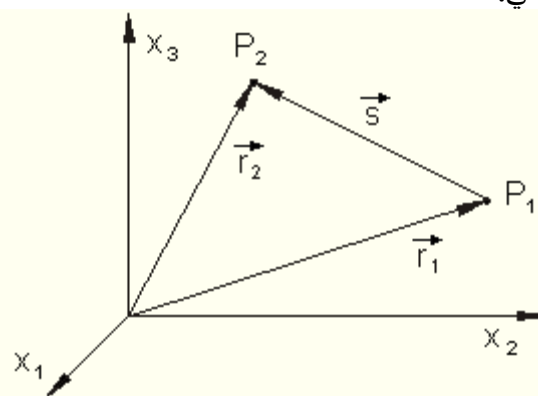
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

لاندې وکتور وشمیرئ

$$\vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$$

$$\vec{d} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-8-4 \\ 6+2+8 \\ 3-6+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 16 \\ 13 \end{pmatrix}$$

بیلگه: په دوه پراخیدونې- یا بعدی فضا کې دې د دوه ټکو  $P_1$  او  $P_2$  واټن وټاکل شي.



ټکو ته د ځای وکتورونه دي:

$$P_1(x_{11} | x_{12} | x_{13}) \Rightarrow \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix}$$

$$P_2(x_{21} | x_{22} | x_{23}) \Rightarrow \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix}$$

د دواړو ټکو تړون وکتور دې  $s$  وي.

$$\vec{r}_1 + \vec{s} = \vec{r}_2 \mid -\vec{r}_1 \Leftrightarrow \vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x_{21} - x_{11} \\ x_{22} - x_{12} \\ x_{23} - x_{13} \end{pmatrix}$$

د دواړو ټکو تر نوکتور ارزښت یو د بل څخهواتن په گوته کوي او دا په درې بعدي (درې پراخیدوني) فضا کې.

Wegen  $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$  gilt:

$$|\vec{s}| = s = \sqrt{(x_{21} - x_{11})^2 + (x_{22} - x_{12})^2 + (x_{23} - x_{13})^2} = \overline{P_1 P_2}$$

یادونه: د کواوردیناتو په ایندکس یا پیژندنځېباندې  $x_{ij}$  سمبالولو سره دا لومړی ایندکی د ټکي  $P_i$  لپاره ولاړ دی او دویم ایندکس د کواوردینات محور لپاره

سکالار ضرب

دوه لاندي وکتورونه دې ورکړ شويوي

$$\vec{b} = b_1 \vec{e}_1 + b_2 \vec{e}_2 + b_3 \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

دا یو د بل سره فورما ضربیږي:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3) \cdot (b_1 \vec{e}_1 + b_2 \vec{e}_2 + b_3 \vec{e}_3) \\ &= a_1 b_1 \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1 + a_1 b_2 \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 + a_1 b_3 \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 \\ &\quad + a_2 b_1 \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 + a_2 b_2 \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 + a_2 b_3 \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 \\ &\quad + a_3 b_1 \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 + a_3 b_2 \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 + a_3 b_3 \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_3 \end{aligned}$$

په پام کې دې وي، چې د دوه یو په بل عمود ولاړو وکتورونو سکالار ضرب صفر دی او د یوه یوون-یا واحد وکتور تربیع ۱ دی، پورته ولاړه وینا ډېره ساده کوي.

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = |\vec{e}_1| \cdot |\vec{e}_2| \cdot \cos(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 1 \cdot 1 \cdot \cos(90^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0 \text{ da } \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 = 0 \quad \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 = 0 \quad \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 = 0}$$

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1 = |\vec{e}_1| \cdot |\vec{e}_1| \cdot \cos(\vec{e}_1, \vec{e}_1) = 1 \cdot 1 \cdot \cos(0^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \text{ da } \vec{e}_1 \text{ parallel zu } \vec{e}_1$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1 = 1 \quad \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 = 1 \quad \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_3 = 1}$$



له دې سره کيږي:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

سکالار ضرب هم کیدی شي ددرځ- یا متې یا ستن - یا ولاړ وکتورونو سره سرته ورسول شي.

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T$$

او

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

بیلگه ۱:

دواړه وکتورونه یو د بل سره کوم کونج جوړوي؟

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (3 \mid -2 \mid 1)^T \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 12 + 2 + 3 = 17$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{9 + 4 + 1} = \sqrt{14} \approx 3,742$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{\vec{b} \cdot \vec{b}} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{16 + 1 + 9} = \sqrt{26} \approx 5,099$$

$$\cos(\alpha) = \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{17}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{26}} \approx 0,891 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 26,996^\circ}}$$

وکتوري ضرب

لکه د سکالار ضرب لومړی فورمال ضرب بيري. له دې وروسته ساده کيږي. د دې لپاره دې د سلیب یا ا تیران ضرب قوانین بیا وکتل شي. باور لري:

$\vec{a} \times \vec{b}$  په  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  او  $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$  نیغ ولاړ یا قایم دی  
او  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$  په دې لړۍ پرلپسې یو بڼی سیستم

$$0 \leq \alpha(\vec{a}, \vec{b}) \leq \pi. \quad \text{چیرته چې} \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$$

د کارتیزی کواوردیناتسیستم وکتورونو لپاره په ځانگړي توگه باور لري:

$$|\vec{e}_1 \times \vec{e}_1| = |\vec{e}_1| \cdot |\vec{e}_1| \cdot \sin(\vec{e}_1, \vec{e}_1) = 1 \cdot 1 \cdot \sin(0^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e}_1 \times \vec{e}_1 = \vec{0} \quad \vec{e}_2 \times \vec{e}_2 = \vec{0} \quad \vec{e}_3 \times \vec{e}_3 = \vec{0}}$$

$$|\vec{e}_1 \times \vec{e}_2| = |\vec{e}_1| \cdot |\vec{e}_2| \cdot \sin(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 1 \cdot 1 \cdot \sin(90^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$\Rightarrow \vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3$$

دا چې  $\vec{e}_3 \perp \vec{e}_1$  او  $\vec{e}_3 \perp \vec{e}_2$  (یعني  $\vec{e}_3$  په  $\vec{e}_1$  او  $\vec{e}_2$  عمود یا ولاړ) دی او ارزښت ۱ لري. لاندې اړیکې شتون لري:

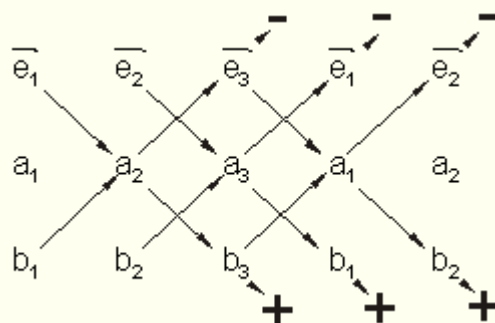
$$\begin{array}{|l|l|l|} \hline \vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3 & \vec{e}_2 \times \vec{e}_3 = \vec{e}_1 & \vec{e}_3 \times \vec{e}_1 = \vec{e}_2 \\ \hline \vec{e}_2 \times \vec{e}_1 = -\vec{e}_3 & \vec{e}_3 \times \vec{e}_2 = -\vec{e}_1 & \vec{e}_1 \times \vec{e}_3 = -\vec{e}_2 \\ \hline \end{array}$$

فورمال ضرب:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3) \times (b_1 \vec{e}_1 + b_2 \vec{e}_2 + b_3 \vec{e}_3) \\ &= a_1 b_1 (\vec{e}_1 \times \vec{e}_1) + a_1 b_2 (\vec{e}_1 \times \vec{e}_2) + a_1 b_3 (\vec{e}_1 \times \vec{e}_3) \\ &\quad + a_2 b_1 (\vec{e}_2 \times \vec{e}_1) + a_2 b_2 (\vec{e}_2 \times \vec{e}_2) + a_2 b_3 (\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) \\ &\quad + a_3 b_1 (\vec{e}_3 \times \vec{e}_1) + a_3 b_2 (\vec{e}_3 \times \vec{e}_2) + a_3 b_3 (\vec{e}_3 \times \vec{e}_3) \\ &= 0 + a_1 b_2 \vec{e}_3 - a_1 b_3 \vec{e}_2 - a_2 b_1 \vec{e}_3 + 0 + a_2 b_3 \vec{e}_1 + a_3 b_1 \vec{e}_2 - a_3 b_2 \vec{e}_1 + 0 \\ &= \underline{\underline{(a_2 b_3 - a_3 b_2) \vec{e}_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) \vec{e}_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \vec{e}_3}} \end{aligned}$$

د فرمول جوړول کیدی شي د درې لړۍ بیزي دیترمینانت په څیر انځور شي. دا کیدی شي د ساروس قا نون یا لار له مخې وشمیرل شي داسې چې دا د شمیرلو فرمول راکړي. د دې لپاره چې د ساروس قا نون وکاروو، باید لومړی او دویمه د دیترمینانتي درځونه یا متي یو بل پسې ولیکل شي. بالاخره ټول قطرونه یا دوه کونجترې ترنې او دا درې واړه له کینې پورته لور ښي کښته خوا ته، همداسې درې ځله له کین کښته خوا ته ښي پورته خوا ته. دا ټول ضربونه د جمعې په ډول سره یوځای کیري او په حقیقت کې داسې چې ضربونه له کین کښته ښي پورته کمیز یا منفي گن یا شمیرل کیري.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow$$



$$\begin{aligned}
 &= \vec{e}_1 a_2 b_3 + \vec{e}_2 a_3 b_1 + \vec{e}_3 a_1 b_2 - b_1 a_2 \vec{e}_3 - b_2 a_3 \vec{e}_1 - b_3 a_1 \vec{e}_2 \\
 &= (a_2 b_3 - a_3 b_2) \vec{e}_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) \vec{e}_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \vec{e}_3
 \end{aligned}$$

وکتورونه ورکړ شوي:

د دواړو وکتورونو وکتوري ضرب دي جوړ شي.

نتیجه دي د مناسب شمیرني سره وازمایل شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ازماینت د سکالار ضرب سره سرته رسیدی شي.

د دواړو وکتورونو وکتور ضرب بیرته یووکتور دی، چې هغه هغی سطحی باندي، چې له دواړو وکتورونو غزېدلي عمود دی. د دي په تعقیب د دواړو وکتورونو سره د نتیجه وکتور سکالار ضرب ارزښت صفر ورکوي.

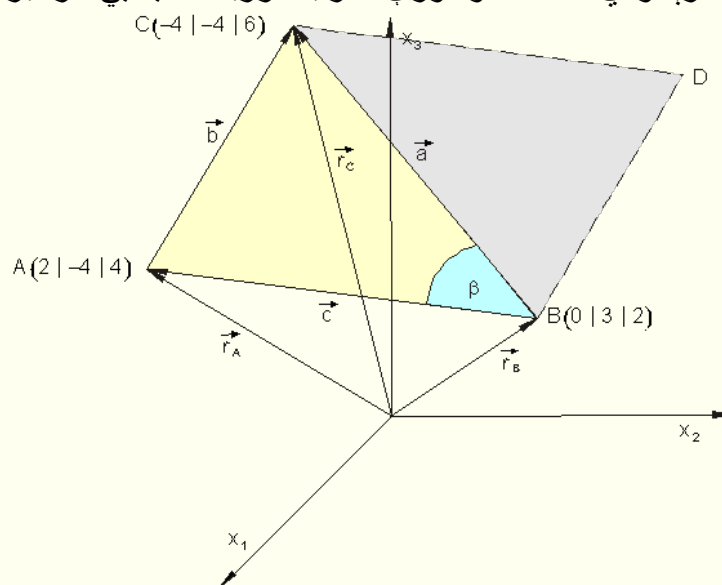
بیلگه: د یوه مثلث گوډیګي یا د کونجونو ټکي A, B او C لاندې کواوردبناتونه لري

د  $A(2 | -4 | 4)$ ;  $B(0 | 3 | 2)$  او  $C(-4 | -4 | 6)$ .  
 مثلث سطحه دي وشمیرل شي. نتیجه دي د سطحی مثلثاتو یا درېگوډیکچ فرمول سره وازمایل شي.

ترمخ پام:

یو رسم دې هندسي (خمکچیز) انځور وینایي.

د دوه وکتورونو وکتوري ضرب یا  $\times$  ضرب یو وکتور دی، چې هغه له دې دواړو وکتورونو غزیدلې سطحې ته عمود یا ولاړ ځغلي او د هغې د سطحې خونديونه له دوي جوړ غبرگ اړخیز یا موازی الاضلاع ارزښت دي. د غبرگ اړخیز دوهکونجترې یا که غواړئ قطر دا په یو بل پټیوني مساوي برخو وېشي. له دې سره د درېکودي سطحه د وکتوري ضرب ارزښت نیمایي سره برابره ده.



ځای اړوند وکتور او د درې گودي یا مثلث اړخونو وکتورونه داسې لاس ته راځي:

$$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{r}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{r}_C = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}: \vec{r}_B + \vec{a} = \vec{r}_C \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ -4-3 \\ 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b}: \vec{r}_A + \vec{b} = \vec{r}_C \Leftrightarrow \vec{b} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-2 \\ -4+4 \\ 6-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}: \vec{r}_B + \vec{c} = \vec{r}_A \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-0 \\ -4-3 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

د دې رسم شوي غبرک اړخیز (موازیلا ضلاع) سطحه د سکالار یا صلیب یا اتیرن ضرب سره سری لاس ته راوړي.

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \\ &= (a_2 b_3 - a_3 b_2) \vec{e}_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) \vec{e}_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \vec{e}_3 \\ |\vec{a} \times \vec{b}| &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}) \end{aligned}$$

نورپسي بارور لري:

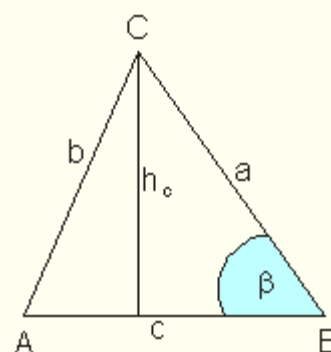
$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{c} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ -4 & -7 & 4 \\ 2 & -7 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \\ -4 & -7 \\ 2 & -7 \end{vmatrix} = -14\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 28\vec{e}_3 - (-14\vec{e}_3 - 28\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2) \\ &= -14\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 28\vec{e}_3 + 14\vec{e}_3 + 28\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 \\ &= 14\vec{e}_1 + 16\vec{e}_2 + 42\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ 42 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$|\vec{a} \times \vec{c}| = \sqrt{14^2 + 16^2 + 42^2} = \sqrt{2216} \approx 47,074$$

$$A = \frac{|\vec{a} \times \vec{c}|}{2} = \frac{\sqrt{2216}}{2} \approx 23,537$$

ددري گوډي یا مثلث سطحه:

د نتیجې کنترول



سرہ  $a = |\vec{a}|$  او  $c = |\vec{c}|$  د  $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$  سرہ.

$h_c$  د  $\beta$  کونج د ساین سرہ شمیرل کیری

$$\cos(\beta) = \frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} \Rightarrow \beta = a \cos \left( \frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} \right)$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{|\vec{a}|} \Leftrightarrow h_c = |\vec{a}| \cdot \sin(\beta) \Rightarrow A = \frac{|\vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16 + 49 + 16} = \sqrt{81} = 9 \quad |\vec{c}| = \sqrt{4 + 49 + 4} = \sqrt{57}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = (-4 \mid -7 \mid 4)^T \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} = -8 + 49 + 8 = 49$$

$$\cos(\beta) = \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \approx 0,712 \Rightarrow \beta = a \cos \left( \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \right) \approx 43,852^\circ$$

$$\sin(\beta) = \sin \left( a \cos \left( \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \right) \right) \approx 0,693$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{57} \cdot 9 \cdot \sin \left( a \cos \left( \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \right) \right)}{2} \approx \underline{\underline{23,537}}$$

از مابینت لومری شمیرنه تصدیقوی؟

تولگه:

د وکتورونو جمع او تفریق (زیاتون او کمون):

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\vec{e}_1 + (a_2 \pm b_2)\vec{e}_2 + (a_3 \pm b_3)\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره:

$$u\vec{a} = ua_1\vec{e}_1 + ua_2\vec{e}_2 + ua_3\vec{e}_3 = u \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cdot a_1 \\ u \cdot a_2 \\ u \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

سکالار ضرب:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \text{ und } a = |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

نور پسي باور لري:

وکتوري ضرب:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e}_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{e}_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{e}_3$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$$

نور پسي باور لري:

وکتور ضرب:

د وکتوري ضرب پیژند(تعریف):



که یو وکتور د یوه سکالار سره ضرب شوی نو نتیجه بیرته وکتور دی. دا ډول ضرب سری د  $S$  - ضرب بولي. که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، چې سکالار نومېږي. د وکتور دا ډول ضرب سکالار ضرب بلل کېږي. په دې برسیره یو د ضرب ډول شتون لري، د کوم نتیجه چې بیرته یو وکتور دین د ضرب داډول وکتوري ضرب بلل کېږي، کله کله سلیبي یا اتیران ضرب بلل کېږي.

د مخه له دې چې مور د دا ډول ضرب ډول سره مشغول کړو، لومړی دې روښانه شي، چې دا ډول ضرب څنگه تعریف شوی دی.

تعریف یا پېژند: د دوو وکتورونو  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  د ضرب لاندې سری یو وکتور  $\vec{a} \times \vec{b}$  پوهیږي، کوم چې د لاندې شرایطو لاندې خویبیز یا کرکترې شوی دی.

۱.  $\vec{a} \times \vec{b}$  په  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  عمود یا سیخ ولاړ دی.

۲.  $\vec{a}, \vec{b}$  او  $\vec{a} \times \vec{b}$  په دې لړۍ پرلپسې. یو ښی سیستم جوړوي.

۳.  $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$  چیرته چې  $0 \leq \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq \pi$  دی.

په یاد ولرئ: د پورته پېژند څخه سیده لاس ته راځي:

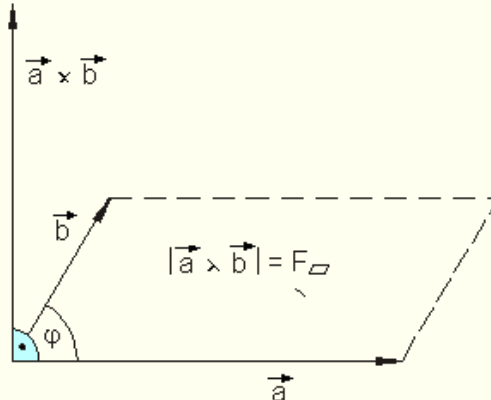
د دوه وکتورونو وکتوري ضرب صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو وکتورونو څخه صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه سره غبرگ وي.

په څټ یا معکوس هم باور لري:

که د دوه وکتورونو ضرب، چې هیڅ یو یې صفر وکتور نه دي، صفر وي، نو دا سره غبرگ دي.

له دریم شرط څخه لرو، چې هلته خپل لوی ارزښت لري، چې له هغوي رابند کونج یا زاویه 90 درجې وي.

دا لاندې څیره دې وکتور ضرب گرافیکي روښانه کړي



$\vec{a} \times \vec{b}$  یووکتور دی،  
هغه چې په  $\vec{a}$  او  $\vec{b}$  نیغ ولاړ دی،  
داسې چې  $\vec{a}, \vec{b}$  او  $\vec{a} \times \vec{b}$  یو بنی سیستم جوړوي.

د دې ارزښت له دواړو وکتورونو غزېدلې موازی الاضلاع (غبرگ اړخیزې)  
سطحې مساحت دی.

بنی په دې معنا، چې:

که سړی لومړی وکتور د سا عتخرخوني په لور (د ساعت ستني لور) د دویم وکتور  
په لور وخرخوي، نو دریم داسې خوزښت غوره کوي یا حرکت کوي لکه یو پیچناو  
میخ دښي کړون سره په خپل لور د مخ خواته.

د وکتوري ضرب لپاره بنی سیستم:

جمله:

د هر عدد  $\{k\} \in \mathbb{R}$  او  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \in V^3$  لپاره د وکتور په حیث باور لري:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a}) \quad \text{بدیلین قانون}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad \text{دیسټریبوتیو قانون}$$

$$(k\vec{a}) \times \vec{b} = k(\vec{a} \times \vec{b}) \quad \text{ګډوله اسوخیاتیو قانون}$$

شمیر قوانینو استعمال ته بیلګې:

$$(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v})$$

بیلګه ۱: وشمیری:

حل یا اوبي:

$$(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v}) = \vec{u} \times \vec{u} + \vec{u} \times \vec{v} + \vec{v} \times \vec{u} + \vec{v} \times \vec{v}$$

$$= \vec{0} - (\vec{v} \times \vec{u}) + (\vec{v} \times \vec{u}) + \vec{0} = \vec{0}$$

$$\vec{u} \times \vec{u} = \vec{v} \times \vec{v} = \vec{0} \text{ und } \vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u}) \quad \text{دلته وکارول شو:}$$

بیلگه ۲

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ:  $\tan(\vec{a}, \vec{b})$ 

حل یا اوبی یا خواب:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = a \cdot b \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \sin(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a \cdot b}$$

$$\tan(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sin(\vec{a}, \vec{b})}{\cos(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b} \cdot \frac{a \cdot b}{\vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{a \cdot b \cdot |\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b \cdot \vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$$

بیلگه ۳

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ:  $\tan(\vec{a}, \vec{b})$ 

حل:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = a \cdot b \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \sin(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a \cdot b}$$

$$\tan(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sin(\vec{a}, \vec{b})}{\cos(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b} \cdot \frac{a \cdot b}{\vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{a \cdot b \cdot |\vec{a} \times \vec{b}|}{a \cdot b \cdot \vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$$

د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوي لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra :  
contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in  
Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوتول کتابونه په المان کې د ، ، افغانستان کلتوري ودې ټولنه، له  
خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد  
لپاره ، همداسې د بنوونکو او زده کوونکو لپاره ( دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ  
او دا نوي لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځني ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمکچپوهنه ( هندسه ) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د گټې – او کټې د کټې  
شمیرنه ، د احتمالي شمیرنه کتاب د بنوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه ( د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انگرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیر پوهنې الماني - پښتو - او پښتو الماني ډکشنري

*Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German*

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنخیال برابر وون ( دا کتاب په دې څانگه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

*Differential equation Translation; An Introduction*

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولگه

*Mathematical Formulas*

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیر پوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،، د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،، د افغانستان روغي او بیا

آبادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،، میري،، شینواري لیکني او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کيږي

بن- المان، کابل - افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړې:

لاندي د برینککن لیکني چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

- 
- ۱ - شمیر پوهنه د بنوونځي لپاره لومړی ټوک
  - ۲ - شمیر پوهنه د بنوونځي لپاره دویم ټوک
  - ۳ - شمیر پوهنه د بنوونځي لپاره دریم ټوک
  - ۴ - د احتمالي شمیرنه
  - ۵ - احصایه یا ستاتیستیک

لاندې کتابونه د شتوتگارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ - انالیزی ۱

۷ - انالیزی ۲

۸ - کرنبیز الجبر

۹ - د شمیر پوهني بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولگه

۱۱ - فنکشنل انالیز

۱۲ - وکتور شمیرنه

نوري ژباړي

۱۳ - له [www.grundstudium.info/linearealgebra](http://www.grundstudium.info/linearealgebra) څخه: کرنبیز الجبر

۱۴ - Georg Guttenbrunner گڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنی

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنی ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنی برخی برسیره د

انجنری، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسی د بنوونکو او زده‌کونکو لپاره پوره گټور دی. په

کتاب کی د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمکچپوهنه ( هندسه ) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ - الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډبری پوهنه یا ست تیوري

۱۹ - د شمیرپوهنی سم اند ( منطق ریاضي )

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ - د شمیر پوهنی گډې وډې لیکنی

۲۲ - داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متأسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونی یا حلونه یې

۲۳ - د شمیرپوهنی انگریزی پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۵ - د شمیرپوهنی پښتو انگریزی ډکشنري

- 
- ۲۵ - د شمیرپوهني پښتو ډکشنري د شمیرپوهنيزو ويونو په پښتو روښانه ونه
- ۲۶ - د زره له کومې (دا هغه ليکنې دي، چې ځنې يې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي).
- ۲۷ - د افغانستان په هکله سپينې خبرې، چې و به غزيرې.
- نوري ليکنې، چې په ژباړه يې پيل شوی، خو لا پوره نه دي
- د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتکارت پوهنتون ن ج څخه خپرېږي:
- د گروپونو تيوري
- د ښوونځي لپاره فزيک د برينکمن ليکنه
- له پنځم ټولگي څخه تر اووم ټولگي پورې ژباړل شوی ( دا چې زما دويم مسلک فزيک دی، دا ليکنې ژباړم. دا هم د دې ليکوال يوه ډېره ښه ليکنه ده، چې د شمیرپوهني په څير- دلته هم زيات تمرينونه د حل يا اوبيوني سره په کې راغلي او ماته زيات گټور برېښي)



## د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميړي شينواري د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ هـ لمریز کي د شينواریو هسکه مینه کي دې نړۍ ته سترگي راغړولي.

د هسکي ميني د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا لیسې له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پوري (ښوونځي له لومړي ټولگي پیل او د دویم ټولگي څخه گام او پای).

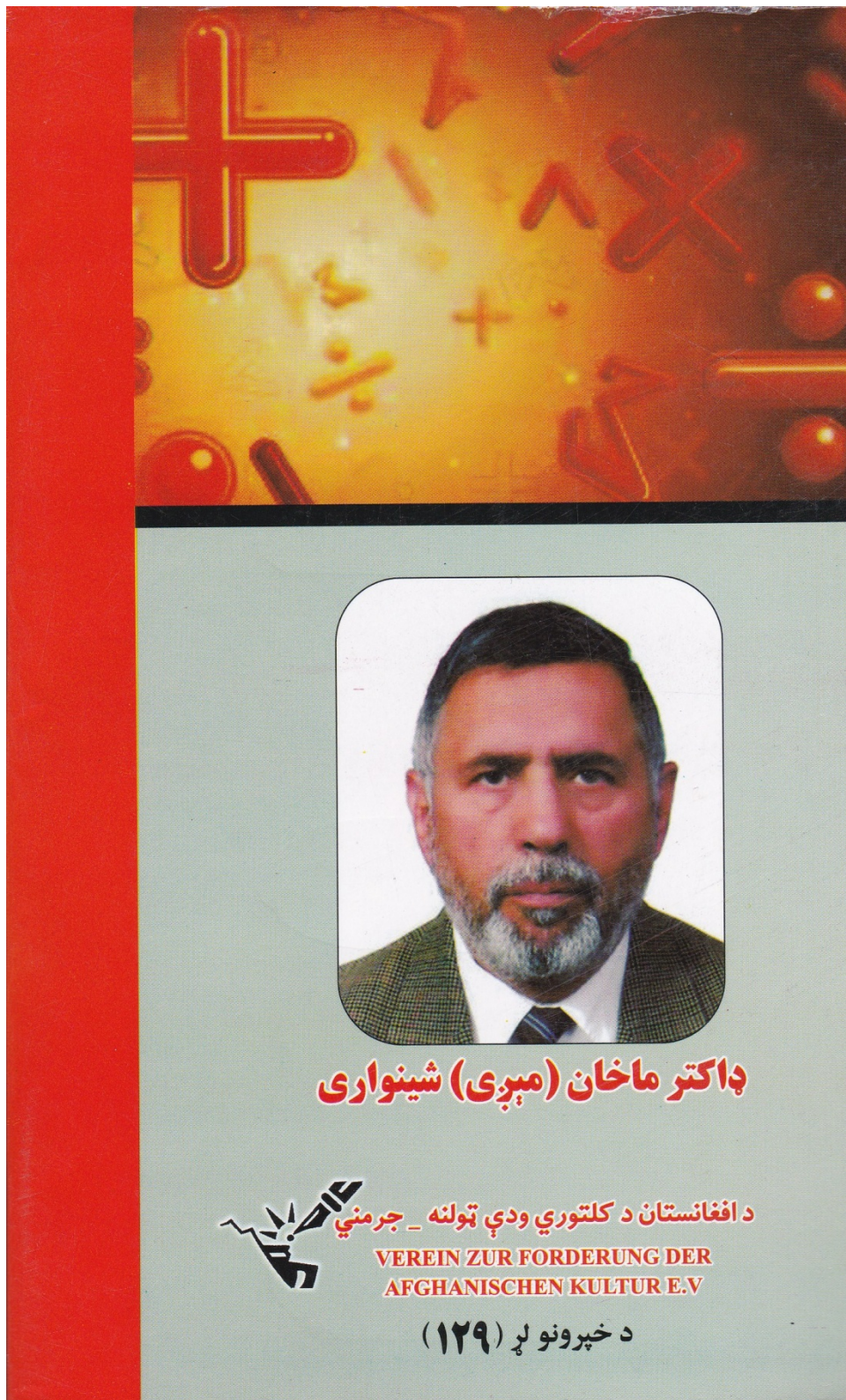
د ۱۹۶۶ تر سپتمبر د کابل طب پوهنځي. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهني ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د ۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کي مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پوري په بن کي د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر (صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کي سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پوري د د ریاضي څانگه کي د پوهني وزارت درسي نساب کي دنده.

ماخان ميړي په ۱۹۷۲ کي له لري د ميرمن ښاپيري سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له ميرمن ښاپيري سره په ۱۹۶۳ ز ک کي کوزده کړي وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش وينا کي د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانگه او اباسين نوميري. څانگه په المان کي د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکټره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلي.

ماخان شينواري بي کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹۹۷ څخه همدا د کتابونو ليکلو او د ژباړې دنده یې په غاړه اخستي، چې خپل فکر د شوني پولې تازه وساتي.



داکتر ماخان (مېړی) شینواری



د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه - جرمني

VEREIN ZUR FORDERUNG DER  
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

د خپرونو لړ (۱۲۹)

**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)  
Ketabton.com: The Digital Library**